การศึกษาความรู้เชิงมโนทัศน์และความรู้เชิงกระบวนการ
เรื่องเมทริกซ์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4
ผ่านการจัดการเรียนรู้โดยใช้โปรแกรม Microsoft Excel
A STUDY OF CONCEPTUAL KNOWLEDGE AND PROCEDURAL KNOWLEDGE
ON MATRICES FOR MATHAYOMSUKSA IV STUDENTS
BY USING MICROSOFT EXCEL

นิรัช ลิ่วศิริวงศ์

บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ

2563

การศึกษาความรู้เชิงมโนทัศน์และความรู้เชิงกระบวนการ
เรื่องเมทริกซ์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4
ผ่านการจัดการเรียนรู้โดยใช้โปรแกรม Microsoft Excel

นิรัช ลิ่วศิริวงศ์

ปริญญานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตร
การศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์
คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ
ปีการศึกษา 2563

A STUDY OF CONCEPTUAL KNOWLEDGE AND PROCEDURAL KNOWLEDGE

ON MATRICES FOR MATHAYOMSUKSA IV STUDENTS

BY USING MICROSOFT EXCEL

NIRUCH LIWSIRIVONGSE

A Thesis Submitted in Partial Fulfillment of the Requirements

for the Degree of MASTER OF EDUCATION

(Mathematics)

Faculty of Science, Srinakharinwirot University

2020

ปริญญานิพนธ์

เรื่อง

การศึกษาความรู้เชิงมโนทัศน์และความรู้เชิงกระบวนการ

เรื่องเมทริกซ์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

ผ่านการจัดการเรียนรู้โดยใช้โปรแกรม Microsoft Excel

ของ

นิรัช ลิ่วศิริวงศ์

ได้รับอนุมัติจากบัณฑิตวิทยาลัยให้นับเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตร

ปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์

ของมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ

....

(รองศาสตราจารย์ นายแพทย์ฉัตรชัย เอกปัญญาสกุล)

คณบดีบัณฑิตวิทยาลัย

....

คณะกรรมการสอบปากเปล่าปริญญานิพนธ์

.... ที่ปรึกษาหลัก	.... ประธาน
(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.ญานิน กองทิพย์)	(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.ทรงชัย อักษรคิด)
.... ที่ปรึกษาร่วม	.... กรรมการ
(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.ชิรา ลำดวนหอม)	(อาจารย์ ดร.รุ่งฟ้า จันท์จารุภรณ์)

ชื่อเรื่อง การศึกษาความรู้เชิงมโนทัศน์และความรู้เชิงกระบวนการ เรื่องเมทริกซ์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ผ่านการจัดการเรียนรู้โดยใช้โปรแกรม Microsoft Excel
ผู้วิจัย นิรัช ลิ่วศิริวงศ์
ปริญญา การศึกษามหาบัณฑิต
ปีการศึกษา 2563
อาจารย์ที่ปรึกษา ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. ญานิน กองทิพย์
อาจารย์ที่ปรึกษาร่วม ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. ชิรา ลำดวนหอม

การวิจัยครั้งนี้มีจุดมุ่งหมายเพื่อ 1) ศึกษาความรู้เชิงมโนทัศน์ เรื่อง เมทริกซ์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 หลังการจัดการเรียนรู้ โดยใช้โปรแกรม Microsoft Excel 2) ศึกษาความรู้เชิงกระบวนการ เรื่อง เมทริกซ์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 หลังการจัดการเรียนรู้ โดยใช้โปรแกรม Microsoft Excel กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 แผนการเรียนวิทยาศาสตร์และคณิตศาสตร์ โรงเรียนบดินทรเดชา (สิงห์ สิงหเสนี) ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2563 จำนวน 1 ห้องเรียน 45 คน การทดลองเป็นแบบกลุ่มเดี่ยวมีการทดสอบหลังเรียนเท่านั้น เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ประกอบด้วย แผนการจัดการเรียนรู้และแฟ้มคำสั่งในโปรแกรม Microsoft Excel จำนวน 10 แผน แผนละ 1 คาบ คาบละ 50 นาที แบบทดสอบวัดความรู้เชิงมโนทัศน์ และแบบทดสอบวัดความรู้เชิงกระบวนการ เรื่อง เมทริกซ์ เพื่อประเมินความรู้นักเรียน ผลการวิจัยพบว่า 1) นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่เรียนด้วยการจัดการเรียนรู้ โดยใช้โปรแกรม Microsoft Excel ผ่านเกณฑ์การทดสอบความรู้เชิงมโนทัศน์ เรื่อง เมทริกซ์ ได้มากกว่าร้อยละ 60 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด ที่ระดับนัยสำคัญ .05 และ 2) นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่เรียนด้วยการจัดการเรียนรู้ โดยใช้โปรแกรม Microsoft Excel ผ่านเกณฑ์การทดสอบความรู้เชิงกระบวนการ เรื่อง เมทริกซ์ ได้มากกว่าร้อยละ 60 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด ที่ระดับนัยสำคัญ .05

คำสำคัญ : ความรู้เชิงมโนทัศน์, ความรู้เชิงกระบวนการ, การจัดการเรียนรู้โดยใช้โปรแกรม Microsoft Excel, เมทริกซ์

Title	A STUDY OF CONCEPTUAL KNOWLEDGE AND PROCEDURAL KNOWLEDGE ON MATRICES FOR MATHAYOMSUKSA IV STUDENTS BY USING MICROSOFT EXCEL
Author	NIRUCH LIWSIRIVONGSE
Degree	MASTER OF EDUCATION
Academic Year	2020
Thesis Advisor	Assistant Professor Dr. Yanin Kongthip
Co Advisor	Assistant Professor Dr. Chira Lumduanhom

The purposes of this study are as follows: (1) to study the conceptual knowledge of Mathayomsuksa IV students on matrices after being taught by using the Microsoft Excel program; and (2) to study the procedural knowledge of Mathayomsuksa IV students on matrices after being taught by the Microsoft Excel program. The participants were 45 Mathayomsuksa IV students of Bodindecha (Sing Singhaseni) School in Bangkok, Thailand, in the second semester of the 2020 academic year. The participants were taught through 10 lesson plans, with 50 minutes for each lesson plan. The conceptual and the procedural knowledge tests on matrices were used for evaluating the students. The research findings revealed the following: (1) after being taught by using the Microsoft Excel program, over 60% of the participants were satisfied with the criteria of having conceptual knowledge at a significant level of .05; and (2) after being taught by using the Microsoft Excel program, over 60% of the participants satisfied the criteria of procedural knowledge at a significant level of .05

Keyword : conceptual knowledge, procedural knowledge, teaching by using Microsoft Excel, matrices

กิตติกรรมประกาศ

ปริญญานิพนธ์ฉบับนี้ลุล่วงสมบูรณ์เนื่องจากผู้วิจัยได้รับความอนุเคราะห์อย่างสูงยิ่งจาก ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. ญานิน กองทิพย์ และ ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. ชิรา ลำดวนหอม อาจารย์ที่ปรึกษาที่กรุณาชี้แนะ และให้ข้อคิดเห็นในการวิจัย รวมทั้งสละเวลาช่วยตรวจทานข้อผิดพลาดของปริญญานิพนธ์ฉบับนี้ ผู้วิจัยขอกราบขอบพระคุณอย่างสูงไว้ ณ โอกาสนี้

ขอกราบขอบพระคุณประธานคณะกรรมการสอบปากเปล่า ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.ทรงชัย อักษรคิด และกรรมการสอบปากเปล่า อาจารย์ ดร.รุ่งฟ้า จันท์จารุภรณ์ ที่ให้คำถามและคำแนะนำระหว่างการสอบปากเปล่า

ขอกราบขอบพระคุณผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. ขวัญ เพียซ้าย อาจารย์ ดร. ธีรศักดิ์ ฉลาดการณ์ และอาจารย์ ฐิติชญาณ์ วงศ์ทั้งน้อย ที่กรุณาเป็นผู้เชี่ยวชาญในการตรวจแก้ไขเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย อีกทั้งให้ข้อเสนอแนะอันเป็นประโยชน์ต่อผู้วิจัย

ขอกราบขอบพระคุณคุณครูกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์และคอมพิวเตอร์ โรงเรียนบดินทรเดชา (สิงห์ สิงหเสนี) (ฝ่ายมัธยม) โดยเฉพาะอย่างยิ่งครู ฐิติชญาณ์ วงศ์ทั้งน้อย และครู ลัทธพล ด่านสกุล ที่ช่วยประสานขอห้องเรียนคอมพิวเตอร์ อีกทั้งสนับสนุนผู้วิจัยในหลายด้าน และขอบคุณความตั้งใจของนักเรียนในระหว่างที่ผู้วิจัยดำเนินการสอน

ขอบขอบคุณสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.) ที่ให้โอกาสผู้วิจัยในการเข้าร่วมโครงการส่งเสริมการผลิตครูที่มีความสามารถพิเศษทางวิทยาศาสตรและคณิตศาสตร์ (สควค.) และให้กำลังทรัพย์ในการสนับสนุนการศึกษาระดับปริญญาโทของผู้วิจัย

สุดท้ายนี้ขอกราบขอบพระคุณบิดา มารดา ที่ให้กำลังใจและเป็นแรงบันดาลใจให้ผู้วิจัยมีความมุ่งมั่นต่อการศึกษามาโดยตลอด และขอบคุณนายชวิศ เชื้อธวัช ที่เป็นเพื่อนคอยช่วยเหลือเสมอมา

คุณค่าและประโยชน์อันพึงมีของปริญญานิพนธ์ฉบับนี้ ขอมอบให้เป็นเครื่องบูชาพระคุณบิดา มารดา และครูอาจารย์ทุกท่านที่ได้ประสิทธิ์ประสาทความรู้แก่ผู้วิจัย

นิรัช ลิ่วศิริวงศ์

สารบัญ

สารบัญตาราง

หน้า

สารบัญรูปภาพ

หน้า

บทที่ 1
บทนำ

ภูมิหลัง

คณิตศาสตร์มีบทบาทสำคัญต่อการดำรงชีวิต กิจกรรมส่วนใหญ่ในชีวิตประจำวันมีการนำคณิตศาสตร์ไปใช้อธิบายปรากฏการณ์หรือเหตุการณ์ต่าง ๆ และคาดการณ์ถึงผลลัพธ์ที่อาจเกิดขึ้น ทำให้เราสามารถเตรียมตัวรับมือสถานการณ์ต่าง ๆ ได้อย่างมีประสิทธิภาพ อีกทั้งคณิตศาสตร์ยังถูกนำมาใช้ในการอธิบายหรือสรุปองค์ความรู้จากการสำรวจ หรือทดลองในกระบวนการทางวิทยาศาสตร์ (เบ็ญจวรรณ เบ็ญจวรรณ ศรีเจริญ, 2555, pp. 48-49) นอกจากนี้คณิตศาสตร์ยังเป็นพื้นฐานในการศึกษาศาสตร์ต่าง ๆ เช่น เศรษฐศาสตร์ วิศวกรรมศาสตร์ เกษตรศาสตร์ และเทคโนโลยี รวมถึงคอมพิวเตอร์ อินเทอร์เน็ต อุปกรณ์อิเล็กทรอนิกส์ หรือสิ่งอำนวยความสะดวกในชีวิตประจำวัน สิ่งเหล่านี้สามารถสะท้อนให้เห็นได้ว่าคณิตศาสตร์นั้นทำให้การดำรงชีวิตของมนุษย์สะดวกสบายขึ้น (นพดล กองศิลป์ 2561, pp. 22-23)

ถึงแม้ว่าคณิตศาสตร์จะเป็นวิชาที่มีความสำคัญ แต่ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนส่วนใหญ่ในประเทศไทยยังไม่ประสบความสำเร็จเท่าที่ควร ผลคะแนนการทดสอบทางการศึกษาระดับชาติขั้นพื้นฐาน (Ordinary National Education Test (O-NET)) ของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ประจำปี 2563 จากผู้สอบ 363,752 คน คะแนนเฉลี่ยประเทศไทยคือ 25.41 คะแนน จากคะแนนเต็ม 100 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 25.41 ต่ำที่สุดเมื่อเทียบกับวิชาอื่น จำนวนนักเรียนที่สอบได้เกินร้อยละ 50 มีเพียง 33,177 คน คิดเป็นร้อยละ 9.12 ส่วนผลคะแนนการสอบวัดความถนัดด้านวิชาคณิตศาสตร์ (Professional and Academic Aptitude Test (PAT 1)) ประจำปี 2563 จากผู้สอบ 150,694 คน คะแนนเฉลี่ยประเทศไทยคือ 62.9 คะแนน จากคะแนนเต็ม 300 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 16.3 ต่ำที่สุดเมื่อเทียบกับวิชาอื่น จำนวนนักเรียนที่สอบได้เกินร้อยละ 50 มีเพียง 6,086 คน คิดเป็นร้อยละ 4.04 (สถาบันทดสอบการศึกษาแห่งชาติ, 2563: ออนไลน์) สมพงษ์ จิตระดับ ให้ความเห็นว่าสาเหตุเกิดจากคุณภาพครูและข้อสอบไม่ไปในทิศทางเดียวกันหลักสูตร การสอนคณิตศาสตร์ในประเทศไทยเน้นการท่องจำ ขณะที่ข้อสอบของสถาบันทดสอบการศึกษาแห่งชาติเป็นข้อสอบที่ต้องวิเคราะห์ซึ่งจำเป็นต้องใช้ทั้งความรู้เชิงมโนทัศน์และความรู้เชิงกระบวนการ (ไทยรัฐออนไลน์, 29 มีนาคม 2557: ออนไลน์)

การจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ในประเทศไทย ส่วนใหญ่ครูสอนความรู้เชิงกระบวนการซึ่งเน้นการท่องจำสูตร การดำเนินการตามขั้นตอนทางคณิตศาสตร์เป็นลำดับขั้นที่

แน่นอน โดยนักเรียนไม่จำเป็นต้องเข้าใจความหมายของสิ่งที่ทำ (อัมพร ม้าคนอง, 2553, pp. 2-8) การเน้นการท่องจำส่งผลเสียต่อความรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนในระยะยาว เนื่องจากนักเรียนไม่ได้พัฒนาความเข้าใจอย่างถ่องแท้ในเนื้อหาคณิตศาสตร์ แต่จดจำขั้นตอนหรือวิธีการไปใช้ โดยไม่เห็นความสัมพันธ์ระหว่างความรู้ที่ไม่เป็นระเบียบแบบแผน (Informal knowledge) นักเรียนจะจดจำเฉพาะคณิตศาสตร์ที่เป็นระเบียบแบบแผน (Formal knowledge) ที่ถูกสอนในระบบโรงเรียน คณิตศาสตร์ในความคิดของนักเรียนจึงลดความสำคัญลงเป็นเพียงการดำเนินการโดยใช้สัญลักษณ์ ทันทีที่นักเรียนได้เรียนรู้การคิดคำนวณตามขั้นตอนอย่างไม่มีความหมาย ทำให้นักเรียนมุ่งหาแต่ผลลัพธ์ในการคำนวณโดยไม่เข้าใจแนวคิดอย่างแท้จริง ครูส่วนใหญ่ไม่เน้นการสอนความรู้เชิงมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ซึ่งเป็นความรู้เกี่ยวกับความหมายและโครงสร้างของคณิตศาสตร์ อันเป็นเป้าหมายหลักของการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เป็นความรู้ที่ทำให้นักเรียนสามารถนำมาปรับใช้ในการแก้ปัญหาที่หลากหลาย สามารถตรวจสอบความสมเหตุสมผลของคำตอบ สร้างองค์ความรู้ นำไปสู่การค้นพบความสัมพันธ์ระหว่างคณิตศาสตร์กับสิ่งที่อยู่ในธรรมชาติ สามารถนำสิ่งที่เรียนไปประยุกต์ใช้ให้เกิดประโยชน์ในชีวิตจริงได้ ดังนั้นครูควรตระหนักถึงความสำคัญของความรู้เชิงมโนทัศน์และความรู้เชิงกระบวนการทางคณิตศาสตร์ เพราะความรู้ทั้งสองนี้ต่างมีบทบาทที่สำคัญต่อการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ การเรียนรู้ความรู้ทั้งสองประเภทอย่างสัมพันธ์กันจะทำให้นักเรียนเรียนรู้คณิตศาสตร์อย่างมีความหมาย และเกิดความรู้ความชำนาญด้านวิธีการจนสามารถนำคณิตศาสตร์ไปประยุกต์ใช้ได้ (บุญเลี้ยง ทุมทอง, 2554, pp. 49-50)

การเรียนรู้มโนทัศน์สิ่งใดสิ่งหนึ่งนั้น ครูสามารถออกแบบการเรียนการสอนที่สนับสนุนให้นักเรียนได้ฝึกการจำแนกองค์ความรู้ โดยมีสื่อการสอนที่ส่งเสริมให้นักเรียนได้ศึกษาเกณฑ์คุณสมบัติเฉาะของบทนิยาม นำไปสู่สามารถอธิบายความหมายได้ (Joyce & Bruce, 2015, pp. 161-178) ครูควรสอนความรู้เชิงมโนทัศน์ก่อนแล้วจึงสอนความรู้เชิงกระบวนการจะทำให้นักเรียนเรียนรู้ได้ดีขึ้น (บุญเลี้ยง ทุมทอง, 2554, pp. 49-50) โดยแนวทางการพัฒนาความรู้ทั้งสองประเภทครูควรเปิดโอกาสให้นักเรียนได้สำรวจปัญหา สอนการแก้ปัญหาด้วยกระบวนการที่หลากหลาย และอธิบายกระบวนการแก้ปัญหาด้วยตนเอง (Rittle-Johnson & Schneider 2015, pp. 1127-1128) ครูสามารถใช้เทคโนโลยีช่วยเสริมสร้างประสบการณ์การเรียนรู้ประกอบการจัดการเรียนรู้ ช่วยให้นักเรียนสำรวจลักษณะของข้อมูล สรุปออกมาเป็นข้อความคาดการณ์ สามารถสรุปความเข้าใจก่อนที่จะกล่าวถึงบทนิยาม หรือทฤษฎีบท (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี(สสวท.), 2555, p. 110)

ปัจจุบันเทคโนโลยีได้เข้ามามีบทบาทต่อการจัดการเรียนรู้เป็นอย่างมาก การนำเทคโนโลยีมาใช้ในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ได้ถูกกำหนดไว้ในหลักสูตรคณิตศาสตร์โดยให้มีการนำมาใช้ตามความเหมาะสมของเนื้อหาและระดับช่วงชั้น ซึ่งการใช้เทคโนโลยีส่งผลในทางบวกช่วยให้นักเรียนมีเจตคติที่ดีต่อการเรียนคณิตศาสตร์ และมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนที่สูงขึ้น แนวทางในการใช้สื่อเทคโนโลยีในการจัดการเรียนรู้เพื่อเสริมสร้างความรู้เชิงมโนทัศน์ควบคู่กับความรู้เชิงกระบวนการทางคณิตศาสตร์ได้ 4 แนวทาง ได้แก่ 1) การใช้สื่อเทคโนโลยีสร้างมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ครูสามารถจัดประสบการณ์การเรียนรู้ให้นักเรียนใช้สื่อเทคโนโลยีในการเรียนคณิตศาสตร์เพื่อให้นักเรียนได้สำรวจและสรุปความเข้าใจ 2) การใช้สื่อเทคโนโลยีในการฝึกทักษะและพัฒนาการเรียนรู้ สร้างความเข้าใจในเนื้อหาที่ซับซ้อน ช่วยสรุปมโนทัศน์ และช่วยฝึกทักษะการคำนวณ สื่อเทคโนโลยีสามารถแสดงคำตอบและผลการประเมินให้นักเรียนทราบได้ทันที 3) การใช้สื่อเทคโนโลยีในการแก้ปัญหา ช่วยเชื่อมโยงมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์กับการแก้ปัญหาในบริบทต่าง ๆ ได้หลากหลายและซับซ้อนขึ้น 4) การใช้สื่อเทคโนโลยีในการในการนำเสนอ ครูสามารถใช้เพื่อนำเสนอเนื้อหาเป็นลำดับขั้นตอน แสดงแนวคิดเชื่อมโยงในลักษณะหลายมิติ ทำให้นักเรียนมองเห็นแนวคิด ความสัมพันธ์ของเนื้อหา และสรุปเป็นมโนทัศน์ได้ง่ายและชัดเจน (สสวท., 2555, pp. 110-112)

โปรแกรมคอมพิวเตอร์เป็นสื่อเทคโนโลยีประเภทหนึ่งที่ได้มีการนำมาใช้ในการจัดการเรียนรู้ โดยโปรแกรมคอมพิวเตอร์ส่วนใหญ่นักเรียนจะต้องเรียนภาษาของโปรแกรมเหล่านั้นก่อนจึงจะสามารถใช้งานโปรแกรมซึ่งต้องใช้เวลาอย่างมาก ต่างกับโปรแกรม Microsoft Excel ซึ่งนักเรียนสามารถนำมาใช้แก้ปัญหาได้ง่ายขึ้น โดยโปรแกรม Microsoft Excel สามารถสร้างตารางเขียนกราฟ หาปริพันธ์ของฟังก์ชันตามกฎของซิมป์สัน คำนวณเมทริกซ์ของเกาส์ จอร์แดน คำนวณเมทริกซ์ผกผันในการแก้ระบบสมการเชิงเส้น โปรแกรม Microsoft Excel เป็นเครื่องมือช่วยในการจัดการเรียนรู้ที่เน้นนักเรียนเป็นศูนย์กลางได้หลากหลายวิธี เช่น การจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาปลายเปิด การใช้ปัญหาเป็นฐาน การสร้างความรู้ด้วยตนเอง การสืบสวนสอบสวน การค้นพบ เป็นต้น ซึ่งการจัดการเรียนรู้ข้างต้นช่วยส่งเสริมความรู้เชิงมโนทัศน์เกี่ยวกับพีชคณิต นอกจากนี้ยังเป็นเครื่องมือช่วยคำนวณ ช่วยแก้สมการ สร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ ตรวจสอบผลลัพธ์ รวมถึงสามารถแสดงผลการคำนวณ สูตร กราฟ ในหน้าจอคอมพิวเตอร์พร้อมกัน ทำให้อำนวยความสะดวกในการจัดการเรียนรู้แก่นักเรียนจำนวนมากในเวลาเดียวกัน โดยไม่จำเป็นต้องเรียนรู้ภาษาในโปรแกรม (Hsiao, 1985, pp. 705-713); (Beare, 1993, pp. 117-124)

จากการสัมภาษณ์ครูเกี่ยวกับการจัดการเรียนรู้เรื่องเมทริกซ์ พบว่านักเรียนประสบปัญหาหลักในสองส่วน ส่วนแรกนักเรียนมีความรู้เชิงมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในหลายหัวข้อ ประกอบด้วย บทนิยามของเมทริกซ์ องค์ประกอบของเมทริกซ์ ทฤษฎีบทเกี่ยวกับการคูณของเมทริกซ์ และทฤษฎีบทเกี่ยวกับดีเทอร์มิแนนต์ของเมทริกซ์ ส่วนที่สองนักเรียนประสบปัญหาด้านความรู้เชิงกระบวนการในบางหัวข้อ เช่น การคูณเมทริกซ์ การคำนวณหาตัวผกผันการคูณของเมทริกซ์ การใช้กฎของคราเมอร์ และการดำเนินการตามแถว ซึ่งนักเรียนมักจะลืมกระบวนการหรือคำนวณผิดพลาดเป็นจำนวนมาก (ฐิติชญาณ์ วงศ์ทั้งน้อย, 2561: สัมภาษณ์) ผู้วิจัยจึงมีความสนใจศึกษาและออกแบบแผนการจัดการเรียนรู้ เรื่อง เมทริกซ์ ร่วมกับการใช้โปรแกรม Microsoft Excel เพื่อส่งเสริมให้นักเรียนได้ศึกษาและสำรวจ นำไปสู่การสร้างมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ด้วยตนเอง อีกทั้งใช้โปรแกรมช่วยในการตรวจสอบกระบวนการที่ผิดพลาด ช่วยให้นักเรียนตระหนักถึงข้อผิดพลาดของตนเอง ทำให้นักเรียนเกิดความรู้เชิงกระบวนการ การศึกษาความรู้เชิงมโนทัศน์และความรู้เชิงกระบวนการ เรื่อง เมทริกซ์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ผ่านการจัดการเรียนรู้โดยใช้โปรแกรม Microsoft Excel จะเป็นแนวทางในการจัดการเรียนรู้ เรื่อง เมทริกซ์ โดยใช้เทคโนโลยีประกอบการจัดการเรียนรู้ และเป็นแนวทางในการจัดการเรียนรู้ที่ส่งเสริมให้เกิดความรู้เชิงมโนทัศน์และความรู้เชิงกระบวนการสำหรับวงการศึกษาต่อไป

ความมุ่งหมายของการวิจัย

ในการวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยมีความมุ่งหมายเพื่อ

1. ศึกษาความรู้เชิงมโนทัศน์ เรื่อง เมทริกซ์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 หลังการจัดการเรียนรู้ โดยใช้โปรแกรม Microsoft Excel

2. ศึกษาความรู้เชิงกระบวนการ เรื่อง เมทริกซ์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 หลังการจัดการเรียนรู้ โดยใช้โปรแกรม Microsoft Excel

ความสำคัญของการวิจัย

1. เป็นแนวทางสำหรับครูคณิตศาสตร์ในการจัดการเรียนรู้ เรื่อง เมทริกซ์ โดยใช้โปรแกรม Microsoft Excel ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

2. เป็นแนวทางสำหรับครูคณิตศาสตร์ในการจัดการเรียนรู้เพื่อเสริมสร้างความรู้เชิงมโนทัศน์และความรู้เชิงกระบวนการ เรื่อง เมทริกซ์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

3. เป็นแนวทางในการนำโปรแกรม Microsoft Excel มาใช้ในการจัดการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์

ขอบเขตของการวิจัย

ประชากรที่ใช้ในการวิจัย

คือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 แผนการเรียนวิทยาศาสตร์และคณิตศาสตร์ โรงเรียนบดินทรเดชา (สิงห์ สิงหเสนี) แขวงพลับพลา เขตวังทองหลาง กรุงเทพมหานคร

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัย

คือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 แผนการเรียนวิทยาศาสตร์และคณิตศาสตร์ โรงเรียนบดินทรเดชา (สิงห์ สิงหเสนี) แขวงพลับพลา เขตวังทองหลาง กรุงเทพฯ ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2563 จำนวน 1 ห้องเรียน 45 คน โดยได้จากการสุ่มแบบกลุ่ม (Cluster random sampling) โดยมีห้องเรียนเป็นหน่วยการสุ่ม จากทั้งหมด 6 ห้องเรียน จับฉลากเลือกมา 1 ห้องเรียนเป็นกลุ่มตัวอย่าง ซึ่งโรงเรียนได้จัดห้องเรียนแบบคละความสามารถของนักเรียน

ระยะเวลาที่ใช้ในการวิจัย

เนื้อหาคณิตศาสตร์ เรื่องเมทริกซ์

การวิจัยในครั้งนี้ได้ทำการทดลองจำนวน 10 คาบ คาบละ 50 นาที ใช้เวลาในการทำแบบทดสอบวัดความรู้เชิงมโนทัศน์ 50 นาที และเวลาในการทดสอบวัดความรู้เชิงกระบวนการ 50 นาที โดยใช้เวลาเรียนปกติ ในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2563

เนื้อหาที่ใช้ในการวิจัย

ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐานพุทธศักราช 2551 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) กลุ่มสาระการเรียนรู้ คณิตศาสตร์ สาระการเรียนรู้เพิ่มเติม

ตัวแปรที่จะศึกษา

1. ตัวแปรอิสระ แบ่งเป็นดังนี้

 1.1 การจัดการเรียนรู้ เรื่อง เมทริกซ์ โดยใช้โปรแกรม Microsoft Excel

2. ตัวแปรตาม ได้แก่

 2.1 ความรู้เชิงมโนทัศน์ เรื่อง เมทริกซ์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

 2.2 ความรู้เชิงกระบวนการ เรื่อง เมทริกซ์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

นิยามศัพท์เฉพาะ

1. ความรู้เชิงมโนทัศน์ เรื่อง เมทริกซ์ หมายถึง ความรู้เกี่ยวกับความหมายและโครงสร้างทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เมทริกซ์ ซึ่งประกอบด้วย บทนิยาม ทฤษฎีบท กฎ สูตร และสมบัติต่าง ๆ รวมถึงความรู้ในการนำบทนิยาม ทฤษฎีบท และสมบัติต่าง ๆ มาใช้อธิบายความหมายของการ

ดำเนินการทางคณิตศาสตร์แต่ละขั้นตอน และความสามารถในการจำแนกสิ่งที่มีลักษณะตามความหมายเชิงรูปธรรมและนามธรรมได้ ซึ่งสามารถประเมินผลได้จากแบบทดสอบความรู้เชิงมโนทัศน์ เรื่อง เมทริกซ์ ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น

2. ความรู้เชิงกระบวนการ เรื่อง เมทริกซ์ หมายถึง ความรู้เกี่ยวกับการดำเนินการตามลำดับขั้นตอน การคำนวณ และการใช้สูตร ในการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เมทริกซ์ เพื่อหาคำตอบหรือผลลัพธ์ โดยไม่จำเป็นต้องเข้าใจความหมายหรือเหตุผลของสิ่งที่ทำ ซึ่งสามารถประเมินผลได้จากแบบทดสอบความรู้เชิงกระบวนการ เรื่อง เมทริกซ์ ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น

4. การจัดการเรียนรู้ เรื่อง เมทริกซ์ โดยใช้โปรแกรม Microsoft Excel หมายถึง การจัดการเรียนรู้ที่ครูมีบทบาทเป็นผู้ออกแบบแฟ้มคำสั่งโปรแกรม Microsoft Excel กับใบกิจกรรมเพื่อส่งเสริมให้นักเรียนได้เกิดการเรียนรู้ความรู้เชิงมโนทัศน์ หรือความรู้เชิงกระบวนการ เรื่อง เมทริกซ์ ด้วยตนเอง โดยมีขั้นตอนซึ่งปรับมาจากการจัดการเรียนรู้ของ Joyce, Weil, และ Calhoun (2003, pp. 161-178) 6 ขั้นตอน ดังนี้

ขั้นที่ 1 ครูจัดเตรียมสื่อการเรียนรู้ที่สนับสนุนให้นักเรียนศึกษาความรู้ด้วยตนเอง ประกอบด้วย แฟ้มคำสั่งในโปรแกรม Microsoft Excel และใบกิจกรรมการเรียนรู้

ขั้นที่ 2 ครูอธิบายวิธีการศึกษาความรู้ด้วยตนเองผ่านโปรแกรม Microsoft Excel ควบคู่กับใบกิจกรรม

ขั้นที่ 3 นักเรียนดำเนินการสำรวจข้อมูล ศึกษาความรู้เชิงมโนทัศน์หรือความรู้เชิงกระบวนการด้วยตนเอง ผ่านโปรแกรม Microsoft Excel โดยมีคำถามชี้นำการสำรวจจากใบกิจกรรม

ขั้นที่ 4 ครูให้นักเรียนบอกความรู้ความรู้เชิงมโนทัศน์หรือความรู้เชิงกระบวนการที่นักเรียนได้จากกิจกรรมที่ผ่านมา

ขั้นที่ 5 นักเรียนสรุปผลจากการศึกษาด้วยตนเอง

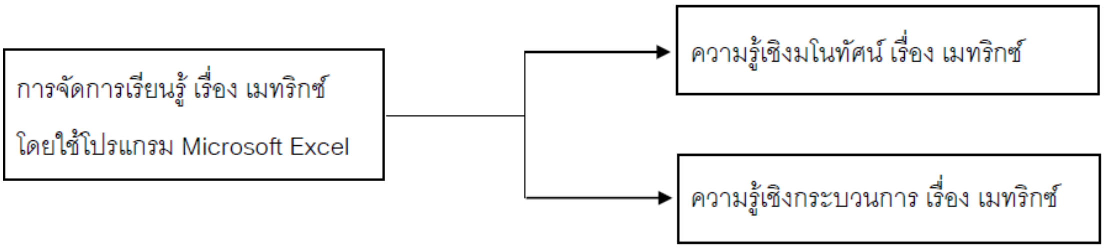
ขั้นที่ 6 ครูสรุปความรู้เชิงมโนทัศน์หรือความรู้เชิงกระบวนการจากใบความรู้และใบกิจกรรม และตอบคำถามนักเรียน

4. เกณฑ์ หมายถึง คะแนนขั้นต่ำที่ผู้วิจัยกำหนด โดยถ้านักเรียนมีคะแนนมากกว่า หรือเท่ากับคะแนนขั้นต่ำที่กำหนดไว้ถือว่านักเรียนผู้นั้นผ่านเกณฑ์ โดยมีรายละเอียดดังต่อไปนี้

3.1 การประเมินความรู้เชิงมโนทัศน์ เรื่อง เมทริกซ์ ถ้านักเรียนทำคะแนนแบบทดสอบวัดความรู้เชิงมโนทัศน์ เรื่อง เมทริกซ์ ได้ไม่น้อยกว่าร้อยละ 60 ของคะแนนเต็ม ให้ถือว่านักเรียนผ่านเกณฑ์

3.2 การประเมินความรู้เชิงกระบวนการ เรื่อง เมทริกซ์ ถ้านักเรียนทำคะแนนแบบทดสอบวัดความรู้เชิงกระบวนการ เรื่อง เมทริกซ์ ได้ไม่น้อยกว่าร้อยละ 60 ขึ้นไปของคะแนนเต็ม ให้ถือว่านักเรียนผ่านเกณฑ์

กรอบแนวคิดการวิจัย



ภาพประกอบ 1 กรอบแนวคิดการวิจัย

สมมติฐานการวิจัย

1. นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่เรียนด้วยการจัดการเรียนรู้ โดยใช้โปรแกรม Microsoft Excel สามารถผ่านเกณฑ์การทดสอบความรู้เชิงมโนทัศน์ เรื่อง เมทริกซ์ ได้ไม่น้อยกว่าร้อยละ 60 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด

2. นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่เรียนด้วยการจัดการเรียนรู้ โดยใช้โปรแกรม Microsoft Excel สามารถผ่านเกณฑ์การทดสอบความรู้เชิงกระบวนการ เรื่อง เมทริกซ์ ได้ไม่น้อยกว่าร้อยละ 60 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด

บทที่ 2
เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยได้ทำการศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง โดยนำเสนอตามหัวข้อต่อไปนี้

1. เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับโปรแกรม Microsoft Excel

1.1 ข้อดีของการนำโปรแกรม Microsoft Excel ไปใช้ในการจัดการเรียนรู้

1.2 ข้อจำกัดและข้อควรคำนึงถึงของการนำโปรแกรม Microsoft Excel ไปใช้ในการจัดการเรียนรู้

1.3 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการนำโปรแกรม Microsoft Excel ไปใช้ในการจัดการเรียนรู้

2. เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับความรู้เชิงมโนทัศน์และความรู้เชิงกระบวนการทางคณิตศาสตร์

2.1 ความหมายของความรู้เชิงมโนทัศน์และความรู้เชิงกระบวนการทางคณิตศาสตร์

2.2 ความสัมพันธ์ระหว่างความรู้เชิงมโนทัศน์กับความรู้เชิงกระบวนการทางคณิตศาสตร์

2.3 แนวทางการพัฒนาความรู้เชิงมโนทัศน์และความรู้เชิงกระบวนการทางคณิตศาสตร์

2.4 แนวทางการวัดความรู้เชิงมโนทัศน์และการวัดความรู้เชิงกระบวนการทางคณิตศาสตร์

2.5 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับความรู้เชิงมโนทัศน์และการวัดความรู้เชิงกระบวนการทางคณิตศาสตร์

1. เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับโปรแกรม Microsoft Excel

สเปรดชีตเป็นโปรแกรมคอมพิวเตอร์ที่เปิดตัวครั้งแรกในปี พ.ศ. 2522 ในรูปแบบของ VisiCalc เป็นโปรแกรมที่ออกแบบมาเพื่อช่วยงานบัญชี ต่อมาความหลากหลายของแอปพลิเคชันในสเปรดชีตก็เพิ่มขึ้นอย่างต่อเนื่องในเชิงวิชาการ วารสาร และกลายมาเป็นเครื่องมือสำคัญสำหรับการจัดการเรียนรู้ สามารถแสดงผลลัพธ์ทางหน้าจออัตโนมัติ พัฒนาควบคู่กับฟังก์ชันต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ โดยสเปรดชีตที่ได้รับความนิยมที่สุดคือโปรแกรม Microsoft Excel

1.1 ข้อดีของการนำโปรแกรม Microsoft Excel ไปใช้ในการจัดการเรียนรู้

มีนักการศึกษาหลายท่านได้กล่าวถึงการนำโปรแกรม Microsoft Excel ไปใช้ในการจัดการเรียนรู้ ดังนี้

Hsiao (1985, pp. 705-713) กล่าวว่า โปรแกรมคอมพิวเตอร์มีประโยชน์อย่างมากต่อวงการการศึกษาแต่มีข้อเสียคือ ก่อนที่นักเรียนจะใช้ประโยชน์จากโปรแกรมเหล่านั้น นักเรียนจะต้องเรียนภาษาของโปรแกรมเหล่านั้นก่อนซึ่งต้องใช้เวลาอย่างมาก ต่างกับโปรแกรม Microsoft Excel ที่อนุญาตให้นักเรียนใช้แก้ปัญหาได้ง่ายขึ้น อีกทั้งโปรแกรม Microsoft Excel เป็นเครื่องมือที่สามารถใช้ประโยชน์ได้หลากหลาย เช่น การสร้างตาราง การวาดกราฟ และการหาปริพันธ์ของฟังก์ชันตามกฎของซิมป์สัน การคำนวณเมทริกซ์ตามวิธีของของเกาส์ จอร์แดน การหาเมทริกซ์ผกผันในการแก้ระบบสมการเชิงเส้น นอกจากนี้โปรแกรม Microsoft Excel ยังสามารถประยุกต์ใช้กับคณิตศาสตร์ในหลายหัวข้อ ซึ่งมีประโยชน์อย่างมากต่อการนำมาจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ โดยมีข้อสังเกตที่น่าสนใจ ดังนี้

1. โปรแกรม Microsoft Excel อยู่ตรงกลางระหว่างโปรแกรมที่ต้องใช้การเขียนโค้ดที่ต้องใช้เวลาและความซับซ้อนในการทำความเข้าใจยากต่อการประยุกต์ใช้ในการจัดการเรียนรู้ กับโปรแกรมชุดการสอนสำเร็จรูปที่จะทำให้นักเรียนไม่สามารถลงมือสร้าง หรือประยุกต์ใช้ความรู้ ดังนั้น โปรแกรม Microsoft Excel จึงเป็นเครื่องมือที่เหมาะสมที่สุดในการประยุกต์ใช้จัดการเรียนรู้

2. การสับเปลี่ยนแถวเป็นหลักหรือหลักเป็นแถว กราฟเส้นถดถอย กราฟของการกระจาย กราฟสามมิติ การแก้ปัญหาต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ล้วนมีในโปรแกรม Microsoft Excel

Beare (1993, pp. 117-124) กล่าวว่า โปรแกรม Microsoft Excel มีประโยชน์ในการจัดการเรียนรู้หลายประการ ประการแรกโปรแกรม Microsoft Excel เป็นตัวช่วยในการจัดการเรียนรู้ได้หลากหลายวิธี ประกอบด้วย การจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาปลายเปิด การใช้ปัญหาเป็นฐาน การสร้างความรู้ด้วยตนเอง การสืบสวนสอบสวน การค้นพบ และ การมุ่งเน้นนักเรียนเป็นศูนย์กลาง ประการที่สองโปรแกรม Microsoft Excel สามารถช่วยในส่งเสริมการเรียนรู้ความรู้เชิงมโนทัศน์เกี่ยวกับพีชคณิต ช่วยให้นักเรียนมีสมาธิกับปัญหาทางคณิตศาสตร์มากกว่าปัญหาใน

การใช้โปรแกรม โปรแกรม Microsoft Excel สามารถเป็นตัวช่วยคำนวณเบื้องต้น ช่วยวิเคราะห์และดำเนินการเกี่ยวกับข้อมูล สำรวจข้อมูล เป็นฐานข้อมูล แก้สมการ สร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ และตรวจสอบผลลัพธ์ ประการที่สามโปรแกรม Microsoft Excel มีความสามารถตอบสนองผู้ใช้งานในการเปลี่ยนแปลงข้อมูล การเปลี่ยนแปลงสูตร แสดงผลการคำนวณ สูตร กราฟ บนหน้าจอคอมพิวเตอร์พร้อมกัน สามารถใช้สอนนักเรียนจำนวนมากพร้อมกัน สามารถแก้ปัญหาที่ซับซ้อน และจัดการกับข้อมูลจำนวนมากโดยไม่จำเป็นต้องเขียนโปรแกรมใด ๆ

Soper & Lee (1994, pp. 245-253) กล่าวว่า โปรแกรม Microsoft Excel มีความสามารถที่หลากหลายเหมาะสมกับการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ประกอบด้วยความสามารถในการคำนวณทางคณิตศาสตร์ การเขียนสูตรฟังก์ชัน และการเขียนกราฟ สามารถใช้งานได้ง่าย ช่วยเสริมสร้างความเข้าใจในกระบวนการทางคณิตศาสตร์เนื่องจากโปรแกรมสามารถแสดงการดำเนินการแต่ละขั้นตอนได้ และเสริมสร้างความสามารถในการใช้คอมพิวเตอร์พื้นฐานที่เป็นประโยชน์ในวงการธุรกิจ

Steward (1994, pp. 239-243) กล่าวว่า โปรแกรม Microsoft Excel ใช้งานได้ง่ายกว่า และเร็วกว่าการเขียนโปรแกรมคอมพิวเตอร์อื่น โปรแกรมที่ได้จากการเขียนโปรแกรมส่วนมากจะปกปิดกระบวนการทางคณิตศาสตร์ที่ซ่อนอยู่ทำให้นักเรียนไม่ทราบกระบวนการทางคณิตศาสตร์ แตกต่างจากโปรแกรม Microsoft Excel ที่เปิดเผยข้อมูล และวิธีการคำนวณอยู่ตลอดเวลา

Martin (2000, pp. 1399-1408) นำโปรแกรม Microsoft Excel ไปใช้ในการสอนวิชาการวิจัยดำเนินการ (Operation Research) กล่าวว่า โปรแกรม Microsoft Excel เป็นระบบปฏิบัติการที่นักเรียนสามารถเขียนโปรแกรมได้ ใช้เพียงโปรแกรมเดียวก็เพียงพอต่อการแก้ปัญหาวิจัยดำเนินการขั้นพื้นฐาน หากเป้าหมายในการจัดการเรียนรู้ไม่ใช่เพื่อพัฒนาภาษาการเขียนโปรแกรม แต่เพื่อให้นักเรียนบรรลุการทำความเข้าใจมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ โปรแกรม Microsoft Excel เป็นโปรแกรมที่เหมาะสมที่สุด

Souza & Wood (2001, pp. 261-270) กล่าวว่า การนำโปรแกรม Microsoft Excel มาสอนคณิตศาสตร์ช่วยเพิ่มโอกาสในการจัดการเรียนรู้ ในเอกสารหลักสูตรนานาชาติชี้ให้เห็นว่าโปรแกรมเป็นเครื่องมือที่ช่วยในการสนับสนุน และนำเสนอมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ โดยโปรแกรมจะเปิดโอกาสให้นักเรียนได้สำรวจคณิตศาสตร์ มีการโต้ตอบกันระหว่างนักเรียนกับเทคโนโลยีมากกว่าการเรียนแบบปกติ จึงเหมาะสำหรับการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือซึ่งก่อให้เกิด

สภาพแวดล้อมในการจัดการเรียนรู้ที่สมบูรณ์ ส่งเสริมการสำรวจ และการตรวจสอบของนักเรียน จากการศึกษาเจตคติของนักเรียนต่อการใช้โปรแกรมพบว่านักเรียนมีเจตคติที่ดีต่อการเรียน

Sugden (2001, pp. 133-140) กล่าวว่า โปรแกรม Microsoft Excel สามารถช่วยนักเรียนให้เกิดมโนทัศน์ที่ชัดเจนขึ้นในเรื่อง ความสัมพันธ์เวียนเกิด ดังตัวอย่าง $a_n = 1.01a_{n-1} + 500$ เราสามารถใส่คำสั่ง $=1.01*B2+500$ แทน จากนั้นเมาส์กดที่มุมขวาล่างแล้วลากไปทางขวา โปรแกรมจะทำการแสดงผลของลำดับที่เราตั้งขึ้นอัตโนมัติ ช่วยให้นักเรียนเข้าใจความสัมพันธ์เวียนเกิดมากขึ้น จากผลสำรวจความคิดเห็นของนักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ผ่าน โปรแกรม Microsoft Excel พบว่า นักเรียนคิดว่าการใช้โปรแกรมช่วยให้เข้าใจมโนทัศน์มากขึ้น พบหลักการของสิ่งที่ทำ ช่วยตรวจคำตอบ ตีความลำดับได้ง่ายและเร็วขึ้น และไม่มีนักเรียนคนใดตอบสนองทางลบเลย

Haspekian (2005, pp. 109-114) กล่าวว่า โปรแกรม Microsoft Excel มีตารางเหมาะกับการแสดงผลการคำนวณเลขคณิต ในขณะที่หลักการคำนวณของโปรแกรมเน้นที่พื้นฐานสูตร และมโนทัศน์ทางพีชคณิต สามารถนำไปจัดการเรียนรู้ให้นักเรียนค้นหาความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูล ทดลอง สร้างข้อคาดการณ์ และตรวจสอบข้อผิดพลาด โดยโปรแกรมสามารถใส่ข้อมูล และแสดงผลข้อมูลได้อย่างหลากหลาย ประกอบด้วย

1. ใส่คำอธิบายทั่วไป เพื่ออธิบายความหมายของแต่ละขั้นตอนของการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ หรือบอกค่าของจำนวนที่อยู่ช่องถัดไป

2. ใส่จำนวนจริงลงไปในเซลล์ เพื่อแสดงถึงการบันทึกค่าของข้อมูล หรือผลลัพธ์การคำนวณ

3. ใส่กราฟิก เช่น การนำเสนอข้อมูลด้วยกราฟ

4. ใส่เงื่อนไขพิเศษ เช่น การกำหนดตัวแปร การดึงค่าข้อมูลจากเซลล์อื่น สามารถใช้ในการแก้ปัญหาด้วยวิธีการลองผิด ลองถูก

จากการศึกษาการนำโปรแกรม Microsoft Excel มาประยุกต์ใช้ในการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์พบว่า โปรแกรม Microsoft Excel เป็นโปรแกรมที่ประโยชน์อย่างมากในการจัดการเรียนรู้เพื่อใหเกิดความรู้เชิงมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ สามารถใช้งานได้ง่ายกว่าโปรแกรมคอมพิวเตอร์ที่ต้องอาศัยความสามารถในการเขียนโปรแกรม และมีความยืดหยุ่นในการใช้งานมากกว่าสื่อการสอนสำเร็จรูป เปิดกว้างให้นักเรียนสามารถออกแบบ ทดลอง และสำรวจ นอกจากนี้โปรแกรม Microsoft Excel สามารถเสริมสร้างความรู้เชิงกระบวนการ เนื่องจากการคำนวณแต่ละขั้นตอนได้ผ่านการนำเสนอในตารางของโปรแกรม และแถบฟังก์ชันมิได้ซ่อนอยู่

ภายในแล้วแสดงเพียงผลลัพธ์เหมือนโปรแกรมคอมพิวเตอร์อื่น ๆ อีกทั้งเป็นตัวช่วยในการตรวจคำตอบผลลัพธ์จากการคำนวณ

1.2 ข้อจำกัดและข้อควรคำนึงถึงของการนำโปรแกรม Microsoft Excel ไปใช้ในการจัดการเรียนรู้

มีนักการศึกษาหลายท่านได้กล่าวถึงข้อจำกัดและข้อควรคำนึงถึงในการนำโปรแกรม Microsoft Excel ไปใช้ในการจัดการเรียนรู้ ดังนี้

Panko & Sprague (1998, pp. 337-353) กล่าวว่าการให้นักเรียนสร้างตัวแบบทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหาโดยใช้โปรแกรม Microsoft Excel พบข้อผิดพลาด 3 ด้าน ประกอบด้วย

1. ข้อผิดพลาดจากการละเลย คือ การที่นักเรียนใส่ข้อมูลสำคัญของปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ได้รับลงไปในโปรแกรม Microsoft Excel ไม่ครบ

2. ข้อผิดพลาดเชิงตรรกะ คือ การใช้ขั้นตอนวิธีที่ไม่ถูกต้องหรือมีขั้นตอนที่ผิดพลาดในขั้นตอนวิธี

3. ข้อผิดพลาดเชิงกล คือ การพิมพ์พิมพ์ผิดหรือการดึงข้อมูลจากเซลล์ผิดที่นักเรียนส่วนใหญ่มองว่างานที่ได้รับมอบหมายให้แก้ปัญหาโดยใช้ โปรแกรม Microsoft Excel เป็นงานที่ง่าย แต่ตัวแบบทางคณิตศาสตร์ที่นักเรียนสร้างผ่านโปรแกรมยังมีข้อผิดพลาดสูง

Sugden (2001, pp. 133-140) กล่าวว่า ในการนำโปรแกรม Microsoft Excel มาประกอบการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์พบข้อควรระวัง 3 ข้อ ดังนี้

1. นักเรียนบางคนประสบปัญหาในการใส่คำสั่งการคำนวณพื้นฐานลงในโปรแกรม Microsoft Excel ตัวอย่าง เช่น ก่อนที่จะให้โปรแกรมคำนวณต้องใส่เครื่องหมายเท่ากับ (“=”) ก่อน

2. นักเรียนส่วนใหญ่ประสบปัญหาในการประยุกต์ใช้โปรแกรม Microsoft Excel แก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

3. นักเรียนบางคนยังรู้สึกว่าความรู้เชิงมโนทัศน์ เรื่อง ความสัมพันธ์เวียนเกิดเป็นเรื่องยาก แม้จะใช้โปรแกรม Microsoft Excel

Baker & Sugden (2003, pp. 8-9) กล่าวว่า โปรแกรม Microsoft Excel ไม่เหมาะกับการนำไปใช้สอนเนื้อหาสถิติในบางหัวข้อ เนื่องจากบางฟังก์ชันทางสถิติของโปรแกรม Microsoft Excel ขาดความเที่ยงตรง ขั้นตอนวิธีของฟังก์ชันทางสถิติบางฟังก์ชันไม่ตรงกับหลักการหรือนิยามทางคณิตศาสตร์อย่างสมบูรณ์ ตัวอย่างเช่น ค่าฐานนิยม คำสั่งฐานนิยมของโปรแกรม Microsoft Excel จะคำนวณได้เพียงค่าเดียว และจะเลือกข้อมูลที่มีจำนวนสมาชิกซ้ำกัน

มากที่สุดที่พบลำดับแรกเป็นฐานนิยม ตัวอย่าง เช่น 2, 1, 5, 5, 2, 3, 4, 1 โปรแกรมจะคำนวณฐานนิยมเป็น 2 ในขณะที่ชุดข้อมูลเดียวกัน แต่เรียงลำดับต่างกัน เช่น 1, 2, 5, 1, 5, 3, 4 โปรแกรมจะคำนวณฐานนิยมเป็น 1

Haspekian (2005, pp. 109-114) กล่าวว่า โปรแกรม Microsoft Excel อาจทำให้เกิดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับเครื่องหมายเท่ากับ ("=") เนื่องจากในทางคณิตศาสตร์เครื่องหมายเท่ากับแสดงการเท่ากันของจำนวน แต่ในโปรแกรม Microsoft Excel เครื่องหมายเท่ากับมีสองความหมาย ความหมายแรกเครื่องหมายเท่ากับจะใส่ก่อนใส่คำสั่งการคำนวณทางคณิตศาสตร์ เช่น "= 2 + 3" โปรแกรมจะแสดงผลเป็น 5 ซึ่งมีความหมายของเครื่องหมายเท่ากับของหลักคณิตศาสตร์ ความหมายที่สองจะมีความหมายตรงกับหลักคณิตศาสตร์ เช่น "IF(a=b, ,)"

จุฑามาศ บัวทอง (2555, p. 56) กล่าวถึง ข้อควรคำนึงถึงการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้โปรแกรม Microsoft Excel ว่า นักเรียนบางส่วนพิมพ์ไม่ค่อยคล่องทำให้ตามเพื่อนไม่ทัน ครูสามารถแก้ปัญหาได้โดยให้นักเรียนที่ใช้คอมพิวเตอร์ได้ดีทำโจทย์ได้ทันเวลาไปช่วยเพื่อนนักเรียนที่ทำไม่ทัน ในกรณีที่มีนักเรียนในชั้นมากกว่า 30 คน ครูควรมีผู้ช่วยในการจัดการเรียนรู้เพื่อเข้าไปช่วยเหลือนักเรียนที่ติดปัญหารายบุคคล จะทำให้การจัดการเรียนรู้ราบรื่นมากขึ้น

จากการศึกษาข้อจำกัดและข้อควรคำนึงถึงของการนำโปรแกรม Microsoft Excel ไปใช้ในการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์พบว่า มีสามส่วนหลักที่ต้องคำนึงถึงและเตรียมการรับมือ ส่วนแรกคือความสามารถในการใช้คอมพิวเตอร์ ถ้านักเรียนพิมพ์ช้าอาจส่งผลต่อการตามเพื่อนร่วมชั้นเรียนไม่ทัน ส่วนที่สองคือข้อผิดพลาดในการเขียนคำสั่งฟังก์ชันลงในเซลล์จำเป็นต้องใส่เครื่องหมายเท่ากับก่อนใส่ฟังก์ชันการคำนวณ รวมถึงการใส่สูตรคำนวณไม่ถูกต้อง ส่วนที่สามคือข้อผิดพลาดเชิงรายละเอียดประกอบด้วย การพิมพ์ผิด การใส่ข้อมูลผิด การดึงข้อมูลผิด จะส่งผลต่อคำตอบที่ผิดพลาด

1.3 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการนำโปรแกรม Microsoft Excel ไปใช้ในการจัดการเรียนรู้

งานวิจัยต่างประเทศ

D'Souza & Wood (2001, pp. 261-270) ได้ศึกษาการนำคอมพิวเตอร์มาจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือ เรื่อง คณิตศาสตร์การเงิน ผ่านโปรแกรม Microsoft Excel โดยแบ่งนักเรียนออกเป็น 4 กลุ่ม ประกอบด้วย กลุ่มควบคุม 1 กลุ่ม ให้เรียนโดยไม่ใช้โปรแกรม Microsoft Excel และไม่เรียนแบบร่วมมือ กลุ่มทดลอง 3 กลุ่ม กลุ่มแรกครูจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือแต่ไม่ใช้โปรแกรม Microsoft Excel กลุ่มที่สอง ให้นักเรียนเรียนโดยใช้โปรแกรม Microsoft Excel แต่ไม่

เรียนแบบร่วมมือ และกลุ่มสุดท้ายเรียนแบบร่วมมือร่วมกับโปรแกรม Microsoft Excel ผู้วิจัยรวบรวมข้อมูลจาก 3 ส่วน ประกอบด้วย แบบสอบถาม แบบสังเกต และข้อสอบวัดผลการเรียนรู้แบบก่อนเรียนและหลังเรียน โดยผู้วิจัยพบว่า โปรแกรม Microsoft Excel มีผลต่อการเปลี่ยนแปลงแนวทางการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์อย่างมาก

Christensen & Stephens (2003, pp. 881-885) ได้ทำการทดลองเปรียบเทียบผลการจัดการเรียนรู้เรื่องสถิติโดยใช้โปรแกรม Microsoft Excel เทียบกับการสอนปกติ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนปลาย ผลการวิจัยพบว่าผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนกลุ่มทดลองสูงกว่าอย่างไม่มีนัยสำคัญ แต่นักเรียนส่วนใหญ่มีความพึงพอใจต่อการจัดการเรียนรู้สถิติโดยใช้โปรแกรม Microsoft Excel อยู่ในระดับเห็นด้วยมาก

Neurath & Stephens (2006, pp. 721-726) ได้ทำการศึกษาผลลัพธ์ของการใช้โปรแกรม Microsoft Excel ในการจัดการเรียนรู้พีชคณิตสำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนปลาย โดยการเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องพีชคณิตระหว่างกลุ่มทดลองที่ใช้โปรแกรม Microsoft Excel ในการเรียนรู้ กับกลุ่มควบคุมที่เรียนด้วยวิธีปกติ โดยผลสัมฤทธิ์ทางการการเรียนของกลุ่มทดลองสูงกว่าอย่างไม่มีนัยสำคัญ แต่ความแปรปรวนของคะแนนในกลุ่มทดลองต่ำกว่าอย่างมีนัยสำคัญ นักเรียนในกลุ่มทดลองกว่าครึ่งเป็นนักเรียนที่ไม่ประสบความสำเร็จในการเรียนพีชคณิตมาก่อนสามารถทำคะแนนได้ดีขึ้น นักเรียนที่ได้ใช้โปรแกรม Microsoft Excel มีเจตคติที่ดีและสนใจในการเรียนพีชคณิตเพิ่มขึ้น ความคิดเห็นของนักเรียนเป็นไปในทางบวก โดยคิดว่าการเรียนพีชคณิตโดยใช้ Microsoft Excel มีประโยชน์ต่อการทำงานในอนาคต

Benacka (2016, pp. 149-155) ได้ทำการศึกษาการสอนคำนวณพื้นที่ เรื่องปริพันธ์จำกัดเขตในแคลคูลัส โดยใช้โปรแกรมโปรแกรม Microsoft Excel แบ่งบริเวณพื้นที่ใต้กราฟเป็นรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าเพื่อประมาณพื้นที่ใต้กราฟ ส่งเสริมให้นักเรียนได้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ควบคู่กับการใช้เทคโนโลยี และกระตุ้นให้นักเรียนดำเนินการแก้ปัญหาที่ซับซ้อนขึ้น ผลสำรวจพบว่านักเรียนมีความสนใจในการเรียนเพิ่มขึ้น

งานวิจัยในประเทศ

จุฑามาศ บัวทอง (2555, pp. 52-55) ได้สร้างชุดการเรียนการสอน เรื่องคณิตศาสตร์การเงินเบื้องต้น โดยใช้ Microsoft Excel สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 พบว่านักเรียนจำนวนมากกว่าร้อยละ 70 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมดมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องคณิตศาสตร์การเงินเบื้องต้น โดยใช้โปรแกรม Microsoft Excel สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 65 ของคะแนนเต็ม ที่

ระดับนัยสำคัญ .01 และนักเรียนมีเจตคติต่อเนื้อหาคณิตศาสตร์การเงินเบื้องต้นและกิจกรรมการเรียนรู้อยู่ในระดับเห็นด้วยมาก

จากการศึกษางานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการนำโปรแกรม Microsoft Excel ไปประยุกต์ใช้ในการจัดการเรียนรู้พบว่า โปรแกรม Microsoft Excel สามารถเสริมสร้างผลสัมฤทธิ์ทางคณิตศาสตร์ เพิ่มความสนใจในชั้นเรียน สร้างความพึงพอใจ เจตคติที่ดีต่อการเรียนคณิตศาสตร์ และส่งเสริมให้นักเรียนได้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ควบคู่กับการใช้เทคโนโลยี

2. เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับความรู้เชิงมโนทัศน์และความรู้เชิงกระบวนการทางคณิตศาสตร์

ความรู้ทางคณิตศาสตร์ถูกแบ่งออกเป็น 2 ประเภท คือ ความรู้เชิงมโนทัศน์กับความรู้เชิงกระบวนการ โดยมีนักวิจัยได้ให้ความหมาย แนวทางการพัฒนาความรู้ ความสัมพันธ์ระหว่างความรู้ และ แนวทางการวัดผล ดังนี้

2.1 ความหมายของความรู้เชิงมโนทัศน์และความรู้เชิงกระบวนการทางคณิตศาสตร์

ความรู้เชิงมโนทัศน์และความรู้เชิงกระบวนการทางคณิตศาสตร์เป็นความรู้ที่มีความสำคัญ และจำเป็นสำหรับการจัดการเรียนรู้ทางคณิตศาสตร์ มีนักวิจัยได้ให้ความหมายความรู้เชิงมโนทัศน์และความรู้เชิงกระบวนการไว้ ดังนี้

2.1.1 ความหมายของความรู้เชิงมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

ความรู้เชิงมโนทัศน์ มาจากคำว่า Conceptual Knowledge เป็นความรู้ที่มีลักษณะเป็นนามธรรม มีนักวิชาการได้ให้ความหมายความรู้ชนิดนี้ไว้หลายท่าน โดยผู้วิจัยได้ทำการศึกษารวบรวมความหมายของความรู้เชิงมโนทัศน์ไว้ ดังนี้

Bruner, Goodnow, & Austin (1956, p. 25) ได้ให้ความหมายของความรู้เชิงมโนทัศน์ คือ ความรู้ความสามารถในการจัดประเภทหมวดหมู่องค์ความรู้ สามารถบอกเอกลักษณ์ คุณลักษณะเฉพาะ รูปแบบความสัมพันธ์ที่หลากหลายระหว่างบทนิยามกับสมบัติเฉพาะ ทราบว่าสมบัติใดที่สำคัญ และเข้าใจตรรกะขององค์ความรู้นั้น

Heibert & Lefevre (1986, pp. 3-4) นิยามความรู้เชิงมโนทัศน์ คือ ความรู้ที่มีคุณลักษณะเน้นไปที่ความสัมพันธ์ระหว่างความรู้ เป็นโครงข่ายความรู้ของข้อเท็จจริงระหว่างเนื้อหากับทฤษฎี ซึ่งหมายถึงความรู้องค์รวมของเนื้อหานั้นๆ

Byrnes (1991, p. 777) ได้กล่าวถึง ความรู้เชิงมโนทัศน์ว่าเป็นแก่นของแนวคิดหลัก และความสัมพันธ์ของความรู้ที่อยู่ในขอบเขตองค์ความรู้ สามารถเชื่อมโยงความรู้หลาย ๆ ส่วนที่แตกต่างกัน วางแผนลำดับขั้น รวมถึงเข้าใจตัวแบบทางคณิตศาสตร์

De Jong & Ferguson-Hessler (1996, p. 107) นิยามความรู้เชิงมโนทัศน์ คือ ความรู้เกี่ยวกับข้อเท็จจริง แนวคิด และหลักการที่สามารถนำไปประยุกต์ใช้ภายในขอบเขตขององค์ความรู้นั้น ในทางคณิตศาสตร์ คือ บทนิยาม กฎ และทฤษฎีบท

Rittle-Johnson, Siegler, & Alibali (2001, p. 246) ได้ให้ความหมายของความรู้เชิงมโนทัศน์ คือ ความรู้ความเข้าใจโดยนัย หรือโดยชัดแจ้งของหลักการที่ครอบคลุมขอบเขตขององค์ความรู้ และความสัมพันธ์ระหว่างความรู้ย่อยในขอบเขต

Krathwohl (2002, p. 214) ได้ให้ความหมายของความรู้เชิงมโนทัศน์ หมายถึง ความสัมพันธ์ระหว่างองค์ความรู้พื้นฐานภายใต้โครงข่ายความรู้ขนาดใหญ่ที่มีการทำงานเชื่อมโยงกัน แบ่งประเภทย่อยได้ 3 ลักษณะ คือ ความรู้เกี่ยวกับการแบ่งกลุ่มจำแนกประเภท ความรู้เกี่ยวกับหลักการและการสรุปให้อยู่ในรูปทั่วไป และความรู้เกี่ยวกับทฤษฎี ตัวแบบและโครงสร้าง

Pardhan & Mohammad (2005, pp. 1-14) นิยามความรู้เชิงมโนทัศน์ คือ ความรู้เกี่ยวกับความเข้าใจความหมายของบทนิยาม สามารถเปรียบเทียบองค์ความรู้นั้นกับสิ่งอื่นได้ รวมถึงความเข้าใจในกระบวนการทางคณิตศาสตร์ สามารถบอกเหตุผลของแต่ละขั้นตอนของกระบวนการทางคณิตศาสตร์ได้

เสน่ห์ หมายจากกลาง (2554, pp. 54-55) ให้ความหมายของความรู้เชิงมโนทัศน์ ประกอบด้วยความเข้าใจในความหมาย เข้าใจโครงสร้างทางคณิตศาสตร์ สามารถคิดอย่างมีเหตุผล มีหลักเกณฑ์ และสามารถอธิบายคณิตศาสตร์ได้

อัมพร ม้าคนอง (2558, p. 15) ให้ความหมายของความรู้เชิงมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ คือความคิดองค์รวมเกี่ยวกับที่มา ความหมาย คุณสมบัติเฉพาะ หรือการอธิบายบทนิยาม ทฤษฎีบท สูตร และหลักการความคิดเชิงนามธรรมที่ ผู้มีความรู้เชิงมโนทัศน์ควรสามารถระบุได้ว่าสิ่งที่กำหนดให้อยู่ในเซตของความคิดเชิงนามธรรมนั้นหรือไม่ หรืออธิบายหลักในการจำแนกความรู้

จากการศึกษาความหมายของความรู้เชิงมโนทัศน์ สรุปได้ว่า ความรู้เชิงมโนทัศน์หมายถึง ความคิดองค์รวมที่ครอบคลุมมโนทัศน์ย่อยซึ่งประกอบด้วย ความหมาย บทนิยาม ทฤษฎีบท กฎ สูตร และสมบัติต่างๆ รวมถึงความเข้าใจหลักการ สามารถอ้างอิงหลักการสำหรับ

การดำเนินการทางคณิตศาสตร์แต่ละขั้นตอน สามารถจำแนกหลักการที่ถูกต้องกับหลักการที่ไม่ถูกต้อง

2.1.2 ความหมายของความรู้เชิงกระบวนการทางคณิตศาสตร์

Heibert & Lefevre (1986, p. 5) ได้ให้ความหมายของความรู้เชิงกระบวนการเป็นความรู้ที่ประกอบด้วยสองส่วน ส่วนแรกคือด้านรูปแบบการเขียนและการใช้สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ ส่วนที่สองคือขั้นตอนการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ การใช้กฎ การใช้สูตร เพื่อหาผลลัพธ์หรือคำตอบทางคณิตศาสตร์

Byrnes (1991, p. 777) กล่าวว่า ความรู้เชิงกระบวนการ เป็นรูปแบบทั่วไปของการดำเนินการเป็นขั้นตอนเพื่อให้บรรลุเป้าหมาย ลำดับขั้นตอนมีความสำคัญ องค์ประกอบของความรู้เชิงกระบวนการประกอบด้วย การจำกลยุทธ์ในการดำเนินการ ขั้นตอนการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ และวิธีการใช้กฎทางคณิตศาสตร์

De Jong & Ferguson-Hessler (1996, p. 107) ได้ให้ความหมายของความรู้เชิงกระบวนการ คือ ความรู้ที่ประกอบด้วยการดำเนินการตามลำดับขั้นที่ตรงไปตรงมาภายในขอบเขตของความรู้ ประกอบด้วย การระบุปัญหา กำหนดวิธีการแก้ และดำเนินการตามขั้นตอนช่วยในการแก้ปัญหา

Rittle-Johnson, Siegler, & Alibali (2001, p. 246) ได้ให้ความหมายของความรู้เชิงกระบวนการ คือ ความสามารถในการดำเนินการเป็นลำดับขั้นเพื่อแก้ไขปัญหา

Krathwohl (2002, p. 214) ได้ให้ความหมายของความรู้เชิงกระบวนการ คือ ความรู้เกี่ยวกับวิธีการทำบางสิ่ง เช่น วิธีการการสืบเสาะ วิธีการกำหนดเกณฑ์ที่เหมาะสมในการเลือกใช้ทักษะหรือกระบวนการในการแก้ปัญหา การดำเนินการตามขั้นตอน และการใช้เทคนิค

เสน่ห์ หมายจากกลาง (2554, p. 55) ได้ให้ความหมายของความรู้เชิงกระบวนการ คือ ความรู้ที่เกี่ยวกับการคำนวณ และขั้นตอนในการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ เป็นความรู้ที่เกี่ยวกับการทำงานเป็นลำดับขั้นซ้ำ ๆ โดยผู้ทำไม่จำเป็นต้องอธิบายหลักการหรือความหมายของแต่ละขั้น

อัมพร ม้าคนอง (2553, p. 5) ได้ให้ความหมายของความรู้เชิงกระบวนการ เป็นความรู้เกี่ยวกับการคำนวณที่ผู้ทำไม่จำเป็นต้องเข้าใจความหมายของและขั้นตอน เช่น การใช้สูตร การแสดงวิธีทำ และการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ในรูปแบบต่าง ๆ ดังตัวอย่างที่เป็นรูปธรรม อาทิ การตั้งหารยาว การบวก การคูณ การใช้สูตรคำนวณปริมาตรปริซึม หรือการหารากที่สามเป็นต้น

จากการศึกษาความหมายของความรู้เชิงกระบวนการ สรุปได้ว่า ความรู้เชิงกระบวนการ หมายถึง ความรู้เกี่ยวกับการดำเนินการทางคณิตศาสตร์เป็นลำดับขั้นตอน โดยใช้กฎ สูตร การคำนวณ เทคนิค และวิธีการเฉพาะเพื่อให้ได้ผลลัพธ์ทางคณิตศาสตร์ โดยผู้ดำเนินการอาจไม่เข้าใจความหมายของสิ่งที่ทำ

2.2 ความสัมพันธ์ระหว่างความรู้เชิงมโนทัศน์กับความรู้เชิงกระบวนการทางคณิตศาสตร์

Byrnes (1991, p. 777) กล่าวว่า ความรู้เชิงมโนทัศน์และความรู้เชิงกระบวนการมีความสัมพันธ์กันแบบพลวัต การใช้ความรู้เชิงกระบวนการในการดำเนินการตามลำดับขั้นตอนในบางเรื่องจำเป็นต้องมีความรู้เชิงมโนทัศน์ก่อน และในการทดลองให้นักเรียนแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์พบว่านักเรียนได้ใช้ความรู้ทั้งสองชนิดควบคู่กัน

Rittle-Johnson, Siegler, & Alibali (2001, p. 247) กล่าวว่า การพัฒนาความรู้เชิงมโนทัศน์กับความรู้เชิงกระบวนการให้นักเรียน ครูสามารถสอนความรู้เชิงมโนทัศน์ก่อนหรือความรู้เชิงกระบวนการก่อน ขึ้นกับบริบทของเนื้อหาและความเหมาะสม ครูสามารถพัฒนาความรู้เชิงมโนทัศน์ให้นักเรียนก่อน ถ้าเนื้อหาที่สอนไม่ได้เน้นที่กระบวนการและนักเรียนมีประสบการณ์กับมโนทัศน์ก่อนหน้าสามารถให้นักเรียนสร้างกระบวนการจากมโนทัศน์ด้วยตนเองได้ แต่ในบางเนื้อหาครูสามารถสอนความรู้เชิงกระบวนการก่อนแล้วนักเรียนจะได้เรียนรู้มโนทัศน์ต่าง ๆ ผ่านกระบวนการภายหลังได้ ส่วนมากเมื่อนักเรียนได้รับความรู้ประเภทแรก นักเรียนจะสามารถพัฒนาความรู้อีกประเภทได้เช่นกัน

Rittle-Johnson & Schneider (2015, p. 1127) กล่าวว่า ความรู้เชิงมโนทัศน์มีความสำคัญในการส่งเสริมความรู้เชิงกระบวนการ และความรู้เชิงกระบวนการก็ส่งเสริมความรู้เชิงมโนทัศน์เช่นกัน การเรียนรู้กระบวนการสามารถกระตุ้นให้เห็นแนวคิดพื้นฐาน สามารถส่งเสริมการเชื่อมโยงองค์ความรู้นำไปสู่การพัฒนาความรู้เชิงมโนทัศน์ แต่ความรู้เชิงมโนทัศน์ส่งผลต่อความรู้เชิงกระบวนการมากกว่า

จากการศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างความรู้เชิงมโนทัศน์กับความรู้เชิงกระบวนการ สรุปได้ว่า ความรู้ทั้งสองประเภทส่งเสริมซึ่งกันและกันแบบพลวัต โดยส่วนมากนิยมการสอนความรู้เชิงมโนทัศน์ก่อน ซึ่งจะทำให้นักเรียนเรียนรู้กระบวนการด้วยความเข้าใจ ในขณะที่นักเรียนสามารถเรียนรู้ความรู้เชิงมโนทัศน์จากความรู้เชิงกระบวนการได้เช่นกัน

2.3 แนวทางการพัฒนาความรู้เชิงมโนทัศน์และความรู้เชิงกระบวนการทางคณิตศาสตร์

ความรู้เชิงมโนทัศน์และความรู้เชิงกระบวนการทางคณิตศาสตร์เป็นความรู้ที่มีความสำคัญ และจำเป็นสำหรับการจัดการเรียนรู้ทางคณิตศาสตร์ ซึ่งได้มีผู้นำเสนอแนวทางในการพัฒนาความรู้ดังกล่าวไว้ ดังนี้

2.3.1 แนวทางการพัฒนาความรู้เชิงมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

Chappell & Killpatrick (2003, p. 22) ได้กล่าวถึงแนวทางการพัฒนาความรู้เชิงมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์สามารถทำได้โดยการสอนให้นักเรียนได้เชื่อมโยงความรู้ความรู้เชิงมโนทัศน์และความรู้เชิงกระบวนการ ครูต้องสอนด้วยกระบวนการที่เป็นวัฏจักรโดยการเสริมสร้างมโนทัศน์ และกระบวนการใหม่จากความรู้ ทักษะ และประสบการณ์ในอดีต การสอนความรู้เชิงกระบวนการจะใช้โจทย์ปัญหาพื้นฐานเท่านั้น ครูจำเป็นต้องสอนวิธีการแก้ปัญหาที่หลากหลาย ทั้งการใช้ทักษะเชิงตัวเลข กราฟ และพีชคณิต โดยการบ้านต้องให้นักเรียนมีการรวบรวมความรู้ มีการเปรียบเทียบเชิงตัวเลข กราฟ พีชคณิต และสามารถเชื่อมโยงการนำเสนอกระบวนการแก้ปัญหาที่หลากหลายโดยนักเรียนสามารถอธิบายทั้งความรู้เชิงมโนทัศน์และกระบวนการ

Joyce, Weil & Calhoun (2003, pp. 161-178) กล่าวถึงวิธีการส่งเสริมความรู้เชิงมโนทัศน์ขึ้นโดยใช้แนวคิดของ Bruner, Goodnow, and Austin เกี่ยวกับการเรียนรู้มโนทัศน์สิ่งใดสิ่งหนึ่งนั้น ทำได้โดยการสนับสนุนให้นักเรียนค้นหาคุณสมบัติเฉพาะที่เป็นองค์ประกอบที่สำคัญของความรู้นั้น เพื่อนำไปเป็นหลักในการจำแนกสิ่งที่ใช่และไม่ใช่ออกจากกัน โดยมีเป้าหมายเพื่อช่วยให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้มโนทัศน์ของเนื้อหาสาระต่าง ๆ อย่างเข้าใจ และสามารถให้คำนิยามของมโนทัศน์นั้นด้วยตนเอง กระบวนการจัดการเรียนรู้มโนทัศน์แบ่งเป็น 6 ขั้นตอน ดังนี้

ขั้นที่ 1 ครูเตรียมข้อมูลให้นักเรียนฝึกจำแนก ซึ่งสามารถทำได้ ดังนี้

ครูเตรียมข้อมูลออกเป็น 2 ชุด ชุดแรกต้องมีคุณสมบัติและลักษณะเฉพาะตรงกับเกณฑ์ของความรู้นามธรรมที่ครูต้องการจะสอน ส่วนข้อมูลชุดที่สองต้องเป็นข้อมูลที่ไม่ตรงกับเงื่อนไขนามธรรมนั้น ๆ อาจไม่ตรงอย่างชัดเจนหรือผิดเพราะขาดคุณสมบัติบางประการ โดยในการออกแบบข้อมูลชุดที่สองจำเป็นต้องมีตัวอย่างข้อมูลที่ละเอียดละมีจำนวนมากพอ โดยเฉพาะมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน

ขั้นที่ 2 ครูอธิบายกติกา และวิธีการเรียนให้นักเรียนเข้าใจตรงกัน โดยอาจสาธิตวิธีการและให้นักเรียนทำตามจนกระทั่งนักเรียนเกิดความเข้าระดับหนึ่ง

ขั้นที่ 3 ครูนำเสนอข้อมูลที่อยู่และไม่อยู่ในขอบเขตของความรู้เชิงมโนทัศน์ที่ต้องการสอน สามารถนำเสนอตัวอย่างได้ 3 วิธี ซึ่งแต่ละวิธีจะมีข้อดีและข้อจำกัดแตกต่างกันไป

วิธีที่ 1 แบ่งข้อมูลเป็น 2 ชุด ชุดแรกคือข้อมูลที่ตรงตามหลักเกณฑ์ของมโนทัศน์ที่ครูต้องการสอนและข้อมูลชุดที่สองคือข้อมูลที่ไม่ตรงตามหลักเกณฑ์นั้น นำเสนอขอมูลชุดแรกจนครบ แล้วจึงตามด้วยการนำเสนอข้อมูลชุดที่สอง โดยครูต้องแบ่งข้องมูลทั้งสองชุดให้ชัดเจนไม่ให้นักเรียนเกิดความสับสน วิธีการนำเสนอข้อมูลรูปแบบนี้นักเรียนจะไม่จำเป็นต้องคิดวิเคราะห์มาก เพราะครูบอกไว้ก่อนแล้วว่าแบบนี้ใช่ แบบนี้ไม่ใช่ นักเรียนจึงมองหาเฉพาะเหตุผลว่าทำไมแบบนี้ใช่หรือไม่ใช่ ซึ่งทำให้ครูสองได้ง่ายและเร็ว

วิธีที่ 2 การนำเสนอข้อมูลที่เป็นและไม่เป็นตัวอย่างของมโนทัศน์ที่ต้องการสอนสลับกันไป ในกระบวนการนี้นักเรียนต้องมีสมาธิไม่หลุดเพราะอาจสับสนข้อมูลที่ครูนำเสนอได้ แต่ข้อดีคือนักเรียนจะต้อมีสมาธิได้ได้คิดวิเคราะห์มากขึ้น

วิธีที่ 3 การนำเสนอข้อมูลที่เป็นตัวอย่างของสิ่งที่จะสอน 1 ข้อมูล และข้อมูลที่ไม่ตรงหลักเกณฑ์ 1 ข้อมูล ให้นักเรียนวิเคราะห์ หลังจากนั้นครูนำเสนอข้อมูลทั้งสองชุดแบบสุ่ม โดยครูจะเฉลยทุกครั้งหลังนักเรียนตอบว่าถูกหรือผิด วิธีนี้นักเรียนจะได้วิเคราะห์อย่างละเอียด และเพิ่มความเข้าใจให้ตนเองทีละขั้นจนสมบูรณ์

ขั้นที่ 4 ครูให้นักเรียนอธิบายคุณสมบัติเฉพาะของมโนทัศน์ของความรู้ที่ได้จากกิจกรรมที่ผ่านมาข้างต้น ที่นักเรียนได้รวบรวมความเข้าใจจากตัวอย่างและตรวจคำตอบของตนเอง ซึ่งหากตอบผิด จำเป็นต้องหาคำตอบใหม่ นั่นหมายถึงนักเรียนต้องเปลี่ยนสมมติฐานที่เป็นหลักการของคำตอบเดิม นำไปสู่ความเข้าใจความหมายเชิงนามธรรมนั้นอย่างแท้จริง

ขั้นที่ 5 ครูให้นักเรียนเขียนสรุปความหมาย ความเข้าใจ และเงื่อนไขของมโนทัศน์ที่ศึกษาจากขั้นตอนก่อนหน้า หลังจากนั้นให้นักเรียนปรึกษากันเพื่อสรุปความจำกัดความในภาษาและเงื่อนไขที่สมบูรณ์ยิ่งขึ้น

ขั้นที่ 6 ครูและนักเรียนอภิปรายถึงกระบวนการ 5 ขั้นตอนที่ผ่านมา สะท้อนให้นักเรียนทราบหลักคิดของตนเองว่านักเรียนค้นพบคำตอบและเกิดความเข้าใจได้อย่างไร

บุญเลี้ยง ทุมทอง (2554, pp. 46-49) กล่าวถึง ได้กล่าวถึงการพัฒนาความรู้เชิงมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ซึ่งประกอบด้วยบทบาทของครู 3 ขั้นตอน และบทบาทของนักเรียน 7 ประการ ดังนี้

บทบาทครู 3 ขั้นตอนประกอบด้วย

1. ขั้นวางแผน ครูควรวางแผนการสอนโดยพิจารณารายละเอียดดังต่อไปนี้ ชื่อมโนทัศน์ ลักษณะที่สำคัญ ลักษณะที่ไม่สำคัญ กฎของความเป็นมโนทัศน์ ตัวอย่างของมโนทัศน์ สิ่งที่ไม่ใช่ตัวอย่างแต่คล้ายคลึง คำถามและทิศทางที่จะเน้น สื่อการเรียนรู้ที่น่าสนใจและมีประสิทธิภาพ และระดับที่ต้องการให้นักเรียนรู้

2. ขั้นการสอนมโนทัศน์ มีสิ่งที่ควรคำนึงถึงดังนี้ การนำเข้าสู่มโนทัศน์ การให้ตัวอย่างสิ่งที่ใช่ และสิ่งที่ไม่ใช่ตัวอย่างของมโนทัศน์ตามลำดับอันควร การฝึกคิดเชิงเปรียบเทียบ การกระตุ้นให้นักเรียนถาม และการประเมินระดับการเรียนรู้มโนทัศน์ของนักเรียน

3. ขั้นการประเมินผลการเรียนรู้มโนทัศน์

บทบาทนักเรียน 7 ประการ ประกอบด้วย

1. นักเรียนยกตัวอย่างที่เป็นมโนทัศน์และตัวอย่างที่คล้ายคลึงมโนทัศน์แต่ไม่ใช่มโนทัศน์ พร้อมทั้งอธิบายตัวอย่างเหล่านั้น

2. นักเรียนรวมรวมและพิสูจน์ข้อมูลเพื่อบอกลักษณะตามมโนทัศน์ของตัวอย่างที่เป็นมโนทัศน์ซึ่งไม่มีในตัวอย่างที่ไม่เป็นมโนทัศน์

3. นักเรียนสังเกตได้ว่าตัวอย่างที่หลากหลายของมโนทัศน์อาจเปลี่ยนได้แต่ยังคงเป็นตัวอย่างของมโนทัศน์

4. นักเรียนสังเกตได้ว่าตัวอย่างที่หลากหลายของมโนทัศน์มีสิ่งใดที่เหมือนกัน

5. นักเรียนอ้างอิงได้ว่าลักษณะที่เหมือนกันของตัวอย่างที่เป็นมโนทัศน์ทั้งหมดที่ตรวจสอบแล้วจะเป็นจริง และมีอยู่ในตัวอย่างอื่นของมโนทัศน์นี้

6. นักเรียนสังเกตได้ว่าตัวอย่างที่ไม่ใช่มโนทัศน์ คล้ายคลึงและแตกต่างจากตัวอย่างที่เป็นมโนทัศน์อย่างไร

7. นักเรียนอ้างอิงเกี่ยวกับลักษณะสำคัญที่จำแนกตัวอย่างที่เป็นมโนทัศน์ออกจากตัวอย่างที่ไม่ใช่มโนทัศน์แต่มีความคล้ายคลึงที่จะเป็นมโนทัศน์

อัมพร ม้าคนอง (2558, pp. 22-23) ได้กล่าวถึง แนวทางการเสริมสร้างความรู้เชิงมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์มีแนวทาง ดังนี้

1. จัดการเรียนรู้เพื่อให้นักเรียนได้เรียนรู้ความรู้อย่างเข้าใจความหมายจำเป็นสำหรับการคิด การใช้งาน และเป็นพื้นฐานในการเรียนระดับที่สูงขึ้น ควรให้นักเรียนได้เชื่อมโยงความรู้ไปสู่ขั้นตอนหรือวิธีดำเนินการทางคณิตศาสตร์อย่างมีประสิทธิภาพ และเห็นถึง

ความสัมพันธ์ระหว่างบทนิยามหรือทฤษฎีกับวิธีการหรือลำดับของกระบวนการทำงานที่นักเรียนเลือกใช้ ความรู้ทางคณิตศาสตร์ควรเริ่มต้นจากความเข้าใจ มิใช่เริ่มต้นจากการท่องจำสูตรหรือวิธีทำ ซึ่งทำให้นักเรียนไม่สามารถจดจำในระยะยาวได้ เมื่อนักเรียนเกิดการเรียนรู้อย่างเข้าใจ จะทำให้นักเรียนตระหนักถึงคุณค่าและประโยชน์ของเนื้อหาที่เรียน และสามารถต่อยอดไปสู่ความรู้ระดับขั้นทีสูงขึ้นได้

2. พัฒนาการคิดในลักษณะต่างๆ ควบคู่กับการพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เช่น การวิเคราะห์สังเคราะห์ การคิดไตร่ตรอง การคิดอย่างมีวิจารณญาณ เนื่องจากการคิดเป็นพื้นฐานที่จำเป็นต่อการทำความเข้าใจ การนำความรู้ทางคณิตศาสตร์ไปประยุกต์ใช้และต่อยอดในคณิตศาสตร์ระดับขั้นทีสูงขึ้น

3. ออกแบบภาระงานและกิจกรรมที่ตรงกับมโนทัศน์ที่ต้องการพัฒนาให้นักเรียน โดยครูจำเป็นต้องรวบรวม จัดเรียง มโนทัศน์ในแต่ละหัวข้อย่อยที่จะสอน แล้วจึงจัดเตรียมกิจกรรมที่สอดคล้องกับแต่ละมโนทัศน์ในหัวข้อย่อย ในขณะดำเนินการจัดกิจกรรม ครูควรสำรวจและประเมินการทำของนักเรียนแต่ละคนอย่างต่อเนื่อง โดยอาจใช้คำถามส่งเสริมกระบวนการคิดกระตุ้นให้นักเรียนสร้างองค์ความรู้ด้วยตนเอง และต่อยอดไปสู่ความหมายของความรู้เชิงรูปธรรมและนามธรรมได้

4. เลือกใช้สื่อ เอกสารประกอบการสอน นวัตกรรม และเทคโนโลยีทางคณิตศาสตร์ที่เหมาะสมกับมโนทัศน์ที่ครูต้องการสอนให้นักเรียน เช่น GeoGebra, Geometer's Sketchpad, TI 93, หรือเครื่องคำนวณเชิงกราฟอื่น ๆ รวมทั้งจัดสภาพแวดล้อมที่อำนวยความสะดวก สนับสนุนการจัดการเรียนรู้ร่วมกับสื่อเทคโนโลยีคอมพิวเตอร์เหล่านั้น

5. วัดผลและประเมินผลพัฒนาการเกี่ยวกับมโนทัศน์เป็นระยะ ๆ สามารถประเมินผลแบบภาพรวมหรือแบบรายบุคคล โดยครูควรนำผลการประเมินมาวิเคราะห์ประสิทธิภาพของเครื่องมือและวิธีการสอน นำวมาประปรุงวิธีการจัดการเรียนรู้ของตนให้มีประสิทธิภาพมากยิ่งขึ้น

6. พยายามให้นักเรียนทำกิจกรรม คิด สังเกต วิเคราะห์ อภิปราย และหาข้อสรุปความรู้ในเนื้อหาคณิตศาสตร์ด้วยตนเอง โดยมีสื่อ บรรยากาศ สถานการณ์ ที่กระตุ้นศักยภาพของนักเรียน โดยจำเป็นต้องคำนึงถึงความสอดคล้องของศักยภาพของนักเรียนกับกิจกรรม

จากการศึกษาแนวทางการพัฒนาความรู้เชิงมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์สรุปได้ว่า การพัฒนาความรู้เชิงมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์เริ่มจากการพิจารณาเนื้อหาความรู้

เชิงมโนทัศน์ที่ครูต้องการจะสอน จัดเตรียมสื่อการเรียนรู้ที่เหมาะสม สนับสนุนให้นักเรียนเกิดการสังเกต วิเคราะห์ พิจารณาความรู้เชิงมโนทัศน์จากตัวอย่างที่เป็น ตัวอย่างที่ไม่เป็น ส่งเสริมให้นักเรียนได้เรียนรู้ คุณลักษณะหรือสมบัติเฉพะต่าง ๆ ของความรู้เชิงมโนทัศน์นั้น นำไปสู่การสรุปองค์ความรู้ด้วยตนเอง โดยใช้กิจรรมและสื่อการเรียนรู้เป็นตัวกระตุ้น

2.3.2 แนวทางการพัฒนาความรู้เชิงกระบวนการทางคณิตศาสตร์

Chappell & Killpatrick (2003, pp. 22-23) ได้กล่าวถึงการพัฒนาความรู้เชิงกระบวนการทางคณิตศาสตร์สามารถทำได้โดยครูสอนเน้นกระบวนการ ทักษะ และขั้นตอนวิธีมากกว่าสอนมโนทัศน์ให้นักเรียน ครูจะแนะนำความรู้เชิงมโนทัศน์เพียงเบื้องต้น ประกอบด้วยบทนิยาม สูตรในหนังสือเรียน ตัวอย่างที่ครูสอนจะต้องมีทั้งแบบพื้นฐานและแบบใช้เทคนิคขั้นสูง ครูเน้นการสอนตัวอย่างเป็นจำนวนมาก สำหรับการบ้านครูจะให้โจทย์ปัญหาที่ใช้ทักษะหรือเทคนิคที่ครูสอนแล้วในชั้นเรียน เน้นการสอนกระบวนการทางพีชคณิตมากกว่าการสอนด้วยวิธีที่หลากหลาย ครูสอนกระบวนการเพื่อนำไปสู่ผลลัพธ์เพียงวิธีเดียว

ศกุนตลา สุขสมัย (2543, pp. 19-21) ได้ทำการรวบรวมความหมายและวิธีการสอนความรู้เชิงกระบวนการไว้ทังนี้ การสอนที่เน้นกระบวนการ หมายถึง การสอนที่มุ่งให้นักเรียนได้เรียนรู้ "วิธีการ" เพื่อหาความรู้เพิ่มเติมหลังจากได้เรียนเนื้อหาตอนใดตอนหนึ่งจากครู ซึ่งเป็นตัวอย่างหนึ่งที่ทำให้นักเรียนได้วิธีการเรียนอยู่อย่างเป็นขั้นตอนหรือเป็นกระบวนการ เป็นการสอนที่นักเรียนเป็นผู้ลงมือปฏิบัติ เป็นผู้คิด เป็นผู้ทำกิจกรรมต่าง ๆ เอง โดยมีครูเป็นผู้กำกับควบคุมให้มีการกระทำ ขณะที่นักเรียนทำงานหรือคิดเรื่องนั้นจนสำเร็จ หรือบรรลุผลแล้ว นักเรียนย่อมเกิดการเรียนรู้เองจากการปฏิบัติ ทำให้รู้วิธีการว่า ต้องคิด ต้องทำให้เป็นไปตามขั้นตอนอย่างไรบ้าง จึงจะทำให้เกิดการเรียนรู้ที่เป็นขั้นตอนติดตัวออกไป เพื่อไปทำเรื่องอื่น ๆ ได้เอง ทั้งนี้ครูควรต้องช่วยชี้แนะหรือย้ำขั้นตอนต่าง ๆ เพื่อให้นักเรียนได้เรียนรู้ "วิธีการ" ตามขั้นตอนควบคู่ไปกับการเรียนรู้เนื้อหา การใช้กระบวนการปฏิบัติ เป็นการสอนที่มีการให้นักเรียนได้ปฏิบัติอยู่เสมอ โดยนักเรียนสังเกตสังเกตจากสิ่งที่ครูนำมาเป็นตัวอย่างต้นแบบ หรือวิธีการกระทำที่แสดงให้ดูแล้วให้ทำตามแบบและฝึกฝนจนกว่าจะเกิดความชำนาญ โดยมีขั้นตอนการสอน ดังนี้ 1.สังเกตและรับรู้ 2.ทำตามแบบ 3. ให้ทำเอง 4. ฝึกให้ชำนาญ

บุญเลี้ยง ทุมทอง (2554, pp. 49-50) กล่าวว่า แนวทางการสอนคณิตศาสตร์ที่ครูเริ่มต้นจากการสอนความรู้เชิงกระบวนการให้นักเรียนก่อนที่จะสอนให้นักเรียนเข้าใจมโนทัศน์ของเนื้อหานั้น การเน้นการท่องจำส่งผลเสียต่อความรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนในระยะยาว เนื่องจากนักเรียนไม่ได้พัฒนาความเข้าใจอย่างถ่องแท้ในเนื้อหาคณิตศาสตร์ แต่จดจำ

ขั้นตอนหรือวิธีการไปใช้ โดยไม่เห็นความสัมพันธ์ระหว่างความรู้ที่ไม่เป็นระเบียบแบบแผน (Informal knowledge) นักเรียนจะจดจำเฉพาะคณิตศาสตร์ที่เป็นระเบียบแบบแผน (Formal knowledge) ที่ถูกสอนในระบบโรงเรียน คณิตศาสตร์ในความคิดของนักเรียนจึงลดความสำคัญลงเป็นเพียงการดำเนินการโดยใช้สัญลักษณ์ นักการศึกษาหลายท่านจึงได้ส่งเสริมการสอนความรู้เชิงมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เพื่อลดการสอนขั้นตอนหรือวิธีการโดยตรง โดยพยายามกระตุ้นให้นักเรียนสร้างมโนทัศน์ด้วยตนเองผ่านกระบวนการคิดก่อน แล้วนำมโนทัศน์นั้นมาดำเนินการตามขั้นตอนกระบวนการทางคณิตศาสตร์จากความเข้าใจช่วยลดข้อผิดพลาดและการเลือกใช้กระบวนการที่เหมาะสมได้ เปรียบเทียบโดยพิจารณาความแตกต่างของการบวก 2 วิธี ต่อไปนี้ วิธีแรก โดยการใช้ความเข้าใจในเรื่องค่าประจำหลัก ซึ่งเป็นความเข้าใจเชิงมโนทัศน์ ในการหาผลบวกของจำนวน 2 จำนวน เช่น 36 + 88 การหารผลลัพธ์ใช้การรวมกันของ 30 และ 80 ได้ 110 จากนั้น รวม 6 และ 8 ได้ 14 ทำให้ได้ผลลัพธ์เป็น 124 วิธีนี้เป็นการบวกจากซ้ายไปขวาโดยใช้ความรู้เรื่องค่าประจำหลัก วิธีที่สอง โดยใช้ขั้นตอนการตั้งการบวก ซึ่งเป็นการบวกจากขวาไปซ้าย การบวกทั้งสองวิธีแสดงได้ ดังนี้

วิธีที่ 1 โดยใช้ค่าประจำหลัก

บวก 36 และ 88 ดังนี้

เนื่องจาก	30 + 80	=	110
และ	6 + 8	=	14
จะได้	110 + 14	=	124
ดังนั้น	36 + 88	=	124

วิธีที่ 2 โดยใช้ขั้นตอนการบวก

$$\begin{array}{r} 36 \\ \underline{88} + \\ 124 \end{array}$$

นักการศึกษาบางท่านให้ความเห็นว่า การบวกวิธีที่ 2 ใช้ขั้นตอนหรือวิธีการบวกนั้น ควรใช้กับนักเรียนที่เข้าใจดีว่า 3 ใน 36 มีค่าเท่ากับ 30 และ 8 ตัวแรกใน 88 มีค่าเท่ากับ 80 สำหรับนักเรียนควรใช้ค่าประจำหลักในการบวกเพื่อทำให้เกิดความเข้าใจมากขึ้น อย่างไรก็ตาม การบวกโดยใช้ขั้นตอน มีที่มาจากการใช้ค่าประจำหลัก เพราะ 6+8 = 14 จำนวน 1 ที่ทดคือ 10 และ 3+8 คือ 30 + 80 ซึ่งได้ 110 และรวมกับ 10 เป็น 120 อย่างไรก็ตามการศึกษาหลายท่าน

เห็นว่า ครูควรใช้การบวกโดยใช้ค่าประจำหลักตามวิธีแรกไปสักระยะหนึ่ง เพื่อเป็นการพัฒนามโนทัศน์ที่ถูกต้องให้กับนักเรียน เมื่อนักเรียนเข้าใจดีแล้วจึงค่อยพัฒนาเป็นขั้นตอนตามวิธีที่ 2

จากการศึกษาแนวทางการพัฒนาความรู้เชิงกระบวนการทางคณิตศาสตร์ สรุปได้ว่าการพัฒนาความรู้เชิงกระบวนการทางคณิตศาสตร์ทำได้สองวิธี วิธีแรกคือการพัฒนาความรู้เชิงกระบวนการทางคณิตศาสตร์โดยไม่อาศัยความรู้เชิงมโนทัศน์ อีกวิธีคือการพัฒนาความรู้เชิงกระบวนการทางคณิตศาสตร์ควบคู่กับความรู้เชิงมโนทัศน์ซึ่งเป็นวิธีที่ดีกว่า โดยในแต่ละขั้นตอนการแก้ปัญหานักเรียนจะต้องสังเกต ทำตาม ฝึกฝนทำเอง และฝึกให้ชำนาญ

2.3.3 แนวทางการพัฒนาความรู้เชิงมโนทัศน์และความรู้เชิงกระบวนการทางคณิตศาสตร์

Rittle-Johnson & Schneider (2015, pp. 1127-1128) ได้รวบรวบแนวทางการพัฒนาความรู้เชิงมโนทัศน์และความรู้เชิงกระบวนการ โดยแบ่งเป็น 3 แนวทางดังนี้

1. สอนการแก้ปัญหาด้วยวิธีการที่หลากหลาย เครื่องมือที่ใช้คือชุดการเรียนการสอนที่แสดงตัวอย่างวิธีการแก้ปัญหาอย่างน้อย 2 วิธี เปิดโอกาสให้นักเรียนได้เปรียบเทียบและวิเคราะห์วิธีการที่แตกต่างกันและประเมินว่าวิธีการใดดีกว่า อีกวิธีการเปรียบเทียบกระบวนการคือการให้นักเรียนศึกษาวิธีการแก้ปัญหาที่ผิดโดยมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเปรียบเทียบกับวิธีการแก้ปัญหาที่ถูก เปิดโอกาสให้นักเรียนได้วิเคราะห์เพื่อลดปัญหามโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน

2. สอนให้นักเรียนอธิบายกระบวนการแก้ปัญหาของตนเอง แบ่งแนวทางการให้นักเรียนอธิบายกระบวนการออกเป็นสามแนวทาง แนวทางแรกคือการใช้หลักการเป็นฐานในการอธิบายกระบวนการแต่ละขั้นตอน แนวทางที่สองคือการใช้เหตุผลเป็นฐานในการการอธิบายกระบวนการแต่ละขั้นตอน และแนวทางสุดท้ายการอธิบายมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนจากความผิดพลาดข้องตนเองว่าผิดพลาดที่ขั้นตอนใดจากสาเหตุใด

3. เปิดโอกาสให้นักเรียนได้สำรวจปัญหา การให้นักเรียนได้สำรวจหรือทดลองแก้ปัญหาด้วยตนเองก่อนสามารถสร้างแรงจูงใจในการศึกษาของนักเรียนได้สูงกว่า และทำให้นักเรียนมีความเข้าใจความรู้เชิงมโนทัศน์ที่ลึกกว่า

จุไรรัตน์ วัชราไทย (2561, p. 92) ได้เสริมสร้างให้เกิดความรู้เชิงมโนทัศน์และความรู้เชิงกระบวนการแก่นักเรียนโดยใช้กระบวนการคิดไตร่ตรอง 5 ขั้น ประกอบด้วย ขั้นที่ 1 ใช้ความรู้เดิม ขั้นที่ 2 พิจารณาและทำความเข้าใจ ขั้นที่ 3 ค้นพบและเข้าใจ ขั้นที่ 4 คิดทบทวนซ้ำ และขั้นที่ 5 เข้าใจแนวคิดใหม่

พิมสุภา ชิณสา (2561, p. 63) ได้เสริมสร้างให้เกิดความรู้เชิงมโนทัศน์และความรู้เชิงกระบวนการแก่นักเรียนโดยใช้การจัดการเรียนรู้แบบ AEC โดยขั้นกิจกรรมให้นักเรียนทำกิจกรรม ศึกษา ค้นคว้า คิด สังเกต และเชื่อมโยงความรู้ด้วยตนเอง นำความรู้มาแลกเปลี่ยนกับสมาชิกในกลุ่ม และสรุปแนวคิด ขั้นสรุปให้ตัวแทนกลุ่มกับครูมาร่วมกันอภิปรายความรู้ที่ได้รับ ขั้นทำแบบฝึกหัด ให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดด้วยตนเอง

จากการศึกษาแนวทางการพัฒนาความรู้เชิงมโนทัศน์และความรู้กระบวนการทางคณิตศาสตร์ ผู้วิจัยพบว่าครูจำเป็นต้องจัดกิจกรรมที่สนับสนุนให้นักเรียน ได้คิด ศึกษา ทดลองด้วยตนเอง โดยให้ความสำคัญกับการสรุปความรู้ ความเข้าใจ นำไปสู่ความสามารถในการอธิบายความรู้ การแก้ปัญหาด้วยตนเอง และมีกระบวนการคิดแก้ปัญหาที่หลากหลาย

2.4 แนวทางการวัดความรู้เชิงมโนทัศน์และการวัดความรู้เชิงกระบวนการ

การวัดความรู้เชิงมโนทัศน์และความรู้เชิงกระบวนการทางคณิตศาสตร์ มีนักวิชาการหลายท่านได้ทำการศึกษา และนำเสนอแนวทางในการวัดผลความรู้ดังกล่าวไว้ ดังนี้

2.3.1 การวัดความรู้เชิงมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

Rittle-Johnson, Siegler, & Alibali (2001, p. 247) กล่าวว่า การวัดผลความรู้เชิงมโนทัศน์ ทำได้โดยการใช้แบบทดสอบที่ใหม่สำหรับนักเรียน กล่าวคือ แบบทดสอบที่นักเรียนไม่คุ้นเคย เช่น การให้นักเรียนนับตามเงื่อนไขหรือวิธีที่ไม่ปกติ การให้นักเรียนประเมินกระบวนการที่ไม่คุ้นเคย เนื่องจากนักเรียนจะไม่รู้วิธีการหรือ ลำดับขั้นตอนในการแก้ปัญหา นักเรียนจะต้องใช้ความรู้เชิงมโนทัศน์ในหลายหลักการเพื่อนำมาสร้างกระบวนการในการแก้ปัญหาด้วยตนเอง

Schoner & Wilimzig (2005, p. 1957) ได้รวบรวมวิธีวัดความรู้เชิงมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เศษส่วนและทศนิยม โดยแบ่งวิธีวัดความรู้เชิงมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ออกเป็น 4 วิธี ดังนี้

1. การให้นักเรียนประเมินกระบวนการ

ข้อสอบจะมีการแสดงวิธีทำ ตามลำดับขั้นตอนให้นักเรียนเรียบร้อยแล้ว นักเรียนมีหน้าที่ประเมินคุณภาพของวิธีที่ทำที่ข้อสอบนำเสนอว่าวิธีทำนี้ดีหรือไม่ดี

2. การให้นักเรียนแปลงข้อมูลเป็นแผนภาพ

ข้อสอบแต่ละข้อจะกำหนดเศษส่วนหรือทศนิยมให้พร้อมกับแผนภูมิวงกลมหลายตัวเลือก ในแผนภูมิวงกลมที่แบ่งเป็นส่วนเท่า ๆ กันโดยมีบางส่วนระบายสีเทา นักเรียนต้องเลือกแผนภูมิรูปวงกลมให้ตรงกับเศษส่วนหรือทศนิยมที่กำหนดให้

3. การเปรียบเทียบขนาด

ข้อสอบจะให้เศษส่วนหรือทศนิยมมา 2 จำนวนให้นักเรียนเปรียบเทียบว่าจำนวนใดมากกว่า น้อยกว่า หรือเท่ากับ

4. การเขียนอธิบาย

ข้อสอบจะถามถึงหลักการทั่วไปเกี่ยวกับเศษส่วนหรือทศนิยม เช่น “ในชีวิตจริงสถานการณ์ใดใช้จำนวนเต็มมากกว่าเศษหรือส่วนทศนิยม”

Rittle-Johnson & Schneider (2015, pp. 1121-1122) ได้รวบรวมวิธีวัดความรู้เชิงมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์โดยแบ่งวิธีวัดความรู้เชิงมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ออกเป็น การวัดแบบโดยนัยกับการวัดแบบชัดแจ้ง

การวัดแบบโดยนัย (Implicit Measures) แบ่งข้อสอบออกเป็น 6 ประเภท

1. การประเมินกระบวนการที่ไม่คุ้นเคย เช่น Gelman & Meck (1983, pp. 343-359) ให้นักเรียนประเมินกระบวนการที่ไม่คุ้นเคย เช่น การทดสอบการนับ โดยให้นักเรียนตรวจจับข้อผิดพลาดว่าผู้นับ นับจำนวนถูกต้องหรือไม่ โดยอาจจะนับข้าม หรือนับเกิน วิธีนี้ใช้กับการวัดมโนทัศน์ในการนับของเด็กอายุ 3 ถึง 4 ปี

2. การประเมินตัวอย่างของมโนทัศน์ เช่น ประโยค “3 = 3” สมเหตุสมผลหรือไม่

3. การประเมินคุณภาพของคำตอบ เช่น Prather & Alibali (2008, p. 449) ใช้ข้อสอบที่แสดงสมการคณิตศาสตร์พร้อมผลลัพธ์การคำนวณจำนวน 9 ข้อย่อย ลงในตารางเมทริกซ์ 3 คูณ 3 เปรียบเสมือนเป็นข้อสอบที่ผู้อื่นทำไว้ โดยใน 9 ข้อนี้จะมีทั้งข้อที่คำนวณถูกและคำนวณผิด หรืออาจจะถูกหมด หรือผิดหมด โดยให้นักเรียนเป็นผู้ประเมินให้คะแนนตั้งแต่ 1 คะแนน ถึง 7 คะแนน โดย 1 คะแนนแปลว่าแย่มาก และ 7 คะแนน แปลว่าดีมาก

4. การแปลผลระหว่างจำนวนกับรูปภาพ เช่น Byrnes & Wasik (Byrnes & Wasik, p. 3) ทำการวัดความรู้เชิงมโนทัศน์เรื่อง เศษส่วน การแปลผลระหว่างจำนวนกับรูปภาพโดยใช้ภาพแผนภูมิวงกลม โดยแบ่งแผนภูมิวงกลมออกเป็น 2 ส่วนที่ระบายสีเทากับส่วนที่ไม่ได้ระบายสี ข้อสอบเป็นข้อสอบปรนัย 4 ตัวเลือก จำนวน 20 ข้อ

5. การเปรียบเทียบปริมาณ เช่น ให้นักเรียนเปรียบเทียบเศษส่วนว่าเศษส่วนใดมากกว่า

6. การคิดค้นวิธีลัดโดยมีหลักการเป็นฐาน เช่น Rasmussen, Ho, & Bisanz (2003, pp. 91-93) ใช้หลักการประเมินมโนทัศน์ โดยดูจากวิธีการคำนวณลัดโดยใช้มโนทัศน์ทางพีชคณิต ผู้วิจัยใช้กล้องวีดีโอในการสังเกตการคำนวณของกลุ่มทดลอง โดยโจทย์

ปัญหาเป็นโจทย์ที่ประกอบด้วยการบวกและการลบด้วยจำนวนตรงข้าม เช่น 7 + 5 – 5 ถ้านักเรียนมีมโนทัศน์ทางพีชคณิตจะไม่จำเป็นต้องคำนวณ และสามารถตอบคำถามได้ทันที

7. การเข้ารหัสคุณสมบัติสำคัญ ด้วยสมมติฐานที่ว่าความรู้เชิงมโนทัศน์ช่วยให้นักเรียนตระหนักถึงคุณสมบัติและชุดความรู้ที่สำคัญ วัดผลโดยการให้นักเรียนสร้างตัวอย่างใหม่จากความรู้เชิงมโนทัศน์ที่นักเรียนมี

8. การจัดเรียงตัวอย่างเป็นหมวดหมู่ เช่น Lavigne (2005, pp. 46-47) วัดความรู้เชิงมโนทัศน์โดยการใช้การ์ดคำถาม ให้นักเรียนจัดกลุ่มคำถามตามหมวดหมู่ของปัญหาโดยไม่มีการจำกัดว่าแต่ละหมวดหมู่ต้องมีกี่ข้อ หลังจากนั้นจะมีการสัมภาษณ์เหตุผลในการจัดหมวดหมู่ และบันทึกเสียงของนักเรียน

การวัดแบบชัดแจ้ง (Explicit Measures) แบ่งข้อสอบออกเป็น 4 ประเภท

1. อธิบายการตัดสินใจ เช่น Canobi (2009, pp. 135-136) ได้ออกแบบการทดสอบความรู้เชิงมโนทัศน์โดยให้ครูสัมภาษณ์นักเรียนโดยเริ่มจากคำถาม 29 + 46 ได้เท่าไร ถ้านักเรียนตอบว่า 75 ครูจะใช้คำถามข้อต่อไปเช่น 29 + 46 ได้เท่าไร ถ้านักเรียนตอบได้ทันทีโดยไม่ต้อคำนวณใหม่ครูจะถามต่อให้นักเรียนอธิบายเหตุผลของการตัดสินใจ

2. สร้างหรือเลือกคำจำกัดความของมโนทัศน์ เช่น Vamvakoussi & Vosniadou (2004, pp. 548-549) กล่าวว่า การวัดความรู้เชิงมโนทัศน์โดยการให้นักเรียนอธิบายด้วยวาจา หรือการเขียนอธิบายถึงหลักการทั่วไปเป็นวิธีการที่นิยมสำหรับวิชาคณิตศาสตร์และวิทยาศาสตร์ โดยมีการตั้งคำถามโดยแบ่งคำถามออกเป็น 3 ส่วน ประกอบด้วย 1. คำถามเบื้องต้น 2. คำถามเกี่ยวกับคุณสมบัติเชิงพีชคณิต 3. คำถามเกี่ยวกับความหนาแน่นของจำนวนจริง โดยมีคำถาม ดังนี้

คำถามเบื้องต้น

1. สมมติว่าเพื่อนของนักเรียนไม่รู้จักเซตของจำนวนจริง นักเรียนจะอธิบายให้เพื่อนเข้าใจได้อย่างไร
2. จงพิจารณาจำนวนต่อไปนี้ จำนวนใดบ้างเป็นจำนวนจริง

$$5 \quad 3.21 \quad \sqrt{2} \quad -1/2 \quad 0.999... \quad 1/(\sqrt{2}+1)$$

3. จำนวนตรงข้ามของ 2 คือจำนวนใด
4. จำนวนผกผันการคูณของ 2 คือจำนวนใด

คำถามเกี่ยวกับคุณสมบัติเชิงพีชคณิต

5. $\sqrt{3}$ มีจำนวนตรงข้ามหรือไม่ ถ้ามีให้ตอบจำนวนนั้น ถ้าไม่มีให้บอกเหตุผล

6. มีตัวผกผันการคูณของ 0.02506 หรือไม่ ถ้ามีให้ตอบจำนวนนั้น ถ้าไม่มีให้บอกเหตุผล

คำถามเกี่ยวกับความหนาแน่นของจำนวนจริง

7. ระหว่างจำนวน 0.001 และจำนวน 0.01

ก. มีเพียงหนึ่งจำนวน นั่นคือ ...

ข. ไม่มี

ค. อื่น ๆ โปรดระบุ ...

8. ระหว่างจำนวน 3/8 และจำนวน 5/8

ก. มีเพียงหนึ่งจำนวน นั่นคือ ...

ข. ไม่มี

ค. อื่น ๆ โปรดระบุ...

9. มีกี่จำนวนที่อยู่ระหว่าง 0.005 กับ 0.006

10. มีกี่จำนาวนที่อยู่ระหว่าง 5/8 กับ 8.5

11. มีกี่จำนาวนที่อยู่ระหว่าง 2/5 กับ 4/7

3. อธิบายเหตุผลที่สามารถดำเนินการแต่ละขั้นตอน เช่น Fuson & Kwon (1992, p. 494) วัดความรู้เชิงมโนทัศน์ผ่านการให้นักเรียนวิเคราะห์กระบวนการที่ผู้อื่นได้ดำเนินการไว้ บางข้อกระบวนการถูกต้องแล้ว บางข้อกระบวนการไม่ถูกต้องโดยมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนลงในข้อนั้น ครูจะทำการสัมภาษณ์นักเรียนว่าข้อนั้น ๆ ถูกหรือผิด เมื่อนักเรียนตอบ ครูจะถามถึงสาเหตุว่ากระบวนการนั้นผิดที่ใด

4. วาดแผนภาพมโนทัศน์ เช่น Lavigne (2005, p. 47) ทำการวัดความรู้เชิงมโนทัศน์ โดยให้นักเรียนวาดแผนภาพมโนทัศน์สรุปความรู้ที่ได้เรียน 2 แผนภาพ ในแผนภาพแรกครูจะให้นักเรียนวาดแผนภาพมโนทัศน์และความเชื่อมโยงของแต่ละมโนทัศน์ย่อย โดยไม่จำกัดหัวข้อมโนทัศน์ หรือจำนวนมโนทัศน์ให้นักเรียน ส่วนแผนภาพมโนทัศน์ที่ 2 จะกำหนดหัวข้อย่อยที่ให้นักเรียนสร้างแผนภาพ โดยมีแผนภาะมโนทัศน์ของผู้เชี่ยวชาญเป็นเกณฑ์ในการตรวจสอบ

Schneider & Stern (2010, p. 182) กล่าวว่า ข้อดีของการวัดความรู้เชิงมโนทัศน์คือ คำถามสามารถถามความรู้ระดับนามธรรม ความรู้ด้านองค์ประกอบ สมบัติทั่วไป หรือแม้กระทั่งสมมติฐาน สามารถทำได้โดยให้นักเรียนพูดหรือเขียนอธิบายความรู้นั้น ๆ แต่บางสถานการณ์นักเรียนมีความเข้าใจแต่ไม่สามารถพูดหรือเขียนอธิบายความเข้าใจของตนเอง

ผู้วิจัยสามารถทำการวัดความรู้เชิงมโนทัศน์ด้วยวิธีการประเมินกระบวนการ โดยการกำหนดวิธีการแก้ปัญหาโจทย์ปัญหามาให้โดยเป็นคำบรรยายวิธีการแก้ปัญหา 8 วิธี ใน 8 วิธีนี้ มีเพียง 4 วิธีที่เป็นวิธีแก้ปัญหาที่ถูกต้อง ผู้วิจัยให้นักเรียนเลือก 4 วิธีการแก้ปัญหาที่ถูกต้องพร้อมทั้งเรียงลำดับว่าทั้ง 4 วิธีนี้วิธีใดแก้ปัญหาได้ดีที่สุด ไปจนถึงวิธีที่แก้ปัญหาที่แย่ที่สุด

จุไรรัตน์ วัชราไทย (2561, pp. 215-216) ทำการวัดความรู้เชิงมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่องวิธีเรียงสับเปลี่ยน โดยทำการวิเคราะห์ขอบเขตของเนื้อหาที่ต้องการวัด แล้วออกข้อสอบให้สอดคล้องกับมโนทัศน์นั้น โดยคำถามดังกล่าวจะไม่ใช่การหาผลลัพธ์ของการคำนวณ แต่เป็นการถามข้อเท็จจริง หลักการ การประเมินกระบวนการที่ไม่คุ้นเคย การประเมินตัวอย่างของมโนทัศน์ การประเมินคุณภาพของคำตอบของผู้อื่น หรือการประเมินคุณภาพขั้นตอนต่าง ๆ ในการแสดงวิธีทำ บนพื้นฐานของความรู้เชิงมโนทัศน์ การเปรียบเทียบปริมาณ การอธิบายแนวคิด การตัดสินใจทางเลือกและที่มาของขั้นตอน ซึ่งลักษณะของคำถามที่ใช้จะมีแบบเลือกตอบ เติมคำตอบ และแบบอัตนัยแสดงวิธีทำ ขึ้นอยู่กับลักษณะของมโนทัศน์ที่ต้องการวัด โดยมีตัวอย่างข้อสอบดังนี้

- แบบทดสอบวัดมโนทัศน์ด้านบทนิยาม กฎ หลักการ แบ่งแบบทดสอบชุดหนึ่งมี 2 ตอน ตอนที่หนึ่งมี 5 ข้อ ให้เลือกตอบว่าจริงหรือเท็จ

ตอนที่สองมี 5 ข้อ เป็นข้อสอบชนิดเลือกตอบ 4 ตัวเลือก

ตัวอย่าง ถ้าต้องทำข้อสอบชุดนี้ทุกข้อ จะมีวิธีการทำข้อสอบที่แตกต่างกันทั้งหมดเท่ากับข้อใด

ก. $5^2 \times 5^4$	ข. $5^2 + 5^4$
ค. $2^5 \times 4^5$	ง. $2^5 + 4^5$

- แบบทดสอบประเมินกระบวรการที่ไม่คุ้นเคย หรือคุณภาพของคำตอบของผู้อื่น

ตัวอย่าง จงพิจารณาขั้นตอนการแก้สมการต่อไปนี้

$$\frac{m!}{(m-2)!} = 30$$

$$\frac{m(m-1)(m-2)!}{(m-2)!} = 30$$

$$m(m-1) = 30$$

$$(m+5)(m-6) = 0 \qquad \text{-----*}$$

จากบรรทัด * จะได้ว่า m มีค่าตรงกับข้อใด และเพราะเหตุใด

ก	$m = 5$ เพราะ m ต้องเป็นจำนวนเต็มบวก
ข	$m = 6$ เพราะ m ต้องเป็นจำนวนเต็มบวก

ค	$m=-5, 6$ เพราะค่าของ m ที่ทำให้ $(m+5)(m-6)=0$ เป็นจริงมีสองค่า คือ -5 และ 6
ง	$m=-5, 6$ เพราะค่าของ m ที่ทำให้ $(m+5)(m-6)=0$ เป็นจริงมีสองค่า คือ 5 และ -6

สำหรับข้อสอบอัตนัยจะมีเกณฑ์การให้คะแนนความรู้เชิงมโนทัศน์ ดังนี้

1. ด้านการอธิบายเหตุผล/ที่มา

2 คะแนน หมายถึง ลักษณะการตอบมีการอธิบายเหตุผลของทุกขั้นตอนการดำเนินการแก้โจทย์ ที่อธิบายความหมายชัดเจน ถูกต้องทั้งหมด

1 คะแนน หมายถึง ลักษณะการตอบมีการอธิบายเหตุผลบางขั้นของการดำเนินการแก้โจทย์ ที่อธิบายความหมายชัดเจน ถูกต้องตั้งแต่ครึ่งหนึ่งขึ้นไปของจำนวนเหตุผลที่ต้องตอบทั้งหมด แต่ถูกต้องไม่ทั้งหมด

0 คะแนน หมายถึง ลักษณะการตอบมีการอธิบายเหตุผลไม่ถูกต้อง หรือ ถูกต้องน้อยกว่าครึ่งหนึ่งของจำนวนเหตุผลที่ต้องตอบทั้งหมด

2. ด้านอ้างอิงหลักการ

2 คะแนน หมายถึง ลักษณะการตอบมีการอ้างอิงทฤษฎีบท บทนิยาม และสูตร ที่ใช้ดำเนินการในทุกขั้นตอนการแก้โจทย์ได้ ถูกต้องทั้งหมด

1 คะแนน หมายถึง หมายถึง ลักษณะการตอบมีการอ้างอิงทฤษฎีบท บทนิยาม และสูตร ที่ใช้ดำเนินการแก้โจทย์ได้ ถูกต้องตั้งแต่ครึ่งหนึ่งขึ้นไปของการดำเนินการทั้งหมด แต่ถูกต้องไม่ทั้งหมด

0 คะแนน หมายถึง หมายถึง ลักษณะการตอบมีการอ้างอิงทฤษฎีบท บทนิยาม และสูตร ที่ใช้ดำเนินการแก้โจทย์ไม่ได้ หรือถูกต้องน้อยกว่าครึ่งหนึ่งของการดำเนินการทั้งหมด

3. ด้านการใช้หลักการ

2 คะแนน หมายถึง ลักษณะการตอบใช้ทฤษฎีบท บทนิยาม และสูตร ที่ใช้ดำเนินการแก้โจทย์ถูกต้องทั้งหมด

1 คะแนน หมายถึง หมายถึง ลักษณะการตอบใช้ทฤษฎีบท บทนิยาม และสูตร ที่ใช้ดำเนินการแก้โจทย์ ถูกต้องตั้งแต่ครึ่งหนึ่งขึ้นไปของการดำเนินการทั้งหมด แต่ถูกต้องไม่ทั้งหมด

0 คะแนน หมายถึง หมายถึง ลักษณะการตอบใช้ทฤษฎีบท บทนิยาม และสูตร ที่ใช้ดำเนินการแก้โจทย์ไม่ได้ หรือถูกต้องน้อยกว่าครึ่งหนึ่งของการดำเนินการทั้งหมด

พิมสุภา ชิณสา (2561, pp. 57-58, 164-170) ได้สรุปว่าการวัดความรู้เชิงมโนทัศน์เป็นการวัดด้านพุทธิพิสัยในระดับความเข้าใจ จึงเป็นการวัดโดยใช้ ข้อเท็จจริง กฎเกณฑ์ รวมทั้งเหตุผลของกระบวนการดำเนินการทางคณิตศาสตร์นั้น ลักษณะคำถามต้องไม่ใช่การหาผลลัพธ์ ซึ่งแบบทดสอบวัดมโนทัศน์มีลักษณะ ดังนี้

1. คุณลักษณะของมโนทัศน์
2. สิ่งที่เป็นตัวอย่างและไม่ใช่ตัวอย่างของมโนทัศน์
3. คุณลักษณะที่มีความสัมพันธ์และไม่สำพันธ์กัน
4. คำจำกัดความของมโนทัศน์
5. การอธิบายเหตุผลในกระบวนการที่นำมโนทัศน์ไปใช้

โดยมีตัวอย่างแบบทดสอบปรนัยวัดมโนทัศน์เรื่องพหุนามและเศษส่วนพหุนาม

- แบบทดสอบคุณลักษณะของมโนทัศน์ สิ่งที่เป็นตัวอย่างและไม่ใช่ตัวอย่างของมโนทัศน์

ตัวอย่าง ข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง

ก. $-\frac{8x}{y}$ และ $8x+y$ เป็นพหุนาม

ข. $9x^2y$ เป็นพหุนามแต่ไม่เป็นเอกนาม

ค. พหุนาม คือ นิพจน์ที่สามารถเขียนให้อยู่ในรูปการคูณของค่าคงตัวกับตัวแปรตั้งแต่หนึ่งตัวขึ้นไป

ง. พหุนาม คือ นิพจน์ที่สามารถเขียนให้อยู่ในรูปเอกนาม หรือเขียนให้อยู่ในรูปการบวกเอกนามตั้งแต่สองเอกนามขึ้นไป

สำหรับข้อสอบอัตนัยจะมีเกณฑ์การให้คะแนนความรู้เชิงมโนทัศน์ ดังนี้

1. ด้านการอธิบายเหตุผล/ที่มา ประกอบขั้นตอน

2 คะแนน หมายถึง การตอบมีการอธิบายเหตุผล/ที่มาประกอบทุกขั้นของการแก้โจทย์ได้ถูกต้องทั้งหมด

1 คะแนน การตอบมีการอธิบายเหตุผล/ที่มาประกอบขั้นของการแก้โจทย์ได้ถูกต้องตั้งแต่ครึ่งหนึ่งขึ้นไปของเหตุผลที่ใช้อธิบายทั้งหมด แต่ถูกต้องไม่ทั้งหมด

0 คะแนน หมายถึง การตอบไม่สามารถอธิบายเหตุผล/ที่มาประกอบขั้นของการแก้โจทย์ได้ถูกต้อง หรือน้อยกว่าครึ่งหนึ่งของจุดที่ต้องตอบทั้งหมด

2. ด้านการใช้หลักการ

2 คะแนน หมายถึง การตอบใช้ทฤษฎีบท บทนิยาม และสูตรในขั้นตอนการแก้โจทย์ได้ถูกต้องทั้งหมด

1 คะแนน หมายถึง การตอบใช้ทฤษฎีบท บทนิยาม และสูตรในขั้นตอนการแก้โจทย์ได้ถูกต้องตั้งแต่ครึ่งหนึ่งขึ้นของขั้นตอนทั้งหมด แต่ถูกต้องไม่ทั้งหมด

0 คะแนน หมายถึง การตอบไม่สามารถใช้ทฤษฎีบท บทนิยาม และสูตร ในขั้นตอนการแก้โจทย์ได้ หรือแก้โจทย์ได้น้อยกว่าครึ่งหนึ่ง

จากการศึกษาแนวทางการวัดความรู้เชิงมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์สรุปได้ว่า การวัดความรู้เชิงมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์แบ่งได้เป็นสองประเภทหลัก คือ การวัดแบบชัดแจ้ง กับการวัดแบบโดยนัย โดยมีหลากหลายวิธีย่อยขึ้นอยู่กับความรู้เชิงมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ที่ต้องการวัด การวัดแบบชัดแจ้งสามารถทำได้โดย อธิบายการตัดสินใจ สร้างหรือเลือกคำจำกัดความของมโนทัศน์ อธิบายเหตุผลที่สามารถดำเนินการแต่ละขั้นตอน หรือวาดแผนภาพมโนทัศน์ แต่เนื่องจากความรู้คณิตศาสตร์ส่วนใหญ่มีลักษณะเป็นนามธรรม บางครั้งนักเรียนมีความเข้าใจความรู้เชิงมโนทัศน์แต่ไม่สามารถเขียนอธิบายได้ ผู้วิจัยสามารถวัดความรู้เชิงมโนทัศน์แบบโดยนัยสามารถทำได้โดย การประเมินกระบวนการที่ไม่คุ้นเคย การประเมินตัวอย่างของมโนทัศน์ การประเมินคุณภาพของคำตอบ การแปลงผลระหว่างจำนวนกับรูปภาพ การเปรียบเทียบปริมาณ การคิดค้นวิธีลัดโดยมีหลักการเป็นฐาน การเข้ารหัสคุณสมบัติสำคัญ หรือการจัดเรียงตัวอย่างเป็นหมวดหมู่ โดยข้อสอบวัดความรู้อาจเป็นข้อสอบหลายตัวเลือก เติมคำ หรือข้อสอบอัตนัย โดยข้อสอบอัตนัยสามารถแบ่งเกณฑ์การให้คะแนนเป็นด้านการอธิบายเหตุผล/ที่มา ด้านอ้างอิงหลักการ หรือด้านการใช้หลักการ

2.4.2 **การวัดความรู้เชิงกระบวนการทางคณิตศาสตร์**

Rittle-Johnson & Schneider (2015, p. 1123) กล่าวว่า การวัดความรู้เชิงกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ส่วนมากเป็นการวัดกระบวนการแก้ปัญหา สามารถตรวจสอบได้จากความถูกต้องคำตอบ โดยโจทย์ที่ใช้วัดความรู้เชิงกระบวนการแบ่งได้เป็นสองประเภท ประเภทแรกคือโจทย์ปัญหาที่คุ้นเคยคือโจทย์ปัญหาที่นัดเรียนเคยพบเจอในการเรียนหรือแบบฝึกหัด ส่วนที่สองคือโจทย์ปัญหาที่ไม่คุ้นเคยคือโจทย์ปัญหาที่ต้องใช้การเชื่อมโยงความรู้ หรือเป็นโจทย์ที่มีการดัดแปลงจากโจทย์ปัญหาที่คุ้นเคย

จุไรรัตน์ วัชราไทย (2561, pp. 107-108) กล่าวว่า การวัดความรู้เชิงกระบวนการทางคณิตศาสตร์ วัดได้โดยพิจารณาจากลำดับและความครบถ้วนของขั้นตอนการดำเนินการ ความถูกต้องของการคำนวณ หรือความถูกต้องของคำตอบ โดยข้อสอบที่ใช้สามารถเป็นโจทย์ที่นักเรียนคุ้นเคยเป็นโจทย์ที่นักเรียนรู้ขั้นตอนวิธีในการแก้โจทย์นั้น หรือเป็นโจทย์ที่อาจต้องใช้การเชื่อมโยงความรู้แต่ละส่วนที่มีความเกี่ยวข้องกัน หรือมีการดัดแปลงจากโจทย์ที่คุ้นเคยเล็กน้อยเพื่อใช้กับลักษณะโจทย์ดังกล่าว โดยรูปแบบของคำถามที่ใช้ขึ้นอยู่กับขั้นตอนวิธี หรือกระบวนการที่ต้องการวัด เช่น แบบเลือกตอบ แบบเติมคำตอบ หรือแบบอัตนัย สำหรับข้อสอบอัตนัยจะมีเกณฑ์การให้คะแนนความรู้เชิงกระบวนการแบ่งเป็น 3 ด้าน ดังนี้

1. ด้านการระบุขั้นตอนการดำเนินการ

2 คะแนน หมายถึง การตอบระบุสิ่งที่ต้องดำเนินการในขั้นตอนนั้นได้ถูกต้องทั้งหมด

1 คะแนน การตอบระบุสิ่งที่ต้องการดำเนินการในขั้นตอนนั้นได้ถูกต้องตั้งแต่ครึ่งหนึ่งขึ้นไปของขั้นตอนที่ต้องแสดงทั้งหมด แต่ถูกต้องไม่ครบ

0 คะแนน หมายถึง การตอบระบุสิ่งที่ต้องการดำเนินการในขั้นตอนนั้นได้ ถูกต้องน้อยกว่าครึ่งหนึ่งของจุดที่ต้องตอบทั้งหมด

2. ด้านลำดับการแก้โจทย์

2 คะแนน หมายถึง การตอบระบุลำดับขั้นตอนการแก้โจทย์ได้ถูกต้องทั้งหมด

1 คะแนน หมายถึง หมายถึง การตอบระบุลำดับขั้นตอนการแก้โจทย์ได้ ถูกต้องตั้งแต่ครึ่งหนึ่งขึ้นไปของขั้นตอนที่ต้องแสดงทั้งหมด แต่ถูกต้องไม่ครบ

0 คะแนน หมายถึง หมายถึง การตอบระบุลำดับขั้นตอนการแก้โจทย์ได้ถูกต้องน้อยกว่าครึ่งหนึ่งของจุดที่ต้องตอบทั้งหมด

3. ด้านการดำเนินการตามขั้นตอน

2 คะแนน หมายถึง การตอบดำเนินการตามลำดับขั้นตอนได้ ถูกต้องครบทั้งหมด

1 คะแนน หมายถึง หมายถึง การตอบดำเนินการตามลำดับขั้นตอนได้ ถูกต้องตั้งแต่ครึ่งหนึ่งขึ้นไปของขั้นตอนที่ต้องแสดงทั้งหมด แต่ถูกต้องไม่ทั้งหมด

0 คะแนน หมายถึง หมายถึง การตอบดำเนินการตามลำดับขั้นตอนได้ ถูกต้องน้อยกว่าครึ่งหนึ่งของจุดที่ต้องตอบทั้งหมด

พิมสุภา ชิณสา (2561, p. 57) ได้ทำการวัดผลความรู้เชิงกระบวนการ ด้วยแบบทดสอบที่เน้นกระบวนการดำเนินการตามลำดับขั้นตอน เรื่อง เศษส่วนพหุนาม โดยแบ่งแบบทดสอบออกเป็น 3 แบบ

1. แบบทดสอบเลือกตอบวัดความรู้เชิงกระบวนการ

ตัวอย่าง ข้อใดเป็นเศษส่วนของพหุนามในรูปผลสำเร็จของ $\frac{x+1}{x+1}$

ก. 0 ข. 1 ค. 2 ง. $2x+2$

2. แบบทดสอบเติมคำ วัดความรู้เชิงกระบวนการ

3. แบบทดสอบอัตนัย วัดความรู้เชิงกระบวนการ แบ่งเป็น 2 ด้าน โดยมีเกณฑ์การให้คะแนน ดังนี้

3.1 ด้านการคำนวณตามหลักการ

2 คะแนน หมายถึง การตอบคำนวณตามกฎ บทนิยาม ได้ ถูกต้องทั้งหมด

1 คะแนน หมายถึง หมายถึง การตอบคำนวณตามกฎ บทนิยาม ได้ถูกต้องตั้งแต่ครึ่งหนึ่งขึ้นไปของหลักการทั้งหมด แต่ถูกต้องไม่ทั้งหมด

0 คะแนน หมายถึง หมายถึง การตอบไม่สามารถคำนวณตามกฎ บทนิยาม ได้ถูกต้อง หรือถูกน้อยกว่าครึ่งหนึ่งของจุดที่ต้องตอบทั้งหมด

3.2 ด้านการดำเนินการตามลำดับขั้นตอนถูกต้องครบถ้วน

2 คะแนน หมายถึง ลักษณะการตอบระบุขั้นตอนการดำเนินการได้ถูกต้องทั้งหมด

1 คะแนน หมายถึง หมายถึง การตอบระบุขั้นตอนการดำเนินการได้ถูกต้องตั้งแต่ครึ่งหนึ่งขึ้นไปของขั้นตอนที่ต้องแสดงทั้งหมด แต่ถูกต้องไม่ทั้งหมด

0 คะแนน หมายถึง หมายถึง ลักษณะการตอบไม่สามารถระบุขั้นตอนการดำเนินการได้ถูกต้อง หรือถูกน้อยกว่าครึ่งหนึ่งของขั้นตอนที่ต้องแสดงทั้งหมด

จากการศึกษาแนวทางการวัดความรู้เชิงกระบวนการทางคณิตศาสตร์สรุปได้ว่า การวัดความรู้เชิงกระบวนการทางคณิตศาสตร์สามารถแบ่งแบบทดสอบออกเป็นสองประเภท คือ โจทย์ปัญหาที่คุ้นเคย และโจทย์ปัญหาที่ไม่คุ้นเคย โดยสามารถตรวจสอบจากผลลัพธ์ขั้นสุดท้าย หรือลำดับขั้นตอนการคำนวณและขั้นตอนแก้ปัญหา ข้อสอบสามารถเป็นข้อสอบหลายตัวเลือก เติมคำตอบ หรืออัตนัยซึ่งมีเกณฑ์การให้คะแนนด้านการระบุขั้นตอนการดำเนินการ ด้านการคำนวณตามหลักการ และด้านการดำเนินการตามลำดับขั้นตอนถูกต้องครบถ้วน

2.5 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับความรู้เชิงมโนทัศน์และการวัดความรู้เชิงกระบวนการ

งานวิจัยต่างประเทศ

Rittle-Johnson & Alibali (1999, pp. 175-188) ได้ทำการทดลองศึกษาว่าความรู้เชิงมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ส่งผลต่อความรู้เชิงกระบวนการทางคณิตศาสตร์ หรือความรู้เชิงกระบวนการทางคณิตศาสตร์ส่งผลต่อความรู้เชิงมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ โดยแบ่งนักเรียนออกเป็นสองกลุ่ม กลุ่มแรกครูสอนเน้นความรู้เชิงกระบวนการ และกลุ่มที่สองครูสอนเน้นความรู้เชิงมโนทัศน์ แล้วนำนักเรียนทั้งสองกลุ่มมาทำการทดสอบความรู้ทั้งสองประเภท ผลการวิจัยพบว่าความรู้ทั้งสองประเภทส่งผลต่อกัน แต่การเรียนเน้นความรู้เชิงกระบวนการนักเรียนจะไม่สามารถเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น หรือไม่สามารถนำไปประยุกต์ใช้ความรู้

DeCaro & Rittle-Johnson (2011, pp. 1-32) ได้ทำการทดลองศึกษาเรื่องการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์โดยให้นักเรียนทดลองแก้ปัญหาก่อนครูสอน ผู้วิจัยแบ่งนักเรียนออกเป็น 2 กลุ่ม กลุ่มแรกให้ครูสอนความรู้เชิงมโนทัศน์และกระบวนการให้นักเรียนก่อนให้นักเรียนลงมือแก้ปัญหา กลุ่มที่สองให้นักเรียนสำรวจและลงมือแก้ปัญหาด้วยตนเองก่อนแล้วครูสอนในภายหลัง แล้วทำการทดสอบวัดความรู้ทั้งสองประเภท ปรากฏว่า ผลคะแนนเฉลี่ยความรู้เชิงมโนทัศน์ของนักเรียนกลุ่มที่สอนโดยให้นักเรียนสำรวจและลงมือแก้ปัญหาด้วยตนเองก่อนมีคะแนนที่สูงกว่าอย่างมีนัยสำคัญ ส่วนคะแนนความรู้เชิงกระบวนการของทั้งสองกลุ่มอยู่ในระดับเดียวกัน

Zulnaidi & Zakaria (2012) ได้ทำการทดลองศึกษาความรู้เชิงมโนทัศน์และความรู้เชิงกระบวนการ เรื่อง ฟังก์ชัน หลังจากการจัดการเรียนรู้ด้วยโปรแกรม GeoGebra สำหรับนักเรียนมัธยมปลายจากโรงเรียนโรงเรียนในเมืองอูจุง บาร์ตู โรกัน ฮูรู จังหวัดเรียว ประเทศอินโดนีเซีย จำนวน 124 คน โดยจัดให้อยู่ในกลุ่มทดลอง 60 คน และที่เหลืออีก 64 คนอยู่ในกลุ่มควบคุม โดยกลุ่มทดลองได้รับการจัดการเรียนรู้ เรื่อง ฟังก์ชัน ผ่านโปรแกรม GeoGebra และกลุ่มควบคุมได้รับการจัดการเรียนรู้โดยไม่ใช้โปรแกรม GeoGebra ผลการวิจัยพบว่ากลุ่มทดลองมีผลสัมฤทธิ์ด้านความรู้เชิงมโนทัศน์และด้านความรู้เชิงกระบวนการสูงกว่ากลุ่มควบคุมที่ระดับนัยสำคัญ 0.05

งานวิจัยในประเทศ

นาสียะห์ สาหาด (นาสียะห์ สาหาด, 2559, pp. 5-6, 90) ได้ศึกษาผลของการจัดการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการสอนแบบมโนทัศน์ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์และความสามารถในการคิดเชิงมโนทัศน์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 โดยพัฒนากระบวนการสอนจากรูปแบบการสอนมโนทัศน์ของ Lasley Matczynski Joyce และ Weil ผลการวิจัยพบว่า

นักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการสอนแบบมโนทัศน์มีคะแนนเฉลี่ยผลสัมฤทธิ์คณิตศาสตร์หลังเรียนพัฒนาขึ้นสูงกว่าการสอบวัดผลก่อนการจัดการเรียนการสอน ที่ระดับนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 และ มีคะแนนเฉลี่ยความสามารถการคิดเชิงมโนทัศน์ระดับดีมาก

จุไรรัตน์ วัชราไทย (2561, pp. 122-130) ได้ศึกษาผลการจัดการเรียนรู้ตามกระบวนการคิดไตร่ตรอง เรื่องวิธีเรียงสับเปลี่ยนที่มีผลต่อความรู้เชิงมโนทัศน์และกระบวนการของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 เพื่อเปรียบเทียบความรู้ทั้งสองประเภท หลังการจัดการเรียนรู้ตามกระบวนการคิดไตร่ตรองกับเกณฑ์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ระยะเวลาที่ใช้ในการวิจัยทั้งหมด 11 คาบ ผลการวิจัยพบว่านักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ที่ได้รับการจัดการเรียนรู้ตามกระบวนการคิดไตร่ตรองมีความรู้ทั้งสองประเภทผ่านเกณฑ์มากกว่าร้อยละ 60 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด ที่ระดับนัยสำคัญ .05

เจริญขวัญ โรจนพงศ์สถาพร (2563, pp. 41-54) ได้ศึกษาผลของการจัดการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ร่วมกับการเขียนบันทึกการเรียนรู้ เรื่อง สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวที่มีต่อความรู้เชิงมโนทัศน์และความรู้เชิงกระบวนการทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 เพื่อศึกษาความสามารถด้านมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และกระบวนการทางคณิตศาสตร์ เรื่อง สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 จำนวน 40 คน ผลการวิจัยพบว่าหลังการจัดการเรียนรู้นักเรียนมีความรู้ทั้งสองประเภทสูงกว่าก่อนได้รับการจัดการเรียนรู้ที่ระดับนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.01

บทที่ 3
วิธีดำเนินการวิจัย

ในการวิจัยครั้งนี้ มีจุดมุ่งหมายเพื่อศึกษาความรู้เชิงมโนทัศน์และความรู้เชิงกระบวนการ เรื่อง เมทริกซ์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 หลังการจัดการเรียนรู้โดยใช้โปรแกรม Microsoft Excel โดยเก็บรวบรวมข้อมูลเชิงปริมาณนำมาวิเคราะห์ ซึ่งในการวิจัยนี้ ผู้วิจัยได้ดำเนินการโดยมีขั้นตอน ดังนี้

1. การกำหนดประชากรและการเลือกกลุ่มตัวอย่าง
2. การกำหนดกรอบแนวคิดของการจัดการเรียนรู้ เรื่อง เมทริกซ์ โดยใช้โปรแกรม Microsoft Excel
3. การสร้างและตรวจสอบคุณภาพเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย
4. การเก็บรวบรวมข้อมูล
5. การวิเคราะห์ข้อมูล

1. การกำหนดกลุ่มประชากรและการเลือกกลุ่มตัวอย่าง

ประชากรที่ใช้ในการวิจัย

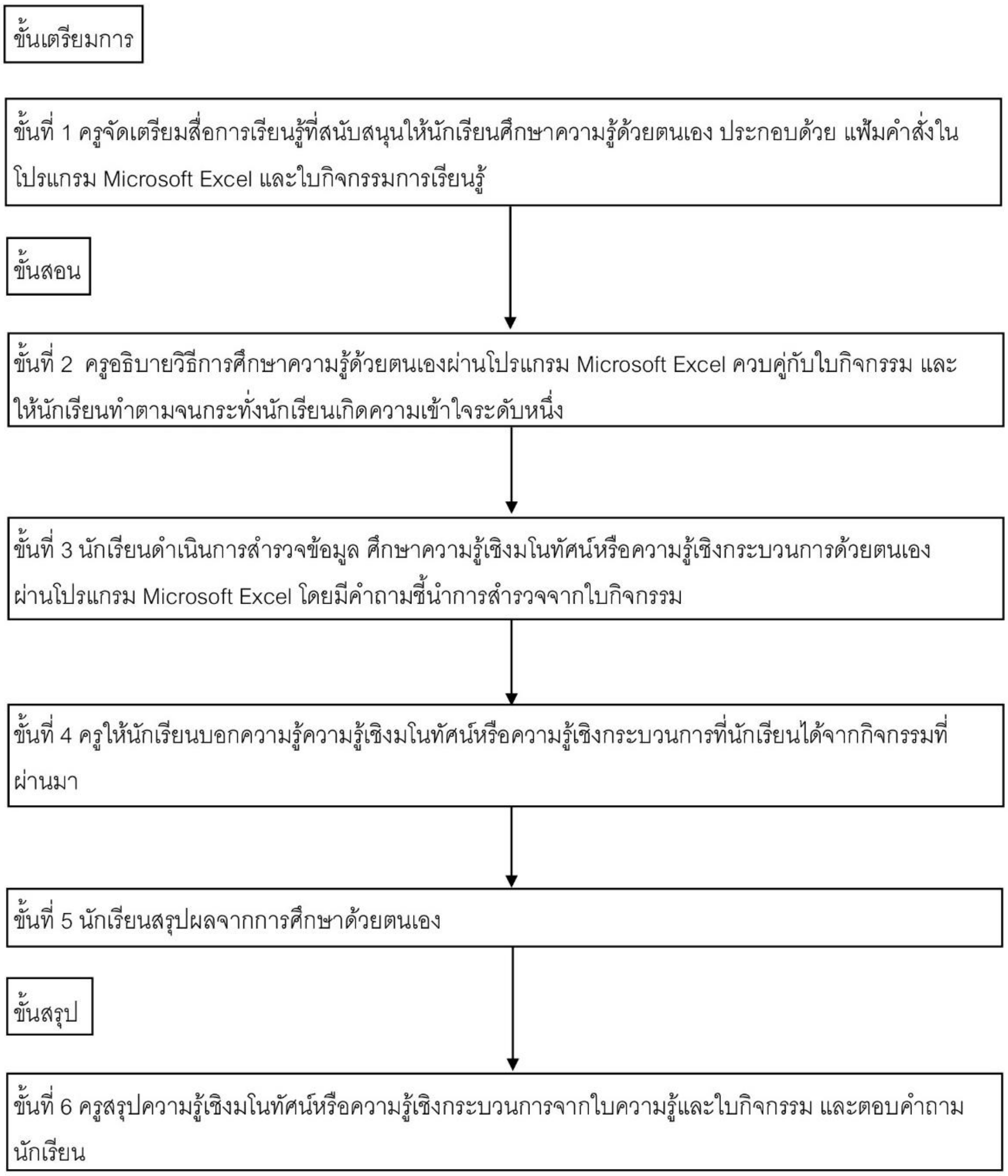
ประชากรที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 แผนการเรียนวิทยาศาสตร์และคณิตศาสตร์ โรงเรียนบดินทรเดชา (สิงห์ สิงหเสนี) แขวงพลับพลา เขตวังทองหลาง กรุงเทพฯ

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัย

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 แผนการเรียนวิทยาศาสตร์และคณิตศาสตร์ โรงเรียนบดินทรเดชา (สิงห์ สิงหเสนี) แขวงพลับพลา เขตวังทองหลาง กรุงเทพฯ ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2563 จำนวน 1 ห้องเรียน 45 คน โดยได้จากการสุ่มแบบกลุ่ม (Cluster random sampling) โดยมีห้องเรียนเป็นหน่วยการสุ่ม จากทั้งหมด 6 ห้องเรียน จับฉลากเลือกมา 1 ห้องเรียนเป็นกลุ่มตัวอย่าง ซึ่งโรงเรียนได้จัดห้องเรียนแบบคละความสามารถของนักเรียน

2. การกำหนดกรอบแนวคิดของการจัดการเรียนรู้ เรื่อง เมทริกซ์โดยใช้โปรแกรม Microsoft Excel

ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยได้ทำการกำหนดกรอบแนวคิดการศึกษาความรู้เชิงมโนทัศน์และความรู้เชิงกระบวนการ เรื่อง เมทริกซ์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ผ่านการจัดการเรียนรู้โดยใช้โปรแกรม Microsoft Excel ดังนี้



ภาพประกอบ 2 กรอบแนวคิดของการจัดการเรียนรู้เมทริกซ์
โดยใช้โปรแกรม Microsoft Excel

การจัดการเรียนรู้เพื่อเสริมสร้างให้เกิดความรู้เชิงมโนทัศน์ควบคู่กับความรู้เชิงกระบวนการ เรื่อง เมทริกซ์ โดยใช้โปรแกรม Microsoft Excel ส่งเสริมให้นักเรียนค้นหาคุณสมบัติเฉพาะ บทนิยาม ทฤษฎีบท เพื่อจำแนกสิ่งที่ใช่และไม่ใช่ออกจากกัน โดยมีเป้าหมายเพื่อช่วยให้นักเรียนพัฒนาความรู้เชิงมโนทัศน์และความรู้เชิงกระบวนการด้วยตนเอง โดยครูมีบทบาทเป็นผู้สนับสนุน

ขั้นที่ 1 ครูจัดเตรียมสื่อการเรียนรู้ที่สนับสนุนให้นักเรียนศึกษาความรู้ด้วยตนเอง ประกอบด้วย แฟ้มคำสั่งในโปรแกรม Microsoft Excel และใบกิจกรรมการเรียนรู้

โดยแฟ้มคำสั่งในโปรแกรม Microsoft Excel จะเปิดโอกาสให้นักเรียนได้สำรวจบทนิยาม ทฤษฎีบท และกระบวนการในการดำเนินการต่าง ๆ ตัวอย่าง เช่น กิจกรรมบทนิยามของเมทริกซ์ นักเรียนจะสามารถเปลี่ยนจำนวนจริงในวงเล็บ ลองให้จำนวนจริงไม่ครบแถว หรือใส่ตัวอักษรแทนสมาชิกในเมทริกซ์ โปรแกรมจะคอยบอกนักเรียนว่า ตัวอย่างที่นักเรียนเลือกใส่สมาชิกลงไปเป็นเมทริกซ์หรือไม่ เพื่อให้นักเรียนสร้างมโนทัศน์ของความรู้นั้น ๆ ด้วยตนเอง โดยในใบกิจกรรมจะมีคำถามชี้นำประกอบการสำรวจและศึกษาความรู้ด้วยตนเอง

ขั้นที่ 2 ครูอธิบายวิธีการศึกษาความรู้ด้วยตนเองผ่านโปรแกรม Microsoft Excel ควบคู่กับใบกิจกรรม และให้นักเรียนทำตามจนกระทั่งนักเรียนเกิดความเข้าใจระดับหนึ่ง

ขั้นที่ 3 นักเรียนดำเนินการสำรวจข้อมูล ศึกษาความรู้เชิงมโนทัศน์หรือความรู้เชิงกระบวนการด้วยตนเอง ผ่านโปรแกรม Microsoft Excel โดยมีคำถามชี้นำการสำรวจจากใบกิจกรรม

ในขั้นตอนการสำรวจด้วยตนเอง ตัวอย่างเช่น กิจกรรมนิยามของเมทริกซ์ นักเรียนจะต้องทดลองใส่สมาชิกในเมทริกซ์ในรูปแบบต่าง ๆ ถ้าสมาชิกในแต่ละหลักไม่เท่ากันแล้วโปรแกรมจะแจงไม่เป็นเมทริกซ์ ถ้ามีสมาชิกในเมทริกซ์ที่ไม่ใช้จำนวนจริงแล้วโปรแกรมจะแจ้งว่าไม่เป็นเมทริกซ์ แต่เมื่อใดก็ตามที่สมาชิกในเมทริกซ์ที่แถวทุกแถวมีจำนวนสมาชิกเท่ากันเรียงในรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากโดยสมาชิกทุกตัวเป็นจำนวนจริงแล้วโปรแกรมจะแจ้งนักเรียนว่าเป็นเมทริกซ์

ขั้นที่ 4 ครูให้นักเรียนบอกความรู้ความรู้เชิงมโนทัศน์หรือความรู้เชิงกระบวนการที่นักเรียนได้จากกิจกรรมที่ผ่านมา ซึ่งนักเรียนจะมีโอกาสได้บอกบทนิยาม ทฤษฎีบท หรือกระบวนการดำเนินการต่าง ๆ ในเรื่องเมทริกซ์ กับเพื่อนและแลกเปลี่ยนมุมมองกัน

ขั้นที่ 5 นักเรียนสรุปผลจากการศึกษาด้วยตนเอง

นักเรียนตอบคำถามในใบกิจกรรม และสรุปความรู้เชิงมโนทัศน์หรือความรู้เชิงกระบวนการที่ได้จากการศึกษาด้วยตนเอง สรุปออกมาเป็นข้อความคาดการณ์ ในภาษาที่ไม่เป็นทางการตามความเข้าใจของนักเรียนลงในใบกิจกรรม

ขั้นที่ 6 ครูสรุปความรู้เชิงมโนทัศน์หรือความรู้เชิงกระบวนการจากใบความรู้และใบกิจกรรม และตอบคำถามนักเรียน

ครูแจกใบความรู้ซึ่งประกอบด้วยบทนิยาม ทฤษฎีบท และความรู้เชิงกระบวนการที่เขียนอธิบายไว้อย่างเป็นทางการ พร้อมอธิบายความหมายในเชิงเปรียบเทียบควบคู่กับความรู้ที่นักเรียนได้รับจากใบกิจกรรม ซึ่งจะทำให้นักเรียนเข้าใจวิธีการเขียนแบบทางการควบคู่กับความสามารถในการอธิบายความรู้นั้น ๆ ในภาษาหรือความเข้าใจของตนเองได้

3. การสร้างและตรวจสอบคุณภาพเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ประกอบด้วย แผนการจัดการเรียนรู้และแฟ้มคำสั่งโปรแกรม Microsoft Excel ที่ใช้ประกอบการจัดเรียนรู้ความรู้เชิงมโนทัศน์และความรู้เชิงกระบวนการ เรื่อง เมทริกซ์ และแบบทดสอบวัดความรู้เชิงมโนทัศน์และความรู้เชิงกระบวนการ เรื่อง เมทริกซ์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ดังนี้

3.1 แผนการจัดการเรียนรู้และแฟ้มคำสั่งในโปรแกรม Microsoft Excel เรื่อง เมทริกซ์

ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยจัดทำแผนการจัดการเรียนรู้และแฟ้มคำสั่งในโปรแกรม Microsoft Excel ที่ใช้ประกอบการจัดเรียนรู้ที่ส่งเสริมให้เกิดความรู้เชิงมโนทัศน์หรือความรู้เชิงกระบวนการ เรื่อง เมทริกซ์ ตามเนื้อหาจากหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐานพุทธศักราช 2551 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) จำนวน 10 แผน แผนละ 1 คาบ คาบละ 50 นาที และแฟ้มคำสั่งในโปรแกรม Microsoft Excel ประกอบการจัดการเรียนรู้ในแต่ละแผน โดยมีขั้นตอนการทำแผนดังนี้

3.1.1 ศึกษาเอกสารและงานวิจัยในโลกที่สัมพันธ์กับการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่ที่ใช้ประกอบการจัดเรียนรู้การเรียนรู้ความรู้เชิงมโนทัศน์หรือความรู้เชิงกระบวนการ รวมถึงแนวทางการใช้โปรแกรม Microsoft Excel ในการจัดการเรียนรู้ เพื่อเป็นแนวทางในการจัดทำแผนการจัดการเรียนรู้ และแฟ้มคำสั่งในโปรแกรม Microsoft Excel

3.1.2 ศึกษาหลักสูตรแกนกลางการศึกษาพุทธศักราช 2551 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ประกอบด้วย มาตรฐานการเรียนรู้ ตัวชี้วัด ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง และการวัดผลประเมินผล

3.1.3 ศึกษาเอกสาร หนังสือเรียน และคู่มือครู เรื่อง เมทริกซ์

3.1.4 ศึกษาเอกสารในการจัดทำแผนการจัดการเรียนรู้ ควบคู่กับแฟ้มคำสั่งในโปรแกรม Microsoft Excel เพื่อจัดการเรียนรู้ความรู้เชิงมโนทัศน์และความรู้เชิงกระบวนการ เรื่อง เมทริกซ์ ประกอบด้วย

1) จุดประสงค์ของการเรียนรู้

2) สาระการเรียนรู้

3) อุปกรณ์และสื่อการเรียนรู้

4) กิจกรรมการจัดการเรียนรู้ควบคู่กับแฟ้มคำสั่ง Microsoft Excel

5) การวัดผลและประเมินผล

3.1.5 กำหนดจุดประสงค์และเนื้อหาในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้รายคาบเรียนในเนื้อหาเรื่อง เมทริกซ์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่สอดคล้องกับมาตรฐานการเรียนรู้และตัวชี้วัดตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐานพุทธศักราช 2551 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) ผ่านการจัดการเรียนรู้โดยใช้โปรแกรม Microsoft Excel

3.1.6 จัดทำแผนการจัดการเรียนรู้ตามการจัดการเรียนรู้ เรื่อง เมทริกซ์ ที่สอดคล้องกับความรู้เชิงมโนทัศน์และความรู้เชิงกระบวนการ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ตามเนื้อหาจากหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐานพุทธศักราช 2551 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) ผ่านการจัดการเรียนรู้โดยใช้โปรแกรม Microsoft Excel ซึ่งประกอบด้วยแผนการจัดการเรียนรู้ทั้งหมด 10 แผน รวม 10 คาบเรียน รายละเอียดแผนการจัดการเรียนรู้ในแต่ละแผนทั้ง 10 แผน แสดงดังตาราง 1

ตาราง 1 แผนการจัดการเรียนรู้ที่ส่งเสริมให้เกิดความรู้เชิงมโนทัศน์หรือความรู้เชิงกระบวนการของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ผ่านการจัดการเรียนรู้โดยใช้โปรแกรม Microsoft Excel

แผน	จุดประสงค์	การจัดกิจกรรมการเรียนรู้	สื่อการเรียนรู้
1	1. บอกความหมายของเมทริกซ์พร้อมยกตัวอย่างเมทริกซ์ได้ 2. อธิบายองค์ประกอบของเมทริกซ์ประกอบด้วย แถว หลัก มิติ และสมาชิกได้ 3. ระบุสมาชิกของเมทริกซ์ตำแหน่งต่าง ๆ ได้ 4. อธิบายการเท่ากันและไม่เท่ากันของเมทริกซ์ได้ 5. บอกความหมายของเมทริกซ์สลับเปลี่ยนพร้อมยกตัวอย่างเมทริกซ์สลับเปลี่ยนได้ 6. หาผลลัพธ์ของตัวแปรจากการเท่ากันของเมทริกซ์ได้	**ขั้นนำ** 1. ครูยกตัวอย่างประโยชน์ของเมทริกซ์เบื้องต้น 2. ครูแนะนำวิธีการเรียนรู้ของนักเรียนเกี่ยวกับการจัดการเรียนรู้โดยใช้โปรแกรม Microsoft Excel **ขั้นสอน** 3. นักเรียนศึกษาความรู้ ตามหัวข้อในจุดประสงค์การเรียนรู้ โดยทดลองปรับเปลี่ยนจำนวนในเมทริกซ์ในแฟ้มคำสั่ง Microsoft Excel ที่ครูสร้างควบคู่กับใบกิจกรรม 4. นักเรียนเขียนสรุปความรู้ที่ได้จากการสำรวจด้วยตนเองลงในใบกิจกรรม 5. นักเรียนร่วมกันอภิปรายความรู้ที่ได้รับจากการจัดกิจกรรม **ขั้นสรุป** 6. ครูสรุปความรู้ที่นักเรียนได้รับ และตอบคำถามของนักเรียน	1. แฟ้มในโปรแกรม Microsoft Excel 1-4 2. ใบกิจกรรมที่ 1 เรื่อง นิยามเมทริกซ์และองค์ประกอบของเมทริกซ์ 3. ใบกิจกรรมที่ 2 เรื่อง การเท่ากันของเมทริกซ์ 4. ใบกิจกรรมที่ 3 เรื่อง เมทริกซ์สลับเปลี่ยน 5. ใบความรู้ 1 เรื่อง นิยามเมทริกซ์ องค์ประกอบของเมทริกซ์ การเท่ากันของเมทริกซ์ และเมทริกซ์สลั บเปลี่ยน

ตาราง 1 (ต่อ)

แผน	จุดประสงค์	การจัดกิจกรรมการเรียนรู้	สื่อการเรียนรู้
2	1. อธิบายหลักการการบวกเมทริกซ์และหาผลลัพธ์ได้ 2. อธิบายหลักการการลบเมทริกซ์และหาผลลัพธ์ได้ 3. อธิบายและเขียนเมทริกซ์ศูนย์ 4. อธิบายหลักการการคูณเมทริกซ์ด้วยจำนวนจริง และหาผลลัพธ์ได้ 5. อธิบายทฤษฎีบท 1 เกี่ยวกับการบวกเมทริกซ์และการคูณเมทริกซ์ด้วยจำนวนจริง 9 ข้อ พร้อมนำไปใช้แก้ปัญหา	**ขั้นนำ** 1. ครูทบทวนความรู้ที่นักเรียนได้รับในคาบเรียนก่อนหน้า ด้วยคำถามประกอบแฟ้มคำสั่งในโปรแกรม Microsoft Excel **ขั้นสอน** 3. นักเรียนศึกษาความรู้ ตามหัวข้อในจุดประสงค์การเรียนรู้ โดยทดลองปรับเปลี่ยนจำนวนในเมทริกซ์ในแฟ้มคำสั่ง Microsoft Excel ที่ครูสร้างควบคู่กับใบกิจกรรม 4. นักเรียนเขียนสรุปความรู้ที่ได้จากการสำรวจด้วยตนเองลงในใบกิจกรรม 5. นักเรียนร่วมกันอภิปรายความรู้ที่ได้รับจากการจัดกิจกรรม **ขั้นสรุป** 6. ครูสรุปความรู้ที่นักเรียนได้รับ และตอบคำถามของนักเรียน	1. แฟ้มในโปรแกรม Microsoft Excel 5-8 2. ใบกิจกรรมที่ 4 เรื่อง การบวกเมทริกซ์ การลบเมทริกซ์ และการคูณเมทริกซ์กับจำนวนจริง 3. ใบกิจกรรมที่ 5 เรื่อง ทฤษฎีบท 1 4. ใบความรู้ 2 เรื่อง การบวกเมทริกซ์ การลบเมทริกซ์ การคูณเมทริกซ์กับจำนวนจริง และทฤษฎีบท 1

ตาราง 1 (ต่อ)

แผน	จุดประสงค์	การจัดกิจกรรมการเรียนรู้	สื่อการเรียนรู้
3	1. อธิบายหลักการคูณเมทริกซ์ด้วยเมทริกซ์และหาผลลัพธ์ได้ 2. อธิบายความหมายของเมทริกซ์เอกลักษณ์ 3. อธิบายความหมายและสมบัติของเมทริกซ์จัตุรัส	**ขั้นนำ** 1. ครูทบทวนความรู้ที่นักเรียนได้รับในคาบเรียนก่อนหน้า ด้วยคำถามประกอบแฟ้มคำสั่งในโปรแกรม Microsoft Excel **ขั้นสอน** 3. นักเรียนศึกษาความรู้ ตามหัวข้อในจุดประสงค์การเรียนรู้ โดยทดลองปรับเปลี่ยนจำนวนในเมทริกซ์ในแฟ้มคำสั่ง Microsoft Excel ที่ครูสร้างควบคู่กับใบกิจกรรม 4. นักเรียนเขียนสรุปความรู้ที่ได้จากการสำรวจด้วยตนเองลงในใบกิจกรรม 5. นักเรียนร่วมกันอภิปรายความรู้ที่ได้รับจากการจัดกิจกรรม **ขั้นสรุป** 6. ครูสรุปความรู้ที่นักเรียนได้รับ และตอบคำถามของนักเรียน	1. แฟ้มในโปรแกรม Microsoft Excel 9-11 2. ใบกิจกรรมที่ 6 เรื่อง หลักการคูณเมทริกซ์ด้วยเมทริกซ์ เมทริกซ์เอกลักษณ์ และเมทริกซ์จัตุรัส 3. ใบความรู้ 3 เรื่อง หลักการคูณเมทริกซ์ด้วยเมทริกซ์ เมทริกซ์เอกลักษณ์ และเมทริกซ์จัตุรัส

ตาราง 1 (ต่อ)

แผน	จุดประสงค์	การจัดกิจกรรมการเรียนรู้	สื่อการเรียนรู้
4	1. อธิบายทฤษฎีบท 2 เกี่ยวกับการคูณเมทริกซ์ 6 ข้อ 2. นำทฤษฎีบท 2 ไปใช้แก้สมการ	**ขั้นนำ** 1. ครูทบทวนความรู้ที่นักเรียนได้รับในคาบเรียนก่อนหน้า ด้วยคำถามประกอบแฟ้มคำสั่งในโปรแกรม Microsoft Excel **ขั้นสอน** 3. นักเรียนศึกษาความรู้ ตามหัวข้อในจุดประสงค์การเรียนรู้ โดยทดลองปรับเปลี่ยนจำนวนในเมทริกซ์ในแฟ้มคำสั่ง Microsoft Excel ที่ครูสร้างควบคู่กับใบกิจกรรม 4. นักเรียนเขียนสรุปความรู้ที่ได้จากการสำรวจด้วยตนเองลงในใบกิจกรรม 5. นักเรียนร่วมกันอภิปรายความรู้ที่ได้รับจากการจัดกิจกรรม **ขั้นสรุป** 6. ครูสรุปความรู้ที่นักเรียนได้รับ และตอบคำถามของนักเรียน	1. แฟ้มในโปรแกรม Microsoft Excel 12 แสดง ทฤษฎีบท 2 2. ใบกิจกรรมที่ 7 เรื่อง ทฤษฎีบท 2 2. ใบความรู้ 4 เรื่อง ทฤษฎีบท 2

ตาราง 1 (ต่อ)

แผน	จุดประสงค์	การจัดกิจกรรมการเรียนรู้	สื่อการเรียนรู้
5	1. อธิบายทฤษฎีบท 3 เกี่ยวกับเมทริกซ์สับเปลี่ยน 4 ข้อ และนำไปใช้แก้ปัญหา 2. อธิบายความหมายดีเทอร์มิแนนต์ของเมทริกซ์มิติสองคูณสอง และหาผลลัพธ์ได้	**ขั้นนำ** 1. ครูทบทวนความรู้ที่นักเรียนได้รับในคาบเรียนก่อนหน้า ด้วยคำถามประกอบแฟ้มคำสั่งในโปรแกรม Microsoft Excel **ขั้นสอน** 3. นักเรียนศึกษาความรู้ ตามหัวข้อในจุดประสงค์การเรียนรู้ โดยทดลองปรับเปลี่ยนจำนวนในเมทริกซ์ในแฟ้มคำสั่ง Microsoft Excel ที่ครูสร้างควบคู่กับใบกิจกรรม 4. นักเรียนเขียนสรุปความรู้ที่ได้จากการสำรวจด้วยตนเองลงในใบกิจกรรม 5. นักเรียนร่วมกันอภิปรายความรู้ที่ได้รับจากการจัดกิจกรรม **ขั้นสรุป** 6. ครูสรุปความรู้ที่นักเรียนได้รับ และตอบคำถามของนักเรียน	1. แฟ้มในโปรแกรม Microsoft Excel 13-14 แสดงทฤษฎีบท 3 2. ใบกิจกรรมที่ 8 เรื่อง ทฤษฎีบท 3 3. ใบกิจกรรมที่ 9 เรื่อง ดีเทอร์มิแนนต์ของเมทริกซ์มิติสองคูณสอง 4. ใบความรู้ 5 เรื่อง ทฤษฎีบท 3 และดีเทอร์มิแนนต์ของเมทริกซ์มิติสองคูณสอง

ตาราง 1 (ต่อ)

แผน	จุดประสงค์	การจัดกิจกรรมการเรียนรู้	สื่อการเรียนรู้
6	1. อธิบายบทนิยามและคำนวณหาไมเนอร์ของสมาชิกของเมทริกซ์ได้ 2. อธิบายบทนิยามและคำนวณหาโคแฟกเตอร์ของสมาชิกของเมทริกซ์ได้ 3. อธิบายหลักการหาดีเทอร์มิแนนต์ของเมทริกซ์มิติสามคูณสาม และหาผลลัพธ์โดยใช้บทนิยามได้ 4. อธิบายหลักการหาดีเทอร์มิแนนต์ของเมทริกซ์มิติสามคูณสาม และหาผลลัพธ์โดยใช้การเติมหลักสองหลัก	**ขั้นนำ** 1. ครูทบทวนความรู้ที่นักเรียนได้รับในคาบเรียนก่อนหน้า ด้วยคำถามประกอบแฟ้มคำสั่งในโปรแกรม Microsoft Excel **ขั้นสอน** 3. นักเรียนศึกษาความรู้ ตามหัวข้อในจุดประสงค์การเรียนรู้ โดยทดลองปรับเปลี่ยนจำนวนในเมทริกซ์ในแฟ้มคำสั่ง Microsoft Excel ที่ครูสร้างควบคู่กับใบกิจกรรม 4. นักเรียนเขียนสรุปความรู้ที่ได้จากการสำรวจด้วยตนเองลงในใบกิจกรรม 5. นักเรียนร่วมกันอภิปรายความรู้ที่ได้รับจากการจัดกิจกรรม **ขั้นสรุป** 6. ครูสรุปความรู้ที่นักเรียนได้รับ และตอบคำถามของนักเรียน	1. แฟ้มในโปรแกรม Microsoft Excel 15 2. ใบกิจกรรมที่ 10 เรื่อง ไมเนอร์ โคแฟกเตอร์ และดีเทอร์มิแนนต์ของเมทริกซ์ 3. ใบความรู้ 6 เรื่อง ไมเนอร์ โคแฟกเตอร์ และดีเทอร์มิแนนต์ของเมทริกซ์

ตาราง 1 (ต่อ)

แผน	จุดประสงค์	การจัดกิจกรรมการเรียนรู้	สื่อการเรียนรู้
7	1. อธิบายทฤษฎีบท 4 เกี่ยวกับดีเทอร์มิแนนต์ของเมทริกซ์ 8 ข้อ 2. นำทฤษฎีบท 4 ไปใช้แก้สมการเมทริกซ์	**ขั้นนำ** 1. ครูทบทวนความรู้ที่นักเรียนได้รับในคาบเรียนก่อนหน้า ด้วยคำถามประกอบแฟ้มคำสั่งในโปรแกรม Microsoft Excel **ขั้นสอน** 3. นักเรียนศึกษาความรู้ ตามหัวข้อในจุดประสงค์การเรียนรู้ โดยทดลองปรับเปลี่ยนจำนวนในเมทริกซ์ในแฟ้มคำสั่ง Microsoft Excel ที่ครูสร้างควบคู่กับใบกิจกรรม 4. นักเรียนเขียนสรุปความรู้ที่ได้จากการสำรวจด้วยตนเองลงในใบกิจกรรม 5. นักเรียนร่วมกันอภิปรายความรู้ที่ได้รับจากการจัดกิจกรรม **ขั้นสรุป** 6. ครูสรุปความรู้ที่นักเรียนได้รับ และตอบคำถามของนักเรียน	1. แฟ้มในโปรแกรม Microsoft Excel 16 แสดง ทฤษฎีบท 4 2. ใบกิจกรรมที่ 11 เรื่อง ทฤษฎีบท 4 3. ใบความรู้ 7 เรื่อง ทฤษฎีบท 4

ตาราง 1 (ต่อ)

แผน	จุดประสงค์	การจัดกิจกรรมการเรียนรู้	สื่อการเรียนรู้
8	1. อธิบายและจำแนกเมทริกซ์เอกฐาน กับเมทริกซ์ไม่เอกฐาน 2. อธิบายบทนิยามเมทริกซ์ผูกพันและการคำนวณหาเมทริกซ์ผูกพันของเมทริกซ์ 3. อธิบายความหมายและหาอินเวอร์สการคูณของเมทริกซ์ 4. เขียนทฤษฎีบท 5 การมีอินเวอร์สการคูณของเมทริกซ์เพียงตัวเดียว	**ขั้นนำ** 1. ครูทบทวนความรู้ที่นักเรียนได้รับในคาบเรียนก่อนหน้า ด้วยคำถามประกอบแฟ้มคำสั่งในโปรแกรม Microsoft Excel **ขั้นสอน** 3. นักเรียนศึกษาความรู้ ตามหัวข้อในจุดประสงค์การเรียนรู้ โดยทดลองปรับเปลี่ยนจำนวนในเมทริกซ์ในแฟ้มคำสั่ง Microsoft Excel ที่ครูสร้างควบคู่กับใบกิจกรรม 4. นักเรียนเขียนสรุปความรู้ที่ได้จากการสำรวจด้วยตนเองลงในใบกิจกรรม 5. นักเรียนร่วมกันอภิปรายความรู้ที่ได้รับจากการจัดกิจกรรม **ขั้นสรุป** 6. ครูสรุปความรู้ที่นักเรียนได้รับ และตอบคำถามของนักเรียน	1. แฟ้มในโปรแกรม Microsoft Excel 17-19 แสดงเมทริกซ์เอกฐาน เมทริกซ์ไม่เอกฐาน เมทริกซ์ผูกพัน และอินเวอร์สการคูณของเมทริกซ์ 2. ใบกิจกรรมที่ 12 เรื่อง เมทริกซ์เอกฐาน เมทริกซ์ไม่เอกฐาน เมทริกซ์ผูกพัน อินเวอร์สการคูณของเมทริกซ์ และ ทฤษฎีบท 5 3. ใบความรู้ 8 เรื่อง เมทริกซ์เอกฐาน เมทริกซ์ไม่เอกฐาน เมทริกซ์ผูกพัน และอินเวอร์สการคูณของเมทริกซ์

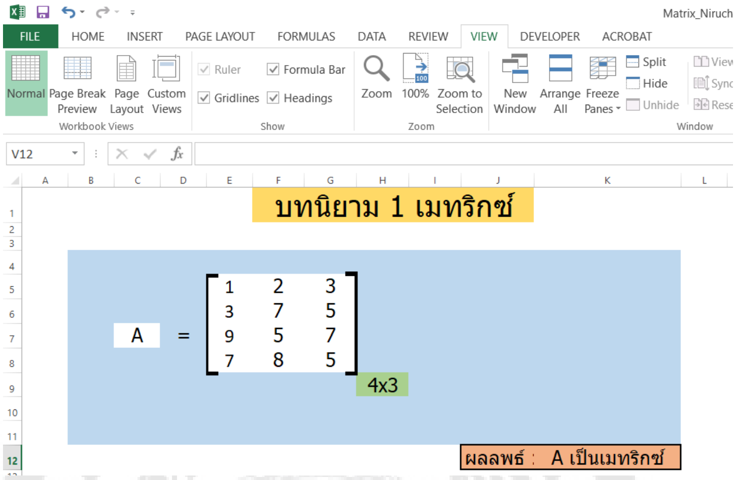
ตาราง 1 (ต่อ)

แผน	จุดประสงค์	การจัดกิจกรรมการเรียนรู้	สื่อการเรียนรู้
9	1. อธิบายความหมายระบบสมการเชิงเส้นและเขียนระบบสมการเชิงเส้นในรูปสมการเมทริกซ์ได้ 2. อธิบายหลักการและหาคำตอบของระบบสมการเชิงเส้นโดยใช้อินเวอร์สการคูณของเมทริกซ์ 3. อธิบายกระบวนการและหาคำตอบของระบบสมการเชิงเส้นโดยใช้กฎของคราเมอร์	**ขั้นนำ** 1. ครูทบทวนความรู้ที่นักเรียนได้รับในคาบเรียนก่อนหน้า ด้วยคำถามประกอบแฟ้มคำสั่งในโปรแกรม Microsoft Excel **ขั้นสอน** 3. นักเรียนศึกษาความรู้ ตามหัวข้อในจุดประสงค์การเรียนรู้ โดยทดลองปรับเปลี่ยนจำนวนในเมทริกซ์ในแฟ้มคำสั่ง Microsoft Excel ที่ครูสร้างควบคู่กับใบกิจกรรม 4. นักเรียนเขียนสรุปความรู้ที่ได้จากการสำรวจด้วยตนเองลงในใบกิจกรรม 5. นักเรียนร่วมกันอภิปรายความรู้ที่ได้รับจากการจัดกิจกรรม **ขั้นสรุป** 6. ครูสรุปความรู้ที่นักเรียนได้รับ และตอบคำถามของนักเรียน	1. แฟ้มในโปรแกรม Microsoft Excel 20-21 แสดง สมการเมทริกซ์ การหาคำตอบของระบบสมการเชิงเส้นโดยใช้อินเวอร์สการคูณของเมทริกซ์ และกฎของคราเมอร์ 2. ใบกิจกรรมที่ 13 เรื่อง สมการเมทริกซ์ การหาคำตอบของระบบสมการเชิงเส้นโดยใช้อินเวอร์สการคูณของเมทริกซ์ และกฎของคราเมอร์ 3. ใบความรู้ 9 เรื่อง สมการเมทริกซ์ การหาคำตอบของระบบสมการเชิงเส้นโดยใช้อินเวอร์สการคูณของเมทริกซ์ และกฎของคราเมอร์

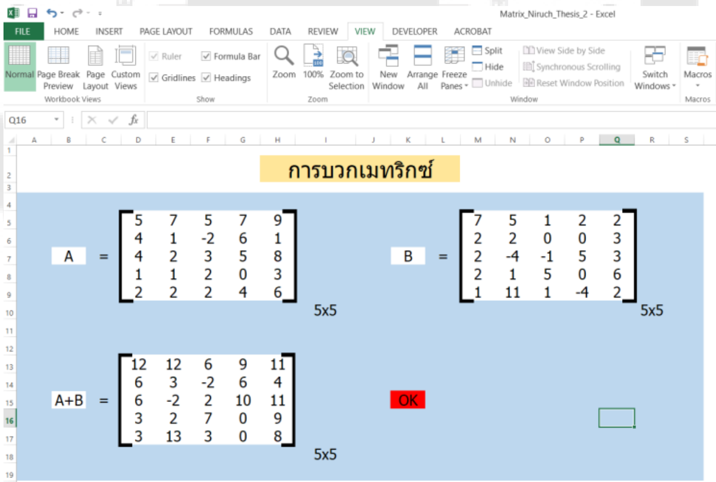
ตาราง 1 (ต่อ)

แผน	จุดประสงค์	การจัดกิจกรรมการเรียนรู้	สื่อการเรียนรู้
10	1. อธิบายความหมายระบบสมการเชิงเส้น และเขียนในรูปเมทริกซ์แต่งเติมได้ 2. อธิบายหลักการ และหาคำตอบของระบบสมการเชิงเส้นโดยใช้การดำเนินการตามแถวขั้นมูลฐาน 3. อธิบายความหมายและจำแนกเมทริกซ์แต่งเติมที่สมมูลและไม่สมมูลกันได้	**ขั้นนำ** 1. ครูทบทวนความรู้ที่นักเรียนได้รับในคาบเรียนก่อนหน้า ด้วยคำถามประกอบแฟ้มคำสั่งในโปรแกรม Microsoft Excel **ขั้นสอน** 3. นักเรียนศึกษาความรู้ ตามหัวข้อในจุดประสงค์การเรียนรู้ โดยทดลองปรับเปลี่ยนจำนวนในเมทริกซ์ในแฟ้มคำสั่ง Microsoft Excel ที่ครูสร้างควบคู่กับใบกิจกรรม 4. นักเรียนเขียนสรุปความรู้ที่ได้จากการสำรวจด้วยตนเองลงในใบกิจกรรม 5. นักเรียนร่วมกันอภิปรายความรู้ที่ได้รับจากการจัดกิจกรรม **ขั้นสรุป** 6. ครูสรุปความรู้ที่นักเรียนได้รับ และตอบคำถามของนักเรียน	1. แฟ้มในโปรแกรม Microsoft Excel 22 แสดง เมทริกซ์แต่งเติม ความสมมูลของเมทริกซ์แต่งเติม และการดำเนินการตามแถวขั้นมูลฐาน 2. ใบกิจกรรมที่ 14 เรื่อง เมทริกซ์แต่งเติม ความสมมูลของเมทริกซ์แต่งเติม และการดำเนินการตามแถวขั้นมูลฐาน 3. ใบความรู้ 10 เรื่อง เมทริกซ์แต่งเติม ความสมมูลของเมทริกซ์แต่งเติม และการดำเนินการตามแถวขั้นมูลฐาน

3.1.7 สร้างแฟ้มคำสั่งในโปรแกรม Microsoft Excel เพื่อใช้ประกอบการจัดการเรียนรู้ความรู้เชิงมโนทัศน์และความรู้เชิงกระบวนการ เรื่อง เมทริกซ์ ซึ่งตัวอย่างของแฟ้มคำสั่งในโปรแกรม Microsoft Excel แสดงดังภาพประกอบ 3 และภาพประกอบ 4



ภาพประกอบ 3 แฟ้มคำสั่งในหัวข้อบทนิยามของเมทริกซ์ในโปรแกรม Microsoft Excel



ภาพประกอบ 4 แฟ้มคำสั่งในหัวข้อการบวกเมทริกซ์ในโปรแกรม Microsoft Excel

3.1.8 จัดทำแผนการจัดการเรียนรู้และแฟ้มคำสั่งโปรแกรม Microsoft Excel ที่ใช้ประกอบการจัดการเรียนรู้ที่ส่งเสริมให้เกิดความรู้เชิงมโนทัศน์และความรู้เชิงกระบวนการ เรื่อง เมทริกซ์ นำเสนอต่อท่านคณะกรรมการควบคุมปริญญานิพนธ์ เพื่อรับฟังคำชี้แนะและสิ่งที่ต้องไป พัฒนา

3.1.9 จัดทำแผนการจัดการเรียนรู้และแฟ้มคำสั่งในโปรแกรม Microsoft Excel ที่ใช้ประกอบการจัดการเรียนรู้ที่ส่งเสริมให้เกิดความรู้เชิงมโนทัศน์และความรู้เชิงกระบวนการ เรื่อง เมทริกซ์ ที่ได้รับการตรวจสอบมาพัฒนา แก้ไขตามข้อเสนอแนะของท่านคณะกรรมการควบคุมปริญญานิพนธ์ แล้วเสนอให้ผู้เชี่ยวชาญ 3 ท่าน เพื่อตรวจสอบความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหา ความถูกต้องของภาษาที่ใช้ และการวัดประเมินผล

3.1.10 จัดทำแผนการจัดการเรียนรู้และแฟ้มคำสั่งในโปรแกรม Microsoft Excel ที่ใช้ประกอบการจัดการเรียนรู้ที่ส่งเสริมให้เกิดความรู้เชิงมโนทัศน์และความรู้เชิงกระบวนการ เรื่อง เมทริกซ์ ที่ได้รับการตรวจสอบมาดำเนินการปรับปรุงแก้ไขตามคำแนะนำของผู้เชี่ยวชาญ

3.1.11 จัดทำแผนการจัดการเรียนรู้และแฟ้มคำสั่งในโปรแกรม Microsoft Excel ที่ใช้ประกอบการจัดการเรียนรู้ที่ส่งเสริมให้เกิดความรู้เชิงมโนทัศน์และความรู้เชิงกระบวนการ เรื่อง เมทริกซ์ ที่ปรับปรุงแก้ไขเรียบร้อยแล้วไปทดลองนำร่องกับนักเรียนที่ไม่ใช่กลุ่มตัวอย่าง ได้แก่ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนบดินทรเดชา จำนวน 26 คน เพื่อเป็นการตรวจสอบข้อผิดพลาดที่อาจเกิดขึ้นในด้าน เวลา เอกสาร แฟ้มคำสั่ง และการสอน

3.1.12 นำแผนการจัดการเรียนรู้และแฟ้มคำสั่งในโปรแกรม Microsoft Excel ที่ใช้ประกอบการจัดการเรียนรู้ที่ส่งเสริมให้เกิดความรู้เชิงมโนทัศน์และความรู้เชิงกระบวนการ เรื่อง เมทริกซ์ ที่ปรับปรุงแก้ไขเรียบร้อยแล้วเสนอต่อท่านคณะกรรมการควบคุมปริญญานิพนธ์เพื่อตรวจครั้งสุดท้ายก่อนนำไปทดลองจัดการเรียนรู้กับกลุ่มตัวอย่าง

3.2 แบบทดสอบวัดความรู้เชิงมโนทัศน์และความรู้เชิงกระบวนการ เรื่อง เมทริกซ์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยจัดทำแบบทดสอบวัดความรู้เชิงมโนทัศน์และความรู้เชิงกระบวนการ เรื่อง เมทริกซ์ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 เพื่อใช้ทดสอบภายหลังการจัดการเรียนรู้โดยใช้โปรแกรม Microsoft Excel โดยมีขั้นตอนดังต่อไปนี้

3.2.1 ศึกษาหลักสูตรแกนกลาง การศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 (ฉบับปรับปรุง พุทธศักราช 2560) กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่อง เมทริกซ์ ประกอบด้วยผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง การวัดผลและประเมินผล เป็นต้น

3.2.2 ศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการสร้างแบบทดสอบวัดความรู้เชิงมโนทัศน์และแบบทดสอบวัดความรู้เชิงกระบวนการ

3.2.3 สร้างแบบทดสอบวัดความรู้เชิงมโนทัศน์ เรื่อง เมทริกซ์ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 เป็นข้อสอบแบบเติมคำ จำนวน 20 ข้อ (ใช้จริง 10 ข้อ) รวม 40 คะแนน โดยแต่ละข้อมี 4 ข้อย่อย คะแนนเต็มข้อย่อยละ 1 คะแนน

3.2.4 สร้างแบบทดสอบวัดความรู้เชิงกระบวนการ เรื่อง เมทริกซ์ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 เป็นข้อสอบอัตนัย จำนวน 16 ข้อ (ใช้จริง 8 ข้อ รวม 30 คะแนน) โดยมีเกณฑ์การให้คะแนนตามขั้นตอนที่นักเรียนดำเนินการได้แยกเป็นรายข้อ

3.2.5 นำแบบทดสอบวัดความรู้เชิงมโนทัศน์และแบบทดสอบวัดความรู้เชิงกระบวนการ เรื่อง เมทริกซ์ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่สร้างเสร็จเรียบร้อยแล้วเสนอต่อท่านคณะกรรมการควบคุมปริญญานิพนธ์ เพื่อรับฟังคำชี้แนะและสิ่งที่ต้องไปพัฒนา

3.2.6 นำแบบทดสอบวัดความรู้เชิงมโนทัศน์และแบบทดสอบวัดความรู้เชิงกระบวนการ เรื่อง เมทริกซ์ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่ได้รับการตรวจสอบที่ได้รับการตรวจสอบมาพัฒนา แก้ไขตามข้อเสนอแนะของท่านคณะกรรมการควบคุมปริญญานิพนธ์เรียบร้อยแล้ว นำเสนอผู้เชี่ยวชาญจำนวน 3 ท่าน ตรวจสอบความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหา โดยกำหนดเกณฑ์การให้คะแนนสำหรับข้อสอบแต่ละข้อไว้ดังนี้

คะแนน +1 หมายถึง

ข้อสอบข้อนั้นมีความสอดคล้องกับจุดประสงค์สามารถนำไปใช้ได้

คะแนน 0 หมายถึง

ไม่แน่ใจว่าข้อสอบข้อนั้นมีความสอดคล้องกับจุดประสงค์หรือไม่

คะแนน -1 หมายถึง

ข้อสอบข้อนั้นไม่มีความสอดคล้องกับจุดประสงค์ ต้องตัดทิ้ง หรือปรับปรุง

โดยผู้วิจัยคัดเลือกเฉพาะข้อสอบที่มีค่าดัชนีความสอดคล้อง (IOC) มากกว่า 0.5 และปรับปรุงแก้ไขตามคำแนะนำของผู้เชี่ยวชาญ

3.2.7 นำแบบทดสอบวัดความรู้เชิงมโนทัศน์และแบบทดสอบวัดความรู้เชิงกระบวนการ เรื่อง เมทริกซ์ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่ได้ปรับปรุงแก้ไขเรียบร้อยแล้วมาทดลองนำร่องใช้กับนักเรียนที่ไม่ใช่กลุ่มตัวอย่าง ได้แก่ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียน โรงเรียนบดินทรเดชา จำนวน 26 คน แล้วตรวจให้คะแนนตามเกณฑ์ที่สร้าง

3.2.8 นำแบบทดสอบวัดความรู้เชิงมโนทัศน์และแบบทดสอบวัดความรู้เชิงกระบวนการ เรื่อง เมทริกซ์ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่ตรวจให้คะแนนแล้วมาวิเคราะห์คุณภาพข้อสอบ ประกอบด้วย ค่าความยากง่าย (p) และค่าจำแนก (r) ของข้อสอบแต่ละ

ข้อ โดยค่าความยากง่าย (p) จะต้องอยู่ระหว่าง 0.20-0.80 ถือว่าไม่ง่ายและยากเกินไป ส่วนค่าอำนาจจำแนก (r) ควรมีค่ามากกว่าเท่ากับ 0.20 ขึ้นไป แล้วคัดเลือกแบบทดสอบวัดความรู้เชิงมโนทัศน์และความรู้เชิงกระบวนการ เรื่อง เมทริกซ์ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่มีค่าความยากง่ายและอำนาจจำแนกอยู่ในเกณฑ์ดังกล่าว โดยแบบทดสอบวัดความรู้เชิงมโนทัศน์เป็นข้อสอบแบบเติมคำตอบ 10 ข้อ และแบบทดสอบวัดความรู้เชิงกระบวนการเป็นข้อสอบอัตนัย 8 ข้อสำหรับพบว่าค่าความยากง่ายของข้อสอบแต่ละข้อมีค่าตั้งแต่ 0.31-0.80 และอำนาจจำแนกของข้อสอบแต่ละข้อมีค่าตั้งแต่ 0.21-0.52

3.2.9 นำแบบทดสอบวัดความรู้เชิงมโนทัศน์และแบบทดสอบวัดความรู้เชิงกระบวนการ เรื่อง เมทริกซ์ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่ถูกคัดเลือกมาวิเคราะห์ค่าความเชื่อมั่น (Reliability) ของแบบทดสอบ โดยใช้การหาค่าสัมประสิทธิ์แอลฟา (α- Coefficient) ของครอนบัค (Cronbach) ซึ่งพบว่าค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบในส่วนที่เป็นข้อสอบแบบเติมคำวัดความรู้เชิงมโนทัศน์ มีค่า 0.62 และค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบข้อสอบอัตนัยสำหรับใช้วัดความรู้เชิงกระบวนการ มีค่า 0.89

3.2.10 จัดทำแบบทดสอบวัดความรู้เชิงมโนทัศน์และความรู้เชิงกระบวนการ เรื่อง เมทริกซ์ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ฉบับสมบูรณ์ เตรียมใช้กับนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง

4. การเก็บรวบรวมข้อมูล

แบบแผนการวิจัย

การวิจัยเชิงทดลอง (Experimental Research) เพื่อศึกษาความรู้เชิงมโนทัศน์และความรู้เชิงกระบวนการ เรื่อง เมทริกซ์ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้ความรู้เชิงมโนทัศน์และความรู้เชิงกระบวนการร่วมกับโปรแกรม Microsoft Excel ซึ่งผู้วิจัยได้ใช้แบบแบบแผนการวิจัยแบบกลุ่มเดียวมีการทดสอบหลังเรียนเท่านั้น (One-Group Posttest-Only Design) ซึ่งมีแบบแผนการวิจัยดังนี้

ตาราง 2 แบบแผนการวิจัย (One-Group Posttest-Only Design)

กลุ่มตัวอย่าง	ตัวแปรอิสระ	ทดสอบหลังเรียน
ER	X	T

สัญลักษณ์ที่ใช้ในแบบแผนการวิจัย

ER หมายถึง กลุ่มทดลองที่ได้มาจากกระบวนการสุ่ม

X หมายถึง การจัดการเรียนรู้ความรู้เชิงมโนทัศน์และความรู้เชิงกระบวนการด้วยโปรแกรม Microsoft Excel

T หมายถึง การทดสอบหลังได้รับการจัดการเรียนรู้ความรู้เชิงมโนทัศน์และความรู้เชิงกระบวนการด้วยโปรแกรม Microsoft Excel

การดำเนินการเก็บรวบรวมข้อมูล

ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยดำเนินการทดลองตามแผนการวิจัย โดยทดลองแบบกลุ่มเดียวมีการทดสอบหลังเรียนเท่านั้น (One-Group Posttest-Only Design) มีรายละเอียดการดำเนินการดังนี้

1. ผู้วิจัยชี้แจงจุดประสงค์การเรียนรู้ และกระบวนการเรียนรู้ที่นักเรียนมีบทบาทในการสำรวจด้วยตนเอง โดยมีครูเป็นที่ปรึกษาใน เรื่อง เมทริกซ์ โดยการใช้โปรแกรม Microsoft Excel

2. การจัดการเรียนรู้ เรื่อง เมทริกซ์ ของนักเรียน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ผ่านการจัดการเรียนรู้โดยการใช้โปรแกรม Microsoft Excel ตามแผนการจัดการเรียนรู้ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นจำนวน 10 แผน แผนละ 1 คาบ คาบละ 50 นาที ในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2563 โดยผู้วิจัยดำเนินการจัดการเรียนรู้ด้วยตนเอง

3. เมื่อดำเนินการทดลองตามแผนการจัดการเรียนรู้โดยการใช้โปรแกรม Microsoft Excel ครบจำนวน 10 แผน ผู้วิจัยดำเนินการทดสอบหลังการจัดการเรียนรู้ โดยใช้แบบทดสอบวัดความรู้เชิงมโนทัศน์ เรื่อง เมทริกซ์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นซึ่งเป็นข้อสอบเติมคำ จำนวน 10 ข้อ รวม 40 คะแนน และแบบทดสอบวัดความรู้เชิงกระบวนการ เรื่อง เมทริกซ์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นซึ่งเป็นข้อสอบอัตนัย จำนวน 8 ข้อ รวม 30 คะแนน ใช้เวลาสอบชุดละ 50 นาที

4. ผู้วิจัยตรวจให้คะแนนแบบทดสอบวัดความรู้เชิงมโนทัศน์ และแบบทดสอบวัดความรู้เชิงกระบวนการ เรื่อง เมทริกซ์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 แล้วนำคะแนนมาทำการวิเคราะห์ด้วยวิธีทางสถิติ เพื่อทดสอบสมมุติฐานต่อไป

5. การวิเคราะห์ข้อมูล

ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยมีขั้นตอนการวิเคราะห์ข้อมูล ดังนี้

1. นำผลคะแนนแบบทดสอบวัดความรู้เชิงมโนทัศน์และความรู้เชิงกระบวนการ เรื่อง เมทริกซ์ ของนักเรียนมาคำนวณหาค่าเฉลี่ยเลขคณิต $(\bar{x})$ ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (S.D.)

2. หาจำนวนนักเรียนที่สามารถทำคะแนนความรู้เชิงมโนทัศน์ เรื่อง เมทริกซ์ ได้ไม่น้อยกว่าร้อยละ 60 ขึ้นไปของคะแนนเต็ม และหาจำนวนนักเรียนที่ได้คะแนนความรู้เชิงกระบวนการ เรื่อง เมทริกซ์ ได้ไม่น้อยกว่าร้อยละ 60 ขึ้นไปของคะแนนเต็ม

3. ทดสอบสมมติฐานการวิจัยจำนวน 2 ข้อ (1) นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่เรียนด้วยการจัดการเรียนรู้ โดยใช้โปรแกรม Microsoft Excel สามารถผ่านเกณฑ์การทดสอบความรู้เชิงมโนทัศน์ เรื่อง เมทริกซ์ ได้ไม่น้อยกว่าร้อยละ 60 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด (2) นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่เรียนด้วยการจัดการเรียนรู้ โดยใช้โปรแกรม Microsoft Excel สามารถผ่านเกณฑ์การทดสอบความรู้เชิงกระบวนการ เรื่อง เมทริกซ์ ได้ไม่น้อยกว่าร้อยละ 60 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมดทั้งหมด โดยใช้การทดสอบ Z (Z-Test for Population Proportion)

สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล

สถิติในการวิเคราะห์ข้อมูลในการทดลองครั้งนี้ ผู้วิจัยได้ใช้แบ่งเป็น 3 กลุ่ม ดังนี้

1. สถิติพื้นฐาน ได้แก่

1.1 หาค่าเฉลี่ยเลขคณิต (Mean) โดยคำนวณจากสูตร

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n}$$

เมื่อ $\bar{x}$ แทน ค่าเฉลี่ยเลขคณิตของคะแนนนักเรียนทุกคน

n แทน จำนวนนักเรียนในกลุ่มตัวอย่าง

i แทน จำนวนนับตั้งแต่ 1 ถึง n

x_i แทน คะแนนของนักเรียนลำดับที่ i

1.2 หาส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (Standard Deviation) ของคะแนนแบบทดสอบโดยคำนวณจากสูตร

$$S.D. = \sqrt{\frac{n\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - \left(\sum_{i=1}^{n} x_i\right)^2}{n(n-1)}}$$

เมื่อ S.D. แทน ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนนักเรียนทุกคน

n แทน จำนวนนักเรียนในกลุ่มตัวอย่าง

i แทน จำนวนนับตั้งแต่ 1 ถึง n

x_i แทน คะแนนของนักเรียนลำดับที่ i

2. สถิติที่ใช้ในการตรวจสอบคุณภาพเครื่องมือ ได้แก่

2.1 ดัชนีความสอดคล้อง (Content Validity)

หาดัชนีความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหาของแบบทดสอบวัดความรู้เชิงมโนทัศน์และความรู้เชิงกระบวนการ เรื่อง เมทริกซ์ โดยใช้การหาดัชนีความสอดคล้อง (Index of Item – Objective Congruence: IOC) ซึ่งคำนวณได้จากสูตร

$$IOC = \frac{\sum_{i=1}^{n} R_i}{n}$$

เมื่อ IOC แทน ดัชนีความสอดคล้อง

R_i แทน คะแนนรายข้อตามดุลยพินิจของผู้เชี่ยวชาญ

$\sum$ แทน ผลรวม

n แทน จำนวนผู้เชี่ยวชาญ

2.2 ความยากง่าย (Difficulty) และอำนาจจำแนก (Discrimination Power)

หาค่าความยากง่าย (p) อำนาจจำแนก (r) ของแบบทดสอบวัดความรู้เชิงมโนทัศน์ และความรู้เชิงกระบวนการ เรื่อง เมทริกซ์ ที่เป็นข้อสอบแบบอัตนัย และข้อสอบเติมคำ โดยคำนวณจากสูตร

$$p_i = \frac{H_i + L_i}{\left[T_i\left(N_H + N_L\right)\right]}$$

$$r_i = \frac{\left(H_i - L_i\right)}{\left[T_i \times \frac{1}{2}\left(N_H + N_L\right)\right]}$$

เมื่อ p_i แทน ความยากง่าย ข้อที่ i

r_i แทน อำนาจจำแนก ข้อที่ i

H_i แทน คะแนนรวมข้อที่ i ของผู้ตอบถูกในกลุ่มสูง

L_i แทน คะแนนรวมข้อที่ i ของผู้ตอบถูกในกลุ่มต่ำ

T_i แทน คะแนนเต็มของข้อที่ i

N_H แทน จำนวนผู้ตอบถูกทั้งหมดในกลุ่มสูง

N_L แทน จำนวนผู้ตอบถูกทั้งหมดในกลุ่มต่ำ

2.3 ความเชื่อมั่น (Reliability)

หาความเชื่อมั่นแบบความสอดคล้องภายในของแบบทดสอบวัดความรู้เชิงมโนทัศน์และความรู้เชิงกระบวนการ เรื่อง เมทริกซ์ ที่เป็นข้อสอบอัตนัยและข้อสอบเติมคำ โดยใช้สูตรของครอนบัค (Cronbach) ซึ่งมีสูตรการคำนวณสัมประสิทธิ์แอลฟ่า (alpha coefficient: α)

$$\alpha = \frac{k}{k-1}\left\{1-\frac{\sum S_i^{\,2}}{S_t^{\,2}}\right\}$$

เมื่อ α แทน ความเชื่อมั่นของเครื่องมือวัด

k แทน จำนวนของเครื่องมือวัด

$\sum$ แทน ผลรวม

$S_i^{\,2}$ แทน ความแปรปรวนของคะแนนแต่ละข้อ

$S_t^{\,2}$ แทน ความแปรปรวนของคะแนนรวมทั้งฉบับ

3. สถิติที่ใช้ทดสอบสมมติฐาน

3.1 ใช้สูตรสถิติการทดสอบ Z (Z-Test for Population Proportion) เพื่อแสดงว่านักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 หลังการจัดการเรียนรู้โดยใช้โปรแกรม Microsoft Excel เรื่อง เมทริกซ์ มีความรู้เชิงมโนทัศน์ผ่านเกณฑ์ร้อยละ 60 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด และมีความรู้เชิงกระบวนการผ่านเกณฑ์ร้อยละ 60 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด ซึ่งคำนวณจากสูตร

$$z = \frac{\hat{p}-p_0}{\sqrt{\frac{p_0\left(1-p_0\right)}{n}}}$$

เมื่อ $\hat{p}$ แทน สัดส่วนของนักเรียนกลุ่มตัวอย่างที่ได้คะแนนตั้งแต่ร้อยละ 60 ของคะแนนเต็ม

p_0 แทน สัดส่วนของประชากรที่ต้องทำการทดสอบ

n แทน จำนวนกลุ่มตัวอย่าง

บทที่ 4
ผลการวิเคราะห์ข้อมูล

ความมุ่งหมายของการวิจัยครั้งนี้ คือ เพื่อศึกษาความรู้เชิงมโนทัศน์ และความรู้เชิงกระบวนการ เรื่อง เมทริกซ์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้ โดยใช้โปรแกรม Microsoft Excel ข้อมูลที่ได้จากการเก็บรวบรวม ผู้วิจัยนำมาวิเคราะห์เชิงปริมาณ โดยนำผลวิเคราะห์มานำเสนอโดยแบ่งเป็น 2 ตอน ดังนี้

ตอนที่ 1 ความรู้เชิงมโนทัศน์ เรื่อง เมทริกซ์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้โดยใช้โปรแกรม Microsoft Excel

ตอนที่ 2 ความรู้เชิงกระบวนการ เรื่อง เมทริกซ์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้โดยใช้โปรแกรม Microsoft Excel

ตอนที่ 1 ความรู้เชิงมโนทัศน์ เรื่อง เมทริกซ์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้โดยใช้โปรแกรม Microsoft Excel

1.1 ค่าเฉลี่ยเลขคณิตและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน

ภาพประกอบ 5 คะแนนความรู้เชิงมโนทัศน์ เรื่อง เมทริกซ์ จากการทำแบบทดสอบวัดความรู้เชิงมโนทัศน์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

จากภาพประกอบ 5 พบว่า คะแนนความรู้เชิงมโนทัศน์ เรื่อง เมทริกซ์ จากการทำแบบทดสอบของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ซึ่งมีคะแนนเต็ม 40 คะแนน นักเรียนมีคะแนนความรู้เชิงมโนทัศน์ตั้งแต่ 16 คะแนน ถึง 40 คะแนน โดยมีฐานนิยมเท่ากับ 28 คะแนน จากนั้นผู้วิจัยนำคะแนนความรู้เชิงมโนทัศน์มาหาค่าเฉลี่ยเลขคณิต และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ผลการวิเคราะห์ข้อมูลแสดงดังตาราง 3

ตาราง 3 ค่าเฉลี่ยเลขคณิตและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนความรู้เชิงมโนทัศน์ เรื่อง เมทริกซ์ จากการทำแบบทดสอบวัดความรู้เชิงมโนทัศน์ เรื่อง เมทริกซ์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

แหล่งที่มาของคะแนน	**คะแนนเต็ม**	**ค่าเฉลี่ยเลขคณิต** ($\bar{x}$)	**ค่าเฉลี่ยเลขคณิตคิดเป็นร้อยละของคะแนนเต็ม**	**ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน** (S.D.)
แบบทดสอบ	40	27.27	68.17	5.92

จากตาราง 3 พบว่าค่าเฉลี่ยเลขคณิตของคะแนน ความรู้เชิงมโนทัศน์ เรื่อง เมทริกซ์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 จากการทำแบบทดสอบวัดความรู้เชิงมโนทัศน์ เท่ากับ 27.27 ซึ่งคิดเป็นร้อยละ 68.17 ของคะแนนเต็ม และมีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 5.92

1.2 การทดสอบสมมติฐานของการวิจัย

ผู้วิจัยได้นำผลคะแนนของแบบทดสอบวัดความรู้เชิงมโนทัศน์ เรื่อง เมทริกซ์ ของกลุ่มตัวอย่าง (นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4) หลังได้รับการจัดการเรียนรู้โดยใช้โปรแกรม Microsoft Excel นำไปคำนวณค่าสภาวการณ์แจกแจงปกติตามวิธีการทดสอบชาพิโร-วิลค์ ซึ่งพบว่าคะแนนของนักเรียนกลุ่มตัวอย่างมีการแจกแจงปกติ (ดังแสดงในภาคผนวก ข) ขั้นต่อมาคำนวณค่าสถิติ Z จากร้อยละของนักเรียนที่มีความรู้เชิงมโนทัศน์ เรื่อง เมทริกซ์ ผ่านเกณฑ์ (ไม่น้อยกว่าร้อยละ 60 ของคะแนนเต็ม) ตามหลักการทดสอบสมมติฐานการวิจัย โดยผลการทดสอบ แสดงดังตาราง 4

ตาราง 4 ผลการทดสอบสมมติฐานวิจัยที่ว่า นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่เรียนด้วยการจัดการเรียนรู้โดยใช้โปรแกรม Microsoft Excel สามารถผ่านเกณฑ์การทดสอบความรู้เชิงมโนทัศน์ เรื่อง เมทริกซ์ ได้ไม่น้อยกว่าร้อยละ 60 ของจำนวนนักเรียนกลุ่มตัวอย่างทั้งหมด

จำนวนของนักเรียนกลุ่มตัวอย่างทั้งหมด	**จำนวนนักเรียนที่คะแนนความรู้เชิงมโนทัศน์ เรื่อง เมทริกซ์ ผ่านเกณฑ์ (คน)**	**ร้อยละนักเรียนที่มีคะแนนความรู้เชิงมโนทัศน์ เรื่อง เมทริกซ์ ผ่านเกณฑ์**	**ค่าสถิติ Z**	**ค่าวิกฤต**
45	34	75.56	2.143	1.645*

* ที่ระดับนัยสำคัญ .05

จากตาราง 4 พบว่า นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่เรียนด้วยการจัดการเรียนรู้ โดยใช้โปรแกรม Microsoft Excel สามารถผ่านเกณฑ์การทดสอบความรู้เชิงมโนทัศน์ เรื่อง เมทริกซ์ ได้ไม่น้อยกว่าร้อยละ 60 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด ที่ระดับนัยสำคัญ .05

ตอนที่ 2 ความรู้เชิงกระบวนการ เรื่อง เมทริกซ์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้โดยใช้โปรแกรม Microsoft

2.1 ค่าเฉลี่ยเลขคณิตและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน

ภาพประกอบ 6 คะแนนความรู้เชิงกระบวนการ เรื่อง เมทริกซ์ จากการทำแบบทดสอบวัดความรู้เชิงกระบวนการ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

จากภาพประกอบ 6 พบว่า คะแนนความรู้เชิงกระบวนการ เรื่อง เมทริกซ์ จากการทำแบบทดสอบของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ซึ่งมีคะแนนเต็ม 30 คะแนน นักเรียนมีคะแนนความรู้เชิงกระบวนการตั้งแต่ 14 คะแนน ถึง 30 คะแนน โดยมีฐานนิยมเท่ากับ 22 และ 25 คะแนน จากนั้นผู้วิจัยนำคะแนนความรู้เชิงกระบวนการมาหาค่าเฉลี่ยเลขคณิต และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ผลการวิเคราะห์ข้อมูลแสดงดังตาราง 5

ตาราง 5 ค่าเฉลี่ยเลขคณิตและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนความรู้เชิงกระบวนการ เรื่อง เมทริกซ์ จากการทำแบบทดสอบวัดความรู้เชิงกระบวนการ เรื่อง เมทริกซ์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

แหล่งที่มาของคะแนน	**คะแนนเต็ม**	**ค่าเฉลี่ยเลขคณิต ($\bar{x}$)**	**ค่าเฉลี่ยเลขคณิตคิดเป็นร้อยละของคะแนนเต็ม**	**ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (S.D.)**
แบบทดสอบ	30	21.98	73.27	4.47

จากตาราง 5 พบว่าค่าเฉลี่ยเลขคณิตของคะแนน ความรู้เชิงกระบวนการ เรื่อง เมทริกซ์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 จากการทำแบบทดสอบวัดความรู้เชิงกระบวนการ เท่ากับ 21.98 ซึ่งคิดเป็นร้อยละ 73.27 ของคะแนนเต็ม และมีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 4.47

2.2 การทดสอบสมมติฐานของการวิจัย

ผู้วิจัยได้นำผลคะแนนของแบบทดสอบวัดความรู้เชิงกระบวนการ เรื่อง เมทริกซ์ ของกลุ่มตัวอย่าง (นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4) หลังได้รับการจัดการเรียนรู้โดยใช้โปรแกรม Microsoft Excel นำไปคำนวณค่าสภาวการณ์แจกแจงปกติตามวิธีการทดสอบชาพิโร-วิลค์ ซึ่งพบว่าคะแนนของนักเรียนกลุ่มตัวอย่างมีการแจกแจงปกติ (ดังแสดงในภาคผนวก ข) ขั้นต่อมา คำนวณค่าสถิติ Z จากร้อยละของนักเรียนที่มีความรู้เชิงกระบวนการ เรื่อง เมทริกซ์ ผ่านเกณฑ์ (ไม่น้อยกว่าร้อยละ 60 ของคะแนนเต็ม) ตามหลักการทดสอบสมมติฐานการวิจัย โดยผลการทดสอบ แสดงดังตาราง 6

ตาราง 6 ผลการทดสอบสมมติฐานวิจัยที่ว่า นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่เรียนด้วยการจัดการเรียนรู้ โดยใช้โปรแกรม Microsoft Excel สามารถผ่านเกณฑ์การทดสอบความรู้เชิงกระบวนการ เรื่อง เมทริกซ์ ได้มากกว่าร้อยละ 60 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด

จำนวนนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง	**จำนวนนักเรียนที่มีความรู้เชิงกระบวนการ เรื่อง เมทริกซ์ผ่านเกณฑ์ (คน)**	**ร้อยละนักเรียนที่มีความรู้เชิงกระบวนการ เรื่อง เมทริกซ์ผ่านเกณฑ์**	**ค่าสถิติทดสอบ Z**	**ค่าวิกฤต**
45	34	75.56	2.143	1.645*

* ที่ระดับนัยสำคัญ .05

จากตาราง 6 พบว่า นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่เรียนด้วยการจัดการเรียนรู้ โดยใช้โปรแกรม Microsoft Excel สามารถผ่านเกณฑ์การทดสอบความรู้เชิงกระบวนการ เรื่อง เมทริกซ์ ได้ไม่น้อยกว่าร้อยละ 60 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด ที่ระดับนัยสำคัญ .05

บทที่ 5
สรุปผล อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ

ความมุ่งหมาย สมมติฐาน และวิธีดำเนินการวิจัยโดยสังเขป

ความมุ่งหมายของการวิจัย

1. ศึกษาความรู้เชิงมโนทัศน์ เรื่อง เมทริกซ์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 หลังการจัดการเรียนรู้ โดยใช้โปรแกรม Microsoft Excel

2. ศึกษาความรู้เชิงกระบวนการ เรื่อง เมทริกซ์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 หลังการจัดการเรียนรู้ โดยใช้โปรแกรม Microsoft Excel

สมมติฐานการวิจัย

1. นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่เรียนด้วยการจัดการเรียนรู้ โดยใช้โปรแกรม Microsoft Excel สามารถผ่านเกณฑ์การทดสอบความรู้เชิงมโนทัศน์ เรื่อง เมทริกซ์ ได้ไม่น้อยกว่าร้อยละ 60 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด

2. นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่เรียนด้วยการจัดการเรียนรู้ โดยใช้โปรแกรม Microsoft Excel สามารถผ่านเกณฑ์การทดสอบความรู้เชิงกระบวนการ เรื่อง เมทริกซ์ ได้ไม่น้อยกว่าร้อยละ 60 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด

วิธีดำเนินการวิจัย

1. การกำหนดกลุ่มประชากร และเลือกกลุ่มตัวอย่าง

ประชากรที่ใช้ในการวิจัย

คือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 แผนการเรียนวิทยาศาสตร์และคณิตศาสตร์ โรงเรียนบดินทรเดชา (สิงห์ สิงหเสนี) แขวงพลับพลา เขตวังทองหลาง กรุงเทพฯ

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัย

คือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 แผนการเรียนวิทยาศาสตร์และคณิตศาสตร์ โรงเรียนบดินทรเดชา (สิงห์ สิงหเสนี) แขวงพลับพลา เขตวังทองหลาง กรุงเทพมหานคร ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2563 จำนวน 1 ห้องเรียน 45 คน โดยได้จากการสุ่มแบบกลุ่ม (Cluster Random Sampling)

2. การสร้างและตรวจสอบคุณภาพเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ประกอบด้วย (1) แผนการจัดการเรียนรู้และแฟ้มคำสั่งโปรแกรม Microsoft Excel ที่ใช้ประกอบการจัดเรียนรู้ความรู้เชิงมโนทัศน์และความรู้เชิงกระบวนการ เรื่อง เมทริกซ์ จำนวน 10 แผน แผนละ 1 คาบ คาบละ 50 นาที ซึ่งแต่ละแผนประกอบด้วย จุดประสงค์การเรียนรู้ สาระการเรียนรู้ สื่อการเรียนรู้ กิจกรรมการเรียนรู้ การวัดและประเมินผลการเรียนรู้ และแฟ้มคำสั่งในโปรแกรม Microsoft Excel (2) แบบทดสอบวัดความรู้เชิงมโนทัศน์และความรู้เชิงกระบวนการ เรื่อง เมทริกซ์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 เป็นแบบทดสอบที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นเพื่อตรวจสอบความรู้เชิงมโนทัศน์และความรู้เชิงกระบวนการ เรื่อง เมทริกซ์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 หลังจากได้รับการจัดการเรียนรู้โดยใช้โปรแกรม Microsoft Excel

หลังจากสร้างเครื่องมือเรียบร้อยแล้ว ผู้วิจัยนำเครื่องมือเสนอต่อท่านคณะกรรมการควบคุมปริญญานิพนธ์ นำคำแนะนำและข้อเสนอแนะมาพัฒนาแก้ไข จากนั้นนำเครื่องมือที่ผ่านการพิจารณาเสนอต่อผู้เชี่ยวชาญจำนวน 3 ท่าน เพื่อตรวจสอบความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหา ความเหมาะสมของภาษาที่ใช้ ความยากง่ายของปัญหา และความชัดเจนของคำถาม แล้วปรับปรุงแก้ไขตามคำแนะนำของผู้เชี่ยวชาญ จากนั้นนำเครื่องมือไปทดลองกับนักเรียนแผนการเรียนวิทยาศาสตร์และคณิตศาสตร์ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนบดินทร์เดชา (สิงห์ สิงหเสนี) จำนวน 27 คน ที่ไม่ใช่กลุ่มตัวอย่าง แล้วปรับปรุงแก้ไขเครื่องมืออีกครั้งก่อนดำเนินการทดลองกับนักเรียนกลุ่มตัวอย่างในขั้นสุดท้าย

3. การเก็บรวบรวมข้อมูล

แบบแผนการวิจัย

การวิจัยครั้งนี้เป็นการวิจัยเชิงทดลอง (Experimental Research) เพื่อศึกษาผลของการจัดการเรียนรู้โดยการใช้โปรแกรม Microsoft Excel โดยแบ่งเป็นความรู้เชิงมโนทัศน์และความรู้เชิงกระบวนการ เรื่อง เมทริกซ์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ผ่าน ซึ่งผู้วิจัยได้ใช้แผนการวิจัยแบบกลุ่มเดียวมีการทดสอบหลังเรียนเท่านั้น (One-Group Posttest-Only Design)

การดำเนินการเก็บรวบรวมข้อมูล

การวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยดำเนินการทดลองตามแบบแผนการวิจัย โดยมีขั้นตอนดังนี้

1. ผู้วิจัยชี้แจงจุดประสงค์การเรียนรู้ สื่อประกอบการเรียนรู้ และแนวทางการเรียนรู้ของนักเรียน ในการจัดการเรียนรู้ เรื่อง เมทริกซ์ โดยการใช้โปรแกรม Microsoft Excel โดยมีครูเป็นที่ปรึกษา

2. การจัดการเรียนรู้ เรื่อง เมทริกซ์ ของนักเรียน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ผ่านการจัดการเรียนรู้โดยการใช้โปรแกรม Microsoft Excel ตามแผนการจัดการเรียนรู้ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นจำนวน 10 แผน แผนละ 1 คาบ คาบละ 50 นาที ในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2563 โดยผู้วิจัยดำเนินการจัดการเรียนรู้ด้วยตนเอง

3. เมื่อดำเนินการทดลองตามแผนการจัดการเรียนรู้โดยการใช้โปรแกรม Microsoft Excel ครบจำนวน 10 แผน ผู้วิจัยดำเนินการทดสอบหลังการจัดการเรียนรู้ โดยใช้แบบทดสอบวัดความรู้เชิงมโนทัศน์ เรื่อง เมทริกซ์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นซึ่งเป็นข้อสอบเติมคำ จำนวน 10 ข้อ รวม 40 คะแนน และแบบทดสอบวัดความรู้เชิงกระบวนการ เรื่อง เมทริกซ์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นซึ่งเป็นข้อสอบอัตนัย จำนวน 8 ข้อ รวม 30 คะแนน ใช้เวลาสอบชุดละ 50 นาที

4. ผู้วิจัยตรวจให้คะแนนแบบทดสอบวัดความรู้เชิงมโนทัศน์ และแบบทดสอบวัดความรู้เชิงกระบวนการ เรื่อง เมทริกซ์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 แล้วนำคะแนนมาทำการวิเคราะห์ด้วยวิธีทางสถิติ เพื่อทดสอบสมมุติฐานต่อไป

4. การวิเคราะห์ข้อมูล

ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยมีขั้นตอนการวิเคราะห์ข้อมูล ดังนี้

1. นำคะแนนที่ได้จากการทำแบบทดสอบวัดความรู้เชิงมโนทัศน์และความรู้เชิงกระบวนการ เรื่อง เมทริกซ์ มาหาค่าเฉลี่ยเลขคณิต $(\overline{x})$ ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (S.D.)

2. คำนวณหาร้อยละของจำนวนนักเรียนที่ทำแบบทดสอบวัดความรู้เชิงมโนทัศน์ เรื่อง เมทริกซ์ ได้ไม่น้อยกว่าร้อยละ 60 ของคะแนนเต็ม และร้อยละของจำนวนนักเรียนที่ได้คะแนนความรู้เชิงกระบวนการ เรื่อง เมทริกซ์ ไม่น้อยกว่า 60 ของคะแนนเต็ม

3. ทดสมมติฐานที่ 1 นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้โดยใช้โปรแกรม Microsoft Excel มีความรู้เชิงมโนทัศน์ เรื่อง เมทริกซ์ ผ่านเกณฑ์ไม่น้อยกว่าร้อยละ 60 ของจำนวนนักเรียนกลุ่มทดลองทั้งหมด สมมติฐานที่ 2 นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้โดยใช้โปรแกรม Microsoft Excel มีความรู้เชิงกระบวนการ เรื่อง

เมทริกซ์ ผ่านเกณฑ์ไม่น้อยกว่าร้อยละ 60 ของจำนวนนักเรียนกลุ่มทดลองทั้งหมด โดยใช้การทดสอบ Z

สรุปผลการวิจัย

หลังจากผู้วิจัยได้ทำการศึกษาความรู้เชิงมโนทัศน์ และความรู้เชิงกระบวนการ เรื่อง เมทริกซ์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ผ่านการจัดการเรียนรู้โดยการใช้โปรแกรม Microsoft Excel ปรากฏผลดังนี้

1. นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่เรียนด้วยการจัดการเรียนรู้ โดยใช้โปรแกรม Microsoft Excel ผ่านเกณฑ์การทดสอบความรู้เชิงมโนทัศน์ เรื่อง เมทริกซ์ ได้ไม่น้อยกว่ากว่าร้อยละ 60 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด ที่ระดับนัยสำคัญ .05

2. นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่เรียนด้วยการจัดการเรียนรู้ โดยใช้โปรแกรม Microsoft Excel ผ่านเกณฑ์การทดสอบความรู้เชิงกระบวนการ เรื่อง เมทริกซ์ ได้ไม่น้อยกว่าร้อยละ 60 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด ที่ระดับนัยสำคัญ .05

อภิปรายผลการวิจัย

ผู้วิจัยได้ออกแบบการจัดการเรียนรู้เรื่อง เมทริกซ์ ผ่านการจัดการเรียนรู้โดยการใช้โปรแกรม Microsoft Excel เพื่อศึกษาความรู้เชิงมโนทัศน์ และความรู้เชิงกระบวนการ เรื่อง เมทริกซ์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 แล้วนำไปทดลองกับนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง พบว่า นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่ได้รับการจัดการเรียนรู้เรื่อง เมทริกซ์ ผ่านการเรียนรู้โดยจัดการการใช้โปรแกรม Microsoft Excel ผ่านเกณฑ์ได้ไม่น้อยกว่าร้อยละ 60 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด ทั้งนี้อาจเนื่องมาจากสาเหตุดังต่อไปนี้

1. การจัดการเรียนรู้เรื่อง เมทริกซ์ ผ่านการจัดการเรียนรู้โดยการใช้โปรแกรม Microsoft Excel เป็นการจัดการเรียนรู้ที่มุ่งเน้นให้นักเรียนค้นพบความรู้เกี่ยวกับบทนิยาม ทฤษฎีบท และกระบวนการดำเนินการต่าง ๆ เกี่ยวข้องกับเมทริกซ์ด้วยตนเองผ่านการสำรวจโดยใช้โปรแกรม Microsoft Excel ที่ออกแบบแฟ้มคำสั่งตามหลักวิธีการเสริมสร้างความรู้เชิงมโนทัศน์ โดยใช้แนวคิดของ Joyce, Weil, และ Calhoun (2003, pp. 161-178) เปิดโอกาสให้นักเรียนค้นหาคุณสมบัติเฉพาะที่สำคัญของเมทริกซ์ สำรวจเกณฑ์ในการจำแนกสิ่งที่ใช่และไม่ใช่ออกจากกัน ส่งเสริมให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้มโนทัศน์ของเนื้อหาสาระต่าง ๆ อย่างเข้าใจ และสามารถให้คำนิยามของมโนทัศน์นั้นด้วยตนเอง สอดคล้องกับ อัมพร ม้าคนอง (2558, pp. 22-23) ที่กล่าวว่า แนวทางการจัดการเรียนการสอนเพื่อเสริมสร้างความรู้เชิงมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์โดยสรุปได้ว่า

ครูควรออกแบบกิจกรรมการเรียนรู้ให้เหมาะสมกับความรู้เชิงมโนทัศน์ที่ต้องการพัฒนาให้แก่นักเรียน สนับสนุนให้นักเรียนได้เกิดการคิด สังเกต วิเคราะห์ ไตร่ตรอง อภิปราย และหาข้อสรุปทางคณิตศาสตร์ด้วยตนเอง โดยใช้กิจกรรมหรือสถานการณ์ที่กระตุ้น สามารถใช้สื่อเทคโนโลยีทางคณิตศาสตร์ที่เหมาะสมร่วมกับการประเมินผลการพัฒนามโนทัศน์เป็นระยะ ๆ อย่างต่อเนื่อง ช่วยส่งเสริมให้นักเรียนเกิดความรู้เชิงมโนทัศน์นำไปสู่การเรียนรู้อย่างเข้าใจ และสอดคล้องกับงานวิจัยของวีริศ กิตติวรากูล (2561, p. 70) ที่พบว่า การสอนที่มุ่งเน้นให้นักเรียนเกิดการค้นพบร่วมกับโปรแกรมคอมพิวเตอร์ช่วยเสริมสร้างความรู้เชิงมโนทัศน์ให้นักเรียนได้เป็นอย่างดี และ Beare (1993, pp. 117-124) ที่กล่าวว่า โปรแกรม Microsoft Excel มีประโยชน์ในการจัดการเรียนรู้ สามารถเป็นตัวช่วยในการจัดการเรียนรู้ได้หลากหลายวิธี เช่น การจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาปลายเปิด การใช้ปัญหาเป็นฐาน การสร้างความรู้ด้วยตนเอง การสืบสวนสอบสวน การค้นพบ และการมุ่งเน้นนักเรียนเป็นศูนย์กลาง นำไปสู่การสร้างความรู้เชิงมโนทัศน์เกี่ยวกับพีชคณิตได้

2. การจัดการเรียนรู้เรื่อง เมทริกซ์ ผ่านการจัดการเรียนรู้โดยใช้โปรแกรม Microsoft Excel เป็นการจัดการเรียนการสอนที่แฟ้มคำสั่งโปรแกรม Microsoft Excel มีการแสดงกระบวนการในการดำเนินการแต่ละขั้นตอนอย่างละเอียด ส่งเสริมให้นักเรียนค้นพบกระบวนการในการดำเนินการต่าง ๆ ในเนื้อหาเมทริกซ์ เช่น การบวกเมทริกซ์ การคูณเมทริกซ์ การหาดีเทอร์มิแนนต์ การหาเมทริกซ์ผกผัน และการดำเนินการตามแถว แฟ้มคำสั่งโปรแกรม Microsoft Excel เป็นเครื่องมือช่วยให้กับนักเรียนในการตรวจสอบข้อผิดพลาดของนักเรียนในแบบฝึกหัด ช่วยให้นักเรียนพบข้อผิดพลาดและสามารถแก้ไขข้อผิดพลาดของตนเองให้ถูกต้องได้ สอดคล้องกับ Beare (1993, pp. 117-124) ที่กล่าวว่า โปรแกรม Microsoft Excel สามารถเป็นตัวช่วยคำนวณเบื้องต้น ช่วยวิเคราะห์และดำเนินการเกี่ยวกับข้อมูล สำรวจข้อมูล แก้สมการ สร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ และตรวจสอบผลลัพธ์ สามารถตอบสนองผู้ใช้งานในการเปลี่ยนแปลงข้อมูล การเปลี่ยนแปลงสูตร แสดงผลการคำนวณ สูตร กราฟ บนหน้าจอคอมพิวเตอร์พร้อมกัน สามารถแก้ปัญหาที่ซับซ้อน และจัดการกับข้อมูลจำนวนมากโดยไม่จำเป็นต้องเขียนโปรแกรมใด ๆ และ ศกุนตลา สุขสมัย (2543, pp. 19-21) ที่พบว่า การสอนที่เน้นกระบวนการส่งเสริมให้นักเรียนเป็นผู้ลงมือปฏิบัติ เป็นผู้คิด เป็นผู้ทำกิจกรรมต่าง ๆ เอง โดยมีครูเป็นผู้กำกับควบคุมให้มีการกระทำ ขณะที่นักเรียนทำงานหรือคิดเรื่องนั้นจนสำเร็จ หรือบรรลุผลแล้ว นักเรียนย่อมเกิดการเรียนรู้ด้วยตนเองจากการปฏิบัติ ทำให้รู้วิธีการว่า ต้องคิด ต้องทำให้เป็นไปตามขั้นตอนอย่างไร จึงจะทำให้เกิดการเรียนรู้ที่เป็นขั้นตอนติดตัวออกไป โดยครูเป็นผู้ช่วยชี้แนะหรือย้ำขั้นตอนต่าง ๆ เพื่อให้นักเรียนได้เรียนรู้ “วิธีการ” ตามขั้นตอนควบคู่ไปกับการเรียนรู้เนื้อหา โดย

นักเรียนสังเกตจากตัวอย่างต้นแบบ หรือวิธีการกระทำที่แสดงให้ดูแล้วให้ทำตามแบบและฝึกฝนจนกว่าจะเกิดความชำนาญ และสอดคล้องกับงานวิจัยของ พิมสุภา ชิณสา (2561, pp. 88-91) ที่พบว่า การจัดการเรียนรู้ที่เน้นให้ผู้เรียนสร้างความรู้ด้วยตนเองมากกว่ารับความรู้จากผู้สอน โดยผู้สอนทำหน้าที่เพียงกระตุ้น จัดสถานการณ์ ให้ข้อมูล และสร้างบรรยากาศที่ส่งเสริมให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้ด้วยตนเองผ่านขั้นตอนทำกิจกรรม ขั้นตอนอภิปรายในชั้นเรียน และการทำแบบฝึกหัดช่วยเสริมสร้างความรู้เชิงกระบวนการได้เป็นอย่างดี

3. กระบวนการจัดการเรียนรู้เพื่อเสริมสร้างเชิงมโนทัศน์และความรู้เชิงกระบวนการ เรื่อง เมทริกซ์ โดยใช้โปรแกรม Microsoft Excel เป็นกระบวนการที่ปรับมาจากการหลักวิธีการสอนที่ปรับมาจากแนวคิดของ Joyce, Weil, และ Calhoun (2003, pp. 161-178) 6 ขั้น ดังนี้

ขั้นที่ 1 ครูจัดเตรียมสื่อการเรียนรู้ที่สนับสนุนให้นักเรียนศึกษาความรู้ด้วยตนเอง ประกอบด้วย แฟ้มคำสั่งในโปรแกรม Microsoft Excel และใบกิจกรรมการเรียนรู้ โดยแฟ้มคำสั่งในโปรแกรม Microsoft Excel จะเปิดโอกาสให้นักเรียนได้สำรวจบทนิยาม ทฤษฎีบท และกระบวนการในการดำเนินการต่าง ๆ ส่งเสริมให้นักเรียนสร้างมโนทัศน์ของความรู้นั้น ๆ ด้วยตนเอง โดยในใบกิจกรรมจะมีคำถามชี้นำประกอบการสำรวจและศึกษาความรู้ด้วยตนเอง สอดคล้องกับสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2555, p. 110) ที่กล่าวว่า การนำสื่อเทคโนโลยีทีเหมาะสมกับเนื้อหา ส่งผลในทางบวก ช่วยให้นักเรียนมีเจตคติที่ดี และมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงขึ้น

ขั้นที่ 2 ขั้นสอนขั้นแรกครูอธิบายวิธีการศึกษาความรู้ด้วยตนเองผ่านโปรแกรม Microsoft Excel ควบคู่กับใบกิจกรรม โดยการสาธิตวิธีการ และให้นักเรียนทำตามจนกระทั่งนักเรียนเกิดความเข้าใจระดับหนึ่ง ซึ่งช่วยเป็นแนวทางให้นักเรียนเข้าใจแนวทางการเรียนรู้รูปแบบใหม่ที่นักเรียนไม่คุ้นเคย เพิ่มประสิทธิภาพในการเรียนรู้ของนักเรียน

ขั้นที่ 3 นักเรียนดำเนินการสำรวจข้อมูล ศึกษาความรู้เชิงมโนทัศน์และความรู้เชิงกระบวนการด้วยตนเอง ผ่านโปรแกรม Microsoft Excel โดยมีคำถามชี้นำการสำรวจจากใบกิจกรรม ตัวอย่างเช่น กิจกรรมนิยามของเมทริกซ์ นักเรียนจะต้องทดลองใส่ค่าสมาชิกในเมทริกซ์ในรูปแบบต่าง ๆ ถ้าสมาชิกในแต่ละหลักไม่เท่ากันแล้วโปรแกรมจะแจงไม่เป็นเมทริกซ์ ถ้ามีสมาชิกในเมทริกซ์ที่ไม่ใช้จำนวนจริงแล้วโปรแกรมจะแจ้งว่าไม่เป็นเมทริกซ์ แต่เมื่อใดก็ตามที่สมาชิกในเมทริซ์ที่แถวทุกแถวมีจำนวนสมาชิกเท่ากันเรียงในรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากโดยสมาชิกทุกตัวเป็นจำนวนจริงแล้วโปรแกรมจะแจ้งนักเรียนว่าเป็นเมทริกซ์ ซึ่งสอดคล้องกับ อนงค์ วิเศษสุวรรณ์ และเอียน สมิธ (2550, p. 2) ที่กล่าวว่า การเน้นให้ผู้เรียนทำกิจกรรม ผู้เรียนจะได้รับความรู้จาก

การเรียนรู้ด้วยผ่านกระบวนการเรียนอย่างมีส่วนร่วม (Active) มากกว่าการเรียนอย่างรับฟัง (Passive)

ขั้นที่ 4 ครูให้นักเรียนบอกความรู้ความรู้เชิงมโนทัศน์หรือความรู้เชิงกระบวนการที่นักเรียนได้จากกิจกรรมที่ผ่านมา ซึ่งนักเรียนจะมีโอกาสได้บอกบทนิยาม ทฤษฎีบท หรือกระบวนการดำเนินการต่าง ๆ ในเรื่องเมทริกซ์ กับเพื่อนและแลกเปลี่ยนมุมมองกัน สอดคล้องกับ Schoner & Wilimzig (2005, p. 1957) ที่กล่าวว่า การที่นักเรียนบอกและอธิบายความหมายขององค์ความรู้ได้แสดงถึงความเข้าในในความรู้นั้น

ขั้นที่ 5 นักเรียนสรุปผลจากการศึกษาด้วยตนเอง ผ่านการตอบคำถามในใบกิจกรรม และสรุปความรู้เชิงมโนทัศน์หรือความรู้เชิงกระบวนการที่ได้จากการศึกษาด้วยตนเอง สรุปออกมาเป็นข้อความคาดการณ์ ในภาษาที่ไม่เป็นทางการตามความเข้าใจของนักเรียนลงในใบกิจกรรม ซึ่งการที่นักเรียนสามารถสรุปความรู้ได้ด้วยตนเองเป็การสะท้อนถึงความรู้ความเข้าใจของนักเรียนในเนื้อหานั้น ๆ

ขั้นที่ 6 ครูสรุปความรู้เชิงมโนทัศน์หรือความรู้เชิงกระบวนการจากใบความรู้และใบกิจกรรม และตอบคำถามนักเรียน โดยครูแจกใบความรู้ซึ่งประกอบด้วยบทนิยาม ทฤษฎีบท และความรู้เชิงกระบวนการที่เขียนอธิบายไว้อย่างเป็นทางการ พร้อมอธิบายความหมายในเชิงเปรียบเทียบควบคู่กับความรู้ที่นักเรียนได้รับจากใบกิจกรรม ทำให้นักเรียนเข้าใจวิธีการเขียนแบบทางการควบคู่กับความสามารถในการอธิบายความรู้นั้น ๆ ในภาษาหรือความเข้าใจของตนได้

ข้อเสนอแนะ

1. ข้อเสนอแนะสำหรับการเรียนการสอน

1.1 การเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โปรแกรม Microsoft Excel เหมาะกับการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ในหลายหัวข้อ เนื่องจากโปรแกรมมีฟังก์ชันทางคณิตศาสตร์ครบถ้วน ครูสามารถเขียนโค้ด สร้างแฟ้มคำสั่ง นำไปประยุกต์ใช้ในการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์

1.2 สิ่งที่ควรคำนึงถึงในการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โปรแกรม Microsoft Excel มีดังนี้

(1) ห้องเรียนคอมพิวเตอร์เป็นสื่อการเรียนรู้ที่จำเป็น การใช้โปรแกรม Microsoft Excel ในแท็บเล็ตจะไม่สะดวก เนื่องจากมีหลายฟังก์ชันที่ไม่สามารถใช้ได้เหมือนคอมพิวเตอร์

(2) แฟ้มคำสั่งในโปรแกรมควรมีการเลือกใช้ตัวอักษรให้มีสี ฟอนต์ และขนาดให้เหมาะกับชั้นเรียน ไม่ควรใหญ่หรือเล็กเกินไป

(3) ครูควรลงแฟ้มคำสั่งในคอมพิวเตอร์ของนักเรียนให้เรียบร้อยก่อน เพื่อป้องกันปัญหาสัญญาณอินเทอร์เน็ตของโรงเรียนขัดข้อง และปัญหาการดาวน์โหลดแฟ้มคำสั่ง

1.3 การจัดการเรียนรู้เพื่อเสริมสร้างความรู้เชิงมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ครูสามารถจัดการเรียนรู้ที่เปิดโอกาสให้นักเรียนได้สำรวจข้อมูล มุ่งเน้นให้นักเรียนค้นพบความรู้เกี่ยวกับบทนิยาม และทฤษฎีบทต่าง ๆ ด้วยตนเองโดยมีครูเป็นผู้ให้คำชี้แนะ ช่วยให้นักเรียนเข้าใจความรู้เชิงมโนทัศน์ได้ดีขึ้น

1.4 การจัดการเรียนรู้เพื่อเสริมสร้างความรู้เชิงกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ครูสามารถจัดการเรียนรู้ที่เปิดโอกาสให้นักเรียนได้สังเกตกระบวนการ และสรุปกระบวนการนั้น ๆ ออกมาด้วยตนเองแทนการบรรยายได้

1.5 การจัดการเรียนรู้ที่ให้โอกาสนักเรียนได้สำรวจข้อมูล มุ่งเน้นให้นักเรียนค้นพบเหมาะสำหรับนักเรียนที่มีความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ระดับปานกลางขึ้นไป สำหรับนักเรียนที่มีความรู้พื้นฐานอ่อน ครูจำเป็นต้องมีบทบาทในการช่วยเหลือและใช้ถามคำถามชี้นำมากขึ้น

1.6 คำถามกระตุ้นในใบกิจกรรมที่สนับสนุนให้นักเรียนสังเกต สำรวจ และค้นพบมีความสำคัญมาก ครูจำเป็นต้องออกแบบและเลือกใช้คำถามที่เหมาะสม

1.7 ในช่วง 1-3 คาบเรียนแรก ครูควรออกแบบแผนการจัดการเรียนรู้ที่มีเนื้อหาแต่ละคาบเรียนในปริมาณไม่มากเกินไป และครูจำเป็นต้องช่วยเหลือในการอธิบายค่อนข้างมาก เพราะเป็นเวลาในการปรับตัวให้คุ้นเคยกับกระบวนการเรียนรู้รูปแบบที่แปลกใหม่ แล้วค่อย ๆ เพิ่มปริมาณเนื้อหาและลดบทบาทครูในคาบเรียนถัดไป

2. ข้อเสนอแนะเกี่ยวกับการวิจัยในครั้งต่อไป

2.1 การวิจัยเกี่ยวกับการศึกษาความรู้เชิงมโนทัศน์และความรู้เชิงกระบวนการ ควรมีการศึกษาเพิ่มเติมสำหรับเนื้อหาคณิตศาสตร์ในเรื่องอื่น ๆ ในทุกระดับการศึกษา

2.2 การวิจัยเกี่ยวกับการจัดการเรียนรู้โดยใช้โปรแกรม Microsoft Excel ควรมีการศึกษาเพิ่มเติมสำหรับเนื้อหาคณิตศาสตร์ในเรื่องอื่น ๆ ในทุกระดับการศึกษา

2.3 การวิจัยเกี่ยวกับแนวทางการจัดการเรียนรู้ที่ส่งเสริมให้นักเรียนได้คิด สังเกต และสำรวจ ควรมีการศึกษาเพิ่มเติมสำหรับเนื้อหาคณิตศาสตร์ในเรื่องอื่น ๆ ในทุกระดับการศึกษา

2.4 การศึกษาความพึงพอใจ หรือเปรียบเทียบเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนควรมีทั้งก่อนและหลังการจัดการเรียนรู้โดยใช้โปรแกรมคอมพิวเตอร์

บรรณานุกรม

Baker, J., & Sugden, S. J. (2003). Spreadsheets in education–The first 25 years. *Spreadsheets in Education, 1*(1), 18-43.

Beare, R. (1993). How spreadsheets can aid a variety of mathematical learning activities from primary to tertiary level. *Technology in mathematics teaching: A bridge between teaching and learning*, 117-124.

Benacka, J. (2016). Introduction to integral calculus at high school through calculating area and volume with spreadsheets. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology, 47*(1), 149-155.

Bruner, J. S., Goodnow, J. J., & Austin, G. A. (1956). A study of thinking. new York: Science Editions: Inc.

Byrnes, J. P., & Wasik, B. A. (1991). Role of conceptual knowledge in mathematical procedural learning. *Developmental psychology, 27*(5), 777.

Canobi, K. H. (2009). Concept–procedure interactions in children's addition and subtraction. *Journal of Experimental Child Psychology, 102*(2), 131-149.

Chappell, K. K., & Killpatrick, K. (2003). EFFECTS OF CONCEPT-BASED INSTRUCTION ON STUDENTS'CONCEPTUAL UNDERSTANDING AND PROCEDURAL KNOWLEDGE OF CALCULUS. *Problems, Resources, and Issues in mathematics undergraduate studies, 13*(1), 17-37.

Christensen, A. R., & Stephens*, L. J. (2003). Microsoft Excel as a supplement in a high school statistics course. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology, 34*(6), 881-885.

D'Souza, S. M., & Wood, L. N. (2001). *Investigating the effects of using spreadsheets in a collaborative learning environment.* Paper presented at the Proceedings of the Sixth Asian Technology Conference in Mathematics.

De Jong, T., & Ferguson-Hessler, M. G. (1996). Types and qualities of knowledge. *Educational psychologist, 31*(2), 105-113.

DeCaro, M. S., & Rittle-Johnson, B. (2011). Preparing to learn from math instruction by solving problems first. *B. Rittle-Johnson & MS DeCaro (chairs), When are times for telling*.

Fuson, K. C., & Kwon, Y. (1992). Korean children's understanding of multidigit addition and subtraction. *Child development, 63*(2), 491-506.

Gelman, R., & Meck, E. (1983). Preschoolers' counting: Principles before skill. *Cognition, 13*(3), 343-359.

Haspekian, M. (2005). An "instrumental approach" to study the integration of a computer tool into mathematics teaching: The case of spreadsheets. *International journal of computers for mathematical learning, 10*(2), 109-141.

Heibert, J., & Lefevre, P. (1986). Conceptual and procedural knowledge: The case of mathematics: New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates Inc.

Hsiao, F. S. (1985). Micros in mathematics education—Uses of spreadsheets in CAL. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology, 16*(6), 705-713.

Joyce, B., Weil, M., & Calhoun, E. (2003). Models of teaching.

Joyce, B. R. (2015). *Models of teaching* (9th ed.. ed.): Boston : Pearson.

Krathwohl, D. R. (2002). A revision of Bloom's taxonomy: An overview. *Theory into practice, 41*(4), 212-218.

Lavigne, N. C. (2005). Mutually informative measures of knowledge: Concept maps plus problem sorts in statistics. *Educational Assessment, 10*(1), 39-71.

Martin, A. (2000). An integrated introduction to spreadsheet and programming skills for operational research students. *Journal of the Operational Research Society, 51*(12), 1399-1408.

Neurath, R. A., & Stephens, L. J. (2006). The effect of using Microsoft Excel in a high school algebra class. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology, 37*(6), 721-726.

Panko, R. R., & Sprague Jr, R. H. (1998). Hitting the wall: errors in developing and code inspecting asimple'spreadsheet model. *Decision Support Systems, 22*(4), 337-353.

Pardhan, H., & Mohammad, R. F. (2005). Teaching science and mathematics for conceptual understanding? A rising issue. *Eurasia Journal of Mathematics, Science and Technology Education, 1*(1), 1-20.

Prather, R. W., & Alibali, M. W. (2008). Understanding and using principles of arithmetic: Operations involving negative numbers. *Cognitive Science, 32*(2), 445-457.

Rasmussen, C., Ho, E., & Bisanz, J. (2003). Use of the mathematical principle of inversion in young children. *Journal of Experimental Child Psychology, 85*(2), 89-102.

Rittle-Johnson, B., & Alibali, M. W. (1999). Conceptual and procedural knowledge of mathematics: Does one lead to the other? *Journal of educational psychology, 91*(1), 175.

Rittle-Johnson, B., & Schneider, M. (2015). Developing conceptual and procedural knowledge of mathematics. *Oxford handbook of numerical cognition*, 1118-1134.

Rittle-Johnson, B., Siegler, R. S., & Alibali, M. W. (2001). Developing conceptual understanding and procedural skill in mathematics: An iterative process. *Journal of educational psychology, 93*(2), 346.

Schneider, M., & Stern, E. (2010). The developmental relations between conceptual and procedural knowledge: A multimethod approach. *Developmental psychology, 46*(1), 178.

Schoner, G., & Wilimzig, C. (2005). *Conceptual and procedural knowledge of a mathematics problem: Their measurement and their causal interrelations.* Paper presented at the Proceedings of the Annual Meeting of the Cognitive Science Society.

Soper, J. B., & Lee, M. P. (1994). Computer spreadsheets for numerical analysis. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology, 25*(2), 245-253.

Steward, T. (1994). Spreadsheets in mathematical education. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology, 25*(2), 239-243.

Sugden, S. J. (2001). Bits, binary, binomials and recursion: helping IT students understand mathematical induction. *Mathematics Preprint Archive, 2001*(10), 426-431.

Vamvakoussi, X., & Vosniadou, S. (2004). Understanding the structure of the set of rational numbers: A conceptual change approach. *Learning and Instruction, 14*(5), 453-467.

Zulnaidi, H., & Zakaria, E. (2012). The effect of using GeoGebra on conceptual and procedural knowledge of high school mathematics students. *Asian Social Science, 8*(11), 102.

จุฑามาศ บัวทอง. (2555). ชุดการเรียนการสอนเรื่องคณิตศาสตร์การเงินเบื้องต้นโดยใช้ *Microsoft Excel สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5.*

จุไรรัตน์ วัชราไทย. (2561). ผลการจัดการเรียนรู้ตามกระบวนการคิดไต่ตรอง เรื่องวิธีเรียงสับเปลี่ยน ที่มีผลต่อความรู้เชิงมโนทัศน์และความรู้เชิงกระบวนการของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ *5.* (ปริญญานิพนธ์ กศ.ม.), บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ, กรุงเทพฯ.

ฐิติชญาณ์ วงศ์ทั้งน้อย. (2561, 06/07/2561) */Interviewer:* นิรัช ลิ่วศิริวงศ์. โรงเรียน บดินทร์เดชา (สิงห์ สิงหเสนี).

ไทยรัฐออนไลน์. (29 มีนาคม 2557). วิเคราะห์ 'คะแนนโอเน็ต' เหตุใดยังย่ำแย่. Retrieved from https://www.thairath.co.th/content/413042

นพดล กองศิลป์. (2561). การสอนคณิตศาสตร์ในศตวรรษที่ *21 = Mathematics*: กรุงเทพฯ : นพดล กองศิลป์.

นาสียะห์ สาหาด. (2559). ผลของการจัดการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการสอนแบบมโนทัศน์ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์และความสามารถในการคิดเชิงมโนทัศน์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ *5* สังกัดสานักงานเขตพื้นที่การศึกษาประถมศึกษาปัตตานี เขต *3.* (ปริญญาศึกษาศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาหลักสูตรและการสอน), มหาบัณฑิตมหาวิทยาลัยสงขลานครินทร์, สงขลา.

บุญเลี้ยง ทุมทอง. (2554). การวิจัยการเรียนรู้ทางคณิตศาสตร์ = *Learning mathematics research*: มหาสารคาม : มหาวิทยาลัยมหาสารคาม.

เบ็ญจวรรณ ศรีเจริญ. (2555). ความสำคัญของคณิตศาสตร์ต่อการเรียนรู้วิทยาศาสตร์ในระดับมัธยมศึกษาตอนต้น. *https://library. ipst. ac. th/handle/ipst/321*, 48-49.

พิมสุภา ชิณสา. (2561). ผลการจัดการเรียนรู้แบบ *ACE* เรื่องพหุนามและเศษส่วนของพหุนาม ที่มีต่อความรู้เชิงมโนทัศน์และความรู้เชิงกระบวนการ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ *2.* ปริญญานิพนธ์ (กศ.ม. (คณิตศาสตร์)) -- มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ, 2561.

เจริญขวัญ โรจนพงศ์สถาพร. (2563). ผลของการจัดการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ร่วมกับการเขียนบันทึกการเรียนรู้ เรื่อง สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ที่มีต่อ ความรู้เชิงมโนทัศน์และความรู้เชิงกระบวนการทาง

คณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1. วารสาร วิชาการ อุตสาหกรรม ศึกษา, *14*(1), 41-54.

อนงค์ วิเศษสุวรรณ์, &เอียน สมิธ. (2550). การจัดการเรียนรู้ที่เน้นผู้เรียนเป็นสำคัญ. ศึกษาสาสตร์*, 2*, 2.

วีริศ กิตติวรากูล. (2561). การศึกษาความรู้เชิงมโนทัศน์และความสามารถในการพิสูจน์ เรื่อง วงกลมของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ *3* ที่ได้รับการจัดการเรียนการสอนด้วยวิธีการสร้างข้อความคาดการณ์และพิสูจน์ร่วมกับโปรแกรม *GeoGebra.* ปริญญานิพนธ์ (กศ.ม. (คณิตศาสตร์)) -- มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ, 2561. Retrieved from http://irithesis.swu.ac.th/dspace/bitstream/123456789/54/1/gs601110002.pdf

ศกุนตลา สุขสมัย, & กรมวิชาการ, ก. (2543). วิธีการสอนและรูปแบบการเรียนการสอน วิชาภาษาไทย ภาษาอังกฤษ คณิตศาสตร์ และวิทยาศาสตร์ ระดับมัธยมศึกษา : รายงานการสังเคราะห์เอกสาร: กรุงเทพฯ : กองวิจัยทางการศึกษากรมวิชาการ.

สถาบันทดสอบการศึกษาแห่งชาติ. (2563). ประกาศผลสอบ. Retrieved from https://www.niets.or.th/th/catalog/view/2989

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.). (2555). ครูคณิตศาสตร์มืออาชีพ เส้นทางสู่ความสำเร็จ (พิมพ์ตรั้งที่ 1 ed.). กรุงเทพฯ: บริษัท 3-คิว มีเดีย จำกัด.

เสน่ห์ หมายจากกลาง. (2554). ความรู้เชิงมโนทัศน์ จุดเน้นของการสอนคณิตศาสตร์. *Mathucation*, 54-59.

อัมพร ม้าคนอง. (2553). ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์: การพัฒนาเพื่อพัฒนาการ: กรุงเทพฯ : ศูนย์ตำราและเอกสารทางวิชาการ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

อัมพร ม้าคนอง. (2558). คณิตศาสตร์สำหรับครูมัธยม (พิมพ์ครั้งที่ 2, [ฉบับพิมพ์ซ้ำ]. ed.): กรุงเทพฯ : ศูนย์ส่งเสริมการพัฒนานวัตกรรม ตำราและเอกสารทางวิชาการ คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

ภาคผนวก ก

การหาคุณภาพของแบบทดสอบวัดความรู้เชิงมโนทัศน์และความรู้เชิงกระบวนการ เรื่อง เมทริกซ์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

การหาคุณภาพของแบบทดสอบวัดความรู้เชิงมโนทัศน์และความรู้เชิงกระบวนการ เรื่อง เมทริกซ์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

แบบทดสอบที่ใช้เป็นเครื่องมือวัดผล คือ แบบทดสอบวัดความรู้เชิงมโนทัศน์และความรู้เชิงกระบวนการ เรื่อง เมทริกซ์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 จำนวน 1 ฉบับ ประกอบด้วย

(1) ข้อสอบที่ใช้วัดความรู้เชิงมโนทัศน์ เรื่อง เมทริกซ์ เป็นข้อสอบแบบเติมคำที่นำมาใช้ทดสอบจำนวน 10 ข้อ จากที่เตรียมไว้ทั้งหมด 20 ข้อ

(2) ข้อสอบวัดความรู้เชิงกระบวนการ เรื่อง เมทริกซ์ เป็นข้อสอบอัตนัยที่นำมาใช้ทดสอบจำนวน 8 ข้อ จากที่เตรียมไว้ทั้งหมด 16 ข้อ

โดยผู้วิจัยดำเนินการหาคุณภาพของแบบทดสอบ ดังขั้นตอนต่อไปนี้

1. วิเคราะห์ความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหา โดยใช้ดัชนีความสอดคล้อง (IOC) ของแบบทดสอบ วัดความรู้เชิงมโนทัศน์และความรู้เชิงกระบวนการ เรื่อง เมทริกซ์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

1.1 นำแบบทดสอบที่สร้างขึ้นเสนอต่อผู้เชี่ยวชาญจำนวน 3 ท่าน เพื่อตรวจสอบความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหา โดยใช้เกณฑ์การพิจารณาดังนี้

คะแนน +1 หมายถึง ข้อสอบสอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้และหลักสูตร

คะแนน 0 หมายถึง ข้อสอบอาจมีความไม่สอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้และหลักสูตร

คะแนน -1 หมายถึง ข้อสอบไม่มีความสอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้และหลักสูตร

1.2 คำนวณค่า IOC ในแต่ละข้อ โดยเลือกคำถามที่มีค่า IOC ตั้งแต่ 0.5 ขึ้นไป โดยใช้สูตรคำนวณ IOC คือ

$$IOC = \frac{\sum_{i=1}^{n} R_i}{n}$$

เมื่อ IOC แทน ดัชนีความสอดคล้อง

R_i แทน คะแนนรายข้อตามดุลยพินิจของผู้เชี่ยวชาญ

$\sum$ แทน ผลรวม

n แทน จำนวนผู้เชี่ยวชาญ

ตาราง 7 ค่าดัชนีความสอดคล้องแบบทดสอบวัดความรู้เชิงมโนทัศน์และความรู้เชิงกระบวนการ เรื่อง เมทริกซ์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

ข้อที่	ผลการพิจารณาของผู้เชี่ยวชาญ			รวม	ค่า IOC	แปลผล
	คนที่ 1	คนที่ 2	คนที่ 3			
ข้อสอบวัดความรู้เชิงมโนทัศน์แบบเติมคำ						
1	+1	0	+1	2	0.67	สอดคล้อง
2	+1	0	+1	2	0.67	สอดคล้อง
3	+1	+1	+1	3	1.00	สอดคล้อง
4	+1	+1	+1	3	1.00	สอดคล้อง
5	+1	+1	+1	3	1.00	สอดคล้อง
6	+1	+1	+1	3	1.00	สอดคล้อง
7	+1	+1	+1	3	1.00	สอดคล้อง
8	+1	+1	+1	3	1.00	สอดคล้อง
9	+1	+1	+1	3	1.00	สอดคล้อง
10	+1	+1	+1	3	1.00	สอดคล้อง
11	+1	0	+1	2	0.67	สอดคล้อง
12	+1	0	+1	2	0.67	สอดคล้อง
13	+1	+1	+1	3	1.00	สอดคล้อง
14	+1	+1	+1	3	1.00	สอดคล้อง
15	+1	+1	+1	3	1.00	สอดคล้อง
16	+1	+1	+1	3	1.00	สอดคล้อง
17	+1	+1	+1	3	1.00	สอดคล้อง
18	+1	+1	+1	3	1.00	สอดคล้อง
19	+1	+1	+1	3	1.00	สอดคล้อง
20	+1	+1	+1	3	1.00	สอดคล้อง

ตาราง 7 (ต่อ)

ข้อที่	ผลการพิจารณาของผู้เชี่ยวชาญ			รวม	ค่า IOC	แปลผล
	คนที่ 1	คนที่ 2	คนที่ 3			
ข้อสอบวัดความรู้เชิงกระบวนการแบบอัตนัย						
1	+1	+1	+1	3	1.00	สอดคล้อง
2	+1	+1	+1	3	1.00	สอดคล้อง
3	+1	+1	+1	3	1.00	สอดคล้อง
4	+1	+1	+1	3	1.00	สอดคล้อง
5	+1	+1	+1	3	1.00	สอดคล้อง
6	+1	+1	+1	3	1.00	สอดคล้อง
7	+1	+1	+1	3	1.00	สอดคล้อง
8	+1	+1	+1	3	1.00	สอดคล้อง
9	+1	+1	+1	3	1.00	สอดคล้อง
10	+1	+1	+1	3	1.00	สอดคล้อง
11	+1	+1	+1	3	1.00	สอดคล้อง
12	+1	+1	+1	3	1.00	สอดคล้อง
13	+1	+1	+1	3	1.00	สอดคล้อง
14	+1	+1	+1	3	1.00	สอดคล้อง
15	+1	+1	+1	3	1.00	สอดคล้อง
16	+1	+1	+1	3	1.00	สอดคล้อง

2. คำนวณค่าความยากง่าย (p) ค่าอำนาจจำแนก (r) และค่าความเชื่อมั่นแบบทดสอบวัดความรู้เชิงมโนทัศน์และความรู้เชิงกระบวนการ เรื่อง เมทริกซ์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

2.1 คำนวณค่าความยากง่าย (p) ของแบบทดสอบวัดความรู้เชิงมโนทัศน์ที่เป็นข้อสอบแบบเติมคำ และแบบทดสอบวัดความรู้เชิงกระบวนการที่เป็นข้อสอบแบบอัตนัย เรื่อง เมทริกซ์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โดยคำนวณจากสูตร

$$p_i = \frac{H_i + L_i}{\left[T_i\left(N_H + N_L\right)\right]}$$

เมื่อ p_i แทน ความยากง่าย ข้อที่ i

H_i แทน คะแนนรวมข้อที่ i ของผู้ตอบถูกในกลุ่มสูง

L_i แทน คะแนนรวมข้อที่ i ของผู้ตอบถูกในกลุ่มต่ำ

T_i แทน คะแนนเต็มของข้อที่ i

N_H แทน จำนวนผู้ตอบถูกทั้งหมดในกลุ่มสูง

N_L แทน จำนวนผู้ตอบถูกทั้งหมดในกลุ่มต่ำ

2.2 คำนวณค่าอำนาจจำแนก (r) ของแบบทดสอบวัดความรู้เชิงมโนทัศน์ที่เป็นข้อสอบแบบเติมคำ และแบบทดสอบวัดความรู้เชิงกระบวนการที่เป็นข้อสอบแบบอัตนัย เรื่อง เมทริกซ์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

$$r_i = \frac{\left(H_i - L_i\right)}{\left[T_i \times \frac{1}{2}\left(N_H + N_L\right)\right]}$$

เมื่อ r_i แทน ค่าอำนาจจำแนก ข้อที่ i

H_i แทน คะแนนรวมข้อที่ i ของผู้ตอบถูกในกลุ่มสูง

L_i แทน คะแนนรวมข้อที่ i ของผู้ตอบถูกในกลุ่มต่ำ

T_i แทน คะแนนเต็มของข้อที่ i

N_H แทน จำนวนผู้ที่ตอบถูกทั้งหมดในกลุ่มสูง

N_L แทน จำนวนผู้ที่ตอบถูกทั้งหมดในกลุ่มต่ำ

2.3 หาค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบของแบบทดสอบวัดความรู้เชิงมโนทัศน์ที่เป็นข้อสอบแบบเติมคำ และแบบทดสอบวัดความรู้เชิงกระบวนการที่เป็นข้อสอบแบบอัตนัย เรื่อง เมทริกซ์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โดยใช้สูตรของครอนบัค (Cronbach) ซึ่งมีสูตรการคำนวณสัมประสิทธิ์แอลฟา (alpha coefficient: α) ดังนี้

$$\alpha = \frac{k}{k-1}\left\{1 - \frac{\sum S_i^{2}}{S_t^{2}}\right\}$$

เมื่อ α แทน ความเชื่อมั่นของเครื่องมือวัด

k แทน จำนวนของเครื่องมือวัด

$\sum$ แทน ผลรวม

S_i^2 แทน ความแปรปรวนของคะแนนในแต่ละข้อ

S_t^2 แทน ความแปรปรวนของคะแนนรวมทั้งฉบับ

ตาราง 8 แสดงค่าความยากง่าย (p) และค่าอำนาจจำแนก (r) และค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดความรู้เชิงมโนทัศน์ เรื่อง เมทริกซ์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

หมายเลขข้อ	ค่าความยากง่าย (p)	ค่าอำนาจจำแนก (r)
ข้อสอบวัดความรู้เชิงมโนทัศน์แบบเติมคำ		
1	0.80	0.40
2	0.80	0.40
3	0.75	0.22
4	0.71	0.22
5	0.78	0.21
6	0.64	0.21
7	0.78	0.25
8	0.57	0.44
9	0.53	0.21
10	0.61	0.25
ข้อสอบวัดความรู้เชิงกระบวนการแบบอัตนัย		
1	0.76	0.43
2	0.76	0.33
3	0.76	0.43
4	0.76	0.49
5	0.67	0.52
6	0.55	0.52
7	0.76	0.48
8	0.32	0.32

ค่าความเชื่อมั่นแบบความสอดคล้องภายในของแบบทดสอบวัดความรู้เชิงความรู้เชิงมโนทัศน์ เรื่อง เมทริกซ์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่เป็นข้อสอบแบบเติมคำ โดยใช้วิธีการคำนวณสัมประสิทธิ์แอลฟ่า (alpha coefficient: α) ของครอนบัค มีค่าเท่ากับ 0.62

ค่าความเชื่อมั่นแบบความสอดคล้องภายในของแบบทดสอบวัดความรู้เชิงความรู้เชิงกระบวนการ เรื่อง เมทริกซ์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่เป็นข้อสอบอัตนัย โดยใช้วิธีการคำนวณสัมประสิทธิ์แอลฟ่า (alpha coefficient: α) ของครอนบัค มีค่าเท่ากับ 0.89

ภาคผนวก ข

การทดสอบสมมติฐาน

การทดสอบสมมติฐานข้อ 1

นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่เรียนด้วยการจัดการเรียนรู้ โดยใช้โปรแกรม Microsoft Excel สามารถผ่านเกณฑ์การทดสอบความรู้เชิงมโนทัศน์ เรื่อง เมทริกซ์ ได้มากกว่าร้อยละ 60 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด

การทดสอบภาวการณ์แจกแจงปกติ

การทดสอบภาวะการแจกแจงปกติของข้อมูล ผู้วิจัยได้นำคะแนนความรู้เชิงมโนทัศน์ เรื่อง เมทริกซ์ จากแบบทดสอบวัดความรู้เชิงมโนทัศน์ เรื่อง เมทริกซ์ จากกลุ่มตัวอย่างแต่ละคน ไปทดสอบภาวการณ์แจกแจงปกติ โดยใช้วิธีการทดสอบของชาพิโร-วิลค์ (Shapiro-Wilk) ผ่านโปรแกรม SPSS Statistic ผลลัพธ์ที่ได้แสดงในตารางที่ 9

ตาราง 9 การทดสอบภาวะการแจกแจงปกติของคะแนนความรู้เชิงมโนทัศน์ เรื่อง เมทริกซ์

Tests of Normality						
	Kolmogorov-Smirnov			Shapiro-Wilk		
	Statistic	df	Sig.	Statistic	df	Sig.
Score	0.105	45	0.200*	0.969	45	0.256
a. Lilliefors Significance Correction						

* ที่ระดับนัยสำคัญ .05

จากตาราง 9 นักเรียนกลุ่มตัวอย่างมีค่าพี (p-value) เท่ากับ 0.256 มากกว่า .05 ซึ่งหมายความว่า คะแนนความรู้เชิงมโนทัศน์ เรื่อง เมทริกซ์ ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่างมีการแจกแจงปกติ

การทดสอบสมมติฐาน

เนื่องจากข้อมูลมีการแจกแจงปกติ และกลุ่มตัวอย่างมากกว่า 30 คน ผู้วิจัยเลือกใช้สถิติทดสอบ Z (Z-test for Population Proportion) ในการทดสอบสมมติฐานที่ว่า นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่เรียนด้วยการจัดการเรียนรู้ โดยใช้โปรแกรม Microsoft Excel สามารถผ่านเกณฑ์การทดสอบความรู้เชิงมโนทัศน์ เรื่อง เมทริกซ์ ได้ไม่น้อยกว่าร้อยละ 60 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด

สมมติฐานหลัก $H_0 : p < 0.60$

$H_1 : p \geq 0.60$

สถิติทดสอบคือ
$$Z = \frac{\hat{p} - p_0}{\sqrt{\frac{p_0(1-p_0)}{n}}}$$

เมื่อ p แทน สัดส่วนนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่คะแนนความรู้เชิงมโนทัศน์ เรื่อง เมทริกซ์ ตั้งแต่ร้อยละ 60 ของคะแนนเต็ม

$\hat{p}$ แทน สัดส่วนนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง ที่คะแนนความรู้เชิงมโนทัศน์ เรื่อง เมทริกซ์ ตั้งแต่ร้อยละ 60 ของคะแนนเต็ม

p_0 แทน สัดส่วนนักเรียนกลุ่มตัวอย่างชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่ต้องการให้ผ่านการทดสอบ

n แทน จำนวนนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่เป็นกลุ่ม ตัวอย่าง

มีทั้งหมด 45 คน

นั่นคือ $\hat{p} = \frac{34}{40} = 0.756$

$p_0 = 0.60$

แทนค่า
$$Z = \frac{0.756 - 0.60}{\sqrt{\frac{0.60(1-0.60)}{45}}}$$

$$= \frac{0.156}{\sqrt{0.0053}}$$

$$= 2.143$$

เนื่องจาก $Z_{.05*} = 1.645$ จะได้ $Z > Z_{.05*}$ เพราะฉะนั้น ปฏิเสธ H_0 นั่นคือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่เรียนด้วยการจัดการเรียนรู้ โดยใช้โปรแกรม Microsoft Excel สามารถผ่านเกณฑ์การทดสอบความรู้เชิงมโนทัศน์ เรื่อง เมทริกซ์ ได้ไม่น้อยกว่าร้อยละ 60 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด ที่ระดับนัยสำคัญ .05

การทดสอบสมมติฐานข้อ 2

นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่เรียนด้วยการจัดการเรียนรู้ โดยใช้โปรแกรม Microsoft Excel สามารถผ่านเกณฑ์การทดสอบความรู้เชิงกระบวนการ เรื่อง เมทริกซ์ ได้ไม่น้อยกว่าร้อยละ 60 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด

การทดสอบภาวการณ์แจกแจงปกติ

เนื่องจากข้อมูลมีการแจกแจงปกติ และกลุ่มตัวอย่างมากกว่า 30 คน ผู้วิจัยเลือกใช้สถิติทดสอบ Z (Z-test for Population Proportion) ในการทดสอบสมมติฐานที่ว่า นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่เรียนด้วยการจัดการเรียนรู้ โดยใช้โปรแกรม Microsoft Excel สามารถผ่านเกณฑ์การทดสอบความรู้เชิงกระบวนการ เรื่อง เมทริกซ์ ได้ไม่น้อยกว่าร้อยละ 60 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด

ตาราง 10 การทดสอบภาวะการแจกแจงปกติของคะแนนความรู้เชิงกระบวนการ เรื่อง เมทริกซ์

Tests of Normality						
	Kolmogorov-Smirnov			Shapiro-Wilk		
	Statistic	df	Sig.	Statistic	df	Sig.
Score	0.124	45	0.079	0.951	45	0.054
a. Lilliefors Significance Correction						

* ที่ระดับนัยสำคัญ .05

จากตาราง 10 นักเรียนกลุ่มตัวอย่างมีค่าพี (p-value) เท่ากับ.054 มากกว่า .05 ซึ่งหมายความว่า คะแนนความรู้เชิงกระบวนการ เรื่อง เมทริกซ์ ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่างมีการแจกแจงปกติ

การทดสอบสมมติฐาน

เนื่องจากข้อมูลมีการแจกแจงปกติ และกลุ่มตัวอย่างมากกว่า 30 คน ผู้วิจัยเลือกใช้สถิติทดสอบ Z (Z-test for Population Proportion) ในการทดสอบสมมติฐานที่ว่า นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่เรียนด้วยการจัดการเรียนรู้ โดยใช้โปรแกรม Microsoft Excel สามารถผ่านเกณฑ์การทดสอบความรู้เชิงกระบวนการ เรื่อง เมทริกซ์ ได้ไม่น้อยกว่าร้อยละ 60 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด

สมมติฐาน $H_0 : p < 0.60$

$H_1 : p \geq 0.60$

สถิติทดสอบคือ $$Z = \frac{\hat{p} - p_0}{\sqrt{\frac{p_0(1-p_0)}{n}}}$$

เมื่อ p แทน สัดส่วนนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่คะแนนความรู้เชิงกระบวนการ เรื่อง เมทริกซ์ ตั้งแต่ร้อยละ 60 ของคะแนนเต็ม

$\hat{p}$ แทน สัดส่วนนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง ที่คะแนนความรู้เชิงกระบวนการ เรื่อง เมทริกซ์ ตั้งแต่ร้อยละ 60 ของคะแนนเต็ม

p_0 แทน สัดส่วนนักเรียนกลุ่มตัวอย่างชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่ต้องการให้ผ่านการทดสอบ

n แทน จำนวนนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่เป็นกลุ่ม

ตัวอย่าง

มีทั้งหมด 45 คน

นั่นคือ $\hat{p} = \frac{34}{40} = 0.756$

$p_0 = 0.60$

แทนค่า $$Z = \frac{0.756 - 0.60}{\sqrt{\frac{0.60(1-0.60)}{45}}}$$

$$= \frac{0.156}{\sqrt{0.0053}}$$

$$= 2.143$$

เนื่องจาก $Z_{.05*} = 1.645$ จะได้ $Z > Z_{.05*}$ เพราะฉะนั้นปฏิเสธ H_0 นั่นคือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่เรียนด้วยการจัดการเรียนรู้ โดยใช้โปรแกรม Microsoft Excel สามารถผ่านเกณฑ์การทดสอบความรู้เชิงกระบวนการ เรื่อง เมทริกซ์ ได้มากกว่าร้อยละ 60 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด ที่ระดับนัยสำคัญ .05

ภาคผนวก ค

ตัวอย่างแผนการจัดการเรียนรู้ความรู้เชิงมโนทัศน์และความรู้เชิงกระบวนการ เรื่อง เมทริกซ์ ผ่านการจัดการเรียนรู้โดยใช้โปรแกรม Microsoft Excel

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2

รายวิชา คณิตศาสตร์เพิ่มเติม **ชั้นมัธยมศึกษาปีที่** 4

หน่วยการเรียน เมทริกซ์

หัวข้อเรื่อง การบวกเมทริกซ์ การลบเมทริกซ์ เมทริกซ์ศูนย์ การคูณเมทริกซ์กับจำนวนจริง และทฤษฎีที่เกี่ยวข้องกับการบวกเมทริกซ์ และการคูณเมทริกซ์ด้วยจำนวนจริง

ปีการศึกษา 2563 **ภาคเรียนที่** 2 **เวลา** 50 นาที

1. จุดประสงค์การเรียนรู้

เพื่อให้นักเรียนสามารถ

1. อธิบายหลักการการบวกเมทริกซ์ และหาผลลัพธ์ได้
2. อธิบายหลักการการลบเมทริกซ์ และหาผลลัพธ์ได้
3. อธิบายหลักการการคูณเมทริกซ์ด้วยจำนวนจริง และหาผลลัพธ์ได้
4. อธิบายทฤษฎีบทเกี่ยวกับการบวกเมทริกซ์และการคูณเมทริกซ์ด้วยจำนวนจริง 9 ข้อ พร้อมนำไปใช้แก้ปัญหา

2. สาระการเรียนรู้

การบวกเมทริกซ์

บทนิยาม ให้ $A = \left[a_{ij}\right]_{m\times n}$ และ $B = \left[b_{ij}\right]_{m\times n}$ เป็นเมทริกซ์ที่มีขนาดเท่ากัน ผลบวกของเมทริกซ์ A กับเมทริกซ์ B คือ เมทริกซ์ $\left[c_{ij}\right]_{m\times n}$ เมื่อ $c_{ij} = a_{ij} + b_{ij}$ สำหรับทุก $i \in \{1,2,...,m\}$ และ $j \in \{1,2,...,n\}$ เขียนแทน A บวกกับ B ด้วย $A+B$

นั่นคือ $\left[a_{ij}\right]_{m\times n} + \left[b_{ij}\right]_{m\times n} = \left[a_{ij} + b_{ij}\right]_{m\times n}$

การลบเมทริกซ์

บทนิยาม ให้ A และ B เป็นเมทริกซ์ที่มีขนาดเท่ากัน

เมทริกซ์ A ลบด้วยเมทริกซ์ B คือ ผลบวกของเมทริกซ์ A กับเมทริกซ์ $-B$

เขียนแทนด้วย $A-B$

นั่นคือ $A-B = A+(-B)$

เมทริกซ์ศูนย์

บทนิยาม เมทริกซ์ที่มีขนาด $m \times n$ และสมาชิกทุกตำแหน่งเป็น 0 เรียกว่า เมทริกซ์ศูนย์ เขียนแทนด้วย $\underline{0}_{m\times n}$ หรือ $\underline{0}$

การคูณเมทริกซ์กับจำนวนจริง

บทนิยาม ให้ $A = \left[a_{ij}\right]_{m\times n}$ และ c เป็นจำนวนจริง ผลคูณของ c กับเมทริกซ์ A คือ เมทริกซ์ $\left[b_{ij}\right]_{m\times n}$ เมื่อ $b_{ij} = ca_{ij}$ สำหรับทุก $i \in \{1,2,...,m\}$ และ $j \in \{1,2,...,n\}$ เขียนแทนผลคูณของ c กับเมทริกซ์ A ด้วย cA นั่นคือ $c\left[a_{ij}\right]_{m\times n} = \left[ca_{ij}\right]_{m\times n}$

ทฤษฎีบท 1

การบวกเมทริกซ์ และการคูณเมทริกซ์กับจำนวนจริง

ให้ A, B, C และ $\underline{0}$ เป็นเมทริกซ์ขนาด $m \times n$ และ c, d เป็นจำนวนจริงใด ๆ จะได้ว่า

1. $A+B \quad = \quad B+A$
2. $A+(B+C) \quad = \quad (A+B)+C$
3. $A+\underline{0} \quad = \quad \underline{0}+A \quad = \quad A$
4. $A+(-A) \quad = \quad (-A)+A \quad = \quad \underline{0}$
5. $c(A+B) \quad = \quad cA+cB$
6. $(c+d)A \quad = \quad cA+dA$
7. $(cd)A \quad = \quad c(dA)$
8. $1A \quad = \quad A$
9. $0A \quad = \quad \underline{0}$

3. สื่อการเรียนรู้/ แหล่งเรียนรู้

3.1 แฟ้มในโปรแกรม Microsoft Excel 6 แสดงบทนิยามการบวกเมทริกซ์

3.2 แฟ้มในโปรแกรม Microsoft Excel 7 แสดงบทนิยามการลบเมทริกซ์

3.3 แฟ้มในโปรแกรม Microsoft Excel 8 แสดงบทนิยามการคูณเมทริกซ์กับจำนวนจริง

3.4 แฟ้มในโปรแกรม Microsoft Excel 9 แสดงทฤษฎีบทเกี่ยวกับการบวกเมทริกซ์ และการคูณเมทริกซ์กับจำนวนจริง

3.5 ใบกิจกรรมที่ 4 เรื่อง การบวกเมทริกซ์ การลบเมทริกซ์ และการคูณเมทริกซ์กับจำนวนจริง

3.6 ใบกิจกรรมที่ 5 เรื่อง เมทริกซ์ศูนย์ และทฤษฎีบทเกี่ยวกับการบวกเมทริกซ์ และการคูณเมทริกซ์กับจำนวนจริง

3.7 ใบความรู้ 2 เรื่อง การบวกเมทริกซ์ การลบเมทริกซ์ เมทริกซ์ศูนย์และการคูณเมทริกซ์กับจำนวนจริง

4. **กิจกรรมการเรียนรู้**

4.1 ขั้นเตรียมการ

ครูเตรียมแฟ้มคำสั่งในโปรแกรม Microsoft Excel จำนวน 4 แฟ้ม เพื่อให้นักเรียนได้สำรวจความหมายของการบวกเมทริกซ์ การลบเมทริกซ์ เมทิรกซ์ศูนย์ และ ทฤษฎีบทเกี่ยวกับการบวกเมทริกซ์ และการคูณเมทริกซ์กับจำนวนจริง

4.2 ทบทวนความรู้

ครูอนุญาตให้นักเรียนเปิดแฟ้มคำสั่ง Microsoft Excel จากคาบเรียนที่ผ่านมา และนำเสนอคำถามผ่าน Power Point โดยมีคำถามดังนี้

1) บทนิยามของเมทริกซ์คืออะไร

[นักเรียนควรตอบว่า: $\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ & & \vdots & \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{bmatrix}_{mxn}$ โดยมี $a_{ij} \in R$ เป็นสมาชิก และ $m \times n$ คือมิติ กล่าวคือมี m แถว n หลัก โดยที่ $m,n \in N$]

2) องค์ประกอบของเมทริกซ์มีอะไรบ้าง

[นักเรียนควรตอบว่า: วงเล็บ สมาชิก แถว หลัก มิติ(ขนาด)]

3) เมทริกซ์สองเมทริกซ์จะเท่ากันเมื่อ

[นักเรียนควรตอบว่า: มีมิติเท่ากัน และมีสมาชิกเท่ากันทุกตำแหน่ง]

4) บทนิยามของเมทริกซ์สลับเปลี่ยน คือ

[นักเรียนควรตอบว่า: ให้ $A = \left[a_{ij}\right]_{m\times n}$ ถ้า $B = \left[b_{ij}\right]_{n\times m}$ โดยที่ $b_{ij} = a_{ji}$ ทุก $i \in \{1,2,...,n\}$ และ $j \in \{1,2,...,m\}$]

4.3 ขั้นนักเรียนศึกษาความรู้ด้วยตนเองในแฟ้มคำสั่ง Microsoft Excel (40 นาที)

4.3.1 ครูให้นักเรียนแต่ละคนเปิดแฟ้มโปรแกรม Microsoft Excel 6 Microsoft Excel 7 Microsoft Excel 8 และ Microsoft Excel 9

4.3.2 ครูแจกใบกิจกรรมที่ 4 เรื่อง การบวกเมทริกซ์ การลบเมทริกซ์ และการคูณเมทริกซ์กับจำนวนจริง

4.3.3 นักเรียนสำรวจข้อมูลผ่านแฟ้มโปรแกรม Microsoft Excel 6 เรื่อง การบวกเมทริกซ์ ตามขั้นตอนในใบกิจกรรมที่ 4 โดย

1) นักเรียนลองเปลี่ยนค่าสมาชิกในเมทริกซ์ A และ B
2) นักเรียนสังเกตว่าสองเมทริกซ์นี้บวกกันมีกระบวนการอย่างไร
3) นักเรียนลองใส่สมาชิกไม่ครบตำแหน่งจะพบว่า เมทริกซ์ บวกกันไม่ได้
4) นักเรียนลองให้มิติของเมทริกซ์ A และ B ไม่เท่ากันจะพบว่าเมทริกซ์บวกกันไม่ได้
5) นักเรียนเขียนสรุปความเข้าใจของตนลงในใบกิจกรรม
[การบวกกันของเมทริกซ์ คือการบวกกันของสมาชิกของเมทริกซ์ในตำแหน่งเดียวกัน และเมทริกซ์จะบวกกันได้เมื่อมีมิติเท่ากันเท่านั้น]

4.3.4 นักเรียนอภิปรายความรู้กันเอง โดยนำความเข้าใจที่ได้จากการทำกิจกรรมเรื่อง บทนิยามการบวกเมทริกซ์ ในใบกิจกรรมที่ 4 ข้อ 1 โดยมีประเด็นคำถามดังนี้

1) การบวกเมทริกซ์มีลักษณะอย่างไร
[นักเรียนควรตอบว่า: นำสมาชิกที่อยู่ในแถวและหลักเดียวกันมาบวกกัน]
2) เมทริกซ์ที่มีขนาดไม่เท่ากันสามารถบวกกันได้หรือไม่
[นักเรียนควรตอบว่า: ไม่ได้]
3) จงหาเมทริกซ์ $A+B$ เมื่อกำหนดให้ $A=\begin{bmatrix}1 & 1 & 0\\ 2 & -1 & 3\end{bmatrix}, B=\begin{bmatrix}-1 & 1 & 2\\ -2 & -1 & 3\end{bmatrix}$
[นักเรียนควรตอบว่า: $A+B=\begin{bmatrix}0 & 2 & 2\\ 0 & -2 & 6\end{bmatrix}$]

4.3.5 นักเรียนสำรวจข้อมูลผ่านแฟ้มโปรแกรม Microsoft Excel 7 เรื่อง การลบเมทริกซ์ ในใบกิจกรรมที่ 3

1) นักเรียนลองเปลี่ยนค่าสมาชิกในเมทริกซ์ A และ B
2) นักเรียนสังเกตว่าสองเมทริกซ์นี้ลบกันมีกระบวนการอย่างไร
3) นักเรียนลองใส่สมาชิกไม่ครบตำแหน่งจะพบว่า เมทริกซ์ ลบกันไม่ได้

4) นักเรียนลองให้มิติของเมทริกซ์ A และ B ไม่เท่ากันจะพบว่าเมทริกซ์ลบกันไม่ได้

5) นักเรียนเขียนสรุปความเข้าใจของตนลงในใบกิจกรรม
[กาลบกันของเมทริกซ์ คือ การลบกันของสมาชิกของเมทริกซ์ในตำแหน่งเดียวกัน และเมทริกซ์จะลบกันได้เมื่อมีมิติเท่ากันเท่านั้น]

4.3.6 นักเรียนอภิปรายความรู้กันเอง โดยนำความเข้าใจที่ได้จากการสำรวจจากแฟ้มคำสั่ง Microsoft Excel เรื่อง บทนิยามการลบเมทริกซ์ ในใบกิจกรรมที่ 4 ข้อ 2 โดยมีประเด็นคำถามดังนี้

1) การลบเมทริกซ์มีลักษณะอย่างไร

[นักเรียนควรตอบว่า: นำสมาชิกที่อยู่ในแถวและหลักเดียวกันมาบวกกัน]

4.3.7 นักเรียนสำรวจข้อมูลผ่านแฟ้มโปรแกรม Microsoft Excel 8 เรื่อง การคูณเมทริกซ์กับจำนวนจริง ตามใบกิจกรรมที่ 4

1) นักเรียนลองเปลี่ยนค่าสมาชิกในเมทริกซ์ A และจำนวนจริง c

2) นักเรียนสังเกตว่าสองเมทริกซ์กับจำนวนจริงคูณกันมีกระบวนการอย่างไร

3) นักเรียนเขียนสรุปความเข้าใจของตนลงในใบกิจกรรม
[กาคูณกันของเมทริกซ์กับจำนวนจริง คือ การนำจำนวนจริงไปคูณกับสมาชิกในทุกตำแหน่งของเมทริกซ์]

4.3.8 นักเรียนอภิปรายความรู้กันเอง โดยนำความเข้าใจที่ได้จากการสำรวจจากแฟ้มคำสั่ง Microsoft Excel เรื่อง การคูณเมทริกซ์กับจำนวนจริง ตามใบกิจกรรมที่ 4 โดยมีประเด็นดังนี้

1) การคูณเมทริกซ์กับจำนวนจริงมีลักษณะอย่างไร

[นักเรียนควรตอบว่า: นำจำนวนจริงคูณกับสมาชิกทุกตำแหน่ง]

2) จากทั้งสามกิจกรรมที่นักเรียนทำมา นักเรียนคิดว่า การบวกเมทริกซ์ การลบเมทริกซ์ และการคูณเมทริกซ์กับจำนวนจริงมีคล้ายกับเรื่องใดที่นักเรียนเคยเรียนมาก่อนหน้า

[นักเรียนควรตอบว่า: เรื่อง จำนวนจริง]

4.3.9 ครูแจกใบกิจกรรมที่ 5 เรื่อง ทฤษฎีบทเกี่ยวกับการบวกเมทริกซ์และการคูณเมทริกซ์ด้วยจำนวนจริง

4.3.10 นักเรียนสำรวจข้อมูลผ่านแฟ้มโปรแกรม Microsoft Excel 9 เรื่อง ทฤษฎีบทเกี่ยวกับการบวกเมทริกซ์และการคูณเมทริกซ์ด้วยจำนวนจริง ตามใบกิจกรรมที่ 5

1) นักเรียนลองเปลี่ยนค่าสมาชิกในเมทริกซ์ A และ B แล้วสังเกตทฤษฎีบทที่โปรแกรม Microsoft Excel แสดงให้เห็นว่าเมทริกซ์สลับที่การบวกได้
2) นักเรียนเขียนสรุปลงในใบกิจกรรมว่า [เมทริกซ์สลับที่การบวกได้]
3) ดำเนินการด้วยกระบวนการ (1 และ 2) ไปจนครบทฤษฎีบท 9 ข้อ

4.3.11 นักเรียนอภิปรายความรู้กันเอง โดยนำความเข้าใจที่ได้จากการสำรวจจากแฟ้มคำสั่ง Microsoft Excel เรื่อง ทฤษฎีบทเกี่ยวกับการบวกเมทริกซ์และการคูณเมทริกซ์ด้วยจำนวนจริง ในใบกิจกรรมที่ 5 โดยใช้คำถามดังนี้

1) นักเรียนจะสรุป ทฤษฎีบท 1 ข้อ 1 ได้อย่างไร

[นักเรียนควรตอบว่า: $A+B=B+A$]

2) นักเรียนจะสรุป ทฤษฎีบท 1 ข้อ 2 ได้อย่างไร

[นักเรียนควรตอบว่า: $A+\left(B+C\right)=\left(A+B\right)+C$]

3) นักเรียนจะสรุป ทฤษฎีบท 1 ข้อ 3 ได้อย่างไร

[นักเรียนควรตอบว่า: $A+\underline{0}=\underline{0}+A=A$]

4) นักเรียนจะสรุป ทฤษฎีบท 1 ข้อ 4 ได้อย่างไร

[นักเรียนควรตอบว่า: $A+(-A)=\underline{0}$]

5) นักเรียนจะสรุป ทฤษฎีบท 1 ข้อ 5 ได้อย่างไร

[นักเรียนควรตอบว่า: $c\left(A+B\right)=cA+cB$]

6) นักเรียนจะสรุป ทฤษฎีบท 1 ข้อ 6 ได้อย่างไร

[นักเรียนควรตอบว่า: $\left(c+d\right)A=cA+dA$]

7) นักเรียนจะสรุป ทฤษฎีบท 1 ข้อ 7 ได้อย่างไร

[นักเรียนควรตอบว่า: $\left(cd\right)A=c\left(dA\right)$]

8) นักเรียนจะสรุป ทฤษฎีบท 1 ข้อ 8 ได้อย่างไร

[นักเรียนควรตอบว่า: $1A=A$]

9) นักเรียนจะสรุป ทฤษฎีบท 1 ข้อ 9 ได้อย่างไร

[นักเรียนควรตอบว่า: $0A=\underline{0}$]

4.4 ขั้นครูสรุปความรู้ (5 นาที)

ครูสรุปการบวกเมทริกซ์ การลบของเมทริกซ์ การคูณเมทริกซ์กับจำนวนจริง และทฤษฎีบท 1 จำนวน 9 ข้อ ตามใบความรู้ 2 ประกอบด้วย

ให้ A,B,C และ $\underline{0}$ เป็นเมทริกซ์มิติ $m\times n$ และ c,d เป็นจำนวนจริงใด ๆ

1) การบวกเมทริกซ์ $A+B=\left[a_{ij}\right]_{m\times n}+\left[b_{ij}\right]_{m\times n}=\left[a_{ij}+b_{ij}\right]_{m\times n}$

2) การลบเมทริกซ์ $A-B=\left[a_{ij}\right]_{m\times n}-\left[b_{ij}\right]_{m\times n}=\left[a_{ij}-b_{ij}\right]_{m\times n}$

3) เมทริกซ์ที่มีขนาด และสมาชิกทุกตำแหน่งเป็น 0 เรียกว่า เมทริกซ์ศูนย์ เขียนแทนด้วย $\underline{0}$

4) การคูณเมทริกซ์ด้วยค่าคงตัว $cA=c\left[a_{ij}\right]_{m\times n}=\left[ca_{ij}\right]_{m\times n}$

5) ทฤษฎีบท 1 จำนวน 9 ข้อ ประกอบด้วย

1. $A+B = B+A$
2. $A+(B+C) = (A+B)+C$
3. $A+\underline{0} = \underline{0}+A = A$
4. $A+(-A) = (-A)+A = \underline{0}$
5. $c(A+B) = cA+cB$ เมื่อ c เป็นค่าคงคัว
6. $(c+d)A = cA+cB$ เมื่อ c เป็นค่าคงคัว
7. $(cd)A = c(dA)$ เมื่อ c,d เป็นค่าคงคัว
8. $1A = A$
9. $0A = \underline{0}$

5. การวัดผลและประเมินผลการเรียนรู้

จุดประสงค์การเรียนรู้	การวัดผล	การประเมินผล
นักเรียนสามารถ 1. อธิบายหลักการการบวกเมทริกซ์และหาผลลัพธ์ได้	**วิธีวัดผล** : พิจารณาจากความถูกต้องของคำตอบของนักเรียนในใบกิจกรรมที่ 3 เรื่อง การบวกเมทริกซ์ **เครื่องมือวัดผล** : ใบกิจกรรมที่ 3 เรื่อง การบวกเมทริกซ์ ข้อ 1.2 จำนวน 3 ข้อ	**เกณฑ์การให้คะแนน** : ขึ้นอยู่กับคำตอบถ้าการตอบถูกต้องในเกณฑ์ที่ยอมรับได้จะได้หนึ่งคะแนน ถ้าไม่ตอบหรือตอบไม่ได้จะได้ศูนย์ **เกณฑ์การประเมินผล** : ถ้านักเรียนสามารถทำได้ 2 คะแนนขึ้นไป จากคะแนนรวม 3 คะแนนถือว่าผ่าน
2. อธิบายหลักการการลบเมทริกซ์ และหาผลลัพธ์ได้	**วิธีวัดผล** : พิจารณาจากความถูกต้องของคำตอบของนักเรียนในใบกิจกรรมที่ 3 เรื่อง การลบเมทริกซ์ **เครื่องมือวัดผล** : ใบกิจกรรมที่ 3 เรื่อง การลบเมทริกซ์ ข้อ 2.1 จำนวน 1 ข้อ	**เกณฑ์การให้คะแนน** : ขึ้นอยู่กับคำตอบถ้าการตอบถูกต้องในเกณฑ์ที่ยอมรับได้จะได้หนึ่งคะแนน ถ้าไม่ตอบหรือตอบไม่ได้จะได้ศูนย์ **เกณฑ์การประเมินผล** : ถ้านักเรียนสามารถทำได้ 1 คะแนนขึ้นไป ถือว่าผ่าน

จุดประสงค์การเรียนรู้ที่ต้องการวัดผลและประเมินผล	การวัดผล	การประเมินผล
3. อธิบายหลักการการคูณเมทริกซ์ด้วยจำนวนจริง และหาผลลัพธ์ได้	**วิธีวัดผล** : ใบกิจกรรมที่ 3 เรื่อง การคูณเมทริกซ์กับจำนวนจริง **เครื่องมือวัดผล** : ใบกิจกรรมที่ 3 เรื่อง การคูณเมทริกซ์กับจำนวนจริงข้อ 3.1 จำนวน 1 ข้อ	**เกณฑ์การให้คะแนน** : ขึ้นอยู่กับคำตอบถ้าการตอบถูกต้องในเกณฑ์ที่ยอมรับได้จะได้หนึ่งคะแนน ถ้าไม่ตอบหรือตอบไม่ได้จะได้ศูนย์ **เกณฑ์การประเมินผล** : ถ้านักเรียนสามารถทำได้ 1 คะแนนขึ้นไป ถือว่าผ่าน
4. อธิบายทฤษฎีบทเกี่ยวกับการบวกเมทริกซ์และการคูณเมทริกซ์ด้วยจำนวนจริง 9 ข้อ	**วิธีวัดผล** : พิจารณาจากความถูกต้องของคำตอบของนักเรียนในใบกิจกรรมที่ 4 เรื่อง ทฤษฎีบท 1 **เครื่องมือวัดผล** : ใบกิจกรรมที่ 4 เรื่อง ทฤษฎีบท 1 ข้อ 1.1 จำนวน 9 ข้อ และ ข้อ 1.2 จำนวน 2 ข้อ	**เกณฑ์การให้คะแนน** : ขึ้นอยู่กับคำตอบถ้าการตอบถูกต้องในเกณฑ์ที่ยอมรับได้จะได้หนึ่งคะแนน ถ้าไม่ตอบหรือตอบไม่ได้จะได้ศูนย์ **เกณฑ์การประเมินผล** : ถ้านักเรียนสามารถทำได้ 6 คะแนนขึ้นไป จากคะแนนรวม 11 คะแนนถือว่าผ่าน

ใบกิจกรรมที่ 4 เรื่อง การบวกเมทริกซ์ การลบเมทริกซ์
และการคูณเมทริกซ์กับจำนวนจริง

คำชี้แจง นักเรียนศึกษาความรู้ผ่านโปรแกรม Microsoft Excel ด้วยตนเอง ตามขั้นตอนต่อไปนี้

1. เปิดแฟ้มคำสั่ง Microsoft Excel 6 แล้วเติมคำตอบในช่องว่างของใบกิจกรรม

1.1 ดำเนินการตามขั้นตอนดังนี้

(1) ปรับขนาดวงเล็บให้มีขนาดเท่าใดก็ได้แต่ต้องมีขนาดเล็กกว่าขนาดตั้งต้นที่ครูกำหนดให้

(2) ใส่จำนวนจริงลงในเมทริกซ์ A และ B ลงในแฟ้ม Microsoft Excel 6

(3) ศึกษาผลลัพธ์จากแฟ้ม Microsoft Excel 6 แล้วตอบคำถามคำถามดังต่อไปนี้

1.2 ตอบคำถามเกี่ยวกับการบวกเมทริกซ์

(1) การบวกเมทริกซ์มีลักษณะอย่างไร

(2) เมทริกซ์ที่มีขนาดไม่เท่ากันสามารถบวกกันได้หรือไม่

(3) จงหาเมทริกซ์ $A+B$ เมื่อกำหนดให้

$$A=\begin{bmatrix}1 & 1 & 0\\ 2 & -1 & 3\end{bmatrix}, B=\begin{bmatrix}-1 & 1 & 2\\ -2 & -1 & 3\end{bmatrix}$$

1.3 ทำกิจกรรมการบวกเมทริกซ์โดยใช้ฟังก์ชันใน Microsoft Excel จากแฟ้ม Microsoft Excel 6

(1) ใส่ค่าเมทริกซ์ C และ D ลงในช่องว่าง

(2) กำหนดค่าเมทริกซ์ C ให้โปรแกรมทราบโดย

(2.1) กด Fomulus ที่แทบด้านบน

(2.2) กดครอบเมทริกซ์ C

(2.3) กด Define Name ที่แถบด้านบน

(2.4) ตั้งชื่อ C เลือก scope การบวกเมทริกซ์ แล้วกด ok

(3) กำหนดค่าเมทริกซ์ D ให้โปรแกรมทราบ

(4) ทำการบวกเมทริกซ์ C และ D โดย

(4.1) กดครอบตารางที่ว่างใน Microsoft Excel ให้มีขนาดเท่ากับขนาดของเมทริกซ์ C หรือ D

(4.2) ใส่คำสั่ง $=C+D$ แล้วกด ctrl+shift+Enter

2. นักเรียนทำกิจกรรมต่อไปนี้เพื่อศึกษาบทนิยามของการลบเมทริกซ์ โดยศึกษาจากแฟ้ม Microsoft Excel 6
แล้วตอบคำถามคำถามดังต่อไปนี้

2.1 คำถามเกี่ยงกับการลบเมทริกซ์

(1) การลบเมทริกซ์มีลักษณะอย่างไร

2.2 ทำกิจกรรมการบวกเมทริกซ์โดยใช้ฟังก์ชันใน Microsoft Excel จากแฟ้ม Microsoft Excel 7

(1) ใส่ค่าเมทริกซ์ C และ D ลงในช่องว่าง

(2) กำหนดค่าเมทริกซ์ C ให้โปรแกรมทราบโดย

(2.1) กด Fomulus ที่แทบด้านบน

(2.2) กดครอบเมทริกซ์ C

(2.3) กด Define Name ที่แถบด้านบน

(2.4) ตั้งชื่อ C เลือก scope การลบเมทริกซ์ แล้วกด ok

(3) กำหนดค่าเมทริกซ์ D ให้โปรแกรมทราบ

(4) ทำการบวกเมทริกซ์ C และ D โดย

(4.1) กดครอบเมทริกซ์ $C+D$ ให้มีขนาดเท่ากับขนาดของเมทริกซ์ C หรือ D

(4.2) ใส่คำสั่ง $=C-D$ แล้วกด ctrl+shift+Enter

3. นักเรียนทำกิจกรรมต่อไปนี้เพื่อศึกษาบทนิยามของคูณเมทริกซ์กับจำนวนจริง โดยศึกษาจากแฟ้ม Microsoft Excel 8 แล้วตอบคำถามคำถามดังต่อไปนี้

3.1 คำถามเกี่ยงกับการคูณเมทริกซ์กับจำนวนจริง

(1) การการคูณเมทริกซ์กับจำนวนจริงมีลักษณะอย่างไร

3.2 ทำกิจกรรมการคูณเมทริกซ์กับจำนวนจริงโดยใช้ฟังก์ชันใน Microsoft Excel จากแฟ้ม Microsoft Excel 8

(1) ใส่ค่าเมทริกซ์ B และจำนวนจริง s ลงในช่องว่าง

(2) กำหนดค่าเมทริกซ์ B ให้โปรแกรมทราบโดย

(2.1) กด Fomulus ที่แทบด้านบน

(2.2) กดครอบเมทริกซ์ B

(2.3) กด Define Name ที่แถบด้านบน

(2.4) ตั้งชื่อ B เลือก scope การคูณเมทริกซ์กับจำนวนจริง แล้วกด ok

(3) กำหนดค่าจำนวนจริง s ให้โปรแกรมทราบ

(4) ทำการคูณเมทริกซ์ B และจำนวนจริง s โดย

(4.1) กดครอบเมทริกซ์ sB ให้มีขนาดเท่ากับขนาดของเมทริกซ์ B

(4.2) ใส่คำสั่ง $=s*B$ แล้วกด ctrl+shift+Enter

4. จากทั้งสามกิจกรรมที่นักเรียนทำมา นักเรียนคิดว่า การบวกเมทริกซ์ การลบเมทริกซ์ และการคูณเมทริกซ์กับจำนวนจริงมีคล้ายกับเรื่องใดที่นักเรียนเคยเรียนมาก่อนหน้า

ใบกิจกรรมที่ 5 เรื่อง ทฤษฎีบทเกี่ยวกับการบวกเมทริกซ์ และการคูณเมทริกซ์ด้วยจำนวนจริง

คำชี้แจง นักเรียนศึกษาความรู้ผ่านโปรแกรม Microsoft Excel ด้วยตนเอง ตามขั้นตอนต่อไปนี้

1. เปิดแฟ้มคำสั่ง Microsoft Excel 9 แล้วเติมคำตอบในช่องว่างของใบกิจกรรม

1.1 ดำเนินการตามขั้นตอนโดยทำทีละข้อ ตั้งแต่ข้อ 1 ถึงข้อ 9 ดังนี้

(1) ทดลองปรับเปลี่ยนตัวเลขเฉพาะในช่องที่มีลูกศรสีแดงในทฤษฎีบท 1

(2) สังเกตผลลัพธ์

(3) จับคู่กับเพื่อนอธิบายเกี่ยวกับทฤษฎีบท 1 ข้อ 1

(4) ทำการจดบันทึกสรุปทฤษฎีบท 1

(5) ไปข้อถัดไป

จดบันทึก

1.2 ตอบคำถามเกี่ยงกับทฤษฎีบท 1 ดังนี้

(1) นักเรียนคิดว่าทฤษฎีบท 1 จะช่วยนักเรียนแก้สมการเมทริกซ์ได้อย่างไร

(2) กำหนดให้ $A = \begin{bmatrix} 2 & 4 & 6 \\ -2 & 0 & 2 \end{bmatrix}$ จงหาเมทริกซ์

ที่ทำให้ $2(A+X) = X + \frac{1}{2}A$

ใบความรู้ 2 การบวกเมทริกซ์ การลบเมทริกซ์ เมทริกซ์ศูนย์ และการคูณเมทริกซ์กับจำนวนจริง

การบวกเมทริกซ์

บทนิยาม ให้ $C = \left[c_{ij}\right]_{m\times n}$ และ $D = \left[d_{ij}\right]_{m\times n}$ เป็นเมทริกซ์ที่มีขนาดเท่ากัน ผลบวกของเมทริกซ์ C กับเมทริกซ์ D คือ เมทริกซ์ $\left[e_{ij}\right]_{m\times n}$ เมื่อ $e_{ij} = c_{ij} + d_{ij}$ สำหรับทุก $i \in \{1, 2, ..., m\}$ และ $j \in \{1, 2, ..., n\}$ เขียนแทน C บวกกับ D ด้วย $C + D$
นั่นคือ $\left[c_{ij}\right]_{m\times n} + \left[d_{ij}\right]_{m\times n} = \left[c_{ij} + d_{ij}\right]_{m\times n}$

การลบเมทริกซ์

บทนิยาม ให้ C และ D เป็นเมทริกซ์ที่มีขนาดเท่ากัน
เมทริกซ์ C ลบด้วยเมทริกซ์ D คือ ผลบวกของเมทริกซ์ C กับเมทริกซ์ $-D$
เขียนแทนด้วย $C - D$
นั่นคือ $C - D = C + (-D)$

เมทริกซ์ศูนย์

บทนิยาม เมทริกซ์ที่มีขนาด $m \times n$ และสมาชิกทุกตำแหน่งเป็น 0
เรียกว่า เมทริกซ์ศูนย์ เขียนแทนด้วย $\underline{0}_{m\times n}$ หรือ $\underline{0}$

การคูณเมทริกซ์กับจำนวนจริง

บทนิยาม ให้ $C = \left[c_{ij}\right]_{m\times n}$ และ t เป็นจำนวนจริง
ผลคูณของ t กับเมทริกซ์ C คือ เมทริกซ์ $\left[d_{ij}\right]_{m\times n}$ เมื่อ $d_{ij} = tc_{ij}$ สำหรับทุก $i \in \{1, 2, ..., m\}$ และ $j \in \{1, 2, ..., n\}$ เขียนแทนผลคูณของ t กับเมทริกซ์ C ด้วย tC
นั่นคือ $t\left[c_{ij}\right]_{m\times n} = \left[tc_{ij}\right]_{m\times n}$

ตัวอย่างที่ 1 กำหนดให้ $C = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 2 & -1 & 3 \end{bmatrix}$ และ $D = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 2 \\ -2 & -1 & 3 \end{bmatrix}$ จงหาเมทริกซ์ $C + 2D$ และ $2C + (-3)D$

วิธีทำ

$$C+2D = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 2 & -1 & 3 \end{bmatrix} + (2)\begin{bmatrix} -1 & 1 & 2 \\ -2 & -1 & 3 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 2 & -1 & 3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -2 & 2 & 4 \\ -4 & -2 & 6 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 1-2 & 1+2 & 0+4 \\ 2-4 & -1-2 & 3+6 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} -1 & 3 & 4 \\ -2 & -3 & 9 \end{bmatrix}$$

$$2C-3D = (2)\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 2 & -1 & 3 \end{bmatrix} + (-3)\begin{bmatrix} -1 & 1 & 2 \\ -2 & -1 & 3 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 2 & 2 & 0 \\ 4 & -2 & 6 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 3 & -3 & -6 \\ 6 & 3 & -9 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 2+3 & 2-3 & 0-6 \\ 4+6 & -2+3 & 6-9 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 5 & -1 & -6 \\ 10 & 1 & -3 \end{bmatrix}$$

ทฤษฎีบท 1

การบวกเมทริกซ์ และการคูณเมทริกซ์กับจำนวนจริง

ให้ D, E, F และ $\underline{0}$ เป็นเมทริกซ์ขนาด $m \times n$ และ r, s เป็นจำนวนจริงใด ๆ จะได้ว่า

1. $D+E = E+D$
2. $D+(E+F) = (D+E)+F$
3. $D+\underline{0} = \underline{0}+D = D$
4. $D+(-D) = (-D)+D = \underline{0}$
5. $s(D+E) = sD+sE$
6. $(s+t)D = sD+tD$
7. $(st)D = s(tD)$
8. $1D = D$
9. $0D = \underline{0}$

ตัวอย่างที่ 2 กำหนดให้ $D = \begin{bmatrix} 2 & 4 & 6 \\ -2 & 0 & 2 \end{bmatrix}$

จงหาเมทริกซ์ X ที่ทำให้ $2(D+X) = X + \frac{1}{2}D$

วิธีทำ ให้ X เป็นเมทริกซ์ที่ทำให้

$2(D+X) = X + \frac{1}{2}D$

ดังนั้น $2D + 2X = \frac{1}{2}D + X$

$2X - X = \frac{1}{2}D - 2D$

$X = -\frac{3}{2}D$

นั่นคือ $X = -\frac{3}{2}D = -\frac{3}{2}\begin{bmatrix} 2 & 4 & 6 \\ -2 & 0 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -3 & -6 & -9 \\ 3 & 0 & -3 \end{bmatrix}$

เฉลย ใบกิจกรรมที่ 4 เรื่อง การบวกเมทริกซ์ การลบเมทริกซ์ และการคูณเมทริกซ์กับจำนวนจริง

คำชี้แจง นักเรียนศึกษาความรู้ผ่านโปรแกรม Microsoft Excel ด้วยตนเอง ตามขั้นตอนต่อไปนี้

1. เปิดแฟ้มคำสั่ง Microsoft Excel 6 แล้วเติมคำตอบในช่องว่างของใบกิจกรรม

1.1 ดำเนินการตามขั้นตอนดังนี้

(1) ปรับขนาดวงเล็บให้มีขนาดเท่าใดก็ได้แต่ต้องมีขนาดเล็กกว่าขนาดตั้งต้นที่ครูกำหนดให้

(2) ใส่จำนวนจริงลงในเมทริกซ์ C และ D ลงในแฟ้ม Microsoft Excel 6

(3) ศึกษาผลลัพธ์จากแฟ้ม Microsoft Excel 6 แล้วตอบคำถามคำถามดังต่อไปนี้

1.2 ตอบคำถามเกี่ยวกับการบวกเมทริกซ์

(1) การบวกเมทริกซ์มีลักษณะอย่างไร

นำสมาชิกที่อยู่ในแถวและหลักเดียวกันมาบวกกันตำแหน่งต่อตำแหน่ง

(2) เมทริกซ์ที่มีขนาดไม่เท่ากันสามารถบวกกันได้หรือไม่

เมทริกซ์ที่มีขนาดไม่เท่ากันไม่สามารถบวกกันได้

(3) จงหาเมทริกซ์ $C+D$ เมื่อกำหนดให้

$$C=\begin{bmatrix}1 & 1 & 0\\ 2 & -1 & 3\end{bmatrix}, D=\begin{bmatrix}-1 & 1 & 2\\ -2 & -1 & 3\end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} C+D &= \begin{bmatrix}1 & 1 & 0\\ 2 & -1 & 3\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}-1 & 1 & 2\\ -2 & -1 & 3\end{bmatrix}\\ &= \begin{bmatrix}1+(-1) & 1+1 & 0+2\\ 2+(-2) & -1+(-1) & 3+3\end{bmatrix}\\ &= \begin{bmatrix}0 & 2 & 2\\ 0 & -2 & 6\end{bmatrix}\end{aligned}$$

1.3 ทำกิจกรรมการบวกเมทริกซ์โดยใช้ฟังก์ชันใน Microsoft Excel จากแฟ้ม Microsoft Excel 6

(1) ใส่ค่าเมทริกซ์ C และ D ลงในช่องว่าง

(2) กำหนดค่าเมทริกซ์ C ให้โปรแกรมทราบโดย

(2.1) กด Fomulus ที่แทบด้านบน

(2.2) กดครอบเมทริกซ์ C

(2.3) กด Define Name ที่แถบด้านบน

(2.4) ตั้งชื่อ C เลือก scope การบวกเมทริกซ์ แล้วกด ok

(3) กำหนดค่าเมทริกซ์ D ให้โปรแกรมทราบ

(4) ทำการบวกเมทริกซ์ C และ D โดย

(4.1) กดครอบตารางที่ว่างใน Microsoft Excel ให้มีขนาดเท่ากับขนาดของเมทริกซ์ C หรือ D

(4.2) ใส่คำสั่ง $=C+D$ แล้วกด ctrl+shift+Enter

2. นักเรียนทำกิจกรรมต่อไปนี้เพื่อศึกษาบทนิยามของการลบเมทริกซ์ โดยศึกษาจากแฟ้ม Microsoft Excel 6

แล้วตอบคำถามคำถามดังต่อไปนี้

2.1 คำถามเกี่ยงกับการลบเมทริกซ์

(1) การลบเมทริกซ์มีลักษณะอย่างไร

นำสมาชิกที่อยู่ในแถวและหลักเดียวกันมาลบกันตำแหน่งต่อตำแหน่ง

2.2 ทำกิจกรรมการบวกเมทริกซ์โดยใช้ฟังก์ชันใน Microsoft Excel จากแฟ้ม Microsoft Excel 7

(1) ใส่ค่าเมทริกซ์ C และ D ลงในช่องว่าง

(2) กำหนดค่าเมทริกซ์ C ให้โปรแกรมทราบโดย

(2.1) กด Fomulus ที่แทบด้านบน

(2.2) กดครอบเมทริกซ์ C

(2.3) กด Define Name ที่แถบด้านบน

(2.4) ตั้งชื่อ C เลือก scope การลบเมทริกซ์ แล้วกด ok

(3) กำหนดค่าเมทริกซ์ D ให้โปรแกรมทราบ

(4) ทำการบวกเมทริกซ์ C และ D โดย

(4.1) กดครอบเมทริกซ์ $C+D$ ให้มีขนาดเท่ากับขนาดของเมทริกซ์ C หรือ D

(4.2) ใส่คำสั่ง $=C-D$ แล้วกด ctrl+shift+Enter

3. นักเรียนทำกิจกรรมต่อไปนี้เพื่อศึกษาบทนิยามของคูณเมทริกซ์กับจำนวนจริง โดยศึกษาจาก แฟ้ม Microsoft Excel 8 แล้วตอบคำถามคำถามดังต่อไปนี้

3.1 คำถามเกี่ยงกับการคูณเมทริกซ์กับจำนวนจริง

(1) การการคูณเมทริกซ์กับจำนวนจริงมีลักษณะอย่างไร

นำจำนวนจริงคูณกับสมาชิกทุกตัวของเมทริกซ์นั้น

3.2 ทำกิจกรรมการคูณเมทริกซ์กับจำนวนจริงโดยใช้ฟังก์ชันใน Microsoft Excel จาก แฟ้ม Microsoft Excel 8

(1) ใส่ค่าเมทริกซ์ B และจำนวนจริง s ลงในช่องว่าง

(2) กำหนดค่าเมทริกซ์ B ให้โปรแกรมทราบโดย

(2.1) กด Fomulus ที่แทบด้านบน

(2.2) กดครอบเมทริกซ์ B

(2.3) กด Define Name ที่แถบด้านบน

(2.4) ตั้งชื่อ B เลือก scope การคูณเมทริกซ์กับจำนวนจริง แล้วกด ok

(3) กำหนดค่าจำนวนจริง s ให้โปรแกรมทราบ

(4) ทำการคูณเมทริกซ์ B และจำนวนจริง s โดย

(4.1) กดครอบเมทริกซ์ sB ให้มีขนาดเท่ากับขนาดของเมทริกซ์ B

(4.2) ใส่คำสั่ง $=s*B$ แล้วกด ctrl+shift+Enter

4. จากทั้งสามกิจกรรมที่นักเรียนทำมา นักเรียนคิดว่า การบวกเมทริกซ์ การลบเมทริกซ์ และการคูณเมทริกซ์กับจำนวนจริงมีคล้ายกับเรื่องใดที่นักเรียนเคยเรียนมาก่อนหน้า

มีลักษณะคล้ายเรื่องจำนวนจริง ทั้งการบวก การลบ และการคูณกับจำนวนจริง แต่มีจำนวนสมาชิกมากกว่าเท่ากับ 1 ตำแหน่ง

เฉลย ใบกิจกรรมที่ 5 เรื่อง ทฤษฎีบทเกี่ยวกับการบวกเมทริกซ์ และการคูณเมทริกซ์ด้วยจำนวนจริง

คำชี้แจง นักเรียนศึกษาความรู้ผ่านโปรแกรม Microsoft Excel ด้วยตนเอง ตามขั้นตอนต่อไปนี้

1. เปิดแฟ้มคำสั่ง Microsoft Excel 9 แล้วเติมคำตอบในช่องว่างของใบกิจกรรม

1.1 ดำเนินการตามขั้นตอนโดยทำทีละข้อ ตั้งแต่ข้อ 1 ถึงข้อ 9 ดังนี้

(1) ทดลองปรับเปลี่ยนตัวเลขเฉพาะในช่องที่มีลูกศรสีแดงในทฤษฎีบท 1

(2) สังเกตผลลัพธ์

(3) จับคู่กับเพื่อนอธิบายเกี่ยวกับทฤษฎีบท 1 ข้อ 1

(4) ทำการจดบันทึกสรุปทฤษฎีบท 1

(5) ไปข้อถัดไป

จดบันทึก

ให้ D, E, F และ $\underline{0}$ เป็นเมทริกซ์ขนาด $m \times n$ และ s, t เป็นจำนวนจริงใด ๆ จะได้ว่า

1. $D+E = E+D$
2. $D+(E+F) = (D+E)+F$
3. $D+\underline{0} = \underline{0}+D = D$
4. $D+(-D) = (-D)+D = \underline{0}$
5. $s(D+E) = sD+sE$
6. $(s+t)D = sD+tD$
7. $(st)D = s(tD)$
8. $1D = D$
9. $0D = \underline{0}$

1.2 ตอบคำถามเกี่ยงกับทฤษฎีบท 1 ดังนี้

(1) นักเรียนคิดว่าทฤษฎีบท 1 จะช่วยนักเรียนแก้สมการเมทริกซ์ได้อย่างไร

เป็นทฤษฎีบทที่มีลักษณะคล้ายทฤษฎีบทของเรื่องจำนวนจริง จึงสามารถนำหลักการแก้สมการของจำนวนจริงมาประยุกต์ได้

(2) กำหนดให้ $D = \begin{bmatrix} 2 & 4 & 6 \\ -2 & 0 & 2 \end{bmatrix}$ จงหาเมทริกซ์ X

ที่ทำให้ $2(D+X) = X + \frac{1}{2}D$

$$
\begin{aligned}
2(D+X) &= X + \frac{1}{2}D \\
2D + 2X &= X + \frac{1}{2}D \\
X &= -\frac{3}{2}D \\
X &= -\frac{3}{2}\begin{bmatrix} 2 & 4 & 6 \\ -2 & 0 & 2 \end{bmatrix} \\
X &= \begin{bmatrix} -3 & -6 & -9 \\ 3 & 0 & -3 \end{bmatrix}
\end{aligned}
$$

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 7		
รายวิชา คณิตศาสตร์เพิ่มเติม		**ชั้นมัธยมศึกษาปีที่** 4
หน่วยการเรียน เมทริกซ์		
หัวข้อเรื่อง ทฤษฎีบท 4 เกี่ยวกับดีเทอร์มิแนนต์ของเมทริกซ์		
ปีการศึกษา 2563	**ภาคเรียนที่** 2	**เวลา** 50 นาที

1. จุดประสงค์การเรียนรู้

เพื่อให้นักเรียนสามารถ

1. อธิบายทฤษฎีบท 4 เกี่ยวกับดีเทอร์มิแนนต์ของเมทริกซ์ 8 ข้อ
2. นำทฤษฎีบท 4 ไปใช้แก้สมการเมทริกซ์

2. สาระการเรียนรู้

ทฤษฎีบท 4 เกี่ยวกับดีเทอร์มิแนนต์ของเมทริกซ์

1) $\det(I) = 1$

2) ถ้าเมทริกซ์ C ได้จากการสลับแถวสองแถวของเมทริกซ์ D แล้ว $\det(D) = -\det(C)$

3) ถ้าเมทริกซ์ C ได้จากการคูณสมาชิกทุกตัวในแถวใดแถวหนึ่งของเมทริกซ์ D ด้วยค่าคงตัว s แล้ว $\det(D) = s\det(C)$

4) ถ้าเมทริกซ์ D ได้จากการคูณสมาชิกแต่ละตัวในแถวใดแถวหนึ่งของเมทริกซ์ C ด้วยค่าคงตัว s แล้วนำไปบวกกับสมาชิกในแต่ละตัวที่อยู่ในหลักเดียวกันของอีกแถวหนึ่ง แล้ว $\det(D) = \det(C)$

5) ถ้าเมทริกซ์ C มีแถว 2 แถว ที่เหมือนกันแล้ว $\det(C) = 0$

6) $\det(C^t) = \det(C)$

7) $\det(CD) = \det(C)\det(D)$

8) $\det(C^n) = [\det(C)]^n$

หมายเหตุ ทฤษฎีบท 4 ข้อ 2 - 5 ยังคงเป็นจริงเมื่อเปลี่ยนคำว่า “แถว” เป็น “หลัก”

ตัวอย่างที่ 1 จงหาดีเทอร์มิแนนต์ของเมทริกซ์ $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 4 \\ 3 & 4 & 5 \end{bmatrix}$

วิธีทำ $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 4 \\ 3 & 4 & 5 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 1 & 1 \\ 3 & 4 & 5 \end{vmatrix}$

(ทฤษฎีบท 4 ข้อ 4 นำ -1 คูณแถวที่ 1 แล้วนำไปบวกแถวที่ 2)

$= \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 2 \end{vmatrix}$

(ทฤษฎีบท 4 ข้อ 4 นำ -1 คูณแถวที่ 1 แล้วนำไปบวกแถวที่ 3)

$= 2\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix}$ (ทฤษฎีบท 4 ข้อ 3 ดึง 2 จากแถวที่ 3)

$= 2(0)$ (ทฤษฎีบท 4 ข้อ 5)

$= 0$

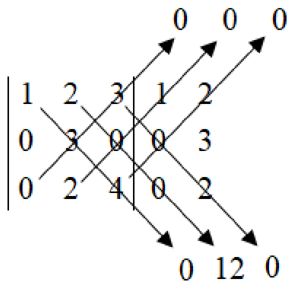
ตัวอย่างที่ 2 จงหาดีเทอร์มิแนนต์ของเมทริกซ์ $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 2 & 4 \end{bmatrix}$

วิธีทำ วิธีที่ 1 $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 2 & 4 \end{vmatrix} = (1)(-1)^{1+1}\begin{vmatrix} 3 & 0 \\ 2 & 4 \end{vmatrix}$ (จากบทนิยาม 12)

$= (1)(3(4)-2(0))$

$= 12$

วิธีที่ 2 วิธีการเติมหลัก $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 2 & 4 \end{vmatrix} =$



$= (0+12+0)-(0+0+0)$

$= 12$

ตัวอย่างที่ 3 ให้ $A=\begin{bmatrix}2 & 1\\ 1 & 2\end{bmatrix}$ จงหา $\det(A^4)$

วิธีทำ เนื่องจาก $\det(A)=\begin{vmatrix}2 & 1\\ 1 & 2\end{vmatrix}=2(2)-1(1)=3$

จะได้ $\det(A^4)=\left[\det(A)\right]^4=3^4=81$ (ทฤษฎีบท 4 ข้อ 8)

ตัวอย่างที่ 4 ให้ $\begin{bmatrix}2 & -1 & 3\\ 0 & -2 & 1\\ 0 & -1 & 1\end{bmatrix}$ จงหา $\det(A^5)$

วิธีทำ เนื่องจาก $\det(A)=\begin{vmatrix}2 & -1 & 3\\ 0 & -2 & 1\\ 0 & -1 & 1\end{vmatrix}=2(-1)^{1+1}\begin{vmatrix}-2 & 1\\ -1 & 1\end{vmatrix}=2((-2)(1)-(-1)(1))=-2$

ดังนั้น $\det(A^5)=\left[\det(A)\right]^5=(-2)^5=-32$ (ทฤษฎีบท 4 ข้อ 8)

ตัวอย่างที่ 5 ให้ $A=\begin{bmatrix}1 & 2 & 3\\ 0 & 4 & 1\\ 0 & 2 & 1\end{bmatrix}$ โดยที่ $\det(A)=2$ จงหา ดีเทอร์มิแนนต์ของเมทริกซ์

$$\begin{bmatrix}0 & 2 & 1\\ 0 & 4 & 1\\ 1 & 2 & 3\end{bmatrix}$$

วิธีทำ เนื่องจาก
$$\begin{vmatrix}0 & 2 & 1\\ 0 & 4 & 1\\ 1 & 2 & 3\end{vmatrix} = -\begin{vmatrix}1 & 2 & 3\\ 0 & 4 & 1\\ 0 & 2 & 1\end{vmatrix} \quad \text{(ทฤษฎีบท 4 ข้อ 2)}$$
$$= -2$$

ดังนั้น ดีเทอร์มิแนนต์ของเมทริกซ์ $\begin{bmatrix}0 & 2 & 1\\ 0 & 4 & 1\\ 1 & 2 & 3\end{bmatrix}$ คือ -2

3. **สื่อการเรียนรู้/ แหล่งเรียนรู้**

3.1 แฟ้มโปรแกรม Microsoft Excel 16 ทฤษฎีบท 4

3.2 ใบกิจกรรมที่ 11 เรื่อง ทฤษฎีบท 4 เกี่ยวกับดีเทอร์มิแนนต์ของเมทริกซ์ 8 ข้อ

3.3 ใบความรู้ 7 ทฤษฎีบท 4 เกี่ยวกับดีเทอร์มิแนนต์ของเมทริกซ์

4. กิจกรรมการเรียนรู้

4.1 ขั้นเตรียมการ

ครูเตรียมแฟ้มคำสั่งในโปรแกรม Microsoft Excel 16 เพื่อให้นักเรียนได้สำรวจทฤษฎีบทเกี่ยวกับดีเทอร์มิแนนต์

4.2 ทบทวนความรู้ (5 นาที)

ครูอนุญาตให้นักเรียนเปิดแฟ้มคำสั่ง Microsoft Excel จากคาบเรียนที่ผ่านมา และนำเสนอคำถามผ่าน Power Point โดยมีคำถามดังนี้

1) ไมเนอร์ของ a_{ij} ของเมทริกซ์มิติ 3×3 มีวิธีการหาอย่างไร

[นักเรียนควรตอบว่า: ตัดแถวที่ i และหลักที่ j แล้วหาดีเทอร์มิแนนต์]

2) โคแฟคเตอร์ของ a_{ij} ของเมทริกซ์มิติ 3×3 มีวิธีการหาอย่างไร

[นักเรียนควรตอบว่า: $C_{ij}(A)=(-1)^{i+j}M_{ij}(A)$]

3) ดีเทอร์มิแนนต์ของเมทริกซ์มิติ 3×3 มีวิธีการหาอย่างไร

[นักเรียนควรตอบว่า: หาได้ 2 วิธี

1.ใช้วิธีการกระจายโคแฟคเตอร์ $\det(A)=a_{11}C_{11}(A)+a_{12}C_{12}(A)+a_{13}C_{13}(A)$

2. การเติมหลักสองหลักแล้วใช้วิธีคูณลงลบคูณขึ้น]

4.3 ขั้นนักเรียนศึกษาความรู้ด้วยตนเองในแฟ้มคำสั่ง Microsoft Excel (40 นาที)

4.3.1 ครูให้นักเรียนแต่ละคนเปิดแฟ้มโปรแกรม Microsoft Excel 16

4.3.2 ครูแจกใบกิจกรรมที่ 10 เรื่อง ทฤษฎีบท 4 เกี่ยวกับดีเทอร์มิแนนต์ของเมทริกซ์ 8 ข้อ

4.3.3 นักเรียนสำรวจข้อมูลผ่านแฟ้มโปรแกรม Microsoft Excel 16 ตามขั้นตอนในใบกิจกรรมที่ 10 (ใช้เวลาประมาณ 20 นาที) โดย

1) นักเรียนลองเปลี่ยนค่า n ซึ่งโปรแกรมจะสร้างเมทริกซ์เอกลักษณ์มิติ $n\times n$ ให้นักเรียน หลังจากนั้นให้นักเรียนหาค่าดีเทอร์มิแนนต์ของเมทริกซ์นั้นโดยการคำนวณมือ หรือใช้คำสั่งใน Microsoft Excel ซึ่งนักเรียนจะพบว่า $\det(I_n)=1$ เสมอ

2) นักเรียนกำหนดค่าสมาชิกในเมทริกซ์ A และลองเลือกแถวในเมทริกซ์มา 2 แถวซึ่งโปรแกรมจะสร้างเมทริกซ์ B ที่สลับแถว 2 แถวที่นักเรียนเลือก หลังจากนั้นให้นักเรียนหาค่าดีเทอร์มิแนนต์ของเมทริกซ์นั้นโดยการคำนวณมือ หรือใช้คำสั่งใน Microsoft Excel ซึ่งนักเรียนจะพบว่า $\det(B)=-\det(A)$

3) นักเรียนกำหนดค่าสมาชิกในเมทริกซ์ A และจำนวนจริง c โปรแกรมจะสร้างเมทริกซ์ cA มาให้ หลังจากนั้นให้นักเรียนหาค่าดีเทอร์มิแนนต์ของเมทริกซ์ A และ cA โดยการคำนวณมือ หรือใช้คำสั่งใน Microsoft Excel ซึ่งนักเรียนจะพบว่า $\det(cA) = c\det(A)$

4) นักเรียนกำหนดค่าสมาชิกในเมทริกซ์ A และจำนวนจริง c และเลือกแถวมา 2 แถว สมมติเป็นแถว 1 และแถว 3 โปรแกรมจะสร้างเมทริกซ์ B ที่เกิดจากการนำค่า คูณตลอดแถวที่ 1 แล้วนำไปบวกกับแถวที่ 3 หลังจากนั้นให้นักเรียนหาค่าดีเทอร์มิแนนต์ของเมทริกซ์ A และ B โดยการคำนวณมือ หรือใช้คำสั่งใน Microsoft Excel ซึ่งนักเรียนจะพบว่า $\det(B) = \det(A)$

5) นักเรียนเปลี่ยนค่าสมาชิกในแถวที่ 1 ของเมทริกซ์ A ต่อมานักเรียนเลือกแถวระหว่างแถว 2 กับแถว 3 สมมตินักเรียนเลือกแถว 2 โปรแกรมจะสร้างเมทริกซ์ A ที่แถว 2 มีสมาชิกเหมือนแถว 1 ทุกประการ และสุ่มสมาชิกให้แถว 3 หลังจากนั้นให้นักเรียนหาค่าดีเทอร์มิแนนต์ของเมทริกซ์ A โดยการคำนวณมือ หรือใช้คำสั่งใน Microsoft Excel ซึ่งนักเรียนจะพบว่า $\det(A) = 0$

6) นักเรียนกำหนดค่าสมาชิกในเมทริกซ์ A โปรแกรมจะสร้างเมทริกซ์ A^t มาให้ หลังจากนั้นให้นักเรียนหาค่าดีเทอร์มิแนนต์ของเมทริกซ์ A และ A^t โดยการคำนวณมือ หรือใช้คำสั่งใน Microsoft Excel ซึ่งนักเรียนจะพบว่า $\det(A) = \det(A^t)$

7) นักเรียนกำหนดค่าสมาชิกในเมทริกซ์ A และ B โปรแกรมจะสร้างเมทริกซ์ AB มาให้หลังจากนั้นให้นักเรียนหาค่าดีเทอร์มิแนนต์ของเมท A, B และ AB โดยการคำนวณมือ หรือใช้คำสั่งใน Microsoft Excel ซึ่งนักเรียนจะพบว่า $\det(AB) = \det(A)\det(B)$

8) นักเรียนกำหนดค่าสมาชิกในเมทริกซ์ A และจำนวนนับ n โปรแกรมจะสร้างเมทริกซ์ A^n มาให้หลังจากนั้นให้นักเรียนหาค่าดีเทอร์มิแนนต์ของเมทริกซ์ A และ A^n โดยการคำนวณมือ หรือใช้คำสั่งใน Microsoft Excel ซึ่งนักเรียนจะพบว่า $\det(A^n) = [\det(A)]^n$

4.3.4 นักเรียนอภิปรายความรู้กันเอง โดยนำความเข้าใจที่ได้จากการทำกิจกรรม เรื่อง ทฤษฎีบท 4 เกี่ยวกับดีเทอร์มิแนนต์ของเมทริกซ์ 8 ข้อ ในใบกิจกรรมที่ 11 โดยมีประเด็นคำถามดังนี้ (ใช้เวลาประมาณ 20 นาที)

1) ค่าของ $\det(I_1)$ คือเท่าใด

[นักเรียนควรตอบว่า: 1]

2) ค่าของ $\det(I_2)$ คือเท่าใด

[นักเรียนควรตอบว่า: 1]

3) ค่าของ $\det(I_3)$ คือเท่าใด

[นักเรียนควรตอบว่า: 1]

4) ค่าของ $\det(I_3)$ คือเท่าใด

[นักเรียนควรตอบว่า: 1]

5) ทฤษฎีบท 4 ข้อ 1 คืออะไร

[นักเรียนควรตอบว่า: $\det(I_n)=1$]

6) ทฤษฎีบท 4 ข้อ 2 คืออะไร

[นักเรียนควรตอบว่า: ถ้าเมทริกซ์ B ได้จากการสลับแถวสองแถวของเมทริกซ์ A แล้ว $\det(B)=-\det(A)$]

7) ทฤษฎีบท 4 ข้อ 3 คืออะไร

[นักเรียนควรตอบว่า: ถ้าเมทริกซ์ B ได้จากการคูณสมาชิกทุกตัวในแถวใดแถวหนึ่งของเมทริกซ์ A ด้วยค่าคงตัว c แล้ว $\det(B)=c\det(A)$]

8) ทฤษฎีบท 4 ข้อ 5 คืออะไร

[นักเรียนควรตอบว่า: ถ้าเมทริกซ์ A มีแถว 2 แถว ที่เหมือนกันแล้ว $\det(A)=0$]

9) ทฤษฎีบท 4 ข้อ 6 คืออะไร

[นักเรียนควรตอบว่า: $\det(A^t)=\det(A)$]

10) ทฤษฎีบท 4 ข้อ 7 คืออะไร

[นักเรียนควรตอบว่า: $\det(AB)=\det(A)\det(B)$]

11) ทฤษฎีบท 4 ข้อ 8 คืออะไร

[นักเรียนควรตอบว่า: $\det(A^n)=\left[\det(A)\right]^n$]

4.4 ขั้นสรุปความรู้ (5 นาที)

ครูสรุปทฤษฎีบท 4 เกี่ยวกับดีเทอร์มิแนนต์ของเมทริกซ์ 8 ข้อ ผ่านโปรแกรม Power Point และตอบคำถามของนักเรียน ตามใบความรู้ 7 ประกอบด้วย

1) ทฤษฎีบท 4 เกี่ยวกับดีเทอร์มิแนนต์ของเมทริกซ์ มี 8 ข้อ ประกอบด้วย

1.1 $\det(I)=1$

1.2 ถ้าเมทริกซ์ B ได้จากการสลับแถวสองแถวของเมทริกซ์ A แล้ว $\det(B)=-\det(A)$

1.3 ถ้าเมทริกซ์ B ได้จากการคูณสมาชิกทุกตัวในแถวใดแถวหนึ่งของเมทริกซ์ A ด้วยค่าคงตัว c แล้ว $\det(B) = c\det(A)$

1.4 ถ้าเมทริกซ์ B ได้จากการคูณสมาชิกแต่ละตัวในแถวใดแถวหนึ่งของเมทริกซ์ A ด้วยค่าคงตัว c แล้วนำไปบวกกับสมาชิกในแต่ละตัวที่อยู่ในหลักเดียวกันของอีกแถวหนึ่ง แล้ว $\det(B) = \det(A)$

1.5 ถ้าเมทริกซ์ C มีแถว 2 แถว ที่เหมือนกันแล้ว $\det(C) = 0$

1.6 $\det(C^t) = \det(C)$

1.7 $\det(CD) = \det(C)\det(D)$

1.8 $\det(C^n) = \left[\det(C)\right]^n$

2) ทฤษฎีบท 4 ข้อ 2 - 5 ยังคงเป็นจริงเมื่อเปลี่ยนคำว่า “แถว” เป็น “หลัก”

5. การวัดผลและประเมินผลการเรียนรู้

จุดประสงค์การเรียนรู้	การวัดผล	การประเมินผล
นักเรียนสามารถ 1. อธิบายทฤษฎีบท 4 เกี่ยวกับดีเทอร์มิแนนต์ของเมทริกซ์ 8 ข้อ	**วิธีวัดผล** : พิจารณาจากความถูกต้องของคำตอบของนักเรียนในใบกิจกรรมที่ 11 ทฤษฎีบท 4 เกี่ยวกับดีเทอร์มิแนนต์ของเมทริกซ์ 8 ข้อ **เครื่องมือวัดผล** : ใบกิจกรรมที่ 11 ทฤษฎีบท 4 เกี่ยวกับดีเทอร์มิแนนต์ของเมทริกซ์ 8 ข้อ (ข้อ 1.1.1-1.1.8 รวม 24 ข้อย่อย)	**เกณฑ์การให้คะแนน** : ขึ้นอยู่กับคำตอบถ้าการตอบถูกต้องในเกณฑ์ที่ยอมรับได้จะได้หนึ่งคะแนน ถ้าไม่ตอบหรือตอบไม่ได้จะได้ศูนย์ **เกณฑ์การประเมินผล** : นักเรียนสามารถทำได้ 12 คะแนนขึ้นไป จากคะแนนรวม 24 คะแนนถือว่าผ่าน
2. นำทฤษฎีบท 4 ไปใช้แก้สมการเมทริกซ์	**วิธีวัดผล** : พิจารณาจากความถูกต้องของคำตอบของนักเรียนในใบตรวจสอบความรู้ **เครื่องมือวัดผล** : ใบตรวจสอบความรู้ มีจำนวน 8 ข้อ	**เกณฑ์การให้คะแนน** : ขึ้นอยู่กับคำตอบถ้าการตอบถูกต้องในเกณฑ์ที่ยอมรับได้จะได้หนึ่งคะแนน ถ้าไม่ตอบหรือตอบไม่ได้จะได้ศูนย์ **เกณฑ์การประเมินผล** : ถ้านักเรียนสามารถทำได้ 4 คะแนนขึ้นไป จากคะแนนรวม 8 คะแนน ถือว่าผ่าน

ใบกิจกรรมที่ 11 เรื่อง ทฤษฎีบท 4 เกี่ยวกับดีเทอร์มิแนนต์ของเมทริกซ์ 8 ข้อ

คำชี้แจง นักเรียนศึกษาความรู้ผ่านโปรแกรม Microsoft Excel ด้วยตนเอง ตามขั้นตอนต่อไปนี้

1. เปิดแฟ้มคำสั่ง Microsoft Excel 16 แล้วเติมคำตอบในช่องว่างของใบกิจกรรม

1.1 ดำเนินการตามขั้นตอน พร้อมตอบคำถาม ทฤษฎีบท 4 ข้อ 1 ดังนี้

(1) ใส่คำสั่ง MDETERM(C13) ลงในช่องว่างของ $\det(I_1)$

(2) ใส่คำสั่ง MDETERM(G7:H8) ลงในช่องว่างของ $\det(I_2)$

(3) ใส่คำสั่ง MDETERM(L7:N9) ลงในช่องว่างของ $\det(I_3)$

(4) ใส่คำสั่ง MDETERM(R7:U10) ลงในช่องว่างของ $\det(I_4)$

(5) ค่าของ $\det(I_1)$ คือเท่าใด

(6) ค่าของ $\det(I_2)$ คือเท่าใด

(7) ค่าของ $\det(I_3)$ คือเท่าใด

(8) ค่าของ $\det(I_4)$ คือเท่าใด

(9) ทฤษฎีบท 4 ข้อ 1 คืออะไร

1.2 ดำเนินการตามขั้นตอน พร้อมตอบคำถาม ทฤษฎีบท 4 ข้อ 2 ดังนี้

(1) เลือกแถวของเมทริกซ์ A มา 2 แถว ที่จะนำมาสลับแถวกันเป็นเมทริกซ์ B แล้วจดบันทึก และใสค่านั้นลงในโปรแกรม (เช่น 1,2)

(2) ใส่คำสั่ง MDETERM(C20:E22) ลงในช่องว่างของ $\det(A)$

(3) ใส่คำสั่ง MDETERM(I20:K22) ลงในช่องว่างของ $\det(B)$

(4) เลือกแถวสองแถวเปลี่ยนไปเรื่อย ๆ แล้วสังเกตค่า $\det(A)$ กับ $\det(B)$

(5) ทฤษฎีบท 4 ข้อ 2 คืออะไร

1.3 ดำเนินการตามขั้นตอน พร้อมตอบคำถาม ทฤษฎีบท 4 ข้อ 3 ดังนี้

(1) เลือกแถวของเมทริกซ์ A มา 1 แถว

(2) เลือกค่าคงที่ c มา 1 ค่าที่จะนำมาคูณแถวของเมทริกซ์ A แล้วได้เมทริกซ์ B

(3) ใส่คำสั่ง MDETERM(C33:E35) ลงในช่องว่างของ $\det(A)$

(4) ใส่คำสั่ง MDETERM(I33:K35) ลงในช่องว่างของ $\det(B)$

(5) เลือกแถวและเปลี่ยนค่าคงที่ไปเรื่อย ๆ แล้วสังเกตค่า $\det(A)$ กับ $\det(B)$

(6) ทฤษฎีบท 4 ข้อ 3 คืออะไร

1.4 ดำเนินการตามขั้นตอน พร้อมตอบคำถาม ทฤษฎีบท 4 ข้อ 4 ดังนี้

(1) เลือกแถวของเมทริกซ์ C มา 1 แถว

(2) เลือกค่าคงที่ c มา 1 ค่าที่จะนำมาคูณแถวของเมทริกซ์ C

(3) เลือกแถวของเมทริกซ์ C มาอีก 1 แถว (ที่แตกต่างจากที่เลือกในข้อ (1))

(4) สังเกตเมทริกซ์ B ที่เกิดจากการนำค่าคงที่คูณกับแถวแรกที่เลือกแล้วนำไปบวกกับแถวที่สองที่เลือก $\left(cR_i + R_j\right)$

(5) ใส่คำสั่ง MDETERM(C46:E48) ลงในช่องว่างของ $\det(A)$

(6) ใส่คำสั่ง MDETERM(I46:K48) ลงในช่องว่างของ $\det(B)$

(7) เลือกแถว ค่าคงที่ และอีกแถวเปลี่ยนไปเรื่อย ๆ แล้วสังเกตค่า $\det(A)$ กับ $\det(B)$

(8) ทฤษฎีบท 4 ข้อ 4 คืออะไร

1.5 ดำเนินการตามขั้นตอน พร้อมตอบคำถาม ทฤษฎีบท 4 ข้อ 5 ดังนี้

(1) เปลี่ยนค่าแถวที่ 1 ของเมทริกซ์ A

(2) เลือกแถวที่ 2 หรือ 3 ของเมทริกซ์ A มาอีก 1 แถวที่จะมีค่าเท่ากับแถวที่ 1

(3) ใส่คำสั่ง MDETERM(C61:E63) ลงในช่องว่างของ $\det(A)$

(4) จดบันทึกเมทริกซ์ A ของนักเรียน และค่า $\det(A)$

(5) ทฤษฎีบท 4 ข้อ 5 คืออะไร

1.6 ดำเนินการตามขั้นตอน พร้อมตอบคำถาม ทฤษฎีบท 4 ข้อ 6 ดังนี้

(1) กดครอบเมทริกซ์ A คลิ๊กขวาแล้วกด copy

(2) คลิ๊กขวาแล้วกด paste transpose ลงในเมทริกซ์ A^t

(3) ใส่คำสั่ง MDETERM(C75:E77) ลงในช่องว่างของ $\det(A)$

(4) ใส่คำสั่ง MDETERM(I75:K77) ลงในช่องว่างของ $\det(A^t)$

(5) ทดลองเปลี่ยนค่าสมาชิกของเมทริกซ์ A ไปเรื่อย ๆ แล้วสังเกตค่า $\det(A)$ กับ $\det(A^t)$

(6) ทฤษฎีบท 4 ข้อ 6 คืออะไร

1.7 ดำเนินการตามขั้นตอน พร้อมตอบคำถาม ทฤษฎีบท 4 ข้อ 7 ดังนี้

(1) กำหนดสมาชิกในเมทริกซ์ A และ B พร้อมจดบันทึก

(2) ใส่คำสั่ง mmult(C88:E90,I88:K90) ลงในเมทริกซ์ AB แล้วกด Ctrl+Shift+Enter

(3) ใส่คำสั่ง MDETERM(C88:E90) ลงในช่องว่างของ $\det(A)$

(4) ใส่คำสั่ง MDETERM(I88:K90) ลงในช่องว่างของ $\det(B)$

(5) ใส่คำสั่ง MDETERM(C93:E95) ลงในช่องว่างของ $\det(AB)$

(6) ทดลองเปลี่ยนค่าสมาชิกของเมทริกซ์ A, B ไปเรื่อย ๆ แล้วสังเกตค่า $\det(A), \det(B)$ และ $\det(AB)$

(7) ทฤษฎีบท 4 ข้อ 7 คืออะไร

1.8 ดำเนินการตามขั้นตอน พร้อมตอบคำถาม ทฤษฎีบท 4 ข้อ 8 ดังนี้

(1) กำหนดสมาชิกในเมทริกซ์ A และเลขชี้กำลัง n พร้อมจดบันทึกเมทริกซ์ A และเมทริกซ์ A^n

(2) ใส่คำสั่ง MDETERM(C103:E105) ลงในช่องว่างของ

(3) ใส่คำสั่ง MDETERM(I103:K105) ลงในช่องว่างของ

(4) ทดลองเปลี่ยนสมาชิกในเมทริกซ์ A และจำนวนจริง n ไปเรื่อย ๆ แล้วสังเกตค่า $\left[\det(A)\right]^n$ และ $\det(A^n)$

(5) ทฤษฎีบท 4 ข้อ 8 คืออะไร

ใบความรู้ 7 ทฤษฎีบท 4 เกี่ยวกับดีเทอร์มิแนนต์ของเมทริกซ์

ทฤษฎีบท 4 เกี่ยวกับดีเทอร์มิแนนต์ของเมทริกซ์

1) $\det(I) = 1$

2) ถ้าเมทริกซ์ B ได้จากการสลับแถวสองแถวของเมทริกซ์ A แล้ว $\det(B) = -\det(A)$

3) ถ้าเมทริกซ์ B ได้จากการคูณสมาชิกทุกตัวในแถวใดแถวหนึ่งของเมทริกซ์ A ด้วยค่าคงตัว c แล้ว $\det(B) = c\det(A)$

4) ถ้าเมทริกซ์ B ได้จากการคูณสมาชิกแต่ละตัวในแถวใดแถวหนึ่งของเมทริกซ์ A ด้วยค่าคงตัว c แล้วนำไปบวกกับสมาชิกในแต่ละตัวที่อยู่ในหลักเดียวกันของอีกแถวหนึ่ง แล้ว $\det(B) = \det(A)$

5) ถ้าเมทริกซ์ A มีแถว 2 แถว ที่เหมือนกันแล้ว $\det(A) = 0$

6) $\det(A^t) = \det(A)$

7) $\det(AB) = \det(A)\det(B)$

8) $\det(A^n) = \left[\det(A)\right]^n$

หมายเหตุ ทฤษฎีบท 4 ข้อ 2 - 5 ยังคงเป็นจริงเมื่อเปลี่ยนคำว่า “**แถว**” เป็น “**หลัก**”

ตัวอย่างที่ 1 จงหาดีเทอร์มิแนนต์ของเมทริกซ์ $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 4 \\ 3 & 4 & 5 \end{bmatrix}$

วิธีทำ $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 4 \\ 3 & 4 & 5 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 1 & 1 \\ 3 & 4 & 5 \end{vmatrix}$

(ทฤษฎีบท 4 ข้อ 4 นำ -1 คูณแถวที่ 1 แล้วนำไปบวกแถวที่ 2)

$= \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 2 \end{vmatrix}$

(ทฤษฎีบท 4 ข้อ 4 นำ -1 คูณแถวที่ 1 แล้วนำไปบวกแถวที่ 3)

$$= \quad 2\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix} \quad \text{(ทฤษฎีบท 4 ข้อ 3 ดึง 2 จากแถวที่ 3)}$$

$$= \quad 2(0) \quad \text{(ทฤษฎีบท 4 ข้อ 5)}$$

$$= \quad 0$$

ตัวอย่างที่ 2 จงหาดีเทอร์มิแนนต์ของเมทริกซ์ $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 2 & 4 \end{bmatrix}$

วิธีทำ วิธีที่ 1 $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 2 & 4 \end{vmatrix} = (1)(-1)^{1+1}\begin{vmatrix} 3 & 0 \\ 2 & 4 \end{vmatrix}$ (จากบทนิยาม 12)

$$= (1)(3(4)-2(0))$$

$$= 12$$

วิธีที่ 2 วิธีการเติมหลัก $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 2 & 4 \end{vmatrix} =$

$$\begin{array}{ccc|cc} & & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 3 & 1 & 2 \\ 0 & 3 & 0 & 0 & 3 \\ 0 & 2 & 4 & 0 & 2 \\ & & 0 & 12 & 0 \end{array}$$

$$= (0+12+0)-(0+0+0)$$

$$= 12$$

ตัวอย่างที่ 3 ให้ $C = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$ จงหา $\det(C^4)$

วิธีทำ เนื่องจาก $\det(C) = \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} = 2(2)-1(1) = 3$

จะได้ $\det(C^4) = [\det(C)]^4 = 3^4 = 81$ (ทฤษฎีบท 4 ข้อ 8)

ตัวอย่างที่ 4 ให้ $\begin{bmatrix} 2 & -1 & 3 \\ 0 & -2 & 1 \\ 0 & -1 & 1 \end{bmatrix}$ จงหา $\det(A^5)$

วิธีทำ เนื่องจาก $\det(A) = \begin{vmatrix} 2 & -1 & 3 \\ 0 & -2 & 1 \\ 0 & -1 & 1 \end{vmatrix} = 2(-1)^{1+1}\begin{vmatrix} -2 & 1 \\ -1 & 1 \end{vmatrix} = 2((-2)(1)-(-1)(1)) = -2$

ดังนั้น $\det(A^5) = \left[\det(A)\right]^5 = (-2)^5 = -32$ (ทฤษฎีบท 4 ข้อ 8)

ตัวอย่างที่ 5 ให้ $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 4 & 1 \\ 0 & 2 & 1 \end{bmatrix}$ โดยที่ $\det(A) = 2$ จงหา ดีเทอร์มิแนนต์ของเมทริกซ์

$$\begin{bmatrix} 0 & 2 & 1 \\ 0 & 4 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \end{bmatrix}$$

วิธีทำ เนื่องจาก

$$\begin{vmatrix} 0 & 2 & 1 \\ 0 & 4 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \end{vmatrix} = -\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 4 & 1 \\ 0 & 2 & 1 \end{vmatrix} \quad \text{(ทฤษฎีบท 4 ข้อ 2)}$$

$$= -2$$

ดังนั้น ดีเทอร์มิแนนต์ของเมทริกซ์ $\begin{bmatrix} 0 & 2 & 1 \\ 0 & 4 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \end{bmatrix}$ คือ -2

เฉลย ใบกิจกรรมที่ 11 เรื่อง ทฤษฎีบท 4
เกี่ยวกับดีเทอร์มิแนนต์ของเมทริกซ์ 8 ข้อ

คำชี้แจง นักเรียนศึกษาความรู้ผ่านโปรแกรม Microsoft Excel ด้วยตนเอง ตามขั้นตอนต่อไปนี้

1. เปิดแฟ้มคำสั่ง Microsoft Excel 16 แล้วเติมคำตอบในช่องว่างของใบกิจกรรม

1.1 ดำเนินการตามขั้นตอน พร้อมตอบคำถาม ทฤษฎีบท 4 ข้อ 1 ดังนี้

(1) ใส่คำสั่ง MDETERM(C13) ลงในช่องว่างของ $\det(I_1)$

(2) ใส่คำสั่ง MDETERM(G7:H8) ลงในช่องว่างของ $\det(I_2)$

(3) ใส่คำสั่ง MDETERM(L7:N9) ลงในช่องว่างของ $\det(I_3)$

(4) ใส่คำสั่ง MDETERM(R7:U10) ลงในช่องว่างของ $\det(I_4)$

(5) ค่าของ $\det(I_1)$ คือเท่าใด

1

(6) ค่าของ $\det(I_2)$ คือเท่าใด

1

(7) ค่าของ $\det(I_3)$ คือเท่าใด

1

(8) ค่าของ $\det(I_4)$ คือเท่าใด

1

(9) ทฤษฎีบท 4 ข้อ 1 คืออะไร

$\det(I) = 1$

1.2 ดำเนินการตามขั้นตอน พร้อมตอบคำถาม ทฤษฎีบท 4 ข้อ 2 ดังนี้

(1) เลือกแถวของเมทริกซ์ A มา 2 แถว ที่จะนำมาสลับแถวกันเป็นเมทริกซ์ B แล้วจดบันทึก และใสค่านั้นลงในโปรแกรม (เช่น 1,2)

$A=\begin{bmatrix}1&1&2\\4&1&5\\2&7&1\end{bmatrix}$ สลับแถว 1 กับแถว 3 จะได้ $B=\begin{bmatrix}2&7&1\\4&1&5\\1&1&2\end{bmatrix}$

(2) ใส่คำสั่ง MDETERM(C20:E22) ลงในช่องว่างของ $\det(A)$

(3) ใส่คำสั่ง MDETERM(I20:K22) ลงในช่องว่างของ $\det(B)$

(4) เลือกแถวสองแถวเปลี่ยนไปเรื่อย ๆ แล้วสังเกตค่า $\det(A)$ กับ $\det(B)$

(5) ทฤษฎีบท 4 ข้อ 2 คืออะไร

ถ้าเมทริกซ์ B ได้จากการสลับแถวสองแถวของเมทริกซ์ A แล้ว $\det(B) = -\det(A)$

1.3 ดำเนินการตามขั้นตอน พร้อมตอบคำถาม ทฤษฎีบท 4 ข้อ 3 ดังนี้

(1) เลือกแถวของเมทริกซ์ A มา 1 แถว

แถว 1

(2) เลือกค่าคงที่ c มา 1 ค่าที่จะนำมาคูณแถวของเมทริกซ์ A แล้วได้เมทริกซ์ B

$c = 5$

(3) ใส่คำสั่ง MDETERM(C33:E35) ลงในช่องว่างของ $\det(A)$

(4) ใส่คำสั่ง MDETERM(I33:K35) ลงในช่องว่างของ $\det(B)$

(5) เลือกแถวและเปลี่ยนค่าคงที่ไปเรื่อย ๆ แล้วสังเกตค่า $\det(A)$ กับ $\det(B)$

(6) ทฤษฎีบท 4 ข้อ 3 คืออะไร

ถ้าเมทริกซ์ B ได้จากการคูณสมาชิกทุกตัวในแถวใดแถวหนึ่งของเมทริกซ์ A ด้วยค่าคงตัว c แล้ว $\det(B) = c\det(A)$

1.4 ดำเนินการตามขั้นตอน พร้อมตอบคำถาม ทฤษฎีบท 4 ข้อ 4 ดังนี้

(1) เลือกแถวของเมทริกซ์ A มา 1 แถว

แถว 2

(2) เลือกค่าคงที่ c มา 1 ค่าที่จะนำมาคูณแถวของเมทริกซ์ A

$c = 3$

(3) เลือกแถวของเมทริกซ์ A มาอีก 1 แถว (ที่แตกต่างจากที่เลือกในข้อ (1))

แถว 3

(4) สังเกตเมทริกซ์ B ที่เกิดจากการนำค่าคงที่คูณกับแถวแรกที่เลือกแล้วนำไปบวกกับแถวที่สองที่เลือก $\left(cR_i + R_j\right)$

(5) ใส่คำสั่ง MDETERM(C46:E48) ลงในช่องว่างของ $\det(A)$

(6) ใส่คำสั่ง MDETERM(I46:K48) ลงในช่องว่างของ $\det(B)$

(7) เลือกแถว ค่าคงที่ และอีกแถวเปลี่ยนไปเรื่อย ๆ แล้วสังเกตค่า $\det(A)$ กับ $\det(B)$

(8) ทฤษฎีบท 4 ข้อ 4 คืออะไร

ถ้าเมทริกซ์ B ได้จากการคูณสมาชิกแต่ละตัวในแถวใดแถวหนึ่งของเมทริกซ์ A ด้วยค่าคงตัว c แล้วนำไปบวกกับสมาชิกในแต่ละตัวที่อยู่ในหลักเดียวกันของอีกแถวหนึ่ง แล้ว $\det(B)=\det(A)$

1.5 ดำเนินการตามขั้นตอน พร้อมตอบคำถาม ทฤษฎีบท 4 ข้อ 5 ดังนี้

(1) เปลี่ยนค่าแถวที่ 1 ของเมทริกซ์ A

(2) เลือกแถวที่ 2 หรือ 3 ของเมทริกซ์ A มาอีก 1 แถวที่จะมีค่าเท่ากับแถวที่ 1

(3) ใส่คำสั่ง MDETERM(C61:E63) ลงในช่องว่างของ $\det(A)$

(4) จดบันทึกเมทริกซ์ A ของนักเรียน และค่า $\det(A)$

ถ้าเมทริกซ์ A มีแถว 2 แถว ที่เหมือนกันแล้ว $\det(A)=0$

(5) ทฤษฎีบท 4 ข้อ 5 คืออะไร

ถ้าเมทริกซ์ A มีแถว 2 แถว ที่เหมือนกันแล้ว $\det(A)=0$

1.6 ดำเนินการตามขั้นตอน พร้อมตอบคำถาม ทฤษฎีบท 4 ข้อ 6 ดังนี้

(1) กดครอบเมทริกซ์ A คลิ๊กขวาแล้วกด copy

(2) คลิ๊กขวาแล้วกด paste transpose ลงในเมทริกซ์ A^t

(3) ใส่คำสั่ง MDETERM(C75:E77) ลงในช่องว่างของ $\det(A)$

(4) ใส่คำสั่ง MDETERM(I75:K77) ลงในช่องว่างของ $\det(A^t)$

(5) ทดลองเปลี่ยนค่าสมาชิกของเมทริกซ์ A ไปเรื่อย ๆ แล้วสังเกตค่า $\det(A)$ กับ $\det(A^t)$

(6) ทฤษฎีบท 4 ข้อ 6 คืออะไร

$\det(A^t)=\det(A)$

1.7 ดำเนินการตามขั้นตอน พร้อมตอบคำถาม ทฤษฎีบท 4 ข้อ 7 ดังนี้

(1) กำหนดสมาชิกในเมทริกซ์ A และ B พร้อมจดบันทึก

$$A=\begin{bmatrix}1&4&3\\4&5&6\\1&1&0\end{bmatrix}, B=\begin{bmatrix}2&2&3\\4&0&2\\1&1&5\end{bmatrix}$$

(2) ใส่คำสั่ง mmult(C88:E90,I88:K90) ลงในเมทริกซ์ AB แล้วกด Ctrl+Shift+Enter

(3) ใส่คำสั่ง MDETERM(C88:E90) ลงในช่องว่างของ $\det(A)$

(4) ใส่คำสั่ง MDETERM(I88:K90) ลงในช่องว่างของ $\det(B)$

(5) ใส่คำสั่ง MDETERM(C93:E95) ลงในช่องว่างของ $\det(AB)$

(6) ทดลองเปลี่ยนค่าสมาชิกของเมทริกซ์ A, B ไปเรื่อย ๆ แล้วสังเกตค่า $\det(A), \det(B)$ และ $\det(AB)$

ถ้า $\det(A) = a$ และ $\det(B) = b$ แล้ว $\det(AB) = ab$

(7) ทฤษฎีบท 4 ข้อ 7 คืออะไร

$\det(AB) = \det(A)\det(B)$

1.8 ดำเนินการตามขั้นตอน พร้อมตอบคำถาม ทฤษฎีบท 4 ข้อ 8 ดังนี้

(1) กำหนดสมาชิกในเมทริกซ์ A และเลขชี้กำลัง n พร้อมจดบันทึกเมทริกซ์ A และเมทริกซ์ A^n

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 4 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}, n = 3$$

(2) ใส่คำสั่ง MDETERM(C103:E105) ลงในช่องว่างของ

(3) ใส่คำสั่ง MDETERM(I103:K105) ลงในช่องว่างของ

(4) ทดลองเปลี่ยนสมาชิกในเมทริกซ์ A และจำนวนจริง n ไปเรื่อย ๆ แล้วสังเกตค่า $\left[\det(A)\right]^n$ และ $\det(A^n)$

(5) ทฤษฎีบท 4 ข้อ 8 คืออะไร

$\det(A^n) = \left[\det(A)\right]^n$

ภาคผนวก ง
แบบทดสอบวัดความรู้เชิงมโนทัศน์และความรู้เชิงกระบวนการ เรื่อง เมทริกซ์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

ข้อสอบวัดความรู้เชิงมโนทัศน์ เรื่อง เมทริกซ์ ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2563
ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 รายวิชา คณิตศาสตร์เพิ่มเติม คะแนนเต็ม 40 คะแนน เวลา 50 นาที

ชื่อ - นามสกุล ....ชั้น ม. .... / .... เลขที่ ....

คำชี้แจง

1. ข้อสอบนี้มีจำนวน 6 หน้า 3 แผ่น

2. ข้อสอบฉบับนี้เป็นข้อสอบปรนัย ชนิดเติมคำตอบ จำนวน 10 ข้อ ข้อละ 4 คะแนน รวม 40 คะแนน

3. ก่อนทำข้อสอบ ให้นักเรียนเขียน ชื่อ - นามสกุล ชื่อเล่น ชั้น และเลขที่ ให้เรียบร้อยทั้งในกระดาษคำถามและกระดาษคำตอบ

1. นักเรียนสามารถทดเลข และคิดคำนวณในตัวข้อสอบได้ 2. ห้ามทำการคัดลอก หรือนำข้อสอบและกระดาษคำตอบออกจากห้องสอบ 3. ไม่อนุญาตให้นักเรียนนำเครื่องมือสื่อสารทุกชนิด และเครื่องคิดคำนวณเข้าห้องสอบ 4. ไม่อนุญาตให้นักเรียนออกจากห้องสอบก่อนหมดเวลาสอบ 5. ให้นักเรียนใช้ปากกาสีดำ สีน้ำเงิน หรือ ดินสอ ในการทำข้อสอบ

1. จงพิจารณาว่าแต่ละข้อต่อไปนี้เป็นเมทริกซ์หรือไม่เป็นเมทริกซ์ พร้อมอธิบายเหตุผล (3 คะแนน)

(1.1) $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$

(1.2) $\begin{bmatrix} 4 & 2 \\ 8 & \end{bmatrix}$

(1.3) $\begin{bmatrix} a & 4 \\ 8 & -1 \end{bmatrix}$ เมื่อ a เป็นอักษรภาษาอังกฤษ

(1.4) $\begin{bmatrix} -2 & 4 \\ k & 2020 \end{bmatrix}$ เมื่อ k เป็นจำนวนจริงใด ๆ

1.1)...................... เพราะ..

1.2)...................... เพราะ ....

1.3)...................... เพราะ ....

1.4)...................... เพราะ ....

2. ให้ c_{ij} แทนสมาชิกในแถวที่ i หลักที่ j ของเมทริกซ์ C ที่มีมิติ $m \times n$ กำหนดให้

$$C = \begin{bmatrix} 2 & -3 & 1 & 1 \\ 0 & -4 & 5 & 4 \\ 9 & -3 & 2 & 7 \end{bmatrix}$$

จงหา

(2.1) มิติของเมทริกซ์ C

(2.2) จำนวนแถวของเมทริกซ์ C

(2.3) c_{23}

(2.4) c_{31}

2.1)...2.2)...

2.3)...2.4)...

3. กำหนดให้ $D=[d_{ij}]_{2\times 2}, E=[e_{ij}]_{2\times 2}.F=[f_{ij}]_{2\times 2}$ และ X เป็นเมทริกซ์มิติ 2×2 และ I_2 เป็นเมทริกซ์เอกลักษณ์มิติ 2×2 โดยที่ $i,j\in\{1,2\}$ จงพิจารณาข้อความต่อไปนี้ว่าถูกหรือผิด พร้อมอธิบายเหตุผล

(3.1) ถ้า $D+E=F$ แล้ว $F=F-E$

(3.2) ถ้า $\frac{1}{2}D=E$ แล้ว $d_{12}=2e_{12}$

(3.3) $0D=0$

(3.4) ถ้า $X+D=D$ แล้ว $X=I$

3.1)...................... เพราะ ....

3.2)...................... เพราะ ....

3.3)...................... เพราะ ....

3.4)...................... เพราะ ....

4. กำหนดให้ D,E,F เป็นเมทริกซ์มิติ 3×3 และ s เป็นจำนวนจริงใด ๆ จงพิจารณาข้อความต่อไปนี้ว่าถูกหรือผิด เพราะเหตุใด

(4.1) $(D+E)F=DF+EF$

(4.2) $(DE)F=D(EF)$

(4.3) $(kE)D=E(kD)$

(4.4) $\underline{0}_{5\times 3}E=\underline{0}_{3\times 3}$

4.1)...................... เพราะ ....

4.2)...................... เพราะ ....

4.3)...................... เพราะ ....

4.4)...................... เพราะ ....

5. กำหนดให้ D,E เป็นเมทริกซ์มิติ $n\times n$ และ s เป็นจำนวนจริงใด ๆ จงใช้ทฤษฎีบทเรื่องเมทริกซ์สลับเปลี่ยนเติมคำตอบลงในช่องว่าง

(5.1) $(D+E)^t=$ ____________

(5.2) $(DE)^t=$ ____________

(5.3) $(D^t)^t=$ ____________

(5.4) $(sD)^t=$ ____________

6. กำหนดให้ D, E เป็นเมทริกซ์มิติ 2×2 โดยที่ $\det(D)=3$ และ $\det(E)=4$ จงหา

(6.1) $\det(2D)$

(6.2) $\det(D+E)$

(6.3) $\det(DE)$

(6.4) $\det(E^t)$

6.1)...........................6.2)............................6.3).............................6.4).............................

7. กำหนดให้ $F=\begin{bmatrix} a & b & c \\ p & q & r \\ x & y & z \end{bmatrix}$ โดยที่ $\det(F)=10$ จงหา

(7.1) $\det(B)$ เมื่อ $B=\begin{bmatrix} x & y & z \\ p & q & r \\ a & b & c \end{bmatrix}$

(7.2) $\det(C)$ เมื่อ $C=\begin{bmatrix} p & q & r \\ x & y & z \\ a & b & c \end{bmatrix}$

(7.3) $\det(D)$ เมื่อ $D=\begin{bmatrix} 2a & 2b & 2c \\ p & q & r \\ x & y & z \end{bmatrix}$

(7.4) $\det(E)$ เมื่อ $E=\begin{bmatrix} a & b & c \\ p & q & r \\ -3a+x & -3b+y & -3c+z \end{bmatrix}$

7.1)...........................7.2)............................7.3).............................7.4).............................

8. กำหนดให้ $F=\begin{bmatrix} a & b & c \\ p & q & r \\ x & y & z \end{bmatrix}$ โดยที่ $\det(F)=6$ จงหา

(8.1) $\det(B)$ เมื่อ $B=\begin{bmatrix} a & c & b \\ p & r & q \\ x & z & y \end{bmatrix}$

(8.2) $\det(C)$ เมื่อ $C=\begin{bmatrix} -a & 2b & 3c \\ -p & 2q & 3r \\ -x & 2y & 3z \end{bmatrix}$

(8.3) $\det(D)$ เมื่อ $D=\begin{bmatrix} a & b & c-a \\ p & q & r-p \\ x & y & z-x \end{bmatrix}$

(8.4) $\det(E)$ เมื่อ $E=\begin{bmatrix} b & -2b & c \\ q & -2q & r \\ y & -2y & z \end{bmatrix}$

8.1)..........................8.2)............................8.3).............................8.4)..............................

9. กำหนดให้ D,E เป็นเมทริกซ์มิติ $n\times n$ จงพิจารณาข้อความต่อไปนี้ว่าถูกหรือผิด เพราะเหตุใด

(9.1) เมทริกซ์ D มีเมทริกซ์ผกผันก็ต่อเมื่อ $\det(D)=0$

(9.2) ถ้าเมทริกซ์ D มีเมทริกซ์ผกผันแล้ว เมทริกซ์ผกผันของ D จะมีเพียงค่าเดียวเท่านั้น

(9.3) ถ้าเมทริกซ์ D และ E มีเมทริกซ์ผกผันแล้ว $(DE)^{-1}=D^{-1}E^{-1}$

(9.4) สำหรับทุก ๆ เมทริกซ์ D จะมีเมทริกซ์ E ที่ทำให้ $DE=I=ED$

9.1)...................... เพราะ ....

9.2)...................... เพราะ ....

9.3)...................... เพราะ ....

9.4)...................... เพราะ ....

10. จงตอบคำถามต่อไปนี้ กำหนดให้ a,b,c,d,e,f,g,h,i,j,k,l เป็นค่าคงตัว และ

$$\begin{aligned} ax+by+cz &= d \\ ex+fy+gz &= h \\ ix+jy+kz &= l \end{aligned}$$

เป็นระบบสมการเชิงเส้น

(10.1) จงเขียนเมทริกซ์แต่งเติม

(10.2) ถ้าเมทริกซ์แต่งเติมของระบบสมการเชิงเส้นที่กำหนดให้สมมูลกับ

$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & -9 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \end{array}\right]$ จะสรุปคำตอบของระบบสมการได้อย่างไร

(10.3) ถ้าเมทริกซ์แต่งเติมของระบบสมการเชิงเส้นที่กำหนดให้สมมูลกับ

$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & -9 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{array}\right]$ จะสรุปคำตอบของระบบสมการได้อย่างไร

(10.4) ถ้าเมทริกซ์แต่งเติมของระบบสมการเชิงเส้นที่กำหนดให้สมมูลกับ

$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & -9 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right]$ จะสรุปคำตอบของระบบสมการได้อย่างไร

10.1)	10.2)
10.3)	10.4)

ข้อสอบวัดความรู้เชิงกระบวนการ เรื่อง เมทริกซ์ ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2563
ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 รายวิชา คณิตศาสตร์เพิ่มเติม คะแนนเต็ม 30 คะแนน เวลา 50 นาที

ชื่อ - นามสกุล ....ชั้น ม. .... / .... เลขที่ ....

คำชี้แจง

1. ข้อสอบนี้มีจำนวน 6 หน้า 3 แผ่น
2. ข้อสอบฉบับนี้เป็นข้อสอบอัตนัย ชนิดแสดงวิธีทำ จำนวน 8 ข้อ รวม 30 คะแนน
3. ก่อนทำข้อสอบ ให้นักเรียนเขียน ชื่อ - นามสกุล ชื่อเล่น ชั้น และเลขที่ ให้เรียบร้อย

1. นักเรียนสามารถทดเลข และคิดคำนวณในตัวข้อสอบได้
2. ห้ามทำการคัดลอก หรือนำข้อสอบและกระดาษคำตอบออกจากห้องสอบ
3. ไม่อนุญาตให้นักเรียนนำเครื่องมือสื่อสารทุกชนิด และเครื่องคิดคำนวณเข้าห้องสอบ
4. ไม่อนุญาตให้นักเรียนออกจากห้องสอบก่อนหมดเวลาสอบ
5. ให้นักเรียนใช้ปากกาสีดำ สีน้ำเงิน หรือ ดินสอ ในการทำข้อสอบ

1. กำหนดให้ $A=\begin{bmatrix} 4 & 1 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$, $B=\begin{bmatrix} 1 & 9 \\ 4 & 6 \end{bmatrix}$ และ $C=\begin{bmatrix} -2 & 2 \\ 5 & 3 \end{bmatrix}$ จงหา $A+B-2C$ (3 คะแนน)
วิธีทำ

2. กำหนดให้ $A=\begin{bmatrix} -3 & 2 & -7 \\ 1 & 0 & 3 \end{bmatrix}$ และ $B=\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -3 \\ 2 & 0 \end{bmatrix}$ จงหา AB (3 คะแนน)
วิธีทำ

3. กำหนดให้ $D=\begin{bmatrix}1 & 0 & -3\\5 & 4 & -1\\6 & -2 & 4\end{bmatrix}$ และ $C_{ij}(D)$ คือโคแฟกเตอร์ของสมาชิกที่อยู่ในแถวที่ i หลักที่ j จงหา $C_{13}(D)$ (3 คะแนน)
วิธีทำ

4. กำหนดให้ $A=\begin{bmatrix}-2 & 5\\1 & 4\end{bmatrix}$ จงหาดีเทอร์มิแนนต์ของเมทริกซ์ (3 คะแนน)
วิธีทำ

5. กำหนดให้ $D=\begin{bmatrix}1 & 2 & 3\\ 4 & 0 & 2\\ 1 & 0 & -4\end{bmatrix}$ จงหาดีเทอร์มิแนนต์ของเมทริกซ์ D โดยใช้การกระจายโคแฟกเตอร์ (4 คะแนน)
วิธีทำ

6. กำหนดให้ $A=\begin{bmatrix}3 & -8\\ 4 & 6\end{bmatrix}$ จงพิจารณาว่าเมทริกซ์ A มีเมทริกซ์ผกผันหรือไม่ ถ้ามีจงหาเมทริกซ์ผกผันของเมทริกซ์ (4 คะแนน)
วิธีทำ

7. จงใช้เมทริกซ์ผกผันแก้ระบบสมการเชิงเส้น $6x-3y=3$ $4x+2y=6$ (5 คะแนน)
วิธีทำ

8. จงหาคำตอบของระบบสมการเชิงเส้น โดยใช้วิธีการดำเนินการตามแถว

$$\begin{aligned} 2x+2z &= 2 \\ x+y+2z &= 1 \\ 3x-y+2z &= 1 \end{aligned}$$

(5 คะแนน)

วิธีทำ

ภาคผนวก จ
รายนามผู้เชี่ยวชาญ

รายนามผู้เชี่ยวชาญ

รายนามผู้เชี่ยวชาญที่ให้ความอนุเคราะห์ตรวจสอบเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย ซึ่งได้แก่ แผนการจัดการเรียนรู้และแฟ้มคำสั่งในโปรแกรม Microsoft Excel และแบบทดสอบวัดความรู้เชิงมโนทัศน์ และแบบทดสอบวัดความรู้เชิงกระบวนการ เรื่อง เมทริกซ์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 มีดังนี้

1. ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. ขวัญ เพียซ้าย
   ภาควิชาคณิตศาสตร์ คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ
2. อาจารย์ ดร. ธีรศักดิ์ ฉลาดการณ์
   ภาควิชาคณิตศาสตร์ คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ
3. อาจารย์ ฐิติชญาณ์ วงศ์ทั้งน้อย

โรงเรียนบดินทรเดชา (สิงห์ สิงหเสนี) (ฝ่ายมัธยม)

ประวัติผู้เขียน

ชื่อ-สกุล	นิรัช ลิ่วศิริวงศ์	
วัน เดือน ปี เกิด	8 Sep 1989	
สถานที่เกิด	กรุงเทพฯ	
วุฒิการศึกษา	พ.ศ. 2552	มัธยมศึกษาตอนปลาย จากโรงเรียนเทพศิรินทร์
	พ.ศ. 2556	ปริญญาวิทยาศาสตร์บัณฑิต (วท.บ.) เกียรตินิยมอันดับ 2 สาขาวิชาคณิตศาสตร์ คณะวิทยาศาสตร์ จาก จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
	พ.ศ. 2564	ปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต (กศ.ม.) สาขาวิชาคณิตศาสตร์ คณะวิทยาศาสตร์ จาก มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ
ที่อยู่ปัจจุบัน	1239/111 แขวง หลักสอง เขต บางแค หมู่บ้าน Miracle Plus กรุงเทพฯ 10160	