



การศึกษาความลึกซาบซึมได้ของตัวนำยวดยิ่งที่ขึ้นกับทิศทางชนิดคลื่นเอส
ด้วยทฤษฎีกินซ์เบิร์กแลนดาว

THE STUDY ON THE PENETRATION DEPTH OF ANISOTROPIC S-WAVE
SUPERCONDUCTORS BY GINZBURG-LANDAU THEORY

พงษ์กานต์ ทองครบุรี

บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ

2561

การศึกษาลักษณะภูมิประเทศของตัวนำวอดยี่ที่ขึ้นกับทิศทางชนิดคลื่นเอส
ด้วยทฤษฎีกินซ์เบิร์กแลนดาว



ปริญญานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตร
วิทยาศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาฟิสิกส์
คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ
ปีการศึกษา 2561
ลิขสิทธิ์ของมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ

THE STUDY ON THE PENETRATION DEPTH OF ANISOTROPIC S-WAVE
SUPERCONDUCTORS BY GINZBURG-LANDAU THEORY



PONGKAN TONGKHONBURI

A Thesis Submitted in partial Fulfillment of Requirements
for MASTER OF SCIENCE (Physics)
Faculty of Science Srinakharinwirot University

2018

Copyright of Srinakharinwirot University

ปริญญานิพนธ์
เรื่อง
การศึกษาความลึกซึ้งได้ของตัวนำวดยิ่งที่ขึ้นกับทิศทางชนิดคลื่นเอส
ด้วยทฤษฎีกินซ์เบิร์กแลนดาว
ของ
พงษ์กานต์ ทองครบุรี

ได้รับอนุมัติจากบัณฑิตวิทยาลัยให้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตร

ปริญญาวิทยาศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาฟิสิกส์

ของมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ

คณบดีบัณฑิตวิทยาลัย

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ นายแพทย์ฉัตรชัย เอกปัญญาสกุล)

คณะกรรมการสอบปากเปล่าปริญญานิพนธ์

..... ที่ปรึกษาหลัก ประธาน
(รองศาสตราจารย์ ดร.พงษ์แก้ว อุดมสมุทรหิรัญ) (ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.อารียา เขียมบุญ)

..... กรรมการ
(รองศาสตราจารย์ ดร.พงษ์แก้ว อุดมสมุทร
หิรัญ)

..... กรรมการ
(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.อาภาพงศ์ ช้าง
จันทร์)

ชื่อเรื่อง	การศึกษาความลึกซาบซึมได้ของตัวนำยวดยิ่งที่ขึ้นกับทิศทาง ชนิดคลื่นเอส ด้วยทฤษฎีกินซ์เบิร์กแลนดาว
ผู้วิจัย	พงษ์กานต์ ทองครบุรี
ปริญญา	วิทยาศาสตร์มหาบัณฑิต
ปีการศึกษา	2561
อาจารย์ที่ปรึกษา	รองศาสตราจารย์ ดร. พงษ์แก้ว อุดมสมุทรศิริชัย

ความลึกซาบซึมได้ถือว่าเป็นตัวแปรสำคัญของการศึกษาตัวนำยวดยิ่งในงานวิจัยมีจุดประสงค์ที่จะคำนวณในรูปแบบทฤษฎีกินซ์เบิร์กแลนดาวที่ขึ้นกับทิศทางชนิดคลื่นเอส และนำไปเปรียบเทียบกับผลการทดลองของ แมกนีเซียมไดโบไรด์ (MgB_2) และแคลเซียมอะลูมิเนียมซิลิโคน ($CaAlSi$) ซึ่งให้ผลสอดคล้องกับรูปแบบความไม่สมมาตรแบบ แพนเค้ก-แพนเค้ก และแพนเค้ก-ทรงรี ตามลำดับ นอกจากนี้แล้วรูปแบบความไม่สมมาตรยังส่งผลต่อความสัมพันธ์ของ ความลึกซาบซึมได้และ T/T_c คือ รูปแบบแพนเค้ก-แพนเค้กจะมีความชันมากกว่ารูปแบบแพนเค้ก-ทรงรีเมื่ออุณหภูมิเข้าใกล้ T_c

คำสำคัญ : ความลึกซาบซึมได้, ทฤษฎีกินซ์เบิร์กแลนดาว, ตัวนำยวดยิ่งชนิดคลื่นเอสที่ขึ้นกับทิศทาง

Title	THE STUDY ON THE PENETRATION DEPTH OF ANISOTROPIC S-WAVE SUPERCONDUCTORS BY GINZBURG-LANDAU THEORY
Author	PONGKAN TONGKHONBURI
Degree	MASTER OF SCIENCE
Academic Year	2018
Thesis Advisor	Associate Professor Dr. PONGKAEW UDOMSAMUTHIRUN

London penetration depth is important point to study superconductor. The purpose of this research calculate and compare with experiment for MgB_2 and CaAlSi . The calculation followed with Ginzburg Landau theory. And result of experiment-graph of MgB_2 and CaAlSi fit very well with pancake-pancake style and pancake-ellipse style consequently. Further more pattern of anisotropic effected to slope of London penetration dept when T close to T_c .

Keyword : london penetration depth, Ginzburg Landau theory, anisotropic s-wave superconductor

กิตติกรรมประกาศ

ผู้วิจัยขอกราบขอบพระคุณ รองศาสตราจารย์ ดร.พงษ์แก้ว อุดมสมุทรศิริณี ที่ได้ให้คำปรึกษาตลอดระยะเวลาการทำวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ ขอกราบขอบพระคุณผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. อาริยา เอี่ยมมู ที่ให้ความอนุเคราะห์เป็นประธาน, ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.อาภาพงศ์ ชั่งจันทร์ และ รองศาสตราจารย์ ดร.พงษ์แก้ว อุดมสมุทรศิริณี ที่ให้ความอนุเคราะห์เป็นกรรมการในการสอบปากเปล่า ขอขอบพระคุณอาจารย์, เจ้าหน้าที่ทุกท่านในภาควิชาฟิสิกส์ และทุกคนในครอบครัวของผู้วิจัยที่คอยให้ความช่วยเหลือตลอดมา



พงษ์กานต์ ทองครบุรี

สารบัญ

	หน้า
บทคัดย่อภาษาไทย	ง
บทคัดย่อภาษาอังกฤษ	จ
กิตติกรรมประกาศ.....	ฉ
สารบัญ	ช
สารบัญตาราง.....	ณ
สารบัญรูปภาพ	ญ
บทที่ 1 บทนำ.....	1
1.1 ประวัติการค้นพบตัวนำวดยิ่ง.....	1
1.2 ชนิดของตัวนำวดยิ่ง.....	5
1.3 ความมุ่งหมายของการวิจัย.....	8
1.4 ความสำคัญของการวิจัย	8
1.5 ขอบเขตของการวิจัย	8
บทที่ 2 ทฤษฎีและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง	10
2.1 ทฤษฎีกินซ์เบิร์กแลนดาว.....	10
2.2 สนามแม่เหล็กวิกฤตที่ 1	13
2.3 สนามแม่เหล็กวิกฤตที่ 2	13
2.4 ทฤษฎีบีซีเอส.....	16
2.5 ช่องว่างพลังงานตามทฤษฎีบีซีเอส.....	17
2.6 ความลึกซาบซึมได้.....	20
2.7 ตัวนำวดยิ่งแบบแม่เหล็ก	20
2.8 ตัวนำวดยิ่งแบบแถบพลังงานเดี่ยว และแบบสองแถบพลังงาน.....	22

2.9 ฟังก์ชันความไม่สมมาตรของช่องว่างพลังงาน $f(k)$	23
2.10 งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง	25
บทที่ 3 วิธีการดำเนินงานวิจัย.....	29
3.1 ตัวนำวดยิ่งที่ขึ้นกับทิศทางคลื่นชนิดเอส โดยใช้ทฤษฎีกินซ์เบิร์กแลนดาว.....	29
3.2 ความลึกซาบซึมได้โดยใช้ทฤษฎีกินซ์เบิร์กแลนดาวของตัวนำวดยิ่งที่ขึ้นกับทิศทางคลื่น ชนิดเอส	30
3.3 การศึกษาความลึกซาบซึมได้ในสารตัวอย่าง	36
3.4 การคำนวณเชิงตัวเลข	37
บทที่ 4 ผลการวิจัย	45
4.1 เปรียบเทียบผลการคำนวณความลึกซาบซึมได้กับผลการทดลองของแม็กนีเซียมไดโบไรด์ MgB_2	45
4.2 เปรียบเทียบผลการคำนวณความลึกซาบซึมได้กับผลการทดลองแคลเซียมอะลูมิเนียม ซิลิโคน $CaAlSi$	50
บทที่ 5 สรุป และอภิปรายผลการวิจัย	54
5.1 สรุปผลการวิจัย.....	54
5.2 อภิปรายผลการวิจัย	56
บรรณานุกรม	58
ประวัติผู้เขียน.....	61

สารบัญตาราง

หน้า

ตาราง 1 รูปแบบลำดับของช่องว่างพลังงานและรูปแบบความไม่สมมาตรของตัวนำยวดยิ่ง	38
ตาราง 2 สมการรูปแบบค่าเฉลี่ยความไม่สมมาตร	42



สารบัญรูปภาพ

หน้า

ภาพประกอบ 1 คาร์เมอรัลิ่ง ออนเนส	1
ภาพประกอบ 2 ความสัมพันธ์ระหว่างความต้านทานไฟฟ้ากับอุณหภูมิของปรอทและทองแดง	2
ภาพประกอบ 3 ขอบเขตของการเกิดสภาพนำวดยิ่งจากอุณหภูมิ (T).....	3
ภาพประกอบ 4 ปรากฏการณ์ไมสเนอร์.....	4
ภาพประกอบ 5 ลำดับการค้นพบตัวนำวดยิ่ง	5
ภาพประกอบ 6 ความสัมพันธ์ระหว่างค่าสนามแม่เหล็กภายนอก(H)และสนามแม่เหล็กภายใน (M) ที่อุณหภูมิต่ำ	6
ภาพประกอบ 7 ความสัมพันธ์ระหว่างค่าสนามแม่เหล็กภายนอก (H_{c1}, H_c, H_{c2}) และสนามแม่เหล็กภายใน (M) ระหว่างตัวนำวดยิ่งประเภทที่ 1 และตัวนำวดยิ่งประเภทที่ 2	7
ภาพประกอบ 8 บริเวณเฟสชันนิคอฟที่มีการเรียงตัวเป็นรูปสามเหลี่ยม.....	8
ภาพประกอบ 9 แสดงการเสียรูปทรงของแลตทิซเมื่ออิเล็กตรอนเคลื่อนที่เข้าไปในแลตทิซ	16
ภาพประกอบ 10 แผนภาพฟายแมนของอันตรกิริยาระหว่างอิเล็กตรอนและโฟนอน	17
ภาพประกอบ 11 แบบจำลองช่องว่างพลังงานแบบไม่สมมาตรรูปทรงรีตามแนวดิ่งแบบคลื่นเอส 23	
ภาพประกอบ 12 แบบจำลองช่องว่างพลังงานแบบไม่สมมาตรรูปทรงแพนเค้กแบบคลื่นเอส	24
ภาพประกอบ 13 แสดงถึงการตอบสนองทางแม่เหล็กของตัวนำวดยิ่ง.....	25
ภาพประกอบ 14 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างอัตราส่วนสนามวิกฤตและสภาพยอมรับได้ทางแม่เหล็กของตัวนำวดยิ่งแบบแม่เหล็กที่ขึ้นกับทิศทาง.....	28
ภาพประกอบ 15 แสดงการเคลื่อนที่ในแบบ 2 มิติของอิเล็กตรอนคู่คูเปอร์ สภาวะนำวดยิ่งในกรณีที่ไม่มีสนามแม่เหล็กภายนอกและกระแสไฟฟ้าที่อุณหภูมิต่ำกว่าอุณหภูมิวิกฤต	34
ภาพประกอบ 16 ความหนาแน่นกระแส J เกิดจากผลรวมย่อยของความหนาแน่นกระแส j	34
ภาพประกอบ 17 การเคลื่อนที่ของอิเล็กตรอนคู่คูเปอร์ ในสภาวะนำวดยิ่งโดย $H_{\text{external}} < H_c$ และสร้างสนามแม่เหล็กภายในทิศตรงข้ามกับสนามแม่เหล็กภายนอก	35

ภาพประกอบ 18 ความสัมพันธ์ระหว่าง $\frac{\lambda^2(0)}{\lambda^2(T)}$ กับ $\frac{T}{T_C}$ ของแมกนีเซียมไดโบไรด์	36
ภาพประกอบ 19 ความสัมพันธ์ระหว่าง $\frac{\lambda^2(0)}{\lambda^2(T)}$ กับ $\frac{T}{T_C}$ ของแคลเซียมอะลูมิเนียมซิลิโคน	37
ภาพประกอบ 20 รูปแบบแพนเค้ก aหรือb = 0, 1, 2, 3, 4 และ 5 ตามลำดับ	43
ภาพประกอบ 21 รูปแบบทรงรี aหรือb = 0, 0.1, 0.2, 0.3, 0.4 และ 0.5 ตามลำดับ	43
ภาพประกอบ 22 ความลึกซาบซึมได้กรณีความไม่สมมาตรแบบ แพนเค้ก-แพนเค้ก เปรียบเทียบกับการทดลองของแมกนีเซียมไดโบไรด์	46
ภาพประกอบ 23 ความลึกซาบซึมได้กรณีความไม่สมมาตรแบบ แพนเค้ก-ทรงรี เปรียบเทียบกับการทดลองของแมกนีเซียมไดโบไรด์	47
ภาพประกอบ 24 ความลึกซาบซึมได้กรณีความไม่สมมาตรแบบ ทรงรี-แพนเค้ก เปรียบเทียบกับการทดลองของแมกนีเซียมไดโบไรด์	48
ภาพประกอบ 25 ความลึกซาบซึมได้กรณีความไม่สมมาตรแบบ ทรงรี-ทรงรี เปรียบเทียบกับการทดลองของแมกนีเซียมไดโบไรด์	49
ภาพประกอบ 26 ความลึกซาบซึมได้กรณีความไม่สมมาตรแบบ แพนเค้ก-แพนเค้ก เปรียบเทียบกับการทดลองของแคลเซียมอะลูมิเนียมซิลิโคน	50
ภาพประกอบ 27 ความลึกซาบซึมได้กรณีความไม่สมมาตรแบบ แพนเค้ก-ทรงรี เปรียบเทียบกับการทดลองของแคลเซียมอะลูมิเนียมซิลิโคน	51
ภาพประกอบ 28 ความลึกซาบซึมได้กรณีความไม่สมมาตรแบบ ทรงรี-แพนเค้ก เปรียบเทียบกับการทดลองของแคลเซียมอะลูมิเนียมซิลิโคน	52
ภาพประกอบ 29 ความลึกซาบซึมได้กรณีความไม่สมมาตรแบบ ทรงรี-ทรงรี เปรียบเทียบกับการทดลองของแคลเซียมอะลูมิเนียมซิลิโคน	53
ภาพประกอบ 30 เปรียบเทียบกับผลการทดลองกับการคำนวณทั้ง 4 แบบ ของแมกนีเซียมไดโบไรด์	55
ภาพประกอบ 31 เปรียบเทียบกับผลการทดลองกับการคำนวณทั้ง 4 แบบ ของแคลเซียมอะลูมิเนียมซิลิโคน	56



บทที่ 1

บทนำ

1.1 ประวัติการค้นพบตัวนำยวดยิ่ง

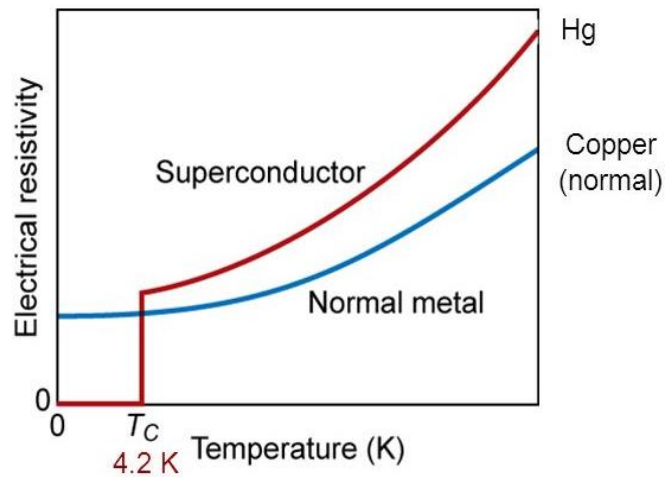
คาร์เมอร์ลิง ออนเนสใช้เวลาทำงานถึง 7 ปี ในการค้นพบวิธีการทำให้ก๊าซฮีเลียมเป็นฮีเลียมเหลว หลักการทำงานของเครื่องมือที่สร้างขึ้นมา คือ ด้วยการนำก๊าซฮีเลียมที่ผ่านการลดอุณหภูมิลงด้วยไฮโดรเจนเหลวจนถึงอุณหภูมิ 15 เคลวิน ที่ความดัน 10^7 Pa มาปล่อยให้ผ่านรูพรุนออกสู่ภาชนะบรรจุที่มีความดัน 10^5 Pa หรือ 1 บรรยากาศ การขยายตัวอย่างรวดเร็วทำให้อุณหภูมิก๊าซลดต่ำลง และเมื่อนำก๊าซฮีเลียมที่มีอุณหภูมิต่ำมาก มาผ่านรูพรุนซ้ำอีกประมาณ 20 ครั้ง จึงได้ฮีเลียมเหลวที่อุณหภูมipประมาณ 4 เคลวิน ซึ่งถือว่าเป็นอุณหภูมิต่ำมากในสมัยนั้น (ค.ศ.1908) ดังนั้นจึงเป็นโอกาสที่จะได้ทดลองคุณสมบัติของสารชนิดต่างๆ ที่อุณหภูมิต่ำ (<https://www.nobelprize.org/prizes/physics/1913/annes/biographical/>)



ภาพประกอบ 1 คาร์เมอร์ลิง ออนเนส

ที่มา : https://en.wikipedia.org/wiki/Heike_Kamerlingh_Onnes_ (<https://en.wikipedia.org>)

การทดลองเมื่อนำฮีเลียมเหลวไปทดสอบกับตัวนำไฟฟ้าทองแดง เพื่อดูคุณสมบัติความต้านทานไฟฟ้า ผลที่ได้คือค่าความต้านทานไฟฟ้าเปลี่ยนแปลงลดลงเพียงเล็กน้อยและมีความต่อเนื่องเมื่อลดอุณหภูมิลงเข้าใกล้ 4 เคลวิน ดังภาพประกอบ 2 นอกจากนี้เมื่อทดลองในตัวนำไฟฟ้าชนิดอื่นก็ได้ผลในลักษณะเดียวกับตัวนำไฟฟ้าทองแดง(Callister, 2007)



ภาพประกอบ 2 ความสัมพันธ์ระหว่างความต้านทานไฟฟ้ากับอุณหภูมิของปรอทและทองแดง

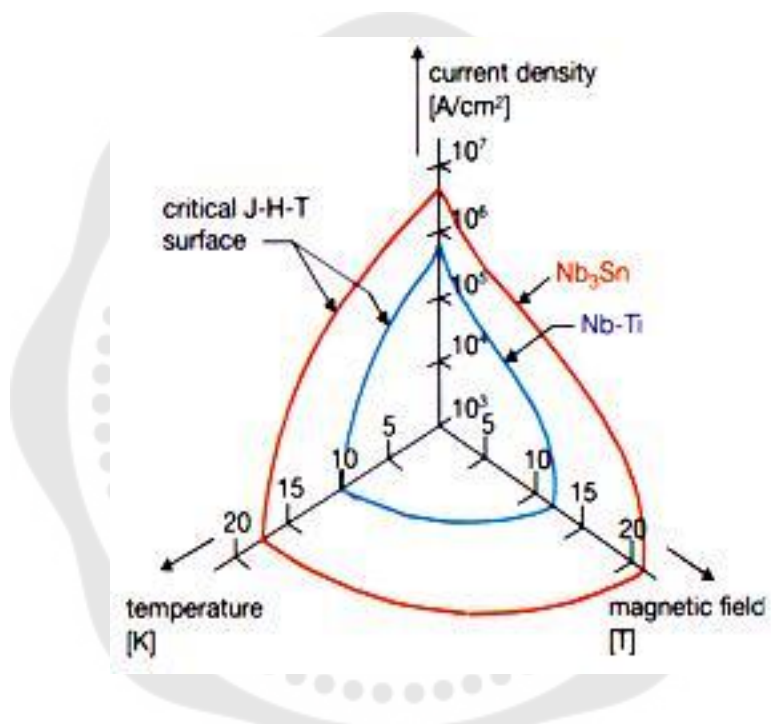
ที่มา : William, D. ; and Callister, Jr. (2007) Materials Science and Engineering 7e,105.

ในปี ค.ศ.1911 ฮอนเนสได้นำฮีเลียมเหลวไปทดสอบกับปรอท เพื่อศึกษาคุณสมบัติทางความต้านทานไฟฟ้า พบว่าเมื่อลดอุณหภูมิถึง 4.2 เคลวิน ความต้านทานไฟฟ้าของปรอทลดลงอย่างรวดเร็วโดยค่าความต้านทานที่วัดได้ใกล้เคียงศูนย์โอห์ม ดังภาพประกอบ 2 ต่อมาได้ทดลองกับโลหะหลายชนิด เช่น ตะกั่ว ดีบุก ไนโอเบียม พบว่าสารเหล่านี้มีค่าอุณหภูมิวิกฤต เท่ากับ 3.69 7.26 และ 9.2 เคลวิน ตามลำดับ

ในปีค.ศ.1913 ฮอนเนสได้รับรางวัลโนเบลจากผลงานในปี ค.ศ.1911 นอกจากนี้แล้ว ฮอนเนสยังได้ทดลองจ่ายกระแสไฟฟ้าไปในตัวนำแบบเส้นวงกลม และรักษาอุณหภูมิไว้ที่ 4 เคลวิน เมื่อเวลาผ่านไปหนึ่งปียังคงพบว่ามีกระแสไหลในตัวนำเส้นวงกลม เรียกกระแสนี้ว่า กระแสยืนยง (Persistent Currents) ซึ่งกระแสนี้ไหลโดยไม่มีศักย์ไฟฟ้า นอกจากนี้ยังพบว่าความหนาแน่นกระแสสามารถทำลายสภาพนำยวดยิ่งได้ เรียกค่าความหนาแน่นกระแสนี้ว่า ความหนาแน่นกระแสวิกฤต (Critical Current Density, J_c) หลังจากนั้นนักวิทยาศาสตร์ได้ทำความเข้าใจถึงหลักการของตัวนำยวดยิ่งและมีการค้นพบสารที่เป็นตัวนำยวดยิ่งเพิ่มขึ้น แต่ถึงอย่างไรก็ตาม

อุณหภูมิที่จะทำให้เกิดปรากฏการณ์ดังกล่าวยังคงน้อยกว่า 23 เคลวิน ทำให้ต้องใช้ฮีเลียมเหลวที่มีอุณหภูมิ 4 เคลวิน ในการรักษาอุณหภูมิให้อยู่ในสภาพตัวนำยิ่งยวด

ในปี ค.ศ.1914 ออนเนสได้ค้นพบว่าสนามแม่เหล็กภายนอกสามารถทำลายสภาพนำยวดยิ่งได้ เรียกค่าสนามแม่เหล็กค่านี้ว่า สนามแม่เหล็กวิกฤต (H_c) คือ ถ้าสนามแม่เหล็กภายนอกมีค่าสูงกว่าค่าสนามแม่เหล็กวิกฤตจะทำลายสภาพนำยวดยิ่งโดยจะเปลี่ยนไปเป็นสภาพตัวนำปกติ เมื่อได้รวมปัจจัยทั้ง 3 อุณหภูมิ ความหนาแน่นกระแส และสนามแม่เหล็กภายนอกที่มีผลต่อสภาพนำยวดยิ่งดังที่แสดงในภาพประกอบ 3

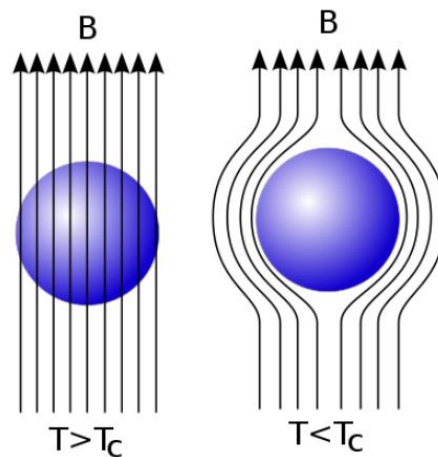


ภาพประกอบ 3 ขอบเขตของการเกิดสภาพนำยวดยิ่งจากอุณหภูมิ (T)
ความหนาแน่นกระแส (J) และสนามแม่เหล็กภายนอก (H)

ที่มา : Lyndon Evans (2009). The Large Hadron Collider: A Marvel of Technology.
Cern and EPFL press. (Evans, 2009)

ในปี 1933 ไมสเนอร์ และโอเซนเฟลด์ (Meissner and Ochsenfeld, 1933) ได้พบสมบัติพื้นฐานของตัวนำยิ่งยวดคือ เมื่อถูกทำให้มีอุณหภูมิมากกว่าอุณหภูมิวิกฤต สนามแม่เหล็กที่ใส่เข้าไปจะสามารถทะลุผ่านได้แต่ถ้าถูกทำให้มีอุณหภูมิต่ำกว่าอุณหภูมิวิกฤตสนามแม่เหล็กภายนอกที่

ใส่เข้าไปจะไม่สามารถทะลุผ่านได้เรียกปรากฏการณ์นี้ว่าปรากฏการณ์ไมสเนอร์ ดังแสดงในภาพประกอบ 4



ภาพประกอบ 4 ปรากฏการณ์ไมสเนอร์

ที่มา <https://th.wikipedia.org/wiki/ตัวนำยวดยิ่งอุณหภูมิสูง>. (Meissner, 1933)

ในปี ค.ศ. 1986 เบดเนอร์ซ และมุลเลอร์ (Bednorz & Müller, 1986) ได้มีการค้นพบตัวนำยวดยิ่งอุณหภูมิสูง ในสารประกอบ Ba-La-Cu-O ซึ่งมีอุณหภูมิวิกฤตสูงกว่า 30 เคลวิน และจากผลงานนี้ทำให้พวกเขาได้รับรางวัลโนเบลในปี ค.ศ. 1988

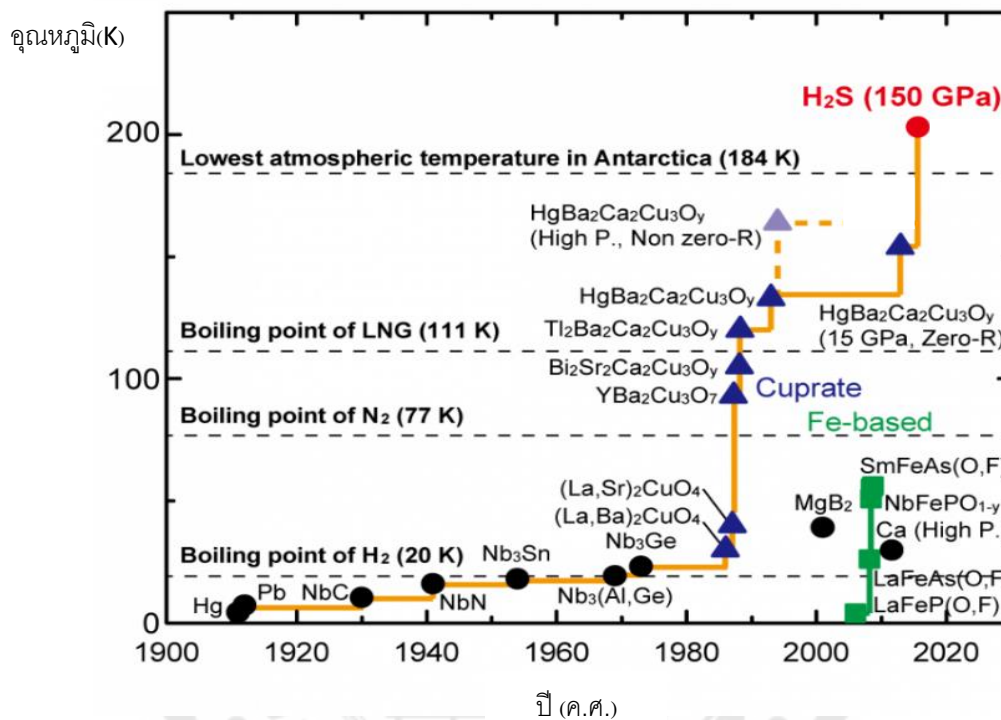
ในปี ค.ศ. 1987 ชูและคณะ (Chu et al., 1987) ได้มีการค้นพบตัวนำยวดยิ่งอุณหภูมิสูงในสารประกอบ Y-Ba-Cu-O ซึ่งมีอุณหภูมิวิกฤต 90 เคลวิน

ในปี ค.ศ. 2001 อาคิมิตสึ และคณะ (Nagamatsu, Nakagawa, Muranaka, Zenitani, & Akimitsu, 2001) ได้มีการค้นพบตัวนำยวดยิ่งในสารประกอบ MgB_2 ซึ่งมีอุณหภูมิวิกฤต 40 เคลวิน

ในปี ค.ศ. 2008 คามิฮาราและคณะ (Kamihara, Watanabe, Hirano, & Hosono, 2008) ได้ค้นพบตัวนำยวดยิ่งในสารประกอบ La-O-F-Fe-As ที่ไม่มีส่วนประกอบของคอปเปอร์ออกไซด์มีอุณหภูมิวิกฤต 26 เคลวิน แต่มีค่าสนามแม่เหล็กวิกฤตที่ 2 สูงมาก

ในปี ค.ศ. 2015 โดรซดอฟและคณะ (Drozdov et al., 2015) ได้มีการค้นพบตัวนำยวดยิ่งในสารประกอบ H_2S ซึ่งมีอุณหภูมิวิกฤตสูงถึง 203 เคลวิน โดยอยู่ในความดันสูง ประมาณ 150

GPa ระยะเวลา มากกว่า 100 ปี การศึกษาวิจัยด้านตัวนำยิ่งยวดยิ่งมีพัฒนาการอย่างต่อเนื่องมีการค้นพบตัวนำยิ่งยวดที่มีอุณหภูมิวิกฤตสูงขึ้นเรื่อยๆ ทำให้การรักษาอุณหภูมิทำได้ง่ายขึ้นและในอนาคตอันใกล้เราอาจจะได้เห็นตัวนำยิ่งยวดที่มีอุณหภูมิห้อง ดังแสดงในภาพประกอบ 5



ภาพประกอบ 5 ลำดับการค้นพบตัวนำยิ่งยวด

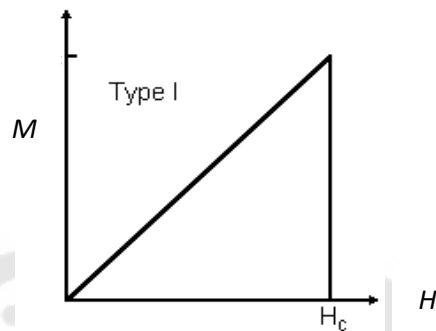
ที่มา : (Einaga et al., 2016; <https://www.asianscientist.com/2016/09/in-the-lab/hydrogen-sulfide-crystal-structure-superconducting-phase.>)

1.2 ชนิดของตัวนำยิ่งยวด

การแบ่งชนิดของตัวนำยิ่งยวดยังมีหลายแบบ ถ้าพิจารณาจากคุณสมบัติทางแม่เหล็กภายใน (M) และค่าสนามแม่เหล็กภายนอก (H) สามารถแบ่งออกเป็นตัวนำยิ่งยวดประเภทที่ 1 และตัวนำยิ่งยวดประเภทที่ 2 การแบ่งชนิดพิจารณาจากสนามแม่เหล็กวิกฤตภายนอก และสนามแม่เหล็กภายในโดยให้อุณหภูมิคงที่ ตัวนำยิ่งยวดทั้งสองประเภทนี้ไม่มีความเป็นแม่เหล็ก นอกจากนี้ยังมีตัวนำยิ่งยวดที่ผ่านการเจือด้วยสารเจือแบบแม่เหล็กมีผลทำให้มีความเป็นแม่เหล็กในโครงสร้างมีผลให้อุณหภูมิวิกฤตมีค่าต่ำลง นอกจากนี้ยังมีการแบ่งตัวนำยิ่งยวดตามประเภท

ขององค์ประกอบสาร แบ่งได้เป็น 3 ชนิดคือ ตัวนำยวดยิ่งในธาตุ ตัวนำยวดยิ่งในอัลลอย และ ตัวนำยวดยิ่งในสารประกอบ

1.2.1 ตัวนำยวดยิ่งประเภทที่ 1

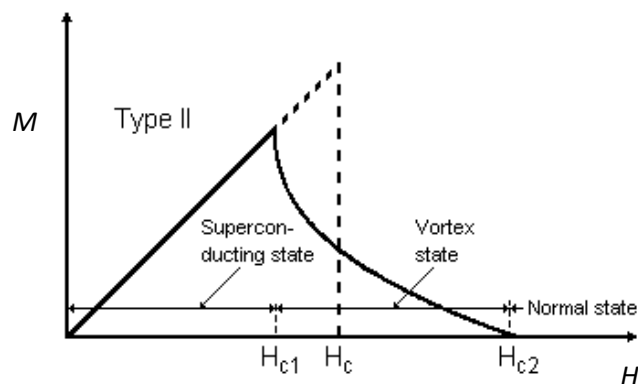


ภาพประกอบ 6 ความสัมพันธ์ระหว่างค่าสนามแม่เหล็กภายนอก(H)และสนามแม่เหล็กภายใน (M) ที่อุณหภูมิคงตัว

ที่มา: (Buckel, 1991): Fundamentals and Application

เมื่อพิจารณาภาพประกอบ 6 พบว่าตัวนำจะอยู่ในสถานะนำปกติเมื่อสนามแม่เหล็กภายนอกมีค่ามากกว่าสนามแม่เหล็กวิกฤตที่ 1 และอยู่ในสถานะนำยวดยิ่งเมื่อสนามแม่เหล็กภายนอกมีค่าน้อยกว่าสนามแม่เหล็กวิกฤตที่ 1 ซึ่งที่สถานะยวดยิ่งสนามแม่เหล็กภายในจะมีค่าเป็นศูนย์ ทำให้เกิดปรากฏการณ์ไมส์เนอร์อย่างสมบูรณ์ คือ เส้นแรงแม่เหล็กไม่สามารถพุ่งผ่านตัวนำยวดยิ่งได้

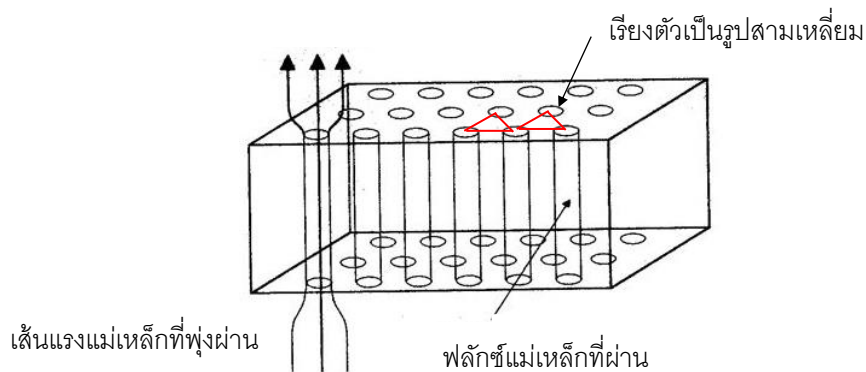
1.2.2 ตัวนำยิ่งยวดประเภทที่ 2



ภาพประกอบ 7 ความสัมพันธ์ระหว่างค่าสนามแม่เหล็กภายนอก (H_{c1}, H_c, H_{c2}) และสนามแม่เหล็กภายใน (M) ระหว่างตัวนำยิ่งยวดประเภทที่ 1 และตัวนำยิ่งยวดประเภทที่ 2

ที่มา (Buckel, 1991): Fundamentals and Application.

สำหรับตัวนำยิ่งยวดประเภทที่ 2 จากทฤษฎีกันซ์เบิร์กแลนดาว จะให้ค่าสนามแม่เหล็กวิกฤติสองค่า คือ สนามแม่เหล็กวิกฤติที่ 1 (H_{c1}) และสนามแม่เหล็กวิกฤติที่ 2 (H_{c2}) และเมื่อพิจารณาภาพประกอบ 7 พบว่า ตัวนำจะอยู่ในสถานะปกติเมื่อสนามแม่เหล็กภายนอกมีค่ามากกว่าสนามแม่เหล็กวิกฤติที่ 2 ตัวนำจะอยู่ในสถานะนำยวดยิ่งเมื่อสนามแม่เหล็กภายนอกมีค่าน้อยกว่าสนามแม่เหล็กวิกฤติที่ 1 ตัวนำจะแสดงปรากฏการณ์ไมสเนอร์อย่างสมบูรณ์ ($\bar{h} = 0$) และตัวนำจะอยู่ในสถานะผสมระหว่างการนำแบบยวดยิ่งและการนำแบบปกติ เมื่อสนามแม่เหล็กภายนอกมีค่ามากกว่าสนามแม่เหล็กวิกฤติที่ 1 แต่จะน้อยกว่าสนามแม่เหล็กวิกฤติที่ 2 โดยเส้นแรงแม่เหล็กสามารถพุ่งผ่านบริเวณนี้ได้บางส่วนและมีการเรียงตัวของเส้นแรงแบบเป็นรูปสามเหลี่ยม เรียกบริเวณนี้ว่าเฟสชubinคอฟ (Shubnikov phase) แสดงในภาพประกอบ 8



ภาพประกอบ 8 บริเวณเฟสพันคอปที่มีการเรียงตัวเป็นรูปสามเหลี่ยม

ที่มา : Werner Buckel. (1991) Superconductivity : Fundamentals and Application.

1.3 ความมุ่งหมายของการวิจัย

- 1.3.1 สามารถหาความลึกซาบซึมได้ของตัวนำยิ่งยวดโดยใช้ทฤษฎีกินซ์เบิร์กแลนดาวของตัวนำยิ่งยวดที่ขึ้นกับทิศทางคลื่นชนิดเอส
- 1.3.2 สามารถเปรียบเทียบผลการคำนวณความลึกซาบซึมได้ของตัวนำยิ่งยวดโดยใช้ทฤษฎีกินซ์เบิร์กแลนดาวของตัวนำยิ่งยวดที่ขึ้นกับทิศทางคลื่นชนิดเอส กับผลการทดลอง

1.4 ความสำคัญของการวิจัย

การศึกษาตัวนำยิ่งยวดมีความสำคัญในการพัฒนาประเทศเป็นอย่างมาก เนื่องจากเป็นวัสดุพื้นฐานที่สามารถสร้างอุปกรณ์ต่างๆ ได้มากมาย เช่น ตัวนำไฟฟ้าที่มีประสิทธิภาพสูง มอเตอร์ หรือ เครื่องมือทางการแพทย์ ในงานวิจัยนี้ศึกษาความลึกซาบซึมได้ของตัวนำยิ่งยวดที่ขึ้นกับทิศทางคลื่นชนิดเอส ซึ่งสามารถนำผลการศึกษานี้ไปต่อยอด และพัฒนาอุปกรณ์ด้านตัวนำยิ่งยวดต่อไปได้

1.5 ขอบเขตของการวิจัย

- 1.5.1 ศึกษาความลึกซาบซึมได้ของตัวนำยิ่งยวดโดยใช้ทฤษฎีกินซ์เบิร์กแลนดาวของตัวนำยิ่งยวดที่ขึ้นกับทิศทางคลื่นชนิดเอสได้
- 1.5.2 เปรียบเทียบผลการคำนวณความลึกซาบซึมได้ กับผลการทดลอง

บทที่ 2

ทฤษฎีและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

ทฤษฎีใช้อธิบายสภาพนำยวดยิ่งมี 2 รูปแบบคือ ทฤษฎีแบบจุลภาคคือ ทฤษฎีบีซีเอส (BCS Theory) และทฤษฎีแบบมหภาคคือ ทฤษฎีกินซ์เบิร์กแลนดาว (Ginzburg-Landau Theory) ซึ่งแต่ละทฤษฎีมีจุดเด่นและจุดด้อยต่างกัน คือ ทฤษฎีบีซีเอส สามารถอธิบายตัวนำยวดยิ่งแบบอุณหภูมิต่ำได้ดีแต่ไม่ให้ผลถูกต้องมากนักในตัวนำยวดยิ่งอุณหภูมิต่ำ ส่วนทฤษฎีกินซ์เบิร์กแลนดาว ใช้หลักการกำหนดตัวแปรความเป็นระเบียบ สามารถอธิบายสมบัติของตัวนำยวดยิ่งที่อยู่ในบริเวณที่มีสนามแม่เหล็กได้ดี

2.1 ทฤษฎีกินซ์เบิร์กแลนดาว

ทฤษฎีกินซ์เบิร์กแลนดาวถูกนำเสนอโดยกินซ์เบิร์ก และแลนดาวเป็นทฤษฎีแบบปรากฏการณ์ (Phenomenological Theory) โดยพิจารณาถึงพลังงานอิสระในสถานะนำยวดยิ่ง สามารถเขียนกระจายอยู่ในเทอมของตัวแปรบอกความเป็นระเบียบ (Order parameter, ψ) รวมกับพลังงานอิสระในสถานะปกติดังสมการ (Buckel, 1991; Kittel, 1991)

$$f_s = f_n + a|\psi|^2 + \frac{1}{2}b|\psi|^4 + \dots$$

โดย f_s คือ ความหนาแน่นพลังงานอิสระในสถานะนำยวดยิ่ง

f_n คือ ความหนาแน่นพลังงานอิสระในสถานะปกติ

a, b คือ ค่าคงตัว

ψ คือ ตัวแปรแสดงความเป็นระเบียบ

$|\psi|^2 = 0$ เมื่อ $T > T_c$

$|\psi|^2 = \text{ค่าคงตัว}$ เมื่อ $T < T_c$

$|\psi|^2$ คือ ความหนาแน่นของความน่าจะเป็นของฟังก์ชันคลื่นของอิเล็กตรอนในสภาพนำยวดยิ่ง และในทฤษฎีนี้ได้นำเทอมพลังงานจลน์รวมไว้ในสมการของความหนาแน่นพลังงานอิสระ

ซึ่งเทอมพลังงานจลน์ คือ $\frac{1}{2m^*}|\hbar\nabla\psi|^2$ โดย $m^* = 2m$ เป็นมวลยังผลในสถานะนำยวดยิ่ง และเป็นอนุภาคที่เป็นคู่คูเปอร์ ซึ่งเป็นกลไกของการเกิดสภาพนำยวดยิ่ง และเมื่อนำตัวยวดยิ่งอยู่ภายใต้สนามแม่เหล็กภายนอก จะแสดงให้เห็นถึงสภาพแม่เหล็กภายใน $\vec{h}(r)$ ที่เกิดขึ้นในเทอม

ของศักย์เวกเตอร์ (Vector Potential, $\vec{A}(r)$) คือ $\vec{h} = \nabla \times \vec{A}$ ทำให้ $\hat{H} = \frac{1}{2m^*}(-i\hbar\nabla + \frac{q}{c}\vec{A})^2$ ซึ่งเป็นแฮมิลโทเนียนของอนุภาคที่มีประจุ q ในสนามแม่เหล็ก และทำให้เขียนเทอมพลังงานจลน์ใหม่ได้เป็น $\frac{1}{2m^*}\left|(-i\hbar\nabla + \frac{e^*}{c}\vec{A})\psi\right|^2$ โดย $e^* = 2e$ เป็นประจุยังผล ดังนั้นความหนาแน่นพลังงานอิสระในสถานะนำยวดยิ่งที่อยู่ในสนามแม่เหล็ก สามารถเขียนได้เป็น

$$f'_s = f_n + a|\psi|^2 + \frac{1}{2}b|\psi|^4 + \frac{1}{2m^*}\left|(-i\hbar\nabla + \frac{e^*}{c}\vec{A})\psi\right|^2 + \frac{h^2}{8\pi} \quad (2.1)$$

โดย $\frac{h^2}{8\pi}$ คือ ความหนาแน่นพลังงานของสนามแม่เหล็ก

และจากสมการที่ (2.1) พลังงานอิสระทั้งหมดของระบบหาได้จากการคิดผลรวมของพลังงานอิสระทั่วทั้งก้อนของตัวนำ และจาก $f_s = \int d\vec{r} f'_s(\vec{r})$ สามารถเขียนสมการใหม่ได้ดังนี้

$$f_s = \int d\vec{r} \left[f_n + a|\psi|^2 + \frac{1}{2}b|\psi|^4 + \frac{1}{2m^*}\left|(-i\hbar\nabla + \frac{e^*}{c}\vec{A})\psi\right|^2 + \frac{h^2}{8\pi} \right] \quad (2.2)$$

จากสมการที่ (2.2) ได้ทำการคำนวณและจัดรูปสมการเพื่อลดรูปเป็นสมการกิ้นซ์เบิร์กแลนดาวที่ 1 และที่ 2 สำหรับสมการกิ้นซ์เบิร์กแลนดาวที่ 1 ถูกเขียนให้อยู่ในรูป

$$\frac{1}{2m^*}\left(-i\hbar\nabla + \frac{e^*}{c}\vec{A}\right)^2\psi + a\psi + b|\psi|^2\psi = 0 \quad (2.3)$$

โดยสมการกิ้นซ์เบิร์กแลนดาวที่ 1 นี้มาจากการแปรค่าสมการความหนาแน่นพลังงานอิสระในสมการที่สมการที่ (2.2) เทียบกับ ψ^* เพื่อให้ระบบมีค่าพลังงานรวมที่ต่ำที่สุดที่สภาวะสมดุล ซึ่งระบบจะมีความเสถียรมากที่สุดและจะได้ว่า $\partial F_s = 0$ หรือ $\frac{\partial F_s}{\partial \psi^*} = 0$ และจาก

$\partial F_s = \int d\vec{r} \frac{\partial f_s}{\partial \psi^*} \partial \psi^*$ สามารถเขียนสมการใหม่ได้ดังนี้

$$\int d\vec{r} \frac{\partial f_s}{\partial \psi^*} \partial \psi^* = \int d\vec{r} \left[f_n + a|\psi|^2 + \frac{1}{2}b|\psi|^4 + \frac{1}{2m^*}\left|(-i\hbar\nabla + \frac{e^*}{c}\vec{A})\psi\right|^2 + \frac{h^2}{8\pi} \right] \quad (2.4)$$

จัดรูปเทอมพลังงานจลน์จากสมการที่ (2.4) โดยพิจารณาจากทฤษฎีบทไดเวอร์เจนซ์ (Divergence Theorem)

$$\frac{1}{2m^*} \int \left| \left(-i\hbar\nabla + \frac{e^*}{c}\vec{A} \right) \psi \right|^2$$

$$= \frac{1}{2m^*} \int d\vec{r} \left[\hbar^2 \nabla \psi^* \cdot \nabla \psi + -i\hbar \nabla + \frac{e^*}{c} \vec{A} \psi \cdot \nabla \psi^* - i\hbar \frac{e^*}{c} \vec{A} \psi^* \cdot \nabla \psi + \left(\frac{e^*}{c} \right)^2 A^2 |\psi|^2 \right] \quad (2.5)$$

$$\text{จากทฤษฎีบทไดเวอร์เจนซ์} \int_V d\vec{v} \nabla \cdot \vec{P} = \oint_S \vec{P} \cdot d\vec{s}$$

โดย s คือ ผิวปิดที่ล้อมรอบปริมาตร v

$d\vec{s}$ คือ เวกเตอร์ที่ตั้งฉากกับผิวปิด s

ซึ่งกำหนดให้ $\vec{P} = f\vec{Q}$ เมื่อ f เป็นปริมาณสเกลาร์ และ $\vec{P}, \vec{Q}$ เป็นปริมาณเวกเตอร์

$\nabla \cdot \vec{P} = \nabla \cdot f\vec{Q} = f\nabla \cdot \vec{Q} + \vec{Q} \cdot \nabla f$ และจากทฤษฎีบทไดเวอร์เจนซ์จะได้ว่า

$$\int_V d\vec{v} f \nabla \cdot \vec{Q} + \int_V d\vec{v} \vec{Q} \cdot \nabla f = \oint_S f \vec{Q} \cdot d\vec{s}$$

ถ้า $f = \psi^*$ และ $\vec{Q} = \nabla \psi$

$$\int_V d\vec{v} \psi^* \nabla^2 \psi + \int_V d\vec{v} \nabla \psi \cdot \nabla \psi^* = \oint_S \psi^* \nabla \psi \cdot d\vec{s} \quad (2.6)$$

ถ้า $f = \psi^*$ และ $\vec{Q} = \vec{A} \psi$

$$\int_V d\vec{v} \psi^* \nabla \cdot \vec{A} \psi + \int_V d\vec{v} \vec{A} \psi \cdot \nabla \psi^* = \oint_S \psi^* \vec{A} \psi \cdot d\vec{s} \quad (2.7)$$

แทนสมการที่ (2.6) และ (2.7) ลงในสมการที่ (2.5) และเนื่องจาก

$$\left(-i\hbar \nabla + \frac{e^*}{c} \vec{A} \right)^2 = -\hbar^2 \nabla^2 - \frac{i\hbar e^*}{c} \nabla \cdot \vec{A} - \frac{i\hbar e^*}{c} \vec{A} \cdot \nabla + \frac{e^{*2}}{c^2} A^2 \text{ สามารถเขียนสมการที่}$$

(2.5) ใหม่ได้

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2m^*} \int \left| \left(-i\hbar \nabla + \frac{e^*}{c} \vec{A} \right) \psi \right|^2 d\vec{v} \\ &= \frac{1}{2m^*} \int_V d\vec{v} \left[\psi^* \left(-i\hbar \nabla + \frac{e^*}{c} \vec{A} \right)^2 \psi \right] + \frac{i\hbar}{2m^*} \oint_S \left[\psi^* \left(-i\hbar \nabla + \frac{e^*}{c} \vec{A} \right) \psi \right] \cdot d\vec{s} \end{aligned} \quad (2.8)$$

จากเงื่อนไขพื้นที่ผิว (surface condition) $\hat{n} \cdot \left(-i\hbar \nabla + \frac{e^*}{c} \vec{A} \right) \psi = 0$ สำหรับทุกๆ จุดบนผิวของ

ตัวนำวยอดึงกับเวกเตอร์ปกติ ($\hat{n}$) ดังนั้นสมการการแปรค่าเทียบกับ ψ^* ได้เป็น

$$\frac{df}{d\psi^*} = 0 = a\psi + b|\psi|^2 \psi + \frac{1}{2m^*} \left(-i\hbar \nabla + \frac{e^*}{c} \vec{A} \right)^2 \psi \quad (2.9)$$

และจัดรูปใหม่ได้เป็นสมการกินซ์เบิร์กแลนดาวที่ 1 ดังสมการที่ (2.3)

จากสมการกิ้นส์เบิร์กแลนดาวได้มีผู้นำไปใช้อย่างกว้างขวางเพื่อนำไปใช้อธิบายสมบัติของตัวนำยวดยิ่งในสนามแม่เหล็ก เช่น สนามแม่เหล็กวิกฤตที่ 1 (H_{c1}) สนามแม่เหล็กวิกฤตที่ 2 (H_{c2}) และเป็นงานที่ได้รับการพัฒนาโดยอะบริคอฟ ในปี 1957 (Abrikosov, 1957) ได้กำหนดตัวแปร κ โดย $\kappa = \frac{\lambda_L}{\xi}$ เมื่อ ξ คือ ความยาวอาพันธ์ของคูคูเปอร์ และ λ_L คือ ความลึกซาบซึมได้ของลอนดอน ซึ่งเป็นเงื่อนไขสำหรับการแบ่งตัวนำยวดยิ่งเป็นชนิดที่ 1 และตัวนำยวดยิ่งชนิดที่ 2 โดย (Abrikosov, 1957)

$$\kappa < \frac{1}{\sqrt{2}} \text{ สำหรับตัวนำยวดยิ่งชนิดที่ 1}$$

$$\kappa > \frac{1}{\sqrt{2}} \text{ สำหรับตัวนำยวดยิ่งชนิดที่ 2}$$

2.2 สนามแม่เหล็กวิกฤตที่ 1

สมการค่าสนามแม่เหล็กวิกฤตที่ 1 พิจารณากรณีที่ $H_{c1} < H < H_{c2}$ และพิจารณาฟลักซ์แม่เหล็กซึ่งไม่สม่ำเสมอแต่ถูกตรึงอยู่กับที่และมีการแทรกซึมอย่างสมมาตร กำหนดให้ฟลักซ์แม่เหล็กอยู่ในแนวแกน z ซึ่งถ้าฟลักซ์แม่เหล็กที่พุ่งผ่านเนื้อตัวนำยวดยิ่งมีค่าสม่ำเสมอ จะได้ว่า $\psi = 0$ สำหรับทุกๆ ตำแหน่งของฟลักซ์แม่เหล็ก โดยค่าสนามแม่เหล็กวิกฤตที่ 1 มีค่าเป็น

$$H_{c1} \approx \frac{1}{2} \frac{\hbar c}{e^*} \frac{1}{\lambda^2} \ln \kappa \quad (2.10)$$

เมื่อ κ ถูกเรียกว่าค่ากิ้นส์เบิร์กแลนดาวพารามิเตอร์ มีค่าเป็นสัดส่วนของค่าความลึกซาบซึมได้ของลอนดอน (λ_L) ต่อความยาวอาพันธ์ (ξ)

2.3 สนามแม่เหล็กวิกฤตที่ 2

สมการค่าสนามแม่เหล็กวิกฤตที่ 2 พิจารณากรณีที่ H มีค่าคงตัว และมีทิศทางอยู่ในแกน z ได้ค่าสนามแม่เหล็กวิกฤตดังนี้

$$H = \frac{2m^*c}{(2n+1)\hbar e^*} |a| \quad (2.11)$$

ในการพิจารณาค่า H_{c2} จะต้องพิจารณาค่าที่มากที่สุด เมื่อ $n=0$ จึงทำให้ได้สมการค่าสนามแม่เหล็กวิกฤตที่ 2 ดังนี้

$$H_{c2} = \frac{2m^*c}{\hbar e^*} |a| \quad (2.12)$$

สนามแม่เหล็กวิกฤตที่ 2 แบบสองแถบพลังงาน การคำนวณสนามแม่เหล็กวิกฤตที่ 2 ของตัวนำยวดยิ่งแบบสองแถบพลังงาน พิจารณาฟังก์ชันความหนาแน่นของพลังงานอิสระ (Askerzade et al., 2002; Doh et al., 1999)

$$F_{sc} = \int d^3r \left(F_1 + F_{12} + F_2 + \frac{H^2}{8\pi} \right)$$

เมื่อ

$$F_i = \frac{\hbar^2}{4m_i} \left| \left(\nabla - \frac{2\pi i \vec{A}}{\phi_0} \right) \psi_i \right|^2 + a_i(T) \psi_i^2 + \frac{b_i \psi_i^4}{2} \quad (2.13)$$

และ

$$F_{12} = \varepsilon(\psi_1^* \psi_2 + c.c.) + \varepsilon_1 \left\{ \left(\nabla + \frac{2\pi i \vec{A}}{\phi_0} \right) \psi_1^* \left(\nabla - \frac{2\pi i \vec{A}}{\phi_0} \right) \psi_2 + c.c. \right\} \quad (2.14)$$

- โดย F_i คือ ความหนาแน่นพลังงานอิสระของแต่ละแถบพลังงาน
 F_{12} คือ ความหนาแน่นพลังงานที่เกิดจากอันตรกิริยาระหว่างแถบพลังงานที่ 1 และ 2
 $c.c.$ คือ เทอมคอนจูเกตของเทอมด้านหน้า
 m_i คือ มวลยังผลในแต่ละแถบพลังงาน
 a, b คือ ค่าคงตัว
 H คือ สนามแม่เหล็กภายนอก
 $\vec{A}$ คือ ศักย์เวกเตอร์
 ϕ_0 คือ ฟลักซ์แม่เหล็กควอนตัม
 ε คือ ตัวแปรที่แสดงอันตรกิริยาของค่าตัวแปรที่บอกความเป็นระเบียบ
 ε_1 คือ อนุพันธ์ของตัวแปรที่แสดงอันตรกิริยาของค่าตัวแปรที่บอกความเป็นระเบียบ

แปรค่าความหนาแน่นพลังงานอิสระเทียบกับ ψ_1^* และ ψ_2^* จะได้ $\frac{\partial F}{\partial \psi_1^*} = 0$ และ $\frac{\partial F}{\partial \psi_2^*} = 0$

กำหนด $\psi_1 = \lambda_1 e^{\frac{ax^2}{2}}$ และ $\psi_2 = \lambda_2 e^{\frac{bx^2}{2}}$ เนื่องจากปัญหาที่พิจารณาใกล้เคียงกับปัญหาการเคลื่อนที่แบบฮาร์มอนิกอย่างง่าย ซึ่งสามารถคำนวณหาค่า H_{c2} โดยพิจารณาพลังงานที่ต่ำที่สุดจากสมการกินซ์เบิร์กแลนดาวที่ 1 ซึ่งมีสองสมการดังนี้

$$-\frac{\hbar^2}{4m_1} \left(\frac{d^2}{dx^2} - \frac{x^2}{l_s^2} \right) \psi_1 + a_1(T) \psi_1 + \varepsilon \psi_2 + \varepsilon_1 \left(\frac{d^2}{dx^2} - \frac{x^2}{l_s^2} \right) \psi_2 + b_1 \psi_1^3 = 0 \quad (2.15)$$

$$\frac{-\hbar^2}{4m_1} \left(\frac{d^2}{dx^2} - \frac{x^2}{l_s^2} \right) \psi_2 + a_2(T) \psi_2 + \varepsilon \psi_1 + \varepsilon_1 \left(\frac{d^2}{dx^2} - \frac{x^2}{l_s^2} \right) \psi_1 + b_2 \psi_1^3 = 0 \quad (2.16)$$

กำหนดศักย์เวกเตอร์ $\vec{A} = (0, Hx, 0)$ เมื่อ $l_s = \frac{\hbar c}{2He}$

จากนั้นจัดรูปให้อยู่ในรูปเมตริกซ์แล้วหาค่าไอเกนโดยให้ค่าดีเทอร์มิแนนต์ของเมตริกซ์ของสัมประสิทธิ์เป็นศูนย์ แล้วใช้การกระจายทวินาม (Binomial Series) ทำให้ได้ค่าสนามแม่เหล็กวิกฤตที่ 2 ของตัวนำยวดยิ่งแบบสองแถบพลังงานตามสมการ(ซังจันท์, 2548)

$$H_{c2} = \frac{(a_1 a_2 - \varepsilon^2)}{(a_1 + a_2) \frac{\hbar c}{2mc} + \frac{4\varepsilon \varepsilon_1 e}{\hbar c}} \quad (2.17)$$

โดยค่าสนามแม่เหล็กวิกฤตที่ 2 แบบสองแถบพลังงานนี้สามารถลดรูปสู่สมการค่าสนามแม่เหล็กวิกฤตแบบแถบพลังงานเดียวได้ จากความสัมพันธ์ $a_1(T_C) a_2(T_C) = \varepsilon^2$ ในกรณีไม่มีสนามแม่เหล็กจากสมการที่ (2.15), (2.16) จะได้

$$|\psi_1|^2 = -\frac{\varepsilon^2 (a_1(T) a_2(T) - \varepsilon^2)}{\varepsilon^2 b_1 a_2(T) + b_2 a_1^3(T)} \quad (2.18)$$

$$|\psi_2|^2 = -\frac{(a_1^2(T) (a_1(T) a_2(T) - \varepsilon^2))}{\varepsilon^2 b_1 a_2(T) + b_2 a_1^3(T)} \quad (2.19)$$

จากฟังก์ชันคลื่น $\psi(\vec{r}) = |\psi| e^{i\phi_j(\vec{r})}$. และ $\phi_j(\vec{r})$ คือเฟสของตัวแปรความเป็นระเบียบ

จากสมการที่ (2.18), (2.19) มีเงื่อนไขของความต่างเฟส คือ

$$\cos(\phi_1 - \phi_2) = 1 \text{ ถ้า } \varepsilon < 0 \text{ และ } \cos(\phi_1 - \phi_2) = -1 \text{ ถ้า } \varepsilon > 0$$

เมื่อพิจารณาความสัมพันธ์ในรูปแบบศักย์เวกเตอร์ $\vec{A}$, ϕ_1 และ ϕ_2 จะได้รูปแบบสมการ

$$\nabla x \nabla x \vec{A} = \frac{2\pi}{\phi_0} \left\{ \begin{aligned} & \frac{\hbar^2}{2m_1^*} n_1(T) \left(\frac{d\phi_1}{dr} - \frac{2\pi}{\phi_0} \vec{A} \right) + \frac{\hbar^2}{2m_2^*} n_2(T) \left(\frac{d\phi_2}{dr} - \frac{2\pi}{\phi_0} \vec{A} \right) + \\ & \varepsilon_1 \sqrt{n_1(T) n_2(T)} \cos(\phi_1 - \phi_2) \left[\left(\frac{d\phi_1}{dr} - \frac{2\pi}{\phi_0} \vec{A} \right) + \left(\frac{d\phi_2}{dr} - \frac{2\pi}{\phi_0} \vec{A} \right) \right] \end{aligned} \right\}$$

จากสมการแมกซ์เวล $\nabla x \vec{H} = \frac{4\pi}{c} \vec{J}$ และเงื่อนไขของความต่างเฟสจะได้สมการ

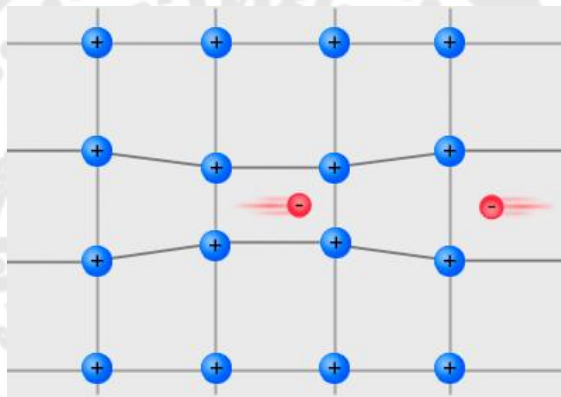
$$\lambda^2 \frac{d^2 \vec{H}}{dr^2} - \vec{H} = 0 \quad (\lambda \text{ คือ ความลึกซาบซึมได้ หรือ Penetration depth) จะได้ค่าของ } \lambda \text{ ดังนี้}$$

(Askerzade & Gencer, 2002)

$$\lambda(T) = \left[\left(\frac{8\pi}{c^2} \right) \left(\frac{n_1(T)}{m_1^*} + \frac{n_2(T)}{m_2^*} n_2(T) + \varepsilon_1 \sqrt{n_1(T)n_2(T)} \right) \right]^{-\frac{1}{2}}$$

2.4 ทฤษฎีบีซีเอส

ในปี ค.ศ. 1957 บาร์ดีน คูเปอร์ และชริฟเฟอร์ (Bardeen, Cooper & Schrieffer, 1957) ได้เสนอทฤษฎีบีซีเอส ทฤษฎีบีซีเอสได้อธิบายกลไกการเกิดสภาพนำยวดยิ่งซึ่งเกิดจากการจับคู่ของอิเล็กตรอน เรียกว่า คู่คูเปอร์ (Cooper pair) โดยเมื่ออิเล็กตรอนเคลื่อนที่เข้าไปในแลตทิซ (Lattice) จะทำอันตรกิริยากับแลตทิซ ทำให้แลตทิซมีการเสียสภาพ (Bardeen, Cooper, & Schrieffer, 1957) ดังภาพประกอบ 9



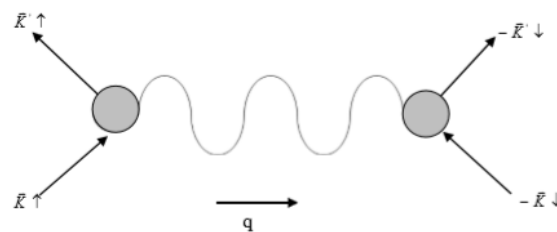
ภาพประกอบ 9 แสดงการเสียรูปทรงของแลตทิซเมื่ออิเล็กตรอนเคลื่อนที่เข้าไปในแลตทิซ

ที่มา:

https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Cooper_pairs.jpg (<https://commons.wikimedia.org>)

อันตรกิริยาทางไฟฟ้าจะเกิดขึ้นเมื่ออิเล็กตรอนตัวหนึ่งเคลื่อนที่ผ่านเข้าไประหว่างกลุ่มไอออนที่มีประจุบวก และอิเล็กตรอนตัวนี้จะดึงดูดไอออนบวกในบริเวณรอบ ๆ ให้เคลื่อนที่เข้ามาใกล้ ทำให้บริเวณรอบ ๆ อิเล็กตรอนตัวนี้มีความหนาแน่นของไอออนบวกเพิ่มขึ้นทำให้มีผลกระทบต่oelektronอีกตัวที่อยู่ใกล้บริเวณนั้น โดยอิเล็กตรอนจะถูกกลุ่มไอออนบวกดึงดูดเข้าใกล้กัน ทำให้ดูเหมือนอิเล็กตรอนตัวแรกดึงดูดอิเล็กตรอนตัวหลัง จึงเสมือนว่ามีแรงดึงดูดระหว่างอิเล็กตรอนเกิดขึ้น แต่ทั้งนี้อันตรกิริยาแบบดึงดูดมีค่าสูงกว่าอันตรกิริยาผลักแบบคูลอมบ์ระหว่างคู่คูเปอร์ที่มาจับคู่กันในบริเวณใกล้ผิวเฟอร์มี (Fermi Surface, E_F) กล่าวคือ ต้องมีพลังงานอยู่ระหว่าง

$E_F - \omega_D$ ถึง $E_F + \omega_D$ เมื่อ ω_D คือ ความถี่เดอบาย คู่คูเปอร์นี้จะสามารถเกิดขึ้นได้ต้องประกอบด้วยอิเล็กตรอนสองตัวที่มีขนาดโมเมนตัมเท่ากัน แต่มีสปินตรงข้ามกัน โดยระยะห่างระหว่างอิเล็กตรอนคู่หนึ่งๆ เรียกว่า ความยาวอาพันธ์ แต่ที่อุณหภูมิสูงๆ ไอออนบวกในแลตทิซมีการสั่นเนื่องจากอิทธิพลของความร้อนมากทำให้อันตรกิริยาลักษณะแบบคูเปอร์มีค่ามากกว่า อันตรกิริยาดึงดูดอิเล็กตรอนจึงไม่สามารถจับคู่กันได้ ในกลศาสตร์ควอนตัมการสั่นของไอออนในแลตทิซมีลักษณะเป็นคลื่น โดยมีพลังงานเป็นช่วงๆ ไม่ต่อเนื่อง เรียกว่า โฟนอน เขียนแทนอันตรกิริยาระหว่างอิเล็กตรอนกับโฟนอนดังภาพประกอบ 10



ภาพประกอบ 10 แผนภาพฟายแมนของอันตรกิริยาระหว่างอิเล็กตรอนและโฟนอน

ที่มา : Werner Buckel. (1991) *Superconductivity : Fundamentals and Application*.

2.5 ช่องว่างพลังงานตามทฤษฎีบีซีเอส

นอกจากนี้ตัวนำยิ่งยงยังมีสมบัติที่แตกต่างจากตัวนำปกติอีกประการหนึ่งคือ เมื่อตัวนำปกติกลายเป็นตัวนำยิ่งยงจะมีช่องว่างพลังงาน (Energy Gap, Δ) ซึ่งมีค่าเท่ากับ 2Δ เกิดขึ้นที่ผิวเฟอร์มิ ช่องว่างนี้เกิดจากการที่อิเล็กตรอนสองตัวจับคู่กันและทำให้พลังงานของคู่ลดลง การที่เรียกช่องว่างพลังงานเนื่องจากจะไม่มีอิเล็กตรอนตัวใดที่มีพลังงานอยู่ในระหว่างช่องว่างพลังงานนั้นพลังงานภายนอก ที่สามารถกระตุ้นอิเล็กตรอนได้ต้องมีค่ามากกว่า 2Δ จึงจะสามารถทำลายสภณายิ่งยงได้แบบช่องว่างพลังงานเดียว พิจารณาช่องว่างพลังงานที่อุณหภูมิใดๆ โดยมีสมการช่องว่างพลังงานตามทฤษฎีบีซีเอส ดังนี้

$$\frac{1}{N_0 V_0} = \int_0^{\omega_D} \frac{\tanh\left(\frac{\sqrt{\varepsilon_k^2 + \Delta^2(T)}}{2T}\right)}{\sqrt{\varepsilon_k^2 + \Delta^2(T)}} d\varepsilon_k \quad (2.20)$$

เมื่อ N_0 คือ ความหนาแน่นสถานะของอิเล็กตรอนที่ระดับพลังงานเฟอร์มิ
 V_0 คือ พลังงานศักย์ดึงดูดของอิเล็กตรอน
 $\Delta(T)$ คือ ช่องว่างพลังงานที่อุณหภูมิใดๆ
 ε_k คือ พลังงานจลน์ของอิเล็กตรอน
 ω_D คือ ความถี่เดอบาย

สามารถพิจารณาตามกรณีต่างๆ ได้ดังนี้

1. บริเวณ T ใกล้อุณหภูมิวิกฤต ที่บริเวณนี้ $\Delta(T)$ จะมีค่าน้อยมากแต่ไม่เป็นศูนย์ ใช้

ความสัมพันธ์จาก
$$\frac{\tanh x}{x} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{1}{x^2 + \left[\pi\left(n + \frac{1}{2}\right)\right]^2}$$

สามารถจัดรูปสมการใหม่ได้

$$\frac{1}{N_0 V_0} = 4T \sum_{n=0}^{\infty} \int_0^{\omega_D} \frac{d\varepsilon_k}{\varepsilon_k^2 + \Delta^2(T) + \omega_n^2} \quad (2.21)$$

เมื่อ $\omega_D = \pi T(2n+1)$ เรียกว่าความถี่ Matsubara Frequency โดย $n = 0, 1, 2, 3, \dots$

ที่อุณหภูมิใกล้อุณหภูมิวิกฤต $\Delta(T)$ จะมีค่าน้อย ดังนั้นสามารถใช้การประมาณเป็น

$$\frac{1}{N_0 V_0} = 4T \sum_{n=0}^{\omega_D/2\pi T} \int_0^{\omega_D} \frac{d\varepsilon_k}{(\varepsilon_k^2 + \omega_n^2)} \left(\frac{1}{1 + \frac{\Delta^2(T)}{\varepsilon_k^2 + \omega_n^2}} \right) d\varepsilon_k \quad (2.22)$$

$$= 4T \sum_{n=0}^{\omega_D/2\pi T} \left[\int_0^{\omega_D} \frac{d\varepsilon_k}{\varepsilon_k^2 + \omega_n^2} - \int_0^{\omega_D} \frac{H^2(T)}{(\varepsilon_k^2 + \omega_n^2)} d\varepsilon_k \right] \quad (2.23)$$

พิจารณาเทอม $4T \sum_{n=0}^{\omega_D/2\pi T} \left[\int_0^{\omega_D} \frac{d\varepsilon_k}{\varepsilon_k^2 + \omega_n^2} \right]$ เมื่อค่า $\omega_D \gg T_c$ จะได้ $\frac{\omega_D}{T_c} \rightarrow \infty$ และสามารถ

ประมาณ

$$\cong 4T \sum_{n=0}^{\omega_D/2\pi} \int_0^{\infty} \frac{d\varepsilon_k}{\varepsilon_k^2 + \omega_k^2} \quad (2.24)$$

$$= 2 \sum_{n=0}^{\omega_D/2\pi} \frac{1}{(2n+1)} \quad (2.25)$$

$$\cong \ln\left(\frac{2\omega_D \gamma}{\pi T}\right) \quad (2.26)$$

พิจารณาเทอม $4T \sum_{n=0}^{\omega_D/2\pi} \int_0^{\omega_D} \frac{\Delta^2(T)}{(\varepsilon_k^2 + \omega_k^2)} d\varepsilon_k$ เมื่อค่า $\omega_D \gg T_c$ จะได้

$$4T \sum_{n=0}^{\omega_D/2\pi} \int_0^{\omega_D} \frac{\Delta^2(T)}{(\varepsilon_k^2 + \omega_k^2)} d\varepsilon_k \cong 4T \sum_{n=0}^{\infty} \int_0^{\infty} \frac{\Delta^2(T)}{(\varepsilon_k^2 + \omega_k^2)} d\varepsilon_k \quad (2.27)$$

จาก $\int_0^{\infty} \frac{dx}{(x^2 + a^2)^2} = \frac{\pi}{4a^3}$ จะได้

$$4T \sum_{n=0}^{\omega_D/2\pi} \int_0^{\omega_D} \frac{\Delta^2(T)}{(\varepsilon_k^2 + \omega_k^2)} d\varepsilon_k = \frac{\Delta^2(T)}{\pi^2 T^2} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(2n+1)} \quad (2.28)$$

และจาก $\zeta(x) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^x}$ เรียกว่า รีมานน์ซีตาฟังก์ชัน (Riemann zeta function) ดังนั้น

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(2n+1)} = 1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{5} + \frac{1}{7} + \dots \text{ได้ว่า}$$

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(2n+1)} = \frac{7}{8} \zeta(3)$$

$$4T \sum_{n=0}^{\omega_D/2\pi} \int_0^{\omega_D} \frac{\Delta^2(T)}{(\varepsilon_k^2 + \omega_k^2)} d\varepsilon_k = \frac{7}{8} \zeta(3) \frac{\Delta^2(T)}{\pi^2 T^2} \quad (2.29)$$

2. กรณีที่บริเวณ $T = T_c$ ที่บริเวณนี้ $\Delta(T) = 0$ สามารถจัดรูปสมการที่ (2.20) ได้ดังนี้

$$\frac{1}{N_0 V_0} = \int_0^{\omega_D} \frac{\tanh\left(\frac{\varepsilon_k}{2T_c}\right)}{\varepsilon_k} d\varepsilon_k \quad (2.30)$$

$$= \int_0^{\omega_D/2T_c} \frac{\tanh u}{u} du \quad (2.31)$$

เนื่องจาก $\omega_D \gg T_c$ ดังนั้น $\tanh(\omega_D/2T_c) \approx 1$ และ $\frac{\omega_D}{2T_c} \approx \infty$ ดังนั้น

$$\frac{1}{N_0 V_0} \cong \ln\left(\frac{2\gamma\omega_D}{\pi T_c}\right) \quad (2.32)$$

นำสมการที่ (2.32) สมการที่ (2.26) และสมการที่ (2.29) แทนลงในสมการที่ (2.30)

$$\ln\left(\frac{2\gamma\omega_D}{\pi T_c}\right) = \ln\left(\frac{2\gamma\omega_D}{\pi T}\right) - \frac{7}{8}\zeta(3)\frac{\Delta^2(T)}{\pi^2 T^2} \quad (2.33)$$

$$\ln\left(\frac{T}{T_c}\right) = \frac{7}{8}\zeta(3)\frac{\Delta^2(T)}{\pi^2 T^2} \quad (2.34)$$

จาก $x \equiv \ln(1+x)$ เมื่อ $x \ll 1$ ดังนั้น $\ln\left(1 + \frac{T-T_c}{T_c}\right) \cong \frac{T-T_c}{T_c}$ เมื่อ T ใกล้ T_c จะได้

$$\left(\frac{T-T_c}{T_c}\right)\Delta(T) + \frac{7}{8}\zeta(3)\frac{\Delta^2(T)}{\pi^2 T^2} = 0 \quad (2.35)$$

จากสมการที่ (2.35) คล้ายกับสมการกิ้นส์เบิร์กแลนด์วที่ 1 เมื่อ $\Delta \sim \psi$ และพิจารณากรณีที่ตัวนำยวดยิ่งไม่ได้อยู่ในสนามแม่เหล็กภายนอก จะได้ค่า α ขึ้นกับ T และ T_c และ β ขึ้นกับ T_c จะได้

$$\alpha = -\left(1 - \frac{T}{T_c}\right) \quad (2.36)$$

เมื่อ T และ T_c คือ อุณหภูมิใดๆ และอุณหภูมิวิกฤต ตามลำดับ

2.6 ความลึกซาบซึมได้

จากสมการของลอนดอน $\Lambda \vec{j} = -\vec{A}$ หรือ $\nabla \times \vec{j} = \frac{-\vec{B}}{\Lambda}$ เมื่อความต้านทานไฟฟ้ามีค่าเป็นศูนย์และตัวนำอยู่ภายใต้สนามไฟฟ้าการเปลี่ยนแปลงขนาดความหนาแน่นกระแสไฟฟ้าจะขึ้นกับขนาดสนามไฟฟ้าที่ให้ สมมติให้ตัวนำวางตัวในระนาบ xy และให้สนามแม่เหล็กมีเฉพาะองค์ประกอบตามแนวแกน z คือ $B=(0,0,B_z)$ และเพื่อแก้ปัญหาได้ง่ายจะพิจารณาเฉพาะตัวนำยวดยิ่งในแนวแกน x เท่านั้น จากสมการแมกซ์เวลล์ $\nabla \times \vec{B} = \mu_0 \vec{j}$ ใส่ curl ทั้งสองข้างของ

สมการแล้วแทนค่า $\vec{B} = B_z \vec{k}$ จะได้ $\frac{d^2}{dx^2} B_z(x) - \frac{\mu_0}{\Lambda} B_z(x) = 0$ คำตอบของสมการ คือ

$$B_z(x) = B_z(0)e^{-x/\sqrt{\Lambda/\mu_0}} \text{ โดยกำหนดให้ } \lambda_L = \sqrt{\frac{\Lambda}{\mu_0}} \text{ และเรียก } \lambda_L \text{ ว่าความลึกซาบซึมได้ หรือ}$$

Penetration Depth(Buckel, 1991; Kittel, 1991)

2.7 ตัวนำยวดยิ่งแบบแม่เหล็ก

ตัวนำยวดยิ่งแบบแม่เหล็กเป็นตัวนำยวดยิ่งที่มีสมบัติทั้งตัวนำยวดยิ่ง และสมบัติทางแม่เหล็กเกิดจากตัวนำยวดยิ่งถูกเจือด้วยสารเจือแบบแม่เหล็ก มีผลทำให้เกิดสภาพความเป็น

แม่เหล็กขึ้นในโครงสร้าง แต่ผลของความเป็นแม่เหล็กทำให้เกิดการทำลายสภาพนำยิ่งยวดและทำให้อุณหภูมิวิกฤตมีค่าลดลงในเบื้องต้นเมื่อพิจารณาที่มาการเกิดสนามแม่เหล็กความสัมพันธ์และค่าคงตัว

$$B = \mu H + \mu M$$

$$\mu_r = \mu / \mu_0$$

$$\chi = \mu_r - 1$$

$$B = \chi M$$

โดย	H	คือ ค่าความเข้มสนามแม่เหล็กภายนอก
	M	คือ ค่าความเข้มสนามแม่เหล็กภายใน
	B	คือ ค่าความเข้มสนามแม่เหล็กรวม
	μ	คือ ค่าซึมซาบได้ทางแม่เหล็กของสาร
	μ_0	คือ ค่าซึมซาบได้ทางแม่เหล็กในสุญญากาศมีค่าเท่ากับ $4\pi \times 10^{-7}$ H/m
	χ	คือ ค่าสภาพยอมรับได้ทางแม่เหล็ก

การแบ่งชนิดของแม่เหล็ก

แม่เหล็กไดอา (Diamagnetism) คือ สนามแม่เหล็กภายนอกจะเหนี่ยวนำอิเล็กตรอนภายในแม่เหล็กไดอาให้สร้างไดโพลที่มีทิศตรงข้ามกับสนามแม่เหล็กภายนอกมีลักษณะเป็นแม่เหล็กชั่วคราวเกิดขึ้นเฉพาะช่วงเวลาที่แม่เหล็กภายนอกมากกระทำเท่านั้น สภาพแม่เหล็กแบบไดอาพบได้ในวัสดุทุกชนิด แต่มีสภาพแม่เหล็กอ่อนมากจึงถูกสังเกตได้ในกรณีเฉพาะสภาพแม่เหล็กแบบอื่นไม่เกิดขึ้นเท่านั้น และมีค่าสภาพยอมรับได้ทางแม่เหล็ก $\chi < 0$ มีค่าประมาณ -10^{-5}

แม่เหล็กพารา (Paramagnetism) คือ สภาพแม่เหล็กที่มีไดโพลภายในที่เกิดจากอิเล็กตรอน และไดโพลมีทิศแบบสุ่ม เมื่อพิจารณาในภาพรวมจึงไม่เห็นของไดโพลเนื่องจากหักล้างกันหมด แต่ถ้าแม่เหล็กพาราอยู่ในสนามแม่เหล็กจะเหนี่ยวนำให้ไดโพลมีทิศเดียวกันทำให้เกิดสภาพแม่เหล็ก แม่เหล็กพาราถือเป็นแม่เหล็กชั่วคราวเกิดขึ้นเฉพาะช่วงเวลาที่แม่เหล็กภายนอกมากกระทำเท่านั้นและมีค่าสภาพยอมรับได้ทางแม่เหล็ก $\chi > 0$ มีค่าประมาณ 10^{-6} - 10^{-2}

แม่เหล็กเฟอร์โร (Ferromagnetism) คือ สภาพแม่เหล็กที่เกิดขึ้นถาวรเกิดจาก โมเมนต์ของอิเล็กตรอนที่หมุนรอบตัวเอง ทำให้เกิดไดโพลและมีทิศทางเดียวกันทั้งโดเมนโดยสภาพแม่เหล็กเฟอร์โรนี้เกิดขึ้นได้โดยไม่ขึ้นอยู่กับสนามแม่เหล็กภายนอกและมีค่าสภาพยอมรับได้ทางแม่เหล็ก $\chi \gg 0$ มีค่าสูงประมาณ 10^6

แม่เหล็กแอนไทเฟอร์โร (Antiferro magnetism) เมื่ออุณหภูมิต่ำกว่า T_n (Neel temperature) จะทำให้แม่เหล็กพาราเปลี่ยนเป็นแม่เหล็กแอนไทเฟอร์โรโดยจะทำให้แม่เหล็กมีจัดเรียงโดเมนใหม่ โดโพลหักล้างกันหมด และไม่มีสภาพความเป็นแม่เหล็ก

2.8 ตัวนำยวดยิ่งแบบแถบพลังงานเดี่ยว และแบบสองแถบพลังงาน

แถบพลังงานหรือช่องว่างพลังงานของอิเล็กตรอนในสาขาของโซลิดสเตตฟิสิกส์นั้นแบ่งออกเป็น Forbidden Band และ Allowed Band ซึ่งได้จากการคำนวณคลื่นอิเล็กตรอนที่เคลื่อนที่ในผลึกในรูปแบบของควอนตัม (Kittel, 1991) สำหรับตัวนำยวดยิ่งแบบพลังงานหรือช่องว่างพลังงานเกิดจากการจับคู่กันของอิเล็กตรอนแล้วทำให้เกิดช่องว่างพลังงานซึ่งสามารถเกิดแถบพลังงานได้หลายรูปแบบ

2.8.1 ตัวนำยวดยิ่งแบบแถบพลังงานเดี่ยว

พิจารณาการจับคู่ของอิเล็กตรอน หรือ คูคูเปอร์ เกิดจากการดูดกันของอิเล็กตรอนที่มีโฟนอนเป็นตัวกลางซึ่งอิเล็กตรอนที่จะจับคู่ได้ต้องมีพลังงานในบริเวณผิวเฟอร์มิและมีโมเมนตัมและสปินตรงกันข้ามทำให้ค่าสปินรวมเป็นศูนย์นอกจากนี้ยังทำให้เกิดแถบพลังงาน ตัวนำยวดยิ่งแบบดั้งเดิมและแบบอุณหภูมิสูงจะมีความแตกต่างกันในส่วนของการขนาดช่องว่างพลังงานที่วัดได้โดยตัวนำยวดยิ่งแบบดั้งเดิมจะมีค่าอัตราส่วนระหว่างช่องว่างพลังงาน $\Delta(0)$ กับอุณหภูมิวิกฤตเป็น $2(\Delta(0))/T_c = 3.53$ เท่ากันในทุกชนิดของตัวนำยวดยิ่ง แต่สำหรับตัวนำยวดยิ่งอุณหภูมิสูงจะมีค่าที่น้อยกว่าและมากกว่า

2.8.2 ตัวนำยวดยิ่งแบบสองแถบพลังงาน

หลังจากมีการค้นพบสภาพนำยวดยิ่งในแมกนีเซียมไดโบไรด์ (MgB_2) (Nagamatsu et al., 2001) (Nagamatsu et al., 2001) ได้มีการทดลองสมบัติทางฟิสิกส์ของตัวนำยวดยิ่ง คือ เป็นตัวนำยวดยิ่งแบบคลื่นเอส มีช่องว่างพลังงานที่เด่นชัดอยู่สองช่องว่างพลังงาน ดังนั้นจึงมีความพยายามที่จะอธิบายโดยใช้ทฤษฎี BCS เนื่องจากเป็นตัวนำยวดยิ่งแบบคลื่นเอสแต่ได้มีการเพิ่มเติมจากหนึ่งแถบพลังงานเป็นสองแถบพลังงานโดยการสมมติให้แต่ละแถบพลังงานมีการเกิดคูคูเปอร์ที่เหมือนกันและ สามารถแลกเปลี่ยนคูคูเปอร์ซึ่งกันและกันได้ แต่การคำนวณมีความยุ่งยากมาก จึงใช้ทฤษฎีกินซ์เบิร์กแลนดาวมาปรับเปลี่ยนเป็นแบบสองช่องว่างพลังงาน และมีการส่งผ่านอนุภาคระหว่างช่องว่างพลังงานทั้งสองตามสมการ

$$F_{sc} = \int d^3r \left(F_1 + F_{12} + F_2 + \frac{H^2}{8\pi} \right) \quad (2.37)$$

โดย	F_{sc}	คือ ความหนาแน่นพลังงานอิสระในสภาวะนำยวดยิ่ง
	F_1	คือ ความหนาแน่นพลังงานอิสระของแถบพลังงานที่ 1
	F_2	คือ ความหนาแน่นพลังงานอิสระของแถบพลังงานที่ 2
	F_{12}	คือ ความหนาแน่นพลังงานที่เกิดจากอันตรกิริยาระหว่างแถบพลังงานที่ 1 และ 2
	H	คือ ค่าสนามแม่เหล็กภายนอก

2.9 ฟังก์ชันความไม่สมมาตรของช่องว่างพลังงาน $f(k)$

ในการคำนวณตัวนำยวดยิ่งแบบดั้งเดิมหรือตัวนำยวดยิ่งอุณหภูมิต่ำนั้น ที่บริเวณอุณหภูมิต่ำ

วิกฤตพบว่าผลการทดลองสอดคล้องกับทฤษฎีคือ $\left. \frac{C_s - C_n}{C_n} \right|_{T=T_c} = \left. \frac{\Delta C}{C_n} \right|_{T=T_c} = 1.43$

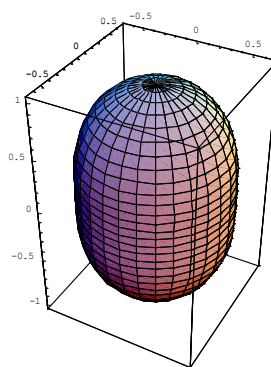
โดย C_s คือ ค่าความจุความร้อนจำเพาะในสถานะนำยวดยิ่ง

C_n คือ ค่าความจุความร้อนจำเพาะในสถานะปกติ

แต่ในตัวนำยวดยิ่งอุณหภูมิต่ำส่วนใหญ่ผลการทดลองจะไม่สอดคล้อง คือจะมีค่าต่ำกว่า 1.43 เมื่อพิจารณาในรายละเอียดแล้วการคำนวณตัวนำยวดยิ่งอุณหภูมิต่ำนั้นจะใช้ ตัวนำยวดยิ่งแบบคลื่น s ที่มีช่องว่างพลังงานมีความสมมาตร แต่ในตัวนำยวดยิ่งอุณหภูมิต่ำนั้น ช่องว่างพลังงานไม่สมมาตร (Anisotropic) แบบจำลองของช่องว่างพลังงานแบบไม่สมมาตรรูปทรงรีตามแนวตั้งได้ถูกนำเสนอโดย (Haas & Maki, 2001) Haas และ Maki (2001) ตามสมการ (Haas & Maki, 2001)

$$\Delta(k) = \frac{\Delta(1 + az^2)}{(1 + a)} \quad (2.38)$$

โดย $z = \cos\theta$ เมื่อ θ เป็นมุมโพลาร์และ a เป็นตัวแปรความไม่สมมาตรขึ้นกับอัตราส่วนระหว่าง ช่องว่างพลังงานในแกน z กับระนาบ ab

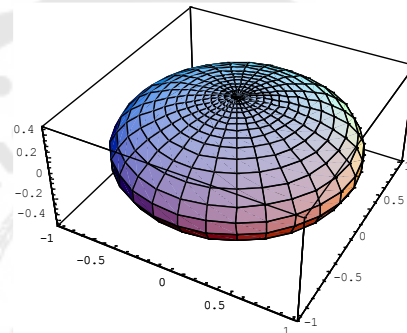


ภาพประกอบ 11 แบบจำลองช่องว่างพลังงานแบบไม่สมมาตรรูปทรงรีตามแนวตั้งแบบคลื่นเอส

ที่มา : Haas S.; & Maki K. (2001) Anisotropic s-wave superconductivity in MgB₂. Physical Review B. 65(2):020502

และในปีต่อมา Posazhennikova และคณะ (2002) ได้เสนอช่องว่างพลังงานรูปทรงแพนเค้กหรือรูปทรงรีตามแนวนอน ตามสมการ (Posazhennikova, Dahm, & Maki, 2002)

$$\Delta(k) = \frac{\Delta}{\sqrt{1+az^2}} \quad (2.39)$$



ภาพประกอบ 12 แบบจำลองช่องว่างพลังงานแบบไม่สมมาตรรูปทรงแพนเค้กแบบคลื่นเอส

ที่มา : Posazhennikova และคณะ (2002)

และในปีต่อมา Udomsamuthirun และคณะ (2003) ได้คิดค้นสมการที่ครอบคลุมความไม่สมมาตรทั้งสองแบบ ตามสมการ (Udomsamuthirun, Rakpanich, & Yoksan, 2003)

$$\Delta(k) = \frac{1}{2} \sum \frac{V_{kk'} \Delta_{k'}}{\sqrt{\varepsilon_{k'}^2 + \Delta_{k'}^2}} \tanh \left(\frac{\sqrt{\varepsilon_{k'}^2 + \Delta_{k'}^2}}{2T} \right) \quad (2.40)$$

กำหนดให้

$$V_{kk'} = V_0 f(k') f(k)$$

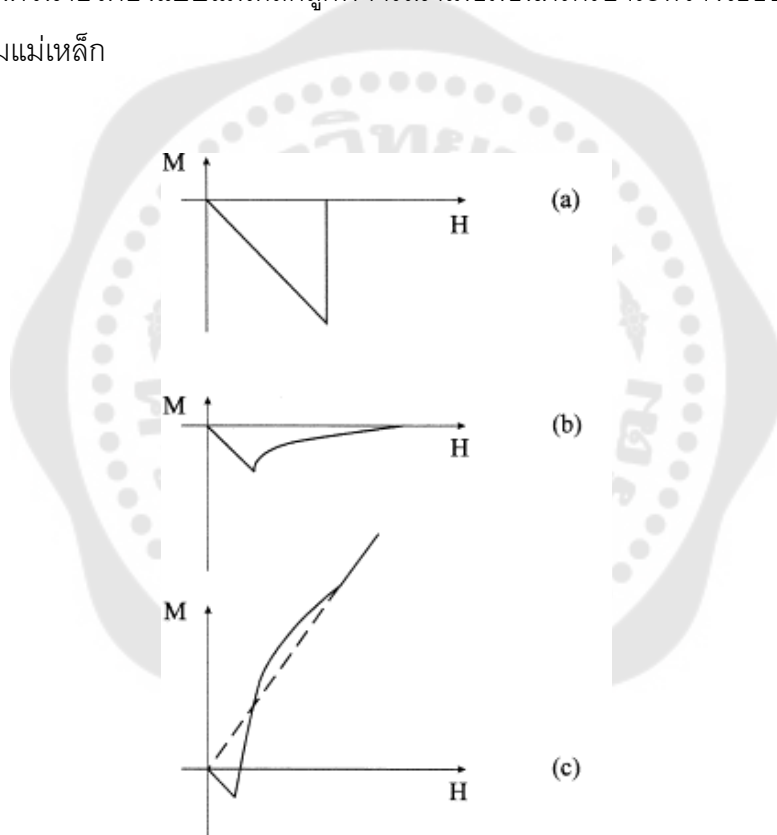
เมื่อ $f(k)$ คือฟังก์ชันของความไม่สมมาตร และ V_0 เป็นศักย์ของการเกิดคูคูเปอร์ เนื่องจากมีความสัมพันธ์รูปแบบเดียวกัน จึงสามารถกำหนดให้ช่องว่างพลังงานเป็นไปตามสมการ

$\Delta_k = \Delta(T) f(k)$ จะพบว่าสมการที่ 2.38 มี $f(k) = \frac{1+az^2}{(1+a)}$ และสมการที่ 2.39 มี

$$f(k) = \frac{1}{\sqrt{1+az^2}}$$

2.10 งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

จากทฤษฎีกินซ์เบิร์กแลนดาวของตัวนำยิ่งยวดแบบแม่เหล็กแบบแถบพลังงานเดี่ยว จากการศึกษาพบว่า แม่เหล็กเฟอร์โรและแม่เหล็กแอนไทเฟอร์โรสามารถเกิดในสภาวะนำยิ่งยวดได้ สมบัติของตัวนำยิ่งยวดแบบแม่เหล็กถูกพิจารณาเมื่อมีอันตรกิริยาระหว่างไอออน และมีคูเปอร์ผ่านสนามแม่เหล็ก



ภาพประกอบ 13 แสดงถึงการตอบสนองทางแม่เหล็กของตัวนำยิ่งยวด

(a) ตัวนำยิ่งยวดชนิดที่ 1

(b) ตัวนำยิ่งยวดชนิดที่ 2

(c) ตัวนำยิ่งยวดจากแม่เหล็กเฟอร์โร

ที่มา : Hampshire DP. (1998) Ferromagnetic and Antiferromagnetic Superconductivity.

Physica C: Superconductivity.; 304(1):1-11. (Hampshire, 1998)

จากภาพประกอบ 13 ภาพ (a) และภาพ (b) แสดงการตอบสนองทางแม่เหล็กของตัวนำยวดยิ่งชนิดที่ 1 และตัวนำยวดยิ่งชนิดที่ 2 ตามลำดับ และภาพ (c) ที่สนามแม่เหล็กมีค่าสูงๆ สามารถพบแม่เหล็กเฟอร์ไรต์จากสภาพนำยวดยิ่ง พิจารณาสมการพลังงานอิสระของเฮล์มโฮลทซ์ (Halmeholtz Free Energy) ซึ่งสามารถเขียนได้เป็นดังสมการ (Hampshire, 1998)(Hampshire, 1998)

$$F_s(H, T) = F_n + \alpha|\psi|^2 + \frac{1}{2}\beta|\psi|^4 + \frac{1}{2m}|(-i\hbar\nabla - 2e\vec{A})\psi|^2 + \int H_s dB \quad (2.41)$$

เมื่อ F_s และ F_n คือ พลังงานอิสระของเฮล์มโฮลทซ์ในสถานะนำยวดยิ่งและสถานะปกติตามลำดับ ψ คือ ตัวแปรบอกความเป็นระเบียบ α และ β คือ ค่าคงตัว m คือ มวลของอิเล็กตรอน A คือ ศักย์เวกเตอร์ $H_s = \frac{B}{\mu_0 - M_{\max}}$ โดยที่ $M = M_n + M_{\max}$ และ $M_{\max} = \chi H$

เมื่อ B คือ สนามแม่เหล็กสุทธิในตัวนำยวดยิ่ง H คือ สนามแม่เหล็กจากภายนอก และ χ คือ ค่าสภาพยอมรับได้ทางแม่เหล็กโดยสมการพลังงานอิสระของกิบส์ของตัวนำยวดยิ่งแบบแม่เหล็กสามารถเขียนได้ในรูป $G_{mx}(B, T) = F_N(B, T) - \mu_0 H M$ ดังสมการ

$$G_{mx}(B, T) = f_N + \alpha|\psi|^2 + \frac{1}{2}\beta|\psi|^4 + \frac{1}{2m}|(-i\hbar\nabla - 2e\vec{A})\psi|^2 + \int (B - \mu_0 M_{\max}) \frac{dB}{\mu_0} (B - \mu_0 M) M \quad (2.42)$$

เมื่อประจุในสนามแม่เหล็กน้อยๆ เรากำหนดให้

$$\gamma_0 + \gamma_1 B + \gamma_2 \frac{B^2}{2\mu_0} = \int (B - \mu_0 M_{\max}) \frac{dB}{\mu_0} - (B - \mu_0 M) M_{sc} - (B - \mu_0 M) M_{\max} \quad (2.43)$$

เมื่อ γ_0, γ_1 และ γ_2 เป็นค่าสัมประสิทธิ์ สามารถจัดรูปสมการพลังงานอิสระของกิบส์ของตัวนำยวดยิ่งแบบแม่เหล็กใหม่ได้ดังนี้

$$G_{mx}(B, T) = f_N + \alpha|\psi|^2 + \frac{1}{2}\beta|\psi|^4 + \frac{1}{2m}|(-i\hbar\nabla - 2e\vec{A})\psi|^2 + \gamma_0 + \gamma_1 + \gamma_2 \frac{B^2}{2\mu_0} \quad (2.44)$$

เมื่อแม่เหล็กที่ถูกสร้างโดยประจุ ($\mu_0 M_{\max}$) สนามแม่เหล็กภายนอก ($\mu_0 H$) และสนามที่ถูกสร้างโดยกระแสยวดยิ่ง ($\mu_0 M_{sc}$) คือ $B = \mu_0 H + \mu_0 M_{sc} + \mu_0 M_{\max}$ โดยที่ค่าความเป็นแม่เหล็กของ

ประจุ $M_{\max} = \chi H_{c2} + \chi'(H + M_{sc} - H_{c2})$ ดังนั้นสนามแม่เหล็กแลตทิซของตัวนำยวดยิ่งสามารถเขียนได้ดังนี้

$$B = \mu_0(\chi - \chi')H_{c2} + \mu_0(1 + \chi')(H + M_{sc}) \quad (2.45)$$

เมื่อ χ คือ ค่าสภาพยอมรับได้ทางแม่เหล็กและ χ' คือค่าอนุพันธ์ของค่าสภาพยอมรับได้ทางแม่เหล็ก ในปี ค.ศ. 2011 ช้างจันทร์และอุดมสมุทรหิรัญ (Changjan and Udomsamuthirun, 2011) ได้ศึกษาอัตราส่วนสนามแม่เหล็กวิกฤต (Critical Magnetic Field Ratio) ของตัวนำยวดยิ่งแบบแม่เหล็กที่ขึ้นกับทิศทาง(Changjan & Udomsamuthirun, 2011b)

$$\eta = \frac{B_{c2}}{B_{c1}} \quad (2.46)$$

เมื่อ η คือ อัตราส่วนสนามแม่เหล็กวิกฤต B_{c1} คือ สนามแม่เหล็กวิกฤตที่ 1 และ B_{c2} สนามแม่เหล็กวิกฤตที่ 2 โดยในงานวิจัยนี้ได้เริ่มศึกษาจากพลังงานอิสระของกิบส์ของตัวนำยวดยิ่งแบบแม่เหล็กที่ถูกเสนอโดยแฮมป์เชียร์ (Hampshire, 1998) ซึ่งมีรูปแบบเป็น

$$g(B, T) = f_n + \alpha|\psi|^2 + \frac{1}{2}\beta|\psi|^4 + \frac{1}{2m}|-i\hbar\nabla - 2e\vec{A}|\psi|^2 + \gamma_0 + \gamma_1\beta + \gamma_2 \frac{B^2}{2\mu_0} \quad (2.47)$$

เมื่อกำหนดศักย์เวกเตอร์ $\vec{A} = [\mu_0(\chi - \chi')H_{c2}r + \mu_0(1 + \chi')(H + M_{sc})r]\hat{\theta}$

โดยพิจารณาในพิกัดทรงกระบอก และสนามแม่เหล็กสุทธิในตัวนำยวดยิ่ง

$B = \mu_0(\chi - \chi')H_{c2} + \mu_0(1 + \chi')(H + M_{sc})$ สามารถคำนวณค่าสนามแม่เหล็กวิกฤตที่ 1 คือ

$B_{c1} = \frac{h}{4e\lambda^2} \ln \kappa$ เมื่อ λ คือ ความลึกซาบซึมได้ของลอนดอน และ κ คือค่ากิ้นเบิร์กเลนดาว

พารามิเตอร์ และสามารถคำนวณค่าสนามแม่เหล็กวิกฤตที่ 2 คือ $B_{c2} = \frac{\phi_0}{2\pi\xi^2(T)(1 + \chi)}$

เมื่อ ξ คือ ความยาวอาพันธ์ของคูคูเปอร์, ϕ_0 คือ ฟลักซ์ควอนตัม $\phi_0 = \frac{\pi\hbar}{e}$ คือ ดังนั้นสามารถหาค่า

อัตราส่วนสนามแม่เหล็กได้ดังนี้

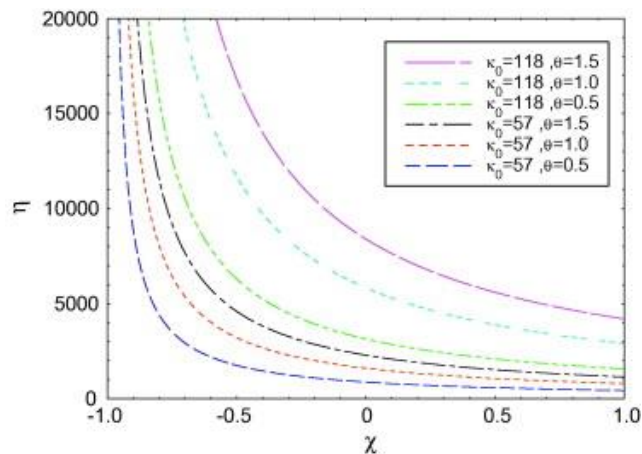
$$\eta = \frac{2\kappa^2}{(1 + \chi) \ln \kappa} = \frac{4\theta\kappa_0^2}{(1 + \chi) \ln \theta\kappa_0^2} \quad (2.48)$$

ในกรณีที่ $\kappa \gg 1$ ค่าอัตราส่วนสนามแม่เหล็กวิกฤตจะประมาณได้

$$\eta = \frac{2\theta\kappa_0^2}{(1 + \chi)(\sqrt{\theta\kappa_0} - 1)} \quad (2.49)$$

เมื่อ $\kappa_0 = \frac{\lambda_0}{\xi_0}$ เป็นค่ากิ้นเบิร์กเลนดาวพารามิเตอร์และ $\kappa^2 = \theta\kappa_0^2$ ซึ่ง $\theta = \frac{\gamma_2(1 + \chi')}{\langle f^2(\hat{k}) \rangle}$ โดยที่ γ_2

เป็นค่าสัมประสิทธิ์ และ $\langle f^2(\hat{k}) \rangle$ เป็นค่าเฉลี่ยของฟังก์ชันที่ขึ้นกับทิศทางยกกำลังสอง



ภาพประกอบ 14 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างอัตราส่วนสนามวิกฤตและสภาพยอมรับได้ทางแม่เหล็กของตัวนำยวดยิ่งแบบแม่เหล็กที่ขึ้นกับทิศทาง

ที่มา: (Changjan & Udomsamuthirun, 2011a) The Critical Magnetic Field of Anisotropic two-band Magnetic Superconductors. Solid State Communications. 151(14): 988-992.

จากภาพประกอบ 14 ได้ใช้ค่ากิ้นซ์เบิร์กแลนดาวพารามิเตอร์ 2 ค่า คือ $\kappa_0 = 57$ และ $\kappa_0 = 118$ ซึ่งเป็นค่ากิ้นซ์เบิร์กแลนดาวพารามิเตอร์ของตัวนำยวดยิ่ง Y123 และ Hg1223 ตามลำดับ มี 3 กรณีสำหรับค่าสภาพยอมรับได้ทางแม่เหล็ก คือ กรณีตัวนำยวดยิ่งแบบไร้แม่เหล็ก ($\chi = 0$) กรณีที่เป็นแม่เหล็กไดอา ($\chi < 0$) และกรณีที่เป็นแม่เหล็กเฟอร์โร ($\chi > 0$) เมื่อ θ คือ พารามิเตอร์ที่ขึ้นกับทิศทาง ประกอบไปด้วย $\theta = 1$, $\theta > 1$, $\theta < 1$ เป็นกรณีของทิศทางที่ไร้แม่เหล็ก กรณีที่ขึ้นกับทิศทางสูงและกรณีที่มีแม่เหล็กสูงตามลำดับ จากภาพประกอบที่ 14 ค่าอัตราส่วนสนามแม่เหล็กวิกฤตจะเพิ่มขึ้นเมื่อ κ_0 และ θ เพิ่มขึ้นโดยค่าอัตราส่วนสนามวิกฤตที่สูงที่สุดจะพบตัวนำยวดยิ่งแบบแม่เหล็กไดอา ($\chi < 0$) ซึ่งเป็นค่าที่ขึ้นกับทิศทางสูง ส่วนค่าอัตราส่วนสนามวิกฤตที่ต่ำที่สุดจะพบตัวนำยวดยิ่งแบบแม่เหล็กเฟอร์โร ($\chi > 0$) ซึ่งมีความเป็นแม่เหล็กสูง

บทที่ 3

วิธีการดำเนินงานวิจัย

ในการดำเนินงานวิจัยเรื่อง การศึกษาความลึกซึ้งของตัวนำยวดยิ่งแบบขึ้นกับทิศทาง ชนิดคลื่นเอสด้วยทฤษฎีกินซ์เบิร์กแลนดาว มีวิธีการดำเนินงานตามขั้นตอนดังต่อไปนี้

3.1 ตัวนำยวดยิ่งที่ขึ้นกับทิศทางคลื่นชนิดเอส โดยใช้ทฤษฎีกินซ์เบิร์กแลนดาว

3.1.1 ตัวนำยวดยิ่งชนิดคลื่นเอส ตัวนำยวดยิ่งเมื่อพิจารณาจากสถานะ โมเมนตัมเชิงมุมสามารถมีค่าเป็น $l = 0, 1, 2, 3$ ซึ่งเกิดจากระบบของคูคูเปอร์ โดยแบบคลื่นหรือพื้นผิวเฟอร์มี จะเป็น s, p, d, f ตามลำดับและการที่จะเป็นพื้นผิวชนิดใดจะขึ้นอยู่กับความสอดคล้องกับผลการทดลอง เมื่อพิจารณาในรายละเอียด ในทฤษฎีควอนตัมฟังก์ชันคลื่นของอิเล็กตรอน 2 ตัวใน free space จะถูกเขียนในรูปแบบผลคูณ ของ spatial part ; ψ และ spin part ; χ ฟังก์ชันคลื่นรวมของคู่อิเล็กตรอนซึ่งเป็นอนุภาคเฟอร์มิออนที่มี $s = \frac{1}{2}$ เมื่อพิจารณาการแลกเปลี่ยนพลังงานระหว่างอิเล็กตรอน จะเป็นฟังก์ชันแบบ antisymmetric ซึ่งสามารถเขียนได้ 2 แบบคือ

$$\psi_{A,s=1} = \psi_{\text{odd}} \chi_{\text{even},s=1} \quad (2S+1=3 \text{ spin triplet}) \quad (3.1)$$

$$\psi_{A,s=0} = \psi_{\text{even}} \chi_{\text{odd},s=0} \quad (2S+1=1 \text{ spin singlet}) \quad (3.2)$$

เนื่องจากมีอิเล็กตรอน 2 ตัวและมีสปิน $+\frac{1}{2}$ และ $-\frac{1}{2}$ จึงมีผลรวมของสปินที่เป็นไปได้คือ 0 และ 1 (ตามหลักการกีดกันของเพาลีจะมีสปินตรงกันข้าม) ดังนั้นเงื่อนไขที่มีโอกาสเป็นไปได้มากกว่าคือสปินเท่ากับ 0 จะเป็นไปตามสมการที่ 3.2 ดังนั้นส่วนของ spatial part ; ψ จึงเป็นแบบ even เมื่อพิจารณาในส่วน spatial part ; ψ ซึ่งเป็นฟังก์ชัน $\psi = R(r)A(\theta, \phi)$ คือ ψ เป็น even มีผลทำให้ orbital part $A(\theta, \phi)$ เป็น even คือ orbit angular momentum ; l เป็นเลขคู่คือ $l = 0, 2$ จะมีพื้นผิวเฟอร์มีแบบคลื่น s และ d ตามลำดับ และในกรณีที่ $l = 1, 3$ จะมีพื้นผิวเฟอร์มีแบบคลื่น p และ f ตามลำดับ (อุดมสมุทรรักษ์, 2016)

3.1.2 ตัวนำยวดยิ่งที่ขึ้นกับทิศทาง anisotropic superconductor คือตัวนำยวดยิ่งเมื่อพิจารณาพื้นผิวเฟอร์มีในทิศทางต่างๆแล้วมีค่าพลังงานไม่เท่ากันทั้งหมด แต่ถ้าพลังงานมีค่าเท่ากันในทุกทิศทางแล้วจะเป็นแบบ isotropic superconductor

3.1.3 ตัวนำยวดยิ่งชนิดคลื่นเอสที่ขึ้นกับทิศทาง คือ ตัวนำยวดยิ่งที่มีสถานะโมเมนตัมเชิงมุม $l = 0$ จากระบบของคูคูเปอร์ โดยพื้นผิวเฟอร์มีจะเป็นคลื่นชนิด s

3.2 ความลึกซาบซึมได้โดยใช้ทฤษฎีกินซ์เบิร์กแลนดาวของตัวนำยวดยิ่งที่ขึ้นกับทิศทางคลื่นชนิดเอส

คือ ความลึกของสนามแม่เหล็กที่ซึมเข้าไปในตัวนำยวดยิ่ง ที่มีสถานะเชิงมุม $l = 0$ จากระบบของคูคูเปอร์ โดยพื้นผิวเฟอร์มีจะเป็นคลื่นชนิด s การศึกษาความลึกซาบซึมได้ ถือว่ามีความสำคัญที่ส่งผลต่อสภาพนำยวดยิ่งในการคำนวณนั้นสามารถพิจารณาจุลภาค (Microscopic approach) ตามทฤษฎี BCS หรือ แบบมหภาค (Macroscopic approach) ซึ่งทั้งสองแนวทางให้ผลการคำนวณที่ตรงกัน ในที่นี่จะทำการศึกษารายละเอียดในรูปแบบของมหภาค โดยแบ่งรูปแบบการคำนวณเป็น 3 แบบตามหัวข้อดังต่อไปนี้

1. การคำนวณด้วยวิธี กินซ์เบิร์กแลนดาว
2. การคำนวณด้วยวิธีตัวดำเนินการโมเมนตัม
3. การคำนวณด้วยวิธีแบบดั้งเดิม

3.2.1 การคำนวณในรูปแบบมหภาคด้วยวิธี กินซ์เบิร์กแลนดาว คือ การพิจารณาจากสภาพความเป็นระเบียบ ซึ่งได้จากการคิดผลรวมของพลังงานอิสระทั่วทั้งก้อนของตัวนำตามสมการ

$$F_{sc}[\psi_1, \psi_2] = \int d^3r f_{sc} \quad (3.3)$$

เมื่อนำผลรวมของพลังงานอิสระ F_{sc} เปรียบเทียบกับ ศักย์เวกเตอร์ $\vec{A}$ จะได้สมการความหนาแน่นกระแสไฟฟ้า $\vec{J}$ ซึ่งสมการนี้เรียกว่า สมการกินซ์เบิร์กแลนดาวที่สอง

$$\begin{aligned} \frac{\partial F_{sc}}{\partial \vec{A}} = \vec{J} = & \frac{2}{2m_1} | -i\hbar \nabla - 2q\vec{A} \psi_1 | (-2q\psi_1) + \frac{2}{2m_2} | -i\hbar \nabla - 2q\vec{A} \psi_2 | (-2q\psi_2) \\ & + \varepsilon_1 ((i\hbar \vec{\nabla} - 2q\vec{A}) \psi_1^* (-2q\psi_2) + (-i\hbar \vec{\nabla} - 2q\vec{A}) \psi_2 (-2q\psi_1^*) + (i\hbar \vec{\nabla} - 2q\vec{A}) \psi_2^* (-2q\psi_1) \\ & + (-i\hbar \vec{\nabla} - 2q\vec{A}) \psi_1 (-2q\psi_2^*)) \end{aligned} \quad (3.4)$$

เมื่อพิจารณาฟังก์ชันความไม่สมมาตรของช่องว่างพลังงาน $f(k)$ มีผลต่อ ตัวแปรความเป็นระเบียบของช่องว่างพลังงาน ψ จะทำให้เกิดความสัมพันธ์ $\psi \langle f_1(k) \rangle$ ซึ่งมีผลทำให้ช่องว่างพลังงานมีรูปร่างที่เปลี่ยนไป

$$\begin{aligned}\bar{J} = & \frac{2q\psi_1}{m_1} \langle f_1^2(\hat{k}) \rangle |i\hbar\nabla + 2q\psi_1\bar{A}| + \frac{2q\psi_2}{m_2} \langle f_2^2(\hat{k}) \rangle |i\hbar\nabla + 2q\psi_2\bar{A}| \\ & + \varepsilon_1 \langle f_1(\hat{k}) f_2(\hat{k}) \rangle (i\hbar\nabla - 2q\bar{A})(-2q\psi_2\psi_1^* - 2q\psi_1^*\psi_2) \\ & + (-i\hbar\nabla - 2q\bar{A})(-2q\psi_1\psi_2^* - 2q\psi_1^*\psi_2) \quad (3.5)\end{aligned}$$

จากสมการแมกซ์เวลล์ $\bar{J} = \frac{1}{\mu_0}(\nabla \times \bar{B})$ และ ทำการ $\nabla \times$ ที่สมการที่ (3.5)

$$\begin{aligned}\nabla \times \bar{J} = & \frac{1}{\mu_0} \nabla \times \nabla \times \bar{B} = \left[\frac{4q^2|\psi_1|^2}{m_1} \langle f_1^2(\hat{k}) \rangle + \frac{4q^2|\psi_2|^2}{m_2} \langle f_2^2(\hat{k}) \rangle \right. \\ & \left. + \varepsilon \langle f_1(\hat{k}) f_2(\hat{k}) \rangle (8q^2\psi_2\psi_1^* + 8q^2\psi_1\psi_2^*) \right] \bar{B} \quad (3.6)\end{aligned}$$

พิจารณาที่ 1 มิติ $\nabla \times \nabla \times \bar{B} = \frac{d^2 \bar{B}(x)}{dx^2}$ แทนค่าในสมการที่ (3.6)

$$\begin{aligned}\frac{1}{\mu_0} \nabla \times \nabla \times \bar{B} - & \left[\frac{4q^2|\psi_1|^2}{m_1} \langle f_1^2(\hat{k}) \rangle + \frac{4q^2|\psi_2|^2}{m_2} \langle f_2^2(\hat{k}) \rangle + \varepsilon \langle f_1(\hat{k}) f_2(\hat{k}) \rangle 8q^2(\psi_2\psi_1^* + \psi_1\psi_2^*) \right] \bar{B} = 0 \\ \frac{1}{\mu_0} \frac{d^2 \bar{B}(x)}{dx^2} - & \left[\frac{4q^2|\psi_1|^2}{m_1} \langle f_1^2(\hat{k}) \rangle + \frac{4q^2|\psi_2|^2}{m_2} \langle f_2^2(\hat{k}) \rangle + \varepsilon \langle f_1(\hat{k}) f_2(\hat{k}) \rangle 8q^2(\psi_2\psi_1^* + \psi_1\psi_2^*) \right] \bar{B} = 0 \quad (3.7)\end{aligned}$$

เมื่อจัดสมการ (3.7) ให้อยู่ในรูปมาตรฐาน $\frac{d^2 \bar{B}(x)}{dx^2} - \frac{1}{\lambda^2} \bar{B}(x) = 0$ จะได้

$$\frac{1}{\lambda^2} = 16q^2\mu_0 \left[\frac{|\psi_1|^2 \langle f_1^2(\hat{k}) \rangle}{m_1} + \frac{|\psi_2|^2 \langle f_2^2(\hat{k}) \rangle}{m_2} + \varepsilon' \langle f_1(\hat{k}) f_2(\hat{k}) \rangle (\psi_2\psi_1^* + \psi_1\psi_2^*) \right] \quad (3.8)$$

3.2.2 การคำนวณด้วยวิธีตัวดำเนินการโมเมนตัม

จากตัวดำเนินการโมเมนตัมที่กระทำต่อ ความเป็นระเบียบของช่องว่างพลังงาน $-i\hbar \frac{d\psi}{dx}$ และ

โมเมนตัม $P = m\bar{v} + q\bar{A}$ จะได้ความสัมพันธ์

$$-i\hbar \frac{d\psi}{dx} = (m\bar{v} + q\bar{A})\psi \quad (3.9)$$

กำหนดให้ $\psi = e^{ikx} = e^{i\phi(x)}$ จะได้

$$-i\hbar \frac{de^{i\phi(x)}}{dx} = (m\bar{v} + q\bar{A})e^{i\phi(x)} \quad (3.10)$$

ทำการเทียบอนุพันธ์กับ dx จะได้

$$\hbar d\phi(x) = (m\bar{v} + q\bar{A})dx \quad (3.11)$$

ทำการอินทิเกรตวงปิดเชิงเส้นสมการที่ (3.11) จะได้

$$\hbar \oint d\phi(x) = \oint (m\bar{v} + q\bar{A})dx \quad (3.12)$$

พิจารณาผลรวมของฟลักซ์แม่เหล็กในพื้นที่วงปิดจะมีค่าเป็นศูนย์ $\oint d\phi(x) = 0$ จะได้

$$\oint m\bar{v}dx + \oint q\bar{A}dx = 0 \quad (3.13)$$

ความเร็วและความหนาแน่นกระแสมีความสัมพันธ์; $\bar{v} = \frac{\bar{J}}{nq}$ แทนใน (3.13)

และใช้ทฤษฎี stoke theorem จะได้

$$\oint \frac{m\bar{J}}{nq} dx + q \int_s \nabla \times \bar{A} ds = 0 \quad (3.14)$$

พิจารณารูปทรงของตัวนำวยอดยิ่งตาม ภาพที่3-1 และทำการอินทิเกรตสมการ(3.14)จะได้

$$\frac{m}{nq} \bar{J}L + qL \int \bar{B}dx = 0 \quad (3.15)$$

การคำนวณแบบที่2.1ทำการ $\nabla \times$ ที่สมการที่ (3.15)

$$\frac{m}{nq} \nabla \times \bar{J} + q \nabla \times \int \bar{B}dx = 0 \quad (3.16)$$

สมการแมกซ์เวล $\bar{J} = \nabla \times \bar{B}$ จะได้

$$\frac{1}{\mu_0} \nabla \times \nabla \times \bar{B} + \frac{nq^2}{m} \bar{B} = 0 \quad (3.17)$$

ค่าความหนาแน่นต่อมวลสำหรับตัวนำวยอดยิ่ง2แถบพลังงานมีค่าเป็น

$$\left[\frac{4|\psi_1|^2}{m_1} \langle f_1^2(\hat{k}) \rangle + \frac{4|\psi_2|^2}{m_2} \langle f_2^2(\hat{k}) \rangle + 8\varepsilon \langle f_1(\hat{k}) f_2(\hat{k}) (\psi_2 \psi_1^* + \psi_1 \psi_2^*) \rangle \right] = \frac{n}{m} \quad (3.18)$$

จากสมการ (3.17) กำหนดค่าตัวแปรความถี่ทราบซิมได้ λ

$$\frac{d^2 \bar{B}}{dx^2} + \frac{1}{\lambda^2} \bar{B} = 0$$

จะได้ค่าความลึกทราบซึ่มได้ เหมือนการคำนวณในรูปแบบมหภาคด้วยวิธี กิ้นซ์เบิร์กแลนดาว

การคำนวณแบบที่ 2.2 ใช้การพิจารณาจากความลึกซึ่มได้จาก $\int_x^{x+\lambda} \bar{B} dx = \lambda \bar{B}$ คือ
สนามแม่เหล็กจะมีเฉพาะบริเวณ λ เท่านั้น เมื่อนำไปแทนค่าในสมการที่ (3.15) จะได้

$$\frac{m}{nq} \bar{J}L + q\bar{B}L\lambda = 0 \quad (3.19)$$

$$\bar{B} = -\frac{m\bar{J}}{nq^2\lambda} \quad (3.20)$$

จากกฎของแอมแปร์ $\bar{B} = \frac{\mu_0(N\bar{I})}{L}$ และ $N\bar{I} = \bar{J}L\lambda$ จะได้

$$\bar{B} = -\mu_0 \bar{J}\lambda \quad (3.21)$$

จากสมการที่ (3.20) และสมการที่ (3.21)

$$-\frac{m\bar{J}}{nq^2\lambda} = -\mu_0 \bar{J}\lambda \quad (3.22)$$

$$\frac{1}{\lambda^2} = q^2 \mu_0 \frac{n}{m} \quad (3.23)$$

$$\text{เมื่อแทนค่า } \frac{n}{m} = \left[\frac{4|\psi_1|^2}{m_1} \langle f_1^2(\hat{k}) \rangle + \frac{4|\psi_2|^2}{m_2} \langle f_2^2(\hat{k}) \rangle + 8\varepsilon \langle f_1(\hat{k}) f_2(\hat{k}) (\psi_2 \psi_1^* + \psi_1 \psi_2^*) \rangle \right]$$

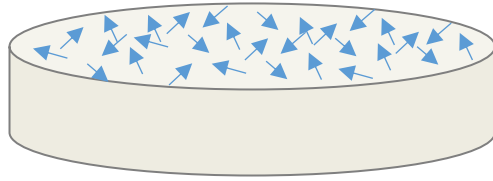
ในสมการที่ (3.23) จะได้ผลที่ตรงกับการคำนวณรูปแบบมหภาคด้วยวิธี กิ้นซ์เบิร์กแลนดาว

3.2.3 การคำนวณด้วยวิธีแบบดั้งเดิม จากความสัมพันธ์ ของการเคลื่อนที่ของประจุใน

สนามแม่เหล็กและ แรงเข้าสู่ศูนย์กลางของการเคลื่อนที่แบบวงกลม เมื่อพิจารณาอิเล็กตรอนใน

ตัวนำวยดิ่งที่อุณหภูมิสูงกว่าอุณหภูมิวิกฤตแล้วจะมีการเคลื่อนที่ในรูปแบบ 3 มิติ ในกรณีที่มี

อุณหภูมิต่ำกว่าอุณหภูมิวิกฤตแล้วจะมีการจับคู่กันของอิเล็กตรอน และมีการเคลื่อนที่ในรูปแบบ 2 มิติ



ภาพประกอบ 15 แสดงการเคลื่อนที่ในแบบ 2 มิติของอิเล็กตรอนคู่คูเปอร์ สภาวะนำยวดยิ่งใน
ขณะที่ไม่มีสนามแม่เหล็กภายนอกและกระแสไฟฟ้าที่อุณหภูมิต่ำกว่าอุณหภูมิวิกฤต

ซึ่งถ้านำตัวนำยวดยิ่งอยู่ในสนามแม่เหล็กที่มีค่าน้อยกว่าสนามแม่เหล็กวิกฤตแล้วจะมีผลทำให้
อิเล็กตรอนเคลื่อนที่แบบวงกลมในระนาบเดียวกัน ดังภาพประกอบ 16

ถึงแม้ว่าประจุจะมีแนวการเคลื่อนที่ต่างกัน ในช่วงเวลาก่อนที่จะมีสนามแม่เหล็กภายนอกมา
กระทำเมื่อประจุเคลื่อนที่ในสนามแม่เหล็กจะทำให้เกิดแรงสู่ศูนย์กลาง

$$qv \frac{B}{2} = \frac{mv^2}{r} \quad (3.24)$$

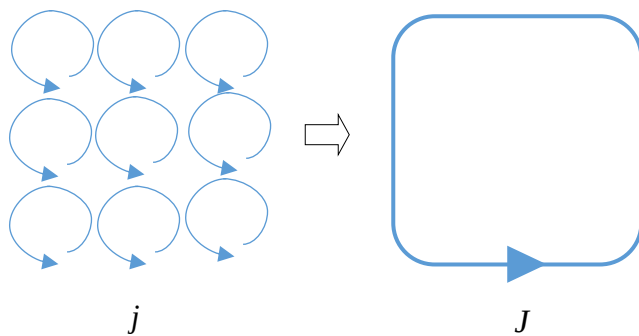
คูณด้วย $\pi^2 n q$ ทั้งสองข้างของสมการ

$$\pi^2 n q^2 \frac{B}{2} = \frac{\pi^2 n q m v}{r} \quad (3.25)$$

ความหนาแน่นกระแส $J = nqv$

$$\pi^2 n q^2 B = -2\pi m J \quad (3.26)$$

ความหนาแน่นกระแส J เกิดจากผลรวมย่อยของ ความหนาแน่นกระแส j และพิจารณาการ
หักล้างของ j จะเหลือเพียงบริเวณขอบนอกและสรุปได้ว่า $\sum j = J$ ดังภาพประกอบ 17



ภาพประกอบ 16 ความหนาแน่นกระแส J เกิดจากผลรวมย่อยของความหนาแน่นกระแส j

ทำการรวมความหนาแน่นกระแส j ทั้งก้อนของเนื้อสารโดยใช้อินทิเกรตวงปิด

$$\pi r^2 n q^2 B = -m \oint J dr \quad (3.27)$$

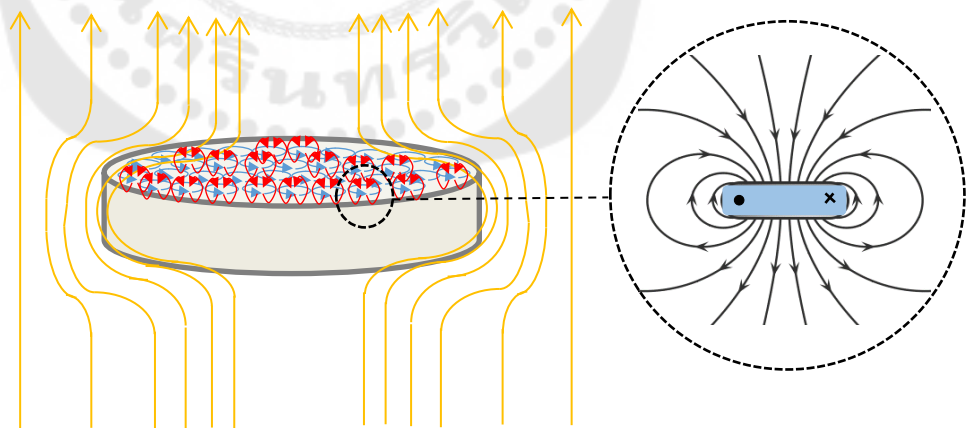
ใช้ทฤษฎี stoke theorem ; $\oint J \cdot dr = \iint (\nabla \times J) \cdot ds$

$$\frac{n q^2 B}{m} = -\frac{1}{\pi r^2} \iint (\nabla \times J) \cdot ds \quad (3.28)$$

จะได้ผลลัพธ์

$$\frac{n q^2 B}{m} = -(\nabla \times \nabla \times B) \quad (3.29)$$

และสามารถจัดให้อยู่ในรูปสมการมาตรฐาน $\frac{d^2 \vec{B}}{dx^2} + \frac{1}{\lambda^2} \vec{B} = 0$ สมการที่ (3.29) ได้ผลการคำนวณที่ตรงกับการคำนวณรูปแบบมหภาคด้วยวิธี กิ้นซ์เบิร์กแลนดาว และ การคำนวณด้วยตัวดำเนินการโมเมนตัม นอกจากนี้แล้วการคำนวณในรูปแบบดั้งเดิมสามารถทำให้พิจารณาการเกิดปรากฏการณ์ ไมสเนอร์ ได้ชัดเจนขึ้น คือการเคลื่อนที่เป็นวงกลมของคู่อิเล็กตรอนเนื่องจากสนามแม่เหล็กภายนอก แล้วทำให้เกิดสนามแม่เหล็กภายในที่มีทิศตรงข้ามกับสนามแม่เหล็กภายนอก ตามภาพประกอบ 18

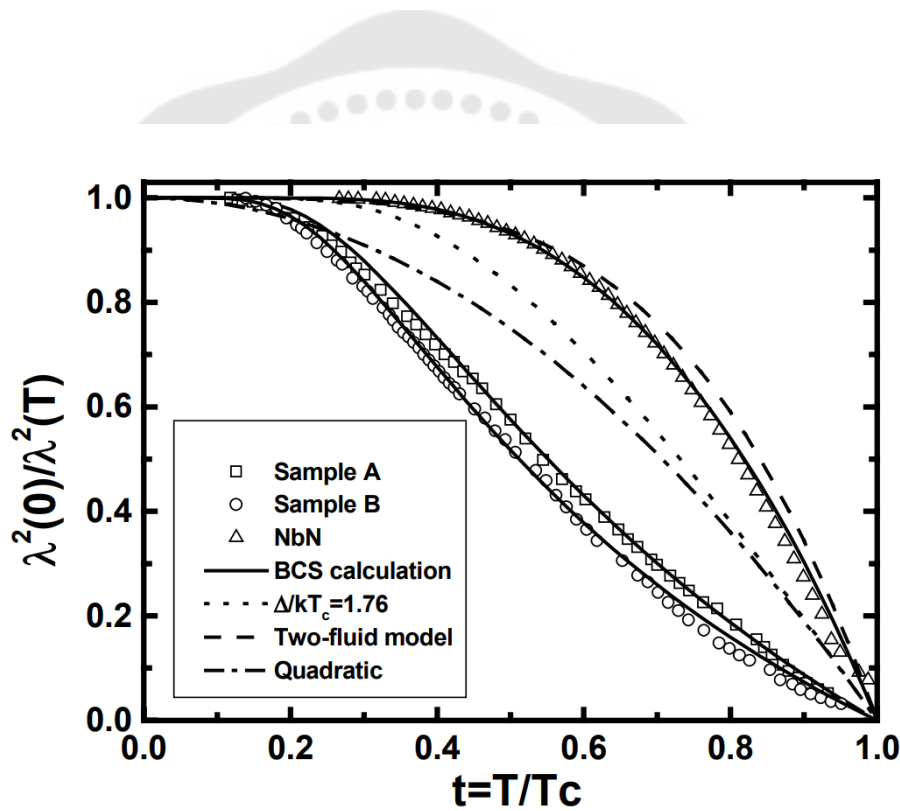


ภาพประกอบ 17 การเคลื่อนที่ของอิเล็กตรอนคู่คูเปอร์ ในสภาวะนำยวดยิ่งโดย $H_{\text{external}} < H_c$ และสร้างสนามแม่เหล็กภายในทิศตรงข้ามกับสนามแม่เหล็กภายนอก

เมื่อได้ ค่าความลึกซึบซึมได้ จากการคำนวณแล้วนำมาเปรียบเทียบกับผลการทดลอง โดยเพิ่มตัวแปรรูปแบบของฟังก์ชันความไม่สมมาตร และลำดับของช่องว่างพลังงาน โดยปรับค่าตัวแปรเพื่อให้ค่าจากการคำนวณใกล้เคียงกับค่าที่ได้จากผลการทดลองโดยเปรียบเทียบ แม็กนีเซียมไดโบไรด์ MgB_2 และ แคลเซียมอะลูมิเนียมซิลิโคน $CaAlSi$ ดังที่จะกล่าวในหัวข้อต่อไป

3.3 การศึกษาความลึกซึบซึมได้ในสารตัวอย่าง

3.3.1 ตัวนำยวดยิ่งแม็กนีเซียมไดโบไรด์ MgB_2

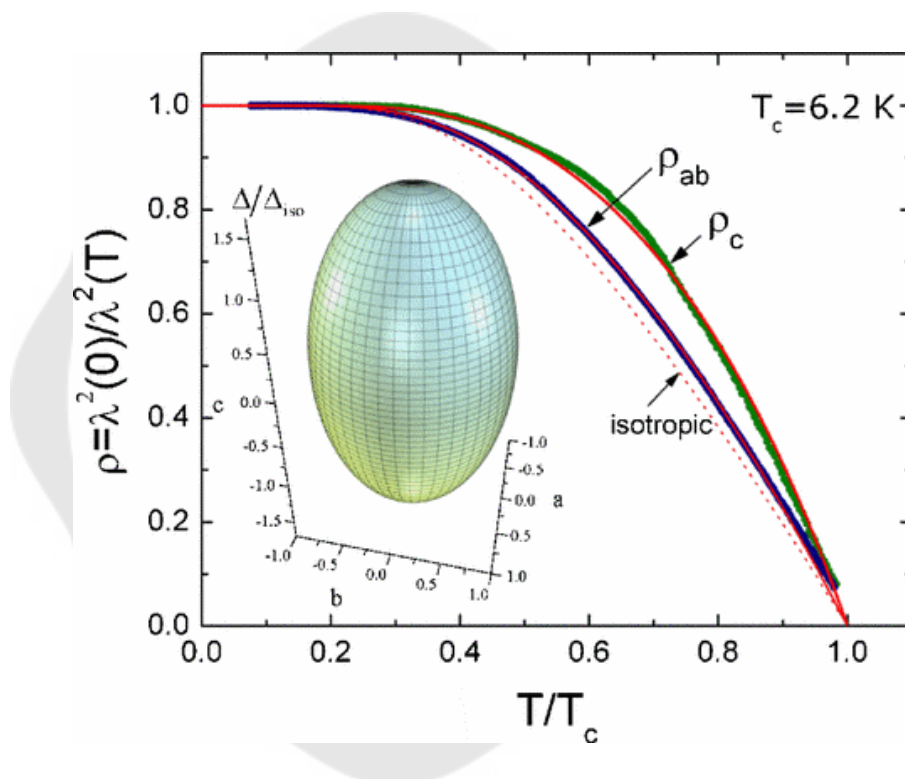


ภาพประกอบ 18 ความสัมพันธ์ระหว่าง $\frac{\lambda^2(0)}{\lambda^2(T)}$ กับ $\frac{T}{T_c}$ ของแม็กนีเซียมไดโบไรด์ (MgB_2 ; Sample A,B), ไนโอเบียมไนไตรด์(NbN) จากการทดลองเปรียบเทียบกับผลการคำนวณในรูปแบบ ต่างๆ

ที่มา: Jin และคณะ(2006) Energy gap, penetration depth, and surface resistance of MgB_2 thin films determined by microwave resonator measurements. Physical Review B 66

3.3.2 ตัวนำยวดยิ่ง แคลเซียมอะลูมิเนียมซิลิคอน $CaAlSi$

โดย กำหนดค่า $\psi_1 = 14, \psi_2 = 4, \eta = 20000, \varepsilon = 1.5$ ตามคุณสมบัติของ แคลเซียมอะลูมิเนียมซิลิคอน $CaAlSi$ แล้วทำการปรับเปลี่ยน ค่าคงตัว a, b ให้เหมาะสม เพื่อให้ได้ค่า λ ที่สอดคล้องกับผลการทดลอง จากภาพประกอบที่ 4-1 แสดงถึงความสัมพันธ์ระหว่าง $\frac{\lambda^2(0)}{\lambda^2(T)}$ กับ $\frac{T}{T_C}$ ที่อุณหภูมิวิกฤต 6.2 K นำมาปรับให้อยู่ในรูปแบบความสัมพันธ์ระหว่าง $\lambda(T)$ กับ $\frac{T}{T_C}$ ดังภาพประกอบ 20



ภาพประกอบ 19 ความสัมพันธ์ระหว่าง $\frac{\lambda^2(0)}{\lambda^2(T)}$ กับ $\frac{T}{T_C}$ ของแคลเซียมอะลูมิเนียมซิลิคอน

ที่มา: Prozorov และคณะ (2006) Anisotropic s-wave superconductivity in $CaAlSi$ single crystals from penetration depth measurements. Physical Review B 73(18): 184523

3.4 การคำนวณเชิงตัวเลข

การคำนวณในตัวนำยวดยิ่งจะต้องคำนึงถึงผลของความไม่สมมาตรของช่องว่างพลังงานตามทฤษฎี BCS ใช้ช่องว่างพลังงานรูปทรงกลมตามลักษณะของคลื่นเอส แต่ในตัวนำยวดยิ่งอุณหภูมิสูงช่องว่างพลังงานไม่สมมาตร ซึ่งแบบจำลองช่องว่างพลังงานที่ไม่สมมาตรรูปทรงรีตาม

แนวคิดถูกนำเสนอโดยฮาสและมากิ(Hass and Maki, 2002) และ แบบจำลองช่องว่างพลังงานรูปทรงรีตามแนวนอนหรือแพนเค้กถูกนำเสนอโดยโพเซซเฮนนิโควาและคณะ (Posazhennikova et al., 2002) นำสมการที่คำนวณได้มาคำนวณเชิงตัวเลขตามแบบจำลองของตัวนำยวดยิ่งที่ขึ้นกับทิศทางและอาศัยการเชื่อมโยง ตัวแปรความเป็นระเบียบตามทฤษฎีกินซ์เบิร์กแลนดาว และช่องว่างพลังงานตามทฤษฎี BCS โดยพิจารณาว่า

$$\Delta \approx \psi \quad (3.30)$$

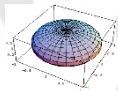
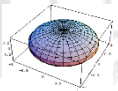
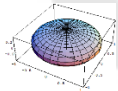
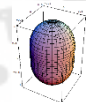
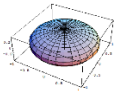
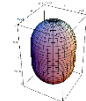
พิจารณาความไม่สมมาตรที่มีผลต่อตัวแปรความเป็นระเบียบ

$$\psi \approx \psi(T) f(k) \quad (3.31)$$

แทนสมการที่ (3.30) ใน (3.31) จะได้

$$\Delta_k \approx \Delta(T) f(k) \quad (3.32)$$

จากสมการที่(3.32) สามารถกำหนดรูปแบบของความไม่สมมาตร และลำดับของช่องว่างพลังงานหรือตัวแปรความเป็นระเบียบได้ดังตารางต่อไปนี้

แบบที่	ความไม่สมมาตรของ Δ_1, ψ_1	ความไม่สมมาตรของ Δ_2, ψ_2	สัญลักษณ์
1	 แพนเค้ก	 แพนเค้ก	$\Delta_1 f_p(k), \Delta_2 f_p(k)$
2	 แพนเค้ก	 ทรงรี	$\Delta_1 f_p(k), \Delta_2 f_e(k)$
3	 ทรงรี	 แพนเค้ก	$\Delta_1 f_e(k), \Delta_2 f_p(k)$
4	 ทรงรี	 ทรงรี	$\Delta_1 f_e(k), \Delta_2 f_e(k)$

ตาราง 1 รูปแบบลำดับของช่องว่างพลังงานและรูปแบบความไม่สมมาตรของตัวนำยวดยิ่ง

แบบ2ช่องว่างพลังงาน

จากตาราง 1 ทำให้สามารถทดลองค่าความไม่สมมาตรรูปแบบต่างๆ ในช่องว่างพลังงาน เพื่อ หาค่าความลึกซามซึ่มได้จากการคำนวณตามสมการที่ (4.6) เปรียบเทียบกับค่าความลึกซามซึ่มได้ที่เป็นผลจากการทดลอง ดังต่อไปนี้

3.4.1 การคำนวณแบบที่1 ค่าเฉลี่ยความไม่สมมาตรแบบแพนเค็ก-แพนเค็ก

การหาค่าเฉลี่ยความไม่สมมาตรแบบแพนเค็ก-แพนเค็ก การคำนวณใช้รูปแบบที่1 จาก ตาราง1 สำหรับช่องว่างพลังงานที่รูปทรงแพนเค็กมีรูปแบบเป็น $f(k) = \frac{1}{\sqrt{1+az^2}}$ และ ช่องว่างพลังงานที่2 รูปทรงแพนเค็กมีรูปแบบเป็น $f(k) = \frac{1}{\sqrt{1+az^2}}$ นำมาแทนค่าลงในสมการที่ (3.8)ดัง ขั้นตอนต่อไปนี้

$$\text{กำหนดให้ } f_{p1}(\theta) = \frac{1}{\sqrt{1+a\cos^2 \theta}} \text{ จะได้}$$

$$\langle f_{p1}^2(\theta) \rangle = \frac{1}{2} \int_0^\pi \sin \theta \frac{1}{1+a\cos^2 \theta} d\theta \quad (3.33)$$

$$\text{กำหนดให้ } f_{p2}(\theta) = \frac{1}{\sqrt{1+b\cos^2 \theta}} \text{ จะได้}$$

$$\langle f_{p2}^2(\theta) \rangle = \frac{1}{2} \int_0^\pi \sin \theta \frac{1}{1+b\cos^2 \theta} d\theta \quad (3.34)$$

และค่าเฉลี่ยความไม่สมมาตรแบบแพนเค็ก-แพนเค็ก กรณี $f_{p1}(\theta) f_{p2}(\theta)$

$$\langle f_{p1}(\theta) f_{p2}(\theta) \rangle = \frac{1}{2} \int_0^\pi \sin \theta \left(\frac{1}{\sqrt{1+a\cos^2 \theta}} \right) \left(\frac{1}{\sqrt{1+b\cos^2 \theta}} \right) d\theta \quad (3.35)$$

3.4.2 การคำนวณแบบที่ 2 หาค่าเฉลี่ยความไม่สมมาตรแบบแพนเค็ก-ทรงรี

หาค่าเฉลี่ยความไม่สมมาตรแบบแพนเค็ก-ทรงรี การคำนวณใช้รูปแบบที่2 จากตาราง1 สำหรับช่องว่างพลังงานที่รูปทรงแพนเค็กมีรูปแบบเป็น $f(k) = \frac{1}{\sqrt{1+az^2}}$ และ ช่องว่างพลังงานที่2 รูปทรงรีมีรูปแบบเป็น $f_{e2}(\theta) = \frac{1+b\cos^2 \theta}{1+b}$ นำมาแทนค่าลงในสมการที่ (3.8)ดังขั้นตอนต่อไปนี้

$$\text{กำหนดให้ } f_{p1}(\theta) = \frac{1}{\sqrt{1+a\cos^2 \theta}} \text{ จะได้}$$

$$\langle f_{p1}^2(\theta) \rangle = \frac{1}{2} \int_0^\pi \sin \theta \frac{1}{1 + a \cos^2 \theta} d\theta \quad (3.36)$$

หาค่าเฉลี่ยความไม่สมมาตรแบบทรงรี กรณี $f_{e2}(\theta)$

กำหนดให้ $f_{e2}(\theta) = \frac{1 + b \cos^2 \theta}{1 + b}$ จะได้

$$\langle f_{e2}^2(\theta) \rangle = \frac{1}{2} \int_0^\pi \sin \theta \left(\frac{1 + b \cos^2 \theta}{1 + b} \right)^2 d\theta \quad (3.37)$$

หาค่าเฉลี่ยความไม่สมมาตรแบบแพนเค้ก-ทรงรี กรณี $f_{p1}(\theta) f_{e2}(\theta)$

$$\langle f_{p1}(\theta) f_{e2}(\theta) \rangle = \frac{1}{2} \int_0^\pi \sin \theta \left(\frac{1}{1 + a \cos^2 \theta} \right) \left(\frac{1 + b \cos^2 \theta}{1 + b} \right) d\theta \quad (3.38)$$

3.4.3 การคำนวณแบบที่ 3 หาค่าเฉลี่ยความไม่สมมาตรแบบทรงรี-แพนเค้ก

หาค่าเฉลี่ยความไม่สมมาตรแบบทรงรี-แพนเค้ก การคำนวณใช้รูปแบบที่ 3 จากตาราง 1

สำหรับช่องว่างพลังงานที่ 1 รูปทรงรีมีรูปแบบเป็น $f_{e1}(\theta) = \frac{1 + a \cos^2 \theta}{1 + a}$ และ ช่องว่างพลังงานที่ 2

รูปทรงแพนเค้กมีรูปแบบเป็น $f_{p2}(\theta) = \frac{1}{\sqrt{1 + b \cos^2 \theta}}$ นำมาแทนค่าลงในสมการที่ (3.8) ดัง
ขั้นตอนต่อไปนี้

กำหนดให้ $f_{e1}(\theta) = \frac{1 + a \cos^2 \theta}{1 + a}$ จะได้

$$\langle f_{e1}^2(\theta) \rangle = \frac{1}{2} \int_0^\pi \sin \theta \left(\frac{1 + a \cos^2 \theta}{1 + a} \right)^2 d\theta \quad (3.39)$$

หาค่าเฉลี่ยความไม่สมมาตรแบบแพนเค้ก กรณี $f_{p2}(\theta)$

กำหนดให้ $f_{p2}(\theta) = \frac{1}{\sqrt{1 + b \cos^2 \theta}}$ จะได้

$$\langle f_{p1}^2(\theta) \rangle = \frac{1}{2} \int_0^\pi \sin \theta \frac{1}{1 + b \cos^2 \theta} d\theta \quad (3.40)$$

หาค่าเฉลี่ยความไม่สมมาตรแบบทรงรี-แพนเค้ก กรณี $f_{e1}(\theta) f_{p2}(\theta)$

$$\langle f_{e1}(\theta) f_{p2}(\theta) \rangle = \frac{1}{2} \int_0^\pi \sin \theta \left(\frac{1 + a \cos^2 \theta}{1 + a} \right) \left(\frac{1}{\sqrt{1 + b \cos^2 \theta}} \right) d\theta \quad (3.41)$$

3.4.4 การคำนวณแบบที่ 4 หาค่าเฉลี่ยความไม่สมมาตรแบบทรงรี-ทรงรี

หาค่าเฉลี่ยความไม่สมมาตรแบบทรงรี-ทรงรี การคำนวณใช้รูปแบบที่ 4 จากตาราง 1

สำหรับช่องว่างพลังงานที่ 1 รูปทรงรีมีรูปแบบเป็น $f_{e1}(\theta) = \frac{1+a\cos^2\theta}{1+a}$ และ ช่องว่างพลังงานที่ 2 รูปทรงแพนเค้กมีรูปแบบเป็น $f_{e2}(\theta) = \frac{1+b\cos^2\theta}{1+b}$ นำมาแทนค่าลงในสมการที่ (3.8) ดังขั้นตอนต่อไปนี้

กำหนดให้ $f_{e1}(\theta) = \frac{1+a\cos^2\theta}{1+a}$ จะได้

$$\langle f_{e1}^2(\theta) \rangle = \frac{1}{2} \int_0^\pi \sin\theta \left(\frac{1+a\cos^2\theta}{1+a} \right)^2 d\theta \quad (3.42)$$

หาค่าเฉลี่ยความไม่สมมาตรแบบทรงรี กรณี $f_{e2}(\theta)$

กำหนดให้ $f_{e2}(\theta) = \frac{1+b\cos^2\theta}{1+b}$ จะได้

$$\langle f_{e2}^2(\theta) \rangle = \frac{1}{2} \int_0^\pi \sin\theta \left(\frac{1+b\cos^2\theta}{1+b} \right)^2 d\theta \quad (3.43)$$

หาค่าเฉลี่ยความไม่สมมาตรแบบทรงรี-ทรงรี กรณี $f_{e1}(\theta)f_{e2}(\theta)$

$$\langle f_{e1}(\theta)f_{e2}(\theta) \rangle = \frac{1}{2} \int_0^\pi \sin\theta \left(\frac{1+a\cos^2\theta}{1+a} \right) \left(\frac{1+b\cos^2\theta}{1+b} \right) d\theta \quad (3.44)$$

จากการคำนวณทั้ง 4 แบบ สรุปรูปแบบได้ดังตารางที่ 2

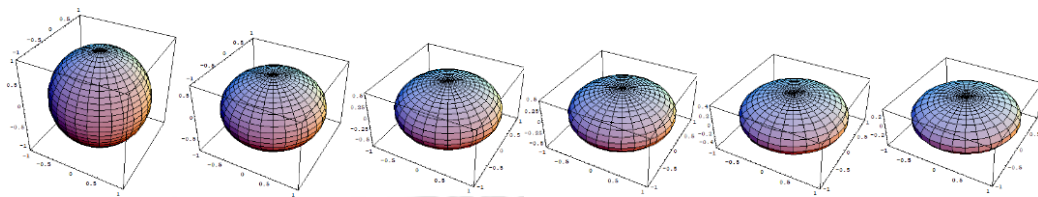
ตาราง 2 สมการรูปแบบค่าเฉลี่ยความไม่สมมาตร

⊕

รูปแบบ ค่าเฉลี่ย	แพนเด็ก-แพนเด็ก	แพนเด็ก-ทรงรี	ทรงรี-แพนเด็ก	ทรงรี-ทรงรี
$\langle f_1^2(\theta) \rangle$	$\frac{1}{2} \int_0^\pi \sin \theta \left(\frac{1}{1+a \cos^2 \theta} \right) d\theta$	$\frac{1}{2} \int_0^\pi \sin \theta \left(\frac{1}{1+a \cos^2 \theta} \right) d\theta$	$\frac{1}{2} \int_0^\pi \sin \theta \left(\frac{1+a \cos^2 \theta}{1+a} \right)^2 d\theta$	$\frac{1}{2} \int_0^\pi \sin \theta \left(\frac{1+a \cos^2 \theta}{1+a} \right)^2 d\theta$
$\langle f_2^2(\theta) \rangle$	$\frac{1}{2} \int_0^\pi \sin \theta \left(\frac{1}{1+b \cos^2 \theta} \right) d\theta$	$\frac{1}{2} \int_0^\pi \sin \theta \left(\frac{1+b \cos^2 \theta}{1+b} \right)^2 d\theta$	$\frac{1}{2} \int_0^\pi \sin \theta \left(\frac{1}{1+b \cos^2 \theta} \right) d\theta$	$\frac{1}{2} \int_0^\pi \sin \theta \left(\frac{1+b \cos^2 \theta}{1+b} \right)^2 d\theta$
$\langle f_1(\theta), f_2(\theta) \rangle$	$\frac{1}{2} \int_0^\pi \sin \theta \left(\frac{1}{\sqrt{1+a \cos^2 \theta}} \right) \left(\frac{1}{\sqrt{1+b \cos^2 \theta}} \right) d\theta$	$\frac{1}{2} \int_0^\pi \sin \theta \frac{1}{\sqrt{1+a \cos^2 \theta}} \left(\frac{1+b \cos^2 \theta}{1+b} \right) d\theta$	$\frac{1}{2} \int_0^\pi \sin \theta \left(\frac{1+a \cos^2 \theta}{1+a} \right) \frac{1}{\sqrt{1+b \cos^2 \theta}} d\theta$	$\frac{1}{2} \int_0^\pi \sin \theta \left(\frac{1+a \cos^2 \theta}{1+a} \right) \left(\frac{1+b \cos^2 \theta}{1+b} \right) d\theta$

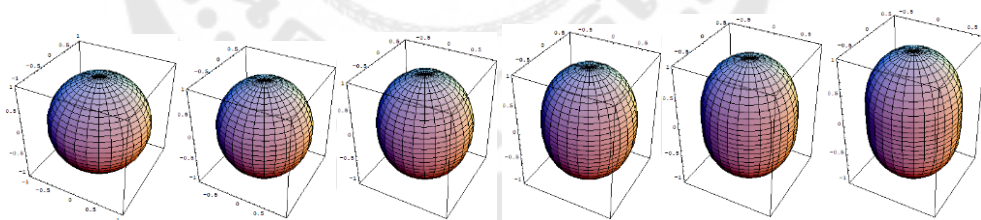
□

จากตาราง 2 รูปแบบค่าเฉลี่ยพื้นผิวเฟอร์มี มีการกำหนดค่าคงตัวสำหรับพื้นผิวเฟอร์มี เป็น a และ b สำหรับช่องว่างพลังงานที่ 1 และ 2 ตามลำดับซึ่งค่าคงตัวนี้มีผลต่อรูปร่างของพื้นผิวเฟอร์มีตามภาพประกอบ 21 แสดงถึงรูปแบบทรงแพนเค้กที่เด่นชัดขึ้นเมื่อมีการปรับค่าคงตัว a หรือ b ระหว่าง 0 ถึง 5



ภาพประกอบ 20 รูปแบบแพนเค้ก a หรือ $b = 0, 1, 2, 3, 4$ และ 5 ตามลำดับ

ภาพประกอบ 22 แสดงถึงรูปทรงรีของพื้นผิวเฟอร์มีที่เด่นชัดขึ้นเมื่อมีการปรับค่าคงตัว a หรือ b ระหว่าง 0 ถึง 0.5



ภาพประกอบ 21 รูปแบบทรงรี a หรือ $b = 0, 0.1, 0.2, 0.3, 0.4$ และ 0.5 ตามลำดับ

นำค่าที่ได้จากการคำนวณตามรูปแบบความไม่สมมาตรของตาราง 2) จะได้รูปแบบของสมการ 4 รูปแบบนำมาแทนค่าในสมการที่ (3.8)

$$\frac{1}{\lambda^2} = 16q^2 \mu_0 \left(\frac{|\psi_1|^2 \langle f_1^2(\hat{k}) \rangle}{m_1} + \frac{|\psi_2|^2 \langle f_2^2(\hat{k}) \rangle}{m_2} + \varepsilon' \langle f_1(\hat{k}) f_2(\hat{k}) \rangle (\psi_2 \psi_1^* + \psi_1 \psi_2^*) \right)$$

กำหนดให้ $\eta = \frac{8q^2 \mu_0}{m}$, $2m = m_1 = m_2$ และ $\varepsilon' = \frac{\varepsilon}{2m}$ จะได้

$$\frac{1}{\lambda^2} = \eta(|\psi_1|^2 \langle f_1^2(\hat{k}) \rangle + |\psi_2|^2 \langle f_2^2(\hat{k}) \rangle + \varepsilon \langle f_1(\hat{k}) f_2(\hat{k}) \rangle (\psi_2 \psi_1^* + \psi_1 \psi_2^*)) \quad (3.45)$$

ทำการแทนค่าตัวแปรที่เหมาะสมในสูตรคำนวณโดยใช้โปรแกรม Mathematica เมื่อได้ค่าจากโปรแกรมแล้วนำมาเปรียบเทียบกับค่าที่ได้จากผลการทดลอง



บทที่ 4

ผลการวิจัย

จากการคำนวณความลึกซาบซึมได้ ทั้ง 3 วิธีคือ การคำนวณด้วยวิธี กิ้นซ์เบิร์กแลนดาว, การคำนวณด้วยวิธีตัวดำเนินการโมเมนต์ และ การคำนวณด้วยวิธีแบบดั้งเดิม ให้ผลที่ตรงกัน ดังที่แสดงในบทที่3 สมการที่ (3.45) คือ

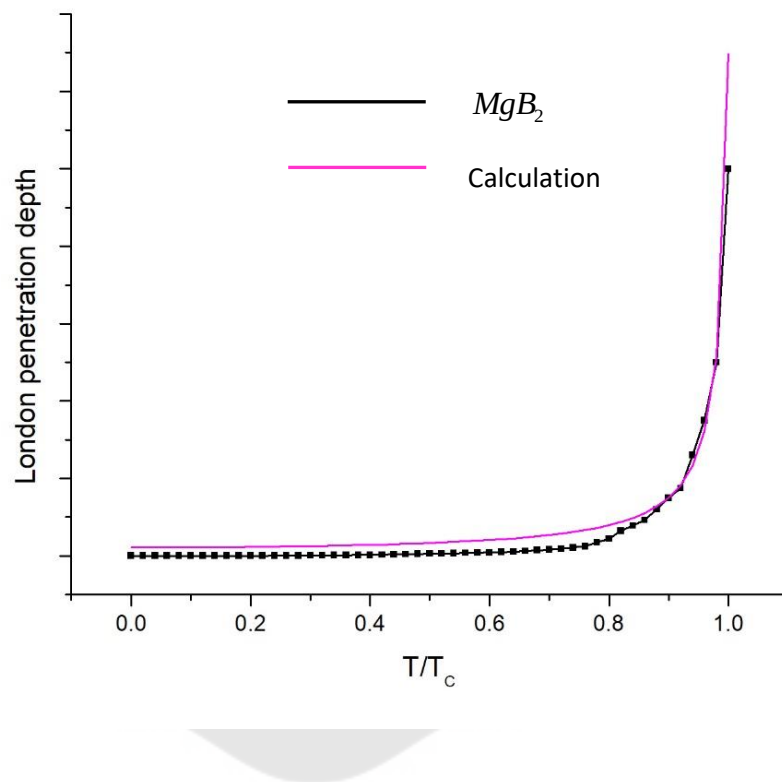
$$\frac{1}{\lambda^2} = \eta(|\psi_1|^2 \langle f_1^2(\hat{k}) \rangle + |\psi_2|^2 \langle f_2^2(\hat{k}) \rangle + \varepsilon \langle f_1(\hat{k}) f_2(\hat{k}) \rangle (\psi_2 \psi_1^* + \psi_1 \psi_2^*))$$

จากสมการเป็นการทำให้ตัวแปรความเป็นระเบียบตามทฤษฎีกิ้นซ์เบิร์ก หรือช่องว่างพลังงานตามทฤษฎี บีซีเอสได้ถูกเพิ่มรูปแบบความไม่สมมาตร ซึ่งมี 4 รูปแบบ คือ แพนเค้ก-แพนเค้ก, แพนเค้ก-ทรงรี, ทรงรี-แพนเค้ก และทรงรี-ทรงรี นำมากำหนดค่าคงตัวที่เหมาะสมเพื่อให้ผลที่ใกล้เคียงกับการทดลองของสาร แมกนีเซียมไดโบไรด์ MgB_2 และแคลเซียมอะลูมิเนียมซิลิโคน $CaAlSi$ และนำมาพิจารณาว่ารูปแบบความไม่สมมาตรแบบใดที่ให้ผลการคำนวณค่าความลึกซาบซึมได้ใกล้เคียงกับผลการทดลอง

4.1 เปรียบเทียบผลการคำนวณความลึกซาบซึมได้กับผลการทดลองของแมกนีเซียมไดโบไรด์ MgB_2

ตัวนำยิ่งยวด แมกนีเซียมไดโบไรด์ MgB_2 ชนิดฟิล์มซึ่งได้ทำการทดลอง เพื่อความสัมพันธ์ระหว่าง $\lambda^2(0)/\lambda^2(T)$ กับ $\frac{T}{T_C}$ โดยทำการทดลอง 2 ครั้ง ตัวอย่างการทดลอง (Jin และคณะ, 2006)

4.1.1 ผลการคำนวณความลึกซาบซึมได้ของช่องว่างพลังงาน แบบ 2 ช่องว่างพลังงาน กรณีความไม่สมมาตรแบบ แพนเค้ก-แพนเค้ก โดยกำหนดให้ $|\psi_1|=25$, $|\psi_2|=78$, $\eta=10000$, $\varepsilon=1$, $T_c=36$, $a=7$ และ $b=7$ เปรียบเทียบกับการทดลองของแม็กนีเซียมไดโบไรด์ ตามภาพประกอบ 21

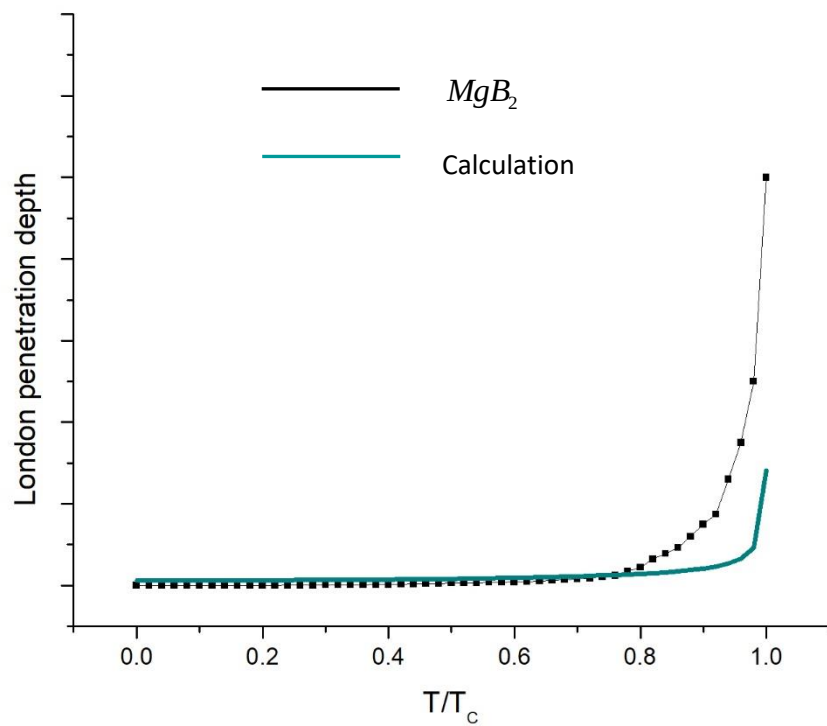


ภาพประกอบ 22 ความลึกซาบซึมได้กรณีความไม่สมมาตรแบบ แพนเค้ก-แพนเค้ก เปรียบเทียบกับการทดลองของแม็กนีเซียมไดโบไรด์

4.1.2 ผลการคำนวณความลึกซาบซึมได้ของช่องว่างพลังงาน แบบ 2 ช่องว่างพลังงาน กรณีความไม่สมมาตรแบบ แพนเค้ก-ทรงรี โดยกำหนดให้

$$|\psi_1|=25, |\psi_2|=78, \eta=10000, \varepsilon=2.01, T_c=36, a=7 \text{ และ } b=0.5$$

เปรียบเทียบกับผลการทดลองของแม็กนีเซียมไดโบไรด์ ตามภาพประกอบ 22

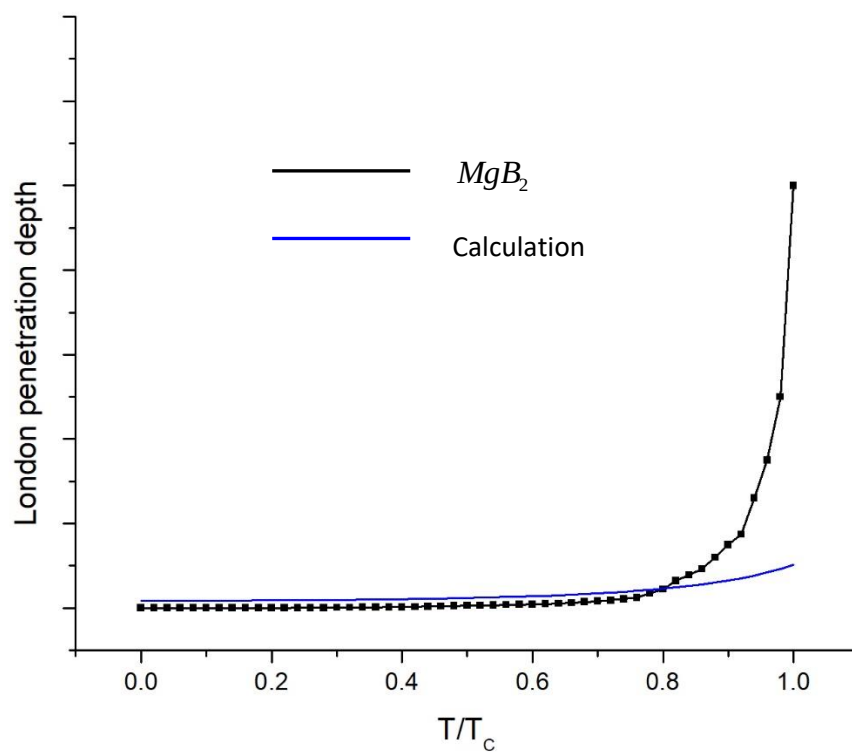


ภาพประกอบ 23 ความลึกซาบซึมได้กรณีความไม่สมมาตรแบบ แพนเค้ก-ทรงรี เปรียบเทียบกับการทดลองของแม็กนีเซียมไดโบไรด์

4.1.3 ผลการคำนวณความลึกซาบซึมได้ของช่องว่างพลังงาน แบบ 2 ช่องว่างพลังงาน
กรณีความไม่สมมาตรแบบ ทรงรี-แพนเค้ก โดยกำหนดให้

$$|\psi_1|=25, |\psi_2|=78, \eta=10000, \varepsilon=1, T_c=36, a=0.5 \text{ และ } b=5$$

เปรียบเทียบกับผลการทดลองของแม็กนีเซียมไดโบไรด์ ตามภาพประกอบ 23

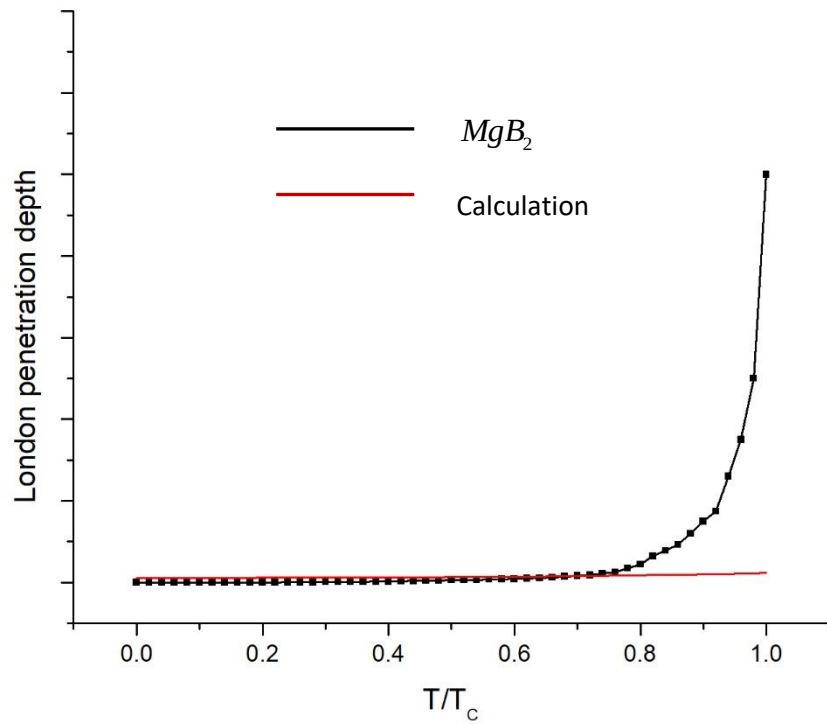


ภาพประกอบ 24 ความลึกซาบซึมได้กรณีความไม่สมมาตรแบบ ทรงรี-แพนเค้ก เปรียบเทียบกับ
การทดลองของแม็กนีเซียมไดโบไรด์

4.1.4 ผลการคำนวณความลึกซาบซึมได้ของช่องว่างพลังงาน แบบ 2 ช่องว่างพลังงาน
กรณีความไม่สมมาตรแบบ ทรงรี-ทรงรี โดยกำหนดให้

$$|\psi_1|=25, |\psi_2|=78, \eta=10000, \varepsilon=1, T_c=36, a=0.5 \text{ และ } b=0.5$$

เปรียบเทียบกับผลการทดลองของแม็กนีเซียมไดโบไรด์ ตามภาพประกอบ 24



ภาพประกอบ 25 ความลึกซาบซึมได้กรณีความไม่สมมาตรแบบ ทรงรี-ทรงรี เปรียบเทียบกับการ
ทดลองของแม็กนีเซียมไดโบไรด์

4.2 เปรียบเทียบผลการคำนวณความลึกซาบซึมได้กับผลการทดลองแคลเซียม

อะลูมิเนียมซิลิคอน CaAlSi

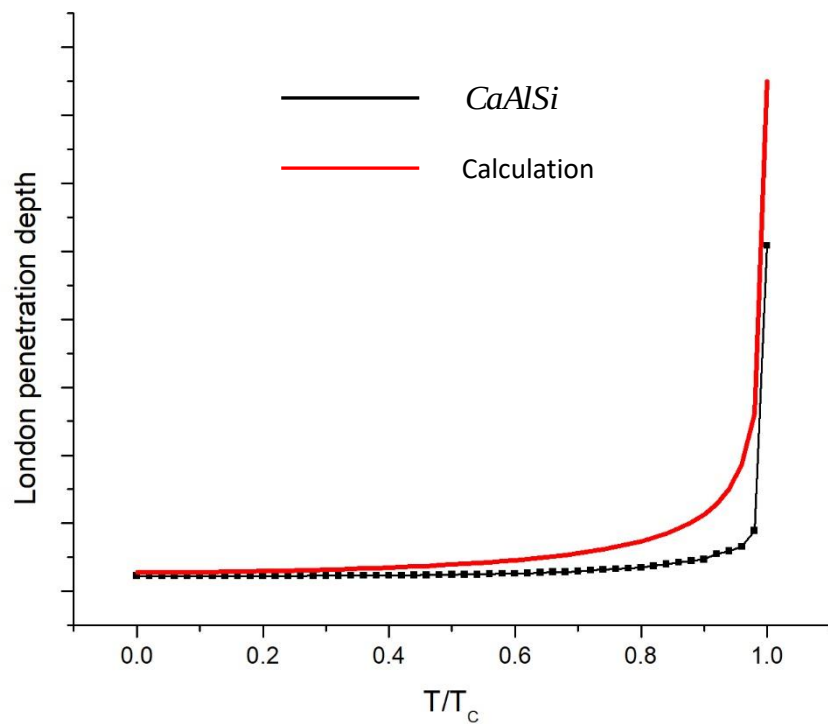
ตัวนำยิ่งยวดอะลูมิเนียมซิลิคอน CaAlSi Prozorov และคณะ (2006) ได้ทำการทดลอง เพื่อ

ความสัมพันธ์ระหว่าง $\lambda^2(0)/\lambda^2(T)$ กับ $\frac{T}{T_c}$

4.2.1 ผลการคำนวณความลึกซาบซึมได้ของช่องว่างพลังงาน แบบ 2 ช่องว่างพลังงาน กรณี

ความไม่สมมาตรแบบ แพนเค้ก-แพนเค้ก โดยกำหนดให้

$|\psi_1|=14$, $|\psi_2|=4$, $\eta=20000$, $\varepsilon=1.19$, $T_c=6.7$, $a=2$ และ $b=2$ เปรียบเทียบกับการทดลองของ
แคลเซียมอะลูมิเนียมซิลิคอน ตามภาพประกอบ 25

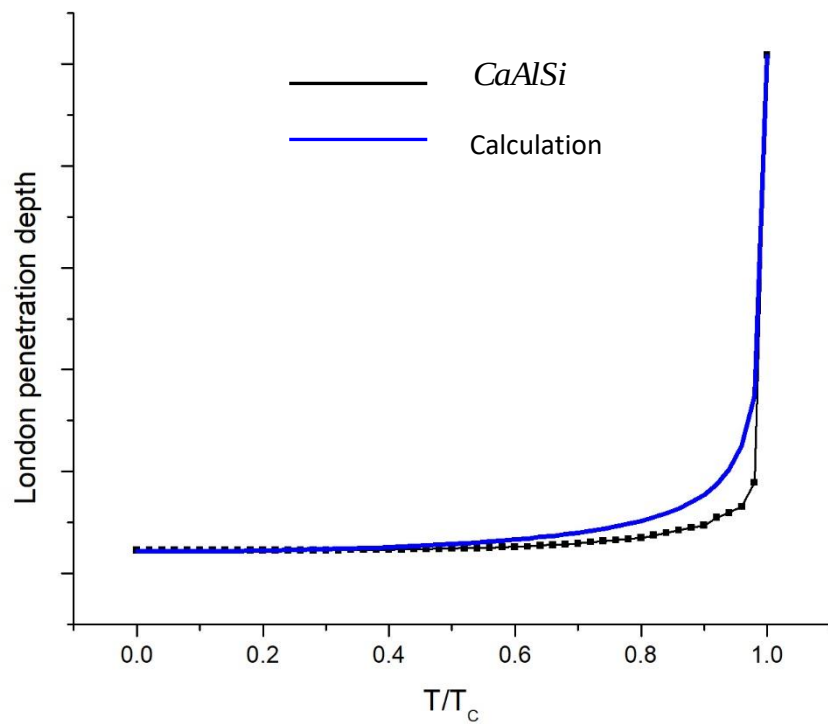


ภาพประกอบ 26 ความลึกซาบซึมได้กรณีความไม่สมมาตรแบบ แพนเค้ก-แพนเค้ก เปรียบเทียบ
กับการทดลองของแคลเซียมอะลูมิเนียมซิลิคอน

4.2.2 ผลการคำนวณความลึกซาบซึมได้ของช่องว่างพลังงาน แบบ 2 ช่องว่างพลังงาน
กรณีความไม่สมมาตรแบบ แพนเค้ก-ทรงรี โดยกำหนดให้

$$|\psi_1|=14, |\psi_2|=4, \eta=20000, \varepsilon=1.5, T_c=6.7, a=1.01 \text{ และ } b=0.1$$

เปรียบเทียบกับ การทดลองของแคลเซียมอะลูมิเนียมซิลิโคน ตามภาพประกอบ 26



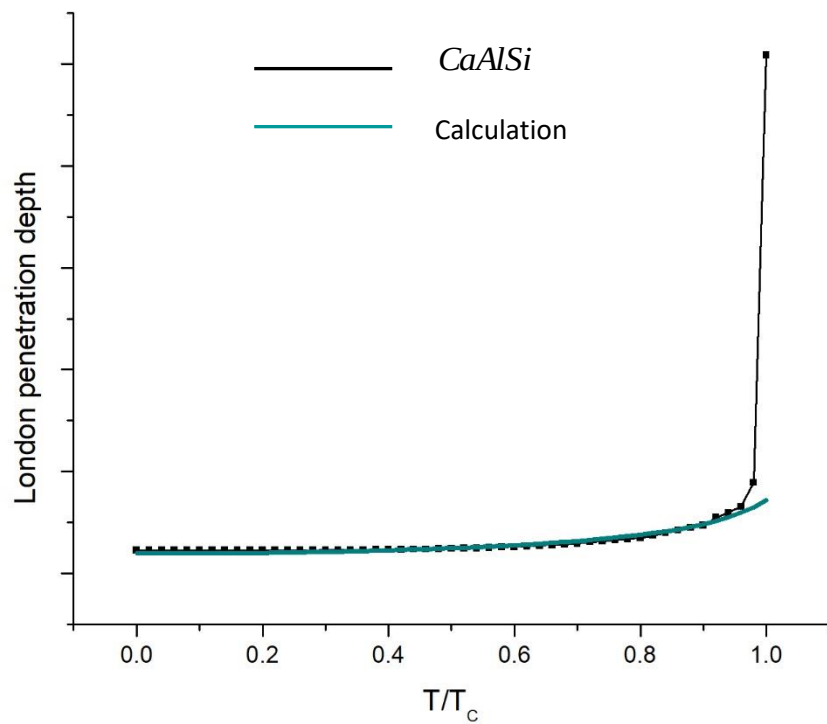
ภาพประกอบ 27 ความลึกซาบซึมได้กรณีความไม่สมมาตรแบบ แพนเค้ก-ทรงรี เปรียบเทียบกับ
การทดลองของแคลเซียมอะลูมิเนียมซิลิโคน

4.2.3 ผลการคำนวณความลึกซาบซึมได้ของช่องว่างพลังงาน แบบ 2 ช่องว่างพลังงาน

กรณีความไม่สมมาตรแบบ ทรงรี-แบนแค้ก โดยกำหนดให้

$|\psi_1|=14$, $|\psi_2|=4$, $\eta = 20000$, $\varepsilon = 1.5$, $T_c = 6.7$, $a = 0.1$ และ $b = 2$

เปรียบเทียบกับ การทดลองของแคลเซียมอะลูมิเนียมซิลิโคน ตามภาพประกอบ 27



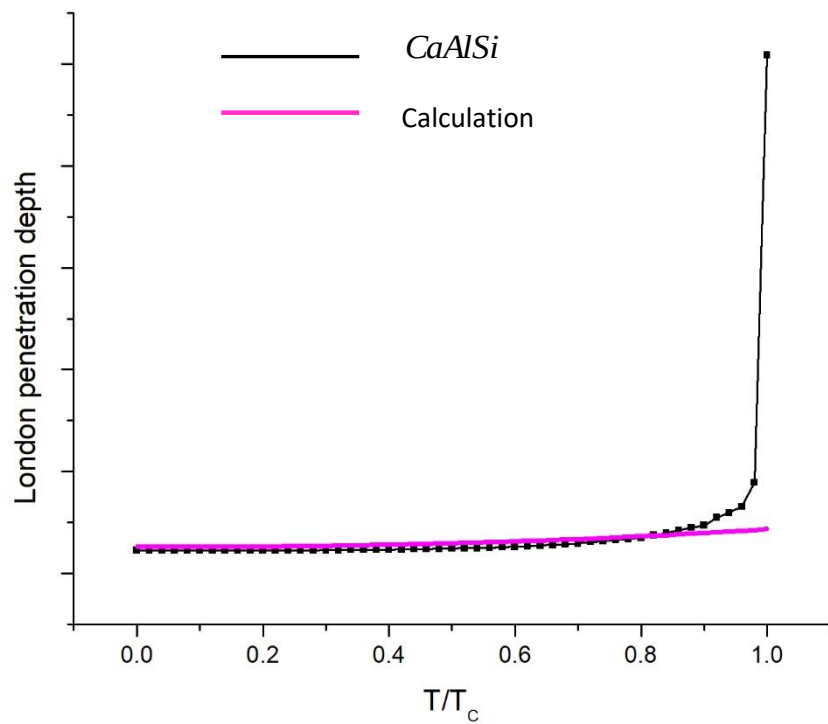
ภาพประกอบ 28 ความลึกซาบซึมได้กรณีความไม่สมมาตรแบบ ทรงรี-แบนแค้ก เปรียบเทียบกับการทดลองของแคลเซียมอะลูมิเนียมซิลิโคน

4.2.4 ผลการคำนวณความลึกซาบซึมได้ของช่องว่างพลังงาน แบบ 2 ช่องว่างพลังงาน

กรณีความไม่สมมาตรแบบ ทรงรี-แบนแค้ก โดยกำหนดให้

$|\psi_1|=14$, $|\psi_2|=4$, $\eta = 20000$, $\varepsilon = 0.5$, $T_c = 6.7$, $a = 0.4$ และ $b = 0.4$

เปรียบเทียบกับผลการทดลองของแคลเซียมอะลูมิเนียมซิลิโคน ตามภาพประกอบ 28



ภาพประกอบ 29 ความลึกซาบซึมได้กรณีความไม่สมมาตรแบบ ทรงรี-ทรงรี เปรียบเทียบกับการทดลองของแคลเซียมอะลูมิเนียมซิลิโคน

บทที่ 5

สรุป และอภิปรายผลการวิจัย

5.1 สรุปผลการวิจัย

จากการวิจัยสามารถหาความลึกขาบซึ่มได้ของตัวนำยวดยิ่งโดยใช้ทฤษฎีกินซ์เบิร์กแลนดาวของตัวนำยวดยิ่งที่ขึ้นกับทิศทางคลื่นชนิดเอส โดยให้การคำนวณแบ่งเป็น 3 วิธีคือ

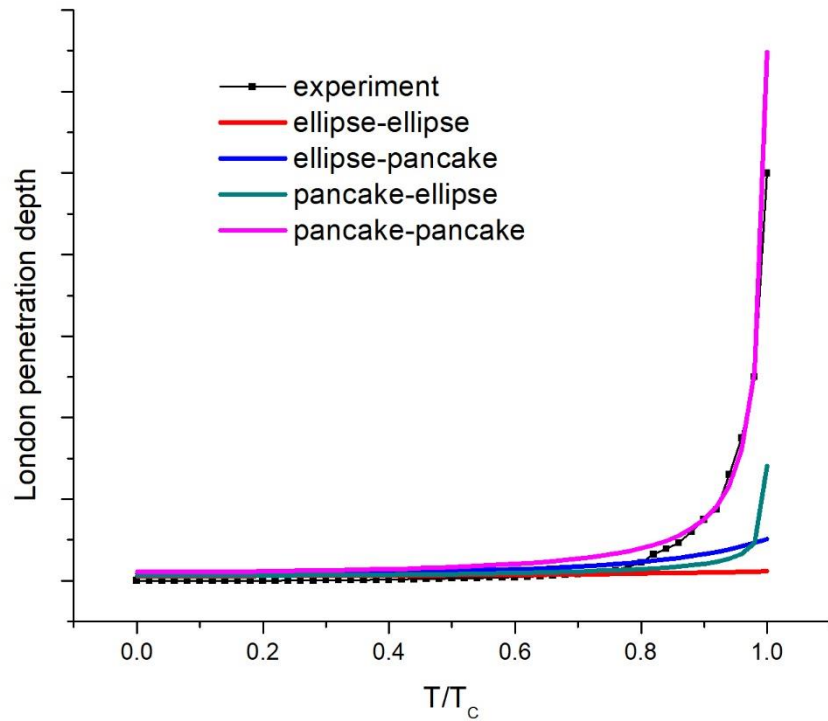
1. การคำนวณด้วยวิธี กินซ์เบิร์กแลนดาว
2. การคำนวณด้วยตัวดำเนินการโมเมนตัม
3. การคำนวณด้วยวิธีแบบดั้งเดิม

และได้เพิ่มฟังก์ชัน ที่ขึ้นกับทิศทางโดยอาศัยความสัมพันธ์ $\Delta \approx \psi$ และ $\psi \approx \psi(T) f(k)$ ซึ่งให้ผลการคำนวณที่ตรงกัน คือ

$$\frac{1}{\lambda^2} = 8q^2 \mu_0 \left[\frac{|\psi_1|^2 \langle f_1^2(\hat{k}) \rangle}{m_1^*} + \frac{|\psi_2|^2 \langle f_2^2(\hat{k}) \rangle}{m_2^*} + \varepsilon \langle f_1(\hat{k}) f_2(\hat{k}) \rangle (\psi_2 \psi_1^* + \psi_1 \psi_2^*) \right]$$

การเปรียบเทียบผลการคำนวณความลึกขาบซึ่มได้ของตัวนำยวดยิ่งโดยใช้ทฤษฎีกินซ์เบิร์กแลนดาวของตัวนำยวดยิ่งที่ขึ้นกับทิศทางคลื่นชนิดเอส กับผลการทดลองในการคำนวณความลึกขาบซึ่มได้ของแมกนีเซียมไดโบไรด์ ในรูปแบบ ของแพนเค้ก-แพนเค้ก, ทรงรี-แพนเค้ก, แพนเค้ก-ทรงรี และ ทรงรี-ทรงรี เปรียบเทียบกับผลการทดลองได้ผลดังภาพประกอบ 29 จะเห็นได้ว่ากราฟของผลการทดลองสอดคล้องกับ การคำนวณแบบ แพนเค้ก-แพนเค้ก คือความไม่สมมาตรแบบแพนเค้กกำหนดให้ $f_{p1}(\theta) = \frac{1}{\sqrt{1+a\cos^2 \theta}}$ และ ความไม่สมมาตรแบบแพนเค้กกำหนดให้

$$f_{p2}(\theta) = \frac{1}{\sqrt{1+b\cos^2 \theta}} \text{ โดยใช้ค่าคงตัว } |\psi_1|=25, |\psi_2|=78, \eta=10000, \varepsilon=1, T_C=36, a \text{ และ } b=7$$



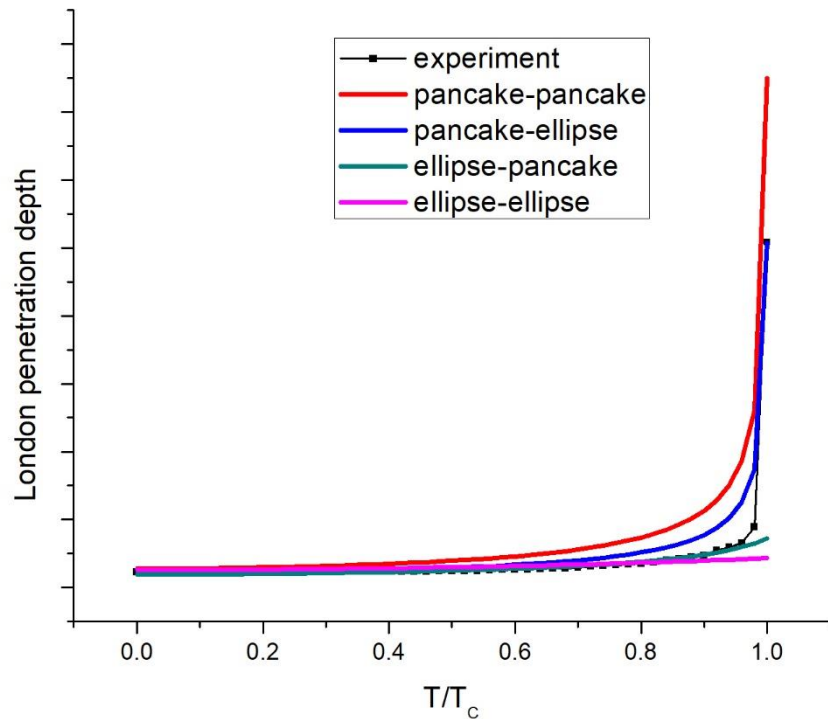
ภาพประกอบ 30 เปรียบเทียบกับผลการทดลองกับการคำนวณทั้ง 4 แบบ ของแม็กนีเซียมไดโบไรด์

และจากการคำนวณความลึกซาบซึมได้ของแคลเซียมอะลูมิเนียมซิลิโคน ในรูปแบบ ของแพนเค้ก-แพนเค้ก, ทรงรี-แพนเค้ก, แพนเค้ก-ทรงรี และ ทรงรี-ทรงรี เปรียบเทียบกับผลการทดลองได้ผลดังภาพประกอบ 30 จะเห็นได้ว่ากราฟของผลการทดลองสอดคล้องกับ การคำนวณแบบ แพนเค้ก-

ทรงรี คือความไม่สมมาตรแบบแพนเค้กกำหนดให้ $f_{p1}(\theta) = \frac{1}{\sqrt{1+a\cos^2\theta}}$ และ ความไม่

สมมาตรแบบทรงรีกำหนดให้ $f_{e2}(\theta) = \frac{1+b\cos^2\theta}{1+b}$ โดยใช้ค่าคงตัว $|\psi_1|=14$, $|\psi_2|=4$, η

$=20000$, $\varepsilon=1.5$, $T_c=6.7$, $a=1.01$ และ $b=0.1$



ภาพประกอบ 31 เปรียบเทียบกับผลการทดลองกับการคำนวณทั้ง 4 แบบ ของแคลเซียม
อะลูมิเนียมซิลิโคน

นอกจากนี้ ยังสังเกตได้ว่ารูปแบบความไม่สมมาตรแบบ แพนเค้ก-แพนเค้ก มีความชันของ
กราฟความสัมพันธ์ระหว่าง ความลึกซาบซึมได้ กับ T/T_c น้อยกว่า รูปแบบความไม่สมมาตรแบบ
แพนเค้ก-ทรงรี ซึ่งสามารถนำไปอธิบายความโค้งของ กราฟความสัมพันธ์ระหว่าง $\frac{\lambda^2(0)}{\lambda^2(T)}$ กับ $\frac{T}{T_c}$

5.2 อภิปรายผลการวิจัย

จากวิธีการคำนวณทั้ง 3 วิธีคือ การคำนวณด้วยวิธี กิ้นซ์เบิร์กแลนดาว, การคำนวณด้วย
วิธีตัวดำเนินการโมเมนต์ และการคำนวณด้วยวิธีแบบดั้งเดิม เป็นการยืนยันความถูกต้องได้อย่าง
ดี ทั้งพิจารณาในแบบ มหาภาคและจุลภาค นอกจากนี้รูปแบบความไม่สมมาตร หรือ การขึ้นกับ
ทิศทาง มีผลต่อความลึกซาบซึมได้ ในการเปรียบเทียบผลการคำนวณกับการทดลองในสาร
ตัวอย่าง แมกนีเซียมไดโบไรด์ ให้ผลใกล้เคียงกับ รูปแบบความไม่สมมาตรแบบ แพนเค้ก-แพนเค้ก
โดยใช้ค่าคงตัว $|\psi_1|=14$, $|\psi_2|=4$, $\eta=20000$, $\varepsilon=1.5$, $T_c=6.7$, $a=1.01$ และ $b=0.1$

และในส่วนของการเชื่อมอะลูมิเนียมซิลิคอน ให้ผลใกล้เคียงกับ รูปแบบความไม่สมมาตรแบบ
แพนเค้ก-ทรงรี โดยใช้ค่าคงตัว $|\psi_1|=14$, $|\psi_2|=4$, $\eta=20000$, $\varepsilon=1.5$, $T_c=6.7$, $a=1.01$ และ
 $b=0.1$ และสรุปได้ว่าเมื่อพิจารณารูปแบบความไม่สมมาตรของผิวเฟอร์มีแล้วจะเห็นได้ว่าส่งผลต่อ
ความลึกขบซึมได้ของตัวนำยิ่งยวดยิ่ง



บรรณานุกรม

- Abrikosov, A. A. (1957). On the Magnetic properties of superconductors of the second group. *Sov.Phys.JETP*, 5, 1174-1182.
- Askerzade, I. N., & Gencer, A. (2002). London penetration depth $\lambda(T)$ in two-band Ginzburg-Landau theory: application to MgB₂. *Solid State Communications*, 123(1-2), 63-67.
- Bardeen, J., Cooper, L. N., & Schrieffer, J. R. (1957). Theory of Superconductivity. *Physical Review*, 108(5), 1175-1204. doi:10.1103/PhysRev.108.1175
- Bednorz, J. G., & Müller, K. A. (1986). Possible highT_c superconductivity in the Ba—La—Cu—O system. *Zeitschrift für Physik B Condensed Matter*, 64(2), 189-193. doi:10.1007/BF01303701
- Buckel, W. (1991). *Superconductivity: Fundamentals and Applications*. NEW YORK: VHC.
- Callister, W. D. (2007). *Materials Science and Engineering* (7 ed.). United States of America: John Wiley & Sons, Inc.
- Changjan, A., & Udomsamuthirun, P. (2011a). The critical magnetic field of anisotropic two-band magnetic superconductors. *Solid State Communications*, 151(14), 988-992. doi:<https://doi.org/10.1016/j.ssc.2011.04.032>
- Changjan, A., & Udomsamuthirun, P. (2011b). Critical magnetic field ratio of anisotropic magnetic superconductors. *Physica C: Superconductivity*, 471(1), 23-25. doi:<https://doi.org/10.1016/j.physc.2010.10.002>
- Chu, C. W., Hor, P. H., Meng, R. L., Gao, L., Huang, Z. J., Wang, Y. Q., & Bechtold, J. (1987). Discovery and Physics of Superconductivity Above 90K. In S. A. Wolf & V. Z. Kresin (Eds.), *Novel Superconductivity* (pp. 581-597). Boston, MA: Springer US.
- Drozdov, A. P., Erements, M. I., Troyan, I. A., Ksenofontov, V., & Shylin, S. I. (2015). Conventional superconductivity at 203 kelvin at high pressures in the sulfur hydride system. *Nature*, 525, 73. doi:10.1038/nature14964
- Einaga, M., Sakata, M., Ishikawa, T., Shimizu, K., Erements, M. I., Drozdov, A. P., . . . Ohishi, Y. (2016). Crystal structure of the superconducting phase of sulfur hydride. *Nature*

Physics, 12, 835. doi:10.1038/nphys3760

Evans, L. (2009). *The Large Hadron Collider a Marvel of Technology*: Cern and EPFL.

Haas, S., & Maki, K. (2001). Anisotropic s-wave superconductivity in

MgB_2 . *Physical Review B*, 65(2), 020502.

doi:10.1103/PhysRevB.65.020502

Hampshire, D. P. (1998). Ferromagnetic and antiferromagnetic superconductivity. *Physica*

C: Superconductivity, 304(1), 1-11. doi:[https://doi.org/10.1016/S0921-](https://doi.org/10.1016/S0921-4534(98)00293-7)

[4534\(98\)00293-7](https://doi.org/10.1016/S0921-4534(98)00293-7)

Kamihara, Y., Watanabe, T., Hirano, M., & Hosono, H. (2008). Iron-Based Layered

Superconductor $\text{La}[\text{O}_{1-x}\text{F}_x]\text{FeAs}$ ($x = 0.05\text{--}0.12$) with $T_c = 26$ K. *Journal of the*

American Chemical Society, 130(11), 3296-3297. doi:10.1021/ja800073m

Kittel, C. (1991). *Introduction to Solid State Physics*. Singapore: John Wiley & Sons.

Meissner, W. O., R. . (1933). Ein neuer Effekt bei Eintritt der Supraleitfähigkeit.

Naturwissenschaften, 21 (44), 787–788. doi:10.1007/BF01504252

Nagamatsu, J., Nakagawa, N., Muranaka, T., Zenitani, Y., & Akimitsu, J. (2001).

Superconductivity at 39 K in magnesium diboride. *Nature*, 410, 63.

doi:10.1038/35065039

Posazhennikova, A. I., Dahm, T., & Maki, K. (2002). Anisotropic s-wave superconductivity:

Comparison with experiments on MgB_2 single crystals. *EPL*

(*Europhysics Letters*), Volume 60, Issue 1, pp. 134-140 (2002). 60, 134-140.

doi:10.1209/epl/i2002-00330-9

Udomsamuthirun, P., Rakpanich, S., & Yoksan, S. (2003). Effect of in-plane anisotropy on

specific heat jump of MgB_2 . *physica status solidi (b)*, 240(3), 591-595.

doi:10.1002/pssb.200301884

อุดมสมุทรธีรบุญ, พ. (2016). ตัวนำยวดยิ่งพื้นฐาน. กรุงเทพมหานคร: จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

<https://commons.wikimedia.org>. Cooper pairs. Retrieved from

https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Cooper_pairs.jpg

<https://en.wikipedia.org>. Kamerlingh Onnes. Retrieved from

https://en.wikipedia.org/wiki/Heike_Kamerlingh_Onnes

[https://www.asianscientist.com/2016/09/in-the-lab/hydrogen-sulfide-crystal-structure-](https://www.asianscientist.com/2016/09/in-the-lab/hydrogen-sulfide-crystal-structure-superconducting-phase)

[superconducting-phase](https://www.asianscientist.com/2016/09/in-the-lab/hydrogen-sulfide-crystal-structure-superconducting-phase). superconducting transition temperature Retrieved from

[https://www.asianscientist.com/2016/09/in-the-lab/hydrogen-sulfide-crystal-](https://www.asianscientist.com/2016/09/in-the-lab/hydrogen-sulfide-crystal-structure-superconducting-phase)

[structure-superconducting-phase](https://www.asianscientist.com/2016/09/in-the-lab/hydrogen-sulfide-crystal-structure-superconducting-phase).

<https://www.nobelprize.org/prizes/physics/1913/onnes/biographical/>. Retrieved from

<https://www.nobelprize.org/prizes/physics/1913/onnes/biographical/>

<https://www.nature.com/articles/nphys3760#supplementary-information>



ประวัติผู้เขียน

ชื่อ-สกุล	พงษ์กานต์ ทองครบุรี
วัน เดือน ปี เกิด	10 มีนาคม 2518
สถานที่เกิด	จ.กาญจนบุรี
วุฒิการศึกษา	ม.1-ม.3 โรงเรียนท่ามะกาวิทยาคม (2531-2533) ม.4-ม.6 โรงเรียนเตรียมอุดมศึกษา (2534-2536) วศ.บ.(วิศวกรรมไฟฟ้า) สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหาร ลาดกระบัง (2537-2540) วท.ม.(ฟิสิกส์) มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ
ที่อยู่ปัจจุบัน	201/84 ต.บางเสาธง อ.บางเสาธง จ.สมุทรปราการ

