การพัฒนากิจกรรมการเรียนการสอนที่เสริมสร้างความสามารถในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ เพื่อแก้ปัญหาสถานการณ์จริง เรื่อง การประยุกต์ของแคลคูลัส สำหรับนักเรียนห้องเรียนพิเศษวิทยาศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย

THE DEVELOPMENT OF INSTRUCTIONAL ACTIVITIES TO ENHANCE THE ABILITY OF ENRICHMENT SCIENCE STUDENTS IN UPPER SECONDARY SCHOOL TO APPLY MATHEMATICAL MODELS FOR REAL WORLD PROBLEM SOLVING RELATED TO THE APPLICATIONS OF CALCULUS.

ธัชพล พลรัตน์

บัณฑิตวิทยาลัยมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ

2561

การพัฒนากิจกรรมการเรียนการสอนที่เสริมสร้างความสามารถในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาสถานการณ์จริง เรื่อง การประยุกต์ของแคลคูลัส สำหรับนักเรียนห้องเรียนพิเศษวิทยาศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย

ธัชพล พลรัตน์

ปริญญานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตร
การศึกษาดุษฎีบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์
คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ
ปีการศึกษา 2561

THE DEVELOPMENT OF INSTRUCTIONAL ACTIVITIES TO ENHANCE THE ABILITY OF ENRICHMENT SCIENCE STUDENTS IN UPPER SECONDARY SCHOOL TO APPLY MATHEMATICAL MODELS FOR REAL WORLD PROBLEM SOLVING RELATED TO THE APPLICATIONS OF CALCULUS.

TUSCHAPONE PONERUT

A Dissertation Submitted in partial Fulfillment of Requirements

for DOCTOR OF EDUCATION (Mathematics)

Faculty of Science Srinakharinwirot University

2018

ปริญญานิพนธ์
เรื่อง
การพัฒนากิจกรรมการเรียนการสอนที่เสริมสร้างความสามารถในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาสถานการณ์จริง เรื่อง การประยุกต์ของแคลคูลัส สำหรับนักเรียนห้องเรียนพิเศษวิทยาศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย
ของ
ธัชพล พลรัตน์

ได้รับอนุมัติจากบัณฑิตวิทยาลัยให้นับเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตร
ปริญญาการศึกษาดุษฎีบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์
ของมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ

.... คณบดีบัณฑิตวิทยาลัย
(รองศาสตราจารย์ นายแพทย์ฉัตรชัย เอกปัญญาสกุล)

....

คณะกรรมการสอบปากเปล่าปริญญานิพนธ์

.... ที่ปรึกษาหลัก
(อาจารย์ ดร.รุ่งฟ้า จันท์จารุภรณ์)

.... ที่ปรึกษาร่วม
(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.พิศุทธวรรณ ศรีภิรมย์ สิรินิลกุล)

.... ประธาน
(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.พงศ์รัศมิ์ เฟื่องฟู)

.... กรรมการ
(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.เรืองวรินท์ อินทรวงษ์ สราญรักษ์สกุล)

ชื่อเรื่อง	การพัฒนากิจกรรมการเรียนการสอนที่เสริมสร้างความสามารถในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาสถานการณ์จริง เรื่อง การประยุกต์ของแคลคูลัส สำหรับนักเรียนห้องเรียนพิเศษวิทยาศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย
ผู้วิจัย	ธัชพล พลรัตน์
ปริญญา	การศึกษาดุษฎีบัณฑิต
ปีการศึกษา	2561
อาจารย์ที่ปรึกษา	อาจารย์ ดร. รุ่งฟ้า จันท์จารุภรณ์

ความมุ่งหมายของงานวิจัย (1) เพื่อศึกษาสภาพการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาสถานการณ์จริงเรื่องการประยุกต์ของแคลคูลัส ของครูและนักเรียนห้องเรียนพิเศษวิทยาศาสตร์ (2) เพื่อพัฒนากิจกรรมการเรียนการสอนที่เสริมสร้างความสามารถในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาสถานการณ์จริงเรื่องการประยุกต์ของแคลคูลัส สำหรับนักเรียนห้องเรียนพิเศษวิทยาศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย ให้มีประสิทธิภาพตามเกณฑ์ 60/60 (3) เพื่อศึกษาความสามารถในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาสถานการณ์จริงเรื่องการประยุกต์ของแคลคูลัส สำหรับนักเรียนห้องเรียนพิเศษวิทยาศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย (4) เพื่อศึกษาพฤติกรรมในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาสถานการณ์จริงเรื่องการประยุกต์ของแคลคูลัส กลุ่มเป้าหมายเป็นนักเรียนและครูห้องเรียนพิเศษวิทยาศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย ของโรงเรียนสาธิตแห่งมหาวิทยาลัยรามคำแหง และโรงเรียนสาธิตมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒประสานมิตร (ฝ่ายมัธยม) ผลการวิจัยพบว่า (1) สภาพการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ (1.1) คะแนนเฉลี่ยความเชื่อที่เกี่ยวข้องกับการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียนและครูอยู่ในระดับมาก (1.2) เมื่อให้นักเรียนแก้ปัญหาสถานการณ์จริง นักเรียนมีความคลาดเคลื่อนในการทำความเข้าใจข้อมูลหรือเงื่อนไขของสถานการณ์จริง (1.3) ครูมีความเข้าใจที่คลาดเคลื่อนและมีประสบการณ์น้อยในการออกแบบกิจกรรมที่ใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ และ (1.4) นักเรียนส่วนใหญ่มีมโนทัศน์เรื่องพีชคณิตที่คลาดเคลื่อน (2) กิจกรรมการเรียนการสอนที่เสริมสร้างความสามารถในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ มีประสิทธิภาพสูงกว่าเกณฑ์ 60/60 โดยมีค่าเฉลี่ย 70.28 / 72.83 (3) นักเรียนมีความสามารถในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์สูงกว่าร้อยละ 60 ของคะแนนเต็ม มีจำนวนมากกว่าร้อยละ 60 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด ที่ระดับนัยสำคัญ .05 และ (4) เมื่อนักเรียนมีประสบการณ์ในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ นักเรียนสามารถพัฒนาความสามารถในการทำความเข้าใจสถานการณ์จริง การปรับเปลี่ยนสถานการณ์จริงให้เป็นปัญหาทางคณิตศาสตร์ การใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และการแปลความหมายคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ให้เป็นคำตอบของสถานการณ์จริงได้ถูกต้องพร้อมทั้งอธิบายได้ชัดเจนขึ้น

คำสำคัญ : กิจกรรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์, การใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์, การแก้ปัญหา, การประยุกต์แคลคูลัส

Title	THE DEVELOPMENT OF INSTRUCTIONAL ACTIVITIES TO ENHANCE THE ABILITY OF ENRICHMENT SCIENCE STUDENTS IN UPPER SECONDARY SCHOOL TO APPLY MATHEMATICAL MODELS FOR REAL WORLD PROBLEM SOLVING RELATED TO THE APPLICATIONS OF CALCULUS.
Author	TUSCHAPONE PONERUT
Degree	DOCTOR OF EDUCATION
Academic Year	2018
Thesis Advisor	Dr. Rungfa Janjaruporn

The objectives of the research were as follows (1) To study the conditions of teaching mathematics related to the use of mathematical models to solve real-life problems in the application of calculus for calculating applications and the interactions between the teachers and students; (2) to develop instructional activities to enhance their ability to use mathematical models to solve real-word problems for calculus application of calculus. The Development of Instructional activities for students in special advance science classes at the high school level needed to be effective based on the criteria 60/60; (3) to study the ability to use mathematical models for students of in advance science classes at the high school level; (4) to study the behavior of students in the use of mathematical models to solve real-world problems in the application of calculus. The results revealed (1.1) Belief point average that related to the use of mathematical models of students and teachers at a good level; (1.2) when solving real-world problems, the students had discrepancies in understanding the data or the conditions of the actual situations. (1.3) Teachers misunderstanding and had less experiences to created the mathematical models activities. and (1.4) Most students had misconception of algebra (2) teaching-learning activities enhancing their ability to use mathematical models had a higher efficiency level than the 60/60 criteria, and an average of 70.28/72.83; (3) More than sixty percents of all students had ability in use mathematical models were higher sixty percents of full scores at a significant level of .05 and (4) Students who had experienced to use mathematical models then they could develop their abilities to understand the real situations and they could adapt the real situations to mathematical problems. They could use the mathematical models to solved the mathematical problems also. Including interpretative answers of mathematical problems to the answers of the real situations more correctly and clearly.

Keyword : Mathematics Instructional Activities, Mathematical Modeling, Mathematical Problem Solving, Applications of Calculus

กิตติกรรมประกาศ

ปริญญานิพนธ์นี้สำเร็จได้ด้วยดีเป็นเพราะผู้วิจัยได้รับความกรุณาอย่างยิ่งจาก อาจารย์ ดร. รุ่งฟ้า จันท์จารุภรณ์ ประธานควบคุมปริญญานิพนธ์ และผศ.ดร.พิศุทธวรรณ ศรีภิรมย์ สิรินิลกุล และกรรมการควบคุมปริญญานิพนธ์ ท่านทั้งสองได้เสียสละเวลาอันมีค่าเพื่อให้คำปรึกษาแนะนำในการจัดทำงานวิจัยนี้ทุกขั้นตอน ผู้วิจัยขอกราบขอบพระคุณเป็นอย่างสูงไว้ ณ ที่นี้

ขอกราบขอบพระคุณ ผศ.ดร.พงศ์รัศมิ์ เฟื่องฟู และผศ.ดร.เรืองวรินท์ อินทรวงษ์ สราญรักษ์สกุล ที่กรุณาร่วมเป็นกรรมการสอบปากเปล่า และให้ข้อคิดเห็นที่เป็นประโยชน์ต่อผู้วิจัย ทำให้ปริญญานิพนธ์ฉบับนี้สมบูรณ์ยิ่งขึ้น

ขอกราบขอบพระคุณ ผู้อำนวยการและคณะอาจารย์กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ โรงเรียนสาธิตมหาวิทยาลัยรามคำแหงและสาธิตมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒประสานมิตร (ฝ่ายมัธยม) ที่ให้ความช่วยเหลือและอำนวยความสะดวกในการทดลองใช้เครื่องมือ

ขอขอบคุณ อาจารย์จิตติมา ชอบเอียด อาจารย์ธีรเชษฐ์ เรืองสุขอนันต์ อาจารย์จิราวรรณ เทพจินดา อาจารย์อิสริยา ปรมัตถากร อาจารย์จีระศักดิ์ ดีสะเมาะ อาจารย์นันทชัย นวลสะอาด อาจารย์ศิรัชชรินทร์ ยศวรินทร์ และอาจารย์เปรียบฟ้า ด้วงนุ่ม ที่ช่วยเหลือในการเก็บรวบรวมข้อมูล การวิเคราะห์ข้อมูล และให้คำปรึกษาในการทำวิจัย

ขอกราบขอบพระคุณ คุณพ่อชัยชนะ และคุณแม่ดวงเดือน พลรัตน์ และครอบครัวที่ได้ให้ทั้งกำลังใจและกำลังทรัพย์สนับสนุน การศึกษาของผู้วิจัยมาโดยตลอด และขอขอบคุณพี่ ๆ เพื่อน ๆ น้อง ๆ ปริญญาโทและปริญญาเอก สาขาคณิตศาสตร์ ทุกคนที่ให้กำลังใจ และความช่วยเหลือจนทำให้ปริญญานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จด้วยดี

คุณค่าและประโยชน์อันพึงมีจากปริญญานิพนธ์เล่มนี้ ขอมอบเป็นกตเวทิตาคุณแด่ บิดามารดาและตลอดจน ครู อาจารย์ทุกท่าน และขอยกคุณความดีนี้ให้แก่ผู้มีพระคุณ หรือผู้ที่เกี่ยวข้องในการทำปริญญานิพนธ์นี้ทุก ๆ ท่าน

ธัชพล พลรัตน์

สารบัญ

หน้า

บทคัดย่อภาษาไทย .... ง

บทคัดย่อภาษาอังกฤษ .... จ

กิตติกรรมประกาศ .... ฉ

สารบัญ .... ช

สารบัญตาราง .... ฏ

สารบัญรูปภาพ .... ฑ

บทที่ 1 บทนำ 1

ภูมิหลัง 1

คำถามวิจัย 5

ความมุ่งหมายของการวิจัย 5

ความสำคัญของการวิจัย 6

ขอบเขตของการวิจัย 6

ระยะเวลาที่ใช้ในการวิจัย 8

เนื้อหาที่ใช้ในการวิจัย 8

ตัวแปรที่ศึกษา 8

นิยามศัพท์เฉพาะ 8

สมมติฐานของการวิจัย 11

กรอบแนวคิดในการวิจัย 12

บทที่ 2 เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง 13

ตอนที่ 1 แนวคิดเกี่ยวกับตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ 14

1.1 ความหมายของตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์และการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ 14

1.2 ความสำคัญของการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ 16

1.3 แนวคิดในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ 20

1.4 การใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์และวงจรกระบวนการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ 21

1.5 การใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ 24

1.6 ธรรมชาติของการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ 31

1.7 การใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ 36

1.8 การประเมินการรู้เรื่อง และกระบวนการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ 37

1.9 มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเรื่องพีชคณิตและแคลคูลัส 40

ตอนที่ 2 แนวการจัดการเรียนการสอนที่เสริมสร้างความสามารถในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ 44

2.1 แนวการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนผ่านการแก้ปัญหา 44

2.2 การวัดและการประเมินผลการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ 55

ตอนที่ 3 เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ 71

3.1 งานวิจัยต่างประเทศ 71

3.2 งานวิจัยในประเทศ 73

บทที่ 3 วิธีดำเนินการวิจัย 75

ระยะที่ 1 ศึกษาสภาพการเรียนการสอนที่เกี่ยวข้องกับการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาสถานการณ์จริงเรื่องการประยุกต์ของแคลคูลัส 78

1.1 กำหนดกลุ่มเป้าหมาย 78

1.2 การกำหนดกรอบแนวคิดการศึกษาสภาพการเรียนการสอนที่เกี่ยวข้องกับการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาสถานการณ์จริงเรื่องการประยุกต์ของแคลคูลัส 78

1.3 การสร้างเครื่องมือสำหรับการศึกษาสภาพการเรียนการสอนที่เกี่ยวข้องกับการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ 81

1.4 การเก็บรวบรวมข้อมูล 84

1.5 การวิเคราะห์ข้อมูล 85

ระยะที่ 2 การพัฒนากิจกรรมการเรียนการสอนที่เสริมสร้างความสามารถในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์และหาคุณภาพของเครื่องมือวิจัย 85

2.1 กำหนดกลุ่มนำร่องสำหรับการพัฒนากิจกรรมการเรียนการสอนที่เสริมสร้างความสามารถในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์และหาคุณภาพของเครื่องมือวิจัย 85

2.2 การกำหนดกรอบแนวคิดของกิจกรรมการเรียนการสอนที่เสริมสร้างความสามารถในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาสถานการณ์จริงเรื่องการประยุกต์ของแคลคูลัส 86

2.3 การสร้างเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย 92

2.4 การหาประสิทธิภาพของกิจกรรมการเรียนการสอนและหาคุณภาพเครื่องมือวิจัย..... 97

ระยะที่ 3 การศึกษาความสามารถและพฤติกรรมการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ 97

3.1. การกำหนดกลุ่มเป้าหมายสำหรับศึกษาความสามารถและพฤติกรรมการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ 97

3.2 การกำหนดกรอบแนวคิดในการศึกษาความสามารถและพฤติกรรมในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ 98

3.3 การดำเนินการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนและเก็บรวบรวมข้อมูล 99

3.4 การวิเคราะห์ข้อมูล 100

สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล 100

บทที่ 4 ผลการวิเคราะห์ข้อมูล 101

ระยะที่ 1 การศึกษาสภาพการเรียนการสอนที่เกี่ยวข้องกับการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ ... 101

ตอนที่ 1 ความเชื่อที่เกี่ยวข้องกับการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียนและครู 101

ตอนที่ 2 ความสามารถในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียน 108

ตอนที่ 3 แนวการจัดการเรียนการสอนแคลคูลัสของครู 111

ตอนที่ 4 ความรู้พื้นฐานทางพีชคณิตของนักเรียน 113

ระยะที่ 2 ผลการพัฒนากิจกรรมการเรียนการสอนที่เสริมสร้างความสามารถในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหาสำหรับห้องเรียนพิเศษวิทยาศาสตร์ 114

2.1 การหาประสิทธิภาพรายบุคคล 114

2.2 การหาประสิทธิภาพเป็นกลุ่มย่อย 115

2.3 การหาประสิทธิภาพภาคสนาม 116

ระยะที่ 3 แสดงผลการศึกษาความสามารถและพฤติกรรมในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหาในสถานการณ์จริง 116

ตอนที่ 1 ความสามารถในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับแคลคูลัส 117

ตอนที่ 2 พฤติกรรมในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เรื่องการประยุกต์แคลคูลัสเพื่อแก้ปัญหาสถานการณ์จริง 119

บทที่ 5 สรุปผล อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ 164

ความมุ่งหมาย สมมติฐาน และวิธีดำเนินการวิจัยโดยสังเขป 164

ความมุ่งหมายของการวิจัย 164

สมมติฐานของการวิจัย 164

วิธีดำเนินการวิจัย 165

สรุปและอภิปรายผลการวิจัย 172

ระยะที่ 1 ศึกษาสภาพการเรียนการสอนที่เกี่ยวข้องกับการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาสถานการณ์จริงเรื่องการประยุกต์ของแคลคูลัส 172

ระยะที่ 2 การพัฒนาและหาประสิทธิภาพของเครื่องมือวิจัย 174

ระยะที่ 3 การศึกษาความสามารถและพฤติกรรมการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ 174

ข้อเสนอแนะ 179

บรรณานุกรม 180

ภาคผนวก 187

ภาคผนวก ก การหาคุณภาพและประสิทธิภาพเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย 188

ภาคผนวก ข ข้อมูลที่ได้จากการวิจัย และการทดสอบสมมติฐานของการวิจัย 200

ภาคผนวก ค ตัวอย่างแผนการจัดการเรียนรู้ 203

ภาคผนวก ง ตัวอย่างแบบทดสอบวัดความสามารถในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์............ 316

ภาคผนวก จ แบบสัมภาษณ์พฤติกรรมในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทาง
คณิตศาสตร์.. 328

ภาคผนวก ฉ แบบสัมภาษณ์กระบวนการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหา ของนักเรียน
.... 331

ประวัติผู้เขียน.. 333

สารบัญตาราง

หน้า

ตาราง 1 แสดงศิลปะในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ 32

ตาราง 2 มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับเนื้อหาสาระพีชคณิต 41

ตาราง 3 ผลการสอบวัดของผู้เรียน 5 คน หลังการทดลองสอนโดยใช้ชุดการสอน 68

ตาราง 4 เกณฑ์การให้คะแนนแบบวิเคราะห์ของกิจกรรมการเรียนการสอนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น 93

ตาราง 5 ค่าเฉลี่ยเลขคณิตและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนจากแบบสอบถามความเชื่อ 104

ตาราง 6 ค่าเฉลี่ยเลขคณิตและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนจากแบบสอบถามความเชื่อที่เกี่ยวข้องกับการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ของครู 106

ตาราง 7 ผลการวิเคราะห์การหาประสิทธิภาพรายบุคคลของกิจกรรมการเรียนการสอนที่เสริมสร้างความสามารถในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์สำหรับห้องเรียนพิเศษวิทยาศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย 114

ตาราง 8 ผลการวิเคราะห์การหาประสิทธิภาพเป็นกลุ่มย่อยของกิจกรรมการเรียนการสอนที่เสริมสร้างความสามารถในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนห้องเรียนพิเศษวิทยาศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย 115

ตาราง 9 ผลการวิเคราะห์การหาประสิทธิภาพภาคสนามของกิจกรรมการเรียนการสอนที่เสริมสร้างความสามารถในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนห้องเรียนพิเศษวิทยาศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย 116

ตาราง 10 ค่าเฉลี่ยเลขคณิต และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนใบกิจกรรมรายบุคคลในชั้นเรียน และแบบทดสอบวัดความสามารถในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เรื่องการประยุกต์แคลคูลัสของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ที่เป็นกลุ่มเป้าหมาย 117

ตาราง 11 ผลของการทดสอบสมมติฐานของการวิจัย 118

ตาราง 12 ค่าดัชนีความสอดคล้องของแบบสอบถามความเชื่อที่เกี่ยวข้องกับการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียนและครู.. 190

ตาราง 13 ค่าดัชนีความสอดคล้องของกิจกรรมการเรียนการสอนที่เสริมสร้างความสามารถในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์.. 192

ตาราง 14 ค่าดัชนีความสอดคล้องของแบบทดสอบวัดความสามารถในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ 192
ตาราง 15 ค่าความยากง่าย (p) และค่าอำนาจจำแนก (r) ของแบบทดสอบวัดความสามารถในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ 194
ตาราง 16 คะแนนการหาประสิทธิภาพกลุ่มรายบุคคลของกิจกรรมการเรียนการสอนที่เสริมสร้างความสามารถในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ สำหรับนักเรียนห้องเรียนพิเศษวิทยาศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย 197
ตาราง 17 คะแนนการหาประสิทธิภาพกลุ่มย่อยของกิจกรรมการเรียนการสอนที่เสริมสร้างความสามารถในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ สำหรับนักเรียนห้องเรียนพิเศษวิทยาศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย 197
ตาราง 18 คะแนนการหาประสิทธิภาพภาคสนามของกิจกรรมการเรียนการสอนที่เสริมสร้างความสามารถในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ สำหรับนักเรียนห้องเรียนพิเศษวิทยาศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย 197
ตาราง 19 คะแนนที่นักเรียนทำได้จากการทำใบกิจกรรมรายบุคคลและคะแนนจากการทำแบบทดสอบวัดความสามารถในการการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ ของการหาประสิทธิภาพกลุ่มย่อยรายบุคคล (3 คน) จากกิจกรรมการเรียนการสอนที่เสริมสร้างความสามารถในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 198
ตาราง 20 คะแนนที่นักเรียนทำได้จากการทำใบกิจกรรมรายบุคคลและคะแนนจากการทำแบบทดสอบวัดความสามารถในการการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ ของการหาประสิทธิภาพกลุ่มย่อย (6 คน) จากกิจกรรมการเรียนการสอนที่เสริมสร้างความสามารถในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ 198
ตาราง 21 คะแนนที่นักเรียนทำได้จากการทำใบกิจกรรมรายบุคคลและคะแนนจากการทำแบบทดสอบวัดความสามารถในการการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ ของการหาประสิทธิภาพภาคสนาม (12 คน) จากกิจกรรมการเรียนการสอนที่เสริมสร้างความสามารถในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ 199
ตาราง 22 คะแนนของนักเรียนกลุ่มภาคสนามที่เรียนโดยใช้กิจกรรมการเรียนการสอนที่เสริมสร้างความสามารถในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ สำหรับนักเรียนห้องเรียนพิเศษวิทยาศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย 201

สารบัญรูปภาพ

หน้า

ภาพประกอบ 1 กรอบแนวคิดของการวิจัย 12
ภาพประกอบ 2 แนวคิดการสร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์.. 20
ภาพประกอบ 3 The mathematical modeling cycle from CCSSM.................................... 22
ภาพประกอบ 4 Modeling cycle by Blum and LeiB... 22
ภาพประกอบ 5 Mathematical modeling cycle from a cognitive perspective 23
ภาพประกอบ 6 กระบวนการการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ 26
ภาพประกอบ 7 กระบวนการการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ 27
ภาพประกอบ 8 ธรรมชาติของการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์... 32
ภาพประกอบ 9 กระบวนการของการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ตามแนวคิด ของสเวทซ์และฮาร์ทเลอร์... 33
ภาพประกอบ 10 กระบวนการของการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ตามแนวคิดของโลวิทท์.......... 34
ภาพประกอบ 11 กระบวนการของการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ตามแนวคิดของคอมเบอร์...... 34
ภาพประกอบ 12 กระบวนการของการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ตามแนวคิดของจิออร์ดาโน เวียร์และฟอกซ์.. 35
ภาพประกอบ 13 รูปแสดงกระบวนการของการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ จะถูกนำเสนอในรูปแบบ 39
ภาพประกอบ 14 ตัวแบบสำหรับความสามารถที่จำเป็นในการสอนการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ 50
ภาพประกอบ 15 Placemat-method สำหรับคำถาม “ การใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ คืออะไร” 52
ภาพประกอบ 16 เกณฑ์การให้คะแนนแบบวิเคราะห์.. 55
ภาพประกอบ 17 ขั้นตอนการดำเนินการวิจัย... 77
ภาพประกอบ 18 กระบวนการในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ ในกิจกรรมการเรียนการสอนที่เสริมสร้างความสามารถในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางสถานการณ์จริงเรื่องการประยุกต์ของแคลคูลัส 87
ภาพประกอบ 19 ขั้นตอนการดำเนินกิจกรรมการเรียนการสอนในแต่ละคาบเรียน 91

ภาพประกอบ 20 ร่องรอยการขีดเขียนในขณะทำความเข้าใจสถานการณ์จริง ในคาบเรียนที่ 1 ของดีใจ 123
ภาพประกอบ 21 ร่องรอยการขีดเขียนในขณะทำความเข้าใจในคาบเรียน ของจริงใจ 124
ภาพประกอบ 22 ร่องรอยการขีดเขียนในขณะทำความเข้าใจคาบเรียน ของพอใจ 124
ภาพประกอบ 23 ร่องรอยการขีดเขียนในขณะทำความเข้าใจในคาบเรียน 5 ของดีใจ 125
ภาพประกอบ 24 ร่องรอยการขีดเขียนในขณะทำความเข้าใจในคาบเรียน 5 ของจริงใจ 126
ภาพประกอบ 25 ร่องรอยการขีดเขียนในขณะทำความเข้าใจในคาบเรียน 5 ของพูมิใจ 126
ภาพประกอบ 26 ร่องรอยการขีดเขียนในขณะทำความเข้าใจสถานการณ์จริงคาบที่ 5 ของพูมใจ 127
ภาพประกอบ 27 ร่องรอยการขีดเขียนในขณะทำความเข้าใจในคาบเรียน 9 ของพูมใจ 128
ภาพประกอบ 28 ร่องรอยการขีดเขียนในขณะทำความเข้าใจในคาบเรียน 9 ของจริงใจ 128
ภาพประกอบ 29 ร่องรอยการขีดเขียนในขณะทำความเข้าใจในคาบเรียน 9 ของพูมิใจ 129
ภาพประกอบ 30 ร่องรอยการขีดเขียนในขณะทำความเข้าใจในคาบเรียน 9 ของพอใจ 129
ภาพประกอบ 31 ร่องรอยการขีดเขียนทำความเข้าใจสถานการณ์จริงข้อสอบเรื่อง “หลอดไฟสวย” ในการทำแบบทดสอบของดีใจ 131
ภาพประกอบ 32 ร่องรอยการขีดเขียนในขณะทำความเข้าใจสถานการณ์จริง ข้อสอบเรื่อง “หลอดไฟสวย” ในการทำแบบทดสอบ ของพอใจ 131
ภาพประกอบ 33 คำอธิบายแนวคิดที่เกี่ยวข้องกับสถานการณ์จริงในคาบเรียน 1 ของ จริงใจ 132
ภาพประกอบ 34 คำอธิบายแนวคิดที่เกี่ยวข้องกับสถานการณ์จริงในคาบเรียน 1 ของพอใจ 132
ภาพประกอบ 35 คำอธิบายแนวคิดที่เกี่ยวข้องกับสถานการณ์จริงในคาบเรียน 5 ของพูมิใจ 133
ภาพประกอบ 36 คำอธิบายแนวคิดที่เกี่ยวข้องกับสถานการณ์จริงในคาบเรียน 5 ของพอใจ 133
ภาพประกอบ 37 คำอธิบายแนวคิดที่เกี่ยวข้องกับสถานการณ์จริงในคาบเรียน 12 ของดีใจ 134
ภาพประกอบ 38คำอธิบายแนวคิดที่เกี่ยวข้องกับสถานการณ์จริงในคาบเรียน 12 ของพอใจ 134
ภาพประกอบ 39 คำอธิบายกระบวนการค้นหาความเชื่อมโยงและความสัมพันธ์ระหว่างสิ่งที่สถานการณ์จริงต้องการหาในคาบเรียน 1 ของจริงใจ 136
ภาพประกอบ 40 คำอธิบายกระบวนการค้นหาความเชื่อมโยงและความสัมพันธ์ระหว่างสิ่งที่สถานการณ์จริงต้องการหาในคาบเรียน 1 ของดีใจ 137
ภาพประกอบ 41 คำอธิบายกระบวนการค้นหาความเชื่อมโยงและความสัมพันธ์ระหว่างสิ่งที่สถานการณ์จริงต้องการหาในคาบเรียน 6 ของดีใจ 137

ภาพประกอบ 42 คำอธิบายกระบวนการค้นหาความเชื่อมโยงและความสัมพันธ์ระหว่างสิ่งที่สถานการณ์จริงต้องการหาในคาบเรียน 6 ของจริงใจ 138

ภาพประกอบ 43 คำอธิบายกระบวนการค้นหาความเชื่อมโยงและความสัมพันธ์ระหว่างสิ่งที่สถานการณ์จริงต้องการหาในคาบเรียน 5 ของจริงใจ 138

ภาพประกอบ 44 คำอธิบายกระบวนการค้นหาความเชื่อมโยงและความสัมพันธ์ระหว่างสิ่งที่สถานการณ์จริงต้องการหาในคาบเรียน 5 ของดีใจ 139

ภาพประกอบ 45 คำอธิบายกระบวนการค้นหาความเชื่อมโยงและความสัมพันธ์ระหว่างสิ่งที่สถานการณ์จริงต้องการหาในคาบเรียน 12 ของดีใจ........ 140

ภาพประกอบ 46 คำอธิบายกระบวนการค้นหาความเชื่อมโยงและความสัมพันธ์ระหว่างสิ่งที่สถานการณ์จริงต้องการหาในคาบเรียน 12 ของจริงใจ 140

ภาพประกอบ 47 การระบุตัวไม่ทราบค่า ข้อมูลหรือเงื่อนไขที่สำคัญของสถานการณ์จริง ในคาบเรียน 1 ของดีใจ 141

ภาพประกอบ 48 การระบุตัวไม่ทราบค่า ข้อมูลหรือเงื่อนไขที่สำคัญของสถานการณ์จริง ในคาบเรียน1 ของจริงใจ........ 142

ภาพประกอบ 49 การระบุตัวไม่ทราบค่า ข้อมูลหรือเงื่อนไขที่สำคัญของสถานการณ์จริง ในคาบเรียน1 ของพอใจ 142

ภาพประกอบ 50 การระบุตัวไม่ทราบค่า ข้อมูลหรือเงื่อนไขที่สำคัญของสถานการณ์จริง ในคาบเรียน 5 ของพูมใจ 143

ภาพประกอบ 51 การระบุตัวไม่ทราบค่า ข้อมูลหรือเงื่อนไขที่สำคัญของสถานการณ์จริง ในคาบเรียน 5 ของจริงใจ........ 143

ภาพประกอบ 52 การระบุตัวไม่ทราบค่า ข้อมูลหรือเงื่อนไขที่สำคัญของสถานการณ์จริง ในคาบเรียน 5 ของพอใจ........ 144

ภาพประกอบ 53 การระบุตัวไม่ทราบค่า ข้อมูลหรือเงื่อนไขที่สำคัญของสถานการณ์จริงใน คาบเรียน 12 ของดีใจ 144

ภาพประกอบ 54 ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ที่ได้ในคาบเรียน 1 ของดีใจ........ 146

ภาพประกอบ 55 ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ที่ได้ในคาบเรียน 5 ของดีใจ........ 147

ภาพประกอบ 56 ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ที่ได้ในคาบเรียนที่ 12 ของจริงใจ 148

ภาพประกอบ 57 คำอธิบายกระบวนการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ในการค้นหาคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ในคาบเรียน 1 ของพูมใจ........ 149

ภาพประกอบ 58 คำอธิบายกระบวนการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ในการค้นหาคำตอบของ ... 150
ภาพประกอบ 59 คำอธิบายกระบวนการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ในการค้นหาคำตอบของ ... 151
ภาพประกอบ 60 คำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ในคาบเรียน 1 ของดีใจ 152
ภาพประกอบ 61 คำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ในคาบเรียน 1 ของพูมใจ 153
ภาพประกอบ 62 คำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ในคาบเรียน 5 ของจริงใจ 153
ภาพประกอบ 63 คำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ในคาบเรียน 5 ของพูมใจ 154
ภาพประกอบ 64 คำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ในคาบเรียน 12 ของ พูมใจ 154
ภาพประกอบ 65 คำอธิบายการเปรียบเทียบหรือตรวจสอบความถูกต้องและความสมเหตุสมผล ของคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ในคาบเรียน 1 ของ ดีใจ 157
ภาพประกอบ 66 คำอธิบายการเปรียบเทียบหรือตรวจสอบความถูกต้องและความสมเหตุสมผล ของคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ในคาบเรียน 1 ของพูมใจ.. 157
ภาพประกอบ 67 คำอธิบายการเปรียบเทียบหรือตรวจสอบความถูกต้องและความสมเหตุสมผล ของคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ในคาบเรียน 1 ของ จริงใจ 157
ภาพประกอบ 68 คำอธิบายการเปรียบเทียบหรือตรวจสอบความถูกต้องและความสมเหตุสมผล ของคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ในคาบเรียน 5 ของจริงใจ 158
ภาพประกอบ 69 คำอธิบายการเปรียบเทียบหรือตรวจสอบความถูกต้องและความสมเหตุสมผล ของคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ในคาบเรียน 5 ของพูมใจ.. 159
ภาพประกอบ 70 คำอธิบายการเปรียบเทียบหรือตรวจสอบความถูกต้องและความสมเหตุสมผล ของคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ในคาบเรียน 5 ของ ดีใจ 159
ภาพประกอบ 71 คำอธิบายการเปรียบเทียบหรือตรวจสอบความถูกต้องและความสมเหตุสมผล ของคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ในคาบเรียน 12 ของ ดีใจ 160
ภาพประกอบ 72 คำบรรยายหรืออธิบายคำตอบของสถานการณ์จริงในคาบเรียน 1 ของจริงใจ 161
ภาพประกอบ 73 คำบรรยายหรืออธิบายคำตอบของสถานการณ์จริงในคาบเรียน 1 ของพูมใจ 161
ภาพประกอบ 74 คำบรรยายหรืออธิบายคำตอบของสถานการณ์จริงในคาบเรียน 5 ของดีใจ... 162
ภาพประกอบ 75 คำบรรยายหรืออธิบายคำตอบของสถานการณ์จริงในคาบเรียน 5 ของพูมใจ 162
ภาพประกอบ 76 คำบรรยายหรืออธิบายคำตอบของสถานการณ์จริงในคาบเรียน 5 ของพอใจ 163
ภาพประกอบ 77 คำบรรยายหรืออธิบายคำตอบของสถานการณ์จริงในคาบเรียน 12 ของจริงใจ 163

บทที่ 1
บทนำ

ภูมิหลัง

กิจกรรมที่มนุษย์เราทำอยู่เป็นประจำก็คือ **การแก้ปัญหาที่เกิดขึ้นในชีวิตจริง** ซึ่งเป็นปัญหาที่ซับซ้อน เช่น ปัญหาในการทำงาน ปัญหาค่าใช้จ่าย ปัญหาการเดินทาง ปัญหาเลือกซื้อสินค้าและบริการ เป็นต้น (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2555b, น. 6) บรรดาปัญหาเหล่านี้มีทั้งปัญหาที่เราสามารถแก้ได้ง่าย โดยใช้เพียงความรู้หรือประสบการณ์เดิม ๆ และปัญหาที่มีความยุ่งยากซับซ้อนมากจนไม่สามารถแก้ปัญหานั้นได้ในทันที ต้องอาศัยความรู้ ทักษะและกระบวนการร่วมกับเทคนิควิธีหลายอย่างในการแก้ปัญหา ยิ่งมีประสบการณ์มากยิ่งจะทำให้แก้ปัญหาได้เร็วขึ้นและดีขึ้น และซึ่งถ้าเรามีความรู้หรือแหล่งความรู้ที่เพียงพอ เข้าใจขั้นตอน/กระบวนการในการแก้ปัญหา มีเทคนิค/ยุทธวิธีในการแก้ปัญหาที่เหมาะสม ตลอดจนมีประสบการณ์ในการแก้ปัญหามาก่อนเราก็จะสามารถแก้ปัญหาได้ดีและมีประสิทธิภาพ การแก้ปัญหาจึงเป็นกระบวนการที่เราจะต้องเรียนรู้ ฝึกฝน และพัฒนาให้เกิดขึ้นในตัวเรา

เพื่อให้นักเรียนได้เรียนรู้ ฝึกฝน และมีประสบการณ์ในการแก้ปัญหา หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 ในกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ จึงได้กำหนดให้การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เป็นมาตรฐานหนึ่งในทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ที่นักเรียนควรเรียนรู้ ฝึกฝนและพัฒนาให้เกิดขึ้นในตัวนักเรียน เพราะการเรียนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์จะช่วยให้นักเรียนมีแนวทางการคิดที่หลากหลาย มีนิสัยกระตือรือร้น ไม่ย่อท้อ และมีความมั่นใจในการแก้ปัญหาที่เผชิญอยู่ทั้งภายในและภายนอกห้องเรียน ตลอดจนเป็นทักษะพื้นฐานที่ผู้เรียนสามารถนำติดตัวไปใช้แก้ปัญหาในชีวิตประจำวันได้นานตลอดชีวิต (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2555b, น. 6) ซึ่งสอดคล้องกับแนวคิดของสภาครูคณิตศาสตร์แห่งชาติของสหรัฐอเมริกา (National Council of Teachers of Mathematics (NCTM)) ที่กำหนดให้การแก้ปัญหาเป็นมาตรฐานหนึ่งในทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ที่ควรส่งเสริมให้ผู้เรียนเรียนรู้อย่างต่อเนื่อง และกำหนดให้การแก้ปัญหาต้องเป็นจุดมุ่งหมายและกระบวนการสำคัญในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ระดับโรงเรียน (National Council of Teachers of Mathematics, 2000, p. 52) ด้วยเหตุนี้ทำให้หลักสูตรคณิตศาสตร์ระดับโรงเรียนของหลายๆ ประเทศ มีการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เป็นเป้าหมายสำคัญและเป็นมาตรฐานการเรียนรู้หลักของหลักสูตรคณิตศาสตร์ระดับโรงเรียน (Ministry of Education, 2006a)

ในการสอนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ครูควรให้นักเรียนได้มีประสบการณ์ในการเลือกใช้ยุทธวิธีที่หลากหลายในการแก้ปัญหา เช่น ยุทธวิธีการสร้างตาราง สัญลักษณ์ ฟังก์ชัน สูตร สมการ นิพจน์ กราฟ ตาราง สถานการณ์จำลอง และการทดลอง **การใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เป็นยุทธวิธีหนึ่งในการแก้ปัญหา** นักเรียนจะได้ฝึกฝนกระบวนการแก้ปัญหา ฝึกใช้ทักษะต่างๆ และเรียนรู้วิธการแก้ปัญหาอย่างเป็นระบบ ช่วยให้นักเรียนได้ฝึกการใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่ได้จากห้องเรียนไปแก้ปัญหาในชีวิตประจำวันได้ ฮอดสัน (Hodgson, 1995, November) ได้กล่าวว่าตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ทำให้เกิดการคิดและนำเอาความรู้ทางคณิตศาสตร์เข้ามามีส่วนร่วมคือสามารถเตรียมนักเรียนให้ใช้คณิตศาสตร์แก้ปัญหาซึ่งเกิดขึ้นในชีวิต ครูสามารถจำลองสถานการณ์จริงโดยการนำเสนอโจทย์ปัญหาในสถานการณ์จริงให้กับนักเรียนและแนะให้เกิดความพยายามหาคำตอบ ซึ่งนักเรียนจำเป็นต้องใช้ทักษะหลาย ๆ ทักษะในการแก้โจทย์ปัญหาให้สำเร็จ สอดคล้องกับ สภาครูคณิตศาสตร์แห่งชาติของสหรัฐอเมริกา (National Council of Teachers of Mathematics, 2000, p. 8) ได้กล่าวว่า การใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เป็นเครื่องมือที่มีประสิทธิภาพและเป็นเครื่องมือที่จะช่วยฝึกฝนให้ผู้เรียนเกิดทักษะทางคณิตศาสตร์ หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐานพุทธศักราช 2551 สาระการเรียนรู้พีชคณิตในมาตรฐาน ค 4.2 ได้กล่าวถึงการนำคณิตศาสตร์ไปใช้แก้ปัญหาไว้ว่า การใช้นิพจน์ สมการ อสมการ กราฟ และตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ (mathematical model) อื่น ๆ แทนสถานการณ์ต่างๆ ตลอดจนแปลความหมายและนำไปใช้แก้ปัญหา สอดคล้องกับ เรชและดัวล์ (D. Lesh, Carmona, & Hjalmarson, 2003, pp. 51-56) ได้กล่าวว่าการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เป็นเครื่องมือที่เป็นประโยชน์ช่วยให้นักเรียนได้ฝึกเรียนรู้ ฝึกการแก้ปัญหาที่เป็นจริงได้ และในหลักสูตรแกนกลางของสหรัฐอเมริกายังกล่าวอีกว่าไว้ว่า การใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เป็นกระบวนการในการออกแบบและช่วยเป็นแนวทางในการแก้ปัญหา (Common Core State Standards for Mathematics)

การใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ (Mathematical modeling) เป็นเครื่องมือที่มีประสิทธิภาพและเป็นทักษะสำคัญสำหรับผู้เรียนทางคณิตศาสตร์ สภาครูคณิตศาสตร์แห่งชาติของสหรัฐอเมริกา (National Council of Teachers of Mathematics, 2000, p. 8) ได้ระบุว่ากระบวนการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เป็นจุดมุ่งหมายสำคัญในมาตรฐานพีชคณิตในระดับชั้นเรียนอนุบาล จนถึงเกรด 12 นักเรียนจะต้องใช้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์เพื่อแสดงและทำความเข้าใจเกี่ยวกับความสัมพันธ์เชิงปริมาณ (Nancy.B.W., 2015) ซึ่งนักเรียนจะได้รับความท้าทายในการศึกษาสถานการณ์จากกระบวนการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์และนักเรียนต้องทดสอบว่าวิธีการใดที่เหมาะสมในบริบทของสถานการณ์จริง (F. Swetz & Hiebert, 1991) กระบวนการใช้ตัว

แบบเชิงคณิตศาสตร์เริ่มต้นจาก (a) สถานการณ์จริง (b) ตั้งสมมติฐาน (c) ใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ เพื่อให้ได้สูตรทางคณิตศาสตร์ (d) การใช้กระบวนการทางคณิตศาสตร์กับสูตรเพื่อให้ได้คำตอบในสถานการณ์จริง ดังนั้นกระบวนการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ต้องใช้องค์ความรู้สูงมาใช้ในการสร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ ก่อให้เกิดความท้าทายของนักเรียนในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์สำหรับสถานการณ์จริง ดังนั้นกระบวนการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์จะทำให้นักเรียนสามารถเข้าใจกระบวนการและพัฒนากลยุทธ์ในการแก้ปัญหา การสังเกตสถานการณ์ การคาดเดาความสัมพันธ์ในการวิเคราะห์และตีความ การตรวจสอบข้อสรุปและอธิบายกระบวนการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ นักเรียนมีโอกาสในการสื่อสารและพูดคุยกับเพื่อนได้ดีขึ้น (Greer, 1997, pp. 293-307อ้างอิงจาก Lesh & Hjalmarson, 2003, pp. 211-213) เรนจ์และสเวอร์เซดกี (R. Lesh & Zawojewski, 2007) ได้กล่าวไว้ว่า การใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ยังถือว่าเป็นเป้าหมายสูงสุดของการศึกษาทางคณิตศาสตรศึกษา ซึ่งการเตรียมนักเรียนเพื่อให้มีความพร้อมที่จะเผชิญกับปัญหามีความซับซ้อน และส่งเสริมให้นักเรียนมีมุมมองที่หลากหลาย เพื่อนำมาใช้ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ปัจจุบันนั้นมีการสนับสนุนและกระตุ้นให้มีการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์มากขึ้นเรื่อย ๆ ดังที่ เรนจ์และศรีรามัน (R. A. Lesh & Sriraman, 2005) ได้กล่าวว่า ปัญหาที่เกิดขึ้นในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ คือความพร้อมของนักเรียนในการแก้ปัญหาในโลกของความเป็นจริงที่มีความซับซ้อนมากขึ้นเรื่อย ๆ สอดคล้องกับ อิงลิสและมิวซูไลน์และสิริราแมนและคริสโตน (English, 2003อ้างอิงจาก Mousoulides, Sriraman & Christou, 2007) ได้กล่าวว่า มีความต้องการของนักเรียนเพื่อทำหน้าที่แก้ปัญหาในสถานการณ์ที่ยังไม่คุ้นเคย ซึ่งเป็นสถานการณ์ที่จะกระตุ้นให้เกิดความสามารถและพฤติกรรมในการที่จะแก้ปัญหา สอดคล้องกับเรนจ์และดัวร์ (R. Lesh, M.Doerr,, 2003)ได้กล่าวว่าวิธีคิดนี้ต้องการมุมมองที่แตกต่างกันในการแก้ปัญหา เมื่อการแก้ปัญหาจะนำมาซึ่งขั้นตอนของการลองผิดลองถูกมากมายระหว่างทางที่จะไปถึงเป้าหมายซึ่งรวมไปถึงการขัดเกลาและพัฒนาวิธีการแก้ปัญหาของคน ๆ นึง มากกว่าที่จะมุ่งแก้ปัญหาจากเป้าหมายที่กำหนดไว้ การใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์มีแนวโน้มที่จะเชื่อมโยงกับคณิตศาสตร์บริสุทธ์และประยุกต์ใช้ในระดับมัธยมศึกษามากยิ่งขึ้น (เรขาคณิต พีชคณิต และ แคลคูลัส ฯลฯ) เพื่อแก้ปัญหาในโลกแห่งความเป็นจริง แม้แต่ในระดับประถมศึกษาการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ก็เป็นเรื่องที่เกี่ยวกับโครงสร้างการแก้ปัญหาผ่านวัตถุรูปธรรม และการปฏิบัติงานที่เป็นนามธรรม

ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ถูกนำไปใช้เพื่อช่วยแก้ปัญหา ด้านวิทยาการจัดการ ด้านเศรษฐศาสตร์ ด้านพฤติกรรมศาสตร์ เช่น การเจริญเติบโตของร่างกายในแต่ละวัน การเพิ่มของ

พลเมืองในแต่ละประเทศ การเกิดและการตายของพืชและสัตว์ การละลายของสารเคมีและการเคลื่อนที่ของวัตถุ ซึ่งมีความเกี่ยวข้องกับการเปลี่ยนแปลง เมื่อเวลาผ่านไปบางสิ่งบางอย่างต้องมีการเปลี่ยนแปลง มนุษย์จำเป็นต้องใช้**แคลคูลัส**เพื่อศึกษาและควบคุมการเปลี่ยนแปลง **แคลคูลัสเป็นพื้นฐานความเข้าใจธรรมชาติและปรากฏการในชีวิตจริง ยัง**มีความสำคัญต่อการศึกษาด้านวิศวกรรมศาสตร์ อีกทั้งเป็นวิชาพื้นฐานในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์แขนงอื่นๆ เช่น พีชคณิตเชิงเส้น สมการเชิงอนุพันธ์ สถิติ และ วิทยาศาสตร์เกือบทุกสาขาโดยเฉพาะฟิสิกส์ การพัฒนาสมัยใหม่เกือบทั้งหมด เช่น เทคนิคการก่อสร้าง การบิน และเทคโนโลยีอื่น ๆ เกือบทั้งหมด มีพื้นฐานมาจากแคลคูลัส สอดคล้องกับสมาคมครูคณิตศาสตร์แห่งชาติสหรัฐอเมริกา (National Council of Teachers of Mathematics, 2000, p. 20) ได้กล่าวว่า วิชาแคลคูลัสเป็นสิ่งที่แสดงถึงความสามารถทางด้านสติปัญญาของมนุษย์ในการนำไปใช้สร้างสรรค์นวัตกรรมที่ผู้เรียนสร้างเสริมทักษะการแก้ปัญหา ส่งเสริมให้มีการเรียนรู้ด้วยความเข้าใจ ใช้สิ่งที่เรียนรู้แก้ปัญหาใหม่ๆที่พวกเขาต้องเผชิญในอนาคตที่หลีกเลี่ยงไม่ได้

จากการเรียนการสอนวิชาแคลคูลัสที่ผ่านมา ส่วนใหญ่ครูมุ่งเน้นสอนเนื้อหาสาระที่เกี่ยวข้องกับทฤษฎีบทความรู้พื้นฐานของแคลคูลัสที่จะนำไปใช้ในระดับสูง โดยการใช้วิธีการสอนแบบบรรยายและให้นักเรียนลงมือทำแบบฝึกหัด ซึ่งเป็นวิธีที่เหมาะสมกับผู้เรียนที่มีความรู้ความสามารถที่สูง ส่วนนักเรียนที่มีความสามารถปานกลาง และน้อย จะต้องใช้ความอดทนความพยายามที่มากกว่านักเรียนคนอื่นทำให้หมดกำลังใจที่จะเรียน ไม่เห็นความสำคัญและประโยชน์ที่จะได้รับเพื่อนำไปใช้ในการแก้ปัญหาชีวิตประจำวัน แนวทางการพัฒนาการเรียนการสอนแคลคูลัส ขอครูผู้สอนคือ ส่งเสริมประสบการณ์ในการเรียนรู้ที่ดีให้แก่นักเรียน เพื่อทำให้นักเรียนมีมุมมองที่ดีต่อวิชาแคลคูลัส นำความรู้ที่ได้จากการเรียนไปใช้แก้ปัญหาในสถานการณ์จริงด้วยตัวเขาเอง สอดคล้องกับแนวคิดของ รุ่งฟ้า จันท์จารุภรณ์ (2550) นอกจากครูจะเข้าใจเนื้อหาแคลคูลัสอย่างถ่องแท้แล้ว ครูจะต้องมีแนวทางการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่ให้นักเรียนได้ฝึกทักษะการคิด ลงมือปฏิบัติแก้ปัญหา และเรียนรู้จากประสบการณ์จริงด้วย แนวทางหนึ่งในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนคือการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนแคลคูลัสผ่านการแก้ปัญหา ด้วยเหตุผลข้างต้น ผู้วิจัยจึงสนใจพัฒนากิจกรรมการเรียนการสอนที่เสริมสร้างความสามารถในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาสถานการณ์จริงเรื่องการประยุกต์ของแคลคูลัส สำหรับนักเรียนห้องเรียนพิเศษวิทยาศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย เพื่อให้นักเรียนได้เห็นประโยชน์และเห็นคุณค่าของการนำแคลคูลัสไปใช้ในชีวิตประจำวัน

คำถามวิจัย

1. สภาพการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาสถานการณ์จริงเรื่องการประยุกต์ของแคลคูลัส ของครูและนักเรียนห้องเรียนพิเศษวิทยาศาสตร์ มีอะไรบ้าง

2. กิจกรรมการเรียนการสอนที่เสริมสร้างความสามารถในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาสถานการณ์จริงเรื่องการประยุกต์ของแคลคูลัส สำหรับนักเรียนห้องเรียนพิเศษวิทยาศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย ควรเป็นอย่างไร

3. ความสามารถในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาสถานการณ์จริงเรื่องการประยุกต์ของแคลคูลัส ของนักเรียนห้องเรียนพิเศษวิทยาศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย ที่เรียนด้วยกิจกรรมการเรียนการสอนที่เสริมสร้างความสามารถในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางสถานการณ์จริงเรื่องการประยุกต์แคลคูลัส เป็นอย่างไร

4. พฤติกรรมในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาสถานการณ์จริงเรื่องการประยุกต์ของแคลคูลัส สำหรับนักเรียนห้องเรียนพิเศษวิทยาศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย ที่เรียนด้วยกิจกรรมการเรียนการสอนที่เสริมสร้างความสามารถในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางสถานการณ์จริงเรื่องการประยุกต์แคลคูลัส เป็นอย่างไร

ความมุ่งหมายของการวิจัย

1. เพื่อศึกษาสภาพการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาสถานการณ์จริงเรื่องการประยุกต์ของแคลคูลัส ของครูและนักเรียนห้องเรียนพิเศษวิทยาศาสตร์

2. เพื่อพัฒนากิจกรรมการเรียนการสอนที่เสริมสร้างความสามารถในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาสถานการณ์จริงเรื่องการประยุกต์ของแคลคูลัส สำหรับนักเรียนห้องเรียนพิเศษวิทยาศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย ให้มีประสิทธิภาพตามเกณฑ์ 60/60

3. เพื่อศึกษาความสามารถในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาสถานการณ์จริงเรื่องการประยุกต์ของแคลคูลัส สำหรับนักเรียนห้องเรียนพิเศษวิทยาศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย

4. เพื่อศึกษาพฤติกรรมในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาสถานการณ์จริงเรื่องการประยุกต์ของแคลคูลัส สำหรับนักเรียนห้องเรียนพิเศษวิทยาศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย

ความสำคัญของการวิจัย

1. ได้แนวทางในการศึกษาสภาพการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์สำหรับครูและนักเรียนเพื่อแก้ปัญหาสถานการณ์จริงเรื่องการประยุกต์ของแคลคูลัส สำหรับครูและนักเรียนห้องเรียนพิเศษวิทยาศาสตร์

2. ได้แนวทางในการพัฒนากิจกรรมการเรียนการสอนที่เสริมสร้างความสามารถในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาสถานการณ์จริงเรื่องการประยุกต์ของแคลคูลัส สำหรับนักเรียนห้องเรียนพิเศษวิทยาศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย

3. เป็นข้อมูลสำหรับครูในการพัฒนาความสามารถและพฤติกรรมในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาสถานการณ์จริงเรื่องการประยุกต์ของแคลคูลัส

4. เป็นแนวทางสำหรับครูและนักวิจัยในการพัฒนากิจกรรมการเรียนการสอนที่เสริมสร้างความสามารถในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาสถานการณ์จริงเรื่องการประยุกต์ของแคลคูลัส และเรื่องอื่น ๆ

ขอบเขตของการวิจัย

ระยะที่ 1 การศึกษาสภาพการเรียนการสอนที่เกี่ยวข้องกับการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์

กลุ่มเป้าหมายที่ใช้ในการศึกษาสภาพการเรียนการสอนที่เกี่ยวข้องกับการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาสถานการณ์จริงเรื่องการประยุกต์ของแคลคูลัส ประกอบด้วย

1) นักเรียนห้องเรียนพิเศษวิทยาศาสตร์ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2560 ผ่านการเรียนเนื้อหาเรื่องแคลคูลัสมาแล้ว ของโรงเรียนสาธิตมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒประสานมิตร(ฝ่ายมัธยม) และโรงเรียนสาธิตมหาวิทยาลัยรามคำแหง(ฝ่ายมัธยม) จำนวน 34 คน (โรงเรียนละ 17 คน) โดยเลือกแบบเจาะจง

2) ครูคณิตศาสตร์ที่สอนนักเรียนห้องเรียนพิเศษวิทยาศาสตร์และมีประสบการณ์ในการสอนเนื้อหาเรื่องแคลคูลัสของโรงเรียนสาธิตมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒประสานมิตร(ฝ่ายมัธยม)และ โรงเรียนสาธิตมหาวิทยาลัยรามคำแหง(ฝ่ายมัธยม) จำนวน 4 คน (โรงเรียนละ 2 คน) โดยเลือกแบบเจาะจง

ระยะที่ 2 สำหรับการพัฒนากิจกรรมการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ และการหาคุณภาพของเครื่องมือ

กลุ่มนำร่องที่ใช้ในการพัฒนากิจกรรมการเรียนการสอนที่เสริมสร้างความสามารถและพฤติกรรมในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาสถานการณ์จริงเรื่องการประยุกต์ของแคลคูลัสเป็นนักเรียนห้องเรียนพิเศษวิทยาศาสตร์ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2561 ที่ผ่านการเรียนเนื้อหาเรื่องแคลคูลัสมาแล้ว ของโรงเรียนสาธิตมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒประสานมิตร(ฝ่ายมัธยม) จำนวน 21 คน ใช้เวลาเรียนนอกเวลาเรียนปกติ โดยเลือกแบบเจาะจงและพิจารณาจากคะแนนดิบของนักเรียนในรายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐานภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2561 แล้วแบ่งเป็น 3 กลุ่ม คือ กลุ่มที่อยู่ในระดับสูง ปานกลาง และ ต่ำ โดยใช้นักเรียนในการหาประสิทธิภาพ 3 ครั้ง ดังนี้

1) การหาประสิทธิภาพรายบุคคล เพื่อตรวจสอบความเป็นปรนัยและหาประสิทธิภาพของกิจกรรมการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาสถานการณ์จริงเรื่องการประยุกต์ของแคลคูลัส ใช้นักเรียนจำนวน 3 คน ที่ได้จากการเลือกแบบสุ่มจากนักเรียนทั้ง 3 กลุ่ม กลุ่มละ 1 คน

2) การหาประสิทธิภาพกลุ่มย่อย เพื่อตรวจสอบความเป็นปรนัยและหาประสิทธิภาพของกิจกรรมการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาสถานการณ์จริงเรื่องการประยุกต์ของแคลคูลัส โดยใช้นักเรียนจำนวน 6 คน จากการเลือกแบบเจาะจง ที่ไม่ใช่กลุ่มที่ได้จากการเลือกในข้อ 1

3) การหาประสิทธิภาพภาคสนาม เพื่อตรวจสอบความเป็นปรนัยและหาประสิทธิภาพของกิจกรรมการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาสถานการณ์จริงเรื่องการประยุกต์ของแคลคูลัส โดยใช้นักเรียนจำนวน 12 คน ที่เหลือจากการเลือกใน ข้อที่ 2

ระยะที่ 3 การศึกษาความสามารถและพฤติกรรมการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์

กลุ่มเป้าหมายที่ใช้ในการศึกษาความสามารถและพฤติกรรมในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาสถานการณ์จริงเรื่องการประยุกต์ของแคลคูลัส

กลุ่มเป้าหมายคือนักเรียนห้องเรียนพิเศษวิทยาศาสตร์ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2561 ที่ผ่านการเรียนเนื้อหาเรื่องแคลคูลัสมาแล้ว ของโรงเรียนสาธิตมหาวิทยาลัยรามคำแหง จำนวน 1 ห้องมีนักเรียนจำนวน 15 คน ใช้เวลาเรียนนอกเวลาเรียนปกติ โดยเลือกแบบเจาะจงและพิจารณาจากคะแนนดิบของนักเรียนในรายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐานภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2561 แล้วแบ่งเป็น 3 กลุ่ม คือ กลุ่มที่อยู่ในระดับสูง ปานกลาง และ ต่ำ

ระยะเวลาที่ใช้ในการวิจัย

เวลาที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ คือ ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2561 จำนวน 14 คาบเรียน คาบเรียนละ 90 นาที โดยใช้เวลาเรียนนอกเวลาเรียนปกติ ซึ่งแบ่งเป็นเวลาสำหรับจัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่เสริมสร้างความสามารถการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาสถานการณ์จริงเรื่องการประยุกต์ของแคลคูลัส สำหรับนักเรียนห้องเรียนพิเศษวิทยาศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย จำนวน 12 คาบเรียน และเวลาสำหรับทดสอบความสามารถในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาสถานการณ์จริงเรื่องการประยุกต์แคลคูลัส จำนวน 2 คาบเรียน

เนื้อหาที่ใช้ในการวิจัย

เนื้อหาที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ เป็นเนื้อหาคณิตศาสตร์ แคลคูลัส ที่ไม่เกินระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

ตัวแปรที่ศึกษา

ตัวแปรอิสระ ได้แก่ การจัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่เสริมสร้างความสามารถใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาสถานการณ์จริงเรื่องการประยุกต์ของแคลคูลัส สำหรับนักเรียนห้องเรียนพิเศษวิทยาศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย

ตัวแปรตาม ได้แก่

1) ความสามารถในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาสถานการณ์จริงเรื่องการประยุกต์ของแคลคูลัส

2) พฤติกรรมในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาสถานการณ์จริงเรื่องการประยุกต์ของแคลคูลัส

นิยามศัพท์เฉพาะ

1. ปัญหาทางคณิตศาสตร์ (Mathematics problem) หมายถึง สถานการณ์ที่เกี่ยวกับคณิตศาสตร์ซึ่งเผชิญอยู่และต้องหาคำตอบ โดยที่ยังไม่รู้วิธีการหรือขั้นตอนที่จะได้คำตอบของสมการนั้นในทันที

2. การแก้ปัญหาสถานการณ์จริง (Real World Problem Solving) หมายถึงกระบวนการในการประยุกต์ความรู้ทางคณิตศาสตร์ ขั้นตอน/กระบวนการแก้ปัญหา ยุทธวิธีแก้ปัญหา และประสบการณ์ที่มีอยู่ไปใช้ในการค้นหาคำตอบของสถานการณ์จริง

3. ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ (Mathematical Model) หมายถึง สิ่งที่ได้จากการสร้างเชิงคณิตศาสตร์ เพื่อศึกษาสถานการณ์จริงและค้นหาคำตอบของสถานการณ์จริงนั้น ซึ่งในการสร้างเชิงคณิตศาสตร์นี้อาจต้องอาศัยสิ่งต่าง ๆ เช่น สมการ อสมการ และฟังก์ชัน เป็นต้น

4. การใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ (Mathematical Modeling) หมายถึง กระบวนการในการนำเสนอหรืออธิบายสถานการณ์จริงให้อยู่ในรูปของปัญหาทางคณิตศาสตร์ แล้วเลือกใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์และตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ ช่วยในการค้นหาคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ หลังจากนั้นนำคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ไปแปลความหมายให้เป็นคำตอบของสถานการณ์จริง ในงานวิจัยนี้ การใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ ประกอบด้วย ขั้นตอน/วิธีการ 4 ขั้นตอน ได้แก่

1. ขั้นทำความเข้าใจสถานการณ์จริง (Understanding a real world situation)

2. ขั้นปรับเปลี่ยนสถานการณ์จริงให้เป็นปัญหาทางคณิตศาสตร์ (Applying the real world situation to the mathematical problem)

3. ขั้นใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ (Adapting and applying a mathematical model to solve the mathematical problem)

4. ขั้นแปลความหมายคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ให้เป็นคำตอบของสถานการณ์จริง (Interpreting the answer to real world situation)

5. สภาพการเรียนการสอน หมายถึง ข้อมูลตามสภาพจริงเกี่ยวกับการเรียนการสอนที่เป็นอยู่ในปัจจุบัน ของนักเรียนและครูผู้สอน 3 ด้าน ประกอบด้วย

1. ด้านความเชื่อเรื่องการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์

2. ด้านความสามารถในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์

3. ด้านการจัดการเรียนการสอนโดยใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์

6. กิจกรรมการเรียนการสอนที่เสริมสร้างความสามารถในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาสถานการณ์จริงเรื่อง การประยุกต์ของแคลคูลัส หมายถึง กิจกรรมการเรียนการสอนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นเพื่อเสริมสร้างความสามารถในการแก้ปัญหาสถานการณ์จริงเรื่องการประยุกต์ของแคลคูลัส สำหรับนักเรียนห้องเรียนพิเศษวิทยาศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย ประกอบด้วยแผนการจัดการเรียนรู้ จำนวน 12 แผน แผนละ 1 คาบเรียน คาบเรียนละ 90 นาที ซึ่งแผนการจัดการเรียนรู้ แต่ละแผนประกอบด้วย จุดประสงค์การเรียนรู้ สาระการเรียนรู้ สื่อการเรียนรู้ กิจกรรมการเรียนรู้ การวัดผลและประเมินผลการเรียนรู้ ในกิจกรรมการเรียนการสอนนี้นักเรียนได้เรียนรู้กระบวนการในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาสถานการณ์จริง ได้ฝึกฝนและมี

ประสบการณ์ในการแก้ปัญหาสถานการณ์จริง (Real world situation) และใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์เรื่องแคลคูลัสและตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ที่ไม่เกินระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 นอกจากนั้นนักเรียนยังได้มีส่วนร่วมในการเรียนแบบร่วมมือ (Cooperative learning) รับผิดชอบในการแก้ปัญหาของกลุ่ม และนำเสนอผลการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ทั้งของตนและของกลุ่ม ตลอดจนมีส่วนร่วมในการอภิปรายผลการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาสถานการณ์จริงเรื่องการประยุกต์ของแคลคูลัสในชั้นเรียน

7. ความสามารถในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาสถานการณ์จริง เรื่องการประยุกต์ของแคลคูลัส หมายถึง ความสามารถของนักเรียน ในด้านการทำความเข้าใจสถานการณ์จริง ด้านการปรับเปลี่ยนสถานการณ์จริงให้เป็นปัญหาทางคณิตศาสตร์ ด้านการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และด้านการแปลความหมายคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ให้เป็นคำตอบของสถานการณ์จริง

7.1 คะแนนจากใบกิจกรรมรายบุคคลในชั้นเรียน ร้อยละ 60 ของคะแนนเต็ม ซึ่งประกอบด้วย

7.1.1 คะแนนใบกิจกรรมรายบุคคล ครั้งที่ 1 คิดเป็นร้อยละ 20 คะแนน

7.1.2 คะแนนใบกิจกรรมรายบุคคล ครั้งที่ 2 คิดเป็นร้อยละ 20 คะแนน

7.1.3 คะแนนใบกิจกรรมรายบุคคล ครั้งที่ 3 คิดเป็นร้อยละ 20 คะแนน

7.2 คะแนนจากแบบทดสอบวัดความสามารถในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาสถานการณ์จริงที่เกี่ยวข้องกับเรื่อง การประยุกต์ของแคลคูลัส ร้อยละ 40 ของคะแนนเต็ม

8. พฤติกรรมในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาสถานการณ์จริง เรื่องการประยุกต์ของแคลคูลัส หมายถึง การแสดงออกของนักเรียน ในด้านต่าง ๆ ดังนี้

8.1 ด้านการทำความเข้าใจสถานการณ์จริง โดยพิจารณาการแสดงออกของนักเรียนในการระบุ/เขียนข้อมูลหรือเงื่อนไขที่สำคัญของสถานการณ์จริง และสิ่งที่ต้องการหา

8.2 ด้านการปรับเปลี่ยนสถานการณ์จริงให้เป็นปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยพิจารณาการแสดงออกของนักเรียนในการใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้อง ปรับเปลี่ยนข้อมูลหรือเงื่อนไขที่สำคัญของสถานการณ์จริง ให้อยู่ในรูปตัวไม่ทราบค่า ข้อมูล เงื่อนไข สัญลักษณ์ ประโยคสัญลักษณ์ หรือความสัมพันธ์ทางคณิตศาสตร์

8.3 ด้านการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยพิจารณาการแสดงออกของนักเรียนในการกำหนดตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ที่เหมาะสมกับสถานการณ์จริงนั้น การดำเนินการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์โดยใช้ความรู้และกระบวนการทางคณิตศาสตร์ และการค้นหาคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์

8.4 ด้านการแปลความหมายคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ให้เป็นคำตอบของสถานการณ์จริง โดยพิจารณาการแสดงออกของนักเรียนในการเปรียบเทียบหรือตรวจสอบความถูกต้องและความสมเหตุสมผลของคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ได้กับข้อมูลจริง การแปลความหมายออกมาเป็นคำตอบของสถานการณ์จริง และการบรรยายหรืออธิบายคำตอบของสถานการณ์จริง

9. ประสิทธิภาพของกิจกรรมการเรียนการสอน หมายถึง คุณภาพของกิจกรรมการเรียนการสอนที่เสริมสร้างความสามารถในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาสถานการณ์จริงเรื่อง การประยุกต์ของแคลคูลัส เมื่อนำไปใช้ในชั้นเรียนแล้วทำให้นักเรียนสามารถบรรลุจุดมุ่งหมายของกิจกรรมการเรียนรู้ที่กำหนดไว้ ในการวิจัยนี้ใช้สูตร E_1/E_2 โดยคิดค่า E_1 เป็นค่าเฉลี่ยร้อยละของคะแนนที่นักเรียนได้ในการทำใบกิจกรรมรายบุคคลที่ 1 – 3 และ E_2 เป็นค่าเฉลี่ยร้อยละของคะแนนที่นักเรียนได้ในการทำแบบทดสอบวัดความสามารถในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์หลังเรียน โดยมีเกณฑ์ตัดสิน E_1/E_2 เป็น 60/60 สำหรับการพิจารณาตรวจสอบ

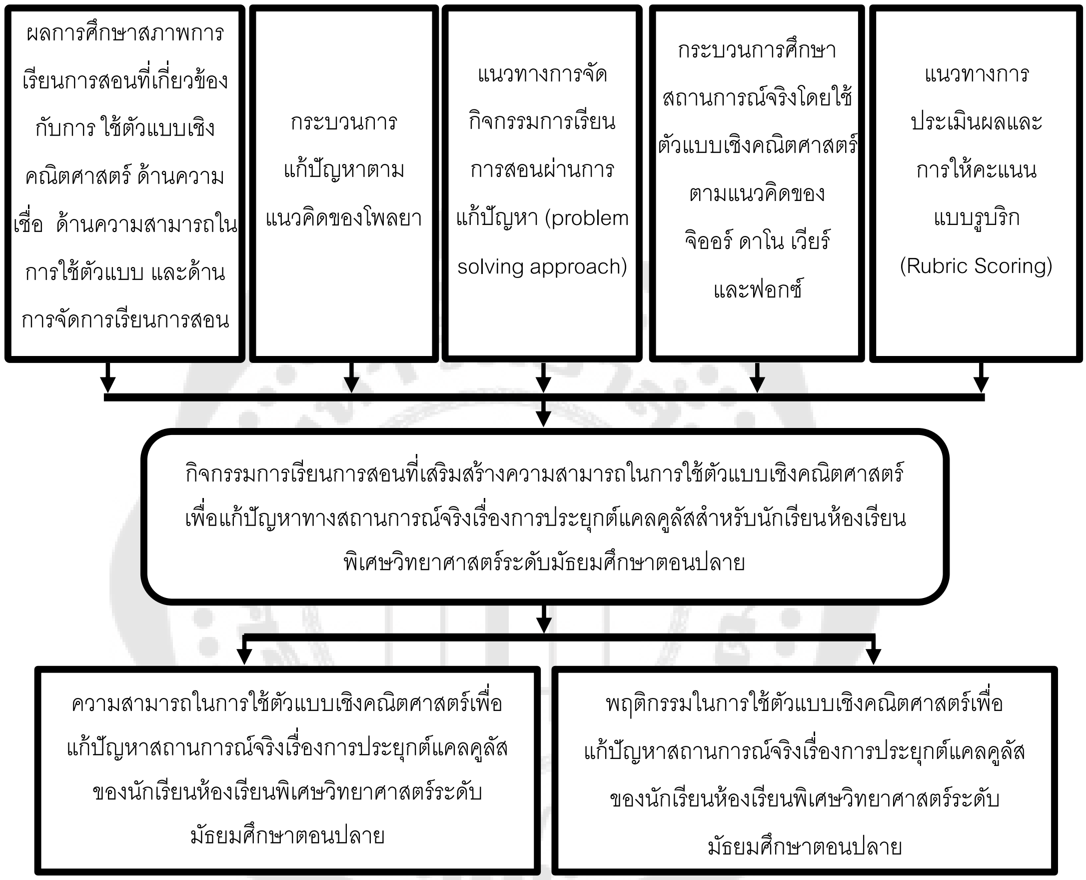
สมมติฐานของการวิจัย

1. กิจกรรมการเรียนการสอนที่เสริมสร้างความสามารถในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาสถานการณ์จริงที่เรื่องการประยุกต์ของแคลคูลัส สำหรับนักเรียนห้องเรียนพิเศษวิทยาศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย ที่พัฒนาขึ้น มีประสิทธิภาพเป็นไปตามเกณฑ์ 60/60

2. นักเรียนห้องเรียนพิเศษวิทยาศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย ที่เรียนด้วยกิจกรรมการเรียนการสอนที่เสริมสร้างความสามารถในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับการประยุกต์แคลคูลัส ที่มีความสามารถในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับการประยุกต์แคลคูลัส สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 60 ของคะแนนเต็ม มีจำนวนมากกว่าร้อยละ 60 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด

กรอบแนวคิดในการวิจัย

ในการพัฒนากิจกรรมการเรียนการสอนที่เสริมสร้างความสามารถในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาสถานการณ์จริงที่เรื่องการประยุกต์ของแคลคูลัส สำหรับนักเรียนห้องเรียนพิเศษวิทยาศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย ผู้วิจัยมีกรอบแนวคิดดังภาพประกอบ 1



ภาพประกอบ 1 กรอบแนวคิดของการวิจัย

บทที่ 2
เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

ในการศึกษาความสามารถและพฤติกรรมในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับเรื่อง การประยุกต์ของแคลคูลัส สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนปลาย ผู้วิจัยได้ศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง ในหัวข้อต่อไปนี้

ตอนที่ 1 แนวคิดเกี่ยวกับการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์

1.1 ความหมายของตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์

1.2 ประเภทของตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์

1.3 กระบวนการของการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์

1.4 แนวทางการพัฒนาตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์

1.5 การใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

1.6 มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเรื่องพีชคณิตและแคลคูลัส

ตอนที่ 2 แนวการจัดการเรียนการสอนที่เสริมสร้างความสามารถในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

2.1 แนวการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนผ่านการแก้ปัญหา

2.1.1 ความหมายของกิจกรรมการเรียนการสอนผ่านการแก้ปัญหา

2.1.2 การดำเนินกิจกรรมการเรียนการสอนผ่านการแก้ปัญหา

2.1.3 บทบาทครูและนักเรียนในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนผ่านการแก้ปัญหา

2.1.4 การศึกษาหลักสูตรการสร้างการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ทางคณิตศาสตร์

2.1.5 โครงสร้างของหลักสูตรการศึกษาการสร้างการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์สำหรับครูผู้สอนและทฤษฎีการปฏิบัติ

2.1.6 ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์และการเรียนแบบร่วมมือ

2.2 แนวการประเมินผลการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหา

2.3 การเรียนการสอนแคลคูลัสในต่างประเทศ

2.4 การหาประสิทธิภาพ

ตอนที่ 3 เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์

3.1 งานวิจัยต่างประเทศ

3.2 งานวิจัยในประเทศ

ตอนที่ 1 แนวคิดเกี่ยวกับตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์

1.1 ความหมายของตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์และการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์

แฟรงค์ และวิลเลียม และ สตีเวน (Frank R. Giordano, William P. Fox, & Steven B. Horton, 2014, p. 1) ได้กล่าวว่า ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์หมายถึง การออกแบบทางคณิตศาสตร์เพื่อศึกษาระบบหรือปรากฏการณ์ในโลกแห่งความเป็นจริง โดยมีกราฟิก สัญลักษณ์ การจำลอง และโครงสร้างการทดลอง โดยมีตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ที่มีอยู่ซึ่งสามารถใช้ได้โดยเฉพาะกับปรากฏการณ์โลกแห่งความเป็นจริงและใช้ในการศึกษามัน และมีตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ที่เราสร้างขึ้นมาโดยเฉพาะเพื่อศึกษาปรากฏการณ์พิเศษ สอดคล้องกับ ไมค์เคิล (Michael Olinick, 2004, p. 1) ที่กล่าวว่า เมื่อระบบคณิตศาสตร์ถูกสร้างขึ้นเพื่อพยายามศึกษาปรากฏการณ์บางอย่างหรือ สถานการณ์ในโลกแห่งความเป็นจริงเรามักเรียกมันว่าตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ สอดคล้องกับ เมย์สันและเดวิส (Mason & Davies, 1991) กล่าวว่า ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์หมายถึงกระบวนการของสถานการณ์ทางกายภาพที่ถูกแสดงด้วยกระบวนการทางคณิตศาสตร์ สอดคล้องกับ สเวทซ์และอาร์ทเลอร์ (Swetz & Hartter, 1991, p. 1) ให้ความหมายของตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ว่า โครงสร้างเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ซึ่งใช้ในการประมาณลักษณะต่าง ๆ ของปรากฏการณ์ธรรมชาติ

เดวิทสมิทและลอเลนซ์มอร์(David A.Smit & Lawrence C. Morore, 1996, p. 12) กล่าวว่า ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ หมายถึง การอธิบายความสัมพันธ์ระหว่างปริมาณที่แตกต่างกันที่ได้จากการพล็อตกราฟ   และเราต้องการอธิบายความสัมพันธ์นั้นด้วยหลักการทางคณิตศาสตร์ผ่านการใช้สมการทางคณิตศาสตร์ เพื่อหาข้อสรุปความสัมพันธ์ที่เกี่ยวข้องกันของสองตัวแปร สอดคล้องกับ เบอรี่และฮูสตัน (J Berry & K Houston, 2004, p. 1) ให้ความหมายตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์หมายถึง ตัวแบบทางคณิตศาสตร์ที่เป็นตัวแทนทางคณิตศาสตร์แสดงความสัมพันธ์ระหว่างสองตัวแปรหรือมากกว่าที่เกี่ยวข้องกับสถานการณ์หรือปัญหาที่กำหนด สอดคล้องกับเมเยอร์ (Meyer, 1985, p. 2) กล่าวว่า ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์หมายถึงตัวแบบที่มีส่วนประกอบบางส่วนอยู่ในรูปแบบของมโนคติเชิงคณิตศาสตร์ เช่นอยู่ในรูปของตัวแปร ค่าคงที่ตัว ฟังก์ชันสมการ และ อสมการ

ดอซซี่ (J. A. Dossey, 1996) กล่าวว่า ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เป็นโครงสร้างทางคณิตศาสตร์ที่ออกแบบมาเพื่อศึกษาระบบที่อยู่ในชีวิตจริงโดยเฉพาะ หรือปรากฏการณ์ต่าง ๆ โดยจะรวมเอากราฟ สัญลักษณ์ การจำลอง และโครงสร้างของการทดลองเข้าไว้ด้วยกัน สอดคล้องกับสเวทซ์และฮาร์ทเลอร์ (Swetz & Hartzler, 1991, p. 1) ให้ความหมายของตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์

ว่า หมายถึง โครงสร้างทางคณิตศาสตร์ที่ใช้ในการประมาณการปรากฏการณ์ที่จะเกิดขึ้นในอนาคต

ไดนยา (Dindyal, 2009) ก็กล่าวว่า ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เป็นสื่อกลางระหว่างโลกแห่งความเป็นจริงและคณิตศาสตร์ ซึ่งตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ช่วยในการแปลความ

สัมพันธ์ที่สำคัญไปสู่คณิตศาสตร์สำหรับคณิตศาสตร์บริสุทธิ์ ในทำนองเดียวกัน สำหรับเอ็ดวาร์ดและแฮมสัน (Edwards & Hamson, 1989, p. 2) ได้ให้ความหมายตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ว่า หมายถึง ตัวแบบที่สร้างขึ้นโดยอาศัยความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ เช่น ฟังก์ชัน และสมการ โดยการสร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์นั้นจะย้ายจากโลกของความเป็นจริงไปสู่โลกที่เป็นนามธรรมของความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ ซึ่งเป็นการเชื่อมโยงระหว่าง โลกของความจริงกับโลกคณิตศาสตร์ นั่นก็คือการแทนสถานการณ์ที่เป็นจริงของโลกในเชิงคณิตศาสตร์ ฮองสัน(Hodgson, 1995, November, p. 351)

นอกจากนั้น เมสันและเดวิส (Mason & Davis, 1991) ที่กล่าวว่า ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เป็นบางสิ่งที่เราใช้ดำเนินการเพื่อค้นหาอีกบางสิ่ง กล่าวคือเราสามารถรวมเอาวิธีใช้ที่กว้างขวางและหลากหลายวิธีมาใช้ ซึ่งยังกล่าวอีกว่าตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์จะทำให้เราสามารถสรุปและขยายเวลาและพื้นที่ในการดำเนินการและทดลองโดยไม่ต้องใช้สถานการณ์จริงได้ หลังจากที่ตัวแบบจริงถูกสร้างขึ้นมาแล้ว ข้อความหรือแนวคิดของตัวแบบจะถูกแทนที่ด้วยสัญลักษณ์และนิพจน์ (expressions) ทางคณิตศาสตร์สำหรับโครงสร้างของผลลัพธ์นั้นจะเรียกว่า "ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์" ซึ่งตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เป็นสิ่งที่เกี่ยวข้องกับ เนื้อหาทางคณิตศาสตร์ เช่น เซต จำนวน รูปเรขาคณิต และฟังก์ชัน รวมถึงนิพจน์ที่สัมพันธ์กันระหว่างเนื้อหาเหล่านี้กับเนื้อหาอื่นๆ อย่างเช่น สมการ กราฟ การแปลง และตารางต่าง ๆ (Kerr, Donald R., & Maki, 1979) แมคคาวน์และซีเคียวรา (McCown & Sequeira, 1994, p. 91) กล่าวว่าตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ เป็นกระบวนการในการทำให้ได้คำตอบของปัญหาที่เกี่ยวข้องกับคณิตศาสตร์ โดยการค้นหาสมการและกราฟ ซึ่งใช้ในการอธิบายปัญหานั้น ๆ

สำหรับ สุรสาล ผาสุข (2546, น. 11) ได้ให้ความหมายของตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ว่า หมายถึงสิ่งที่ใช้เชื่อมโยงความจริงของโลกกับคณิตศาสตร์ ซึ่งอาจอยู่ในรูปแบบที่หลากหลายแตกต่างกัน เช่นสัญลักษณ์ ฟังก์ชัน สูตร สมการ นิพจน์ กราฟ ตาราง สถานการณ์จำลอง และการทดลอง เป็นต้น สอดคล้องกับ กนกวรรณ ฐิตินิรันดร์ (2553, น. 1) ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ หมายถึง การใช้สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์แสดงความสัมพันธ์ของปัจจัยต่าง ๆ ที่เกี่ยวข้องกับปัญหาอาจอยู่ในรูปของสมการหรือ อสมการ ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์จะแทนปัญหาที่เกิดขึ้นจริงจึง

ทำให้เห็นภาพของปัญหาได้ชัดเจนมากขึ้นและสามารถนำเทคนิคทางคณิตศาสตร์มาใช้แก้ปัญหาเพื่อช่วยในการเลือกทางเลือกที่ดีที่สุด

จากการศึกษาความหมายของตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ข้างต้น อาจสรุปได้ว่า ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์หมายถึง สิ่งที่ได้จากการสร้างเชิงคณิตศาสตร์ เพื่อศึกษาสถานการณ์จริง โดยการนำเสนอหรืออธิบายสถานการณ์จริงให้อยู่ในรูปของปัญหาทางคณิตศาสตร์ แล้วเลือกใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์และตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ ช่วยในการค้นหาคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ หลังจากนั้นนำคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ไปแปลความหมายให้เป็นคำตอบของสถานการณ์จริง ซึ่งในการสร้างเชิงคณิตศาสตร์นี้อาจต้องอาศัยสิ่งต่าง ๆ เช่น กราฟ สมการ อสมการ และฟังก์ชัน เป็นต้น

1.2 ความสำคัญของการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์

สมาคมครูคณิตศาสตร์สหรัฐอเมริกา (National Council of Teachers of Mathematic, 2016, pp. 8-10) ได้กล่าวว่า การพัฒนาคำจำกัดความของคำเฉพาะในการศึกษาคณิตศาสตร์เป็นความท้าทายที่ระบุไว้ ไม่มีคำจำกัดความที่ชัดเจนเกี่ยวกับการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ แต่มีความคำจำกัดความหรือคำอธิบายประกอบโดยผู้เขียนแต่ละคน สันนิษฐานการทำความเข้าใจร่วมกันว่า “ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์” เป็นตัวแทนของโลกแห่งความเป็นจริง ในแง่ของคณิตศาสตร์ เพื่อเราจะได้รับรู้ความเข้าใจที่แม่นยำมากขึ้นเกี่ยวกับคุณสมบัติที่สำคัญ และหวังว่าจะช่วยให้คาดการณ์เหตุการณ์ในอนาคตได้สิ่งนี้ได้รับการอธิบายในคำว่าการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์แล้ว โดยรวมแล้วการทำแบบโดยตรง และการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ถูกมองว่าเป็นกระบวนการที่สร้างสรรค์ในการทำความเข้าใจในโลกแห่งความเป็นจริงเพื่ออธิบายควบคุมหรือปรับให้เหมาะสมกับสถานการณ์ตีความผลลัพธ์และทำการแก้ไขตัวแบบหากไม่เพียงพอสำหรับสถานการณ์

NTCM ได้กล่าวต่ออีกว่า การใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ คือ ปรากฏการของโลกแห่งความเป็นจริงที่ถูกนำเสนอและอธิบายถึงโดยผ่านการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ ซึ่งถูกมองว่าเป็นกระบวนการสร้างสรรค์ที่ต้องใช้ความสามารถในการควบคุมหรือต้องใช้การปรับเปลี่ยนเพื่อให้เหมาะสมกับสถานการณ์ปัญหา และใช้การตีความเชิงคณิตศาสตร์เพื่อหาผลลัพธ์ เมื่อตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ที่ได้มาไม่เหมาะสมหรือพอเพียงสำหรับสถานการณ์อาจปรับเปลี่ยน การใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อทำนายเรื่องที่เกี่ยวกับพฤติกรรมของปรากฏการบางอย่างที่เกี่ยวข้องกับโลกของความเป็นจริง เราจำเป็นต้องใช้มีความคิดสร้างสรรค์และต้องมีการตัดสินใจเลือกสมมติฐานซึ่งเป็นกระบวนการที่ต้องมีการวนซ้ำเพื่อที่จะได้ตัวแบบที่เหมาะสม อาจมีตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์

จำนวนมากที่สามารถที่ต้องใช้เป็นรูปแบบในการเชื่อมต่อกับโลกแห่งความเป็นจริงเพื่อใช้อธิบายปรากฏการณ์ต่างๆที่เราสนใจศึกษา

บิว ฟาวเวอร์ และกาลูโซ่ (Bliss, Kathleen R. Fowler, & Benjamin J. Galluzo, 2014, p. 8) ได้กล่าวว่า การเชื่อมโยงโลกแห่งความเป็นจริงและโลกของคณิตศาสตร์โดยใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เป็นกระบวนการเป็นกระบวนการที่น่าเชื่อถือมากที่สุด เริ่มต้นด้วยการนิยามที่ชัดเจนปัญหาในสถานการณ์จริงที่ยุ่งยากซึ่งไม่ได้มีคำตอบที่ถูกต้องเฉพาะเจาะจง ผู้สร้างตัวแบบเริ่มต้นด้วยการ บูรณาการคำถามจากปรากฏการณ์สถานการจริง ซึ่งเป็นคำถามที่ยาก นิยามได้ยากความไม่แน่นอนและมีปัจจัยที่ซับซ้อนหลายอย่าง คำถามทีไม่มีคำตอบในหนังสือ มีกี่วิธีการและคำตอบเดียวจริงหรือไม่ ผู้สร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ได้วิจัย และระดมสมองเพื่อที่จะนำไปสู่ตัวแบบที่นำไปใช้ได้จริง และนิยามปัญหาที่ดี เป้าหมายหลักของกระบวนการตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ตัวใด ที่สามารถที่ทำนาย หรือพยากรณ์โลกแห่งความเป็นจริงได้ดีที่สุดหรือใกล้เคียงที่สุด

การใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เป็นการอธิบายปรากฏการณ์ในโลกแห่งความเป็นจริงและทำนายหรือพยากรณ์ที่เกี่ยวข้องกับพฤติกรรมในอนาคตของโลกแห่งความเป็นจริงได้ สิ่งที่สำคัญว่าทำไมกระบวนการการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์จริงเริ่มต้นที่สถานการณ์มีนโลกแห่งความเป็นจริง เหตุผลว่าทำไมต้องใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์มาแก้ปัญหา วัตถุประสงค์สำคัญเพื่อช่วยให้ผู้สร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์พัฒนาทฤษฏี และชี้แจงเพื่อให้มีความเข้าใจลึกซึ้งเกี่ยวกับปัญหาในสถานการณ์จริง และเป็นเครื่องมีที่ดีที่สุดที่ประสบความสำเร็จในการอธิบายและพยากรณ์ ทำให้การใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์แพร่หลายสำหรับนักวิทยาศาสตร์วิศวกรคณิตศาสตร์และนักคณิตศาสตร์สังคมสงเคราะห์เศรษฐศาสตร์และอื่นๆอีกหลายสาขาวิชา

บิว ฟาวเวอร์ และกาลูโซ่ (Bliss et al., 2014, p. 9) กล่าวว่าการ ผู้ใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ จำเป็นมีความคิดสร้างสรรค์ และมีความหลากหลายในการ สร้างสมมติฐานและการตัดสินใจ เพื่อที่จะเปลี่ยนคำถามจากโลกแห่งความเป็นจริงที่มีความซับซ้อน วิเคราะห์ไปสู่โลกของคณิตศาสตร์ ผู้สร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ต้องมีวิธีสร้าง สมมติฐานและการตัดสินใจที่หลากหลาย ต้องเลือกสิ่งที่สถานการณ์ที่จะมุ่งเน้น ในสิ่งที่พวกเขาคิดว่ามีความสำคัญและไม่สนใจสมมติฐานอื่นๆที่ไม่สำคัญ และตัดสินใจว่าจะสร้างสูตรหรือตัวแบบคณิตศาสตร์ในสถานการณ์จริง อีกนัยหนึ่งผู้ใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ต้องตัดสินใจว่าอะไรคือสิ่งที่สำคัญ ข้อสมมติฐานและตัดสินใจเหล่านี้ไม่ได้ถูกนำมาใช้ได้เลย แต่เป็นแนวทางที่จะนำความรู้ที่ได้มาเชื่อมต่อระหว่างสถานการณ์จริงและคณิตศาสตร์และต้องมีกระบวนการทำซ้ำอีกหลายครั้งเพื่อเป็นการตรวจสอบตัวแบบที่ได้มา การกระบวนการสร้างสรรค์นี้เป็นสิ่งที่ทำให้เกิดการมีส่วนร่วมใน

และเป็นสิ่งที่ท้าทายน่าสนใจ เป็นการนำความรู้ทั้งโลกแห่งความเป็นจริงและคณิตศาสตร์มาใช้ร่วมกัน

เอดเวอร์และแฮมสัน (Edwards & Hamson, 1989) ได้กล่าวว่า การใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เป็นกระบวนการซึ่งต้องมีการสื่อสารระหว่างกัน ผู้ใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ต้องมีความพยายามในการหาคำตอบของสถานการณ์จริงที่ต้องใช้คณิตศาสตร์ คำถามไม่ได้เป็นสาเหตุของการได้คำตอบสิ่งที่เป็นสิ่งที่แสดงถึงคณิตศาสตร์ในธรรมชาติ ผู้สร้างตัวแบบต้องพยายามเลือกสมมติฐานที่ดี และการตัดสินใจที่ดี ในการที่จะใช้ในการเปลี่ยนเงื่อนไขจากสถานการณ์จริงเป็นสู่โลกของคณิตศาสตร์ และผู้ใช้ตัวแบบจะต้องเปลี่ยนกลับสู่โลกแห่งความเป็นจริงในระหว่างกระบวนบูรณาการณ์และการเปลี่ยนให้เป็นตัวแบบ และเปรียบเทียบความเข้าใจและการคาดการทางคณิตศาสตร์ ต้องใช้ความเช้าใจอย่างเชิงลึก การคาดการณ์ พยากรณ์ และพฤติกรรมโลกแห่งความจริง มีการตรวจสอบแก้ไข สมมติฐานและการตัดสินใจ การวิเคราะห์ทางคณิตศาสตร์และมีการเปรียบเทียบ กิจกรรมที่กลับไปกลับมาระหว่างโลกแห่งความจริงในโลกทางคณิตศาสตร์ และกระบวนการการสร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เริ่มต้นและสิ้นสุด มีหลายเส้นทางที่เปิดโอกาสให้ผู้ใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์มีวิธีการ และมีเพียงคำตอบเดียวที่ชัดเจนซึ่งเป็นคำตอบของโลกแห่งความเป็น ปัญหาในสถานการณ์จริงมีหลายวิธีที่เราสามารถบูรณาการณ์ได้ และบูรณาการณ์ได้โดยผ่านการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ได้โดยตรง หลายๆวิธีการอาจใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ผ่านกระบวนการบูรณาการณ์ มีช่องทางมากมายในการเลือกการตัดสินใจและเลือกสมมติฐาน ของผู้ใช้ตัวแบบ หรือ ความต้องการ ความแตกต่าง ดังนั้นในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อบูรณาการหลาย ๆ วิธีการเพื่อหาคำตอบ เราสามารถมีมุมมองวิธีการทำงานที่หลากหลายที่จะนำไปสู่คำตอบของปัญหา สรุป เราสามารถมีหลายวิธีที่ต่างกัน มีเหตุผลในการเลือกผลลัพธ์ที่ต่างกัน ซึ่งจะใช้อธิบาย คำตอบทั่วไป และคำตอบเฉพาะเจาะจง สุดท้ายผู้ที่มีอำนาจตัดสินใจ จะใช้ความมีเหตุผล ความเป็นประโยชน์ของตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ที่มีต่อปัญหาในสถานการณ์จริง ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์จะถูกตัดสินโดยความระมัดระวัง ความแม่นยำของตัวแบบในการทำนาย การนำไปขยายความ หรือ ความเข้าใจง่าย ๆ สำหรับการทำให้เกิดผลสำเร็จ

เบนเนอร์จี (Banerjee, 2014, pp. 4-5) ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เป็นการใช้คณิตศาสตร์อธิบายในสถานการณ์จริง ดังนั้นถ้าตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์สามารถสะท้อนหรือเลียนแบบพฤติกรรมของสถานการณ์ในชีวิตจริงได้แล้วเราจะได้รับรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับสถานการณ์ที่ดีขึ้นผ่านระบบผ่านการวิเคราะห์รูปแบบที่เหมาะสมโดยใช้เครื่องมือทางคณิตศาสตร์ที่เหมาะสม

นอกจากนี้ในขั้นตอนการสร้างแบบจำลอง เราพบว่าปัจจัยต่างๆซึ่งควบคุมระบบ ปัจจัยที่มีความสำคัญมากที่สุดกับระบบ และที่เปิดเผยแง่มุมที่แตกต่างของระบบเกี่ยวข้อง

ความสำคัญของการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ในฟิสิกส์ เคมี ชีววิทยา เศรษฐศาสตร์และแม้แต่ภาคอุตสาหกรรมก็ไม่อาจปฏิเสธได้ว่า การใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ในงานวิทยาศาสตร์ขั้นพื้นฐานกำลังได้รับความนิยม ส่วนใหญ่อยู่ในสาขาวิทยาศาสตร์ชีวภาพ เศรษฐศาสตร์และปัญหาทางอุตสาหกรรม ตัวอย่างเช่นถ้าเราพิจารณาการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ในอุตสาหกรรมเหล็กการผลิตเหล็กหลายรูปแบบ ตั้งแต่การทำเหมืองแร่ถึงการจัดจำหน่ายควบคู่ไปกับการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ ในความเป็นจริงบริษัทผลิตเหล็กจะมีส่วนร่วมในการฝึกอบรมเชิงปฏิบัติการคณิตศาสตร์อุตสาหกรรม พวกเขาได้พูดคุยปัญหาต่างๆที่ได้รับการแก้ปัญหาที่หลากหลายโดยใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ ปัญหาที่เกี่ยวข้องกับการควบคุมการหล่อเย็นระบายความร้อน ถ่ายเทความร้อนและมวลในเตาหลอมระเบิด กลศาสตร์เชื่อมเสียดทานสเปรย์ระบายความร้อน และการหดตัวในก้อนโลหะแข็งตัว การหดตัวในการแข็งตัวของปูนซีเมนต์ในทำนองเดียวกันสามารถใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ได้

1) ศึกษาการเจริญเติบโตของพืชในสภาพแวดล้อมที่ไม่เหมาะสม

2) เพื่อศึกษาการขนส่งเอมไซม์ mRNA และบทบาทในการเรียนรู้และความจำของเส้นประสาท

3) เพื่อสร้างตัวแบบและคาดการณ์การเปลี่ยนแปลงสภาพภูมิอากาศ

4) เพื่อศึกษาพลวัตของอินเทอร์เฟซสำหรับผลึกเหลวสองชนิดในบริบทของเซลล์แสงอาทิตย์

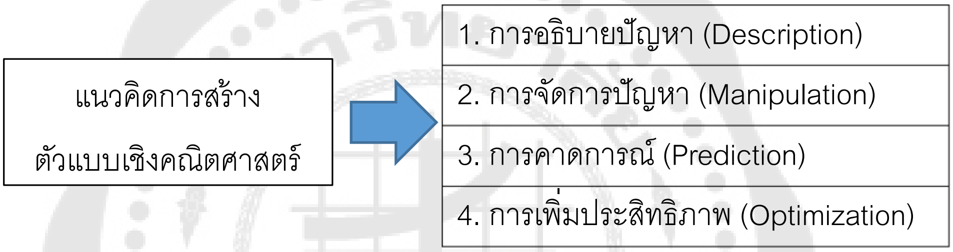
5) การพัฒนาตัวแบบหลายแบบในวิทยาศาสตร์คริสตัลเหลวและอื่น ๆ อีกมากมาย

สำหรับความเข้าใจเชิงลึกเกี่ยวกับลักษณะตามธรรมชาติของโลก เราจะทำความเข้าใจโดยใช้เทคนิคการวิเคราะห์ อย่างไรก็ตามจัดการกับปัญหาที่ซับซ้อนมากขึ้นวิธีการเชิงตัวเลขเป็นวิธีการที่เหมาะสมและยังมีประโยชน์มากซึ่งจะถูกนำมาใช้แก้ปัญหาที่ซับซ้อนด้วยวิธีง่าย ๆ โดยใช้ตัวแบบที่เป็นสมการแล้วมาวิเคราะห์แก้ปัญหา ดังนั้นตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์สามารถเปลี่ยนแปลงใช้ได้จริงมากยิ่งขึ้น และสามารถแก้ปัญหาเกี่ยวกับตัวเลขได้ รวมไปถึงผลของการวิเคราะห์สำหรับตัวแบบที่เรียบง่ายและวิธีแก้ปัญหาเชิงตัวเลขจากข้อมูลเพิ่มเติมแบบจำลองที่เหมือนจริงเราสามารถเข้าใจปัญหานี้ได้มากที่สุด แก้ไขตัวเลขมากขึ้นจากแบบจำลองที่สมจริงหนึ่งสามารถได้เข้าใจปัญหาสูงสุด

จากที่กล่าวมาข้างต้น จะเห็นว่านักการศึกษาจะให้ความสำคัญกับการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ในชั้นเรียนเป็นอย่างมาก เพราะนอกจากจะช่วยให้นักเรียนได้พัฒนาทักษะและกระบวนการแก้ปัญหาแล้ว ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ยังเชื่อมโยงชีวิตจริงหรือศาสตร์อื่น ๆ เข้าด้วยกันอีกด้วย ทั้งยังให้นักเรียนมองเห็นคณิตศาสตร์ในชีวิตประจำวันมากยิ่งขึ้น สามารถตอบข้อสงสัยของนักเรียนที่ว่า เรียนคณิตศาสตร์ไปทำไม

1.3 **แนวคิดในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์**

จากแนวคิดการสร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ของสถาบันการส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี วิเคราะห์สาระสำคัญของขั้นตอนการสร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อให้เป็นหลักการในการพัฒนากระบวนการเรียนการสอน



ภาพประกอบ 2 แนวคิดการสร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์

ขั้นที่ 1 การอธิบายปัญหา (Description) คือ การทำความเข้าใจเมื่อเผชิญกับปัญหาเพื่อสรุปออกมาในรูปที่เข้าใจง่าย อาจอ้างอิงจากข้อมูลหรือแผนภาพต่าง ๆ เพื่อทำให้เข้าใจปัญหาได้มากขึ้น

ขั้นที่ 2 การจัดการปัญหา (Manipulation) เป็นขั้นตอนในการการเชื่อมโยงความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรต่าง ๆ ที่ได้จากขั้นที่ 1 และรายละเอียดของงานโดยการตั้งสมมติฐาน ใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ หรือกระบวนการการให้เหตุผลต่างๆเพื่อเชื่อมโยงปัญหากับคณิตศาสตร์

ขั้นที่ 3 การคาดการณ์ (Prediction) การใช้คณิตศาสตร์เพื่อการตีความและทำการพิจารณาว่าตัวแบบที่สร้างขึ้นเหมาะสมกับตัวแปรที่กำหนด รวมทั้งการยืนยัน ตรวจสอบคำตอบหรือตัดสินใจว่าตัวแบบเหมาะสมหรือไม่

ขั้นที่ 4 การเพิ่มประสิทธิภาพ (Optimization) นำตัวแบบที่ได้มาทำการทบทวนซ้ำและการพัฒนาหรืออาจเพิ่มเงื่อนไขปัญหาเพิ่มเติม เพื่อทำให้ตัวแบบ ซึ่งมีประสิทธิภาพทั้งในแง่ปริมาณ และได้คุณค่ามา

1.4 การใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์และวงจรกระบวนการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์

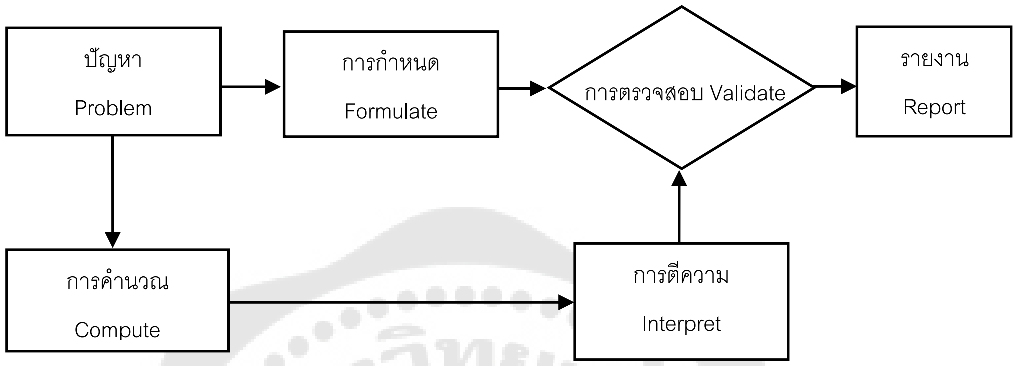
สมาคมครูคณิตศาสตร์สหรัฐอเมริกา (National Council of Teachers of Mathematic, 2016, pp. 9-10) กล่าวว่า การพิจารณาคำอธิบายของกระบวนการการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ เราจะพิจารณาวงจรต่าง ๆ ที่เป็นตัวแทนของกระบวนการได้ โดยใช้วิธีการที่จะอธิบายสั้น ๆ เกี่ยวข้องกับผลผลิตของกระบวนการนี้คือตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ เป็นคำจำกัดความที่กระชับและมีประโยชน์มากขึ้นของตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์คือสิ่งที่เสนอโดยการเขียนในนามของสมาคมอุตสาหกรรมและคณิตศาสตร์ประยุกต์ กล่าวว่าตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เป็นการจำลองระบบที่เป็นสถานการณ์จำลองที่ใช้เพื่อให้ได้ความเข้าใจเชิงคุณภาพและปริมาณของปัญหาโลกแห่งความเป็นจริงและทำนายพฤติกรรมในอนาคต

โปเลค (Pollak, 2012, p. viii) กล่าวว่า ปัญหาจะเป็นปัญหาใหญ่หรือน้อย กระบวนการของ “ปฏิสัมพันธ์” ระหว่างคณิตศาสตร์และโลกแห่งความเป็นจริงหรือสถานการณ์จริง มักจะมีหลายแง่ที่เราไม่สามารถนำทุกอย่างมาพิจารณาได้ การตัดสินใจว่าประเด็นสำคัญที่สุด มีสถานการณ์ในโลกแห่งความเป็นจริง สามารถแปลคำศัพท์ทางคณิตศาสตร์ได้ เราก็ใช้สัญชาตญาณทางคณิตศาสตร์และความรู้เกี่ยวกับตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์รับข้อมูลเชิงลึกที่น่าสนใจ ตัวอย่างการประมาณทฤษฎีบทและอัลกอริทึมเราสามารถแปลสิ่งเหล่านี้กลับคืนสู่สถานการณ์โลกแห่งความจริง และคาดหวังว่าจะมีทฤษฎีสำหรับคำถามในอุดมคติแต่เราต้องกลับมาตรวจสอบอีกครั้งว่าผลลัพธ์เป็นจริงหรือไม่ คำตอบสมเหตุสมผลหรือไม่ถ้าเป็นเช่นนั้น ก็ถือว่าเป็นสิ่งที่ถูกต้องกระบวนการทั้งหมดนี้คือสิ่งที่เรียกว่าการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์

ความแตกต่างที่สำคัญระหว่างการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์และการแก้ปัญหาการไม่ได้อ้างถึงโลกแห่งความเป็นจริง แต่การใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์จะเริ่มต้นด้วยสถานการณ์โลกแห่งความเป็นจริง ในทางตรงกันข้ามใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เริ่มต้นในโลกที่ “ต้องการคำตอบ” หลังจากการมีส่วนร่วมในการกำหนดปัญหาและแก้ปัญหาผู้ใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ ก็จะทำการเปลี่ยนปัญหาให้กลับไปสู่โลกแห่งความเป็นจริงที่ผลลัพธ์จะถูกพิจารณาเทียบกับบริบทดั้งเดิม

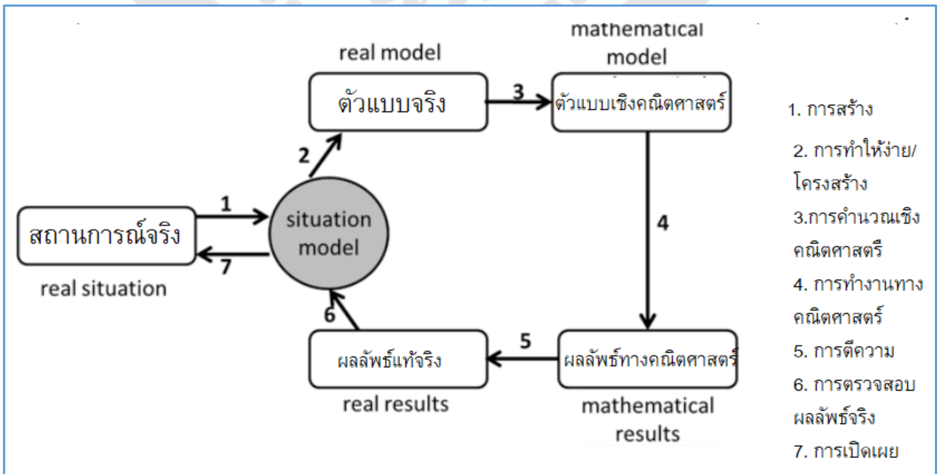
เพอเรนเนทและสวอนวิว (Perrent J. & Zwaneveld B, 2012) กล่าวว่า นักคณิตศาสตร์ศึกษาหลายคนพยายามที่ศึกษาองค์ประกอบที่สำคัญกระบวนการทางคณิตศาสตร์ โดยการอ่านวงจรการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ มีความพยายามที่จะจับสาระสำคัญของกระบวนการสร้างสรรค์นี้ เป็นสิ่งที่ท้าทายของการเรียนการและการสอนการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ที่ทำให้การสาระสำคัญและวิสัยทัศน์ของกระบวนการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ แตกต่างกันไปดังนั้น ตัว

แบบตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ ที่แสดงกระบวนการเป็นตัวแทนที่เป็นแนวทางในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหา



ภาพประกอบ 3 The mathematical modeling cycle from CCSSM

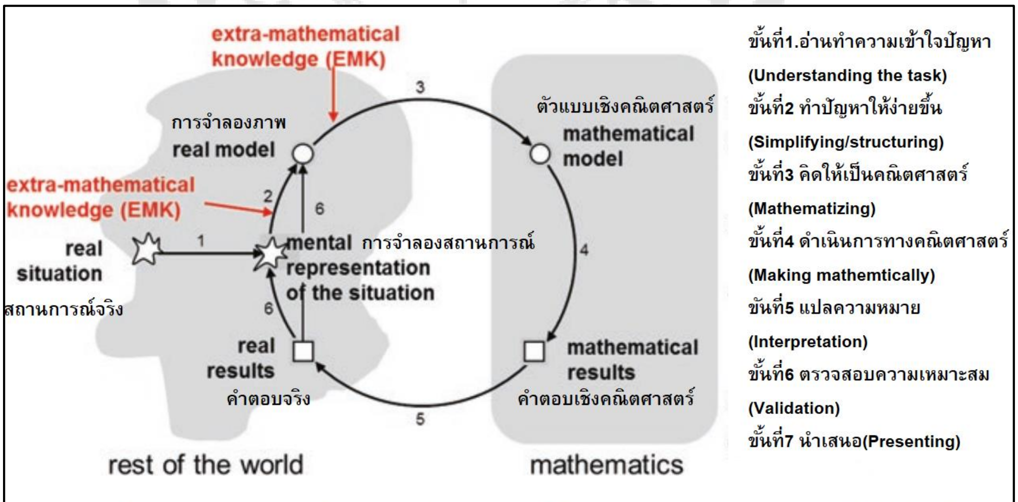
บูมและไบร์ (W Blum, 1993; W. Blum & Leiß, 2006) กล่าวถึง การเข้าใจตัวแบบของสถานการณ์ว่าเป็นช่วงสำคัญของกระบวนการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ นั่นเป็นเพราะพวกเขาอธิบาย การเปลี่ยนแปลงระหว่างสถานการณ์จริงและแบบจำลองสถานการณ์เป็นขั้นตอนของการทำความเข้าใจในงานที่เราต้องการให้ทำ “สิ่งที่ผุดขึ้นในใจซึ่งเป็นตัวแทนของสถานการณ์” (MRS)



Modeling cycle by Blum and Leiß (2007a)

ภาพประกอบ 4 Modeling cycle by Blum and LeiB

เมื่อเผชิญกับสถานการณ์ปัญหา ก็จะเริ่มหาความสัมพันธ์กับสิ่งที่กำหนดมาให้ เพื่อนำมาสร้างเป็นสถานการณ์ปัญหา จากนั้นทำให้ง่ายโดยการค้นหาความสัมพันธ์อาจเป็นโครงสร้างความสัมพันธ์เพื่อที่จะได้ตัวแบบ ดำเนินการทางคณิตศาสตร์โดยใช้ความรู้พื้นฐานของคณิตศาสตร์เพื่อจะได้เลือกตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ที่ดีที่สุด เมื่อได้ผลลัพธ์ทางคณิตศาสตร์แล้ว ก็ใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ตีความหมายของคำตอบ เพื่อให้ได้ผลลัพธ์และทำการตรวจสอบผลลัพธ์อีกครั้ง ว่าได้ตรงกับสภาพปัญหาที่ต้องการแก้ไขหรือไม่ นอกจากแง่มุมนี้วงจรการใช้แบบจำลองนี้การแก้ปัญหาด้วยการอ้างอิงถึงความเป็นจริงอย่างแท้จริงคือเป้าหมายสำคัญยิ่งขึ้นในการสอนคณิตศาสตร์และการแก้ปัญหาจะยึดในมาตรฐานการศึกษาระดับชาติหลายแห่งภายใต้ทักษะการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ ซึ่งมีความจำเป็นสำหรับคณิตศาสตร์ การใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เป็นกระบวนการแปลงระหว่างโลกแห่งความจริงและคณิตศาสตร์ และความสามารถในการดำเนินการกระบวนการแปล ถูกกำหนดไว้กระบวนการใช้ความสามารถทางคณิตศาสตร์ มีวิธีการที่แตกต่างกันในการแก้ไขการจำลองทางคณิตศาสตร์ที่อธิบายการแก้ปัญหาของการสร้างแบบจำลองผ่านแผนภาพวงจรในอุดมคติ ที่มีระยะการสร้างแบบจำลองที่แตกต่างกัน นักเรียนต้องพัฒนาความสามารถบางส่วนเพื่อดำเนินการตามขั้นตอนเช่นกัน ความสามารถโดยรวมในใช้ตัวแบบทั้งหมดให้สมบูรณ์ กระบวนการสำหรับการศึกษาเราใช้วงจรกระบวนการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์โดย Blum และ Leiss



Mathematical modeling cycle from a cognitive perspective (Borromeo Ferri 2007)

ภาพประกอบ 5 Mathematical modeling cycle from a cognitive perspective

เมื่อเผชิญกับปัญหาในสถานการณ์จริง เราก็ต้องทำความเข้าใจในงานที่เราต้องการค้นหาสิ่งที่ต้องการในปัญหา ทำความเข้าใจกับงานและสร้างแบบจำลองสถานการณ์ ลดความซับซ้อนและโครงสร้างของโมเดลสถานการณ์และสร้างแบบจำลองของจริง การแปลตัวแบบที่แท้จริงเป็นแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ การใช้เทคนิคทางคณิตศาสตร์เพื่อผลลัพธ์ที่ได้จากกระบวนการทางคณิตศาสตร์ การตีความผลลัพธ์ทางคณิตศาสตร์ตามที่เกี่ยวข้องงานตามความเป็นจริงเพื่อสร้างผลลัพธ์ที่แท้จริง การตรวจสอบผลลัพธ์ที่แท้จริงเกี่ยวกับสถานการณ์จริง อธิบายและจัดทำเอกสารขั้นตอนการแก้ปัญหา

หากครูสามารถตั้งชื่อและแยกแยะขั้นตอนภายในวงจรการสร้างแบบจำลองได้ สามารถวินิจฉัยปัญหาและอุปสรรคที่เกี่ยวกับความรู้ความเข้าใจที่อาจเกิดขึ้นในขณะที่นักเรียนทำแบบจำลอง นอกเหนือจากการจำแนกประเภทข้างต้นคุณสามารถระบุคำอธิบายเพิ่มเติมของวงจรการสร้างแบบจำลองซึ่งใช้ในโรงเรียนหรือการศึกษาระดับสูง

1.5 การใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์

การใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์มีจุดเด่นและมีความสำคัญเป็นอย่างมากในหลักสูตรคณิตศาสตร์ของโรงเรียน และในหลักสูตรคณิตศาสตร์ระดับอุดมศึกษา แต่อย่างไรก็ตามความคิดเห็นของนักคณิตศาสตร์และนักการศึกษาคณิตศาสตร์ยังไม่สามารถให้ความเห็นสอดคล้องกันเกี่ยวกับคำจำกัดความที่ชัดเจนของคำนี้ ซึ่งนักวิจัยหลายคนได้ให้คำจำกัดความที่แตกต่างกันไปขึ้นอยู่กับว่ากับสายงานที่ทำ (W Blum, 1993) ในความเป็นจริงในช่วงหลายปีที่ผ่านมามีการตีความ และการให้ความหมายของการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ที่แตกต่างกันไปตามมุมมองที่แตกต่างกันตามทิศทางของการวิจัยที่ได้รับการเสนอและใช้ คร็อซและมอสคาดินิ (Cross & Moscardini, 1985) และบาสเซนเนไซน์ (Bassanezi, 1994, pp. 31-35) กล่าวไว้ว่า การใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์หมายถึงกระบวนการของการทำความเข้าใจให้ง่ายขึ้นและ แก้ปัญหาสถานการณ์จริงโดยใช้คณิตศาสตร์มาช่วยแก้ปัญหา

อังเคงเชง (Ang Keng Cheng, 2009, p. 159) กล่าวว่า การใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์หมายถึง กระบวนการของการเป็นตัวแทน หรือ การอธิบายปัญหาของสถานการณ์ในโลกแห่งความเป็นจริง อยู่ในรูปแบบคณิตศาสตร์เพื่อหาคำตอบของปัญหา หรือ เพื่อทำความเข้าใจกับปัญหาให้ดีขึ้น และเป็นศิลปะของการประยุกต์ใช้คณิตศาสตร์กับปัญหาโลกแห่งความเป็นจริง สอดคล้องกับ กระทรวงศึกษาของประเทศสิงคโปร์ (Ministry of Education, 2006b) การใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ หมายถึง กระบวนการในการกำหนดและปรับปรุง การแก้ปัญหาในโลกแห่งความเป็นจริงผ่านการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ นักเรียนจะได้เรียนรู้วิธีการที่หลากหลายเพื่อใช้

เป็นตัวแทนของข้อมูลการ และเลือกวิธีการทางคณิตศาสตร์ที่เหมาะสมเพื่อเป็นเครื่องมือในการวิเคราะห์ข้อมูลในการแก้ปัญหาโลกแห่งความเป็นจริงซึ่งเป็นส่วนหนึ่งของการเรียนรู้ในทุกระดับ

สอดคล้องกับสภาครูแห่งชาติสหรัฐอเมริกา (NTCM, 1960, p. 8) การสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์หมายถึง เป็นกระบวนการที่ใช้คณิตศาสตร์เพื่อแสดงการวิเคราะห์ ทำนายหรือให้ข้อมูลเชิงลึกเกี่ยวกับปรากฏการณ์ในโลกแห่งความเป็นจริง นิยามสั้น ๆ ที่เราพบว่าเน้นเรื่องสำคัญที่สุดคือความสัมพันธ์ระหว่างการสร้างตัวแบบกับโลกรอบตัวเรา ใช้ภาษาของคณิตศาสตร์เพื่อหาจำนวนปรากฏการณ์ในโลกแห่งความเป็นจริงและวิเคราะห์พฤติกรรม ใช้คณิตศาสตร์เพื่อสำรวจและพัฒนาความเข้าใจเกี่ยวกับปัญหาในโลกแห่งความเป็นจริง กระบวนการแก้ปัญหาแบบวนซ้ำซึ่งใช้คณิตศาสตร์เพื่อตรวจสอบและพัฒนาความเข้าใจที่ลึกซึ้ง

ซานดิ (Sandip Banerjee, 2014, p. 1) การใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ หมายถึง การประยุกต์ใช้คณิตศาสตร์เพื่ออธิบายถึงปัญหาในโลกแห่งความเป็นจริง และค้นคว้าคำถามที่สำคัญทีมีสาเหตุมาจากการใช้เครื่องมือทางคณิตศาสตร์ ปัญหาโลกแห่งความเป็นจริงถูกแปลงเป็นปัญหาทางคณิตศาสตร์

ดอซซี่ (J. A. Dossey, 1996, pp. 113-119) กล่าวว่า เราใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ช่วยในการทำความเข้าใจสถานการณ์จริง เราจะทำความเข้าใจดังต่อไปนี้

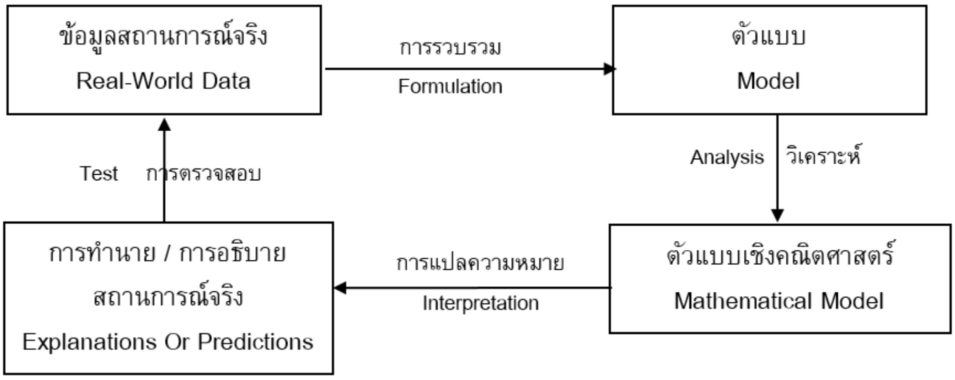
1. ผ่านการสังเกตระบุปัจจัยที่เกี่ยวข้องกับพฤติกรรม

2. การการสังเกตและการระบุปัจจัยหลักที่เกี่ยวข้องกับการทำความเข้าใจสถานการณ์ที่เกี่ยวข้องกับโลกแห่งความเป็นจริง

3. การคาดคะเนความสัมพันธ์เบื้องต้นระหว่างปัจจัยต่าง ๆ นำผลจากการวิเคราะห์ทางคณิตศาสตร์ไปใช้กับโมเดลผลลัพธ์

4. ตีความข้อสรุปทางคณิตศาสตร์ในแง่ปัญหาโลกของความเป็นจริง

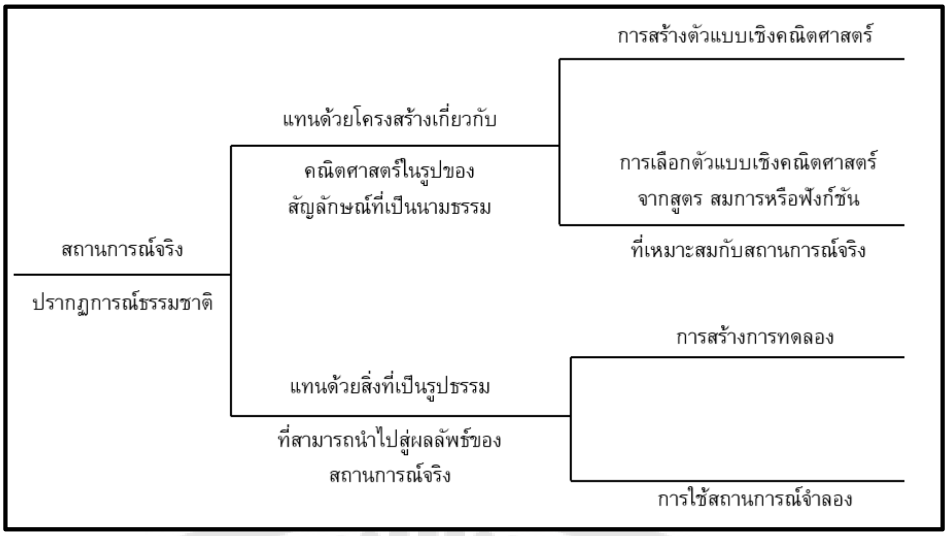
ตรวจสอบกระบวนการการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ตามรูปที่แสดง เป็นกระบวนการการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ ซึ่งจากรูปแสดงให้เห็นว่ากระบวนการเป็นระบบปิด ด้วยระบบการแก้ปัญหาในสถานการณ์โลกแห่งความเป็นจริงเราจึงรวบรวมข้อมูลที่เพียงพอ เพื่อที่จะกำหนดตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหา และต่อไปเราก็วิเคราะห์แบบจำลองและเข้าถึงข้อสรุปเชิงคณิตศาสตร์ที่ได้จากการวิเคราะห์ จากนั้นก็เป็นการตีความทางคณิตศาสตร์ ซึ่งความหมายที่ได้จากแบบจำลองและทำการคาดการณ์หรือนำเสนอคำอธิบายในที่สุด และจะทำการตรวจสอบข้อสรุปจนได้ข้อสรุปที่เกี่ยวข้องหรือคำตอบของโลกแห่งความเป็นจริงที่สมเหตุสมผล



ภาพประกอบ 6 กระบวนการการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์

จากรูปภาพที่แสดงเบื้องต้นเราจำเป็นต้องปรับแต่งเพื่อการปรับปรุงให้โมเดลมีความสามารถในการที่จะทำนายหรืออธิบายหรือบางทีอาจจะค้นพบแบบจำลองใหม่ ๆ ที่เหมาะสมกับสถานการณ์โลกแห่งความเป็นจริง ดังนั้นเราต้องมีการกำหนดรูปแบบใหม่ ๆ เพื่อที่จะทำให้กระบวนการใช้ตัวแบบคณิตศาสตร์มีประสิทธิภาพมากขึ้น

การใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เรานิยามว่า เป็นโครงสร้างทางคณิตศาสตร์ที่ถูกออกแบบมาเพื่อศึกษาระบบปรากฏการณ์ทางสถานการณ์โลกความเป็นจริงโดยเฉพาะ รวมถึงการสร้างกราฟิกสัญลักษณ์ของการจำลองและการทดลอง ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์สามารถสร้างความแตกต่างของการแก้ปัญหาได้มากขึ้น และสามารถนำตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ที่มีอยู่แล้วนำมาศึกษาและสามารถใช้ในการแก้ปัญหาในสถานการณ์จริงได้เลย การใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เราสามารถสร้างขึ้นเป็นกรณีพิเศษเพื่อศึกษาปัญหาบางอย่างที่มีความยุ่งยากซับซ้อนได้ เริ่มต้นจากปรากฏการสถานการณ์โลกแห่งความเป็นจริงบางอย่าง เราสามารถนำเสนอกระบวนการทางคณิตศาสตร์โดยการใช้แบบจำลองใหม่ ๆ หรือการเลือกตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ที่มีอยู่แล้ว



ภาพประกอบ 7 กระบวนการการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์

การใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ที่มีเงื่อนไขที่มากมายและมีความหลากหลาย เราจำเป็นต้องละทิ้งเงื่อนไขที่สำคัญบางอย่างเพื่อให้ตัวแบบบรรลุถึงความสำเร็จในการแก้ปัญหา ถึงแม้เราจะมีความหวังเพียงเล็กน้อยที่จะแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่มีความยุ่งยากและซับซ้อน แต่เราก็ยังมีความหวังที่แก้ปัญหาได้ ในการวิเคราะห์หรือปรับแก้ตัวแบบให้เหมาะสมนั้น เป็นการเอาชนะความซับซ้อนที่เกิดขึ้นเมื่อเรากำหนดให้นำตัวแบบทีมีอยู่แล้วมาช่วยในการแก้ปัญหา เช่น สมการ หรือ ระบบสมการ พีชคณิตเชิงเส้น หรือ ถ้าปัญหามีขนาดใหญ่มากซึ่งเป็นไปไม่ได้ที่เราจะรวบรวมข้อมูล ที่จำเป็นสำหรับการสร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ เช่น การทำนายที่ส่งผลกระทบทั่วโลก เรื่องการมีปฏิสัมพันธ์ของการเพิ่มขึ้นของประชากร การใช้ทรัพยากร มลพิษต่างที่เกิดขึ้นทั้งหมด ในกรณีเช่นนี้ เราอาจพยายามทำการทดลองซ้ำหลาย ๆ ครั้งว่าตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์มีความเหมาะสมกับสภาพปัญหาในสถานการณ์จริงหรือไม่ พร้อมทั้งยังต้องวิเคราะห์ข้อมูลจากการทดลองโดยใช้เทคนิคทางคณิตศาสตร์ หรือ สถิติ ในการปรับเส้นโค้ง หรือแบบจำลอง ให้เหมาะสมกับสภาพปัญหาในสถานการณ์จริงได้

ดอซซี่ (J. A. e. a. Dossey, 2002, pp. 113-119) กล่าวว่า การสร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เป็นกระบวนการพิจารณารูปแบบของตัวแบบเริ่มต้นด้วยการสรุปขั้นตอนที่เป็นประโยชน์ดังนี้

ขั้นตอนที่ 1 ระบุปัญหาที่เราต้องการค้นหาว่าปัญหาคืออะไร โดยทั่วไปแล้วเป็นขั้นตอนที่ลำบากเพราะทุกคนมักจะมีปัญหาในการเรียงลำดับตัวแปรหรือตัวพารามิเตอร์ และการตัดสินใจเกี่ยวกับปัญหาต่าง ๆ ในชีวิตจริงไม่มีใครสามารถช่วยแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ให้เราได้ โดยปกติเราจะจัดเรียงข้อมูลจำนวนมากและระบุลักษณะเฉพาะบางประการของสถานการณ์ที่ต้องการศึกษา นอกจากนี้เราต้องมีข้อมูลที่แม่นยำเพียงพอเพื่อที่จะได้มีการกำหนดปัญหาเหล่าเพื่อที่ให้เราสามารถแปลปัญหา ขั้นตอนการแปลนี้อาจแปลโดยผ่านหลายขั้นตอน สิ่งที่สำคัญคือต้องตระหนักว่าคำตอบของคำถามที่ถูกวางไว้ไม่ได้นำไปสู่การกำหนดปัญหาที่ใช้งานได้โดยตรง

ขั้นตอนที่ 2 ทำการตั้งสมมติฐาน โดยทั่วไปเราไม่สามารถคาดหวังที่จะมองเห็นภาพในตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ที่ใช้งานได้เนื่องจากยังมีปัจจัยอื่นที่ส่งผลต่อการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ อย่างไรก็ตามเราสามารถทำให้งานง่ายขึ้นได้โดยลดจำนวนปัจจัยที่ต้องพิจารณาออกไปจากจากนั้นก็ต้องพิจารณาความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรที่เหลืออีกครั้งหนึ่ง พิจารณาความซับซ้อนของปัญหา ซึ่งสามารถลดลงได้โดยวิธีการจำกัดสมมติฐานความสัมพันธ์ โดยเราจะสนใจที่ความสัมพันธ์ที่ไม่ซับซ้อนมากนัก ดังนั้นจะจำแนกสมมติฐานเป็น 2 หัวข้อดังนี้

a) จำแนกตัวแปร สิ่งใดที่มีอิทธิพลต่อสถานการณ์ปัญหาที่เราระบุไว้ในขั้นตอนที่ 1 จะถูกแสดงเป็นตัวแปร ซึ่งตัวแปรเหล่านี้กำลังพยายามที่จะอธิบายความสัมพันธ์ที่ขึ้นตรงต่อกันตัวแปรอิสระหลาย ๆ ตัว เราอาจตัวแปรอิสระบางตัวสำหรับเหตุผลที่เหมาะสม ประการแรกผลกระทบจากตัวแปรทั้งหลาย อาจไม่สงผลต่อตัวแปรอื่น ๆ เมื่อเทียบกับปัจจัยอื่น ๆ ที่เกี่ยวข้อง แม้ว่าอาจมีผลกระทบในบางสถานการณ์เราก็สามารถที่จะตัดปัญหาปัจจัยดังกล่าวทิ้ง ไม่ต้องนำมาพิจารณา

b) กำหนดความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปร ก่อนที่เราจะตั้งตั้งสมมติฐานความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรได้โดยทั่วไป เราต้องทำการลดความซ้ำซ้อนเพิ่มเติมก่อน นอกจากนี้ปัญหาอาจมีความสัมพันธ์ซับซ้อนระหว่างตัวแปร เราอาจจะศึกษาสมมติฐานที่เกี่ยวข้องกับตัวแปร โดยพิจารณาแยกตัวแปรอิสระออกมาต่างหาก เพื่อลดความซับซ้อนของปัญหา และการแยกตัวแปรอิสระออกมาศึกษาอาจจะทำให้เราสามารถเชื่อมต่อกับตัวแบบย่อย ๆ ตัวอื่น ๆ ได้

ขั้นตอนที่ 3 การแก้ปัญหาหรือ การตีความตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ ขั้นตอนนี้จะรวบรวมตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ย่อยทั้งหมดเพื่อที่จะตีความเชิงคณิตศาสตร์ ออกมาว่า ตัวแบบที่เราได้สามารถบอกอะไรเราได้บ้าง ในบางกรณีตัวแบบอาจประกอบด้วยสมการและอสมการทางคณิตศาสตร์ซึ่งจะต้องใช้วิธีการแก้ปัญหาในลำดับต่อไป และอาจจะต้องค้นหาข้อมูลเพิ่มเติมบ่อยครั้งที่เราต้องการหาคำตอบที่ “ดีที่สุด” ใน “วิธีการแก้ปัญหาที่ดีที่สุด” สำหรับตัวแบบเชิง

คณิตศาสตร์ครั้งเราจะได้พบว่าเราต้องทำงานมากขึ้นในการสร้างโมเดลย่อยของเราก่อน เมื่อพบปัญหาตัวแบบยังไม่เหมาะสม ก็ให้ย้อนกลับไปในขั้นตอนที่ 2 ซึ่งเป็นการย้อนกลับไปพิจารณาซ้ำอีกครั้งหนึ่งหรือต้องอาจย้อนกลับไปทำขั้นตอนที่ 1 เพื่อกำหนดปัญหาใหม่

ขั้นตอนที่ 4 ตรวจสอบตัวแบบ ก่อนที่เราจะใช้ตัวแบบที่เราสร้างมา เราต้องทดสอบต่อมีคำถามหลายข้อที่เราตั้งคำถามไว้ ประการแรก ตัวแบบที่เราได้มาสามารถตอบคำถามในขั้นตอนที่ 1 ได้หรือไม่ ให้เราคิดไตร่ตรองให้รอบคอบก่อนเกี่ยวกับคำตอบที่เราได้มา อาจจะหลงประเด็นของปัญหาและที่สำคัญในระหว่างสร้างแบบจำลองหรือไม่ ประการที่สองตัวแบบที่ได้จะเป็นรูปแบบที่ใช้งานได้จริงหรือไม่ เราสามารถรวบรวมข้อมูลที่จำเป็นในการใช้งานโมเดลจริงๆได้หรือไม่ และประกันที่ 3 ตัวแบบที่เราได้มามีความเหมาะสมหรือไม่

การทดสอบโดยใช้สามัญสำนึกที่เราจะทำการทดสอบตัวแบบของเราโดยใช้ข้อมูลที่ได้จากการสังเกตเชิงประจักษ์ ออกแบบการทดสอบอย่างระมัดระวังและต้องตรวจสอบให้แน่ใจว่าเรารวบรวมข้อมูลและสังเกตในช่วงเวลาเดียวกันกับค่าของตัวแปรอิสระต่างๆที่เราคาดหวังว่าจะได้พบคำตอบนั้น เมื่อใช้ตัวแบบนี้จริงสมมติฐานที่เราตั้งไว้ในขั้นตอนที่ 2 อาจจะสมเหตุสมผลในช่วงเวลาจำกัดของตัวแปรอิสระแต่ละตัวที่เราศึกษา แต่อาจมีบางตัวแปรที่ไม่สามารถผ่านเกณฑ์ เช่น กฎนิวตันข้อที่ 2 ความเร่งของอนุภาคเป็นปฏิภาคโดยตรงกับแรงลัพธ์ที่กระทำต่ออนุภาค โดยมีทิศทางเดียวกัน และเป็นปฏิภาคผกผันกับมวลของอนุภาค การตีความตัวแบบนี้เป็นการตีความที่สมเหตุสมผลจนกระทั่งความเร็วของวัตถุเข้าใกล้ความเร็วแสง

เราควรระมัดระวังเกี่ยวกับข้อสรุปที่เราได้อาจจะได้จากการ เขียน จากแบบทดสอบบางครั้งเราไม่สามารถพิสูจน์ทฤษฎีบทเพียงแค่แสดงให้เห็นหลาย ๆ กรณีว่ามันมีอยู่จริง ในทำนองเดียวกันเราไม่สามารถคาดการณ์ภาพรวมทั่วไปจากหลักฐานที่เรารวบรวมไว้ ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ไม่ได้เปลี่ยนเป็น กฎ เพียงเพราะว่ามันถูกตรวจสอบซ้ำแล้วซ้ำอีก แต่ในบางกรณีเรายืนยันความสำเร็จสมเหตุสมผลของตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ของเราผ่านข้อมูลที่ได้จากการรวบรวม

ขั้นตอนที่ 5 ทำให้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์บรรลุผลสำเร็จ เราต้องแสดงและอธิบายตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ที่เราสร้างขึ้นมาสามารถใช้งานได้จริงให้กับผู้ใช้ตัวแบบ ใคร ๆ ก็สามารถใช้ตัวแบบแก้ปัญหาได้ บางครั้งคอมพิวเตอร์ที่ราคาแพง ก็อาจมีปัญหาเหมือนกันเมื่อเราเพิ่มขั้นตอนบางอย่างเข้าไป คอมพิวเตอร์เครื่องนั้นอาจทำงานได้ไม่สำเร็จ เหมือนตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์บางตัวแบบอาจมีข้อจำกัดบางประการในการใช้แก้ปัญหา บางครั้งอาจสำเร็จบางครั้งอาจล้มเหลวได้

ขั้นตอนที่ 6 ปรับปรุงรักษาตัวแบบ หมายความว่าตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เราได้มาจากกระบวนการในการเราระบุปัญหาไว้ในขั้นตอนที่ 1 และกับสมมติฐานที่เราระบุไว้ในขั้นตอนที่ 2

ปัญหาดั้งเดิมอาจมีการเปลี่ยนแปลงไม่ว่าทางใดทางหนึ่ง ต้องมีการปรับปรุงตัวแบบให้มีความเหมาะสมกับสถานการณ์ เราไม่ควรคิดว่าตัวแบบที่ได้มาเป็นสิ่งที่ดีที่สุดแล้ว ตัวแบบที่ได้มาอาจมีข้อจำกัดบางอย่าง ตัวอย่างเช่นขั้นตอนในกระบวนการใช้ตัวแบบอาจดูเหมือนว่าจะประกอบด้วยขั้นตอนที่เหมือนว่าจะไม่สามารถใช้ได้แต่กลับนำไปสู่ผลลัพธ์ได้

กระบวนการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์

ขั้นตอนที่ 1 ระบุปัญหา

ขั้นตอนที่ 2 สร้างสมมติฐาน

a) จำแนกชนิดของตัวแปร

b) ตรวจสอบความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปร กับ ตัวแบบย่อยอีกครั้ง

ขั้นตอนที่ 3 การแก้ปัญหาของตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์

ขั้นตอนที่ 4 ตรวจสอบตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์

a) ตัวแบบแก้ปัญหาได้จริงไหม

b) มันสมเหตุสมผลหรือไม่

c) ทดสอบด้วยข้อมูลจริง

ขั้นตอนที่ 5 ใช้งานตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์

ขั้นตอนที่ 6 ปรับปรุงดูแลรักษาตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์

ดอซซี่ (J. A. Dossey, 1996) กล่าวว่ากระบวนการที่ระบุไว้ 6 ขั้นตอนเบื้องต้น จะช่วยให้เราสามารถมุ่งเน้นไปที่ปัญหาที่เราต้องการศึกษาต่อได้ นอกจากนี้ยังแสดงให้เห็นถึงการผสมผสานที่น่าสนใจระหว่างความคิดสร้างสรรค์จากวิธีการทางวิทยาศาสตร์ที่นำมาใช้ในกระบวนการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ ใน สอง ขั้นตอนแรก เกี่ยวข้องกับการสรุปคุณสมบัติที่สำคัญของปัญหาเราจะไม่สนใจปัจจัยที่ไม่สำคัญและจะอ้างถึงความสัมพันธ์ที่เพียงพอเพื่อที่จะใช้ตอบคำถามที่ตั้งเอาไว้ ขั้นตอนเหล่านี้เป็นที่ยอมรับในทางวิทยาศาสตร์เพราะสามารถที่จะช่วยให้เราประเมินความสำคัญของตัวแปรที่เราสนใจได้ และยังแม่นยำตรงกับความสัมพันธ์ที่เราสันนิษฐานเอาไว้ อย่างไรก็ตามเมื่อกำหนดในขั้นตอนที่ 3 และ 4 กระบวนการก่อนหน้านี้ ไม่แน่นอน และใช้งานได้ง่าย ลองเปรียบเทียบกระบวนการการใช้ตัวแบบกับวิธีการทางวิทยาศาสตร์ วิธีการวิทยาศาสตร์มีดังนี้

ขั้นตอนที่ 1 ทำการสำรวจปรากฏการณ์ทั่วไป

ขั้นตอนที่ 2 กำหนดสมมติฐานเกี่ยวกับปรากฏการณ์

ขั้นตอนที่ 3 พัฒนาวิธีการทดลองสมมติฐาน

ขั้นตอนที่ 4 รวบรวมข้อมูลเพื่อใช้ในการทดสอบ

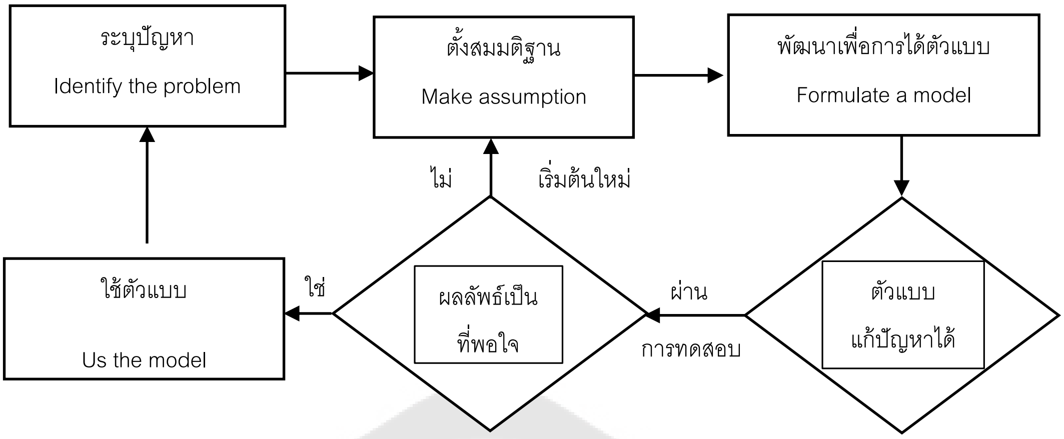
ขั้นตอนที่ 5 ทดสอบสมมติฐานโดยใช้ข้อมูลขั้นตอนที่

ขั้นตอนที่ 6 ยืนยันหรือปฏิเสธสมมติฐาน

การออกแบบกระบวนการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์และวิธีการทางวิทยาศาสตร์มีบางอย่างที่คล้ายคลึงกันชัดเจน ตัวอย่างเช่นกระบวนการทั้งสองตั้งสมมติฐานหรือตั้งสมมติฐาน รวบรวมข้อมูลสถานการณ์โลกแห่งความจริง และมีการทดสอบหรือตรวจสอบสมมติฐานโดยใช้ข้อมูลนั้นความคล้ายคลึงกันเหล่านี้ไม่ทำให้เราประหลาดใจ ในขณะที่เราต่างมองเห็นกระบวนการการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เป็นศิลปะ เราพยายามจะมองในมุมของวิทยาศาสตร์โดยมีการระบุวัตถุประสงค์ อย่างไรก็ตามมีความแตกต่างกันเล็กน้อยอยู่ 2 ประการ คือประการแรก เป้าหมายหลักของกระบวนการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์คือกำหนดสมมติฐานที่อาจหรืออาจไม่ถูกต้องเมื่อเราเลือกตัวแปรที่รวบรวมไว้ และไม่สนใจเกี่ยวกับการอ้างถึงความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรที่เหลือเป้าหมายในการสร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์คือรูปแบบการตั้งสมมติฐาน และเช่นเดียวกับวิธีการทางวิทยาศาสตร์มีการรวบรวมหลักฐานเพื่อยืนยันตัวแบบนั้น อย่างไรก็ตามความแตกต่างอีกทางหนึ่งทางวิทยาศาสตร์โดยจะมีวัตถุประสงค์ที่จะไม่ยืนยันหรือปฏิเสธตัวแบบ เพื่อทดสอบความสมเหตุสมผลของของตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ก่อนที่จะตัดสินใจว่าแบบจำลองค่อนข้างน่าพอใจและมีประโยชน์และเลือกที่จะยอมรับมันหรือเราอาจตัดสินใจว่ารูปแบบจำเป็นต้องได้รับการขัดเกลาหรือทำให้ง่ายขึ้นในกรณีที่รุนแรงที่สุดเราอาจกำหนดปัญหาใหม่อีกครั้งในแง่ที่ปฏิเสธตัวแบบเดิมที่เราสร้างขึ้นมากระบวนการตัดสินใจนี้ถือว่าหัวใจสำคัญของการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์

1.6 ธรรมชาติของการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์

ดอซซี่ (J. A. e. a. Dossey, 2002, pp. 113-119)กล่าวว่า การใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เป็นกระบวนการที่วนซ้ำ เริ่มต้นด้วยการตรวจสอบระบบอย่างง่าย และระบุพฤติกรรมเฉพาะที่เราต้องการทำนายตัวแปร และทำให้สมมติฐานง่ายขึ้นจากนั้นเราเริ่มต้นด้วยการทำตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ที่ค่อนข้างง่ายแล้วค่อย ๆ ขยับผ่านกระบวนการการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ จากนั้นปรับแต่งตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ตามผลลัพธ์ที่เรากำหนดต่อไปจะสร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์โดยที่เราระบุ



ภาพประกอบ 8 ธรรมชาติของการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์

ศิลปะในการใช้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ : ทำให้เรียบง่ายหรือปรับรูปแบบตามที่ต้องการ

ตาราง 1 แสดงศิลปะในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์

การทำตัวแบบเข้าใจง่าย (Model Simplication)	การปรับแต่งตัวแบบ (Model Refinement)
1. จำกัดการระบุปัญหา	1. ขยายปัญหา
2. ไม่ให้ความสนใจตัวแปร	2. พิจารณาตัวแปรเพิ่มเติม
3. ผลกระทบจากการรวมกลุ่มหลายตัวแปร	3. พิจารณารายละเอียดของตัวแปรแต่ละตัว
4. ตั้งค่าตัวแปรบางตัวให้คงที่	4. อนุญาตให้มีการเปลี่ยนแปลงในตัวแปร
5. สมมติความสัมพันธ์(เชิงเส้น)ที่เข้าใจง่าย	5. พิจารณาความสัมพันธ์แบบไม่เป็นเชิงเส้น
6. รวมสมมติฐานเพิ่มเติมเข้าด้วยกัน	6. ลดจำนวนของสมมติฐานลง

ดังนั้นจึงเป็นเรื่องสำคัญที่จะต้องจำไว้ว่า หากเราไม่สามารถเลือกใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์หรือแก้ปัญหาที่เราจะต้องทำให้มันง่ายขึ้นโดยการปฏิบัติแบบง่าย โดยกำหนดให้ตัวแปร บางอย่างเป็นค่าคงที่โดยไม่สนใจหรือรวมตัวแปรบางตัว โดยสามารถสมมติความสัมพันธ์ที่เกิดขึ้นแบบง่าย ๆ (เช่นความเป็นเส้นตรง) ในทางกลับกันหากผลลัพธ์ของเราไม่แม่นยำพอแล้วก็ต้องปรับเปลี่ยนตัวแบบ โดยทั่วไปแล้วการปรับเปลี่ยนจะทำได้ในทิศทางตรงกันข้าม นำตัวแปรเพิ่มเติมยอมรับความสัมพันธ์ที่ซับซ้อนมากขึ้นระหว่างตัวแปรหรือขยายเขตของปัญหาด้วยความ

เรียบง่ายและการปรับแต่งคุณลักษณะจะกำหนดความเป็นธรรมชาติและความสมเหตุสมจริง นี่คือศิลปะในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์และกุญแจสู่ตัวแบบที่ประสบความสำเร็จ

สเวทซ์และฮาร์ทเลอร์ (F. Swetz & Hiebert, 1991, p. 1-3) กล่าวว่า กระบวนการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เป็นการผสมผสานของขั้นตอนหลัก 4 ขั้นตอน ดังนี้

1) สังเกตปรากฏการณ์นั้น เมื่อเผชิญกับสถานการณ์จริงแล้ว ทำความเข้าใจสถานการณ์จริง ค้นหาปัจจัยสิ่งที่สำคัญที่มีความสัมพันธ์ในรูปของตัวแปรที่เชื่อมยังไปยังคณิตศาสตร์ ที่สอดคล้องกับสถานการณ์ปัญหา

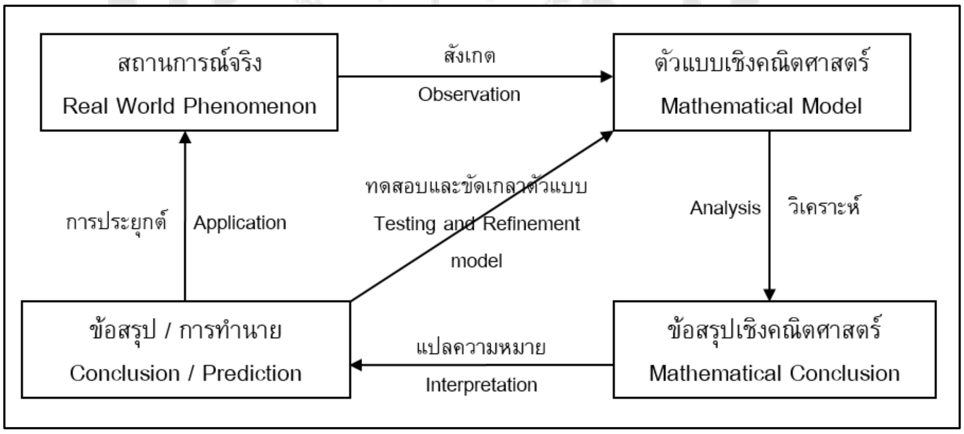
2) เชื่อมโยงความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปร หรือปัจจัยต่าง ๆ แล้วสร้างข้อความคาดการณ์ แล้วแปลความหมายของความสัมพันธ์เหล่านั้นให้อยู่ในรูปเชิงคณิตศาสตร์

3) พิจารณาเลือกการวิเคราะห์ใช้เครื่องมือทางคณิตศาสตร์ที่เหมาะสมกับสถานการณ์ปัญหา

4) ทำการตีความและแปลความหมายจากบริบทของคณิตศาสตร์ในบริบทของสถานการณ์ปัญหาที่ต้องการศึกษา

ถ้าข้อสรุปยังใช้ไม่ได้หรือไม่มีเหตุผลเพียงพอ ก็ให้กลับไปขั้นตอนการทดสอบและขัดเกลาตัวแบบในกระบวนการนี้ได้ ก็ให้กลับไปเริ่มต้นกระบวนการการตรวจสอบอีกครั้ง

สเวทซ์และฮาร์ทเลอร์ได้แสดงขั้นตอนจากข้อความข้างต้นด้วยแผนภาพ ดังนี้

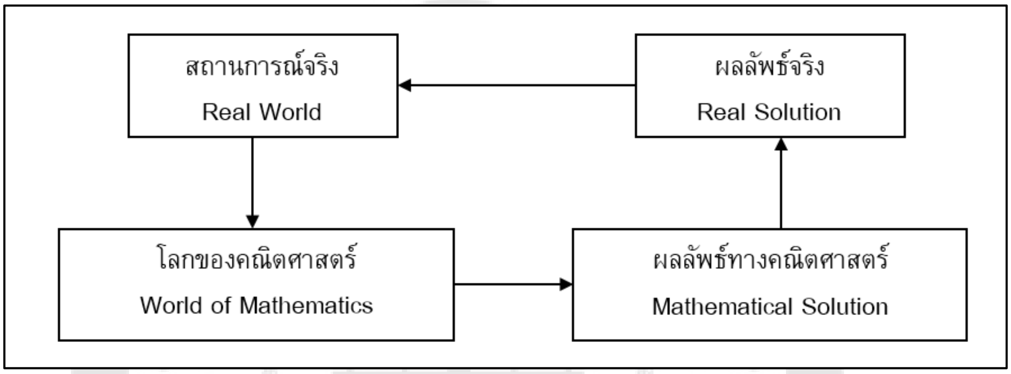


ภาพประกอบ 9 กระบวนการของการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ตามแนวคิดของสเวทซ์และฮาร์ทเลอร์

โลวิทท์ (Lovitt, 1991, p. 2) กล่าวถึงการศึกษาสถานการณ์จริงโดยใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ว่าสามารถบ่งบอกลักษณะได้จากสิ่งที่สำคัญ 2 ประการ คือ

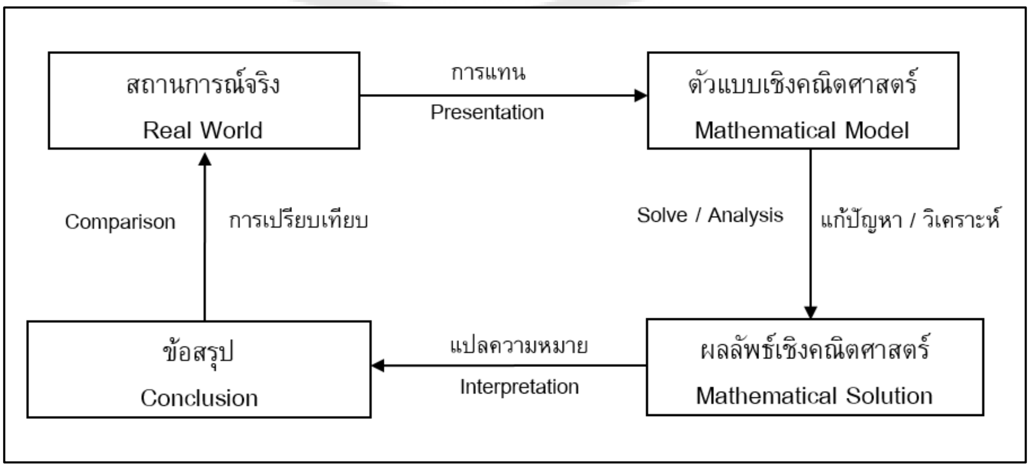
1) กระบวนการจะเริ่มต้นที่สถานการณ์จริง แล้วปรับเปลี่ยนให้อยู่ในสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์ และใช้กระบวนการทางคณิตศาสตร์เพื่อให้ได้ผลลัพธ์ แล้วปรับเปลี่ยนผลลัพธ์ที่ได้ให้อยู่ในรูปผลลัพธ์ของสถานการณ์จริง และสิ้นสุดกระบวนการที่ได้เป็นคำตอบของสถานการณ์จริง

2) กระบวนการมีลักษณะเป็นวงจร เนื่องจากถ้าคำตอบที่ได้ยังไม่ใช้คำตอบที่ต้องการ ก็จะเริ่มวนซ้ำกระบวนการใหม่อีกครั้ง



ภาพประกอบ 10 กระบวนการของการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ตามแนวคิดของโลวิทท์

ซึ่งสอดคล้องกับคอมเบอร์ (Comber, 1999, p. 1) ที่กล่าวว่า กระบวนการของการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ ประกอบด้วยขั้นตอนหลัก 4 ขั้นตอนดังต่อไปนี้



ภาพประกอบ 11 กระบวนการของการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ตามแนวคิดของคอมเบอร์

โดยการเมื่อเผชิญกับสถานการณ์จริง ก็จะเริ่มปรับเปลี่ยนสถานการณ์จริงถูกแทนด้วยสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์ และมีการเลือกใช้ตัวแบบคณิตศาสตร์ที่เหมาะสมกับ แล้วทำการวิเคราะห์และทำการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เพื่อให้ได้ผลลัพธ์ในรูปแบบผลลัพธ์ทางคณิตศาสตร์ จากนั้นก็ปรับเปลี่ยนและแปลความหมายให้อยู่ในรูปของคำตอบสถานการณ์จริง และทำการตรวจสอบเปรียบเทียบคำตอบของสถานการณ์จริงว่าเหมาะสมหรือไม่ ถ้ายังไม่เหมาะสมก็จะเริ่มพิจารณาซ้ำใหม่อีกครั้ง

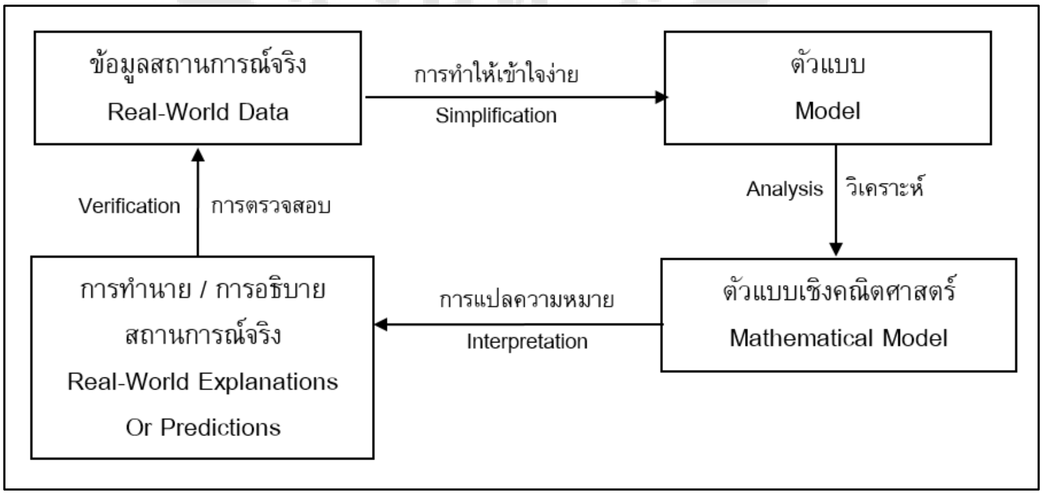
สำหรับ จิออร์ดาโน เวียร์ และฟอกซ์ (Giordano, Weir, & Fox, 2003, pp. 52-54) ได้กล่าวถึงกระบวนการของการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ ประกอบด้วยขั้นตอน 4 ขั้นตอน คือ

1) เมื่อเผชิญกับปัญหาในสถานการณ์จริง เริ่มสำรวจและทำความเข้าใจกับองค์ประกอบที่เกี่ยวข้องมากมาย แต่เราจะเลือกพิจารณาองค์ประกอบที่สำคัญและตัดองค์ประกอบบางส่วนออกไป เลือกเฉพาะองค์ประกอบที่เกี่ยวของกับปัญหามากที่สุด ส่งผลให้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ที่ได้มาขาดองค์ประกอบบางอย่างไป

2) ค้นหาความสัมพันธ์ของระหว่างองประกอบที่เลือกศึกษากับตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์

3) วิเคราะห์ปัญหาโดยใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องพร้อมทั้งกำหนดตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์

4) แปลความหมายออกมาเป็นคำตอบของสถานการณ์ปัญหา ในบริบทของสถานการณ์จริง



ภาพประกอบ 12 กระบวนการของการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ตามแนวคิดของจิออร์ดาโน เวียร์ และฟอกซ์

1.7 การใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

เรนจ์และสเวอร์เชดกี (R. Lesh & Zawojewski, 2007) กล่าวว่าปัจจุบันทิศทางของงานวิจัยส่วนใหญ่จะมุ่งเน้นสนับสนุนให้มีการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์มากขึ้นเรื่อยๆ และงานวิจัยการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ยังถือว่าเป็นเป้าหมายสูงสุดของการศึกษาทางคณิตศาสตรศึกษา แต่ปัญหาเรื่องการใช้ตัวแบบก็ยังมีผลต่อการจัดการเรียนการสอนดังเช่น เรนจ์และศรีรามัน (R. A. Lesh & Sriraman, 2005) กล่าวว่า ปัญหาที่เกิดขึ้นในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ คือความพร้อมของนักเรียนในการแก้ปัญหาในโลกของความเป็นจริงที่มีความซับซ้อนมากขึ้น อิงลิสและมิวซูไลน์และสิริราแมนและคริสโตน (English, 2003อ้างอิงจาก Mousoulides, Sriraman, & Christou, 2007) กล่าวถึงความต้องการของนักเรียน ที่ต้องการทำหน้าที่แก้ปัญหาในสถานการณ์ที่ยังไม่คุ้นเคย ซึ่งเป็นเป็นสถานการณ์ที่กระตุ้นให้เกิดความสามารและพฤติกรรมในการแก้ปัญหา ส่วนเรนจ์และดัวร์ (R. Lesh & Doerr, 2003) ได้กล่าวว่าวิธีการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์นี้ต้องการมุมมองที่แตกต่างกันในการแก้ปัญหา เมื่อการแก้ปัญหานำมาซึ่งขั้นตอนของการลองผิดลองถูกมากมายระหว่างทางที่จะไปถึงเป้าหมายซึ่งรวมไปถึงการขัดเกลาและพัฒนาวิธีการแก้ปัญหาของคน ๆ หนึ่ง มากกว่าการที่จะมุ่งแก้ปัญหาจากเป้าหมายที่กำหนดโดยจากกลุ่มวิธีที่กำหนดไว้

จากที่ผ่านมาเราพบว่าการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์มีแนวโน้มที่จะเชื่อมโยงกับคณิตศาสตร์บริสุทธ์และประยุกต์ใช้ในระดับมัธยมศึกษามากยิ่งขึ้น (เรขาคณิต พีชคณิต และแคลคูลัส ฯลฯ) เพื่อแก้ปัญหาในโลกแห่งความเป็นจริง แม้แต่ในระดับประถมศึกษาการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ก็เป็นเรื่องที่เกี่ยวกับโครงสร้างการแก้ปัญหาผ่านวัตถุรูปธรรม และการปฏิบัติงานที่เป็นนามธรรม อิงลิส (English, 2003) ได้กล่าวว่า ถึงแม้การใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์จะมีวัตถุ

ประสงค์ที่สำคัญต่อการจัดการเรียนการสอน แต่ก็ยังขาดความยืดหยุ่นในการทำให้ตัวแบบมีความสมบูรณ์ และปรับเปลี่ยนไปตามสถานการณ์ของปัญหาได้ ยูนและทอมสันต์ (Yoon & Thompson, 2007) ได้ให้ข้อจำกัดอีกประการหนึ่งคือการวางแผนโดยตรงระหว่างโครงสร้างของสถานการณ์ปัญหากับโครงสร้างการแสดงออกเชิงสัญลักษณ์ที่จะนำไปสู่การตีความเฉพาะปัญหาที่ไม่ได้มีอยู่ในกระบวนการเรียนรู้ทางคณิตศาสตร์ การเป็นตัวแทนที่ดีและทักษะในการดำรงชีวิตในศตวรรษที่ 21 อิงลิส (English, 2003) ยังให้มุมมองในปัจจุบันของการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์อันเนื่องมาจากตัวแบบและการใช้ตัวแบบ เรนจ์และสเวอร์เชดกี (R. Lesh & Zawojewski, 2007) เห็นว่ากระบวนการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ผ่านมาหลายวงจรของการพัฒนาตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์สำหรับการกำหนดสถานการณ์ของปัญหา วงจรของ

การของการสร้างตัวแบบ การประเมินผล และการปรับปรุงแก้ไขให้เหมาะสมกับวิธีปฏิบัติตามแบบของนักคณิตศาสตร์ หรือ นักวิทยาศาสตร์ เช่นเดียวกับสาขาอื่น ๆ เช่น เทคโนโลยีชีวภาพและวิศวกรรมการบิน เรนจ์และดัวร์ (R. Lesh & Doerr, 2003) กล่าวอีกว่า วงจรดังกล่าวแสดงกระบวนการได้สมจริงมากยิ่งขึ้น ซึ่งการแก้ปัญหาได้แสดงให้เห็นถึงสิ่งที่บรรดานักวิทยาศาสตร์และวิศวกรที่ต้องทำในการสร้าง ตัวแบบและเครื่องมือตามแนวความคิดที่มีต่อการแก้ปัญหา

เรนจ์และดัวร์ (R. Lesh & Doerr, 2003) กล่าวว่า มุมมองของการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์นั้นจะเน้นทักษะการนำเสนอของนักเรียนผ่านการใช้ความคิดทางคณิตศาสตร์อย่างยืดหยุ่น ซึ่งนักเรียนต้องให้คำอธิบายคณิตศาสตร์ในบริบทของปัญหาและข้อมูล เมื่อนักเรียนถอดความ อธิบาย วาดไดอะแกรม แบ่งประเภท ค้นหาความสัมพันธ์มิติ ปริมาณ หรือคาดการณ์ นักเรียนมักจะพัฒนาระบบแนวคิดของนักเรียน หรือแบบจำลองผ่านทางคณิตศาสตร์ เมื่อนักเรียนแก้ปัญหาผ่านบริบทของข้อมูลที่สมบูรณ์ นักเรียนต้องการพื้นที่และการสื่อสารความคิดทางคณิตศาสตร์ เพื่ออธิบายสื่อถึงความคิดของเขา และชั่งน้ำหนักความถูกต้องของความคิดของพวกเขา กล่าวอีกนัยหนึ่งเมื่อนักเรียนมีส่วนร่วมในกิจกรรมกระตุ้นให้เกิดระบบแนวคิดที่อยู่ภายในตัวของนักเรียน และแสดงออกมาในรูปแบบของงานหรือโครงงานอย่างต่อเนื่อง(ภายนอก) ดังนั้นจึงทำให้สามารถมองเห็นได้ถึงความรู้สึกทำให้ระบบต่าง ๆ ของการใช้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ในรูปแบบของความหลากหลายของสื่ออื่น ๆ เช่นภาษาที่พูด การเขียนสัญลักษณ์ กราฟ ไดอะแกรมและการอุปมาอุปมัย เป็นการยืนยันว่าเมื่อนักเรียนเข้าสู่วงจรของการนำเสนอ การทดสอบ และการปรับปรุงใหม่ ซึ่งถือว่าเป็นกระบวนการการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เต็มรูปแบบเพื่อการแก้ปัญหา ซึ่งเป็นกระบวนการที่ถูกมองว่าเป็นกระบวนการหนึ่งของการฝึกปฏิบัติทางคณิตศาสตร์ เรนจ์และสเวอร์เชดกี (R. Lesh & Zawojewski, 2007) การฝึกปฏิบัติทางคณิตศาสตร์ดังกล่าว เป็นการเรียนรู้ผ่านประสบการณ์ของการแก้ปัญหาที่ตรงกันข้ามกับความคิดแบบดั้งเดิมทางคณิตศาสตร์ วัฏจักรที่เกิดขึ้นภายในกระบวนการใช้ตัวแบบประกอบด้วย การแปลและการตีความของนักเรียนจะเกิดการกระตุ้นในแต่ละขั้นตอนของการใช้ตัวแบบ จากมุมมองนี้กระบวนการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เป็นเรื่องที่ไม่น่าเบื่อและเป็นกระบวนการแสดงความสามารถในการคิดที่ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

1.8 การประเมินการรู้เรื่อง และกระบวนการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์

เคย์ สเตซี่ (Kaye Stacey, 2015, pp. 57-58) ได้กล่าวว่า การเชื่อมโยงระหว่างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์กับโครงการประเมินการเรียนรู้ระหว่างประเทศ(PISA) โดยผ่าน “การรู้เรื่องคณิตศาสตร์ ” (Mathematics Literacy) ไว้ว่า คือสมรรถนะของบุคคลในการคิด ใช้ และตีความ

คณิตศาสตร์ในบริบทที่หลากหลาย รวมถึงการให้เหตุผลอย่างเป็นคณิตศาสตร์ และการใช้แนวคิด กระบวนการ ข้อเท็จจริง และเครื่องมือเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ในการบรรยาย อธิบาย และทำนาย ปรากฏการณ์ต่าง ๆ การรู้เรื่องคณิตศาสตร์ ช่วยให้รู้ และเข้าใจบทบาทของคณิตศาสตร์ที่มีในโลก ทำให้สามารถตัดสินใจบนพื้นฐานความรู้ที่เข้มแข็ง เพื่อจะเป็นพลเมืองที่มีความคิดมีความห่วงใย และสร้างสรรค์สังคม

PISA ให้ความสำคัญกับปัญหาในชีวิตจริง เพราะว่าประชาชนทุกวันนี้ต้องเผชิญหน้ากับกิจวัตรประจำวันที่เกี่ยวข้องกับคณิตศาสตร์ เป็นต้นว่า ปริมาณ รูปทรง มิติ ความน่าจะเป็น และแนวคิดทางคณิตศาสตร์ต่าง ๆ อีกมากมาย PISA จึงให้ความชัดเจนที่ต้องการให้นักเรียนเผชิญหน้ากับปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่มีอยู่ในแวดวงของการดำเนินชีวิตซึ่งต้องการให้นักเรียนระบุสถานการณ์ที่สำคัญของปัญหากระตุ้นให้หาข้อมูล สำรวจตรวจสอบ และนำไปสู่การแก้ปัญหา ในกระบวนการนี้ต้องการทักษะหลายอย่างเป็นต้นว่า ทักษะการคิดและการใช้เหตุผล ทักษะการโต้แย้ง การสื่อสาร ทักษะการสร้างตัวแบบ การตั้งปัญหาและการแก้ปัญหา การนำเสนอ การใช้สัญลักษณ์ การดำเนินการในกระบวนการเหล่านี้นักเรียนต้องใช้ทักษะต่างๆ ที่หลากหลายมารวมกัน หรือใช้ทักษะหลายอย่างที่ทับซ้อนหรือคาบเกี่ยวกัน เพราะกำลังคนในปัจจุบันถูกคาดหวังให้เป็นกำลังงานที่ มีความคิดและสมรรถนะสูงซึ่งจะส่งผลต่องานที่ทำในหน้าที่และสำหรับทุก ๆ คนไม่ว่าจะทำงานระดับใดจะถูกคาดหวังว่าจะไม่ใช้เฉพาะแรงกายทำงานซ้ำ ๆ อย่างเดิมเท่านั้น แต่จะต้องพบกับความเปลี่ยนแปลงทางเทคโนโลยีและต้องสามารถปรับเปลี่ยนตัวเองให้สามารถ จัดการกับเทคโนโลยีเครื่องจักรกล ต้องสามารถจัดการกับข้อมูลข่าวสารที่ ถาโถมเข้ามาตลอดเวลาแนวโน้มของทุก ๆ อาชีพบ่งชี้ว่า “บุคคลต้องมีความสามารถที่จะเข้าใจ สื่อสาร ใช้ และอธิบายแนวคิด และวิธีการที่ยึดถือการคิดแบบคณิตศาสตร์เป็นหลัก”

กรอบการประเมินผลของ OECD/PISA เน้นที่การประเมินว่านักเรียนอายุ 15 ปี รู้เรื่องคณิตศาสตร์มากน้อยเพียงใด นั่นคือสามารถนำฐานความรู้คณิตศาสตร์มาใช้ และเผชิญหน้ากับปัญหาในโลกจริงได้เพียงใดขอบเขตของคณิตศาสตร์ครอบคลุมองค์ประกอบ 3 ด้านด้วยกัน ได้แก่

1) กระบวนการทางคณิตศาสตร์ (process) ที่อธิบายสิ่งที่แต่ละคนทำเพื่อเชื่อมโยงบริบทของปัญหากับคณิตศาสตร์ แล้วนำไปสู่การแก้ปัญหา
2) เนื้อหาคณิตศาสตร์ (content) ที่ต้องนำมาใช้ในการแก้ปัญหา
3) สถานการณ์หรือบริบท (contexts) ที่ปัญหานั้นตั้งอยู่

สิ่งท้าทายในบริบทโลกชีวิตจริง

เนื้อหาทางคณิตศาสตร์: ปริมาณ ความไม่แน่นอนและข้อมูล การเปลี่ยนแปลงและความสัมพันธ์ ปริภูมิและรูปทรงสามมิติ

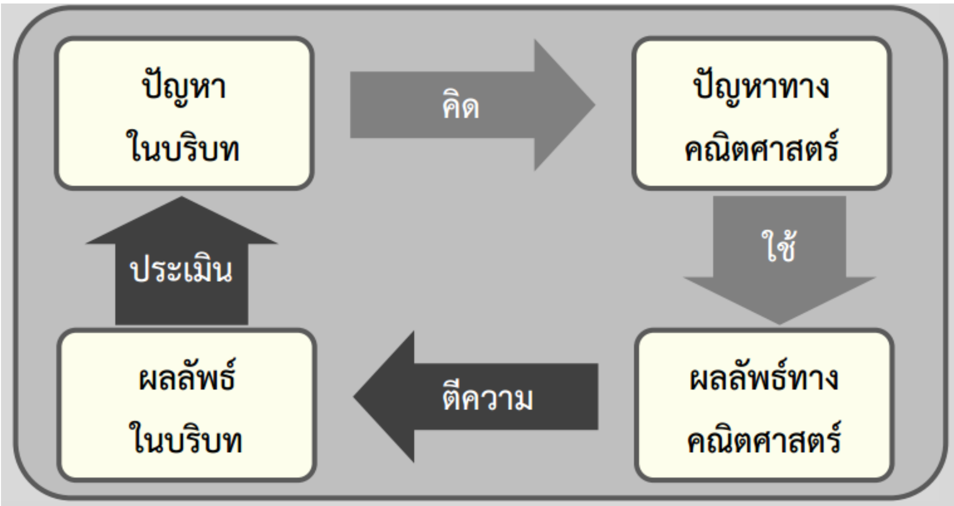
บริบทโลกชีวิตจริง: บริบทส่วนตัว สังคม อาชีพ วิทยาศาสตร์

ความสามารถในการคิดทางคณิตศาสตร์และลงมือทำ

แนวคิดหลัก ความรู้ และทักษะทางคณิตศาสตร์

ความสามารถพื้นฐานทางคณิตศาสตร์ : การสื่อสาร การแสดงเครื่องหมายแทน การคิดกลยุทธ์ในการแก้ปัญหา การทำให้เป็นคณิตศาสตร์ การให้เหตุผลและการสร้างข้อโต้แย้ง การใช้สัญลักษณ์ ภาษาที่เป็นทางการและภาษาเทคนิค และการดำเนินการ การใช้เครื่องมือทางคณิตศาสตร์

กระบวนการ: คิด ใช้ และตีความ/ประเมิน



ภาพประกอบ 13 รูปแสดงกระบวนการของการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ จะถูกนำเสนอในรูปแบบวงจรของตัวแบบ OECD

จากแผนภาพแสดงให้เห็นได้ว่า “การรู้เรื่องคณิตศาสตร์” มีการดำเนินการเป็นอย่างไร เริ่มต้นจากเมื่อเราเผชิญกับปัญหาในบริบทเช่นเราต้องทราบว่าปัญหาคืออะไร มีอะไรเกี่ยวข้องกับปัญหาบ้าง และรวบรวมเนื้อหารายละเอียดกำหนดปัญหาให้อยู่ในรูปแบบปัญหาทางคณิตศาสตร์ จากนั้นก็จะเป็นการใช้เหตุผล ใช้ทักษะความรู้คณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาให้ได้มาซึ่งผลลัพธ์ทางคณิตศาสตร์และนำผลลัพธ์ที่ได้มาตีความหมายในแง่ของบริบทโลกแห่งความเป็นจริง เพื่อให้ได้ผลลัพธ์ที่เป็นอยู่ในบริบทโลกจริง และผลลัพธ์ในบริบทต้องถูกประเมินการและตรวจสอบจาก

ข้อมูลจริงว่ามีความแม่นยำหรือไม่ หากผลลัพธ์เหมาะสมก็แสดงว่าเราเข้าใจในปัญหา แต่ถ้าหากไม่เหมาะสม เราสามารถที่จะเริ่มต้นทำการแก้ปัญหาที่ขั้นตอนแรกใหม่อีกครั้ง แต่การแก้ปัญหาในชีวิตจริงจะมีความซับซ้อนมากกว่าแผนภาพที่แสดง

1.9 มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเรื่องพีชคณิตและแคลคูลัส

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี(สสวท.) กระทรวงศึกษาธิการได้กล่าวว่ามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์(Mathematics concept) เป็นพื้นฐานที่สำคัญสำหรับการเรียนรู้คณิตศาสตร์และการนำความรู้คณิตศาสตร์ไปแก้ปัญหาหรือใช้งาน ครูที่มีมโนทัศน์ดีและเข้าใจลึกซึ้งเกี่ยวกับความหมาย ที่มาและความสำพันธ์ที่เกี่ยวข้องกันของมโนทัศน์ บทนิยาม ทฤษฎีบท กฎ สูตร หรือการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ มักสามารถจัดการเรียนรู้เพื่อสื่อสาร สื่อความหมายให้นักเรียนเรียนรู้คณิตศาสตร์ได้อย่างถูกต้องและลึกซึ้ง รวมทั้งวิเคราะห์เนื้อหาและสร้างคำถามขยายความเพื่อพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ให้กับนักเรียนเรียนได้ สำหรับนักเรียนที่มีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ที่ดี มักสามารถแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้ดี รวมทั้งพื้นฐานการเชื่อมโยงและคิดเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ขั้นสูงขึ้นไปได้ดีด้วย จึงอาจกล่าวสรุปได้ว่า มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์มีความสำคัญกับประสิทธิภาพ การจัดการเรียนการสอนของครูและการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของนักเรียน การวิเคราะห์ทั้งครูและนักเรียนมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนอะไรบ้างและคลาดเคลื่อนอย่างไร เมื่อเปรียบเทียบกับมโนทัศน์ที่ถูกต้องจะทำให้ได้ข้อมูลที่เป็นประโยชน์ในการระมัดระวัง ไม่ให้เกิดความคลาดเคลื่อนเหล่านั้น ตลอดจนเป็นประโยชน์ในการแนะแนวเพื่อแก้ไขข้อคลาดเคลื่อนเหล่านั้น ตลอดจนเป็นประโยชน์ในการหาแนวทางเพื่อแก้ไขความคลาดเคลื่อนเหล่านั้นให้หมดไป ซึ่งจะทำให้การเรียนการสอนมีประสิทธิภาพมากขึ้น

ในส่วนเนื้อหาสาระพีชคณิตมีความเข้าใจคลาดเคลื่อนเกี่ยวกับความไม่รอบคอบ ทำให้เกิดข้อผิดพลาดหลายๆเรื่อง เช่นเรื่อง การะบุดีกรีของเอกนาม เอกนามคล้ายกัน การไม่ระบุตัวแปรที่นำมาใช้กำหนดสมการในการโจทย์ปัญหาว่า ตัวแปรนั้นแทนสิ่งใด ที่สำคัญคือการขาดทักษะในการดำเนินการทางพีชคณิต ทำให้ได้คำตอบคลาดเคลื่อนในขั้นตอนของการดำเนินการ สำหรับความเข้าใจคลาดเคลื่อนที่พบมากที่สุดคือ ในการแก้สมการ มักไม่เห็นความสำคัญของการนำค่าของตัวแปรที่ได้ ไปตรวจสอบว่าเป็นคำตอบของสมการหรือไม่ ทั้งในการแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสมการ ก็ไม่ได้เน้นและให้ความสำคัญในการนำค่าของตัวแปรที่ได้ไปตรวจสอบกับเงื่อนไขในโจทย์อีกประเด็นหนึ่งคือขาดการเน้นย้ำถุงการเขียนคำตอบของระบบสมการเชิงเส้นที่มีกราฟเป็นเส้นตรงเดียวกัน ซึ่งนักเรียนนักจะเขียนตอบว่า มีคำตอบมากมายโดยไม่ระบุคำตอบเหล่านั้นจะต้องได้จากคู่อันดับ (x , y) ใด รวมถึงวิธีการแก้อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวทีมีเครื่องหา ซึ่งครู

บางคนแก้อสมการไม่หาคำตอบผ่านการแก้สมการ (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2555a, น. 80)

มโนทัศน์เกี่ยวกับพีชคณิตครอบคลุมเรื่องแบบรูป (Pattern) ความสัมพันธ์ ฟังก์ชัน เซต และการดำเนินการของเซต การให้เหตุผล นิพจน์ สมการ ระบบสมการ อสมการ กราฟ ลำดับเลขคณิต ลำดับเรขาคณิต อนุกรมเลขคณิต อนุกรมเรขาคณิต การแก้ปัญหาเกี่ยวกับพีชคณิตและการใช้พีชคณิตในชีวิตประจำวัน (อัมพร ม้าคนอง, 2558, น. 71)

การสอนเนื้อหาเรื่องลำดับและอนุกรม ซึ่งมีรายละเอียดและเงื่อนไขของการใช้งานมากมายนั้นบ่อยครั้งทำให้ผู้เรียนเกิดความสับสน และไม่สามารถนำความรู้ไปใช้ได้ ผู้สอนอาจแก้ปัญหานี้โดยใช้แผนภาพช่วยจัดระบบความคิดเกี่ยวกับเนื้อหาที่สอน เพื่อให้ผู้เรียนเข้าใจมโนทัศน์และขั้นตอนการหาลำดับและอนุกรมประเภทต่าง ๆ

สำหรับมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับเนื้อหาสาระพีชคณิตที่อาจพบบ่อย ๆ มีดังนี้

ตาราง 2 มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับเนื้อหาสาระพีชคณิต

มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน	มโนทัศน์ที่ถูกต้อง
1. มีความพยายามพิสูจน์ว่า $a^0=1$ เมื่อ $a\neq 0$ โดยอ้างว่า $a^0=a^{1-1}=\dfrac{a}{a}$ เมื่อ $a\neq 0$ และ $\dfrac{a}{a}=1$ ดังนั้น $a^0=1$ เมื่อ $a\neq 0$	ในทางคณิตศาสตร์ ได้ให้บทนิยามว่า $a^0=1$ เมื่อ $a\neq 0$ จึงไม่ต้องมีการพิสูจน์
2. การยกกำลังสองข้างของสมการ หากข้างใดข้างหนึ่งมีจำนวนพจน์มากกว่าหนึ่งพจน์สามารถยกกำลังทีละพจน์ได้ เช่นการแก้สมการ $a+\sqrt{2}=\sqrt{8}$ $a^2+2=8$ $a^2=6$ $a=\pm\sqrt{6}$	การดำเนินการที่ถูกต้อง $a+\sqrt{2}=\sqrt{8}$ $(a+\sqrt{2})^2=(\sqrt{8})^2$ $a^2+2\sqrt{2}a+2=8$ $a^2+2\sqrt{2}a-6=0$ $(a+3\sqrt{2})(a-\sqrt{2})=0$ $a=-3\sqrt{2},\sqrt{2}$ เนื่องจาก $-3\sqrt{2}$ ทำให้สมการไม่เป็นจริง จึงได้คำตอบเป็น $\sqrt{2}$ คำตอบเดียว

ตาราง 2 (ต่อ)

มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน	มโนทัศน์ที่ถูกต้อง
3. การหารากที่สองที่เป็นบวกของตัวแปรที่อยู่ในรูป $\sqrt{a^2}$ มีค่าเท่ากับ a เช่น $\sqrt{x^2}=x$ หรือ $\sqrt{(a+b)^2}=a+b$	3. ค่าของ เป็นจำนวนบวกที่ยกกำลังสองแล้วได้ x^2 เช่น $\sqrt{5^2}=5$ หรือ $\sqrt{(-3)^2}=3$ จึงได้ว่า $\sqrt{(x)^2}=\lvert x\rvert$ ทำนองเดียวกัน $\sqrt{(a+b)^2}$ เป็นจำนวนบวกที่ยกกำลังสองแล้วได้ $(a+b)^2$ เช่น $\sqrt{(1+2)^2}=\sqrt{3^2}=\lvert 3\rvert=3$ $\sqrt{(3-7)^2}=\sqrt{(-4)^2}=\lvert -4\rvert=4$ จึงได้ว่า $\sqrt{(a+b)^2}=\lvert a+b\rvert$
4. จำนวนที่ได้มาจากการถอดค่าสัมบูรณ์ต้องไม่มีเครื่องหมายลบอยู่ข้างหน้า เช่น $\lvert a\rvert=-a$ ในทำนองเดียวกัน จำนวนที่ได้มาจากการหารากที่สองที่เป็นบวกต้องไม่มีเครื่องหมายลบอยู่ข้างหน้าเสมอ เช่น $\sqrt{a^2}=-a$ เป็นประโยคที่เป็นเท็จ ความคลาดเคลื่อนดังกล่าว เกิดจากความคุ้นเคยกับการหาค่าสัมบูรณ์และรากของจำนวนที่แทนด้วยตัวเลข เช่น $\lvert 19\rvert, \lvert -5\rvert$, $\sqrt{3^2}$, $\sqrt{(-7)^2}$ ซึ่งผลลัพธ์เป็นจำนวนบวก เมื่อต้องหาค่าสัมบูรณ์และรากของจำนวนที่แทนด้วยตัวแปร ทำให้เข้าใจว่าผลลัพธ์ที่มีเครื่องหมายลบอยู่ข้างหน้าย่อมเป็นลบ	**4.** ค่าสมบูรณ์ของจำนวนจริงเป็นศูนย์หรือจำนวนบวกตามหลักคณิตศาสตร์ $\lvert x\rvert=x$ เมื่อ x เป็นจำนวนบวก $\lvert x\rvert=0$ เมื่อ x เป็นศูนย์ $\lvert x\rvert=-x$ เมื่อ x เป็นจำนวน ลบ ค่าสมบูรณ์ของจำนวนลบต้องเป็นจำนวนบวก จึงต้องเขียนให้อยู่ในรูปของจำนวนลบที่มีเครื่องหมายลบอยู่ข้างหน้าเช่น $\lvert a\rvert=-a$ $\lvert -5\rvert=-(-5)$ ทำนองเดียวกัน รากที่สองเป็นบวกของจำนวนจริง อาจเขียนให้อยู่ในรูปของจำนวนลบที่มีเครื่องหมายลบอยู่ด้านหน้าได้เช่นกัน เช่น $\sqrt{a^2}=\lvert a\rvert=-a$ เมื่อ a เป็นจำนวนลบ $\sqrt{(-11)^2}=\lvert -11\rvert=-(-11)=11$

ตาราง 2 (ต่อ)

มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน	มโนทัศน์ที่ถูกต้อง
5. เปรียบเทียบโดเมนของความสัมพันธ์ในรูปผลสำเร็จ โดยไม่ได้พิจารณาความสัมพันธ์เดิมเช่น การหาโดเมนของความสัมพันธ์ที่กำหนดด้วยสมการต่อไปนี้ $y=(x-2)$ ……………………(1) $y=\frac{(x-2)(x-1)}{(x-1)}$ ……………………(2) ความคลาดเคลื่อนนี้ เกิดจากความไม่เข้าใจเกี่ยวกับโดเมนของความสัมพันธ์ ทำให้หาโดเมนไม่ถูกต้องมี	5. การหาโดเมนของความสัมพันธ์ $y=f(x)$ คือ การหาค่าของ x เป็นจำนวนใดได้บ้าง ภายใต้เงื่อนไขความสัมพันธ์ที่กำหนดให้ จากตัวอย่าง สมการ(2) เมื่อทำให้อยู่ในรูปอย่างง่าย จะมีรูปสมการเช่นเดียวกันกับรูปของสมการ (1) แต่โดเมนความสัมพันธ์ที่กำหนดให้แต่ละสมการแตกต่างกัน โดยโดเมนของความสัมพันธ์ในสมาการแรกเป็ฯเซตของจำนวนจริง ในขณะที่โดเมนของความสัมพันธ์ในสมการที่สองเป็นเซตบนจำนวนจริงที่ไม่เท่ากับ 1
6.การหาลิมิตของ $f(x)$ เมื่อ x เข้าใกล้ค่าใดค่าหนึ่งโดยการแทนค่าทำให้ได้คำตอบที่ไม่ถูกต้องดังตัวอย่างเช่น $\lim_{x\to 2}\frac{2+x-x^2}{2-x}=\lim_{x\to 2}\frac{2+2-2^2}{2-2}=0$ ความคลาดเคลื่อนนี้ เกิดจากการใช้วิธีการทางคณิตศาสตร์ที่ไม่ถูกต้อง และขาดการพิจารณาความสมเหตุสมผลของการดำเนินการ ที่เมื่อแทนค่าแล้วทำให้ทั้งตัวเศษและตัวแทนส่วนเป็นศูนย์พร้อมกัน จึงเป็นข้อผิดพลาดที่เกิดจากการหารด้วยศูนย์อีกประการหนึ่ง	6. การหาลิมิตของ $f(x)$ เมื่อ x เข้าใกล้ค่าใดค่าหนึ่ง หมายถึง การหาค่าของฟังก์ชัน x เมื่อเข้าใกล้ค่าที่กำหนดให้ ซึ่งแตกต่างจากการหา $f(x)$ จึงไม่สามารถใช้แทนค่า x ใน $f(x)$ ได้เสมอไป โดยเฉพาะเมื่อการแทนค่านั้นทำให้ตัวส่วนของ $f(x)$ เป็น 0 จากตัวอย่างข้างต้นสามารถดำเนินการได้ดังนี้ $\lim_{x\to 2}\frac{2+x-x^2}{2-x}=\lim_{x\to 2}\frac{(2-x)(x+1)}{2-x}$ $=\lim_{x\to 2}1+x=3$

ตอนที่ 2 แนวการจัดการเรียนการสอนที่เสริมสร้างความสามารถในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี กระทรวงศึกษาธิการ ได้กล่าวถึงแนวทางการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนผ่านการแก้ปัญหาดังต่อไปนี้

2.1 แนวการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนผ่านการแก้ปัญหา

2.1.1 ความหมายของกิจกรรมการเรียนการสอนผ่านการแก้ปัญหา

ในการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์เพื่อฝึกฝนทักษะการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ครูสามารถช่วยเหลือนักเรียนให้เรียนรู้และมีทักษะมากขึ้นได้โดยใช้สิ่งต่อไปนี้เป็นเครื่องมือ

1) การใช้คำถามที่มีประสิทธิภาพในการพัฒนาการคิดทางคณิตศาสตร์ ครูควรนำมาใช้ในการเรียนการสอนเพื่อพัฒนาการคิดของนักเรียน ครูจำเป็นต้องศึกษาการใช้คำถามและนำมาปรับใช้ในการเรียนรู้ของนักเรียนอย่างต่อเนื่องสม่ำเสมอ

2) การใช้เทคนิคและยุทธวิธีต่าง ๆ ในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ยุทธวิธีแก้ปัญหาเป็นเครื่องมือสำคัญในกระบวนการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ การเลือกใช้ยุทธวิธีที่เหมาะสมกับสถานการณ์โจทย์ จะช่วยลดปัญหาในเรื่องของความยุ่งยากในขั้นตอน ลดเวลาที่ต้องใช้ในการแก้ปัญหาและอาจช่วยให้มองเห็นปัญหานั้นง่ายขึ้น ยุทธวิธีแก้ปัญหาที่เป็นเครื่องมือสำคัญและสามารถนำมาใช้ในการแก้ปัญหาได้ดี และที่พบได้บ่อยในทางคณิตศาสตร์ได้แก่

- การค้นหาแบบรูป
- การสร้างตาราง
- การเขียนภาพหรือแผนภาพ
- การแจงกรณีที่เป็นไปได้ทั้งหมด
- การคาดเดาและตรวจสอบ
- การทำงานแบบย้อนกลับ
- การเขียนสมการ
- การเปลี่ยนมุมมอง
- การแบ่งเป็นปัญหาย่อย
- การให้เหตุผลทางตรรกศาสตร์
- การให้เหตุผลทางอ้อม

3) การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ การให้เหตุผลที่สมเหตุสมผลเป็นเครื่องมือที่สำคัญอีกประการหนึ่งในการเรียนรู้คณิตศาสตร์ โดยเฉพาะในกระบวนการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ไม่ว่าโจทย์นั้นจะเป็นโจทย์ปัญหาที่ต้องการค้นหาคำตอบหรือโจทย์ปัญหาให้พิสูจน์ การใช้เหตุผลที่ถูกต้องสมเหตุสมผลจะแฝงอยู่ในกระบวนการคิดเกือบทุกขั้นตอน บางขั้นตอนจำเป็นต้องอ้างอิงเหตุผลให้ชัดเจนด้วย ดังจะเห็นได้ว่าการให้เหตุผลมีตั้งแต่ในขั้นตอนทำความเข้าใจในโจทย์ นักเรียนต้องให้เหตุผลแยกแยะข้อกำหนด เงื่อนไขในโจทย์ และเป้าหมายที่โจทย์ต้องการ ในขั้นการดำเนินการแก้โจทย์ปัญหาแต่ละขั้นตอน ต้องใช้เหตุผลในการเชื่อมโยงความรู้ ต้องอิงเหตุผลหลายๆ อย่าง เช่น สูตร บทนิยาม สมบัติต่างๆ ทางคณิตศาสตร์ อีกทั้งเมื่อได้สิ่งที่คิดว่าเป็นคำตอบ ก็ต้องตรวจสอบว่าคำตอบนั้นมีความสมเหตุสมผลหรือไม่ โดยพิจารณาความสอดคล้องกับข้อกำหนดและเงื่อนไขในโจทย์

ในการเรียนการสอนครูต้องฝึกให้นักเรียนใช้เหตุผลบ่อยๆ เช่น ระหว่างการถามตอบในชั้นเรียน ครูไม่ควรพิจารณาเฉพาะคำตอบของนักเรียนว่าถูกหรือไม่เท่านั้น ครูต้องใช้คำถามถามต่อเพื่อให้นักเรียนอธิบาย ให้เหตุผล การอธิบายอาจใช้คำพูดแทนการเขียน เนื่องจากนักเรียนในชั้นต้น ๆ ยังขาดทักษะในการเขียนอธิบายเหตุผล ครูก็ควรให้อธิบายด้วยการพูด เพื่อครูจะได้ถือโอกาสเสริมคำพูดให้สมบูรณ์ชัดเจน หรือขยายโจทย์ปัญหาให้นักเรียนได้คิดต่อได้อีก นอกจากนี้ครูอาจเริ่มฝึกให้นักเรียนเติมเหตุผลสั้นๆ จนกระทั่งเป็นเหตุผลที่นำมาใช้ เป็นสิ่งจำเป็นและสำคัญมาก ครูอาจให้โจทย์ปัญหาในลักษณะปลายเปิด เพื่อให้นักเรียนมีโอกาสได้เขียนแสดงเหตุผล ซึ่งจะเป็นส่วนสะท้อนให้ครูสามารถตรวจสอบ วัด และประเมินผลการเรียนรู้ของนักเรียนได้อย่างชัดเจน

2.1.2 การดำเนินกิจกรรมการเรียนการสอนผ่านการแก้ปัญหา

โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์อาจเป็นปัญหาทางคณิตศาสตร์ หรือไม่เป็นก็ได้ โจทย์ปัญหาทั้งสองแบบสามารถนำกระบวนการแก้ปัญหาตามแนวคิดของโพลยา (Polya) มาใช้ได้ ซึ่งกระบวนการแก้ปัญหาดังกล่าวเป็นที่ยอมรับและนำมาใช้กันอย่างแพร่หลาย กระบวนการแก้ปัญหาตามแนวคิดของโพลยา ประกอบด้วย 4 ขั้นตอนสำคัญ ดังนี้

ขั้นที่ 1 ขั้นทำความเข้าใจปัญหา ในขั้นตอนนี้นักเรียนต้องทำความเข้าใจปัญหา ระบุส่วนสำคัญของปัญหา ซึ่งได้แก่ส่วนที่โจทย์กำหนดให้และส่วนที่โจทย์ต้องการทราบ

ขั้นที่ 2 ขั้นวางแผนแก้ปัญหา เป็นขั้นตอนที่ต้องการให้นักเรียนค้นหาความเชื่อมโยงระหว่างส่วนที่โจทย์กำหนดให้ กับส่วนที่โจทย์ต้องการทราบที่สามารถนำไปสู่การหาคำตอบ

ขั้นที่ 3 ขั้นดำเนินการตามแผน เป็นขั้นตอนที่ต้องการให้นักเรียนลงมือปฏิบัติตามแนวทางหรือตามแผนในการแก้ปัญหา

ขั้นที่ 4 ขั้นตรวจสอบผล เป็นขั้นตอนที่ต้องการให้นักเรียนมองย้อนไปยังคำตอบที่ได้มา โดยตรวจสอบความถูกต้อง ความสมเหตุสมผลของคำตอบและยุทธวิธีที่ใช้ในการแก้ปัญหา พร้อมทั้งขยายผลไปสู่องค์ความรู้ที่กว้างขวางขึ้น

ในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ บางโจทย์ปัญหานักเรียนไม่จำเป็นต้องดำเนินการครบทุกขั้นตอน ส่วนใหญ่ในขั้นที่ 2 และขั้นที่ 3 นักเรียนบางคนอาจทำควบกันไปเลย นักเรียนที่มีทักษะและความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาอยู่ในระดับสูง อาจข้ามขั้นที่ 2 ไปเลย เพราะรู้อยู่แล้วว่าต้องทำอย่างไร ก็จะลงมือปฏิบัติการในขั้นที่ 3 ทันที สำหรับขั้นที่ 4 ถือว่าเป็นขั้นตอนที่สำคัญและนักเรียนจำเป็นต้องทำในขั้นนี้ เพื่อให้เกิดความเชื่อมั่นว่าคำตอบที่ได้นั้นถูกต้อง โดยเฉพาะโจทย์ปัญหาที่ต้องใช้สมการ ค่าของตัวแปรที่ได้จากสมการ อาจไม่ใช่คำตอบของโจทย์ปัญหา ซึ่งจะสังเกตได้ว่าในหนังสือเรียนที่พัฒนาโดย สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี จะให้ความสำคัญในขั้นตอนการตรวจสอบคำตอบของสมการและระบบสมการค่อนข้างมาก ครูจึงควรตระหนักถึงในเรื่องนี้ด้วย

นอกจากกระบวนการแก้ปัญหาตามแนวคิดของโพลยา ข้างต้นแล้ว วูลฟอลก์ (Woolfolk, 2007) ได้เสนอวิธีการแก้ปัญหาที่เรียกว่า IDEAL ซึ่งมีรายละเอียด ดังนี้

1) การวินิจฉัยปัญหา (I : Identifying the problem) เป็นการทำความเข้าใจปัญหาให้กระจ่างชัด โดยการวิเคราะห์ว่าอะไรกันแน่ที่เป็นปัญหาที่ต้องแก้

2) การค้นหาข้อมูลที่ให้มาในโจทย์ปัญหา (D : Defining and representations the problem) เป็นการค้นหาข้อมูลรายละเอียดที่สำคัญของปัญหาแล้วคัดเลือกข้อมูลสำคัญที่จะนำมาใช้ในการแก้ปัญหา มีวิธีการดำเนินการดังนี้

(1) ทำความเข้าใจส่วนต่างๆ ของปัญหา

(2) ทำความเข้าใจปัญหาโดยส่วนรวมทั้งหมด

(3) แปลงปัญหาให้อยู่ในรูปแบบที่ง่ายโดยรู้จักและเข้าใจชนิด (ประเภท) ของปัญหา และแสดงปัญหาได้ถูกต้องชัดเจนเป็นภาพ สัญลักษณ์ กราฟ หรือถ้อยคำ ฯลฯ สามารถเลือกข้อมูลหรือรายละเอียดที่จะนำมาใช้แก้ปัญหา และ เขียนขั้นตอน (กำหนดขั้นตอน) ของการแก้ปัญหา

3) การหายุทธวิธีในการแก้ปัญหา (E : Exploring possible solution strategies) เป็นการค้นหาคำตอบที่อาจเป็นไปได้ ทำได้ 2 วิธี คือ

(1) แก้ปัญหาเป็นขั้นตอนตามลำดับ ตามข้อเสนอแนะหรือคำแนะนำเป็นขั้นตอนเพื่อให้ได้คำตอบที่ต้องการ

(2) แก้ปัญหาโดยทั่วไป โดยวิเคราะห์แยกแยะปัญหาออกเป็นส่วนต่าง ๆ แล้วแก้ปัญหาย่อยๆ เหล่านั้นทีละปัญหาจนได้คำตอบทั้งหมด สามารถพิจารณาย้อนจากตัวปัญหาไปยังสาเหตุของปัญหานั้นและเปรียบเทียบกับปัญหาอื่นๆ ที่เคยแก้ไขสำเร็จแล้ว

4) แก้ปัญหาตามยุทธวิธีที่เลือกแล้ว (A : Acting on the strategies) เป็นการลงมือแก้ปัญหาตามวิธีที่เลือกไว้

5) ตรวจสอบคำตอบและขยายผล (L : Looking back and evaluating the of your activities) เป็นการพิจารณาผลการแก้ปัญหาว่าเป็นอย่างไร สำเร็จหรือไม่ ควรปรับปรุงแก้ไขอย่างไร หากแก้ปัญหาไม่สำเร็จ อาจย้อนกลับไปดูว่าปัญหานั้นมีความสมเหตุสมผลหรือไม่อย่างไร

2.1.3 บทบาทครูและนักเรียนในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนผ่านการแก้ปัญหา

การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เป็นเครื่องมือที่ดีในการพัฒนาและเพิ่มพูนประสิทธิภาพทางปัญญาของบุคคล ซึ่งเป็นองค์ประกอบที่สำคัญในการดำเนินชีวิตของมนุษย์ และเป็นเรื่องที่ผู้เรียนคณิตศาสตร์ทุกคนต้องเรียนรู้ทุกระดับชั้นอย่างหลีกเลี่ยงไม่ได้ แต่ปัญหาหนึ่งที่พบในการเรียนการสอนโดยทั่วไป คือการเรียนการสอนการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ มักไม่ประสบความสำเร็จเท่าที่ควร เพราะว่าการสอนของครูไม่ได้มุ่งเน้นให้นักเรียนคิดและใช้เหตุผลในการหาคำตอบ มีครูจำนวนไม่น้อยที่สอนคณิตศาสตร์โดยการบอกวิธีให้จำ หรือทำตามลำดับขั้นตอน ซึ่งอาจเป็นวิธีง่ายในการหาคำตอบ แต่ผลลัพธ์ที่ได้ คือ นักเรียนไม่ได้พัฒนาปัญญาที่จะนำไปใช้แก้ปัญหาต่อไปในอนาคต โดยเฉพาะครูผู้สอนช่วงต้น ๆ และมีครูจำนวนไม่น้อยที่อ้างว่าไม่สามารถสอนตามแนวที่เสนอแนะได้เพราะจะทำให้สอนไม่ทัน วิธีการที่จะแก้ปัญหาจึงต้องขึ้นกับการบริหารจัดการของครูด้วย

แนวทางในการส่งเสริมการเรียนการสอนการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ให้มีประสิทธิภาพนั้น อาจสรุปเป็นข้อมูลที่ครูนำไปใช้ปฏิบัติได้ดังนี้

1) ครูจำเป็นต้องปรับเปลี่ยนวิธีคิดในการสอนคณิตศาสตร์โดยเน้นให้นักเรียนได้คิดด้วยตนเองมากกว่าที่จะทำตามขั้นตอนที่ครูบอก

2) ในการสอนโจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ในแต่ละขั้นตอนครูควรให้เวลานักเรียนได้คิดด้วยตนเอง โดยการใช้คำถามที่มีประสิทธิภาพเป็นตัวกระตุ้น และไม่ควรเน้นเรื่องคำตอบที่ถูกต้องมากกว่าเหตุผลในการหาคำตอบของนักเรียน เพื่อครูจะได้รู้ว่านักเรียนคิดอย่างไร ครูควร

เปลี่ยนพฤติกรรมจากการเป็นผู้สอนและอธิบายมาเป็นผู้กำกับให้นักเรียนคิดหาเหตุผลและใช้เหตุผล

3) ควรสร้างแรงจูงใจให้นักเรียนอยากคิดและอยากแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ซึ่งอาจใช้กิจกรรมเล่นเกมหรือแข่งขันในบางครั้ง

4) ในช่วงต้น ๆ ครูไม่ควรคาดหวังกับการแสดงวิธีทำของนักเรียน นักเรียนอาจจะหาได้เฉพาะคำตอบเพียงอย่างเดียว สิ่งที่ครูควรทำ คือถามนักเรียนว่าคำตอบเหล่านั้นได้มาอย่างไร และทำไมจึงได้เช่นนั้น

5) การเลือกโจทย์ปัญหาที่จะนำมาสอน ครูควรคำนึงถึงความยากง่าย ให้เหมาะสมกับวัยและสติปัญญาของนักเรียน ไม่ควรที่จะใช้โจทย์ที่ยากมากจนเกินไป แต่ควรเป็นโจทย์ที่จะนำไปใช้ในชีวิตประจำวันให้มาก อาจเพิ่มลักษณะโจทย์ที่ท้าทายสติปัญญา สำหรับนักเรียนบางคนที่มีความถนัด

6) ครูควรเป็นผู้สนับสนุนให้นักเรียนค้นหาและแสวงหาคำตอบด้วยตนเอง

7) ครูเปิดโอกาสให้นักเรียนคิดได้อย่างทั่วถึง โดยใช้วิธีต่างๆอย่างหลากหลาย

8) ควรฝึกให้นักเรียนได้ปฏิบัติกิจกรรมเพื่อเสริมทักษะด้านต่าง ๆ เช่นฝึกสังเกต ฝึกบันทึก ฝึกการฟัง ฝึกการถาม ฝึกการตอบ ฝึกการตั้งข้อสันนิษฐาน ฝึกการค้นหาคำตอบจากแหล่งต่างๆ และฝึกทำโครงงาน

9) ครูไม่ควรรีบเฉลยปัญหา แต่อาจชี้แนะแบบกว้าง ๆ ให้นักเรียนหาคำตอบด้วยตนเองก่อน แล้วค่อยๆเสริมรายละเอียดมากขึ้นตามความเหมาะสม

10) ครูต้องกระตุ้นให้นักเรียนเกิดข้อสงสัย เกิดปัญหาและอยากค้นหาคำตอบ

11) ครูควรสนับสนุนให้เกิดปฏิสัมพันธ์ ระหว่างนักเรียนโดยการแบ่งกลุ่มช่วยกันในการแก้โจทย์ปัญหา หรือช่วยกันหาโจทย์ปัญหาหรือแต่งโจทย์จากสถานการณ์ต่าง ๆ

สุดท้ายสำหรับครูที่มีประสบการณ์ในการสอนไม่มากนักอาจจะมีปัญหามากในด้านการสอนการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ให้กับนักเรียน การพยายามแก้ปัญหาอย่างใคร่คราญ การพยายามขอคำแนะนำจากครูผู้มีประสบการณ์ ศึกษาวิธีการจากตำราและการสาธิตการสอนของครูผู้ชำนาญ แล้วนำมาปรับใช้กับนักเรียนของตนเอง ให้เหมาะสมกับพื้นฐานความรู้กับสิ่งแวดล้อมของนักเรียน ก็น่าจะช่วยการแก้ปัญหาในเรื่องนี้ไปได้บ้าง ด้วยประสบการณ์ในการสอนที่เพิ่มพูนขึ้นและความพยายามหาวิธีแก้ปัญหาด้วยการปรับจากประสบการณ์เดิมให้เหมาะสมขึ้นเรื่อย ๆ ท่านก็อาจเป็นผู้พิชิตปัญหาในเรื่องนี้ได้ดีที่สุด

2.1.4 การศึกษาหลักสูตรกระบวนการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ทางคณิตศาสตร์

โปเลค (Pollak, 2012) กล่าวว่า ในหลายปีที่ผ่านมาการจัดการเรียนการสอนการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์มักจะถูกจัดอยู่ในระดับชั้นมหาวิทยาลัยเนื่องจากนักศึกษามีความคุ้นเคยกับการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ผ่านแผนงานกิจกรรมการการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ที่ซับซ้อน มีคำถามว่าการจัดการเรียนการสอนโดยใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์สามารถที่จะจัดให้กับโรงเรียนในระดับชั้นมัธยมได้หรือไม่สามารถที่จะนำมาบูรณาการกับวิชาคณิตศาสตร์ในโรงเรียนอย่างมีประสิทธิภาพได้อย่างไร เหตุผลหนึ่งที่จะกล่าวถึงขั้นต้นคือมีเกณฑ์ที่ดีสำหรับความสามารถที่ครูจะใช้สอนการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์อย่างมีประสิทธิภาพโดยการนำเสนอหลักสูตรตลอดการสอนที่เกี่ยวกับการใช้การใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ทางคณิตศาสตร์ หลักสูตรนี้ถูกใช้ในหลายประเทศ เช่นเยอรมนีสหรัฐอเมริกา หลักสูตรของมหาวิทยาลัยจะเตรียมความพร้อมด้านเนื้อหา และวิธีการสอนการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ที่เหมาะสม สำหรับครูที่จะทำการสอนโดยใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ได้อย่างไร

2.1.5 โครงสร้างของหลักสูตรการศึกษาการสร้างการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์สำหรับครูผู้สอนและทฤษฎีการปฏิบัติ

โปเลค (Pollak, 2012) กล่าวว่า การใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เป็นส่วนสำคัญของการศึกษาของครู มีโครงสร้างในการศึกษาที่แตกต่างกันมากมายหลาย ๆ วิธี มีประเด็นสำคัญมากมาย แต่ในการพิจารณาสำหรับการวางแผนและจัดสัมมนาการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ในรูปแบบเนื้อหาใหม่และวิธีการที่ควรให้กันและกัน นี้ ก็เป็นสิ่งที่ท้าทายสำหรับอาจารย์ เกี่ยวกับเนื้อหาฉันถือว่าการสอนดังต่อไปนี้

ความสามารถที่จำเป็นต้องใช้ในการสอนการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ จะกล่าวเชิงทฤษฎีที่ว่า ความรู้เกี่ยวกับการสร้างแบบจำลอง เป้าหมาย / มุมมองสำหรับที่จะนำความรู้มาใช้สำหรับการสร้างแบบจำลองที่มีความเกี่ยวกับประเภทของการใช้แบบจำลองของงาน

หลักสูตรการใช้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์เพื่อการศึกษาผู้สอนและโมดูลการประเมิน

มิติเชิงทฤษฎี (Theoretical dimension)	a) วงจรกระบวนการใช้ตัวแบบ (Modelling cycles) b) เป้าหมายมุมมองของการสร้างแบบจำลอง (Aims perspective of modeling) c) ประเภทของภารกิจของตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ (Type of modeling tasks)
มิติของงาน (Task dimension)	a) ผลเฉลยที่หลากหลายของกระบวนการใช้ตัวแบบ (Multiple solution of modeling tasks) b) การวิเคราะห์องค์ความรู้ของกระบวนการใช้สร้างตัวแบบ (Cognitive analyses of modelling tasks) c) การปรับปรุงงานในการสร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ (Development of modeling tasks)
มิติการเรียนการสอน (Instruction Dimension)	a) วางแผนบทเรียนด้วยกระบวนการใช้ตัวแบบ (Planning lessons with modelling tasks) b) ดำเนินการบทเรียนกับงานสร้างแบบจำลอง (Cognitive analyses of modelling tasks) c) การแทรกแซง การสนับสนุนและข้อเสนอแนะ (Interventions support and feedback)
มิติการวินิจฉัย (Diagnostic dimension)	a) ตระหนักถึงขั้นตอนในกระบวนการใช้ตัวแบบ (Recognizing phases in modeling process) b) ตระหนักถึงปัญหาและข้อผิดพลาด (Recognizing difficulties and mistakes) c) การทำเครื่องหมายของการใช้ตัวแบบ (Marking modeling tasks)

ภาพประกอบ 14 ตัวแบบสำหรับความสามารถที่จำเป็นในการสอนการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์

1. งานที่เกี่ยวข้อง: ความสามารถในการแก้ปัญหา วิเคราะห์และสร้างแบบจำลอง

2. การสอน: ความสามารถในการวางแผนและดำเนินการบทเรียนกระบวนการการใช้ตัวแบบและความรู้ที่เกี่ยวข้องกับการเข้าไปช่วยเหลือนักเรียนในช่วงเวลาที่เหมาะสมในระหว่างกระบวนการใช้ตัวแบบของนักเรียน

3. การวินิจฉัย ความสามารถในการระบุระยะในกระบวนการใช้ตัวแบบของนักเรียนและเพื่อวินิจฉัยความผิดปกติของนักเรียนในระหว่างกระบวนการดังกล่าว

ความสามารถในการสอนทั้ง 4 ข้อ เป็นพื้นฐานสำหรับการโครงสร้างของหลักสูตรและหลังจากการประเมินหลายครั้งจะถูกรวมเข้ากับตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์

หลักสูตรนี้แบ่งย่อยเป็น 5 ส่วน เพื่อให้มีความสมดุลที่เหมาะสมระหว่างขั้นตอนทางทฤษฎีและภาคปฏิบัติมากขึ้น

ส่วนที่ 1 (ทฤษฎี): ภูมิหลังทางทฤษฎีเกี่ยวกับการใช้ตัวแบบ (จำนวน 3 บทเรียน)

ส่วนที่ 2 (ฝึกซ้อม): การแก้ปัญหาและพัฒนาปัญหาใช้ตัวแบบ (จำนวน 3 บทเรียน)

ส่วนที่ 3 (ทฤษฎีและการปฏิบัติ):

(1) นักเรียนวิเคราะห์การถอดคำบันทึกเสียงของในการทำงานของนักเรียนเกี่ยวกับปัญหาการสร้างแบบจำลองและบันทึกจากวิดีโอ

(2) นักเรียนจำเป็นที่จะต้องใช้ความสามารถสำหรับการใช้ตัวแบบ

(3) การเข้าไปช่วยเหลือนักเรียนขณะที่นักเรียนทำกิจกรรมการใช้ตัวแบบ

(4) วิธีการสอนการใช้ตัวแบบในโรงเรียน (จำนวน 4 บทเรียน)

ส่วนที่ 4 (การนำเสนอ): กลุ่มของนักเรียนนำเสนองานที่ได้จากการใช้ตัวแบบที่พวกเขามีพัฒนาอภิปรายว่าและนำเสนอวิธีการแก้ไขงานเหล่านี้ได้อย่างไร (จำนวน 3 บทเรียน)

ส่วนที่ 5: บทเรียนสุดท้าย การเลือกกิจกรรมทั้งหมดทั้งภาคการศึกษาหรือทั้งภาคการทำกิจกรรมประชุมเชิงปฏิบัติการและการประเมินผล

2.1.6 ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์และการเรียนแบบร่วมมือ

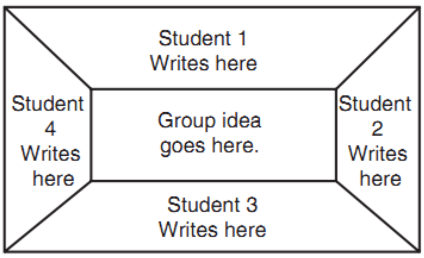
เป้าหมายสำคัญอย่างหนึ่งของหลักสูตรคือผู้เข้าร่วมไม่เพียงแก้ปัญหาหรือพัฒนางานสร้างตัวแบบเท่านั้น แต่ยังเรียนรู้วิธีการสอนการใช้ตัวแบบ และบอกว่าวิธีการใดที่ควรจะเป็นมีประโยชน์ วิธีการที่ถูกนำมาใช้และประสบความสำเร็จคือ "การเรียนรู้แบบมีส่วนร่วม" พบว่ากลยุทธ์มีประสิทธิภาพเมื่อนำมาใช้ในการจัดการเรียนการสอนการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ทุกระดับชั้นในโรงเรียน การเรียนแบบร่วมมือเป็นกลยุทธ์การสอน จอห์นสัน (Johnson, 1999)

กล่าวว่า การวิจัยแสดงให้เห็น เทคนิคการเรียนรู้แบบมีส่วนร่วมนั้นส่งเสริมการเรียนรู้ของนักเรียนและผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเพิ่มขึ้น และนักเรียนมีความพึงพอใจเป็นอย่างดี ประสบการณ์การเรียนรู้ของนักเรียน ช่วยให้เขาได้พัฒนาทักษะในการสื่อสารด้วย พัฒนาทักษะทางสังคมของนักเรียน และส่งเสริมความเชื่อมั่นในตนเอง

การศึกษาเกี่ยวกับการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ทำให้เกิดความชัดเจนว่า การใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ทำได้ดีเมื่อนักเรียนทำกิจกรรมกลุ่ม ไอเคนดาและคณะ (Ikeda, & et al., 2007) เพราะการเรียนแบบร่วมจะช่วยกระตุ้นให้นักเรียนอภิปรายเกี่ยวกับคณิตศาสตร์และคณิตศาสตร์ขั้นสูง เป็นการฝึกให้พวกเขามีส่วนร่วมในการอภิปรายเชิงตรรกะและเปิดโอกาสให้พวกเขาได้พัฒนาตนเองจากการรวมกลุ่ม นั่นคือเหตุผลที่หลักสูตรต้องสร้าง "กลุ่มพื้นฐาน" มีจำนวนของคน 4 ถึง 5 คนซึ่งควรจะทำงานร่วมกันตลอดภาคการศึกษาหรือในช่วงเวลาการทำกิจกรรม อย่างไรก็ตามการทำงานเป็นกลุ่มมีประสิทธิภาพมากกว่าการแข่งขัน และทำให้นักเรียนมีความพยายามของปัจเจกบุคคลมากขึ้น เคนแกง (Kagan, 2018) ได้กล่าวว่า การพึ่งพาซึ่งกันและเป็นการส่งเสริมแรงเชิงบวกด้านตัวบุคคลและด้านกลุ่มความรับผิดชอบ ซึ่งการเรียนแบบร่วมมือเป็นการมีปฏิสัมพันธ์ระหว่างบุคคลและกลุ่มย่อยและการประมวลผลกลุ่ม

หลักสูตรจะแบ่งกิจกรรมของกลุ่มทั้งหมดให้ตรงตามเงื่อนไขของเนื้อหา

ส่วนที่ 1: การใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เป็นสิ่งสำคัญที่เป็นจุดเริ่มต้นที่จะต้องอธิบายให้ชัดเจนว่า อะไรคือความหมายโดยการตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ นักเรียนในกลุ่มมีระดับความรู้ต่างกัน ควรใช้วิธีการ“ placemat” ซึ่งเป็นวิธีง่ายต่อการทำความเข้าใจและนำไปปฏิบัติ สำหรับ“ placemat” จะมีคนในกลุ่มจำนวน4 คน ทุกคนจะต้องแบ่งกระดาษเป็น 5 ส่วน โดยมีหนึ่งส่วนอยู่ตรงกลางของกระดาษ ประกอบด้วยสมาชิกทั้ง 4 คน เมื่อต้องตอบคำถามที่ว่า “ การสร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์หมายถึงอะไร” แต่ละคนเขียนความคิดลงไปในส่วนของตนเอง



ภาพประกอบ 15 Placemat-method สำหรับคำถาม “ การใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ คืออะไร’’

หลังจากนี้นักเรียนในกลุ่มพูดคุยเกี่ยวกับผลลัพธ์ที่แตกต่างกัน แล้วพวกเขาจะต้องหาฉันทามติเกี่ยวกับ ความหมายการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ และเขียนสิ่งนี้ในช่วงกลางของกระดาษ ครูควรให้ทุกคนเคารพความคิดเห็นของแต่ละคน ครูแจ้งทุกกลุ่มเกี่ยวกับเวลาสำหรับกิจกรรมนี้ ทุกคนในกลุ่มต้องรวบรวมความคิดและสรุปออกมาเป็นมติของกลุ่ม เวลามีความสำคัญสำหรับกิจกรรมที่ดีเป็นเกณฑ์หนึ่งในการสอนที่มีคุณภาพสูง อีกสิ่งที่ครูต้องทำระหว่างการทำกิจกรรมกลุ่มคือครูจะต้องตระหนักถึงการอภิปรายในกลุ่ม และครูจะต้องเลือกกลุ่มเพื่อให้มีการนำเสนอต่อเพื่อนๆทุกคนในชั้นเรียน ในการใช้วิธีการ“ placemat” เป็นการส่งเสริมให้ครูใช้วิธีการสอนโดยใช้กิจกรรมกลุ่ม

1. การส่งเสริมการการพึ่งพาซึ่งกัน สมาชิกในกลุ่มมุ่งหวังที่จะทำงานของพวกเขาใน 10 นาทีเพื่อให้พวกเขาสามารถเสนอแนวคิดหลักของการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ว่าเป็นอย่างไร อธิบายความสำคัญ ฯลฯ เนื่องจากต้องเลือกกลุ่มออกมานำเสนอ จึงทำให้แต่ละกลุ่มไม่รู้ว่าจะถูกเลือกเพื่อนำเสนอหรือไม่ แต่ละกลุ่มจะต้องเตรียมตัวให้ดีที่สุดเท่าที่จะทำได้ ดังนั้นทุกคนในกลุ่มต้องมีการพึ่งพาซึ่งกันและกันกับสมาชิกคนอื่น ๆ ซึ่งหมายความว่าในทางปฏิบัติพวกเขาเริ่มรู้ว่าความสำเร็จของการมีส่วนร่วมของสมาชิกทุกคน

2. การติดต่อสื่อสารแบบเผชิญหน้า เป็นการติดต่อสื่อสารแบบง่าย แต่มักถูกละเลยการสื่อสารในห้องเรียนหรือในหลักสูตรมหาวิทยาลัย การมองตากันของคู่ของคุณหรือสมาชิกในกลุ่มของคุณ เป็นการเรียนรู้ที่จะรับฟังสิ่งที่มีคนพูด แล้วตอบโต้อย่างเหมาะสม และในทางกลับกันก็มีความสำคัญ ก่อนที่นักเรียนจะบันทึกความคิดของกลุ่มของนักเรียน ทุกคนจะต้องรับฟังความคิดเห็นของคนอื่นก่อนโดยแสดงความสนใจในความคิดเห็นของผู้อื่น และต้องร่วมกันในการแก้ปัญหา หากความคิดของใครบางคนไม่เกี่ยวกับการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ เช่น เกี่ยวกับเรขาคณิต สมาชิกกลุ่มไม่ควรโกรธหรือขัดจังหวะพวกเขาทันทีแม้ว่ามันจะไม่ถูกต้อง การติดต่อสื่อสารแบบเผชิญหน้า เป็นวิธีหนึ่งที่จะประเมินสิ่งที่คนอื่นแสดงความคิดเห็น

3. ความรับผิดชอบร่วมกัน จุดประสงค์กลุ่มเป้าหมายคือมีการทำงานร่วมกันสำหรับ "กลุ่ม placemat" คือการทำให้สมาชิกแต่ละคนกล้าแสดงออก และยังช่วยสมาชิกทุกคนในกลุ่มมีความรับผิดชอบแบ่งปันผลงานให้สมาชิกคนอื่นๆ สมาชิกในทีมยังรับผิดชอบในการทำงานของพวก ทำงานกับเพื่อนร่วมทีม ในกิจกรรม placemat“ การทำงาน ” หมายถึงการนำเสนอความคิดรวบยอดซึ่งเป็นฉันทามติของกลุ่ม

4. ทักษะระหว่างบุคคลและทักษะของกลุ่มย่อย และยังรวมถึงทักษะทางสังคม ทักษะด้านความเป็นผู้นำการตัดสินใจ สร้างความเชื่อถือการสื่อสารและ ทักษะการจัดการความ

ขัดแย้ง โดยไม่ต้องลงรายละเอียดทุกจุดชัดเจนด้วย กิจกรรม placemat สำหรับกลุ่มพื้นฐาน ทำงานร่วมกันตลอดเวิร์กช็อป โดยปกติแล้วบุคคลหนึ่งจะรับบทบาทเป็นผู้นำของกลุ่ม หากไม่มีผู้นำก็จะทำให้งานกลุ่มไม่ประสบความสำเร็จการสร้างความเชื่อถือต้องใช้เวลาสำหรับแต่ละกลุ่ม และไม่สามารถทำได้ด้วยกิจกรรมเดียว นอกจากนี้การสื่อสารและต้องได้รับคำแนะนำเกี่ยวกับการจัดการความขัดแย้ง และเราไม่สามารถคาดหวังได้นักเรียนจะสามารถทำสิ่งนี้ได้อย่างเป็นธรรมชาติ

5. การประมวลผลกิจกรรมกลุ่ม placemat วิธีง่าย ๆ ในการเริ่มการประมวลผลกลุ่ม เนื่องจากสมาชิกในทีมทุกคนได้เรียนรู้ทุกแง่มุมที่แตกต่างกัน มีความร่วมมือการเรียนรู้ทีละขั้นตอนผ่านวิธีการดังกล่าว ในระหว่างการประมวลผลกิจกรรมกลุ่ม พบว่าพฤติกรรมของกลุ่มมีความสำคัญอย่างยิ่งเพื่อให้สามารถทำการเปลี่ยนแปลงได้หากมีความจำเป็น ซึ่งรวมถึงการอธิบายการกระทำของสมาชิกที่เป็นประโยชน์และ โดยเฉพาะอย่างยิ่งถ้าสมาชิกในกลุ่มได้อภิปรายว่าพวกเขาประสบความสำเร็จได้ดีเพียงใดจะทำให้ความสัมพันธ์ในการทำงานในกลุ่มเกิดมีประสิทธิภาพ

หลังจากทำกิจกรรมเสร็จแล้ว จะทำให้ครูได้มองเห็นภาพรวมของการทำงานแบบมีส่วนร่วม จะเข้าใจความหมายของการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ ครูจะเป็นคนสอนเกี่ยวกับความคิดเห็น / จุดสนใจที่แตกต่างกันที่ได้จากการอภิปรายการนำเสนอความหมายของการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ โดยเฉพาะพวกเขาต้องการทราบความหมายอย่างลึกซึ่ง เกี่ยวกับวงจรการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ โบโรมีโอ (Borromeo Ferri, 2006) และโดยเฉพาะอย่างยิ่งพวกเขาต้องการความรู้อย่างลึกซึ้งเกี่ยวกับวงจรการสร้างแบบจำลอง (Borromeo, 2006) และความสำคัญการนำไปประยุกต์ใช้ในโรงเรียน มักจะใช้วิธี“ จิ๊กซอว์” เพื่อดึงดูดพวกเขาด้วยหัวข้อของวงจรการสร้างแบบจำลองที่แตกต่างกัน

กิจกรรม “จิ๊กซอว์” สมาชิกในกลุ่มแต่ละคนจะได้รับเอกสารพิเศษบางอย่าง เกี่ยวกับวงจรการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ที่แตกต่างกัน เพื่อศึกษาเช่น "วงจรการสร้างแบบจำลองการวินิจฉัย" หรือ "วงจรการสร้างแบบจำลองจากคณิตศาสตร์ประยุกต์" หลังจากนั้นครูกำหนดเวลาให้ทำกิจกรรม สมาชิกในกลุ่มได้รับหัวข้อเดียวกันเพื่อจะได้ทำงานร่วมกันโดยให้สมาชิกในกลุ่มเป็น “ผู้เชี่ยวชาญกลุ่ม” เพื่อทำการวิเคราะห์ของความสัมพันธ์ของปัญหาที่ได้รับ กลุ่มผู้เชี่ยวชาญในกลุ่มกลุ่มก็จะมีความเข้าใจเกี่ยวกับวงจรการการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ซึ่งเป็นความเข้าใจเฉพาะของตน ในตอนท้ายของส่วนที่ 1 ของหลักสูตรส่วนใหญ่จะให้สมาชิกในกลุ่มได้เรียนรู้เนื้อหาด้วยตนเอง แน่นอนว่าเป็นเรื่องสำคัญที่ผู้เข้าร่วมสามารถถามทุกคนได้ชนิดของคำถามโดยเฉพาะ

อย่างยิ่งในบทเรียนสุดท้ายของส่วนนี้ซึ่งจะสะท้อนให้เห็นทั้งทฤษฎีและวิธีการของ จิ๊กซอว์ โดยปกติแล้วครูผู้สอนจะต้องเขียนบันทึกการเรียนรู้เพื่อสะท้อนเกี่ยวกับกระบวนการทำความเข้าใจเกี่ยวกับการสอนและการเรียนรู้การใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์

2.2 การวัดและการประเมินผลการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์

2.2.1 การให้คะแนนแบบรูบริก (Rubric scoring)

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2555b) กล่าวว่า การให้คะแนนแบบรูบริก เป็นการให้คะแนนที่ประเมินผลจากผลงานที่นักเรียนทำหรือพฤติกรรมที่นักเรียนแสดงออก ซึ่งไม่ได้พิจารณาที่คำตอบหรือผลลัพธ์สุดท้ายเพียงอย่างเดียว แต่ยังพิจารณาที่ขั้นตอนการทำงานของนักเรียนด้วย ตลอดจนมีการกำหนดระดับคะแนนพร้อมระบุรายละเอียดของผลงานหรือพฤติกรรมของนักเรียนไว้อย่างชัดเจนและเป็นรูปธรรม เกณฑ์การให้คะแนนแบบรูบริกสามารถปรับเปลี่ยนได้ตามความเหมาะสม ซึ่งการให้คะแนนแบบรูบริกที่นิยมใช้มี 2 แบบคือ การให้คะแนนแบบวิเคราะห์และการให้คะแนนแบบองค์รวม

ซึ่งการให้คะแนนแบบรูบริก เป็นการให้คะแนนตามองค์ประกอบของสิ่งที่ต้องการประเมิน เช่น ในการให้คะแนนจะกำหนดเกณฑ์ของคะแนนในแต่ละด้าน แล้วรายงานผลโดยจำแนกเป็นด้านๆ และอาจสรุปรวมคะแนนทุกด้านด้วย ดังนั้นขั้นตอนแรกของการพัฒนาสเกลการให้คะแนนของการวิเคราะห์ คือ การกำหนดขั้นตอนของการแก้ปัญหาที่ครูต้องการประเมิน ขั้นตอนที่สอง คือ การกำหนดพิสัยของคะแนนที่เป็นไปได้สำหรับแต่ละขั้นตอน ตัวอย่างการให้คะแนนแบบวิเคราะห์ ดังภาพประกอบ 16

ตาราง 1 เกณฑ์การให้คะแนนแบบวิเคราะห์

เกณฑ์การให้คะแนนแบบวิเคราะห์	
ขั้นทำความเข้าใจปัญหา	0 : นักเรียนเข้าใจปัญหาผิดทั้งหมด
	1 : นักเรียนเข้าใจปัญหาผิดบางส่วน
	2 : นักเรียนเข้าใจปัญหาถูกต้องทั้งหมด
ขั้นวางแผนแก้ปัญหา	0 : นักเรียนไม่ได้พยายามวางแผนแก้ปัญหา หรือ วางแผนไม่เหมาะสม
	1 : นักเรียนวางแผนได้เหมาะสม แต่แก้ปัญหาได้บางส่วน
	2 : นักเรียนวางแผนแก้ปัญหาได้เหมาะสม และสามารถหาคำตอบได้
ขั้นได้คำตอบ	0 : ไม่มีคำตอบ หรือ คำตอบผิดเนื่องจากวางแผนการแก้ปัญหาไม่เหมาะสม
	1 : ผิดพลาดในการคำนวณหาคำตอบ หรือ ตอบคำถามถูกต้องแต่ไม่ครบถ้วน
	2 : คำตอบถูกและระบุหน่วยของคำตอบถูกต้องทั้งหมด

ภาพประกอบ 16 เกณฑ์การให้คะแนนแบบวิเคราะห์

ข้อดีของการให้คะแนนแบบวิเคราะห์ คือ

1. เป็นการพิจารณาขั้นตอนของกระบวนการแก้ปัญหา ไม่ใช่พิจารณาเพียงคำตอบเท่านั้น

2. เป็นวิธีการกำหนดคุณค่าของงานนักเรียนด้วยตัวเลขที่ชัดเจน

3. ช่วยครูในการเน้นเฉพาะที่ จุดอ่อนและจุดแข็งของนักเรียนได้ตรงประเด็น

4. สเกลการให้คะแนนแบบวิเคราะห์สามารถปรับเปลี่ยนให้เหมาะสมได้

2.2.2 วิเคราะห์หลักสูตรการจัดการเรียนการสอนแคลคูลัส

งานวิจัยส่วนใหญ่จะศึกษาจากตำราเรียน และตรวจสอบการเปลี่ยนแปลงระหว่างเนื้อหาที่เรียนระดับมัธยมศึกษาและอุดมศึกษา และศึกษาวัฒนธรรมการเรียนรู้ทางคณิตศาสตร์ของแต่ละประเทศแต่ละสถาบันการศึกษาระดับมัธยมศึกษาและอุดมศึกษาของนักเรียนในประเทศต่างๆ

2.2.2.1 **การเรียนการสอนแคลคูลัสในประเทศฝรั่งเศส**

Törner, Potari, and Theodossios (2014) เป็นคณะผู้วิจัยที่อธิบายภาพรวมการสอนแคลคูลัสในห้องเรียนของประเทศยุโรป ขอบเขตการวิจัยนี้ถือได้ว่ามีข้อจำกัดอย่างมาก โดยเฉพาะอย่างยิ่ง คณะผู้วิจัยกลุ่มนี้ได้ใช้แบบสำรวจ small expert-based survey และการทบทวนวรรณกรรม (literature review) เพื่อติดตามพัฒนาการการสอนแคลคูลัสในสถานศึกษาของประเทศในทวีปยุโรป อีกทั้งยังได้ระบุความคล้ายคลึงกันและความแตกต่างที่พบในประเทศฝรั่งเศส การสอนเรื่องการวิเคราะห์อย่างเป็นทางการ ได้เริ่มต้นขึ้นตั้งแต่ระดับ Première (หรือเทียบเท่า Grade 11 / มัธยมศึกษาปีที่ 5) และมีความสัมพันธ์อย่างใกล้ชิดกับการสอนเรื่องฟังก์ชัน (functions) และลำดับ (sequences) ฟังก์ชั่นคือส่วนหนึ่งของหลักสูตรที่ชื่อ “การจัดการข้อมูลอย่างเป็นระบบ และฟังก์ชัน” ในระดับชั้น Troisième (หรือเทียบเท่ามัธยมศึกษาปีที่ 3 / Grade 9), หลักสูตร “Functions” in Seconde and finally “Analysis” ในระดับชั้น Première และระดับชั้น Terminale (Grade 11 และ 11) การเรียนการสอนหลักสูตรนี้คิดเป็นสัดส่วน 40% ของหลักสูตรทั้งหมด (Grade 10 และ Grade 11) และคิดเป็นสัดส่วน 50% ของการเรียนการสอนด้านวิทยาศาสตร์และเศรษฐศาสตร์ระดับ Terminale (Grade 12)

การศึกษาของ เวนเดบอค (Vandebrouck F, 2011) ช่วยระบุขั้นการพัฒนาการสอนการวิเคราะห์ ซึ่งประกอบไปด้วย 3 ขั้นการพัฒนา (Kuzniak, Montoya, Vandebrouck, & Vivier, 2015)

อย่างแรกจากระดับชั้น Troisième (เกรด 9) ไปจนถึงระดับชั้น Première (เกรด 11) นักเรียนคาดว่าจะพัฒนารูปแบบงานของการวิเคราะห์โดยตัวแทนของฟังก์ชันที่หลากหลาย (รวมถึงตารางการเปลี่ยนแปลง กราฟ และสูตรพีชคณิต) จะถูกนำมาใช้โดยไม่เน้นการใช้สูตรทาง

พีชคณิต งานนี้มีจุดประสงค์เพื่อให้นักเรียนมีแนวคิดฟังก์ชั่นให้เป็นแนวกว้าง ๆ โดยการทำให้เป็นตัวแทนสอดคล้องกันและการเชื่อมโยงฟังก์ชั่นไปยังความรู้เรื่องอื่นๆของคณิตศาสตร์ เช่น เรขาคณิต หรือสาขาอื่น ๆ เช่น ฟิสิกส์ หรือเศรษฐศาสตร์ ดังนั้นจึงมีการพัฒนากิจกรรมการสร้างแบบจำลองที่สนับสนุนโดยสิ่งประดิษฐ์ทางเทคโนโลยี เช่น ซอฟต์แวร์เรขาคณิตแบบไดนามิก หรือสเปรดชีต

จากระดับ Première (เกรด 11) สู่ระดับมหาวิทยาลัยซึ่งต้องมีความซับซ้อนมากขึ้น รูปแบบที่สองของการวิเคราะห์ คือการพัฒนาและเชื่อมโยงกับการดำเนินงานเกี่ยวกับพีชคณิตและนิพจน์ แนวคิดพื้นฐานที่ได้รับการแนะนำให้รู้จักอย่างค่อยเป็นค่อยไปคือ เรื่องลิมิต ลำดับ และการหาอนุพันธ์ และครั้งล่าสุดก็ถูกนำเสนอก่อนที่ความคิดของลิมิต โดยแนวคิดพื้นฐานเหล่านี้เกิดขึ้นจริงในเรื่องการนำเสนอฟังก์ชั่นจากสูตรพีชคณิตซึ่งมักเป็นพหุนาม หรือลอการิทึม วิธีการคิดเกี่ยวกับลิมิตเกิดขึ้นโดยไม่มีการกำหนดอย่างเป็นทางการ ดังนั้น การหาอนุพันธ์ของฟังก์ชันจึงถูกนำมาใช้ในระดับชั้นPremière (เกรด 11) แนะนำ "อนุพันธ์" คือการหาลิมิตของอัตราการเปลี่ยนแปลง $(f(\mathrm{a+h})-\mathrm{f(a)})/h$ เมื่อ h มีแนวโน้มเข้าใกล้ที่ 0 แต่ไม่มีการกำหนดคำจำกัดความของลิมิตในลำดับได้นำมาอธิบายในเกรด 12 ตัวอย่างเช่น มีการกล่าวว่า“ เพื่อบ่งชี้ว่า u_n มีแนวโน้มที่จะเข้าสู่ L เมื่อ n มีแนวโน้มที่จะเข้าสู่อนันต์ เราจะกล่าวว่าช่วงเปิดใด ๆ ที่มี L ประกอบด้วยค่าทั้งหมดของ u_n ” ในความเป็นจริงเมื่อมีการแนะนำแนวคิดเหล่านี้กิจกรรมส่วนใหญ่จะดำเนินการเกี่ยวกับการคำนวณตามนิพจน์ทางพีชคณิต ตามที่ระบุไว้โดย ครอป (Coppé & Yavuz, 2007) การใช้พีชคณิตสำหรับการศึกษาในหนังสือเรียนของเกรด 10 (จาก 30% ถึง 58% ขึ้นอยู่กับหนังสือเล่มนี้) ได้เข้ามามีอิทธิพลต่อหนังสือเรียนของเกรด 11 และ 12

ในปีแรกของการเรียนในมหาวิทยาลัยจะเห็นได้อย่างชัดเจนโดยเฉพาะอย่างยิ่งในการบรรยายจากอาจารย์มหาวิทยาลัย นี่เป็นครั้งแรกของการค้นพบกระบวนทัศน์ของการวิเคราะห์ที่ไม่มีการอ้างถึงพีชคณิตและกฎระเบียบใหม่ เช่น ปริมาณที่จำเป็นต้องใช้ในขณะนี้ การเปลี่ยนกระบวนทัศน์นี้ต้องใช้เทคนิคและวิธีการใหม่นั่นก็คือเทคนิคขอบเขตล่างและขอบบนที่เป็นการทำงานร่วมกันระหว่างเงื่อนไขที่จำเป็นกับมุมมองของฟังก์ชั่น รูปแบบใหม่ของงานนี้ใช้เทคนิคพีชคณิตแบบดั้งเดิมเช่นเดียวกับในการลดความซับซ้อนของนิพจน์ของพีชคณิตเพื่อหาลิมิตงานใหม่ที่ใช้นิพจน์เช่น “ใกล้เคียง” หรือ “ใกล้เคียงกว่า” จะไม่สามารถแก้ไขได้หากไม่ใช้คำบอกปริมาณเพื่อให้ทำงานกับนิพจน์ทางพีชคณิต พื้นฐานของรูปแบบที่เกี่ยวข้องกับความสมบูรณ์ของ R ภายใต้หนึ่งในสามของรูปแบบต่อไปนี้ การลู่เข้าของการเพิ่มขึ้นของของขอบบน หลักการของ Nested Interval หรือการลู่เข้าของลำดับ Cauchy

การวิจัยทั้งหมดนี้ได้แสดงให้เห็นว่าการเปลี่ยนแปลงระหว่างโรงเรียนมัธยมและมหาวิทยาลัยเป็นเรื่องที่วิเคราะห์ได้ยากมาก ในโรงเรียนมัธยมมีงานภายใต้รูปแบบ การพัฒนาและเชื่อมโยงกับการดำเนินงานเกี่ยวกับพีชคณิตและนิพจน์ ค่อนข้างเหมือนกันและมีความสำคัญต่อนิพจน์ทางพีชคณิต การมุ่งความสนใจไปที่รูปแบบของงานนี้จะนำไปสู่การขัดจังหวะของการมีส่วนร่วมที่เป็นไปได้ระหว่างการเป็นตัวแทนกึ่งสัญลักษณ์ที่แตกต่างกันในรูปแบบ การวิเคราะห์โดยตัวแทนของฟังก์ชันที่หลากหลาย โดยการขัดจังหวะของการมีส่วนร่วมกึ่งสัญลักษณ์นี้เกี่ยวข้องกับงานที่ทำเป็นประจำด้วยเทคนิคพีชคณิตที่อาจจำกัดการริเริ่มของนักเรียนและทำให้พวกเขาเข้าใจผิดเกี่ยวกับธรรมชาติของงานเชิงวิเคราะห์ทางคณิตศาสตร์ซึ่งดูเหมือนว่าจะเป็นการลดบางรูปแบบของพีชคณิตลง

เนื้อหาในมหาวิทยาลัยจะมุ่งเน้นไปที่การตรวจสอบความถูกต้องเชิงลึกที่สนับสนุนโดยกรอบอ้างอิงทางทฤษฎีที่สำคัญซึ่งนักเรียนไม่ได้เตรียมตัวในโรงเรียนมัธยม นอกจากนี้เรายังไม่เห็นเครื่องคำนวณการสร้างกราฟก็ยิ่งทำให้ยากต่อการแสดงภาพกราฟิกที่ไม่คุ้นเคยกับนักเรียนอีกด้วย การพัฒนาทางคณิตศาสตร์ขึ้นอยู่กับการมีปฏิสัมพันธ์ระหว่างมุมมองที่ต่างกันใน 2 แง่มุมซึ่งต้องการการจัดการที่ซับซ้อนบนพื้นฐานของการใช้สัญลักษณ์อย่างเป็นทางการในขณะเดียวกันก็ต้องเข้าใจว่าสิ่งเหล่านี้เกี่ยวข้องกับการงานในอดีตที่ที่มีต่อนิพจน์ทางพีชคณิต นอกจากนี้ยังเป็นที่น่าสังเกตว่าที่มหาวิทยาลัยมีงานน้อยมากเกี่ยวกับความคล่องในเชิงกระบวนวิธี

2.2.2.2 การจัดกาเรียนการสอนแคลคูลัสในประเทศเยอรมนี

แคลคูลัสในเยอรมนีเป็นปัญหาเกี่ยวกับหลักสูตรดั้งเดิม โดนในตอนต้นของศตวรรษที่ 20 Felix Klein ประสบความสำเร็จในการทำแคลคูลัสภาคบังคับในหลักสูตรสำหรับระดับมัธยมศึกษาตอนปลายอย่างน้อยตั้งแต่ปี 1927 ดังนั้นคณิตศาสตร์ที่โรงเรียนมัธยมจึงใช้แคลคูลัสเป็นหลัก

กรณีที่ 2 แม้จะมีการสอนเรขาคณิตวิเคราะห์ (รวมถึงรูปกรวย) แต่แคลคูลัส (การหาอนุพันธ์และการหาปริพันธ์) ยังคงเป็นเรื่องสำคัญโดยไม่มีการเปลี่ยนแปลงในขั้นต้นมานานหลายทศวรรษ แน่นอนว่ามีการอภิปรายและการสะท้อนความคิดเห็นเพิ่มขึ้นในยุค 70 ผ่านการเคลื่อนไหวของ คณิตศาสตร์แนวใหม่ และอิทธิพลขององค์ประกอบ Bourbaki element และมีความพยายามที่จะทำให้แคลคูลัสในระดับมหาวิทยาลัยประสบความสำเร็จได้ด้วยการลดเนื้อหาของวิชาแคลคูลัสลง

วันนี้เรขาคณิตเชิงวิเคราะห์แบบเก่าได้กลายมาเป็นพีชคณิตเชิงเชิงเส้น และกลายเป็นวิชาบังคับในโรงเรียนมัธยมปลาย และอย่างไรก็ตามแคลคูลัสยังคงมีอิทธิพลอย่าง

ต่อเนื่องในช่วง 20 ปีที่ผ่านมา ซอฟต์แวร์และเครื่องมือสมัยใหม่ได้ถูกนำมาใช้ในการคิดทบทวนเกี่ยวกับองค์ประกอบที่ควรนำมาสอน เป็นเครื่องมือช่วยในการสอนอย่างมีประสิทธิภาพ

2.2.2.3 **การจัดการเรียนการสอนแคลคูลัสในสหรัฐอเมริกา**

แคลคูลัสในสหรัฐอเมริกาถือเป็นหลักสูตรที่อยู่ในระดับมหาวิทยาลัยมาโดยตลอด และตอนนี้ก็ได้ถูกนำมาสอนในโรงเรียนมัธยม โดยส่วนใหญ่จะเรียนแคลคูลัสเป็นวิชาบังคับก่อน และนำหลักสูตรเดียวกันนี้มาสอนในมหาวิทยาลัยอีกครั้ง

ในช่วงต้นทศวรรษ 1950 College Board ได้จัดตั้งโปรแกรม Advanced Placement (AP®) เพื่อเป็นกลไกลในการอนุญาตให้นักเรียนมัธยมปลายที่พร้อมสำหรับการศึกษาระดับมหาวิทยาลัยสามารถเรียนวิชาดังกล่าวในโรงเรียนมัธยมของพวกเขาและได้รับการรับรองจากการสอบระดับชาติ เมื่อเรียนจบหลักสูตรเทียบเท่าระดับมหาวิทยาลัยแล้ว เป็นครั้งแรกแคลคูลัสได้เป็นหนึ่งในหลักสูตรดังกล่าว ในช่วง 2 ทศวรรษแรกมีนักเรียนที่อยู่ในกลุ่มชนชั้นสูงเพียงกลุ่มเล็กเท่านั้นที่จะได้เรียน

ในช่วงปลายทศวรรษ 1970 และการเร่งดำเนินการในช่วงทศวรรษที่ 1980 เจ้าหน้าที่การศึกษาของรัฐเริ่มเปิดสอนหลักสูตร Advanced Placement เพื่อยกระดับคุณภาพของโรงเรียนพวกเขามีแรงจูงใจที่เอื้อต่อการรวมหลักสูตรดังกล่าวในหลักสูตรของโรงเรียน และการหาช่องทางให้นักเรียน แม้ว่าจะมีความพยายามอย่างจริงจังในการเตรียมความพร้อมของโรงเรียนมัธยมในการสอนหลักสูตรเหล่านี้ แต่ผลลัพธ์ก็คือการเพิ่มจำนวนหลักสูตรที่เป็นแคลคูลัสแต่ในนามเท่านั้น โดยปี 1986 National Council of Teachers of Mathematics (NCTM) และ Mathematical Association of America (MAA) ได้รับการเตือนว่าพวกเขาได้ออกคำเตือน ที่เกี่ยวกับอันตรายของการเร่งให้นักเรียนเข้าสู่หลักสูตรแคลคูลัสโดยที่นักเรียนยังไม่มีความพร้อม ส่งผลทำให้พวกเขาเบื่อกับการเรียนแคลคูลัสที่มหาวิทยาลัย (Steen & Dossey, 1986) รายงานผลลัพธ์ขั้นต้นจากการสำรวจนักเรียนที่เรียนแคลคูลัสจะเน้นที่ภูมิหลังทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนรวมถึงแง่มุมของการสอนที่นำไปสู่โปรแกรมที่ประสบความสำเร็จ

การมีแคลคูลัสอยู่ในบันทึกผลการเรียนระดับมัธยมของนักเรียนนั้นมีความสัมพันธ์อย่างมากกับความสำเร็จในมหาวิทยาลัย เจ้าหน้าที่ฝ่ายธุรการรับทราบเรื่องนี้และผู้ปกครองก็ทราบว่าในไม่ช้ามันก็กลายเป็นปัจจัยในการตัดสินใจรับเข้าเรียนต่อ และทำให้นักเรียนบางคนอาจได้รับการให้ความช่วยเหลือทางการเงิน เมื่อนักเรียนเข้าเรียนวิชาแคลคูลัสในโรงเรียนมัธยม พ่อแม่ก็จะกดดันครูและผู้บริหารมากขึ้น อัตราการลงทะเบียนในวิชาแคลคูลัสมีอัตราการเติบโตในโรงเรียนมัธยมที่มากกว่า 13% ต่อปีในช่วงปี 1980 และมีอัตราการเกิดขึ้นอย่างช้า ๆ แต่ก็ยังคง

เติบโตใกล้ถึง 6% ต่อปี ผลที่ได้คือในปี 2014-2015 มีนักเรียนระดับมัธยมเข้าร่วมในวิชาแคลคูลัส มากกว่า 750,000 คนหรือเกือบหนึ่งในสี่ของรุ่นพี่ในโรงเรียนมัธยมทั้งหมดในสหรัฐอเมริกา โดยหนึ่งในสามของพวกเขากลับมาเรียนหลักสูตรนี้อีกครั้งเมื่อพวกเขาไปเรียนต่อมหาวิทยาลัย (Bressoud, Mesa, & Rasmussen, 2015)

ในสหรัฐอเมริกาได้มีการสอนวิชาแคลคูลัสในแผนการเรียนคณิตศาสตร์ของเกือบทุกมหาวิทยาลัย โดยมหาวิทยาลัยของรัฐที่สำคัญมีนักเรียนนับพัน ที่ลงทะเบียนเรียนในวิชาแคลคูลัสของแต่ละภาคเรียนซึ่งเป็นเหตุผลมากพอสำหรับคณะที่ต้องจัดการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนจำนวนมาก ถ้าลดขนาดจำนวนลงจะทำให้ประสบความสำเร็จโดยใช้หลักสูตรสำหรับการเลือกเรียนใน หลักสูตรแคลคูลัสในช่วงแรก แคลคูลัสจะถูกเพิ่มเข้าไปในสาขาวิชาวิทยาศาสตร์กายภาพและสาขาวิศวกรรมศาสตร์รวมถึงสาขาวิทยาศาสตร์ชีวิตและสาขาสังคมศาสตร์ เบรสซาว (Bressoud et al., 2015) จึงทำให้จำเป็นที่ต้องใช้ห้องบรรยายขนาดใหญ่ ผลที่ได้คือหลักสูตรมีปัญหา ทำให้กระบวนการจัดการเรียนการสอนไม่ประสบความสำเร็จ เนื่องจากนักเรียนมีความสนใจที่เรียนน้อยมาก ไม่เข้าใจแนวคิด ในการสำรวจขั้นสุดท้ายของแคลคูลัส I จากการสอบปลายภาค Tallman, Carlson, and Pearson (2016) พบว่ามากกว่า 85% ของตัวแปรที่ใช้ทดสอบมีความเกี่ยวข้องกับขั้นตอนเพียงแค่หนึ่งขั้น และสามารถหาคำตอบได้โดยใช้แค่เพียงความรู้พื้นฐานมาตอบคำถาม

ส่วนสำคัญในการเรียนการสอนวิชาแคลคูลัสของสหรัฐอเมริกา เป็นความพยายามในการปฏิรูปแคลคูลัสในช่วงต้นทศวรรษ 1990 การยอมรับในหนังสือเรียนเกือบทุกเล่ม และมหาวิทยาลัยส่วนใหญ่ที่ให้ความสำคัญกับภาพกราฟิกและตัวเลข นอกจากนี้ในช่วงหลายปีมานี้ก็จะได้เห็นการทดลองต่าง ๆ เช่น ห้องเรียนกลับด้าน การใช้ทรัพยากรออนไลน์ การแนะนำวิธีการเรียนรู้เชิงรุก และการพัฒนาหลักสูตรที่มุ่งเน้นไปที่สาขาวิชาเฉพาะ เช่น ชีววิทยา และหลักสูตรที่ออกแบบมาเพื่อตอบสนองความต้องการของนักเรียนที่เรียนวิชาแคลคูลัสในโรงเรียนมัธยม แต่ไม่ได้เตรียมพร้อมที่จะให้นักเรียนได้เรียนต่อในหลักสูตรต่อไป ตอนนี้แผนกคณิตศาสตร์ได้มีความพยายามดังต่อไปนี้

ในการสำรวจปี 2011 จากหน่วยงานอเมริกันที่ได้รับการยอมรับถึง 24 แห่งเกี่ยวกับการสอนแคลคูลัสพบว่า มีลิมิต 17 ข้อที่ระบุว่าเป็นแนวคิดหรือทักษะจากกรอบหลักสูตรของแคลคูลัสประยุกต์ ได้ระบุว่า ลิมิตเป็นหนึ่งในสี่แนวคิดสำคัญของแคลคูลัส และอีกแนวคิดหนึ่งคือการหาอนุพันธ์ การหาปริพันธ์ และทฤษฎีบทพื้นฐานของแคลคูลัสและอนุกรม เป็นการมุ่งเน้นที่ขีดจำกัดนี้ จึงสะท้อนถึงการรับรู้ว่าสิ่งเหล่านี้เป็นพื้นฐานในการทำความเข้าใจแคลคูลัส อาร์วี

(Ervynk, 1981; อ้างอิงจาก Williams, 1991) อย่างไรก็ตาม พบว่าหน่วยงานทั้ง 24 แห่งนี้ก็เห็นด้วยว่าอนุพันธ์เป็นแนวคิดสำคัญ โดยสองในสามแห่ง (n = 16) ได้พิจารณาถึงความสามารถอย่างคล่องแคล่วในการคำนวณทักษะที่จำเป็น ครึ่งหนึ่งของพวกเขา (n = 12) พิจารณาว่าอนุพันธ์เป็นอัตราการเปลี่ยนแปลงที่เป็นศูนย์กลาง มีเพียงหนึ่งในสาม (n = 7) ที่เน้นย้ำถึงการนำเสนอแบบกราฟิกของอนุพันธ์ นอกจากนี้ผู้เข้าร่วมเกือบทั้งหมดระบุว่าการหาปริพันธ์เป็นแนวคิดหลักของแคลคูลัส และครึ่งหนึ่งระบุว่าทฤษฎีบทพื้นฐานของแคลคูลัสเป็นเป้าหมายย่อยชั้นแรก ส่วนเป้าหมายย่อยในชั้นแรกอื่น ๆ ก็คือการทำความเข้าใจเกี่ยวกับการหาปริพันธ์ซึ่งผู้ตอบได้ระบุว่า“ (a) การหาปริพันธ์เป็นการเปลี่ยนแปลงหรือการเปลี่ยนแปลงสะสมทั้งหมด (b) การหาปริพันธ์เป็นพื้นที่ (c) เทคนิคของการหาอนุพันธ์

2.2.2.4 การจัดการเรียนการสอนแคลคูลัสในอุรุกวัย

ในอุรุกวัยแคลคูลัสเริ่มสอนในปีสุดท้ายของโรงเรียนมัธยม โดยการสอนเรื่องลิมิตและอนุพันธ์ ไม่กี่ทศวรรษที่ผ่านมาเป็นเรื่องปกติที่จะนำมารวมกับหัวข้ออื่น ๆ เช่น การหาปริพันธ์ลำดับ และอนุกรมและพหุนามของ Taylor ซึ่งปัจจุบันเปลี่ยนไปเรียนในหลักสูตรปีแรกของมหาวิทยาลัย ทุกวันนี้การสอบจะมุ่งเน้นไปที่ขั้นตอนการเตรียมความพร้อมเฉพาะ เช่น การคำนวณลิมิต และอนุพันธ์พร้อมกราฟิกของฟังก์ชันที่เกี่ยวข้อง

ดังนั้นการเปลี่ยนแปลงเนื้อหาของโรงเรียนมัธยมซึ่งเป็นการเปลี่ยนแปลงในระดับของคณิตศาสตร์และวุฒิภาวะของนักเรียนที่จะเข้าสู่มหาวิทยาลัยจึงมีผลกระทบที่สำคัญต่อหลักสูตรแคลคูลัสในปีแรกของมหาวิทยาลัย ตัวอย่างเช่น พวกเขาเริ่มทบทวนหัวข้อจากโรงเรียนมัธยม (เช่น ฟังก์ชั่น ลิมิต และอนุพันธ์) ซึ่งโดยปกติจะใช้เวลาครึ่งภาคเรียนหรือมากกว่านั้น หลังจากนั้นหลักสูตรแคลคูลัส I ก็จะเสร็จสิ้นพร้อมกับการหาปริพันธ์และพหุนามของ Taylor บางครั้งหัวข้อเหล่านี้ได้รับการเติมเต็มด้วยสมการการหาอนุพันธ์อย่างง่ายสองสามอย่างคือการแยกตัวแปรและโดยส่วนใหญ่จะรวมอยู่ในหลักสูตรเพื่อสนับสนุนการนำไปใช้ในหลักสูตรฟิสิกส์

เมื่อพิจารณาข้อเท็จจริงเหล่านี้แล้วคาดว่าหลักสูตรแคลคูลัส 1 ของมหาวิทยาลัยน่าจะประกอบด้วย

- อนุพันธ์เป็นความชันของแทนเจนต์ของฟังก์ชัน ณ จุดที่กำหนด
- อนุพันธ์ของพหุนาม ฟังก์ชันตรีโกณมิติ เลขชี้กำลัง และฟังก์ชันลอการิทึม
- อนุพันธ์ของผลรวม การหาอนุพันธ์ ผลลัพธ์ และผลหารของฟังก์ชัน
- อนุพันธ์ของฟังก์ชันคอมโพสิต
- ฟังก์ชั่นโมโนโทน (การเพิ่มและลดฟังก์ชั่น)

•จุดคงที่ (สูงสุด, ต่ำสุดและจุดหักเห)

•การใช้การทดสอบอนุพันธ์ครั้งที่ 2 เพื่อหาค่าระหว่างค่าสูงสุดและค่าต่ำสุด

•ค้นหาสมการของแทนเจนต์

•การหาปริพันธ์เป็นสิ่งที่ตรงกันข้ามกับการหาอนุพันธ์

•คุณสมบัติของปริพันธ์และทฤษฎีบทหลัก

•การหาปริพันธ์ของพหุนาม ฟังก์ชันตรีโกณมิติ เลขชี้กำลัง และฟังก์ชันอย่างง่ายอื่น ๆ

•การหาปริพันธ์ทีละส่วน

•การหาปริพันธ์โดยการแทนค่า

•การรวมฟังก์ชั่นตรรกยะ

•การหาปริพันธ์ไม่ตรงแบบและหลักการลู่เข้า

•การค้นหาพื้นที่ในขอบเขต

•การค้นหาปริมาตรในการหมุนรอบ x หรือแกน y

•ชื่อพหุนาม Taylor และ MacLaurin

•ลำดับ อนุกรม และการลู่เข้า

•การแก้โจทย์ทั่วไปและการแก้โจทย์เฉพาะของสมการเชิงอนุพันธ์

นอกจากนี้ยังมีปัญหาอื่น ๆ ที่สมควรได้รับการพิจารณา ตัวอย่างเช่น การไม่อนุญาตให้ใช้เครื่องคิดเลขอิเล็กทรอนิกส์ในหลาย ๆ คณะที่ UdelaR (มหาวิทยาลัยรัฐ) อย่างน้อยก็ในหลักสูตรคณิตศาสตร์ชั้นปีแรก ในสถาบันส่วนใหญ่นักเรียนจะได้รับอนุญาตให้อ่านหนังสือ อ่านตารางอนุพันธ์และปริพันธ์ ฯลฯ ในระหว่างการสอบในขณะที่คนอื่น ๆ คาดว่าจะทำการสอบโดยใช้ดินสอและยางลบเท่านั้น

ในทศวรรษที่ผ่านมาของศตวรรษที่ 20 การสอบ แคลคูลัส I แบ่งออกเป็นสองส่วน คือ การสอบเชิงปฏิบัติ และ การสอบเชิงทฤษฎี ในหลาย ๆ คณะนี่เป็นเพียงการฝึกความจำซึ่งประกอบด้วยการจดจำการสาธิตเกี่ยวกับทฤษฎีหลัก ขณะที่คณะอื่น ๆ ในการสอบส่วนนี้เป็นที่ต้องการอย่างมากเนื่องจากนักเรียนคาดหวังว่าจะใช้ความคิดที่พัฒนาขึ้นในชั้นเรียนเพื่อแสดงคุณสมบัติหรือการพิสูจน์แย้ง “การสอบเชิงทฤษฎี” เหล่านี้เกือบจะหายไปและตอนนี้ทฤษฎีจะไม่นำมาประเมินหรือ แต่อาจจะเป็นการประเมินทางอ้อมโดยการถามผู้เรียนเกี่ยวกับการนำทฤษฎีบทหรือคุณสมบัติใดมาใช้ในการแก้โจทย์ จากผลลัพธ์เป็นความเห็นในหมู่นักเรียนที่ว่าไม่

จำเป็นต้องใช้องค์ความรู้เชิงทฤษฎีเพื่อให้ผลการสอบออกมาดี แต่จะมีประโยชน์ก็ต่อเมื่อนักเรียนพยายามที่จะทำให้ได้คะแนนที่ดี ไม่ว่าด้วยเหตุผลใด ๆ (เช่น ได้รับทุนการศึกษา)

คุณสมบัติเฉพาะอีกอย่างหนึ่งและยังเป็นกิจกรรมเพื่อสุขภาพก็คือการมีสถาบันเอกชนที่เตรียมความพร้อมให้กับนักเรียนสำหรับการสอบและการสอบกลางภาค สำหรับสถาบันเหล่านี้แคลคูลัส 1 อาจเป็นแหล่งที่จะทำให้ได้เงินทุนที่สำคัญที่สุดเพื่อเป็นทุนในการศึกษาต่อ

สุดท้ายการสร้างแบบจำลองและการประยุกต์ใช้หลักสูตรแคลคูลัสถือว่าไม่ธรรมดา สถานการณ์ก็จะคล้ายกับการใช้เทคโนโลยี ในกรณีส่วนใหญ่ทั้งสองอย่างนี้จะถูกเลื่อนออกไปเป็นหลักสูตรชั้นปี 2 เช่นสมการเชิงอนุพันธ์หรือทฤษฎีจำนวน

2.2.2.5 การจัดการเรียนการสอนแคลคูลัสในสิงคโปร์

ในสิงคโปร์การเรียนการสอนแคลคูลัสเริ่มต้นในระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย (เกรด 9 และ 10) ซึ่งเป็นส่วนหนึ่งของหลักสูตร GCE O Level โดยพิจารณาว่าแคลคูลัสเป็นหนึ่งในสามของการจัดสายการศึกษาต่อ โดยครอบคลุมเนื้อหาที่ประกอบด้วยพีชคณิตเรขาคณิต ตรีโกณมิติ และแคลคูลัส ซึ่งใช้เวลาประมาณ 15% ของหลักสูตร โดยสองในสี่มีวัตถุประสงค์ที่ระบุไว้ของหลักสูตรคณิตเสริมดูเหมือนจะเป็นการกระตุ้นการเรียนรู้แคลคูลัสในช่วงแรกดังนี้

•ได้รับแนวคิดและทักษะทางคณิตศาสตร์สำหรับการศึกษาที่สูงขึ้นในวิชาคณิตศาสตร์และเพื่อสนับสนุนการเรียนรู้ในวิชาอื่น ๆ โดยเฉพาะอย่างยิ่งวิทยาศาสตร์

•เชื่อมโยงความคิดภายในคณิตศาสตร์และระหว่างคณิตศาสตร์และวิทยาศาสตร์ผ่านการประยุกต์ใช้คณิตศาสตร์

นักเรียนที่เรียนวิชาฟิสิกส์ในระดับเกรด A จำเป็นต้องมีแคลคูลัสและในหลักสูตรคณิตศาสตร์ของสิงคโปร์ซึ่งอาศัยวิธีการแบบวงก้อนหอยเพื่อให้สอดคล้องกับหัวข้อและหัวข้อที่มีประโยชน์มากที่สุด แคลคูลัสต้องเริ่มเรียนก่อนเพื่อที่จะนำไปใช้เรียนเพื่อสนับสนุนการเรียนรู้วิชาฟิสิกส์ นอกจากนี้นักเรียนบางคนย้ายไปยังหลักสูตรวิศวกรรมในโพลีเทคนิคหลังจากระดับ O ของพวกเขาและแคลคูลัสพื้นฐานที่พวกเขาได้เรียนรู้ก็มีความจำเป็นสำหรับหลักสูตรเหล่านี้ แคลคูลัสในคณิตศาสตร์เสริมประกอบด้วย

•อนุพันธ์ของ $f(x)$ เป็นแทนเจนต์ของ $y = f(x)$ ที่จุดนั้น

•อนุพันธ์ตามอัตราการเปลี่ยนแปลง

•อนุพันธ์ของ $x^n, \sin(\mathrm{x}), \cos(\mathrm{x}), \tan(\mathrm{x}), a^x, e^x, \ln x$

•อนุพันธ์ของผลคูณและผลหารของฟังก์ชัน

•อนุพันธ์ของฟังก์ชันคอมโพสิต

•ฟังก์ชั่นการเพิ่มและลด

•จุดคงที่ (จุดสูงสุด และจุดต่ำสุดและจุดเปลี่ยนเว้า)

•การใช้การทดสอบอนุพันธ์ครั้งที่ 2 เพื่อหาค่าสูงสุดและค่าต่ำสุด

•การใช้การหาอนุพันธ์กับอัตราการเปลี่ยนแปลงของเกรเดียนท์ แทนเจนต์ และค่าปกติ และการแก้ปัญหาของค่าสูงสุดและค่าต่ำสุด

•การหาปริพันธ์ของ $x^n, \sin(x), \cos(x), \tan(x), a^x, e^x, \ln x$

•การหาปริพันธ์แบบไม่จำกัดเป็นพื้นที่ภายใต้เส้นโค้ง

•การค้นหาพื้นที่แบบมีขอบเขตระหว่างเส้นโค้งและเส้นตรง

•การประยุกต์ใช้การหาอนุพันธ์และการหาปริพันธ์กับปัญหาที่เกี่ยวข้องกับการแทนที่ ความเร็ว และการเคลื่อนที่ของอนุภาคที่เคลื่อนที่เป็นเส้นตรง

วัตถุประสงค์ตามที่ระบุไว้ในหลักสูตรคณิตศาสตร์เสริมเป็นผลมาจากหลักสูตรคณิตศาสตร์ระดับ A โดยแคลคูลัสในระดับนี้ประกอบด้วย

•ลำดับ อนุกรม และการลู่เข้า

•การหาอนุพันธ์ของฟังก์ชั่นอย่างง่ายที่กำหนดโดยปริยายหรือโดยพารามิเตอร์

•การค้นหาคะแนนสูงสุดและต่ำสุดโดยใช้เครื่องคำนวณการสร้างกราฟ

•การหาค่าประมาณของอนุพันธ์ ณ จุดที่กำหนดโดยใช้เครื่องคำนวณการสร้างกราฟ

•การค้นหาสมการของแทนเจนต์ และค่าปกติของเส้นโค้ง

•อัตราการความต่อเนื่องของปัญหาการเปลี่ยนแปลง

•อนุกรมของ Maclaurin

•การหาอินทิเกรตของ $\frac{f'(x)}{f(x)}, \sin^2 x, \cos^2 x, \tan^2 x, \frac{1}{a^2+x^2}, \frac{1}{a^2-x^2}, \frac{1}{\sqrt{a^2-x^2}}$

•การหาอินทิเกรตโดยการแทนที่ค่าที่กำหนด

•การหาอินทิเกรตทีละส่วน

•การค้นหาพื้นที่ใต้เส้นโค้งที่กำหนดตามพารามิเตอร์

•การค้นหาปริมาตรในการหมุนแกน x หรือแกน y

•การหาค่าประมาณของอนุพันธ์แบบจำกัดโดยใช้เครื่องคำนวณการสร้างกราฟ

•การแก้ปัญหาทั่วไปและการแก้ปัญหาเฉพาะของสมการเชิงอนุพันธ์

•การกำหนดสมการเชิงอนุพันธ์จากสถานการณ์ปัญหา

•การตีความสมการเชิงอนุพันธ์และการแก้ปัญหาในแง่ของสถานการณ์ปัญหา

การใช้เครื่องคำนวณการสร้างกราฟนั้นเป็นสิ่งที่คาดหวังและในความเป็นจริงก็มีความจำเป็นสำหรับการประเมินบางอย่าง เครื่องคำนวณการสร้างกราฟยังใช้เพื่อเพิ่มประสิทธิภาพการสอนโดยการสร้างกราฟ อนุพันธ์ และพื้นที่ภายใต้ส่วนโค้งทำให้มองเห็นได้ง่ายขึ้น โดยการเชื่อมโยงสมการเชิงอนุพันธ์กับสถานการณ์ปัญหา เครื่องคำนวณการสร้างกราฟยังมีจุดประสงค์เพื่อเชื่อมต่อแคลคูลัสกับการประยุกต์ใช้กับชีวิตจริง

นักศึกษาระดับปริญญาตรีที่กำลังเรียนสาขาวิศวกรรมศาสตร์และวิทยาศาสตร์ในมหาวิทยาลัยของรัฐในสิงคโปร์คาดว่าจะได้เรียนวิชาแคลคูลัสในวิชาคณิตศาสตร์ระดับ A หรือเทียบเท่าในสาขาโพลีเทคนิค ดังนั้นนักเรียนจากต่างประเทศ (รวมถึงประเทศจีน) จะต้องลงเรียนหลักสูตรแคลคูลัสก่อนลงทะเบียนเรียนในหลักสูตรวิศวกรรมศาสตร์และวิทยาศาสตร์ โดยหลักสูตรแคลคูลัสในโปรแกรมคณิตศาสตร์ระดับปริญญาตรีมีจุดประสงค์เพื่อนำไปสู่การวิเคราะห์และหลักสูตรการบูรณาการขั้นสูงเพิ่มเติม

2.2.2.6 **การจัดการเรียนการสอนแคลคูลัสในเกาหลีใต้**

แคลคูลัสในเกาหลีใต้ถือเป็นส่วนที่สำคัญและสำคัญที่สุดของคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษา ครูคณิตศาสตร์และผู้เชี่ยวชาญในสาขาวิชาคณิตศาสตร์ไม่เพียงแต่ให้ความสำคัญในทางคณิตศาสตร์ แต่ยังมีความจำเป็นเพื่อการใช้งานที่หลากหลายและการเชื่อมโยงกับการศึกษาที่สูงขึ้น จึงเป็นผลให้แคลคูลัสไม่เคยถูกแยกออกจากการทดสอบความถนัดทางวิชาการของเกาหลี (KSAT) สถานะของแคลคูลัสนี้ทำให้นักเรียนมัธยมศึกษาต้องเรียนแคลคูลัสจนถึงระดับหนึ่ง ซึ่งรวมถึงผู้ที่ไม่ต้องการศึกษาต่อในสาขาวิทยาศาสตร์หรือวิศวกรรมศาสตร์ อย่างไรก็ตามบางครั้งก็มีการโต้เถียงกันว่าต้องสอนแคลคูลัสให้นักเรียนทุกคนโดยไม่คำนึงถึงการศึกษาต่อใช่หรือไม่ เมื่อเร็ว ๆ นี้มีการอภิปรายเกี่ยวกับปัญหาในการเรียนคณิตศาสตร์ เช่น นักเรียนที่เลิกเรียน ความพึงพอใจทางวิชาการในระดับต่ำเมื่อเทียบกับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนในระดับสูง การเรียนที่มุ่งเน้นการคำนวณแบบท่องจำ การแข่งขันและแรงกดดันต่างๆในวิชาคณิตศาสตร์สำหรับโรงเรียนเอกชน

นักเรียนเกาหลีส่วนใหญ่เริ่มเรียนแคลคูลัสในปีที่ 2 (เกรด 11) ที่โรงเรียนมัธยมโดยสอนตามหลักสูตรระดับชาติในปัจจุบันซึ่งประกอบด้วยลิมิตของลำดับ ลิมิตของฟังก์ชั่น การหาอนุพันธ์ และการหาปริพันธ์ สิ่งเหล่านี้จะอยู่ใน 2 วิชาคือ แคลคูลัส 1 และแคลคูลัส 2 โรงเรียนมัธยมของเกาหลีส่วนใหญ่ได้นำเสนอการสอนนี้ใน 2 คณะ คือ Liberal Arts (LA) และ Natural Sciences (NS) โดยนักเรียนทั้งสองคณะจะเรียนรู้ในแบบเดียวกัน โดยเฉพาะอย่างยิ่งเนื่องจากลิมิต ถูกกำหนดโดยการไม่มีวิธี $\varepsilon-\delta$ ดังนั้นสัดส่วนขนาดใหญ่ของแนวคิดแคลคูลัสจึงมีความ

เข้มข้นน้อยและสอนในระดับที่ไม่เข้มข้นนักในขณะที่ระดับของความยากลำบากในการคำนวณยังคงสูง

ทั้งนี้ได้มีการปรับปรุงแก้ไขหลักสูตรระดับชาติรวมถึงแคลคูลัสอย่างต่อเนื่อง หลักสูตรระดับชาติครั้งที่ 7 ซึ่งประกาศในปี 1997 และดำเนินการในปี 2002 ได้อนุญาตให้นักเรียนเลือกว่าจะใช้ส่วนแคลคูลัสของ KSAT หรือไม่ซึ่งหมายความว่าส่วนแคลคูลัสของการสอบเข้ามหาวิทยาลัยจะลดน้อยลงถึงแม้จะยังมีหัวข้อที่เกี่ยวข้องกับแคลคูลัสก็ตาม

หลักสูตรต่อไปนี้ (หลักสูตรการศึกษาแห่งชาติฉบับแก้ไขในปี 2007) ได้ประกาศในปี 2006 และดำเนินการในปี 2009 แคลคูลัสกลายเป็นข้อบังคับย่อยสำหรับนักเรียนทั้งสองคณะ นักเรียนคณะ LA จะได้เรียนการหาอนุพันธ์และการหาริพันธ์ของฟังก์ชั่นพหุนาม ขณะที่นักเรียนคณะ NS ได้เรียนเลขชี้กำลัง ลอการิทึม และฟังก์ชั่นตรีโกณมิติ

หลักสูตรการศึกษาแห่งชาติฉบับแก้ไขในปี 2009 เป็นหลักสูตรที่ประกาศในปี 2009 และมีผลบังคับใช้ตั้งแต่ปี 2011 โดยเน้นไปที่ "กระบวนการทางคณิตศาสตร์" ซึ่งประกอบด้วยแคลคูลัส 1 ซึ่งครอบคลุมแคลคูลัสของฟังก์ชันพหุนามและแคลคูลัส 2 ซึ่งเป็นฟังก์ชั่นอดิศัย โดยจะพัฒนาไปสู่วิชาขั้นสูงขึ้น ผู้ที่ต้องการศึกษาต่อสามารถเรียนรู้การใช้แคลคูลัสขั้นสูง เช่น สมการเชิงอนุพันธ์ และการหาอนุพันธ์ทีละส่วนในคณิตศาสตร์ขั้นสูง 2

การประกาศหลักสูตรการแก้ไขแห่งชาติปี 2015 ได้ประกาศในปี 2018 และให้มีผลบังคับใช้ภายในปี 2018 ในหลักสูตรคณิตศาสตร์ล่าสุดได้พยายามลดจำนวนเนื้อหาโดยรวม หลักสูตรแคลคูลัสของเกาหลีได้นิยามให้การหาปริพันธ์เป็นลิมิตของผลรวมของ Riemann และต่อมาเป็นลิมิตของลำดับ ลิมิตของฟังก์ชัน การหาอนุพันธ์ และการหาปริพันธ์ แต่หลักสูตรใหม่ได้แสดงให้เห็นว่าเรานิยามให้การหาปริพันธ์แบบจำกัดโดยไม่มีลิมิตของลำดับ เป็นคำตอบต่อคำวิจารณ์ที่ว่านักเรียนจำนวนมากคำนวณจากการท่องจำโดยไม่เข้าใจว่ามันไม่ครอบคลุมนิยามของคำว่าการหาปริพันธ์แบบจำกัดโดยใช้ผลรวมของอนุกรม การนิยามการหาปริพันธ์แบบจำกัดของ C จาก a ถึง b' เป็น $F'(B)-\mathrm{F}'(\mathrm{A})$ โดยที่ $F(x)$ เป็นการหาปริพันธ์แบบไม่จำกัดของ $F(x)$ แต่การแนะนำและคำอธิบายอาจแตกต่างกันไป

แม้จะยังไม่ถูกค้นพบว่าวิธีการใหม่ในการกำหนดการหาปริพันธ์แบบจำกัดขอบเขตช่วยลดความยากของนักเรียนในการเรียนตามแนวทางเดิมหรือไม่ แต่อย่างไรก็ตามจากการปรับปรุงหลักสูตรแคลคูลัสอย่างต่อเนื่อง ผู้สอนวิชาคณิตศาสตร์ในเกาหลีใต้จึงได้หาแนวทางเพื่อตอบสนองต่อความกังวลใจ เกี่ยวกับความยากที่นักเรียนต้องเผชิญในการเรียนแคลคูลัสและ และเพื่อปรับปรุงการเรียนแคลคูลัสให้ง่ายขึ้น ครูคณิตศาสตร์กำลังหาแนวทางแก้ปัญหาแคลคูลัสที่

สะท้อนถึงสถานการณ์จริง และพยายามพัฒนาการบรรยายแบบเดิมด้วยการผสมผสานเทคโนโลยีกราฟิก เช่น เครื่องคำนวณการสร้างกราฟ GeoGebra และ GSP ในทำนองเดียวกันครูคณิตศาสตร์และนักวิจัยชาวเกาหลีใต้ก็พยายามทำการวิจัยเกี่ยวกับวิชาคณิตศาสตร์ที่เน้นนักเรียนเป็นศูนย์กลางเพื่อให้นักเรียนบรรลุผลการเรียนรู้

2.2.2.7 การจัดการเรียนการสอนแคลคูลัสในแคลคูลัสในฮ่องกง

ระบบการศึกษาของฮ่องกงประกอบด้วยประถมศึกษา 6 ปี มัธยมศึกษาตอนต้น 3 ปี และมัธยมศึกษาตอนปลาย 3 ปี การเรียนการสอนแคลคูลัสเริ่มต้นในช่วงมัธยมศึกษาตอนปลาย หลักสูตรคณิตศาสตร์ของมัธยมศึกษาตอนปลายประกอบด้วยภาคบังคับและภาคเสริมที่มีสองโมดูล โดยภาคบังคับของวิชาคณิตศาสตร์มีความหมายสำหรับนักเรียนในระดับมัธยมศึกษาตอนที่ 4 - 6 (เกรด 10 -12) ทุกคน ในขณะที่ทั้งสองโมดูลในภาคเสริมนั้นถูกออกแบบมาเพื่อรองรับนักเรียนที่ต้องการศึกษาเพิ่มเติมซึ่งต้องใช้คณิตศาสตร์มากขึ้น หรือความต้องการตามอาชีพในสาขาต่าง ๆ เช่น วิทยาศาสตร์ธรรมชาติ วิทยาศาสตร์คอมพิวเตอร์ เทคโนโลยีหรือวิศวกรรม นักศึกษาที่มีความต้องการดังกล่าวสามารถเลือกอย่างน้อยหนึ่งในสองโมดูลเพื่อเพิ่มเติมในวิชาคณิตศาสตร์ ทั้งสองโมดูลคือโมดูล 1 (แคลคูลัสและสถิติ) และโมดูล 2 (พีชคณิตและแคลคูลัส) ซึ่งการสอนเรื่องแคลคูลัสคิดเป็น 47.2% และ 49.6% ของหลักสูตรในแง่ของชั่วโมงการสอนที่แนะนำ ส่วนในการสอบทั่วไปในปี 2015 มีผู้สมัครทั้งหมด 5.7% และ 8.3% ของการสอบของโมดูล 1 และโมดูล 2 ตามลำดับ

จากแนวคิดของฟังก์ชั่นพร้อมกับการเป็นตัวแทนที่แตกต่างกันและการเปลี่ยนแปลงของฟังก์ชั่นซึ่งควรจะเข้าใจได้ดีในภาคบังคับ โมดูลที่ 1 และ 2 ยังคงดำเนินต่อไปตามแนวคิดของลิมิตและการนิยามที่ไม่เป็นทางการ จากนั้นจะค่อย ๆ แนะนำแนวคิดและเทคนิคของการหาอนุพันธ์และการหาปริพันธ์

เมื่อเปรียบเทียบกับโมดูล 1 โมดูล 2 จะเน้นความแม่นยำทางคณิตศาสตร์มากกว่าการประยุกต์ใช้ ตัวอย่างเช่น การค้นหาอนุพันธ์ของฟังก์ชั่นจากหลักการแรก ถูกรวมไว้ในโมดูล 2 แต่ไม่มีในโมดูล 1 ในทางตรงกันข้ามกฎรูปสี่เหลี่ยมคางหมูจะครอบคลุมในโมดูล 1 แต่ไม่ใช่ในโมดูล 2 การทดสอบอาจเผยให้เห็นถึงความแตกต่างในการเน้นหลักสูตร ในการสอบทั่วไปปี 2015 ผู้สมัครในโมดูล 2 ต้องประเมินค่าการหาปริพันธ์ $\int_1^9 \frac{1}{\sqrt{x}e^{2\sqrt{x}}}dx,\ \int x^2 \ln dx,\ \int_4^{10}\left(14-\frac{x^2+12}{x-2}\right)dx$ ในขณะที่ Module 1 การหาปริพันธ์ของ $\int \frac{t}{t+1}dt$ มีความซับซ้อนมากที่สุด ยิ่งกว่านั้นทั้งสองคำถามในโมดูล 1 ยังเกี่ยวข้องกับการใช้ฟังก์ชั่นคณิตศาสตร์ในการสร้างโมเดลสถานการณ์จริงแต่

ไม่มีปัญหากับการนำไปประยุกต์ใช้กับโมดูล 2 ศักยภาพของนักเรียนจากการสอบทั่วไปในภาคบังคับ โมดูล 1 และโมดูล 2 จะแยกรายงานเพื่ออำนวยความสะดวกในการสมัครเข้าเรียนหลักสูตรระดับปริญญาตรีที่แตกต่างกัน เช่น วิศวกรรมศาสตร์ คณิตศาสตร์ประกันภัย และการเงินเชิงปริมาณ

2.3 วิเคราะห์หาประสิทธิภาพของสื่อวิธีสอนหรือนวัตกรรม (บุญชม ศรีสะอาด, 2553, น. 153-156)

เมื่อสู่ทำการพัฒนาสื่อการเรียนการสอนหรือวิธีสอนหรือนวัตกรรมจำเป็นอย่างยิ่งที่ต้องทำการทดลองใช้และหาประสิทธิภาพของสิ่งที่พัฒนาเพื่อที่จะมั่นใจในการที่จะนำไปใช้ต่อไปการหาประสิทธิภาพที่นิยมใช้เกณฑ์ 80/80 ซึ่งมี 2 วิธีดังนี้

1. แนวที่ 1 พิจารณาผู้เรียนจำนวนมาก (ร้อยละ 80) สามารถบรรลุผลในระดับสูง (ร้อยละ 80)

กรณีที่เป็นมัดเป็นนวัตกรรมสั้นๆใช้เวลาน้อยเนื้อหาสอนมีเรื่องเดียวเช่น ชุดการสอน 1 บทใช้เวลาสอน 1 ชั่วโมงเป็นต้นเกณฑ์ 80/80 หมายถึง มีไม่ต่ำกว่า 80% ของทุเรียนที่ทำได้ไม่ต่ำกว่า 80% ของคะแนนเต็ม ดังตัวอย่างซึ่งเป็นผลการสอบวัดหลังจากการทดลองสอนโดยใช้ชุดการสอนที่ครูสร้างขึ้น

ตาราง 3 ผลการสอบวัดของผู้เรียน 5 คน หลังการทดลองสอนโดยใช้ชุดการสอน

ผู้เรียน	คะแนนที่ได้
ก.	8
ข.	10
ค.	9
ง.	9
จ.	7

จากตาราง 3 จะเห็นว่าจากคะแนนเต็ม 10 คะแนนผู้ที่สอบได้ 8 คะแนนถึง 10 คะแนนเป็นผู้ที่สอบได้ไม่ต่ำกว่า 80% เขียนว่ามี 4 คนคือ ก ข ค ง และ จ ทั้งหมด 5 คนนั่นคือมีถึง 80% ของผู้เรียนทั้งหมดที่สอบได้ไม่ต่ำกว่าร้อยละ 80 % แสดงว่าชุดการสอนที่สร้างมีคุณภาพตามเกณฑ์ 80/80 เหตุผลเบื้องต้นหลังการกำหนดเกณฑ์ 80/80 คือการที่สิ่งที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นสามารถ

ช่วยให้ผู้เรียนตั้งแต่ร้อยละ 80 ขึ้นไปบรรลุผลได้ถึงระดับร้อยละ 80 ของคะแนนเต็ม ย่อมชี้ถึงการมีประสิทธิภาพสูง

2. แนวที่ 2 พิจารณาจากผลระหว่างดำเนินการและผลเมื่อสิ้นสุดดำเนินการโดยเฉลี่ยอยู่ในระดับสูง (เช่น ร้อยละ 80)

กรณีใช้สอนหลายครั้งมีเนื้อหาสาระมากเช่น 3 บทขึ้นไปมีการวัดผลระหว่างเรียน (Formative) หลายครั้งตั้งเกณฑ์ 80/80 หมายความอย่างนี้

80 ตัวแรก เป็นสิทธิภาพของกระบวนการ (E_1)

80 ตัวหลัง เป็นประสิทธิภาพของผลโดยรวม (E_2)

$$E_1 = \frac{\frac{\sum X}{N}}{A} \times 100$$

$$E_2 = \frac{\frac{\sum Y}{N}}{B} \times 100$$

เมื่อ E_1 แทน ประสิทธิภาพของแผนการจัดการเรียนรู้

E_2 แทน ประสิทธิภาพของแผนการจัดการเรียนรู้คิดเป็นร้อยละจากการทำแบบทดสอบหลังเรียน เนื้อหาครบถ้วนแล้ว

$\sum X$ แทน คะแนนรวมของผู้เรียนหลังทำแบบทดสอบท้ายหน่วยการเรียน

$\sum Y$ แทน ผลรวมของคะแนนจากการทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน

N แทน จำนวนกลุ่มทดลอง

A แทน จำนวนคะแนนเต็มของแบบทดสอบท้ายหน่วยการเรียนรู้

B แทน คะแนนเต็มของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน

ประสิทธิภาพจึงเป็นร้อยละของค่าเฉลี่ยเมื่อเทียบกับคะแนนเต็มจึงต้องมีค่าสูงจึงจะชี้ถึงประสิทธิภาพได้กรณีนี้ใช้ร้อยละ 80

80 ตัวแรก เป็นประสิทธิภาพของกระบวนการเกิดจากการนำคะแนนที่สอบได้ระหว่างดำเนินการ (นั้นคือระหว่างเรียนหรือระหว่างทดลอง) มาหาค่าเฉลี่ยแล้วเทียบเป็นร้อยละซึ่งต้องได้ไม่ต่ำกว่าร้อยละ 80

80 ตัวหลัง ซึ่งเป็นประสิทธิผลซึ่งเป็นประสิทธิภาพของผลโดยรวมเกิดจากการนำคะแนนจากการวัดรวมเมื่อสิ้นสุดการสอนหรือสิ้นสุดการทดลองมาหาค่าเฉลี่ยแล้วเทียบเป็นร้อยละซึ่งต้องไม่ได้ซึ่งต้องได้ไม่ต่ำกว่าร้อยละ 80

แนวคิดเกี่ยวกับเกณฑ์กำหนดเกณฑ์

1. การกำหนดเกณฑ์ประสิทธิภาพสามารถกำหนดได้หลายหลากหลายขึ้นกับครูผู้วิจัยจะกำหนดถ้าต้องการประสิทธิภาพสูงก็กำหนดค่าไว้สูงเช่น 90/90 แต่การกำหนดเกณฑ์ไว้สูงอาจพบปัญหาว่าไม่สามารถบรรลุเกณฑ์ที่กำหนดไว้การที่จะทำให้ผู้เรียนส่วนมากทำคะแนนได้ส่วนเต็มมีค่าเฉลี่ยจนเต็มคือร้อยละ 90 ขึ้นไปไม่ว่าไม่ใช่เรื่องง่ายดังนั้นจึงไม่ค่อยพบว่าตั้งเกณฑ์ 90/90 ในงานวิจัยบางเรื่องต้องเก็บไว้ต่ำกว่า 80 ทั้งด้านกระบวนการและผมโดยรวมซึ่งเกม 70/70 ทั้งนี้เนื่องจากเห็นว่าเรื่องนั้นโดยธรรมชาติแล้วเป็นเรื่องที่ยากเช่นวิชาเรขาคณิตเป็นต้นการตั้งเกณฑ์ไว้สูงจะพบว่าไม่สระไม่อาจบรรลุผลได้อย่างไรก็ตามไม่ควรตัดเกณฑ์ไว้ต่ำเกินไปเช่นต่ำกว่า 70/70 ทั้งนี้เพราะถ้าสิ่งที่ครูพัฒนาขึ้นมีประสิทธิภาพจริงแล้วก็จะสามารถพัฒนาผู้เรียนให้บรรลุผลระดับสูงเป็นส่วนใหญ่ได้การตั้งเกณฑ์ 50/50 หรือ 60/60 แสดงว่าสามารถพัฒนาผู้เรียนได้โดยเฉลี่ยครึ่งหนึ่งของคะแนนเต็มหรือมากกว่าครึ่งหนึ่งเล็กน้อยวงเล็บ 60% ซึ่งไม่น่าจะเพียงพอควรพัฒนาได้มากกว่านี้

2. การเขียนเกณฑ์ 80/80 ไม่ได้หมายถึงอัตราส่วนหรือสัดส่วนระหว่างสองส่วนนี้โดยทั่วไปไม่ได้แปลความหมายโดยนำมาเปรียบเทียบกันดังนั้นครูผู้วิจัยอาจไม่เขียนในรูป 80/84 เขียนในรูปอื่นเช่น 85/80 หรือแม้กระทั่งเขียนว่าใช้เกณฑ์ 80 เปอร์เซ็นต์ทั้งกระบวนการและผลของการรวมก็ได้และผลรวมก็ได้การเขียนเกณฑ์ 80/80 เป็นเพียงการแยกส่วนประสิทธิภาพของกระบวนการซึ่งเป็นตัวเลข 80 ตัวหนากับประสิทธิภาพโดยรวมสภาพของผมโดยรวมซึ่งเป็นเกณฑ์ 80 ตัวหลัง

3. ผู้วิจัยอาจตั้งเกณฑ์สองส่วนไม่เท่ากันก็ได้เช่นตั้งเกิน 70/80 ซึ่งหมายถึงประสิทธิภาพของกระบวนการใช้ 70% และประสิทธิภาพของผมโดยรวม 80% ไม่ซื้อไม่ได้ยงกำหนดลักษณะดังกล่าวแต่อย่างไรก็ตามไม่จำเป็นที่จะทำอะไรให้สอดคล้องกับความนิยมข้อสำคัญคือเหตุผล

เบื้องหลังของการตั้งเกณฑ์ซึ่งสามารถอธิบายไว้ว่าการตั้งเกณฑ์แบบนี้มีความเหมาะสมมีเหตุผลที่ดีกว่า

ตอนที่ 3 เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์

3.1 งานวิจัยต่างประเทศ

คิตาซาวาและคณะ (Kitazawa, & et al., 2000) ได้นำเสนอการวิจัยเรื่องการพัฒนาหลักสูตรเพื่อยกระดับความสามารถในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ โดยการสร้างกรอบของการพัฒนาหลักสูตรมุ่งเน้นไปที่การใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ ซึ่งกรอบของการพัฒนาหลักสูตรประกอบด้วยกิจกรรม 3 ชนิด ได้แก่ การเรียนรู้พื้นฐาน การแก้ปัญหาสถานการณจริง และการสื่อสารเชิงคณิตศาสตร์ การเรียนรู้พื้นฐานจะเป็นกิจกรรมที่เกี่ยวข้องกับคณิตศาสตร์ในลักษณะของการฝึกฝน ซึ่งจะทำให้นักเรียนได้เครื่องมือทางคณิตศาสตร์ที่จำเป็นสำหรับการประยุกต์ใช้ในการแก้ปัญหาสถานการณ์จริงได้อย่างมีประสิทธิภาพเหมาะสมกับระดับชั้นของนักเรียน กิจกรรมการแก้ปัญหาสถานการณ์จริงจะเป็นกิจกรรมที่เกี่ยวข้องกับคณิตศาสตร์ ซึ่งจะยกระดับความสามารถของนักเรียนไปสู่การใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ ประยุกต์ใช้คณิตศาสตร์ที่เรียนในชั้นเรียน สำหรับกิจกรรมสุดท้ายคือกิจกรรมการสื่อสารเชิงคณิตศาสตร์นั้นจะใช้เป็นกิจกรรมสนับสนุนกิจกรรมการเรียนรู้พื้นฐานกับกิจกรรมการแก้ปัญหาสถานการณ์จริง ผลของการศึกษาของคิตาซาวาและคณะในครั้งนี้ ได้พัฒนาหลักสูตรและได้เริ่มใช้หลักสูตรนี้แล้ว

ซาอู (Sauer, 2000) ได้ทำการวิจัยเรื่องผลของการพัฒนาตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ในการสอนเรื่องความเร่ง สำหรับนักเรียนที่เรียนฟิสิกส์เบื้องต้น โดยจุดประสงค์ของการวิจัยเพื่อให้นักเรียนสามารถใช้กลยุทธ์ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ในการปรับปรุงทักษะการแก้ปัญหาและความเข้าใจมโนมติของนักเรียนให้ดีขึ้น กลุ่มตัวอย่างที่ใช้เป็นนักเรียนมัธยมศึกษาตอนปลาย 48 คน ที่เรียนวิชาฟิสิกส์เบื้องต้น โดยแบ่งกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม กลุ่มละ 24 คน มาทดลองเป็นกลุ่มที่ใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหาซึ่งนักเรียนต้องสร้างทุก ๆ สูตรที่จำเป็นต้องใช้ในการแก้ปัญหาด้วยตนเองจากข้อมูลที่เก็บรวบรวมมา ส่วนกลุ่มควบคุมในการแก้ปัญหาจะกำหนดสูตรที่ใช้ในการแก้ปัญหามาให้โดยปราศจากการอธิบาย ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนกลุ่มทดลองสามารถแก้โจทย์ปัญหาที่มีความคุ้นเคยน้อยและโจทย์ปัญหาที่มีความซับซ้อนได้โดยความมั่นใจและมีความยืดหยุ่นในการคิดมากกว่านักเรียนกลุ่มควบคุม

แวงและยี (Wang, & Ye, 2000) ได้ศึกษาเรื่องตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ในโรงเรียนมัธยมศึกษาตอนต้นของประเทศจีน โดยแบ่งการศึกษาออกเป็น 3 ส่วน คือ

ส่วนที่ 1 เป็นกิจกรรมการแข่งขันการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ของนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้น จากปี 1997- 2000 ซึ่งมีกิจกรรมมี 3 ส่วน คือ

1) ให้ปัญหาประยุกต์ทางคณิตศาสตร์ที่เป็นปัญหาปลายเปิด โดยให้เวลา 3 วันในการแก้ปัญหา นักเรียนสามารถนำปัญหากลับไปทำที่บ้าน ใช้เครื่องมือและเอกสารอ้างอิงต่างๆในการแก้ปัญหาได้ แวงและยีพบว่านักเรียนสนุกสนานกับปัญหาชนิดนี้มาก

2) ให้นักเรียนเขียนปัญหาจากชีวิตจริงของนักเรียนที่ต้องการค้นหาคำตอบ จากนั้นจึงให้นักเรียนใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์และความรู้จากวิชาอื่น ๆ ตลอดจนวิธีการต่าง ๆ ในการแก้ปัญหาแวงและยีพบว่าปัญหาหลายๆ ปัญหาของนักเรียนเป็นปัญหาที่ยอดเยี่ยม

3) ให้นักเรียนทำแบบทดสอบปัญหาคณิตศาสตร์ประยุกต์ นักเรียนที่เข้าร่วมกิจกรรมการแข่งขันการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่มีความพอใจและสนุกสนานในการทำกิจกรรมดังกล่าว

ส่วนที่ 2 กล่าวถึงปัญหาที่มีความสร้างสรรค์และความสามารถในการปฏิบัติตามโจทย์ปัญหาของนักเรียน ซึ่งมีความสำคัญเป็นอย่างยิ่งในการศึกษาคณิตศาสตร์

ส่วนที่ 3 กล่าวถึงปัญหาของครูในการปฏิบัติกิจกรรมการแข่งขันการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ในโรงเรียนมัธยมศึกษาตอนต้นในประเทศจีน

โจนาส (Jonas, 2017) ได้ศึกษากิจกรรมการสร้างแบบจำลองสนับสนุนการพัฒนาของนักเรียนด้านการตีความและการให้เหตุผลเกี่ยวกับปรากฏการณ์ที่มีอัตราการเปลี่ยนแปลงโดยเฉลี่ยต่อปรากฏการณ์ทางกายภาพที่แตกต่างกัน การวิจัยแสดงให้เห็นว่าการสร้างและตีความตามรูปแบบของการเปลี่ยนแปลงปรากฏการณ์ทางกายภาพเป็นเรื่องยาก แม้กระทั่งในมหาวิทยาลัย ผลงานของนักเรียนแสดงให้เห็นว่าลำดับของกิจกรรมการเป็นสิ่งที่มีความสำคัญสำหรับนักเรียนเกือบทุกคนในการให้เหตุผลเกี่ยวกับการเคลื่อนไหวด้วยอัตราเชิงลบ นักเรียนเกือบทั้งหมดประสบความสำเร็จในการสร้างกราฟ ของปรากฏการณ์ที่เปลี่ยนแปลง

เจนินา (Janina, 2017) ได้ศึกษา ปัญหาการสร้างตัวแบบนามธรรมในชั้นเรียนควรเพิ่มแรงจูงใจของนักเรียน การศึกษาปัจจุบันมีวัตถุประสงค์เพื่อตรวจสอบ (1) ว่านักเรียนมีคุณค่าที่แตกต่างกันและความคาดหวังเกี่ยวกับความสามารถในตนเองเกี่ยวกับปัญหาแบบจำลองกับหรือปัญหาคำศัพท์และปัญหาภายในทางคณิตศาสตร์และ (2) เนื้อหาทางคณิตศาสตร์มีอิทธิพลต่อค่างานหรือไม่และการรู้สำนึกตนเองเกี่ยวกับปัญหาประเภทต่าง ๆ จากการสอบถามนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนระดับสูงและระดับกลาง จำนวน 90 คน พบว่านักเรียนเห็นคุณค่าของปัญหาการสร้างแบบจำลองและปัญหาทางคณิตศาสตร์ ปัญหาทั้งหมดที่เราใช้นั้น สามารถแก้ไข

ได้โดยใช้วิธีการทางคณิตศาสตร์ ที่แตกต่างกันพื้นที่เนื้อหาทางคณิตศาสตร์ (ทฤษฎีบทพีทาโกรัสหรือเชิงเส้นฟังก์ชั่น) ผลการวิจัยพบว่ามีนัยสำคัญ ความแตกต่างในผลงานของนักเรียนและการพึ่งพาตนเองเกี่ยวและความคาดหวังเกี่ยวกับตนเองในการสร้างแบบจำลอง สาเหตุของปัญหาจะขึ้นอยู่กับเนื้อหาทางคณิตศาสตร์ ส่วนปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่สามารถแก้ไขได้โดยใช้ทฤษฎีบทพีทาโกรัสมีค่าสูงกว่าปัญหาที่เกี่ยวข้องกับฟังก์ชั่นเชิงเส้นในขณะที่สร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์

3.2 งานวิจัยในประเทศ

สุรสาล ผาสุข (2546) ได้ทำการวิจัย การศึกษาความสามารถและการคิดเกี่ยวกับการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์และผลในด้านเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนในระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 โรงเรียนทวีธาภิเศก จำนวน 32 คน ในภาคการเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2545 ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนมีความสามารถในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ในการวิเคราะห์สถานการณ์ปัญหาและสังเคราะห์ความรู้ที่เกี่ยวข้องมาสร้างตัวแบบที่เป็นฟังก์ชันเชิงเส้นและเอกซ์โพเนนเชียลได้ดี คิดหาข้อสรุปจากตัวแบบในรูปฟังก์ชันและทดสอบความเหมาะสมของตัวแบบได้ แต่ยังไม่สามารถคิดเชื่อมโยงข้อสรุปเชิงคณิตศาสตร์ไปสู่สถานการณ์จริงได้ ส่วนเจตคติของนักเรียนที่ได้ใช้กิจกรรมการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์อยู่ในเกณฑ์ดี

พรพิศ ศรีชาคำ (2548) ได้ทำการวิจัย กิจกรรมการเรียนการสอนที่ใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหา สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ภาคการเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2547 โรงเรียนกันทรลักษณ์วิทยา จำนวน 32 คน ซึ่งได้มาจากการอาสาสมัคร ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนที่เรียนด้วยกิจกรรมการเรียนการสอนที่ใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหา สามารถสอบผ่านเกณฑ์มีจำนวนมากกว่าร้อยละ 50 ของนักเรียนทั้งหมด ที่ระดับนัยสำคัญ .01 และมีเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ดีกว่าก่อนการเรียนด้วยกิจกรรมการเรียนการสอนที่ใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหา ที่ระดับนัยสำคัญ .01

เบญจมินทร์ อรัญเพิ่ม (2548) ได้ทำการวิจัย การศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ภาคการเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2547 โรงเรียนวชิรปราการวิทยาคม 1 ห้องเรียน จำนวน 30 คน ซึ่งได้มาจากการสุ่มตัวอย่างแบบเกาะกลุ่ม ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนที่เรียนด้วยชุดการสอนเรื่องตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ สามารถสอบผ่านเกณฑ์มากกว่าร้อยละ 50 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด ที่ระดับนัยสำคัญ .01

ศิรัชชรินทร์ ยศสวรินทร์ (2559) ผลการวิจัยพบว่า (1) นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่เรียนด้วยกิจกรรมการเรียนการสอนที่เสริมสร้างความสามารถในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับพีชคณิต ที่มีความสามารถในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับพีชคณิตผ่านเกณฑ์ มีจำนวนมากกว่าร้อยละ 60 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด ที่ระดับนัยสำคัญ .01 และ (2) เมื่อนักเรียนมีประสบการณ์ในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับพีชคณิต นักเรียนสามารถพัฒนาความสามารถในด้านการทำความเข้าใจสถานการณ์จริง โดยนักเรียนให้เวลาในการทำความเข้าใจสถานการณ์จริงมากขึ้น แสดงร่องรอยการขีดเขียนในขณะทำความเข้าใจสถานการณ์จริงมากขึ้น และเขียนอธิบายแนวคิดที่เกี่ยวข้องกับสถานการณ์จริงได้มากขึ้น ด้านการปรับเปลี่ยนสถานการณ์จริงให้เป็นปัญหาทางคณิตศาสตร์ นักเรียนเขียนคำอธิบายกระบวนการค้นหาความเชื่อมโยงหรือความสัมพันธ์ระหว่างสิ่งที่สถานการณ์จริงต้องการหาได้มากขึ้น และเขียนตัวไม่ทราบค่า ข้อมูลหรือเงื่อนไขที่สำคัญได้ครบถ้วนและสอดคล้องกับความเชื่อมโยงหรือความสัมพันธ์ระหว่างสิ่งที่สถานการณ์จริงต้องการหาได้มากขึ้น ด้านการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ นักเรียนเขียนตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ที่เหมาะสมกับสถานการณ์จริงได้มากขึ้น พร้อมทั้งอธิบายกระบวนการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ในการค้นหาคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้มากขึ้น และนักเรียนที่ได้คำตอบถูกต้องของปัญหาทางคณิตศาสตร์มีจำนวนมากขึ้น สำหรับด้านการแปลความหมายคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ให้เป็นคำตอบของสถานการณ์จริง นักเรียนเขียนอธิบายการเปรียบเทียบหรือตรวจสอบความถูกต้องและความสมเหตุสมผลของคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้มากขึ้นตลอดจนเขียนบรรยายหรืออธิบายคำตอบของสถานการณ์จริงได้มากขึ้นเช่นกัน

บทที่ 3
วิธีดำเนินการวิจัย

ความมุ่งหมายของการวิจัยครั้งนี้ คือ เพื่อศึกษาสภาพการเรียนการสอนที่เกี่ยวข้องกับการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาสถานการณ์จริงเรื่องการประยุกต์ของแคลคูลัส แล้วพัฒนากิจกรรมการเรียนการสอนที่เสริมสร้างความสามารถในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาสถานการณ์จริงเรื่องการประยุกต์ของแคลคูลัส สำหรับนักเรียนห้องเรียนพิเศษวิทยาศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย พร้อมทั้งศึกษาความสามารถและพฤติกรรมในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาสถานการณ์จริงเรื่องการประยุกต์ของแคลคูลัส ที่เรียนด้วยกิจกรรมการเรียนการสอนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น โดยผู้วิจัยได้ดำเนินการตามขั้นตอนดังนี้

ระยะที่ 1 การศึกษาสภาพการเรียนการสอนที่เกี่ยวข้องกับการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์

1.1 การกำหนดกลุ่มเป้าหมายในการศึกษาสภาพการเรียนการสอน

1.2 การกำหนดกรอบแนวคิดในการศึกษาสภาพที่เกี่ยวข้องกับการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์

1.3 การสร้างเครื่องมือสำหรับศึกษาสภาพการจัดการเรียนการสอนที่เกี่ยวข้องกับการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์

1.4 การเก็บรวบรวมข้อมูล

1.5 การวิเคราะห์ข้อมูล

ระยะที่ 2 การพัฒนากิจกรรมการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ และการหาคุณภาพของเครื่องมือ

2.1 กำหนดกลุ่มนำร่องสำหรับการพัฒนาและหาประสิทธิภาพของเครื่องมือวิจัยของกิจกรรมการเรียนการสอนที่เสริมสร้างความสามารถในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์

2.2 การกำหนดกรอบแนวคิดของกิจกรรมการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์

2.3 การสร้างกิจกรรมและเครื่องมือวิจัย

2.4 การหาประสิทธิภาพของเครื่องมือวิจัย

1) การประสิทธิภาพรายบุคคล

2) การประสิทธิภาพกลุ่มย่อย

3) การประสิทธิภาพภาคสนาม

2.5 การวิเคราะห์ข้อมูล

ระยะที่ 3 การศึกษาความสามารถและพฤติกรรมการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์

3.1 การกำหนดกลุ่มเป้าหมายสำหรับศึกษาความสามารถและพฤติกรรมการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์

3.2 การกำหนดกรอบแนวคิดในการศึกษาความสามารถและพฤติกรรมในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์

3.3 การดำเนินการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนและเก็บรวบรวมข้อมูล

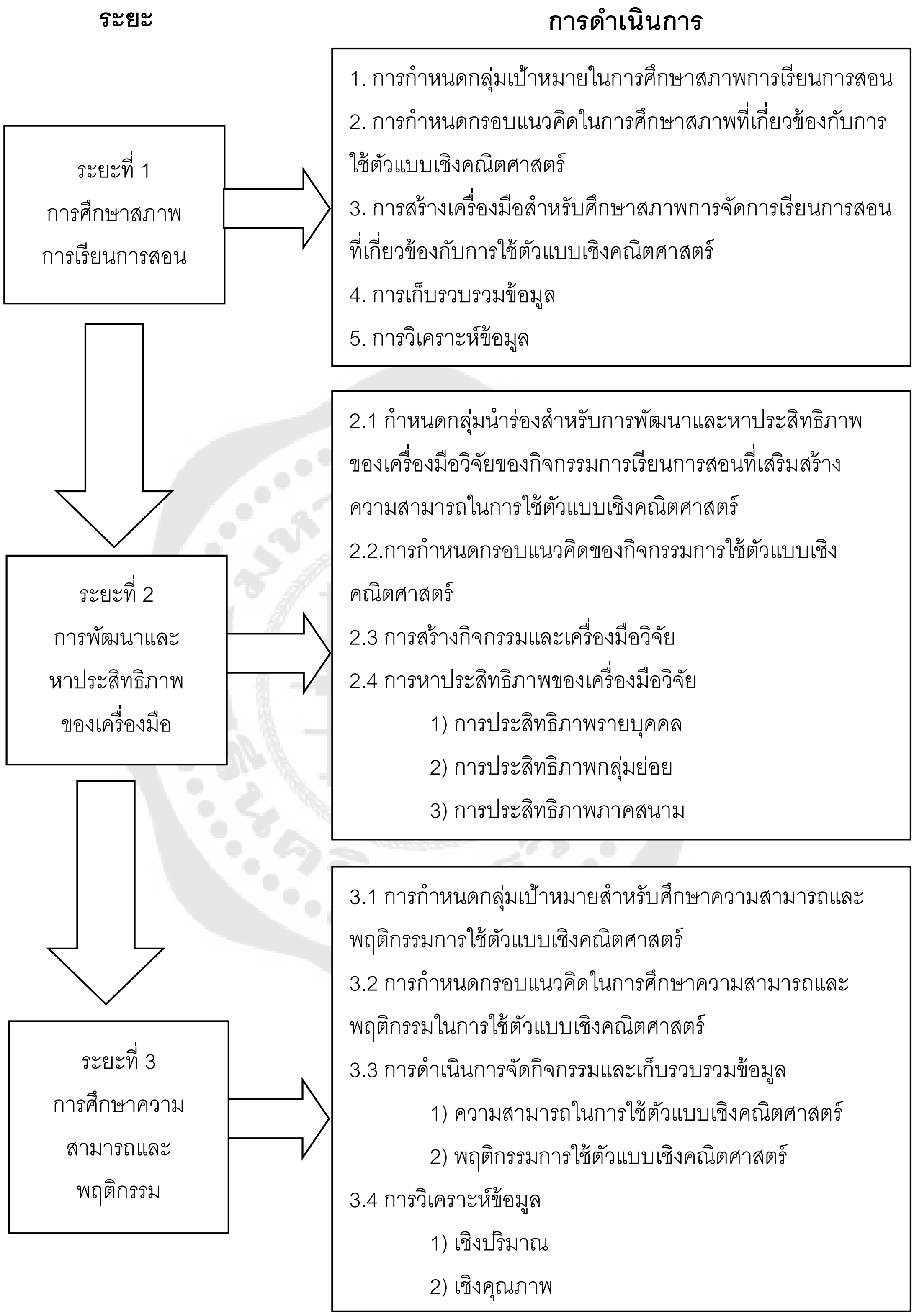
1) ความสามารถในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์

2) พฤติกรรมการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์

3.4 การวิเคราะห์ข้อมูล

1) เชิงปริมาณ

2) เชิงคุณภาพ



ภาพประกอบ 17 ขั้นตอนการดำเนินการวิจัย

ระยะที่ 1 ศึกษาสภาพการเรียนการสอนที่เกี่ยวข้องกับการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาสถานการณ์จริงเรื่องการประยุกต์ของแคลคูลัส

ในการศึกษาสภาพการเรียนการสอนที่เกี่ยวข้องกับการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาสถานการณ์จริงเรื่องการประยุกต์ของแคลคูลัสประกอบด้วยขั้นตอนดังต่อไปนี้

1.1 กำหนดกลุ่มเป้าหมาย

กลุ่มเป้าหมายที่ใช้ในการศึกษาสภาพการเรียนการสอนที่เกี่ยวข้องกับการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาสถานการณ์จริงเรื่องการประยุกต์ของแคลคูลัส ประกอบด้วย

1) นักเรียนห้องเรียนพิเศษวิทยาศาสตร์ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2560 ที่ผ่านการเรียนเนื้อหาเรื่องแคลคูลัสมาแล้วของโรงเรียนสาธิตมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒประสานมิตร (ฝ่ายมัธยม) และโรงเรียนสาธิตมหาวิทยาลัยรามคำแหง จำนวน 34 คน (โรงเรียนละ 17 คน) โดยเลือกแบบเจาะจง โดยทำการศึกษาสภาพการเรียนการสอน 2 ด้าน ประกอบด้วย 1) ด้านความเชื่อที่เกี่ยวกับการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ 2) ความสามารถในการแก้ปัญหาโดยใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์

2) ครูคณิตศาสตร์ที่สอนนักเรียนห้องเรียนพิเศษวิทยาศาสตร์และมีประสบการณ์ ในการสอนเนื้อหาเรื่องแคลคูลัสของโรงเรียนสาธิตมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒประสานมิตร (ฝ่ายมัธยม) และโรงเรียนสาธิตมหาวิทยาลัยรามคำแหง จำนวน 4 คน (โรงเรียนละ 2 คน) โดยเลือกแบบเจาะจง โดยทำการศึกษาสภาพการเรียนการสอน 2 ด้าน 1) ด้านความเชื่อที่เกี่ยวกับการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ 2) สภาพการจัดการเรียนการสอน

1.2 การกำหนดกรอบแนวคิดการศึกษาสภาพการเรียนการสอนที่เกี่ยวข้องกับการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาสถานการณ์จริงเรื่องการประยุกต์ของแคลคูลัส

การศึกษาสภาพการเรียนการสอนคณิตศาสตร์เกี่ยวกับการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อการแก้ปัญหาสถานการณ์จริงเรื่องการประยุกต์ของแคลคูลัสแบ่งเป็น 2 ขั้นตอน คือ

1. การวิเคราะห์และสังเคราะห์เชิงเอกสาร
2. การสำรวจและการเก็บข้อมูลภาคสนาม

1.2.1 การวิเคราะห์และสังเคราะห์เชิงเอกสาร

วัตถุประสงค์ของการดำเนินการในขั้นตอนนี้ เพื่อทำการวิเคราะห์และสังเคราะห์เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับสภาพการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวกับการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อการแก้ปัญหาสถานการณ์จริงเรื่องการประยุกต์ของแคลคูลัสมีดังนี้

1) การศึกษาสภาพปัญหาเกี่ยวกับการจัดการเรียนการสอนของนักเรียนช่วงชั้นที่ 3 ระดับมัธยมศึกษาตอนต้นของโครงการประเมินผลนักเรียนร่วมกับนานาชาติ PISA 2015 (Program for International Student Assessment หรือ PISA) ในงานวิจัยนี้ผู้วิจัยวิเคราะห์และสังเคราะห์คะแนนเฉลี่ยที่เกี่ยวข้องกับทักษะการแก้ปัญหาที่ PISA ใช้ประเมิน ประกอบด้วย 4 กระบวนการ ได้แก่การสำรวจและทำความเข้าใจ ปัญหา การนำเสนอและคิดหาวิธีแก้ปัญหา การวางแผนและดำเนินการแก้ปัญหา และการติดตามและ สะท้อนความเห็น ผลการตอบข้อสอบพบว่าคะแนนอยู่ในระดับต่ำกว่าค่าเฉลี่ย ข้อสอบในแต่ละทักษะมีสัดส่วนนักเรียนที่ตอบถูกใกล้เคียงกัน โดยนักเรียนตอบข้อสอบในทักษะการสำรวจและทำความเข้าใจปัญหาเฉลี่ย และทักษะการนำเสนอและคิดหาวิธีแก้ปัญหาได้มากที่สุด (46.9% และ 46.6% ตามลำดับ) ส่วนทักษะการติดตามและสะท้อนความเห็นเป็นทักษะที่นักเรียน ตอบข้อสอบได้น้อยที่สุด (41.7%)

การรู้เรื่องคณิตศาสตร์บ่อยครั้งที่จำเป็นต้องคิดกลยุทธ์ ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ประกอบด้วยกระบวนการควบคุมขั้นสูงซึ่งนำแต่ละคนไปสู่การรู้ การสร้าง และการแก้ปัญหาได้อย่างมีประสิทธิภาพ ทักษะนี้มีลักษณะที่เป็นการเลือก หรือคิดแผน หรือกลยุทธ์ที่จะใช้คณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหาที่มาจากภาระงานหรือบริบท และการชี้แนวทาง การนำไปใช้ความสามารถทางคณิตศาสตร์นี้ อาจต้องใช้ ในแต่ละขั้นตอนใดขั้นตอนหนึ่งของกระบวนการแก้ปัญหา ผลการประเมินกลุ่มตัวอย่างของนักเรียนไทยในภาพรวม กระบวนการทางคณิตศาสตร์ที่นักเรียนตอบคำถามการใช้หลักคณิตศาสตร์ได้ต่ำกว่าค่าเฉลี่ย (36.6%) ส่วนเนื้อหาที่นักเรียนตอบได้ น้อยที่สุด คือ การคิดในเชิงคณิตศาสตร์ (24.2%)

2) การศึกษาสภาพปัญหาเกี่ยวกับการศึกษาแนวโน้มการจัดการศึกษาคณิตศาสตร์และวิทยาศาสตร์ระดับนานาชาติ TIMSS 2015 (Trends in International Mathematics and Science Study หรือ TIMSS 2015) ในงานวิจัยนี้ ผู้วิจัยวิเคราะห์และสังคมเคราะห์คะแนนเฉลี่ยที่เกี่ยวข้องกับพีชคณิตของรายงานโครงการประเมินผลนักเรียนร่วมกับนานาชาติ แบบรูปนิพจน์ ทางพีชคณิต สมการ และฟังก์ชัน ผลการประเมินชี้ว่า นักเรียนไทยได้คะแนนในเนื้อหา พีชคณิต (30%) ซึ่งต่ำกว่าค่าเฉลี่ยมาก

3) เอกสารมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับพีชคณิตและแคลคูลัส ในงานวิจัยนี้ ผู้วิจัยวิเคราะห์และสังเคราะห์มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนของครูและนักเรียนในการเรียนการสอนจากเอกสารครูคณิตศาสตร์มืออาชีพ (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2555b) พบว่ามโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิต เป็นความคิดที่เข้าใจที่คลาดเคลื่อนไปจากสิ่งที่ถูกต้องหรือเป็นจริงในทางคณิตศาสตร์ มีประเด็นดังต่อไปนี้

(1) ครูและนักเรียนเข้าใจคลาดเคลื่อนเกี่ยวกับเนื้อหาคณิตศาสตร์ บทนิยาม ทฤษฎีบท กฎ สูตร หรือการดำเนินการทางคณิตศาสตร์

(2) การสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอที่อาจทำให้เข้าใจคลาดเคลื่อน

(3) ความหมายของคำที่ใช้ในคณิตศาสตร์

(4) ความคลาดเคลื่อนอื่น ๆ

เนื้อหาสาระพีชคณิตมีความเข้าใจคลาดเคลื่อนเกี่ยวกับความไม่รอบคอบ ทำให้เกิดข้อผิดพลาดหลาย ๆ เรื่อง เช่นเรื่อง การระบุดีกรีของเอกนาม เอกนามคล้ายกัน การไม่ระบุตัวแปรที่นำมาใช้กำหนดสมการในการโจทย์ปัญหาว่า ตัวแปรนั้นแทนสิ่งใด ที่สำคัญคือการขาดทักษะในการดำเนินการทางพีชคณิต ทำให้ได้คำตอบคลาดเคลื่อนในขั้นตอนของการดำเนินการ สำหรับความเข้าใจคลาดเคลื่อนที่พบมากที่สุดคือ การแก้สมการนักเรียนมักไม่เห็นความสำคัญของการนำค่าของตัวแปรที่ได้ ไปตรวจสอบว่าเป็นคำตอบของสมการหรือไม่ ทั้งในการแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสมการ ไม่ได้เน้นและให้ความสำคัญในการนำค่าของตัวแปรที่ได้ไปตรวจสอบกับเงื่อนไขในโจทย์อีกประเด็นหนึ่งคือขาดการเน้นย้ำถึงการเขียนคำตอบของระบบสมการเชิงเส้นที่มีกราฟเป็นเส้นตรงและ มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนมีหลายลักษณะ แต่ละลักษณะมีความแตกต่างกันไปซึ่งนักเรียนส่วนใหญ่มีความคลาดเคลื่อน 6 ลักษณะได้แก่

(1) การใช้ข้อมูลผิดพลาด

(2) ข้อผิดพลาดในการใช้ภาษา

(3) การใช้เทคนิคในการทำงานไม่ถูกต้อง

(4) การบิดเบือนทฤษฎีบท กฎ สูตร และ บทนิยาม

(5) การไม่ตรวจสอบระหว่างการแก้ปัญหา

(6) การอ้างอิงการคิดหาเหตุผลที่ไม่สมบูรณ์

1.2.2 การสำรวจและการเก็บข้อมูลภาคสนาม

วัตถุประสงค์การดำเนินในขั้นตอนนี้ คือ เพื่อสำรวจและเก็บข้อมูลภาคสนามเกี่ยวกับสภาพการเรียนการสอนที่เกี่ยวข้องกับการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาสถานการณ์จริงเรื่องการประยุกต์ของแคลคูลัสของครูผู้สอนและนักเรียนมีรายละเอียดดังนี้

1. การสำรวจและเก็บข้อมูลภาคสนามจากนักเรียน

ในการสำรวจและเก็บรวบรวมข้อมูลภาคสนามจากนักเรียน กลุ่มเป้าหมายเป็นนักเรียนห้องเรียนพิเศษวิทยาศาสตร์ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2560 ที่ผ่านการเรียนเนื้อหาเรื่องแคลคูลัสมาแล้วของโรงเรียนสาธิต มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร(ฝ่ายมัธยม)และ โรงเรียนสาธิตมหาวิทยาลัยรามคำแหง(ฝ่ายมัธยม) จำนวน 34 คน (โรงเรียนละ 17 คน) โดยเลือกแบบเจาะจง เพื่อสอบถามและสัมภาษณ์สภาพการเรียนการสอนของนักเรียนใน 2 ด้าน ประกอบด้วย 1) ด้านความเชื่อที่เกี่ยวกับการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ 2) ความสามารถในการแก้ปัญหาโดยใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์

2. การสำรวจและเก็บข้อมูลภาคสนามจากครู

ในการสำรวจและเก็บรวบรวมข้อมูลภาคสนามจากครู กลุ่มตัวอย่างเป็นครูคณิตศาสตร์ที่สอนนักเรียนห้องเรียนพิเศษวิทยาศาสตร์และมีประสบการณ์ในการสอนเนื้อหาเรื่องแคลคูลัสของโรงเรียนสาธิตมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒประสานมิตร (ฝ่ายมัธยม) และ โรงเรียนสาธิตมหาวิทยาลัยรามคำแหง (ฝ่ายมัธยม) จำนวน 4 คน (โรงเรียนละ 2 คน) โดยเลือกแบบเจาะจง เพื่อสอบถามและสัมภาษณ์สภาพการเรียนการสอนของครูใน 2 ด้าน ประกอบด้วย (1) ด้านความเชื่อที่เกี่ยวกับการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ (2) ด้านสภาพการจัดการเรียนการสอนของครู

1.3 การสร้างเครื่องมือสำหรับการศึกษาสภาพการเรียนการสอนที่เกี่ยวข้องกับการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์

การสร้างเครื่องมือสำหรับการศึกษาสภาพการเรียนการสอนที่เกี่ยวข้องกับการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ประกอบด้วย 2 ส่วนคือ เครื่องมือที่ใช้ในการสำรวจภาคสนามจากนักเรียนและเครื่องมือที่ใช้ในการสำรวจภาคสนามจากครู

1.3.1 เครื่องมือที่ใช้ในการสำรวจภาคสนามจากนักเรียน

1) แบบสอบถามความเชื่อที่เกี่ยวกับการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนเป็นแบบสอบถามที่ดัดแปลงมาจาก รุ่งฟ้า จันท์จารุภรณ์ (Rungfa Janjaruporn, 2005) เพื่อสำรวจและตรวจสอบความเชื่อเกี่ยวกับการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียน ห้องเรียนพิเศษ

วิทยาศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย โดยแบบสอบถามความเชื่อที่เกี่ยวการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์แบ่งออกเป็น 3 ด้าน ได้แก่ (1) ความเชื่อเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ (2) ด้านความเชื่อเกี่ยวกับการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหา และ (3) ด้านความเชื่อเกี่ยวกับการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ แบบสอบถามฉบับนี้มี 30 ข้อ มีลักษณะเป็นมาตราส่วนแบบประมาณค่า (rating scale) 4 ระดับ ซึ่งแต่ละข้อ สามารถเลือกแสดงความเชื่อได้ 4 ลักษณะ คือ เห็นด้วยอย่างยิ่ง เห็นด้วย ไม่เห็นด้วย ไม่เห็นด้วยอย่างยิ่ง

โดยกำหนดเกณฑ์การให้คะแนน 4 3 2 และ 1 ตามลำดับถ้าความเชื่อนั้นเป็นความเชื่อทางบวก ในขณะที่กำหนดเกณฑ์การให้คะแนน 1 2 3 และ 4 ถ้าความเชื่อนั้นเป็นความเชื่อทางลบ สำหรับเกณฑ์การแปลผลดัดแปลงมาจากสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2555ก: 193) โดยกำหนดคะแนนความเชื่อ ดังนี้

ถ้ามีค่าเฉลี่ยเลขคณิต	3.50 – 4.00	เป็นระดับมากที่สุด
ถ้ามีค่าเฉลี่ยเลขคณิต	2.50 – 3.49	เป็นระดับมาก
ถ้ามีค่าเฉลี่ยเลขคณิต	1.50 – 2.49	เป็นระดับน้อย
ถ้ามีค่าเฉลี่ยเลขคณิต	1.00 – 1.49	เป็นระดับน้อยที่สุด

2) แบบทดสอบวัดความสามารถในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ ซึ่งเป็นแบบทดสอบที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นตามแนวคิดของจิออร์ดาโน เวียร์ และฟอกซ์ (Giordano, Weir, & Fox, 2003) เป็นแบบทดสอบอัตนัย จำนวน 1 ข้อ ซึ่งเป็นสถานการณ์จริงที่ต้องใช้ความรู้เรื่องการหาอนุพันธ์ของฟังก์ชันมาช่วยในการค้นหาคำตอบ โดยแบ่งออกเป็น 4 ด้าน ได้แก่ (1) ด้านการทำความเข้าใจสถานการณ์จริง (2) ด้านการปรับเปลี่ยนสถานการณ์จริงให้เป็นปัญหาทางคณิตศาสตร์ (3) ด้านการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และ (4) ด้านการแปลความหมายคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ให้เป็นคำตอบของสถานการณ์จริง โดยใช้เกณฑ์การให้คะแนนแบบรูบริกในการตรวจสอบความสามารถแต่ละด้านของนักเรียน

3) แบบสัมภาษณ์เกี่ยวกับแนวการจัดการเรียนการสอนแคลคูลัส ซึ่งเป็นแบบสัมภาษณ์ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นเพื่อใช้ในการศึกษาเชิงลึกเกี่ยวกับแนวการจัดการเรียนการสอนแคลคูลัสและศาสตร์การสอนในเนื้อหาแคลคูลัสของครูที่สอนห้องเรียนพิเศษวิทยาศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย แบบสัมภาษณ์ฉบับนี้มีประเด็นคำถามจำนวน 10 ข้อ โดยแบ่งออกเป็น 4 ด้าน ได้แก่ (1) ด้านหลักสูตร (2) ด้านผู้สอน (3) ด้านศาสตร์การสอนในเนื้อหาแคลคูลัสของครู และ (4) ด้านความรู้พื้นฐานทางพีชคณิตของนักเรียน ซึ่งแต่ละข้อเปิดโอกาสให้ครูแสดงความคิดเห็นในการตอบคำถามอย่างอิสระ

4) แบบทดสอบความรู้พื้นฐานทางพีชคณิตนักเรียน ซึ่งเป็นแบบทดสอบ ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นเพื่อใช้ในการศึกษาความรู้พื้นฐานทางพีชคณิตนักเรียน แบบทดสอบฉบับนี้เป็นแบบทดสอบอัตนัย จำนวน 4 ข้อ ซึ่งเป็นข้อคำถามที่ตรวจสอบมโนทัศน์ทางพีชคณิตของนักเรียน ได้แก่ ความหมายสมการและฟังก์ชัน สมบัติค่าสัมบูรณ์ และค่าหลักของราก โดยใช้เกณฑ์การให้คะแนนแบบรูบริกในการตรวจสอบความรู้แต่ละเรื่องของนักเรียน

5) แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เป็นแบบทดสอบที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น เพื่อศึกษาเชิงลึกเกี่ยวกับความคิดเห็นของนักเรียนเกี่ยวกับการแก้ปัญหาโดยใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ ห้องเรียนพิเศษวิทยาศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย แบบทดสอบฉบับนี้มีจำนวน 1 ข้อ ซึ่งประเด็นการสัมภาษณ์เปิดโอกาสให้นักเรียนแสดงแนวคิดในการตอบคำถามอย่างอิสระ โดยจำแนกเป็นด้านต่างๆ ดังนี้ (1)ด้านการทำความเข้าใจสถานการณ์จริง (2) ด้านการปรับเปลี่ยนสถานการณ์จริงให้เป็นปัญหาทางคณิตศาสตร์ (3) ด้านการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ (4) ด้านการแปลความหมายคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ให้เป็นคำตอบของสถานการณ์จริง

การสร้างและหาคุณภาพของเครื่องมือ

ผู้วิจัยสร้างแบบสอบถามความเชื่อการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์มีข้อคำถามจำนวน 36 ข้อ และแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ มีข้อความจำนวน 2 ข้อ แนะนำเสนอต่อคณะกรรมการควบคุมปริญญานิพนธ์ และ ผู้เชี่ยวชาญ 3 ท่าน เพื่อตรวจสอบความเที่ยงตรง เชิงเนื้อหา ความเหมาะสมของภาษาที่ใช้ หลังจากนั้นผู้วิจัยคัดเลือกข้อความที่มีค่าดัชนีความสอดคล้อง(Index of Objective Congruence(IOC)) ตั้งแต่ 0.5 ขึ้นไป และนำมาปรับปรุงแก้ไขตามข้อเสนอแนะของผู้เชี่ยวชาญเพื่อให้ได้แบบสอบถามและแบบสัมภาษณ์ตามที่กำหนด

1.3.2 **เครื่องมือที่ใช้ในการสำรวจภาคสนามจากครู**

1) แบบสอบถามความเชื่อที่เกี่ยวกับการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์สำหรับครู เป็นแบบสอบถามที่ดัดแปลงมาจาก รุ่งฟ้า จันท์จารุภรณ์ (Rungfa Janjaruporn, 2005) เพื่อสำรวจและตรวจสอบความเชื่อเกี่ยวกับการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียนและครู ห้องเรียนพิเศษวิทยาศาสตร์ระดับมัธยมศึกษา โดยแบบสอบถามความเชื่อที่เกี่ยวการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์แบ่งออกเป็น 3 ด้าน ได้แก่ (1) ความเชื่อเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ (2) ด้านความเชื่อเกี่ยวกับการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหา และ (3) ด้านความเชื่อเกี่ยวกับการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ แบบสอบถามฉบับนี้มี 30 ข้อ มีลักษณะเป็นมาตราส่วนแบบประมาณค่า(rating scale) 4 ระดับ

ซึ่งแต่ละข้อ สามารถเลือกแสดงความเชื่อได้ 4 ลักษณะ คือ เห็นด้วยอย่างยิ่ง เห็นด้วย ไม่เห็นด้วย ไม่เห็นด้วยอย่างยิ่ง

2) แบบสัมภาษณ์เกี่ยวกับสภาพการเรียนการสอนสำหรับครู เป็นแบบสัมภาษณ์ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น เพื่อศึกษาเชิงลึกเกี่ยวกับความคิดเห็นของครูเกี่ยวกับสภาพการเรียนการสอนห้องเรียนพิเศษวิทยาศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย แบบสัมภาษณ์ฉบับนี้มีจำนวน 10 ข้อ ซึ่งประเด็นการสัมภาษณ์เปิดโอกาสให้ครูผู้สอนแสดงแนวคิดในการตอบคำถามอย่างอิสระ โดยจำแนกเป็นด้านต่าง ๆ ดังนี้ (1) ด้านความเชื่อที่เกี่ยวกับการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ (2) ด้านสภาพการจัดการเรียนการสอนของครู

การสร้างและหาคุณภาพของเครื่องมือ

ผู้วิจัยสร้างแบบสอบถามความเชื่อการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์มีข้อคำถามจำนวน 36 ข้อ และแบบสัมภาษณ์สภาพการเรียนการสอนสำหรับครู มีข้อความจำนวน 10 ข้อ เสนอต่อคณะกรรมการควบคุมปริญญานิพนธ์ และ ผู้เชี่ยวชาญ 3 ท่าน เพื่อตรวจสอบความเที่ยงตรง เชิงเนื้อหา ความเหมาะสมของภาษาที่ใช้ หลังจากนั้นผู้วิจัยคัดเลือกข้อความที่มีค่าดัชนีความสอดคล้อง (Index of Objective Congruence(IOC)) ตั้งแต่ 0.5 ขึ้นไป และนำมาปรับปรุงแก้ไขตามข้อเสนอแนะของผู้เชี่ยวชาญเพื่อให้ได้แบบสอบถามและแบบสัมภาษณ์ตามที่กำหนด

1.4 การเก็บรวบรวมข้อมูล

การเก็บรวบรวมข้อมูลประกอบด้วย 2 ส่วนคือ เก็บรวบรวมข้อมูลภาคสนามจากนักเรียน และ เก็บรวบรวมข้อมูลภาคสนามจากครู

4.1 การเก็บรวบรวมข้อมูลภาคสนามจากนักเรียน

1) ผู้วิจัยนำแบบสอบถามความเชื่อเกี่ยวกับการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ไปเก็บรวบรวมข้อมูลกับนักเรียนกลุ่มเป้าหมาย

2) สัมภาษณ์นักเรียนที่เป็นกลุ่มเป้าหมายโดยใช้แบบสัมภาษณ์เกี่ยวกับสภาพการเรียนการสอน

4.2 การเก็บรวบรวมข้อมูลภาคสนามจากครู

1) ผู้วิจัยนำแบบสอบถามความเชื่อเกี่ยวกับการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ไปเก็บรวบรวมข้อมูลกับครูที่เป็นกลุ่มเป้าหมาย

2) สัมภาษณ์ครูที่เป็นกลุ่มเป้าหมายโดยใช้แบบสัมภาษณ์เกี่ยวกับสภาพการเรียนการสอน

1.5 การวิเคราะห์ข้อมูล

การวิเคราะห์ข้อมูลประกอบด้วย 2 ส่วนคือ การวิเคราะห์ข้อมูลที่ได้จากนักเรียนและ การวิเคราะห์ข้อมูลที่ได้จากครู

5.1 การวิเคราะห์ข้อมูลจากนักเรียน

1) นำแบบสอบถามความเชื่อที่เกี่ยวกับการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนมาวิเคราะห์ข้อมูลเชิงปริมาณโดยใช้สถิติพื้นฐาน ได้แก่ ค่าเฉลี่ย $(\bar{x})$ ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน $(S.D.)$

2) นำแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนมาวิเคราะห์ข้อมูลเชิงคุณภาพ

5.2 การวิเคราะห์ข้อมูลจากครู

1) นำแบบสอบถามความเชื่อที่เกี่ยวกับการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์สำหรับครูมาวิเคราะห์ข้อมูลเชิงปริมาณโดยใช้สถิติพื้นฐาน ได้แก่ ค่าเฉลี่ย $(\bar{x})$ ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน $(S.D.)$

2) นำทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์สำหรับครูมาวิเคราะห์ข้อมูลเชิงคุณภาพ

ระยะที่ 2 การพัฒนากิจกรรมการเรียนการสอนที่เสริมสร้างความสามารถในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์และหาคุณภาพของเครื่องมือวิจัย

2.1 กำหนดกลุ่มนำร่องสำหรับการพัฒนากิจกรรมการเรียนการสอนที่เสริมสร้างความสามารถในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์และหาคุณภาพของเครื่องมือวิจัย

การพัฒนากิจกรรมการเรียนการสอนที่เสริมสร้างความสามารถและพฤติกรรมในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาสถานการณ์จริงเรื่องการประยุกต์ของแคลคูลัสสำหรับนักเรียนห้องเรียนพิเศษระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย เป็นนักเรียนห้องเรียนพิเศษวิทยาศาสตร์ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2561 ที่ผ่านการเรียนเนื้อหาเรื่องแคลคูลัสมาแล้วของโรงเรียนสาธิตมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒประสานมิตร จำนวน 21 คน ใช้เวลาเรียนนอกเวลาเรียน โดยเลือกแบบเจาะจงและพิจารณาจากคะแนนดิบของนักเรียนในรายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐานภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2561 แล้วแบ่งเป็น 3 กลุ่ม โดยแต่ละกลุ่มประกอบด้วยนักเรียนที่มีคะแนนคือ กลุ่มที่อยู่ในระดับสูง ปานกลาง และ ต่ำ ดังนี้

1) การหาประสิทธิภาพรายบุคคล เพื่อตรวจสอบความเป็นปรนัยของสถานการณ์ปัญหา ข้อคำถาม และ หาประสิทธิภาพของกิจกรรมการเรียนการสอน โดยใช้นักเรียนจำนวน 3 คน ที่ได้จากการเลือกแบบสุ่มจากนักเรียนทั้ง 3 กลุ่ม กลุ่มละ 1 คน

2) การหาประสิทธิภาพกลุ่มย่อย เพื่อตรวจสอบความเป็นปรนัยของสถานการณ์ปัญหา ข้อคำถาม และ หาประสิทธิภาพของกิจกรรมการเรียนการสอน โดยใช้นักเรียนจำนวน 6 คน ที่ไม่ใช่กลุ่มรายบุคคล

3) การหาประสิทธิภาพภาคสนาม เพื่อตรวจสอบความเป็นปรนัยของสถานการณ์ปัญหา ข้อคำถาม และ หาประสิทธิภาพของกิจกรรมการเรียนการสอน โดยใช้นักเรียนจำนวน 12 คน ไม่ใช่กลุ่มรายบุคคล และ กลุ่มย่อย

2.2 การกำหนดกรอบแนวคิดของกิจกรรมการเรียนการสอนที่เสริมสร้างความสามารถในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาสถานการณ์จริงเรื่องการประยุกต์ของแคลคูลัส

ในการวิจัยครั้งนี้ได้นำผลที่ได้จากการศึกษาสภาพการเรียนการสอน ผู้วิจัยได้กำหนดกรอบแนวคิดของกิจกรรมการเรียนการสอนที่เสริมสร้างความสามารถในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาสถานการณ์จริงเรื่อง การประยุกต์ของแคลคูลัส สำหรับนักเรียนห้องเรียนพิเศษวิทยาศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย โดยดัดแปลงมาจากกรอบแนวคิดของ รุ่งฟ้า จันท์จารุภรณ์ (Rungfa Janjaruporn, 2005) และสุรสาล ผาสุข (2546) และใช้ผลที่ได้จากการศึกษาสภาพการเรียนการสอนที่เกี่ยวข้องกับการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาสถานการณ์จริงเรื่องการประยุกต์ของแคลคูลัสมาเป็นข้อมูลพื้นฐาน ดังนี้

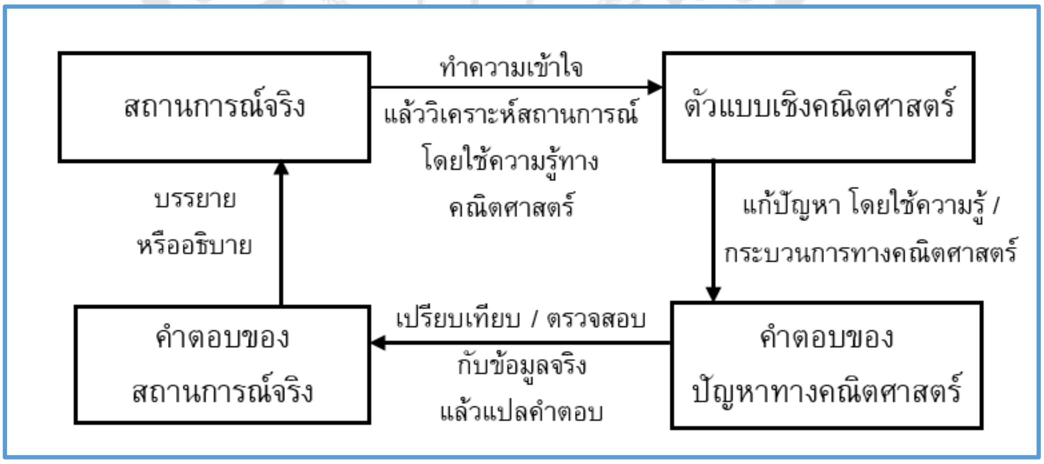
จุดมุ่งหมายของกิจกรรมการเรียนการสอนที่เสริมสร้างความสามารถ

กิจกรรมการเรียนการสอนที่เสริมสร้างความสามารถในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาสถานการณ์จริงเรื่องการประยุกต์ของแคลคูลัส สำหรับนักเรียนห้องเรียนพิเศษวิทยาศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย มีจุดมุ่งหมายหลัก คือ เพื่อเสริมสร้างความสามารถในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาสถานการณ์จริงเรื่องการประยุกต์ของแคลคูลัส ของนักเรียนห้องเรียนพิเศษวิทยาศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย ในด้านต่าง ๆ ดังนี้ (1) ด้านการทำความเข้าใจสถานการณ์จริง (2) ด้านการปรับเปลี่ยนสถานการณ์จริงให้เป็นปัญหาทางคณิตศาสตร์ (3) ด้านการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และ (4) ด้านการแปลความหมายคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ให้เป็นคำตอบของสถานการณ์จริง

ขอบเขตของกิจกรรมการเรียนการสอน

กิจกรรมการเรียนการสอนที่เสริมสร้างความสามารถในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาสถานการณ์จริงเรื่องการประยุกต์ของแคลคูลัส สำหรับนักเรียนห้องเรียนพิเศษวิทยาศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย ประกอบด้วย แผนการจัดการเรียนรู้จำนวน 12 แผน แต่ละแผนใช้เวลา 90 นาที ซึ่งแผนการจัดการเรียนรู้แต่ละแผน ประกอบด้วย จุดประสงค์การเรียนรู้ สาระการเรียนรู้ สื่อการเรียนรู้ กิจกรรมการเรียนรู้ การวัดผลและประเมินผลการเรียนรู้

ในกิจกรรมการเรียนการสอนนี้ นักเรียนจะได้เรียนรู้ กระบวนการในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ (mathematical modeling process) เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ซึ่งดัดแปลงมาจากกระบวนการแก้ปัญหาตามแนวคิดของโพลยา (Polya) กระบวนการแก้ปัญหาที่เป็นพลวัตตามแนวคิดของวิลสันและคณะ (Wilson and others) และกระบวนการศึกษาสถานการณ์จริงโดยใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ตามแนวคิดของจิออร์ดาโน เวียร์ และฟอกซ์ (Giordano, Weir, & Fox, 2014) ซึ่งกระบวนการในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ ประกอบด้วย 4 ขั้นตอน ได้แก่ ขั้นทำความเข้าใจสถานการณ์จริง ขั้นปรับเปลี่ยนสถานการณ์จริงให้เป็นปัญหาทางคณิตศาสตร์ ขั้นใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และขั้นแปลความหมายคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ให้เป็นคำตอบของสถานการณ์จริง ดังภาพประกอบ 18



ภาพประกอบ 18 กระบวนการในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ ในกิจกรรมการเรียนการสอนที่เสริมสร้างความสามารถในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางสถานการณ์จริงเรื่องการประยุกต์ของแคลคูลัส

จากภาพประกอบ 18 สามารถอธิบายได้ดังนี้ เมื่อนักเรียนเผชิญปัญหาในบริบทสถานการณ์จริงที่ นักเรียนจะต้องเริ่มทำความเข้าใจกับสถานการณ์จริงก่อนรวบรวมเนื้อหารายละเอียด หลังจากนั้นวิเคราะห์สถานการณ์จริงโดยใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับการประยุกต์ของแคลคูลัส แล้วกำหนดสถานการณ์ปัญหาให้อยู่ให้อยู่ในรูปแบบปัญหาทางคณิตศาสตร์ พร้อมทั้งระบุตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ที่เหมาะสมกับสถานการณ์จริงนั้น แล้วดำเนินการแก้ปัญหาโดยใช้ทักษะความรู้และกระบวนการทางคณิตศาสตร์ เพื่อให้ได้มาซึ่งผลลัพธ์ทางคณิตศาสตร์ หลังจากนั้นพิจารณาประเมินและตรวจสอบจากข้อมูลว่ามี ความสมเหตุสมผลของผลลัพธ์ที่ได้โดยการเปรียบเทียบหรือตรวจสอบกับข้อมูลจริง แล้วแปลความหมายออกมาเป็นคำตอบของสถานการณ์จริง เพื่อให้คำตอบอยู่ในบริบทโลกจริง สุดท้ายบรรยายหรืออธิบายคำตอบของสถานการณ์จริงนั้น

นอกจากเรียนรู้กระบวนการในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์แล้ว นักเรียนยังได้ฝึกฝนและมีประสบการณ์ในการแก้ปัญหาสถานการณ์จริง (real world situation) จำนวนมากโดยใช้ทักษะความรู้ทางคณิตศาสตร์และตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ให้ได้มาซึ่งผลลัพธ์ทางคณิตศาสตร์ ที่ไม่เกินระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ด้วยตนเอง (Learning by doing) ได้มีส่วนร่วมในการเรียนรู้แบบร่วมมือ (Cooperative learning) โดยนักเรียนการสร้างความสัมพันธ์ภายในกลุ่มผู้เรียนซึ่งต้องการการพึ่งพาและเกื้อกูลกัน และใช้ความสามารถเฉพาะตัวและศักยภาพในตนเองร่วมกันแก้ปัญหาต่าง ๆ ให้บรรลุผลสำเร็จ นักเรียนต้องลงมือแก้ปัญหาเป็นกลุ่ม (Group problem solving) ซึ่งในแต่ละกลุ่มประกอบด้วยนักเรียน 4 คน แบบคละความสามารถ กล่าวคือ มีนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูง 1 คน ปานกลาง 2 คน และต่ำ 1 คน โดยนักเรียนแต่ละคนต้องร่วมกันรับผิดชอบในการแก้ปัญหาของกลุ่ม นำเสนอผลการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ทั้งของตนเองและของกลุ่ม ตลอดจนมีส่วนร่วมในการอภิปรายผลการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ในชั้นเรียน

แนวทางการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน

ดังที่กล่าวมาแล้วว่า กิจกรรมการเรียนการสอนที่เสริมสร้างความสามารถในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาสถานการณ์จริงเรื่องการประยุกต์ของแคลคูลัส สำหรับนักเรียนห้องเรียนพิเศษระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย ประกอบด้วย แผนการจัดการเรียนรู้จำนวน 12 แผน แต่ละแผนใช้เวลา 90 นาที ผู้วิจัยจะทำหน้าที่เป็นครูผู้สอน โดยใช้ การจัดกิจกรรมการเรียนการสอนผ่านการแก้ปัญหา (problem solving approach)

เพื่อศึกษาพฤติกรรมเชิงลึกเกี่ยวกระบวนการในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เกี่ยวกับการแก้ปัญหาสถานการณ์จริงเรื่องการประยุกต์ของแคลคูลัสของนักเรียน เมื่อได้เรียนด้วยกิจกรรมการเรียนการสอนที่สร้างขึ้น ผู้วิจัยแบ่งกิจกรรมการเรียนการสอนนี้ออกเป็น 3 ช่วง ดังนี้

ช่วงที่ 1	คาบเรียน 1–4
ช่วงที่ 2	คาบเรียน 5–8
ช่วงที่ 3	คาบเรียน 9–12

โดยแต่ละช่วงมีรายละเอียดของกิจกรรมการเรียนการสอน ดังนี้

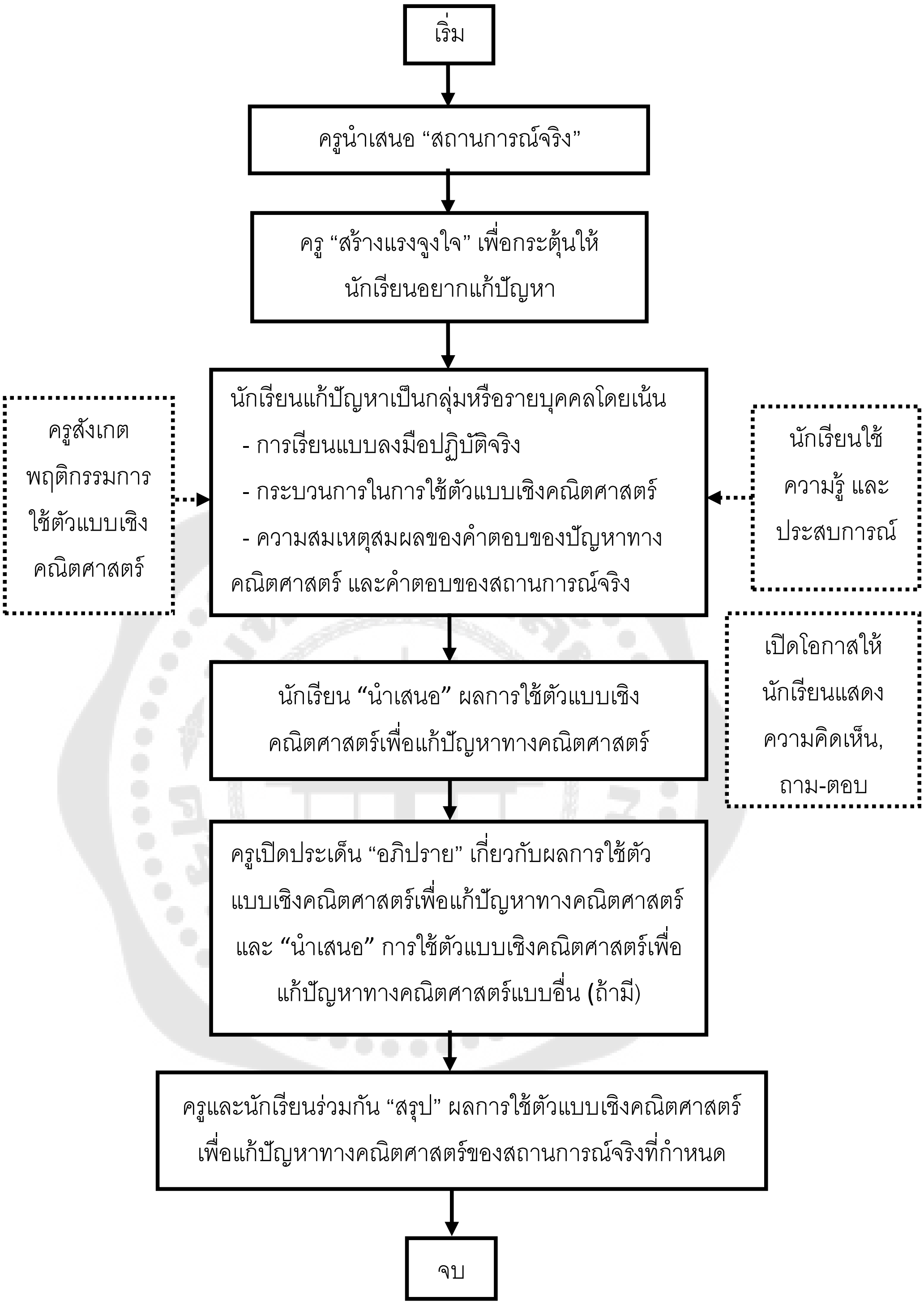
ช่วงที่ 1 (คาบเรียน 1–4) การจัดกิจกรรมในการเรียนการสอนในคาบเรียน 1 เริ่มต้นด้วยกิจกรรมที่ไม่ซับซ้อน เป็นการแนะนำกระบวนการในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาสถานการณ์จริง โดยส่งเสริมให้นักเรียนทำกิจกรรมร่วมกัน ลงมือแก้ปัญหาเป็นกลุ่ม แลกเปลี่ยนความคิดเห็น ระดมความคิดมีการช่วยเหลือพึ่งพากันผ่านการแก้ปัญหาสถานการณ์จริง ในคาบเรียน 2-3 เป็นการฝึกฝนกระบวนการในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาสถานการณ์จริง โดยให้นักเรียนลงมือแก้ปัญหาเป็นกลุ่มผ่านการแก้ปัญหาสถานการณ์จริงที่กำหนดตามกระบวนการในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาสถานการณ์จริงที่เรียนรู้ ในคาบเรียน 4 ให้นักเรียนลงมือแก้ปัญหาสถานการณ์จริงที่กำหนดรายบุคคล โดยใช้ใบกิจกรรมรายบุคคลครั้งที่ 1 เพื่อเป็นการตรวจสอบความสามารถในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาสถานการณ์จริง ของนักเรียนแต่ละคน

ช่วงที่ 2 **(คาบเรียน** 5–8) การจัดกิจกรรมการเรียนการสอนในคาบเรียน 5-7 เป็นกิจกรรมที่ท้าทายความสามารถของนักเรียน การเปิดโอกาสให้นักเรียนนำเอาประสบการณ์เดิมของผู้เรียนมาบูรณาการเพื่อแก้ปัญหา และได้เรียนรู้เพื่อเพิ่มประสบการณ์ให้มากขึ้นในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยให้นักเรียนลงมือแก้ปัญหาเป็นกลุ่มผ่านการแก้ปัญหาสถานการณ์จริงที่หลากหลายและมีความซับซ้อนขึ้นตามกระบวนการในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่เรียนรู้ และในคาบเรียนที่ 8 ให้นักเรียนลงมือ

แก้ปัญหาสถานการณ์จริงที่กำหนดรายบุคคล โดยใช้ใบกิจกรรมรายบุคคลครั้งที่ 2 เพื่อเป็นการตรวจสอบความสามารถในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาสถานการณ์จริง ของนักเรียนแต่ละคน

ช่วงที่ 3 **(คาบเรียน** 9–12**)** ซึ่งถือว่าเป็นช่วงท้ายของกิจกรรมการเรียนการสอน กิจกรรมการเรียนการสอนในคาบเรียน 9-11 เป็นกิจกรรมที่เปิดโอกาสให้นักเรียนได้ดึงประสบการณ์ต่าง ๆ ของตนเองมาใช้ในการแก้ปัญหาสถานการณ์จริงที่กำหนด โดยให้นักเรียนลงมือแก้ปัญหาเป็นกลุ่มผ่านการปัญหาสถานการณ์จริงที่กำหนดตามกระบวนการในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่เรียนรู้ และในคาบเรียน 12 ซึ่งเป็นคาบเรียนสุดท้ายของกิจกรรมการเรียนการสอน ผู้วิจัยให้นักเรียนลงมือแก้ปัญหาสถานการณ์จริงที่กำหนดเป็นรายบุคคล เพื่อตรวจสอบความสามารถในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนแต่ละคน โดยใช้ใบกิจกรรมรายบุคคลครั้งที่ 3

สำหรับขั้นตอนการดำเนินกิจกรรมการเรียนการสอนในแต่ละคาบเรียนได้ดัดแปลงมาจากแนวคิดของรุ่งฟ้า จันท์จารุภรณ์ (Rungfa Janjaruporn, 2005) โดยเฉพาะกิจกรรมการแก้ปัญหาเป็นกลุ่มและการแก้ปัญหาเป็นรายบุคคล ผู้วิจัยดำเนินตามขั้นตอนดังภาพประกอบ 19



ภาพประกอบ 19 ขั้นตอนการดำเนินกิจกรรมการเรียนการสอนในแต่ละคาบเรียน

ที่มา: Rungfa Janjaruporn (2005)

2.3 การสร้างเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ ประกอบด้วย (1) เครื่องมือสำหรับจัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่เสริมสร้างความสามารถในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาสถานการณ์จริงเรื่องการประยุกต์ของแคลคูลัส (2) เครื่องมือสำหรับการวัดและประเมินผลความสามารถในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียน

1) เครื่องมือสำหรับจัดกิจกรรมการเรียนการสอน

เครื่องมือที่ใช้ในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่เสริมสร้างความสามารถในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาสถานการณ์จริงเรื่อง การประยุกต์ของแคลคูลัส ประกอบด้วย แผนการจัดการเรียนรู้จำนวน 12 แผน ซึ่งแต่ละแผนประกอบด้วย จุดประสงค์การเรียนรู้ สาระการเรียนรู้ สื่อการเรียนรู้ กิจกรรมการเรียนรู้ การวัดผลและประเมินผลการเรียนรู้ โดยใช้เวลา 90 นาทีในการดำเนินการแต่ละแผน เนื้อหาที่ใช้เป็นเนื้อหาที่เกี่ยวข้องกับ การประยุกต์ของแคลคูลัสและไม่เกินระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

2) เครื่องมือสำหรับการวัดและประเมินผล

ในงานวิจัยครั้งนี้ เครื่องมือสำหรับการวัดและประเมินผล ประกอบด้วย (1) แบบทดสอบวัดความสามารถในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาสถานการณ์จริงเรื่องการประยุกต์ของแคลคูลัส (2) แบบสังเกตพฤติกรรมการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาสถานการณ์จริงเรื่อง การประยุกต์ของแคลคูลัส และ(3) แบบสัมภาษณ์นักเรียนเกี่ยวกับการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาสถานการณ์จริงเรื่องการประยุกต์ของแคลคูลัส รายละเอียดดังนี้

แบบทดสอบวัดความสามารถในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาสถานการณ์จริงเรื่องการประยุกต์ของแคลคูลัส

แบบทดสอบวัดความสามารถในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาสถานการณ์จริงเรื่องการประยุกต์ของแคลคูลัส เป็นแบบทดสอบอัตนัยที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นเพื่อตรวจสอบความสามารถในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาเพื่อแก้ปัญหาสถานการณ์จริงเรื่อง การประยุกต์ของแคลคูลัส ของนักเรียนห้องเรียนพิเศษวิทยาศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย ที่เรียนด้วยกิจกรรมการเรียนการสอนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น ซึ่งประกอบด้วยปัญหาสถานการณ์จริงที่ไม่ซับซ้อน ปัญหาสถานการณ์จริงหลายขั้นตอนหรือซับซ้อน จำนวน 4 ข้อ ซึ่งแต่ละข้อใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์และตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เรื่อง การประยุกต์ของแคลคูลัส

ในการแก้ปัญหาและไม่เกินระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 โดยแต่ละข้อมีคะแนนเต็ม 20 คะแนน และมีการให้คะแนนแบบวิเคราะห์ ดังตาราง 4

ตาราง 4 เกณฑ์การให้คะแนนแบบวิเคราะห์ของกิจกรรมการเรียนการสอนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น

ด้านการทำความเข้าใจสถานการณ์จริง (5 คะแนน)	**คะแนน**
ระบุสิ่งที่สถานการณ์จริงต้องการหาได้ถูกต้อง	1
ระบุสิ่งที่สถานการณ์จริงต้องการหาไม่ถูกต้อง	0
ระบุข้อมูลหรือเงื่อนไขในสถานการณ์จริงได้ถูกต้อง ครบถ้วน	2
ระบุข้อมูลหรือเงื่อนไขในสถานการณ์จริงได้ถูกต้อง เพียงบางส่วน	1
ระบุข้อมูลหรือเงื่อนไขในสถานการณ์จริงไม่ถูกต้อง	0
อธิบายแนวคิดที่นำไปสู่การค้นหาตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ได้ถูกต้อง ครบถ้วน	2
อธิบายแนวคิดที่นำไปสู่การค้นหาตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์พอสื่อให้เข้าใจได้ เพียงบางส่วน	1
อธิบายแนวคิดที่นำไปสู่การค้นหาตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ไม่ถูกต้อง	0
ด้านการปรับเปลี่ยนสถานการณ์จริงให้เป็นปัญหาทางคณิตศาสตร์ (8 คะแนน)	**คะแนน**
แสดงวิธีการคำนวณที่นำไปสู่การปรับเปลี่ยนข้อมูลหรือเงื่อนไขในสถานการณ์จริง ให้อยู่ในรูปตัวไม่ทราบค่า ข้อมูล เงื่อนไข หรือสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ได้ถูกต้อง ครบถ้วน	4
แสดงวิธีการคำนวณที่นำไปสู่การปรับเปลี่ยนข้อมูลหรือเงื่อนไขในสถานการณ์จริง ให้อยู่ในรูปตัวไม่ทราบค่า ข้อมูล เงื่อนไข หรือสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ได้ถูกต้อง ส่วนใหญ่	3
แสดงวิธีการคำนวณที่นำไปสู่การปรับเปลี่ยนข้อมูลหรือเงื่อนไขในสถานการณ์จริง ให้อยู่ในรูปตัวไม่ทราบค่า ข้อมูล เงื่อนไข หรือสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ได้ถูกต้อง เพียงบางส่วน	2
แสดงวิธีการคำนวณที่นำไปสู่การปรับเปลี่ยนข้อมูลหรือเงื่อนไขในสถานการณ์จริง ให้อยู่ในรูปตัวไม่ทราบค่า ข้อมูล เงื่อนไข หรือสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ไม่ถูกต้อง หรือไม่แสดง	0
ปรับเปลี่ยน "ข้อมูลหรือเงื่อนไขที่สำคัญ" ในสถานการณ์จริง ให้อยู่ในรูปตัวไม่ทราบค่า ข้อมูล เงื่อนไข หรือสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ได้ถูกต้อง ครบถ้วน	2
ปรับเปลี่ยน "ข้อมูลหรือเงื่อนไขที่สำคัญ" ในสถานการณ์จริง ให้อยู่ในรูปตัวไม่ทราบค่า ข้อมูล เงื่อนไข หรือสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ได้ถูกต้อง เพียงบางส่วน	1
ปรับเปลี่ยน "ข้อมูลหรือเงื่อนไขที่สำคัญ" ในสถานการณ์จริง ให้อยู่ในรูปตัวไม่ทราบค่า ข้อมูล เงื่อนไข หรือสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ไม่ถูกต้อง	0
สร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ได้ถูกต้อง ครบถ้วน	2
สร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ได้ถูกต้อง เพียงบางส่วน	1
สร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ไม่ถูกต้อง	0

ตาราง 4 (ต่อ)

ด้านการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ (5 คะแนน)	คะแนน
แสดงวิธีการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ในการค้นหาคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้ถูกต้องครบถ้วน	3
แสดงวิธีการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ในการค้นหาคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้ถูกต้องส่วนใหญ่	2
แสดงวิธีการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ในการค้นหาคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้ถูกต้องเพียงบางส่วน	1
แสดงวิธีการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ในการค้นหาคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ไม่ถูกต้อง	0
สรุปคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้ถูกต้อง ครบถ้วน	2
สรุปคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้ถูกต้อง เพียงบางส่วน	1
สรุปคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ไม่ถูกต้อง	0
ด้านการแปลความหมายคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ให้เป็นคำตอบของสถานการณ์จริง (2 คะแนน)	**คะแนน**
แปลความหมายคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ ออกมาเป็นคำตอบของสถานการณ์จริงได้ถูกต้อง ครบถ้วน	2
แปลความหมายคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ ออกมาเป็นคำตอบของสถานการณ์จริงได้ถูกต้อง เพียงบางส่วน	1
แปลความหมายคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ ออกมาเป็นคำตอบของสถานการณ์จริงไม่ถูกต้อง	0

แบบสังเกตพฤติกรรมในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาสถานการณ์จริงเรื่องการประยุกต์ของแคลคูลัส

แบบสังเกตพฤติกรรมในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาสถานการณ์จริงเรื่องการประยุกต์ของแคลคูลัส เป็นแบบบันทึกที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น เพื่อบันทึกพฤติกรรมในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาสถานการณ์จริงเรื่อง การประยุกต์ของแคลคูลัส ของนักเรียนห้องเรียนพิเศษวิทยาศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย ขณะลงมือแก้ปัญหา ประกอบด้วย แบบตรวจสอบรายการและแบบบันทึกภาคสนาม

แบบสัมภาษณ์นักเรียนเกี่ยวกับการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาสถานการณ์จริงเรื่องการประยุกต์ของแคลคูลัส

แบบสัมภาษณ์นักเรียนเกี่ยวกับการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาสถานการณ์จริงเรื่องการประยุกต์ของแคลคูลัส เป็นแบบสัมภาษณ์ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นเพื่อสอบถาม

นักเรียนเป้าหมายเกี่ยวกับกระบวนการในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาสถานการณ์จริงของแต่ละคน โดยใช้หลังสิ้นสุดคาบเรียนแต่ละครั้ง

ขั้นตอนในการสร้างเครื่องมือ

1. กำหนดจุดมุ่งหมาย/ขอบเขตของเครื่องมือแต่ละชนิด

2. ดำเนินการสร้างเครื่องมือ ดังนี้

2.1 สร้างแผนการจัดการเรียนรู้โดยเริ่มจากรวบรวมสถานการณ์จริงที่น่าสนใจและสามารถใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับ การประยุกต์ของแคลคูลัสในการแก้ปัญหาได้ หลังจากนั้นนำมาปรับเปลี่ยนเงื่อนไขให้เหมาะสมกับระดับความสามารถของนักเรียน แสดงกระบวนการในการค้นหาคำตอบพร้อมทั้งคำอธิบายที่ชัดเจน แล้วเขียนแผนการจัดการเรียนรู้จำนวน 12 แผน ซึ่งแผนการจัดการเรียนรู้แต่ละแผนประกอบด้วย จุดประสงค์การเรียนรู้ สาระการเรียนรู้ สื่อการเรียนรู้ กิจกรรมการเรียนรู้ การวัดผลและประเมินผลการเรียนรู้

2.2 สร้างแบบทดสอบวัดความสามารถในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาสถานการณ์จริงเรื่องการประยุกต์ของแคลคูลัส โดยเลือกสถานการณ์จริงที่น่าสนใจและสามารถใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับ การประยุกต์ของแคลคูลัสในการแก้ปัญหา และเหมาะสมกับระดับความสามารถของนักเรียนชั้น จำนวน 6 ข้อมาสร้างเป็นแบบทดสอบ

2.3 สร้างแบบสังเกตพฤติกรรมในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาสถานการณ์จริงเรื่องการประยุกต์ของแคลคูลัส ซึ่งได้แก่ แบบตรวจสอบรายการ และแบบบันทึกภาคสนาม โดยดัดแปลงมาจากแบบสังเกตพฤติกรรมการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของรุ่งฟ้า จันท์จารุภรณ์ (Rungfa Janjaruporn, 2005)

3. นำเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยทั้งหมดเสนอต่อผู้เชี่ยวชาญจำนวน 3 ท่าน เพื่อตรวจสอบความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหา ความเหมาะสมของภาษาที่ใช้และความชัดเจนของข้อความ สำหรับแบบทดสอบวัดความสามารถในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาสถานการณ์จริงเรื่องการประยุกต์ของแคลคูลัส มีการให้คะแนนดังนี้

คะแนน	+1	หมายถึง	ใช้ได้
คะแนน	0	หมายถึง	ไม่แน่ใจว่าใช้ได้หรือไม่
คะแนน	-1	หมายถึง	ใช้ไม่ได้

4. นำเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยทั้งหมดมาปรับปรุงแก้ไขตามข้อเสนอแนะของผู้เชี่ยวชาญทั้ง 3 ท่าน สำหรับแบบทดสอบวัดความสามารถในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหา

สถานการณ์จริงเรื่อง การประยุกต์ของแคลคูลัส ผู้วิจัยคัดเลือกสถานการณ์จริงเฉพาะข้อที่มีค่าดัชนีความสอดคล้อง (IOC) ตั้งแต่ 0.5 ขึ้นไป

5. นำเครื่องมือไปใช้กับการหาประสิทธิภาพรายบุคคลกับนักเรียนจำนวน 3 คน ซึ่งเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2561 โรงเรียนสาธิตมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร (ฝ่ายมัธยม)

6. นำเครื่องมือไปใช้กับการหาประสิทธิภาพกลุ่มย่อยจำนวน 6 คน ซึ่งเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2561 โรงเรียนสาธิตมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร (ฝ่ายมัธยม)

7. นำเครื่องมือไปใช้กับการหาประสิทธิภาพกลุ่มภาคสนามจำนวน 12 คน ซึ่งเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2561 โรงเรียนสาธิตมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร (ฝ่ายมัธยม)

8. นำคะแนนจากแบบทดสอบวัดความสามารถในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ได้จากการทดลองกับนักเรียนกลุ่มนำร่องมาวิเคราะห์หาค่าความยากง่าย (p) และค่าอำนาจจำแนก (r) เป็นรายข้อ แล้วคัดเลือกสถานการณ์จริงที่มีค่าความยากง่ายตั้งแต่ 0.39-0.51 และมีค่าอำนาจจำแนก 0.58 ขึ้นไป จำนวน 4 ข้อ เพื่อใช้เป็นแบบทดสอบวัดความสามารถในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาสถานการณ์จริงเรื่องการประยุกต์ของแคลคูลัส

9. หาค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดความสามารถในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ได้ในข้อ 8 โดยการหาค่าสัมประสิทธิ์แอลฟา (α – Coefficient) โดยค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดความสามารถในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาสถานการณ์จริงเรื่องการประยุกต์ของแคลคูลัส เท่ากับ 0.95

10. ปรับแผนการจัดการเรียนรู้ แบบทดสอบวัดความสามารถในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาสถานการณ์จริงเรื่องการประยุกต์ของแคลคูลัส แบบสังเกตพฤติกรรมในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาสถานการณ์จริงเรื่องการประยุกต์ของแคลคูลัสให้เหมาะสมและมีความชัดเจน เพื่อเป็นเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้

2.4 การหาประสิทธิภาพของกิจกรรมการเรียนการสอนและหาคุณภาพเครื่องมือวิจัย

ในการหาประสิทธิภาพของกิจกรรมการเรียนการสอนและเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยที่สร้างขึ้น ผู้วิจัยได้ดำเนินการทดลองกับกลุ่มนำร่องสำหรับการพัฒนากิจกรรมการเรียนการสอนที่เสริมสร้างความสามารถในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์และหาคุณภาพของเครื่องมือวิจัยดังนี้

1) การหาประสิทธิภาพรายบุคคล กับนักเรียนจำนวน 3 คน โดยให้นักเรียนทำความเข้าใจสถานการณ์ปัญหาและข้อคำถาม แล้วสัมภาษณ์นักเรียน เพื่อตรวจสอบความเป็นปรนัยของสถานการณ์ปัญหา ข้อคำถาม และ หาประสิทธิภาพของกิจกรรมการเรียนการสอน จากนั้นนำข้อมูลมาหาประสิทธิภาพ E_1/E_2 จากนั้นนำข้อมูลมาปรับปรุงแก้ไขเพื่อใช้ในการหาประสิทธิภาพขั้นต่อไป

2) การหาประสิทธิภาพกลุ่มย่อย กับนักเรียนจำนวน 6 คน โดยให้นักเรียนทำความเข้าใจสถานการณ์ปัญหาและข้อคำถาม แล้วลงมือปฏิบัติกิจกรรม เพื่อตรวจสอบความเป็นปรนัยของสถานการณ์ปัญหา ข้อคำถาม และ หาประสิทธิภาพของกิจกรรมการเรียนการสอน จากนั้นนำข้อมูลมาหาประสิทธิภาพ E_1/E_2 ปรับปรุงแก้ไขเพื่อใช้ในการหาประสิทธิภาพขั้นต่อไป

3) การหาประสิทธิภาพภาคสนาม กับนักเรียนจำนวน 12 คน โดยให้นักเรียนทำความเข้าใจสถานการณ์ปัญหาและข้อคำถาม แล้วลงมือปฏิบัติกิจกรรม เพื่อตรวจสอบความเป็นปรนัยของสถานการณ์ปัญหา ข้อคำถาม และ หาประสิทธิภาพของกิจกรรมการเรียนการสอน จากนั้นนำข้อมูลมาหาประสิทธิภาพ E_1/E_2 แล้วเทียบกับเกณฑ์ที่กำหนด ถ้าไม่เป็นไปตามเกณฑ์ที่กำหนด ผู้วิจัยดำเนินการปรับปรุงแก้ไข และนำไปใช้ในการทดลองต่อไป

ระยะที่ 3 การศึกษาความสามารถและพฤติกรรมการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์

3.1. การกำหนดกลุ่มเป้าหมายสำหรับศึกษาความสามารถและพฤติกรรมการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์

กลุ่มเป้าหมายที่ใช้ในการศึกษาความสามารถและพฤติกรรมในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาสถานการณ์จริงเรื่องการประยุกต์ของแคลคูลัส เป็นนักเรียนห้องเรียนพิเศษวิทยาศาสตร์ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2561 ที่ผ่านการเรียนเนื้อหาเรื่องแคลคูลัสมาแล้ว ของโรงเรียนสาธิตมหาวิทยาลัยรามคำแหง จำนวน 15 คน ใช้เวลาเรียนนอกเวลาเรียนปกติ โดยเลือกแบบเจาะจงและพิจารณาจากคะแนนดิบของนักเรียนในรายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐานภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2561 แล้วแบ่งเป็น 3 กลุ่ม กลุ่มละ 4 คน ซึ่งในแต่ละกลุ่มประกอบด้วย นักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูง 1 คน นักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์

ทางการเรียนปานกลาง 2 คน และนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนต่ำ 1 คน จากนั้นเลือกนักเรียนที่มีความกล้าแสดงออก การสื่อสารและนำเสนอแนวคิดของตนเองได้ดี จำนวน 4 คน จากกลุ่มเก่ง 1 คน กลุ่มปานกลาง 2 คน กลุ่มต่ำ 1 คน เพื่อเป็นนักเรียนเป้าหมาย (Target student) ในการศึกษาเชิงลึกเกี่ยวกับพฤติกรรมในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาสถานการณ์จริงเรื่องการประยุกต์ของแคลคูลัส ขณะลงมือใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และสัมภาษณ์กระบวนในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับการประยุกต์แคลคูลัสของนักเรียนเป้าหมายแต่ละคน หลังสิ้นสุดคาบเรียนแต่ละครั้ง

3.2 การกำหนดกรอบแนวคิดในการศึกษาความสามารถและพฤติกรรมในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์

แนวคิดในการศึกษาความสามารถและพฤติกรรมในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์มีดังนี้

1) การศึกษาความสามารถในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาสถานการณ์จริงเรื่องการประยุกต์ของแคลคูลัส เราจะศึกษาความสามารถของนักเรียน ในด้านการทำความเข้าใจสถานการณ์จริง ด้านการปรับเปลี่ยนสถานการณ์จริงให้เป็นปัญหาทางคณิตศาสตร์ ด้านการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และด้านการแปลความหมายคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ให้เป็นคำตอบของสถานการณ์ โดยพิจารณา

1.1) คะแนนจากใบกิจกรรมรายบุคคล จำนวน 3 ครั้ง

1.2) คะแนนจากแบบทดสอบวัดความสามารถในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาสถานการณ์จริงที่เกี่ยวข้องกับเรื่อง การประยุกต์ของแคลคูลัส

2) การศึกษาพฤติกรรมในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ ได้จากการสร้างแบบสังเกตพฤติกรรมในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับการประยุกต์ของแคลคูลัส ซึ่งได้แก่ แบบตรวจสอบรายการ และแบบบันทึกภาคสนาม ดัดแปลงมาจากแบบสังเกตพฤติกรรมการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของ รุ่งฟ้า จันท์จารุภรณ์ (Rungfa Janjaruporn, 2005) โดยศึกษาด้านต่าง ๆ ดังต่อไปนี้

2.1) ด้านการทำความเข้าใจสถานการณ์จริง โดยพิจารณาการแสดงออกของนักเรียนในการระบุ/เขียนข้อมูลหรือเงื่อนไขที่สำคัญของสถานการณ์จริง และสิ่งที่ต้องการหา

2.2) ด้านการปรับเปลี่ยนสถานการณ์จริงให้เป็นปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยพิจารณาการแสดงออกของนักเรียนในการใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้อง ปรับเปลี่ยนข้อมูลหรือเงื่อนไขที่สำคัญของสถานการณ์จริง ให้อยู่ในรูปตัวไม่ทราบค่า ข้อมูล เงื่อนไข สัญลักษณ์ ประโยคสัญลักษณ์ หรือความสัมพันธ์ทางคณิตศาสตร์

2.3) ด้านการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยพิจารณาการแสดงออกของนักเรียนในการกำหนดตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ที่เหมาะสมกับสถานการณ์จริงนั้น การดำเนินการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์โดยใช้ความรู้และกระบวนการทางคณิตศาสตร์ และการค้นหาคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์

2.4) ด้านการแปลความหมายคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ให้เป็นคำตอบของสถานการณ์จริง โดยพิจารณาการแสดงออกของนักเรียนในการเปรียบเทียบหรือตรวจสอบความถูกต้องและความสมเหตุสมผลของคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ได้กับข้อมูลจริง การแปลความหมายออกมาเป็นคำตอบของสถานการณ์จริง และการบรรยายหรืออธิบายคำตอบของสถานการณ์จริง

3.3 การดำเนินการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนและเก็บรวบรวมข้อมูล

1) แบบแผนการวิจัย

แบบแผนการวิจัยที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ คือ แบบกลุ่มเดียว มีการทดสอบหลังการทดลอง (One–Group Posttest–Only Design) ซึ่งเป็นแบบแผนการวิจัยที่เลือกใช้กลุ่มตัวอย่างเพียงกลุ่มเดียว มีการให้ตัวแปรอิสระกับกลุ่มตัวอย่าง และทำการทดสอบหลังการทดลอง แล้วพิจารณาผลการทดลอง

2) การดำเนินการทดลอง

ผู้วิจัยใช้เวลาในการดำเนินการทดลองทั้งหมด 14 คาบเรียน คาบเรียนละ 90 นาที โดยแบ่งเป็นเวลาในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่เสริมสร้างความสามารถในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาสถานการณ์จริงเรื่องการประยุกต์ของแคลคูลัส จำนวน 12 คาบเรียน และเวลาในการทดสอบหลังเรียน 2 คาบเรียน ซึ่งรายละเอียดการดำเนินการทดลอง มีดังนี้

1. ผู้วิจัยดำเนินการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่เสริมสร้างความสามารถในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาสถานการณ์จริงเรื่องการประยุกต์ของแคลคูลัส ในช่วงหลังของภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2561 โดยใช้เวลาเรียนนอกเวลาปกติ ในแต่ละคาบเรียนผู้วิจัยทำหน้าที่เป็นผู้สอนและผู้สังเกตการณ์ โดยมีนิสิตปริญญาเอก สาขาวิชาคณิตศาสตร์ จำนวน 2 คน ทำหน้าที่เป็นผู้ช่วยวิจัย บันทึกพฤติกรรมในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับ การประยุกต์ของแคลคูลัสของนักเรียนเป้าหมายและสมาชิกในกลุ่มขณะลงมือใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

2. เพื่อตรวจสอบความสามารถในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน ที่เรียนด้วยกิจกรรมการเรียนการสอนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น เมื่อสิ้นสุดการจัด

กิจกรรมการเรียนการสอน ผู้วิจัยให้นักเรียนทำแบบทดสอบวัดความสามารถในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาสถานการณ์จริงเรื่องการประยุกต์ของแคลคูลัส

3.4 การวิเคราะห์ข้อมูล

1. นำคะแนนจากใบกิจกรรมในชั้นเรียนและแบบทดสอบวัดความสามารถในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาสถานการณ์จริงเรื่องการประยุกต์ของแคลคูลัส มาหาค่าเฉลี่ยเลขคณิต ($\bar{x}$) และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (S.D.)

2. หาจำนวนนักเรียนที่มีความสามารถในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาสถานการณ์จริงเรื่องการประยุกต์ของแคลคูลัส สูงกว่าร้อยละ 60 ขึ้นไปของคะแนนเต็ม

3. ทดสอบสมมติฐานที่ว่า นักเรียนห้องเรียนพิเศษวิทยาศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย ที่เรียนด้วยกิจกรรมการเรียนการสอนที่เสริมสร้างความสามารถในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับการประยุกต์แคลคูลัส ที่มีความสามารถในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับการประยุกต์แคลคูลัส สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 60 ของคะแนนเต็ม มีจำนวนมากกว่าร้อยละ 60 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด

4. นำแบบสังเกตพฤติกรรมในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาสถานการณ์จริงเรื่องการประยุกต์ของแคลคูลัส และงานเขียนของนักเรียนมาวิเคราะห์พฤติกรรมในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาสถานการณ์จริงเรื่อง การประยุกต์ของแคลคูลัสในด้านการทำความเข้าใจสถานการณ์จริง ด้านการปรับเปลี่ยนสถานการณ์จริงให้เป็นปัญหาทางคณิตศาสตร์ ด้านการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และด้านการแปลความหมายคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ให้เป็นคำตอบของสถานการณ์จริง โดยใช้การวิเคราะห์ข้อมูลเชิงคุณภาพ

สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล

1. สถิติที่ใช้ในการตรวจสอบคุณภาพเครื่องมือ ได้แก่ ค่าดัชนีความสอดคล้อง ค่าความยากง่าย ค่าอำนาจจำแนก และค่าความเชื่อมั่นโดยใช้วิธีการหาสัมประสิทธิ์แอลฟา

2. สถิติพื้นฐาน ได้แก่ ค่าเฉลี่ยเลขคณิต ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานและค่าร้อยละ

3. สถิติที่ใช้ทดสอบสมมติฐาน คือ การทดสอบทวินาม

บทที่ 4
ผลการวิเคราะห์ข้อมูล

ความมุ่งหมายของการวิจัยนี้ คือ เพื่อศึกษาสภาพการเรียนการสอนแคลคูลัสที่เกี่ยวข้องกับการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ของครูและนักเรียนห้องเรียนพิเศษวิทยาศาสตร์ และพัฒนากิจกรรมการเรียนการสอนที่เสริมสร้างความสามารถในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์สำหรับห้องเรียนพิเศษวิทยาศาสตร์ แล้วศึกษาความสามารถ และพฤติกรรมในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียน เมื่อเรียนด้วยกิจกรรมที่ผู้วิจัยพัฒนาขึ้น ซึ่งข้อมูลที่ได้จากเก็บรวบรวมนำมาวิเคราะห์ทั้งเชิงปริมาณและเชิงคุณภาพ และนำเสนอผลการวิเคราะห์ข้อมูลเป็น 3 ระยะ ได้แก่ ระยะที่ 1 การศึกษาสภาพการเรียนการสอนแคลคูลัสที่เกี่ยวข้องกับการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ ระยะที่ 2 การพัฒนากิจกรรมการเรียนการสอนที่เสริมสร้างความสามารถในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาสถานการณ์จริง เรื่อง การประยุกต์ของแคลคูลัสสำหรับนักเรียนห้องเรียนพิเศษวิทยาศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย และระยะที่ 3 การศึกษาความสามารถและพฤติกรรมในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหาในสถานการณ์จริง

ระยะที่ 1 การศึกษาสภาพการเรียนการสอนที่เกี่ยวข้องกับการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์

ในการศึกษาสภาพการเรียนการสอนเกี่ยวกับการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาสถานการณ์จริง เรื่อง การประยุกต์ของแคลคูลัส ของนักเรียนและครูห้องเรียนพิเศษวิทยาศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย ผู้วิจัยได้ศึกษา (1) ความเชื่อที่เกี่ยวข้องกับการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียนและครู (2) ความสามารถในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียน (3) แนวการจัดการเรียนการสอนแคลคูลัสของครู และ (4) ความรู้พื้นฐานทางพีชคณิตของนักเรียน

ตอนที่ 1 ความเชื่อที่เกี่ยวข้องกับการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียนและครู

ในการศึกษาความเชื่อที่เกี่ยวข้องกับการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียนและครู ผู้วิจัยพิจารณาความเชื่อ 3 ด้าน ได้แก่ (1) ด้านความเชื่อที่เกี่ยวกับคณิตศาสตร์ (2) ด้านความเชื่อที่เกี่ยวกับการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ และ (3) ด้านความเชื่อที่เกี่ยวกับการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ ของนักเรียนและครู ซึ่งผลการวิจัยพบว่า ค่าเฉลี่ยเลขคณิตและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนจากแบบสอบถามความเชื่อที่เกี่ยวข้องกับการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียนในแต่ละข้อ แต่ละด้านและทั้งฉบับ ปรากฏผลดังตาราง 1 ในขณะที่ค่าเฉลี่ยเลขคณิตและ

ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนจากแบบสอบถามความเชื่อที่เกี่ยวข้องกับการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ของครูในแต่ละข้อ แต่ละด้านและทั้งฉบับ ปรากฏผลดังตาราง 2

1.1 ความเชื่อที่เกี่ยวข้องกับการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียน

จากตาราง 5 เมื่อพิจารณาความเชื่อของนักเรียนทั้งฉบับ คะแนนจากแบบสอบถามความเชื่อที่เกี่ยวข้องกับการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ทั้งฉบับ มีค่าเฉลี่ยเลขคณิตเท่ากับ 2.67 และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน 0.13 ซึ่งแสดงว่านักเรียนมีความเชื่อที่เกี่ยวข้องกับการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์อยู่ในระดับมาก และเมื่อพิจารณาแต่ละด้าน คะแนนของความเชื่อที่เกี่ยวกับคณิตศาสตร์ มีค่าเฉลี่ยเลขคณิตเท่ากับ 2.86 และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน 0.25 ในขณะที่คะแนนของความเชื่อที่เกี่ยวกับการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ มีค่าเฉลี่ยเลขคณิตเท่ากับ 2.67 และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน 0.17 สำหรับคะแนนของความเชื่อที่เกี่ยวกับการเรียนการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ มีค่าเฉลี่ยเลขคณิตเท่ากับ 2.63 และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน 0.14 ซึ่งแสดงว่านักเรียนมีความเชื่อทั้งสามด้านอยู่ในระดับมาก เช่นกัน

อย่างไรก็ตาม เมื่อพิจารณาความเชื่อของนักเรียนแต่ละข้อ คะแนนของความเชื่อที่มีค่าเฉลี่ยเลขคณิตน้อยที่สุด 3 อันดับแรกซึ่งเป็น ความเชื่อระดับน้อย ได้แก่ (1) ความเชื่อที่ว่า “เราสามารถใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ (เช่น สูตร สมการ ตาราง กราฟ ฟังก์ชัน) มาช่วยแก้ปัญหาได้เลย โดยไม่คำนึงถึงขั้นตอน/กระบวนการในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์” มีค่าเฉลี่ยเลขคณิตเท่ากับ 1.91 และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน 0.95 (2) ความเชื่อที่ว่า “ในการแก้ปัญหาในสถานการณ์จริง เราไม่สามารถใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ (เช่น สูตร สมการ ตาราง กราฟ ฟังก์ชัน) มาช่วยในการแก้ปัญหาทุกปัญหา” ซึ่งมีค่าเฉลี่ยเท่ากับ 1.94 และ ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 0.76 และ (3) ความเชื่อที่ว่า “กิจกรรมการเรียนการสอน ครูควรให้คะแนนแบบภาพรวม เมื่อประเมินกระบวนการทางคณิตศาสตร์แต่ละขั้นตอนของนักเรียน” มีค่าเฉลี่ยเลขคณิตเท่ากับ 1.97 และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน 0.70 โดยความเชื่อที่มีค่าเฉลี่ยเลขคณิตน้อยที่สุด 2 อันดับแรกเป็นความเชื่อที่เกี่ยวกับการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ และอันดับสามเป็นความเชื่อที่เกี่ยวกับการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ ทั้งนี้สาเหตุอาจเนื่องมาจากนักเรียนไม่คุ้นเคยกับการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ เช่น สูตร สมการ ตาราง กราฟ ฟังก์ชัน มาช่วยแก้ปัญหาในชีวิตจริง ซึ่งสอดคล้องกับผลการสัมภาษณ์ครูที่ให้ข้อมูลว่า “ในการจัดการเรียนการสอนสำหรับห้องเรียนพิเศษวิทยาศาสตร์ครูมักมีเวลาจำกัดส่งผลให้ไม่ได้จัดกิจกรรมเรียนรู้ผ่านการแก้ปัญหาสถานการณ์จริงที่ต้องให้นักเรียนใช้กระบวนการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ครูมักให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดในแบบเรียนเพียงอย่างเดียวและแบบฝึกหัดในแบบเรียนส่วนใหญ่ไม่ได้เป็น

สถานการณ์จริงและไม่ได้มุ่งเน้นการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหา” จึงส่งผลให้นักเรียนมีความเชื่อเช่นนั้น

1.2 ความเชื่อที่เกี่ยวข้องกับการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ของครู

จากตาราง 6 เมื่อพิจารณาความเชื่อของครูทั้งฉบับ คะแนนจากแบบสอบถามความเชื่อที่เกี่ยวข้องกับการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ทั้งฉบับ มีค่าเฉลี่ยเลขคณิตเท่ากับ 3.02 และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน 0.11 ซึ่งแสดงว่าครูมีความเชื่อที่เกี่ยวข้องกับการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์อยู่ในระดับมาก และเมื่อพิจารณาแต่ละด้าน คะแนนของความเชื่อที่เกี่ยวกับคณิตศาสตร์ มีค่าเฉลี่ยเลขคณิตเท่ากับ 3.26 และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน 0.19 ในขณะที่คะแนนของความเชื่อที่เกี่ยวกับการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ มีค่าเฉลี่ยเลขคณิตเท่ากับ 2.86 และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน 0.16 สำหรับคะแนนของความเชื่อที่เกี่ยวกับการเรียนการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ มีค่าเฉลี่ยเลขคณิตเท่ากับ 2.99 และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน 0.34 ซึ่งแสดงว่านักเรียนมีความเชื่อทั้งสามด้านอยู่ในระดับมาก เช่นกัน

อย่างไรก็ตาม เมื่อพิจารณาความเชื่อของครูแต่ละข้อ คะแนนของความเชื่อที่มีค่าเฉลี่ยเลขคณิตน้อยที่สุด 3 อันดับแรก ซึ่งเป็น ความเชื่อระดับน้อย ได้แก่ (1) ความเชื่อที่ว่า “ผลลัพธ์ของการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์นั้นไม่แน่นอนแต่มีประโยชน์เพื่อแก้ปัญหามีความแน่นอนตายตัวและใช้ในวงกว้างได้เสมอ โดยเรายอมรับข้อจำกัดที่ตามมา” มีค่าเฉลี่ยเลขคณิตเท่ากับ 1.67 และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน 0.51 (2) ความเชื่อที่ว่า “เราสามารถใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ เช่น สูตร สมการ ตาราง กราฟ ฟังก์ชัน มาช่วยแก้ปัญหาได้เลย โดยไม่คำนึงถึงขั้นตอน/กระบวนการในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์” มีค่าเฉลี่ยเลขคณิตเท่ากับ 2.00 และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน 0.89 และ (3) ความเชื่อที่ว่า “ในการจัดกิจกรรมการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ครูสามารถเลือกใช้สถานการจริงใดๆก็ได้มาให้นักเรียนลงมือแก้ปัญหาโดยใช้กระบวนการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อใช้ในการแก้ปัญหา” มีค่าเฉลี่ยเลขคณิตเท่ากับ 2.33 และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน 0.51 โดยความเชื่อที่มีค่าเฉลี่ยเลขคณิตน้อยที่สุด 2 อันดับแรกเป็นความเชื่อที่เกี่ยวกับการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ และอันดับสามเป็นความเชื่อที่เกี่ยวกับการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ ทั้งนี้สาเหตุอาจเนื่องมาจากครูไม่คุ้นเคยกับการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ เช่น สูตร สมการ ตาราง กราฟ ฟังก์ชัน มาช่วยแก้ปัญหาในชีวิตจริง มีความเข้าใจที่คลาดเคลื่อนและมีประสบการณ์น้อยในการออกแบบกิจกรรมการเรียนรู้การใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาสถานการณ์จริง ซึ่งสอดคล้องกับผลการสัมภาษณ์ครูที่ให้ข้อมูลว่า “ในการจัดการเรียนการสอนสำหรับห้องเรียนพิเศษ

วิทยาศาสตร์ ครูมักมีเวลาจำกัดส่งผลให้ไม่ได้จัดกิจกรรมเรียนรู้ผ่านการแก้ปัญหาสถานการณ์จริงที่ต้องให้นักเรียนใช้กระบวนการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยมักให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดในแบบเรียนเพียงอย่างเดียวและแบบฝึกหัดในแบบเรียนส่วนใหญ่ไม่ได้เป็นสถานการณ์จริง ไม่ได้มุ่งเน้นให้นักเรียนได้นำความรู้ทางคณิตศาสตร์ไปประยุกต์ใช้แก้ปัญหากับการเรียนรู้สิ่งต่างๆ และไม่ได้มุ่งเน้นการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหา” จึงส่งผลให้ครูมีความเชื่อเช่นนั้น

ตาราง 5 ค่าเฉลี่ยเลขคณิตและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนจากแบบสอบถามความเชื่อที่เกี่ยวข้องกับการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียน

ข้อ	ความเชื่อเกี่ยวกับคณิตศาสตร์	$\overline{x}$	S	ระดับคะแนน
1	ผลลัพธ์ในวิชาคณิตศาสตร์อาจยืดหยุ่นปรับเปลี่ยนได้ตามวิธีการ	2.86	0.84	มาก
2	วิชาคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่เกี่ยวกับการดำเนินการทางเลขคณิต	2.00	0.69	น้อย
3	ผลลัพธ์ในวิชาคณิตศาสตร์มีความเที่ยงตรง แม่นยำและตายตัวเสมอ	2.91	0.74	มาก
4	คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่มีความรู้ตายตัวไม่สามารถสร้างเพิ่มใหม่ได้	2.91	0.95	มาก
5	คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่ช่วยส่งเสริมให้ผู้เรียนเป็นคนที่มีเหตุผล มีความคิดอย่างมีวิจารณญาณและการคิดอย่างเป็นระบบ	3.46	0.56	มาก
6	การท่องจำสูตร การทำตามขั้นตอน และการคิดคำนวณ เป็นสิ่งสำคัญที่สุดในวิชาคณิตศาสตร์	2.29	0.78	น้อย
7	คณิตศาสตร์ เป็นเนื้อหาที่สามารถนำไปใช้แก้ปัญหาและประกอบการตัดสินใจในชีวิตประจำวัน	3.14	0.64	มาก
8	คณิตศาสตร์เป็นเนื้อหาที่ซับซ้อน ต้องท่องจำสูตร ทำให้ยากแก่การเข้าใจ	2.49	0.81	น้อย
9	ความรู้ในวิชาคณิตศาสตร์เกิดขึ้นใหม่ตลอดเวลา	2.91	0.78	มาก
10	คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่เกี่ยวกับการท่องจำสูตร การทำตามขั้นตอน และการคิดคำนวณ	2.40	0.69	น้อย
	สรุปผลด้านความเชื่อเกี่ยวกับคณิตศาสตร์	2.86	0.25	มาก
	ความเชื่อเกี่ยวกับการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์			
11	เราสามารถแก้ปัญหาในสถานการณ์จริง ได้หลากหลายวิธี	3.51	0.50	มากที่สุด
12	เราสามารถใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ (เช่น สูตร สมการ ตาราง กราฟ ฟังก์ชัน)มาช่วยแก้ปัญหาได้เลย โดยไม่คำนึงถึงขั้นตอน/กระบวนการในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์	1.91	0.95	น้อย
13	การแก้ปัญหาในสถานการณ์จริง โดยการใช้กระบวนในการนำเสนอ หรือ อธิบายสถานการณ์จริงให้อยู่ในรูปปัญหาทางคณิตศาสตร์ และ เลือกใช้ความรู้ของปัญหาทางคณิตศาสตร์ จะช่วยในการค้นหาคำตอบของสถานการณ์จริงได้	3.09	0.44	มาก
14	ผลลัพธ์ของการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์นั้นไม่แน่นอนแต่มีประโยชน์เพื่อแก้ปัญหามีความแน่นอนตายตัว และใช้ในวงกว้างได้เสมอ โดยเรายอมรับข้อจำกัดที่ตามมา	2.09	0.50	น้อย

ตาราง 5 (ต่อ)

ข้อ	ความเชื่อเกี่ยวกับการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์	$\overline{x}$	S	ระดับคะแนน
15	ในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ (เช่น สูตร สมการ ตาราง กราฟ ฟังก์ชัน)เพื่อแก้ปัญหา อาจเลือกตัวแบบที่มีอยู่ หรือ สร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ขึ้นมาใหม่	3.03	0.56	มาก
16	การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์จะใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์(เช่น สูตร สมการ ตาราง กราฟ ฟังก์ชัน)ในการหาคำตอบ และได้คำตอบที่แน่นอน	2.14	0.64	น้อย
18	การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ต้องเลือกตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ได้จาก สูตร ฟังก์ชัน หรือ สมการต่างๆ ที่อยู่เท่านั้น เช่น สมการเส้นตรง สมการควอดราติก กับสถานการณ์จริงเพื่อแก้ปัญหา	2.34	0.76	น้อย
19	ผลลัพธ์ที่ได้จากการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์(เช่น สูตร สมการ ตาราง กราฟ ฟังก์ชัน) จะต้องมีการตรวจสอบความถูกต้องทั้งบริบททางคณิตศาสตร์และบริบทโลกแห่งความจริง	3.23	0.69	มาก
20	ในการแก้ปัญหาในสถานการณ์จริง เราไม่สามารถใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์มาช่วยในการแก้ปัญหาทุกปัญหา	1.94	0.76	น้อย
สรุปผลด้านความเชื่อเกี่ยวกับคณิตศาสตร์การใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์		2.67	0.17	มาก
	ความเชื่อที่เกี่ยวกับการเรียนการสอนคณิตศาสตร์			
21	ในการจัดการเรียนรู้การแก้ปัญหา สถานการณ์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่นำมาใช้ควรเป็นสถานการณ์ปัญหาที่นักเรียนคุ้นเคย	2.94	0.63	มาก
22	ในแต่ละกิจกรรมการเรียนการสอน ครูควรให้คะแนนแบบภาพรวม เมื่อประเมินกระบวนการทางคณิตศาสตร์แต่ละขั้นตอนของนักเรียน	1.97	0.70	น้อย
23	เพื่อให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้อย่างต่อเนื่อง ครูควรจัดกิจกรรมเป็นกลุ่มและใช้คำถามกระตุ้นให้นักเรียนคิดอย่างต่อเนื่อง	3.14	0.73	มาก
24	ในการจัดกิจกรรมการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ครูสามารถเลือกใช้สถานการจริงใดๆก็ได้มาให้นักเรียนลงมือแก้ปัญหาโดยใช้กระบวนการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อใช้ในการแก้ปัญหา	2.00	0.59	น้อย
25	การเรียนการสอนที่ให้นักเรียนได้อธิบายเหตุผล แล้วค้นหาความสัมพันธ์ของข้อมูลที่กำหนดจะช่วยให้นักเรียนมีความสามารถในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์	3.29	0.75	มาก
26	แบบวัดความสามารถในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ต้องมีข้อคำถามที่เฉพาะเจาะจงและสอดคล้องกับกระบวนการการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์	2.00	0.66	น้อย
27	แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์เป็นเครื่องมือสำคัญในการวัดความสามารถในการตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียน	3.06	0.90	มาก
28	การเรียนการสอนที่ให้นักเรียนค้นหาคำตอบเพียงอย่างเดียวจะช่วยให้นักเรียนมีความสามารถในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์	2.29	0.75	น้อย
29	ในการจัดกิจกรรมการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ ครูควรเลือกสถานการจริงที่เอื้อต่อการใช้กระบวนการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อใช้ในการแก้ปัญหา	3.31	0.79	มาก
30	การจัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่มุ่งเน้นให้นักเรียนค้นหาคำตอบเพียงอย่างเดียวจะทำให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้	2.40	0.94	น้อย
	สรุปความเชื่อที่เกี่ยวกับการเรียนการสอนคณิตศาสตร์	2.63	0.14	มาก

ตาราง 6 ค่าเฉลี่ยเลขคณิตและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนจากแบบสอบถามความเชื่อที่เกี่ยวข้องกับการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ของครู

ข้อ	ความเชื่อเกี่ยวกับคณิตศาสตร์	$\overline{x}$	S	ระดับคะแนน
1	ผลลัพธ์ในวิชาคณิตศาสตร์อาจยืดหยุ่นปรับเปลี่ยนได้ตามวิธีการ	3.17	075	มาก
2	วิชาคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่เกี่ยวกับการดำเนินการทางเลขคณิต	3.00	0.89	มาก
3	ผลลัพธ์ในวิชาคณิตศาสตร์มีความเที่ยงตรง แม่นยำและตายตัวเสมอ	2.83	0.40	มาก
4	คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่มีความรู้ตายตัวไม่สามารถสร้างเพิ่มใหม่ได้	3.67	0.51	มากที่สุด
5	คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่ช่วยส่งเสริมให้ผู้เรียนเป็นคนที่มีเหตุผล มีความคิดอย่างมีวิจารณญาณและการคิดอย่างเป็นระบบ	4.00	0.00	มากที่สุด
6	การท่องจำสูตร การทำตามขั้นตอน และการคิดคำนวณ เป็นสิ่งสำคัญที่สุดในวิชาคณิตศาสตร์	3.17	0.40	มาก
7	คณิตศาสตร์ เป็นเนื้อหาที่สามารถนำไปใช้แก้ปัญหาและประกอบการตัดสินใจในชีวิตประจำวัน	3.00	0.63	มาก
8	คณิตศาสตร์เป็นเนื้อหาที่ซับซ้อน ต้องท่องจำสูตร ทำให้ยากแก่การเข้าใจ	3.00	0.00	มาก
9	ความรู้ในวิชาคณิตศาสตร์เกิดขึ้นใหม่ตลอดเวลา	3.33	0.51	มากที่สุด
10	คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่เกี่ยวกับการท่องจำสูตร การทำตามขั้นตอน และการคิดคำนวณ	3.17	0.40	มาก
	สรุปความเชื่อที่เกี่ยวกับวิชาคณิตศาสตร์	**3.26**	**0.19**	มาก
	ความเชื่อเกี่ยวกับการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์			
11	เราสามารถแก้ปัญหาในสถานการณ์จริง ได้หลากหลายวิธี	3.50	0.54	มากที่สุด
12	เราสามารถใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ (เช่น สูตร สมการ ตาราง กราฟ ฟังก์ชัน) มาช่วยแก้ปัญหาได้เลย โดยไม่คำนึงถึงขั้นตอน/กระบวนการในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์	2.00	0.89	น้อย
13	การแก้ปัญหาในสถานการณ์จริง โดยการใช้กระบวนในการนำเสนอ หรือ อธิบายสถานการณ์จริงให้อยู่ในรูปปัญหาทางคณิตศาสตร์ และ เลือกใช้ความรู้ของปัญหาทางคณิตศาสตร์ จะช่วยในการค้นหาคำตอบของสถานการณ์จริงได้	3.00	0.00	มาก
14	ผลลัพธ์ของการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์นั้นไม่แน่นอนแต่มีประโยชน์เพื่อแก้ปัญหามีความแน่นอนตายตัว และใช้ในวงกว้างได้เสมอ โดยเรายอมรับข้อจำกัดที่ตามมา	1.67	0.51	น้อย
15	ในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ (เช่น สมการ ตาราง กราฟ ฟังก์ชัน)เพื่อแก้ปัญหาอาจเลือกตัวแบบที่มีอยู่ หรือ สร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ขึ้นมาใหม่	3.00	0.00	มาก
16	การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์จะใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์(เช่น สูตร สมการ ตาราง กราฟ ฟังก์ชัน)ในการหาคำตอบ และได้คำตอบที่แน่นอน	2.67	0.51	มาก
17	การกำหนดปัญหาและเป้าหมายของการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ มีการปรับเปลี่ยนไปตามสมมติฐาน, ตัวแปร, วิธีการ และ การตีความ	3.17	0.40	มาก
18	การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ต้องเลือกตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ได้จาก สูตร ฟังก์ชัน หรือ สมการต่างๆ ที่อยู่เท่านั้น เช่น สมการเส้นตรง สมการควอดราติก กับสถานการณ์จริงเพื่อแก้ปัญหา	2.67	0.51	มาก

ตาราง 6 (ต่อ)

ข้อ	ความเชื่อเกี่ยวกับการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์	$\overline{x}$	S	ระดับคะแนน
19	ผลลัพธ์ที่ได้จากการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ จะต้องมีการตรวจสอบความถูกต้องทั้งบริบททางคณิตศาสตร์และ บริบทโลกแห่งความจริง	3.67	0.51	มากที่สุด
20	ในการแก้ปัญหาในสถานการณ์จริง เราไม่สามารถใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์มาช่วยในการแก้ปัญหาทุกปัญหา	2.67	0.81	มาก
	สรุปเชื่อเกี่ยวกับการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์	**2.86**	**0.16**	มาก
	ด้านความเชื่อเกี่ยวกับการเรียนการสอน			
21	ในการจัดการเรียนรู้การแก้ปัญหา สถานการณ์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่นำมาใช้ควรเป็นสถานการณ์ปัญหาที่นักเรียนคุ้นเคย	2.67	0.81	มาก
22	ในแต่ละกิจกรรมการเรียนการสอน ครูควรให้คะแนนแบบภาพรวม เมื่อประเมินกระบวนการทางคณิตศาสตร์แต่ละขั้นตอนของนักเรียน	2.71	0.75	มาก
23	เพื่อให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้อย่างต่อเนื่อง ครูควรจัดกิจกรรมเป็นกลุ่มและใช้คำถามกระตุ้นให้นักเรียนคิดอย่างต่อเนื่อง	3.67	0.51	มากที่สุด
24	ในการจัดกิจกรรมการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ครูสามารถเลือกใช้สถานการจริงใดๆก็ได้มาให้นักเรียนลงมือแก้ปัญหาโดยใช้กระบวนการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อใช้ในการแก้ปัญหา	2.33	0.51	น้อย
25	การเรียนการสอนที่ให้นักเรียนได้อธิบายเหตุผล แล้วค้นหาความสัมพันธ์ของข้อมูลที่กำหนดจะช่วยให้นักเรียนมีความสามารถในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์	3.83	0.40	มากที่สุด
26	แบบวัดความสามารถในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ต้องมีข้อคำถามที่เฉพาะเจาะจงและสอดคล้องกับกระบวนการการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์	2.50	0.54	มาก
27	แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์เป็นเครื่องมือสำคัญในการวัดความสามารถในการตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียน	3.00	0.00	มาก
28	การเรียนการสอนที่ให้นักเรียนค้นหาคำตอบเพียงอย่างเดียวจะช่วยให้นักเรียนมีความสามารถในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์	3.00	0.63	มาก
29	ในการจัดกิจกรรมการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ครูควรเลือกสถานการจริงที่เอื้อต่อการใช้กระบวนการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อใช้ในการแก้ปัญหา	3.17	0.75	มาก
30	การจัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่มุ่งเน้นให้นักเรียนค้นหาคำตอบเพียงอย่างเดียวจะทำให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้	3.00	0.63	มาก
	สรุปด้านความเชื่อเกี่ยวกับการเรียนการสอนคณิตศาสตร์	**2.99**	**0.34**	มาก

ตอนที่ 2 ความสามารถในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียน

ผู้วิจัยพิจารณา (1) การทำความเข้าใจสถานการณ์จริง (2) การปรับเปลี่ยนสถานการณ์จริงให้เป็นปัญหาทางคณิตศาสตร์ (3) การใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และ (4) การแปลความหมายคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ให้เป็นคำตอบของสถานการณ์จริง ผลการวิเคราะห์มีรายละเอียดดังนี้

2.1 การทำความเข้าใจสถานการณ์จริง

ผู้วิจัยพิจารณาการทำความเข้าใจสถานการณ์จริงซึ่งผลการวิจัยพบว่า พฤติกรรมที่นักเรียนแสดงออกมี 2 ลักษณะ ได้แก่ (1) นักเรียนส่วนใหญ่ไม่ปรากฏการแสดงให้ความสำคัญในการวิเคราะห์ข้อมูลและเงื่อนไขที่เป็นสาระสำคัญในสถานการณ์จริง และ (2) นักเรียนส่วนใหญ่ไม่ปรากฏการเขียนคำอธิบายแนวคิดที่เกี่ยวข้องกับสถานการณ์จริง มีรายละเอียดดังนี้

(1) **นักเรียนส่วนใหญ่ไม่ปรากฏการแสดงให้ความสำคัญในการวิเคราะห์ข้อมูลและเงื่อนไขที่เป็นสาระสำคัญในสถานการณ์จริง** จึงไม่ได้ขีดเส้นใต้หรือขีดล้อมรอบข้อความใดในสถานการณ์จริงเลย มีนักเรียนจำนวนน้อยที่ขีดเส้นใต้หรือขีดล้อมรอบข้อมูลและเงื่อนไขทั้งที่เป็นสาระสำคัญและไม่เป็นสาระสำคัญของสถานการณ์จริง ซึ่งสอดคล้องกับผลการสัมภาษณ์นักเรียนอย่างไม่เป็นทางการที่พบว่า นักเรียนไม่ได้ให้ความสำคัญในการทำความเข้าใจสถานการณ์จริง จึงอ่านสถานการณ์จริงแบบไม่ได้วิเคราะห์ข้อมูลหรือเงื่อนไขที่เป็นสาระสำคัญและไม่ได้ขีดเส้นใต้หรือขีดล้อมรอบข้อความใดในสถานการณ์จริงเลย

(2) **นักเรียนส่วนใหญ่ไม่ปรากฏการเขียนคำอธิบายแนวคิดที่เกี่ยวข้องกับสถานการณ์จริง** มีนักเรียนจำนวนน้อยที่เขียนคำอธิบายแนวคิดที่เกี่ยวข้องกับสถานการณ์จริงโดยเขียนคำอธิบายสั้น ๆ เพียงบางส่วนเท่านั้น ซึ่งสอดคล้องกับผลการสัมภาษณ์นักเรียนอย่างไม่เป็นทางการที่พบว่า นักเรียนไม่คุ้นเคยกับการเขียนคำอธิบายแนวคิดที่เกี่ยวข้องกับสถานการณ์จริง

2.2 การปรับเปลี่ยนสถานการณ์จริงให้เป็นปัญหาทางคณิตศาสตร์

ผู้วิจัยพิจารณาการปรับเปลี่ยนข้อมูลหรือเงื่อนไขที่สำคัญของสถานการณ์จริงให้อยู่ในรูปตัวไม่ทราบค่า ข้อมูล เงื่อนไข สัญลักษณ์ ประโยคสัญลักษณ์หรือความสัมพันธ์ของปัญหาทางคณิตศาสตร์ ซึ่งผลการวิจัยพบว่า พฤติกรรมที่นักเรียนแสดงออกมี 2 ลักษณะ ได้แก่ (1) นักเรียนส่วนใหญ่ไม่เห็นความเชื่อมโยงหรือความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลหรือเงื่อนไขที่สำคัญและสิ่งที่สถานการณ์จริงต้องการหา และ (2) นักเรียนส่วนใหญ่ไม่สามารถปรับเปลี่ยนข้อมูลหรือเงื่อนไขที่

สำคัญของสถานการณ์จริงให้อยู่ในรูปตัวไม่ทราบค่า ข้อมูล เงื่อนไข สัญลักษณ์ ประโยคสัญลักษณ์หรือความสัมพันธ์ของปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้ มีรายละเอียดดังนี้

(1) **นักเรียนส่วนใหญ่ไม่เห็นความเชื่อมโยงหรือความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลหรือเงื่อนไขที่สำคัญ และสิ่งที่สถานการณ์จริงต้องการหา** จึงทำให้เขียนคำอธิบายกระบวนการค้นหาความเชื่อมโยงหรือความสัมพันธ์ระหว่างสิ่งที่สถานการณ์จริงต้องการหาไม่ได้ มีนักเรียนจำนวนน้อยเขียนคำอธิบายสั้นๆ โดยเขียนแสดงข้อมูลที่กำหนดให้และพยายามปรับหน่วยความยาวให้เป็นหน่วยเดียวกันแต่ไม่ระบุที่มาของข้อมูลแต่ละส่วน ซึ่งสอดคล้องกับผลการสัมภาษณ์นักเรียนอย่างไม่เป็นทางการที่พบว่า นักเรียนไม่คุ้นเคยกับกระบวนการค้นหาความเชื่อมโยงหรือความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลหรือเงื่อนไขที่สำคัญและสิ่งที่สถานการณ์จริงต้องการหา จึงทำให้ไม่เห็นความเชื่อมโยงหรือความสัมพันธ์เหล่านั้นและไม่สามารถเขียนคำอธิบายกระบวนการค้นหาเป็นลำดับขั้นได้

(2) **นักเรียนส่วนใหญ่ไม่ปรากฏการแสดงความสามารถในการปรับเปลี่ยนข้อมูลหรือเงื่อนไขที่สำคัญของสถานการณ์จริงให้อยู่ในรูปตัวไม่ทราบค่า ข้อมูล เงื่อนไข สัญลักษณ์ ประโยคสัญลักษณ์หรือความสัมพันธ์ของปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้** โดยนักเรียนแสดงวิธีการหาคำตอบจากสิ่งที่โจทย์กำหนดมาให้ทันที ซึ่งสอดคล้องกับผลการสัมภาษณ์นักเรียนอย่างไม่เป็นทางการที่พบว่า นักเรียนคุ้นเคยกับการหาคำตอบของปัญหาที่อยู่ในแบบเรียนเพียงอย่างเดียว ไม่คุ้นเคยกับการแก้ปัญหาสถานการณ์จริง จึงไม่คุ้นชินกับกระบวนการแก้ปัญหาที่ต้องปรับเปลี่ยนข้อมูลหรือเงื่อนไขที่สำคัญของสถานการณ์จริงให้อยู่ในรูปตัวไม่ทราบค่า ข้อมูล เงื่อนไข สัญลักษณ์ ประโยคสัญลักษณ์ หรือความสัมพันธ์ของปัญหาทางคณิตศาสตร์

2.3 การใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

ผู้วิจัยพิจารณาการเลือกใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์จาก พฤติกรรมที่นักเรียนแสดงออกมี 3 ลักษณะ ได้แก่

(1) **นักเรียนส่วนใหญ่ไม่ปรากฏการแสดงความสามารถในการเลือกใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ที่เหมาะสมกับปัญหาทางคณิตศาสตร์** เนื่องจากนักเรียนปรับเปลี่ยนข้อมูลหรือเงื่อนไขที่สำคัญของสถานการณ์จริงให้อยู่ในรูปตัวไม่ทราบค่า ข้อมูล เงื่อนไข สัญลักษณ์ ประโยคสัญลักษณ์หรือความสัมพันธ์ของปัญหาทางคณิตศาสตร์ยังไม่ถูกต้อง จึงทำให้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ที่ได้ยังไม่เหมาะสม แต่มีนักเรียนบางคนที่ปรับเปลี่ยนข้อมูลหรือเงื่อนไขที่สำคัญของสถานการณ์จริงให้อยู่ในรูปตัวไม่ทราบค่า ข้อมูล เงื่อนไข สัญลักษณ์ ประโยคสัญลักษณ์หรือความสัมพันธ์ของปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้และสามารถเลือกใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ในการ

แก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้ถูกต้อง ซึ่งสอดคล้องกับผลการสัมภาษณ์นักเรียนอย่างไม่เป็นทางการที่พบว่า นักเรียนไม่เห็นการเชื่อมโยงหรือความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลหรือเงื่อนไขที่สำคัญและสิ่งที่สถานการณ์จริงต้องการหา จึงไม่สามารถปรับเปลี่ยนข้อมูลหรือเงื่อนไขที่สำคัญของสถานการณ์จริงให้เป็นข้อมูลหรือเงื่อนไขที่สำคัญของปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้ ส่งผลให้ไม่สามารถเลือกใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ที่เหมาะสมกับปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้

(2) **นักเรียนส่วนใหญ่ไม่ปรากฏการแสดงความสามารถในการเขียนคำอธิบายกระบวนการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อค้นหาคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์หรือไม่สามารถระบุที่มาของตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์** มักแทนข้อมูลจากสิ่งที่สถานการณ์จริงกำหนด ทั้งนี้อาจเนื่องจากนักเรียนส่วนใหญ่ไม่สามารถค้นหาตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ที่เหมาะสมกับปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้ จึงไม่สามารถเขียนอธิบายกระบวนการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์หรือระบุที่มาของตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ได้เลย

(3) **นักเรียนส่วนใหญ่ไม่ปรากฏการแสดงการหาคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์** นักเรียนไม่เขียนแสดงขั้นตอนการค้นหาคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์หรือเขียนขั้นตอนการค้นหาคำตอบที่ไม่ชัดเจน จึงส่งผลให้คำตอบที่ได้มีความคลาดเคลื่อนเช่นกัน มีนักเรียนบางคนเท่านั้นที่เขียนคำอธิบายขั้นตอนการค้นหาคำตอบอย่างสั้น ๆ แต่ไม่สามารถหาคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้เช่นกัน ทั้งนี้อาจเนื่องมาจากตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ที่ได้ยังไม่เหมาะสมกับปัญหาทางคณิตศาสตร์

2.4 **การแปลความหมายคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ให้เป็นคำตอบของสถานการณ์จริง**

ผู้วิจัยพิจารณาการแปลความหมายคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ให้เป็นคำตอบของสถานการณ์จริง ซึ่งผลการวิจัยพบว่า พฤติกรรมที่นักเรียนแสดงออกมี 2 ลักษณะ ได้แก่ (1) นักเรียนเขียนคำอธิบายเพื่อตรวจสอบความถูกต้องและความสมเหตุสมผลของคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ และ (2) นักเรียนเขียนบรรยายหรืออธิบายคำตอบของสถานการณ์จริงได้ มีรายละเอียดดังนี้

(1) **ไม่ปรากฏว่านักเรียนเขียนคำอธิบายเพื่อตรวจสอบความถูกต้องและความสมเหตุสมผลของคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์** ส่งผลให้ได้คำตอบที่ไม่ถูกต้อง ทั้งนี้อาจเนื่องมาจากนักเรียนไม่คุ้นเคยกับการตรวจสอบความถูกต้องและความสมเหตุสมผลของคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์

(2) ไม่ปรากฏว่านักเรียนเขียนบรรยายหรืออธิบายคำตอบของสถานการณ์จริงได้ เนื่องมาจากนักเรียนส่วนใหญ่หาคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้ไม่ถูกต้อง ไม่สามารถเขียนแสดงขั้นตอนการค้นหาคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์หรือเขียนขั้นตอนการค้นหาคำตอบที่ไม่ชัดเจน จึงส่งผลให้ไม่สามารถเขียนบรรยายหรืออธิบายคำตอบของสถานการณ์จริงได้

ตอนที่ 3 แนวการจัดการเรียนการสอนแคลคูลัสของครู

ในการศึกษาแนวการจัดการเรียนการสอนแคลคูลัสของครู ผู้วิจัยพิจารณาความรู้ความเข้าใจและประสบการณ์การสอนของครูที่เป็นกลุ่มเป้าหมาย จำนวน 3 ด้าน ได้แก่ (1) ด้านหลักสูตร (2) ด้านผู้สอน (3) ด้านศาสตร์การสอนในเนื้อหาแคลคูลัสของครู จากประเด็นสัมภาษณ์ในแบบสัมภาษณ์เกี่ยวกับแนวการจัดการเรียนการสอนแคลคูลัสของครู ผลการวิเคราะห์มีรายละเอียดดังนี้

3.1 ด้านหลักสูตร

ผลจากการสัมภาษณ์ครูที่เป็นกลุ่มเป้าหมาย ครูให้ข้อมูลเกี่ยวกับหลักสูตรแคลคูลัสที่ใช้สอนนักเรียนห้องเรียนพิเศษวิทยาศาสตร์ ดังนี้

(1) หลักสูตรแคลคูลัสที่ใช้สอนเป็นหลักสูตรที่ไม่ได้มุ่งเน้นทักษะและกระบวนการการทางคณิตศาสตร์ รวมทั้งการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อการแก้ปัญหาในสถานการณ์จริง มุ่งเน้นแต่เนื้อหาแคลคูลัสเป็นหลักโดยให้นักเรียน เรียนรู้ทฤษฎีบท กฎ สูตร และบทนิยามเพิ่มเติมจากหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐานเท่านั้น

(2) หลักสูตรแคลคูลัสที่ใช้สอนเป็นหลักสูตรที่ไม่ได้มุ่งเน้นการเชื่อมโยงระหว่างเนื้อหาและการประยุกต์ใช้ มุ่งเน้นแต่การคำนวณเพื่อหาคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์และการทำข้อสอบแข่งขันเท่านั้น

(3) หลักสูตรแคลคูลัสที่ใช้สอนเป็นหลักสูตรที่ไม่ได้มุ่งเน้นการแก้ปัญหาในสถานการณ์จริงหรือการบูรณาการกับเนื้อหาวิชาอื่น ไม่สามารถนำความรู้ไปแก้ปัญหาในสถานการณ์จริงร่วมกับเนื้อหาวิชาอื่นได้ ส่งผลให้นักเรียนไม่เห็นความสำคัญของเนื้อหาแคลคูลัส

3.2 ด้านผู้สอน

ผลจากการสัมภาษณ์ครูที่เป็นกลุ่มเป้าหมาย ครูให้ข้อมูลเกี่ยวกับแนวการจัดการเรียนการสอนแคลคูลัสสำหรับนักเรียนห้องเรียนพิเศษวิทยาศาสตร์ ดังนี้

(1) ครูใช้แผนการจัดการเรียนรู้ที่มีอยู่แล้วปรับปรุงให้ตรงกับเนื้อหาแคลคูลัสที่จะสอนโดยมุ่งเน้นการสอนเนื้อหาสาระของแคลคูลัสมากกว่าการจัดกิจกรรมที่เสริมสร้างทักษะและ

กระบวนการทางคณิตศาสตร์ และการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อการแก้ปัญหาในสถานการณ์จริง

(2) ครูใช้วิธีสอนแบบบรรยายและยกตัวอย่างประกอบการบรรยาย ไม่ได้ใช้วิธีสอนกระบวนการในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อการแก้ปัญหาในสถานการณ์จริง

(3) ครูไม่ได้จัดกิจกรรมที่เสริมสร้างและการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อการแก้ปัญหาในสถานการณ์จริง เนื่องจากครูมีความเข้าใจที่คลาดเคลื่อนและประสบการณ์ในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนแคลคูลัสที่เสริมสร้างทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ และการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อการแก้ปัญหาในสถานการณ์จริง

(4) ครูไม่มีการประเมินผลการเรียนรู้ของนักเรียนด้านการแก้ปัญหาในสถานการณ์จริง ครูส่วนใหญ่ประเมินผลการเรียนรู้ของนักเรียนเพียง 2 ด้าน ได้แก่ ด้านความรู้และด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์ โดยด้านความรู้ ครูพิจารณาผลจากการทำแบบฝึกหัดและแบบทดสอบย่อยของนักเรียน ในขณะที่ด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์ ครูพิจารณาผลจากการตอบคำถามในชั้นเรียน ความตั้งใจเรียน การทำการบ้านและงานที่มอบหมาย

(5) ครูมีภาระงานที่นอกเหนือจากการสอนจำนวนมาก ทำให้มีเวลาไม่เพียงพอในการออกแบบและจัดทำแผนการจัดการเรียนรู้ที่เสริมสร้างทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์และการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อการแก้ปัญหาในสถานการณ์จริง

3.3 ด้านศาสตร์การสอนในเนื้อหาแคลคูลัสของครู

ผลจากการสัมภาษณ์ครูที่เป็นกลุ่มเป้าหมาย ครูให้ข้อมูลเกี่ยวกับศาสตร์การสอนในเนื้อหาแคลคูลัสของครู ดังนี้

(1) ครูมีความเข้าใจคลาดเคลื่อนเรื่องความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับรูปแบบ วิธีการสอนและเทคนิคในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนแคลคูลัสที่เน้นการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อการแก้ปัญหาในสถานการณ์จริง จึงทำให้ครูใช้วิธีสอนแบบบรรยายและยกตัวอย่างประกอบการบรรยาย

(2) ครูมีความเข้าใจคลาดเคลื่อนในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนแคลคูลัสที่ ใช้กระบวนการในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อการแก้ปัญหาในสถานการณ์จริง จึงทำให้ครูใช้วิธีสอนแบบบรรยายและยกตัวอย่างประกอบการบรรยาย

(3) ครูมีความเข้าใจคลาดเคลื่อนด้านความรู้ความเข้าใจและประสบการณ์ในการวัดและประเมินผลเกี่ยวกับกระบวนการ การใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อการแก้ปัญหาในสถานการณ์จริง จึงทำให้ครูใช้แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ในการตัดสินผลการเรียนเท่านั้น

ตอนที่ 4 ความรู้พื้นฐานทางพีชคณิตของนักเรียน

ในการศึกษาความรู้พื้นฐานทางพีชคณิตของนักเรียน ผู้วิจัยพิจารณามโนทัศน์ที่เป็นความรู้พื้นฐานทางพีชคณิตของนักเรียน จำนวน 3 เรื่อง ได้แก่ (1) ความหมายหรือความแตกต่างของสมการและฟังก์ชัน (2) สมบัติของค่าสัมบูรณ์ $|a-b| \geq |a|-|b|$ เมื่อ a และ b เป็นจำนวนจริง และ (3) สมบัติของราก $\sqrt{ab}=\sqrt{a}\cdot\sqrt{b}$ เมื่อ a,b เป็นจำนวนจริง จากการตอบคำถามในแบบทดสอบความรู้พื้นฐานทางการประยุกต์ของแคลคูลัส ผลการวิเคราะห์มีรายละเอียดดังนี้

4.1 นักเรียนไม่ปรากฏการอธิบายความหมายหรือความแตกต่างของสมการและฟังก์ชันได้

ในการอธิบายความหมายหรือความแตกต่างของสมการและฟังก์ชันนั้น นักเรียนส่วนใหญ่มีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทำให้ไม่สามารถเขียนอธิบายความหมายหรือความแตกต่างของสมการและฟังก์ชันให้ถูกต้องและชัดเจนได้เลย ทั้งนี้อาจเนื่องจากนักเรียนไม่มีความรู้ความเข้าใจความหมายหรือความแตกต่างของสมการและฟังก์ชัน ซึ่งสอดคล้องกับผลการสัมภาษณ์ของครูผู้สอนที่ให้ข้อมูลว่า "ครูไม่ได้เน้นย้ำให้ความสำคัญกับความหมายและความแตกต่างของสมการและฟังก์ชัน จึงไม่ได้สอนหรือให้ความรู้พื้นฐานเรื่องนี้ก่อนการเรียนการสอนแคลคูลัส" ส่งผลให้นักเรียนไม่สามารถอธิบายความหมายหรือความแตกต่างของสมการและฟังก์ชันได้

4.2 นักเรียนไม่ปรากฏการตรวจสอบ $|a-b| \geq |a|-|b|$ เมื่อ a และ b เป็นจำนวนจริงด้วยหลักการทางตรรกศาสตร์

ในการตรวจสอบ $|a-b| \geq |a|-|b|$ เมื่อ a และ bเป็นจำนวนจริง เป็นข้อความที่ถูกต้องหรือไม่นั้น นักเรียนส่วนใหญ่ใช้วิธีการแทนค่า a และ b ด้วยจำนวนจริงหลายหลายกรณีแล้วทำให้ผลการตรวจสอบประโยคเป็นจริง นักเรียนคิดว่าการแทนค่าตัวแปรเพียงอย่างเดียวสามารถใช้ตัดสินค่าความจริงของประโยคที่กำหนดให้ได้ โดยไม่ได้ตรวจสอบหรือพิสูจน์สมบัติของค่าสัมบูรณ์ด้วยหลักการทางตรรกศาสตร์

4.3 นักเรียนไม่ปรากฏการพิจารณากรณีที่เป็นจำนวนจริงลบในการตรวจสอบ $\sqrt{ab}=\sqrt{a}\cdot\sqrt{b}$ เมื่อ a และ b เป็นจำนวนจริง

ในการตรวจสอบ $\sqrt{ab}=\sqrt{a}\cdot\sqrt{b}$ เมื่อ a และ b เป็นจำนวนจริง เป็นข้อความที่ถูกต้องหรือไม่นั้น นักเรียนใช้วิธีการแทนค่า a และ b ด้วยจำนวนเต็มบวกเพียงอย่างเดียวซึ่งทำให้ได้ผลการตรวจสอบเป็นจริง นักเรียนไม่ได้พิจารณากรณีที่เป็นจำนวนจริงลบที่จะทำให้หาคำตอบของรากไม่ได้

4.4 นักเรียนไม่ปรากฏการพิจารณากรณีที่เป็นจำนวนจริงลบในการตรวจสอบ $\left(4-\frac{9}{2}\right)^2=\left(5-\frac{9}{2}\right)^2$ **จะได้** $4-\frac{9}{2}=5-\frac{9}{2}$

ในการตรวจสอบ $\left(4-\frac{9}{2}\right)^2=\left(5-\frac{9}{2}\right)^2$ จะได้ $4-\frac{9}{2}=5-\frac{9}{2}$ เป็นขั้นตอนการแก้ปัญหาที่ถูกต้องหรือไม่นั้น นักเรียนส่วนใหญ่แก้ปัญหาโดยการถอดจำนวนที่ยกกำลังสองทั้งสองข้างของเครื่องหมายเท่ากับทันที นักเรียนไม่ได้พิจารณากรณีที่เป็นจำนวนจริงลบ และสมบัติของเลขยกกำลังที่ว่า ถ้า $a^2=b^2$ แล้ว $|a|=|b|$ เมื่อ a และ b เป็นจำนวนจริง

ระยะที่ 2 ผลการพัฒนากิจกรรมการเรียนการสอนที่เสริมสร้างความสามารถในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหาสำหรับห้องเรียนพิเศษวิทยาศาสตร์

การวิจัยในระยะนี้ เพื่อพัฒนากิจกรรมการเรียนการสอนที่เสริมสร้างความสามารถในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ สำหรับนักเรียนห้องเรียนพิเศษวิทยาศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย โดยผู้วิจัยนำมาวิเคราะห์หาประสิทธิภาพกิจกรรมการเรียนการสอนที่เสริมสร้างความสามารถในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหา โดยใช้นักเรียนในการทดลองหาประสิทธิภาพ 3 ครั้ง ดังนี้

2.1 การหาประสิทธิภาพรายบุคคล

โดยใช้นักเรียนจำนวน 3 คน ที่ได้จากการเลือกแบบเจาะจงจากนักเรียนทั้ง 3 กลุ่ม กลุ่มละ 1 คน ผลการวิเคราะห์ข้อมูลแสดงดังตาราง 7

ตาราง 7 ผลการวิเคราะห์การหาประสิทธิภาพรายบุคคลของกิจกรรมการเรียนการสอนที่เสริมสร้างความสามารถในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์สำหรับห้องเรียนพิเศษวิทยาศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย

E_1	E_2	E_1/E_2
62.77	66.67	62.77 / 66.67

จากตาราง 7 พบว่า กิจกรรมการเรียนการสอนที่เสริมสร้างความสามารถในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์สำหรับห้องเรียนพิเศษวิทยาศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย มีประสิทธิภาพสูงกว่าเกณฑ์ 60/60 โดยมีค่าเฉลี่ย 62.77/66.67 แสดงว่า กิจกรรมการเรียนการสอนที่เสริมสร้างความสามารถในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนห้องเรียนพิเศษ

วิทยาศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย มีประสิทธิภาพตามเกณฑ์ 60/60 ผลจากการทดลองหาประสิทธิภาพเป็นรายบุคคล มีข้อค้นพบในการปรับปรุง ดังนี้

2.1.1 ปรับความเหมาะสมของภาษาที่ใช้และความชัดเจนของข้อคำถามสำหรับใบกิจกรรมรายบุคคล ครั้งที่ 1-3 และแบบทดสอบวัดความสามารถในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์

2.1.2 ปรับปรุงข้อคำถามให้เหมาะสมกับพื้นฐานความรู้และระดับความสามารถของนักเรียน

2.2 การหาประสิทธิภาพเป็นกลุ่มย่อย

โดยใช้นักเรียนจำนวน 6 คนจากการเลือกแบบเจาะจง ที่ไม่ใช่กลุ่มที่ได้จากการหาประสิทธิภาพรายบุคคล ผลการวิเคราะห์ข้อมูลแสดงดังตาราง 8

ตาราง 8 ผลการวิเคราะห์การหาประสิทธิภาพเป็นกลุ่มย่อยของกิจกรรมการเรียนการสอนที่เสริมสร้างความสามารถในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนห้องเรียนพิเศษวิทยาศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย

E_1	E_2	E_1/E_2
66.67	71.67	66.67 / 71.67

จากตาราง 8 พบว่า กิจกรรมการเรียนการสอนที่เสริมสร้างความสามารถในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนห้องเรียนพิเศษวิทยาศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตอนปลายมีประสิทธิภาพสูงกว่าเกณฑ์ 60/60 โดยมีค่าเฉลี่ย 66.67/71.67 แสดงว่า กิจกรรมการเรียนการสอนที่เสริมสร้างความสามารถในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์นักเรียนห้องเรียนพิเศษวิทยาศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย มีประสิทธิภาพตามเกณฑ์ 60/60 ผลจากการทดลองหาประสิทธิภาพเป็นกลุ่มย่อย มีข้อค้นพบในการปรับปรุง ดังนี้

2.2.1 ข้อที่ 2 ควรขยายคำถามเรื่องต้นทุนในการจัดเก็บสินค้า เราจะสำรองไว้ครึ่งหนึ่งของจำนวนการผลิตต่อรอบเดียวเท่านั้น เพราะสินค้าจะต้องขายและหมดไปในที่สุด

2.3 การหาประสิทธิภาพภาคสนาม

โดยใช้นักเรียนจำนวน 12 คนจากการเลือกแบบเจาะจง ที่ไม่ใช่กลุ่มที่ได้จากการหาประสิทธิภาพรายบุคคลและจากการหาประสิทธิภาพเป็นกลุ่มย่อย ผลการวิเคราะห์ข้อมูลแสดงดังตาราง 9

ตาราง 9 ผลการวิเคราะห์การหาประสิทธิภาพภาคสนามของกิจกรรมการเรียนการสอนที่เสริมสร้างความสามารถในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนห้องเรียนพิเศษวิทยาศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย

E_1	E_2	E_1/E_2
70.27	72.71	70.27/72.71

จากตาราง 9 พบว่า ประสิทธิภาพของกิจกรรมการเรียนการสอนที่เสริมสร้างความสามารถในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนห้องเรียนพิเศษวิทยาศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย มีประสิทธิภาพสูงกว่าเกณฑ์ 60/60 โดยมีค่าเฉลี่ย 70.27/72.71 แสดงว่ากิจกรรมการเรียนการสอนที่เสริมสร้างความสามารถในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนพิเศษวิทยาศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย มีประสิทธิภาพตามเกณฑ์ 60/60 ผลจากการทดลองหาประสิทธิภาพภาคสนาม มีข้อค้นพบในการปรับปรุง ดังนี้

2.3.1 ในขั้นตอนการทำความเข้าใจโจทย์ ควรเพิ่มคำสั่งให้นักเรียนวาดรูป หรือสร้างตารางเพื่อเป็นแนวทางในการเชื่อมความสัมพันธ์ของสิ่งที่โจทย์กำหนดมาให้

2.3.2 ในขั้นการปรับเปลี่ยนสถานการณ์จริงไปเป็นปัญหาทางคณิตศาสตร์ต้องเพิ่มคำถามชี้นำเพื่อเป็นแนวทางให้นักเรียนเห็นการเชื่อมโยงในการปรับเปลี่ยนจากสถานการณ์จริง ไปเป็นปัญหาทางคณิตศาสตร์

ระยะที่ 3 แสดงผลการศึกษาความสามารถและพฤติกรรมในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหาในสถานการณ์จริง

การวิจัยในระยะที่ 3 คือ เพื่อศึกษาความสามารถและพฤติกรรมในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนห้องเรียนพิเศษวิทยาศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย โดยข้อมูลที่ได้จากการเก็บรวบรวม ผู้วิจัยนำมาวิเคราะห์ทั้งเชิงปริมาณและเชิงคุณภาพ แล้วนำเสนอผลการวิเคราะห์ข้อมูลเป็น 2 ตอน ได้แก่ ตอนที่ 1 ความสามารถในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อ

แก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับแคลคูลัส และตอนที่ 2 พฤติกรรมในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

ตอนที่ 1 ความสามารถในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับแคลคูลัส

1.1 ค่าเฉลี่ยเลขคณิตและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน

ในการศึกษาความสามารถในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับประยุกต์แคลคูลัสของนักเรียน ผู้วิจัยนำคะแนนจากใบกิจกรรมในชั้นเรียนและแบบทดสอบวัดความสามารถในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เรื่องการประยุกต์แคลคูลัสมาหาค่าเฉลี่ยเลขคณิตและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ผลการวิเคราะห์ข้อมูลแสดงดังตาราง 10

ตาราง 10 ค่าเฉลี่ยเลขคณิต และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนใบกิจกรรมรายบุคคลในชั้นเรียน และแบบทดสอบวัดความสามารถในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เรื่องการประยุกต์แคลคูลัสของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ที่เป็นกลุ่มเป้าหมาย

แหล่งที่มาของคะแนน	คะแนนเต็ม	ค่าเฉลี่ยเลขคณิต ($\overline{X}$)	ค่าเฉลี่ยเลขคณิตคิดเป็นร้อยละของคะแนนเต็ม	ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (S)
1. ใบกิจกรรมรายบุคคลในชั้นเรียน	60	42.07	60.91	4.31
2. แบบทดสอบวัดความสามารถในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เรื่องการประยุกต์แคลคูลัส	40	26.30	65.75	2.60
รวม	100	68.37	68.37	6.52

จากตาราง 10 พบว่า ค่าเฉลี่ยเลขคณิตของคะแนนจากใบกิจกรรมรายบุคคลในชั้นเรียนเท่ากับ 42.07 ซึ่งมีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 4.13 ในขณะที่ค่าเฉลี่ยเลขคณิตของคะแนนจากแบบทดสอบวัดความสามารถในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เรื่องการประยุกต์แคลคูลัสเท่ากับ 26.30 ซึ่งมีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 2.60 ส่งผลให้ค่าเฉลี่ยเลขคณิตของคะแนนรวมจากใบกิจกรรมรายบุคคลในชั้นเรียนและแบบทดสอบวัด

ความสามารถในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เรื่องการประยุกต์แคลคูลัสเท่ากับ 68.37 ซึ่งมีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 6.52

1.2 การทดสอบสมมติฐานของการวิจัย

เพื่อทดสอบสมมติฐานของการวิจัยที่ว่า นักเรียนห้องเรียนพิเศษวิทยาศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย ที่เรียนด้วยกิจกรรมการเรียนการสอนที่เสริมสร้างความสามารถในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับการประยุกต์แคลคูลัส ที่มีความสามารถในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับการประยุกต์แคลคูลัส สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 60 ของคะแนนเต็ม มีจำนวนมากกว่าร้อยละ 60 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด ผู้วิจัยได้รวมคะแนนจากใบกิจกรรมรายบุคคลในชั้นเรียนและแบบทดสอบวัดความสามารถในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เรื่องการประยุกต์แคลคูลัสแล้วหาจำนวนนักเรียนที่มีความสามารถในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์มากกว่าร้อยละ 60 ขึ้นไปของคะแนนเต็ม หลังจากนั้นทำการทดสอบสมมติฐานของการวิจัย โดยใช้การทดสอบทวินาม ผลการทดสอบสมมติฐานของการวิจัยแสดงดังตาราง 11

ตาราง 11 ผลของการทดสอบสมมติฐานของการวิจัย

จำนวนนักเรียน (คน)	จำนวนนักเรียนที่มีความสามารถในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับพีการประยุกต์แคลคูลัส ผ่านเกณฑ์ (ร้อยละ)	P-Value
15	13 (86)	0.0271

* ที่ระดับนัยสำคัญ .05

จากตาราง 11 พบว่า นักเรียนห้องเรียนพิเศษวิทยาศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตอนปลายที่เรียนด้วยกิจกรรมการเรียนการสอนที่เสริมสร้างความสามารถในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับการประยุกต์แคลคูลัส มีความสามารถในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับการประยุกต์แคลคูลัส สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 60 ของคะแนนเต็ม มีจำนวนมากกว่าร้อยละ 60 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด ที่ระดับนัยสำคัญ .05

ตอนที่ 2 พฤติกรรมในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เรื่องการประยุกต์แคลคูลัสเพื่อแก้ปัญหาสถานการณ์จริง

ในการวิเคราะห์พฤติกรรมในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาสถานการณ์จริงเรื่องการประยุกต์ของแคลคูลัส ผู้วิจัยและผู้ช่วยวิจัยจำนวน 2 คน ได้ร่วมกันวิเคราะห์ (1) **ผลงานเขียนของนักเรียน**ที่เป็นกลุ่มเป้าหมายในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เรื่องการประยุกต์แคลคูลัส (2) **ผลการสังเกตพฤติกรรมของนักเรียนเป้าหมาย**ขณะลงมือใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เรื่องการประยุกต์แคลคูลัสของผู้วิจัยและผู้ช่วยวิจัย โดยมีแบบสังเกตพฤติกรรมและกล้องวีดิทัศน์ช่วยในการบันทึกรายละเอียด และ (3) **ผลการสัมภาษณ์**ระหว่างผู้วิจัยและนักเรียนเป้าหมายเกี่ยวกับกระบวนการในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เรื่องการประยุกต์แคลคูลัสโดยมีแบบสัมภาษณ์นักเรียนเกี่ยวกับการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เรื่องการประยุกต์แคลคูลัสและกล้องวีดิทัศน์ช่วยในการบันทึกรายละเอียด

สำหรับพฤติกรรมในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เรื่องการประยุกต์แคลคูลัสของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนปลาย ผู้วิจัยพิจารณาการแสดงออกของนักเรียนในด้านการทำความเข้าใจสถานการณ์จริง ด้านการปรับเปลี่ยนสถานการณ์จริงให้เป็นปัญหาทางคณิตศาสตร์ ด้านการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และด้านการแปลคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ให้เป็นคำตอบของสถานการณ์จริง ขณะลงมือใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เรื่องการประยุกต์แคลคูลัส

การนำเสนอผลการวิเคราะห์พฤติกรรมในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เรื่องการประยุกต์แคลคูลัสของนักเรียน ผู้วิจัยอธิบายพฤติกรรมของนักเรียนทั้งชั้นเรียนและนักเรียนเป้าหมายจำนวน 4 คน ซึ่งได้แก่ ดีใจ จริงใจ พูมใจ และ พอใจ นามสมมติ โดยที่ดีใจ เป็นนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูง มีความรู้พื้นฐานดี กล้าแสดงออก มีวิธีการแก้ปัญหาที่หลากหลายและชอบอธิบายสิ่งต่าง ๆ ให้เพื่อนฟัง จริงใจและพูมใจเป็นนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนปานกลางซักถามทุกครั้งที่มีข้อสงสัย ส่วนพอใจเป็นนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนต่ำ แต่มีความพยายามและมีความตั้งใจและรับผิดชอบในการเรียนสูง และชอบขอคำแนะนำจากครูและเพื่อน ๆ ที่เก่งกว่า พร้อมทั้งยังรับฟังความคิดเห็นของคนอื่น

เพื่ออธิบายพฤติกรรมแต่ละด้านของนักเรียน ผ่านกิจกรรมการเรียนการสอนที่เสริมสร้างความสามารถในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เรื่องการประยุกต์แคลคูลัสผู้วิจัยแบ่งกิจกรรมการเรียนรู้ออกเป็น 3 ช่วง ดังนี้

ช่วงที่ 1 คาบเรียน 1 – 4

ช่วงที่ 2 คาบเรียน 5 – 8

ช่วงที่ 3 คาบเรียน 9 – 12

ในแต่ละช่วงของการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน ผู้วิจัยเลือกคาบเรียนที่นักเรียนมีพฤติกรรมในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่เด่นชัดมาอธิบายรายละเอียดพฤติกรรมของนักเรียน ดังนี้

ช่วงที่ 1 ผู้วิจัยเลือกคาบเรียน 1 และ 2 มาอธิบายว่า มีการแสดงพฤติกรรมในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เรื่องการประยุกต์แคลคูลัสของนักเรียนผ่านสถานการณ์จริงที่อยู่ใกล้กับตัวนักเรียน เป็นอย่างไรบ้าง

ช่วงที่ 2 ผู้วิจัยเลือกคาบเรียน 5 และ 6 มาอธิบายว่า มีการแสดงพฤติกรรมในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เรื่องการประยุกต์แคลคูลัสของนักเรียนอะไรบ้างที่เปลี่ยนแปลง และเปลี่ยนแปลงอย่างไร

ช่วงที่ 3 ผู้วิจัยเลือกคาบเรียน 9 และ12 มาอธิบายว่า พฤติกรรมในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เรื่องการประยุกต์แคลคูลัสของนักเรียนอะไรบ้างที่เปลี่ยนแปลงในช่วงที่ 2 และนักเรียนยังแสดงพฤติกรรมนั้นต่อเนื่องไปยังในช่วงที่ 3 อย่างสม่ำเสมอรายละเอียดของพฤติกรรมในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เรื่องการประยุกต์แคลคูลัสของนักเรียน ผ่านกิจกรรมการเรียนการสอนที่เสริมสร้างความสามารถในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เรื่องการประยุกต์แคลคูลัสมีดังนี้

2.1 พฤติกรรมด้านการทำความเข้าใจสถานการณ์จริง

ในการศึกษาพฤติกรรมด้านการทำความเข้าใจสถานการณ์จริงของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ผู้วิจัยพิจารณาการแสดงออกของนักเรียนในการวิเคราะห์และระบุส่วนสำคัญของสถานการณ์จริง ซึ่งได้แก่ สิ่งที่สถานการณ์จริงต้องการหา ข้อมูลหรือเงื่อนไขของสถานการณ์จริง ตลอดจนอธิบายแนวคิดที่เกี่ยวข้องกับสถานการณ์จริง

ผลจากการวิเคราะห์ผลงานเขียนของนักเรียนในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เรื่องการประยุกต์แคลคูลัสและผลการสังเกตของผู้วิจัยและผู้ช่วยวิจัยเกี่ยวกับการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เรื่องการประยุกต์แคลคูลัส พบว่า นักเรียนมีพฤติกรรมการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เรื่องการประยุกต์แคลคูลัส ด้านการทำความเข้าใจสถานการณ์จริง 3 ลักษณะ ได้แก่ (1) นักเรียนใช้เวลามากขึ้นในการทำความเข้าใจสถานการณ์จริง (2) นักเรียนแสดงร่องรอยการขีดเขียนมากขึ้นในขณะทำความเข้าใจสถานการณ์จริง และ (3) นักเรียนเขียนคำอธิบายแนวคิดที่เกี่ยวข้องกับสถานการณ์จริงได้มากขึ้น มีรายละเอียดดังนี้

(1) **นักเรียนใช้เวลาในการทำความเข้าใจสถานการณ์จริงมากขึ้น**

กิจกรรมการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ในช่วงแรกของการเรียนการสอน คาบเรียน1 เมื่อนักเรียนได้รับใบกิจกรรม “ ธุรกิจแก้วกาแฟ ” ซึ่งมีสถานการณ์จริงที่ต้องการให้นักเรียนหาต้นทุนการผลิตแก้วกาแฟที่ต่ำที่สุด นักเรียนส่วนใหญ่อ่านสถานการณ์จริงอย่างรวดเร็ว (เฉลี่ยประมาณ 1-2 นาที) โดยอ่านโดยไม่สนใจถึงข้อมูลหรือเงื่อนไขของสถานการณ์จริงที่สำคัญ หลังจากที่นักเรียนรีบอ่านสถานการณ์จริงเสร็จ นักเรียนส่วนใหญ่ไม่สามารถระบุสิ่งที่สถานการณ์จริงต้องการหาและส่วนสำคัญของสถานการณ์จริงได้ จึงต้องย้อนกลับมาอ่านใหม่อีกหลาย ๆ ครั้ง สำหรับนักเรียนเป้าหมาย ดีใจ จริงใจ พูมใจ ใช้เวลาในการอ่านทำความเข้าใจในสถานการณ์จริงประมาณ 2 นาที มีการขีดและเขียนเพื่อขยายความเข้าใจ ส่วนพอใจใช้เวลาในการอ่านสถานการณ์จริง 3-5 นาที หลังจากอ่านสถานการณ์จริงแล้วนักเรียนเป้าหมายทั้งสี่คนลงมือทำกิจกรรมทันที ระหว่างทำกิจกรรมนักเรียนไม่สามารถระบุข้อมูลหรือเงื่อนไขของสถานการณ์จริงได้ เนื่องจากใช้เวลาในการอ่านน้อยและอ่านแบบไม่ได้คำนึงถึงความสำคัญของข้อมูลหรือเงื่อนไขของสถานการณ์จริง ต้องหยุดการลงมือทำกิจกรรม แล้วย้อนกลับไปอ่านสถานการณ์จริงใหม่เพื่อให้เข้าใจข้อมูลหรือเงื่อนไขของสถานการณ์จริงมากขึ้น

กิจกรรมในช่วงที่ 2 คาบเรียนที่ 5 เมื่อนักเรียนได้รับใบกิจกรรม “มลพิษทางอากาศ” ซึ่งมีสถานการณ์จริงที่ต้องการให้นักเรียนค้นหาตำแหน่งที่ทำให้มีมลพิษน้อยที่สุด นักเรียนส่วนใหญ่ใช้เวลาในการอ่านสถานการณ์จริงมากขึ้น (ประมาณ 3 – 4 นาที) และเริ่มให้ความสำคัญกับการทำความเข้าใจข้อมูลหรือเงื่อนไขของสถานการณ์จริงก่อนลงมือทำกิจกรรม โดยมีการขีด ระบุส่วนที่สำคัญ พร้อมทั้งวาดภาพประกอบ และสำหรับนักเรียนเป้าหมายดีใจและพอใจจะใช้เวลาในการทำความเข้าใจสถานการณ์จริงประมาณ 5 นาที จริงใจและพูมใจใช้เวลาในการอ่าน

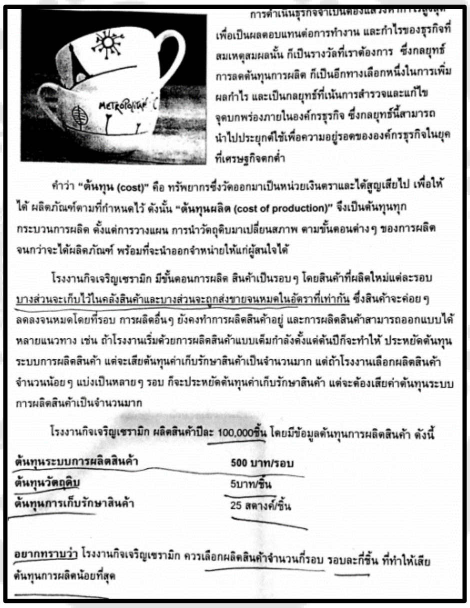
สถานการณ์จริงประมาณ 3 นาที โดยพิจารณาเงื่อนไขมากขึ้น และทั้งสี่คนอ่านทบทวนจนเข้าใจข้อมูลหรือเงื่อนไขทั้งหมดแล้วลงมือทำกิจกรรม

ในช่วงท้ายของการเรียนการสอน คาบเรียน 12 เมื่อนักเรียนแต่ละคนได้รับใบกิจกรรม “ เช่ารถตักดิน ” ซึ่งมีสถานการณ์จริงที่ต้องการให้นักเรียนค้นหาค่าเช่ารถตักดินขุดสระเพื่อจะทำโครงการเศรษฐกิจพอเพียง นักเรียนส่วนใหญ่ใช้เวลาในการอ่านสถานการณ์จริงประมาณ 3 – 4 นาที และเน้นการให้ความสำคัญกับการทำความเข้าใจข้อมูลที่ให้มาโดยการเขียนขยายความเข้าใจหรือระบุเงื่อนไขของสถานการณ์จริงก่อนลงมือทำกิจกรรม โดยนักเรียนเป้าหมายดีใจ และ พอใจยังใช้เวลาในการทำความเข้าใจสถานการณ์จริงมากกว่า 4 นาที โดยมีการเขียนคำอธิบายขยายความเพื่อทำความเข้าใจ สำหรับจริงใจ และ พูมใจ ใช้เวลาในการทำความเข้าใจสถานการณ์จริงประมาณ 3 – 4 นาที โดยทำความเข้าใจข้อมูลหรือเงื่อนไขของสถานการณ์จริงอย่างละเอียดและระบุข้อมูลที่สำคัญได้มากขึ้นก่อนลงมือทำกิจกรรม

สรุปได้ว่า ในช่วงแรกของกิจกรรมของการเรียนการสอนการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อการแก้ปัญหา นักเรียนส่วนใหญ่อ่านสถานการณ์จริงอย่างรวดเร็ว ใช้เวลาในการอ่านสถานการณ์จริงน้อยมาก โดยนักเรียนรีบอ่านและมุ่งประเด็นความสนใจไปที่ตัวเลขต่าง ๆ ที่เป็นเงื่อนไขที่ให้มา และไม่สามารถค้นหาข้อมูลหรือเงื่อนไขของสถานการณ์จริงก่อนลงมือทำกิจกรรม ทำให้ไม่สามารถวิเคราะห์และระบุส่วนสำคัญของสถานการณ์จริงได้ จึงทำให้นักเรียนต้องย้อนกลับไปอ่านสถานการณ์จริงใหม่อีกหลาย ๆ ครั้ง เพื่อให้เข้าใจข้อมูลหรือเงื่อนไขของสถานการณ์จริงมากขึ้น สำหรับช่วงที่ 2 นักเรียนส่วนใหญ่ใช้เวลาในการอ่านสถานการณ์จริงมากขึ้น โดยอ่านแล้วคิดวิเคราะห์ข้อมูลหรือเงื่อนไขของสถานการณ์จริง มีการขีดเขียนเน้นย้ำข้อมูลและเงื่อนไขที่สำคัญจนเข้าใจก่อนลงมือทำกิจกรรม ซึ่งนักเรียนยังคงแสดงพฤติกรรมดังกล่าวจนสิ้นสุดการเรียนการสอน สอดคล้องกับผลการสัมภาษณ์ของนักเรียนเป้าหมายทั้ง 4 คน ที่พบว่าสาเหตุที่นักเรียนใช้เวลาในการทำความเข้าใจสถานการณ์จริงมากขึ้นนั้นเนื่องมาจากในช่วงแรกของกิจกรรมการเรียนการสอนนักเรียนมีประสบการณ์ในการแก้ปัญหาน้อย ทำให้ไม่สามารถวิเคราะห์ระบุส่วนสำคัญ และเงื่อนไขที่สำคัญ ไม่ได้พิจารณาในหลากหลายมุมมอง และมีวิธีในการทำความเข้าใจปัญหาของสถานการณ์จริงได้ไม่หลากหลาย จึงใช้เวลามากขึ้นในการอ่านสถานการณ์จริงของกิจกรรมถัดไป

(2) นักเรียนแสดงร่องรอยการขีดเขียนมากขึ้นในขณะทำความเข้าใจสถานการณ์จริง

ในช่วงแรกของการเรียนการสอน คาบเรียนที่ 1 ขณะที่นักเรียนทำความเข้าใจสถานการณ์จริง กิจกรรม “ธุรกิจแก้วกาแฟ” พบว่านักเรียนขีดเส้นใต้หรือขีดล้อมรอบข้อความในสถานการณ์จริง หรือเขียนรูปประกอบการทำความเข้าใจ ซึ่งมีทั้งข้อความที่เป็นสาระสำคัญและไม่เป็นสาระสำคัญของสถานการณ์จริง สำหรับนักเรียนเป้าหมายดีใจ จริงใจ พูมใจ และพอใจมีการขีดเส้นใต้หรือล้อมรอบข้อความในสถานการณ์จริงเกี่ยวกับข้อมูลขนมเค้กของร้านอุ่นรักอิ่มใจเช่นกัน แต่ขีดเขียนทั้งข้อความที่สำคัญและไม่สำคัญ ดังภาพประกอบ 20 – 22 ส่วนพูมใจ ไม่ได้แสดงร่องรอยการขีดเขียนในขณะทำความเข้าใจสถานการณ์จริง



การดำเนินธุรกิจจำเป็นต้องแสวงหากำไรสูงสุด เพื่อเป็นผลตอบแทนต่อการทำงาน และกำไรของธุรกิจที่สมเหตุสมผลนั้น ก็เป็นรางวัลที่เราต้องการ ซึ่งกลยุทธ์การลดต้นทุนการผลิต ก็เป็นอีกทางเลือกหนึ่งในการเพิ่มผลกำไร และเป็นกลยุทธ์ที่เน้นการสำรวจและแก้ไขจุดบกพร่องภายในองค์กรธุรกิจ ซึ่งกลยุทธ์นี้สามารถนำไปประยุกต์ใช้เพื่อความอยู่รอดขององค์กรธุรกิจในยุคที่เศรษฐกิจตกต่ำ

คำว่า **“ต้นทุน (cost)”** คือ ทรัพยากรซึ่งวัดออกมาเป็นหน่วยเงินตราและได้สูญเสียไป เพื่อให้ได้ ผลิตภัณฑ์ตามที่กำหนดไว้ ดังนั้น **“ต้นทุนผลิต (cost of production)”** จึงเป็นต้นทุนทุกกระบวนการผลิต ตั้งแต่การวางแผน การนำวัตถุดิบมาเปลี่ยนสภาพ ตามขั้นตอนต่างๆ ของการผลิต จนกว่าจะได้ผลิตภัณฑ์ พร้อมที่จะนำออกจำหน่ายให้แก่ผู้สนใจได้

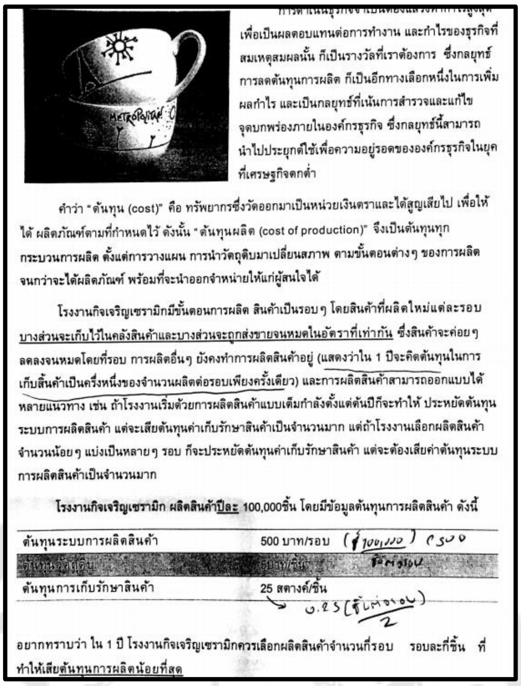
โรงงานกิจเจริญเซรามิก มีขั้นตอนการผลิต สินค้าเป็นรอบๆ โดยสินค้าที่ผลิตใหม่แต่ละรอบ บางส่วนจะเก็บไว้ในคลังสินค้าและบางส่วนจะถูกส่งขายจนหมดในอัตราที่เท่ากัน ซึ่งสินค้าจะค่อยๆ ลดลงจนหมดโดยที่รอบ การผลิตอื่นๆ ยังคงทำการผลิตสินค้าอยู่ และการผลิตสินค้าสามารถออกแบบได้หลายแนวทาง เช่น ถ้าโรงงานเริ่มด้วยการผลิตสินค้าแบบเต็มกำลังตั้งแต่ต้นปีก็จะทำให้ ประหยัดต้นทุนระบบการผลิตสินค้า แต่จะเสียต้นทุนค่าเก็บรักษาสินค้าเป็นจำนวนมาก แต่ถ้าโรงงานเลือกผลิตสินค้าจำนวนน้อยๆ แบ่งเป็นหลายๆ รอบ ก็จะประหยัดต้นทุนค่าเก็บรักษาสินค้า แต่จะต้องเสียค่าต้นทุนระบบการผลิตสินค้าเป็นจำนวนมาก

โรงงานกิจเจริญเซรามิก ผลิตสินค้าปีละ 100,000ชิ้น โดยมีข้อมูลต้นทุนการผลิตสินค้า ดังนี้

ต้นทุนระบบการผลิตสินค้า	500 บาท/รอบ
ต้นทุนวัตถุดิบ	5บาท/ชิ้น
ต้นทุนการเก็บรักษาสินค้า	25 สตางค์/ชิ้น

อยากทราบว่า โรงงานกิจเจริญเซรามิก ควรเลือกผลิตสินค้าจำนวนกี่รอบ รอบละกี่ชิ้น ที่ทำให้เสียต้นทุนการผลิตน้อยที่สุด

ภาพประกอบ 20 ร่องรอยการขีดเขียนในขณะทำความเข้าใจสถานการณ์จริง ในคาบเรียนที่ 1 ของดีใจ



การดำเนินธุรกิจจำเป็นต้องแสวงหากำไรสูงสุด เพื่อเป็นผลตอบแทนต่อการทำงาน และกำไรของธุรกิจที่สมเหตุสมผลนั้น ก็เป็นรางวัลที่เราต้องการ ซึ่งกลยุทธ์การลดต้นทุนการผลิต ก็เป็นอีกทางเลือกหนึ่งในการเพิ่มผลกำไร และเป็นกลยุทธ์ที่เน้นการสำรวจและแก้ไขจุดบกพร่องภายในองค์กรธุรกิจ ซึ่งกลยุทธ์นี้สามารถนำไปประยุกต์ใช้เพื่อความอยู่รอดขององค์กรธุรกิจในยุคที่เศรษฐกิจตกต่ำ

คำว่า "ต้นทุน (cost)" คือ ทรัพยากรซึ่งวัดออกมาเป็นหน่วยเงินตราและได้สูญเสียไป เพื่อให้ได้ ผลิตภัณฑ์ตามที่กำหนดไว้ ดังนั้น "ต้นทุนผลิต (cost of production)" จึงเป็นต้นทุนทุกกระบวนการผลิต ตั้งแต่การวางแผน การนำวัตถุดิบมาเปลี่ยนสภาพ ตามขั้นตอนต่างๆ ของการผลิต จนกว่าจะได้ผลิตภัณฑ์ พร้อมที่จะนำออกจำหน่ายให้แก่ผู้สนใจได้

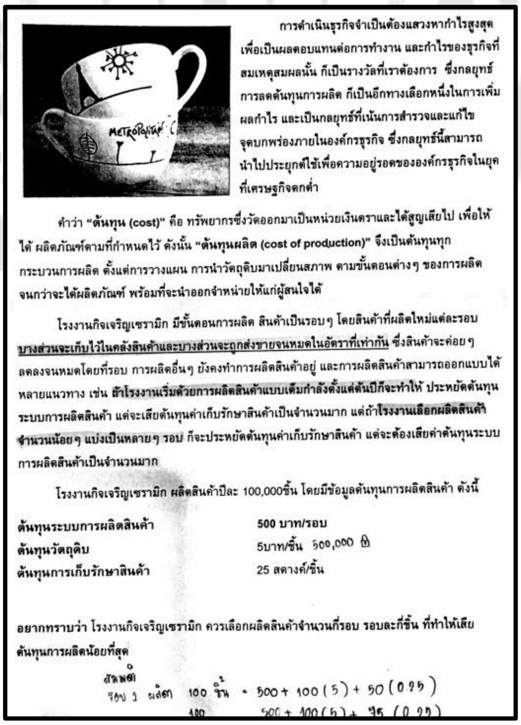
โรงงานกิจเจริญเซรามิกมีขั้นตอนการผลิต สินค้าเป็นรอบๆ โดยสินค้าที่ผลิตใหม่แต่ละรอบ <u>บางส่วนจะเก็บไว้ในคลังสินค้าและบางส่วนจะถูกส่งขายจนหมดในอัตราที่เท่ากัน</u> ซึ่งสินค้าจะค่อยๆ ลดลงจนหมดโดยที่รอบ การผลิตอื่นๆ ยังคงทำการผลิตสินค้าอยู่ (แสดงว่าใน 1 ปีจะคิดต้นทุนในการเก็บสิ้นค้าเป็นครึ่งหนึ่งของจำนวนผลิตต่อรอบเพียงครั้งเดียว) และการผลิตสินค้าสามารถออกแบบได้หลายแนวทาง เช่น ถ้าโรงงานเริ่มด้วยการผลิตสินค้าแบบเต็มกำลังตั้งแต่ต้นปีก็จะทำให้ ประหยัดต้นทุนระบบการผลิตสินค้า แต่จะเสียต้นทุนค่าเก็บรักษาสินค้าเป็นจำนวนมาก แต่ถ้าโรงงานเลือกผลิตสินค้าจำนวนน้อยๆ แบ่งเป็นหลายๆ รอบ ก็จะประหยัดต้นทุนค่าเก็บรักษาสินค้า แต่จะต้องเสียค่าต้นทุนระบบการผลิตสินค้าเป็นจำนวนมาก

โรงงานกิจเจริญเซรามิก ผลิตสินค้า<u>ปีละ</u> 100,000ชิ้น โดยมีข้อมูลต้นทุนการผลิตสินค้า ดังนี้

ต้นทุนระบบการผลิตสินค้า	500 บาท/รอบ (ทั้ง 100,000) (500
ต้นทุนวัตถุดิบ	5บาท/ชิ้น
ต้นทุนการเก็บรักษาสินค้า	25 สตางค์/ชิ้น 0.25 (ชิ้นต่อรอบ / 2)

อยากทราบว่า ใน 1 ปี โรงงานกิจเจริญเซรามิกควรเลือกผลิตสินค้าจำนวนกี่รอบ รอบละกี่ชิ้น ที่ทำให้เสีย<u>ต้นทุนการผลิตน้อยที่สุด</u>

ภาพประกอบ 21 ร่องรอยการขีดเขียนในขณะทำความเข้าใจในคาบเรียน ของจริงใจ



การดำเนินธุรกิจจำเป็นต้องแสวงหากำไรสูงสุด เพื่อเป็นผลตอบแทนต่อการทำงาน และกำไรของธุรกิจที่สมเหตุสมผลนั้น ก็เป็นรางวัลที่เราต้องการ ซึ่งกลยุทธ์การลดต้นทุนการผลิต ก็เป็นอีกทางเลือกหนึ่งในการเพิ่มผลกำไร และเป็นกลยุทธ์ที่เน้นการสำรวจและแก้ไขจุดบกพร่องภายในองค์กรธุรกิจ ซึ่งกลยุทธ์นี้สามารถนำไปประยุกต์ใช้เพื่อความอยู่รอดขององค์กรธุรกิจในยุคที่เศรษฐกิจตกต่ำ

คำว่า **"ต้นทุน (cost)"** คือ ทรัพยากรซึ่งวัดออกมาเป็นหน่วยเงินตราและได้สูญเสียไป เพื่อให้ได้ ผลิตภัณฑ์ตามที่กำหนดไว้ ดังนั้น **"ต้นทุนผลิต (cost of production)"** จึงเป็นต้นทุนทุกกระบวนการผลิต ตั้งแต่การวางแผน การนำวัตถุดิบมาเปลี่ยนสภาพ ตามขั้นตอนต่างๆ ของการผลิต จนกว่าจะได้ผลิตภัณฑ์ พร้อมที่จะนำออกจำหน่ายให้แก่ผู้สนใจได้

โรงงานกิจเจริญเซรามิก มีขั้นตอนการผลิต สินค้าเป็นรอบๆ โดยสินค้าที่ผลิตใหม่แต่ละรอบ **<u>บางส่วนจะเก็บไว้ในคลังสินค้าและบางส่วนจะถูกส่งขายจนหมดในอัตราที่เท่ากัน</u>** ซึ่งสินค้าจะค่อยๆ ลดลงจนหมดโดยที่รอบ การผลิตอื่นๆ ยังคงทำการผลิตสินค้าอยู่ และการผลิตสินค้าสามารถออกแบบได้หลายแนวทาง เช่น ถ้าโรงงานเริ่มด้วยการผลิตสินค้าแบบเต็มกำลังตั้งแต่ต้นปีก็จะทำให้ ประหยัดต้นทุนระบบการผลิตสินค้า แต่จะเสียต้นทุนค่าเก็บรักษาสินค้าเป็นจำนวนมาก แต่ถ้าโรงงานเลือกผลิตสินค้าจำนวนน้อยๆ แบ่งเป็นหลายๆ รอบ ก็จะประหยัดต้นทุนค่าเก็บรักษาสินค้า แต่จะต้องเสียค่าต้นทุนระบบการผลิตสินค้าเป็นจำนวนมาก

โรงงานกิจเจริญเซรามิก ผลิตสินค้าปีละ 100,000ชิ้น โดยมีข้อมูลต้นทุนการผลิตสินค้า ดังนี้

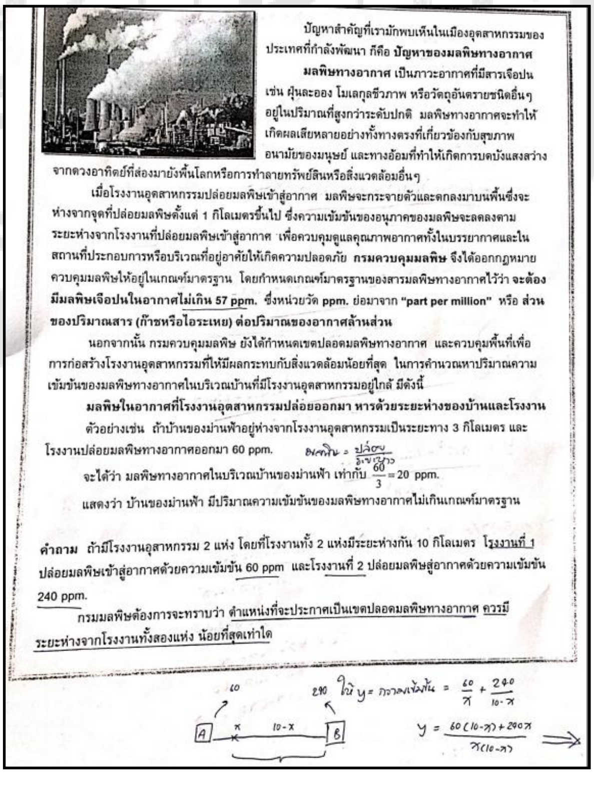
ต้นทุนระบบการผลิตสินค้า	**500 บาท/รอบ**
ต้นทุนวัตถุดิบ	5บาท/ชิ้น 500,000 ฿
ต้นทุนการเก็บรักษาสินค้า	25 สตางค์/ชิ้น

อยากทราบว่า โรงงานกิจเจริญเซรามิก ควรเลือกผลิตสินค้าจำนวนกี่รอบ รอบละกี่ชิ้น **ที่ทำให้เสียต้นทุนการผลิตน้อยที่สุด**

สมมติ
รอบ 1 ผลิต 100 ชิ้น = 500 + 100(5) + 50(0.25)
100 500 + 100(5) + 75 (0.25)

ภาพประกอบ 22 ร่องรอยการขีดเขียนในขณะทำความเข้าใจคาบเรียน ของพอใจ

กิจกรรมในช่วงที่ 2 คาบเรียน 5 ขณะที่นักเรียนทำความเข้าใจสถานการณ์จริง กิจกรรมมลพิษทางอากาศ” ซึ่งเป็นสถานการณ์จริงที่ต้องการให้นักเรียนค้นหาสถานที่ที่มีมลพิษทางอากาศน้อยและปลอดภัย เพื่อสร้างที่พักอาศัย พบว่านักเรียนแสดงร่องรอยการขีดเขียนในประเด็นที่สำคัญขณะทำความเข้าใจสถานการณ์จริงเรื่องมลพิษทางอากาศ ซึ่งมีทั้งข้อความที่เป็นสาระสำคัญและไม่เป็นสาระสำคัญของสถานการณ์มลพิษทางอากาศ สำหรับนักเรียนเป้าหมายดีใจมีการขีดเขียนข้อความในสถานการณ์จริงข้อมูลสำคัญเกี่ยวกับมลพิษทางอากาศได้ครบถ้วน พร้อมทั้งวาดรูปเพื่อขยายความเข้าใจในการค้นหาระยะทางที่ปัญหาระบุมาให้ จริงใจและพูมใจยังมีการขีดเขียนข้อความในสถานการณ์จริงและแสดงการวาดรูปเพื่อทำความเข้าใจ แต่ยังเขียนไม่ครบถ้วน สำหรับพอใจเริ่มมีการขีดเส้นใต้และล้อมรอบทั้งข้อความที่สำคัญและไม่สำคัญ แต่ยังไม่พบการวาดรูปพร้อมทั้งขีดเขียนข้อความวิเคราะห์ข้อมูลที่สำคัญเหล่านั้น ดังภาพประกอบ 23 - 26


ปัญหาสำคัญที่เรามักพบเห็นในเมืองอุตสาหกรรมของประเทศที่กำลังพัฒนา ก็คือ **ปัญหาของมลพิษทางอากาศ**

มลพิษทางอากาศ เป็นภาวะอากาศที่มีสารเจือปน เช่น ฝุ่นละออง โมเลกุลชีวภาพ หรือวัตถุอันตรายชนิดอื่นๆ อยู่ในปริมาณที่สูงกว่าระดับปกติ มลพิษทางอากาศจะทำให้เกิดผลเสียหลายอย่างทั้งทางตรงที่เกี่ยวข้องกับสุขภาพอนามัยของมนุษย์ และทางอ้อมที่ทำให้เกิดการบดบังแสงสว่างจากดวงอาทิตย์ที่ส่องมายังพื้นโลกหรือการทำลายทรัพย์สินหรือสิ่งแวดล้อมอื่นๆ

เมื่อโรงงานอุตสาหกรรมปล่อยมลพิษเข้าสู่อากาศ มลพิษจะกระจายตัวและตกลงมาบนพื้นซึ่งจะห่างจากจุดที่ปล่อยมลพิษตั้งแต่ 1 กิโลเมตรขึ้นไป ซึ่งความเข้มข้นของอนุภาคของมลพิษจะลดลงตามระยะห่างจากโรงงานที่ปล่อยมลพิษเข้าสู่อากาศ เพื่อควบคุมดูแลคุณภาพอากาศทั้งในบรรยากาศและในสถานที่ประกอบการหรือบริเวณที่อยู่อาศัยให้เกิดความปลอดภัย **กรมควบคุมมลพิษ** จึงได้ออกกฎหมายควบคุมมลพิษให้อยู่ในเกณฑ์มาตรฐาน โดยกำหนดเกณฑ์มาตรฐานของสารมลพิษทางอากาศไว้ว่า **จะต้องมีมลพิษเจือปนในอากาศไม่เกิน 57 ppm.** ซึ่งหน่วยวัด ppm. ย่อมาจาก **"part per million"** หรือ **ส่วนของปริมาณสาร (ก๊าซหรือไอระเหย) ต่อปริมาณของอากาศล้านส่วน**

นอกจากนั้น กรมควบคุมมลพิษ ยังได้กำหนดเขตปลอดมลพิษทางอากาศ และควบคุมพื้นที่เพื่อการก่อสร้างโรงงานอุตสาหกรรมที่ให้มีผลกระทบกับสิ่งแวดล้อมน้อยที่สุด ในการคำนวณหาปริมาณความเข้มข้นของมลพิษทางอากาศในบริเวณบ้านที่มีโรงงานอุตสาหกรรมอยู่ใกล้ มีดังนี้

มลพิษในอากาศที่โรงงานอุตสาหกรรมปล่อยออกมา หารด้วยระยะห่างของบ้านและโรงงาน

ตัวอย่างเช่น ถ้าบ้านของม่านฟ้าอยู่ห่างจากโรงงานอุตสาหกรรมเป็นระยะทาง 3 กิโลเมตร และโรงงานปล่อยมลพิษทางอากาศออกมา 60 ppm. มลพิษ = ปล่อย / ระยะห่าง

จะได้ว่า มลพิษทางอากาศในบริเวณบ้านของม่านฟ้า เท่ากับ $\frac{60}{3} = 20$ ppm.

แสดงว่า บ้านของม่านฟ้า มีปริมาณความเข้มข้นของมลพิษทางอากาศไม่เกินเกณฑ์มาตรฐาน

คำถาม ถ้ามีโรงงานอุสาหกรรม 2 แห่ง โดยที่โรงงานทั้ง 2 แห่งมีระยะห่างกัน 10 กิโลเมตร โรงงานที่ 1 ปล่อยมลพิษเข้าสู่อากาศด้วยความเข้มข้น 60 ppm และโรงงานที่ 2 ปล่อยมลพิษสู่อากาศด้วยความเข้มข้น 240 ppm.

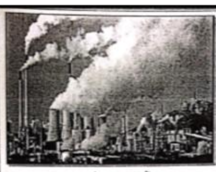
กรมมลพิษต้องการจะทราบว่า ตำแหน่งที่จะประกาศเป็นเขตปลอดมลพิษทางอากาศ ควรมีระยะห่างจากโรงงานทั้งสองแห่ง น้อยที่สุดเท่าใด

60 240 ให้ y = ความเข้มข้น $= \frac{60}{x} + \frac{240}{10-x}$

A x $10-x$ B

$y = \frac{60(10-x)+240x}{x(10-x)} \Rightarrow$

ภาพประกอบ 23 ร่องรอยการขีดเขียนในขณะทำความเข้าใจในคาบเรียน 5 ของดีใจ



ปัญหาสำคัญที่เรามักพบเห็นในเมืองอุตสาหกรรมของประเทศที่กำลังพัฒนา ก็คือ **ปัญหาของมลพิษทางอากาศ**

มลพิษทางอากาศ เป็นภาวะอากาศที่มีสารเจือปน เช่น ฝุ่นละออง โมเลกุลชีวภาพ หรือวัตถุอันตรายชนิดอื่นๆ อยู่ในปริมาณที่สูงกว่าระดับปกติ มลพิษทางอากาศจะทำให้เกิดผลเสียหลายอย่างทั้งทางตรงที่เกี่ยวข้องกับสุขภาพอนามัยของมนุษย์ และทางอ้อมที่ทำให้เกิดการบดบังแสงสว่างจากดวงอาทิตย์ที่ส่องมายังพื้นโลกหรือการทำลายทรัพย์สินหรือสิ่งแวดล้อมอื่นๆ

เมื่อโรงงานอุตสาหกรรมปล่อยมลพิษเข้าสู่อากาศ มลพิษจะกระจายตัวและตกลงมาบนพื้นซึ่งจะห่างจากจุดที่ปล่อยมลพิษตั้งแต่ 1 กิโลเมตรขึ้นไป ซึ่งความเข้มข้นของอนุภาคของมลพิษจะลดลงตามระยะห่างจากโรงงานที่ปล่อยมลพิษเข้าสู่อากาศ เพื่อควบคุมดูแลคุณภาพอากาศทั้งในบรรยากาศและในสถานที่ประกอบการหรือบริเวณที่อยู่อาศัยให้เกิดความปลอดภัย **กรมควบคุมมลพิษ** จึงได้ออกกฎหมายควบคุมมลพิษให้อยู่ในเกณฑ์มาตรฐาน โดยกำหนดเกณฑ์มาตรฐานของสารมลพิษทางอากาศไว้ว่า **จะต้องมีมลพิษเจือปนในอากาศไม่เกิน 57 ppm.** ซึ่งหน่วยวัด ppm. ย่อมาจาก **"part per million"** หรือ **ส่วนของปริมาณสาร (ก๊าซหรือไอระเหย) ต่อปริมาณของอากาศล้านส่วน**

นอกจากนั้น กรมควบคุมมลพิษ ยังได้กำหนดเขตปลอดมลพิษทางอากาศ และควบคุมพื้นที่เพื่อการก่อสร้างโรงงานอุตสาหกรรมที่ให้มีผลกระทบกับสิ่งแวดล้อมน้อยที่สุด ในการคำนวณหาปริมาณความเข้มข้นของมลพิษทางอากาศในบริเวณบ้านที่มีโรงงานอุตสาหกรรมอยู่ใกล้ มีดังนี้

มลพิษในอากาศที่โรงงานอุตสาหกรรมปล่อยออกมา หารด้วยระยะห่างของบ้านและโรงงาน

ตัวอย่างเช่น ถ้าบ้านของม่านฟ้าอยู่ห่างจากโรงงานอุตสาหกรรมเป็นระยะทาง 3 กิโลเมตร และโรงงานปล่อยมลพิษทางอากาศออกมา 60 ppm.

จะได้ว่า มลพิษทางอากาศในบริเวณบ้านของม่านฟ้า เท่ากับ $\frac{60}{3} = 20$ ppm.

แสดงว่า บ้านของม่านฟ้า มีปริมาณความเข้มข้นของมลพิษทางอากาศไม่เกินเกณฑ์มาตรฐาน

คำถาม ถ้ามีโรงงานอุตสาหกรรม 2 แห่ง โดยที่โรงงานทั้ง 2 แห่งมีระยะห่างกัน 10 กิโลเมตร โรงงานที่ 1 ปล่อยมลพิษเข้าสู่อากาศด้วยความเข้มข้น 60 ppm และโรงงานที่ 2 ปล่อยมลพิษสู่อากาศด้วยความเข้มข้น 240 ppm.

กรมมลพิษต้องการจะทราบว่า ตำแหน่งที่จะประกาศเป็นเขตปลอดมลพิษทางอากาศ ควรมีระยะห่างจากโรงงานทั้งสองแห่ง น้อยที่สุดเท่าใด $\left(\frac{60}{x}\right)$ $\left(\frac{240}{10-x}\right)$

60 ppm 240 ppm
1 — 2
10 km

60 ppm 240 ppm
1 — (x) — (10 - x) — 2

ภาพประกอบ 24 ร่องรอยการขีดเขียนในขณะทำความเข้าใจในคาบเรียน 5 ของจริงใจ

ปัญหาสำคัญที่เรามักพบเห็นในเมืองอุตสาหกรรมของประเทศที่กำลังพัฒนา ก็คือ **ปัญหาของมลพิษทางอากาศ**

มลพิษทางอากาศ เป็นภาวะอากาศที่มีสารเจือปน เช่น ฝุ่นละออง โมเลกุลชีวภาพ หรือวัตถุอันตรายชนิดอื่นๆ อยู่ในปริมาณที่สูงกว่าระดับปกติ มลพิษทางอากาศจะทำให้เกิดผลเสียหลายอย่างทั้งทางตรงที่เกี่ยวข้องกับสุขภาพอนามัยของมนุษย์ และทางอ้อมที่ทำให้เกิดการบดบังแสงสว่างจากดวงอาทิตย์ที่ส่องมายังพื้นโลกหรือการทำลายทรัพย์สินหรือสิ่งแวดล้อมอื่นๆ

เมื่อโรงงานอุตสาหกรรมปล่อยมลพิษเข้าสู่อากาศ มลพิษจะกระจายตัวและตกลงมาบนพื้นซึ่งจะห่างจากจุดที่ปล่อยมลพิษตั้งแต่ 1 กิโลเมตรขึ้นไป ซึ่งความเข้มข้นของอนุภาคของมลพิษจะลดลงตามระยะห่างจากโรงงานที่ปล่อยมลพิษเข้าสู่อากาศ เพื่อควบคุมดูแลคุณภาพอากาศทั้งในบรรยากาศและในสถานที่ประกอบการหรือบริเวณที่อยู่อาศัยให้เกิดความปลอดภัย **กรมควบคุมมลพิษ** จึงได้ออกกฎหมายควบคุมมลพิษให้อยู่ในเกณฑ์มาตรฐาน โดยกำหนดเกณฑ์มาตรฐานของสารมลพิษทางอากาศไว้ว่า **จะต้องมีมลพิษเจือปนในอากาศไม่เกิน 57 ppm.** ซึ่งหน่วยวัด ppm. ย่อมาจาก **"part per million"** หรือ **ส่วนของปริมาณสาร (ก๊าซหรือไอระเหย) ต่อปริมาณของอากาศล้านส่วน**

นอกจากนั้น กรมควบคุมมลพิษ ยังได้กำหนดเขตปลอดมลพิษทางอากาศ และควบคุมพื้นที่เพื่อการก่อสร้างโรงงานอุตสาหกรรมที่ให้มีผลกระทบกับสิ่งแวดล้อมน้อยที่สุด ในการคำนวณหาปริมาณความเข้มข้นของมลพิษทางอากาศในบริเวณบ้านที่มีโรงงานอุตสาหกรรมอยู่ใกล้ มีดังนี้

มลพิษในอากาศที่โรงงานอุตสาหกรรมปล่อยออกมา หารด้วยระยะห่างของบ้านและโรงงาน

ตัวอย่างเช่น ถ้าบ้านของม่านฟ้าอยู่ห่างจากโรงงานอุตสาหกรรมเป็นระยะทาง 3 กิโลเมตร และโรงงานปล่อยมลพิษทางอากาศออกมา 60 ppm.

จะได้ว่า มลพิษทางอากาศในบริเวณบ้านของม่านฟ้า เท่ากับ $\frac{60}{3} = 20$ ppm.

แสดงว่า บ้านของม่านฟ้า มีปริมาณความเข้มข้นของมลพิษทางอากาศไม่เกินเกณฑ์มาตรฐาน

คำถาม ถ้ามีโรงงานอุตสาหกรรม 2 แห่ง โดยที่โรงงานทั้ง 2 แห่งมีระยะห่างกัน 10 กิโลเมตร โรงงานที่ 1 ปล่อยมลพิษเข้าสู่อากาศด้วยความเข้มข้น 60 ppm และโรงงานที่ 2 ปล่อยมลพิษสู่อากาศด้วยความเข้มข้น 240 ppm.

กรมมลพิษต้องการจะทราบว่า ตำแหน่งที่จะประกาศเป็นเขตปลอดมลพิษทางอากาศ ควรมีระยะห่างจากโรงงานทั้งสองแห่ง น้อยที่สุดเท่าใด

10 km
1 — x — 10 - x — 2
60 ppm 240 ppm

ภาพประกอบ 25 ร่องรอยการขีดเขียนในขณะทำความเข้าใจในคาบเรียน 5 ของพูมิใจ

ปัญหาสำคัญที่เรามักพบเห็นในเมืองอุตสาหกรรมของประเทศที่กำลังพัฒนา ก็คือ ปัญหาของมลพิษทางอากาศ

มลพิษทางอากาศ เป็นภาวะอากาศที่มีสารเจือปน เช่น ฝุ่นละออง โมเลกุลชีวภาพ หรือวัตถุอันตรายชนิดอื่นๆ อยู่ในปริมาณที่สูงกว่าระดับปกติ มลพิษทางอากาศจะทำให้เกิดผลเสียหลายอย่างทั้งทางตรงที่เกี่ยวข้องกับสุขภาพอนามัยของมนุษย์ และทางอ้อมที่ทำให้เกิดการบดบังแสงสว่างจากดวงอาทิตย์ที่ส่องมายังพื้นโลกหรือการทำลายทรัพย์สินหรือสิ่งแวดล้อมอื่นๆ

เมื่อโรงงานอุตสาหกรรมปล่อยมลพิษเข้าสู่อากาศ มลพิษจะกระจายตัวและตกลงมาบนพื้นซึ่งจะห่างจากจุดที่ปล่อยมลพิษตั้งแต่ 1 กิโลเมตรขึ้นไป ซึ่งความเข้มข้นของอนุภาคของมลพิษจะลดลงตามระยะห่างจากโรงงานที่ปล่อยมลพิษเข้าสู่อากาศ เพื่อควบคุมดูแลคุณภาพอากาศทั้งในบรรยากาศและในสถานที่ประกอบการหรือบริเวณที่อยู่อาศัยให้เกิดความปลอดภัย กรมควบคุมมลพิษ จึงได้ออกกฎหมายควบคุมมลพิษให้อยู่ในเกณฑ์มาตรฐาน โดยกำหนดเกณฑ์มาตรฐานของสารมลพิษทางอากาศไว้ว่า จะต้องมีมลพิษเจือปนในอากาศไม่เกิน 57 ppm. ซึ่งหน่วยวัด ppm. ย่อมาจาก "part per million" หรือ ส่วนของปริมาณสาร (ก๊าซหรือไอระเหย) ต่อปริมาณของอากาศล้านส่วน

นอกจากนั้น กรมควบคุมมลพิษ ยังได้กำหนดเขตปลอดมลพิษทางอากาศ และควบคุมพื้นที่เพื่อการก่อสร้างโรงงานอุตสาหกรรมที่ให้มีผลกระทบกับสิ่งแวดล้อมน้อยที่สุด ในการคำนวณหาปริมาณความเข้มข้นของมลพิษทางอากาศในบริเวณบ้านที่มีโรงงานอุตสาหกรรมอยู่ใกล้ มีดังนี้

มลพิษในอากาศที่โรงงานอุตสาหกรรมปล่อยออกมา หารด้วยระยะห่างของบ้านและโรงงาน

ตัวอย่างเช่น ถ้าบ้านของม่านฟ้าอยู่ห่างจากโรงงานอุตสาหกรรมเป็นระยะทาง 3 กิโลเมตร และโรงงานปล่อยมลพิษทางอากาศออกมา 60 ppm.

จะได้ว่า มลพิษทางอากาศในบริเวณบ้านของม่านฟ้า เท่ากับ $\frac{60}{3} = 20$ ppm.

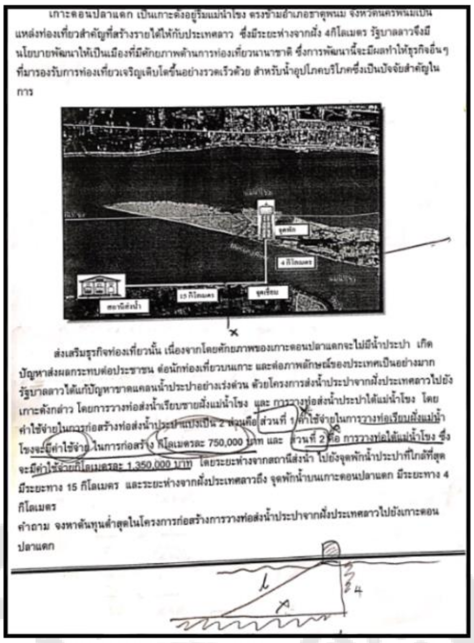
แสดงว่า บ้านของม่านฟ้า มีปริมาณความเข้มข้นของมลพิษทางอากาศไม่เกินเกณฑ์มาตรฐาน

คำถาม ถ้ามีโรงงานอุสาหกรรม 2 แห่ง ห่างกัน 10 กิโลเมตร โรงงานที่ 1 ปล่อยมลพิษเข้าสู่อากาศด้วยความเข้มข้น 60 ppm และโรงงานที่ 2 ปล่อยมลพิษสู่อากาศด้วยความเข้มข้น 240 ppm.

กรมมลพิษต้องการจะทราบว่า ตำแหน่งที่มีมลพิษน้อยที่สุดและปลอดภัยที่สุด ควรอยู่ระหว่างโรงงานทั้ง 2 แห่ง และห่างจากโรงงานทั้งสองแห่งเป็นระยะทางเท่าใด

ภาพประกอบ 26 ร่องรอยการขีดเขียนในขณะทำความเข้าใจสถานการณ์จริงคาบที่ 5 ของพูมใจ

และในช่วงที่ 3 คาบเรียน 9 ในขณะที่นักเรียนทำความเข้าใจสถานการณ์จริง กิจกรรม “โครงการวางท่อส่งน้ำประปา” พบว่านักเรียนมีการแสดงการขีดเส้นใต้ข้อมูลและเงื่อนไขของสถานการณ์ปัญหา เน้นจุดสำคัญ เพื่อขยายความเข้าใจ ซึ่งส่วนใหญ่เป็นสาระสำคัญของสถานการณ์จริง รวมถึง นักเรียนกลุ่มเป้าหมาย ดีใจ จริงใจ พูมใจ และ พอใจ โดยทั้งสี่คนมีการขีดเขียนและล้อมรอบข้อความที่สำคัญพร้อมกับวาดรูป เพื่อที่จะนำข้อมูลจากสถานการณ์จริง ไประบุพิกัดกับจุดที่สำคัญได้ครบถ้วน สำหรับพอใจมีการขีดเขียนวิเคราะห์ข้อมูลและวาดรูปเชื่อมโยงเพื่อขยายความเข้าใจเหล่านั้นอย่างคร่าว ๆ ดังภาพประกอบ 27 – 30



เกาะดอนปลาแดก เป็นเกาะตั้งอยู่ริมแม่น้ำโขง ตรงข้ามอำเภอธาตุพนม จังหวัดนครพนมเป็นแหล่งท่องเที่ยวสำคัญที่สร้างรายได้ให้กับประเทศลาว ซึ่งมีระยะห่างจากฝั่ง 4กิโลเมตร รัฐบาลลาวจึงมีนโยบายพัฒนาให้เป็นเมืองที่มีศักยภาพด้านการท่องเที่ยวนานาชาติ ซึ่งการพัฒนานี้จะมีผลทำให้ธุรกิจอื่นๆ ที่มารองรับการท่องเที่ยวเจริญเติบโตขึ้นอย่างรวดเร็วด้วย สำหรับน้ำอุปโภคบริโภคซึ่งเป็นปัจจัยสำคัญในการ

ส่งเสริมธุรกิจท่องเที่ยวนั้น เนื่องจากโดยศักยภาพของเกาะดอนปลาแดกจะไม่มีน้ำประปา เกิดปัญหาส่งผลกระทบต่อประชาชน ต่อนักท่องเที่ยวบนเกาะ และต่อภาพลักษณ์ของประเทศเป็นอย่างมาก รัฐบาลลาวได้แก้ปัญหาขาดแคลนน้ำประปาอย่างเร่งด่วน ด้วยโครงการส่งน้ำประปาจากฝั่งประเทศลาวไปยังเกาะดังกล่าว โดยการวางท่อส่งน้ำเรียบชายฝั่งแม่น้ำโขง และ การวางท่อส่งน้ำประปาใต้แม่น้ำโขง โดยค่าใช้จ่ายในการก่อสร้างท่อส่งน้ำประปาแบ่งเป็น 2 ส่วนคือ ส่วนที่ 1 ค่าใช้จ่ายในการวางท่อเรียบฝั่งแม่น้ำโขงจะมีค่าใช้จ่าย ในการก่อสร้าง กิโลเมตรละ 750,000 บาท และ ส่วนที่ 2 คือ การวางท่อใต้แม่น้ำโขง ซึ่งจะมีค่าใช้จ่ายกิโลเมตรละ 1,350,000 บาท โดยระยะห่างจากสถานีส่งน้ำ ไปยังจุดพักน้ำประปาที่ใกล้ที่สุด มีระยะทาง 15 กิโลเมตร และระยะห่างจากฝั่งประเทศลาวถึง จุดพักน้ำบนเกาะดอนปลาแดก มีระยะทาง 4 กิโลเมตร

คำถาม จงหาต้นทุนต่ำสุดในโครงการก่อสร้างการวางท่อส่งน้ำประปาจากฝั่งประเทศลาวไปยังเกาะดอนปลาแดก

ภาพประกอบ 27 ร่องรอยการขีดเขียนในขณะทำความเข้าใจในคาบเรียน 9 ของพูมใจ

เกาะดอนปลาแดก เป็นเกาะตั้งอยู่ริมแม่น้ำโขง ตรงข้ามอำเภอธาตุพนม จังหวัดนครพนมเป็นแหล่งท่องเที่ยวสำคัญที่สร้างรายได้ให้กับประเทศลาว ซึ่งมีระยะห่างจากฝั่ง 4กิโลเมตร รัฐบาลลาวจึงมีนโยบายพัฒนาให้เป็นเมืองที่มีศักยภาพด้านการท่องเที่ยวนานาชาติ ซึ่งการพัฒนานี้จะมีผลทำให้ธุรกิจอื่นๆ ที่มารองรับการท่องเที่ยวเจริญเติบโตขึ้นอย่างรวดเร็วด้วย สำหรับน้ำอุปโภคบริโภคซึ่งเป็นปัจจัยสำคัญในการ

ส่งเสริมธุรกิจท่องเที่ยวนั้น เนื่องจากโดยศักยภาพของเกาะดอนปลาแดกจะไม่มีน้ำประปา เกิดปัญหาส่งผลกระทบต่อประชาชน ต่อนักท่องเที่ยวบนเกาะ และต่อภาพลักษณ์ของประเทศเป็นอย่างมาก รัฐบาลลาวได้แก้ปัญหาขาดแคลนน้ำประปาอย่างเร่งด่วน ด้วยโครงการส่งน้ำประปาจากฝั่งประเทศลาวไปยังเกาะดังกล่าว โดยการวางท่อส่งน้ำเรียบชายฝั่งแม่น้ำโขง และ การวางท่อส่งน้ำประปาใต้แม่น้ำโขง โดยค่าใช้จ่ายในการก่อสร้างท่อส่งน้ำประปาแบ่งเป็น 2 ส่วนคือ ส่วนที่ 1 ค่าใช้จ่ายในการวางท่อเรียบฝั่งแม่น้ำโขงจะมีค่าใช้จ่าย ในการก่อสร้าง กิโลเมตรละ 750,000 บาท และ ส่วนที่ 2 คือ การวางท่อใต้แม่น้ำโขง ซึ่งจะมีค่าใช้จ่ายกิโลเมตรละ 1,350,000 บาท โดยระยะห่างจากสถานีส่งน้ำ ไปยังจุดพักน้ำประปาที่ใกล้ที่สุด มีระยะทาง 15 กิโลเมตร และระยะห่างจากฝั่งประเทศลาวถึง จุดพักน้ำบนเกาะดอนปลาแดก มีระยะทาง 4 กิโลเมตร

คำถาม จงหาต้นทุนต่ำสุดในโครงการก่อสร้างการวางท่อส่งน้ำประปาจากฝั่งประเทศลาวไปยังเกาะดอนปลาแดก

ภาพประกอบ 28 ร่องรอยการขีดเขียนในขณะทำความเข้าใจในคาบเรียน 9 ของจริงใจ

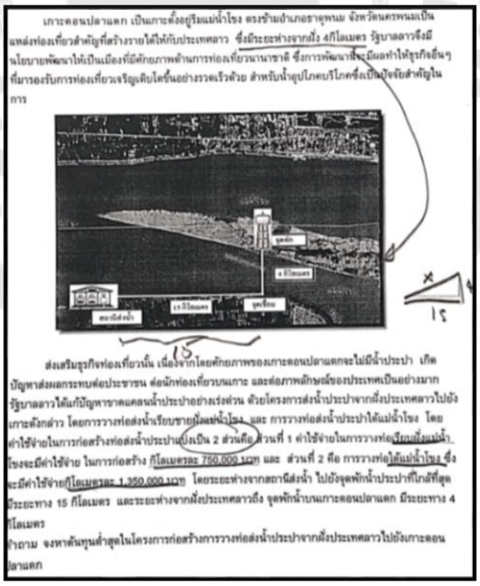
เกาะดอนปลาแดก เป็นเกาะตั้งอยู่ริมแม่น้ำโขง ตรงข้ามอำเภอธาตุพนม จังหวัดนครพนมเป็นแหล่งท่องเที่ยวสำคัญที่สร้างรายได้ให้กับประเทศลาว ซึ่งมีระยะห่างจากฝั่ง 4กิโลเมตร รัฐบาลลาวจึงมีนโยบายพัฒนาให้เป็นเมืองที่มีศักยภาพด้านการท่องเที่ยวนานาชาติ ซึ่งการพัฒนานี้จะมีผลทำให้ธุรกิจอื่นๆ ที่มารองรับการท่องเที่ยวเจริญเติบโตขึ้นอย่างรวดเร็วด้วย สำหรับน้ำอุปโภคบริโภคซึ่งเป็นปัจจัยสำคัญในการ

ส่งเสริมธุรกิจท่องเที่ยวนั้น เนื่องจากโดยศักยภาพของเกาะดอนปลาแดกจะไม่มีน้ำประปา เกิดปัญหาส่งผลกระทบต่อประชาชน ต่อนักท่องเที่ยวบนเกาะ และต่อภาพลักษณ์ของประเทศเป็นอย่างมาก รัฐบาลลาวได้แก้ปัญหาขาดแคลนน้ำประปาอย่างเร่งด่วน ด้วยโครงการส่งน้ำประปาจากฝั่งประเทศลาวไปยังเกาะดังกล่าว โดยการวางท่อส่งน้ำเรียบชายฝั่งแม่น้ำโขง และ การวางท่อส่งน้ำประปาใต้แม่น้ำโขง โดยค่าใช้จ่ายในการก่อสร้างท่อส่งน้ำประปาแบ่งเป็น 2 ส่วนคือ ส่วนที่ 1 ค่าใช้จ่ายในการวางท่อเรียบฝั่งแม่น้ำโขงจะมีค่าใช้จ่าย ในการก่อสร้าง กิโลเมตรละ 750,000 บาท และ ส่วนที่ 2 คือ การวางท่อใต้แม่น้ำโขง ซึ่งจะมีค่าใช้จ่ายกิโลเมตรละ 1,350,000 บาท โดยระยะห่างจากสถานีส่งน้ำ ไปยังจุดพักน้ำประปาที่ใกล้ที่สุด มีระยะทาง 15 กิโลเมตร และระยะห่างจากฝั่งประเทศลาวถึง จุดพักน้ำบนเกาะดอนปลาแดก มีระยะทาง 4 กิโลเมตร

คำถาม จงหาต้นทุนต่ำสุดในโครงการก่อสร้างการวางท่อส่งน้ำประปาจากฝั่งประเทศลาวไปยังเกาะดอนปลาแดก

$f(x) = (15-x)(750000) + \sqrt{x^2+4^2}\,(1350000)$

ภาพประกอบ 29 ร่องรอยการขีดเขียนในขณะทำความเข้าใจในคาบเรียน 9 ของพูมิใจ



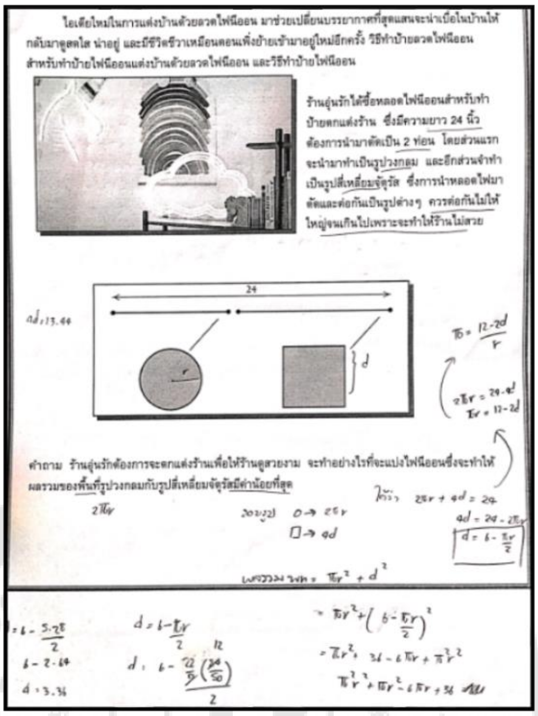
เกาะดอนปลาแดก เป็นเกาะตั้งอยู่ริมแม่น้ำโขง ตรงข้ามอำเภอธาตุพนม จังหวัดนครพนมเป็นแหล่งท่องเที่ยวสำคัญที่สร้างรายได้ให้กับประเทศลาว ซึ่งมีระยะห่างจากฝั่ง 4กิโลเมตร รัฐบาลลาวจึงมีนโยบายพัฒนาให้เป็นเมืองที่มีศักยภาพด้านการท่องเที่ยวนานาชาติ ซึ่งการพัฒนานี้จะมีผลทำให้ธุรกิจอื่นๆ ที่มารองรับการท่องเที่ยวเจริญเติบโตขึ้นอย่างรวดเร็วด้วย สำหรับน้ำอุปโภคบริโภคซึ่งเป็นปัจจัยสำคัญในการ

ส่งเสริมธุรกิจท่องเที่ยวนั้น เนื่องจากโดยศักยภาพของเกาะดอนปลาแดกจะไม่มีน้ำประปา เกิดปัญหาส่งผลกระทบต่อประชาชน ต่อนักท่องเที่ยวบนเกาะ และต่อภาพลักษณ์ของประเทศเป็นอย่างมาก รัฐบาลลาวได้แก้ปัญหาขาดแคลนน้ำประปาอย่างเร่งด่วน ด้วยโครงการส่งน้ำประปาจากฝั่งประเทศลาวไปยังเกาะดังกล่าว โดยการวางท่อส่งน้ำเรียบชายฝั่งแม่น้ำโขง และ การวางท่อส่งน้ำประปาใต้แม่น้ำโขง โดยค่าใช้จ่ายในการก่อสร้างท่อส่งน้ำประปาแบ่งเป็น 2 ส่วนคือ ส่วนที่ 1 ค่าใช้จ่ายในการวางท่อเรียบฝั่งแม่น้ำโขงจะมีค่าใช้จ่าย ในการก่อสร้าง กิโลเมตรละ 750,000 บาท และ ส่วนที่ 2 คือ การวางท่อใต้แม่น้ำโขง ซึ่งจะมีค่าใช้จ่ายกิโลเมตรละ 1,350,000 บาท โดยระยะห่างจากสถานีส่งน้ำ ไปยังจุดพักน้ำประปาที่ใกล้ที่สุด มีระยะทาง 15 กิโลเมตร และระยะห่างจากฝั่งประเทศลาวถึง จุดพักน้ำบนเกาะดอนปลาแดก มีระยะทาง 4 กิโลเมตร

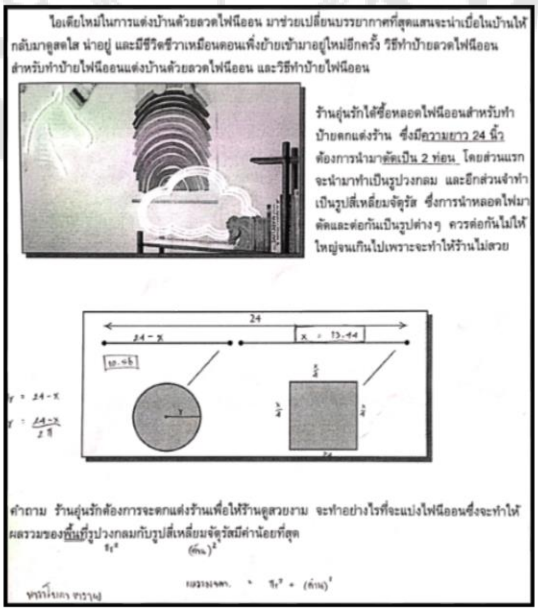
คำถาม จงหาต้นทุนต่ำสุดในโครงการก่อสร้างการวางท่อส่งน้ำประปาจากฝั่งประเทศลาวไปยังเกาะดอนปลาแดก

ภาพประกอบ 30 ร่องรอยการขีดเขียนในขณะทำความเข้าใจในคาบเรียน 9 ของพอใจ

สรุปได้ว่า ในช่วงแรกของการจัดกิจกรรมการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ในการเรียนการสอน นักเรียนไม่ให้ความสำคัญกับเวลาและใช้เวลาในการอ่านและทำความเข้าใจสถานการณ์ได้น้อยมาก สังเกตได้จากการขณะที่ลงมือแก้ปัญหา นักเรียนต้องเปิดย้อนกลับหน้าแรก บ่อยครั้ง และมีนักเรียนจำนวนน้อยที่ใช้เวลาในการอ่านนานเพื่อเน้นจุดที่สำคัญ ที่ขีดเส้นใต้หรือขีดล้อมรอบข้อความในสถานการณ์จริงและวาดภาพหรือวาดตารางเพื่อทำความเข้าใจสถานการณ์จริง ซึ่งมีทั้งข้อความที่เป็นสาระสำคัญและไม่เป็นสาระสำคัญของสถานการณ์จริง สำหรับกิจกรรมในช่วงที่ 2 ปรากฏว่านักเรียนขีดเส้นใต้เน้นย้ำจุดสำคัญ และ ขีดล้อมรอบข้อความที่สำคัญที่เป็นจุดเน้นในสถานการณ์จริงได้จำนวนมากขึ้น อีกทั้งยังพบว่าที่นักเรียนทำความเข้าใจสถานการณ์จริง พร้อมทั้งวาดภาพ และสร้างตารางการวิเคราะห์ข้อมูลได้มากขึ้น และมีนักเรียนบางส่วนที่มีการขีดเขียนข้อความวิเคราะห์ข้อมูลหรือเงื่อนไขในสถานการณ์จริงอย่างคร่าว ๆ และช่วงท้ายของการเรียนการสอน นักเรียนส่วนใหญ่ยังคงแสดงพฤติกรรมเหล่านั้นอย่างสม่ำเสมอ มีการขีดเส้นใต้หรือขีดล้อมรอบข้อความที่เป็นสาระสำคัญของสถานการณ์จริงในขณะทำความเข้าใจสถานการณ์จริง พร้อมทั้งแสดงการวาดภาพประกอบระบุเหตุผลที่สำคัญเพื่อช่วยเน้นย้ำจุดที่สำคัญ นอกจากนี้ผลจากการวิเคราะห์งานเขียนของนักเรียนเป้าหมายจากการทำแบบทดสอบวัดความสามารถในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เรื่องการประยุกต์แคลคูลัสพบว่า ดีใจซึ่งเป็นนักเรียนในกลุ่มเก่งแสดงร่องรอยการขีดเส้นใต้หรือล้อมรอบข้อความในสถานการณ์จริง พร้อมทั้งแสดงการวาดภาพประกอบ สร้างตารางเปรียบเทียบ ทั้ง 4 ข้อ ซึ่งทุกข้อความเป็นสาระสำคัญเป็นจุดเน้นของของสถานการณ์จริง สำหรับจริงใจ และ พูมใจซึ่งเป็นนักเรียนกลุ่มปานกลาง แสดงร่องรอยการขีดเส้นใต้ข้อความในสถานการณ์จริงทุกข้อ ซึ่งข้อความส่วนใหญ่เป็นสาระสำคัญของสถานการณ์จริง โดยจริงใจแสดงการขีดเขียนข้อความวิเคราะห์ข้อมูลของสถานการณ์จริงอย่างคร่าว ๆ และมีการวาดรูปประกอบบ้างในบางข้อ สำหรับพูมใจแสดงร่องรอยการขีดเส้นใต้แต่ไม่แสดงการวาดภาพประกอบและล้อมรอบข้อความทั้งข้อความที่สำคัญและไม่สำคัญของสถานการณ์จริง โดยแสดงการขีดเขียนในแบบทดสอบการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์จำนวน 3 ข้อ พร้อมทั้งวาดรูปประกอบข้อความวิเคราะห์ข้อมูลของสถานการณ์จริงอย่างคร่าว ๆ 1 ข้อ ตัวอย่างการขีดเส้นใต้หรือขีดล้อมรอบข้อความในสถานการณ์จริงของนักเรียนเป้าหมายดีใจและพอใจดังภาพประกอบ 31 – 32



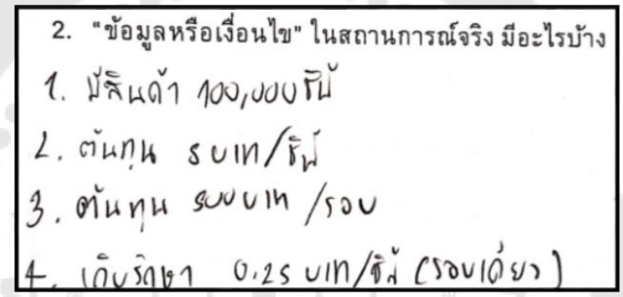
ภาพประกอบ 31 ร่องรอยการขีดเขียนทำความเข้าใจสถานการณ์จริงข้อสอบเรื่อง “หลอดไฟสวย” ในการทำแบบทดสอบของดีใจ



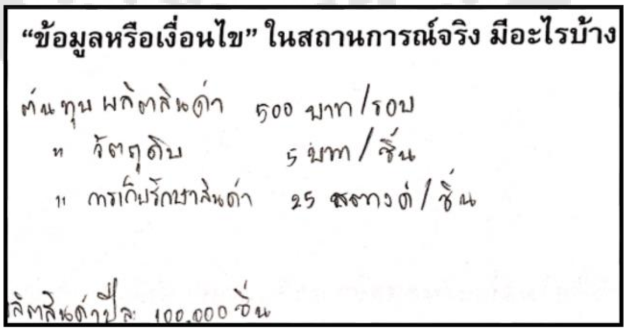
ภาพประกอบ 32 ร่องรอยการขีดเขียนในขณะทำความเข้าใจสถานการณ์จริง ข้อสอบเรื่อง “หลอดไฟสวย” ในการทำแบบทดสอบ ของพอใจ

(3) นักเรียนเขียนคำอธิบายแนวคิดที่เกี่ยวข้องกับสถานการณ์จริงได้มากขึ้น

กิจกรรมการเรียนการสอนช่วงแรกใน คาบเรียน 1 กิจกรรม “ ธุรกิจแก้วกาแฟ ” ซึ่งเป็นสถานการณ์จริงที่นักเรียนจะต้องค้นหาจำนวนรอบการผลิตสินค้า จำนวนชิ้นต่อรอบ นักเรียนส่วนใหญ่เขียนคำอธิบายแนวคิดที่เกี่ยวข้องกับสถานการณ์จริงได้น้อยมาก โดยแสดงการเขียนคำอธิบายสั้นๆ ตัวอย่างเช่น นักเรียนเป้าหมาย จริงใจ และ พอใจเขียนคำอธิบายแนวคิดที่เกี่ยวข้องกับสถานการณ์จริงได้บ้างแต่ ไม่ชัดเจน กล่าวคือไม่อธิบายว่าการผลิตแต่ละครั้งจะต้องสำรองสินค้าไว้ในคลังสินค้าและบางส่วนจะนำออกจำหน่ายในอัตราส่วนที่เท่า ๆ กัน ดังภาพประกอบ 33 – 34

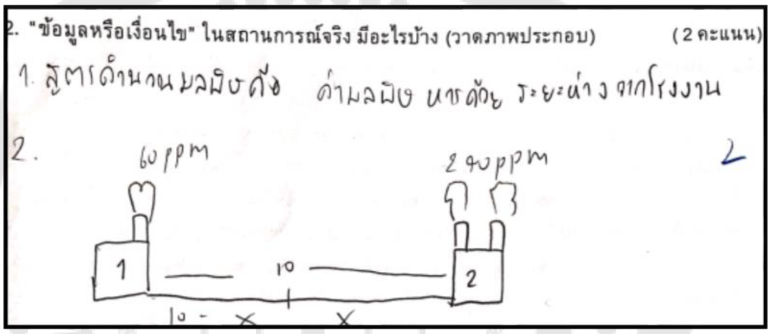

2. "ข้อมูลหรือเงื่อนไข" ในสถานการณ์จริง มีอะไรบ้าง
1. มีสินค้า 100,000 ชิ้น
2. ต้นทุน 5 บาท/ชิ้น
3. ต้นทุน 500 บาท /รอบ
4. เก็บรักษา 0.25 บาท/ชิ้น (รอบเดียว)

ภาพประกอบ 33 คำอธิบายแนวคิดที่เกี่ยวข้องกับสถานการณ์จริงในคาบเรียน 1 ของ จริงใจ

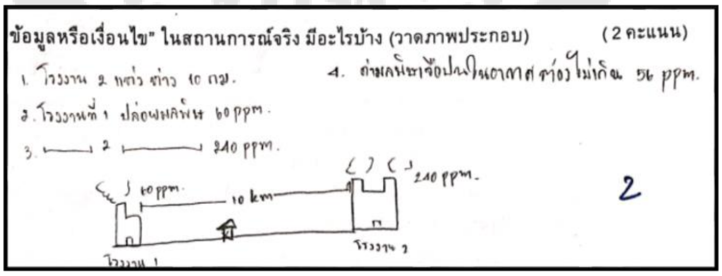

"ข้อมูลหรือเงื่อนไข" ในสถานการณ์จริง มีอะไรบ้าง
ต้นทุน ผลิตสินค้า 500 บาท/รอบ
" วัตถุดิบ 5 บาท/ชิ้น
" การเก็บรักษาสินค้า 25 สตางค์/ชิ้น
ผลิตสินค้าปีละ 100,000 ชิ้น

ภาพประกอบ 34 คำอธิบายแนวคิดที่เกี่ยวข้องกับสถานการณ์จริงในคาบเรียน 1 ของพอใจ

กิจกรรมการเรียนการสอนในช่วงที่ 2 คาบเรียน 5 กิจกรรม “ มลพิษทางอากาศ ” นักเรียนส่วนใหญ่เขียนคำอธิบายแนวคิดที่เกี่ยวข้องกับสถานการณ์จริงเพื่อค้นหาคำตอบได้ถูกต้องมากขึ้น พร้อมทั้งเขียนรูปประกอบเพื่อขยายความเข้าใจในสถานการณ์ที่กำหนดมาให้ แต่ปรากฏว่านักเรียนยังเขียนคำอธิบายบางส่วนไม่ชัดเจน กล่าวคือไม่เขียนคำอธิบายถึงที่มาของแต่ละบรรทัด เขียนไม่เป็นระบบ ไม่เรียงลำดับตามความสำคัญของปัญหา และระบุข้อมูลเพื่อขยายความเข้าใจเพียงเล็กน้อย สำหรับนักเรียนเป้าหมายพูมใจและพอใจ เขียนคำอธิบายแนวคิดเกี่ยวกับข้อมูลสำคัญของโรงงานทั้งสอง และปริมาณความเข้มข้นของมลพิษในอากาศที่โรงงานปล่อยออกมา แต่ยังเขียนไม่ครบถ้วน ดังภาพประกอบ 35 – 36

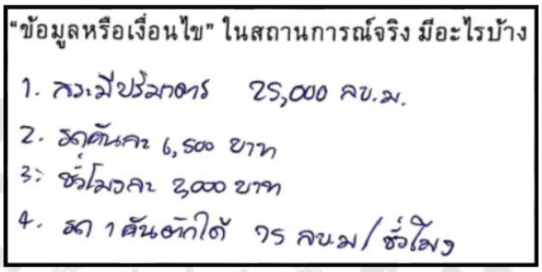


ภาพประกอบ 35 คำอธิบายแนวคิดที่เกี่ยวข้องกับสถานการณ์จริงในคาบเรียน 5 ของพูมิใจ



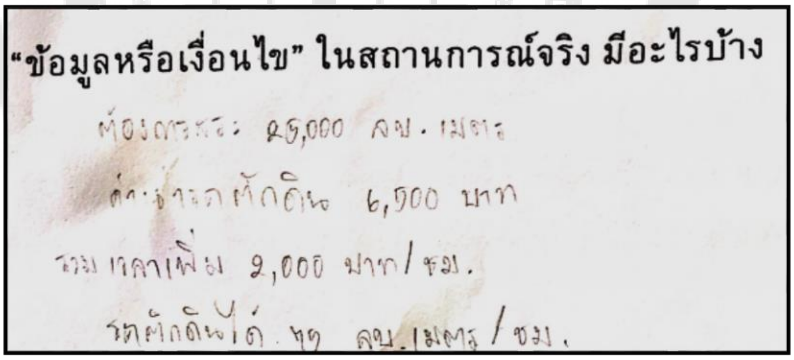
ภาพประกอบ 36 คำอธิบายแนวคิดที่เกี่ยวข้องกับสถานการณ์จริงในคาบเรียน 5 ของพอใจ

กิจกรรมการเรียนการสอนในช่วงท้ายของการเรียน คาบเรียน 12 กิจกรรม " การเช่ารถตักดิน " นักเรียนส่วนใหญ่เขียนอธิบายแนวคิดที่เกี่ยวข้องกับสถานการณ์การเช่ารถตักดิน เพื่อที่จะได้ทราบค่าใช้จ่ายที่น้อยที่สุด เพื่อทำโครงการขุดสระน้ำเศรษฐกิจพอเพียงได้ชัดเจนมากขึ้น โดยเขียนอธิบายเรียงลำดับตามความสำคัญของปัญหาการเช่ารถเพื่อขุดสระน้ำ แสดงที่มาของแต่ละบรรทัดได้ สำหรับนักเรียนเป้าหมายดีใจและพอใจเขียนอธิบายแนวคิดที่เกี่ยวข้องกับการเช่ารถตักดิน ได้ถูกต้องและชัดเจน ดังภาพประกอบ 37 – 38


"ข้อมูลหรือเงื่อนไข" ในสถานการณ์จริง มีอะไรบ้าง

1. สระมีปริมาตร 25,000 ลบ.ม.
2. รถคันละ 6,500 บาท
3. ชั่วโมงละ 2,000 บาท
4. รถ 1 คันตักได้ 75 ลบ.ม/ชั่วโมง

ภาพประกอบ 37 คำอธิบายแนวคิดที่เกี่ยวข้องกับสถานการณ์จริงในคาบเรียน 12 ของดีใจ


"ข้อมูลหรือเงื่อนไข" ในสถานการณ์จริง มีอะไรบ้าง

ต้องการสระ 25,000 ลบ.เมตร
ค่าเช่ารถตักดิน 6,500 บาท
รวมเวลาเพิ่ม 2,000 บาท/ชม.
รถตักดินได้ ๗๕ ลบ.เมตร/ชม.

ภาพประกอบ 38คำอธิบายแนวคิดที่เกี่ยวข้องกับสถานการณ์จริงในคาบเรียน 12 ของพอใจ

สรุปได้ว่า ในช่วงแรกของกิจการรมการเรียนการสอนการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ พบว่า นักเรียนส่วนใหญ่เขียนคำอธิบายแนวคิดที่สำคัญที่เป็นจุดเน้นที่เกี่ยวข้องกับสถานการณ์จริง กิจกรรมธุรกิจแก้วกาแฟ ได้น้อยมาก โดยเขียนคำอธิบายสั้นๆไม่เน้นข้อมูลที่สำคัญ แสดงเพียงคำตอบที่ได้จากการตรวจสอบแนวคิดที่เกี่ยวข้องกับสถานการณ์จริงนั้น ไม่ได้มีการอธิบายเพื่อทำการขยายความเข้าใจในสถานการณ์ของปัญหา อย่างไรก็ตามในช่วงที่ 2 จากงานเขียนพบว่า นักเรียนส่วนใหญ่เริ่มเขียนคำอธิบายแนวคิดที่เกี่ยวข้องกับสถานการณ์จริงได้มากขึ้นในกิจกรรม มลพิษทางอากาศ แต่ยังเขียนคำอธิบายบางส่วนยังไม่ตรงประเด็นและไม่ชัดเจน ซึ่งนักเรียนยังคงแสดงพฤติกรรมดังกล่าว และช่วงหลังพบว่า นักเรียนพยายามเขียนคำอธิบายแนวคิดที่เกี่ยวข้องกับสถานการณ์จริงได้ถูกต้องชัดเจนและตรงประเด็นมากขึ้น

จากการที่นักเรียนได้ทำกิจกรรมผ่านการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาในสถานการณ์จริงสามารถสรุปได้ว่า เมื่อนักเรียนได้ทำกิจกรรมการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์แล้ว ส่งผลทำให้นักเรียนมีประสบการณ์ในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เรื่องการประยุกต์แคลคูลัสในด้านการทำความเข้าใจสถานการณ์จริงได้มากขึ้น และนักเรียนเริ่มมีความมั่นใจที่จะใช้กระบวนการการแก้ปัญหาโดยใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ได้มากขึ้น โดยพบว่านักเรียนใช้เวลาในการทำความเข้าใจสถานการณ์จริง คิด และวิเคราะห์ไตร่ตรองปัญหาได้มากขึ้น แสดงร่องรอยการขีดเขียนขณะทำความเข้าใจสถานการณ์จริงเพื่ออธิบายถึงเหตุผลของปัญหาได้มากขึ้น ตลอดจนเขียนอธิบายแนวคิดที่สำคัญที่เกี่ยวข้องกับสถานการณ์จริงได้มากขึ้น

2.2 พฤติกรรมด้านการปรับเปลี่ยนสถานการณ์จริงให้เป็นปัญหาทางคณิตศาสตร์

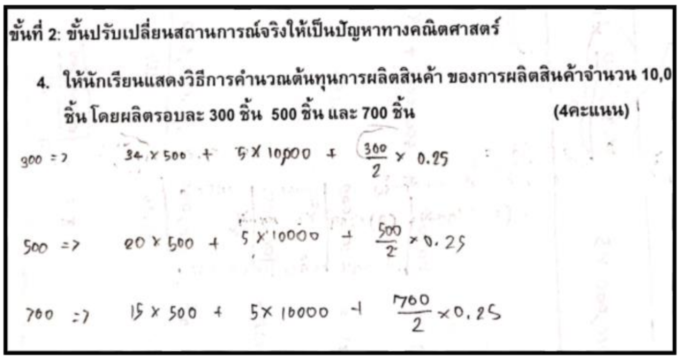
ในการศึกษาพฤติกรรมด้านการปรับเปลี่ยนสถานการณ์จริงให้เป็นปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน ผู้วิจัยพิจารณาการแสดงออกของนักเรียนในการค้นหาความเชื่อมโยงหรือความสัมพันธ์ระหว่างสิ่งที่สถานการณ์จริงต้องการหา ข้อมูลและเงื่อนไขของสถานการณ์จริง แล้วนำมาวิเคราะห์โดยใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้อง ผสมผสานกับประสบการณ์ในการแก้ปัญหา หลังจากนั้นปรับเปลี่ยน ข้อมูลหรือเงื่อนไขที่สำคัญของสถานการณ์จริง ให้อยู่ในรูปตัวไม่ทราบค่า ข้อมูล เงื่อนไข สัญลักษณ์ ประโยคสัญลักษณ์ หรือความสัมพันธ์ทางคณิตศาสตร์

ผลจากการวิเคราะห์ผลงานเขียนของนักเรียนในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เรื่องการประยุกต์แคลคูลัสและผลการสังเกตของผู้วิจัยและผู้ช่วยวิจัยเกี่ยวกับการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เรื่องการประยุกต์แคลคูลัสผลปรากฏว่า นักเรียนมีการแสดงพฤติกรรมการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทาง

คณิตศาสตร์เรื่องการประยุกต์แคลคูลัส ด้านการปรับเปลี่ยนสถานการณ์จริงให้เป็นปัญหาทางคณิตศาสตร์ 2 ลักษณะ ได้แก่ (1) นักเรียนเขียนคำอธิบายกระบวนการค้นหาความเชื่อมโยงประสมประสานกับประสบการณ์หรือเชื่อมโยงความสัมพันธ์ระหว่างสิ่งที่สถานการณ์จริงต้องการหาได้มากขึ้น และ (2) นักเรียนเขียนตัวไม่ทราบค่า ระบุข้อมูลหรือเงื่อนไขที่สำคัญได้ครบถ้วนและอาศัยการคิดวิเคราะห์นำหลักการทางคณิตศาสตร์มาสร้างความสัมพันธ์อย่างเป็นเหตุและเป็นผลสอดคล้องกับความเชื่อมโยงหรือความสัมพันธ์ระหว่างสิ่งที่สถานการณ์จริงต้องการหาได้มากขึ้น มีรายละเอียดดังนี้

(1) นักเรียนเขียนคำอธิบายกระบวนการค้นหาความเชื่อมโยงประสมประสานกับประสบการณ์ หรือความสัมพันธ์ระหว่างสิ่งที่สถานการณ์จริงต้องการหาได้มากขึ้น

ในช่วงแรกของการเรียนการสอน คาบเรียน 1 กิจกรรม “ธุรกิจแก้วกาแฟ” นักเรียนส่วนใหญ่เขียนคำอธิบายกระบวนการค้นหาความเชื่อมโยงหรือความสัมพันธ์ระหว่างสิ่งที่สถานการณ์จริงต้องการหาได้น้อยมาก โดยไม่ได้เริ่มต้นจากเงื่อนไขที่โจทย์กำหนดมาให้ ไม่ได้ทดลองกำหนดข้อมูลขึ้นมา เพื่อคำนวณหาต้นทุนในการผลิตแต่ละรอบ และต้องใช้จำนวนกี่รอบ ไม่สามารถเขียนคำอธิบายโดยใช้กระบวนการทางคณิตศาสตร์ได้น้อยมาก โดยทำได้เพียงเขียนคำอธิบายสั้น ๆ นักเรียนบางส่วนมีการเขียนแสดงข้อมูลที่กำหนดให้ แต่ไม่ระบุที่มาของข้อมูลแต่ละส่วน ตัวอย่างเช่น นักเรียนเป้าหมายจริงใจและดีใจเขียนคำอธิบายกระบวนการอย่างสั้น ๆ แสดงข้อมูลบางส่วนที่กำหนดให้คือ เงินต้น และอัตราดอกเบี้ย สำหรับการค้นหาความเชื่อมโยงหรือความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลหรือเงื่อนไขที่สำคัญระหว่างสิ่งที่สถานการณ์จริงต้องการหายังไม่เป็นลำดับขั้นตอน และไม่แสดงคำอธิบายว่าแต่ละบรรทัดคืออะไร และต้องการหาสิ่งใด ดังภาพประกอบ 39 – 40


ขั้นที่ 2: ขั้นปรับเปลี่ยนสถานการณ์จริงให้เป็นปัญหาทางคณิตศาสตร์

4. ให้นักเรียนแสดงวิธีการคำนวณต้นทุนการผลิตสินค้า ของการผลิตสินค้าจำนวน 10,0
ชิ้น โดยผลิตรอบละ 300 ชิ้น 500 ชิ้น และ 700 ชิ้น (4คะแนน)

300 => $34 \times 500 + 5 \times 10000 + \frac{300}{2} \times 0.25$

500 => $20 \times 500 + 5 \times 10000 + \frac{500}{2} \times 0.25$

700 => $15 \times 500 + 5 \times 10000 + \frac{700}{2} \times 0.25$

ภาพประกอบ 39 คำอธิบายกระบวนการค้นหาความเชื่อมโยงและความสัมพันธ์ระหว่างสิ่งที่สถานการณ์จริงต้องการหาในคาบเรียน 1 ของจริงใจ

$$y = \text{ต้นทุน} = \frac{10{,}000}{\text{ชิ้นต่อรอบ}} \times 500 + 5(\text{ชิ้นทั้งหมด}) + \frac{0.25(\text{ชิ้นต่อรอบ})}{2}$$

$$\text{ชิ้น} = 300;\ y = \left(\frac{10{,}000}{300}\right) \times 500 + 5(10{,}000) + \frac{0.25(300)}{2} = 66{,}704.17$$

$$\text{ชิ้น} = 500;\ y = \left(\frac{10{,}000}{500}\right) \times 500 + 5(10{,}000) + \frac{0.25(500)}{2} = 60{,}062.5$$

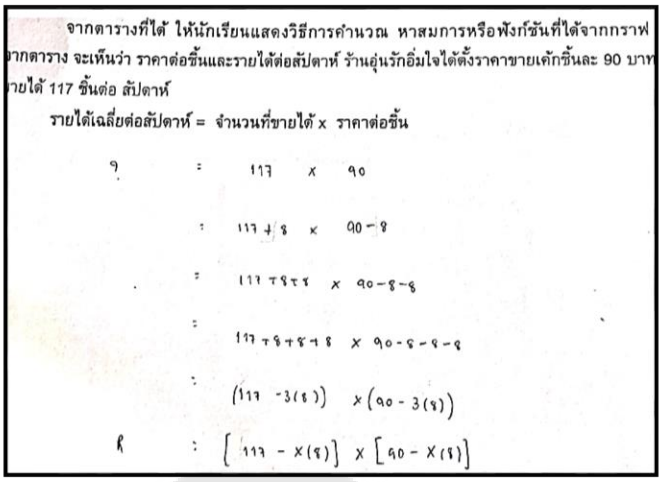
$$\text{ชิ้น} = 700;\ y = \left(\frac{10{,}000}{700}\right) \times 500 + 5(9000) + \frac{0.25(700)}{2} = 50{,}015.16$$

ภาพประกอบ 40 คำอธิบายกระบวนการค้นหาความเชื่อมโยงและความสัมพันธ์ระหว่างสิ่งที่สถานการณ์จริงต้องการหาในคาบเรียน 1 ของดีใจ

สำหรับในช่วงที่ 2 คาบเรียน 6 กิจกรรม “ขนมเค้กอุ่นรักอิ่มใจ” นักเรียนส่วนใหญ่นำข้อมูลหรือเงื่อนไขของสถานการณ์จริงมาเขียนแสดงความความสัมพันธ์ระหว่างสิ่งที่สถานการณ์จริงต้องการหาได้ถูกต้อง โดยพบว่านักเรียนได้สร้างตารางเพื่อหาความสัมพันธ์ของต้นทุนในการผลิต พร้อมทั้งจำนวนชิ้นในการผลิตขนมเค้ก และพยายามใช้ข้อมูลเขียนอธิบายกระบวนการค้นหาความเชื่อมโยงหรือความสัมพันธ์ระหว่างสิ่งที่ต้องการหาอย่างเป็นลำดับขั้นตอนมากขึ้น แต่มีคำอธิบายบางส่วนยังไม่ถูกต้องและชัดเจน ตัวอย่างเช่น นักเรียนเป้าหมายดีใจและจริงใจ นำข้อมูลหรือเงื่อนไขที่สำคัญของสถานการณ์จริงมาอธิบายกระบวนการค้นหาความเชื่อมโยงหรือความความสัมพันธ์ระหว่างสิ่งที่สถานการณ์จริงต้องการหา มีการเขียนอธิบายอย่างละเอียด ชัดเจน เป็นลำดับขั้นตอนมากขึ้น ดังภาพประกอบ 41 - 42

117	90
117+8	90-8
117+2(8)	90-2(8)
117+3(8)	90-3(8)
117+4(8)	90-4(8)
117+5(8)	90-5(8)
117+6(8)	90-6(8)
117+7(8)	90-7(8)
117+8(8)	90-8(8)
117+9(8)	90-9(8)
117+10(8)	90-10(8)

ภาพประกอบ 41 คำอธิบายกระบวนการค้นหาความเชื่อมโยงและความสัมพันธ์ระหว่างสิ่งที่สถานการณ์จริงต้องการหาในคาบเรียน 6 ของดีใจ


จากตารางที่ได้ ให้นักเรียนแสดงวิธีการคำนวณ หาสมการหรือฟังก์ชันที่ได้จากกราฟ
จากตาราง จะเห็นว่า ราคาต่อชิ้นและรายได้ต่อสัปดาห์ ร้านอุ่นรักอิ่มใจได้ตั้งราคาขายเค้กชิ้นละ 90 บาท
ขายได้ 117 ชิ้นต่อ สัปดาห์

รายได้เฉลี่ยต่อสัปดาห์ = จำนวนที่ขายได้ x ราคาต่อชิ้น

๑ : ๑๑๗ x ๙๐

: ๑๑๗+๘ x ๙๐−๘

: ๑๑๗+๘+๘ x ๙๐−๘−๘

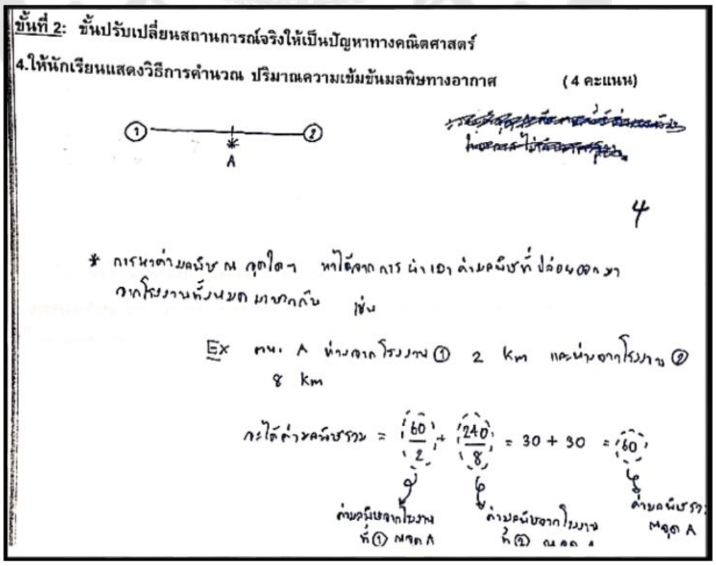
: ๑๑๗+๘+๘+๘ x ๙๐−๘−๘−๘

: (๑๑๗ −3(๘)) x (๙๐ − 3(๘))

R : [๑๑๗ − x(๘)] x [๙๐ − x(๘)]

ภาพประกอบ 42 คำอธิบายกระบวนการค้นหาความเชื่อมโยงและความสัมพันธ์ระหว่างสิ่งที่สถานการณ์จริงต้องการหาในคาบเรียน 6 ของจริงใจ

ในคาบเรียนที่ 5 กิจกรรม “มลพิษทางอากาศ” พบว่านักเรียนเป้าหมายดีใจและจริงใจ นำข้อมูลหรือเงื่อนไขที่สำคัญของสถานการณ์ มาอธิบายกระบวนการค้นหาความเชื่อมโยงโดยการวาดภาพประกอบ พร้อมทั้งใส่ข้อมูลที่สำคัญเพื่อความความสัมพันธ์ระหว่างสิ่งที่สถานการณ์จริงต้องการหาคือระยะทางที่ปลอดภัยที่สุด มีการเขียนอธิบายอย่างละเอียด ชัดเจนเป็นลำดับขั้นตอนมากขึ้น ดังภาพประกอบ 43 – 44


ขั้นที่ 2: ขั้นปรับเปลี่ยนสถานการณ์จริงให้เป็นปัญหาทางคณิตศาสตร์

4.ให้นักเรียนแสดงวิธีการคำนวณ ปริมาณความเข้มข้นมลพิษทางอากาศ (4 คะแนน)

4

* การหาค่ามลพิษ ณ จุดใดๆ หาได้จากการนำเอาค่ามลพิษที่ปล่อยออกมาจากโรงงานทั้งหมดมาบวกกัน เช่น

Ex ตน. A ห่างจากโรงงาน ① 2 km และห่างจากโรงงาน ② 8 km

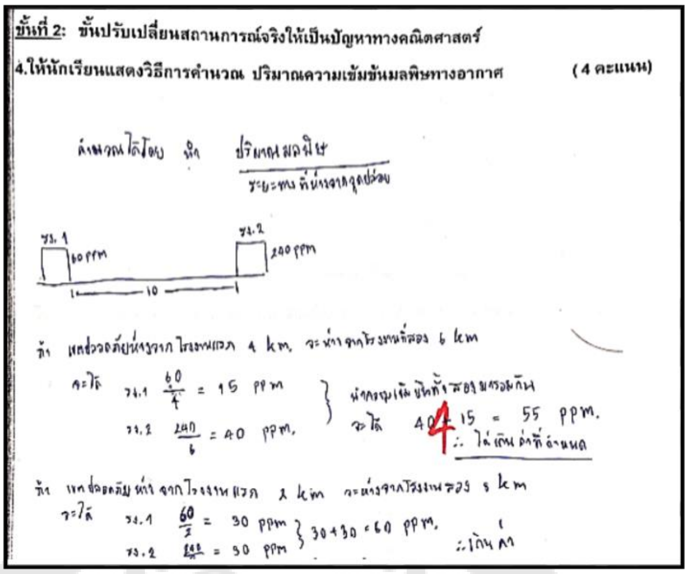
จะได้ค่ามลพิษรวม = $\frac{60}{2} + \frac{240}{8}$ = 30 + 30 = 60

ค่ามลพิษจากโรงงานที่ ① ณ จุด A

ค่ามลพิษจากโรงงานที่ ② ณ จุด A

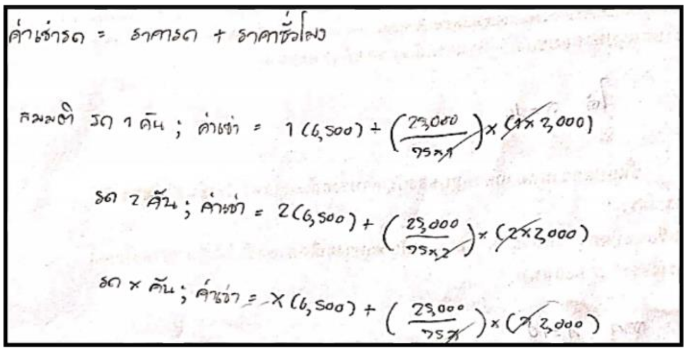
ค่ามลพิษรวม ณ จุด A

ภาพประกอบ 43 คำอธิบายกระบวนการค้นหาความเชื่อมโยงและความสัมพันธ์ระหว่างสิ่งที่สถานการณ์จริงต้องการหาในคาบเรียน 5 ของจริงใจ

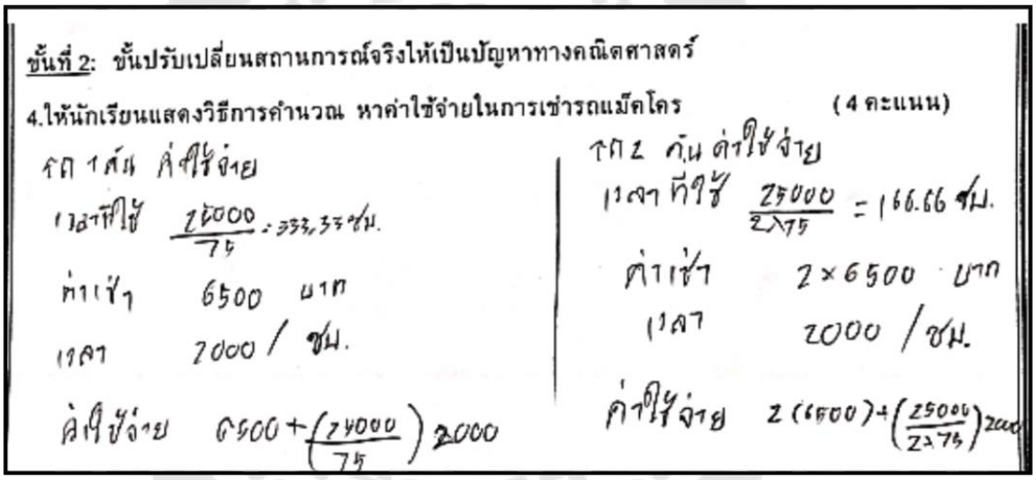


ภาพประกอบ 44 คำอธิบายกระบวนการค้นหาความเชื่อมโยงและความสัมพันธ์ระหว่างสิ่งที่สถานการณ์จริงต้องการหาในคาบเรียน 5 ของดีใจ

ในช่วงท้ายของการเรียนการสอน คาบเรียน 12 ในกิจกรรมรายบุคคล “ การเช่ารถตักดิน ” พบว่านักเรียนส่วนใหญ่เขียนอธิบายกระบวนการค้นหาความเชื่อมโยงหรือความสัมพันธ์ระหว่างสิ่งที่สถานการณ์จริงต้องการหาได้มากขึ้น โดยเขียนจำนวนค่าเช่ารถต่อวัน จำนวนค่าเช่าต่อเวลา และจำนวนดินที่ขุดได้ใน 1 วัน โดยเขียนแสดงข้อมูลหรือเงื่อนไขที่กำหนดและวิเคราะห์ข้อมูลดังกล่าวกับสิ่งที่ต้องการหา หลังจากนั้นนำมาเขียนอธิบายการค้นหาความเชื่อมโยงหรือความสัมพันธ์ระหว่างสิ่งที่สถานการณ์จริงต้องการหาได้อย่างเป็นลำดับขั้นตอน ตัวอย่างเช่น นักเรียนเป้าหมายดีใจและจริงใจ เขียนอธิบายการค้นหาความเชื่อมโยงหรือความสัมพันธ์ระหว่างสิ่งที่ต้องการหาจากข้อมูลที่กำหนด โดยเริ่มเขียนจากข้อมูลที่กำหนดคือ จำนวนค่าเช่าต่อวัน จำนวนค่าเช่าต่อเวลา จำนวนดินขุดได้ แล้วดำเนินการค้นหาความเชื่อมโยงหรือความสัมพันธ์ของค่าใช้จ่ายได้ โดยทดลองกำหนดจำนวนรถ จำนวนเวลา โดยนำเงื่อนไขจากสถานการณ์จริงมาพิจารณาอย่างเป็นระบบ ดังภาพประกอบ 45 – 46



ภาพประกอบ 45 คำอธิบายกระบวนการค้นหาความเชื่อมโยงและความสัมพันธ์ระหว่างสิ่งที่สถานการณ์จริงต้องการหาในคาบเรียน 12 ของดีใจ



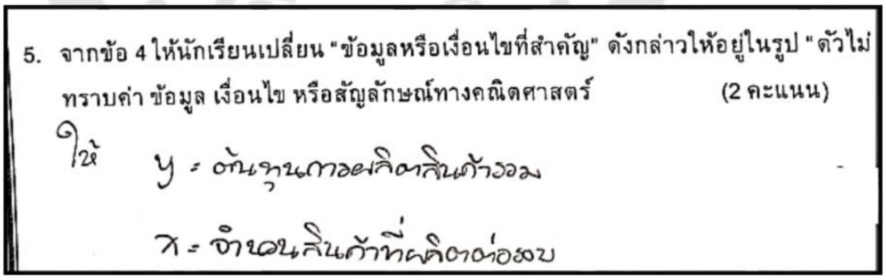
ภาพประกอบ 46 คำอธิบายกระบวนการค้นหาความเชื่อมโยงและความสัมพันธ์ระหว่างสิ่งที่สถานการณ์จริงต้องการหาในคาบเรียน 12 ของจริงใจ

สรุปได้ว่า ในช่วงแรกของการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน พบว่านักเรียนส่วนใหญ่เขียนคำอธิบายกระบวนการค้นหาความเชื่อมโยงหรือความสัมพันธ์ระหว่างสิ่งที่สถานการณ์จริงต้องการหาเกี่ยวกับ ‘‘ธุรกิจแก้วกาแฟ” ได้น้อยมาก โดยเขียนอธิบายเพียงข้อความสั้น ๆ ไม่ระบุต้นทุนการผลิต จำนวนรอบในการผลิต ค่าจัดเก็บสินค้า โดยเขียนคำอธิบายไม่เป็นลำดับขั้นตอน อย่างไรก็ตามในกิจกรรมช่วงที่ 2 “มลพิษทางอากาศ”นักเรียนส่วนใหญ่เริ่มเขียนคำอธิบายกระบวนการค้นหาความเชื่อมโยงหรือความสัมพันธ์ระหว่างสิ่งที่สถานการณ์จริงต้องการหาได้มากขึ้น โดยพยายามนำข้อมูลหรือเงื่อนไขที่สำคัญของสถานการณ์จริงมาวิเคราะห์และเขียนอธิบาย

เป็นลำดับขั้นมากขึ้น แต่มีคำอธิบายบางส่วนยังไม่ถูกต้องและชัดเจน ซึ่งปรากฏว่านักเรียนยังคงแสดงพฤติกรรมดังกล่าวและพยายามเขียนคำอธิบายกระบวนการค้นหาความเชื่อมโยงหรือความสัมพันธ์ระหว่างสิ่งที่สถานการณ์จริงต้องการหาได้ถูกต้องและชัดเจนมากขึ้น จนสิ้นสุดการเรียนการสอน

(2) **นักเรียนเขียนระบุตัวไม่ทราบค่า ข้อมูลหรือเงื่อนไขที่สำคัญของสถานการณ์จริง ได้ครบถ้วนและสอดคล้องกับความเชื่อมโยงหรือความสัมพันธ์ระหว่างสิ่งที่สถานการณ์จริงต้องการหาได้มากขึ้น**

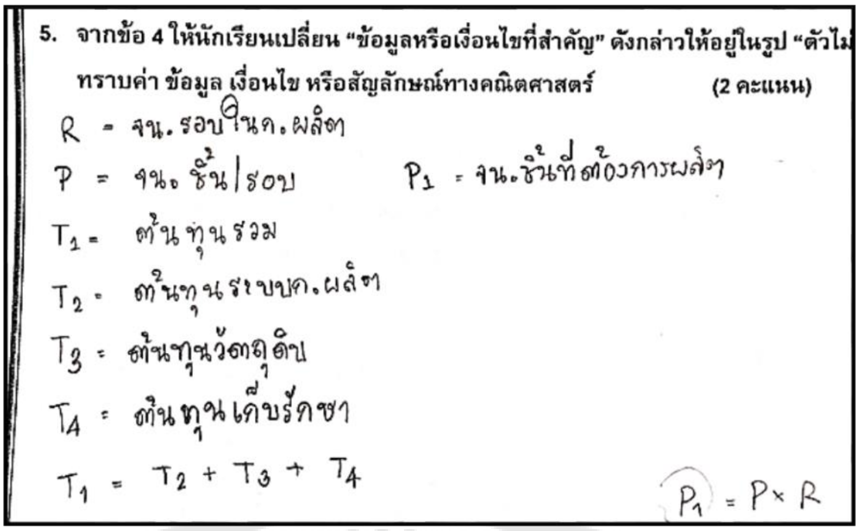
ในช่วงแรกของการเรียนการสอน คาบเรียน 1 กิจกรรม “ธุรกิจแก้วกาแฟ” นักเรียนจะต้องเปลี่ยนความเชื่อมโยงหรือความสัมพันธ์ให้อยู่ในรูปของตัวไม่ทราบค่า ข้อมูลหรือเงื่อนไขที่สำคัญของสถานการณ์จริงที่ใช้ในการแก้ปัญหา ซึ่งประกอบด้วย จำนวนรอบการผลิต จำนวนชิ้นต่อรอบ ต้นทุนการผลิตทั้งหมด และ จำนวนสินค้าที่ต้องการผลิต นักเรียนส่วนใหญ่เขียนระบุตัวไม่ทราบค่า ข้อมูลหรือเงื่อนไขที่สำคัญของสถานการณ์จริงบางส่วนยังไม่ถูกต้องและไม่สอดคล้องกับความเชื่อมโยงหรือความสัมพันธ์ที่ได้ ตัวอย่างเช่น นักเรียนเป้าหมายดีใจ เขียนระบุตัวไม่ทราบค่า ข้อมูลหรือเงื่อนไขที่สำคัญของสถานการณ์จริงได้ถูกต้องแต่ยังไม่สอดคล้องกับความเชื่อมโยงหรือความสัมพันธ์ที่ได้ โดยนำข้อมูลหรือเงื่อนไขที่สำคัญของสถานการณ์จริงบางส่วนมารวมกัน จริงใจและพอใจเขียนกำหนดตัวไม่ทราบค่า ข้อมูลหรือเงื่อนไขที่สำคัญของสถานการณ์จริงบางส่วนไม่ถูกต้อง ดังภาพประกอบ 47 – 49


5. จากข้อ 4 ให้นักเรียนเปลี่ยน "ข้อมูลหรือเงื่อนไขที่สำคัญ" ดังกล่าวให้อยู่ในรูป "ตัวไม่ทราบค่า ข้อมูล เงื่อนไข หรือสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ (2 คะแนน)

ให้ y = ต้นทุนการผลิตสินค้ารวม

x = จำนวนสินค้าที่ผลิตต่อรอบ

ภาพประกอบ 47 การระบุตัวไม่ทราบค่า ข้อมูลหรือเงื่อนไขที่สำคัญของสถานการณ์จริง ในคาบเรียน 1 ของดีใจ


5. จากข้อ 4 ให้นักเรียนเปลี่ยน "ข้อมูลหรือเงื่อนไขที่สำคัญ" ดังกล่าวให้อยู่ในรูป "ตัวไม่
ทราบค่า ข้อมูล เงื่อนไข หรือสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ (2 คะแนน)

R = จน.รอบที่ในค.ผลิต

P = จน. ชิ้น/รอบ P_1 = จน.ชิ้นที่ต้องการผลิต

T_1 = ต้นทุนรวม

T_2 = ต้นทุนระบบค.ผลิต

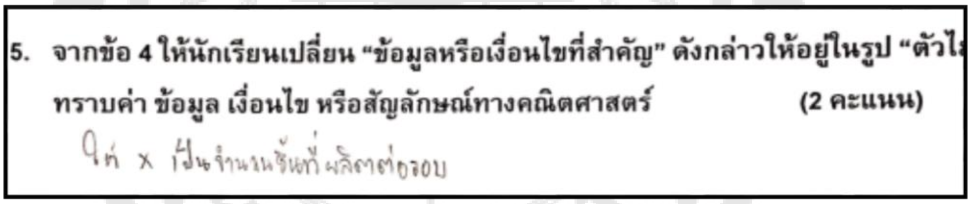
T_3 = ต้นทุนวัตถุดิบ

T_4 = ต้นทุนเก็บรักษา

$T_1 = T_2 + T_3 + T_4$

$P_1 = P \times R$

ภาพประกอบ 48 การระบุตัวไม่ทราบค่า ข้อมูลหรือเงื่อนไขที่สำคัญของสถานการณ์จริง ในคาบเรียน1 ของจริงใจ

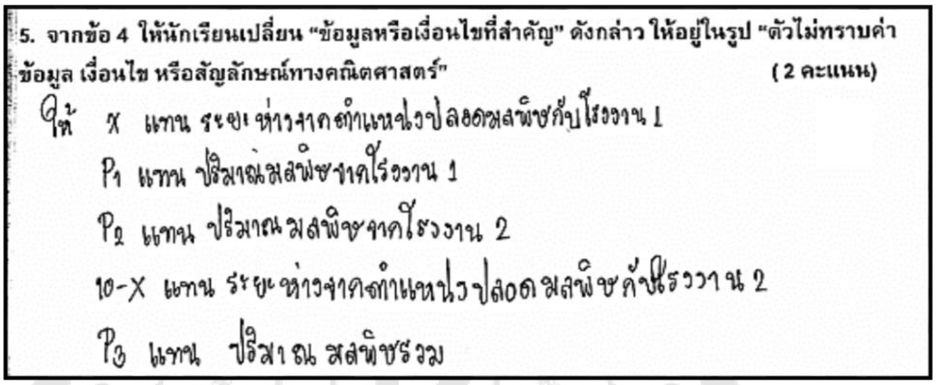

5. จากข้อ 4 ให้นักเรียนเปลี่ยน "ข้อมูลหรือเงื่อนไขที่สำคัญ" ดังกล่าวให้อยู่ในรูป "ตัวไ
ทราบค่า ข้อมูล เงื่อนไข หรือสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ (2 คะแนน)

ให้ x เป็นจำนวนชิ้นที่ผลิตต่อรอบ

ภาพประกอบ 49 การระบุตัวไม่ทราบค่า ข้อมูลหรือเงื่อนไขที่สำคัญของสถานการณ์จริง ในคาบเรียน1 ของพอใจ

สำหรับในช่วงที่ 2 คาบเรียน 5 กิจกรรม "มลพิษในอากาศ" นักเรียนจะต้องเปลี่ยนความเชื่อมโยงหรือความสัมพันธ์ให้อยู่ในรูปตัวไม่ทราบค่า ข้อมูลหรือเงื่อนไขที่สำคัญของสถานการณ์จริง ซึ่งประกอบด้วย ความเข้มข้นมลพิษที่ปล่อยจากโรงงาน ระยะห่างจากโรงงานที่ปล่อยมลพิษ โดยนักเรียนส่วนใหญ่เขียนระบุตัวไม่ทราบค่า ข้อมูลหรือเงื่อนไขที่สำคัญของสถานการณ์จริงบางส่วนได้ถูกต้องและสอดคล้องกับความเชื่อมโยงหรือความสัมพันธ์ระหว่างสิ่งที่สถานการณ์จริงต้องการหามากขึ้น สำหรับนักเรียนเป้าหมายดีใจและสมาชิกในกลุ่มเขียนระบุตัวไม่ทราบค่า ข้อมูลหรือเงื่อนไขที่สำคัญของสถานการณ์จริงได้ถูกต้อง ครบถ้วน และสอดคล้องกับความเชื่อมโยงหรือความสัมพันธ์ระหว่างสิ่งที่สถานการณ์จริงต้องการหา ส่วนนักเรียนเป้าหมาย

จริงใจเขียนระบุตัวไม่ทราบค่า ข้อมูลหรือเงื่อนไขที่สำคัญของสถานการณ์จริงได้ถูกต้องมากขึ้น และสอดคล้องกับความเชื่อมโยงหรือความสัมพันธ์ที่ได้มากขึ้น แต่ยังเขียนไม่เป็นลำดับสอดคล้องกับความเชื่อมโยงหรือความสัมพันธ์ที่ได้ ส่วนนักเรียนเป้าหมายพอใจเขียนระบุตัวไม่ทราบค่า ข้อมูลหรือเงื่อนไขที่สำคัญของสถานการณ์จริงได้ถูกต้องบ้าง และสอดคล้องกับความเชื่อมโยงหรือความสัมพันธ์ที่ได้เล็กน้อย ดังภาพประกอบ 50 – 52



5. จากข้อ 4 ให้นักเรียนเปลี่ยน "ข้อมูลหรือเงื่อนไขที่สำคัญ" ดังกล่าว ให้อยู่ในรูป "ตัวไม่ทราบค่า ข้อมูล เงื่อนไข หรือสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์" **(2 คะแนน)**

ให้ x แทน ระยะห่างจากตำแหน่งปลอดมลพิษกับโรงงาน 1

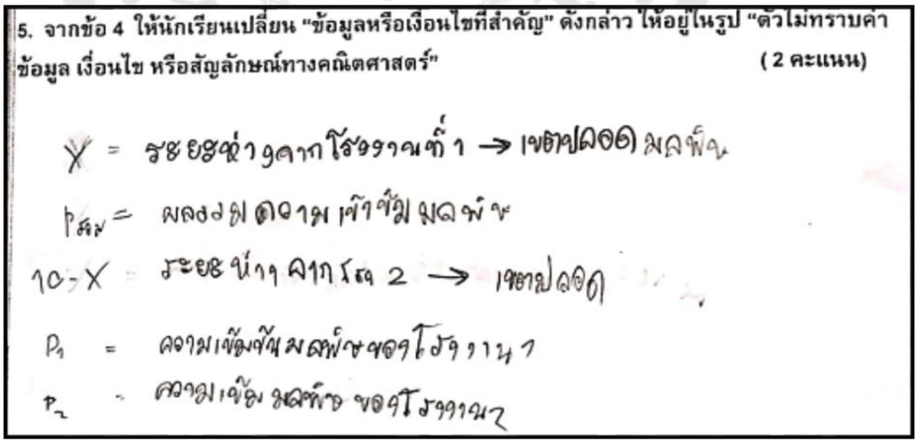
P_1 แทน ปริมาณมลพิษจากโรงงาน 1

P_2 แทน ปริมาณมลพิษจากโรงงาน 2

$10-X$ แทน ระยะห่างจากตำแหน่งปลอดมลพิษกับโรงงาน 2

P_3 แทน ปริมาณมลพิษรวม

ภาพประกอบ 50 การระบุตัวไม่ทราบค่า ข้อมูลหรือเงื่อนไขที่สำคัญของสถานการณ์จริง ในคาบเรียน 5 ของพูมใจ



5. จากข้อ 4 ให้นักเรียนเปลี่ยน "ข้อมูลหรือเงื่อนไขที่สำคัญ" ดังกล่าว ให้อยู่ในรูป "ตัวไม่ทราบค่า ข้อมูล เงื่อนไข หรือสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์" **(2 คะแนน)**

X = ระยะห่างจากโรงงานที่ 1 → เขตปลอดมลพิษ

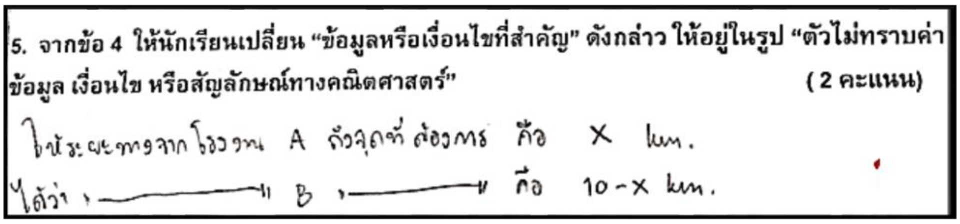
$P_{รวม}$ = ผลรวมความเข้มข้นมลพิษ

$10-X$ = ระยะห่างจากโรง 2 → เขตปลอด

P_1 = ความเข้มข้นมลพิษของโรงงาน1

P_2 = ความเข้มข้นมลพิษของโรงงาน2

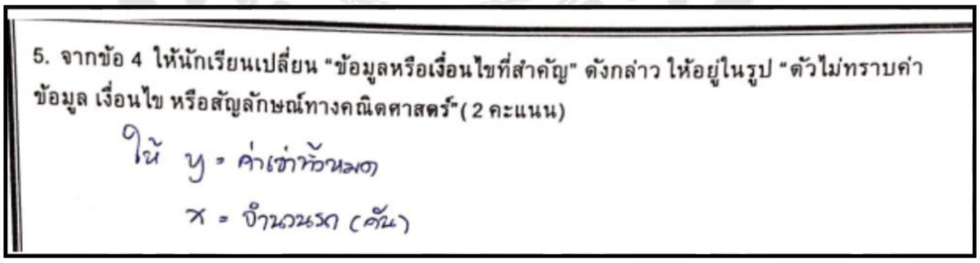
ภาพประกอบ 51 การระบุตัวไม่ทราบค่า ข้อมูลหรือเงื่อนไขที่สำคัญของสถานการณ์จริง ในคาบเรียน 5 ของจริงใจ


5. จากข้อ 4 ให้นักเรียนเปลี่ยน “ข้อมูลหรือเงื่อนไขที่สำคัญ” ดังกล่าว ให้อยู่ในรูป “ตัวไม่ทราบค่า ข้อมูล เงื่อนไข หรือสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์” (2 คะแนน)

ให้ระยะทางจากโรงงาน A ถึงจุดที่ต้องการ คือ x km.
ได้ว่า " B " คือ 10 - x km.

ภาพประกอบ 52 การระบุตัวไม่ทราบค่า ข้อมูลหรือเงื่อนไขที่สำคัญของสถานการณ์จริง ในคาบเรียน 5 ของพอใจ

และกิจกรรมในช่วงที่ 3 คาบเรียน 12 กิจกรรมรายบุคคล “ เช่ารถตักดิน ” นักเรียนต้องเปลี่ยนความเชื่อมโยงหรือความสัมพันธ์ให้อยู่ในรูปตัวไม่ทราบค่า ข้อมูลหรือเงื่อนไขที่สำคัญของสถานการณ์จริง ซึ่งประกอบด้วย ปริมาตรของดิน ราคาค่าเช่ารถตักดิน และ ค่าเช่าเวลารถตักดิน พบว่านักเรียนส่วนใหญ่เขียนระบุตัวไม่ทราบค่า ข้อมูลหรือเงื่อนไขที่สำคัญของสถานการณ์จริงได้ครบถ้วน ถูกต้องและสอดคล้องกับความเชื่อมโยงหรือความสัมพันธ์ระหว่างสิ่งที่สถานการณ์จริงต้องการหาได้มากขึ้น สำหรับนักเรียนเป้าหมายดีใจและสมาชิกในกลุ่มเขียนระบุตัวไม่ทราบค่า ข้อมูลหรือเงื่อนไขที่สำคัญของสถานการณ์จริงได้ถูกต้อง ครบถ้วน และสอดคล้องกับความเชื่อมโยงหรือความสัมพันธ์ระหว่างสิ่งที่สถานการณ์จริงต้องการหา ดังภาพประกอบ 53


5. จากข้อ 4 ให้นักเรียนเปลี่ยน "ข้อมูลหรือเงื่อนไขที่สำคัญ" ดังกล่าว ให้อยู่ในรูป "ตัวไม่ทราบค่า ข้อมูล เงื่อนไข หรือสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์"(2 คะแนน)

ให้ y = ค่าเช่าทั้งหมด
x = จำนวนรถ (คัน)

ภาพประกอบ 53 การระบุตัวไม่ทราบค่า ข้อมูลหรือเงื่อนไขที่สำคัญของสถานการณ์จริงในคาบเรียน 12 ของดีใจ

สรุปได้ว่า ในช่วงแรกของการเรียนการสอน “ ธุรกิจแก้วกาแฟ ” และ “ Playpen ” นักเรียนส่วนใหญ่เขียนระบุตัวไม่ทราบค่า ข้อมูลหรือเงื่อนไขที่สำคัญของสถานการณ์จริงยังไม่ถูกต้อง ชัดเจนและไม่สอดคล้องกับความเชื่อมโยงหรือความสัมพันธ์ที่ได้ อย่างไรก็ตามในช่วงที่ 2 “มลพิษทางอากาศ” และ “ขนมเค้กอุ่นรักอิ่มใจ” พบว่า นักเรียนส่วนใหญ่เริ่มเขียนระบุตัวไม่ทราบค่า ข้อมูลหรือเงื่อนไขที่สำคัญของสถานการณ์จริงได้ ทดลองกำหนดข้อมูลขึ้นมาและใช้ความรู้ด้านคณิตศาสตร์หาความเชื่อมโยงหรือความสัมพันธ์ที่ได้มากขึ้น โดยพยายามระบุตัวไม่ทราบค่า ข้อมูลหรือเงื่อนไขได้ถูกต้อง ครบถ้วน และเป็นลำดับมากขึ้น ซึ่งนักเรียนยังคงพยายามเขียนระบุตัวไม่ทราบค่า ข้อมูลหรือเงื่อนไขให้สอดคล้องกับความเชื่อมโยงหรือความสัมพันธ์ระหว่างสิ่งที่สถานการณ์จริงต้องการหาได้ถูกต้อง ครบถ้วนและเป็นลำดับมากขึ้น จนกระทั่งสิ้นสุดการเรียนการสอน

ดังที่กล่าวมาแล้วข้างต้นสามารถสรุปได้ว่า เมื่อนักเรียนทำกิจกรรมการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ นักเรียนจะมีประสบการณ์ในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เรื่องการประยุกต์แคลคูลัสในด้านการปรับเปลี่ยนสถานการณ์จริงให้เป็นปัญหาทางคณิตศาสตร์มากขึ้น โดยพบว่านักเรียนเขียนคำอธิบายกระบวนการค้นหาความเชื่อมโยงหรือความสัมพันธ์ระหว่างสิ่งที่สถานการณ์จริงต้องการหาได้มากขึ้น และเขียนตัวไม่ทราบค่า ข้อมูลหรือเงื่อนไขที่สำคัญได้ครบถ้วนและสอดคล้องกับความเชื่อมโยงหรือความสัมพันธ์ระหว่างสิ่งที่สถานการณ์จริงต้องการหาได้มากขึ้น

2.3 พฤติกรรมด้านการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

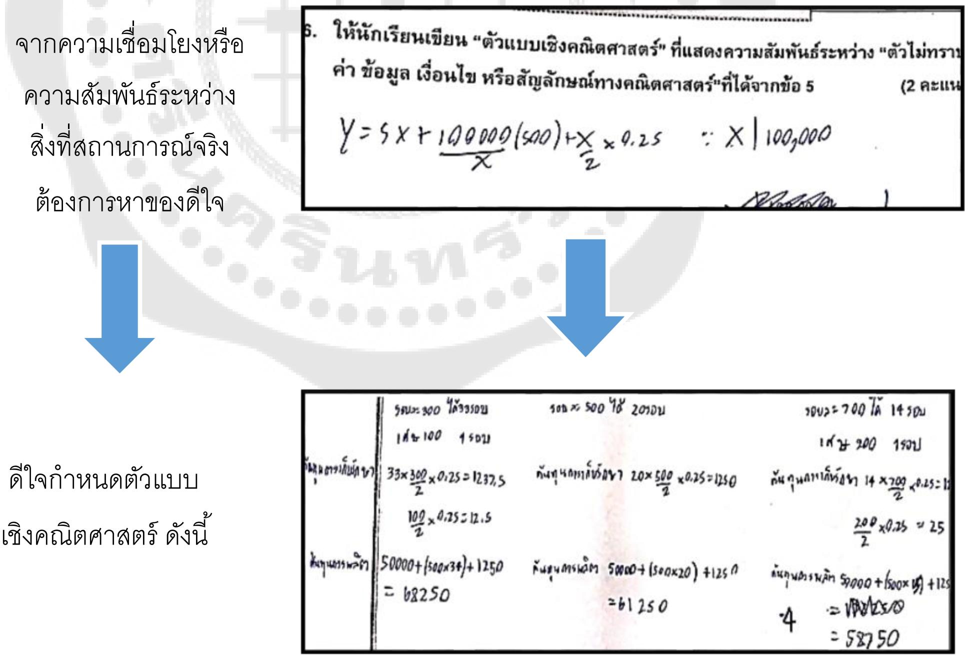
ในการศึกษาพฤติกรรมด้านการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน ผู้วิจัยพิจารณาการแสดงออกของนักเรียนในการกำหนดตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ที่เหมาะสมกับสถานการณ์จริงนั้น การดำเนินการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์โดยใช้ความรู้และกระบวนการทางคณิตศาสตร์ และการค้นหาคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์

ผลจากการวิเคราะห์การแสดงออกด้านการเขียนของนักเรียน ในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เรื่องการประยุกต์แคลคูลัสและผลการสังเกตของผู้วิจัยและผู้ช่วยวิจัยเกี่ยวกับการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เรื่องการประยุกต์แคลคูลัสพบว่า นักเรียนแสดงพฤติกรรมในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เรื่องการประยุกต์แคลคูลัสในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ 3 ลักษณะ ได้แก่ (1) นักเรียนเขียนตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ได้เหมาะสมกับสถานการณ์จริงได้มากขึ้น (2) นักเรียนเขียนคำอธิบายกระบวนการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ใน

การค้นหาคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้มากขึ้น และ (3) นักเรียนแสดงการได้มาของคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์มีจำนวนมากขึ้น มีรายละเอียดดังนี้

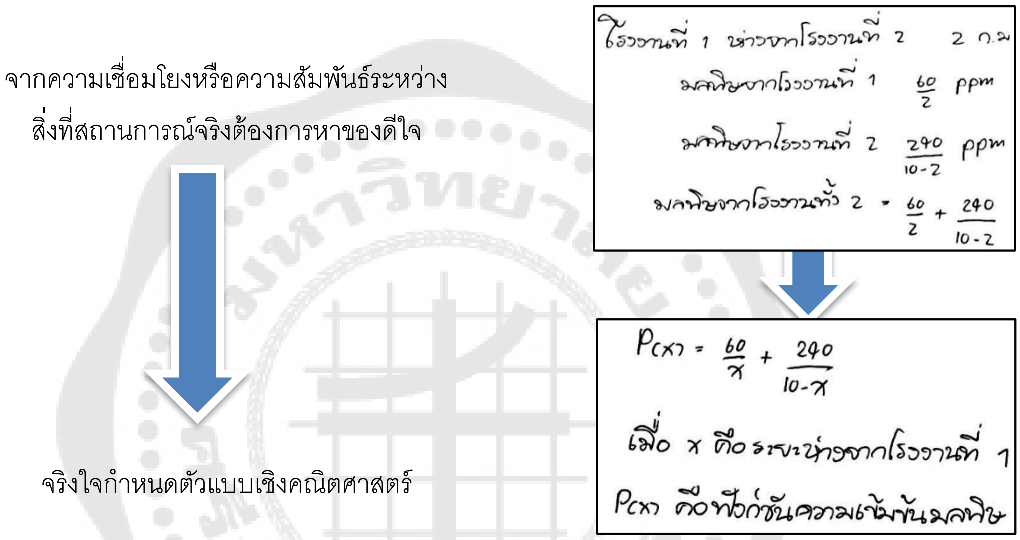
(1) **นักเรียนเขียนตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ได้เหมาะสมกับสถานการณ์จริงได้มากขึ้น**

ในช่วงแรกของการเรียนการสอน คาบเรียน 1 กิจกรรม " ธุรกิจแก้วกาแฟ " นักเรียนส่วนใหญ่เขียนตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์บางส่วนยังไม่เหมาะสมกับสถานการณ์จริง ตัวอย่างเช่น นักเรียนเป้าหมายดีใจ เขียนตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ยังไม่ชัดเจน ยังหาความสัมพันธ์เรื่องต้นทุนการผลิต จำนวนรอบการผลิต ต้นทุนจัดเก็บสินค้าเท่าใด กล่าวคือ นักเรียนมีการปรับเปลี่ยนความเชื่อมโยงหรือความสัมพันธ์ระหว่างสิ่งที่สถานการณ์จริงต้องการหาไม่ชัดเจน เนื่องจากยังไม่เข้าใจปัญหาที่ต้องการค้นหาคำตอบ โดยมีการระบุตัวไม่ทราบค่าของจำนวนรอบในการผลิตสินค้า ซึ่งจากข้อมูลหรือเงื่อนไขที่สำคัญของสถานการณ์จริงไม่ได้กำหนดไว้ให้ อย่างไรก็ตาม ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ที่ได้ยังถือได้ว่าเป็นตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ที่ถูกต้อง เพียงแต่ขาดข้อมูลหรือเงื่อนไขที่สำคัญบางส่วนของสถานการณ์จริง ดังภาพประกอบ 54



ภาพประกอบ 54 ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ที่ได้ในคาบเรียน 1 ของดีใจ

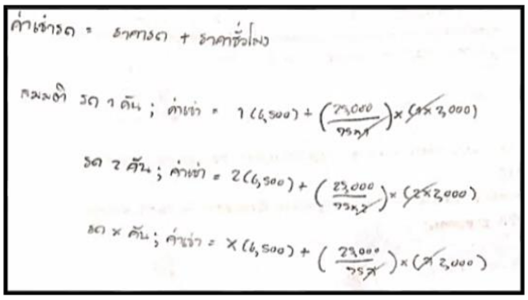
ในช่วงที่ 2 คาบเรียน 5 นักเรียนส่วนใหญ่เขียนตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ได้เหมาะสมกับสถานการณ์จริงมากขึ้น โดยนักเรียนปรับเปลี่ยนข้อมูลที่สำคัญ เรื่อง มลพิษในอากาศ และนำข้อมูลหรือเงื่อนไขที่สำคัญของสถานการณ์จริงมาเขียนตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ได้ครบถ้วน สำหรับนักเรียนเป้าหมายดีใจ มีการปรับเปลี่ยนข้อมูลเป็นตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ เขียนตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ได้ชัดเจนมากขึ้น โดยนำข้อมูลหรือเงื่อนไขที่สำคัญของสถานการณ์จริงมาใช้ในการเขียนตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ได้ครบถ้วน แต่ยังมีบางส่วนที่เขียนยังไม่ถูกต้อง ดังภาพประกอบ 55



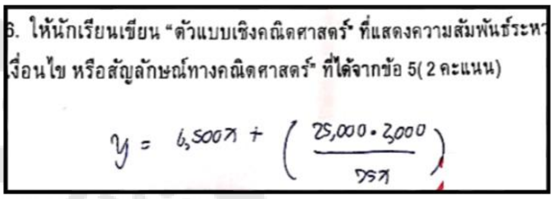
ภาพประกอบ 55 ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ที่ได้ในคาบเรียน 5 ของดีใจ

ในช่วงท้ายของการเรียนการสอน คาบเรียน 12 พบว่านักเรียนส่วนใหญ่เขียนตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ได้เหมาะสมกับสถานการณ์จริงได้ถูกต้องมากขึ้น โดยนักเรียนเป้าหมาย ดีใจ จริงใจ พูมิใจและพอใจ พยายามเขียนตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ได้เหมาะสมกับสถานการณ์จริงมากขึ้น โดยเริ่มจากการสมมติข้อมูลแสดงการคิดคำนวณค่าใช้จ่าย ในหลาย ๆ กรณี จนท้ายที่สุดนำความเชื่อมโยงหรือความสัมพันธ์ที่ได้มาปรับเปลี่ยนให้อยู่ในรูปของตัวไม่ทราบค่า เป็นตัวแบบค่าใช้จ่ายได้เหมาะสมข้อมูลหรือเงื่อนไขของสถานการณ์จริง ดังภาพประกอบ 56

จากความเชื่อมโยงหรือความสัมพันธ์ระหว่าง
สิ่งที่สถานการณ์จริงต้องการหาของจริงใจ



ดีใจกำหนดตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ ดังนี้



ภาพประกอบ 56 ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ที่ได้ในคาบเรียนที่ 12 ของจริงใจ

สรุปได้ว่า ในช่วงแรกของกิจกรรมการเรียนการสอน พบนักเรียนส่วนใหญ่เขียนตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ยังไม่เหมาะสมกับสถานการณ์จริง นักเรียนไม่มีการสัมพันธ์ความรู้ หรือปัญหาคณิตศาสตร์ที่ได้เรียนมา กับปัญหาหรือสถานการณ์อื่นที่ตนเองได้พบ นักเรียนมีประสบการณ์ในการมองเห็นความเกี่ยวข้องสัมพันธ์กับสิ่งที่ต้องการเชื่อมโยงได้น้อย ส่งผลให้การปรับเปลี่ยนให้อยู่ในรูปของตัวไม่ทราบค่ามีปัญหา และข้อมูลหรือเงื่อนไขที่สำคัญของสถานการณ์จริงยังไม่ถูกต้องครบถ้วน ทำให้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ที่ได้ยังไม่เหมาะสมกับสถานการณ์จริง อย่างไรก็ตามกิจกรรมในช่วงที่ 2 นักเรียนเริ่มมีประสบการนการมองเห็นความเกี่ยวข้องสัมพันธ์กับสิ่งที่ต้องการเชื่อมโยง เงื่อนไขที่สำคัญของสถานการณ์จริง ส่งผลให้นักเรียนสามารถเขียนตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ได้เหมาะสมกับสถานการณ์จริงมากขึ้น ซึ่งนักเรียนส่วนใหญ่ยังคงแสดงพฤติกรรมดังกล่าวจนสิ้นสุดการเรียนการสอน

(2) นักเรียนเขียนคำอธิบายกระบวนการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ในการค้นหาคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้มากขึ้น

ในช่วงแรก คาบเรียน 1 กิจกรรม “ ธุรกิจแก้วกาแฟ ” ซึ่งจากความเชื่อมโยงหรือความสัมพันธ์ระหว่างสิ่งที่สถานการณ์จริงต้องการหาสามารถเขียนตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ที่สอดคล้องกับสถานการณ์จริงได้ดังนี้

$$C(L) = \frac{nP}{L} + nM + \frac{Ls}{2}$$

$C(L)$ แทน ต้นทุนการผลิตสินค้ารวม

L แทน จำนวนสินค้าที่ผลิตในแต่ละรอบ(ชิ้น)

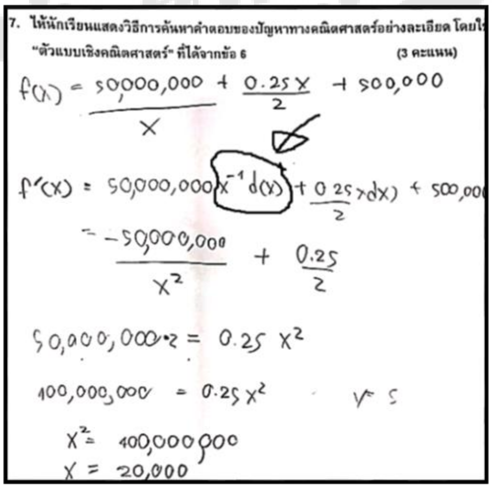
n แทน จำนวนสินค้าทั้งหมดต่อปี(ชิ้น)

P แทน ต้นทุนระบบการผลิตสินค้าต่อรอบ

M แทน ต้นทุนวัตถุดิบในการผลิตต่อชิ้น

S แทน ต้นทุนการเก็บรักษาสินค้าต่อชิ้น

พบว่านักเรียนส่วนใหญ่เขียนคำอธิบายกระบวนใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ในการค้นหาคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้มาก โดยเขียนคำอธิบายสั้น ๆ ไม่ระบุที่มาของแต่ละรูปแบบ นักเรียนบางส่วนไม่สามารถทำความเข้าใจในกระบวนการหาอนุพันธ์ได้ถูกต้อง สำหรับการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ในการค้นหาคำตอบ ยังไม่เป็นระบบกล่าวคือ ไม่แสดงการค้นหาคำตอบของแต่ละรูปแบบตามลำดับ ไม่ระบุข้อมูลที่สำคัญของแต่ละรูปแบบ และมีบางส่วนของข้อมูลไม่ถูกต้อง ดังภาพประกอบ 57



ภาพประกอบ 57 คำอธิบายกระบวนการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ในการค้นหาคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ในคาบเรียน 1 ของพูมใจ

กิจกรรมการเรียนการสอนในช่วงที่ 2 คาบเรียน 5 กิจกรรม “มลพิษในอากาศ” ซึ่งจากความเชื่อมโยงหรือความสัมพันธ์ระหว่างสิ่งที่สถานการณ์จริงต้องการหาสามารถเขียนตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ที่สอดคล้องกับสถานการณ์จริงได้ดังนี้

กำหนดให้ โรงงานที่ 1 แทนด้วย P_1

โรงงานที่ 2 แทนด้วย P_2

ระยะห่างจากโรงงาน P_1 ถึงเขตปลอดมลพิษ แทนด้วย x

ระยะห่างจากโรงงาน P_2 ถึงเขตปลอดมลพิษ แทนด้วย $10-x$

ผลรวมของมลพิษจากทั้งสองโรงงาน แทน $P(x)$

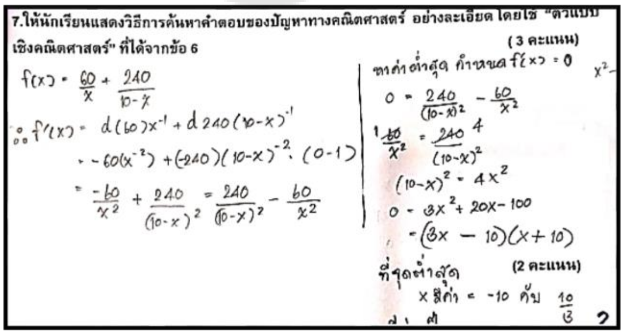
ความเข้มข้น มลพิษจาก $P_1 = \dfrac{60}{x}$

ความเข้มข้น มลพิษจาก $P_2 = \dfrac{240}{10-x}$ เมื่อ $0 < x < 10$

ผลรวมของมลพิษที่จุดใดๆ คือ ผลรวมมลพิษจากโรงงานทั้งสอง

$$P(x) = \frac{60}{x} + \frac{240}{10-x} \quad \text{เมื่อ} \quad 0 < x < 10$$

พบว่านักเรียนส่วนใหญ่เขียนคำอธิบายกระบวนใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ในการค้นหาคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้มากขึ้น โดย กิจกรรม มลพิษทางอากาศ นักเรียนมีความพยายามเขียนระบุที่มาของแต่ละปัญหาและข้อมูลสำคัญของ “มลพิษทางอากาศ”และเขียนเป็นลำดับมากขึ้น สำหรับนักเรียนเป้าหมายภูมิใจ เขียนคำอธิบายกระบวนการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ได้มากขึ้น โดยเขียนแสดงข้อมูลบางส่วนจากสิ่งสถานการณ์จริงกำหนดให้คือ ระยะห่างจากทั้งสองโรงงาน และ ความเข้มข้นของมลพิษ ต้องมีความสัมพันธ์กัน สำหรับการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ในการค้นหาคำตอบ เขียนได้ถูกต้องตามลำดับของแต่ละรูปแบบ ดังภาพประกอบ 58


7.ให้นักเรียนแสดงวิธีการค้นหาคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ อย่างละเอียด โดยใช้ “ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์” ที่ได้จากข้อ 6

(3 คะแนน)

$f(x) = \frac{60}{x} + \frac{240}{10-x}$

$\therefore f'(x) = d(60)x^{-1} + d\,240(10-x)^{-1}$

$= -60(x^{-2}) + (-240)(10-x)^{-2}\cdot(0-1)$

$= \frac{-60}{x^2} + \frac{240}{(10-x)^2} = \frac{240}{(10-x)^2} - \frac{60}{x^2}$

หาค่าต่ำสุด กำหนด $f'(x) = 0$

$0 = \frac{240}{(10-x)^2} - \frac{60}{x^2}$

$\frac{60}{x^2} = \frac{240}{(10-x)^2}$

$(10-x)^2 = 4x^2$

$0 = 3x^2 + 20x - 100$

$= (3x-10)(x+10)$

ที่จุดต่ำสุด

(2 คะแนน)

x มีค่า $= -10$ กับ $\frac{10}{3}$

ภาพประกอบ 58 คำอธิบายกระบวนการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ในการค้นหาคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ในคาบเรียน 5 ของพูมใจ

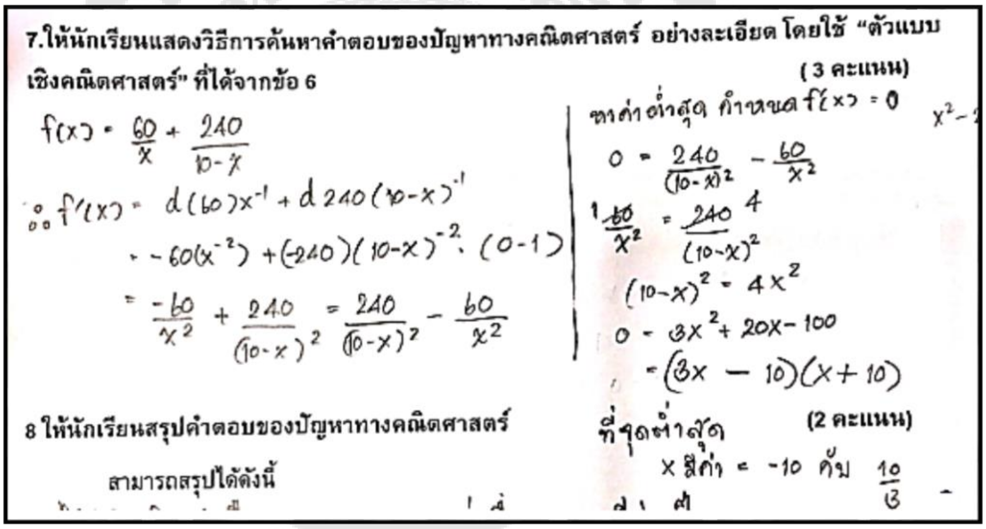
ในช่วงท้ายของการเรียนการสอน คาบเรียน 12 กิจกรรมรายบุคคล “เช่ารถตักดิน” ซึ่งจากความเชื่อมโยงหรือความสัมพันธ์ระหว่างสิ่งที่สถานการณ์จริงต้องการหาสามารถเขียนตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ที่สอดคล้องกับสถานการณ์จริงได้ดังนี้

กำหนดให้ $f(x)$ แทน ฟังก์ชันค่าเช่ารถแม็คโคร

x แทน จำนวนรถแม็คโคร

$$f(x) = (6,500x) + (2,000) \times \left(\frac{25,000}{75x} \right)$$

พบว่านักเรียนส่วนใหญ่เขียนคำอธิบายกระบวนใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ในการค้นหาคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้ถูกต้องและเป็นลำดับขั้นมากขึ้น ตัวอย่างเช่น นักเรียนเป้าหมายจริงใจ อธิบายกระบวนการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ได้ถูกต้อง และเป็นลำดับ ดังภาพประกอบ 59


7.ให้นักเรียนแสดงวิธีการค้นหาคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ อย่างละเอียด โดยใช้ “ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์” ที่ได้จากข้อ 6 **(3 คะแนน)**

$f(x) = \frac{60}{x} + \frac{240}{10-x}$

$\therefore f'(x) = d(60)x^{-1} + d\,240(10-x)^{-1}$

$= -60(x^{-2}) + (-240)(10-x)^{-2} \cdot (0-1)$

$= \frac{-60}{x^2} + \frac{240}{(10-x)^2} = \frac{240}{(10-x)^2} - \frac{60}{x^2}$

หาค่าต่ำสุด กำหนด $f'(x) = 0$

$0 = \frac{240}{(10-x)^2} - \frac{60}{x^2}$

$\frac{60}{x^2} = \frac{240}{(10-x)^2}$

$(10-x)^2 = 4x^2$

$0 = 3x^2 + 20x - 100$

$= (3x - 10)(x + 10)$

8 ให้นักเรียนสรุปคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ **(2 คะแนน)**

สามารถสรุปได้ดังนี้

ที่จุดต่ำสุด

x มีค่า $= -10$ กับ $\frac{10}{3}$

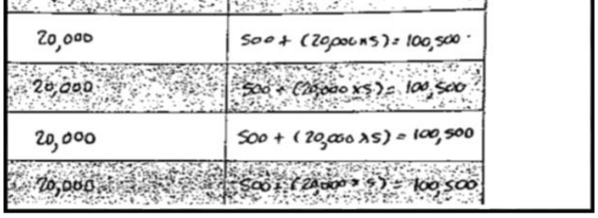
ภาพประกอบ 59 คำอธิบายกระบวนการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ในการค้นหาคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ในคาบเรียน 12 ของจริงใจ

สรุปได้ว่า กิจกรรมการเรียนในช่วงแรก ปรากฏพบว่านักเรียนส่วนใหญ่เขียนคำอธิบายกระบวนการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ในการค้นหาคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้น้อยมาก เนื่องจากตัวแบบที่ได้มายังไม่ถูกต้อง เชื่อมโยงความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนต้นทุนการผลิต จำนวนสินค้าที่ผลิตต่อรอบ ต้นทุนเก็บรักษา ไม่ได้ และเชื่อมโยงความสัมพันธ์ระหว่างความเข้มข้นของมลพิษทางอากาศกับ ระยะห่างไม่ได้ โดยเขียนคำอธิบายอย่างสั้น ๆ ไม่สามารถระบุข้อมูลหรือเงื่อนไขที่สำคัญของสถานการณ์จริง และมีนักเรียนบางส่วนแทนความสัมพันธ์ของ

ข้อมูลได้ไม่ถูกต้อง แทนสิ่งที่สถานการณ์จริงกำหนดไม่ถูกต้อง ทำให้ไม่ได้ตัวแบบที่ถูกต้อง แต่กิจกรรมการเรียนการสอนในช่วงที่ 2 กิจกรรม “มลพิษทางอากาศ”และ “ขนมเค้กอุ่นรักอิ่มใจ” พบว่านักเรียนส่วนใหญ่มีความพยายามเขียนคำอธิบายกระบวนการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ในการค้นหาคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้มากขึ้น โดยมีการเขียนระบุข้อมูลหรือเงื่อนไขที่สำคัญของสถานการณ์จริงก่อน และหาความสัมพันธ์ของปัญหาที่ต้องการแก้ได้ ส่งผลทำให้สามารถค้นหาคำตอบได้ แต่คำอธิบายบางส่วนยังไม่ถูกต้อง ซึ่งนักเรียนยังคงแสดงพฤติกรรมดังกล่าวและพยายามเขียนอธิบายกระบวนการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ในการค้นหาคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้ถูกต้องมากขึ้น จนสิ้นสุดการเรียนการสอน

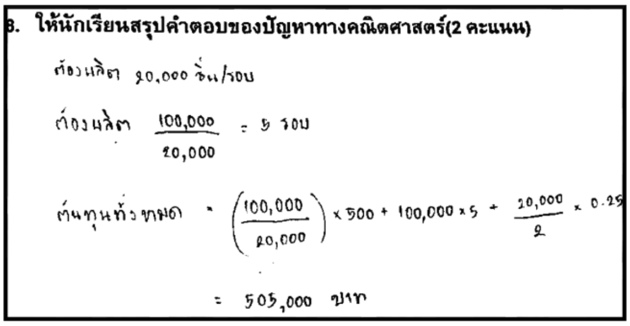
(3) **นักเรียนที่ได้คำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์มีจำนวนมากขึ้น**

กิจกรรมในช่วงแรกของการเรียนการสอน คาบเรียน 1 กิจกรรม “ ธุรกิจแก้วกาแฟ ” ซึ่งเป็นกิจกรรมที่ต้องการให้นักเรียนค้นหาต้นทุนการการผลิตแก้วกาแฟ ของโรงงานกิจเจริญเซรามิกควรเลือกผลิตสินค้าจำนวนกี่รอบและผลิตรอบละกี่ชิ้น ที่ทำให้เสียต้นทุนการผลิตน้อยที่สุด จากการสังเกตและวิเคราะห์งานเขียนพบว่า พบว่านักเรียนส่วนใหญ่ไม่ได้คำตอบที่ถูกต้องของปัญหาทางคณิตศาสตร์มี 3 กลุ่มคือ (1) กลุ่มที่แทนค่าตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์บางส่วนไม่ถูกต้อง (2) กลุ่มที่ใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์บางส่วนไม่ถูกต้อง และ (3) กลุ่มที่สรุปคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ไม่ถูกต้อง ตัวอย่างเช่น นักเรียนเป้าหมาย ดีใจและพูมใจ ที่ใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ในการค้นหาสิ่งที่สถานการณ์จริงต้องการหาจำนวนการผลิตสินค้าต่อรอบ แต่ไม่ได้สรุปคำตอบคณิตศาสตร์ว่าถูกหรือไม่ ดังภาพประกอบ 60 – 61



20,000	500+ (20,000×5) + 0.75 (10,000) = 103,000
20,000	500 + (20,000×5) = 100,500
20,000	500 + (20,000×5) = 100,500
20,000	500 + (20,000×5) = 100,500
20,000	500 + (20,000×5) = 100,500

ภาพประกอบ 60 คำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ในคาบเรียน 1 ของดีใจ


8. ให้นักเรียนสรุปคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์(2 คะแนน)

ต้องผลิต 20,000 ชิ้น/รอบ

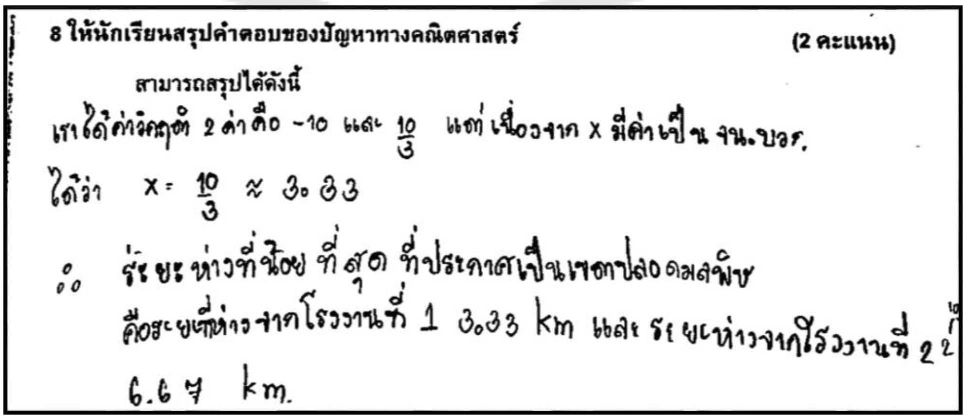
ต้องผลิต $\frac{100,000}{20,000}$ = 5 รอบ

ต้นทุนทั้งหมด = $\left(\frac{100,000}{20,000}\right) \times 500 + 100,000 \times 5 + \frac{20,000}{2} \times 0.25$

= 505,000 บาท

ภาพประกอบ 61 คำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ในคาบเรียน 1 ของพูมใจ

กิจกรรมในช่วงที่ 2 คาบเรียน 5 กิจกรรม “มลพิษทางอากาศ” ซึ่งเป็นกิจกรรมที่ต้องการให้นักเรียนค้นหา ตำแหน่งที่จะทำให้มีมลพิษทางอากาศน้อยที่สุด พบว่านักเรียนส่วนใหญ่ใช้เวลาในการทำความเข้าใจสถานการณ์จริงมากขึ้น ให้ความสนใจในประเด็นที่สำคัญมากขึ้น ทำให้สามารถใช้ความรู้คณิตศาสตร์มาใช้กับตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ เพื่อค้นหาคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้ถูกต้องมากขึ้น เนื่องจากกิจกรรมการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์จะส่งเสริมให้นักเรียนได้เรียนรู้การแก้ปัญหาใหม่ ๆ เพื่อสั่งสมประสบการณ์ ส่งผลให้นักเรียนส่วนใหญ่มีประสบการณ์ในการนำตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์มาใช้ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์มากขึ้น ทำให้นักเรียนทุกกลุ่มสามารถค้นหาคำตอบที่ถูกต้องของปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้ ซึ่งในบรรดานักเรียนเหล่านั้นมีกลุ่มนักเรียนเป้าหมาย จริงใจ และ พูมใจอยู่ด้วย ดังภาพประกอบ 62 - 63


8 ให้นักเรียนสรุปคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ (2 คะแนน)

สามารถสรุปได้ดังนี้

เราได้ค่าวิกฤติ 2 ค่าคือ -10 และ $\frac{10}{3}$ แต่เนื่องจาก x มีค่าเป็น จน.บวก

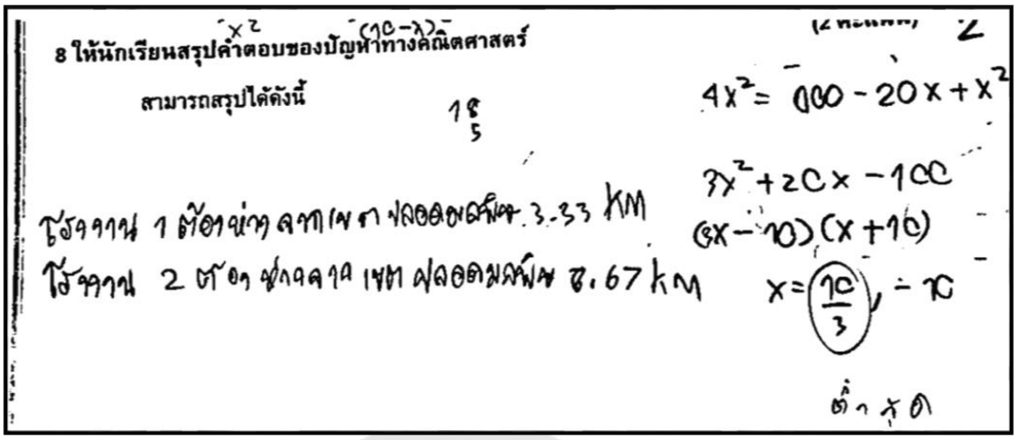
ได้ว่า $x = \frac{10}{3} \approx 3.33$

∴ ระยะห่างที่น้อยที่สุด ที่ประกาศเป็นเขตปลอดมลพิษ

คือระยะที่ห่างจากโรงงานที่ 1 3.33 km และ ระยะห่างจากโรงงานที่ 2 คือ

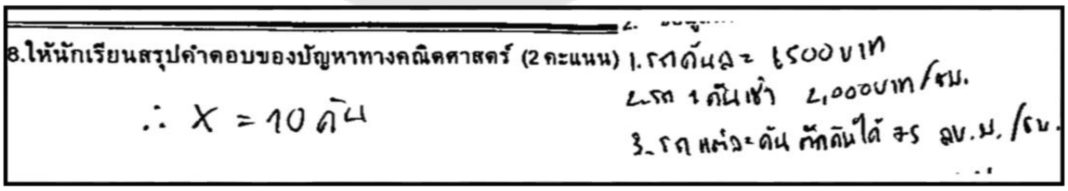
6.67 km.

ภาพประกอบ 62 คำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ในคาบเรียน 5 ของจริงใจ



ภาพประกอบ 63 คำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ในคาบเรียน 5 ของพูมใจ

สำหรับกิจกรรมในช่วงท้ายของการเรียนการสอน คาบเรียน 12 กิจกรรมรายบุคคล “ เช่ารถตักดิน ” ซึ่งเป็นกิจกรรมที่ต้องการให้นักเรียนค้นหาจำนวนรถที่ต้องเช่าต่อวัน เพื่อทำให้เสียต้นทุนที่น้อยที่สุด สอดคล้องกับโครงการเศรษฐกิจพอเพียง พบว่ามีนักเรียนที่ได้คำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ถูกต้องมากขึ้น จากการสังเกตและวิเคราะห์งานเขียนพบว่า เมื่อนักเรียนได้ลงมือแก้ปัญหาผ่านกระบวนการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ นักเรียนมีความมั่นใจมากขึ้น นักเรียนมีประสบการณ์ในการนำตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์มาใช้ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และช่วงท้ายของกิจกรรม พบว่านักเรียนทุกกลุ่มยังคงแสดงพฤติกรรมในการค้นหาคำตอบที่ถูกต้องของปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้ถูกต้อง ดังภาพประกอบ 64



ภาพประกอบ 64 คำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ในคาบเรียน 12 ของ พูมใจ

สรุปได้ว่า ในช่วงแรกของการเรียนการสอน มีนักเรียนจำนวนน้อยที่ได้คำตอบถูกต้องของปัญหาทางคณิตศาสตร์ซึ่งนักเรียนส่วนใหญ่ที่ไม่สามารถหาคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้ ปัญหาของนักเรียนสามารถจำแนกได้ 3 กลุ่มคือ กลุ่มที่แทนค่าตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์บางส่วนไม่ถูกต้อง กลุ่มที่ใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์บางส่วนไม่ถูกต้อง และกลุ่มที่สรุปคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ไม่ถูกต้อง อย่างไรก็ตามในช่วงที่ 2 ในการทำกิจกรรม มลพิษทางอากาศ และขนมเค้กอุ่นรักอิ่มใจ พบนักเรียนได้คำตอบที่ถูกต้องของปัญหาทางคณิตศาสตร์มีจำนวนมากขึ้น เนื่องจากนักเรียนส่วนใหญ่ใช้เวลาในการทำความเข้าใจสถานการณ์จริงมากขึ้น มีความมั่นใจและมีประสบการณ์ในการนำตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์มาใช้ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์มากขึ้น ทำให้สามารถใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ในการค้นหาคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้ถูกต้องมากขึ้น และยังคงแสดงพฤติกรรมเช่นนี้จนสิ้นสุดการเรียนการสอน นอกจากนี้จากการวิเคราะห์งานเขียนของนักเรียนกลุ่มตัวอย่างจากในทำแบบทดสอบวัดความสามารถในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เรื่องการประยุกต์แคลคูลัสโดยเป็นข้อสอบอัตนัยจำนวน 4 ข้อ ซึ่งมีสถานการณ์จริงที่ใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เรื่องการประยุกต์แคลคูลัสพบว่า

กิจกรรม เรื่อง “ นกพิราบ” มีนักเรียนที่ได้คำตอบถูกต้องของปัญหาทางคณิตศาสตร์จำนวน 9 คน (ร้อยละ 60 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด) ซึ่งในบรรดานักเรียนเหล่านั้นมีนักเรียนเป้าหมายดีใจ จริงใจ และพูมใจ รวมอยู่ด้วย

กิจกรรม เรื่อง “ ขายผ้าเช็ดหน้า ” มีนักเรียนที่ได้คำตอบถูกต้องของปัญหาทางคณิตศาสตร์จำนวน 10 คน (ร้อยละ 66.67 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด) ซึ่งในบรรดานักเรียนเหล่านั้นมีนักเรียนเป้าหมาย ดีใจ จริงใจ พูมใจ และ พอใจรวมอยู่ด้วย

กิจกรรม เรื่อง “โครงการสร้างทางด่วน ” มีนักเรียนที่ได้คำตอบถูกต้องของปัญหาทางคณิตศาสตร์จำนวน 12 คน (ร้อยละ 73.33 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด) ซึ่งในบรรดานักเรียนเหล่านั้นมีนักเรียนเป้าหมายดีใจ จริงใจ พูมใจ และ พอใจรวมอยู่ด้วย

กิจกรรม เรื่อง “ ติดตั้งเสาไฟฟ้า ” มีนักเรียนที่ได้คำตอบถูกต้องของปัญหาทางคณิตศาสตร์จำนวน 13 คน (ร้อยละ 86.67 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด) ซึ่งในบรรดานักเรียนเหล่านั้นมีนักเรียนเป้าหมายดีใจ จริงใจ พูมใจ และ พอใจรวมอยู่ด้วย

ดังที่กล่าวมาแล้วข้างต้นสามารถสรุปได้ว่า เมื่อนักเรียนลงมือทำกิจกรรมการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ ทำให้นักเรียนเกิดความมั่นใจ และนักเรียนมีประสบการณ์ในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เรื่องการประยุกต์แคลคูลัส ในด้านการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์มากขึ้น พบว่านักเรียนเขียนตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ได้เหมาะสมกับสถานการณ์จริงได้มากขึ้น พร้อมทั้งอธิบายกระบวนการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ในการค้นหาคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้มากขึ้น และนักเรียนที่ได้คำตอบถูกต้องของปัญหาทางคณิตศาสตร์มีจำนวนมากขึ้น

2.4 พฤติกรรมด้านการแปลความหมายคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ให้เป็นคำตอบของสถานการณ์จริง

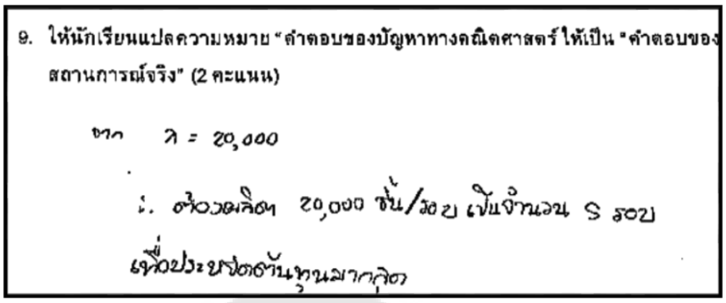
ในการศึกษาและการพิจารณาการแสดงออกของพฤติกรรมด้านการแปลคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ให้เป็นคำตอบของสถานการณ์จริงของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ผู้วิจัยพิจารณาการแสดงออกของนักเรียนในการเปรียบเทียบหรือตรวจสอบความถูกต้องและความสมเหตุสมผลของคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ได้กับข้อมูลจริง การแปลความหมายออกมาเป็นคำตอบของสถานการณ์จริง และการบรรยายหรืออธิบายคำตอบของสถานการณ์จริง

ผลจากการวิเคราะห์และสังเกตการเขียนงานของนักเรียนในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เรื่องการประยุกต์แคลคูลัส และผลการสังเกตของผู้วิจัยและผู้ช่วยวิจัยเกี่ยวกับการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เรื่องการประยุกต์แคลคูลัสพบว่า นักเรียนแสดงพฤติกรรมการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับแคลคูลัส 2 ลักษณะ ได้แก่ (1) นักเรียนเขียนอธิบายการเปรียบเทียบหรือตรวจสอบความถูกต้องและความสมเหตุสมผลของคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้มากขึ้น และ (2) นักเรียนเขียนบรรยายหรืออธิบายคำตอบของสถานการณ์จริงได้มากขึ้น มีรายละเอียดดังนี้

(1) นักเรียนเขียนอธิบายการตรวจสอบความถูกต้องและความสมเหตุสมผล เปรียบเทียบหรือตรวจสอบความถูกต้องของคณิตศาสตร์ได้มากขึ้น

กิจกรรมการเรียนการสอนในช่วงแรก คาบเรียน 1 กิจกรรม “ ธุรกิจแก้วกาแฟ ” พบว่า นักเรียนส่วนใหญ่เขียนอธิบายการเปรียบเทียบหรือตรวจสอบความถูกต้องและความสมเหตุสมผลของคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ทำได้น้อยมาก ซึ่งในบรรดานักเรียนเหล่านั้นมีกลุ่มของนักเรียนเป้าหมาย ดีใจรวมอยู่ด้วย สำหรับพูมใจมีการเขียนคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้บางส่วนแต่ยังไม่ถูกต้อง และจริงใจไม่เขียนอธิบายการเปรียบเทียบหรือตรวจสอบ

ความถูกต้องและความสมเหตุสมผลของคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์เขียนสรุปเพียงคำตอบของสถานการณ์จริง ดังภาพประกอบ 65 – 67

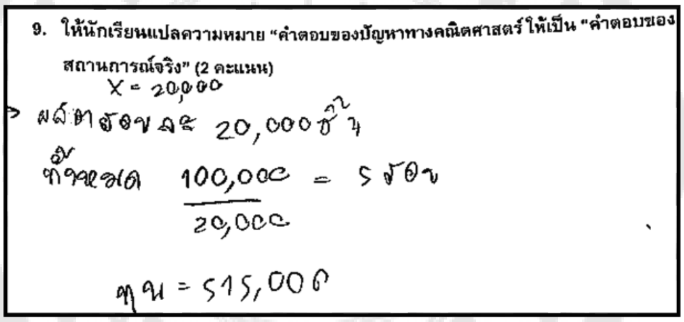

9. ให้นักเรียนแปลความหมาย “คำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ ให้เป็น “คำตอบของสถานการณ์จริง” (2 คะแนน)

จาก x = 20,000

∴ ต้องผลิต 20,000 ชิ้น/รอบ เป็นจำนวน 5 รอบ

เพื่อประหยัดต้นทุนมากที่สุด

ภาพประกอบ 65 คำอธิบายการเปรียบเทียบหรือตรวจสอบความถูกต้องและความสมเหตุสมผลของคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ในคาบเรียน 1 ของ ดีใจ


9. ให้นักเรียนแปลความหมาย “คำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ ให้เป็น “คำตอบของสถานการณ์จริง” (2 คะแนน)

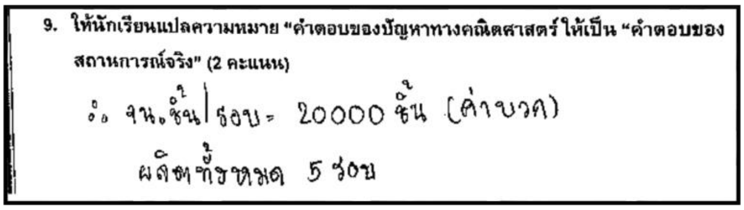
x = 20,000

ผลิตรอบละ 20,000 ชิ้น

ทั้งหมด $\frac{100,000}{20,000}$ = 5 รอบ

ทุน = 515,000

ภาพประกอบ 66 คำอธิบายการเปรียบเทียบหรือตรวจสอบความถูกต้องและความสมเหตุสมผลของคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ในคาบเรียน 1 ของพูมใจ

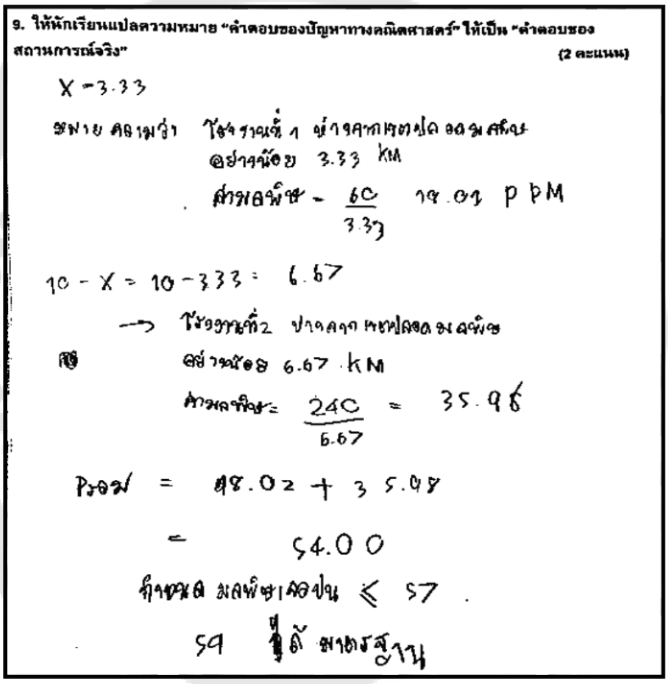

9. ให้นักเรียนแปลความหมาย “คำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ ให้เป็น “คำตอบของสถานการณ์จริง” (2 คะแนน)

∴ จน.ชิ้น/รอบ = 20000 ชิ้น (ค่าบวก)

ผลิตทั้งหมด 5 รอบ

ภาพประกอบ 67 คำอธิบายการเปรียบเทียบหรือตรวจสอบความถูกต้องและความสมเหตุสมผลของคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ในคาบเรียน 1 ของ จริงใจ

กิจกรรมการเรียนการสอนในช่วงที่ 2 คาบเรียน 5 กิจกรรม “มลพิษในอากาศ” นักเรียนส่วนใหญ่เขียนอธิบายการเปรียบเทียบหรือตรวจสอบความถูกต้องและความสมเหตุสมผลของคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้มากขึ้น โดยพิจารณาจำนวนรอบที่ได้มา มีความเหมาะสมและสมเหตุสมผล สำหรับกลุ่มของนักเรียนเป้าหมาย ดีใจ และจริงใจ เขียนคำนวณหาปริมาณมลพิษในอากาศ และตรวจสอบว่าเกินมาตรฐานหรือไม่ โดยการแทนค่าลงในตัวที่ไม่ทราบค่า ส่วนกลุ่มของพูมใจและพอใจไม่เขียนอธิบายการเปรียบเทียบหรือตรวจสอบความถูกต้องและความสมเหตุสมผลของคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยนักเรียนเขียนสรุปเพียงคำตอบของสถานการณ์จริง ดังภาพประกอบ 68 – 70



9. ให้นักเรียนแปลความหมาย “คำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์” ให้เป็น “คำตอบของสถานการณ์จริง” **(2 คะแนน)**

X = 3.33

หมายความว่า โรงงานที่ 1 ห่างจากเขตปลอดมลพิษ อย่างน้อย 3.33 KM

ค่ามลพิษ = 60/3.33 = 18.02 PPM

10 − X = 10 − 3.33 = 6.67

→ โรงงานที่ 2 ห่างจากเขตปลอดมลพิษ อย่างน้อย 6.67 KM

ค่ามลพิษ = 240/6.67 = 35.98

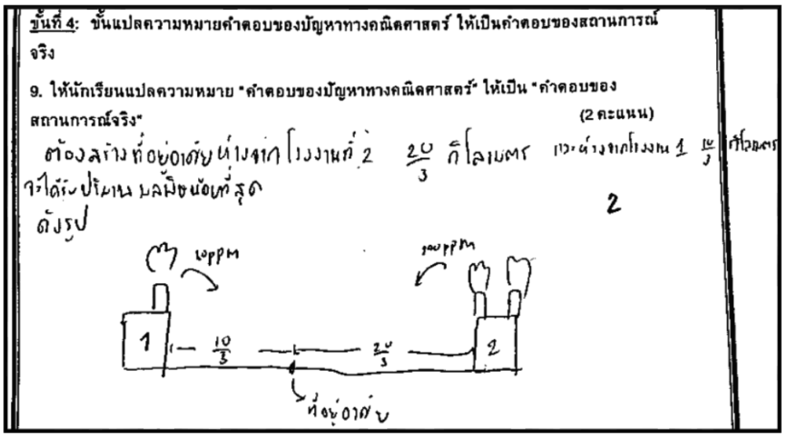
รวม = 18.02 + 35.98

= 54.00

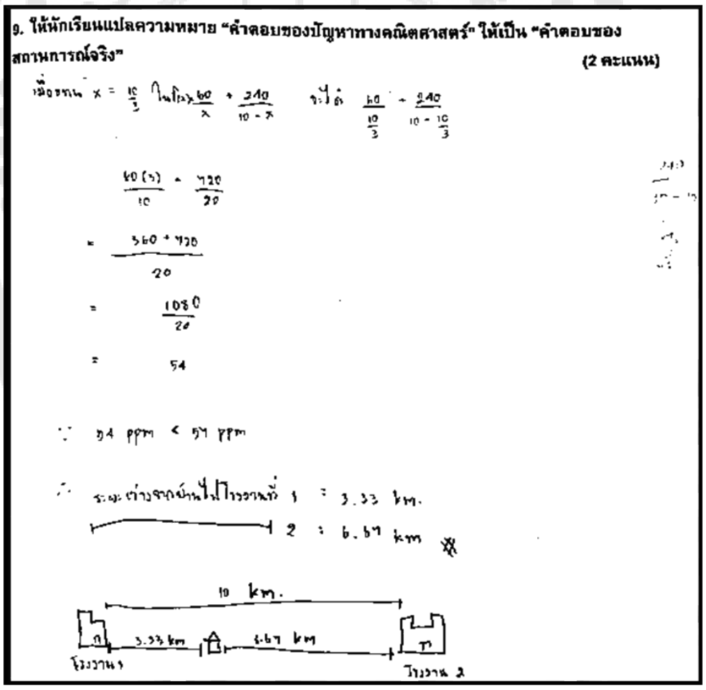
กำหนด มลพิษเจือปน ≤ 57

54 ไม่เกินมาตรฐาน

ภาพประกอบ 68 คำอธิบายการเปรียบเทียบหรือตรวจสอบความถูกต้องและความสมเหตุสมผลของคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ในคาบเรียน 5 ของจริงใจ

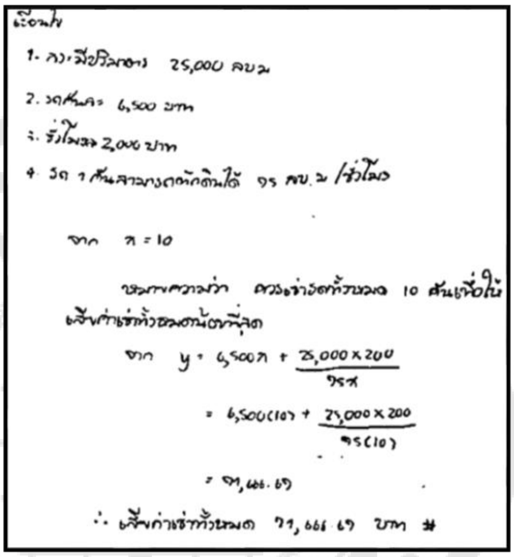


ภาพประกอบ 69 คำอธิบายการเปรียบเทียบหรือตรวจสอบความถูกต้องและความสมเหตุสมผลของคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ในคาบเรียน 5 ของพูมใจ



ภาพประกอบ 70 คำอธิบายการเปรียบเทียบหรือตรวจสอบความถูกต้องและความสมเหตุสมผลของคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ในคาบเรียน 5 ของ ดีใจ

ในช่วงท้ายของกิจกรรมการเรียนการสอน คาบเรียน 12 กิจกรรม “เช่ารถตักดิน” นักเรียนส่วนใหญ่เขียนอธิบายการเปรียบเทียบหรือตรวจสอบความถูกต้องและความสมเหตุสมผลของคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้มากขึ้น สำหรับกลุ่มของนักเรียนเป้าหมาย ดีใจ และพอใจมีการเขียนอธิบายเปรียบเทียบข้อมูลราคาค่าเช่ารถ และ จำนวนเวลาที่ได้มา ส่วนพูมใจยังคงไม่เขียนอธิบายการเปรียบเทียบหรือตรวจสอบความถูกต้องและความสมเหตุสมเขียนเขียนสรุปเพียงคำตอบของสถานการณ์จริง ดังภาพประกอบ 71


เงื่อนไข

1. กระบะมีปริมาตร 25,000 ลบ.ม.
2. รถคันละ 6,500 บาท
3. ชั่วโมงละ 2,000 บาท
4. รถ 1 คันสามารถตักดินได้ 75 ลบ.ม./ชั่วโมง

จาก $x = 10$

หมายความว่า ควรเช่ารถทั้งหมด 10 คันเพื่อให้เสียค่าเช่าทั้งหมดน้อยที่สุด

จาก $y = 6{,}500x + \frac{25{,}000 \times 200}{75x}$

$= 6{,}500(10) + \frac{25{,}000 \times 200}{75(10)}$

$= 71{,}666.67$

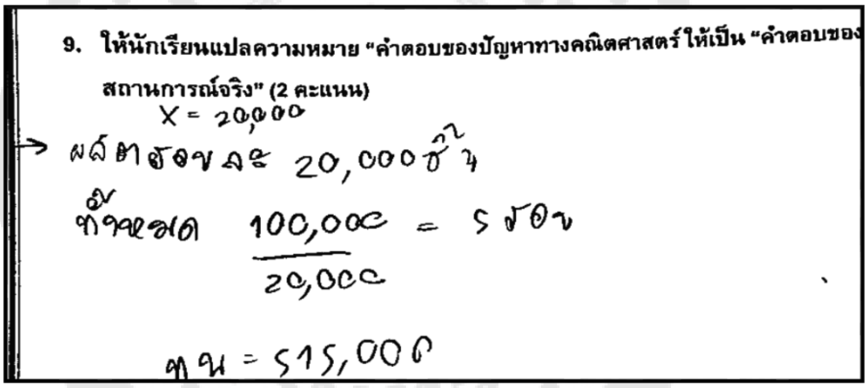
$\therefore$ เสียค่าเช่าทั้งหมด 71,666.67 บาท #

ภาพประกอบ 71 คำอธิบายการเปรียบเทียบหรือตรวจสอบความถูกต้องและความสมเหตุสมผลของคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ในคาบเรียน 12 ของ ดีใจ

สรุปได้ว่า ในช่วงแรกของการเรียนการสอน นักเรียนส่วนใหญ่เขียนอธิบายการเปรียบเทียบหรือตรวจสอบความถูกต้องและความสมเหตุสมผลของคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้น้อยมาก แต่ในช่วงที่ 2 นักเรียนส่วนใหญ่มีความพยายามเขียนคำอธิบายการเปรียบเทียบหรือตรวจสอบความถูกต้องและความสมเหตุสมผลของคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์มากขึ้น และยังคงแสดงพฤติกรรมดังกล่าวจนกระทั่งสิ้นสุดการเรียนการสอน

(2) นักเรียนเขียนบรรยายหรืออธิบายคำตอบของสถานการณ์จริงได้มากขึ้น

ในช่วงแรก คาบเรียน 1 กิจกรรม “ ธุรกิจแก้วกาแฟ ” นักเรียนส่วนใหญ่เขียนบรรยายหรืออธิบายคำตอบของสถานการณ์จริงได้น้อย จากการสังเกตงานเขียนของนักเรียนพบว่า นักเรียนส่วนใหญ่ที่ไม่เขียนบรรยายหรืออธิบายคำตอบของสถานการณ์จริง เนื่องมาจากนักเรียนใช้เวลาในการทำความเข้าใจสถานการณ์จริงน้อย ทำให้เกิดข้อผิดพลาดในการค้นหาคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ดังที่กล่าวมาแล้วในด้านการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ จึงส่งผลให้นักเรียนส่วนใหญ่ไม่เขียนบรรยายหรืออธิบายคำตอบของสถานการณ์จริง และบางส่วนเขียนบรรยายหรืออธิบายแต่ไม่ทราบว่าสิ่งที่เขียนไม่ใช่คำตอบของสถานการณ์จริงเป็นเพียงการเปรียบเทียบคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ ซึ่งรวมถึง ดีใจ จริงใจ พูมใจ และ พอใจด้วย ดังภาพประกอบ 72 - 73


9. ให้นักเรียนแปลความหมาย “คำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ให้เป็น “คำตอบของสถานการณ์จริง” (2 คะแนน)

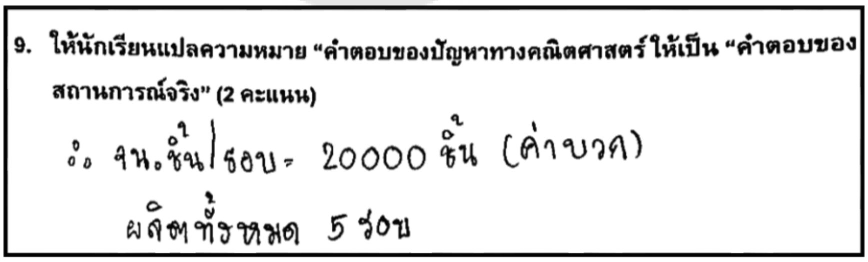
X = 20,000

ผลิตรอบละ 20,000 ชิ้น

ทั้งหมด $\frac{100,000}{20,000}$ = 5 รอบ

ทุน = 515,000

ภาพประกอบ 72 คำบรรยายหรืออธิบายคำตอบของสถานการณ์จริงในคาบเรียน 1 ของจริงใจ

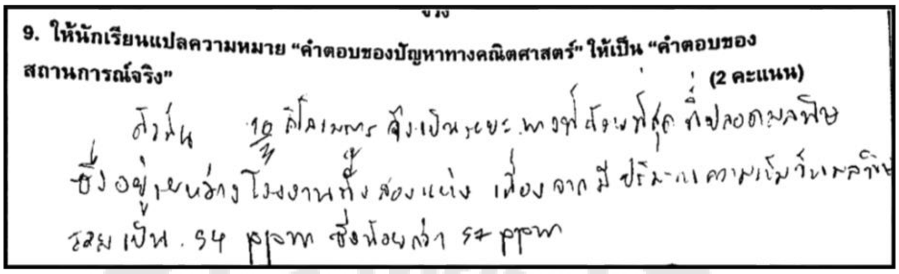

9. ให้นักเรียนแปลความหมาย “คำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ให้เป็น “คำตอบของสถานการณ์จริง” (2 คะแนน)

∴ จน.ชิ้น/รอบ = 20000 ชิ้น (ค่าบวก)

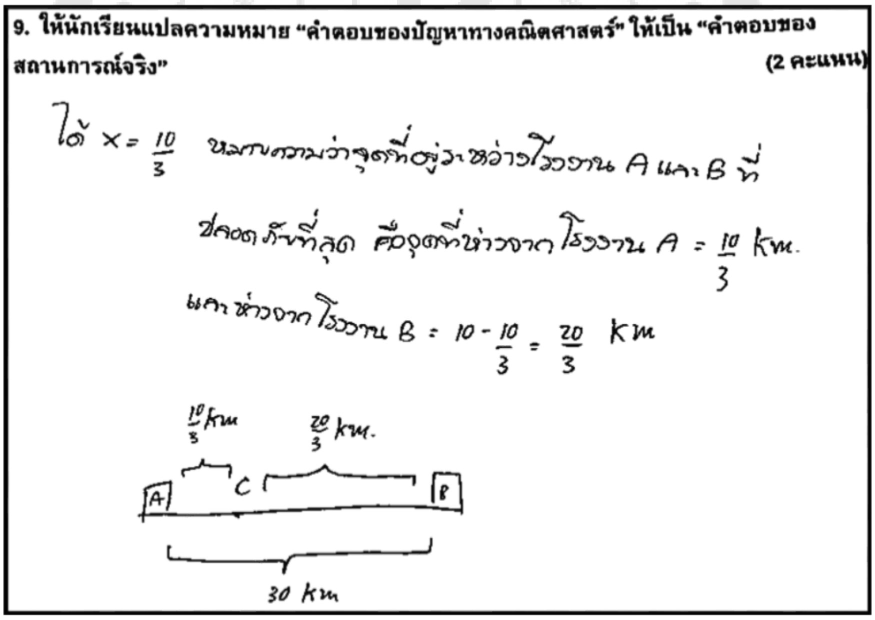
ผลิตทั้งหมด 5 รอบ

ภาพประกอบ 73 คำบรรยายหรืออธิบายคำตอบของสถานการณ์จริงในคาบเรียน 1 ของพูมใจ

กิจกรรมการเรียนการสอนในช่วงที่ 2 คาบเรียน 5 กิจกรรม “มลพิษทางอากาศ ” นักเรียนส่วนใหญ่เขียนบรรยายหรืออธิบายคำตอบของสถานการณ์จริงได้มากขึ้น เขียนระบุความเข้มข้นมลพิษทางอากาศ ระยะทาง และหาความสัมพันธ์สำหรับกลุ่มของนักเรียนเป้าหมายดีใจ จริงใจ พูมใจ และ พอใจมีการเขียนบรรยายหรืออธิบายบริเวณมลพิษที่อยู่ในอากาศน้อยที่สุดได้ถูกต้อง ดังภาพประกอบ 74 – 76


9. ให้นักเรียนแปลความหมาย “คำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์” ให้เป็น “คำตอบของสถานการณ์จริง” (2 คะแนน)

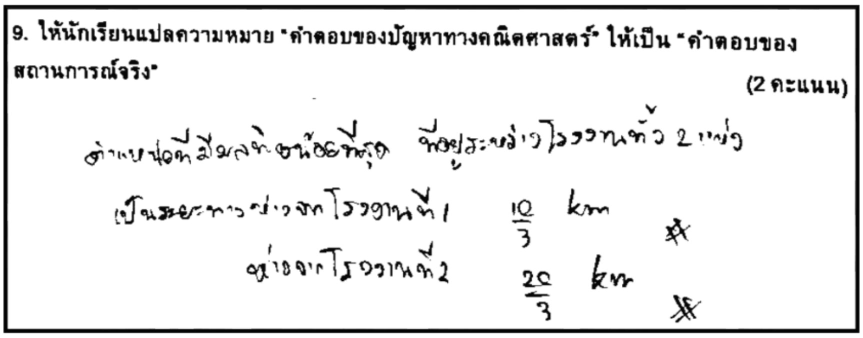
ภาพประกอบ 74 คำบรรยายหรืออธิบายคำตอบของสถานการณ์จริงในคาบเรียน 5 ของดีใจ


9. ให้นักเรียนแปลความหมาย “คำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์” ให้เป็น “คำตอบของสถานการณ์จริง” (2 คะแนน)

ได้ $x = \frac{10}{3}$ หมายความว่าจุดที่อยู่ระหว่างโรงงาน A และ B ที่ปลอดภัยที่สุด คือจุดที่ห่างจากโรงงาน A $= \frac{10}{3}$ km.

และห่างจากโรงงาน B $= 10 - \frac{10}{3} = \frac{20}{3}$ km

ภาพประกอบ 75 คำบรรยายหรืออธิบายคำตอบของสถานการณ์จริงในคาบเรียน 5 ของพูมใจ


9. ให้นักเรียนแปลความหมาย "คำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์" ให้เป็น "คำตอบของสถานการณ์จริง" (2 คะแนน)

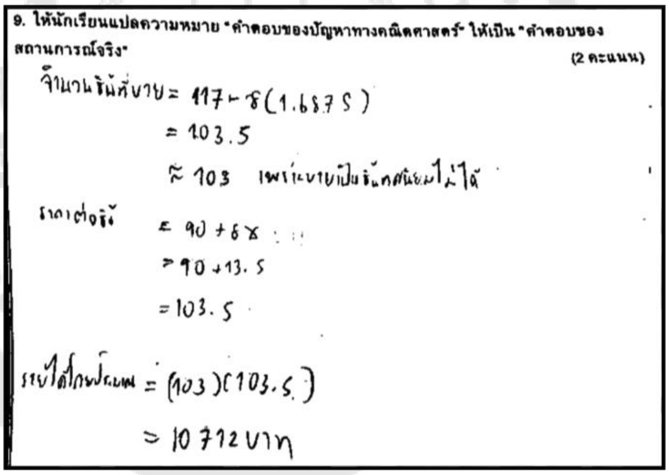
ตำแหน่งที่มีมลพิษน้อยที่สุด ที่อยู่ระหว่างโรงงานทั้ง 2 แห่ง

เป็นระยะทางห่างจากโรงงานที่ 1 $\frac{10}{3}$ km

ห่างจากโรงงานที่ 2 $\frac{20}{3}$ km

ภาพประกอบ 76 คำบรรยายหรืออธิบายคำตอบของสถานการณ์จริงในคาบเรียน 5 ของพอใจ

และในช่วงท้ายของการเรียนการสอน คาบเรียน 12 กิจกรรม “ เช่ารถขุดดินขุดสระ ” นักเรียนส่วนใหญ่เขียนบรรยายหรืออธิบายคำตอบของสถานการณ์จริงได้มากขึ้น ดังภาพประกอบ 77


9. ให้นักเรียนแปลความหมาย "คำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์" ให้เป็น "คำตอบของสถานการณ์จริง" (2 คะแนน)

จำนวนชิ้นที่ขาย = 117 − 8(1.6875)
= 103.5
≈ 103 เพราะขายเป็นชิ้นทศนิยมไม่ได้

ราคาต่อชิ้น = 90 + 6x
= 90 + 13.5
= 103.5

รายได้ทั้งหมด = (103)(103.5)
≈ 10712 บาท

ภาพประกอบ 77 คำบรรยายหรืออธิบายคำตอบของสถานการณ์จริงในคาบเรียน 12 ของจริงใจ

สรุปได้ว่า กิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ ในช่วงแรกของการเรียนการสอน นักเรียนส่วนใหญ่เขียนบรรยายหรืออธิบายคำตอบของสถานการณ์จริงได้น้อยมาก เนื่องจากนักเรียนยังไม่มีประสบการณ์ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ หรือด้านอื่นๆ แต่อย่างไรก็ตามในช่วงที่ 2 พบว่านักเรียนส่วนใหญ่มีความพยายามเขียนบรรยายหรืออธิบายคำตอบของสถานการณ์จริงได้มากขึ้น จากกิจกรรมมลพิษในอากาศ และยังคงแสดงพฤติกรรมดังกล่าวจนกระทั่งสิ้นสุดการเรียนการสอน

บทที่ 5
สรุปผล อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ

ความมุ่งหมาย สมมติฐาน และวิธีดำเนินการวิจัยโดยสังเขป

ความมุ่งหมายของการวิจัย

1. เพื่อศึกษาสภาพการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาสถานการณ์จริงเรื่องการประยุกต์ของแคลคูลัส ของครูและนักเรียนห้องเรียนพิเศษวิทยาศาสตร์

2. เพื่อพัฒนากิจกรรมการเรียนการสอนที่เสริมสร้างความสามารถในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาสถานการณ์จริงเรื่องการประยุกต์ของแคลคูลัส สำหรับนักเรียนห้องเรียนพิเศษวิทยาศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย ให้มีประสิทธิภาพตามเกณฑ์ 60/60

3. เพื่อศึกษาความสามารถในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาสถานการณ์จริงเรื่องการประยุกต์ของแคลคูลัส สำหรับนักเรียนห้องเรียนพิเศษวิทยาศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย

4. เพื่อศึกษาพฤติกรรมในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาสถานการณ์จริงเรื่องการประยุกต์ของแคลคูลัส สำหรับนักเรียนห้องเรียนพิเศษวิทยาศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย

สมมติฐานของการวิจัย

1. กิจกรรมการเรียนการสอนที่เสริมสร้างความสามารถในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาสถานการณ์จริงที่เรื่องการประยุกต์ของแคลคูลัส สำหรับนักเรียนห้องเรียนพิเศษวิทยาศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตอนปลายที่พัฒนาขึ้น มีประสิทธิภาพเป็นไปตามเกณฑ์ 60/60

2. นักเรียนห้องเรียนพิเศษวิทยาศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย ที่เรียนด้วยกิจกรรมการเรียนการสอนที่เสริมสร้างความสามารถในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับการประยุกต์แคลคูลัส ที่มีความสามารถในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับการประยุกต์แคลคูลัส สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 60 ของคะแนนเต็ม มีจำนวนมากกว่าร้อยละ 60 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด

วิธีดำเนินการวิจัย

การวิจัยในครั้งนี้เป็นการพัฒนากิจกรรมการเรียนการสอน ซึ่งผู้วิจัยได้ดำเนินการวิจัยเป็น 3 ระยะ ดังต่อไปนี้

ระยะที่ 1 ศึกษาสภาพการเรียนการสอนที่เกี่ยวข้องกับการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาสถานการณ์จริงเรื่องการประยุกต์ของแคลคูลัส

1.1 การกำหนดกลุ่มเป้าหมาย

กลุ่มเป้าหมายที่ใช้ในการศึกษาสภาพการเรียนการสอนที่เกี่ยวข้องกับการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาสถานการณ์จริงเรื่องการประยุกต์ของแคลคูลัส ประกอบด้วย

1) นักเรียนห้องเรียนพิเศษวิทยาศาสตร์ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2560 ที่ผ่านการเรียนเนื้อหาเรื่องแคลคูลัสมาแล้วของโรงเรียนสาธิต มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒประสานมิตร (ฝ่ายมัธยม) และ โรงเรียนสาธิตมหาวิทยาลัยรามคำแหง (ฝ่ายมัธยม) จำนวน 34 คน (โรงเรียนละ 17 คน) โดยเลือกแบบเจาะจง

2) ครูคณิตศาสตร์ที่สอนนักเรียนห้องเรียนพิเศษวิทยาศาสตร์และมีประสบการณ์ในการสอนเนื้อหาเรื่องแคลคูลัสของโรงเรียนสาธิตมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒประสานมิตร (ฝ่ายมัธยม) และ โรงเรียนสาธิตมหาวิทยาลัยรามคำแหง (ฝ่ายมัธยม) จำนวน 4 คน (โรงเรียนละ 2 คน) โดยเลือกแบบเจาะจง

1.2 การกำหนดกรอบแนวคิดการศึกษาสภาพการเรียนการสอนที่เกี่ยวข้องกับการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาสถานการณ์จริงเรื่องการประยุกต์ของแคลคูลัส

การศึกษาสภาพการเรียนการสอนคณิตศาสตร์เกี่ยวกับการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อการแก้ปัญหาสถานการณ์จริงเรื่องการประยุกต์ของแคลคูลัสแบ่งเป็น 2 ขั้นตอน ได้แก่ การวิเคราะห์และสังเคราะห์เชิงเอกสารและการสำรวจและการเก็บข้อมูลภาคสนาม

1.3 การสร้างเครื่องมือสำหรับศึกษาสภาพการจัดการเรียนการสอนที่เกี่ยวข้องกับการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์

เครื่องมือสำหรับการศึกษาสภาพการเรียนการสอนที่เกี่ยวข้องกับการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ประกอบด้วย 2 ส่วนคือ (1) เครื่องมือที่ใช้ในการสำรวจภาคสนามจากนักเรียน ประกอบด้วย (1.1) แบบสอบถามความเชื่อที่เกี่ยวกับการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียน เพื่อสำรวจและตรวจสอบความเชื่อเกี่ยวกับการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียนห้องเรียนพิเศษวิทยาศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย และ (1.2) แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เพื่อศึกษาเชิงลึกเกี่ยวกับความคิดเห็นของ

นักเรียนเกี่ยวกับการแก้ปัญหาโดยใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ ห้องเรียนพิเศษวิทยาศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย และ (2) เครื่องมือที่ใช้ในการสำรวจภาคสนามจากครูประกอบด้วย (2.1) แบบสอบถามความเชื่อที่เกี่ยวกับการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์สำหรับครู เพื่อสำรวจและตรวจสอบความเชื่อเกี่ยวกับการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียนและครู ห้องเรียนพิเศษวิทยาศาสตร์ระดับมัธยมศึกษา และ (2.2) แบบสัมภาษณ์เกี่ยวกับสภาพการเรียนการสอนสำหรับครู เพื่อศึกษาเชิงลึกเกี่ยวกับความคิดเห็นของครูเกี่ยวกับสภาพการเรียนการสอนห้องเรียนพิเศษวิทยาศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย

หลังจากสร้างเครื่องมือเสร็จเรียบร้อยแล้ว ผู้วิจัยนำเครื่องมือเสนอต่อคณะกรรมการควบคุมปริญญานิพนธ์ และ ผู้เชี่ยวชาญ 3 ท่าน เพื่อตรวจสอบความเที่ยงตรง เชิงเนื้อหา ความเหมาะสมของภาษาที่ใช้ หลังจากนั้นผู้วิจัยคัดเลือกข้อความที่มีค่าดัชนีความสอดคล้อง(Index of Objective Congruence(IOC)) ตั้งแต่ 0.5 ขึ้นไป และนำมาปรับปรุงแก้ไขตามข้อเสนอแนะของผู้เชี่ยวชาญเพื่อให้ได้แบบสอบถามและแบบสัมภาษณ์ตามที่กำหนด

1.4 การเก็บรวบรวมข้อมูล

ผู้วิจัยสำรวจและเก็บรวบรวมข้อมูลภาคสนามเกี่ยวกับสภาพการเรียนการสอนเกี่ยวกับการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาสถานการณ์จริงเรื่องการประยุกต์ของแคลคูลัส ของนักเรียนและครู ดังนี้

1) การสำรวจและเก็บข้อมูลภาคสนามจากนักเรียน

นักเรียนห้องเรียนพิเศษวิทยาศาสตร์ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2560 ที่ผ่านการเรียนเนื้อหาเรื่องแคลคูลัสมาแล้วของโรงเรียนสาธิตมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒประสานมิตร(ฝ่ายมัธยม)และ โรงเรียนสาธิตมหาวิทยาลัยรามคำแหง(ฝ่ายมัธยม) จำนวน 34 คน (โรงเรียนละ 17 คน) โดยเลือกแบบเจาะจง

2) การสำรวจและเก็บข้อมูลภาคสนามจากครู

นักเรียนห้องเรียนพิเศษวิทยาศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย ที่เรียนด้วยกิจกรรมการเรียนการสอนที่เสริมสร้างความสามารถในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับการประยุกต์แคลคูลัส ที่มีความสามารถในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับการประยุกต์แคลคูลัส สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 60 ของคะแนนเต็ม มีจำนวนมากกว่าร้อยละ 60 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด

1.5 การวิเคราะห์ข้อมูล

ผู้วิจัยวิเคราะห์ข้อมูลที่ได้จากการสำรวจและเก็บรวบรวมข้อมูลภาคสนามของนักเรียนและครู ดังนี้

1) การวิเคราะห์ความเชื่อที่เกี่ยวข้องกับการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์

โดยใช้เกณฑ์การให้คะแนนตามที่กำหนด หาค่าเฉลี่ยเลขคณิตและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของความเชื่อแต่ละข้อ แต่ละด้านและทั้งฉบับ แล้วแปลผลตามเกณฑ์ที่กำหนด

2) การวิเคราะห์ความสามารถในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์

โดยใช้เกณฑ์การให้คะแนนแบบรูบริกในการตรวจสอบความสามารถแต่ละด้าน แล้วแปลผลตามเกณฑ์ที่กำหนด

3) การวิเคราะห์แนวการจัดการเรียนการสอนแคลคูลัสของครู

วิเคราะห์ข้อมูลโดยพิจารณาคำตอบของครู 3 ด้าน ได้แก่ (1) ด้านหลักสูตร (2) ด้านผู้สอน (3) ด้านศาสตร์การสอนในเนื้อหาแคลคูลัสของ

4) การวิเคราะห์ความรู้พื้นฐานพีชคณิตนักเรียน

โดยใช้เกณฑ์การให้คะแนนแบบรูบริกในการตรวจสอบความถูกต้องของคำตอบ แล้วแปลผลตามเกณฑ์ที่กำหนด

ระยะที่ 2 การพัฒนากิจกรรมการเรียนการสอนที่เสริมสร้างความสามารถในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์และหาคุณภาพของเครื่องมือวิจัย

2.1. กำหนดกลุ่มนำร่องสำหรับการพัฒนาและหาคุณภาพของเครื่องมือวิจัยกิจกรรมการเรียนการสอนที่เสริมสร้างความสามารถในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์

การพัฒนากิจกรรมการเรียนการสอนที่เสริมสร้างความสามารถและพฤติกรรมในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาสถานการณ์จริงเรื่องการประยุกต์ของแคลคูลัสสำหรับนักเรียนห้องเรียนพิเศษระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย เป็นนักเรียนห้องเรียนพิเศษวิทยาศาสตร์ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2561 ที่ผ่านการเรียนเนื้อหาเรื่องแคลคูลัสมาแล้วของโรงเรียนสาธิตมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒประสานมิตร จำนวน 21 คน ใช้เวลาเรียนนอกเวลาเรียน โดยเลือกแบบเจาะจงและพิจารณาจากคะแนนดิบของนักเรียนในรายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐานภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2561 แล้วแบ่งเป็น 3 กลุ่ม โดยแต่ละกลุ่มประกอบด้วยนักเรียนที่มีคะแนนคือ กลุ่มที่อยู่ในระดับสูง ปานกลาง และ ต่ำ ดังนี้

1) การหาประสิทธิภาพรายบุคคล เพื่อตรวจสอบความเป็นปรนัยของสถานการณ์ปัญหาและข้อคำถาม ใช้นักเรียนจำนวน 3 คน ที่ได้จากการเลือกแบบสุ่มจากนักเรียนทั้ง 3 กลุ่ม กลุ่มละ 1 คน

2) การหาประสิทธิภาพกลุ่มย่อย เพื่อหาประสิทธิภาพของเครื่องมือที่ใช้ในวิจัยใช้นักเรียนจำนวน 6 คน ที่ไม่ใช่กลุ่มรายบุคคล

3) การหาประสิทธิภาพภาคสนาม เพื่อหาประสิทธิภาพของกิจกรรมการเรียนการสอนและเครื่องมือที่ใช้ในวิจัยอื่น ๆ ใช้นักเรียนจำนวน 12 คน ไม่ใช่กลุ่มรายบุคคล และกลุ่มย่อย

2.2 การกำหนดกรอบแนวคิดของกิจกรรมการเรียนการสอนที่เสริมสร้างความสามารถในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาสถานการณ์จริงเรื่องการประยุกต์ของแคลคูลัส

ในการวิจัยครั้งนี้ได้นำผลที่ได้จากการศึกษาสภาพการเรียนการสอน ผู้วิจัยได้กำหนดกรอบแนวคิดของกิจกรรมการเรียนการสอนที่เสริมสร้างความสามารถในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาสถานการณ์จริงเรื่อง การประยุกต์ของแคลคูลัส โดยดัดแปลงมาจากกรอบแนวคิดของ รุ่งฟ้า จันท์จารุภรณ์ (Rungfa Janjaruporn, 2005) และสุรสาล ผาสุข (2546) และใช้ผลที่ได้จากการศึกษาสภาพการเรียนการสอนที่เกี่ยวข้องกับการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาสถานการณ์จริงเรื่องการประยุกต์ของแคลคูลัสมาเป็นข้อมูลพื้นฐาน โดยจุดมุ่งหมายของกิจกรรมการเรียนการสอนที่เสริมสร้างความสามารถในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาสถานการณ์จริงเรื่องการประยุกต์ของแคลคูลัส สำหรับนักเรียนห้องเรียนพิเศษวิทยาศาสตร์ระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนปลาย มีจุดมุ่งหมายหลัก คือ เพื่อเสริมสร้างความสามารถในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาสถานการณ์จริงเรื่องการประยุกต์ของแคลคูลัส สำหรับนักเรียนห้องเรียนพิเศษวิทยาศาสตร์ระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนปลาย ในด้านต่าง ๆ ดังนี้ (1) ด้านการทำความเข้าใจสถานการณ์จริง (2) ด้านการปรับเปลี่ยนสถานการณ์จริงให้เป็นปัญหาทางคณิตศาสตร์ (3) ด้านการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และ (4) ด้านการแปลความหมายคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ให้เป็นคำตอบของสถานการณ์จริง

2.3 การสร้างเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ ได้แก่ (1) เครื่องมือสำหรับจัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่เสริมสร้างความสามารถในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาสถานการณ์จริงเรื่อง การประยุกต์ของแคลคูลัส ประกอบด้วย แผนการจัดการเรียนรู้จำนวน 12 แผน ซึ่งแต่ละแผนประกอบด้วย จุดประสงค์การเรียนรู้ สาระการเรียนรู้ สื่อการเรียนรู้ กิจกรรมการเรียนรู้ การวัดผลและประเมินผลการเรียนรู้ โดยใช้เวลา 90 นาทีในการดำเนินการแต่ละแผน เนื้อหาที่ใช้เป็นเนื้อหาที่เกี่ยวข้องกับ การประยุกต์ของแคลคูลัสและไม่เกินระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ และ (2) เครื่องมือสำหรับการวัดและประเมินผลความสามารถใน 4 การใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียน ประกอบด้วย (1) แบบทดสอบวัดความสามารถในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาสถานการณ์จริงเรื่อง การประยุกต์ของแคลคูลัส (2) แบบสังเกตพฤติกรรมการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาสถานการณ์จริงเรื่อง การประยุกต์ของแคลคูลัส และ (3) แบบสัมภาษณ์นักเรียนเกี่ยวกับการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาสถานการณ์จริงเรื่องการประยุกต์ของแคลคูลัส

หลังจากที่สร้างเครื่องมือเสร็จเรียบร้อยแล้ว ผู้วิจัยนำเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยทั้งหมดเสนอต่อคณะกรรมการควบคุมปริญญานิพนธ์เพื่อพิจารณาปรับปรุงแก้ไข เมื่อปรับปรุงแก้ไขตามคำแนะนำจนผ่านการพิจารณาแล้ว จึงนำเสนอต่อผู้เชี่ยวชาญจำนวน 3 ท่าน เพื่อตรวจสอบความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหา ความเหมาะสมของภาษาที่ใช้และความชัดเจนของข้อความ สำหรับแบบทดสอบวัดความสามารถในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาสถานการณ์จริงเรื่อง การประยุกต์ของแคลคูลัส ผู้วิจัยคัดเลือกสถานการณ์จริงเฉพาะข้อที่มีค่าดัชนีความสอดคล้อง (IOC) ตั้งแต่ 0.5 ขึ้นไป นำเครื่องมือไปหาประสิทธิภาพรายบุคคล กลุ่มย่อย และภาคสนาม ตามลำดับ ซึ่งเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2561 โรงเรียนสาธิตมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒประสานมิตร (ฝ่ายมัธยม) จากนั้นนำคะแนนจากแบบทดสอบวัดความสามารถในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ได้จากการหาประสิทธิภาพภาคสนามมาวิเคราะห์หาค่าความยากง่าย (p) ค่าอำนาจจำแนก (r) เป็นรายข้อ และหาค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดความสามารถในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ได้ โดยการหาค่าสัมประสิทธิ์แอลฟา (α –Coefficient)

ระยะที่ 3 การศึกษาความสามารถและพฤติกรรมการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์

3.1 การกำหนดกลุ่มเป้าหมายสำหรับศึกษาความสามารถและพฤติกรรมการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์

กลุ่มเป้าหมายที่ใช้ในการศึกษาความสามารถและพฤติกรรมในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาสถานการณ์จริงเรื่องการประยุกต์ของแคลคูลัส เป็นนักเรียนห้องเรียนพิเศษวิทยาศาสตร์ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2561 ที่ผ่านการเรียนเนื้อหาเรื่องแคลคูลัสมาแล้ว ของโรงเรียนสาธิตมหาวิทยาลัยรามคำแหง จำนวน 15 คน ใช้เวลาเรียนนอกเวลาเรียนปกติ โดยเลือกแบบเจาะจงและพิจารณาจากคะแนนดิบของนักเรียนในรายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐานภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2561 แล้วแบ่งเป็น 3 กลุ่ม กลุ่มละ 4 คน ซึ่งในแต่ละกลุ่มประกอบด้วย นักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูง 1 คน นักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนปานกลาง 2 คน และนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนต่ำ 1 คน จากนั้นเลือกนักเรียนที่มีความกล้าแสดงออก การสื่อสารและนำเสนอแนวคิดของตนเองได้ดี จำนวน 4 คน จากกลุ่มเก่ง 1 คน กลุ่มปานกลาง 2 คน กลุ่มต่ำ 1 คน เพื่อเป็นนักเรียนเป้าหมาย (Target student) ในการศึกษาเชิงลึกเกี่ยวกับพฤติกรรมในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาสถานการณ์จริงเรื่องการประยุกต์ของแคลคูลัส ขณะลงมือใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และสัมภาษณ์กระบวนในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับการประยุกต์แคลคูลัสของนักเรียนเป้าหมายแต่ละคน หลังสิ้นสุดคาบเรียนแต่ละครั้ง

3.2 การกำหนดกรอบแนวคิดในการศึกษาความสามารถและพฤติกรรมในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์

แนวคิดในการศึกษาความสามารถและพฤติกรรมในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์มีดังนี้

1) การศึกษาความสามารถในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาสถานการณ์จริงเรื่องการประยุกต์ของแคลคูลัส เราจะศึกษาความสามารถของนักเรียน ในด้านการทำความเข้าใจสถานการณ์จริง ด้านการปรับเปลี่ยนสถานการณ์จริงให้เป็นปัญหาทางคณิตศาสตร์ ด้านการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และด้านการแปลความหมายคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ให้เป็นคำตอบของสถานการณ์

2) การศึกษาพฤติกรรมในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ ได้จากการสร้างแบบสังเกตพฤติกรรมในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับการประยุกต์ของแคลคูลัส ได้แก่ แบบตรวจสอบรายการ และแบบบันทึกภาคสนาม โดยดัดแปลงมาจากแบบสังเกตพฤติกรรมการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของ รุ่งฟ้า จันท์จารุภรณ์ (Rungfa

Janjaruporn, 2005) เราจะศึกษาด้านต่างๆดังต่อไปนี้ (1) ด้านการทำความเข้าใจสถานการณ์จริง (2) ด้านการปรับเปลี่ยนสถานการณ์จริงให้เป็นปัญหาทางคณิตศาสตร์ (3) ด้านการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และ (4) ด้านการแปลความหมายคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ให้เป็นคำตอบของสถานการณ์จริง

3.3 การดำเนินการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนและเก็บรวบรวมข้อมูล

แบบแผนการวิจัยที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ คือ แบบกลุ่มเดียว มีการทดสอบหลังการทดลอง (One–Group Posttest–Only Design) โดยดำเนินการทดลองทั้งหมด 14 คาบเรียน คาบเรียนละ 90 นาที โดยแบ่งเป็นเวลาในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่เสริมสร้างความสามารถในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาสถานการณ์จริงเรื่องการประยุกต์ของแคลคูลัส จำนวน 12 คาบเรียน และเวลาในการทดสอบหลังเรียน 2 คาบเรียน ซึ่งผู้วิจัยดำเนินการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน ในช่วงหลังจากภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2561 โดยใช้เวลาเรียนนอกเวลาเรียนปกติ ในแต่ละคาบเรียนผู้วิจัยทำหน้าที่เป็นผู้สอนและผู้สังเกตการณ์ โดยมีนิสิตปริญญาเอก สาขาวิชาคณิตศาสตร์ จำนวน 2 คน ทำหน้าที่เป็นผู้ช่วยวิจัย บันทึกพฤติกรรมในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับ การประยุกต์ของแคลคูลัสของนักเรียนเป้าหมายและสมาชิกในกลุ่มขณะลงมือใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เพื่อตรวจสอบความสามารถในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน ที่เรียนด้วยกิจกรรมการเรียนการสอนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น เมื่อสิ้นสุดการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน ผู้วิจัยให้นักเรียนทำแบบทดสอบวัดความสามารถในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาสถานการณ์จริงเรื่องการประยุกต์ของแคลคูลัส

3.4 วิเคราะห์ข้อมูล

1. นำคะแนนจากใบกิจกรรมในชั้นเรียนและแบบทดสอบวัดความสามารถในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาสถานการณ์จริงเรื่องการประยุกต์ของแคลคูลัส มาหาค่าเฉลี่ยเลขคณิต ($\overline{x}$) และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (S.D.)

2. หาจำนวนนักเรียนที่มีความสามารถในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาสถานการณ์จริงเรื่องการประยุกต์ของแคลคูลัส สูงกว่าร้อยละ 60 ขึ้นไปของคะแนนเต็ม

3. ทดสอบสมมติฐานที่ว่า นักเรียนห้องเรียนพิเศษวิทยาศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย ที่เรียนด้วยกิจกรรมการเรียนการสอนที่เสริมสร้างความสามารถในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับการประยุกต์แคลคูลัส ที่มีความสามารถในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับการ

ประยุกต์แคลคูลัส สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 60 ของคะแนนเต็ม มีจำนวนมากกว่าร้อยละ 60 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด

4. นำแบบสังเกตพฤติกรรมในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาสถานการณ์จริงเรื่องการประยุกต์ของแคลคูลัส และงานเขียนของนักเรียนมาวิเคราะห์พฤติกรรมในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาสถานการณ์จริงเรื่อง การประยุกต์ของแคลคูลัสในด้านการทำความเข้าใจสถานการณ์จริง ด้านการปรับเปลี่ยนสถานการณ์จริงให้เป็นปัญหาทางคณิตศาสตร์ ด้านการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และด้านการแปลความหมายคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ให้เป็นคำตอบของสถานการณ์จริง โดยใช้การวิเคราะห์ข้อมูลเชิงคุณภาพ

สรุปและอภิปรายผลการวิจัย

ระยะที่ 1 ศึกษาสภาพการเรียนการสอนที่เกี่ยวข้องกับการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาสถานการณ์จริงเรื่องการประยุกต์ของแคลคูลัส

ในการศึกษาสภาพการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาสถานการณ์จริงเรื่องการประยุกต์ของแคลคูลัส ของนักเรียนและครูห้องเรียนพิเศษวิทยาศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย สรุปผลและอภิปรายผลดังนี้

1. ความเชื่อที่เกี่ยวข้องกับการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาสถานการณ์จริงของนักเรียนและครู

คะแนนเฉลี่ยของความเชื่อที่เกี่ยวข้องกับการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียนและครูอยู่ในระดับมาก โดยมีคะแนนเฉลี่ย (1) ความเชื่อเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ (2) ด้านความเชื่อเกี่ยวกับการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหา และ (3) ด้านความเชื่อเกี่ยวกับการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ ของนักเรียนและครูอยู่ในระดับมากเช่นกัน สอดคล้องกับงานวิจัยของ คาร์ลอสและบูม (Carlson & Bloom, 1999) ที่กล่าวว่า ความเชื่อจะกำหนดการรู้และมุมมองที่คนคนหนึ่งเข้าสู่คณิตศาสตร์และกิจกรรมทางคณิตศาสตร์และบ่งบอกความสำเร็จหรือความล้มเหลวในความพยายามที่มีต่อการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียน และสอดคล้องกับ เชิลเฟว (Schoenfield, 1992) กล่าวว่า ปัจจัยที่สำคัญมากอย่างหนึ่งที่มีอิทธิพลต่อการแสดงออกของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์คือความเชื่อทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน

2. ความสามารถในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียน

เมื่อให้นักเรียนแก้ปัญหาสถานการณ์จริง นักเรียนมีความคลาดเคลื่อนในการทำความเข้าใจข้อมูลหรือเงื่อนไขของสถานการณ์จริง ส่งผลให้ไม่สามารถปรับเปลี่ยนสถานการณ์จริงให้เป็นปัญหาทางคณิตศาสตร์และค้นหาความเชื่อมโยงหรือความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลได้ รวมทั้งไม่สามารถเลือกใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหาและแปลความหมายคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ให้เป็นคำตอบของสถานการณ์จริง ส่งผลให้คำตอบที่ได้ไม่ถูกต้อง สอดคล้องกับ สเวทซ์และฮาร์ทเลอร์ (Swetz & Hiebert, 1991) ที่กล่าวว่า การที่นักเรียนมีประสบการณ์ในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์อยู่เป็นประจำนั้น จะทำให้นักเรียนสามารถเชื่อมโยงกลยุทธ์และทักษะที่ได้เรียนรู้มาไปสู่การค้นหาคำตอบของสถานการณ์ปัญหาใหม่ได้อย่างง่ายดาย และเห็นถึงคุณค่าของวิชาคณิตศาสตร์ได้ดีกว่านักเรียนที่ประสบการณ์น้อย ดังนั้นนักเรียนที่ไม่ได้รับประสบการณ์ในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ จึงไม่สามารถเชื่อมโยงกลยุทธ์และทักษะที่ได้เรียนรู้มาไปสู่การค้นหาคำตอบของสถานการณ์ปัญหาใหม่ได้ อีกทั้งไม่เห็นถึงคุณค่าของวิชาคณิตศาสตร์อีกด้วย

3. แนวการจัดการเรียนการสอนแคลคูลัสของครู

ครูมีความเข้าใจที่คลาดเคลื่อนและมีประสบการณ์น้อยในการออกแบบกิจกรรมที่ใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาในสถานการณ์จริง โดยไม่ได้จัดกิจกรรมที่ใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาในสถานการณ์จริง สอดคล้องกับสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2555a, น. 129) ที่พบว่า วิธีจัดกิจกรรมการสอนของครูคณิตศาสตร์ส่วนใหญ่มุ่งเน้นการสอนเนื้อหาและทักษะการคิดคำนวณ โดยการบอกวิธีทำ ให้ตัวอย่างและมุ่งให้นักเรียนทำตามตัวอย่าง ไม่ให้โอกาสนักเรียนในการเรียนรู้ด้วยตนเองโดยการฝึกให้คิดวิเคราะห์เพื่อหาแนวทางในการแก้ปัญหาอย่างหลากหลายและสร้างสรรค์

4. ความรู้พื้นฐานทางพีชคณิตของนักเรียน

นักเรียนส่วนใหญ่มีมโนทัศน์เรื่องพีชคณิตที่คลาดเคลื่อนโดยเฉพาะเรื่องความหมายสมการและฟังก์ชัน สมบัติค่าสัมบูรณ์ และค่าหลักของราก ซึ่งสอดคล้องกับ สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2555a, น. 61) ที่กล่าวว่า ครูและนักเรียนมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเนื้อหาคณิตศาสตร์ บทนิยาม ทฤษฎีบท กฎ สูตร ข้อเท็จจริง และมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเรื่อง สมบัติของค่าสัมบูรณ์ และอัมพร ม้าคนอง (2558, น. 111) ที่กล่าวว่า การขาดมโนทัศน์กับสมบัติของค่าสัมบูรณ์และการพิสูจน์ประโยคทางคณิตศาสตร์ โดยคิดว่าการแทนค่าตัวแปรเพียงอย่างเดียวสามารถใช้ตัดสินค่าความจริงของประโยคที่กำหนดให้ได้ จึงใช้การแทนค่าตัวแปร a และ b ในการหาค่าความจริง การพิสูจน์ประโยคทางคณิตศาสตร์ ประเด็น

ความคลาดเคลื่อนมโนทัศน์เกี่ยวกับค่าหลักของรากเพียงบางส่วน อาจเนื่องมาจากในห้องเรียนนักเรียนมองข้ามประเด็นสำคัญที่นักเรียนควรระมัดระวัง ซึ่งนักเรียนมั่นใจตนเองว่ามีมโนทัศน์ที่ถูกต้อง อีกทั้งงานวิจัยของ พรธิดา ที่กล่าวว่า นักเรียนเรียนแสดงแนวคิดว่า $\sqrt{2a^2} = \sqrt{2}a$ ซึ่งความจริงแล้ว $\sqrt{2a^2} = \sqrt{2}\,|a|$ โดยอาจมีสาเหตุมาจากการจัดการเรียนการสอนในห้องเรียนอาจถูกมองข้ามประเด็นสำคัญที่นักเรียนควรระมัดระวัง ซึ่งนักเรียนอาจเข้าใจว่าตนเองมีมโนทัศน์ที่ถูกต้องแล้ว แต่ความจริงแล้วนักเรียนมีมโนทัศน์เพียงบางส่วน

ระยะที่ 2 การพัฒนาและหาประสิทธิภาพของเครื่องมือวิจัย

ในการพัฒนาและหาประสิทธิภาพของเครื่องมือวิจัยในครั้งนี้ พบว่า ประสิทธิภาพของกิจกรรมการเรียนการสอนที่เสริมสร้างความสามารถในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนห้องเรียนพิเศษวิทยาศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย มีประสิทธิภาพสูงกว่าเกณฑ์ 60/60 โดยมีค่าเฉลี่ย 70.27/72.71แสดงว่า กิจกรรมการเรียนการสอนที่เสริมสร้างความสามารถในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนพิเศษวิทยาศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตอนปลายมีประสิทธิภาพตามเกณฑ์ 60/60 ทั้งนี้อาจเนื่องมาจากนักเรียนห้องเรียนพิเศษทางวิทยาศาสตร์ผ่านการคัดเลือกและทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และวิทยาศาสตร์และนักเรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนอยู่ในระดับสูง ด้วยเกรดเฉลี่ย 3.50 ขึ้นไป และนักเรียนได้ผ่านการเรียนเนื้อหาแคลคูลัสมาแล้ว สอดคล้องกับงานวิจัยของ จิณดิษฐ์ ลออปักษิณ (2550, น. 98) กล่าวว่า การหาประสิทธิภาพของหลักสูตรซึ่งพิจารณาจากการวัดนักเรียน 3 ด้าน ด้านความสามารถด้านเนื้อหา ด้านการให้เหตุผล ด้านพฤติกรรมการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ พบว่านักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลายที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูง มีความสามารถด้านเนื้อหาด้านการให้เหตุผล ด้านพฤติกรรมการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ โดยสอบผ่านเกณฑ์ มากกว่าร้อยละ 75 ของนักเรียนทั้งหมดนั่นคือหลักสูตรเรขาคณิตวิตยุต มีประสิทธิภาพสูง

ระยะที่ 3 การศึกษาความสามารถและพฤติกรรมการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์

1. **ความสามารถในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์**

นักเรียนห้องเรียนพิเศษวิทยาศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย ที่เรียนด้วยกิจกรรมการเรียนการสอนที่เสริมสร้างความสามารถในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับการประยุกต์แคลคูลัส ที่มีความสามารถในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับการประยุกต์แคลคูลัส สูงกว่าเกณฑ์ร้อย

ละ 60 ของคะแนนเต็ม มีจำนวนมากกว่าร้อยละ 60 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด ทั้งนี้อาจเนื่องมาจากนักเรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูง มีความสามารถด้านเนื้อหาแคลคูลัส และผ่านการเรียนเนื้อหาแคลคูลัสมาแล้ว สอดคล้องกับงานวิจัยของ สุรสาล ผาสุข (2546, น. 80) ศึกษาความสามารถและการคิดเกี่ยวกับการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์และผลในด้านเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย พบว่า นักเรียนในกลุ่มทดลองไม่น้อยกว่าร้อยละ 75 มีคะแนนความสามารถและการคิดเกี่ยวกับการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ไม่น้อยกว่าร้อยละ 75 ของคะแนนรวมซึ่งเป็นไปตามสมมติฐานแสดงว่านักเรียนมีความสามารถในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์

2. พฤติกรรมในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับการประยุกต์ของแคลคูลัสเพื่อแก้ปัญหาสถานการณ์จริง

ผลจากการวิเคราะห์กิจกรรมการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาในสถานการณ์จริงที่เกี่ยวข้องกับการประยุกต์แคลคูลัสจากงานเขียนของนักเรียน ผลการสังเกตของผู้วิจัยและผู้ช่วยวิจัย และผลการสัมภาษณ์เกี่ยวกับกระบวนการในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับการประยุกต์แคลคูลัส พบว่า เมื่อนักเรียนมีประสบการณ์ในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับการประยุกต์แคลคูลัสนักเรียนสามารถพัฒนาความสามารถในการทำความเข้าใจสถานการณ์จริง การปรับเปลี่ยนสถานการณ์จริงให้เป็นปัญหาทางคณิตศาสตร์ การใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และการแปลความหมายคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ให้เป็นคำตอบของสถานการณ์จริงได้ถูกต้องพร้อมทั้งอธิบายได้ชัดเจนขึ้น และสอดคล้องกับสุรสาล ผาสุก (2546, น. 80) ศึกษาความสามารถและการคิดเกี่ยวกับการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์และผลในด้านเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย พบว่า จากการศึกษารายละเอียดของการปฏิบัติกิจกรรมแต่ละกิจกรรมของนักเรียนทุกกลุ่มจะเห็นได้ชัดว่านักเรียนส่วนใหญ่สามารถทำความเข้าใจสถานการณ์จริง ระบุประเด็นปัญหาที่ต้องการศึกษา ตัวแปรที่สำคัญและความสัมพันธ์เบื้องต้นของตัวแปรได้ถูกต้อง ข้อบกพร่องของนักเรียนส่วนน้อยที่พบคือ การระบุตัวแปรได้ไม่ชัดเจน เช่น ไม่ระบุหน่วยของตัวแปร

ด้านการทำความเข้าใจสถานการณ์จริง

ผลจากการวิเคราะห์กิจกรรมการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาในสถานการณ์จริงที่เกี่ยวข้องกับการประยุกต์แคลคูลัสจากงานเขียนของนักเรียน และผลการสังเกตของผู้วิจัยและผู้ช่วยวิจัยเกี่ยวกับการทำความเข้าใจสถานการณ์จริงของนักเรียน พบว่า ในช่วงแรกของการเรียนนั้น นักเรียนส่วนมากไม่ปรากฏการให้ความสำคัญกับการทำความเข้าใจสถานการณ์จริง

โดยสังเกตได้จากนักเรียนใช้เวลาอ่านและทำความเข้าใจไม่นาน ไม่ปรากฏการแสดงความสัมพันธ์ระหว่างสิ่งที่ระบุในสถานการณ์ปัญหากับสิ่งที่สถานการณ์ปัญหาต้องการได้อย่างถูกต้อง แต่เมื่อผู้วิจัยจัดกิจกรรมการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ นักเรียนเริ่มให้ความสำคัญกับการทำความเข้าใจสถานการณ์จริงมากขึ้น โดยนักเรียนใช้เวลามากขึ้นในการอ่านวิเคราะห์สถานการณ์จริงและแนวคิดที่เกี่ยวข้องกับสถานการณ์จริง แสดงร่องรอยการขีดเขียนมากขึ้น รวมถึงการวาดรูปประกอบ แบบแผนต่างๆหรือ เปลี่ยนปัญหาในรูปประโยคภาษาที่เข้าใจง่ายขึ้น เขียนความสัมพันธ์ต่าง ๆ ในขณะทำความเข้าใจสถานการณ์จริง ตลอดจนเขียนอธิบายแนวคิดที่เกี่ยวข้องกับสถานการณ์จริงได้ชัดเจนมากขึ้น สอดคล้องกับ ศิรัชชรินทร์ ยศสวรินทร์ (2559, น. 88) พบว่า เมื่อนักเรียนมีประสบการณ์ในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับพีชคณิตมากขึ้น นักเรียนวิเคราะห์และเขียนคำอธิบายกระบวนการค้นหาความเชื่อมโยงหรือความสัมพันธ์ระหว่างสิ่งที่สถานการณ์จริงต้องการหาได้มากขึ้น พร้อมทั้งเขียนตัวไม่ทราบค่า ข้อมูลหรือเงื่อนไขที่สำคัญได้ครบถ้วนและสอดคล้องกับความเชื่อมโยงหรือความสัมพันธ์ระหว่างสิ่งที่สถานการณ์จริงต้องการหาได้มากขึ้น และสอดคล้องกับ นิวแมน (Newman, 1977) ได้เสนอแนวคิด การวิเคราะห์ข้อผิดพลาดในการแก้ปัญหาของนักเรียน เพื่อค้นหาแนวทางให้นักเรียนสามารถแก้ปัญหาได้อย่างมีประสิทธิภาพซึ่งควรกระตุ้นและให้ความสำคัญ ในขั้น การอ่านปัญหา และวงกลมข้อมูลหรือเงื่อนไขที่สำคัญที่มีความสำคัญในการแก้ปัญหา ข้อความที่แทนในบางคำศัพท์ให้มีความชัดเจนและเข้าใจง่ายขึ้น ขั้นที่ 2 การอ่านทำความเข้าใจปัญหาว่าปัญหาต้องการอะไร ขั้นที่ 3 วิเคราะห์เพื่อหาแนวทางในการแก้ปัญหา อาจจะด้วยการวาดภาพ ประกอบการคาดการณ์คำตอบ หรือหากลยุทธ์เพื่อวางแผนในการแก้ปัญหา

ด้านการปรับเปลี่ยนสถานการณ์จริงให้เป็นปัญหาทางคณิตศาสตร์

ผลจากการวิเคราะห์กิจกรรมการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาในสถานการณ์จริงที่เกี่ยวข้องกับการประยุกต์แคลคูลัสจากงานเขียนของนักเรียน และผลการสังเกตของผู้วิจัยและผู้ช่วยวิจัยเกี่ยวกับการปรับเปลี่ยนสถานการณ์จริงให้เป็นปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน พบว่า เมื่อนักเรียนทำกิจกรรมการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ นักเรียนจะมีประสบการณ์ในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เรื่องการประยุกต์แคลคูลัสในด้านการปรับเปลี่ยนสถานการณ์จริงให้เป็นปัญหาทางคณิตศาสตร์มากขึ้น โดยพบว่านักเรียนเขียนคำอธิบายกระบวนการค้นหาความเชื่อมโยงหรือความสัมพันธ์ระหว่างสิ่งที่สถานการณ์จริงต้องการหาได้มากขึ้น และเขียนตัวไม่ทราบค่า ข้อมูลหรือเงื่อนไขที่สำคัญได้ครบถ้วนและ

สอดคล้องกับความเชื่อมโยงหรือความสัมพันธ์ระหว่างสิ่งที่สถานการณ์จริงต้องการหาได้มากขึ้น สอดคล้องกับงานวิจัยของ วีรพล เทพบรรหาร (2560, น. 144) เรื่องผลการใช้ตัวแทนความคิดตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ร่วมกับแนวคิดการสอนแนะให้รู้คิดที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผลและความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาตอนต้น ที่กล่าวว่า ระยะก่อนเรียน นักเรียนส่วนมากสามารถหาระบุความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่สัมพันธ์กับสถานการณ์ปัญหาได้ถูกต้อง เพียงเล็กน้อย ในระยะระหว่างเรียน เมื่อผู้วิจัยจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้ตัวแทนทาง ความคิดและตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ร่วมกับแนวคิดการสอนแนะให้รู้คิด นักเรียนได้ฝึกการวิเคราะห์ ข้อมูลเพื่อหาความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูล และใช้ตัวแทนทางความคิดแทนข้อมูลหรือเงื่อนไขในปัญหา เพื่อให้เข้าใจปัญหาได้ชัดเจนขึ้น และสอดคล้องกับงานวิจัย ศิรัชชรินทร์ ยศสวรินทร์ (2559, น. 89) เรื่องกิจกรรมการเรียนการสอนที่เสริมสร้างความสามารถในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับพีชคณิตสำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ด้านการปรับเปลี่ยนสถานการณ์จริงให้เป็นปัญหาทางคณิตศาสตร์ นักเรียนเขียนคำอธิบายกระบวนการค้นหาความเชื่อมโยงหรือความสัมพันธ์ระหว่างสิ่งที่สถานการณ์จริงต้องการหาได้มากขึ้น และเขียนตัวไม่ทราบค่า ข้อมูลหรือเงื่อนไขที่สำคัญได้ครบถ้วนและสอดคล้องกับความเชื่อมโยงหรือความสัมพันธ์ระหว่างสิ่งที่สถานการณ์จริงต้องการหาได้มากขึ้น

ด้านการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

ผลจากการวิเคราะห์งานเขียนของนักเรียนในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับการประยุกต์แคลคูลัส และผลการสังเกตของผู้วิจัยและผู้ช่วยวิจัยเกี่ยวกับการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน พบว่า เมื่อนักเรียนลงมือทำกิจกรรมการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ ทำให้นักเรียนเกิดความมั่นใจและนักเรียนมีประสบการณ์ในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เรื่องการประยุกต์แคลคูลัส ในด้านการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์มากขึ้น พบว่านักเรียนเขียนตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ได้เหมาะสมกับสถานการณ์จริงได้มากขึ้น พร้อมทั้งอธิบายกระบวนการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ในการค้นหาคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้มากขึ้น และนักเรียนที่ได้คำตอบถูกต้องของปัญหาทางคณิตศาสตร์มีจำนวนมากขึ้น สอดคล้องกับ ซิงเกอร์และวอลการ์ (Singer & Voica, 2012) กล่าวว่า ผู้แก้ปัญหาต้องประยุกต์ใช้เทคนิคและทักษะการะบวนการทางคณิตศาสตร์ที่ได้เรียนมาเพื่อค้นหาคำตอบภายในเงื่อนไขที่กำหนดในปัญหา รวมถึงการตระหนักถึงความสมเหตุสมผล และความสอดคล้องของคำตอบกับปัญหาด้วย

และสอดคล้องกับ กับ ศิรัชชรินทร์ ยศสวรินทร์ (2559, น. 88) เรื่องกิจกรรมการเรียนการสอนที่เสริมสร้างความสามารถในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับพีชคณิตสำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ด้านพบว่าการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ นักเรียนเขียนตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ที่เหมาะสมกับสถานการณ์จริงได้มากขึ้น พร้อมทั้งอธิบายกระบวนการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ในการค้นหาคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้มากขึ้น และนักเรียนที่ได้คำตอบถูกต้องของปัญหาทางคณิตศาสตร์มีจำนวนมากขึ้น

ด้านการแปลความหมายคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ให้เป็นคำตอบของสถานการณ์จริง

ผลจากการวิเคราะห์งานเขียนของนักเรียนในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับแคลคูลัส และผลการสังเกตของผู้วิจัยและผู้ช่วยวิจัยเกี่ยวกับการแปลความหมายคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ให้เป็นคำตอบของสถานการณ์จริงของนักเรียน พบว่า กิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ ในช่วงแรกของการเรียนการสอน นักเรียนส่วนใหญ่เขียนบรรยายหรืออธิบายคำตอบของสถานการณ์จริงได้น้อยมาก เนื่องจากนักเรียนยังไม่มีประสบการณ์ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ หรือด้านอื่นๆ แต่อย่างไรก็ตามในช่วงที่ 2 พบว่านักเรียนส่วนใหญ่มีความพยายามเขียนบรรยายหรืออธิบายคำตอบของสถานการณ์จริงได้มากขึ้น จากกิจกรรมมลพิษในอากาศ และยังคงแสดงพฤติกรรมดังกล่าวจนกระทั่งสิ้นสุดการเรียนการสอน ซึ่งสอดคล้องกับ ซิงเกอร์และวอลการ์ (Singer & Voica, 2012) ได้กล่าวว่า การนำความรู้และความเข้าใจทางคณิตศาสตร์มาประมวลผลเพื่อสร้างหรือเลือกตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ ให้ความสัมพันธ์กับปัญหาและกำหนดแนวทางการแก้ปัญหาพิจารณาความสมเหตุสมผลและความสอดคล้องของคำตอบกับเงื่อนไขในปัญหา รวมถึงการขยายแนวทางการแก้ปัญหาเดิมไปสู่ปัญหาใหม่ที่ใกล้เคียงกันได้ และสอดคล้องกับกับ ศิรัชชรินทร์ ยศสวรินทร์ (2559, น. 88) เรื่องกิจกรรมการเรียนการสอนที่เสริมสร้างความสามารถในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับพีชคณิตสำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ด้านการแปลความหมายคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ให้เป็นคำตอบของสถานการณ์จริง นักเรียนเขียนอธิบายการเปรียบเทียบหรือตรวจสอบความถูกต้องและความสมเหตุสมผลของคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้มากขึ้นตลอดจนเขียนบรรยายหรืออธิบายคำตอบของสถานการณ์จริงได้มากขึ้น

ข้อเสนอแนะ

1. พัฒนากิจกรรมที่นำไปใช้ในการแก้ปัญหาในชีวิตจริงและนำไปใช้ในการแก้ปัญหาให้เหมาะสม

2. พัฒนากิจกรรมที่สามารถนำความรู้คณิตศาสตร์มาประยุกต์ความรู้ไปใช้ในการแก้ปัญหาในชีวิตจริงได้

3. พัฒนากิจกรรมที่เน้นการทำงานร่วมกันฝึกทักษะการสื่อสาร เปิดโอกาสให้นักเรียนนำเสนอแนวคิดในการแก้ปัญหา ส่งเสริมทักษะการคิดอย่างมีวิจารณญาณ

บรรณานุกรม

Ang Keng Cheng. (2009). *Approaches to Mathematical Modelling. Mathemetical Modelling in the Secondary & Junior College Classroom*. Singapore: Pearson Education South Asia Pte. Ltd.

Bassanezi, R. C. (1994). Modelling as a teaching-learning strategy. *For the Learning of Mathematics,* 14(2), 31-35.

Bliss, K. M., Kathleen R. Fowler, & Benjamin J. Galluzo. (2014). *Introduction Math Modeling*. Philadelphia: Society for Industrial and Applied Mathematics (SIAM).

Blum, W. (1993). *Mathematical modelling in mathematics education and instruction. In T. Breiteig, I. Huntley & G. Daiser-Messmer (Eds.), Teaching and learning mathematics in context*. London: Ellis Horwood.

Blum, W., & Leiß, D. (2006). "Filling up" The problem of independence-preserving teacher interventions in lessons with demanding modelling tasks. *CERME-4 – Proceedings of the fourth congress of the European Society for Research in Mathematics Education, Guixols*.

Borromeo Ferri, R. (2006). Theoretical and empirical differentiations of phases in the modelling process. *ZDM – The International Journal on Mathematics Education,* 38(2), 86-95.

Bressoud, D., Mesa, V., & Rasmussen, C. (2015). *Preface. In D. Bressoud, V. Mesa, & C. Rasmussen (Eds.), Insights and recommendations from the MAA National Study of College Calculus*. Washington, DC: Mathematical Association of America.

Carlson, M. P., & Bloom, I. (1999). The Cyclic Nature of Problem Solving: An Emergent Multidimensional Problem Solving Framework. http://www.cresmet.asu.edu/media/pdf/pubs/Carlson-Bloom.html

Comber, G. (1999). *Introduction to Mathematics for Life Scientists* (2nd ed). New York: Springer – Verlag Berlin Heidelberg New York.

Coppé, S., Dorier, J.-L.,, & Yavuz, I. (2007). De l'usage des tableaux de valeurs et des tableaux de variations dans l'enseignement de la notion de fonction en France en seconde. Recherche en Didactique des Mathématiques. 27*,* 2(151–186).

Cross, M., & Moscardini, A. O. (1985). *Learning the art of mathematical modelling*. Chichester: Horwood and Wiley.

David A.Smit, & Lawrence C. Morore. (1996). *Calculus Modelling and Application*. Canada.

Dindyal, J. (2009). *Applications and modelling for the primary mathematics classroom*. Singapore: Pearson.

Dossey, J. A. (1996). *Mathematics, Pedagogy, and Secondary Teacher Education*. Portsmouth, NH: Heinemann.

Dossey, J. A. e. a. (2002). *Doing Mathematics :Living the Standards.Mathematics Methods and Modeling for Today' Mathematics Classroom*. Canada: The Wadsworth Group Portsmouth.

Edwards, & Hamson. (1989). *Guide To Mathematics Modeling*. London: Macmilla Edducation Ltd.

English, L. D. (2003). *Mathematical modelling. A way of Life – ICTMA* 11. England: Horwood Publishing Limited.

Ervynk, G. (1981). Conceptual dificulties for irst year university students in the acquisition of the notion of limit of a function. In Proceedings of the Fifth Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education.

Frank R. Giordano, William P. Fox, & Steven B. Horton. (2014). *A First Course in Mathematical Modeling* (5nd ed). United States: Nelson Education, Ltd.

Giordano, F. R., Weir, M., & Fox, W. P. (2003). *Modeling Change. A First Course in Mathematical Modeling* (3rd ed). United States of America.

Greer, B. (1997). Modelling reality in mathematics classrooms.The case of word problems.Learning and Instruction. . *Learning and Instruction,* 7(4), 293-307.

Hodgson, T. (1995, November). Secondary Mathematics Modeling: Issues and Challenges. *School Science and Mathematics,* 95(7), 351-358.

Ikeda, T., Stephens, M., & Matsuzaki, A. (2007). *Introduction . Modelling and Applications in Mathematics Education*. USA, New York: Springer Science+Business Media.

J Berry, & K Houston. (2004). *Mathematical Modelling*. Burlington: Elsevier Ltd.

Janina. (2018). *Do students value modelling problems, and are they conident they can solve such problems? Value and self-eicacy for modelling, word, and intra-mathematical problems*: ZDM Mathematics Education.

Johnson, D., & Johnson, R. (1999). *Learning together and alone: Cooperative, competitive and individualistic learning*. New York: Prentice Hall.

Jonas B. Ärlebäck. (2017). Students' interpretations and reasoning about phenomena with negative rates of change throughout a model development sequence. *ZDM Mathematics Education,* 4(50), 187–200.

Kagan, S. (2018). *Key Competencies for Teaching Mathematical Modeling .Learning How to Teach Mathematical Modeling in School and Teacher Education*. USA, New York: Springer International Publishing AG Resources for Teacher.

Kaye Stacey. (2015). *Mathematical Competencies and PISA:Assessing Mathematical Literacy The PISA Experience*. London: Springer Cham Heidelberg.

Kerr, J., Donald R., & Maki, D. (1979). *Mathematical Models to Provide Applications in the Classroom" in Application in School Mathematics* 1979 *Yearbook*. Reston, Virginia: The National Council of Teachers of Mathematics.

Kitazawa, Y. e. a. (2000). *Curriculum Development to Enhance Mathematical Modeling Ability in ICME*9: *The* 9th *International Congress on Mathematical Education. Edited by Eizo Nagasaki*. Tokyo: Makuhari.

Kuzniak, A., Montoya, E., Vandebrouck, F., & Vivier, L. (2015). *Le travail mathématique en Analyse de la in du secondaire au début du supérieur: identiication et construction*. La pensée sauvage: Ecole d'été de didactique des mathématiques.

Lesh, D., Carmona,, & Hjalmarson, M. (2003). *Beyond constructivsm.Nathematical Thinking and Learning*. Mah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.

Lesh, R., & Doerr, H. M. (2003). A models & modelling perspective on mathematics problem solving, learning & teaching. *Mathematical Thinking and Learning,* 10(3), 293-304.

Lesh, R., M.Doerr,. (2003). Models and Modeling Perspectives on Mathematics Problem

Solving,Learning,and Tecahing. *Beyond constructivism,* 5(2-3), 109-129.

Lesh, R., & Zawojewski, J. (2007). *Problem solving and modeling. In F. K. Lester (Ed.), Second handbook of research on mathematics teaching and learning: A project of the National Council of Teachers of Mathematics*. Charlotte, NC: Image Age Publishin.

Lesh, R. A., & Sriraman, B. (2005). John Dewey revisited—pragmatisim and the models-modeling perspective on mathematical learning. In A. Beckmann, C. Michelsen, & B. Sriraman (Eds.). Proceedings of the 1st international symposium of mathematics and its connections to the arts and sciences (pp. 7-31). The University of Education, Schwöbisch Gmund, Germany.

Lovitt, C. (1991). *Maths Problem Solving & Modeling for Year* 12. Melbourne: Thomas Nelson Australia.

Mason, J., & Davis, D. (1991). *Modelling with mathematics in primary and secondary schools*. Geelong, Australia: Deakin University Press.

McCown, J., & Sequeira, M. A. (1994). *Patterns in Mathematics : Problem Solving from Counting to Chaos*. Boston: PWS.

Meyer, W. J. (1985). *Concept of Mathematical Modeling*: Mc Graw – Hill.

Michael Olinick. (2004). *Mathematical modeling in the social and life sciences*. United States: John Wiley&Sons, Inc.

Ministry of Education. (2006a). *Mathematics Syllabus: Primary*. Singapore: Author.

Ministry of Education. (2006b). *Mathematics Syllabus: Secondary*. Singapore: Author.

Nancy.B.W. (2015). *Modeling with Mathematics*. Portsmouth: Greenwood Publishing Group,Inc.

National Council of Teachers of Mathematic. (2016). *What is Mathematical Modeling. Guideline for Assessment & Instruction In Mmathematiccal Model Edcatiob*. Philadelphia: Comap, Inc

National Council of Teachers of Mathematics. (2000). *Principles and Standards for School Mathematics*. Reston: Virginia.

Perrent J., & Zwaneveld B. (2012). The Many Faces of the Mathematical Modeling Cycle.

Journal of Mathematical Modelling and Application, 1(6), 3-21.

Pollak, H. O. (2012). “Introduction: What Is Mathematical Modeling?” In Mathematical Modeling Handbook, Consortium for Mathematics and Its Applications (COMAP).

Rungfa Janjaruporn. (2005). *The Development of a Problem-Solving Instructional Program to Develop Preservice Teachers’ Competence in Solving Mathematical Problems and Their Beliefs Related to Problem Solving.* Graduate School, Srinakharinwirot University, Bangkok. (Dissertation, Ed.D. (Mathematics Education)).

Sandip Banerjee. (2014). *About Mathematical Modeling. Modeling Models, Analysis and Applications*. Sound Parkway NW: Taylor & Francis Group, LLC.

Sauer, T. A. (2000). The Effect of Mathematical Model Devolopmemt on the Instruction of Acceleration to Introductory Physics Students. http://search.proquest.com/docview/304608360

Schoenfield, A. H. (1992). *Edited by D.A. Grouws. “Learning to Think Mathematically: Problem Solving, Metacognition, And Sense Making in Mathematics”*. New York.

Singer, F. M., & Voica, C. (2012). A problem-solving conceptual framework and its implications in designing problem-posing tasks. *Educational Studies in Mathematics,* 83(1), 9-26.

Steen, L. A., & Dossey, J. A. (1986). *Letter endorsed by the governing boards of the Mathematical Association of America and the National Council of Teachers of Mathematics concerning Calculus in the secondary schools*. Washington, DC: National Academy Press.

Swetz, F., & Hartzler, J. S. (1991). *Mathematical Modeling in the Secondary School Curriculum*. Reston: The National Council of Teachers of Mathematics.

Swetz, F., & Hiebert, J. (1991). *Mathematical Modeling in the secondary classroom*. Reston, VA: National Council of Teacher of Matematics. teaching.

Tallman, M., Carlson, M. P. B., D.,, & Pearson, M. (2016). A characterization of calculus I inal exams in U.S. colleges and universities. *International Journal of Research in Undergraduate Mathematics Education,* 2(1), 105–133.

Törner, G., Potari, D., & Theodossios, Z. (2014). Calculus in European classrooms:

Curriculum and teaching in different educational and cultural contexts. *ZDM Mathematics Education,* 46, 549–560.

Vandebrouck F. (2011). Students conceptions of functions at the transition between secondary school and university, Proceedings of the Conference CERME 7. *Rzeszow, Poland,* 9-13 *février* 2011.

Wang, S., & Ye, Q. (2000). Mathematical Modeling in Middle School Education of China in ICME9: The 9th International Congress on Mathematical Education. Japan .Edited by Eizo Nagasaki.

Woolfolk. (2007). *Assesment : Treating Somatization A Cognitive-Behavioral Approach*. New York: The Guilford Press A Division of Guilford Publications, Inc.

Yoon, C., & Thompson, M. (2007). *Cultivating modeling abilities. In R. A. Lesh, E. Hamilton, & J. J. Kaput (Eds.), Foundations for the future inmathematics education*. Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.

เบญจมินทร์ อรัญเพิ่ม. (2548). การศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6. (ปริญญานิพนธ์ กศ.ม. (คณิตศาสตร์)). บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ, กรุงเทพฯ.

ไพศาล วรคำ. (2556). การวิจัยทางการศึกษา (พิมพ์ครั้งที่ 6). มหาสารคาม: ตักสิลาการพิมพ์.

กนกวรรณ ฐิตินิรันดร์. (2553). การกำหนดตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์. กรุงเทพฯ: สำนักพิมพ์มหาวิทยาลัยรามคำแหง.

จิณดิษฐ์ ละออปักษิณ. (2550). การพัฒนาหลักสูตรเรขาคณิตสำหรับนักเรียนมัธยมศึกษาตอนปลายที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์. (ปริญญานิพนธ์ กศ.ด. (คณิตศาสตร์ศึกษา)). บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ, กรุงเทพฯ.

ชัยยงค์ พรหมวงศ์. (2556, มกราคม-มิถุนายน). การทดสอบประสิทธิภาพสื่อหรือชุดการสอน. วารสารศิลปากรศึกษาศาสตร์วิจัย, 5(1), 5-20.

บุญชม ศรีสะอาด. (2553). การวิจัยสำหรับครู. กรุงเทพฯ: สุวีริยาสาส์นจัดพิมพ์.

พรพิศ ศรีชาคำ. (2548). กิจกรรมการเรียนการสอนที่ใช้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหาสำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3. (ปริญญานิพนธ์ กศ.ม. (คณิตศาสตร์)). บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ, กรุงเทพฯ.

รุ่งฟ้า จันท์จารุภรณ์. (2550). “การเรียนการสอนแคลคูลัสผ่านการแก้ปัญหา” อบรมครูคณิตศาสตร์

50 ระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย. กรุงเทพฯ: สมาคมคณิตศาสตร์แห่งประเทศไทยในพระบรมราชูปถัมภ์.

วีรพล เทพบรรหาร. (2560). ผลการใช้ตัวแทนทางความคิดและตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ร่วมกับแนวคิดการสอนแนะให้รู้คิดที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผลและความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาตอนต้น. (วิทยานิพนธ์ (ค.ม.)). จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, กรุงเทพฯ.

ศิรัชชรินทร์ ยศสวรินทร์. (2559). กิจกรรมการเรียนการสอนที่เสริมสร้างความสามารถในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับพีชคณิต สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4. (ปริญญานิพนธ์ กศ.ม. (คณิตศาสตร์)). บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ, กรุงเทพฯ.

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2555a). ครูคณิตศาสตร์มืออาชีพ เส้นทางสู่ความสำเร็จ. กรุงเทพฯ: บริษัท 3 คิวมีเดีย จำกัด.

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2555b). ครูคณิตศาสตร์มืออาชีพเส้นทางสู่ความสำเร็จ. กรุงเทพฯ: สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี.

สุรสาล ผาสุข. (2546). การศึกษาความสามารถและการคิดเกี่ยวกับการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์และผลในด้านเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนในระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนปลาย. (ปริญญานิพนธ์ กศ.ด. (คณิตศาสตร์ศึกษา)). บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ, กรุงเทพฯ.

อัมพร ม้าคนอง. (2558). คณิตศาสตร์สำหรับครูมัธยม. กรุงเทพฯ: จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

ภาคผนวก

ภาคผนวก ก
การหาคุณภาพและประสิทธิภาพเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

การหาคุณภาพของเครื่องมือ

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ ประกอบด้วย

1. เครื่องมือสำหรับการศึกษาสภาพการเรียนการสอนโดยใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์

เครื่องมือสำหรับการศึกษาสภาพการเรียนการสอนโดยใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ในการวิจัยครั้งนี้ ประกอบด้วย แบบสอบถามความเชื่อที่เกี่ยวข้องกับการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ แบบทดสอบวัดความสามารถในการการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ แบบสัมภาษณ์แนวการจัดการเรียนการสอนแคลคูลัสโดยใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ และแบบทดสอบวัดความรู้พื้นฐานทางพีชคณิตสำหรับนักเรียน โดยผู้วิจัยดำเนินการหาคุณภาพของเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย ดังนี้

1.1 วิเคราะห์ความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหา ความเหมาะสมของภาษาที่ใช้และความชัดเจนของข้อคำถาม โดยใช้ค่าดัชนีความสอดคล้อง (IOC) ของแบบทดสอบวัดความสามารถในการการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์สำหรับการศึกษาสภาพการเรียนการสอนการประยุกต์แคลคูลัส ซึ่งผู้วิจัยดำเนินการดังนี้

1) นำเครื่องมือที่สร้างขึ้นเสนอต่อผู้เชี่ยวชาญจำนวน 3 ท่าน เพื่อตรวจสอบความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหา ความเหมาะสมของภาษาที่ใช้ และความชัดเจนของข้อความ โดยใช้เกณฑ์ในการพิจารณา ดังนี้

คะแนน +1	หมายถึง	ใช้ได้
คะแนน 0	หมายถึง	ไม่แน่ใจว่าใช้ได้หรือไม่
คะแนน -1	หมายถึง	ใช้ไม่ได้

2) คำนวณค่า IOC ของแต่ละกิจกรรมการเรียนการสอนและแบบทดสอบ แล้วเลือกกิจกรรมการเรียนการสอนและแบบทดสอบที่มีค่า IOC ตั้งแต่ 0.5 ขึ้นไป โดยใช้สูตรการคำนวณ IOC คือ (ชานนท์ จันทรา, 2554, น. 14-54 – 14-55)

$$IOC = \frac{\sum R}{N}$$

เมื่อ IOC คือ ค่าดัชนีความสอดคล้อง

$\sum R$ คือ ผลรวมของคะแนนที่ได้จากการพิจารณาของผู้เชี่ยวชาญ

N คือ จำนวนผู้เชี่ยวชาญทั้งหมด

ตาราง 12 ค่าดัชนีความสอดคล้องของแบบสอบถามความเชื่อที่เกี่ยวข้องกับการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียนและครู

ข้อที่	ผลการพิจารณาของผู้เชี่ยวชาญ			รวม	IOC	แปลผล
	คนที่ 1	คนที่ 2	คนที่ 3			
1	+1	+1	+1	3	1.00	ใช้ได้
2	+1	+1	+1	3	1.00	ใช้ได้
3	+1	+1	+1	3	1.00	ใช้ได้
4	+1	+1	+1	3	1.00	ใช้ได้
5	+1	+1	+1	3	1.00	ใช้ได้
6	+1	+1	+1	3	1.00	ใช้ได้
7	+1	+1	+1	3	1.00	ใช้ได้
8	+1	+1	+1	3	1.00	ใช้ได้
9	+1	+1	+1	3	1.00	ใช้ได้
10	+1	+1	+1	3	1.00	ใช้ได้
11	+1	+1	+1	3	1.00	ใช้ได้
12	+1	+1	+1	3	1.00	ใช้ได้
13	+1	+1	+1	3	1.00	ใช้ได้
14	+1	+1	+1	3	1.00	ใช้ได้
15	+1	+1	+1	3	1.00	ใช้ได้
16	+1	+1	+1	3	1.00	ใช้ได้
17	+1	+1	+1	3	1.00	ใช้ได้
18	+1	+1	+1	3	1.00	ใช้ได้
19	+1	+1	+1	3	1.00	ใช้ได้
20	+1	+1	+1	3	1.00	ใช้ได้
21	+1	+1	+1	3	1.00	ใช้ได้
22	+1	+1	+1	3	1.00	ใช้ได้
23	+1	+1	+1	3	1.00	ใช้ได้
24	+1	+1	+1	3	1.00	ใช้ได้
25	+1	+1	+1	3	1.00	ใช้ได้
26	+1	+1	+1	3	1.00	ใช้ได้
27	+1	+1	+1	3	1.00	ใช้ได้
28	+1	+1	+1	3	1.00	ใช้ได้
29	+1	+1	+1	3	1.00	ใช้ได้
30	+1	+1	+1	3	1.00	ใช้ได้

2. เครื่องมือสำหรับการศึกษาความสามารถและพฤติกรรมในการการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียนห้องเรียนพิเศษวิทยาศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย เรื่องการประยุกต์แคลคูลัส

เครื่องมือสำหรับการศึกษาความสามารถและพฤติกรรมในการการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียนห้องเรียนพิเศษวิทยาศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย เรื่องการประยุกต์ของแคลคูลัสประกอบด้วย กิจกรรมการเรียนการสอนที่เสริมสร้างความสามารถในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนห้องเรียนพิเศษวิทยาศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย แบบทดสอบวัดความสามารถในการการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ และแบบสังเกตพฤติกรรมที่แสดงความสามารถในการการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ โดยผู้วิจัยดำเนินการหาคุณภาพของเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย ดังนี้

2.1 วิเคราะห์ความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหา ความเหมาะสมของภาษาที่ใช้และความชัดเจนของข้อคำถาม โดยใช้ค่าดัชนีความสอดคล้อง (IOC) ของกิจกรรมการเรียนการสอนและแบบทดสอบวัดความสามารถในการการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ ซึ่งผู้วิจัยดำเนินการดังนี้

1) นำเครื่องมือที่สร้างขึ้นเสนอต่อผู้เชี่ยวชาญจำนวน 3 ท่าน เพื่อตรวจสอบความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหา ความเหมาะสมของภาษาที่ใช้ และความชัดเจนของข้อความ โดยใช้เกณฑ์ในการพิจารณา ดังนี้

คะแนน +1	หมายถึง	ใช้ได้
คะแนน 0	หมายถึง	ไม่แน่ใจว่าใช้ได้หรือไม่
คะแนน -1	หมายถึง	ใช้ไม่ได้

2) คำนวณค่า IOC ของแต่ละกิจกรรมการเรียนการสอนและแบบทดสอบ แล้วเลือกกิจกรรมการเรียนการสอนและแบบทดสอบที่มีค่า IOC ตั้งแต่ 0.5 ขึ้นไป โดยใช้สูตรการคำนวณ IOC คือ (พิสณุ ฟองศรี 2554, น. 179)

$$IOC = \frac{\sum R}{N}$$

เมื่อ IOC คือ ค่าดัชนีความสอดคล้อง

$\sum R$ คือ ผลรวมของคะแนนที่ได้จากการพิจารณาของผู้เชี่ยวชาญ

N คือ จำนวนผู้เชี่ยวชาญทั้งหมด

ตาราง 13 ค่าดัชนีความสอดคล้องของกิจกรรมการเรียนการสอนที่เสริมสร้างความสามารถในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์

แผนที่	ผลการพิจารณาของผู้เชี่ยวชาญ			รวม	IOC	แปลผล
	คนที่ 1	คนที่ 2	คนที่ 3			
1	+1	+1	+1	3	1.00	ใช้ได้
2	+1	+1	+1	3	1.00	ใช้ได้
3	+1	+1	+1	3	1.00	ใช้ได้
4	+1	+1	+1	3	1.00	ใช้ได้
5	+1	+1	+1	3	1.00	ใช้ได้
6	+1	+1	+1	3	1.00	ใช้ได้
7	+1	+1	+1	3	1.00	ใช้ได้
8	+1	+1	+1	3	1.00	ใช้ได้
9	+1	+1	+1	3	1.00	ใช้ได้
10	+1	+1	+1	3	1.00	ใช้ได้
11	+1	+1	+1	3	1.00	ใช้ได้
12	+1	+1	+1	3	1.00	ใช้ได้

ตาราง 14 ค่าดัชนีความสอดคล้องของแบบทดสอบวัดความสามารถในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์

ข้อที่	ผลการพิจารณาของผู้เชี่ยวชาญ			รวม	IOC	แปลผล
	คนที่ 1	คนที่ 2	คนที่ 3			
1	+1	+1	+1	3	1.00	ใช้ได้
2	+1	+1	+1	3	1.00	ใช้ได้
3	+1	+1	+1	3	1.00	ใช้ได้
4	+1	+1	+1	3	1.00	ใช้ได้

2.2 วิเคราะห์หาค่าความยากง่ายและค่าอำนาจจำแนกของแบบทดสอบวัดความสามารถในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เป็นรายข้อ โดยใช้ดัชนีความยาก (Difficulty index: p) จากสูตร วิทนีย์และซาเบอร์ส และดัชนีอำนาจจำแนก (Discrimination index: D หรือ r) ของแบบทดสอบ จากสูตร วิทนีย์และซาเบอร์ส ซึ่งดำเนินการโดยการนำแบบทดสอบที่ได้จากการทดลองกับนักเรียนภาคสนามมาคำนวณค่าดัชนีความยากและค่าดัชนีอำนาจจำแนกแล้วคัดเลือกข้อสอบที่มีค่าดัชนีความยากตั้งแต่ 0.20-0.80 และมีค่าดัชนีอำนาจจำแนกตั้งแต่ 0.20 ขึ้นไป จำนวน 4 ข้อ โดยใช้สูตรการคำนวณ คือ (ไพศาล วรคำ, 2556, น. 292-293)

ดัชนีความยาก

$$p = \frac{S_u + S_l - (2NX_{\min})}{2N(X_{\max} - X_{\min})}$$

เมื่อ p คือ ดัชนีความยาก

S_u คือ ผลรวมของคะแนนนักเรียนในกลุ่มสูง

S_l คือ ผลรวมของคะแนนนักเรียนในกลุ่มต่ำ

N คือ จำนวนนักเรียนทั้งหมด

$X_{\max}$ คือ คะแนนที่นักเรียนทำได้สูงสุด

$X_{\min}$ คือ คะแนนที่นักเรียนทำได้ต่ำสุด

ดัชนีอำนาจจำแนก

$$r = \frac{S_u - S_l}{N(X_{\max} - X_{\min})}$$

เมื่อ r คือ ดัชนีอำนาจจำแนก

S_u คือ ผลรวมของคะแนนนักเรียนในกลุ่มสูง

S_l คือ ผลรวมของคะแนนนักเรียนในกลุ่มต่ำ

N คือ จำนวนนักเรียนทั้งหมด

$X_{\max}$ คือ คะแนนที่นักเรียนทำได้สูงสุด

$X_{\min}$ คือ คะแนนที่นักเรียนทำได้ต่ำสุด

ตาราง 15 ค่าความยากง่าย (p) และค่าอำนาจจำแนก (r) ของแบบทดสอบวัดความสามารถในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์

ข้อที่	p	r
1	0.39	0.78
2	0.48	0.67
3	0.51	0.82
4	0.41	0.58

2.3 วิเคราะห์หาความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดความสามารถในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์โดย การหาค่าสัมประสิทธิ์แอลฟา (α–Coefficient) ของครอนบัค ค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดความสามารถในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ซึ่งสูตรการคำนวณ คือ (ไพศาล วรคำ, 2555, น. 282)

$$\alpha = \frac{k}{k-1}\left(1-\frac{\sum_{i=1}^{k} S_i^2}{S^2}\right)$$

เมื่อ α คือ สัมประสิทธิ์ค่าความเชื่อมั่น

k คือ จำนวนข้อในแบบทดสอบ

S_i^2 คือ ความแปรปรวนของข้อมูลแต่ละข้อ

S^2 คือ ความแปรปรวนของข้อมูลทั้งหมด

โดยค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดความสามารถในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ คำนวณโดยวิธีหาสัมประสิทธิ์แอลฟา (α–Coefficient) ของครอนบัค (Cronbach) เท่ากับ 0.95

3. เครื่องมือสำหรับการพัฒนาและหาประสิทธิภาพกิจกรรมการเรียนการสอนที่เสริมสร้างความสามารถในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ สำหรับนักเรียนห้องเรียนพิเศษวิทยาศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย

เครื่องมือสำหรับการพัฒนาและหาประสิทธิภาพกิจกรรมการเรียนการสอนที่เสริมสร้างความสามารถในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ สำหรับนักเรียนห้องเรียนพิเศษวิทยาศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย ในการวิจัยครั้งนี้ ประกอบด้วย กิจกรรมการเรียนการสอนที่เสริมสร้างความสามารถในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนห้องเรียนพิเศษวิทยาศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย และแบบทดสอบวัดความสามารถในการการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ โดยผู้วิจัยดำเนินการหาประสิทธิภาพของเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย ดังนี้

3.1 วิเคราะห์หาประสิทธิภาพของกิจกรรมการเรียนการสอนและเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น ผู้วิจัยได้ดำเนินการหาประสิทธิภาพกับกลุ่มนำร่องสำหรับการพัฒนากิจกรรมการเรียนการสอนที่เสริมสร้างความสามารถในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์และหาประสิทธิภาพของเครื่องมือ ซึ่งผู้วิจัยดำเนินการดังนี้

1) การหาประสิทธิภาพรายบุคคล เพื่อตรวจสอบความเป็นปรนัยของสถานการณ์ปัญหา ข้อคำถาม และ หาประสิทธิภาพของกิจกรรมการเรียนการสอน โดยใช้นักเรียนจำนวน 3 คน ที่ได้จากการเลือกแบบสุ่มจากนักเรียนทั้ง 3 กลุ่ม กลุ่มละ 1 คน

2) การหาประสิทธิภาพกลุ่มย่อย เพื่อตรวจสอบความเป็นปรนัยของสถานการณ์ปัญหา ข้อคำถาม และ หาประสิทธิภาพของกิจกรรมการเรียนการสอน โดยใช้นักเรียนจำนวน 6 คน ที่ไม่ใช่กลุ่มรายบุคคล

3) การหาประสิทธิภาพภาคสนาม เพื่อตรวจสอบความเป็นปรนัยของสถานการณ์ปัญหา ข้อคำถาม และ หาประสิทธิภาพของกิจกรรมการเรียนการสอน โดยใช้นักเรียนจำนวน 12 คน ไม่ใช่กลุ่มรายบุคคล และ กลุ่มย่อยซึ่งสูตรการคำนวณหาประสิทธิภาพ (ชัยยงค์ พรหมวงศ์, 2556, มกราคม-มิถุนายน, น. 10) คือ

เมื่อสูตรที่ 1

$$E_1 = \frac{\left(\frac{\sum x}{N}\right)}{A} \times 100$$

เมื่อ E_1 คือ ประสิทธิภาพของกระบวนการ

$\sum x$ คือ คะแนนรวมของแบบฝึกปฏิบัติกิจกรรมหรืองานที่ทำระหว่างเรียนทั้งที่เป็นกิจกรรมในห้องเรียนหรือนอกห้องเรียน

A คือ คะแนนเต็มของแบบฝึกปฏิบัติทุกชิ้นรวมกัน

N คือ จำนวนผู้เรียน

สูตรที่ 2

$$E_2 = \frac{\left(\frac{\sum F}{N}\right)}{B} \times 100$$

เมื่อ E_2 คือ ประสิทธิภาพของผลลัพธ์

$\sum F$ คือ คะแนนรวมของผลลัพธ์ของการประเมินหลังเรียน

B คือ คะแนนเต็มของการประเมินสุดท้ายของแต่ละหน่วย

N คือ จำนวนผู้เรียน

ตาราง 16 คะแนนการหาประสิทธิภาพกลุ่มรายบุคคลของกิจกรรมการเรียนการสอนที่เสริมสร้างความสามารถในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ สำหรับนักเรียนห้องเรียนพิเศษวิทยาศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย

E_1	E_2	E_1/E_2
62.77	66.67	62.77/66.67

ตาราง 17 คะแนนการหาประสิทธิภาพกลุ่มย่อยของกิจกรรมการเรียนการสอนที่เสริมสร้างความสามารถในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ สำหรับนักเรียนห้องเรียนพิเศษวิทยาศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย

E_1	E_2	E_1/E_2
66.67	71.67	66.67/71.67

ตาราง 18 คะแนนการหาประสิทธิภาพภาคสนามของกิจกรรมการเรียนการสอนที่เสริมสร้างความสามารถในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ สำหรับนักเรียนห้องเรียนพิเศษวิทยาศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย

E_1	E_2	E_1 / E_2
70.27	72.71	70.27/72.71

ตาราง 19 คะแนนที่นักเรียนทำได้จากการทำใบกิจกรรมรายบุคคลและคะแนนจากการทำแบบทดสอบวัดความสามารถในการการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ ของการหาประสิทธิภาพกลุ่มย่อยรายบุคคล (3 คน) จากกิจกรรมการเรียนการสอนที่เสริมสร้างความสามารถในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5

คนที่	คะแนนใบกิจกรรมรายบุคคล			คะแนน แบบทดสอบ (คะแนนเต็ม 40)
	ครั้งที่ 1 (คะแนนเต็ม 20)	ครั้งที่ 2 (คะแนนเต็ม 20)	ครั้งที่ 3 (คะแนนเต็ม 20)	
1	9	11	13	25.0
2	10	12	13	26.5
3	14	15	16	28.5

ตาราง 20 คะแนนที่นักเรียนทำได้จากการทำใบกิจกรรมรายบุคคลและคะแนนจากการทำแบบทดสอบวัดความสามารถในการการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ ของการหาประสิทธิภาพกลุ่มย่อย (6 คน) จากกิจกรรมการเรียนการสอนที่เสริมสร้างความสามารถในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์

คนที่	คะแนนใบกิจกรรมรายบุคคล			คะแนน แบบทดสอบ (คะแนนเต็ม 40)
	ครั้งที่ 1 (คะแนนเต็ม 20)	ครั้งที่ 2 (คะแนนเต็ม 20)	ครั้งที่ 3 (คะแนนเต็ม 20)	
1	11	12	13	28.5
2	11	12	13	28.5
3	11	14	16	28.0
4	11	14	15	28.5
5	12	15	16	29.0
6	12	16	16	29.5

ตาราง 21 คะแนนที่นักเรียนทำได้จากการทำใบกิจกรรมรายบุคคลและคะแนนจากการทำแบบทดสอบวัดความสามารถในการการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ ของการหาประสิทธิภาพภาคสนาม (12 คน) จากกิจกรรมการเรียนการสอนที่เสริมสร้างความสามารถในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์

คนที่	คะแนนใบกิจกรรมรายบุคคล			คะแนนแบบทดสอบ (คะแนนเต็ม 40)
	ครั้งที่ 1 (คะแนนเต็ม 20)	ครั้งที่ 2 (คะแนนเต็ม 20)	ครั้งที่ 3 (คะแนนเต็ม 20)	
1	10	12	13	24.0
2	10	12	15	25.0
3	10	13	15	24.5
4	10	12	14	25.5
5	12	12	14	27.5
6	12	12	15	27.0
7	10	14	15	29.0
8	10	14	15	28.5
9	17	17	18	33.0
10	17	14	18	35.5
11	17	17	17	33.5
12	16	16	18	36.0

ภาคผนวก ข

ข้อมูลที่ได้จากการวิจัย และการทดสอบสมมติฐานของการวิจัย

ตาราง 22 คะแนนของนักเรียนกลุ่มภาคสนามที่เรียนโดยใช้กิจกรรมการเรียนการสอนที่เสริมสร้างความสามารถในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ สำหรับนักเรียนห้องเรียนพิเศษวิทยาศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย

คนที่	คะแนนใบกิจกรรม รายบุคคล (คะแนนเต็ม 60)	คะแนนแบบทดสอบ (คะแนนเต็ม 40)	คะแนนรวม (คะแนนเต็ม 100)
1	53	33.5	86.5
2	43	29.5	72.5
3	47	27.5	74.5
4	37	22.5	59.5
5	43	24.5	67.5
6	45	25	70
7	46	28	74
8	39	25	64
9	43	25.5	68.5
10	39	28	67
11	38	26	64
12	41	25.5	66.5
13	39	25	64
14	42	25.5	67.5
15	36	23.5	59.5

การทดสอบสมมติฐานของการวิจัย

การทดสอบสมมติฐาน นักเรียนห้องเรียนพิเศษวิทยาศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย ที่เรียนด้วยกิจกรรมการเรียนการสอนที่เสริมสร้างความสามารถในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับการประยุกต์แคลคูลัส ที่มีความสามารถในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับการประยุกต์

แคลคูลัส สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 60 ของคะแนนเต็ม มีจำนวนมากกว่าร้อยละ 60 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด จึงใช้สถิติทดสอบทวินาม (Binomial test) ดังนี้

จากคะแนนของนักเรียน 15 คน ให้เครื่องหมายบวกแทนคะแนนที่มากกว่า 60 และให้เครื่องหมายลบแทนคะแนนที่น้อยกว่า 60 ส่วนคะแนนที่เท่ากับ 60 ตัดทิ้ง จะได้ว่า

ให้ x แทน จำนวนเครื่องหมายบวก

n แทน จำนวนเครื่องหมายทั้งหมด

ดังนั้น $x = 13$ และ $n = 15$

1) สมมติฐานของการทดสอบ คือ

$H_0 : p \leqslant 0.60$

$H_1 : p > 0.60$

2) ตัวสถิติทดสอบคือ Pr ($x < 13$ เมื่อ p = 0.60)

3) ขอบเขตวิกฤติ คือ ปฏิเสธ H0 ถ้า Pr ($x \geq 13$ เมื่อ p = 0.60) $< \alpha$ เมื่อ $\alpha = .05$

4) ฟังก์ชันความน่าจะเป็น (Probability function) ของตัวแปรสุ่ม X ที่มีการแจกแจงทวินาม คือ

$$f(x) = \begin{cases} \binom{15}{x} 0.6^{x} (1-0.6)^{n-x} & \text{เมื่อ } x = 13, 14, 15 \\ 0 & \text{เมื่อ } x \text{ อื่น} \end{cases}$$

จะได้ Pr ($x \geq 13$ เมื่อ p = 0.60) = f(13) + f(14) + f(15) = 0.0271

เนื่องจาก 0.0271 < 0.05 เพราะฉะนั้นจึงปฏิเสธ H_0

นั่นคือ นักเรียนห้องเรียนพิเศษวิทยาศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตอนปลายที่เรียนด้วยกิจกรรมการเรียนการสอนที่เสริมสร้างความสามารถในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 60 ของคะแนนเต็มมีจำนวนมากกว่าร้อยละ 60 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05

ภาคผนวก ค
ตัวอย่างแผนการจัดการเรียนรู้

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1

หัวข้อเรื่อง กิจกรรม "**ธุรกิจแก้วกาแฟ**"

ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 เวลา 90 นาที

จุดประสงค์การจัดการเรียนรู้ในคาบนี้ เพื่อที่จะให้นักเรียนได้มีความรู้และความเข้าใจและลงมือแก้ปัญหาสถานการณ์จริง(Real world situation) โดยใช้กระบวนการแก้ปัญหาตามแนวคิดของโพลยา (Polya) และนำกระบวนการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์มาใช้เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ในสถานการณ์จริง ได้แก่ ปัญหา "**ธุรกิจแก้วกาแฟ**" ซึ่งเป็นปัญหาสถานการณ์จริงที่ใช้ในคาบเรียนนี้ คือโรงงานกิจเจริญเซรามิก ผลิตสินค้าปีละ 100,000 ชิ้น โดยมีข้อมูลต้นทุนการผลิตสินค้า

ต้นทุนระบบการผลิตสินค้า	**500 บาท/รอบ**
ต้นทุนวัตถุดิบ	5 บาท/ชิ้น
ต้นทุนการเก็บรักษาสินค้า	25 สตางค์/ชิ้น

โรงงานกิจเจริญเซรามิก ควรเลือกผลิตสินค้าจำนวนกี่รอบ รอบละกี่ชิ้น ที่ทำให้เสียต้นทุนการผลิตน้อยที่สุด

1. จุดประสงค์การเรียนรู้

1.1 ด้านความรู้ทางคณิตศาสตร์: เพื่อให้นักเรียน

1.1.1 มีความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับกระบวนการแก้ปัญหาตามแนวคิดของโพลยา และกระบวนการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

1.2 ด้านทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์: เพื่อให้นักเรียน

1.2.1 ได้ลงมือแก้ปัญหาสถานการณ์จริงที่กำหนด (กิจกรรม "**ธุรกิจแก้วกาแฟ**) ผ่านกระบวนการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เป็นกลุ่ม

1.2.2 ได้สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และนำเสนอ "กระบวนการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์" ของกลุ่ม หน้าชั้นเรียนได้

1.3 ด้านคุณลักษณะ อันพึงประสงค์: เพื่อให้นักเรียน

1.3.1 มีส่วนร่วมและรับผิดชอบในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหาเป็นกลุ่ม

1.3.2 มีส่วนร่วมและรับผิดชอบในการอภิปรายของกลุ่ม

1.3.3 มีส่วนร่วมและรับผิดชอบในการอภิปรายหน้าชั้นเรียน

2. สาระการเรียนรู้

2.1 ความสำคัญของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

กิจกรรมที่มนุษย์เราทำอยู่เป็นประจำก็คือ **การแก้ปัญหาที่เกิดขึ้นในชีวิตจริง** ซึ่งเป็นปัญหาที่ซับซ้อน เช่น ปัญหาในการทำงาน ปัญหาค่าใช้จ่าย ปัญหาการเดินทาง ปัญหาเลือกซื้อสินค้าและบริการ เป็นต้น บรรดาปัญหาเหล่านี้มีทั้งปัญหาที่เราสามารถแก้ได้ง่าย โดยใช้เพียงความรู้หรือประสบการณ์เดิมๆ และปัญหาที่มีความยุ่งยากซับซ้อนมากจนไม่สามารถแก้ปัญหานั้นได้ในทันที ต้องอาศัยความรู้ทักษะและกระบวนการร่วมกับเทคนิควิธีหลายอย่างในการแก้ปัญหา ยิ่งมีประสบการณ์มากยิ่งจะทำให้แก้ปัญหาได้เร็วขึ้นและดีขึ้น และซึ่งถ้าเรามีความรู้หรือแหล่งความรู้ที่เพียงพอ เข้าใจขั้นตอน/กระบวนการในการแก้ปัญหา มีเทคนิค/ยุทธวิธีในการแก้ปัญหาที่เหมาะสม ตลอดจนมีประสบการณ์ในการแก้ปัญหามาก่อน เราก็จะสามารถแก้ปัญหาได้ดีและมีประสิทธิภาพ การแก้ปัญหาจึงเป็นกระบวนการที่เราจะต้องเรียนรู้ ฝึกฝน และพัฒนาให้เกิดขึ้นในตัวเรา

การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ (Mathematical problem solving) จึงเป็นทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ที่นักเรียนควรจะเรียนรู้ ฝึกฝน และพัฒนาให้เกิดขึ้นในตัวนักเรียน เพราะการเรียนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์จะช่วยให้นักเรียนมีแนวทางการคิดที่หลากหลาย มีนิสัยกระตือรือร้นไม่ย่อท้อ และมีความมั่นใจในการแก้ปัญหาที่เผชิญอยู่ทั้งภายในและภายนอกห้องเรียน ตลอดจนเป็นทักษะพื้นฐานที่นักเรียนสามารถนำติดตัวไปใช้แก้ปัญหาในชีวิตประจำวันได้นานตลอดชีวิต

2.2 กระบวนการแก้ปัญหาตามแนวคิดของโพลยา

กระบวนการแก้ปัญหาตามแนวคิดของโพลยา (Polya) ประกอบด้วยขั้นตอนสำคัญ 4 ขั้นตอน ขั้นทำความเข้าใจปัญหา ขั้นวางแผนแก้ปัญหา ขั้นดำเนินการตามแผน และขั้นตรวจสอบผล

ขั้นที่ 1 ขั้นทำความเข้าใจปัญหา (understanding the problem)

ขั้นตอนนี้เป็นขั้นเริ่มต้นของการแก้ปัญหาที่ต้องการให้นักเรียนคิดเกี่ยวกับปัญหา และตัดสินว่าอะไรคือสิ่งที่ต้องการค้นหา ในขั้นตอนนี้นักเรียนต้องทำความเข้าใจปัญหาและระบุส่วนสำคัญของปัญหา ช่วยให้นักเรียนรู้จักวิเคราะห์โจทย์ที่พบว่าโจทย์กำหนดอะไรให้บ้าง และสิ่งที่กำหนดให้มีความสัมพันธ์กันอย่างไรมีเงื่อนไขอะไรบ้างซึ่งได้แก่ ตัวไม่รู้ค่า ข้อมูล และเงื่อนไข ถ้ายังไม่ชัดเจนในการทำความเข้าใจปัญหานั้นนักเรียนอาจพิจารณาส่วนสำคัญของปัญหาอย่างถี่ถ้วน พิจารณาซ้ำไปซ้ำมา พิจารณาหลากหลายมุมมอง หรืออาจใช้วิธีที่หลากหลายช่วยในการทำความเข้าใจปัญหา เช่น เขียนตาราง การเขียนรูป การเขียนแผนภูมิ หรือการเขียนสาระของปัญหาด้วยถ้อยคำของตนเองก็ได้

ขั้นที่ 2 ขั้นวางแผนแก้ปัญหา (devising a plan)

ขั้นวางแผนแก้ปัญหา เป็นขั้นตอนผู้เรียนต้องมองความสำคัญของข้อมูลต่างๆในโจทย์ปัญหาอย่างชัดเจนมากขึ้น มีการเชื่อมโยงระหว่างข้อมูลในปัญหากับสิ่งที่ต้องการทราบ หากไม่สามารถเชื่อมโยงได้ทันที อาจต้องใช้การใช้ปัญหาอื่นช่วยเพื่อให้ได้แผนงานแก้ปัญหาในที่สุด ผู้แก้ปัญหาการเริ่มต้นด้วยการคิดว่าตนเองเคยเห็นปัญหาลักษณะแบบนี้เคยพบมาจากที่ไหนมาก่อนหรือไม่ หรือเคยเห็นและแก้ปัญหาในรูปแบบที่คล้ายคลึงกันหรือไม่ จะใช้ความรู้และวิธีการใดมาช่วยแก้ปัญหาผสมผสานกับประสบการณ์ในการแก้ปัญหาที่ต้องแก้ปัญหามีอยู่แล้วนำมากำหนดแนวทางการแก้ปัญหาจะแก้ปัญหาส่วนใดได้ก่อนบ้างจะแปลงข้อมูลที่มีอยู่ไหมเพื่อให้ได้สิ่งที่ต้องการทราบกับข้อมูลที่มีอยู่สัมพันธ์กันมากขึ้นหรือไม่ได้ใช้ข้อมูลหรือเงื่อนไขที่มีอยู่อย่างเหมาะสมหรือยัง

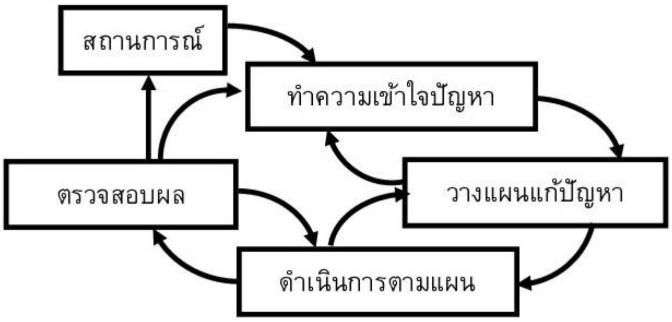
ขั้นที่ 3 ขั้นดำเนินการตามแผน (carrying out the plan)

ขั้นดำเนินการตามแผน เป็นขั้นตอนที่ต้องการให้นักเรียนลงมือปฏิบัติตามแนวทางหรือแผนที่วางไว้เพื่อให้ได้คำตอบของปัญหา โดยเริ่มจากการตรวจสอบความเป็นไปได้ของแผน เพิ่มเติมรายละเอียดต่าง ๆ ของแผนให้ชัดเจน แล้วลงมือปฏิบัติจนกระทั่งสามารถหาคำตอบได้ มีการตรวจสอบแต่ละขั้นตอนย่อยๆ ของงานที่ทำว่าถูกหรือไม่ เมื่อตรวจสอบแล้วแผนหรือกลยุทธ์ที่เลือกไว้ไม่สามารถแก้ปัญหาได้ นักเรียนต้องค้นหาแผนหรือกลยุทธ์แก้ปัญหาใหม่อีกครั้ง การค้นหาแผนหรือกลยุทธ์แก้ปัญหาใหม่ถือเป็นการพัฒนาผู้แก้ปัญหาที่ดีด้วยเช่นกัน

ขั้นที่ 4 ขั้นตรวจสอบผล (looking back)

ขั้นตรวจสอบผล ผู้แก้ปัญหามองย้อนกลับไปขั้นตอนต่างๆที่ผ่านมาเป็นการตรวจสอบให้แน่ใจว่าผลลัพธ์ที่ถูกต้องสมบูรณ์ เป็นการตรวจสอบคำตอบหรือเฉลยที่ได้ว่า สอดคล้องกับข้อมูลและเงื่อนไขที่กำหนดในปัญหาหรือไม่ และมีความสมเหตุสมผลหรือไม่ ซึ่งอาจครอบคลุมถึงการขยายความคิดจากผลหรือคำตอบที่ได้และการวิเคราะห์หาวิธีอื่นในการแก้ปัญหา

วิลสัน เฟอร์นันเดซ และฮาดาเวย์ (Wilson; Fernandez; & Hadaway, 1993: 60–62) ได้เสนอแนะกรอบแนวคิดเกี่ยวกับกระบวนการแก้ปัญหาที่แสดงความเป็นพลวัต มีลำดับไม่ตายตัว สามารถวนไปเวียนมาได้ ดังภาพประกอบ 1



ภาพประกอบ 1 กระบวนการแก้ปัญหาที่เป็นพลวัตตามแนวคิดของวิลสันและคณะ

เราสามารถอธิบายแผนภูมิจากภาพประกอบข้างต้นได้ดังนี้

เมื่อนักเรียนเผชิญสถานการณ์ที่เป็นปัญหา นักเรียนจะต้องเริ่มต้นทำความเข้าใจกับปัญหาก่อน เมื่อเข้าใจแล้วก็วางแผนแก้ปัญหา ระบุความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องพร้อมทั้งกำหนดกลยุทธ์ที่เหมาะสมในการแก้ปัญหานั้น แล้วดำเนินการแก้ปัญหาตามแผนที่วางไว้ จนกระทั่งสามารถหาคำตอบได้ สุดท้ายตรวจสอบและพิจารณาความถูกต้อง เพื่อความสมเหตุสมผลของคำตอบที่ได้ และกลยุทธ์ที่ใช้แก้ปัญหา

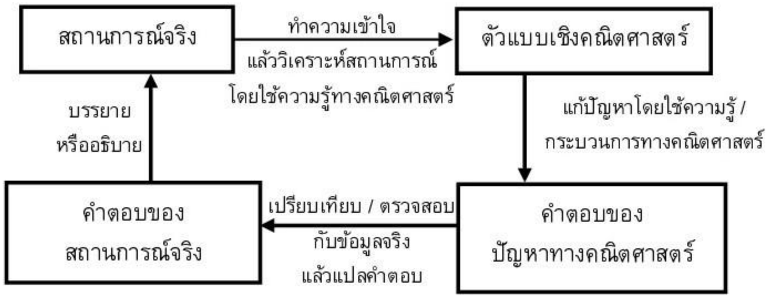
สำหรับทิศทางของลูกศรนั้น เป็นการแสดงการพิจารณาหรือตัดสินใจที่จะเคลื่อนการกระทำจากขั้นตอนหนึ่งไปสู่อีกขั้นตอนหนึ่ง สามารถย้อนกลับไปขั้นตอนก่อนหน้าเมื่อมีปัญหาหรือข้อสงสัยหรือยังไม่แน่ใจ เช่น เมื่อนักเรียนอยู่ที่ขั้นทำความเข้าใจปัญหา และคิดว่ามีความเข้าใจปัญหาดีแล้ว ก็เคลื่อนการกระทำไปสู่ขั้นวางแผนแก้ปัญหา หรือในขณะที่นักเรียนดำเนินการตามแผนที่วางไว้ในขั้นที่ 3 แต่ไม่สามารถดำเนินการต่อไปได้ นักเรียนก็อาจย้อนกลับไปเริ่มวางแผนใหม่ในขั้นที่ 2 หรือทำความเข้าใจปัญหาใหม่ในขั้นที่ 1 ก็ได้

เนื่องจากกระบวนการแก้ปัญหาตามแนวคิดของวิลสันและคณะเป็นการดำเนินการที่เกิดขึ้นได้ในการแก้ปัญหาในชีวิตจริง เป็นกระบวนการแก้ปัญหาที่เป็นพลวัต (Dynamic problem–solving process) เนื่องจากนักเรียนสามารถเริ่มต้นใหม่ในขั้นทำความเข้าใจปัญหาเสมอไป

2.3 กระบวนการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

กระบวนการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ (Mathematical modeling process) เป็นกระบวนการที่ดัดแปลงมาจากกระบวนการแก้ปัญหาตามแนวคิดของโพลยา (Polya) กระบวนการแก้ปัญหาที่เป็นพลวัตตามแนวคิดของวิลสันและคณะ (Wilson and others) และกระบวนการศึกษาสถานการณ์จริงโดยใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ตามแนวคิดของจิออร์ดาโน เวียร์ และฟอกซ์ (Giordano; Weir; &Fox)

กระบวนการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ประกอบด้วยขั้นตอนสำคัญ 4 ขั้นตอน ได้แก่ ขั้นทำความเข้าใจสถานการณ์จริง ขั้นปรับเปลี่ยนสถานการณ์จริงให้เป็นปัญหาทางคณิตศาสตร์ ขั้นดำเนินการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และขั้นแปลความหมายของคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ให้เป็นคำตอบของสถานการณ์จริง ดังภาพประกอบ 2



ภาพประกอบ 2 กระบวนการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

จากภาพประกอบข้างต้น สามารถอธิบายได้ดังนี้

ขั้นที่ 1 ขั้นทำความเข้าใจสถานการณ์จริง

ขั้นทำความเข้าใจสถานการณ์จริง เป็นขั้นเริ่มต้นของการแก้ปัญหาสถานการณ์จริงที่ต้องการให้นักเรียนคิดเกี่ยวกับสถานการณ์จริง วิเคราะห์และระบุส่วนสำคัญของสถานการณ์จริง ซึ่งได้แก่ สิ่งที่สถานการณ์จริงต้องการหา ข้อมูลและเงื่อนไขของสถานการณ์จริง ตลอดจนอธิบายแนวคิดที่เกี่ยวข้องกับสถานการณ์จริงได้ ในการทำความเข้าใจสถานการณ์จริงนั้นนักเรียนอาจพิจารณาส่วนสำคัญของสถานการณ์จริงอย่างถี่ถ้วน พิจารณาซ้ำไปซ้ำมา พิจารณาในหลากหลายมุมมอง หรืออาจใช้วิธีต่าง ๆ ช่วยในการทำความเข้าใจสถานการณ์จริง เช่น การเขียนรูป การเขียนแผนภูมิ หรือการเขียนสาระของสถานการณ์จริงด้วยถ้อยคำของตนเองก็ได้

ขั้นที่ 2 ขั้นปรับเปลี่ยนสถานการณ์จริงให้เป็นปัญหาทางคณิตศาสตร์

ขั้นปรับเปลี่ยนสถานการณ์จริงให้เป็นปัญหาทางคณิตศาสตร์ เป็นขั้นตอนที่ต้องการให้นักเรียนค้นหาความเชื่อมโยงหรือความสัมพันธ์ระหว่างสิ่งที่สถานการณ์จริงต้องการหา ข้อมูลและเงื่อนไขของสถานการณ์จริง แล้วนำมาวิเคราะห์โดยใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้อง ผสมผสานกับประสบการณ์ในการแก้ปัญหา หลังจากนั้นปรับเปลี่ยน “ข้อมูลและเงื่อนไขของสถานการณ์จริง” ให้อยู่ในรูป “ตัวไม่ทราบค่า ข้อมูล เงื่อนไข หรือสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์” ของปัญหาทางคณิตศาสตร์ แล้วหา “ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์”

(Mathematical model) ที่แสดงความสัมพันธ์ระหว่าง “ตัวไม่ทราบค่า ข้อมูล เงื่อนไข หรือสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์” เหล่านั้น ที่จะนำไปใช้ในการค้นหาคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์

ขั้นที่ 3 ขั้นการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

ขั้นการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เป็นขั้นตอนที่ต้องการให้นักเรียนแสดงวิธีการค้นหาคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยใช้ “ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์” ที่ได้จากขั้นปรับเปลี่ยนสถานการณ์จริงให้เป็นปัญหาทางคณิตศาสตร์ จนกระทั่งสามารถหาและสรุปคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้

ขั้นที่ 4 ขั้นแปลความหมายคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ให้เป็นคำตอบของสถานการณ์จริง

ขั้นแปลความหมายคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ให้เป็นคำตอบของสถานการณ์จริง เป็นขั้นตอนที่ต้องการให้นักเรียนมองย้อนกลับไปยังสิ่งที่สถานการณ์จริงต้องการหา แล้วเปรียบเทียบ/ตรวจสอบความถูกต้อง ความสมเหตุสมผลของคำตอบ และตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ที่ใช้ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ กับข้อมูลและเงื่อนไขของสถานการณ์จริงก่อน แล้วค่อยแปลความหมาย “คำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์” ให้เป็น “คำตอบของสถานการณ์จริง”

2. 4 สาระการเรียนรู้

1. **ต้นทุนการผลิต** เป็นปัจจัยที่สำคัญที่จะกำหนดว่าสินค้าจะมีราคาถูกหรือแพง เพราะต้นทุนการผลิตมีส่วนประกอบหลายอย่างที่เป็นปัจจัยหลักในการผลิต ทั้ง วัสดุ, ค่าแรงงาน, ค่าสาธารณูปโภคต่าง ๆ ดังนั้น การลดต้นทุนการผลิต จึงสำคัญอย่างมากในการทำให้สินค้ามีต้นทุนต่ำลง หรือกำไรเพิ่มขึ้น ซึ่งส่งผลดีต่อประสิทธิภาพการแข่งขันในตลาด

2. **ต้นทุนการเก็บรักษาสินค้าคงคลัง** หมายถึง ค่าใช้จ่ายเกี่ยวกับการเก็บรักษาสินค้าคงคลัง ซึ่งคำนวณจากการคูณค่าร้อยละของต้นทุนการเก็บรักษาสินค้าคงคลังรายปีกับค่าสินค้าคงคลังเฉลี่ย โดยที่วิธีการทางบัญชีที่ได้มาตรฐานนั้นก็คือการคำนวณมูลค่าของสินค้าคงคลัง ณ ตอนที่มีการซื้อ

3. **ทฤษฎีบท** ให้ f เป็นฟังก์ชันที่หาอนุพันธ์ได้บนช่วง $A \subset D_f$

3.1 ถ้า $f'(x) < 0$ สำหรับ x ในช่วง A แล้ว f เป็นฟังก์ชันลด (decreasing function) บนช่วง A

3.2 ถ้า $f'(x) > 0$ สำหรับ x ในช่วง A แล้ว f เป็นฟังก์ชันเพิ่ม (increasing function) บนช่วง A

4. บทนิยาม ฟังก์ชัน f มีค่าสูงสุดสัมพัทธ์ที่ $x = c$ ถ้ามีช่วง $(a,b) \subset D_f$ ซึ่ง $c \in (a,b)$

และ $f(c) \geq f(x)$ สำหรับทุก x ในช่วง (a,b) เรียก $f(c)$ ว่า **ค่าสูงสุดสัมพัทธ์** (relative maximum) ของฟังก์ชัน f และ **จุดสูงสุดสัมพัทธ์** คือ $(c, f(c))$

ฟังก์ชัน f มีค่าสูงสุดสัมพัทธ์ที่ $x = c$ ถ้ามีช่วง $(a,b) \subset D_f$ ซึ่ง $c \in (a,b)$ และ $f(c) \leq f(x)$ สำหรับทุก x ในช่วง (a,b) เรียก $f(c)$ ว่า **ค่าต่ำสุดสัมพัทธ์** (relative minimum) ของฟังก์ชัน f และ **จุดต่ำสุดสัมพัทธ์** คือ $(c, f(c))$

5. ทฤษฎีบท ให้ f เป็นฟังก์ชันที่นิยามบนช่วง (a,b) ซึ่ง $c \in (a,b)$ และ $f'(c)$ หาค่าได้ เป็นค่าสูงสุดสัมพัทธ์ หรือค่าต่ำสุดสัมพัทธ์ของ f จะได้ $f'(c) = 0$

6. บทนิยาม ให้ f เป็นฟังก์ชันที่หาอนุพันธ์ได้บนช่วง (a,b) ซึ่ง $c \in (a,b)$ ซึ่งทำให้ $f'(c) = 0$ จะเรียกว่า **ค่าวิกฤต** (critical value) ของฟังก์ชัน f

7. ทฤษฎีบท ให้ f เป็นฟังก์ชันที่หาอนุพันธ์ได้บนช่วง (a,b) ซึ่ง $c \in (a,b)$ เป็นวิกฤตของ f

ถ้า $f'(x)$ เปลี่ยนจากจำนวนบวกเป็นจำนวนลบ เมื่อ x เพิ่มขึ้นรอบๆ c แล้ว $f(c)$ เป็นค่าสูงสุดสัมพัทธ์

ถ้า $f'(x)$ เปลี่ยนจากจำนวนลบเป็นจำนวนบวก เมื่อ x เพิ่มขึ้นรอบๆ c แล้ว $f(c)$ เป็นค่าต่ำสุดสัมพัทธ์

8. ทฤษฎีบท กำหนดให้ f เป็นฟังก์ชันต่อเนื่องบนช่วง A ใด ๆ และ c เป็นค่าวิกฤตของ f ซึ่ง $f'(c) = 0$

8.1 ถ้า $f''(c) > 0$ แล้ว $f(c)$ เป็นค่าต่ำสุดสัมพัทธ์

8.2 ถ้า $f''(c) < 0$ แล้ว $f(c)$ เป็นค่าสูงสุดสัมพัทธ์

3. **สื่อการเรียนรู้ / แหล่งการเรียนรู้**

3.1 ใบความรู้ เรื่อง แนวคิดเกี่ยวกับกระบวนการแก้ปัญหา และกระบวนการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์

3.2 ใบกิจกรรม เรื่อง “**ธุรกิจแก้วกาแฟ**”

3.3 ผลเฉลย เรื่อง ““**ธุรกิจแก้วกาแฟ**”” (สำหรับครูเท่านั้น)

3.4 เกณฑ์การให้คะแนน แบบรูบริก สำหรับกิจกรรม “**ธุรกิจแก้วกาแฟ**” (สำหรับครูเท่านั้น)

3.5 แบบสังเกตพฤติกรรมในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ (สำหรับครูเท่านั้น)

3.6 ใบตรวจสอบความรู้ เรื่อง แนวคิดเกี่ยวกับกระบวนการแก้ปัญหา และกระบวนการศึกษาสถานการณ์จริงโดยใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์

4. กิจกรรมการเรียนรู้

4.1 ขั้นนำ

ขั้นนี้ใช้เวลาประมาณ 10 นาที ซึ่งมีรายละเอียดดังนี้

4.1.1 ครูนำเข้าสู่บทเรียน เรื่อง กระบวนการแก้ปัญหาและการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหา โดยเชื่อมโยงกับสถานการณ์ในจริง และมีการอธิบาย “เน้นย้ำความสำคัญของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ” ดังรายละเอียดในสาระการเรียนรู้ หัวข้อ 2.1

4.1.2 ครูตั้งคำถามเพื่อให้นักเรียนตอบ เพื่อเน้นย้ำให้นักเรียนเห็นความสำคัญของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ชัดเจนยิ่งขึ้น ซึ่งประเด็นคำถามมีดังนี้

(1) ถ้าต้องการประกอบธุรกิจแก้วกาแฟ ต้นทุนที่ใช้ในการผลิตมีองค์ประกอบอะไรบ้าง

[นักเรียนควรตอบว่า ต้นทุนระบบการผลิตสินค้า ต้นทุนวัตถุดิบ ต้นทุนการเก็บรักษาสินค้า]

(2) เนื่องจากต้นทุนการผลิตสูงมาก ถ้าต้องการลดต้นทุนการผลิตลง จะส่งผลอย่างไร]

[นักเรียนควรตอบว่า ถ้าลดต้นทุนระบบการผลิตสินค้า จะส่งผลต่อต้นทุนค่าเก็บรักษาสินค้าเป็นจำนวนมาก]

(3) ถ้านักเรียนต้องการลดต้นทุนในการเก็บรักษา จะส่งผลต่อต้นทุนการผลิตแก้วกาแฟอย่างไร

[นักเรียนควรตอบว่า ถ้าโรงงานเลือกลดต้นทุนในการเก็บรักษา โดยผลิตสินค้าจำนวนน้อย ๆ และผลิตหลาย ๆ รอบ แต่จะต้องเสียค่าต้นทุนระบบ การผลิตสินค้าเป็นจำนวนมาก]

4.1.3 เพื่อให้นักเรียนมีความเข้าใจที่ตรงกัน ครูสรุปคำตอบที่ถูกต้องและข้อคิดเห็นของแต่ละข้อคำถามอีกครั้ง

4.2 ขั้นสอน

ขั้นนี้ใช้เวลาประมาณ 70 นาที ซึ่งมีรายละเอียดดังนี้

4.2.1 <u>ครูจัดนักเรียนเป็นกลุ่มย่อย</u> กลุ่มละ 4 คน โดยที่แต่ละกลุ่มควรจะมีนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนต่ำ 1 คน ปานกลาง 2 คน และสูง 1 คน เพื่อคละความสามารถกัน

4.2.2 ครูอธิบายแนวทางปฏิบัติในชั้นเรียนในการแก้ปัญหาเป็นกลุ่ม ซึ่งได้แก่

(1) การปฏิบัติการแก้ปัญหาสถานการณ์จริงที่กำหนด

(2) การสรุปและอภิปรายกระบวนการแก้ปัญหาและการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ เพื่อแก้ปัญหาสถานการณ์จริงที่กำหนด

(3) การเขียนผลเฉลยในใบกิจกรรม

(4) การนำเสนอกระบวนการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ หน้าชั้นเรียน โดยเน้นย้ำว่า "ทุกคนจะต้องเข้าใจผลเฉลยของตนและสามารถอธิบายได้" หลังจากนั้นครูให้นักเรียนซักถามข้อสงสัย (ถ้ามี)

4.2.3 ครูแจกใบความรู้ เรื่อง แนวคิดเกี่ยวกับกระบวนการแก้ปัญหาและกระบวนการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ให้นักเรียนแต่ละคน พร้อมทั้งอธิบายแนวคิดเกี่ยวกับกระบวนการแก้ปัญหาตามแนวคิดของโพลยา (Polya) และกระบวนการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยเน้นย้ำ "ขั้นตอนต่างๆ ที่นำมาใช้ในการแก้ปัญหาสถานการณ์จริงที่กำหนด" ดังรายละเอียดในสาระการเรียนรู้ หัวข้อ 2

4.2.4 เพื่อให้นักเรียนเข้าใจกระบวนการกระบวนการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และการแก้ปัญหาตามแนวคิดของโพลยา (Polya)มากยิ่งขึ้น ครูแจกใบกิจกรรม เรื่องธุรกิจแก้วกาแฟ ให้นักเรียนแต่ละกลุ่ม และจูงใจให้นักเรียนได้รู้สึกอยากแก้ปัญหาสถานการณ์จริงที่กำหนดผ่านกระบวนการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ตลอดจนให้นักเรียนได้นำเสนอสถานการณ์ปัญหา "ธุรกิจแก้วกาแฟ"

4.2.5 เพื่อดำเนินการตามขั้นตอนแรกคือขั้นทำความเข้าใจสถานการณ์จริง ในกระบวนการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ครูให้นักเรียนอ่านสถานการณ์จริงที่กำหนดอีกครั้ง แล้วตั้งคำถามเพื่อให้นักเรียนตอบและแสดงความคิดเห็น เช่น

(1) สถานการณ์จริงนี้ เป็นเรื่องเกี่ยวกับอะไร

[นักเรียนควรตอบว่า โรงงานกิจเจริญเซรามิกจะมีวิธีการอย่างไรเพื่อที่จะทำให้ต้นทุนการผลิตแก้วกาแฟต่ำที่สุด]

(2) ในสถานการณ์จริง การผลิตแก้วกาแฟ จะต้องมีค่าใช้จ่ายอะไรบ้าง

[นักเรียนควรตอบว่า ต้นทุนระบบการผลิตสินค้า ต้นทุนวัตถุดิบ ต้นทุนการเก็บรักษาสินค้า]

(3) การคิดคำนวณต้นทุนการผลิตคิดจากอะไรบ้าง

[นักเรียนควรตอบว่า ต้นทุนการผลิต = ต้นทุนระบบการผลิตสินค้า รวมกับ ต้นทุนวัตถุดิบ รวมกับ ต้นทุนการเก็บรักษาสินค้า]

(4) การคิดคำนวณต้นทุนระบบการผลิตสินค้าคิดจากอะไรบ้าง

[นักเรียนควรตอบว่า ต้นทุนระบบการผลิตสินค้า คำนวณได้จาก (จำนวนชิ้นต่อจำนวนรอบ) $\times 500$]

(5) การคิดคำนวณต้นทุนวัตถุดิบคิดจากอะไรบ้าง

[นักเรียนควรตอบว่า ต้นทุนวัตถุดิบ คำนวณได้จาก (จำนวนชิ้น) $\times 500$]

(6) การคิดคำนวณต้นทุนการเก็บรักษาสินค้า คิดจากอะไร

[นักเรียนควรตอบว่า ต้นทุนระบบการเก็บรักษาสินค้า คำนวณได้จาก (จำนวนชิ้น) $\times \frac{0.25}{2}$]

4.2.6 เมื่อนักเรียนเข้าใจสถานการณ์จริง ครูจะส่งเสริมให้นักเรียนได้คิดเป็นรายบุคคล โดยแต่ละคนค้นหาความสัมพันธ์เพื่อทำการเชื่อมโยงข้อมูลและเงื่อนไขของสถานการณ์จริง โดยใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้อง และประสบการณ์ในการแก้ปัญหาของแต่ละคน โดยไม่ต้องปรึกษาคนอื่น (ใช้เวลาประมาณ 2-3 นาที)

4.2.7 เมื่อนักเรียนได้คิดเป็นรายบุคคลแล้ว ให้นักเรียนนำแนวคิดของตนมาแลกเปลี่ยนกันในกลุ่ม (อาจเริ่มจากแลกเปลี่ยนกัน 2 คนก่อน แล้วทั้งกลุ่ม) จนกระทั่งสามารถค้นหาความเชื่อมโยงหรือความสัมพันธ์ระหว่างสิ่งที่สถานการณ์จริงต้องการหา ข้อมูลหรือเงื่อนไขของสถานการณ์จริงได้ หลังจากนั้นให้นักเรียนปรับเปลี่ยน “ข้อมูลหรือเงื่อนไขของสถานการณ์จริง” เหล่านั้นให้อยู่ในรูป “ตัวไม่ทราบค่า ข้อมูล เงื่อนไข หรือสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์” ของปัญหาทางคณิตศาสตร์ และหา “ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์” ที่สอดคล้องกับข้อมูลและเงื่อนไขของสถานการณ์จริง และสามารถนำไปใช้ในการค้นหาคำตอบได้

4.2.8 ถ้ามีนักเรียนกลุ่มใดไม่เห็นแนวทางหรือไม่สามารถปรับเปลี่ยน “เงื่อนไขและข้อมูลของสถานการณ์จริง” ให้อยู่ในรูป “ตัวไม่ทราบค่า ข้อมูล เงื่อนไข หรือสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์” และยังไม่พบ “ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์” ได้ ครูอาจช่วยนักเรียนโดยการตั้งคำถามชี้นำให้นักเรียนตอบ ซึ่งประเด็นคำถามมีดังนี้

(1) ข้อมูลหรือเงื่อนไขที่สถานการณ์จริง มีอะไรบ้าง

[นักเรียนควรตอบว่า โรงงานกิจเจริญเซรามิก ผลิตสินค้าปีละ 100,000ชิ้น ต้นทุนระบบการผลิตสินค้า 1 รอบ จะต้องใช้ต้นทุน 500 บาทต้นทุนวัตถุดิบ ชิ้นละ 5 บาท และต้นทุนเก็บรักษาชิ้นละ 25 สตางค์]

(2) ถ้าผลิตแก้วกาแฟ10,000 ชิ้น จากข้อมูลต้นทุนการผลิตสินค้า จะได้ต้นทุนผลิตแก้วกาแฟ ทั้งหมดเท่าไหร่

[นักเรียนควรตอบว่า การผลิตสินค้าจำนวน

<u>แบบผลิตสินค้ารอบละ 300 ชิ้น</u>

ต้นทุนระบบการผลิตสินค้าเท่ากับ $\frac{10,000}{300}\times(500)=\frac{10,000\times 500}{300}$ บาท

ต้นทุนวัตถุดิบเท่ากับ $10,000\times 500$ บาท

และต้นทุนค่าเก็บรักษาสินค้าเท่ากับ $\frac{300}{2}\times(0.25)=\frac{300\times 0.25}{2}$ บาท

ดังนั้น ต้นทุนการผลิตสินค้ารวม $\dfrac{10,000\times(500)}{300}+\left(10,000\times 5\right)+\dfrac{300\times 0.25}{2}\approx 60,704.17$ บาท

<u>แบบผลิตสินค้ารอบละ 500 ชิ้น</u>

ต้นทุนระบบการผลิตสินค้าเท่ากับ $\dfrac{10,000\times 500}{500}$ บาท

ต้นทุนวัตถุดิบเท่ากับ $10,000\times 500$ บาท

และต้นทุนค่าเก็บรักษาสินค้าเท่ากับ $\dfrac{500\times 0.25}{2}$ บาท

ดังนั้น ต้นทุนการผลิตสินค้ารวม

$$\frac{10,000\times(500)}{500}+\left(10,000\times 5\right)+\frac{500\times 0.25}{2}\approx 60,062.5 \text{ บาท}$$

<u>แบบผลิตสินค้ารอบละ 700 ชิ้น</u>

ต้นทุนระบบการผลิตสินค้าเท่ากับ $\dfrac{10,000\times 500}{700}$ บาท

ต้นทุนวัตถุดิบเท่ากับ $10,000\times 500$ บาท

และต้นทุนค่าเก็บรักษาสินค้าเท่ากับ $\dfrac{700\times 0.25}{2}$ บาท

ดังนั้น ต้นทุนการผลิตสินค้ารวม $\dfrac{10,000\times(500)}{700}+\left(10,000\times 5\right)+\dfrac{700\times 0.25}{2}\approx 57,230.36$ บาท

(3) จากการแสดงวิธีการคำนวณผลตอบแทนรวมในข้อ (2) นักเรียนคิดว่า ข้อมูลและเงื่อนไขที่สำคัญของสถานการณ์จริง ควรปรับเปลี่ยนให้อยู่ในรูป “ตัวไม่ทราบค่า ข้อมูล เงื่อนไข หรือสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์” ได้อย่างไรบ้าง

[นักเรียนควรตอบว่า กำหนดให้

ต้นทุนการผลิตสินค้ารวม ให้อยู่ในรูปของ ตัวไม่ทราบค่า $C(L)$

จำนวนสินค้าที่ผลิตในแต่ละรอบ ให้อยู่ในรูปของ ตัวไม่ทราบค่า (L)

จำนวนสินค้าทั้งหมดต่อปี(ชิ้น) ให้อยู่ในรูปของ ตัวไม่ทราบค่า (n)

ต้นทุนระบบการผลิตสินค้าต่อรอบ ให้อยู่ในรูปของ ตัวไม่ทราบค่า (P)

ต้นทุนวัตถุดิบในการผลิตต่อชิ้น ให้อยู่ในรูปของ ตัวไม่ทราบค่า(M)

ต้นทุนการเก็บรักษาสินค้าต่อชิ้นและ ให้อยู่ในรูปของ ตัวไม่ทราบค่า(S)

4.2.9 ครูเดินดูการแก้ปัญหาของนักเรียนแต่ละกลุ่ม เพื่อสังเกตการมีส่วนร่วมและความรับผิดชอบในการแก้ปัญหาของนักเรียนแต่ละคน ในขณะที่นักเรียนแต่ละกลุ่มกำลังปรับเปลี่ยนสถานการณ์จริงให้เป็นปัญหาทางคณิตศาสตร์

4.2.10 เมื่อนักเรียนแต่ละกลุ่มหรือกลุ่มใดที่ได้ปรับเปลี่ยนสถานการณ์จริงให้เป็นปัญหาทางคณิตศาสตร์ จนได้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์แล้ว ครูควรเน้นย้ำให้นักเรียนเขียนแสดงวิธีการค้นหาคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์อย่างละเอียด โดยใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ที่ได้นั้น รวมทั้งเขียนสรุปคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ได้ ลงในใบกิจกรรมของกลุ่ม

4.2.11 เมื่อนักเรียนแต่ละกลุ่มได้คำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์แล้ว ครูสอบถามนักเรียนว่า นักเรียนจะรู้ได้อย่างไรว่าคำตอบที่ได้ถูกต้องหรือไม่ ควรให้นักเรียนได้มองย้อนกลับไปยังสิ่งที่สถานการณ์จริงต้องการหา แล้วตรวจสอบ/เปรียบเทียบ ความถูกต้อง ตรวจความสมเหตุสมผลของคำตอบ และตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ที่ใช้ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ กับข้อมูลและเงื่อนไขของสถานการณ์จริงก่อน โดยการตั้งคำถามเพื่อตรวจสอบความเข้าใจของนักเรียน ซึ่งประเด็นคำถามมีดังนี้

(1) ถ้าเปลี่ยน " ต้นทุนระบบการผลิต เป็น 600 บาทต่อรอบ " โดยข้อมูลและเงื่อนไขของสถานการณ์จริงอื่นยังคงเหมือนเดิม นักเรียนสามารถใช้ "ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์" มาคำนวณหาตำแหน่งความเข้มมลพิษ ได้หรือไม่ อย่างไร จงอธิบาย

[นักเรียนควรตอบว่า ไม่สามารถใช้ "ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์" ในการคำนวณหาต้นทุนระบบการผลิตได้ เนื่องจากจำนวนต้นทุนระบบการผลิต ต้อง เปลี่ยนแปลงตามไปด้วย โดยเปลี่ยนจาก 500 เป็น 600 แล้วคำนวณหาต้นทุนระบบการผลิต]

(2) ถ้าเปลี่ยน "ต้นทุนวัตถุดิบจาก 5 บาทต่อชิ้นเป็น 10 บาทต่อชิ้น โดยข้อมูลและเงื่อนไขของสถานการณ์จริงอื่นยังคงเหมือนเดิม นักเรียนสามารถใช้ "ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์" (เดิม) มาคำนวณหาต้นทุนการผลิต ได้หรือไม่ อย่างไร จงอธิบาย

[นักเรียนควรตอบว่า <u>ไม่</u>สามารถใช้ "ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ สำหรับการคิดคำนวณหาได้ เพราะตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ สำหรับการคิดคำนวณ ต้องมีการเปลี่ยนต้นทุนเป็น 10 บาทต่อชิ้น

(3) ถ้าเปลี่ยน " ต้นทุนการเก็บรักษาสินค้า ปรับจาก 25 สตางค์ต่อชิ้น เป็น 30 สตางค์ต่อชิ้นต่อ โดยข้อมูลและเงื่อนไขของสถานการณ์จริงอื่นยังคงเหมือนเดิม นักเรียนสามารถใช้ "ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์" (เดิม) มาคำนวณหาต้นทุนการผลิต ได้หรือไม่ อย่างไร จงอธิบาย

[นักเรียนควรตอบว่า <u>ไม่</u>สามารถใช้ "ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ สำหรับการคิดคำนวณหาได้ เพราะตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ สำหรับการคิดคำนวณ ต้องมีการเปลี่ยนต้นทุนการเก็บรักษาสินค้า เป็น 30 บาทต่อชิ้น

4.2.12 เมื่อตรวจสอบความถูกต้อง/ เปรียบเทียบ ความสมเหตุสมผลของคำตอบและตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ที่ใช้ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ กับข้อมูลและเงื่อนไขของสถานการณ์จริง เรียบร้อยแล้ว ครูให้นักเรียนแปลความหมาย “คำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์” ให้เป็น “คำตอบของสถานการณ์จริง” แล้วเขียนคำตอบของสถานการณ์จริงลงในใบกิจกรรม

4.2.13 เมื่อนักเรียนแต่ละกลุ่มได้คำตอบของสถานการณ์จริงแล้ว ครูให้นักเรียนแต่ละกลุ่มส่งตัวแทนมานำเสนอ “กระบวนการแก้ปัญหาและการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของกลุ่ม” หน้าชั้นเรียน หรือครูอาจสุ่มเลือกนักเรียนบางกลุ่มที่ใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่แตกต่างกัน” (ถ้ามี)

4.2.14 ครูให้นักเรียนทั้งชั้นร่วมกันอภิปราย “กระบวนการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์” ของแต่ละกลุ่ม ประเด็นที่ใช้ในการอภิปรายมีดังนี้

(1) ขั้นตอนใดมีความยุ่งยากซับซ้อนที่สุด ในกระบวนการแก้ปัญหา เพราะเหตุใด

(2) มีการนำตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ใดบ้าง ที่นำมาใช้แก้ปัญหานี้ มีอะไรบ้าง

(3) กลุ่มใดที่ได้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ มีประสิทธิภาพที่สุด เพราะเหตุใด

(4) ถ้า “ข้อมูลและเงื่อนไขของสถานการณ์จริง” บางอย่างมีการเปลี่ยนแปลง แล้ว จะส่งผลกับ “ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์” ที่นำมาใช้หรือไม่ อย่างไร

(5) กลุ่มใดมีการนำเสนอและสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ผ่าน“กระบวนการแก้ปัญหาและการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์” ชัดเจนที่สุด เพราะเหตุใด ป็นต้น

4.2.15 ครูให้นักเรียนร่วมกันอภิปรายและสรุป “กระบวนการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์” ประเด็นที่ใช้ในการสรุปมีดังนี้

(1) สิ่งที่สถานการณ์จริงต้องการหา คืออะไร

(2) ข้อมูลและเงื่อนไขที่สำคัญของสถานการณ์จริง มีอะไรบ้าง

(3) แนวคิด/ความรู้ทางคณิตศาสตร์ ที่นำใช้ในการแก้ปัญหาสถานการณ์จริงนี้มีอะไรบ้าง

(4) ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ที่สามารถนำมาใช้แก้ปัญหานี้ มีอะไรบ้าง

(5) ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ใดมีประสิทธิภาพที่สุด เพราะเหตุใด

(6) ถ้าเปลี่ยน “ข้อมูลและเงื่อนไขของสถานการณ์จริง” บางอย่างแล้ว “ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์” ที่นำมาใช้ในการแก้ปัญหา จะเปลี่ยนไปหรือไม่ อย่างไร

(7) เราสามารถใช้ "กระบวนการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์" ในการหา "คำตอบของสถานการณ์จริงที่กำหนด" ได้หรือไม่ เพราะเหตุใด เป็นต้น

4.3 ขั้นสรุป

ขั้นนี้ใช้เวลาประมาณ 10 นาที ซึ่งมีรายละเอียดดังนี้

4.3.1 เพื่อตรวจสอบความรู้ความเข้าใจของนักเรียนแต่ละคน เรื่อง แนวคิดเกี่ยวกับกระบวนการแก้ปัญหา และกระบวนการศึกษาสถานการณ์จริงโดยใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ ครูแจกใบตรวจสอบความรู้ เรื่อง แนวคิดเกี่ยวกับกระบวนการแก้ปัญหา และกระบวนการศึกษาสถานการณ์จริงโดยใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ ให้นักเรียนแต่ละคนเขียนคำตอบของตนลงไป โดยคำถามในใบตรวจสอบความรู้ มีดังนี้

(1) กระบวนการแก้ปัญหาตามแนวคิดของโพลยา (Polya) ประกอบด้วยขั้นตอนสำคัญอะไรบ้าง

[นักเรียนควรตอบว่า กระบวนการแก้ปัญหาตามแนวคิดของโพลยา (Polya) ประกอบด้วยขั้นตอนสำคัญ 4 ขั้นตอน ได้แก่

ขั้นที่ 1 ขั้นทำความเข้าใจปัญหา (understanding the problem)

ขั้นที่ 2 ขั้นวางแผนแก้ปัญหา (devising a plan)

ขั้นที่ 3 ขั้นดำเนินการตามแผน (carrying out the plan)

ขั้นที่ 4 ขั้นตรวจสอบผล (looking back)]

(2) กระบวนการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ประกอบด้วยขั้นตอนสำคัญอะไรบ้าง

[นักเรียนควรตอบว่า กระบวนการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ประกอบด้วยขั้นตอนสำคัญ 4 ขั้นตอน ได้แก่

ขั้นที่ 1 ขั้นทำความเข้าใจสถานการณ์จริง

ขั้นที่ 2 ขั้นปรับสถานการณ์จริงให้เป็นปัญหาทางคณิตศาสตร์

ขั้นที่ 3 ขั้นดำเนินการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

ขั้นที่ 4 ขั้นแปลคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ให้เป็นคำตอบของสถานการณ์จริง]

4.3.3 ครูตั้งคำถามในใบตรวจสอบความรู้ทีละข้อ แล้วสุ่มนักเรียน 2-3 คน เพื่อให้นำเสนอคำตอบในแต่ละข้อ

4.3.4 ครูตรวจสอบความถูกต้องของคำตอบแต่ละข้อของนักเรียน พร้อมทั้งสรุปคำตอบแต่ละข้ออีกครั้ง

5. การวัดและประเมินผลการเรียนรู้

การวัดและประเมินผลการเรียนรู้ที่สอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้ มีดังนี้

จุดประสงค์การเรียนรู้ที่ต้องการวัดและประเมินผล	การวัดผล	การประเมินผล
ด้านความรู้ทางคณิตศาสตร์ : 1. มีความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับกระบวนการแก้ปัญหาตามแนวคิดของโพลยา และกระบวนการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์	**วิธีวัดผล** : พิจารณาความถูกต้องของคำตอบของนักเรียน ในใบตรวจสอบความรู้ เรื่อง แนวคิดเกี่ยวกับกระบวนการแก้ปัญหาและกระบวนการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และจำนวนคำถามที่นักเรียนตอบได้ถูกต้อง **เครื่องมือวัดผล** : ใบกิจกรรม เรื่อง ธุรกิจแก้วกาแฟ	**เกณฑ์การให้คะแนน** : ในแต่ละข้อคำถาม ● ถ้า นักเรียน ตอบได้ถูกต้อง จะได้ คะแนน 1 คะแนน ● ถ้า นักเรียน ตอบไม่ถูกต้อง จะได้ คะแนน 0 คะแนน **เกณฑ์การประเมินผล** : ถ้า นักเรียน ได้คะแนนมากกว่า 2 คะแนน ถือว่าผ่าน
ด้านทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ : 1. (เริ่ม) ลงมือแก้ปัญหาสถานการณ์จริงที่กำหนด (ปัญหา “ธุรกิจแก้วกาแฟ”) ผ่านกระบวนการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์	**วิธีวัดผล** : พิจารณาความถูกต้องของคำตอบของนักเรียนในใบกิจกรรม เรื่องธุรกิจแก้วกาแฟ **เครื่องมือวัดผล** : ใบกิจกรรม เรื่อง ธุรกิจแก้วกาแฟ	**เกณฑ์การให้คะแนน** ใช้เกณฑ์การให้คะแนนแบบรูบริกแบบวิเคราะห์ ซึ่งมีคะแนนเต็ม 20 คะแนน ดังตารางแนบ **เกณฑ์การประเมินผล** : ถ้า นักเรียน ได้คะแนนมากกว่า 12 คะแนน ถือว่าผ่าน
2. สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และนำเสนอ “กระบวนการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์” ของกลุ่ม หน้าชั้นเรียนได้	**วิธีวัดผล** : พิจารณาความถูกต้องและชัดเจน ของการอธิบายและนำเสนอกระบวนการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์	**เกณฑ์การให้คะแนน** ● ถ้า นักเรียน อธิบายและนำเสนอกระบวนการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ได้ถูกต้องและชัดเจน จะได้ คะแนน 3 คะแนน

จุดประสงค์การเรียนรู้ที่ต้องการวัดและประเมินผล	**การวัดผล**	**การประเมินผล**
	เครื่องมือวัดผล : แบบสังเกตพฤติกรรมการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหา	● ถ้า นักเรียน อธิบายและนำเสนอกระบวนการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ พอสื่อให้เข้าใจได้ครบถ้วน จะได้ คะแนน 2 คะแนน ● ถ้า นักเรียน อธิบายและนำเสนอกระบวนการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ พอสื่อให้เข้าใจได้เพียงบางส่วน จะได้ คะแนน 1 คะแนน ● ถ้า นักเรียน ไม่อธิบายและนำเสนอกระบวนการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เลย จะได้ คะแนน 0 คะแนน **เกณฑ์การประเมินผล** : ถ้า นักเรียน ได้คะแนนมากกว่า 1 คะแนน ถือว่าผ่าน
ด้านคุณลักษณะ อันพึงประสงค์ : 1. มีส่วนร่วมและความรับผิดชอบในการแก้ปัญหาเป็นกลุ่ม 2. มีส่วนร่วมและความรับผิดชอบในการอภิปรายของกลุ่ม 3. มีส่วนร่วมและความรับผิดชอบในการอภิปรายหน้าชั้นเรียน	**วิธีวัดผล** : พิจารณาพฤติกรรมหรือการแสดงออกของนักเรียน ขณะตอบคำถามหรือทำงานที่มอบหมาย โดยมีครูเป็นผู้สังเกตแล้วบันทึกในแบบสังเกตพฤติกรรมการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ **เครื่องมือวัดผล** : แบบสังเกตพฤติกรรมการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์	**เกณฑ์การให้คะแนน** : ในแต่ละข้อของแบบสังเกตพฤติกรรม ● ถ้า นักเรียน แสดงออกให้เห็นอย่างเด่นชัด จะได้ คะแนน 2 คะแนน ● ถ้า นักเรียน แสดงออกให้เห็นเพียงเล็กน้อย จะได้ คะแนน 1 คะแนน ● ถ้า นักเรียน ไม่แสดงออกเลย จะได้ คะแนน 0 คะแนน **เกณฑ์การประเมินผล** : ถ้า นักเรียน ได้คะแนนมากกว่า 2 คะแนน ถือว่าผ่าน

6. บันทึกหลังการจัดการเรียนรู้

6.1 ด้านนักเรียน

(ระบุ ความรู้ /ทักษะและกระบวนการ/คุณลักษณะอันพึงประสงค์ของนักเรียนที่พบ)

....

....

....

....

....

....

....

....

6.2 ด้านผู้สอน

(ระบุ ปัญหาหรือผลการจัดการเรียนรู้/ข้อเสนอแนะสำหรับการจัดการเรียนรู้ครั้งต่อไป)

....

....

....

....

....

....

....

6.3 ด้านอื่นๆ (ถ้ามี)

....

....

....

....

....

....

....

ใบความรู้ เรื่อง แนวคิดเกี่ยวกับกระบวนการแก้ปัญหา และกระบวนการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

ความสำคัญของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

สิ่งที่มนุษย์ต้องเผชิญอยู่เป็นประจำในการดำเนินชีวิตอย่างหนึ่งก็คือการแก้ปัญหาที่เกิดขึ้นในชีวิตจริง

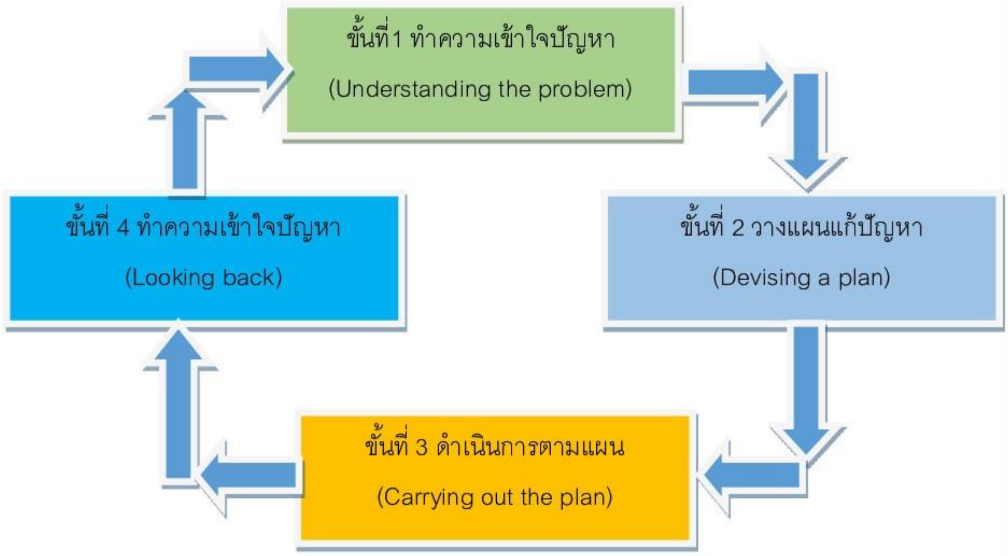
- การเลือกซื้อสินค้าและบริการ
- ปัญหาการเดินทางทำงาน หรือไปโรงเรียน
- การลงทุนค้าขาย ต้นทุนการผลิต
- การผ่อนชำระสินค้า
- การผ่อนสินค้าและบริการ เป็นต้น

ซึ่งในบรรดาปัญหาเหล่านั้นมีปัญหาที่เราสามารถแก้ได้ง่าย โดยอาจใช้ความรู้หรือประสบการณ์เดิม ๆ และถ้าปัญหาที่มีความยุ่งยากซับซ้อนมากจนไม่สามารถแก้ปัญหานั้นได้ในทันที ต้องอาศัยความรู้ ทักษะและกระบวนการ ร่วมกับเทคนิควิธีหลายอย่างในการแก้ปัญหา ซึ่งถ้าเรามีความรู้หรือแหล่งความรู้ที่เพียงพอ เข้าใจขั้นตอนหรือกระบวนการในการแก้ปัญหา มีกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาที่เหมาะสม ตลอดจนมีประสบการณ์ในการแก้ปัญหามาก่อน เราก็จะสามารถแก้ปัญหานั้นได้ดีและมีประสิทธิภาพ

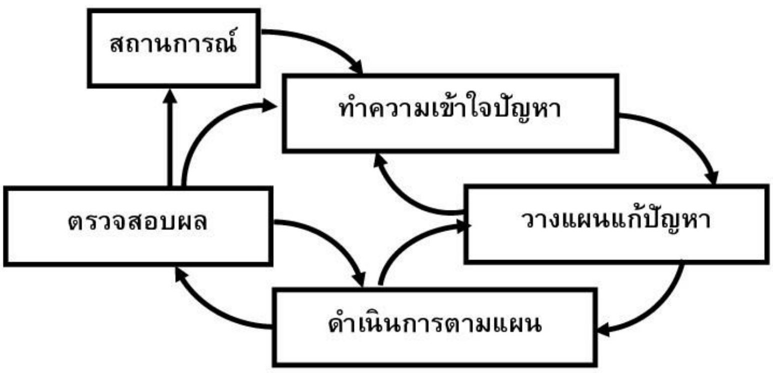
การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ *(mathematical problem solving)* เป็นกระบวนการในการประยุกต์ความรู้ทางคณิตศาสตร์ ขั้นตอน/กระบวนการแก้ปัญหา ยุทธวิธีแก้ปัญหา และประสบการณ์ที่มีอยู่ไปใช้ในการค้นหาคำตอบ เป็นกระบวนการที่ผู้เรียนควรจะเรียนรู้ฝึกฝน และพัฒนาให้เกิดทักษะขึ้นในตัวนักเรียน การเรียน การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์จะช่วยให้ผู้เรียนมีแนวทางการคิดที่หลากหลาย กระตือรือร้นไม่ย่อท้อ และมีความมั่นใจในการแก้ปัญหาที่เผชิญอยู่ทั้งภายในและภายนอกห้องเรียน ตลอดจนเป็นทักษะ พื้นฐานที่ผู้เรียนสามารถนำติดตัวไปใช้แก้ปัญหาในชีวิตประจำวันได้นานตลอด ด ชีวิต

กระบวนการแก้ปัญหาตามแนวคิดของโพลยา

กระบวนการแก้ปัญหาที่ยอมรับและนำมาใช้กันอย่างแพร่หลาย คือกระบวนการแก้ปัญหา ตามแนวคิดของโพลยา ซึ่งประกอบด้วยขั้นตอนสำคัญ 4 ขั้นตอน ดังนี้



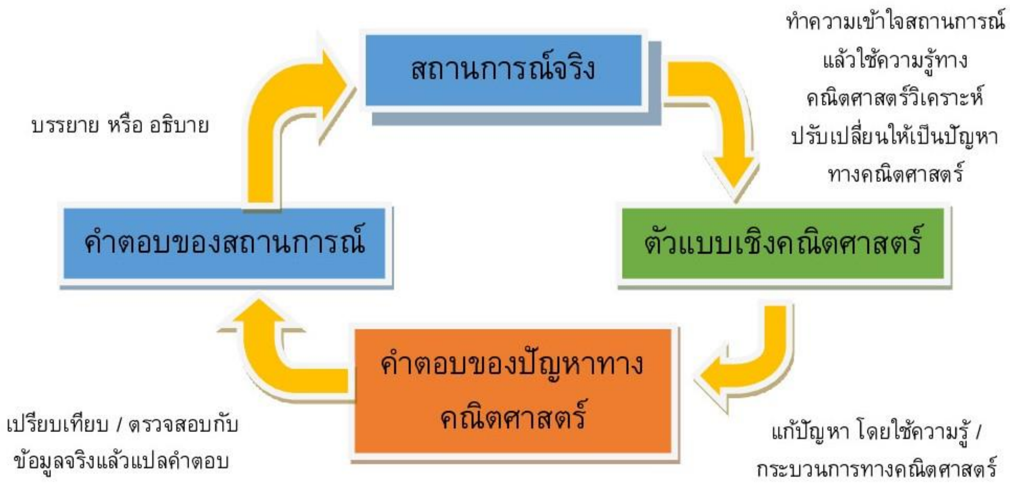
กระบวนการแก้ปัญหาของโพลยาทั้ง 4 ขั้นตอนข้างต้น ได้มีการนำมาใช้ในการเรียนการสอนอย่างกว้างขวาง ต่อมา **วิลสัน เฟอร์นันเดซ และฮาดาเวย์** (Wilson; Fernandez; & Hadaway. 1993: 60–62) ได้เสนอแนะกรอบแนวคิดเกี่ยวกับกระบวนการแก้ปัญหาที่แสดงความเป็นพลวัต มีลำดับไม่ตายตัว สามารถวนไปเวียนมาได้ ดังแผนภูมิ



กระบวนการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

กระบวนการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ (mathematical modeling process) เป็นกระบวนการที่ดัดแปลงมาจากกระบวนการแก้ปัญหาตามแนวคิดของ โพลยา (Polya) กระบวนการแก้ปัญหาที่เป็นพลวัตตามแนวคิดของวิลสันและคณะ (Wilson and others) และกระบวนการศึกษาสถานการณ์จริงโดยใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ตามแนวคิดของจิออร์ดาโน เวียร์ และฟอกซ์ (Giordano; Weir; &Fox)

กระบวนการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ประกอบด้วยขั้นตอนสำคัญ 4 ขั้นตอน ได้แก่ ขั้นทำความเข้าใจสถานการณ์จริง ขั้นปรับเปลี่ยนสถานการณ์จริงให้เป็นปัญหาทางคณิตศาสตร์ ขั้นดำเนินการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และขั้นแปลความหมายคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ให้เป็นคำตอบของสถานการณ์จริง ดังภาพประกอบ



ขั้นที่ 1 ขั้นทำความเข้าใจสถานการณ์จริง

- เป็นขั้นเริ่มต้นของการแก้ปัญหาสถานการณ์จริงที่ต้องการให้นักเรียนคิดเกี่ยวกับสถานการณ์จริง วิเคราะห์และระบุส่วนสำคัญของสถานการณ์จริง ซึ่งได้แก่ สิ่งที่สถานการณ์จริงต้องการหา ข้อมูลหรือเงื่อนไขของสถานการณ์จริง ตลอดจนอธิบายแนวคิดที่เกี่ยวข้องกับสถานการณ์จริงได้ ในการทำความเข้าใจสถานการณ์จริงนั้นนักเรียนอาจพิจารณาส่วนสำคัญของสถานการณ์จริงอย่างถี่ถ้วน พิจารณาซ้ำไปซ้ำมา พิจารณาในหลากหลายมุมมอง หรืออาจใช้วิธีต่างๆ ช่วยในการทำความเข้าใจสถานการณ์จริง เช่น การเขียนรูป การเขียนแผนภูมิ หรือการเขียนสาระของสถานการณ์จริงด้วยถ้อยคำของตนเองก็ได้

ขั้นที่ 2 ขั้นปรับเปลี่ยนสถานการณ์จริงให้เป็นปัญหาทางคณิตศาสตร์

- เป็นขั้นตอนที่ต้องการให้นักเรียนค้นหาความเชื่อมโยงหรือความสัมพันธ์ระหว่างสิ่งที่สถานการณ์จริงต้องการหา ข้อมูลหรือเงื่อนไขของสถานการณ์จริง แล้วนำมาวิเคราะห์โดยใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้อง ผสมผสานกับประสบการณ์ในการแก้ปัญหา หลังจากนั้นปรับเปลี่ยน "ข้อมูลหรือเงื่อนไขของสถานการณ์จริง" ให้อยู่ในรูป "ตัวไม่ทราบค่า ข้อมูล เงื่อนไข หรือสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์" ของปัญหาทางคณิตศาสตร์ แล้วหา "ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์" (mathematical model) ที่แสดงความสัมพันธ์ระหว่าง "ตัวไม่ทราบค่า ข้อมูล เงื่อนไข หรือสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์" เหล่านั้น ที่จะนำไปใช้ในการค้นหาคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์

ขั้นที่ 3 ขั้นการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

- เป็นขั้นตอนที่ต้องการให้นักเรียนแสดงวิธีการค้นหาคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยใช้ "ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์" ที่ได้จากขั้นปรับเปลี่ยนสถานการณ์จริงให้เป็นปัญหาทางคณิตศาสตร์ จนกระทั่งสามารถหาและสรุปคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้

ขั้นที่ 4 ขั้นแปลความหมายคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ให้เป็นคำตอบของสถานการณ์จริง

- เป็นขั้นตอนที่ต้องการให้นักเรียนมองย้อนกลับไปยังสิ่งที่สถานการณ์จริงต้องการหา แล้วเปรียบเทียบ/ตรวจสอบความถูกต้อง ความสมเหตุสมผลของคำตอบ และตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ที่ใช้ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ กับข้อมูลหรือเงื่อนไขของสถานการณ์จริงก่อน แล้วค่อยแปลความหมาย "คำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์" ให้เป็น "คำตอบของสถานการณ์จริง"

ชื่อ.. ชั้น........... เลขที่............

ใบตรวจสอบความรู้ เรื่อง แนวคิดเกี่ยวกับกระบวนการแก้ปัญหา และกระบวนการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

ให้นักเรียนแต่ละคนเขียนคำตอบของตนในแต่ละข้อคำถาม

คำถามที่ 1 กระบวนการแก้ปัญหาตามแนวคิดของโพลยา (Polya) ประกอบด้วยขั้นตอนสำคัญอะไรบ้าง

....

....

....

....

....

คำถามที่ 2 กระบวนการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ประกอบด้วยขั้นตอนสำคัญอะไรบ้าง

....

....

....

....

....

คำถามที่ 3 กำหนดให้ $f(x)=x^3$ จงหาจุดวิกฤตของ ฟังก์ชัน $f(x)$ และพิจารณาว่าจุดวิกฤตดังกล่าวเป็นจุดสูงสุดสัมพัทธ์หรือจุดต่ำสุดสัมพัทธ์

....

....

....

....

....

....

<u>เฉลย</u> ใบตรวจสอบความรู้ เรื่อง แนวคิดเกี่ยวกับกระบวนการแก้ปัญหาและกระบวนใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อการแก้ปัญหาสถานการณ์จริง

ให้นักเรียนแต่ละคนเขียนคำตอบของตนในแต่ละข้อคำถาม

คำถามที่ 1 กระบวนการแก้ปัญหาตามแนวคิดของโพลยา(Polya)ประกอบด้วยขั้นตอนอะไรบ้าง

ตอบ กระบวนการแก้ปัญหาตามแนวคิดของโพลยา (Polya) ประกอบด้วยขั้นตอนสำคัญ 4 ขั้นตอน ได้แก่

ขั้นที่ 1 ขั้นทำความเข้าใจปัญหา (understanding the problem)

ขั้นที่ 2 ขั้นวางแผนแก้ปัญหา (devising a plan)

ขั้นที่ 3 ขั้นดำเนินการตามแผน (carrying out the plan)

ขั้นที่ 4 ขั้นตรวจสอบผล (looking back)

คำถามที่ 2 กระบวนการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ประกอบด้วยขั้นตอนสำคัญอะไรบ้าง

ตอบ กระบวนการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ประกอบด้วยขั้นตอนสำคัญ 4 ขั้นตอน ได้แก่

ขั้นที่ 1 ขั้นทำความเข้าใจสถานการณ์จริง

ขั้นที่ 2 ขั้นปรับสถานการณ์จริงให้เป็นปัญหาทางคณิตศาสตร์

ขั้นที่ 3 ขั้นดำเนินการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

ขั้นที่ 4 ขั้นแปลคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ให้เป็นคำตอบของสถานการณ์จริง

คำถามที่ 3 กำหนดให้ $f(x)=x^3$ จงหาจุดวิกฤตของ ฟังก์ชัน $f(x)$ และพิจารณาว่าจุดวิกฤตดังกล่าวเป็นจุดสูงสุดสัมพัทธ์หรือจุดต่ำสุดสัมพัทธ์

วิธีทำ **ขั้นตอนที่** 1 จาก $f(x)=x^3$

จะได้ $f'(x)=3x^2$

พบว่าทุกๆค่า x สามารถหา $f'(x)$ ได้

ดังนั้นค่าวิกฤตของ f เกิดจาก $f'(x)=0$

นั่นคือ $3x^2=0$

แสดงว่า $x=0$ จะได้ $f(0)=0$

ดังนั้น จุด $(0,0)$ เป็นจุดวิกฤตของฟังก์ชัน

ขั้นตอนที่ 2 ตรวจสอบหาค่าสูงสุดสัมพัทธ์และต่ำสุดสัมพัทธ์

จาก จุดวิกฤต $x=0$

ช่วงที่กำหนด	$\infty < x < 0$	$0 < x < \infty$
$f'(x)=3x^2$	$f'(-1)=3$	$f'(1)=3$
เครื่องหมาย	$f'(-1)>0$	$f'(1)>0$
อภิปรายผล	ฟังก์ชันเพิ่ม	ฟังก์ชันเพิ่ม

สรุป

ขั้นตอนที่ 3 หาจุดเปลี่ยนเว้า

จาก $f'(x)=3x^2$

$f''(x)=6x$

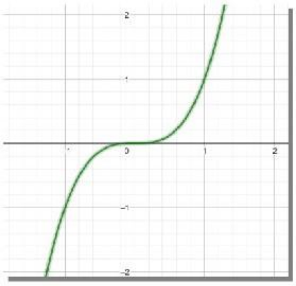
จุดเปลี่ยนเว้าของ f ต้องเกิดจาก $f''(x)=0$

ดังนั้น $0=6x$

$x=0$ เป็นจุดเปลี่ยนเว้า

ช่วงที่กำหนด	$\infty < x < 0$	$0 < x < \infty$
$f''(x)=6x$	$f''(-1)=-6$	$f''(1)=6$
เครื่องหมาย	$f''(-1)<0$	$f''(1)>0$
อภิปรายผล	เว้าคว่ำ	เว้าหงาย

ขั้นตอนที่ 4 วาดกราฟ



จากกราฟ จะเห็นได้ว่าจุด (0,0) ไม่เป็น จุดสูงสุดสัมพัทธ์หรือจุดต่ำสุดสัมพัทธ์ ฟังก์ชันจะไม่มีค่าสูงสุดและต่ำสุดสัมพัทธ์

แบบสังเกตพฤติกรรมการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

วันที่ : ________________________ เวลา ____________________

ชื่อกิจกรรม : ____

ชื่อนักเรียน : 1. ____

2. ____

	พฤติกรรมในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์	นักเรียนคนที่				ข้อสังเกตเพิ่มเติม (ถ้ามี)
		1	2	3	4	
01	มีความ "ตั้งใจและความกระตือรือร้น" ในการแก้ปัญหาสถานการณ์จริง					
02	ขณะทำความเข้าใจนั้น มี "การขีดเขียน /วาดรูปประกอบ"					
03	ระบุ "สิ่งที่สถานการณ์จริงต้องการหา" ได้ถูกต้อง					
04	ระบุ "ข้อมูลหรือเงื่อนไขของสถานการณ์จริง" ได้ถูกต้อง					
05	อธิบาย "แนวคิดที่เกี่ยวข้องกับสถานการณ์จริง" ได้ถูกต้องชัดเจน					
06	อธิบาย "ความเชื่อมโยงหรือความสัมพันธ์ระหว่างสิ่งที่สถานการณ์จริงต้องการหา ข้อมูลหรือเงื่อนไขของสถานการณ์จริง" ได้ถูกต้อง					
07	เปลี่ยน "ข้อมูลหรือเงื่อนไขของสถานการณ์จริง" ให้อยู่ในรูป "ตัวไม่ทราบค่า เงื่อนไข หรือ ข้อมูล หรือสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์" ได้					
08	เข้าใจ "ความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหา" เป็นอย่างดี					
09	เลือกใช้ "ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์" ได้เหมาะสม					
10	เขียน "ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์" ได้ถูกต้องชัดเจน					
11	ลงมือ "แก้ปัญหาโดยใช้ตัวแบบเชิงคณิตสาสตร์" ได้อย่างเป็นระบบ					
12	เขียน "แสดงวิธีการค้นหาคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์" ได้ถูกต้อง					
13	"เขียนอธิบายกระบวนการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหา" ได้อย่างชัดเจน					
14	เมื่อติดขัด มี "ความพยายาม" ที่จะแก้ปัญหาด้วยตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์อื่น					
15	ระบุ "คำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์" ได้ถูกต้อง					
16	มี "การเปรียบเทียบ/ตรวจสอบความถูกต้อง ความสมเหตุสมผลของคำตอบ และตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ที่ใช้ในการแก้ปัญหา กับข้อมูลหรือเงื่อนไขของสถานการณ์จริงก่อน					
17	"คำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์" แปลความหมายให้เป็น "คำตอบของสถานการณ์จริง" ได้ถูกต้อง					
18	มี "ส่วนร่วมและความรับผิดชอบในการแก้ปัญหา" ของกลุ่ม					
19	มี "ส่วนร่วมและความรับผิดชอบในการอภิปราย" ของกลุ่ม					
20	มี "ส่วนร่วมและความรับผิดชอบในการอภิปราย" ของชั้นเรียน					

การให้คะแนน 0 → ไม่มี 1 → มีน้อย 2 → มีมาก

แบบสังเกตพฤติกรรมในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

วันที่ : ______________________ เวลา ____________________

ชื่อกิจกรรม : ____

ชื่อนักเรียน : 1. ____

2. ____

3. ____

พฤติกรรมในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

1. **การทำความเข้าใจสถานการณ์จริง**

(ระบุ สิ่งที่โจทย์ต้องการหา / ข้อมูลหรือเงื่อนไขของสถานการณ์จริง / แนวคิดที่เกี่ยวข้องกับปัญหาในสถานการณ์จริง)

....

....

....

2. **ปรับสถานการณ์จริงให้เป็นปัญหาทางคณิตศาสตร์**

("ข้อมูลหรือเงื่อนไขของสถานการณ์จริง" เปลี่ยนให้อยู่ในรูป "ตัวไม่ทราบค่า ข้อมูล เงื่อนไข หรือสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ได้ถูกต้อง / เขียน "ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์")

....

....

....

3. **การใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์**

(อธิบายกระบวนการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้ชัดเจน อย่างเป็นระบบ / ได้คำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์)

....

....

....

4. **แปลความหมายคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ให้เป็นคำตอบของสถานการณ์จริง**

(เปรียบเทียบ/ตรวจสอบความถูกต้อง ของตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ที่ใช้ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และ ความสมเหตุสมผลของคำตอบ กับข้อมูลหรือเงื่อนไขของสถานการณ์จริงก่อน/ แปลความหมาย "คำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์" ให้เป็น "คำตอบของสถานการณ์จริง" ได้ถูกต้อง)

....

....

....

แบบสัมภาษณ์กระบวนการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อการแก้ปัญหาของนักเรียน

วันที่ : ______________________ เวลา ____________________

ชื่อกิจกรรม : __________มลพิษทางอากาศ________________________

ชื่อนักเรียน : ____

ประเด็นที่สัมภาษณ์	บันทึกคำตอบของนักเรียน
01 สิ่งที่สถานการณ์จริงนี้ต้องการหาอะไรบ้าง	
02 สถานการณ์จริงระบุข้อมูลหรือเงื่อนไขอะไรให้บ้าง	
03 ในการคิด คำนวณความเข้มค้นของมลพิษ คิดอย่างไร	
04 ความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่นำมาใช้ในการคำนวณ "ความเข้มของมลพิษ" มีอะไรบ้าง	
05 นำความรู้วิชาอื่นที่มาใช้ในการหาคำตอบของสถานการณ์จริงหรือไม่ วิชาอะไร(ถ้ามี)	
06 ข้อมูลหรือเงื่อนไขที่สำคัญมีอะไรบ้าง	
07 ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ที่ได้ มีอะไรบ้าง	
08 นักเรียนเริ่มต้นนำตัวแบบมาใช้ในการแก้ปัญหาอย่างไร	
09 นักเรียนทราบได้อย่างไรว่า คำตอบของตนเองถูกต้อง	
10 นักเรียนคิดว่ามีตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์แบบอื่นที่สามารถแก้ปัญหาสถานการณ์จริงนี้อีกหรือไม่ อะไรบ้าง (ถ้ามี)	

ใบกิจกรรมที่ 1 "ธุรกิจแก้วกาแฟ"

การดำเนินธุรกิจจำเป็นต้องแสวงหากำไรสูงสุด เพื่อเป็นผลตอบแทนต่อการทำงาน และกำไรของธุรกิจที่สมเหตุสมผลนั้น ก็เป็นรางวัลที่เราต้องการ ซึ่งกลยุทธ์การลดต้นทุนการผลิต ก็เป็นอีกทางเลือกหนึ่งในการเพิ่มผลกำไร และเป็นกลยุทธ์ที่เน้นการสำรวจและแก้ไขจุดบกพร่องภายในองค์กรธุรกิจ ซึ่งกลยุทธ์นี้สามารถนำไปประยุกต์ใช้เพื่อความอยู่รอดขององค์กรธุรกิจในยุคที่เศรษฐกิจตกต่ำ

คำว่า "**ต้นทุน** (cost)" คือ ทรัพยากรซึ่งวัดออกมาเป็นหน่วยเงินตราและได้สูญเสียไป เพื่อให้ได้ ผลิตภัณฑ์ตามที่กำหนดไว้ ดังนั้น "**ต้นทุนผลิต** (cost of production)" จึงเป็นต้นทุนทุกกระบวนการผลิต ตั้งแต่การวางแผน การนำวัตถุดิบมาเปลี่ยนสภาพ ตามขั้นตอนต่างๆ ของการผลิตจนกว่าจะได้ผลิตภัณฑ์ พร้อมที่จะนำออกจำหน่ายให้แก่ผู้สนใจได้

โรงงานกิจเจริญเซรามิกมีขั้นตอนการผลิต สินค้าเป็นรอบๆ โดยสินค้าที่**ผลิตใหม่แต่ละรอบ** <u>บางส่วนจะเก็บไว้ในคลังสินค้าและบางส่วนจะถูกส่งขายจนหมดใน**อัตราที่เท่ากัน**</u> ซึ่งสินค้าจะค่อยๆ ลดลงจนหมดโดยที่รอบ การผลิตอื่นๆ ยังคงทำการผลิตสินค้าอยู่ (แสดงว่าใน 1 ปีจะคิดต้นทุนในการเก็บสินค้าเป็นครึ่งหนึ่งของจำนวนผลิตต่อรอบเพียงครั้งเดียว) และการผลิตสินค้าสามารถออกแบบได้หลายแนวทาง เช่น ถ้าโรงงานเริ่มด้วยการผลิตสินค้าแบบเต็มกำลังตั้งแต่ต้นปีก็จะทำให้ ประหยัดต้นทุนระบบการผลิตสินค้า แต่จะเสียต้นทุนค่าเก็บรักษาสินค้าเป็นจำนวนมาก แต่ถ้าโรงงานเลือกผลิตสินค้าจำนวนน้อยๆ แบ่งเป็นหลายๆ รอบ ก็จะประหยัดต้นทุนค่าเก็บรักษาสินค้า แต่จะต้องเสียค่าต้นทุนระบบ การผลิตสินค้าเป็นจำนวนมาก

โรงงานกิจเจริญเซรามิก ผลิตสินค้า<u>**ปีละ**</u> 100,000ชิ้น โดยมีข้อมูลต้นทุนการผลิตสินค้า ดังนี้

ต้นทุนระบบการผลิตสินค้า	**500 บาท/รอบ**
ต้นทุนวัตถุดิบ	5บาท/ชิ้น
ต้นทุนการเก็บรักษาสินค้า	25 สตางค์/ชิ้น

คำถาม อยากทราบว่า ใน 1 ปี โรงงานกิจเจริญเซรามิกควรเลือกผลิตสินค้าจำนวน**กี่รอบ** รอบละ**กี่ชิ้น** ที่ทำให้เสีย<u>**ต้นทุนการผลิตน้อยที่สุด**</u>

กิจกรรม "ธุรกิจแก้วกาแฟ"

ขั้นตอนที่ 1 ขั้นทำความเข้าใจสถานการณ์จริง

1. **สิ่งที่สถานการณ์จริงต้องการ มีอะไรบ้าง** (1คะแนน)

2. **"ข้อมูลหรือเงื่อนไข" ในสถานการณ์จริง มีอะไรบ้าง** (2 คะแนน)

3. **จำนวนสินค้าที่เก็บรักษาไว้ในคลังสินค้าของการผลิตสินค้ารอบละ 1,000 ชิ้น เป็นจำนวนเท่าไร จงอธิบาย** (2 คะแนน)

ขั้นที่ 2: ขั้นปรับเปลี่ยนสถานการณ์จริงให้เป็นปัญหาทางคณิตศาสตร์

4. **ให้นักเรียนแสดงวิธีการคำนวณต้นทุนการผลิตสินค้า ของการผลิตสินค้าจำนวน 10,000 ชิ้น**
   4.1 ผลิตสินค้าจำนวน 10,000 ชิ้น โดยผลิตรอบละ 300 ชิ้น (2คะแนน)

กิจกรรม "ธุรกิจแก้วกาแฟ"

4.2 ผลิตสินค้าจำนวน 10,000 ชิ้น โดยผลิตรอบละ 500 ชิ้น **(2คะแนน)**

ต้นทุนระบบการผลิตสินค้าเท่ากับ

ต้นทุนวัตถุดิบเท่ากับ

และต้นทุนค่าเก็บรักษาสินค้าเท่ากับ

ดังนั้น ต้นทุนการผลิตสินค้ารวม

4.3 ผลิตสินค้าจำนวน 10,000 ชิ้น โดยผลิตรอบละ 700 ชิ้น **(2คะแนน)**

ต้นทุนระบบการผลิตสินค้าเท่ากับ

ต้นทุนวัตถุดิบเท่ากับ

และต้นทุนค่าเก็บรักษาสินค้าเท่ากับ

ดังนั้น ต้นทุนการผลิตสินค้ารวม

5. **จากข้อ 4 ให้นักเรียนเปลี่ยน "ข้อมูลหรือเงื่อนไขที่สำคัญ" ดังกล่าวให้อยู่ในรูป "ตัวไม่ ทราบค่า ข้อมูล เงื่อนไข หรือสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์** (2 คะแนน)

6. **ให้นักเรียนเขียน "ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์" ที่แสดงความสัมพันธ์ระหว่าง "ตัวไม่ทราบ ค่า ข้อมูล เงื่อนไข หรือสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์"ที่ได้จากข้อ 5** (2 คะแนน)

กิจกรรม “ธุรกิจแก้วกาแฟ”

ขั้นที่ 3: ขั้นการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

7. **ให้นักเรียนแสดงวิธีการค้นหาคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์อย่างละเอียด โดยใช้ “ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์” ที่ได้จากข้อ 6** **(3 คะแนน)**

กิจกรรม “ธุรกิจแก้วกาแฟ”

8. ให้นักเรียนสรุปคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์(2 คะแนน)

จำนวนสินค้าแต่ละรอบ	ต้นทุนการผลิตรวม

ขั้นที่ 4: ขั้นแปลความหมายคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ให้เป็นคำตอบ ของสถานการณ์จริง

9. ให้นักเรียนแปลความหมาย “คำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ ให้เป็น “คำตอบของสถานการณ์จริง” (2 คะแนน)

กิจกรรม “ธุรกิจแก้วกาแฟ”

10. ให้นักเรียนแปลความหมาย “คำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ ให้เป็น “คำตอบของสถานการณ์จริง” (2 คะแนน)

เฉลย กิจกรรม “ธุรกิจแก้วกาแฟ”

ขั้นตอนที่ 1 ขั้นทำความเข้าใจสถานการณ์จริง

1. **สิ่งที่สถานการณ์จริงต้องการ มีอะไรบ้าง** (1คะแนน)

   จำนวนรอบในการผลิตสินค้าที่เสียต้นทุนการผลิตน้อยที่สุด

   จำนวนชิ้นในการผลิตสินค้าต่อรอบที่เสียต้นทุนการผลิตน้อยที่สุด

2. **“ข้อมูลหรือเงื่อนไข” ในสถานการณ์จริง มีอะไรบ้าง** (2 คะแนน)

   ความหมายของ “ต้นทุนการผลิต”

   - ขั้นตอนการผลิตสินค้าของโรงงานกิจเจริญเซรามิค
   - จำนวนสินค้าที่ผลิตต่อปี
   - ต้นทุนระบบการผลิตสินค้า
   - ต้นทุนวัตถุดิบ
   - ต้นทุนการเก็บรักษาสินค้า

3. **จำนวนสินค้าที่เก็บรักษาไว้ในคลังสินค้าของการผลิตสินค้ารอบละ 1,000 ชิ้น เป็นจำนวนเท่าไร จงอธิบาย** (2 คะแนน)

   เนื่องจากสินค้าที่ผลิตแต่ละรอบจะถูกแบ่งออกเป็น

   สินค้าที่ส่งไปขาย และสินค้าที่เก็บรักษา ในอัตราที่เท่ากัน

   จะได้ว่า การผลิตสินค้ารอบละ 1,000 ชิ้น

   จะมีสินค้าที่เก็บรักษาไว้ในคลังสินค้าจำนวน 500 ชิ้น

ขั้นที่ 2: ขั้นปรับเปลี่ยนสถานการณ์จริงให้เป็นปัญหาทางคณิตศาสตร์

4. **ให้นักเรียนแสดงวิธีการคำนวณ ต้นทุนการผลิตสินค้า ของการผลิตสินค้าจำนวน 10,000 ชิ้น โดยผลิตรอบละ 300 ชิ้น 500ชิ้น และ 700 ชิ้น** (4 คะแนน)

   การผลิตสินค้าจำนวน 10,000 ชิ้น จากข้อมูลต้นทุนการผลิตสินค้า จะได้ว่า

<u>แบบผลิตสินค้ารอบละ 300 ชิ้น</u>

ต้นทุนระบบการผลิตสินค้าเท่ากับ $\frac{10,000}{300}\times(500)=\frac{10,000\times500}{300}$ บาท

ต้นทุนวัตถุดิบเท่ากับ $10,000\times500$ บาท

และต้นทุนค่าเก็บรักษาสินค้าเท่ากับ $\frac{300}{2}\times(0.25)=\frac{300\times0.25}{2}$ บาท

ดังนั้น ต้นทุนการผลิตสินค้ารวม $\frac{10,000\times(500)}{300}+\left(10,000\times5\right)+\frac{300\times0.25}{2}\approx60,704.17$ บาท

<u>เฉลย</u> กิจกรรม "ธุรกิจแก้วกาแฟ"

<u>แบบผลิตสินค้ารอบละ 500 ชิ้น</u>

ต้นทุนระบบการผลิตสินค้าเท่ากับ $\dfrac{10,000\times 500}{500}$ บาท

ต้นทุนวัตถุดิบเท่ากับ $10,000\times 500$ บาท

และต้นทุนค่าเก็บรักษาสินค้าเท่ากับ $\dfrac{500\times 0.25}{2}$ บาท

ดังนั้น ต้นทุนการผลิตสินค้ารวม $\dfrac{10,000\times (500)}{500}+\left(10,000\times 5\right)+\dfrac{500\times 0.25}{2}\approx 60,062.5$ บาท

<u>แบบผลิตสินค้ารอบละ 700 ชิ้น</u>

ต้นทุนระบบการผลิตสินค้าเท่ากับ $\dfrac{10,000\times 500}{700}$ บาท

ต้นทุนวัตถุดิบเท่ากับ $10,000\times 500$ บาท

และต้นทุนค่าเก็บรักษาสินค้าเท่ากับ $\dfrac{700\times 0.25}{2}$ บาท

ดังนั้น ต้นทุนการผลิตสินค้ารวม $\dfrac{10,000\times (500)}{700}+\left(10,000\times 5\right)+\dfrac{700\times 0.25}{2}\approx 57,230.36$ บาท

5. **จากข้อ 4 ให้นักเรียนเปลี่ยน "ข้อมูลหรือเงื่อนไขที่สำคัญ" ดังกล่าวให้อยู่ในรูป "ตัวไม่ทราบค่า ข้อมูล เงื่อนไข หรือสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์** (2 คะแนน)

   กำหนดให้

   $C(L)$ แทน ต้นทุนการผลิตสินค้ารวม

   L แทน จำนวนสินค้าที่ผลิตในแต่ละรอบ(ชิ้น)

   n แทน จำนวนสินค้าทั้งหมดต่อปี(ชิ้น)

   P แทน ต้นทุนระบบการผลิตสินค้าต่อรอบ

   M แทน ต้นทุนวัตถุดิบในการผลิตต่อชิ้น

และ S แทน ต้นทุนการเก็บรักษาสินค้าต่อชิ้น

เฉลย กิจกรรม "ธุรกิจแก้วกาแฟ"

6. **ให้นักเรียนเขียน "ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์" ที่แสดงความสัมพันธ์ระหว่าง "ตัวไม่ทราบ ค่า ข้อมูล เงื่อนไข หรือสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์"ที่ได้จากข้อ 5 (2 คะแนน)**

$$C(L)=\frac{nP}{L}+nM+\frac{Ls}{2}$$

$C(L)$ แทน ต้นทุนการผลิตสินค้ารวม

L แทน จำนวนสินค้าที่ผลิตในแต่ละรอบ(ชิ้น)

n แทน จำนวนสินค้าทั้งหมดต่อปี(ชิ้น)

P แทน ต้นทุนระบบการผลิตสินค้าต่อรอบ

M แทน ต้นทุนวัตถุดิบในการผลิตต่อชิ้น

และ S แทน ต้นทุนการเก็บรักษาสินค้าต่อชิ้น

ขั้นที่ 3: ขั้นการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

7. **ให้นักเรียนแสดงวิธีการค้นหาคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์อย่างละเอียด โดยใช้ "ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์" ที่ได้จากข้อ 6 (3 คะแนน)**

จากตัวแบบคณิตศาสตร์ $C(L)=\frac{nP}{L}+nM+\frac{Ls}{2}$

จะได้

$$C(L)=\frac{(100,000)(500)}{L}+(100,000)(5)+\frac{L(0.25)}{2}$$

$$C(L)=\frac{50,000,000}{L}+(500,000)+\frac{L}{8}$$

การหาจุดต่ำสุดสัมพัทธ์ดังนี้

จาก $C(L)=\frac{50,000,000}{L}+(500,000)+\frac{L}{8}$

จะได้ $C'(L)=\frac{-50\times10^{6}}{L^{2}}+\frac{1}{8}$

หาจุดวิกฤตของสมการ เมื่อ $C'(L)=0$

$$\frac{-50\times10^{6}}{L^{2}}+\frac{1}{8}=0$$

จะได้ $L=\sqrt{(8)(50)(10^{6})}$

<u>เฉลย</u> กิจกรรม "ธุรกิจแก้วกาแฟ"

ต่อไปนำค่าวิกฤต L = 20,000 **ที่ได้มาทดสอบ ว่าเกิด จุดสูงสุดสัมพัทธ์ หรือ ต่ำสุดสัมพัทธ์**

จะได้ $$C'(L) = \frac{-50\times 10^6}{L^2} + \frac{1}{8}$$

จะได้ว่า $$C''(L) = \frac{(2)(50)\times 10^6}{L^3}$$

$$\frac{(2)(50)\times 10^6}{L^3} > 0$$

จึงได้ว่าค่าวิกฤตที่ได้เป็นจุดต่ำสุดสัมพัทธ์

เพราะฉะนั้น ผลลัพธ์ที่น้อยที่สุด คือ 20,000 ชิ้น

8. **ให้นักเรียนสรุปคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์** (2 **คะแนน**)

สามารถแสดงต้นทุนการผลิตแบบต่างๆ ได้ดังนี้

จำนวนสินค้าแต่ละรอบ	ต้นทุนการผลิตรวม
10,000	506,250.00
20,000	<u>505,000.00</u>
30,000	505,416.67
40,000	506,250.00
50,000	507,250.00
60,000	508,333.33
70,000	509,464.29
80,000	510,625.00
90,000	511,805.56
100,000	513,000.00

ต้นทุนการผลิตที่น้อยที่สุด คือ 505,000 บาท โดยแบ่งออกเป็น 5 รอบ รอบละ 20,000 ชิ้น

<u>เฉลย</u> กิจกรรม "ธุรกิจแก้วกาแฟ"

ขั้นที่ 4: ขั้นแปลความหมายคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ให้เป็นคำตอบ ของสถานการณ์จริง

9. **ให้นักเรียนแปลความหมาย "คำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ ให้เป็น "คำตอบของสถานการณ์จริง"** **(2 คะแนน)**

ในการผลิตสินค้าจำนวน 100,000 ชิ้น ถ้าโรงงานจันทร์เจ้าเซรามิกเลือกที่จะผลิตสินค้ารอบละ 10,000 ชิ้น จะเสียต้นทุนการผลิตรวม 506,250.00 บาท ผลิตสินค้ารอบละ 20,000 ชิ้น จะเสียต้นทุนการผลิตรวม 505,000.00 บาท ผลิตสินค้ารอบละ 30,000 ชิ้น จะเสียต้นทุนการผลิตรวม 505,416.67 บาท ผลิตสินค้ารอบละ 40,000 ชิ้น จะเสียต้นทุนการผลิตรวม 506,250.00 บาท ผลิตสินค้ารอบละ 50,000 ชิ้น จะเสียต้นทุนการผลิตรวม 507,250.00 บาท ผลิตสินค้ารอบละ 60,000 ชิ้น จะเสียต้นทุนการผลิตรวม 508,333.33 บาท ผลิตสินค้ารอบละ 70,000 ชิ้น จะเสียต้นทุนการผลิตรวม 509,464.29 บาท ผลิตสินค้ารอบละ 80,000 ชิ้น จะเสียต้นทุนการผลิตรวม 510,625.00 บาท ผลิตสินค้ารอบละ 90,000 ชิ้น จะเสียต้นทุนการผลิตรวม 511,805.56 บาท ผลิตสินค้ารอบละ 100,000 ชิ้น จะเสียต้นทุนการผลิตรวม 13,000.00 บาท ดังนั้น โรงงานจันทร์เจ้าเซรามิกควรเลือกการผลิตแบบรอบละ 20,000 ชิ้น ซึ่งจะทำให้เสียต้นทุนการ ผลิตจำนวน 5 รอบ และเสียต้นทุนการผลิตรวม 505,000 บาท

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 5

หัวข้อเรื่อง กิจกรรม **"มลพิษทางอากาศ"**

ระดับชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 5 เวลา 90 นาที

จุดประสงค์การจัดการเรียนรู้ในคาบนี้ เพื่อจะให้นักเรียนได้มีความรู้และความเข้าใจและลงมือแก้ปัญหาสถานการณ์จริง(Real world situation) โดยใช้กระบวนการแก้ปัญหาตามแนวคิดของโพลยา (Polya) และนำกระบวนการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์มาใช้แก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ซึ่งเป็นปัญหาสถานการณ์จริง ได้แก่ กิจกรรมปัญหา "**มลพิษทางอากาศ**" คือสถานการณ์ที่ต้องการที่จะหาตำแหน่งเพื่อสร้างบ้านที่อยู่ระหว่างโรงงานอุตสาหกรรม 2 แห่ง ซึ่งเป็นพื้นที่ปราศจากมลพิษทางอากาศจากทั้งสองโรงงาน

1. จุดประสงค์การเรียนรู้

1.1 ด้านความรู้ทางคณิตศาสตร์: เพื่อให้นักเรียน

1.1.1 มีความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับกระบวนการแก้ปัญหาตามแนวคิดของโพลยา และกระบวนการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

1.1.2 หาจุดสูงสุดหรือจุดต่ำสุดของฟังก์ชันได้

1.2 ด้านทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์: เพื่อให้นักเรียน

1.2.1 ได้ลงมือแก้ปัญหาสถานการณ์จริงที่กำหนด (กิจกรรม "มลพิษทางอากาศ) ผ่านกระบวนการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เป็นกลุ่ม

1.2.2 ได้สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และนำเสนอ "กระบวนการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์" ของกลุ่ม หน้าชั้นเรียนได้

1.3 ด้านคุณลักษณะ อันพึงประสงค์: เพื่อให้นักเรียน

1.3.1 มีส่วนร่วมและรับผิดชอบในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหาเป็นกลุ่ม

1.3.2 มีส่วนร่วมและรับผิดชอบในการอภิปรายของกลุ่ม

1.3.3 มีส่วนร่วมและรับผิดชอบในการอภิปรายหน้าชั้นเรียน

2. สาระการเรียนรู้

2.1 ความสำคัญของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

กิจกรรมที่มนุษย์เราทำอยู่เป็นประจำก็คือ **การแก้ปัญหาที่เกิดขึ้นในชีวิตจริง** ซึ่งเป็นปัญหาที่ซับซ้อน เช่น ปัญหาในการทำงาน ปัญหาค่าใช้จ่าย ปัญหาการเดินทาง ปัญหาเลือกซื้อสินค้าและบริการ เป็นต้น บรรดาปัญหาเหล่านี้มีทั้งปัญหาที่เราสามารถแก้ได้ง่าย โดยใช้เพียงความรู้หรือประสบการณ์เดิม ๆ และปัญหาที่มีความยุ่งยากซับซ้อนมากจนไม่สามารถแก้ปัญหานั้นได้ในทันที ต้องอาศัยความรู้ทักษะและกระบวนการร่วมกับเทคนิควิธีหลายอย่างในการแก้ปัญหา ยิ่งมีประสบการณ์มากยิ่งจะทำให้แก้ปัญหาได้เร็วขึ้นและดีขึ้น และซึ่งถ้าเรามีความรู้หรือแหล่งความรู้ที่เพียงพอ เข้าใจขั้นตอน/กระบวนการในการแก้ปัญหา มีเทคนิค/ยุทธวิธีในการแก้ปัญหาที่เหมาะสม ตลอดจนมีประสบการณ์ในการแก้ปัญหามาก่อน เราก็จะสามารถแก้ปัญหาได้ดีและมีประสิทธิภาพ การแก้ปัญหาจึงเป็นกระบวนการที่เราจะต้องเรียนรู้ ฝึกฝน และพัฒนาให้เกิดขึ้นในตัวเรา

การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ (Mathematical problem solving) จึงเป็นทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ที่นักเรียนควรจะเรียนรู้ ฝึกฝน และพัฒนาให้เกิดขึ้นในตัวนักเรียน เพราะการเรียนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์จะช่วยให้นักเรียนมีแนวทางการคิดที่หลากหลาย มีนิสัยกระตือรือร้นไม่ย่อท้อและมีความมั่นใจในการแก้ปัญหาที่เผชิญอยู่ทั้งภายในและภายนอกห้องเรียน ตลอดจนเป็นทักษะพื้นฐานที่นักเรียนสามารถนำติดตัวไปใช้แก้ปัญหาในชีวิตประจำวันได้นานตลอดชีวิต

2.2 กระบวนการแก้ปัญหาตามแนวคิดของโพลยา

กระบวนการแก้ปัญหาตามแนวคิดของโพลยา (Polya) ประกอบด้วยขั้นตอนสำคัญ 4 ขั้นตอน ขั้นทำความเข้าใจปัญหา ขั้นวางแผนแก้ปัญหา ขั้นดำเนินการตามแผน และขั้นตรวจสอบผล

ขั้นที่ 1 ขั้นทำความเข้าใจปัญหา (understanding the problem)

ขั้นตอนนี้เป็นขั้นเริ่มต้นของการแก้ปัญหาที่ต้องการให้นักเรียนคิดเกี่ยวกับปัญหา และตัดสินว่าอะไรคือสิ่งที่ต้องการค้นหา ในขั้นตอนนี้นักเรียนต้องทำความเข้าใจปัญหาและระบุส่วนสำคัญของปัญหา ช่วยให้นักเรียนรู้จักวิเคราะห์โจทย์ที่พบว่าโจทย์กำหนดอะไรให้บ้าง และสิ่งที่กำหนดให้มีความสัมพันธ์กันอย่างไรมีเงื่อนไขอะไรบ้างซึ่งได้แก่ ตัวไม่รู้ค่า ข้อมูล และเงื่อนไข ถ้ายังไม่ชัดเจนในการทำความเข้าใจปัญหานั้นนักเรียนอาจพิจารณาส่วนสำคัญของปัญหาอย่างถี่ถ้วน พิจารณาซ้ำไปซ้ำมา พิจารณาหลากหลายมุมมอง หรืออาจใช้วิธีที่หลากหลายช่วยในการทำความเข้าใจปัญหา เช่น เขียนตาราง การเขียนรูป การเขียนแผนภูมิ หรือการเขียนสาระของปัญหาด้วยถ้อยคำของตนเองก็ได้

ขั้นที่ 2 ขั้นวางแผนแก้ปัญหา (devising a plan)

ขั้นวางแผนแก้ปัญหา เป็นขั้นตอนผู้เรียนต้องมองความสำคัญของข้อมูลต่างๆในโจทย์ปัญหาอย่างชัดเจนมากขึ้น มีการเชื่อมโยงระหว่างข้อมูลในปัญหากับสิ่งที่ต้องการทราบ หากไม่สามารถเชื่อมโยงได้ทันที อาจต้องใช้การใช้ปัญหาอื่นช่วยเพื่อให้ได้แผนงานแก้ปัญหาในที่สุด ผู้แก้ปัญหาการเริ่มต้นด้วยการคิดว่าตนเองเคยเห็นปัญหาลักษณะแบบนี้เคยพบมาจากที่ไหนมาก่อนหรือไม่ หรือเคยเห็นและแก้ปัญหาในรูปแบบที่คล้ายคลึงกันหรือไม่ จะใช้ความรู้และวิธีการใดมาช่วยแก้ปัญหาผสมผสานกับประสบการณ์ในการแก้ปัญหาที่ต้องแก้ปัญหามีอยู่แล้วนำมากำหนดแนวทางการแก้ปัญหาจะแก้ปัญหาส่วนใดได้ก่อนบ้างจะแปลงข้อมูลที่มีอยู่ไหมเพื่อให้ได้สิ่งที่ต้องการทราบกับข้อมูลที่มีอยู่สัมพันธ์กันมากขึ้นหรือไม่ได้ใช้ข้อมูลหรือเงื่อนไขที่มีอยู่อย่างเหมาะสมหรือยัง

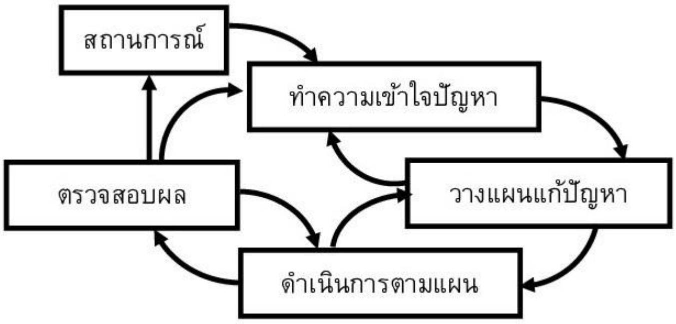
ขั้นที่ 3 ขั้นดำเนินการตามแผน (carrying out the plan)

ขั้นดำเนินการตามแผน เป็นขั้นตอนที่ต้องการให้นักเรียนลงมือปฏิบัติตามแนวทางหรือแผนที่วางไว้เพื่อให้ได้คำตอบของปัญหา โดยเริ่มจากการตรวจสอบความเป็นไปได้ของแผน เพิ่มเติมรายละเอียดต่าง ๆ ของแผนให้ชัดเจน แล้วลงมือปฏิบัติจนกระทั่งสามารถหาคำตอบได้ มีการตรวจสอบแต่ละขั้นตอนย่อย ๆ ของงานที่ทำว่าถูกหรือไม่ เมื่อตรวจสอบแล้วแผนหรือกลยุทธ์ที่เลือกไว้ไม่สามารถแก้ปัญหาได้ นักเรียนต้องค้นหาแผนหรือกลยุทธ์แก้ปัญหาใหม่อีกครั้ง การค้นหาแผนหรือกลยุทธ์แก้ปัญหาใหม่ถือเป็นการพัฒนาผู้แก้ปัญหาที่ดีด้วยเช่นกัน

ขั้นที่ 4 ขั้นตรวจสอบผล (looking back)

ขั้นตรวจสอบผล ผู้แก้ปัญหามองย้อนกลับไปขั้นตอนต่างๆที่ผ่านมาเป็นการตรวจสอบให้แน่ใจว่าผลลัพธ์ที่ถูกต้องสมบูรณ์ เป็นการตรวจสอบคำตอบหรือเฉลยที่ได้ว่า สอดคล้องกับข้อมูลและเงื่อนไขที่กำหนดในปัญหาหรือไม่ และมีความสมเหตุสมผลหรือไม่ ซึ่งอาจครอบคลุมถึงการขยายความคิดจากผลหรือคำตอบที่ได้และการวิเคราะห์หาวิธีอื่นในการแก้ปัญหา

วิลสัน เฟอร์นันเดซ และฮาดาเวย์ (Wilson; Fernandez; & Hadaway, 1993: 60–62) ได้เสนอแนะกรอบแนวคิดเกี่ยวกับกระบวนการแก้ปัญหาที่แสดงความเป็นพลวัต มีลำดับไม่ตายตัว สามารถวนไปเวียนมาได้ ดังภาพประกอบ 1



ภาพประกอบ 1 กระบวนการแก้ปัญหาที่เป็นพลวัตตามแนวคิดของวิลสันและคณะ

เราสามารถอธิบายแผนภูมิจากภาพประกอบข้างต้นได้ดังนี้

เมื่อนักเรียนเผชิญสถานการณ์ที่เป็นปัญหา นักเรียนจะต้องเริ่มต้นทำความเข้าใจกับปัญหาก่อน เมื่อเข้าใจแล้วก็วางแผนแก้ปัญหา ระบุความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องพร้อมทั้งกำหนดกลยุทธ์ที่เหมาะสมในการแก้ปัญหานั้น แล้วดำเนินการแก้ปัญหาตามแผนที่วางไว้ จนกระทั่งสามารถหาคำตอบได้ สุดท้ายตรวจสอบและพิจารณาความถูกต้อง เพื่อความสมเหตุสมผลของคำตอบที่ได้ และกลยุทธ์ที่ใช้แก้ปัญหา

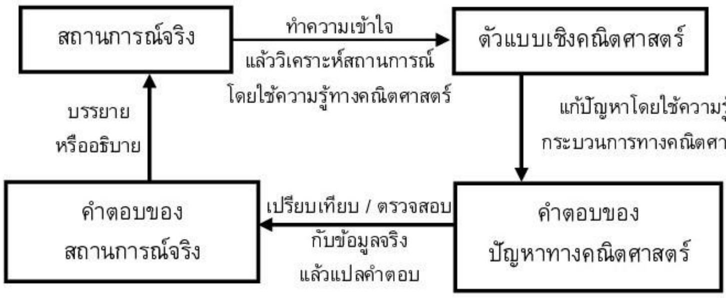
สำหรับทิศทางของลูกศรนั้น เป็นการแสดงการพิจารณาหรือตัดสินใจที่จะเคลื่อนการกระทำจากขั้นตอนหนึ่งไปสู่อีกขั้นตอนหนึ่ง สามารถย้อนกลับไปขั้นตอนก่อนหน้าเมื่อมีปัญหาหรือข้อสงสัยหรือยังไม่แน่ใจ เช่น เมื่อนักเรียนอยู่ที่ขั้นทำความเข้าใจปัญหา และคิดว่ามีความเข้าใจปัญหาดีแล้ว ก็เคลื่อนการกระทำไปสู่ขั้นวางแผนแก้ปัญหา หรือในขณะที่นักเรียนดำเนินการตามแผนที่วางไว้ในขั้นที่ 3 แต่ไม่สามารถดำเนินการต่อไปได้ นักเรียนก็อาจย้อนกลับไปเริ่มวางแผนใหม่ในขั้นที่ 2 หรือทำความเข้าใจปัญหาใหม่ในขั้นที่ 1 ก็ได้

เนื่องจากกระบวนการแก้ปัญหาตามแนวคิดของวิลสันและคณะเป็นการดำเนินการที่เกิดขึ้นได้ในการแก้ปัญหาในชีวิตจริง เป็นกระบวนการแก้ปัญหาที่เป็นพลวัต (Dynamic problem–solving process) เนื่องจากนักเรียนสามารถเริ่มต้นใหม่ในขั้นทำความเข้าใจปัญหาเสมอไป

2.3 กระบวนการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

กระบวนการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ (Mathematical modeling process) เป็นกระบวนการที่ดัดแปลงมาจากกระบวนการแก้ปัญหาตามแนวคิดของโพลยา (Polya) กระบวนการแก้ปัญหาที่เป็นพลวัตตามแนวคิดของวิลสันและคณะ (Wilson and others) และกระบวนการศึกษาสถานการณ์จริงโดยใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ตามแนวคิดของจิออร์ดาโน เวียร์ และฟอกซ์ (Giordano; Weir; &Fox)

กระบวนการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ประกอบด้วยขั้นตอนสำคัญ 4 ขั้นตอน ได้แก่ ขั้นทำความเข้าใจสถานการณ์จริง ขั้นปรับเปลี่ยนสถานการณ์จริงให้เป็นปัญหาทางคณิตศาสตร์ ขั้นดำเนินการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และขั้นแปลความหมายของคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ให้เป็นคำตอบของสถานการณ์จริง ดังภาพประกอบ 2



ภาพประกอบ 2 กระบวนการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

จากภาพประกอบข้างต้น สามารถอธิบายได้ดังนี้

ขั้นที่ 1 ขั้นทำความเข้าใจสถานการณ์จริง

ขั้นทำความเข้าใจสถานการณ์จริง เป็นขั้นเริ่มต้นของการแก้ปัญหาสถานการณ์จริงที่ต้องการให้นักเรียนคิดเกี่ยวกับสถานการณ์จริง วิเคราะห์และระบุส่วนสำคัญของสถานการณ์จริง ซึ่งได้แก่ สิ่งที่สถานการณ์จริงต้องการหา ข้อมูลและเงื่อนไขของสถานการณ์จริง ตลอดจนอธิบายแนวคิดที่เกี่ยวข้องกับสถานการณ์จริงได้ ในการทำความเข้าใจสถานการณ์จริงนั้นนักเรียนอาจพิจารณาส่วนสำคัญของสถานการณ์จริงอย่างถี่ถ้วน พิจารณาซ้ำไปซ้ำมา พิจารณาในหลากหลายมุมมอง หรืออาจใช้วิธีต่าง ๆ ช่วยในการทำความเข้าใจสถานการณ์จริง เช่น การเขียนรูป การเขียนแผนภูมิ หรือการเขียนสาระของสถานการณ์จริงด้วยถ้อยคำของตนเองก็ได้

ขั้นที่ 2 ขั้นปรับเปลี่ยนสถานการณ์จริงให้เป็นปัญหาทางคณิตศาสตร์

ขั้นปรับเปลี่ยนสถานการณ์จริงให้เป็นปัญหาทางคณิตศาสตร์ เป็นขั้นตอนที่ต้องการให้นักเรียนค้นหาความเชื่อมโยงหรือความสัมพันธ์ระหว่างสิ่งที่สถานการณ์จริงต้องการหา ข้อมูลและเงื่อนไขของสถานการณ์จริง แล้วนำมาวิเคราะห์โดยใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้อง ผสมผสานกับประสบการณ์ในการแก้ปัญหา หลังจากนั้นปรับเปลี่ยน “ข้อมูลและเงื่อนไขของสถานการณ์จริง” ให้อยู่ในรูป “ตัวไม่ทราบค่า ข้อมูล เงื่อนไข หรือสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์” ของปัญหาทางคณิตศาสตร์ แล้วหา “ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์”

(Mathematical model) ที่แสดงความสัมพันธ์ระหว่าง “ตัวไม่ทราบค่า ข้อมูล เงื่อนไข หรือสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์” เหล่านั้น ที่จะนำไปใช้ในการค้นหาคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์

ขั้นที่ 3 ขั้นการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

ขั้นการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เป็นขั้นตอนที่ต้องการให้นักเรียนแสดงวิธีการค้นหาคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยใช้ “ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์” ที่ได้จากขั้นปรับเปลี่ยนสถานการณ์จริงให้เป็นปัญหาทางคณิตศาสตร์ จนกระทั่งสามารถหาและสรุปคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้

ขั้นที่ 4 ขั้นแปลความหมายคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ให้เป็นคำตอบของสถานการณ์จริง

ขั้นแปลความหมายคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ให้เป็นคำตอบของสถานการณ์จริง เป็นขั้นตอนที่ต้องการให้นักเรียนมองย้อนกลับไปยังสิ่งที่สถานการณ์จริงต้องการหา แล้วเปรียบเทียบ/ตรวจสอบความถูกต้อง ความสมเหตุสมผลของคำตอบ และตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ที่ใช้ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ กับข้อมูลและเงื่อนไขของสถานการณ์จริงก่อน แล้วค่อยแปลความหมาย “คำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์” ให้เป็น “คำตอบของสถานการณ์จริง”

3. สื่อการเรียนรู้ / แหล่งการเรียนรู้

3.1 ใบความรู้ เรื่อง แนวคิดเกี่ยวกับกระบวนการแก้ปัญหา และกระบวนการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์

3.2 ใบกิจกรรม เรื่อง “มลพิษทางอากาศ”

3.3 ผลเฉลย เรื่อง “มลพิษทางอากาศ” (สำหรับครูเท่านั้น)

3.4 เกณฑ์การให้คะแนน แบบรูบริก สำหรับกิจกรรม “มลพิษทางอากาศ” (สำหรับครูเท่านั้น)

3.5 แบบสังเกตพฤติกรรมในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ (สำหรับครูเท่านั้น)

3.6 ใบตรวจสอบความรู้ เรื่อง แนวคิดเกี่ยวกับกระบวนการแก้ปัญหา และกระบวนการศึกษาสถานการณ์จริงโดยใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์

4. กิจกรรมการเรียนรู้

4.1 ขั้นนำ

ขั้นนี้ใช้เวลาประมาณ 10 นาที ซึ่งมีรายละเอียดดังนี้

4.1.1 ครูนำเข้าสู่บทเรียน เรื่อง กระบวนการแก้ปัญหาและการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหา โดยเชื่อมโยงกับสถานการณ์ในจริง และมีการอธิบาย “เน้นย้ำความสำคัญของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ” ดังรายละเอียดในสาระการเรียนรู้ หัวข้อ 2.1

4.1.2 ครูตั้งคำถามเพื่อให้นักเรียนตอบ เพื่อเน้นย้ำให้นักเรียนเห็นความสำคัญของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ชัดเจนยิ่งขึ้น ซึ่งประเด็นคำถามมีดังนี้

(1) มลพิษที่ปล่อยออกมาจากโรงงานอุสาหกรรม ควรมีปริมาณเท่าใดเพื่อที่จะได้ไม่กระทบกับสุขภาพของผู้อยู่อาศัย

[นักเรียนควรตอบว่า **มลพิษในอากาศจะต้องไม่เกิน** 57 ppm.]

(2) การวัดอัตราการกระจายตัวของมลพิษในอากาศ มีวิธีการวัดอย่างไร

[คำตอบของนักเรียน การวัดความเข้มข้นของมลพิษในอากาศวัดได้จาก อัตราส่วนของปริมาณมลพิษที่ปล่อยจากโรงงาน ต่อ ระยะทางที่อยู่ห่างจากจุดปล่อยมลพิษทางอากาศ]

(3) ถ้าบ้านนักเรียนอยู่ระหว่างโรงงานที่ 1 และ โรงงานที่ 2 ซึ่งโรงงานที่ 1 ปล่อยมลพิษทางอากาศ 70 ppm. และโรงงานที่ 2 ปล่อยมลพิษทางอากาศ 90 ppm. อยากทราบว่านักเรียนควรอยู่ในบริเวณใดเพื่อที่จะได้รับมลพิษมีปริมาณความเข้มข้นน้อยที่สุด

[คำตอบของนักเรียน ที่พักอาศัย ควรอยู่ใกล้โรงงานที่ 1 เพราะ มีปริมาณมลพิษที่ปล่อยออกมาน้อย]

4.1.3 เพื่อให้นักเรียนมีความเข้าใจที่ตรงกัน ครูสรุปคำตอบที่ถูกต้องและข้อคิดเห็นของแต่ละข้อคำถามอีกครั้ง

4.2 ขั้นสอน

ขั้นนี้ใช้เวลาประมาณ 70 นาที ซึ่งมีรายละเอียดดังนี้

4.2.1 <u>ครูจัดนักเรียนเป็นกลุ่มย่อย</u> กลุ่มละ 4 คน โดยที่แต่ละกลุ่มควรจะมีนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนต่ำ 1 คน ปานกลาง 2 คน และสูง 1 คน เพื่อคละความสามารถกัน

4.2.2 ครูอธิบายแนวทางปฏิบัติในชั้นเรียนในการแก้ปัญหาเป็นกลุ่ม ซึ่งได้แก่

(1) กระบวนการแก้ปัญหาสถานการณ์จริงที่กำหนด

(2) การสรุปและอภิปรายกระบวนการแก้ปัญหาและการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ เพื่อแก้ปัญหาสถานการณ์จริงที่กำหนด

(3) การเขียนผลเฉลยในใบกิจกรรม

(4) การนำเสนอกระบวนการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ หน้าชั้นเรียน โดยเน้นย้ำว่า “ทุกคนจะต้องเข้าใจผลเฉลยของตนและสามารถอธิบายได้” หลังจากนั้นครูให้นักเรียนซักถามข้อสงสัย (ถ้ามี)

4.2.3 ครูแจกใบความรู้ เรื่อง แนวคิดเกี่ยวกับกระบวนการแก้ปัญหาและกระบวนการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ให้นักเรียนแต่ละคน พร้อมทั้งอธิบายแนวคิดเกี่ยวกับ

กระบวนการแก้ปัญหาตามแนวคิดของโพลยา (Polya) และกระบวนการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยเน้นย้ำ "ขั้นตอนต่างๆ ที่นำมาใช้ในการแก้ปัญหาสถานการณ์จริงที่กำหนด" ดังรายละเอียดในสาระการเรียนรู้ หัวข้อ 2

4.2.4 เพื่อให้นักเรียนเข้าใจกระบวนการกระบวนการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และการแก้ปัญหาตามแนวคิดของโพลยา (Polya)มากยิ่งขึ้น ครูแจกใบกิจกรรม เรื่องมลพิษทางอากาศ ให้นักเรียนแต่ละกลุ่ม และจูงใจให้นักเรียนได้รู้สึกอยากแก้ปัญหาสถานการณ์จริงที่กำหนดผ่านกระบวนการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ตลอดจนให้นักเรียนได้นำเสนอสถานการณ์ปัญหา "มลพิษทางอากาศ"

4.2.5 เพื่อดำเนินการตามขั้นตอนแรกคือขั้นทำความเข้าใจสถานการณ์จริง ในกระบวนการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ครูให้นักเรียนอ่านสถานการณ์จริงที่กำหนดอีกครั้ง แล้วตั้งคำถามเพื่อให้นักเรียนตอบและแสดงความคิดเห็น เช่น

(1) สถานการณ์จริงนี้ เป็นเรื่องเกี่ยวกับอะไร

[นักเรียนควรตอบว่า ต้องการสร้างบ้านที่อยู่ใกล้กับโรงงาน ซึ่งปล่อยมลพิษทางอากาศ]

(2) ในสถานการณ์จริง ปริมาณมลพิษในอากาศสามารถคำนวนอย่างไร

[นักเรียนควรตอบว่า มลพิษทางอากาศในบริเวณบ้าน เท่ากับ $\frac{A}{B}$ ppm.

A แทน การกระจายตัวของมลพิษ (หน่วย ppm)

B แทน ระยะห่างจากที่อยู่อาศัยถึงแหล่งกำเนิด (หน่วยเป็น กิโลเมตร)

(3) มลพิษที่ปล่อยจากโรงงานอุสาหกรรม จะกระจายตัวและตกลงมาบนพื้นซึ่งจะห่างจากจุดที่ปล่อยมลพิษเท่าใด

[นักเรียนควรตอบว่า มลพิษกระจายตัวและตกลงมาห่างจากจุดที่ปล่อยมลพิษตั้งแต่ 1 กิโลเมตรขึ้นไป]

(4) จะมีวิธีการอย่างไรเพื่อที่จะได้รับมลพิษในปริมาณที่น้อยที่สุด

[นักเรียนควรตอบว่า ควรอยู่ห่างจากแหล่งกำเนิดของมลพิษให้มากที่สุด

(5) สิ่งที่สถานการณ์จริงต้องการหานักเรียนแก้ปัญหาคืออะไร

[นักเรียนควรตอบว่า ตำแหน่งที่จะทำให้ได้รับผลกระทบจากมลพิษที่ปล่อยออกมาจากทั้งสองโรงงานที่จะส่งผลต่อร่างกายน้อยที่สุด]

(5) ข้อมูลหรือเงื่อนไขของสถานการณ์จริง มีอะไรบ้าง

[นักเรียนควรตอบว่า ที่อยู่อาศัยอยู่ระหว่างโรงงานอุตสาหกรรม 2 แห่ง ซึ่งโรงงานทั้ง 2 แห่ง มีระยะห่างกัน 10 กิโลเมตร โดยโรงงานที่ 1 ปล่อยมลพิษเข้าสู่อากาศด้วยความเข้มข้น 60 ppm และโรงงานที่ 2 ปล่อยมลพิษสู่อากาศด้วยความเข้มข้น 240 ppm.]

4.2.6 เมื่อนักเรียนเข้าใจสถานการณ์จริง ครูจะส่งเสริมให้นักเรียนได้คิดเป็นรายบุคคล โดยแต่ละคนค้นหาความสัมพันธ์เพื่อทำการเชื่อมโยงข้อมูลและเงื่อนไขของสถานการณ์จริง โดยใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้อง และประสบการณ์ในการแก้ปัญหาของแต่ละคน โดยไม่ต้องปรึกษาคนอื่น (ใช้เวลาประมาณ 2-3 นาที)

4.2.7 เมื่อนักเรียนได้คิดเป็นรายบุคคลแล้ว ให้นักเรียนนำแนวคิดของตนมาแลกเปลี่ยนกันในกลุ่ม (อาจเริ่มจากแลกเปลี่ยนกัน 2 คนก่อน แล้วทั้งกลุ่ม) จนกระทั่งสามารถค้นหาความเชื่อมโยงหรือความสัมพันธ์ระหว่างสิ่งที่สถานการณ์จริงต้องการหา ข้อมูลหรือเงื่อนไขของสถานการณ์จริงได้ หลังจากนั้นให้นักเรียนปรับเปลี่ยน “ข้อมูลหรือเงื่อนไขของสถานการณ์จริง” เหล่านั้นให้อยู่ในรูป “ตัวไม่ทราบค่า ข้อมูล เงื่อนไข หรือสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์” ของปัญหาทางคณิตศาสตร์ และหา “ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์” ที่สอดคล้องกับข้อมูลและเงื่อนไขของสถานการณ์จริง และสามารถนำไปใช้ในการค้นหาคำตอบได้

4.2.8 ถ้ามีนักเรียนกลุ่มใดไม่เห็นแนวทางหรือไม่สามารถปรับเปลี่ยน “เงื่อนไขและข้อมูลของสถานการณ์จริง” ให้อยู่ในรูป “ตัวไม่ทราบค่า ข้อมูล เงื่อนไข หรือสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์” และยังไม่พบ “ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์” ได้ ครูอาจช่วยนักเรียนโดยการตั้งคำถามชี้นำให้นักเรียนตอบ ซึ่งประเด็นคำถามมีดังนี้

(1) ข้อมูลหรือเงื่อนไขที่สถานการณ์จริง มีอะไรบ้าง

[นักเรียนควรตอบว่าสำหรับระยะทางที่ห่างจากแหล่งกำเนิด(โรงงาน)ที่มากกว่าหรือเท่ากับ 1 กิโลเมตร ความเข้มข้นของอนุภาค (ส่วนในล้านส่วน ppm) จะลดลงเมื่อเทียบกับแหล่งกำเนิด]

(2) ถ้า บ้านเราอยู่ห่าง 3 กิโลเมตร จะมีการกระจายตัวของมลพิษ 60 ppm จะมีมลพิษเท่าไร

[นักเรียนควรตอบว่า มลพิษที่บ้านของเราก็จะมีปริมาณ $\frac{60}{3}$ คือ 20 ppm

(3) ถ้า บ้านเราอยู่ห่าง 10 กิโลเมตร จะมีการกระจายตัวของมลพิษ 60 ppm จะมีมลพิษเท่าไร

[นักเรียนควรตอบว่า มลพิษที่บริเวณบ้านของเราก็จะมีปริมาณ $\frac{60}{10}$ คือ 6 ppm

(4) จากการแสดงวิธีการคำนวณหาความเข้มข้นของมลพิษที่บริเวณบ้าน นักเรียนคิดว่าข้อมูลและเงื่อนไขที่สำคัญใดบ้างของสถานการณ์จริง ที่สามารถปรับเปลี่ยนให้อยู่ในรูป “ตัวไม่ทราบค่า ข้อมูล เงื่อนไข หรือสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์” ได้อย่างไรบ้าง

[นักเรียนควรตอบว่า ควรปรับ

ปริมาณมลพิษจากโรงงานที่1 ให้อยู่ในรูปของ ตัวไม่ทราบค่า (P_1)

ปริมาณมลพิษจากโรงงานที่2 ให้อยู่ในรูปของ ตัวไม่ทราบค่า (P_2)

ระยะห่างจากโรงงาน P_1 ถึงเขตมลพิษน้อยที่สุด ให้อยู่ในรูปของ ตัวไม่ทราบค่า (x)

ระยะห่างจากโรงงาน P_2 ถึงเขตปลอดน้อยที่สุด ให้อยู่ในรูปของ ตัวไม่ทราบค่า($10-x$)

ผลรวมของมลพิษทั้งสองโรงงาน ให้อยู่ในรูปของ ตัวไม่ทราบค่า $P(x)$

เป็นต้น

(5) ครูลองให้นักเรียนวาดภาพแสดงข้อมูลหรือเงื่อนไขที่สำคัญของสถานการณ์จริง และชี้ประเด็นปริมาณของมลพิษที่บ้านจะได้รับจากโรงงานทั้ง 2 แห่ง

4.2.9 ครูเดินดูการแก้ปัญหาของนักเรียนแต่ละกลุ่ม เพื่อสังเกตการมีส่วนร่วมและความรับผิดชอบในการแก้ปัญหาของนักเรียนแต่ละคน ในขณะที่นักเรียนแต่ละกลุ่มกำลังปรับเปลี่ยนสถานการณ์จริงให้เป็นปัญหาทางคณิตศาสตร์

4.2.10 เมื่อนักเรียนแต่ละกลุ่มหรือกลุ่มใดที่ได้ปรับเปลี่ยนสถานการณ์จริงให้เป็นปัญหาทางคณิตศาสตร์ จนได้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์แล้ว ครูควรเน้นย้ำให้นักเรียนเขียนแสดงวิธีการค้นหาคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์อย่างละเอียด โดยใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ที่ได้นั้น รวมทั้งเขียนสรุปคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ได้ ลงในใบกิจกรรมของกลุ่ม

4.2.11 เมื่อนักเรียนแต่ละกลุ่มได้คำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์แล้ว ครูสอบถามนักเรียนว่า นักเรียนจะรู้ได้อย่างไรว่าคำตอบที่ได้ถูกต้องหรือไม่ ควรให้นักเรียนได้มองย้อนกลับไปยังสิ่งที่สถานการณ์จริงต้องการหา แล้วตรวจสอบ/เปรียบเทียบ ความถูกต้อง ตรวจความสมเหตุสมผลของคำตอบ และตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ที่ใช้ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ กับข้อมูลและเงื่อนไขของสถานการณ์จริงก่อน โดยการตั้งคำถามเพื่อตรวจสอบความเข้าใจของนักเรียน ซึ่งประเด็นคำถามมีดังนี้

(1) ถ้าเปลี่ยน " ระยะห่างจากโรงงานที่ 1 " โดยข้อมูลและเงื่อนไขของสถานการณ์จริงอื่นยังคงเหมือนเดิม นักเรียนสามารถใช้ "ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์" มาคำนวณหาตำแหน่งความเข้มมลพิษ ได้หรือไม่ อย่างไร จงอธิบาย

[นักเรียนควรตอบว่า สามารถใช้ "ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์" ในการคำนวณหาตำแหน่งเพียงเปลี่ยนค่าของตัวไม่ทราบค่า (x) แล้วคำนวณหาตำแหน่งออกมา]

(2) ถ้าเปลี่ยน "ระยะห่างจากที่อยู่อาศัยถึงโรงงานที่2" โดยข้อมูลและเงื่อนไขของสถานการณ์จริงอื่นยังคงเหมือนเดิม นักเรียนสามารถใช้ "ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์" (เดิม) มาคำนวณหาตำแหน่งความเข้มมลพิษ ได้หรือไม่ อย่างไร จงอธิบาย

[นักเรียนควรตอบว่า สามารถใช้ “ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์” (เดิม) ในการคำนวณหาค่าใช้จ่ายรวมได้ เพียงเปลี่ยนค่าของตัวไม่ทราบค่า $(10-x)$ แล้วคำนวณหาค่าใช้จ่ายรวมออกมา]

(3) ถ้าเปลี่ยน “ ระยะห่างจากโรงงานทั้งสอง มากกว่า 10 กิโลเมตร ” โดยข้อมูลและเงื่อนไขของสถานการณ์จริงอื่นยังคงเหมือนเดิม นักเรียนสามารถใช้ “ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ มาคำนวณหาตำแหน่งความเข้มมลพิษ ได้หรือไม่ อย่างไร จงอธิบาย

[นักเรียนควรตอบว่า <u>ไม่</u>สามารถใช้ “ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ สำหรับการคิดคำนวณหาได้ เพราะตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ สำหรับการคิดคำนวณมีการใช้โดเมน (0,10) เป็นต้น

4.2.12 เมื่อตรวจสอบความถูกต้อง/ เปรียบเทียบ ความสมเหตุสมผลของคำตอบและตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ที่ใช้ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ กับข้อมูลและเงื่อนไขของสถานการณ์จริง เรียบร้อยแล้ว ครูให้นักเรียนแปลความหมาย “คำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์” ให้เป็น “คำตอบของสถานการณ์จริง” แล้วเขียนคำตอบของสถานการณ์จริงลงในใบกิจกรรม

4.2.13 เมื่อนักเรียนแต่ละกลุ่มได้คำตอบของสถานการณ์จริงแล้ว ครูให้นักเรียนแต่ละกลุ่มส่งตัวแทนมานำเสนอ “กระบวนการแก้ปัญหาและการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของกลุ่ม” หน้าชั้นเรียน หรือครูอาจสุ่มเลือกนักเรียนบางกลุ่มที่ใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่แตกต่างกัน” (ถ้ามี)

4.2.14 ครูให้นักเรียนทั้งชั้นร่วมกันอภิปราย “กระบวนการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์” ของแต่ละกลุ่ม ประเด็นที่ใช้ในการอภิปรายมีดังนี้

(1) ขั้นตอนใดมีความยุ่งยากซับซ้อนที่สุด ในกระบวนการแก้ปัญหา เพราะเหตุใด

(2) มีการนำตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ใดบ้าง ที่นำมาใช้แก้ปัญหานี้ มีอะไรบ้าง

(3) กลุ่มใดที่ได้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ มีประสิทธิภาพที่สุด เพราะเหตุใด

(4) ถ้า “ข้อมูลและเงื่อนไขของสถานการณ์จริง” บางอย่างมีการเปลี่ยนแปลง แล้ว จะส่งผลกับ “ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์” ที่นำมาใช้หรือไม่ อย่างไร

(5) กลุ่มใดมีการนำเสนอและสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ผ่าน“กระบวนการแก้ปัญหาและการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์” ชัดเจนที่สุด เพราะเหตุใด ปีนต้น

4.2.15 ครูให้นักเรียนร่วมกันอภิปรายและสรุป “กระบวนการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์” ประเด็นที่ใช้ในการสรุปมีดังนี้

(1) สิ่งที่สถานการณ์จริงต้องการหา คืออะไร

(2) ข้อมูลและเงื่อนไขที่สำคัญของสถานการณ์จริง มีอะไรบ้าง

(3) แนวคิด/ความรู้ทางคณิตศาสตร์ ที่นำใช้ในการแก้ปัญหาสถานการณ์จริงนี้ มีอะไรบ้าง

(4) ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ที่สามารถนำมาใช้แก้ปัญหานี้ มีอะไรบ้าง

(5) ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ใดมีประสิทธิภาพที่สุด เพราะเหตุใด

(6) ถ้าเปลี่ยน "ข้อมูลและเงื่อนไขของสถานการณ์จริง" บางอย่าง แล้ว "ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์" ที่นำมาใช้ในการแก้ปัญหา จะเปลี่ยนไปหรือไม่ อย่างไร

(7) เราสามารถใช้ "กระบวนการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์" ในการหา "คำตอบของสถานการณ์จริงที่กำหนด" ได้หรือไม่ เพราะเหตุใด

เป็นต้น

4.3 ขั้นสรุป

ขั้นนี้ใช้เวลาประมาณ 10 นาที ซึ่งมีรายละเอียดดังนี้

4.3.1 เพื่อตรวจสอบความรู้ความเข้าใจของนักเรียนแต่ละคน เรื่อง แนวคิดเกี่ยวกับกระบวนการแก้ปัญหา และกระบวนการศึกษาสถานการณ์จริงโดยใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ ครูแจกใบตรวจสอบความรู้ เรื่อง แนวคิดเกี่ยวกับกระบวนการแก้ปัญหา และกระบวนการศึกษาสถานการณ์จริงโดยใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ ให้นักเรียนแต่ละคนเขียนคำตอบของตนลงไป โดยคำถามในใบตรวจสอบความรู้ มีดังนี้

(1) กระบวนการแก้ปัญหาตามแนวคิดของโพลยา (Polya) ประกอบด้วยขั้นตอนสำคัญอะไรบ้าง

[นักเรียนควรตอบว่า กระบวนการแก้ปัญหาตามแนวคิดของโพลยา (Polya) ประกอบด้วยขั้นตอนสำคัญ 4 ขั้นตอน ได้แก่

ขั้นที่ 1 ขั้นทำความเข้าใจปัญหา (understanding the problem)

ขั้นที่ 2 ขั้นวางแผนแก้ปัญหา (devising a plan)

ขั้นที่ 3 ขั้นดำเนินการตามแผน (carrying out the plan)

ขั้นที่ 4 ขั้นตรวจสอบผล (looking back)]

(2) กระบวนการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ประกอบด้วยขั้นตอนสำคัญอะไรบ้าง

[นักเรียนควรตอบว่า กระบวนการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ประกอบด้วยขั้นตอนสำคัญ 4 ขั้นตอน ได้แก่

ขั้นที่ 1 ขั้นทำความเข้าใจสถานการณ์จริง

ขั้นที่ 2 ขั้นปรับสถานการณ์จริงให้เป็นปัญหาทางคณิตศาสตร์

ขั้นที่ 3 ขั้นดำเนินการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

ขั้นที่ 4 ขั้นแปลคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ให้เป็นคำตอบของสถานการณ์จริง]

(3) ถ้าถ้าระยะห่างจากโรงงานที่ 1 เป็น 2 กิโลเมตร แล้วระยะห่างจากโรงงานที่ 2 เป็น 8 กิโลเมตร ให้นักเรียนแสดงวิธีการคำนวณพอสังเขป

[นักเรียนควรตอบว่า

มลพิษที่ปล่อยจากโรงงานที่ 1มีสัดส่วนความเข้มข้นระยะห่าง $\frac{60}{2}=30$ ppm

มลพิษที่ปล่อยจากโรงงานที่ 2 มีสัดส่วนความเข้มข้นระยะห่าง $\frac{240}{8}=30$ ppm

มลพิษที่ได้รับจากโรงงานทั้งสอง $\frac{60}{2}+\frac{240}{8}=60$ ppm

ถ้าระยะห่างจากโรงงานที่ 1 เป็น 2.5 กิโลเมตร แล้วระยะห่างจากโรงงานที่ 2 เป็น 7.5 กิโลเมตร

มลพิษที่ปล่อยจากโรงงานที่ 1มีสัดส่วนความเข้มข้นระยะห่าง $\frac{60}{2.5}=24$ ppm

มลพิษที่ปล่อยจากโรงงานที่ 2 มีสัดส่วนความเข้มข้นระยะห่าง $\frac{240}{7.5}=32$ ppm

มลพิษที่ได้รับจากโรงงานทั้งสอง $\frac{60}{2.5}+\frac{240}{7.5}=60$ ppm

4.3.2 ครูเก็บใบตรวจสอบความรู้ของนักเรียนแต่ละคน เพื่อประเมินผลการเรียนรู้

4.3.3 ครูตั้งคำถามในใบตรวจสอบความรู้ทีละข้อ แล้วสุ่มนักเรียน 2-3 คน เพื่อให้นำเสนอคำตอบในแต่ละข้อ

4.3.4 ครูตรวจสอบความถูกต้องของคำตอบแต่ละข้อของนักเรียน พร้อมทั้งสรุปคำตอบแต่ละข้ออีกครั้ง

5. การวัดและประเมินผลการเรียนรู้

การวัดและประเมินผลการเรียนรู้ที่สอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้ มีดังนี้

จุดประสงค์การเรียนรู้ที่ต้องการวัดและประเมินผล	การวัดผล	การประเมินผล
ด้านความรู้ทางคณิตศาสตร์ : 1. มีความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับกระบวนการแก้ปัญหาตามแนวคิดของโพลยา และกระบวนการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์	**วิธีวัดผล** : พิจารณาความถูกต้องของคำตอบของนักเรียน ในใบตรวจสอบความรู้ เรื่อง แนวคิดเกี่ยวกับกระบวนการแก้ปัญหาและกระบวนการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และจำนวนคำถามที่นักเรียนตอบได้ถูกต้อง **เครื่องมือวัดผล** : ใบตรวจสอบความรู้ เรื่อง แนวคิดเกี่ยวกับกระบวนการแก้ปัญหา และกระบวนการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ (มีคำถามทั้งหมด 2 ข้อ)	**เกณฑ์การให้คะแนน** : ในแต่ละข้อคำถาม ● ถ้า นักเรียน ตอบได้ถูกต้อง จะได้ คะแนน 1 คะแนน ● ถ้า นักเรียน ตอบไม่ถูกต้อง จะได้ คะแนน 0 คะแนน **เกณฑ์การประเมินผล** : ถ้า นักเรียน ได้คะแนนมากกว่า 2 คะแนน ถือว่าผ่าน
2. สามารถหาจุดสูงสุดหรือจุดต่ำสุดได้	**วิธีวัดผล :** พิจารณาความถูกต้องของคำตอบของนักเรียน ในใบตรวจสอบความรู้ เรื่อง หาจุดสูงสุดหรือจุดต่ำสุดของฟังก์ชันได้และคำนวณหาระยะทางที่ปลอดภัยจากผลกระทบจากมลพิษจากทั้งสองโรงงาน **เครื่องมือวัดผล :** ใบตรวจสอบความรู้ เรื่อง การหาจุดสูงสุดหรือจุดต่ำสุดของฟังก์ชัน	**เกณฑ์การให้คะแนน** : ในแต่ละคำถาม ถ้า นักเรียน ตอบได้ถูกต้อง จะได้ คะแนน 1 คะแนน ถ้า นักเรียน ตอบไม่ถูกต้อง จะได้ คะแนน 0 คะแนน **เกณฑ์การประเมินผล :** ถ้า นักเรียน ได้คะแนน ตั้งแต่ 3 คะแนนขึ้นไป ถือว่าผ่าน

จุดประสงค์การเรียนรู้ที่ต้องการวัดและประเมินผล	การวัดผล	การประเมินผล
<u>ด้านทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์</u> : 1. (เริ่ม) ลงมือแก้ปัญหาสถานการณ์จริงที่กำหนด (ปัญหา "มลพิษทางอากาศ") ผ่านกระบวนการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์	**<u>วิธีวัดผล</u>** : พิจารณาความถูกต้องของคำตอบของนักเรียน ในใบกิจกรรม เรื่องมลพิษทางอากาศ **<u>เครื่องมือวัดผล</u>** : ใบกิจกรรม เรื่อง มลพิษทางอากาศ	**<u>เกณฑ์การให้คะแนน</u>** ใช้เกณฑ์การให้คะแนนแบบรูบริกแบบวิเคราะห์ซึ่งมีคะแนนเต็ม 20 คะแนน ดังตารางแนบ **<u>เกณฑ์การประเมินผล</u>** : ถ้า นักเรียน ได้คะแนนมากกว่า 12 คะแนน ถือว่าผ่าน
2. สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และนำเสนอ "กระบวนการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์" ของกลุ่ม หน้าชั้นเรียนได้	**<u>วิธีวัดผล</u>** : พิจารณาความ<u>ถูกต้องและชัดเจน</u> ของการอธิบายและนำเสนอกระบวนการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์	**<u>เกณฑ์การให้คะแนน</u>** ● ถ้า นักเรียน อธิบายและนำเสนอกระบวนการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ <u>ได้ถูกต้องและชัดเจน</u> จะได้ คะแนน 3 คะแนน
	<u>เครื่องมือวัดผล</u> : แบบสังเกตพฤติกรรมการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหา	● ถ้า นักเรียน อธิบายและนำเสนอกระบวนการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ <u>พอสื่อให้เข้าใจได้ครบถ้วน</u> จะได้ คะแนน 2 คะแนน ● ถ้า นักเรียน อธิบายและนำเสนอกระบวนการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ <u>พอสื่อให้เข้าใจได้เพียงบางส่วน</u> จะได้ คะแนน 1 คะแนน ● ถ้า นักเรียน <u>ไม่</u>อธิบายและนำเสนอกระบวนการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์<u>เลย</u> จะได้ คะแนน 0 คะแนน **<u>เกณฑ์การประเมินผล</u>** : ถ้า นักเรียน ได้คะแนนมากกว่า 1 คะแนน ถือว่าผ่าน

จุดประสงค์การเรียนรู้ที่ต้องการวัดและประเมินผล	การวัดผล	การประเมินผล
ด้านคุณลักษณะ อันพึงประสงค์ : 1. มีส่วนร่วมและความรับผิดชอบในการแก้ปัญหาเป็นกลุ่ม 2. มีส่วนร่วมและความรับผิดชอบในการอภิปรายของกลุ่ม 3. มีส่วนร่วมและความรับผิดชอบในการอภิปรายหน้าชั้นเรียน	**วิธีวัดผล** : พิจารณาพฤติกรรมหรือการแสดงออกของนักเรียน ขณะตอบคำถามหรือทำงานที่มอบหมาย โดยมีครูเป็นผู้สังเกตแล้วบันทึกในแบบสังเกตพฤติกรรมการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ **เครื่องมือวัดผล** : แบบสังเกตพฤติกรรมการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์	**เกณฑ์การให้คะแนน** : ในแต่ละข้อของแบบสังเกตพฤติกรรม ● ถ้า นักเรียน แสดงออกให้เห็นอย่างเด่นชัด จะได้ คะแนน 2 คะแนน ● ถ้า นักเรียน แสดงออกให้เห็นเพียงเล็กน้อย จะได้ คะแนน 1 คะแนน ● ถ้า นักเรียน ไม่แสดงออกเลย จะได้ คะแนน 0 คะแนน **เกณฑ์การประเมินผล** : ถ้า นักเรียน ได้คะแนนมากกว่า 2 คะแนน ถือว่าผ่าน

6. **บันทึกหลังการจัดการเรียนรู้**

6.1 ด้านนักเรียน

(ระบุ ความรู้ /ทักษะและกระบวนการ/คุณลักษณะอันพึงประสงค์ของนักเรียนที่พบ)

....

....

....

....

....

....

....

....

6.2 ด้านผู้สอน

(ระบุ ปัญหาหรือผลการจัดการเรียนรู้/ข้อเสนอแนะสำหรับการจัดการเรียนรู้ครั้งต่อไป)

....

....

....

....

....

....

....

6.3 ด้านอื่นๆ (ถ้ามี)

....

....

....

....

....

....

....

ใบความรู้ เรื่อง แนวคิดเกี่ยวกับกระบวนการแก้ปัญหา และกระบวนการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

ความสำคัญของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

สิ่งที่มนุษย์ต้องเผชิญอยู่เป็นประจำในการดำเนินชีวิตอย่างหนึ่งก็คือการแก้ปัญหาที่เกิดขึ้นในชีวิตจริง

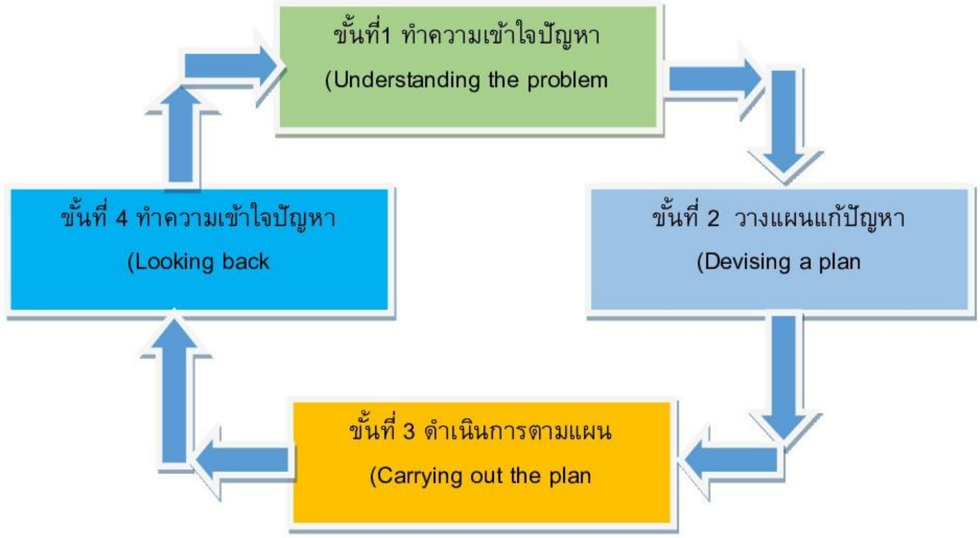
- การเลือกซื้อสินค้าและบริการ
- ปัญหาการเดินทางทำงาน หรือไปโรงเรียน
- การลงทุนค้าขาย ต้นทุนการผลิต
- การผ่อนชำระสินค้า
- การผ่อนสินค้าและบริการ เป็นต้น

ซึ่งในบรรดาปัญหาเหล่านั้นมีปัญหาที่เราสามารถแก้ได้ง่าย โดยอาจใช้ความรู้หรือประสบการณ์เดิม ๆ และถ้าปัญหาที่มีความยุ่งยากซับซ้อนมากจนไม่สามารถแก้ปัญหานั้นได้ในทันที ต้องอาศัยความรู้ ทักษะและกระบวนการ ร่วมกับเทคนิควิธีหลายอย่างในการแก้ปัญหา ซึ่งถ้าเรามีความรู้หรือแหล่งความรู้ที่เพียงพอ เข้าใจขั้นตอนหรือกระบวนการในการแก้ปัญหา มีกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาที่เหมาะสม ตลอดจนมีประสบการณ์ในการแก้ปัญหามาก่อน เราก็จะสามารถแก้ปัญหานั้นได้ดีและมีประสิทธิภาพ

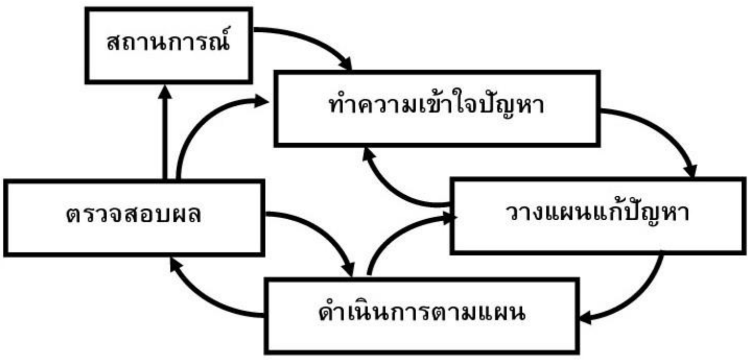
***การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์** (mathematical problem solving)* เป็นกระบวนการในการประยุกต์ความรู้ทางคณิตศาสตร์ ขั้นตอน/กระบวนการแก้ปัญหา ยุทธวิธีแก้ปัญหา และประสบการณ์ที่มีอยู่ไปใช้ในการค้นหาคำตอบ เป็นกระบวนการที่ผู้เรียนควรจะเรียนรู้ฝึกฝน และพัฒนาให้เกิดทักษะขึ้นในตัวนักเรียน การเรียน การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์จะช่วยให้ผู้เรียนมีแนวทางการคิดที่หลากหลาย กระตือรือร้นไม่ย่อท้อ และมีความมั่นใจในการแก้ปัญหาที่เผชิญอยู่ทั้งภายในและภายนอกห้องเรียน ตลอดจนเป็นทักษะ พื้นฐานที่ผู้เรียนสามารถนำติดตัวไปใช้แก้ปัญหาในชีวิตประจำวันได้นานตลอดชีวิต

กระบวนการแก้ปัญหาตามแนวคิดของโพลยา

กระบวนการแก้ปัญหาที่ยอมรับและนำมาใช้กันอย่างแพร่หลาย คือกระบวนการแก้ปัญหา ตามแนวคิดของโพลยา ซึ่งประกอบด้วยขั้นตอนสำคัญ 4 ขั้นตอน ดังนี้



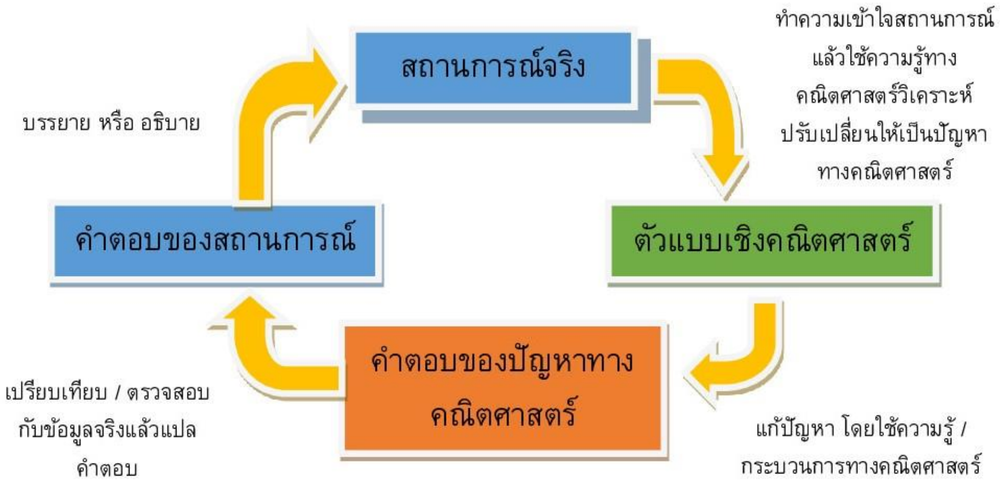
กระบวนการแก้ปัญหาของโพลยาทั้ง 4 ขั้นตอนข้างต้น ได้มีการนำมาใช้ในการเรียนการสอนอย่างกว้างขวาง ต่อมา **วิลสัน เฟอร์นันเดซ และฮาดาเวย์** (Wilson; Fernandez; & Hadaway. 1993: 60–62) ได้เสนอแนะกรอบแนวคิดเกี่ยวกับกระบวนการแก้ปัญหาที่แสดงความเป็นพลวัต มีลำดับไม่ตายตัว สามารถวนไปเวียนมาได้ ดังแผนภูมิ



กระบวนการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

กระบวนการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ (mathematical modeling process) เป็นกระบวนการที่ดัดแปลงมาจากกระบวนการแก้ปัญหาตามแนวคิดของ โพลยา (Polya) กระบวนการแก้ปัญหาที่เป็นพลวัตตามแนวคิดของวิลสันและคณะ (Wilson and others) และกระบวนการศึกษาสถานการณ์จริงโดยใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ตามแนวคิดของจิออร์ดาโน เวียร์ และฟอกซ์ (Giordano; Weir; &Fox)

กระบวนการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ประกอบด้วยขั้นตอนสำคัญ 4 ขั้นตอน ได้แก่ ขั้นทำความเข้าใจสถานการณ์จริง ขั้นปรับเปลี่ยนสถานการณ์จริงให้เป็นปัญหาทางคณิตศาสตร์ ขั้นดำเนินการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และขั้นแปลความหมายคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ให้เป็นคำตอบของสถานการณ์จริง ดังภาพประกอบ



ขั้นที่ 1 ขั้นทำความเข้าใจสถานการณ์จริง

- เป็นขั้นเริ่มต้นของการแก้ปัญหาสถานการณ์จริงที่ต้องการให้นักเรียนคิดเกี่ยวกับสถานการณ์จริง วิเคราะห์และระบุส่วนสำคัญของสถานการณ์จริง ซึ่งได้แก่ สิ่งที่สถานการณ์จริงต้องการหา ข้อมูลหรือเงื่อนไขของสถานการณ์จริง ตลอดจนอธิบายแนวคิดที่เกี่ยวข้องกับสถานการณ์จริงได้ ในการทำความเข้าใจสถานการณ์จริงนั้นนักเรียนอาจพิจารณาส่วนสำคัญของสถานการณ์จริงอย่างถี่ถ้วน พิจารณาซ้ำไปซ้ำมา พิจารณาในหลากหลายมุมมอง หรืออาจใช้วิธีต่างๆ ช่วยในการทำความเข้าใจสถานการณ์จริง เช่น การเขียนรูป การเขียนแผนภูมิ หรือการเขียนสาระของสถานการณ์จริงด้วยถ้อยคำของตนเองก็ได้

ขั้นที่ 2 ขั้นปรับเปลี่ยนสถานการณ์จริงให้เป็นปัญหาทางคณิตศาสตร์

- เป็นขั้นตอนที่ต้องการให้นักเรียนค้นหาความเชื่อมโยงหรือความสัมพันธ์ระหว่างสิ่งที่สถานการณ์จริงต้องการหา ข้อมูลหรือเงื่อนไขของสถานการณ์จริง แล้วนำมาวิเคราะห์โดยใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้อง ผสมผสานกับประสบการณ์ในการแก้ปัญหา หลังจากนั้นปรับเปลี่ยน "ข้อมูลหรือเงื่อนไขของสถานการณ์จริง" ให้อยู่ในรูป "ตัวไม่ทราบค่า ข้อมูล เงื่อนไข หรือสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์" ของปัญหาทางคณิตศาสตร์ แล้วหา "ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์" (mathematical model) ที่แสดงความสัมพันธ์ระหว่าง "ตัวไม่ทราบค่า ข้อมูล เงื่อนไข หรือสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์" เหล่านั้น ที่จะนำไปใช้ในการค้นหาคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์

ขั้นที่ 3 ขั้นการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

- เป็นขั้นตอนที่ต้องการให้นักเรียนแสดงวิธีการค้นหาคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยใช้ "ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์" ที่ได้จากขั้นปรับเปลี่ยนสถานการณ์จริงให้เป็นปัญหาทางคณิตศาสตร์ จนกระทั่งสามารถหาและสรุปคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้

ขั้นที่ 4 ขั้นแปลความหมายคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ให้เป็นคำตอบของสถานการณ์จริง

- เป็นขั้นตอนที่ต้องการให้นักเรียนมองย้อนกลับไปยังสิ่งที่สถานการณ์จริงต้องการหา แล้วเปรียบเทียบ/ตรวจสอบความถูกต้อง ความสมเหตุสมผลของคำตอบ และตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ที่ใช้ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ กับข้อมูลหรือเงื่อนไขของสถานการณ์จริงก่อน แล้วค่อยแปลความหมาย "คำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์" ให้เป็น "คำตอบของสถานการณ์จริง"

ชื่อ.. ชั้น........... เลขที่.............

ใบตรวจสอบความรู้ เรื่อง แนวคิดเกี่ยวกับกระบวนการแก้ปัญหา และกระบวนการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

ให้นักเรียนแต่ละคนเขียนคำตอบของตนในแต่ละข้อคำถาม

คำถามที่ 1 กระบวนการแก้ปัญหาตามแนวคิดของโพลยา (Polya) ประกอบด้วยขั้นตอนสำคัญอะไรบ้าง

....

....

....

....

....

คำถามที่ 2 กระบวนการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ประกอบด้วยขั้นตอนสำคัญอะไรบ้าง

....

....

....

....

....

คำถามที่ 3 กำหนดให้ $f(x)=x^3$ จงหาจุดวิกฤตของ ฟังก์ชัน $f(x)$ และพิจารณาว่าจุดวิกฤตดังกล่าวเป็นจุดสูงสุดสัมพัทธ์หรือจุดต่ำสุดสัมพัทธ์

....

....

....

....

....

....

<u>เฉลย</u> ใบตรวจสอบความรู้ เรื่อง แนวคิดเกี่ยวกับกระบวนการแก้ปัญหาและกระบวนใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อการแก้ปัญหาสถานการณ์จริง

ให้นักเรียนแต่ละคนเขียนคำตอบของตนในแต่ละข้อคำถาม

คำถามที่ 1 กระบวนการแก้ปัญหาตามแนวคิดของโพลยา(Polya)ประกอบด้วยขั้นตอนอะไรบ้าง

ตอบ กระบวนการแก้ปัญหาตามแนวคิดของโพลยา (Polya) ประกอบด้วยขั้นตอนสำคัญ 4 ขั้นตอน ได้แก่

ขั้นที่ 1 ขั้นทำความเข้าใจปัญหา (understanding the problem)

ขั้นที่ 2 ขั้นวางแผนแก้ปัญหา (devising a plan)

ขั้นที่ 3 ขั้นดำเนินการตามแผน (carrying out the plan)

ขั้นที่ 4 ขั้นตรวจสอบผล (looking back)

คำถามที่ 2 กระบวนการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ประกอบด้วยขั้นตอนสำคัญอะไรบ้าง

ตอบ กระบวนการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ประกอบด้วยขั้นตอนสำคัญ 4 ขั้นตอน ได้แก่

ขั้นที่ 1 ขั้นทำความเข้าใจสถานการณ์จริง

ขั้นที่ 2 ขั้นปรับสถานการณ์จริงให้เป็นปัญหาทางคณิตศาสตร์

ขั้นที่ 3 ขั้นดำเนินการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

ขั้นที่ 4 ขั้นแปลคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ให้เป็นคำตอบของสถานการณ์จริง

คำถามที่ 3 กำหนดให้ $f(x)=x^3$ จงหาจุดวิกฤตของ ฟังก์ชัน $f(x)$ และพิจารณาว่าจุดวิกฤตดังกล่าวเป็นจุดสูงสุดสัมพัทธ์หรือจุดต่ำสุดสัมพัทธ์

วิธีทำ **ขั้นตอนที่ 1** จาก $f(x)=x^3$

จะได้ $f'(x)=3x^2$

พบว่าทุกๆค่า x สามารถหา $f'(x)$ ได้

ดังนั้นค่าวิกฤตของ f เกิดจาก $f'(x)=0$

นั่นคือ $3x^2=0$

แสดงว่า $x=0$ จะได้ $f(0)=0$

ดังนั้น จุด $(0,0)$ เป็นจุดวิกฤตของฟังก์ชัน

ขั้นตอนที่ 2 ตรวจสอบหาค่าสูงสุดสัมพัทธ์และต่ำสุดสัมพัทธ์

จาก จุดวิกฤต $x=0$

ช่วงที่กำหนด	$\infty < x < 0$	$0 < x < \infty$
$f'(x)=3x^2$	$f'(-1)=3$	$f'(1)=3$
เครื่องหมาย	$f'(-1)>0$	$f'(1)>0$
อภิปรายผล	ฟังก์ชันเพิ่ม	ฟังก์ชันเพิ่ม

สรุป

ขั้นตอนที่ 3 หาจุดเปลี่ยนเว้า

จาก $f'(x)=3x^2$

$f''(x)=6x$

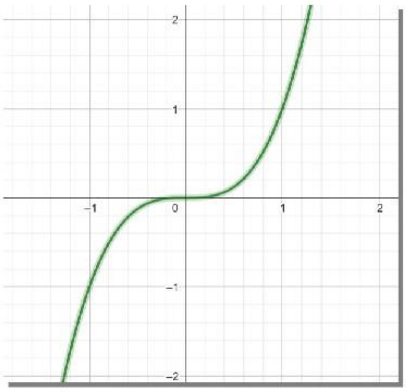
จุดเปลี่ยนเว้าของ f ต้องเกิดจาก $f''(x)=0$

ดังนั้น $0=6x$

$x=0$ เป็นจุดเหลี่ยนเว้า

ช่วงที่กำหนด	$\infty < x < 0$	$0 < x < \infty$
$f''(x)=6x$	$f''(-1)=-6$	$f''(1)=6$
เครื่องหมาย	$f''(-1)<0$	$f''(1)>0$
อภิปรายผล	เว้าคว่ำ	เว้าหงาย

ขั้นตอนที่ 4 วาดกราฟ



จากกราฟ จะเห็นได้ว่าจุด (0,0) ไม่เป็น จุดสูงสุดสัมพัทธ์หรือจุดต่ำสุดสัมพัทธ์ ฟังก์ชันจะไม่มีค่าสูงสุดและต่ำสุดสัมพัทธ์

แบบสังเกตพฤติกรรมการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

วันที่ : ________________________ เวลา __________________

ชื่อกิจกรรม : ____

ชื่อนักเรียน : 1. ____

2. ____

	พฤติกรรมในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์	นักเรียนคนที่ 1	2	3	4	ข้อสังเกตเพิ่มเติม (ถ้ามี)
01	มีความ "ตั้งใจและความกระตือรือร้น" ในการแก้ปัญหาสถานการณ์จริง					
02	ขณะทำความเข้าใจนั้น มี "การขีดเขียน /วาดรูปประกอบ"					
03	ระบุ "สิ่งที่สถานการณ์จริงต้องการหา" ได้ถูกต้อง					
04	ระบุ "ข้อมูลหรือเงื่อนไขของสถานการณ์จริง" ได้ถูกต้อง					
05	อธิบาย "แนวคิดที่เกี่ยวข้องกับสถานการณ์จริง" ได้ถูกต้องชัดเจน					
06	อธิบาย "ความเชื่อมโยงหรือความสัมพันธ์ระหว่างสิ่งที่สถานการณ์จริงต้องการหา ข้อมูลหรือเงื่อนไขของสถานการณ์จริง" ได้ถูกต้อง					
07	เปลี่ยน "ข้อมูลหรือเงื่อนไขของสถานการณ์จริง" ให้อยู่ในรูป "ตัวไม่ทราบค่า เงื่อนไข หรือ ข้อมูล หรือสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์" ได้					
08	เข้าใจ "ความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหา" เป็นอย่างดี					
09	เลือกใช้ "ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์" ได้เหมาะสม					
10	เขียน "ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์" ได้ถูกต้องชัดเจน					
11	ลงมือ "แก้ปัญหาโดยใช้ตัวแบบเชิงคณิตสาสตร์" ได้อย่างเป็นระบบ					
12	เขียน "แสดงวิธีการค้นหาคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์" ได้ถูกต้อง					
13	"เขียนอธิบายกระบวนการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหา" ได้อย่างชัดเจน					
14	เมื่อติดขัด มี "ความพยายาม" ที่จะแก้ปัญหาด้วยตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์อื่น					
15	ระบุ "คำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์" ได้ถูกต้อง					
16	มี "การเปรียบเทียบ/ตรวจสอบความถูกต้อง ความสมเหตุสมผลของคำตอบ และตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ที่ใช้ในการแก้ปัญหา กับข้อมูลหรือเงื่อนไขของสถานการณ์จริงก่อน					
17	"คำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์" แปลความหมายให้เป็น "คำตอบของสถานการณ์จริง" ได้ถูกต้อง					
18	มี "ส่วนร่วมและความรับผิดชอบในการแก้ปัญหา" ของกลุ่ม					
19	มี "ส่วนร่วมและความรับผิดชอบในการอภิปราย" ของกลุ่ม					
20	มี "ส่วนร่วมและความรับผิดชอบในการอภิปราย" ของชั้นเรียน					

การให้คะแนน 0 → ไม่มี 1 → มีน้อย 2 → มีมาก

แบบสังเกตพฤติกรรมในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

วันที่ : ______________________ เวลา ____________________

ชื่อกิจกรรม : ____

ชื่อนักเรียน : 1. ____

2. ____

3. ____

พฤติกรรมในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

1. การทำความเข้าใจสถานการณ์จริง

(ระบุ สิ่งที่โจทย์ต้องการหา / ข้อมูลหรือเงื่อนไขของสถานการณ์จริง / แนวคิดที่เกี่ยวข้องกับปัญหาในสถานการณ์จริง)

....

....

....

2. ปรับสถานการณ์จริงให้เป็นปัญหาทางคณิตศาสตร์

("ข้อมูลหรือเงื่อนไขของสถานการณ์จริง" เปลี่ยนให้อยู่ในรูป "ตัวไม่ทราบค่า ข้อมูล เงื่อนไข หรือสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ได้ถูกต้อง / เขียน "ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์")

....

....

....

3. การใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

(อธิบายกระบวนการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้ชัดเจน อย่างเป็นระบบ / ได้คำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์)

....

....

....

4. แปลความหมายคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ให้เป็นคำตอบของสถานการณ์จริง

(เปรียบเทียบ/ตรวจสอบความถูกต้อง ของตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ที่ใช้ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และ ความสมเหตุสมผลของคำตอบ กับข้อมูลหรือเงื่อนไขของสถานการณ์จริงก่อน/ แปลความหมาย "คำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์" ให้เป็น "คำตอบของสถานการณ์จริง" ได้ถูกต้อง)

....

....

....

แบบสัมภาษณ์กระบวนการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อการแก้ปัญหาของนักเรียน

วันที่ : ________________________ เวลา ____________________

ชื่อกิจกรรม : __________มลพิษทางอากาศ__________________________

ชื่อนักเรียน : ____

ประเด็นที่สัมภาษณ์	บันทึกคำตอบของนักเรียน
01 สิ่งที่สถานการณ์จริงนี้ต้องการหาอะไรบ้าง	
02 สถานการณ์จริงระบุข้อมูลหรือเงื่อนไขอะไรให้บ้าง	
03 ในการคิด คำนวณความเข้มค้นของมลพิษ คิดอย่างไร	
04 ความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่นำมาใช้ในการคำนวณ "ความเข้มของมลพิษ" มีอะไรบ้าง	
05 นำความรู้วิชาอื่นที่มาใช้ในการหาคำตอบของสถานการณ์จริงหรือไม่ วิชาอะไร(ถ้ามี)	
06 ข้อมูลหรือเงื่อนไขที่สำคัญมีอะไรบ้าง	
07 ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ที่ได้ มีอะไรบ้าง	
08 นักเรียนเริ่มต้นนำตัวแบบมาใช้ในการแก้ปัญหาอย่างไร	
09 นักเรียนทราบได้อย่างไรว่า คำตอบของตนเองถูกต้อง	
10 นักเรียนคิดว่ามีตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์แบบอื่นที่สามารถแก้ปัญหาสถานการณ์จริงนี้อีกหรือไม่ อะไรบ้าง (ถ้ามี)	

ใบกิจกรรมที่ 5 “มลพิษในอากาศ”

ปัญหาสำคัญที่เรามักพบเห็นในเมืองอุตสาหกรรมของประเทศที่กำลังพัฒนา ก็คือ **ปัญหาของมลพิษทางอากาศ**

มลพิษทางอากาศ เป็นภาวะอากาศที่มีสารเจือปน เช่น ฝุ่นละออง โมเลกุลชีวภาพ หรือวัตถุอันตรายชนิดอื่นๆ อยู่ในปริมาณที่สูงกว่าระดับปกติ มลพิษทางอากาศจะทำให้เกิดผลเสียหลายอย่างทั้งทางตรงที่เกี่ยวข้องกับสุขภาพอนามัยของมนุษย์ และทางอ้อมที่ทำให้เกิดการบดบังแสงสว่างจากดวงอาทิตย์ที่ส่องมายังพื้นโลกหรือการทำลายทรัพย์สินหรือสิ่งแวดล้อมอื่น ๆ

เมื่อโรงงานอุตสาหกรรมปล่อยมลพิษเข้าสู่อากาศ มลพิษจะกระจายตัวและตกลงมาบนพื้นซึ่งจะห่างจากจุดที่ปล่อยมลพิษตั้งแต่ 1 กิโลเมตรขึ้นไป ซึ่งความเข้มข้นของอนุภาคของมลพิษจะลดลงตามระยะห่างจากโรงงานที่ปล่อยมลพิษเข้าสู่อากาศ เพื่อควบคุมดูแลคุณภาพอากาศทั้งในบรรยากาศและในสถานที่ประกอบการหรือบริเวณที่อยู่อาศัยให้เกิดความปลอดภัย **กรมควบคุมมลพิษ** จึงได้ออกกฎหมายควบคุมมลพิษให้อยู่ในเกณฑ์มาตรฐาน โดยกำหนดเกณฑ์มาตรฐานของสารมลพิษทางอากาศไว้ว่า **จะต้องมีมลพิษเจือปนในอากาศไม่เกิน** 57 ppm. ซึ่งหน่วยวัด ppm. ย่อมาจาก “part per million” หรือ **ส่วนของปริมาณสาร (ก๊าซหรือไอระเหย) ต่อปริมาณของอากาศล้านส่วน**

นอกจากนั้น กรมควบคุมมลพิษ ยังได้กำหนดเขตปลอดมลพิษทางอากาศ และควบคุมพื้นที่เพื่อการก่อสร้างโรงงานอุตสาหกรรมที่ให้มีผลกระทบกับสิ่งแวดล้อมน้อยที่สุด ในการคำนวณหาปริมาณความเข้มข้นของมลพิษทางอากาศในบริเวณบ้านที่มีโรงงานอุตสาหกรรมอยู่ใกล้ มีดังนี้

มลพิษในอากาศที่โรงงานอุตสาหกรรมปล่อยออกมา หารด้วยระยะห่างของบ้านและโรงงาน

ตัวอย่างเช่น ถ้าบ้านของม่านฟ้าอยู่ห่างจากโรงงานอุตสาหกรรมเป็นระยะทาง 3 กิโลเมตร และโรงงานปล่อยมลพิษทางอากาศออกมา 60 ppm.

จะได้ว่า มลพิษทางอากาศในบริเวณบ้านของม่านฟ้า เท่ากับ $\frac{60}{3} = 20$ ppm.

แสดงว่า บ้านของม่านฟ้า มีปริมาณความเข้มข้นของมลพิษทางอากาศไม่เกินเกณฑ์มาตรฐาน

คำถาม ถ้ามีโรงงานอุสาหกรรม 2 แห่ง ห่างกัน 10 กิโลเมตร โรงงานที่ 1 ปล่อยมลพิษเข้าสู่อากาศด้วยความเข้มข้น 60 ppm และโรงงานที่ 2 ปล่อยมลพิษสู่อากาศด้วยความเข้มข้น 240 ppm.

กรมมลพิษต้องการจะทราบว่า **ตำแหน่งที่มีมลพิษน้อยที่สุด**และปลอดภัยที่สุด ควรอยู่ระหว่างโรงงานทั้ง 2 แห่ง และห่างจากโรงงานทั้งสองแห่งเป็นระยะทางเท่าใด

กิจกรรม "มลพิษทางอากาศ"

<u>**ขั้นที่ 1**</u>: **ขั้นทำความเข้าใจสถานการณ์จริง**

1. **สิ่งที่สถานการณ์จริงต้องการหา มีอะไรบ้าง** **(1 คะแนน)**

2. **"ข้อมูลหรือเงื่อนไข" ในสถานการณ์จริง มีอะไรบ้าง (วาดภาพประกอบ)** **(2 คะแนน)**

3. **ปริมาณมลพิษทางอากาศบริเวณบ้านพัก กับ ปริมาณมลพิษจากแหล่งกำเนิด และระยะห่างจากโรงงานถึงบ้านพัก มีความสัมพันธ์กันอย่างไร พร้อมยกตัวอย่าง**

(2 คะแนน)

กิจกรรม “มลพิษทางอากาศ”

<u>ขั้นที่ 2</u>: **ขั้นปรับเปลี่ยนสถานการณ์จริงให้เป็นปัญหาทางคณิตศาสตร์**

4. **ให้นักเรียนแสดงวิธีการคำนวณ ปริมาณความเข้มข้นมลพิษทางอากาศ** (4 **คะแนน**)

<u>วาดรูป</u>

กิจกรรม "มลพิษทางอากาศ"

5. จากข้อ 4 ให้นักเรียนเปลี่ยน "ข้อมูลหรือเงื่อนไขที่สำคัญ" ดังกล่าว ให้อยู่ในรูป "ตัวไม่ทราบค่า ข้อมูล เงื่อนไข หรือสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์" **(2 คะแนน)**

กำหนด

6. ให้นักเรียนเขียน "ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์" ที่แสดงความสัมพันธ์ระหว่าง "ตัวไม่ทราบค่า ข้อมูล เงื่อนไข หรือสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์" ที่ได้จากข้อ 5 **(2 คะแนน)**

ผลรวมของมลพิษที่จุดใดๆ คือ ผลรวมมลพิษจากโรงงานทั้งสอง

<u>ขั้นที่ 3</u>: ขั้นการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

7.ให้นักเรียนแสดงวิธีการค้นหาคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ อย่างละเอียด โดยใช้ "ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์" ที่ได้จากข้อ 6 **(3 คะแนน)**

จากตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ผลรวมของมลพิษทั้งสองโรงงาน

กิจกรรม “มลพิษทางอากาศ”

8 ให้นักเรียนสรุปคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ **(2 คะแนน)**

สามารถสรุปได้ดังนี้

ระยะกระจายมลพิษจากโรงงานที่ 1 แทน

ระยะกระจายมลพิษจากโรงงานที่ 1 แทน

<u>ขั้นที่ 4</u>: ขั้นแปลความหมายคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ ให้เป็นคำตอบของสถานการณ์จริง

9. ให้นักเรียนแปลความหมาย “คำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์” ให้เป็น “คำตอบของสถานการณ์จริง” **(2 คะแนน)**

<u>เฉลย</u> กิจกรรม “มลพิษทางอากาศ”

<u>ขั้นที่ 1</u>: ขั้นทำความเข้าใจสถานการณ์จริง

1. **สิ่งที่สถานการณ์จริงต้องการหา มีอะไรบ้าง** **(1 คะแนน)**

   - “ระยะห่างจากโรงงานที่ปลอดภัยจากมลพิษทางอากาศ ”

2. **“ข้อมูลหรือเงื่อนไข” ในสถานการณ์จริง มีอะไรบ้าง** **(2 คะแนน)**

   - เกณฑ์มาตรฐานของสารมลพิษทางอากาศระบุว่า มีมลพิษเจือปนในอากาศไม่เกิน 57 ppm.
   - ความหมายชองหน่วยวัด ppm. ย่อมาจาก “part per million” หรือ ส่วนของปริมาณสาร (ก๊าซหรือไอระเหย) ต่อปริมาณของอากาศล้านส่วน
   - ระยะห่างโรงงานทั้งสองอยู่ห่างกัน 10 กิโลเมตร
   - ระยะการกระจายตัวและตกลงมาบนพื้นของมลพิษ ซึ่งจะห่างจากจุดที่ปล่อยมลพิษตั้งแต่ เข้าสู่อากาศ
   - ปริมาณความเข้มข้นของอนุภาคของมลพิษ(ส่วนในล้านส่วน ppm) จะลดลงตามระยะห่างจากจุดที่ปล่อยมลพิษเข้าสู่อากาศ

3. **จงอธิบายความสัมพันธ์ปริมาณมลพิษในอากาศเมื่อเทียบกับแหล่งกำเนิด พร้อมยกตัวอย่าง** **(2 คะแนน)**

สำหรับระยะทางที่ห่างจากแหล่งกำเนิด(โรงงาน)ที่มากกว่าหรือเท่ากับ 1 กิโลเมตร ความเข้มข้นของอนุภาค (ส่วนในล้านส่วน ppm) จะลดลงเมื่อเทียบกับแหล่งกำเนิด

ถ้าบ้านนักเรียนอยู่ห่างจากโรงงาน 3 กิโลเมตร จะมีการกระจายตัวของมลพิษ 60 ppm มลพิษที่บ้านของเราก็จะมีปริมาณ $\frac{60}{3}$ คือ 20 ppm

ถ้าบ้านนักเรียนห่างจากโรงงาน 10 กิโลเมตร มลพิษที่บ้านก็จะมีปริมาณ $\frac{60}{10}$ คือ 6 ppm

<u>เฉลย</u> กิจกรรม "มลพิษทางอากาศ"

<u>ขั้นที่ 2</u>: ขั้นปรับเปลี่ยนสถานการณ์จริงให้เป็นปัญหาทางคณิตศาสตร์

4.ให้นักเรียนแสดงวิธีการคำนวณ ปริมาณความเข้มข้นมลพิษทางอากาศ **(4 คะแนน)**

จากข้อมูลการกระจายของมลพิษ กำหนดไว้ว่า

มลพิษที่ถูกปล่อยออกจากโรงงานที่ 1 มีปริมาณ 60 ppm

มลพิษที่ถูกปล่อยออกจากโรงงานที่ 2 มีปริมาณ 240 ppm

โรงงานทั้งสอง ห่างกัน 10 กิโลเมตร

คำถามข้อที่ 1 ถ้าจุดที่สร้างบ้านอยู่ระยะห่างจากโรงงานที่ 1 เป็นระยะทาง 2 กิโลเมตร แล้ว ระยะห่างจากโรงงานที่ 2 เป็น 8 กิโลเมตร แล้วความเข้มข้นเป็นเท่าใด

มลพิษที่ปล่อยจากโรงงานที่ 1มีความเข้มข้นมลพิษ $\frac{60}{2} = 30$ ppm

มลพิษที่ปล่อยจากโรงงานที่ 2 มีความเข้มข้นมลพิษ $\frac{240}{8} = 30$ ppm

มลพิษที่ได้รับจากโรงงานทั้งสอง 60 ppm

คำถามข้อที่ 2 ถ้าจุดที่สร้างบ้านอยู่ระยะห่างจากโรงงานที่ 1 เป็นระยะทาง 2.5 กิโลเมตร แล้ว ระยะห่างจากโรงงานที่ 2 เป็น 7.5 กิโลเมตร แล้วความเข้มข้นเป็นเท่าใด

มลพิษที่ปล่อยจากโรงงานที่ 1มีความเข้มข้นระยะห่าง $\frac{60}{2.5} = 24$ ppm

มลพิษที่ปล่อยจากโรงงานที่ 2 มีความเข้มข้นระยะห่าง $\frac{240}{7.5} = 32$ ppm

มลพิษที่ได้รับจากโรงงานทั้งสอง 56 ppm

คำถามข้อที่ 3 ถ้าจุดที่สร้างบ้านอยู่ระยะห่างจากโรงงานที่ 1 เป็นระยะทาง 3 กิโลเมตร แล้ว ระยะห่างจากโรงงานที่ 2 เป็น 7 กิโลเมตร แล้วความเข้มข้นเป็นเท่าใด

มลพิษที่ปล่อยจากโรงงานที่ 1มีความเข้มข้นระยะห่าง $\frac{60}{3} = 20$ ppm

มลพิษที่ปล่อยจากโรงงานที่ 2 มีความเข้มข้นระยะห่าง $\frac{240}{7} = 40$ ppm

มลพิษที่ได้รับจากโรงงานทั้งสอง 60 ppm

<u>เฉลย</u> กิจกรรม "มลพิษทางอากาศ"

5. จากข้อ 4 ให้นักเรียนเปลี่ยน "ข้อมูลหรือเงื่อนไขที่สำคัญ" ดังกล่าว ให้อยู่ในรูป "ตัวไม่ทราบค่า ข้อมูล เงื่อนไข หรือสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์" (2 คะแนน)

<u>แนวคิด</u> เมื่อโรงงานทั้งสอง ห่างกัน 10 กิโลเมตร

กำหนดให้ โรงงานที่ 1 แทนด้วย P_1

โรงงานที่ 2 แทนด้วย P_2

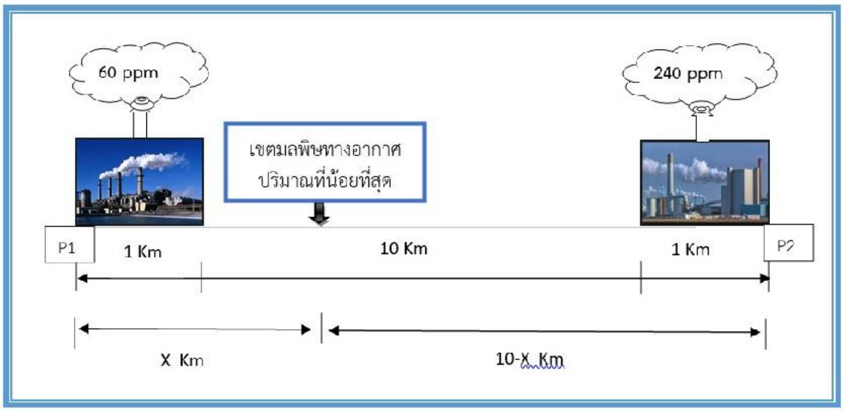
ระยะห่างจากโรงงาน P_1 ถึงเขตปลอดมลพิษ แทนด้วย x

ระยะห่างจากโรงงาน P_2 ถึงเขตปลอดมลพิษ แทนด้วย $10-x$

ผลรวมของมลพิษจากทั้งสองโรงงาน แทน $P(x)$

ความเข้มข้น มลพิษจาก $P_1 = \dfrac{60}{x}$

ความเข้มข้น มลพิษจาก $P_2 = \dfrac{240}{10-x}$ เมื่อ $0 < x < 10$



<u>เฉลย</u> กิจกรรม "มลพิษทางอากาศ"

6. ให้นักเรียนเขียน "ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์" ที่แสดงความสัมพันธ์ระหว่าง "ตัวไม่ทราบค่า ข้อมูล เงื่อนไข หรือสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์" ที่ได้จากข้อ 5 (2 คะแนน)

<u>แนวคิด</u>

ผลรวมของมลพิษที่จุดใดๆ คือ ผลรวมมลพิษจากโรงงานทั้งสอง

$P(x)=\frac{60}{x}+\frac{240}{10-x}$ เมื่อ $0<x<10$

<u>ขั้นที่ 3</u>: ขั้นการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

7.ให้นักเรียนแสดงวิธีการค้นหาคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ อย่างละเอียด โดยใช้ "ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์" ที่ได้จากข้อ 6 (3 คะแนน)

7.1 จากตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ผลรวมของมลพิษทั้งสองโรงงาน $P(x)=\frac{60}{x}+\frac{240}{10-x}$

หาจุดวิกฤตของสมการ

$$\begin{aligned}\frac{d}{dx}(P(x)) &= \frac{d}{dx}\left(\frac{60}{x}+\frac{240}{10-x}\right)\\ &= \frac{d}{dx}\left(60x^{-1}+240(10-x)^{-1}\right)\\ &= -\frac{60}{x^2}+\frac{240}{(10-x)^2}\end{aligned}$$

เมื่อ $\frac{d}{dx}(P(x))=0$

$$-\frac{60}{x^2}+\frac{240}{(10-x)^2}=0$$

$$\frac{-60(10-x)^2+240x^2}{x^2(10-x)^2}=0$$

$$-60(10-x)^2+240x^2=0$$

$$-(10-x)^2+4x^2=0$$

$$-100+20x-x^2+4x^2=0$$

$$3x^2+20x-100=0$$

$$(3x-10)(x+10)=0$$

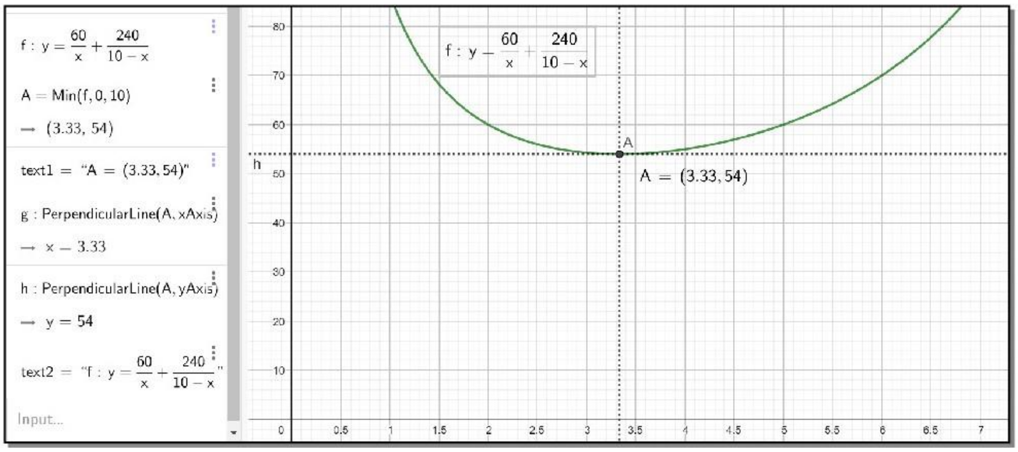
$$x=\frac{10}{3},-10$$

<u>เฉลย</u> กิจกรรม "มลพิษทางอากาศ"

7.2 จากตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ผลรวมของมลพิษทั้งสองโรงงาน $P(x)=\frac{60}{x}+\frac{240}{10-x}$

ตรวจสอบโดยการใช้โปรแกรม Geogebra ใน การสร้างกราฟ

1) พิมพ์ฟังก์ชัน $P(x)=\frac{60}{x}+\frac{240}{10-x}$ ลงในคำสั่ง Input
2) เลือกคำสั่ง Min (P,1,10) เพื่อหาค่าต่ำสุดของฟังก์ชัน P(x)



3) จากกราฟจะพบว่า ระยะทางที่ห่างจากโรงงานที่ 1 และได้รับมลพิษน้อยที่สุด คือ ค่า X = 3.33

.8 ให้นักเรียนสรุปคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ **(2 คะแนน)**

สามารถสรุปได้ดังนี้

ระยะกระจายมลพิษจากโรงงานที่ 1 แทน P_1 คือ $x=\frac{10}{3}=3.33$ กิโลเมตร

ระยะกระจายมลพิษจากโรงงานที่ 2 แทน P_2 คือ $10-x=10-\frac{10}{3}=\frac{20}{3}=6.67$ กิโลเมตร

เฉลย กิจกรรม “มลพิษทางอากาศ”

ขั้นที่ 4: ขั้นแปลความหมายคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ ให้เป็นคำตอบของสถานการณ์จริง

9. ให้นักเรียนแปลความหมาย “คำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์” ให้เป็น “คำตอบของสถานการณ์จริง” (2 คะแนน)

แนวคิด โรงงานทั้งสองห่างกัน 10 กิโลเมตร และโรงงานที่ 1 กำลังปล่อยมลพิษทางอากาศ 60 ppm และโรงงานที่ 2 กำลังปล่อยมลพิษทางอากาศ 240 ppm ตามลำดับ

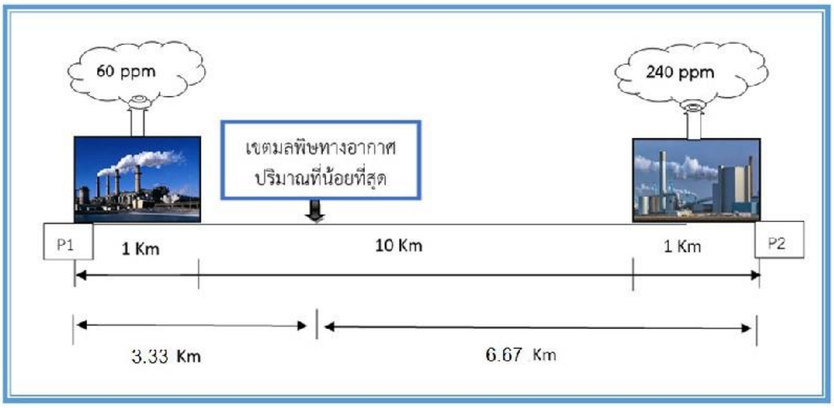
ตำแหน่งที่ปลอดภัย ที่จะทำให้ไม่ได้รับมลพิษจากโรงงาน ที่ 1 และควรอยู่ห่างจากโรงงานที่ 1

คือ $\frac{10}{3} = 3.33$ กิโลเมตร และ

ตำแหน่งที่ปลอดภัย ที่จะทำให้ไม่ได้รับมลพิษจากโรงงาน ที่ 2 และควรอยู่ห่างจากโรงงานที่ 2

คือ $\frac{20}{3} = 6.67$ กิโลเมตร

ผลรวมของมลพิษทั้งสองโรงงาน $P(x) = \frac{60}{3.33} + \frac{240}{10-3.33} =$ 56.46 ppm



แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 6

หัวข้อเรื่อง กิจกรรม “**ขนมเค้กอุ่นรักอิ่มใจ**”

ระดับชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 5 เวลา 90 นาที

จุดประสงค์การจัดการเรียนรู้ในคาบนี้ เพื่อที่จะให้นักเรียนได้มีความรู้และความเข้าใจและลงมือแก้ปัญหาสถานการณ์จริง(Real world situation) โดยใช้กระบวนการแก้ปัญหาตามแนวคิดของโพลยา (Polya) และนำกระบวนการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์มาใช้เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

ได้แก่ กิจกรรมปัญหา “**ขนมเค้กอุ่นรักอิ่มใจ** ” ซึ่งเป็นปัญหาสถานการณ์จริงที่ใช้ในคาบเรียนนี้ จากการเก็บรวบรวมข้อมูลที่ผ่านมาพบว่า ร้านอุ่นรักอิ่มใจได้ตั้งราคาขายเค้กชิ้นละ 90 บาท จะขายได้ 117 ชิ้นต่อ สัปดาห์ แต่ในหลายปีที่ผ่านมา ทางร้านประสบปัญหากับยอดขายที่ลดลง อาจเนื่องมาจากเศรษฐกิจในประเทศไม่ค่อยดี ส่งผลให้ยอดขายขนมเค้กของร้านอุ่นรักอิ่มใจลดลง

จากข้อมูลในปีที่ผ่านๆมา พบว่าทางร้านจะออกโปรโมชั่นต่างๆเพื่อกระตุ้นยอดขาย โดยการลดราคาขนมเค้ก เพื่อเพิ่มยอดขายของร้าน และเพิ่มความสนใจของลูกค้า และ แต่จากที่สังเกตได้ว่าเมื่อทางร้านลดราคาขนมเค้กลงครั้งละ 8 บาท จะทำให้ยอดขายเพิ่มขึ้นโดยเฉลี่ย 8 ชิ้นต่อ

1. จุดประสงค์การเรียนรู้

1.1 ด้านความรู้ทางคณิตศาสตร์: เพื่อให้นักเรียน

1.1.1 มีความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับกระบวนการแก้ปัญหาตามแนวคิดของโพลยา และกระบวนการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

1.2 ด้านทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์: เพื่อให้นักเรียน

1.2.1 ได้ลงมือแก้ปัญหาสถานการณ์จริงที่กำหนด (กิจกรรม “**ขนมเค้กอุ่นรักอิ่มใจ**) ผ่านกระบวนการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เป็นกลุ่ม

1.2.2 ได้สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และนำเสนอ “กระบวนการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์” ของกลุ่ม หน้าชั้นเรียนได้

1.3 ด้านคุณลักษณะ อันพึงประสงค์: เพื่อให้นักเรียน

1.3.1 มีส่วนร่วมและรับผิดชอบในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหาเป็นกลุ่ม

1.3.2 มีส่วนร่วมและรับผิดชอบในการอภิปรายของกลุ่ม

1.3.3 มีส่วนร่วมและรับผิดชอบในการอภิปรายหน้าชั้นเรียน

2. **สาระการเรียนรู้**

1. **ต้นทุนการผลิต คือ** ค่าใช้จ่ายในการผลิตสินค้า (Product) บางอย่างขึ้นมา โดย ต้นทุนการผลิต (Production Cost) จะประกอบด้วย ต้นทุนวัตถุดิบ (Material Cost) ต้นทุนแรงงาน (Labor Cost) และค่าใช้จ่ายโรงงาน (Manufacturing Overhead)

2. **การพยากรณ์ยอดขาย** (Sales Forecast) **คือ** การคาดการณ์หรือประมาณการจำนวน หรือมูลค่าของสินค้าและบริการที่บริษัทจะ**ขาย**ได้ โดยมีหลักการคาดการณ์หรือคาดคะเน เช่น คำนวณจากผลการสำรวจตลาด จำนวนประชากรที่เป็นเป้าหมายของสินค้าและบริการของบริษัท ความคิดเห็นของบุคคลต่างๆ ทั้งภายในและภายนอกบริษัท

3. **ทฤษฎีบท** ให้ f เป็นฟังก์ชันที่หาอนุพันธ์ได้บนช่วง $A \subset D_f$

1. ถ้า $f'(x) < 0$ สำหรับ x ในช่วง A แล้ว f เป็นฟังก์ชันลด(decreasing function) บนช่วง A

2. ถ้า $f'(x) > 0$ สำหรับ x ในช่วง A แล้ว f เป็นฟังก์ชันเพิ่ม(increasing function) บนช่วง A

3. **บทนิยาม** ฟังก์ชัน f มีค่าสูงสุดสัมพัทธ์ที่ $x = c$ ถ้ามีช่วง $(a,b) \subset D_f$ ซึ่ง $c \in (a,b)$ และ $f(c) \geq f(x)$ สำหรับทุก x ในช่วง (a,b) เรียก $f(c)$ ว่า **ค่าสูงสุดสัมพัทธ์** (relative maximum) ของฟังก์ชัน f และ **จุดสูงสุดสัมพัทธ์** คือ $(c, f(c))$

ฟังก์ชัน f มีค่าสูงสุดสัมพัทธ์ที่ $x = c$ ถ้ามีช่วง $(a,b) \subset D_f$ ซึ่ง $c \in (a,b)$ และ $f(c) \leq f(x)$ สำหรับทุก x ในช่วง (a,b) เรียก $f(c)$ ว่า **ค่าต่ำสุดสัมพัทธ์** (relative minimum) ของฟังก์ชัน f และ **จุดต่ำสุดสัมพัทธ์** คือ $(c, f(c))$

4. **ทฤษฎีบท** ให้ f เป็นฟังก์ชันที่นิยามบนช่วง (a,b) ซึ่ง $c \in (a,b)$ และ $f'(c)$ หาค่าได้เป็นค่าสูงสุดสัมพัทธ์ หรือค่าต่ำสุดสัมพัทธ์ของ f จะได้ $f'(c) = 0$

5. **บทนิยาม** ให้ f เป็นฟังก์ชันที่หาอนุพันธ์ได้บนช่วง (a,b) ซึ่ง $c \in (a,b)$ ซึ่งทำให้ $f'(c) = 0$ จะเรียกว่า **ค่าวิกฤต** (critical value) ของฟังก์ชัน f

6. **ทฤษฎีบท** ให้ f เป็นฟังก์ชันที่หาอนุพันธ์ได้บนช่วง (a,b) ซึ่ง $c \in (a,b)$ เป็นวิกฤตของ f

ถ้า $f'(x)$ เปลี่ยนจากจำนวนบวกเป็นจำนวนลบ เมื่อ x เพิ่มขึ้นรอบๆ c แล้ว $f(c)$ เป็นค่าสูงสุดสัมพัทธ์

ถ้า $f'(x)$ เปลี่ยนจากจำนวนลบเป็นจำนวนบวก เมื่อ x เพิ่มขึ้นรอบๆ c แล้ว $f(c)$ เป็นค่าต่ำสุดสัมพัทธ์

7. **ทฤษฎีบท** กำหนดให้ f เป็นฟังก์ชันต่อเนื่องบนช่วง A ใดๆ และ c เป็นค่าวิกฤตของ f ซึ่ง $f'(c)=0$

a. ถ้า $f''(c)>0$ แล้ว $f(c)$ เป็นค่าต่ำสุดสัมพัทธ์

b. ถ้า $f''(c)<0$ แล้ว $f(c)$ เป็นค่าสูงสุดสัมพัทธ์

3. สื่อการเรียนรู้ / แหล่งการเรียนรู้

3.1 ใบความรู้ เรื่อง แนวคิดเกี่ยวกับกระบวนการแก้ปัญหา และกระบวนการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์

3.2 ใบกิจกรรม เรื่อง “**ขนมเค้กอุ่นรักอิ่มใจ** ”

3.3 ผลเฉลย เรื่อง “**ขนมเค้กอุ่นรักอิ่มใจ** ” (สำหรับครูเท่านั้น)

3.4 เกณฑ์การให้คะแนน แบบรูบริก สำหรับกิจกรรม “**ขนมเค้กอุ่นรักอิ่มใจ** ” (สำหรับครูเท่านั้น)

3.5 แบบสังเกตพฤติกรรมในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ (สำหรับครูเท่านั้น)

3.6 ใบตรวจสอบความรู้ เรื่อง แนวคิดเกี่ยวกับกระบวนการแก้ปัญหา และกระบวนการศึกษาสถานการณ์จริงโดยใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์

4. กิจกรรมการเรียนรู้

4.1 ขั้นนำ

ขั้นนี้ใช้เวลาประมาณ 10 นาที ซึ่งมีรายละเอียดดังนี้

4.1.1 ครูนำเข้าสู่บทเรียน เรื่อง กระบวนการแก้ปัญหาและการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหา โดยเชื่อมโยงกับสถานการณ์ในจริง และมีการอธิบาย “เน้นย้ำความสำคัญของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ” ดังรายละเอียดในสาระการเรียนรู้ หัวข้อ 2.1

4.1.2 ครูตั้งคำถามเพื่อให้นักเรียนตอบ เพื่อเน้นย้ำให้นักเรียนเห็นความสำคัญของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ชัดเจนยิ่งขึ้น ซึ่งประเด็นคำถามมีดังนี้

(1) จากข้อมูลร้านอุ่นรักอิ่มใจ นักเรียนคิดว่า ถ้าลดราคาลง จะทำให้จำนวนชิ้นต่อสัปดาห์เป็นอย่างไร

[นักเรียนควรตอบว่า เมื่อราคาขายลดลง จะทำให้จำนวนชิ้นที่ขายได้เพิ่มขึ้น]

(2) จากข้อมูลร้านอุ่นรักอิ่มใจ นักเรียนคิดว่า ถ้าลดราคาลง จะทำให้ยอดขายเฉลี่ยต่อสัปดาห์เป็นอย่างไร

[นักเรียนควรตอบว่า เมื่อลดราคาขนมลง จะทำให้ยอดขายเฉลี่ยค่อยๆเพิ่มขึ้นจนถึงจุดสูงสุด แล้วค่อยๆลดลง]

(3) จากข้อ 2 นักเรียนคิดว่า ความสัมพันธ์ระหว่างราคาที่ลดลง และ ยอดขายเฉลี่ยต่อสัปดาห์เมื่อนำมาเขียนเป็นกราฟ จะได้กราฟชนิดใด

[นักเรียนควรตอบว่า ความสัมพันธ์ระหว่างราคาที่ลดลง และ ยอดขายเฉลี่ยต่อสัปดาห์ เมื่อนำมาเขียนเป็นกราฟแล้ว ความสัมพันธ์ที่ได้เมื่อให้แกน x เป็นราคาขายที่ลดลง แกนY เป็นยอดขายเฉลี่ยต่อสัปดาห์ จะมีกราฟเป็นรูปพาราโบลา]

4.1.3 เพื่อให้นักเรียนมีความเข้าใจที่ตรงกัน ครูสรุปคำตอบที่ถูกต้องและข้อคิดเห็นของแต่ละข้อคำถามอีกครั้ง

4.2 ขั้นสอน

ขั้นนี้ใช้เวลาประมาณ 70 นาที ซึ่งมีรายละเอียดดังนี้

4.2.1 ครูจัดนักเรียนเป็นกลุ่มย่อย กลุ่มละ 4 คน โดยที่แต่ละกลุ่มควรจะมีนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนต่ำ 1 คน ปานกลาง 2 คน และสูง 1 คน เพื่อคละความสามารถกัน

4.2.2 ครูอธิบายแนวทางปฏิบัติในชั้นเรียนในการแก้ปัญหาเป็นกลุ่ม ซึ่งได้แก่

(1) การปฏิบัติการแก้ปัญหาสถานการณ์จริงที่กำหนด

(2) การสรุปและอภิปรายกระบวนการแก้ปัญหาและการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ เพื่อแก้ปัญหาสถานการณ์จริงที่กำหนด

(3) การเขียนผลเฉลยในใบกิจกรรม

(4) การนำเสนอกระบวนการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ หน้าชั้นเรียน โดยเน้นย้ำว่า “ทุกคนจะต้องเข้าใจผลเฉลยของตนและสามารถอธิบายได้” หลังจากนั้นครูให้นักเรียนซักถามข้อสงสัย (ถ้ามี)

4.2.3 ครูแจกใบความรู้ เรื่อง แนวคิดเกี่ยวกับกระบวนการแก้ปัญหาและกระบวนการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ให้นักเรียนแต่ละคน พร้อมทั้งอธิบายแนวคิดเกี่ยวกับกระบวนการแก้ปัญหาตามแนวคิดของโพลยา (Polya) และกระบวนการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยเน้นย้ำ “ขั้นตอนต่างๆ ที่นำมาใช้ในการแก้ปัญหาสถานการณ์จริงที่กำหนด” ดังรายละเอียดในสาระการเรียนรู้ หัวข้อ 2

4.2.4 เพื่อให้นักเรียนเข้าใจกระบวนการกระบวนการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และการแก้ปัญหาตามแนวคิดของโพลยา (Polya)มากยิ่งขึ้น ครูแจกใบกิจกรรม เรื่องขนมเค้กอุ่นรักอิ่มใจ ให้นักเรียนแต่ละกลุ่ม และจูงใจให้นักเรียนได้รู้สึกอยากแก้ปัญหาสถานการณ์จริงที่กำหนดผ่าน

กระบวนการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ตลอดจนให้นักเรียนได้นำเสนอสถานการณ์ปัญหา "ขนมเค้กอุ่นรักอิ่มใจ "

4.2.5 เพื่อดำเนินการตามขั้นตอนแรกคือขั้นทำความเข้าใจสถานการณ์จริง ในกระบวนการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ครูให้นักเรียนอ่านสถานการณ์จริงที่กำหนดอีกครั้ง แล้วตั้งคำถามเพื่อให้นักเรียนตอบและแสดงความคิดเห็น เช่น

(1) สถานการณ์จริงนี้ เป็นเรื่องเกี่ยวกับอะไร

[นักเรียนควรตอบว่า ปัญหายอดขายขนมเค้กร้านอุ่นรักอิ่มใจลดลง ทางร้านต้องการยอดเพิ่มยอดขายขนมเค้ก]

(2) ในสถานการณ์จริง จากตารางนักเรียนพบเห็นความสัมพันธ์ยอดขาย และราคาอย่างไร

[นักเรียนควรตอบว่า เวลาเพิ่ม เมื่อลดราคาขายลง ทำให้ยอดขายเพิ่มสูงขึ้น จำนวนชิ้นที่ขายเพิ่มขึ้น]

(3) นักเรียนคิดว่ายอดขายกับราคาที่ตั้งไว้มีความสัมพันธ์แบบเชิงหรือไม่

[นักเรียนควรตอบว่า ความสัมพันธ์มีเชิงเส้นโค้ง]

4.2.6 เมื่อนักเรียนเข้าใจสถานการณ์จริง ครูจะส่งเสริมให้นักเรียนได้คิดเป็นรายบุคคล โดยแต่ละคนค้นหาความสัมพันธ์เพื่อทำการเชื่อมโยงข้อมูลและเงื่อนไขของสถานการณ์จริง โดยใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้อง และประสบการณ์ในการแก้ปัญหาของแต่ละคน โดยไม่ต้องปรึกษาคนอื่น (ใช้เวลาประมาณ 2-3 นาที)

4.2.7 เมื่อนักเรียนได้คิดเป็นรายบุคคลแล้ว ให้นักเรียนนำแนวคิดของตนมาแลกเปลี่ยนกันในกลุ่ม (อาจเริ่มจากแลกเปลี่ยนกัน 2 คนก่อน แล้วทั้งกลุ่ม) จนกระทั่งสามารถค้นหาความเชื่อมโยงหรือความสัมพันธ์ระหว่างสิ่งที่สถานการณ์จริงต้องการหา ข้อมูลหรือเงื่อนไขของสถานการณ์จริงได้ หลังจากนั้นให้นักเรียนปรับเปลี่ยน "ข้อมูลหรือเงื่อนไขของสถานการณ์จริง" เหล่านั้นให้อยู่ในรูป "ตัวไม่ทราบค่า ข้อมูล เงื่อนไข หรือสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์" ของปัญหาทางคณิตศาสตร์ และหา "ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์" ที่สอดคล้องกับข้อมูลและเงื่อนไขของสถานการณ์จริง และสามารถนำไปใช้ในการค้นหาคำตอบได้

4.2.8 ถ้ามีนักเรียนกลุ่มใดไม่สามารถเริ่มต้นหรือไม่สามารถปรับเปลี่ยน "เงื่อนไขและข้อมูลของสถานการณ์จริง" ให้อยู่ในรูป "ตัวไม่ทราบค่า ข้อมูล เงื่อนไข หรือสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์" และยังไม่พบ "ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์" ได้ ครูอาจช่วยนักเรียนโดยการตั้งคำถามชี้นำให้นักเรียนตอบ ซึ่งประเด็นคำถามมีดังนี้

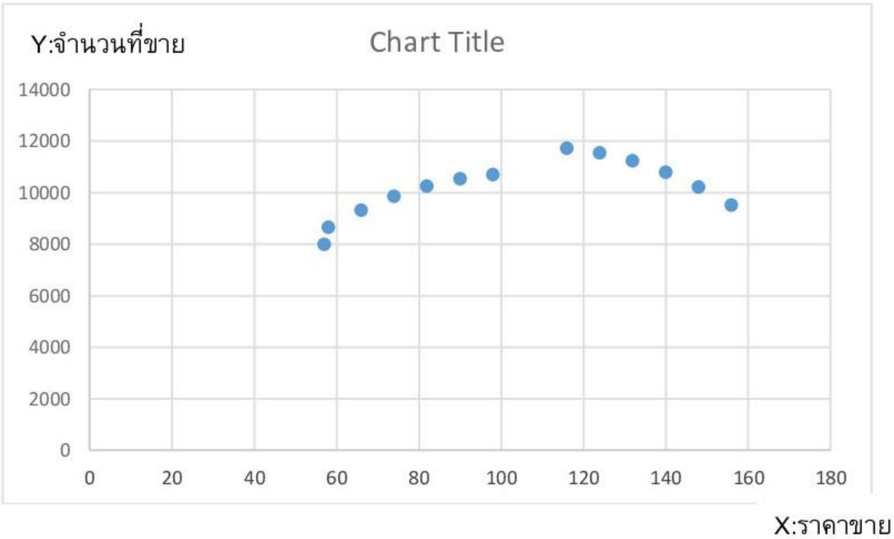
(1) ข้อมูลหรือเงื่อนไขที่สถานการณ์จริง มีอะไรบ้าง

[นักเรียนควรตอบว่า ราคาขายเค้กชิ้นละ 90 บาท จะขายได้ 117 ชิ้นต่อ สัปดาห์ เมื่อทางร้านลดราคาขนมเค้กลงครั้งละ 8 บาท จะทำให้ยอดขายเพิ่มขึ้นโดยเฉลี่ย 8 ชิ้นต่อ]

(2) ข้อมูลที่กำหนดมาให้ นักเรียนเรียนจะทราบได้อย่างไร มีความสัมพันธ์แบบใด

[นักเรียนควรตอบว่า นำข้อมูลจากตารางที่กำหนดมาให้ มา Plort graph กราฟเพื่อหาความสัมพันธ์ของข้อมูล]

(3) กราฟที่นักเรียนได้จากการ Plort graph เป็น อย่างไร



จากกราฟข้อมูลมีความสัมพันธ์เชิงเส้นโค้งพาราโบลา

แกน X แทน ราคาต่อชิ้น แกน Y แทน จำนวนที่ขายได้โดยเฉลี่ยต่อสัปดาห์ จะได้กราฟแสดงความสัมพันธ์ของระหว่างราคาต่อชิ้นและจำนวนที่ขายขนมเค้กเฉลี่ยต่อสัปดาห์ดังนี้

(4) นักเรียนคิดว่า ข้อมูลและเงื่อนไขที่สำคัญของสถานการณ์จริง ควรปรับเปลี่ยนให้อยู่ในรูป "ตัวไม่ทราบค่า ข้อมูล เงื่อนไข หรือสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์" ได้อย่างไรบ้าง

[นักเรียนควรตอบว่า ร้านอุ่นรักอิ่มใจได้ตั้งราคาขายเค้กชิ้นละ 90 บาท จะขายได้ 117 ชิ้นต่อ สัปดาห์ เมื่อลดราคาลงครั้งละ 8 บาท จะทำให้มียอดขายเพิ่มขึ้นเฉลี่ย 8 ชิ้นต่อสัปดาห์

รายได้เฉลี่ยต่อสัปดาห์ = จำนวนที่ขายได้ x ราคาต่อชิ้น

รายได้เริ่มต้น $=[117][90]$

รายได้ลดครั้งที่1 $=[117-8(1)][90+8(1)]$

$$\text{รายได้ลดครั้งที่2} = [117 - 8(2)][90 + 8(2)]$$
$$\text{รายได้ลดครั้งที่3} = [117 - 8(3)][90 + 8(3)]$$
$$\text{รายได้ลดครั้งที่4} = [117 - 8(4)][90 + 8(4)]$$
$$\vdots \quad = \quad [\ \vdots\ ][\ \vdots\ ]$$

(6) จากการแสดงวิธีการคำนวณผลตอบแทนรวมในข้อ (5) นักเรียนคิดว่า ข้อมูลและเงื่อนไขที่สำคัญของสถานการณ์จริง ควรปรับเปลี่ยนให้อยู่ในรูป “ตัวไม่ทราบค่า ข้อมูล เงื่อนไข หรือสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์” ได้อย่างไรบ้าง

[นักเรียนควรตอบว่า กำหนดให้

x แทน จำนวนเต็มบวก

และ $R(x)$ แทน ยอดขายเฉลี่ยต่อสัปดาห์]

4.2.9 ครูเดินดูการแก้ปัญหาของนักเรียนแต่ละกลุ่ม เพื่อสังเกตการมีส่วนร่วมและความรับผิดชอบในการแก้ปัญหาของนักเรียนแต่ละคน ในขณะที่นักเรียนแต่ละกลุ่มกำลังปรับเปลี่ยนสถานการณ์จริงให้เป็นปัญหาทางคณิตศาสตร์

4.2.10 เมื่อนักเรียนแต่ละกลุ่มหรือกลุ่มใดที่ได้ปรับเปลี่ยนสถานการณ์จริงให้เป็นปัญหาทางคณิตศาสตร์ จนได้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์แล้ว ครูควรเน้นย้ำให้นักเรียนเขียนแสดงวิธีการค้นหาคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์อย่างละเอียด โดยใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ที่ได้นั้น รวมทั้งเขียนสรุปคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ได้ ลงในใบกิจกรรมของกลุ่ม

4.2.11 เมื่อนักเรียนแต่ละกลุ่มได้คำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์แล้ว ครูสอบถามนักเรียนว่า นักเรียนจะรู้ได้อย่างไรว่าคำตอบที่ได้ถูกต้องหรือไม่ ควรให้นักเรียนได้มองย้อนกลับไปยังสิ่งที่สถานการณ์จริงต้องการหา แล้วตรวจสอบ/เปรียบเทียบ ความถูกต้อง ตรวจความสมเหตุสมผลของคำตอบ และตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ที่ใช้ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ กับข้อมูลและเงื่อนไขของสถานการณ์จริงก่อน โดยการตั้งคำถามเพื่อตรวจสอบความเข้าใจของนักเรียน ซึ่งประเด็นคำถามมีดังนี้

(1) ถ้าเปลี่ยน “ราคาขายเค้กชิ้นละ 90 บาทเป็น 100 บาท” โดยข้อมูลและเงื่อนไขของสถานการณ์จริงอื่นยังคงเหมือนเดิม นักเรียนสามารถใช้ “ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์” มาคำนวณหาตำแหน่งความเข้มมลพิษ ได้หรือไม่ อย่างไร จงอธิบาย

[นักเรียนควรตอบว่า ไม่สามารถใช้ “ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์” ในการคำนวณหารายได้เฉลี่ย เนื่องจากต้อง เปลี่ยนแปลงตามไปด้วย โดยเปลี่ยนจาก 90 เป็น 100]

(2) ถ้าเปลี่ยน “เมื่อลดราคาลงครั้งละ 8 บาทต่อชิ้นเป็น 7 บาทต่อชิ้น โดยข้อมูลและเงื่อนไขของสถานการณ์จริงอื่นยังคงเหมือนเดิม นักเรียนสามารถใช้ “ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์” (เดิม) มาคำนวณหาต้นทุนการผลิต ได้หรือไม่ อย่างไร จงอธิบาย

[นักเรียนควรตอบว่า ไม่สามารถใช้ “ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ ในการคำนวณหารายได้เฉลี่ย เนื่องจากต้องเปลี่ยนแปลงตามไปด้วย โดยเปลี่ยนจาก 8 เป็น 7]

4.2.13 เมื่อนักเรียนแต่ละกลุ่มได้คำตอบของสถานการณ์จริงแล้ว ครูให้นักเรียนแต่ละกลุ่มส่งตัวแทนมานำเสนอ “กระบวนการแก้ปัญหาและการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของกลุ่ม” หน้าชั้นเรียน หรือครูอาจสุ่มเลือกนักเรียนบางกลุ่มที่ใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่แตกต่างกัน” (ถ้ามี)

4.2.14 ครูให้นักเรียนทั้งชั้นร่วมกันอภิปราย “กระบวนการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์” ของแต่ละกลุ่ม ประเด็นที่ใช้ในการอภิปรายมีดังนี้

(1) ขั้นตอนใดมีความยุ่งยากซับซ้อนที่สุด ในกระบวนการแก้ปัญหา เพราะเหตุใด

(2) มีการนำตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ใดบ้าง ที่นำมาใช้แก้ปัญหานี้ มีอะไรบ้าง

(3) กลุ่มใดที่ได้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ มีประสิทธิภาพที่สุด เพราะเหตุใด

(4) ถ้า “ข้อมูลและเงื่อนไขของสถานการณ์จริง” บางอย่างมีการเปลี่ยนแปลง แล้ว จะส่งผลกับ “ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์” ที่นำมาใช้หรือไม่ อย่างไร

(5) กลุ่มใดมีการนำเสนอและสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ผ่าน“กระบวนการแก้ปัญหาและการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์” ชัดเจนที่สุด เพราะเหตุใด ปีนต้น

4.2.15 ครูให้นักเรียนร่วมกันอภิปรายและสรุป “กระบวนการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์” ประเด็นที่ใช้ในการสรุปมีดังนี้

(1) สิ่งที่สถานการณ์จริงต้องการหา คืออะไร

(2) ข้อมูลและเงื่อนไขที่สำคัญของสถานการณ์จริง มีอะไรบ้าง

(3) แนวคิด/ความรู้ทางคณิตศาสตร์ ที่นำใช้ในการแก้ปัญหาสถานการณ์จริงนี้มีอะไรบ้าง

(4) ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ที่สามารถนำมาใช้แก้ปัญหานี้ มีอะไรบ้าง

(5) ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ใดมีประสิทธิภาพที่สุด เพราะเหตุใด

(6) ถ้าเปลี่ยน “ข้อมูลและเงื่อนไขของสถานการณ์จริง” บางอย่าง แล้ว “ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์” ที่นำมาใช้ในการแก้ปัญหา จะเปลี่ยนไปหรือไม่ อย่างไร

(7) เราสามารถใช้ "กระบวนการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์" ในการหา "คำตอบของสถานการณ์จริงที่กำหนด" ได้หรือไม่ เพราะเหตุใด

เป็นต้น

4.3 ขั้นสรุป

ขั้นนี้ใช้เวลาประมาณ 10 นาที ซึ่งมีรายละเอียดดังนี้

4.3.1 เพื่อตรวจสอบความรู้ความเข้าใจของนักเรียนแต่ละคน เรื่อง แนวคิดเกี่ยวกับกระบวนการแก้ปัญหา และกระบวนการศึกษาสถานการณ์จริงโดยใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ ครูแจกใบตรวจสอบความรู้ เรื่อง แนวคิดเกี่ยวกับกระบวนการแก้ปัญหา และกระบวนการศึกษาสถานการณ์จริงโดยใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ ให้นักเรียนแต่ละคนเขียนคำตอบของตนลงไป โดยคำถามในใบตรวจสอบความรู้ มีดังนี้

(1) กระบวนการแก้ปัญหาตามแนวคิดของโพลยา (Polya) ประกอบด้วยขั้นตอนสำคัญอะไรบ้าง

[นักเรียนควรตอบว่า กระบวนการแก้ปัญหาตามแนวคิดของโพลยา (Polya) ประกอบด้วยขั้นตอนสำคัญ 4 ขั้นตอน ได้แก่

ขั้นที่ 1 ขั้นทำความเข้าใจปัญหา (understanding the problem)

ขั้นที่ 2 ขั้นวางแผนแก้ปัญหา (devising a plan)

ขั้นที่ 3 ขั้นดำเนินการตามแผน (carrying out the plan)

ขั้นที่ 4 ขั้นตรวจสอบผล (looking back)]

(2) กระบวนการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ประกอบด้วยขั้นตอนสำคัญอะไรบ้าง

[นักเรียนควรตอบว่า กระบวนการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ประกอบด้วยขั้นตอนสำคัญ 4 ขั้นตอน ได้แก่

ขั้นที่ 1 ขั้นทำความเข้าใจสถานการณ์จริง

ขั้นที่ 2 ขั้นปรับสถานการณ์จริงให้เป็นปัญหาทางคณิตศาสตร์

ขั้นที่ 3 ขั้นดำเนินการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

ขั้นที่ 4 ขั้นแปลคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ให้เป็นคำตอบของสถานการณ์จริง]

4.3.3 ครูตั้งคำถามในใบตรวจสอบความรู้ทีละข้อ แล้วสุ่มนักเรียน 2-3 คน เพื่อให้นำเสนอคำตอบในแต่ละข้อ

4.3.4 ครูตรวจสอบความถูกต้องของคำตอบแต่ละข้อของนักเรียน พร้อมทั้งสรุปคำตอบแต่ละข้ออีกครั้ง

5. การวัดและประเมินผลการเรียนรู้

การวัดและประเมินผลการเรียนรู้ที่สอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้ มีดังนี้

จุดประสงค์การเรียนรู้ที่ต้องการวัดและประเมินผล	การวัดผล	การประเมินผล
ด้านความรู้ทางคณิตศาสตร์ : 1. มีความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับกระบวนการแก้ปัญหาตามแนวคิดของโพลยา และกระบวนการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์	**วิธีวัดผล** : พิจารณาความถูกต้องของคำตอบของนักเรียน ในใบตรวจสอบความรู้ เรื่อง แนวคิดเกี่ยวกับกระบวนการแก้ปัญหา และกระบวนการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และจำนวนคำถามที่นักเรียนตอบได้ถูกต้อง **เครื่องมือวัดผล** : ใบกิจกรรม เรื่อง **ขนมเค้กอุ่นรักอิ่มใจ**	**เกณฑ์การให้คะแนน** : ในแต่ละข้อคำถาม ● ถ้า นักเรียน ตอบได้ถูกต้อง จะได้ คะแนน 1 คะแนน ● ถ้า นักเรียน ตอบไม่ถูกต้อง จะได้ คะแนน 0 คะแนน **เกณฑ์การประเมินผล** : ถ้า นักเรียน ได้คะแนน มากกว่า 2 คะแนน ถือว่าผ่าน
ด้านทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ : 1. (เริ่ม) ลงมือแก้ปัญหาสถานการณ์จริงที่กำหนด (ปัญหา “ขนมเค้กอุ่นรักอิ่มใจ ”) ผ่านกระบวนการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์	**วิธีวัดผล** : พิจารณาความถูกต้องของคำตอบของนักเรียน ในใบกิจกรรม เรื่องขนมเค้กอุ่นรักอิ่มใจ **เครื่องมือวัดผล** : ใบกิจกรรม เรื่อง ขนมเค้กอุ่นรักอิ่มใจ	**เกณฑ์การให้คะแนน** ใช้เกณฑ์การให้คะแนนแบบรูบริกแบบวิเคราะห์ ซึ่งมีคะแนนเต็ม 20 คะแนน ดังตารางแนบ **เกณฑ์การประเมินผล** : ถ้า นักเรียน ได้คะแนน มากกว่า 12 คะแนน ถือว่าผ่าน
2. สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และนำเสนอ “กระบวนการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์” ของกลุ่ม หน้าชั้นเรียนได้	**วิธีวัดผล** : พิจารณาความถูกต้องและชัดเจน ของการอธิบายและนำเสนอกระบวนการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์	**เกณฑ์การให้คะแนน** ● ถ้า นักเรียน อธิบายและนำเสนอกระบวนการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ได้ถูกต้องและชัดเจน จะได้ คะแนน 3 คะแนน

จุดประสงค์การเรียนรู้ที่ต้องการวัดและประเมินผล	การวัดผล	การประเมินผล
	<u>เครื่องมือวัดผล</u> : แบบสังเกตพฤติกรรมการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหา	● ถ้า นักเรียน อธิบายและนำเสนอกระบวนการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ <u>พอสื่อให้เข้าใจได้ครบถ้วน</u> จะได้ คะแนน 2 คะแนน ● ถ้า นักเรียน อธิบายและนำเสนอกระบวนการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ <u>พอสื่อให้เข้าใจได้เพียงบางส่วน</u> จะได้ คะแนน 1 คะแนน ● ถ้า นักเรียน <u>ไม่</u>อธิบายและนำเสนอกระบวนการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์<u>เลย</u> จะได้ คะแนน 0 คะแนน **<u>เกณฑ์การประเมินผล</u>** : ถ้า นักเรียน ได้คะแนนมากกว่า 1 คะแนน ถือว่าผ่าน
<u>ด้านคุณลักษณะ อันพึงประสงค์</u> : 1. มีส่วนร่วมและความรับผิดชอบในการแก้ปัญหาเป็นกลุ่ม 2. มีส่วนร่วมและความรับผิดชอบในการอภิปรายของกลุ่ม 3. มีส่วนร่วมและความรับผิดชอบในการอภิปรายหน้าชั้นเรียน	**<u>วิธีวัดผล</u>** : พิจารณาพฤติกรรมหรือการแสดงออกของนักเรียน ขณะตอบคำถามหรือทำงานที่มอบหมาย โดยมีครูเป็นผู้สังเกตแล้วบันทึกในแบบสังเกตพฤติกรรมการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ **<u>เครื่องมือวัดผล</u>** : แบบสังเกตพฤติกรรมการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์	**<u>เกณฑ์การให้คะแนน</u>** : ในแต่ละข้อของแบบสังเกตพฤติกรรม ● ถ้า นักเรียน แสดงออกให้เห็น<u>อย่างเด่นชัด</u> จะได้ คะแนน 2 คะแนน ● ถ้า นักเรียน แสดงออกให้เห็น<u>เพียงเล็กน้อย</u> จะได้ คะแนน 1 คะแนน ● ถ้า นักเรียน <u>ไม่แสดงออกเลย</u> จะได้ คะแนน 0 คะแนน **<u>เกณฑ์การประเมินผล</u>** : ถ้า นักเรียน ได้คะแนนมากกว่า 2 คะแนน ถือว่าผ่าน

6. บันทึกหลังการจัดการเรียนรู้

6.1 ด้านนักเรียน

(ระบุ ความรู้ /ทักษะและกระบวนการ/คุณลักษณะอันพึงประสงค์ของนักเรียนที่พบ)

....

....

....

....

....

....

....

....

6.2 ด้านผู้สอน

(ระบุ ปัญหาหรือผลการจัดการเรียนรู้/ข้อเสนอแนะสำหรับการจัดการเรียนรู้ครั้งต่อไป)

....

....

....

....

....

....

....

6.3 ด้านอื่นๆ (ถ้ามี)

....

....

....

....

....

....

....

ใบตรวจสอบความรู้ แนวคิดเกี่ยวกับกระบวนการแก้ปัญหาและกระบวนใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อการแก้ปัญหาสถานการณ์จริง

ให้นักเรียนแต่ละคนเขียนคำตอบของตนในแต่ละข้อคำถาม

คำถามที่ 1 กระบวนการแก้ปัญหาตามแนวคิดของโพลยา(Polya)ประกอบด้วยขั้นตอนอะไรบ้าง

ตอบ กระบวนการแก้ปัญหาตามแนวคิดของโพลยา (Polya) ประกอบด้วยขั้นตอนสำคัญ 4 ขั้นตอน ได้แก่

ขั้นที่ 1 ขั้นทำความเข้าใจปัญหา (understanding the problem)

ขั้นที่ 2 ขั้นวางแผนแก้ปัญหา (devising a plan)

ขั้นที่ 3 ขั้นดำเนินการตามแผน (carrying out the plan)

ขั้นที่ 4 ขั้นตรวจสอบผล (looking back)

คำถามที่ 2 กระบวนการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ประกอบด้วยขั้นตอนสำคัญอะไรบ้าง

ตอบ กระบวนการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ประกอบด้วยขั้นตอนสำคัญ 4 ขั้นตอน ได้แก่

ขั้นที่ 1 ขั้นทำความเข้าใจสถานการณ์จริง

ขั้นที่ 2 ขั้นปรับสถานการณ์จริงให้เป็นปัญหาทางคณิตศาสตร์

ขั้นที่ 3 ขั้นดำเนินการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

ขั้นที่ 4 ขั้นแปลคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ให้เป็นคำตอบของสถานการณ์จริง

แบบสังเกตพฤติกรรมการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

วันที่ : ________________________ เวลา ____________________

ชื่อกิจกรรม : ____

ชื่อนักเรียน : 1. ____

2. ____

พฤติกรรมในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์		นักเรียนคนที่ 1	2	3	4	ข้อสังเกตเพิ่มเติม (ถ้ามี)
01	มีความ "ตั้งใจและความกระตือรือร้น" ในการแก้ปัญหาสถานการณ์จริง					
02	ขณะทำความเข้าใจนั้น มี "การขีดเขียน /วาดรูปประกอบ"					
03	ระบุ "สิ่งที่สถานการณ์จริงต้องการหา" ได้ถูกต้อง					
04	ระบุ "ข้อมูลหรือเงื่อนไขของสถานการณ์จริง" ได้ถูกต้อง					
05	อธิบาย "แนวคิดที่เกี่ยวข้องกับสถานการณ์จริง" ได้ถูกต้องชัดเจน					
06	อธิบาย "ความเชื่อมโยงหรือความสัมพันธ์ระหว่างสิ่งที่สถานการณ์จริงต้องการหา ข้อมูลหรือเงื่อนไขของสถานการณ์จริง" ได้ถูกต้อง					
07	เปลี่ยน "ข้อมูลหรือเงื่อนไขของสถานการณ์จริง" ให้อยู่ในรูป "ตัวไม่ทราบค่า เงื่อนไข หรือ ข้อมูล หรือสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์" ได้					
08	เข้าใจ "ความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหา" เป็นอย่างดี					
09	เลือกใช้ "ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์" ได้เหมาะสม					
10	เขียน "ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์" ได้ถูกต้องชัดเจน					
11	ลงมือ "แก้ปัญหาโดยใช้ตัวแบบเชิงคณิตสาสตร์" ได้อย่างเป็นระบบ					
12	เขียน "แสดงวิธีการค้นหาคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์" ได้ถูกต้อง					
13	"เขียนอธิบายกระบวนการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหา" ได้อย่างชัดเจน					
14	เมื่อติดขัด มี "ความพยายาม" ที่จะแก้ปัญหาด้วยตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์อื่น					
15	ระบุ "คำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์" ได้ถูกต้อง					
16	มี "การเปรียบเทียบ/ตรวจสอบความถูกต้อง ความสมเหตุสมผลของคำตอบ และตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ที่ใช้ในการแก้ปัญหา กับข้อมูลหรือเงื่อนไขของสถานการณ์จริงก่อน					
17	"คำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์" แปลความหมายให้เป็น "คำตอบของสถานการณ์จริง" ได้ถูกต้อง					
18	มี "ส่วนร่วมและความรับผิดชอบในการแก้ปัญหา" ของกลุ่ม					
19	มี "ส่วนร่วมและความรับผิดชอบในการอภิปราย" ของกลุ่ม					
20	มี "ส่วนร่วมและความรับผิดชอบในการอภิปราย" ของชั้นเรียน					

การให้คะแนน 0 → ไม่มี 1 → มีน้อย 2 → มีมาก

แบบสังเกตพฤติกรรมในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

วันที่ : ________________________ เวลา ____________________

ชื่อกิจกรรม : ____

ชื่อนักเรียน : 1. ____

2. ____

3. ____

พฤติกรรมในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

1. การทำความเข้าใจสถานการณ์จริง

(ระบุ สิ่งที่โจทย์ต้องการหา / ข้อมูลหรือเงื่อนไขของสถานการณ์จริง / แนวคิดที่เกี่ยวข้องกับปัญหาในสถานการณ์จริง)

....

....

....

2. ปรับสถานการณ์จริงให้เป็นปัญหาทางคณิตศาสตร์

(“ข้อมูลหรือเงื่อนไขของสถานการณ์จริง” เปลี่ยนให้อยู่ในรูป “ตัวไม่ทราบค่า ข้อมูล เงื่อนไข หรือสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ได้ถูกต้อง / เขียน “ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์”)

....

....

....

3. การใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

(อธิบายกระบวนการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้ชัดเจน อย่างเป็นระบบ / ได้คำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์)

....

....

....

4. แปลความหมายคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ให้เป็นคำตอบของสถานการณ์จริง

(เปรียบเทียบ/ตรวจสอบความถูกต้อง ของตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ที่ใช้ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และ ความสมเหตุสมผลของคำตอบ กับข้อมูลหรือเงื่อนไขของสถานการณ์จริงก่อน/ แปลความหมาย “คำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์” ให้เป็น “คำตอบของสถานการณ์จริง” ได้ถูกต้อง)

....

....

....

แบบสัมภาษณ์กระบวนการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อการแก้ปัญหาของนักเรียน

วันที่ : ______________________ เวลา ____________________

ชื่อกิจกรรม : __________ออกกำลังกายกันเถอะ______________________

ชื่อนักเรียน : ____

ประเด็นที่สัมภาษณ์	บันทึกคำตอบของนักเรียน
01 สิ่งที่สถานการณ์จริงนี้ต้องการหาอะไรบ้าง	
02 สถานการณ์จริงระบุข้อมูลหรือเงื่อนไขอะไรให้บ้าง	
03 ในการคิด คำนวณต้นทุนการผลิตขนมเค้ก คิดอย่างไร	
04 ความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่นำมาใช้ในการคำนวณ "ต้นทุนการผลิตขนมเค้ก" มีอะไรบ้าง	
05 นำความรู้วิชาอื่นที่มาใช้ในการหาคำตอบของสถานการณ์จริงหรือไม่ วิชาอะไร(ถ้ามี)	
06 ข้อมูลหรือเงื่อนไขที่สำคัญมีอะไรบ้าง	
07 ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ที่ได้ มีอะไรบ้าง	
08 นักเรียนเริ่มต้นนำตัวแบบมาใช้ในการแก้ปัญหาอย่างไร	
09 นักเรียนทราบได้อย่างไรว่า คำตอบของตนเองถูกต้อง	
10 นักเรียนคิดว่ามีตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์แบบอื่นที่สามารถแก้ปัญหาสถานการณ์จริงนี้อีกหรือไม่ อะไรบ้าง (ถ้ามี)	

ใบกิจกรรมที่ 6 “ขนมเค้กอุ่นรักอิ่มใจ”

ร้านอุ่นรักอิ่มใจ เปิดขายอาหาร เครื่องดื่ม และขนมเค้กมาเป็นเวลานาน รายได้ของร้านส่วนใหญ่มาจากขนมเค้ก ซึ่งมีรสชาติที่อร่อย เลยเป็นสินค้าที่ลูกค้านิยมสั่งมารับประทานเป็นประจำ

จากการเก็บรวบรวมข้อมูลที่ผ่านมาพบว่า ร้านอุ่นรักอิ่มใจได้ตั้งราคาขายเค้กชิ้นละ 90 บาท จะขายได้ 117 ชิ้นต่อสัปดาห์ แต่ในหลายปีที่ผ่านมา ทางร้านประสบปัญหากับยอดขายที่ลดลง อาจเนื่องมาจากเศรษฐกิจในประเทศไม่ค่อยดี ส่งผลให้ยอดขายขนมเค้กของร้านอุ่นรักอิ่มใจลดลง

จากข้อมูลในปีที่ผ่านๆ มา พบว่าทางร้านจะออกโปรโมชั่นต่างๆ เพื่อกระตุ้นยอดขาย โดยการลดราคาขนมเค้กเพื่อเพิ่มยอดขายของร้าน และเพิ่มความสนใจของลูกค้า แต่จากการสังเกตพบว่าเมื่อทางร้านลดราคาขนมเค้กลงครั้งละ 8 บาท จะทำให้ยอดขายเพิ่มขึ้นโดยเฉลี่ย 8 ชิ้นต่อสัปดาห์ ตัวอย่างเช่น

จำนวนชิ้นต่อสัปดาห์	รวมยอดขายต่อสัปดาห์	ราคาต่อชิ้น
117	10,530	90
125	10,250	82
133	9,842	74
141	9,306	66
149	8,642	58

คำถาม อยากทราบว่า ทางร้านอุ่นรักอิ่มใจ จะต้องตั้งราคาขายขนมเค้กชิ้นละกี่บาท จึงจะทำให้มียอดขายเฉลี่ยต่อสัปดาห์มียอดขายที่สูงที่สุด

กิจกรรม “ขนมเค้กอุ่นรักอิ่มใจ”

ขั้นที่ 1: ขั้นทำความเข้าใจสถานการณ์จริง

1. **สิ่งที่สถานการณ์จริงต้องการหา มีอะไรบ้าง** **(1 คะแนน)**

2. **“ข้อมูลหรือเงื่อนไข” ในสถานการณ์จริง มีอะไรบ้าง** **(2 คะแนน)**

3. **ให้นักเรียนอธิบาย ความสัมพันธ์ของข้อมูลจากตารางแสดงความสัมพันธ์ จำนวนของยอดขายต่อสัปดาห์ และ ราคาขายต่อชิ้น** **(2 คะแนน)**

จำนวนที่ขายได้	ราคาต่อชิ้น	รายได้เฉลี่ยต่อสัปดาห์

กิจกรรม "ขนมเค้กอุ่นรักอิ่มใจ"

ขั้นที่ 2: ขั้นปรับเปลี่ยนสถานการณ์จริงให้เป็นปัญหาทางคณิตศาสตร์

4. จากความสัมพันธ์ของข้อมูลจากตารางแสดงราคาขนมเค้กและจำนวนที่ขายขนมเค้กเฉลี่ยต่อสัปดาห์ **(4 คะแนน)**

จากตารางที่ได้ ให้นักเรียนแสดงวิธีการคำนวณ หาสมการหรือฟังก์ชันที่ได้จากกราฟ

จากตาราง จะเห็นว่า ราคาต่อชิ้นและรายได้ต่อสัปดาห์ ร้านอุ่นรักอิ่มใจได้ตั้งราคาขายเค้กชิ้นละ 90 บาท จะขายได้ 117 ชิ้นต่อ สัปดาห์

รายได้เฉลี่ยต่อสัปดาห์ = จำนวนที่ขายได้ x ราคาต่อชิ้น

กิจกรรม “ขนมเค้กอุ่นรักอิ่มใจ”

5. จากข้อ 4 ให้นักเรียนเปลี่ยน “ข้อมูลหรือเงื่อนไขที่สำคัญ” ดังกล่าว ให้อยู่ในรูป “ตัวไม่ทราบค่า ข้อมูล เงื่อนไข หรือสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์” (2 คะแนน)

6. ให้นักเรียนเขียน “ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์” ที่แสดงความสัมพันธ์ระหว่าง “ตัวไม่ทราบค่า ข้อมูล เงื่อนไข หรือสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์” ที่ได้จากข้อ 5 (2 คะแนน)

<u>ขั้นที่ 3</u>: ขั้นการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ในการการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

7. ให้นักเรียนแสดงวิธีการค้นหาคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ อย่างละเอียด โดยใช้ “ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์” ที่ได้จากข้อ 6 (3 คะแนน)

กิจกรรม "ขนมเค้กอุ่นรักอิ่มใจ"

<u>ขั้นที่ 4</u>: ขั้นแปลความหมายคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ ให้เป็นคำตอบของสถานการณ์จริง

9. ให้นักเรียนแปลความหมาย "คำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์" ให้เป็น "คำตอบของสถานการณ์จริง" (2 คะแนน)

เฉลย กิจกรรม “ขนมเค้กอุ่นรักอิ่มใจ”

<u>ขั้นที่ 1</u>: ขั้นทำความเข้าใจสถานการณ์จริง

1. **สิ่งที่สถานการณ์จริงต้องการหา มีอะไรบ้าง** (1 คะแนน)

   ความสัมพันธ์ของยอดการขายขนมเค้กและเมื่อลดราคาขนมเค้กลง

2. **“ข้อมูลหรือเงื่อนไข” ในสถานการณ์จริง มีอะไรบ้าง** (2 คะแนน)

   - ร้านอุ่นรักอิ่มใจได้ตั้งราคาขายเค้กชิ้นละ 90 บาท จะขายได้ 117 ชิ้นต่อ สัปดาห์
   - ตั้งราคาขายขนมเค้กชิ้นละ 80 บาท
   - ยอดขายเฉลี่ยจำนวน 120 ชิ้นต่อสัปดาห์
   - เมื่อลดราคาลงครั้งละ 8 บาท จะทำให้มียอดขายเพิ่มขึ้นเฉลี่ย 8 ชิ้นต่อสัปดาห์

3. **ให้นักเรียนอธิบาย ความสัมพันธ์ของข้อมูลจากตารางแสดงความสัมพันธ์ จำนวนของยอดขายต่อสัปดาห์ และ ราคาขายต่อชิ้น** (2 คะแนน)

   ในปีที่ผ่านมาพบว่า

จำนวนที่ขายได้	ราคาต่อชิ้น	รายได้เฉลี่ยต่อสัปดาห์

จากตารางพบว่าเมื่อลดราคาต่อชิ้นลงจะทำให้ยอดขายเพิ่มขึ้น จำนวนชิ้นเพิ่มขึ้น

เฉลย กิจกรรม “ขนมเค้กอุ่นรักอิ่มใจ”

ขั้นที่ 2: **ขั้นปรับเปลี่ยนสถานการณ์จริงให้เป็นปัญหาทางคณิตศาสตร์**

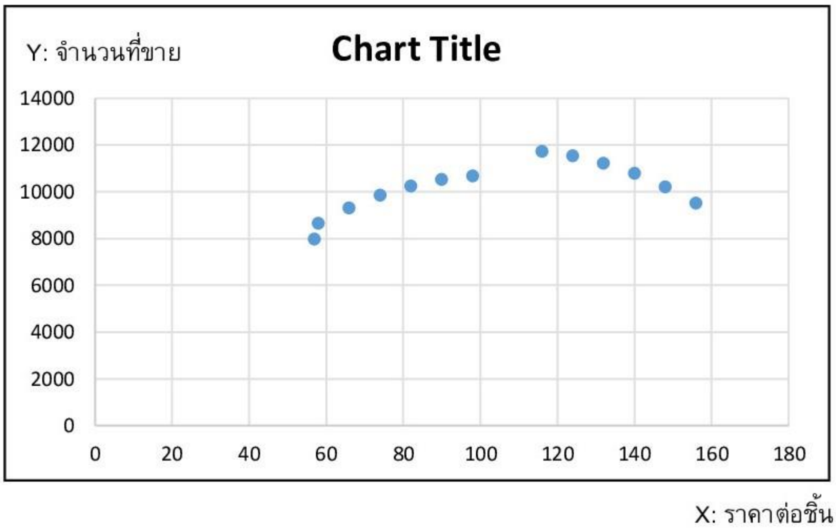
4. จากความสัมพันธ์ของข้อมูลจากตารางแสดงราคาขนมเค้กและจำนวนที่ขายขนมเค้กเฉลี่ยต่อสัปดาห์ **(4 คะแนน)**

4.1 ให้นักเรียนเขียนกราฟ แสดงความสัมพันธ์ระหว่างราคาขนมเค้กและจำนวนที่ขายขนมเค้กเฉลี่ยต่อสัปดาห์

ให้ แกน X แทน ราคาต่อชิ้น

และ แกน Y แทน จำนวนที่ขายได้โดยเฉลี่ยต่อสัปดาห์

จะได้กราฟแสดงความสัมพันธ์ของระหว่างราคาต่อชิ้นและจำนวนที่ขายขนมเค้กเฉลี่ยต่อสัปดาห์ดังนี้



เฉลย กิจกรรม "ขนมเค้กอุ่นรักอิ่มใจ"

4.2 จากกราฟที่ได้ ให้นักเรียนแสดงวิธีการคำนวณ หาสมการหรือฟังก์ชันที่ได้จากกราฟ

จากกราฟ จะเห็นว่า ราคาต่อชิ้นและรายได้ต่อสัปดาห์ ซึ่งมีลักษณะเป็นเส้นโค้งพาราโบลา ร้านอุ่นรักอิ่มใจได้ตั้งราคาขายเค้กชิ้นละ 90 บาท จะขายได้ 117 ชิ้นต่อ สัปดาห์

รายได้เฉลี่ยต่อสัปดาห์ = จำนวนที่ขายได้ x ราคาต่อชิ้น

$$R = [117][90]$$

$$R(1) = [117-8(1)][90+8(1)]$$

$$R(2) = [117-8(2)][90+8(2)]$$

$$R(3) = [117-8(3)][90+8(3)]$$

$$R(4) = [117-8(4)][90+8(4)]$$

$$\vdots \quad = \quad [\ \vdots\ ][\ \vdots\ ]$$

$$R(x) = [117-8(x)][90+8(x)]$$

$$R(x) = 10,530 + 216x - 64x^2$$

5. จากข้อ 4 ให้นักเรียนเปลี่ยน "ข้อมูลหรือเงื่อนไขที่สำคัญ" ดังกล่าว ให้อยู่ในรูป "ตัวไม่ทราบค่า ข้อมูล เงื่อนไข หรือสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์" (2 คะแนน)

กำหนดให้ x แทน จำนวนเต็มบวก

และ $R(x)$ แทน ยอดขายเฉลี่ยต่อสัปดาห์

6. ให้นักเรียนเขียน "ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์" ที่แสดงความสัมพันธ์ระหว่าง "ตัวไม่ทราบค่า ข้อมูล เงื่อนไข หรือสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์" ที่ได้จากข้อ 5 (2 คะแนน)

$$R(x) = 10,530 + 216x - 64x^2$$

เมื่อ x แทน จำนวนเต็มบวก

และ $R(x)$ แทน ยอดขายเฉลี่ยต่อสัปดาห์

เฉลย กิจกรรม “ขนมเค้กอุ่นรักอิ่มใจ”

ขั้นที่ 3: ขั้นการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ในการการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

7. ให้นักเรียนแสดงวิธีการค้นหาคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ อย่างละเอียด โดยใช้ “ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์” ที่ได้จากข้อ 6 (3 คะแนน)

เนื่องจากต้องการหายอดขายเฉลี่ยสูงสุด

นั่นคือ

จากตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ $R(x) = 10,530 + 216x - 64x^2$

หาอนุพันธ์ของฟังก์ชัน $R'(x) = 216 - 128x$

จุดวิกฤตของฟังก์ชัน $R'(x) = 0$

จะได้ $0 = 216 - 128x$

$$128x = 216$$

$$x = \frac{216}{128} = 1.69$$

ดังนั้น $R(x) = [117 - 8(x)][90 + 8(x)]$

$$R(1.69) = [117 - 8(1.69)][90 + 8(1.69)]$$

$$R(1.69) = [117 - 13.52][90 + 13.52]$$

$$R(1.69) = [103.48][103.52]$$

$$R(1.69) = 10,712.25$$

8. ให้นักเรียนสรุปคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ (2 คะแนน)

ร้านอุ่นรักอิ่มใจ ต้องขายขนมเค้กชิ้นละ 103.52 บาท

จะขายได้ 103.48 ชิ้น

มียอดขายเฉลี่ยต่อสัปดาห์ 10,712.25 บาท

เฉลย กิจกรรม “ขนมเค้กอุ่นรักอิ่มใจ”

<u>ขั้นที่ 4</u>: ขั้นแปลความหมายคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ ให้เป็นคำตอบของสถานการณ์จริง

9. ให้นักเรียนแปลความหมาย “คำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์” ให้เป็น “คำตอบของสถานการณ์จริง” (2 คะแนน)

ร้านอุ่นรักอิ่มใจ ตั้งราคาขายเค้กชิ้นละ 90 บาท จะขายได้ 117 ชิ้นต่อ สัปดาห์ ทางร้านได้จัดโปรโมชั่นเพื่อกระตุ้นยอดขายขนมเค้ก โดยที่ร้านได้ลดราคาขนมเค้กลงครั้งละ 8 บาท จะทำให้ยอดขายเพิ่มโดยเฉลี่ย 8 ชิ้นต่อสัปดาห์

ดังนั้น จากคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์จะเห็นว่า ร้านอุ่นรักอิ่มใจ ต้องขายขนมเค้กชิ้นละ 103.52 บาท จะขายได้ 103.48 ชิ้น มียอดขายเฉลี่ยต่อสัปดาห์สูงสุด 10,712.25 บาท

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 12

(แบบทดสอบย่อยครั้งที่ 3)

หัวข้อเรื่อง กิจกรรม “**เช่ารถตักดินขุดสระ**”

ระดับชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 5 เวลา 90 นาที

จุดประสงค์การจัดการเรียนรู้ในคาบนี้ เพื่อที่จะให้นักเรียนได้มีความรู้และความเข้าใจและลงมือแก้ปัญหาสถานการณ์จริง(Real world situation) โดยใช้กระบวนการแก้ปัญหาตามแนวคิดของโพลยา (Polya) และนำกระบวนการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์มาใช้เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ในสถานการณ์จริง ได้แก่ ปัญหา “**เช่ารถตักดินขุดสระ**” ซึ่งเป็นปัญหาสถานการณ์จริงที่ใช้ในคาบเรียนนี้ คือกรมชลประทานต้องการสระเป็นปริมาตร 25,000 ลูกบาศก์เมตร โดยต้องเช่ารถรถแม็คโคร โดยเจ้าของรถตักดิน คิดค่าเช่ารถตักดินคันละ 6,500 บาท รวมค่าเช่าเวลาอีกคันละ 2,000 บาทต่อชั่วโมง ถ้ารถตักดินหนึ่งคันใช้เวลาตักดินแต่ละคันตักได้ 75 ลูกบาศก์เมตร ต่อชั่วโมง กรมชลประทานต้องเช่ารถจำนวนกี่คันเพื่อให้ได้เสียค่าเช่าที่น้อยที่สุด

แบบทดสอบย่อยครั้งที่ 3 “เช่ารถตักดินขุดสระ”

จากพระราชดำรัสพระราชทานแก่บุคคลต่างๆ ที่เข้าเฝ้าฯ ถวายชัยมงคลเนื่องในโอกาสวันเฉลิมพระชนมพรรษา ณ ศาลาดุสิดาลัย สวนจิตรลดาฯ พระราชวังดุสิต วันอาทิตย์ที่ 4 ธันวาคม 2537 ใจความตอนหนึ่งว่า

“...ทางราชการโดยกรมชลประทาน กรมพัฒนาที่ดิน กรมวิชาการเกษตร กรมส่งเสริมการเกษตร ทางนายอำเภอ และผู้ว่าราชการจังหวัดสระบุรี ได้ช่วยกันทำโครงการนี้ โครงการนี้ใช้เงินของมูลนิธิชัยพัฒนาส่วนหนึ่ง ใช้เงินของราชการส่วนหนึ่ง โดยวิธีขุดบ่อน้ำเพื่อใช้น้ำนั้นมาทำการเพาะปลูก ตามทฤษฎีใหม่ ซึ่งทฤษฎีใหม่นี้ยังไม่เกิดขึ้น. พอดีขุดบ่อน้ำนั้น เราก็เรียกว่า มือดี ขุดน้ำมีน้ำ ข้างๆ ที่อื่นนั้นไม่มีน้ำ แต่ตรงนั้นมีน้ำ ลงท้ายก็สามารถปลูกข้าว แล้วก็ปลูกผัก ปลูกไม้ยืนต้นไม้ผล ต่อมาก็ได้ซื้อที่อีก 30 ไร่ ก็กลายเป็นศูนย์พัฒนา หลักมีว่า แบ่งที่ดินเป็นสามส่วน ส่วนหนึ่งเป็นที่สำหรับปลูกข้าว อีกส่วนหนึ่งสำหรับปลูกพืชไร่ พืชสวน และก็มีที่สำหรับขุดสระน้ำ ดำเนินการไปแล้ว ทำอย่างธรรมดาอย่างชาวบ้าน ในที่สุดได้ข้าวและได้ผัก ขายข้าวกับผักนี่มีกำไร 2 หมื่นบาท. 2 หมื่นบาทต่อปี หมายความว่า โครงการนี้ใช้งานได้ เมื่อใช้งานได้ก็ขยายโครงการทฤษฎีใหม่ นี้ โดยให้ทำที่อื่น นอกจากมีสระน้ำในที่นี้แล้ว จะต้องมีอ่างเก็บน้ำที่ใหญ่กว่าอีกแห่งเพื่อเสริมสระน้ำ ในการนี้ก็ได้รับความร่วมมือจากบริษัทเอกชน ซื้อที่ด้วยราคาที่เป็นธรรม ไม่ใช่ไปเวนคืนและสร้างอ่างเก็บน้ำ”

กรมชลประทาน ต้องการสระเป็นปริมาตร 25,000 ลูกบาศก์เมตร โดยต้องเช่ารถแม็คโคร โดยเจ้าของรถตักดิน คิดค่าเช่ารถตักดินคันละ 6,500 บาท รวมค่าเช่าเวลา อีกคัน 2,000 บาทต่อชั่วโมง ถ้ารถตักดินหนึ่งคันใช้เวลาตักดินแต่ละคันตักได้ 75 ลูกบาศก์เมตร ต่อชั่วโมง

คำถาม กรมชลประทานต้อง**<u>เช่ารถจำนวนกี่คัน</u>**เพื่อให้ได้เสีย**<u>ค่าเช่าที่น้อยที่สุด</u>**

แบบทดสอบย่อยครั้งที่ 3 “เช่ารถตักดินขุดสระ”

<u>ขั้นที่ 1</u>: ขั้นทำความเข้าใจสถานการณ์จริง

1. สิ่งที่สถานการณ์จริงต้องการหา มีอะไรบ้าง (1 คะแนน)

2. “ข้อมูลหรือเงื่อนไข” ในสถานการณ์จริง มีอะไรบ้าง (2 คะแนน)

3. ค่าใช้จ่ายในการเช่ารถแม็คโคร คิดจากอะไรบ้าง จงอธิบาย (2 คะแนน)

   ถ้าคิดค่าจ่ายในการขุดสระ 1 วันจะมีค่าใช้จ่ายเท่าใด

   -

<u>ขั้นที่ 2</u>: ขั้นปรับเปลี่ยนสถานการณ์จริงให้เป็นปัญหาทางคณิตศาสตร์

4. ให้นักเรียนแสดงวิธีการคำนวณ หาค่าใช้จ่ายในการเช่ารถแม็คโคร (4 คะแนน)

แบบทดสอบย่อยครั้งที่ 3 “เช่ารถตักดินขุดสระ”

5. จากข้อ 4 ให้นักเรียนเปลี่ยน “ข้อมูลหรือเงื่อนไขที่สำคัญ” ดังกล่าว ให้อยู่ในรูป “ตัวไม่ทราบค่า ข้อมูล เงื่อนไข หรือสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์”(2 คะแนน)

6. ให้นักเรียนเขียน “ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์” ที่แสดงความสัมพันธ์ระหว่าง “ตัวไม่ทราบค่า ข้อมูล เงื่อนไข หรือสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์” ที่ได้จากข้อ 5(2 คะแนน)

<u>ขั้นที่ 3</u>: ขั้นการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

7. ให้นักเรียนแสดงวิธีการค้นหาคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ อย่างละเอียด โดยใช้ “ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์” ที่ได้จากข้อ 6 (3 คะแนน)

แบบทดสอบย่อยครั้งที่ 3 “เช่ารถตักดินขุดสระ”

8 .ให้นักเรียนสรุปคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ (2 คะแนน)

<u>ขั้นที่ 4</u>: ขั้นแปลความหมายคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ ให้เป็นคำตอบของสถานการณ์จริง

9. ให้นักเรียนแปลความหมาย “คำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์” ให้เป็น “คำตอบของสถานการณ์จริง” (2 คะแนน)

<u>เฉลย</u> แบบทดสอบย่อยครั้งที่ 3 "เช่ารถตักดินขุดสระ"

<u>ขั้นที่ 1</u>: ขั้นทำความเข้าใจสถานการณ์จริง

1. สิ่งที่สถานการณ์จริงต้องการหา มีอะไรบ้าง **(1 คะแนน)**

- กรมชลประทานต้อง**<u>เช่ารถจำนวนกี่คัน</u>**เพื่อให้ได้เสีย**<u>ค่าเช่าที่น้อยที่สุด</u>**

2. "ข้อมูลหรือเงื่อนไข" ในสถานการณ์จริง มีอะไรบ้าง **(2 คะแนน)**

- " **กรมชลประทาน** ต้องการสระเป็นปริมาตร 25,000 ลูกบาศก์เมตร "
- ต้องเช่ารถ แม็คโคร โดยเจ้าของรถตักดิน คิดค่าเช่ารถตักดินคันละ 6,500 บาท
- รวมค่าเช่าเวลา อีกคันละ 2,000 บาทต่อชั่วโมงต่อคัน
- รถตักดินหนึ่งคันจะใช้เวลาตักดินแต่ละคันตักได้ 75 ลูกบาศก์เมตร ต่อ ชั่วโมง

3. ค่าใช้จ่ายในการเช่ารถแม็คโคร คิดจากอะไรบ้าง จงอธิบาย **(2 คะแนน)**

ถ้าคิดค่าจ่ายในการขุดสระ 1 วันจะมีค่าใช้จ่ายเท่าใด

- ค่าใช้จ่ายในการเช่ารถ คิดจาก ค่าเช่ารถ + ค่าเช่าเวลา

เช่ารถ 1 คัน ใช้งานขุดเป็นเวลา 8 ชั่วโมง

จะต้องจ่ายค่าเช่า 6,500 + 2,000x8 = 22,500 บาท

- รถแม็คโครหนึ่งคันจะใช้เวลาตักดิน ได้ 75 ลูกบาศก์เมตร ต่อ ชั่วโมง

ตักดินเป็นเวลา 8 ชั่วโมง จะได้ดิน ปริมาตร 8 x 75 = 600 ลูกบาศก์เมตร

- สระมีปริมาตร ปริมาตร 25,000 ลูกบาศก์เมตร

ต้องใช้เวลาขุดจำนวน $\frac{25,000}{600} = 41.66$ วัน

<u>ขั้นที่ 2</u>: ขั้นปรับเปลี่ยนสถานการณ์จริงให้เป็นปัญหาทางคณิตศาสตร์

4.ให้นักเรียนแสดงวิธีการคำนวณ หาค่าใช้จ่ายในการเช่ารถแม็คโคร **(4 คะแนน)**

จากข้อมูล

1. ค่าใช้จ่ายประกอบด้วย ค่าเช่ารถ + เวลาที่ใช้ในการขุด
2. เวลาที่ใช้ในการขุดดินจะได้ปริมาตรในการขุดดิน ปริมาตรทั้งหมด / ปริมาตรที่ขุดได้ต่อคัน

เฉลย แบบทดสอบย่อยครั้งที่ 3 “เช่ารถตักดินขุดสระ”

ถ้ารถ 1 คัน ทำงานขุดดิน จะเสียค่าใช้จ่ายจำนวน

เวลาทั้งหมดที่รถใช้ในการขุด $\frac{25,000}{75} = 333.33$ ชั่วโมง

ค่าเช่ารถ 1 คัน 6,500 บาท

ค่าเช่าเวลา 1 คัน 2,000 บาท

ค่าใช้จ่าย $= 6,500 + (2,000) \times \left(\frac{25,000}{75}\right)$

ถ้ารถ 2 คัน ทำงานขุดดิน จะเสียค่าใช้จ่ายจำนวน

เวลาทั้งหมดที่รถใช้ในการขุด $\frac{25,000}{75+75} = \frac{25,000}{2(75)}$ ชั่วโมง

ค่าเช่ารถ 2 คัน $2 \times 6,500$ บาท

ค่าเช่าเวลา $\left(\frac{25,000}{2(75)}\right)$ บาท

ค่าใช้จ่าย $= (2 \times 6,500) + (2,000) \times \left(\frac{25,000}{2 \times 75}\right)$

ถ้ารถ 3 คัน ทำงานขุดดิน จะเสียค่าใช้จ่ายจำนวน

เวลาทั้งหมดที่รถใช้ในการขุด $\frac{25,000}{75+75+75} = \frac{25,000}{3(75)}$ ชั่วโมง

ค่าเช่ารถ 2 คัน $3 \times 6,500$ บาท

ค่าเช่าเวลา $\left(\frac{25,000}{3(75)}\right)$ บาท

ค่าใช้จ่าย $= (3 \times 6,500) + (2,000) \times \left(\frac{25,000}{3 \times 75}\right)$

<u>เฉลย</u> แบบทดสอบย่อยครั้งที่ 3 "เช่ารถตักดินขุดสระ"

5. จากข้อ 4 ให้นักเรียนเปลี่ยน "ข้อมูลหรือเงื่อนไขที่สำคัญ" ดังกล่าว ให้อยู่ในรูป "ตัวไม่ทราบค่า ข้อมูล เงื่อนไข หรือสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์"(2 คะแนน)

กำหนดให้ $f(x)$ แทน ฟังก์ชันค่าเช่ารถแม็คโคร

x แทน จำนวนรถแม็คโคร

6. ให้นักเรียนเขียน "ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์" ที่แสดงความสัมพันธ์ระหว่าง "ตัวไม่ทราบค่า ข้อมูล เงื่อนไข หรือสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์" ที่ได้จากข้อ 5(2 คะแนน)

$$f(x) = (6,500x) + (2,000) \times \left(\frac{25,000}{75x}\right)$$

$$f(x) = (6,500x) + (2,000) \times \left(\frac{1,000}{3x}\right)$$

เมื่อ $f(x)$ แทน ฟังก์ชันค่าเช่ารถแม็คโคร

x แทน จำนวนรถแม็คโคร

<u>ขั้นที่ 3</u>: ขั้นการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

7.ให้นักเรียนแสดงวิธีการค้นหาคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ อย่างละเอียด โดยใช้ "ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์" ที่ได้จากข้อ 6 (3 คะแนน)

จากตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์

$$f(x) = (6,500x) + \left(\frac{2,000,000}{3x}\right)$$

หาค่าใช้จ่ายต่ำสุด โดยใช้อนุพันธ์ จะได้

$$f'(x) = \frac{d}{dx}\left((6,500x) + \left(\frac{2,000,000}{3x}\right)\right)$$

$$f'(x) = \frac{d}{dx}(6,500x) + \frac{d}{dx}\left(\frac{2,000,000}{3x}\right)$$

<u>เฉลย</u> แบบทดสอบย่อยครั้งที่ 3 "เช่ารถตักดินขุดสระ"

$$f'(x) = 6,500 + \frac{d}{dx}\left(\frac{2,000,000}{3}x^{-1}\right)$$

$$f'(x) = 6,500 - \frac{2,000,000}{3}x^{-2}$$

$$f'(x) = 6,500 - \frac{2,000,000}{3x^2}$$

หาจุดวิกฤตของฟังก์ชัน เมื่อ $\frac{d}{dr}(f(x)) = 0$ จะได้

$$0 = 6,500 - \frac{2,000,000}{3x^2}$$

$$0 = \frac{3(6,500)x^2 - 2,000,000}{3x^2}$$

$$3(6,500)x^2 - 2,000,000 = 0$$

$$3(6,500)x^2 = 2,000,000$$

$$x^2 = \frac{2,000,000}{3(6,500)}$$

$$x = \pm\sqrt{\frac{2,000,000}{3(6,500)}}$$

$$x = \pm 10.13 \qquad\qquad x = 10$$

ตรวจสอบต้นทุนต่ำสุด จากอนุพันธ์อันดับสอง

จาก $f'(x) = 6,500 - \frac{2,000,000}{3x^2}$

$$f''(x) = \frac{d}{dx}\left(-\frac{2,000,000}{3x^2}\right)$$

$$f''(x) = \frac{d}{dx}\left(-\frac{2,000,000}{3}x^{-2}\right)$$

$$f''(x) = \frac{(-2)(-2,000,000)}{3}x^{-3}$$

$$f''(x) = \frac{4,000,000}{3x^3}$$

เมื่อ x = 10 $f''(10) = \frac{4,000,000}{3(10)^3} = 1,333.33$

นั่นคือ $f''(10) > 0$ แสดงว่าเป็นจุดต่ำสุด

<u>เฉลย</u> แบบทดสอบย่อยครั้งที่ 3 “เช่ารถตักดินขุดสระ”

ค่าใช้จ่าย $f(x)=(6{,}500x)+\left(\frac{2{,}000{,}000}{3x}\right)$

$$f(10)=(6{,}500\times10)+\left(\frac{2{,}000{,}000}{3(10)}\right)$$

$$=131{,}666.67$$

8.ให้นักเรียนสรุปคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ (2 คะแนน)

8.1 กรมชลประทานจะต้องเช่ารถจำนวน 10 คัน

8.2 ค่าใช้จ่ายในการเช่ารถจำนวน 10 คัน เป็นเงินจำนวน $131{,}666.67$ บาท

<u>ขั้นที่ 4</u>: ขั้นแปลความหมายคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ ให้เป็นคำตอบของสถานการณ์จริง

9. ให้นักเรียนแปลความหมาย “คำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์” ให้เป็น “คำตอบของสถานการณ์จริง” (2 คะแนน)

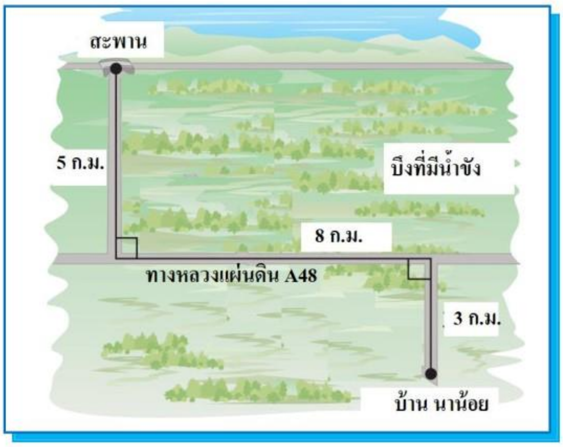
กรมชลประทานต้องเช่ารถจำนวน 10 คัน

มีค่าใช้จ่ายต่ำสุดเป็นเงินจำนวน 131,666.67 บาท

ภาคผนวก ง
ตัวอย่างแบบทดสอบวัดความสามารถในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์

แบบทดสอบที่ 3 “โครงการสร้างทางด่วน”

รัฐบาลต้องการสร้างทางหลวงแผ่นดิน ที่เชื่อมระหว่าง บ้าน นาน้อย ไปยังสะพาน โดยตัดผ่านทางหลวงแผ่นดินหมายเลข A48 ดังรูปด้านล่าง ฝ่ายสำรวจค่าใช้จ่าย ได้สำรวจเส้นทางที่จะสร้างทางด่วนเส้นทางใหม่โดยแบ่งเป็น 2 ส่วน



ส่วนที่ 1 เส้นทางจาก บ้านนาน้อย ไปยังทางหลวงแผ่นดิน A48 เป็นเส้นทางพื้นราบ ซึ่งจะต้องเสียค่าใช้จ่ายเป็นเงินจำนวน 7 ล้านบาทต่อ กิโลเมตร

ส่วนที่ 2 จากทางหลวงแผ่นดินA48 ไปยังสะพาน ซึ่งเป็นบริเวณบึงที่มีน้ำขัง จึงจำเป็นต้องสร้างถนนเป็นถนนที่ยกระดับซึ่งมีค่าใช้จ่ายในการก่อสร้างคิดเป็นราคา 10 ล้านบาทต่อกิโลเมตร

เส้นทางที่เชื่อมต่อบนทางหลวงแผ่นดินหมายเลข A48 มีระยะทาง 8 กิโลเมตร

<u>คำถาม</u> รัฐบาล จะมีวิธีในการสร้างทางด่วนที่เชื่อมระหว่าง บ้านนาน้อย ไปยังสะพานอย่างไร เพื่อให้ได้ค่าใช้จ่ายที่น้อยที่สุด

แบบทดสอบที่ 3 “โครงการสร้างทางด่วน”

<u>ขั้นที่ 1</u>: ขั้นทำความเข้าใจสถานการณ์จริง

1. สิ่งที่สถานการณ์จริงต้องการหา มีอะไรบ้าง (1 คะแนน)

2. “ข้อมูลหรือเงื่อนไข” ในสถานการณ์จริง มีอะไรบ้าง (2 คะแนน)

3. ค่าใช้จ่ายในการสร้างทางด่วนจากบ้านนาน้อยไปยังทางหลวงแผ่นดิน A48 และ จากทางหลวงแผ่นดิน A48 ไปยังสะพาน มีวิธีคิดค่าใช้จ่ายอย่างไร จงอธิบาย (2 คะแนน)

<u>ขั้นที่ 2</u>: ขั้นปรับเปลี่ยนสถานการณ์จริงให้เป็นปัญหาทางคณิตศาสตร์

4. ให้นักเรียนแสดงวิธีการคำนวณ หาต้นทุนต่ำที่สุดในสร้างทางด่วน (4 คะแนน)

แบบทดสอบที่ 3 "โครงการสร้างทางด่วน"

- **ถ้ากำหนดให้ B คือจุดพัก หรือ จุดที่จะเชื่อมเส้นทางจากบ้านนาน้อย ถึงทางหลวงแผ่นดิน A48 และเชื่อมทางหลวงแผ่นดิน ไปยังสะพาน**
- 1) ถ้าระยะทางจาก A ถึง B มีระยะทาง 2 กิโลเมตร จะได้จาก B ถึง C มีระยะทาง

- 2) ถ้าระยะทางจาก A ถึง B มีระยะทาง 4 กิโลเมตร จะได้จาก B ถึง C มีระยะทาง

5. จากข้อ 4 ให้นักเรียนเปลี่ยน "ข้อมูลหรือเงื่อนไขที่สำคัญ" ดังกล่าว ให้อยู่ในรูป "ตัวไม่ทราบค่า ข้อมูล เงื่อนไข หรือสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์" (2 คะแนน)

แบบทดสอบที่ 3 “โครงการสร้างทางด่วน”

6. ให้นักเรียนเขียน “ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์” ที่แสดงความสัมพันธ์ระหว่าง “ตัวไม่ทราบค่า ข้อมูล เงื่อนไข หรือสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์” ที่ได้จากข้อ 5 (2 คะแนน)

<u>ขั้นที่ 3</u>: ขั้นการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

7.ให้นักเรียนแสดงวิธีการค้นหาคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ อย่างละเอียด โดยใช้ “ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์” ที่ได้จากข้อ 6 (3 คะแนน)

7.1 ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์

แบบทดสอบที่ 3 “โครงการสร้างทางด่วน”

7.2 จากตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ค่าใช้จ่ายในการสร้างทางด่วนเชื่อมระหว่างเมืองและสะพาน ตรวจสอบโดยการใช้โปรแกรม Geogebra ใน การตรวจสอบกราฟ

8. ให้นักเรียนสรุปคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ (2 คะแนน)

<u>ขั้นที่ 4</u>: ขั้นแปลความหมายคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ ให้เป็นคำตอบของสถานการณ์จริง

9. ให้นักเรียนแปลความหมาย “คำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์” ให้เป็น “คำตอบของสถานการณ์จริง” (2 คะแนน)

เฉลย แบบทดสอบที่ 3 "โครงการสร้างทางด่วน"

ขั้นที่ 1: ขั้นทำความเข้าใจสถานการณ์จริง

1. สิ่งที่สถานการณ์จริงต้องการหา มีอะไรบ้าง **(1 คะแนน)**

- " หาเส้นทางที่จะสร้างทางหลวงเชื่อมระหว่างบ้านนาน้อย ไปยังสะพาน ให้มีต้นทุนในการก่อสร้างเส้นทางที่ใช้เงินค่าใช้จ่ายที่น้อยที่สุด "

2. "ข้อมูลหรือเงื่อนไข" ในสถานการณ์จริง มีอะไรบ้าง **(2 คะแนน)**

- ระยะทางจากบ้านนาน้อยไปยังทางหลวงแผ่นดิน A48 3 กิโลเมตร
- ระยะทางจากทางหลวงแผ่นดิน A48 ไปยังสะพานโดยสร้างข้ามบึงที่มีน้ำขัง 5 กิโลเมตร
- ค่าใช้จ่ายในการก่อสร้างจากบ้านนาน้อยไปยังทางหลวงแผ่นดิน A48 กิโลเมตรละ 7 ล้านบาท
- ค่าใช้จ่ายในการก่อสร้างจากทางหลวงแผ่นดิน A48 ไปยังสะพาน กิโลเมตรละ 10 ล้านบาท

3. ค่าใช้จ่ายในการสร้างทางด่วนจากบ้านนาน้อยไปยังทางหลวงแผ่นดิน A48 และ จากทางหลวงแผ่นดิน A48 ไปยังสะพาน มีวิธีคิดค่าใช้จ่ายอย่างไร จงอธิบาย **(2 คะแนน)**

กรณีที่ 1 ค่าใช้จ่ายในการก่อสร้างจากบ้านนาน้อยไปยังทางหลวงแผ่นดินA48 มีระยะทาง 3 กิโลเมตร มีค่าใช้จ่าย กิโลเมตร ละ 7 ล้านบาท

คิดเป็นค่าใช้จ่าย 3 x 7,000,000 = 21,000,000 บาท

กรณีที่ 2 ค่าใช้จ่ายในการก่อสร้างจากทางหลวงแผ่นดิน A48 ไปยังสะพาน ซึ่งมีระยะทางในการก่อสร้าง 5 กิโลเมตร ซึ่งคิดค่าใช้จ่าย กิโลเมตรละ 10,000,000 บาท

คิดเป็นต้นทุนค่าใช้จ่าย 5 x 10,000,000 = 50,000,000 บาท

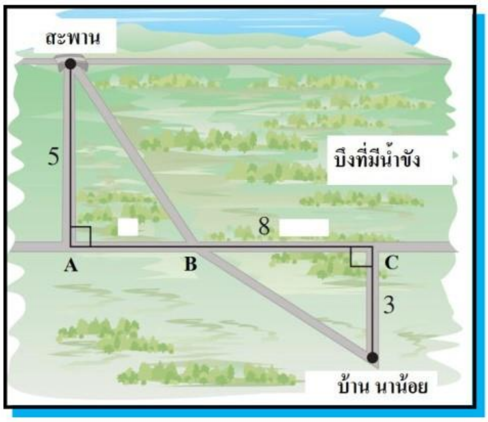
รวมค่าใช้จ่ายทั้งหมด 21,000,000 + 50,000,000 = 71,000,000 บาท

ขั้นที่ 2: ขั้นปรับเปลี่ยนสถานการณ์จริงให้เป็นปัญหาทางคณิตศาสตร์

4. ให้นักเรียนแสดงวิธีการคำนวณ หาต้นทุนต่ำที่สุดในการสร้างทางด่วน **(4 คะแนน)**

- กำหนดให้ X คือ จุดที่อยู่บนทางหลวงแผ่นดิน A48 เป็นจุดเชื่อมต่อ

<u>เฉลย</u> แบบทดสอบที่ 3 "โครงการสร้างทางด่วน"



- ถ้ากำหนดให้ B คือจุดพัก หรือ จุดที่จะเชื่อมเส้นทางจากบ้านนาน้อย ถึงทางหลวงแผ่นดิน A48 และเชื่อมทางหลวงแผ่นดิน ไปยังสะพาน

1) ถ้าระยะทางจาก A ถึง B มีระยะทาง 2 กิโลเมตร จะได้จาก B ถึง C มีระยะทาง 8–2 กิโลเมตร ระยะทางจาก B ถึงสะพาน $\sqrt{5^2+2^2}$ มีค่าใช้จ่าย $10\times\sqrt{5^2+2^2}$

ระยะทางจาก B ถึงบ้านนาน้อย $\sqrt{(8-2)^2+3^2}$ มีค่าใช้จ่าย $7\times\sqrt{(8-2)^2+3^2}$

รวมค่าใช้จ่ายทั้งหมด $10\times\sqrt{5^2+2^2}+7\times\sqrt{(8-2)^2+3^2}$

2) ถ้าระยะทางจาก A ถึง B มีระยะทาง 4 กิโลเมตร จะได้จาก B ถึง C มีระยะทาง 8–4 กิโลเมตร ระยะทางจาก B ถึงสะพาน $\sqrt{5^2+4^2}$ มีค่าใช้จ่าย $10\times\sqrt{5^2+4^2}$

ระยะทางจาก B ถึงบ้านนาน้อย $\sqrt{(8-4)^2+3^2}$ มีค่าใช้จ่าย $7\times\sqrt{(8-4)^2+3^2}$

รวมค่าใช้จ่ายทั้งหมด $10\times\sqrt{5^2+4^2}+7\times\sqrt{(8-4)^2+3^2}$

5. จากข้อ 4 ให้นักเรียนเปลี่ยน "ข้อมูลหรือเงื่อนไขที่สำคัญ" ดังกล่าว ให้อยู่ในรูป "ตัวไม่ทราบค่า ข้อมูล เงื่อนไข หรือสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์" (2 คะแนน)

กำหนดให้ $C(x)$ แทน ฟังก์ชันค่าใช้จ่ายทั้งหมดจากสร้างทางหลวงจากบ้านนาน้อยถึงสะพาน

$C_1(x)$ แทน ฟังก์ชันค่าใช้จ่ายจากบ้านนาน้อยถึงทางหลวงแผ่นดิน A48

$C_2(x)$ แทน ฟังก์ชันค่าใช้จ่ายจากทางหลวงแผ่นดิน A48 ถึง สะพาน

x แทน ระยะทางที่จะลดต้นทุนในการก่อสร้างจาก A ถึง B

<u>เฉลย</u> แบบทดสอบที่ 3 "โครงการสร้างทางด่วน"

6. ให้นักเรียนเขียน "ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์" ที่แสดงความสัมพันธ์ระหว่าง "ตัวไม่ทราบค่า ข้อมูล เงื่อนไข หรือสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์" ที่ได้จากข้อ 5 (2 คะแนน)

<u>กรณีที่ 1</u> ค่าใช้จ่ายในการก่อสร้างเส้นทางจาก บ้านนาน้อย ถึงจุดพัก (B)

$C_1(x) = 7\times\sqrt{(8-x)^2+3^2}$ เมื่อ $0 \le x \le 8$

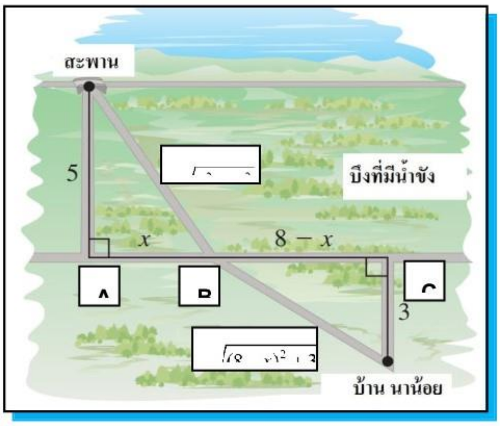
<u>กรณีที่ 2</u> ค่าใช้จ่ายในการก่อสร้างเส้นทางจาก จุดพัก (B) ถึง สะพาน

$C_2(x) = 10\times\sqrt{5^2+x^2}$

<u>ค่าใช้จ่ายรวม</u> ในการสร้างทางหลวงแผ่นดินเชื่อมระหว่างบ้านนาน้อยถึงสะพาน

$C(x) = C_1(x) + C_2(x)$

$C(x) = \left(7\times\sqrt{(8-x)^2+3^2}\right) + \left(10\times\sqrt{5^2+x^2}\right)$ เมื่อ $0 \le x \le 8$



<u>ขั้นที่ 3</u>: ขั้นการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

7. ให้นักเรียนแสดงวิธีการค้นหาคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ อย่างละเอียด โดยใช้ "ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์" ที่ได้จากข้อ 6 (3 คะแนน)

7.1 จากตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ค่าใช้จ่ายในการสร้างทางหลวง

$C(x) = \left(7\times\sqrt{(8-x)^2+3^2}\right) + \left(10\times\sqrt{5^2+x^2}\right)$ เมื่อ $0 \le x \le 8$

หาจุดวิกฤตของสมการ

เฉลย แบบทดสอบที่ 3 “โครงการสร้างทางด่วน”

$$C'(x) = \frac{d}{dx}\left(7\times\sqrt{(8-x)^2+3^2}\right)+\left(10\times\sqrt{5^2+x^2}\right)$$

$$C'(x) = \left(\frac{7}{2}\times\left((8-x)^2+3^2\right)^{-1/2}(2)(8-x)^1(-1)\right)+\left(5\times\left(5^2+x^2\right)^{-1/2}(2x)\right)$$

$$= \left(\frac{7}{2}\times\frac{(-2)(8-x)}{\sqrt{(8-x)^2+3^2}}\right)+\left(\frac{5}{\sqrt{5^2+x^2}}\times(2x)\right)$$

$$= \left(\frac{(-7)(8-x)}{\sqrt{(8-x)^2+3^2}}\right)+\left(\frac{10x}{\sqrt{5^2+x^2}}\right)$$

$$= \frac{10x}{\sqrt{x^2+25}}+\frac{7x-56}{\sqrt{(8-x)^2+9}}$$

หาจุดวิกฤตของฟังก์ชันต้นทุน เมื่อ $C'(x)=0$

$$\frac{10x}{\sqrt{x^2+25}}+\frac{7x-56}{\sqrt{(8-x)^2+9}}=0$$

$$\frac{10x}{\sqrt{x^2+25}}+\sqrt{(8-x)^2+9}\left(\frac{7x}{(8-x)^2+9}-\frac{-56}{(8-x)^2+9}\right)=0$$

$$\sqrt{(8-x)^2+9}\left(\frac{7x}{(8-x)^2+9}-\frac{-56}{(8-x)^2+9}\right)=\frac{-10x}{\sqrt{x^2+25}}$$

$$\sqrt{(8-x)^2+9}\left(\frac{7x}{(8-x)^2+9}-\frac{-56}{(8-x)^2+9}\right)\sqrt{x^2+25}=-10x$$

$$\left((8-x)^2+9\right)\left(\frac{7x}{(8-x)^2+9}-\frac{-56}{(8-x)^2+9}\right)\left(x^2+25\right)=100x^2$$

$$49(x^4-16x^3+89x^2-400x+1600)=100x^2(x^2-16x+73)$$

$$51x^4-816x^3+2,939x^2-19,600x+78400=100x^4-1600x^3+7300x^2$$

$$51x^4-816x^3+2,939x^2-19,600x+78400=0$$

กำหนดให้ $y=x-4$

$$51(x-4)^4-816(x-4)^3+2,939(x-4)^2-19,600(x-4)+78400=0$$

$$51y^4-1,957y^3+1,700x^2-7,856=0$$

$$y^4-\frac{1,957}{51}y^2+\frac{1,000}{3}y-\frac{7,856}{51}=0$$

$$\left(y^2+4\sqrt{\frac{491}{51}}\right)^2=8\sqrt{\frac{491}{51}}y^2+\frac{1,957}{51}y^2-\frac{1,000}{3}y=0$$

$$y = -8.65127,\quad y=-0.439948$$

เฉลย แบบทดสอบที่ 3 "โครงการสร้างทางด่วน"

จาก $y = x - 4$, $x = y + 4$

$y = -8.65127$, $x = -8.65127 + 4 = -4.65127$

$y = -0.439948$, $x = -0.439948 + 4 = 3.56005$

$x = 3.56005$ เมื่อ $0 \leq x \leq 8$

ตรวจสอบหาจุดสูงสุดหรือจุดต่ำสุด จาก $C''(3.56005) > 0$

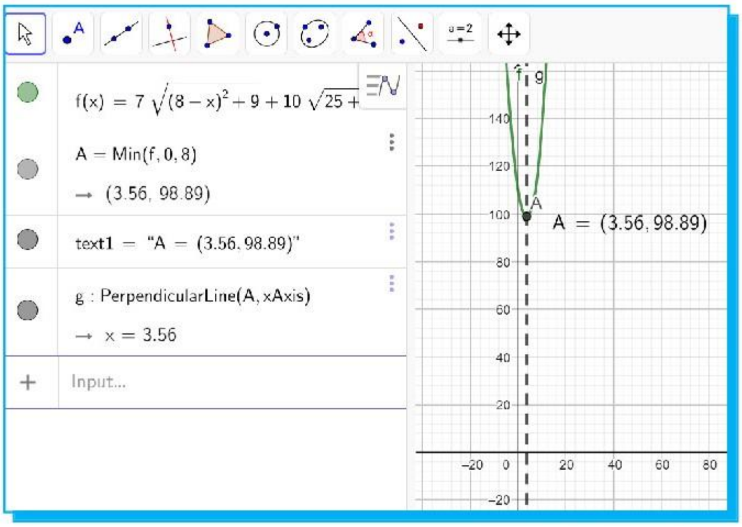
แสดงว่า เมื่อ x = 3.56005 จะทำเป็นจุดต่ำสุดสัมบูรณ์

7.2 จากตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ค่าใช้จ่ายในการสร้างทางด่วนเชื่อมระหว่างเมืองและสะพาน

$$C(x) = \left(7 \times \sqrt{(8-x)^2 + 3^2}\right) + \left(10 \times \sqrt{5^2 + x^2}\right)$$

ตรวจสอบโดยการใช้โปรแกรม Geogebra ใน การตรวจสอบกราฟ

1) พิมพ์ฟังก์ชัน $C(x) = \left(7 \times \sqrt{(8-x)^2 + 3^2}\right) + \left(10 \times \sqrt{5^2 + x^2}\right)$ ลงในคำสั่ง Input
2) เลือกคำสั่ง Min (C(x),0,10) เพื่อหาค่าต่ำสุดของฟังก์ชัน P(x)



3) จากกราฟจะพบว่า ค่า X = 3.56

<u>เฉลย</u> แบบทดสอบที่ 3 "โครงการสร้างทางด่วน"

8. ให้นักเรียนสรุปคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ (2 คะแนน)

สามารถสรุปได้ดังนี้ จากการหาจุดวิกฤต พบว่า $x = 2.56$

$$C(x) = \left(7 \times \sqrt{(8-x)^2 + 3^2}\right) + \left(10 \times \sqrt{5^2 + x^2}\right)$$

$$C(3.56) = \left(7 \times \sqrt{(8-3.56)^2 + 3^2}\right) + \left(10 \times \sqrt{5^2 + (3.56)^2}\right)$$

$= 98.89$ ล้านบาท

<u>ขั้นที่ 4</u>: ขั้นแปลความหมายคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ ให้เป็นคำตอบของสถานการณ์จริง

9. ให้นักเรียนแปลความหมาย "คำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์" ให้เป็น "คำตอบของสถานการณ์จริง" (2 คะแนน)

1. ค่าใช้จ่ายการสร้างทางด่วนจะระยะทางจากบ้านนาน้อยไปยังจุด B ที่อยู่บนทางหลวงแผ่นดิน A48 คือ

$C(3.56) = \left(10 \times \sqrt{5^2 + (3.56)^2}\right)$ = 61.38 ล้านบาท

2. ค่าใช้จ่ายในการสร้างทางด่วนจากระยะทางจากจุดบนทางหลวงแผ่นดินA48 ถึงสะพาน คือ

$C(3.56) = \left(7 \times \sqrt{(8-3.56)^2 + 3^2}\right) = 37.51 =$

3. รวมต้นทุนทั้งหมด ดังนั้น .ในการสร้างทางโดยเริ่มจากบ้านนาน้อย ไปยังทางหลวงแผ่นดิน A48 และสร้างต่อไปยังสะพราน คิดเงินลงทุนทุนทั้งหมด = 61.38 + 37.51 = 98.89

ภาคผนวก จ

แบบสัมภาษณ์พฤติกรรมในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

แบบสังเกตพฤติกรรมการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

วันที่ : ________________________ เวลา ____________________

ชื่อกิจกรรม : ____

ชื่อนักเรียน : 1. ____

2. ____

พฤติกรรมในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์		นักเรียนคนที่				ข้อสังเกตเพิ่มเติม (ถ้ามี)
		1	2	3	4	
01	มีความ “ตั้งใจและความกระตือรือร้น” ในการแก้ปัญหาสถานการณ์จริง					
02	ขณะทำความเข้าใจนั้น มี “การขีดเขียน /วาดรูปประกอบ”					
03	ระบุ “สิ่งที่สถานการณ์จริงต้องการหา” ได้ถูกต้อง					
04	ระบุ “ข้อมูลหรือเงื่อนไขของสถานการณ์จริง” ได้ถูกต้อง					
05	อธิบาย “แนวคิดที่เกี่ยวข้องกับสถานการณ์จริง” ได้ถูกต้องชัดเจน					
06	อธิบาย “ความเชื่อมโยงหรือความสัมพันธ์ระหว่างสิ่งที่สถานการณ์จริงต้องการหา ข้อมูลหรือเงื่อนไขของสถานการณ์จริง” ได้ถูกต้อง					
07	เปลี่ยน “ข้อมูลหรือเงื่อนไขของสถานการณ์จริง” ให้อยู่ในรูป “ตัวไม่ทราบค่า เงื่อนไข หรือ ข้อมูล หรือสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์” ได้					
08	เข้าใจ “ความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหา” เป็นอย่างดี					
09	เลือกใช้ “ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์” ได้เหมาะสม					
10	เขียน “ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์” ได้ถูกต้องชัดเจน					
11	ลงมือ “แก้ปัญหาโดยใช้ตัวแบบเชิงคณิตสาสตร์” ได้อย่างเป็นระบบ					
12	เขียน “แสดงวิธีการค้นหาคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์” ได้ถูกต้อง					
13	“เขียนอธิบายกระบวนการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหา” ได้อย่างชัดเจน					
14	เมื่อติดขัด มี “ความพยายาม” ที่จะแก้ปัญหาด้วยตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์อื่น					
15	ระบุ “คำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์” ได้ถูกต้อง					
16	มี “การเปรียบเทียบ/ตรวจสอบความถูกต้อง ความสมเหตุสมผลของคำตอบ และตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ที่ใช้ในการแก้ปัญหา กับข้อมูลหรือเงื่อนไขของสถานการณ์จริงก่อน					
17	“คำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์” แปลความหมายให้เป็น “คำตอบของสถานการณ์จริง” ได้ถูกต้อง					
18	มี “ส่วนร่วมและความรับผิดชอบในการแก้ปัญหา” ของกลุ่ม					
19	มี “ส่วนร่วมและความรับผิดชอบในการอภิปราย” ของกลุ่ม					
20	มี “ส่วนร่วมและความรับผิดชอบในการอภิปราย” ของชั้นเรียน					

การให้คะแนน 0 → ไม่มี 1 → มีน้อย 2 → มีมาก

แบบสังเกตพฤติกรรมในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

วันที่ : ________________________ เวลา ____________________

ชื่อกิจกรรม : ____

ชื่อนักเรียน : 1. ____

2. ____

3. ____

พฤติกรรมในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

1. การทำความเข้าใจสถานการณ์จริง

(ระบุ สิ่งที่โจทย์ต้องการหา / ข้อมูลหรือเงื่อนไขของสถานการณ์จริง / แนวคิดที่เกี่ยวข้องกับปัญหาในสถานการณ์จริง)

....

....

....

2. ปรับสถานการณ์จริงให้เป็นปัญหาทางคณิตศาสตร์

("ข้อมูลหรือเงื่อนไขของสถานการณ์จริง" เปลี่ยนให้อยู่ในรูป "ตัวไม่ทราบค่า ข้อมูล เงื่อนไข หรือสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ได้ถูกต้อง / เขียน "ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์")

....

....

....

3. การใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

(อธิบายกระบวนการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้ชัดเจน อย่างเป็นระบบ / ได้คำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์)

....

....

....

4. แปลความหมายคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ให้เป็นคำตอบของสถานการณ์จริง

(เปรียบเทียบ/ตรวจสอบความถูกต้อง ของตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ที่ใช้ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และ ความสมเหตุสมผลของคำตอบ กับข้อมูลหรือเงื่อนไขของสถานการณ์จริงก่อน/ แปลความหมาย "คำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์" ให้เป็น "คำตอบของสถานการณ์จริง" ได้ถูกต้อง)

....

....

....

ภาคผนวก ฉ

แบบสัมภาษณ์กระบวนการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหา

ของนักเรียน

แบบสัมภาษณ์กระบวนการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อการแก้ปัญหาของนักเรียน

วันที่ : ______________________ เวลา ____________________

ชื่อกิจกรรม : __________มลพิษทางอากาศ______________________

ชื่อนักเรียน : ____

ประเด็นที่สัมภาษณ์	บันทึกคำตอบของนักเรียน
01 สิ่งที่สถานการณ์จริงนี้ต้องการหาอะไรบ้าง	
02 สถานการณ์จริงระบุข้อมูลหรือเงื่อนไขอะไรให้บ้าง	
03 ในการคิด คำนวณความเข้มค้นของมลพิษ คิดอย่างไร	
04 ความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่นำมาใช้ในการคำนวณ “ความเข้มของมลพิษ” มีอะไรบ้าง	
05 นำความรู้วิชาอื่นที่มาใช้ในการหาคำตอบของสถานการณ์จริงหรือไม่ วิชาอะไร(ถ้ามี)	
06 ข้อมูลหรือเงื่อนไขที่สำคัญมีอะไรบ้าง	
07 ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ที่ได้ มีอะไรบ้าง	
08 นักเรียนเริ่มต้นนำตัวแบบมาใช้ในการแก้ปัญหาอย่างไร	
09 นักเรียนทราบได้อย่างไรว่า คำตอบของตนเองถูกต้อง	
10 นักเรียนคิดว่ามีตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์แบบอื่นที่สามารถแก้ปัญหาสถานการณ์จริงนี้อีกหรือไม่ อะไรบ้าง (ถ้ามี)	

ประวัติผู้เขียน

ชื่อ-สกุล	นายธัชพล พลรัตน์	
วัน เดือน ปี เกิด		
สถานที่เกิด	อำเภอธาตุพนม จังหวัดนครพนม	
วุฒิการศึกษา	พ.ศ. 2533	มัธยมศึกษา จาก โรงเรียนแก่นนครวิทยาลัย
	พ.ศ. 2550	ศิลปศาสตรบัณฑิต (ศศ.บ.) สาขาวิชารัฐศาสตร์ จาก มหาวิทยาลัยรามคำแหง
	พ.ศ. 2553	ศึกษาศาสตรมหาบัณฑิต (ศษ.ม.) สาขาวิชาคณิตศาสตร์ จาก มหาวิทยาลัยรามคำแหง
	พ.ศ. 2562	การศึกษาดุษฎีบัณฑิต (กศ.ด) สาขาวิชาคณิตศาสตร์ จาก มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ
ที่อยู่ปัจจุบัน	1213/124 ทาวน์อินทาวน์ ซอย 6 ลาดพร้าว 94 วังทองหลาง กรุงเทพมหานคร 10310	