



การศึกษามโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางคณิตศาสตร์ เรื่อง อินทิกรัลไม่จำกัดเขต
ของนักศึกษาครุสาขาวิชาคณิตศาสตร์ ในสาธารณรัฐประชาธิปไตยประชาชนลาว

A STUDY OF MISCONCEPTIONS IN MATHEMATICS ABOUT INDEFINITE INTEGRAL
FOR PRESERVICE TEACHER OF LAO PEOPLE'S DEMOCRATIC REPUBLIC

SANTISOUK KHOUNPHIA

บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ

2563

การศึกษามโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางคณิตศาสตร์ เรื่อง อินทิกรัลไม่จำกัดเขต
ของนักศึกษาครุสาขาวิชาคณิตศาสตร์ ในสาธารณรัฐประชาธิปไตยประชาชนลาว



ปริญญานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตร
การศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์
คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ
ปีการศึกษา 2563
ลิขสิทธิ์ของมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ

A STUDY OF MISCONCEPTIONS IN MATHEMATICS ABOUT INDEFINITE INTEGRAL
FOR PRESERVICE TEACHER OF LAO PEOPLE'S DEMOCRATIC REPUBLIC



A Thesis Submitted in Partial Fulfillment of the Requirements
for the Degree of MASTER OF EDUCATION
(Mathematics)

Faculty of Science, Srinakharinwirot University

2020

Copyright of Srinakharinwirot University

ปริญญานิพนธ์

เรื่อง

การศึกษามโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางคณิตศาสตร์ เรื่อง อินทิกรัลไม่จำกัดเขต
ของนักศึกษาครุสาขาวิชาคณิตศาสตร์ ในสาธารณรัฐประชาธิปไตยประชาชนลาว

ของ

SANTISOUK KHOUNPHIA

ได้รับอนุมัติจากบัณฑิตวิทยาลัยให้นับเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตร

ปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์

ของมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ

(รองศาสตราจารย์ นายแพทย์ฉัตรชัย เอกปัญญาสกุล)

คณบดีบัณฑิตวิทยาลัย

คณะกรรมการสอบปากเปล่าปริญญานิพนธ์

..... ที่ปรึกษาหลัก ประธาน
(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.ขวัญ เพ็ญชัย) (ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.ทรงชัย อักษรคิด)

..... ที่ปรึกษาร่วม กรรมการ
(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.สุกัญญา หะยีสานและ) (ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.พิศุทธวรรณศรี
ภิรมย์ สิรินิลกุล)

ชื่อเรื่อง	การศึกษามโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางคณิตศาสตร์ เรื่อง อินทิกรัลไม่จำกัดเขต ของนักศึกษาครูสาขาวิชาคณิตศาสตร์ ในสาธารณรัฐประชาธิปไตยประชาชนลาว
ผู้วิจัย	SANTISOUK KHOUNPHIA
ปริญญา	การศึกษามหาบัณฑิต
ปีการศึกษา	2563
อาจารย์ที่ปรึกษา	ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. ขวัญ เพี้ยซ่าย
อาจารย์ที่ปรึกษาร่วม	ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. สุกัญญา หะยีสานและ

การวิจัยครั้งนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อศึกษามโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางคณิตศาสตร์ เรื่อง อินทิกรัลไม่จำกัดเขต ของนักศึกษาครูสาขาวิชาคณิตศาสตร์ สถาบันการศึกษาในเขตภาคใต้ของสาธารณรัฐประชาธิปไตยประชาชนลาว กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัย คือนักศึกษาครูสาขาวิชาคณิตศาสตร์ ชั้นปีที่ 3 ที่กำลังศึกษาในหลักสูตรกรมสร้างครูมัธยม 2013 ภาคการศึกษา 2 ปีการศึกษา 2562 จำนวน 44 คน ซึ่งได้มาจากการเลือกตัวอย่างแบบเจาะจง เครื่องมือในงานวิจัยครั้งนี้ คือแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน เรื่อง อินทิกรัลไม่จำกัดเขต ประกอบด้วยข้อสอบแบบอัตนัยจำนวน 18 ข้อ โดยแบ่งการทดสอบเป็น 3 ครั้ง แต่แต่ละครั้งมีข้อสอบ 6 ข้อ โดยนำไปทดสอบกับนักศึกษากลุ่มตัวอย่างจากนั้นนำมาวิเคราะห์เพื่อจำแนกลักษณะมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนโดยอ้างอิงจากความหมายของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน ผลการวิจัยพบว่า มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางคณิตศาสตร์ เรื่องอินทิกรัลไม่จำกัดเขตของนักศึกษาครู ประกอบด้วย 1) ความคลาดเคลื่อนเชิงมโนทัศน์เป็นลักษณะความคลาดเคลื่อนเกี่ยวกับการใช้ตัวแปรในการอินทิเกรต ความคลาดเคลื่อนเกี่ยวกับการกำหนด u ในการอินทิเกรต และความคลาดเคลื่อนเกี่ยวกับการใช้สูตรหรือสมบัติในการอินทิเกรต 2) ความคลาดเคลื่อนเชิงกระบวนการเป็นลักษณะความคลาดเคลื่อนเกี่ยวกับขั้นตอนวิธีหรือการดำเนินการให้สมบูรณ์ในการอินทิเกรต และความคลาดเคลื่อนเกี่ยวกับค่าสัมประสิทธิ์หรือการบวกค่าคงที่ C 3) ความคลาดเคลื่อนเชิงเทคนิคเป็นลักษณะความคลาดเคลื่อนเกี่ยวกับการใช้ความรู้พื้นฐานต่างๆทางคณิตศาสตร์ ในการดำเนินการอินทิเกรต

คำสำคัญ : มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน, อินทิกรัลไม่จำกัดเขต, นักศึกษาครูสาขาวิชาคณิตศาสตร์

Title	A STUDY OF MISCONCEPTIONS IN MATHEMATICS ABOUT INDEFINITE INTEGRAL FOR PRESERVICE TEACHER OF LAO PEOPLE'S DEMOCRATIC REPUBLIC
Author	SANTISOUK KHOUNPHIA
Degree	MASTER OF EDUCATION
Academic Year	2020
Thesis Advisor	Assistant Professor Dr. Khawn Piasai
Co Advisor	Assistant Professor Dr. Sukanya Hajjilah

The purpose of this research is to study the mathematical misconception of the indefinite integral preservice teachers at educational institutions in the southern region of the Lao People's Democratic Republic (Lao PDR). The sample in this research included 44 third-year preservice teachers, studying the curriculum of the Department of Secondary Teacher Building 2013, in the second semester of the 2019 academic year. were obtained from the selection by purposive sampling, the tools in this research consisted of a misconceptions test on the indefinite integral with 18 items divided by three, with six sub-items to test the students in the sample group, then analyze and identify incorrect concepts which are by the definition of the concepts on the inaccuracies of the indefinite integral. The results of the research showed that misconceptions about indefinite integral included the following: (1) conceptual errors involving the use variables in integration. Errors in determining integration and mistakes in the use of formulas or integration features; (2) procedural errors are an error characteristic of algorithmic errors or the completion of integration and errors relating to the coefficients or addition of the constant C; (3) technical errors are an error characteristic related to applying varied basic mathematical knowledge in integrating operations.

Keyword : Misconception, indefinite integral, preservice teachers

กิตติกรรมประกาศ

ปริญญาานิพนธ์ ฉบับนี้สำเร็จลุล่วงไปได้ด้วยการให้ความช่วยเหลือแนะนำของ ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.ขวัญ เพ็ญชัย ซึ่งเป็นอาจารย์ที่ปรึกษาปริญญาานิพนธ์ และผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.สุกัญญา หะยิส และ อาจารย์ที่ปรึกษาร่วมที่ได้กรุณาที่ให้คำแนะนำข้อคิดเห็น ตรวจสอบ และแก้ไขปริญญาานิพนธ์มาโดยตลอด ผู้วิจัยจึงขอกราบขอบพระคุณไว้ ณ โอกาสนี้

ผู้วิจัยขอกราบขอบพระคุณ ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.ทรงชัย อักษรคิด ที่กรุณาให้เกียรติเป็นประธานสอบปากเปล่าโดยมี ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.พิศุทธวรรณ ศรีภิรมย์ สิรินิลกุล ร่วมเป็นกรรมการสอบปากเปล่า ซึ่งได้กรุณาตรวจแก้ไขปริญญาานิพนธ์ ฉบับนี้ให้ถูกต้องสมบูรณ์ยิ่งขึ้น และ ผู้ช่วยศาสตราจารย์เอนก จันทจรูญ ที่ให้คำปรึกษาแนะนำในทุก ๆ ด้าน รวมถึงคณาจารย์ทุกท่านในภาควิชาคณิตศาสตร์ และเจ้าหน้าที่บัณฑิตวิทยาลัย มศว ทุกท่านที่ให้ความช่วยเหลือและอำนวยความสะดวกในการทำปริญญาานิพนธ์ให้กับผู้วิจัยมาโดยตลอด จนสามารถจัดทำปริญญาานิพนธ์สำเร็จลุล่วงไปได้ด้วยดี

ขอกราบขอบพระคุณกระทรวงการต่างประเทศโดยเฉพาะกรมความร่วมมือระหว่างประเทศที่ (Thailand International Cooperation Agency - TICA) ที่เป็นผู้ให้ทุนสนับสนุนการศึกษา และวิจัยรวมไปถึงค่าใช้จ่ายต่าง ๆ จนสำเร็จการศึกษาในระดับปริญญาโทเป็นระยะเวลา 2 ปี 6 เดือน

ขอกราบขอบพระคุณมหาวิทยาลัยสวฮันนะเขต สปป. ลาว ที่ให้โอกาสและสนับสนุนในการมาศึกษาในระดับปริญญาโทในครั้งนี้

ท้ายนี้ผู้วิจัยขอขอบคุณ ครอบครัว บิดา มารดา ที่ให้กำลังใจด้วยดีเสมอมา ขอขอบคุณเพื่อน ๆ น้อง ๆ ทุก ๆ คน ที่ให้คำปรึกษาและอยู่เคียงข้างกันเสมอมา เป็นที่พึงให้ผู้วิจัยมีสติปัญญาในการจัดทำปริญญาานิพนธ์ให้สำเร็จลุล่วงไปได้ด้วยดี คุณค่าและประโยชน์จากการทำปริญญาานิพนธ์ฉบับนี้ ผู้วิจัยขอมอบให้เป็นแนวทางในการพัฒนาการศึกษาต่อไป

SANTISOUK KHOUNPHIA

สารบัญ

	หน้า
บทคัดย่อภาษาไทย	ง
บทคัดย่อภาษาอังกฤษ	จ
กิตติกรรมประกาศ.....	ฉ
สารบัญ	ช
สารบัญตาราง.....	ญ
สารบัญรูปภาพ	ฎ
บทที่ 1 บทนำ.....	1
ภูมิหลัง	1
ความมุ่งหมายของการวิจัย.....	4
ความสำคัญของการวิจัย	4
ขอบเขตของการวิจัย	4
นิยามศัพท์เฉพาะ.....	5
บทที่ 2 ทบทวนวรรณกรรม.....	7
1. เอกสารที่เกี่ยวกับหลักสูตรกรมสร้างครูมัธยม 2013 หลักสูตรมัธยมตอนปลาย ใน สาธารณรัฐประชาธิปไตยประชาชนลาว	7
1.1 เอกสารที่เกี่ยวกับหลักสูตรกรมสร้างครูมัธยม 2013	8
1.2 เอกสารเนื้อหาที่เกี่ยวกับแคลคูลัส.....	10
1.3 หลักสูตรมัธยมตอนปลาย	15
2. เอกสารที่เกี่ยวกับมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางคณิตศาสตร์	17
2.1 ความหมายของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางคณิตศาสตร์	17
2.2 การจำแนกมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางคณิตศาสตร์	19

2.3 สาเหตุของการเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางคณิตศาสตร์	21
2.4 งานวิจัยเกี่ยวกับมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางคณิตศาสตร์	23
บทที่ 3 วิธีดำเนินการวิจัย.....	27
1. กำหนดประชากรและกลุ่มตัวอย่าง	27
2. กรอบแนวคิดของงานวิจัย.....	28
3. สร้างเครื่องมือที่ใช้ในงานวิจัย	28
4. เก็บรวบรวมข้อมูล.....	31
5. วิเคราะห์ข้อมูล	31
6. สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล.....	32
บทที่ 4 ผลการศึกษา	33
ตอนที่ 1 การแสดงมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนของนักศึกษาครูในแต่ละลักษณะจากแบบทดสอบ	
วัดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางคณิตศาสตร์ เรื่อง อินทิกรัลไม่จำกัดเขต	33
1.1 การแสดงมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน เรื่อง อินทิกรัลไม่จำกัดเขต ของนักศึกษาครูใน	
แบบทดสอบตามลักษณะความคลาดเคลื่อนเชิงมโนทัศน์.....	33
1.1.1 ความคลาดเคลื่อนเกี่ยวกับการใช้ตัวแปรในการอินทิเกรต.....	33
1.1.2 ความคลาดเคลื่อนเกี่ยวกับการกำหนด n ในการอินทิเกรต.....	35
1.1.3 ความคลาดเคลื่อนเกี่ยวกับการใช้สูตรหรือสมบัติในการอินทิเกรต	36
1.2 การแสดงมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน เรื่อง อินทิกรัลไม่จำกัดเขต ของนักศึกษาครูใน	
แบบทดสอบตามลักษณะความคลาดเคลื่อนเชิงกระบวนการ.....	38
1.2.1 ความคลาดเคลื่อนเกี่ยวกับขั้นตอนวิธีหรือการดำเนินการให้สมบูรณในการ	
อินทิเกรต	38
1.2.2 ความคลาดเคลื่อนเกี่ยวกับค่าสัมประสิทธิ์หรือการบวกค่าคงที่ C	39
1.3 การแสดงมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน เรื่อง อินทิกรัลไม่จำกัดเขต ของนักศึกษาครูใน	
แบบทดสอบตามลักษณะความคลาดเคลื่อนเชิงเทคนิค	41

ตอนที่ 2 ผลการวิเคราะห์จำนวนครั้งของความคลาดเคลื่อนและร้อยละของจำนวนนักศึกษาครู ที่มีความคลาดเคลื่อนโดยจำแนกตามลักษณะของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน เรื่อง อินทิกรัล ไม่จำกัดเขต	43
ตอนที่ 3 ผลการวิเคราะห์จำนวนครั้งของความคลาดเคลื่อนและร้อยละของจำนวนนักศึกษาครู ที่มีความคลาดเคลื่อนโดยจำแนกตามรูปแบบของโจทย์ ในแต่ละลักษณะของมโนทัศน์ที่ คลาดเคลื่อน เรื่อง อินทิกรัลไม่จำกัดเขต	46
บทที่ 5 สรุป อภิปรายผล และ ข้อเสนอแนะ	56
ความมุ่งหมายและวิธีการดำเนินการวิจัย	56
สรุปผลการวิจัย	58
อภิปรายผลการวิจัย	58
ข้อเสนอแนะ	61
1 ข้อเสนอแนะสำหรับการเรียนการสอน	61
2 ข้อเสนอแนะสำหรับการวิจัยครั้งต่อไป	62
บรรณานุกรม	63
ภาคผนวก	68
ประวัติผู้เขียน	79

สารบัญตาราง

	หน้า
ตาราง 1 ระบบการให้คะแนนแบบมีค่าระดับขั้น	10
ตาราง 2 โครงสร้างหลักสูตรรายวิชา	11
ตาราง 3 เนื้อหาเรื่อง อินทิกรัลไม่จำกัดเขตในหลักสูตรชั้นมัธยมศึกษาตอนปลาย	16
ตาราง 4 เนื้อหา เรื่อง อินทิกรัลไม่จำกัดเขต	29
ตาราง 5 เกณฑ์การให้คะแนนแบบทดสอบเพื่อหาค่าความยากง่าย	30
ตาราง 6 จำนวนครั้งของความคลาดเคลื่อนและร้อยละของจำนวนนักศึกษาครูที่มีความ คลาดเคลื่อนเชิงमितศน์ เรื่อง อินทิกรัลไม่จำกัดเขต	43
ตาราง 7 จำนวนครั้งของความคลาดเคลื่อนและร้อยละของจำนวนนักศึกษาครูที่มีความ คลาดเคลื่อนเชิงกระบวนการ เรื่อง อินทิกรัลไม่จำกัดเขต	44
ตาราง 8 จำนวนครั้งของความคลาดเคลื่อนและร้อยละของจำนวนนักศึกษาครูที่มีความ คลาดเคลื่อนเชิงเทคนิค เรื่อง อินทิกรัลไม่จำกัดเขต	46
ตาราง 9 จำนวนครั้งของความคลาดเคลื่อนและร้อยละของจำนวนนักศึกษาครูที่มีความ คลาดเคลื่อนในโจทย์รูปแบบที่ 1 โดยพิจารณาตามลักษณะความคลาดเคลื่อนเชิงमितศน์ เรื่อง อินทิกรัลไม่จำกัดเขต	47
ตาราง 10 จำนวนครั้งของความคลาดเคลื่อนและร้อยละของจำนวนนักศึกษาครูที่มีความ คลาดเคลื่อนในโจทย์รูปแบบที่ 1 โดยพิจารณาตามลักษณะความคลาดเคลื่อนเชิงกระบวนการ เรื่อง อินทิกรัลไม่จำกัดเขต	48
ตาราง 11 จำนวนครั้งของความคลาดเคลื่อนและร้อยละของจำนวนนักศึกษาครูที่มีความ คลาดเคลื่อนในโจทย์รูปแบบที่ 1 โดยพิจารณาตามลักษณะความคลาดเคลื่อนเชิงเทคนิค เรื่อง อินทิกรัลไม่จำกัดเขต	49
ตาราง 12 จำนวนครั้งของความคลาดเคลื่อนและร้อยละของจำนวนนักศึกษาครูที่มีความ คลาดเคลื่อนในโจทย์รูปแบบที่ 2 โดยพิจารณาตามลักษณะความคลาดเคลื่อนเชิงमितศน์ เรื่อง อินทิกรัลไม่จำกัดเขต	50

ตาราง 13 จำนวนครั้งของความคลาดเคลื่อนและร้อยละของจำนวนนักศึกษาครูที่มีความ คลาดเคลื่อนในโจทย์รูปแบบที่ 2 โดยพิจารณาตามลักษณะความคลาดเคลื่อนเชิงกระบวนการ เรื่อง อินทิกรัลไม่จำกัดเขต	51
ตาราง 14 จำนวนครั้งของความคลาดเคลื่อนและร้อยละของจำนวนนักศึกษาครูที่มีความ คลาดเคลื่อนในโจทย์รูปแบบที่ 2 โดยพิจารณาตามลักษณะความคลาดเคลื่อนเชิงเทคนิค เรื่อง อินทิกรัลไม่จำกัดเขต	52
ตาราง 15 จำนวนครั้งของความคลาดเคลื่อนและร้อยละของจำนวนนักศึกษาครูที่มีความ คลาดเคลื่อนในโจทย์รูปแบบที่ 3 โดยพิจารณาตามลักษณะความคลาดเคลื่อนเชิงเมโนทัศน์ เรื่อง อินทิกรัลไม่จำกัดเขต	53
ตาราง 16 จำนวนครั้งของความคลาดเคลื่อนและร้อยละของจำนวนนักศึกษาครูที่มีความ คลาดเคลื่อนในโจทย์รูปแบบที่ 3 โดยพิจารณาตามลักษณะความคลาดเคลื่อนเชิงกระบวนการ เรื่อง อินทิกรัลไม่จำกัดเขต	54
ตาราง 17 จำนวนครั้งของความคลาดเคลื่อนและร้อยละของจำนวนนักศึกษาครูที่มีความ คลาดเคลื่อนในโจทย์รูปแบบที่ 3 โดยพิจารณาตามลักษณะความคลาดเคลื่อนเชิงเทคนิค เรื่อง อินทิกรัลไม่จำกัดเขต	55

สารบัญรูปภาพ

หน้า

ภาพประกอบ 1 ลักษณะของความคลาดเคลื่อนเกี่ยวกับการใช้ตัวแปรในการอินทิเกรต ในการดำเนินการทำโจทย์ข้อที่ 4 ของนักศึกษา	34
ภาพประกอบ 2 ลักษณะของความคลาดเคลื่อนเกี่ยวกับการใช้ตัวแปรในการอินทิเกรต ในการดำเนินการทำโจทย์ข้อที่ 1 ของนักศึกษา	34
ภาพประกอบ 3 ลักษณะของความคลาดเคลื่อนเกี่ยวกับการกำหนด u ในการอินทิเกรต ในการดำเนินการทำโจทย์ข้อที่ 2 ของนักศึกษา	35
ภาพประกอบ 4 ลักษณะของความคลาดเคลื่อนเกี่ยวกับการกำหนด u ในการอินทิเกรต ในการดำเนินการทำโจทย์ข้อที่ 5 ของนักศึกษา	36
ภาพประกอบ 5 ลักษณะของความคลาดเคลื่อนเกี่ยวกับการใช้สูตรหรือสมบัติในการอินทิเกรต ในการดำเนินการทำโจทย์ข้อที่ 6 ของนักศึกษา	37
ภาพประกอบ 6 ลักษณะของความคลาดเคลื่อนเกี่ยวกับการใช้สูตรหรือสมบัติในการอินทิเกรต ในการดำเนินการทำโจทย์ข้อที่ 3 ของนักศึกษา	37
ภาพประกอบ 7 ลักษณะของความคลาดเคลื่อนเกี่ยวกับขั้นตอนวิธีหรือการดำเนินการให้สมบูรณ์ ในการอินทิเกรตในการดำเนินการทำโจทย์ข้อที่ 4 ของนักศึกษา	38
ภาพประกอบ 8 ลักษณะของความคลาดเคลื่อนเกี่ยวกับขั้นตอนวิธีหรือการดำเนินการให้สมบูรณ์ ในการอินทิเกรตในการดำเนินการทำโจทย์ข้อที่ 1 ของนักศึกษา	39
ภาพประกอบ 9 ลักษณะของความคลาดเคลื่อนเกี่ยวกับค่าสัมประสิทธิ์หรือการบวกค่าคงที่ C ในการดำเนินการทำโจทย์ข้อที่ 6 ของนักศึกษา	40
ภาพประกอบ 10 ลักษณะของความคลาดเคลื่อนเกี่ยวกับค่าสัมประสิทธิ์หรือการบวกค่าคงที่ C ในการดำเนินการทำโจทย์ข้อที่ 2 ของนักศึกษา	40
ภาพประกอบ 11 ลักษณะของความคลาดเคลื่อนเชิงเทคนิคในการดำเนินการทำโจทย์ข้อที่ 6 ของนักศึกษา	41

ภาพประกอบ 12 ลักษณะของความคลาดเคลื่อนเชิงเทคนิคในการดำเนินการ ทำโจทย์ข้อที่ 1 ของ
 นักศึกษา42

ภาพประกอบ 13 ลักษณะของความคลาดเคลื่อนเชิงเทคนิคในการดำเนินการ ทำโจทย์ข้อที่ 3 ของ
 นักศึกษา42



บทที่ 1

บทนำ

ภูมิหลัง

สาธารณรัฐประชาธิปไตยประชาชนลาวหลังจากเข้าสู่ประชาคมอาเซียนได้มีการเปลี่ยนแปลงและพัฒนาประเทศในหลาย ๆ ด้านและมีการส่งเสริมให้คนภายในชาติได้มีการเตรียมความพร้อมสำหรับการเปลี่ยนแปลงที่จะเกิดขึ้น ดังนั้น รัฐบาลสาธารณรัฐประชาธิปไตยประชาชนลาวจึงได้เปิดกว้างเกี่ยวกับแนวทางในการพัฒนาการศึกษาเพื่อพัฒนาคนในชาติให้มีความรู้ความสามารถทางด้านวิทยาศาสตร์ โดยรัฐได้กำหนดแผนยุทธศาสตร์การศึกษา ปี ค.ศ 2010 - 2020 เพื่อสร้างประชากรของประเทศให้มีความรู้ความสามารถในการดำรงชีวิตในยุคสังคมที่มีการเปลี่ยนแปลง รวมทั้งส่งเสริมให้มีความสามารถในการแก้ปัญหาได้อย่างถูกต้องและเหมาะสม ค้นพบวิธีการเรียนรู้ด้วยตนเอง สามารถเป็นนักประดิษฐ์ คิดสร้างสิ่งใหม่ ๆ และเป็นพลเมืองที่ดีของชาติและมีวิชาชีพที่มั่นคง (กระทรวงศึกษาธิการและกีฬา, 2015) นอกจากนี้แผนยุทธศาสตร์ดังกล่าวแล้ว รัฐบาลสาธารณรัฐประชาธิปไตยประชาชนลาวยังได้ออกกฎหมายว่าด้วยการศึกษาแห่งสาธารณรัฐประชาธิปไตยประชาชนลาว ฉบับปรับปรุง มาตรา 4 ปี ค.ศ. 2015 ซึ่งกำหนดให้การศึกษาเป็นสิ่งสำคัญในการพัฒนาทรัพยากรมนุษย์ เพื่อให้คนในชาติมีคุณสมบัติ ศีลธรรม ปฏิบัติ มีความรู้ความสามารถ รู้ในสิ่งที่ถูกต้องในการอยู่ร่วมกันในสังคม รู้จักการคิดอย่างมีเหตุผล มีวิชาชีพ สร้างสังคมให้เป็นสังคมแห่งการเรียนรู้ตลอดชีวิต (สภาแห่งสาธารณรัฐประชาธิปไตยประชาชนลาว, 2015)

เพื่อตอบสนองแผนยุทธศาสตร์และกฎหมายว่าด้วยการศึกษาดังกล่าว การส่งเสริมการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์จึงเป็นสิ่งสำคัญและมีประโยชน์อย่างมาก เพราะคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่มีความสำคัญในการพัฒนาคนเพื่อนำไปสู่การพัฒนาความเจริญในด้านต่าง ๆ โดยเฉพาะอย่างยิ่งในสาขาวิชาวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี เนื่องจากสาขาวิชาดังกล่าวต้องอาศัยความรู้ทางคณิตศาสตร์เพื่อเป็นพื้นฐานทางการคิด การสร้างองค์ความรู้และการทำงาน ดังนั้นการจัดการศึกษาเพื่อให้ผู้เรียนมีความรู้ความสามารถทางคณิตศาสตร์จึงเป็นจุดมุ่งหมายสำคัญในการพัฒนาคนในสังคม ดังนั้นหน่วยงานทางการศึกษาหลาย ๆ หน่วยงานทั้งของรัฐและเอกชนจึงมุ่งเน้นการพัฒนาผู้เรียนให้มีความรู้ ความสามารถและทักษะทางคณิตศาสตร์สำหรับนำความรู้และทักษะดังกล่าวไปใช้ในการแก้ปัญหา หรือการดำรงชีวิตประจำวันได้อย่างมีประสิทธิภาพ (ศิริชัย กาญจนวาสี, 2015)

จากความสำคัญของคณิตศาสตร์ข้างต้น การจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ให้ประสบผลสำเร็จ นั้นการพัฒนาหรือการส่งเสริมให้ทั้งผู้สอนและผู้เรียนมีความรู้ความเข้าใจในทศนทางคณิตศาสตร์ที่ถูกต้องเป็นปัจจัยหนึ่งที่สำคัญ สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2554, น.55) กล่าวว่า มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ (Mathematics Concept) เป็นพื้นฐานสำคัญ สำหรับการเรียนรู้คณิตศาสตร์และการนำความรู้คณิตศาสตร์ไปแก้ปัญหาหรือใช้งานครูที่มีมโนทัศน์ที่ถูกต้องและเข้าใจลึกซึ้งเกี่ยวกับความหมาย ที่มา และความสัมพันธ์ที่เกี่ยวของกันของมโนทัศน์ ทฤษฎีบท กฎ สูตร บทนิยาม หรือการดำเนินการทางคณิตศาสตร์จะสามารถจัดการเรียนรู้เพื่อสื่อสารสื่อความหมายให้นักเรียนเรียนรู้คณิตศาสตร์ได้อย่างถูกต้อง รวมทั้งสามารถวิเคราะห์เนื้อหาและสร้างคำถามขยายความ เพื่อพัฒนาการคิดทางคณิตศาสตร์ให้กับนักเรียนได้นอกจากนั้นยังมีความสำคัญต่อประสิทธิภาพการจัดการเรียนการสอนของครูและการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของนักเรียน เช่นเดียวกับ อัมพร ม้าคอง (2558, น. 15-21) ที่กล่าวว่า มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของผู้สอนมีความสำคัญต่อการเรียนการสอนเป็นอย่างมาก เนื่องจากเป็นปัจจัยสำคัญต่อการตัดสินใจจัดกิจกรรม และการสร้างบรรยากาศในชั้นเรียนของผู้สอน มโนทัศน์ในเนื้อหาใด ๆ ที่ผู้สอนมีอยู่ มีผลอย่างมากต่อการวิเคราะห์ผู้เรียนการจัดการเรียนรู้ การตัดสินใจ และการแสดงออกของผู้สอน ส่วน เลิศบุษยา ไทยเจริญ และ แกมเกตุ (2018, น. 2) กล่าวว่า การเปลี่ยนบทบาทผู้สอนจากการสอนความรู้ความจำเป็นการสอนเชิงวิเคราะห์นั้นเป็นเรื่องยาก หากผู้สอนนั้นยังมีมโนทัศน์ในเนื้อหาวิชาที่สอนไม่ถูกต้องหรือมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน

มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางคณิตศาสตร์เป็นความเชื่อและความเข้าใจที่ได้มาจากแนวคิดหรือความรู้ที่ไม่ถูกต้อง ความรู้ที่ไม่สมบูรณ์ หรือเป็นความเข้าใจที่แตกต่างไปจากแนวคิดที่ได้รับการยอมรับของแต่ละเนื้อหาในวิชาคณิตศาสตร์ Peterson, Treagust, และ Garnett (1989, 37) สอดคล้องกับ โสภภาพรณ แสงศัพท์ (2538, น.67) และ ศิริเดช สุชีวะ (2538, น. 6) ได้กล่าวว่า มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนอาจเกิดขึ้นก่อนการเรียนรู้ หรือระหว่างเรียนรู้ โดยที่ผู้เรียนไม่รู้ตนเองว่ามีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนอย่างไร และผู้สอนเองก็ไม่มีเวลามากพอที่จะดูแลผู้เรียนเป็นรายบุคคลได้ในทุก ๆ เนื้อหา มีบ่อยครั้งที่ผู้เรียนบอกผู้สอนว่าขณะเรียนในห้องเรียน ผู้เรียนเรียนรู้ด้วยความเข้าใจแต่ผลสอบออกมากลับสอบไม่ผ่าน ทำให้ผู้เรียนหมดกำลังใจ ในความเป็นจริงมีปัจจัยที่เป็นสาเหตุหลายปัจจัยที่ทำให้เกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน เช่น สาเหตุจากการละเลยในเงื่อนไขของทฤษฎีบท กฎ สูตร หรือบทนิยามทางคณิตศาสตร์ และสาเหตุอื่น ๆ ที่มีผลต่อความคลาดเคลื่อนในการทำความเข้าใจคณิตศาสตร์ อาทิ ความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ ความสามารถทางการคิดระดับสติปัญญา และประสบการณ์ทางคณิตศาสตร์ของผู้เรียน รวมทั้งบริบทและกระบวนการ

จัดการเรียนรู้สิ่งเหล่านี้ล้วนมีผลต่อการเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน ซึ่งเมื่อเกิดขึ้นแล้วจะมีผลกระทบต่อการเรียนรู้คณิตศาสตร์เป็นอย่างมาก อาจจะทำให้ผู้เรียนนำความรู้ไปใช้อย่างไม่ถูกต้อง หรือไม่สามารถนำความรู้ไปใช้ได้ รวมทั้งอาจทำให้มีความรู้พื้นฐานไม่ ดีพอที่จะเรียนรู้อื่น (อรรถศาสตร์, 2559, น. 179)

จากที่กล่าวมาข้างต้นจะเห็นได้ว่าการศึกษาที่มีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ที่ถูกต้องเป็นเรื่องที่มีความสำคัญมาก โดยเฉพาะอย่างยิ่งนักศึกษาครูสาขาวิชาคณิตศาสตร์จำเป็นต้องมีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ที่ถูกต้องหรือคลาดเคลื่อนน้อยที่สุด เพราะว่าเมื่อนักศึกษาครูสำเร็จการศึกษาไปแล้วในอนาคตจะต้องเป็นครูสอนคณิตศาสตร์ให้กับนักเรียน เป็นตัวแบบในการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่ถูกต้องให้กับนักเรียน นอกจากนี้มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ที่ถูกต้องแล้วนักศึกษาครูจำเป็นต้องมีความรู้ทางคณิตศาสตร์อย่างลึกซึ้ง สามารถนำความรู้ไปถ่ายทอดและจัดการเรียนรู้ได้อย่างถูกต้องและมีประสิทธิภาพ

รายวิชาแคลคูลัส เรื่อง อินทิกรัลไม่จำกัดเขต เป็นเนื้อหาหนึ่งในหลักสูตรกรมสร้างคุณนัยมในสาธารณรัฐประชาธิปไตยประชาชนลาว ที่มีความสำคัญและเป็นพื้นฐานในการเรียนเนื้อหาคณิตศาสตร์ในระดับสูงต่อไป แต่จากการเรียนการสอนในช่วง 4 – 5 ปีที่ผ่านมาพบว่า มีนักศึกษาครูส่วนหนึ่งยังไม่ประสบความสำเร็จในการเรียนเนื้อหาเรื่อง อินทิกรัลไม่จำกัดเขต จากการสอบถามความคิดเห็นของนักศึกษาครูเบื้องต้น นักศึกษาครูมีความคิดเห็นว่า เนื้อหาเรื่องอินทิกรัลไม่จำกัดเขตเป็นเนื้อหาค่อนข้างยากและต้องใช้ความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์หลายเรื่อง นอกจากนี้ผู้วิจัยทดสอบความรู้พื้นฐานเกี่ยวกับอินทิกรัลไม่จำกัดเขต โดยมีนักศึกษาครูจำนวนหนึ่งทำโจทย์เกี่ยวกับเรื่องอินทิกรัลโดยการแทนค่าตัวแปร ผลการทดสอบพบว่า มีนักศึกษาครูบางคนใช้สมบัติทางคณิตศาสตร์ไม่ถูกต้อง และมีนักศึกษาครูบางคนกำหนด u ไม่ถูกต้องหรือไม่เหมาะสม นอกจากนี้มีนักศึกษาครูจำนวนหนึ่งไม่สามารถจัดรูปที่โจทย์กำหนดให้อยู่รูปที่จะอินทิเกรตได้ เป็นต้น

จากเหตุผลที่กล่าวมาข้างต้น ผู้วิจัยจึงมีความสนใจที่จะศึกษามโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางคณิตศาสตร์ เรื่อง อินทิกรัลไม่จำกัดเขต ของนักศึกษาครูในสาธารณรัฐประชาธิปไตยประชาชนลาว ประกอบกับในสาธารณรัฐประชาธิปไตยประชาชนลาวการวิจัยในลักษณะที่เกี่ยวข้องกับการศึกษามโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางคณิตศาสตร์ยังมีน้อยมาก ผลการวิจัยครั้งนี้จะทำให้ทราบถึง มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางคณิตศาสตร์ของนักศึกษาครูเกี่ยวกับเรื่อง อินทิกรัลไม่จำกัดเขต ซึ่งจะเป็นข้อมูลให้กับผู้ที่เกี่ยวข้องดำเนินการแก้ไข ปรับปรุง พัฒนา ออกแบบการเรียนการสอน เรื่องดังกล่าวให้เหมาะสมกับนักศึกษาครูต่อไป นอกจากนี้ผลการวิจัยที่ได้ยังสามารถใช้เป็นข้อมูล

ให้กับองค์กรที่เกี่ยวข้องในการสร้างหรือปรับปรุงหลักสูตรที่เกี่ยวกับการผลิตหรือพัฒนานักศึกษา
ครูต่อไป

ความมุ่งหมายของการวิจัย

เพื่อศึกษามโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางคณิตศาสตร์ เรื่อง อินทิกรัลไม่จำกัดเขต ของ
นักศึกษาครุสาขาวิชาคณิตศาสตร์ สถาบันการศึกษาในเขตภาคใต้ของสาธารณรัฐประชาธิปไตย
ประชาชนลาว

ความสำคัญของการวิจัย

ผลจากการวิจัยครั้งนี้ทำให้ทราบมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางคณิตศาสตร์ เรื่อง อินทิกรัลไม่
จำกัดเขต ของนักศึกษาครุสาขาวิชาคณิตศาสตร์ ชั้นปีที่ 3 ที่ศึกษาในหลักสูตรกรมสร้างครูมัธยม
2013 สถาบันการศึกษาในเขตภาคใต้ของสาธารณรัฐประชาธิปไตยประชาชนลาว และเป็นข้อมูล
ที่มีประโยชน์ให้กับองค์กรหรือผู้ที่เกี่ยวข้องใช้ในการปรับปรุงหลักสูตรและพัฒนาระบบการเรียนการสอน
ให้กับนักศึกษาครูต่อไป

ขอบเขตของการวิจัย

ประชากรที่ใช้ในงานวิจัย

ประชากรที่ใช้ในงานวิจัยครั้งนี้เป็นนักศึกษาครุสาขาวิชาคณิตศาสตร์ที่ศึกษาใน
หลักสูตรกรมสร้างครูมัธยม 2013 สถาบันการศึกษาในเขตภาคใต้ของ สาธารณรัฐประชาธิปไตย
ประชาชนลาว

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในงานวิจัย

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในงานวิจัยครั้งนี้เป็นนักศึกษาครุสาขาวิชาคณิตศาสตร์ ชั้นปีที่ 3 ที่ศึกษา
ในหลักสูตรกรมสร้างครูมัธยม 2013 ประจำปีการศึกษา 2562 สถาบันการศึกษา
ในเขตภาคใต้ของสาธารณรัฐประชาธิปไตยประชาชนลาว ซึ่งได้มาจากการเลือกตัวอย่างแบบ
เจาะจง (Purposive sampling) ได้แก่

มหาวิทยาลัยสะหวันนะเขต	จำนวน	16	คน
วิทยาลัยครูปากเซ	จำนวน	28	คน

ระยะเวลาที่ใช้ในการวิจัย

การดำเนินงานวิจัยอยู่ในช่วงเดือนมีนาคมถึงเดือนพฤษภาคมในภาคเรียนที่ 2
ปีการศึกษา 2562

เนื้อหาที่ใช้ในงานวิจัย

เนื้อหาที่ใช้ในการวิจัย ได้แก่ เรื่อง อินทิกรัลไม่จำกัดเขต ซึ่งมีเนื้อหาย่อย ได้แก่ 1) การอินทิเกรตเกี่ยวกับฟังก์ชันพหุนาม 2) การอินทิเกรตเกี่ยวกับฟังก์ชันเลขชี้กำลัง และ 3) การอินทิเกรตที่ให้ผลลัพธ์ในรูปของลอการิทึม โดยเนื่อหาดังกล่าวนี้อยู่ในรายวิชา แคลคูลัส 1 ตามหลักสูตรกรมสร้างครูมัธยม 2013 สถาบันการศึกษาในเขตภาคใต้ของสาธารณรัฐประชาธิปไตยประชาชนลาว สำหรับการวิจัยในครั้งนี้ผู้วิจัยแบ่งโจทย์ เรื่อง อินทิกรัลไม่จำกัดเขตเป็น 3 รูปแบบเพื่อใช้ศึกษามโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน เรื่อง อินทิกรัลไม่จำกัดเขต ดังนี้

โจทย์รูปแบบที่ 1 หมายถึง โจทย์อินทิกรัลไม่จำกัดเขต เมื่อกำหนดตัวแปร u ได้ถูกต้องแล้วเขียนในรูปของดิฟเฟอเรนเชียล สามารถหาอินทิกรัลโดยใช้สูตรเกี่ยวกับการอินทิเกรตได้ ตัวอย่างโจทย์รูปแบบที่ 1 เช่น $\int 2xe^{x^2} dx$, $\int \frac{1}{x \ln x} dx$ เป็นต้น

โจทย์รูปแบบที่ 2 หมายถึง โจทย์อินทิกรัลไม่จำกัดเขต เมื่อกำหนดตัวแปร u ได้ถูกต้องแล้วเขียนในรูปของดิฟเฟอเรนเชียล พร้อมกับจัดรูปที่เกี่ยวข้องกับสัมประสิทธิ์ที่ไม่เป็น 1 ก็สามารถหาอินทิกรัลโดยใช้สูตรเกี่ยวกับการอินทิเกรตได้ ตัวอย่างโจทย์รูปแบบที่ 2 เช่น $\int \frac{x^2}{\sqrt[3]{x^3+1}} dx$, $\int xe^{3x^2} dx$ เป็นต้น

โจทย์รูปแบบที่ 3 หมายถึง โจทย์อินทิกรัลไม่จำกัดเขต เมื่อกำหนดตัวแปร u ได้ถูกต้องแล้วเขียนในรูปของดิฟเฟอเรนเชียล พร้อมจัดรูปที่เกี่ยวข้องกับสัมประสิทธิ์ และเขียนตัวแปร x ในรูปของตัวแปร u ก็สามารถหาอินทิกรัลโดยใช้สูตรเกี่ยวกับการอินทิเกรตได้ ตัวอย่างโจทย์รูปแบบที่ 3 เช่น $\int \frac{x^2}{x+1} dx$, $\int \frac{x^3}{\sqrt{x^2+1}} dx$ เป็นต้น

นิยามศัพท์เฉพาะ

มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางคณิตศาสตร์ เรื่อง อินทิกรัลไม่จำกัดเขต หมายถึง ความคิดหรือความเข้าใจที่คลาดเคลื่อนไปจากสิ่งที่ถูกต้องหรือความเป็นจริงในทางคณิตศาสตร์ในเรื่องอินทิกรัลไม่จำกัดเขต ซึ่งอาจเกิดจากการรับรู้ที่ไม่ถูกต้องไม่สมบูรณ์หรือไม่ชัดเจนของแต่ละบุคคล โดยผู้วิจัยได้จำแนกลักษณะมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางคณิตศาสตร์ เรื่อง อินทิกรัลไม่จำกัดเขต 3 ลักษณะดังนี้

1) ความคลาดเคลื่อนเชิงมโนทัศน์ (Conceptual Error) เป็นลักษณะความคลาดเคลื่อนที่เกิดจากการอินทิเกรตซึ่งแบ่งเป็น 3 ลักษณะย่อยดังรายละเอียดต่อไปนี้

1.1 ความคลาดเคลื่อนเกี่ยวกับการใช้ตัวแปรในการอินทิเกรตเป็นลักษณะความคลาดเคลื่อนที่เกิดจากการจัดรูปโจทย์เพื่ออินทิเกรตแล้วปรากฏว่ามีตัวแปร 2 ตัวแต่ไม่ได้เปลี่ยนตัวแปรหนึ่งให้อยู่ในรูปแบบของอีกตัวแปรหนึ่งที่กำหนด ทำให้ไม่สามารถอินทิเกรตได้

1.2 ความคลาดเคลื่อนเกี่ยวกับการกำหนดตัวแปร u ในการอินทิเกรตเป็นลักษณะความคลาดเคลื่อนที่เกิดจากการกำหนดตัวแปร u ไม่เหมาะสมหรือการกำหนดตัวแปร u ไม่ถูกต้องแล้วทำให้ไม่สามารถอินทิเกรตได้หรืออินทิเกรตไม่ถูกต้อง

1.3 ความคลาดเคลื่อนเกี่ยวกับการใช้สูตรหรือสมบัติในการอินทิเกรตเป็นลักษณะความคลาดเคลื่อนการใช้สูตรหรือสมบัติของการอินทิเกรตที่ไม่ถูกต้อง

2) ความคลาดเคลื่อนเชิงกระบวนการ (Procedural Error) เป็นลักษณะความคลาดเคลื่อนที่เกิดจากการอินทิเกรตซึ่งแบ่งเป็น 2 ลักษณะย่อยดังรายละเอียดต่อไปนี้

2.1 ความคลาดเคลื่อนเกี่ยวกับขั้นตอนวิธีหรือการดำเนินการให้สมบูรณ์ในการอินทิเกรตเป็นลักษณะความคลาดเคลื่อนที่เกิดจากการไม่กำหนดตัวแปรในการอินทิเกรต

2.2 ความคลาดเคลื่อนเกี่ยวกับค่าสัมประสิทธิ์หรือการบวกค่าคงที่ C เป็นลักษณะความคลาดเคลื่อนที่เกิดจากการไม่ได้เขียนสัมประสิทธิ์หรือไม่ได้บวกด้วยค่าคงที่ C เมื่อสิ้นสุดการอินทิเกรต

3) ความคลาดเคลื่อนเชิงเทคนิค (Technical Error) เป็นลักษณะความคลาดเคลื่อนที่เกิดจากการใช้ความรู้พื้นฐานต่างๆ ทางคณิตศาสตร์ ในการดำเนินการอินทิเกรต ได้แก่ การใช้สมบัติเกี่ยวกับเลขยกกำลังไม่ถูกต้อง การใช้สมบัติทางพีชคณิตไม่ถูกต้อง รวมถึงการดำเนินการที่เกี่ยวข้องกับการบวก การลบ การคูณ และการหารที่ไม่ถูกต้อง

บทที่ 2

ทบทวนวรรณกรรม

การศึกษามโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางคณิตศาสตร์ เรื่อง อินทิกรัลไม่จำกัดเขต ของ นักศึกษาคณะศึกษาศาสตร์ สาขาวิชาคณิตศาสตร์ สถาบันการศึกษาในเขตภาคใต้ของสาธารณรัฐประชาธิปไตยประชาชนลาว ผู้วิจัยได้ศึกษาค้นคว้าตำรา เอกสาร และงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง ซึ่งได้นำเสนอรายละเอียดดังต่อไปนี้

1. เอกสารที่เกี่ยวกับหลักสูตรกรมสร้างครูมัธยม 2013 และหลักสูตรมัธยมตอนปลาย ในสาธารณรัฐประชาธิปไตยประชาชนลาว

1.1 เอกสารที่เกี่ยวกับหลักสูตรกรมสร้างครูมัธยม 2013

1.2 เอกสารที่เกี่ยวกับเนื้อหาแคลคูลัสในหลักสูตรกรมสร้างครูมัธยม

1.3 เอกสารที่เกี่ยวกับหลักสูตรมัธยมตอนปลาย

2. เอกสารที่เกี่ยวกับมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางคณิตศาสตร์

2.1 ความหมายของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางคณิตศาสตร์

2.2 การจำแนกมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางคณิตศาสตร์

2.3 สาเหตุของการเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางคณิตศาสตร์

2.4 งานวิจัยเกี่ยวกับมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางคณิตศาสตร์

1. เอกสารที่เกี่ยวกับหลักสูตรกรมสร้างครูมัธยม 2013 หลักสูตรมัธยมตอนปลาย ในสาธารณรัฐประชาธิปไตยประชาชนลาว

ปัจจุบันโลกมีการเปลี่ยนแปลงอย่างรวดเร็วในทุกมิติทั้งทางสังคม เศรษฐกิจ การเมือง และเทคโนโลยี อันเป็นผลมาจากการพัฒนาเทคโนโลยีสารสนเทศ และการปรับเปลี่ยนโครงสร้าง เศรษฐกิจการเมืองโลกมีผลทำให้ประเทศต่าง ๆ ในโลกต้องพึ่งพาอาศัยซึ่งกันและกัน การศึกษาถือเป็นหนึ่งในกุญแจที่สำคัญที่จะนำไปสู่การพัฒนาโลกที่มีความแตกต่างจากที่ผ่านมา ผู้เรียนในยุคใหม่จำเป็นต้องมีความรู้ ความสามารถที่สูงขึ้นและสามารถนำความรู้มาประยุกต์ใช้ได้ อย่างเหมาะสม เพื่อให้ตอบสนองกับความต้องการของสภาพทางด้านเศรษฐกิจ การศึกษาที่ดีไม่เพียงแต่สนองข้อมูลใหม่ ๆ ที่อาจารย์รู้ให้แก่นักศึกษาเท่านั้น แต่ต้องพยายามเน้นความเข้าใจเนื้อหาในทุกรายวิชาเพื่อรับประกันให้นักศึกษามี ความรู้ ความสามารถและเรียนรู้วิธีการอย่างถูกต้อง ดังนั้นสาธารณรัฐประชาธิปไตยประชาชนลาวจึงให้ความสำคัญกับการศึกษาที่สามารถ

ยกระดับความสามารถของนักศึกษาให้สามารถแก้ไขปัญหาได้อย่างถูกต้องและเหมาะสม ค้นพบวิธีการเรียนรู้ด้วยตนเองสามารถเป็นนักประดิษฐ์ คิดสร้างสิ่งใหม่ๆ (กระทรวงศึกษาธิการและกีฬา, 2013)

1.1 เอกสารที่เกี่ยวกับหลักสูตรกรมสร้างครูมัธยม 2013

ชื่อหลักสูตร

ชื่อหลักสูตร (เขียนเป็นภาษาลาว) ຫຼັກສູດສ້າງຄູ່ມັດທະຍົມລະດັບປະລິນຍາຕີລະບົບ
12+4

ชื่อหลักสูตร (เขียนเป็นภาษาอังกฤษ) Secondary Teacher education Program,
Bachelor Degree (12+4)

ชื่อหลักสูตร (เขียนเป็นภาษาไทย) หลักสูตรสร้างครูมัธยมระดับปริญญาตรีระบบ
12+4

ชื่อประกาศนียบัตร

ชื่อ (เขียนเป็นภาษาลาว) ປະກາສະນີຍະບັດປະລິນຍາຕີຄູ່ມັດທະຍົມ, ໃນສາຍວິຊາ ຄູ
ຄະນິດສາດ

ชื่อ(เขียนเป็นภาษาอังกฤษ) Bachelor of Secondary Teacher Education, majoring
in Mathematics

ชื่อ (เขียนเป็นภาษาไทย) ประกาศนียบัตรปริญญาตรี ครูมัธยมในสายวิชา
ครุคณิตศาสตร์

หน่วยงานรับผิดชอบ

กรมสร้างครู กระทรวงศึกษาธิการและกีฬา

ปรัชญาของหลักสูตร

ครูมีแนวคิดหลักมั่นในชนชั้น มีความเข้าใจต่ออุดมการณ์และแนวทางนโยบายของพรรค รักและปกป้องระบอบประชาธิปไตยประชาชน มีสติ เคารพต่อระเบียบวินัย และกฎหมาย มีความกล้าหาญในการต่อสู้ด้านปรากฏการณ์ย่อท้อต่าง ๆ ครูต้องมีแนวคิดที่ดี และแบบแผนการดำรงชีวิตที่โปร่งใส บุคลิก สง่า มีคุณธรรม มีจริยธรรม มีความรับผิดชอบ และความสามัคคี รักในอาชีพครู รักเด็ก นำใช้ความรู้และทักษะที่ก้าวหน้า อุทิศตัวเองเพื่อการศึกษาและเป็นนักพัฒนาที่ดี

จุดประสงค์ของหลักสูตร

หลักสูตรกรมสร้างครูมัธยมระดับปริญญาตรีระบบ 12+4 มีจุดประสงค์เพื่อเน้นการสร้างให้นักศึกษาครูมี

1) ความพร้อมในความเป็นครู มีวิสัยทัศน์ที่กว้างไกล มีจรรยาบรรณทางด้านวิชาชีพครู สอดคล้องกับ 3 ลักษณะ 5 หลักมูลการศึกษา

2) ความสามารถในการแก้ปัญหาอย่างมีความคิดสร้างสรรค์ มีความรับผิดชอบ พัฒนาความรู้และความสามารถของตนเองในอนาคต

3) ความรู้ความสามารถทางด้านวิชาชีพครู สามารถสอนได้ทุกระดับชั้นมัธยมศึกษา (สอนได้แต่ ม.1 – ม.7) และประสานงานช่วยเหลือครูสอนในโรงเรียนพร้อมทั้งเป็นหลักแหล่งทางด้านวิชาการ

โครงสร้างหลักสูตรกรมสร้างครูมัธยม สาขาวิชา คณิตศาสตร์

จำนวนหน่วยกิตรวมตลอดหลักสูตรไม่น้อยกว่า 160 หน่วยกิต ประกอบด้วย

1) หมวดวิชาความรู้ทั่วไปไม่น้อยกว่า	20	หน่วยกิต	(12.5%)
2) หมวดวิชาพื้นฐานวิชาเฉพาะไม่น้อยกว่า	45	หน่วยกิต	(28.125%)
3) หมวดวิชาเฉพาะไม่น้อยกว่า	91	หน่วยกิต	(56.875%)
3.1 วิชาเฉพาะ ไม่น้อยกว่า	52	หน่วยกิต	
3.2 วิชาบังคับ (ฟิสิกส์) ไม่น้อยกว่า	28	หน่วยกิต	
3.2 วิทยานิพนธ์	11	หน่วยกิต	
4) หน่วยกิตวิชาเอกเลือกไม่น้อยกว่า	4	หน่วยกิต	(2.5%)

หลักเกณฑ์ในการประเมินผลนักศึกษา

1) การเข้าร่วมเรียน	10%
2) การทำกิจกรรมกลุ่ม	10%
3) การทำกิจกรรมบุคคล	25%
4) สอบกลางภาค	25%
5) สอบจบหน่วยกิต	30%
รวมทั้งหมด	100%

โดยหลักสูตรกรมสร้างครูมัธยมระดับปริญญาตรีระบบ 12+4 กำหนดการให้คะแนนแบบมีค่าระดับชั้น ซึ่งมีรายละเอียดของข้อมูลดังตาราง 1 ต่อไปนี้

ตาราง 1 ระบบการให้คะแนนแบบมีค่าระดับชั้น

ระดับคะแนน		ความหมาย		ค่าระดับ	คะแนน (%)
สัญลักษณ์ ภาษาลาว	สัญลักษณ์ ภาษาอังกฤษ	ภาษาลาว	ภาษาอังกฤษ		
ກ	A	ດີເລີດ	Excellent	4	85-100
ຂ ⁺	B ⁺	ດີຫຼາຍ	Very good	3,5	80-84
ຂ	B	ດີ	Good	3	75-79
ຄ ⁺	C ⁺	ປານກາງ	Faily good	2,5	70-74
ຄ	C	ພໍໃຊ້	Fair	2	65-69
ງ ⁺	D ⁺	ອ່ອນ	Poor	1,5	60-64
ງ	D	ອ່ອນຫຼາຍ (ບໍ່ຜ່ານ)	Very Poor	1	50-59
ຕ	F	ບໍ່ຜ່ານ	Fail	0	<49

ที่มา: (กระทรวงศึกษาธิการและกีฬา, 2013)

1.2 เอกสารเนื้อหาที่เกี่ยวกับแคลคูลัส

วิชาแคลคูลัสได้ขยายผลไปแทบทุกส่วนของการใช้ชีวิตในยุคใหม่ เป็นพื้นฐานของวิทยาศาสตร์เกือบทุกสาขาโดยเฉพาะฟิสิกส์การพัฒนามัยใหม่เกือบทั้งหมด เช่น เทคนิคการก่อสร้าง การบิน และเทคโนโลยีอื่นๆ เกือบทั้งหมด มีพื้นฐานมาจากแคลคูลัส แคลคูลัสได้ขยายไปสู่ สมการเชิงอนุพันธ์ แคลคูลัสเชิงเวกเตอร์ การวิเคราะห์เชิงซ้อน แคลคูลัสเชิงเวลาและทอพอโลยีเชิงอนุพันธ์ แคลคูลัสเป็นสาระการเรียนรู้ที่สามารถนำไปประยุกต์ใช้เกี่ยวกับการเปลี่ยนแปลง เช่น การเจริญเติบโตของร่างกายในแต่ละวัน การเพิ่มของผลเมืองในแต่ละประเทศ การเกิดและการตายของพืชและสัตว์ การละลายของสารเคมี และการเคลื่อนที่ของวัตถุ ดังนั้น รายวิชาแคลคูลัสในหลักสูตรกรมสร้างครูก็เห็นความสำคัญในเรื่องดังกล่าวทำให้เนื้อหาที่มีความหลากหลายและสอดแทรกอยู่ในหลายวิชาของหลักสูตร เช่น คณิตศาสตร์ประยุกต์และในหมวดวิชาบังคับที่สอนเกี่ยวกับวิชาฟิสิกส์เป็นต้น

คำอธิบายรายวิชาในหลักสูตรสร้างคุณมัธยม

ลิมิตและความต่อเนื่องของฟังก์ชัน อนุพันธ์ อนุพันธ์ที่ละส่วน และอินทิเกรต

หลักสูตรกรมสร้างคุณมัธยมระดับปริญญาตรีระบบ 12+4 กำหนดโครงสร้างหลักสูตรรายวิชา แสดงข้อมูลดังตาราง 2 ต่อไปนี้

ตาราง 2 โครงสร้างหลักสูตรรายวิชา

หลักสูตรสร้างคุณมัธยม ระบบ 4+12	
ชื่อวิชา แคลคูลัส 1	
รหัสวิชา : 0901108	
ระบบ – ภาคเรียน	ระบบ 4 ปี ภาคเรียน 1 ปี 1
จำนวนชั่วโมง	32 ชั่วโมงบรรยาย 32 ชั่วโมงฝึกหัด และ 48 ชั่วโมงการบ้าน
จำนวนหน่วยกิต	4(2-2-3)
จุดประสงค์	เมื่อจบรายวิชานี้ นักศึกษาสามารถ: <ol style="list-style-type: none"> อธิบายและมีมโนทัศน์เกี่ยวกับความรู้เรื่องฟังก์ชัน 1 ตัวแปรและ 2 ตัวแปร วิเคราะห์และเชื่อมโยงความรู้ระหว่าง ลิมิต ความต่อเนื่องของฟังก์ชัน อนุพันธ์ อินทิเกรต และการประยุกต์ ขยายความรู้ในรายวิชาสมการเชิงอนุพันธ์ แคลคูลัส 2 รวมถึงความรู้วิทยาศาสตร์พื้นฐานอื่น ๆ ใช้เป็นพื้นฐานและเอกสารอ้างอิงในการสร้างแผนการเรียนการสอนเกี่ยวกับวิชาแคลคูลัสในชั้นมัธยม
เนื้อหา	ลิมิต ความต่อเนื่องของฟังก์ชัน อนุพันธ์ ปริพันธ์ และการประยุกต์
วิธีการสอน	วิชานี้ประกอบด้วย 2 ชั่วโมง บรรยายและ 2 ชั่วโมงฝึกหัดต่อ 1 สัปดาห์ นอกจากนี้ยังต้องมีการบ้านที่มีสัดส่วน 3 ชั่วโมงต่อสัปดาห์เพื่อให้ นักเรียนสามารถพัฒนาความรู้ด้วยตนเอง ครูสามารถปรับปรุง หรือวางแนวทางการประเมินผลการเรียนเป็นระยะตามความเหมาะสมในตลอด 16 สัปดาห์แล้วนำข้อมูลการประเมินการเรียนการสอนนั้นไปประกอบ

ตาราง 2 (ต่อ)

หลักสูตรสร้างคุณมัธยม ระบบ 12+4 ชื่อวิชา แคลคูลัส 1 รหัสวิชา : 0901108	
วิธีการสอน	กับผลการสอบจบหน่วยกิตที่ต้องจัดขึ้นหลังจาก 16 สัปดาห์ของการเรียนการสอน
แผนการสอน สัปดาห์ที่ 1	1. ฟังก์ชัน กราฟ และโดเมน 1.1 ความรู้เบื้องต้นเรื่องฟังก์ชัน 1.2 กราฟของฟังก์ชันประเภทต่าง ๆ 1.3 โดเมน 2. ลิมิตและความต่อเนื่อง 2.1 ความรู้เบื้องต้นเรื่องลิมิต 2.2 ลิมิตฟังก์ชัน 2.3 ลิมิตอนันต์
แผนการสอน สัปดาห์ที่ 2	2.4 หลักการคำนวณลิมิต 2.5 ลิมิตของฟังก์ชันตรีโกณมิติ 2.6 ลิมิตไม่ตรงแบบ 2.7 ความต่อเนื่องฟังก์ชัน
แผนการสอน สัปดาห์ที่ 3	3. อนุพันธ์ 3.1 อนุพันธ์ 3.2 เทคนิคการคำนวณอนุพันธ์ 3.3 อนุพันธ์ชั้นสูง 3.4 อนุพันธ์และอัตราการเปลี่ยนแปลง 3.5 ความเร็วและอัตราเร็ว
แผนการสอน สัปดาห์ที่ 4	3.6 ต้นทุนเพิ่ม, ความยืดหยุ่นของราคาและรายได้เพิ่ม 3.7 หลักการลูกโซ่ 3.8 อนุพันธ์ของฟังก์ชันตรีโกณมิติ 3.9 อนุพันธ์ของฟังก์ชันอินเวอร์ส

ตาราง 2 (ต่อ)

หลักสูตรสร้างक्रमมัธยม ระบบ 12+4 ชื่อวิชา แคลคูลัส 1 รหัสวิชา : 0901108	
แผนการสอน สัปดาห์ที่ 5	4. การประยุกต์ 4.1 ฟังก์ชันเพิ่มและฟังก์ชันลด 4.2 ค่าสูงสุดสัมพัทธ์และค่าต่ำสุดสัมพัทธ์ 4.3 การหาค่าสูงสุดสัมบูรณ์ และต่ำสุดสัมบูรณ์ 4.4 การแสดงกราฟ 4.5 ปัญหาต่าง ๆ เกี่ยวกับอนุพันธ์
แผนการสอน สัปดาห์ที่ 6	5. ปริยานุพันธ์ และอินทิกรัลไม่จำกัดเขต 5.1 ปริยานุพันธ์ 5.2 อินทิกรัลไม่จำกัดเขต
แผนการสอน สัปดาห์ที่ 7	5.3 หลักการคำนวณอินทิกรัลไม่จำกัดเขต 5.4 อินทิกรัลไม่จำกัดเขตของฟังก์ชันตรีโกณมิติ
แผนการสอน สัปดาห์ที่ 8	6. การประยุกต์อินทิกรัลไม่จำกัดเขต 6.1 พื้นที่ 6.2 ปริมาตร 6.3 ความเร็วและระยะทาง 6.4 กลศาสตร์
แผนการสอน สัปดาห์ที่ 9	7. เทคนิคการคำนวณอินทิกรัลไม่จำกัดเขต 7.1 ทบทวน 7.2 การหาอินทิกรัลไม่จำกัดเขตโดยแยกส่วน 7.3 การหาอินทิกรัลไม่จำกัดเขตโดยใช้เศษส่วนย่อย
แผนการสอน สัปดาห์ที่ 10	7.4 การหาอินทิกรัลไม่จำกัดเขตกำลังฟังก์ชันตรีโกณมิติ 7.5 การหาอินทิกรัลไม่จำกัดเขตในรูปแบบ $\sqrt{a^2 \pm x^2}$ และ $\sqrt{x^2 \pm a^2}$

ตาราง 2 (ต่อ)

หลักสูตรสร้างครุมัธยม ระบบ 12+4	
ชื่อวิชา แคลคูลัส 1	
รหัสวิชา : 0901108	
แผนการสอน	8. ฟังก์ชันเวกเตอร์ (Vector Functions)
สัปดาห์ที่ 11	8.1 ฟังก์ชันเวกเตอร์และเส้นโค้ง 3 มิติ
	8.2 (calculus of vector-valued Function)
แผนการสอน	8.3 เวกเตอร์สัมผัสและเวกเตอร์ปกติ
สัปดาห์ที่ 12	8.4 ความโค้ง (Curvature) การเคลื่อนที่ตามเส้นโค้ง
แผนการสอน	9. ฟังก์ชันหลายตัวแปร
สัปดาห์ที่ 13	9.1 ฟังก์ชันหลายตัวแปร
	9.2 ลิมิตและความต่อเนื่อง
แผนการสอน	9.3 อนุพันธ์ที่ละส่วน
สัปดาห์ที่ 14	9.4 กฎลูกโซ่
แผนการสอน	9.5 อนุพันธ์ที่ละส่วนขั้นสูง
สัปดาห์ที่ 15	9.6 อนุพันธ์ที่ละส่วนแบบนามธรรม
แผนการสอน	9.7 ผลต่างรวม (Tots Differentials)
สัปดาห์ที่ 16	9.8 อนุพันธ์มีทิศและกราเดียนท์ (Gradient)
การประเมินผล	เข้าห้องเรียน 10%
	นักศึกษามีส่วนร่วม การบ้าน 30%
	สอบกลางภาค 20%
	สอบท้ายภาค 40%

ที่มา: (กระทรวงศึกษาธิการและกีฬา, 2015)

สรุปได้ว่า การจัดการเรียนการสอน เรื่อง อินทิกรัลไม่จำกัดเขตของนักศึกษาในหลักสูตรของกรมสร้างครุมัธยม ใช้เวลาการจัดการเรียนการสอน จำนวน 64 ชั่วโมง และแบ่งเนื้อหาออกเป็นส่วนย่อย ได้แก่ ปฏิยานุพันธ์ และอินทิกรัลไม่จำกัดเขต การประยุกต์อินทิกรัลไม่

จำกัดเขต การหาอินทิกรัลไม่จำกัดเขตโดยแยกส่วน การหาอินทิกรัลไม่จำกัดเขตโดยใช้เศษส่วนย่อย การหาอินทิกรัลไม่จำกัดเขตกำลังฟังก์ชันตรีโกณมิติ และการหาอินทิกรัลไม่จำกัดเขตในรูปแบบ $\sqrt{a^2 \pm x^2}$ และ $\sqrt{x^2 \pm a^2}$ ซึ่งผู้วิจัยนำมาวิเคราะห์ให้สอดคล้องกับบริบทของนักศึกษาเพื่อเป็นกรอบในการทำเครื่องมือในการวิจัยครั้งนี้

1.3 หลักสูตรมัธยมตอนปลาย

หลักสูตรขั้นมัธยมศึกษาตอนปลายพัฒนาขึ้นเพื่อตอบสนองตามจุดมุ่งหมายของแผนยุทธศาสตร์ปฏิรูประบบการศึกษาแห่งชาติ (ค.ศ. 2006 - 2015) เพื่อรองรับความต้องการในการพัฒนาเศรษฐกิจและสังคมของชาติ

จุดประสงค์ของหลักสูตร

การเรียนคณิตศาสตร์ในชั้นมัธยมศึกษาตอนปลายมุ่งเน้นเพื่อให้นักเรียนได้ขยายความรู้ ความเข้าใจและทักษะพื้นฐานทางคณิตศาสตร์ที่ได้เรียนมาในชั้นมัธยมศึกษาตอนต้นพัฒนาและนำใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์มาประยุกต์ใช้ในชีวิตประจำวัน หรือใช้การเรียนวิชาอื่นๆ และสามารถต่อยอดความรู้ในระดับที่สูงขึ้น หรือในวิชาชีพภายในและต่างประเทศ

การเรียนคณิตศาสตร์ในชั้นมัธยมศึกษาตอนปลายมุ่งเน้นให้นักเรียนได้พัฒนาด้านความรู้ด้านทักษะ ด้านทัศนคติ และค่านิยม โดยมีรายละเอียดดังต่อไปนี้

ด้านความรู้ เพื่อให้นักเรียน:

- 1) เข้าใจเกี่ยวกับวิธีการพื้นฐานทางคณิตศาสตร์ เช่น พีชคณิต เรขาคณิต แคลคูลัส คณิตตรรกศาสตร์ และสถิติพื้นฐาน
- 2) เข้าใจสัญลักษณ์พื้นฐานทางคณิตศาสตร์และการประยุกต์ใช้
- 3) มีความคิดสร้างสรรค์ และแก้ปัญหาอย่างมีเหตุผล

ด้านทักษะ เพื่อให้นักเรียนสามารถ:

- 1) คำนวณฟังก์ชันพื้นฐาน เซต การนับ อนุกรม และเมทริกซ์
- 2) การสร้างกราฟของฟังก์ชันพื้นฐาน
- 3) การคำนวณสมการ ระบบสมการ อสมการ ระบบอสมการ ของฟังก์ชันพีชคณิตและฟังก์ชันตรีโกณมิติ
- 4) ศึกษาการเปลี่ยนแปลงของฟังก์ชันพหุนาม ฟังก์ชันลอการิทึม ฟังก์ชันเลขชี้กำลัง ฟังก์ชันตรีโกณมิติ และฟังก์ชันไฮเพอร์โบลิก
- 5) หาพื้นที่ใต้กราฟและปริมาตรในเรขาคณิต 2 มิติ และ 3 มิติ
- 6) แก้ปัญหาทางสถิติ
- 7) นำใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์เพื่อเข้าใจปัญหาทางวิทยาศาสตร์

8) ประยุกต์ใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์เพื่อการคำนวณโจทย์และปัญหาในชีวิตประจำวัน

ด้านทัศนคติและค่านิยม เพื่อให้นักเรียน:

- 1) มีความสนใจ มีทัศนคติที่ดีในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่มีลักษณะท้าทายสติปัญญาและเข้าใจคุณค่าของคณิตศาสตร์
- 2) มีความเชื่อมั่นตนเองและรับฟังความคิดเห็นคนอื่นอย่างมีเหตุผล
- 3) มีวิธีการแก้ปัญหาอย่างมีระบบ มีความอดทน มีเหตุผล มีความคิดสร้างสรรค์

4) มีความต้องการที่จะพัฒนาตนเอง

หลักสูตรชั้นมัธยมศึกษาตอนปลายพัฒนาขึ้นเพื่อตอบสนองตามจุดมุ่งหมายของแผนยุทธศาสตร์ปฏิรูประบบการศึกษาแห่งชาติ (ค.ศ.2006 - 2015) และการพัฒนาเศรษฐกิจและสังคมของชาติ โดยมีเนื้อที่เกี่ยวกับวิชาแคลคูลัส แสดงข้อมูลดังตาราง 3 ดังนี้

ตาราง 3 เนื้อหาเรื่อง อินทิกรัลไม่จำกัดเขตในหลักสูตรชั้นมัธยมศึกษาตอนปลาย

ชั้นปี	เนื้อหา	เนื้อหาย่อย
มัธยมศึกษาปีที่ 5	ปฏิยานุพันธ์ และ อินทิกรัลไม่จำกัดเขต	การคำนวณอินทิกรัลไม่จำกัดเขตของฟังก์ชันมาตรฐาน ซึ่งตัวชี้กำลังไม่เท่ากับ -1
มัธยมศึกษาปีที่ 6	อินทิกรัลไม่จำกัดเขต	1 การคำนวณอินทิกรัลไม่จำกัดเขตของฟังก์ชันเลขชี้กำลัง 2 การคำนวณการอินทิเกรตที่ให้ผลลัพธ์ในรูปของลอการิทึม .3เทคนิคการคำนวณอินทิเกรต <ul style="list-style-type: none"> - การอินทิเกรตโดยการแทนค่า - การอินทิเกรตโดยการแยกทีละส่วน - การอินทิเกรตโดยการแยกเป็นเศษส่วนย่อย

ตาราง 3 (ต่อ)

ชั้นปี	เนื้อหา	เนื้อหาย่อย
มัธยมศึกษาปีที่ 7	อินทิกรัลไม่จำกัดเขต	1 การคำนวณอินทิกรัลไม่จำกัดเขตอินทิกรัลไม่จำกัดเขตของฟังก์ชันตรีโกณมิติ 2 การคำนวณอินทิกรัลไม่จำกัดเขตของฟังก์ชันไฮเพอร์โบลิก

ที่มา: (หลักสูตรชั้นมัธยมศึกษาตอนปลาย 2011)

สรุปได้ว่า การจัดการเรียนการสอน เรื่อง อินทิกรัลไม่จำกัดเขตของนักเรียนในชั้นมัธยมศึกษาตอนปลาย แบ่งเนื้อหาออกเป็นส่วย่อย ตามแต่ละชั้นปี ดังนี้ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 เรียนเกี่ยวกับปริยานุพันธ์และอินทิกรัลไม่จำกัดเขต เรื่อง การคำนวณอินทิกรัลไม่จำกัดเขตของฟังก์ชันมาตรฐาน ซึ่งตัวชี้กำลังไม่เท่ากับ -1 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 เรียนเกี่ยวกับการคำนวณอินทิกรัลไม่จำกัดเขตและเทคนิคการคำนวณอินทิเกรต และชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 7 เรียนเกี่ยวกับการคำนวณอินทิกรัลไม่จำกัดเขต อินทิกรัลไม่จำกัดเขตของฟังก์ชันตรีโกณมิติ และการคำนวณอินทิกรัลไม่จำกัดเขตของฟังก์ชันไฮเพอร์โบลิก ซึ่งเนื้อหาที่ผู้วิจัยนำมาเป็นกรอบในการทำเครื่องมือในการวิจัยครั้งนี้อยู่ในชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 และชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6

2. เอกสารที่เกี่ยวข้องกับมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางคณิตศาสตร์

2.1 ความหมายของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางคณิตศาสตร์

มีนักการศึกษาหลายท่านได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางคณิตศาสตร์ (Mathematical misconceptions) ไว้ดังนี้

เซลเดนและเซลเดน (Selden และ Selden, 1987, 28-29) กล่าวว่า มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางคณิตศาสตร์ เป็นความผิดหรือข้อผิดพลาดเนื่องจากคำว่า "ผิด" อย่างไรก็ตาม ความหมายแฝงไม่เคยแสดงถึงข้อผิดพลาดจากมุมมองของเด็ก มันเป็นความคิดที่สมเหตุสมผลและมีศักยภาพโดยอาศัยประสบการณ์ของพวกเขาในบริบทที่แตกต่างกันหรือในชีวิตประจำวันของพวกเขา เมื่อความคิดของเด็ก ๆ ขัดแย้งกับความหมายที่ยอมรับได้ในคณิตศาสตร์

ฟิชไบน์และชไนซ์ (Fischbein และ Schnarch, 1997, 97) กล่าวว่า มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางคณิตศาสตร์ เกิดจากการใช้สูตร กฎ บทนิยาม ทฤษฎี ไม่ถูกต้อง สรุปเกินหรือ

น้อยกว่าความเป็นจริง การแปลความคิดทางคณิตศาสตร์ที่ไม่ถูกต้องหรือความคิดของนักศึกษา
เข้าใจไม่ชัดเจน

เวชฎุทธิ อังกนะภัทรขจร (2557, น. 96) กล่าวว่า มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทาง
คณิตศาสตร์ เป็นความคิดที่แตกต่างไปจากความเป็นจริง อาจได้มาจากประสบการณ์ที่ไม่ถูกต้อง
ไม่ชัดเจน ของแต่ละบุคคล

อัมพร ม้าคนอง (2557, น. 98) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน
ทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า เป็นความคิดความเข้าใจที่คลาดเคลื่อนไปจากสิ่งที่ถูกต้องหรือเป็นจริง
ในทางคณิตศาสตร์ มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเกิดขึ้นจากสาเหตุหลายประการ ทั้งสาเหตุจากการ
ละเอียดเงื่อนไขของทฤษฎีบท กฎ สูตร หรือบทนิยามทางคณิตศาสตร์และสาเหตุอื่น ๆ ที่มีผลต่อ
ความคลาดเคลื่อนในการทำความเข้าใจคณิตศาสตร์ เช่น ความคลาดเคลื่อนที่เข้าใจว่า $\sin 5\alpha$
เท่ากับ $5\sin \alpha$ นั้นอาจเกิดจากความเข้าใจความหมายที่แท้จริงเกี่ยวกับโดเมนและเรนจ์
ของฟังก์ชัน ความคลาดเคลื่อนที่เข้าใจว่า $0^0 = 1$ อาจเกิดจากการใช้ $a^0 = 1$ โดยละเอียดเงื่อนไข $a \neq 0$

พรธิดา สุขกรม (2015, น. 20) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทาง
คณิตศาสตร์ไว้ว่า เป็นความคิดหรือความเข้าใจที่ผิดไปจากความเป็นจริงอย่างเป็นระบบ และเป็น
การเรียนรู้ที่สร้างขึ้นจากพื้นฐานความรู้ก่อนหน้าที่ไม่ถูกต้องสมบูรณ์ ซึ่งอาจเกิดจากการรับรู้ จาก
ประสบการณ์ที่ไม่ถูกต้อง หรือถูกต้องไม่หมด ไม่ชัดเจนของแต่ละบุคคล

ทองคำ นาสมตรีก (2555, น. 29) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทาง
คณิตศาสตร์ไว้ว่า เป็นความเชื่อ แนวคิด หรือความรู้ที่แตกต่างไปจากข้อตกลงที่เป็นที่ยอมรับ
โดยทั่วไป อันเป็นผลมาจากการได้รับความรู้ที่ไม่ถูกต้อง หรือไม่สมบูรณ์ คลุมเครือ หรือเกิดจาก
แปรความ สัญลักษณ์ สูตร กฎ ทฤษฎีที่แตกต่างไปจากข้อตกลงที่เป็นที่ยอมรับโดยทั่วไป
ความคลาดเคลื่อนเกี่ยวกับความรู้เชิงมโนทัศน์อาจเกิดขึ้นก่อนหรือระหว่างการเรียนรู้

จากนักการศึกษาหลายท่านที่ให้ความหมายมาในข้างต้นสามารถสรุปได้ว่า
มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน (Misconceptions) ทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความคิดหรือความเข้าใจที่
คลาดเคลื่อนไปจากสิ่งที่ถูกต้องหรือความเป็นจริงในทางคณิตศาสตร์ อันเป็นมาจากการรับรู้ที่ไม่
ถูกต้อง ไม่สมบูรณ์หรือไม่ชัดเจนของแต่ละบุคคล

2.2 การจำแนกมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางคณิตศาสตร์

มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางคณิตศาสตร์ จำแนกได้หลายด้านตามเกณฑ์ที่ใช้ในการพิจารณาเพื่อช่วยให้บรรลุจุดประสงค์โดย มีหลายนักการศึกษาหลายท่านได้จำแนกมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางคณิตศาสตร์ดังนี้

เซียง แอง เกียด (Kiat. Seah, 2005) และ หุน ลี ลี และคณะ (Voon li li and other, 2017) ได้วิเคราะห์และจำแนกมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางคณิตศาสตร์เกี่ยวกับเรื่องการอินทิเกรตไว้ 3 ลักษณะดังนี้

1) ความคลาดเคลื่อนเชิงมโนทัศน์ (Conceptual Error) เป็นลักษณะความคลาดเคลื่อนที่เกิดจากการอินทิเกรตซึ่งเป็น 3 ลักษณะย่อยดังรายละเอียดต่อไปนี้

1.1 ความคลาดเคลื่อนเกี่ยวกับการใช้ตัวแปรในการอินทิเกรต เป็นลักษณะความคลาดเคลื่อนที่เกิดจากการจัดรูปโจทย์เพื่ออินทิเกรตแล้วปรากฏว่ามีตัวแปร 2 ตัวแต่ไม่ได้เปลี่ยนตัวแปรหนึ่งให้อยู่ในรูปแบบของอีกตัวแปรหนึ่งที่กำหนด ทำให้ไม่สามารถอินทิเกรตได้

1.2 ความคลาดเคลื่อนเกี่ยวกับการกำหนดตัวแปร u ในการอินทิเกรต เป็นลักษณะความคลาดเคลื่อนที่เกิดจากการกำหนดตัวแปร u ไม่เหมาะสมหรือการกำหนดตัวแปร u ไม่ถูกต้องแล้วทำให้ไม่สามารถอินทิเกรตได้หรืออินทิเกรตไม่ถูกต้อง

1.3 ความคลาดเคลื่อนเกี่ยวกับการใช้สูตรหรือสมบัติในการอินทิเกรต เป็นลักษณะความคลาดเคลื่อนการใช้สูตรหรือสมบัติของการอินทิเกรตที่ไม่ถูกต้อง

2) ความคลาดเคลื่อนเชิงกระบวนการ (Procedural Error) เป็นลักษณะความคลาดเคลื่อนที่เกิดจากการอินทิเกรตซึ่งแบ่งเป็น 2 ลักษณะย่อยดังรายละเอียดต่อไปนี้

2.1 ความคลาดเคลื่อนเกี่ยวกับขั้นตอนวิธีหรือการดำเนินการให้สมบูรณ์ ในการอินทิเกรตเป็นลักษณะความคลาดเคลื่อนที่เกิดจากการไม่กำหนดตัวแปรในการอินทิเกรต

2.2 ความคลาดเคลื่อนเกี่ยวกับค่าสัมประสิทธิ์หรือการบวกค่าคงที่ C เป็นลักษณะความคลาดเคลื่อนที่เกิดจากการไม่ได้เขียนสัมประสิทธิ์หรือไม่ได้บวกด้วยค่าคงที่ C เมื่อสิ้นสุดการอินทิเกรต

3) ความคลาดเคลื่อนเชิงเทคนิค (Technical Error) เป็นลักษณะความคลาดเคลื่อนที่เกิดจากการใช้ความรู้พื้นฐานต่างๆ ทางคณิตศาสตร์ ในการดำเนินการอินทิเกรต ได้แก่ การใช้สมบัติเกี่ยวกับเลขยกกำลังไม่ถูกต้อง การใช้สมบัติทางพีชคณิตไม่ถูกต้อง รวมถึงการดำเนินการที่เกี่ยวข้องกับการบวก การลบ การคูณ และการหารที่ไม่ถูกต้อง

แกรเบอร์ แอนนาและคณะ (Graeber, Tirosh, และ Glover, 1989) ได้วิเคราะห์และจำแนกนิทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางคณิตศาสตร์ไว้ 4 ด้าน ดังนี้

1) การอ้างอิงเกินขอบเขตหรือเงื่อนไข (Overgeneralizations) เป็นการนำทฤษฎีบท กฎ สูตร หรือนิยามไปใช้ในกรณีอื่นทั่วไป ซึ่งเกินกว่าขอบเขตหรือเงื่อนไขที่ได้ระบุไว้

2) ความเข้าใจที่บกพร่องเกี่ยวกับข้อเท็จจริงทางคณิตศาสตร์ (Defective understanding about mathematics truths) เป็นความเข้าใจที่มีพื้นฐานมาจากสัญชาตญาณเพียงอย่างเดียวหรือจากการให้เหตุผลที่ผิด

3) การตีความผิด (Mistranslations) เป็นการแปลความหมายหรือสื่อความหมายของข้อมูลไม่ถูกต้องตามความเป็นจริง

4) การมีนิทัศน์ที่จำกัด (Limited conceptions) เป็นการมีนิทัศน์เพียงบางส่วนซึ่งไม่เพียงพอต่อการนำไปใช้ได้ถูกต้อง

ลอร์เรนและแม็กคอย (Schnepper และ McCoy, 2013, 1-7) ได้วิเคราะห์และจำแนกนิทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางคณิตศาสตร์ไว้ 5 ลักษณะ ดังนี้

1) ขาดการตรวจสอบคำตอบ มีคำตอบแล้วแต่คำตอบนั้นไม่สมบูรณ์หรือข้อสรุปทั้งหมดไม่ครบถ้วนตามที่คำถามต้องการ

2) ใช้ข้อมูลที่ผิด ทำข้อสรุปจากข้อมูลที่รวมอยู่ในรายการมีลักษณะที่ไม่เหมาะสมแต่หลักฐานของกระบวนการทำถูกต้องชัดเจน

3) ข้อผิดพลาดทางเทคนิคการคำนวณ ข้อผิดพลาดในการจัดการสัญลักษณ์พีชคณิตเบื้องต้น ประมาทหรือข้อผิดพลาดในการใช้กระบวนการและทักษะที่เคยทำก่อนหน้าหรือขาดความระมัดระวัง

4) การตีความผิด ทำผิดพลาดในการทำตามขั้นตอนหรือใช้ทักษะที่เคยใช้มาก่อนหน้าในรายวิชาเดียวกัน

5) การบิดเบือน กฎ ทฤษฎี หลักการ บทนิยามและสมบัติ เปลี่ยนแปลงนิยาม กฎ ทฤษฎี หลักการ บทนิยามและสมบัติที่เกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหา

เวซฤทธิ อังกนะภัทรขจร (2546, น. 6) ได้จำแนกลักษณะของการเกิดนิทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางคณิตศาสตร์ไว้ทั้งหมด 4 ด้าน ดังต่อไปนี้

1) ด้านการตีความจากเจตย์หมายถึงความคลาดเคลื่อนที่เกิดจากเปลี่ยนประโยคภาษาเป็นประโยคสัญลักษณ์ไม่ถูกต้อง นำข้อมูลที่ผิดหรือเจตย์ไม่กำหนดมาใช้ในการคำนวณ ไม่ใช้ข้อมูลที่เจตย์กำหนด เขียนหรือแปลความหมายของสิ่งที่เจตย์กำหนดให้ หรือสิ่งที่

โจทย์ให้หาไม่ครบ เกิน ไม่ชัดเจนหรือผิดพลาด กำหนดตัวแปรแทนสิ่งที่โจทย์กำหนดให้หรือสิ่งที่โจทย์ให้หาผิด ไม่เข้าใจความหมายของตัวแปรที่โจทย์กำหนด หรือ นำข้อมูลที่โจทย์กำหนดให้มาใช้ผิด

2) ด้านการใช้ทฤษฎีบท สูตร กฎ บทนิยาม และสมบัติหมายถึง ความคลาดเคลื่อนที่เกิดจากการจำทฤษฎีบท สูตร กฎ บทนิยาม และสมบัติผิด ขาดความรู้พื้นฐานเกี่ยวกับทฤษฎีบท สูตร กฎ บทนิยาม และสมบัติ หรือไม่สามารถประยุกต์ใช้ทฤษฎีบท สูตร กฎ บทนิยาม และสมบัติ

3) ด้านการคิดคำนวณ หมายถึง ความคลาดเคลื่อนที่เกิดจากขาดความเข้าใจในหลักเลขคณิตเบื้องต้น ขาดความเข้าใจในพีชคณิตคือไม่สามารถแก้สมการหรือแยกตัวประกอบได้หรือขาดความระมัดระวัง

4) ด้านการตรวจสอบการแก้ปัญหา หมายถึง ความคลาดเคลื่อนที่เกิดจากการไม่หาคำตอบตามที่โจทย์ต้องการหรือไม่เสร็จ สรุปคำตอบจากโจทย์ไม่ถูกต้อง ไม่ครบทุกกรณี ไม่สรุปคำตอบให้เป็นผลสำเร็จตามหลักคณิตศาสตร์ หรือแสดงวิธีการตรวจคำตอบไม่ครบ ไม่ชัดเจน ผิดพลาด

สำหรับการวิจัยในครั้งนี้ผู้วิจัยได้จำแนกลักษณะมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางคณิตศาสตร์ เรื่อง อินทิกรัลไม่จำกัดเขต ตามแนวคิดของ แองเกียตเซียง และหวนลี่และคณะ เพื่อใช้เป็นกรอบแนวคิดวิเคราะห์เกี่ยวกับมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน

2.3 สาเหตุของการเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางคณิตศาสตร์

มีนักการศึกษาหลายท่านพยายามศึกษาและวิเคราะห์ถึงสาเหตุของเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางคณิตศาสตร์ดังนี้

ฮัลลูนและเฮสเทนส์ (Halloun และ Hestenes, 1985, 71) ได้เสนอความเห็นเกี่ยวกับสาเหตุที่ทำให้นักเรียนเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในทางปรัชญาว่าในบางครั้งการแปลความหมายเกี่ยวกับปรากฏการณ์ทางธรรมชาติตามความเชื่อของนักปรัชญาในอดีต ก็เป็นผลให้นักเรียนเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในเรื่องนั้น ๆ ได้ เช่น อริสโตเติล เชื่อว่าดินคืออาหารของพืช เป็นต้น

แดเนี่ยล กิลและจามส์ คาร์รัลโกซ่า (Gil-Perez และ Carrascosa, 1990, 533) ได้สรุปไว้ว่า สาเหตุส่วนมากที่เกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน มีที่มาจากความรู้ที่ไม่สมบูรณ์หรือไม่ชัดเจนของครู ทำให้การจัดการเรียนการสอนและส่งผ่านความรู้ของครูสู่นักเรียนไม่สมบูรณ์หรือไม่ครบถ้วนตามความเป็นจริง

ออสบอร์นและเฟรเบิร์ก (Osborne และ Freyberg, 1985, 38) ได้ให้ความเห็นว่า มโนทัศน์ที่เกิดขึ้นจริงในตัวนักเรียนจะแตกต่างจากมโนทัศน์ที่ครูต้องการให้นักเรียนมีเป็นเหตุให้นักเรียนมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน ซึ่งมีมโนทัศน์ที่นักเรียนมักจะเข้าใจคลาดเคลื่อนจากที่ครูต้องการได้แก่

- 1) มโนทัศน์ที่ได้จากตำราเรียน
- 2) มโนทัศน์ที่เกิดจากการแก้ปัญหาทางวิทยาศาสตร์
- 3) มโนทัศน์ที่เกิดจากการทำกิจกรรม
- 4) มโนทัศน์ที่ได้จากการสรุปความรู้ต่าง ๆ

ไพน์สและเวสต์ (Pines และ West, 1986, 47-48) ได้แบ่งสาเหตุของการเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนตามสถานการณ์การเรียนรู้ที่แตกต่างกัน 3 ลักษณะ ดังนี้

- 1) มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเกิดจากสถานการณ์ที่ขัดแย้งกัน
- 2) มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเกิดจากสถานการณ์ที่สอดคล้องกัน
- 3) มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเกิดจากสถานการณ์ที่ให้ความรู้โดยใช้สัญลักษณ์

นพพล นนทภา (2557, น. 29) ได้กล่าวถึง สาเหตุของการเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเกิดจากคำอธิบายของผู้ใหญ่ที่ขาดความเข้าใจ ความเชื่อของนักปรัชญา จากตำราเรียน จากการทำกิจกรรม ความไม่พร้อมทางวุฒิภาวะและพัฒนาการทางสติปัญญา วิธีการสอนของครูเกิดจากประสบการณ์ในโรงเรียนกับประสบการณ์ในชีวิตจริงที่ขัดแย้งกัน การแก้ปัญหาการแปลความหมายจากความเข้าใจผิดของนักเรียน

ไข่มุก เลื่องสุนทร (2552, น. 38) ได้กล่าวถึง สาเหตุที่ทำให้เกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนว่า อาจเนื่องมาจากสาเหตุหลาย ๆ ประการ อาทิ คำอธิบายของผู้ใหญ่หรือครูที่มีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน หรือยังไม่เข้าใจมโนทัศน์นั้น ๆ ดีพอหรือเกิดจากตำราเรียนที่นำเสนอข้อมูลไม่ชัดเจน ทำให้นักเรียนบางส่วนคิด ตีความหมายขึ้นมาเอง แล้วสร้างภาพมโนทัศน์ขึ้นมาให้สอดคล้องกับตำราที่อ่านในภาษา หรือคำศัพท์ของตนเองซึ่งอาจบิดเบือนไปจากความเป็นจริง นอกจากนี้ อาจเป็นเพราะระดับสติปัญญาของนักเรียนที่ยังไม่เพียงพอต่อการรับรู้มโนทัศน์ที่ยากเกินความสามารถได้ เป็นต้น เหล่านี้ล้วนเป็นสาเหตุที่ทำให้เกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนขึ้นได้ทั้งสิ้น

จากนักการศึกษาหลายท่านที่กล่าวถึงสาเหตุของการเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนมาในข้างต้นจึงสามารถกล่าวได้ว่า มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนมีสาเหตุมาจากบุคคลที่มีความเข้าใจในบางเรื่องที่ผิดแล้วถ่ายทอด สั่งสอนสืบต่อกันมาหรือเกิดจากประสบการณ์ที่มีความเข้าใจในการแปลความหมายที่ผิดไปจากความเป็นจริง

2.4 งานวิจัยเกี่ยวกับมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางคณิตศาสตร์

ในปัจจุบันมีงานวิจัยเกี่ยวกับมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางคณิตศาสตร์หลายงานทั้งในประเทศไทยและต่างประเทศ ซึ่งมีนักการศึกษาหลายท่านที่ได้ทำวิจัยในลักษณะที่แตกต่างกันไปด้วย

2.4.1 งานวิจัยภายในประเทศ

อภิชัย ลิ้มสุวิชาโน (2018, น. 1233) ได้ศึกษามโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ลิมิตและอนุพันธ์ของฟังก์ชันของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 โรงเรียนสตรีศรีสุริโยทัย โดยข้อมูลได้มาจากการทำแบบทดสอบวินิจฉัยมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน เรื่อง ลิมิตและอนุพันธ์ของฟังก์ชัน ของนักเรียนจำนวน 122 แล้วพิจารณาเลือกนักเรียนมาสัมภาษณ์ 10 คน เพื่อบันทึกเหตุผลของการมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางคณิตศาสตร์ โดยจำแนกการวิเคราะห์มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางคณิตศาสตร์เป็น 5 ประเภทคือ 1) บทนิยาม 2) การตีความ 3) การให้เหตุผล 4) การใช้สูตรและสัญลักษณ์ 5) อื่นๆ ซึ่งผลการวิจัยพบว่า นักเรียนมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางคณิตศาสตร์เกี่ยวกับบทนิยาม เรื่อง ลิมิตของฟังก์ชัน ร้อยละ 71.12 และอนุพันธ์ของฟังก์ชันร้อยละ 35.65 และจากการสัมภาษณ์นักเรียน พบว่านักเรียนมีความรู้ที่ไม่ถูกต้อง หรือมีมโนทัศน์ถูกต้องเพียงบางส่วน อาจเกิดจากการทำแบบฝึกหัดในชั้นเรียนที่เน้นความรู้เชิงกระบวนการ และการคำนวณทางคณิตศาสตร์ จนกระทั่งนักเรียนเกิดเป็นความเคยชินแล้วคิดว่าเป็นมโนทัศน์ที่ถูกต้อง

ศิวารักษ์ พรหมรักษา (2018, น. บทคัดย่อ) ได้ศึกษามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักศึกษาวิชาเอกคณิตศาสตร์ คณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี มหาวิทยาลัยราชภัฏเลย กลุ่มเป้าหมายเป็นนักศึกษาชั้นปีที่ 1 – 4 วิชาเอกคณิตศาสตร์ ปีการศึกษา 2559 คณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี มหาวิทยาลัยราชภัฏเลย จำนวน 100 คน เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยเป็นแบบทดสอบคณิตศาสตร์ จำนวน 100 ข้อ ประกอบด้วย สาระที่ 1 จำนวนและการดำเนินการ สาระที่ 2 การวัด สาระที่ 3 เรขาคณิต สาระที่ 4 พีชคณิต สาระที่ 5 การวิเคราะห์ข้อมูลและความน่าจะเป็น และสาระที่ 6 ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ วิเคราะห์ข้อมูลโดยการหาค่าเฉลี่ย ค่าร้อยละ และวิเคราะห์เนื้อหาโดยใช้กรอบแนวคิดนีโอเพียเจท์ของ Case ซึ่งประกอบด้วยระดับการคิด 4 ระดับ ได้แก่ ระดับที่ 1 Predimensional ระดับที่ 2 Unidimensional ระดับที่ 3 Bidimensional และระดับที่ 4 Integrated bidimensional ผลการวิจัย พบว่า นักศึกษากลุ่มเป้าหมายมีคะแนนเฉลี่ยร้อยละของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เท่ากับ 82.90 และจำแนกตามสาระ ได้แก่ สาระที่ 1 จำนวนและการดำเนินการ สาระที่ 2 การวัด สาระที่ 3 เรขาคณิต สาระที่ 4 พีชคณิต สาระที่ 5 การวิเคราะห์ข้อมูลและความน่าจะเป็น และสาระที่ 6 ทักษะและกระบวนการ

ทางคณิตศาสตร์ มีคะแนนเฉลี่ยร้อยละของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เท่ากับ 82.75 , 84.94 , 79.17 , 81.35 , 86.21 , 77.92 ตามลำดับ นักศึกษากลุ่มเป้าหมายที่ได้เกรดเฉลี่ยต่ำกว่า 3.00 ส่วนใหญ่มีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์อยู่ในระดับที่ 3 Bidimensional ส่วนกลุ่มเป้าหมายที่ได้เกรดเฉลี่ย 3.00 ขึ้นไป ส่วนใหญ่มีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์อยู่ในระดับที่ 2 Unidimensional

ไอริน ชุ่มเมืองเย็น (2018, น. 1035) ได้ศึกษามโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิตของนักศึกษาสาขาวิชาคณิตศาสตร์ คณะครุศาสตร์ มหาวิทยาลัยราชภัฏนครสวรรค์ ประชากรที่ใช้ในการวิจัยเป็นนักศึกษาสาขาวิชาคณิตศาสตร์ชั้นปีที่ 1 – 3 จำนวน 145 คน ซึ่งเข้าร่วมทดสอบจำนวน 139 คน เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยแบบทดสอบสอบมโนทัศน์ทางพีชคณิต จำนวน 20 ข้อ ประกอบด้วยมโนทัศน์พื้นฐานของ เซตคู่อันดับ ฟังก์ชัน สมการ อสมการ เรขาคณิต วิเคราะห์ ตรีโกณมิติ ลำดับและอนุกรม วิเคราะห์ข้อมูลด้วยค่าทางสถิติโดยโปรแกรม MS Excel โดยใช้ ค่าร้อยละ ค่าเฉลี่ย ค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน การทดสอบด้วยการทดสอบ t แบบอิสระจากกัน (Independent t-test) และการวิเคราะห์ความแปรปรวนโดยใช้สถิติ One way ANOVA ผลการวิจัย พบว่า นักศึกษาส่วนใหญ่ที่มีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน (ถูกต้องน้อยกว่าร้อยละ 50) ได้แก่ บทนิยามและสัญลักษณ์ของการเป็นสมาชิกและเซตย่อย ทฤษฎีบทเกี่ยวกับความชันของเส้นตรงที่ขนานกัน บทนิยามวงกลม บทนิยามวงรี บทนิยามไฮเพอร์โบลา บทนิยามพาราโบลา การเขียนสัญลักษณ์ผลคูณคาร์ทีเซียน บทนิยามของไซน์ ทฤษฎีบทโคไซน์ ทฤษฎีบทเกี่ยวกับฟังก์ชันอดิศัย ทฤษฎีบทผลคูณของเมตริกซ์ ทฤษฎีบทของดีเทอร์มิแนนท์ คำตอบของอสมการและค่าเฉลี่ยของคะแนนการทดสอบมโนทัศน์ทางพีชคณิตของนักศึกษาชาย ($M = 8.44, SD = 2.21$) ไม่แตกต่างจากค่าเฉลี่ยคะแนนของนักศึกษาหญิง ($M = 8.07, SD = 2.09$) อย่างมีนัยสำคัญ ($t(137) = 0.94, p > 0.05$) ค่าเฉลี่ยของคะแนนการทดสอบมโนทัศน์ทางพีชคณิตของนักศึกษาชั้นปีที่ 1 ($M = 7.85, SD = 2.14$) นักศึกษาชั้นปีที่ 2 ($M = 7.93, SD = 1.77$) และนักศึกษาชั้นปีที่ 3 ($M = 8.73, SD = 2.33$) ไม่แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญที่ระดับ 0.05

2.4.2 งานวิจัยต่างประเทศ

ชิวอี้หมิง (Chew Yee Ming 2017) ได้ศึกษามโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางคณิตศาสตร์ เรื่อง สมการเชิงอนุพันธ์ของนักศึกษาระดับปริญญาตรี มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีวิทยาเขตมาราปีนัง การวิจัยนี้มีจุดมุ่งหมายเพื่อตรวจสอบรูปแบบของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางคณิตศาสตร์ เรื่อง สมการเชิงอนุพันธ์ กลุ่มตัวอย่างเป็นนักศึกษาระดับปริญญาตรีจำนวน 40 คน ข้อมูลได้มาจากการทำแบบทดสอบปลายภาค ผลการวิจัยพบว่า นักศึกษามีมโนทัศน์ เรื่อง

พีชคณิต แคลคูลัสและฟังก์ชันพื้นฐาน ไม่สมบูรณ์ ข้อมูลนี้เป็นประโยชน์ต่อทั้งอาจารย์และนักศึกษาในการสอนและการเรียนรู้ในอนาคต

เซียง แอง เกียด (Kiat. Seah, 2005) ทำการวิจัยเรื่องการวิเคราะห์ความยากในการแก้ปัญหาเรื่องการอินทิเกรตของนักเรียนระดับมัธยมศึกษา การวิจัยนี้ใช้แบบทดสอบจำนวน 6 ข้อ และทำการสัมภาษณ์นักเรียนที่ถูกเลือกมา ผลการศึกษาพบว่า นักเรียนมีปัญหาเกี่ยวกับคำถามที่เกี่ยวข้องกับอินทิกรัลฟังก์ชันตรีโกณมิติ และการประยุกต์เกี่ยวกับอินทิกรัลเพื่อหาพื้นที่บนระนาบ นักเรียนดูเหมือนจะให้ความสำคัญกับด้านกระบวนการหาอินทิกรัลมากกว่าด้านโมโนทัศน์ โดยภาพรวมนักเรียนขาดความเข้าใจทั้งโมโนทัศน์และกระบวนการหาอินทิกรัล ความคลาดเคลื่อนที่มีจำนวนมากที่สุดที่เกิดขึ้นคือ ความคลาดเคลื่อนทางเทคนิค ซึ่งส่วนใหญ่เกิดจากการที่นักเรียนขาดความรู้ทางคณิตศาสตร์เฉพาะด้าน

หวนลีลีและคณะ (Voon, Julaihi, และ Tang, 2017, 39-59) ได้ศึกษามโนทัศน์และความผิดพลาดในการเรียนแคลคูลัส เรื่อง การอินทิเกรต กลุ่มตัวอย่างเป็นนักศึกษาที่เรียนในสาขาวิทยาการคอมพิวเตอร์จำนวน 70 คนที่กำลังเรียนวิชาแคลคูลัส ในการวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยให้นักศึกษากลุ่มตัวอย่างทำแบบทดสอบวิชาแคลคูลัส ผลการวิจัย พบว่า นักศึกษามีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนร้อยละ 42.8 เกี่ยวกับเรื่องอินทิกรัลที่ไม่ตรงแบบสำหรับฟังก์ชันมาตรฐาน นักศึกษามีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนร้อยละ 63.1 เกี่ยวกับการใช้สามเทคนิคของอินทิกรัล คือ อินทิกรัลที่ละส่วน การแทนค่าด้วยตรีโกณมิติ และการทำเป็นเศษส่วนย่อย นอกจากนี้ยังพบเกี่ยวกับความผิดพลาดในการใช้สมบัติของอินทิกรัล มีความสับสนระหว่างกระบวนการหาอนุพันธ์และกระบวนการหาอินทิกรัล และปัญหาที่พบอย่างหนึ่งคือนักศึกษาขาดทักษะทางคณิตศาสตร์ และมีความไม่รอบคอบในการแก้ปัญหาเกี่ยวกับอินทิกรัล

มุซางวาและไซฟามบ้า (Muzangwa และ Chifamba, 2012) ได้ทำการวิเคราะห์ข้อผิดพลาดและความคลาดเคลื่อนของความรู้เชิงมโนทัศน์ในการเรียนแคลคูลัสของนักศึกษาระดับปริญญาตรี Great Zimbabwe University โดยการวิจัยมีจุดมุ่งหมายเพื่อศึกษาข้อผิดพลาดและความคลาดเคลื่อนของความรู้เชิงมโนทัศน์เรื่องแคลคูลัสเบื้องต้น ได้แก่ ลิมิต ความต่อเนื่อง อนุพันธ์ และพื้นฐานการอินทิเกรต กลุ่มตัวอย่างเป็นนักศึกษาผ่านการเรียนวิชาแคลคูลัส 1 ในเทอมแรก เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย คือ แบบฝึกหัดแคลคูลัส 1 และ 2 โดยให้นักศึกษาทำแบบทดสอบก่อนเรียนในตอนเริ่มต้นเพื่อประเมินระดับความรู้ของนักศึกษาก่อนเรียน และเพื่อตรวจสอบว่าสาเหตุของความคลาดเคลื่อนเป็นเพราะความรู้พื้นฐานของนักศึกษา จากนั้นทดสอบหลังเรียนเมื่อสิ้นสุดการเรียน ผลวิจัยพบว่า ความคลาดเคลื่อนของความรู้เชิงมโนทัศน์เป็น

ผลมาจากพื้นฐานความรู้ของวิชาแคลคูลัสเบื้องต้นที่ไม่ดี อีกทั้งสาเหตุหลักของข้อผิดพลาดคือช่องว่างระหว่างความรู้ในพีชคณิตพื้นฐาน

โหงและโทมัส (Hong และ Thomas, 1997) ทำการวิจัยเกี่ยวกับความคลาดเคลื่อนของความรู้เชิงมโนทัศน์และความรู้เชิงกระบวนการ เรื่อง อินทิกรัลจำกัดเขต สำหรับนักศึกษาระดับปริญญาตรีใน The University of Auckland ผู้วิจัยเก็บข้อมูลกับนักศึกษาระดับปริญญาตรี จำนวน 161 คน ที่มีอายุระหว่าง 17-22 ปี ด้วยแบบทดสอบ 2 ชุด คือ ชุดแรกสร้างมาจากแบบฝึกหัดของแบบเรียนในชั้นเรียน ส่วนชุดที่สองมุ่งเน้นไปที่ประเมินความเข้าใจของนักเรียนเกี่ยวกับมโนทัศน์มากกว่าความสามารถในการใช้กระบวนการโดย แบบทดสอบทั้งสองชุดเชื่อมโยงโดยรูปแบบคำถามทั่วไปเพื่อดูว่านักศึกษาามีเทคนิคของกระบวนการทำแต่ขาดมโนทัศน์หรือความสามารถในการใช้เทคนิคในการแก้ปัญหา ผลการวิจัย พบว่า การวิเคราะห์เปรียบเทียบคำตอบของนักศึกษาในสองส่วนที่ได้ทำขึ้นระหว่างความรู้เชิงกระบวนการและความรู้เชิงมโนทัศน์ มีความแตกต่างอย่างมีนัยสำคัญ ในแต่ละกรณีนี้พิจารณาถึงสัดส่วนของคำตอบที่ถูกต้องระหว่างเพศหญิงและเพศชายมีความแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญ

บทที่ 3 วิธีดำเนินการวิจัย

ความมุ่งหมายของการวิจัยครั้งนี้ เพื่อศึกษามโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางคณิตศาสตร์ เรื่อง อินทิกรัลไม่จำกัดเขต ของนักศึกษาครุสาขาวิชาคณิตศาสตร์ ชั้นปีที่ 3 ที่ศึกษาอยู่ในหลักสูตรกรม สร้างครุมัธยม 2013 ในเขตสถาบันการศึกษาภาคใต้ของประเทศสาธารณรัฐประชาธิปไตย ประชาชนลาว โดยผู้วิจัยได้ดำเนินการตามขั้นตอนดังนี้

1. กำหนดประชากรและกลุ่มตัวอย่าง
2. กำหนดกรอบแนวคิดของการวิจัย
3. สร้างเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย
4. เก็บรวบรวมข้อมูล
5. วิเคราะห์ข้อมูล
6. สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล

1. กำหนดประชากรและกลุ่มตัวอย่าง

ประชากรที่ใช้ในงานวิจัย

ประชากรที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้เป็นนักศึกษาครุสาขาวิชาคณิตศาสตร์ที่ศึกษาใน หลักสูตรกรมสร้างครุมัธยม 2013 สถาบันการศึกษาในเขตภาคใต้ของ สาธารณรัฐประชาธิปไตย ประชาชนลาว

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในงานวิจัย

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้เป็นนักศึกษาครุสาขาวิชาคณิตศาสตร์ ชั้นปีที่ 3 ที่ ศึกษาในหลักสูตรกรมสร้างครุมัธยม 2013 ประจำปีการศึกษา 2 ปีการศึกษา 2562 สถาบันการศึกษาในเขตภาคใต้ของสาธารณรัฐประชาธิปไตยประชาชนลาว ซึ่งได้มาจากการเลือก ตัวอย่างแบบเจาะจง (Purposive sampling) ได้แก่

มหาวิทยาลัยสะหวันนะเขต	จำนวน	16	คน
วิทยาลัยครูปากเซ	จำนวน	28	คน

2. กรอบแนวคิดของงานวิจัย

การวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยจำแนกมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางคณิตศาสตร์ เรื่อง อินทิกรัลไม่จำกัดเขตเป็น 3 ลักษณะตามแนวคิดของแองเกียตเซียง (Kiat, 2005) และหวนลีลีและคณะ (Voon และคนอื่น ๆ, 2017) ดังรายละเอียดต่อไปนี้

1) ความคลาดเคลื่อนเชิงมโนทัศน์ (Conceptual Error) เป็นลักษณะความคลาดเคลื่อนที่เกิดจากการอินทิเกรตซึ่งแบ่งเป็น 3 ลักษณะย่อยดังรายละเอียดต่อไปนี้

1.1 ความคลาดเคลื่อนเกี่ยวกับการใช้ตัวแปรในการอินทิเกรตเป็นลักษณะความคลาดเคลื่อนที่เกิดจากการจัดรูปโจทย์เพื่ออินทิเกรตแล้วปรากฏว่ามีตัวแปร 2 ตัวแต่ไม่ได้เปลี่ยนตัวแปรหนึ่งให้อยู่ในรูปแบบของอีกตัวแปรหนึ่งที่กำหนด ทำให้ไม่สามารถอินทิเกรตได้

1.2 ความคลาดเคลื่อนเกี่ยวกับการกำหนดตัวแปร u ในการอินทิเกรตเป็นลักษณะความคลาดเคลื่อนที่เกิดจากการกำหนดตัวแปร u ไม่เหมาะสมหรือการกำหนดตัวแปร u ไม่ถูกต้องแล้วทำให้ไม่สามารถอินทิเกรตได้หรืออินทิเกรตไม่ถูกต้อง

1.3 ความคลาดเคลื่อนเกี่ยวกับการใช้สูตรหรือสมบัติในการอินทิเกรตเป็นลักษณะความคลาดเคลื่อนการใช้สูตรหรือสมบัติของการอินทิเกรตที่ไม่ถูกต้อง

2) ความคลาดเคลื่อนเชิงกระบวนการ (Procedural Error) เป็นลักษณะความคลาดเคลื่อนที่เกิดจากการอินทิเกรตซึ่งแบ่งเป็น 2 ลักษณะย่อยดังรายละเอียดต่อไปนี้

2.1 ความคลาดเคลื่อนเกี่ยวกับขั้นตอนวิธีหรือการดำเนินการให้สมบูรณ์ในการอินทิเกรตเป็นลักษณะความคลาดเคลื่อนที่เกิดจากการไม่กำหนดตัวแปรในการอินทิเกรต

2.2 ความคลาดเคลื่อนเกี่ยวกับค่าสัมประสิทธิ์หรือการบวกค่าคงที่ C เป็นลักษณะความคลาดเคลื่อนที่เกิดจากการไม่ได้เขียนสัมประสิทธิ์หรือไม่ได้บวกด้วยค่าคงที่ C เมื่อสิ้นสุดการอินทิเกรต

3) ความคลาดเคลื่อนเชิงเทคนิค (Technical Error) เป็นลักษณะความคลาดเคลื่อนที่เกิดจากการใช้ความรู้พื้นฐานต่างๆ ทางคณิตศาสตร์ ในการดำเนินการอินทิเกรต ได้แก่ การใช้สมบัติเกี่ยวกับเลขยกกำลังไม่ถูกต้อง การใช้สมบัติทางพีชคณิตไม่ถูกต้อง รวมถึงการดำเนินการที่เกี่ยวข้องกับการบวก การลบ การคูณ และการหารที่ไม่ถูกต้อง

3. สร้างเครื่องมือที่ใช้ในงานวิจัย

เครื่องมือใช้ในการวิจัยครั้งนี้ คือ แบบทดสอบวัดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางคณิตศาสตร์ เรื่อง อินทิกรัลไม่จำกัดเขต ซึ่งเป็นแบบทดสอบอัตนัย โดยมีขั้นตอนในการสร้างดังนี้

1) ศึกษางานวิจัยที่เกี่ยวข้องมโนทัศน์คลาดเคลื่อนทางคณิตศาสตร์ เรื่อง อินทิกรัลไม่จำกัดเขต ในที่นี้ผู้วิจัยได้ศึกษางานวิจัยของแองเกียตเซียง (Kiat, 2005) และหวนลีลีและคณะ (Voon และคนอื่น ๆ, 2017)

2) ศึกษาเอกสารที่เกี่ยวข้องหลักสูตรของกรมสร้างครู ปี 2013 ในส่วนที่เกี่ยวข้องกับวิชาแคลคูลัส

3) ศึกษาเอกสารที่เกี่ยวข้องกับแบบเรียนวิชาแคลคูลัสที่มหาวิทยาลัยกำหนด และแบบเรียนวิชาแคลคูลัสของระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย

4) กำหนดขอบเขตของเนื้อหาที่นำมาใช้ในการสร้างแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางคณิตศาสตร์ เรื่อง อินทิกรัลไม่จำกัดเขต ซึ่งแสดงดังตาราง 4

ตาราง 4 เนื้อหา เรื่อง อินทิกรัลไม่จำกัดเขต

เรื่อง	หัวข้อ	เนื้อหา
อินทิกรัล	อินทิกรัลไม่จำกัดเขต	1.1 การอินทิเกรตเกี่ยวกับฟังก์ชันพหุนาม
		1.2 การอินทิเกรตเกี่ยวกับฟังก์ชันเลขชี้กำลัง
		1.3 การอินทิเกรตที่ให้ผลลัพธ์ในรูปของลอการิทึม

5) กำหนดรูปแบบของโจทย์อินทิกรัลไม่จำกัดเขตดังรายละเอียดต่อไปนี้

โจทย์รูปแบบที่ 1 หมายถึง โจทย์อินทิกรัลไม่จำกัดเขต เมื่อกำหนดตัวแปร u ได้ถูกต้องแล้วเขียนในรูปของดิฟเฟอเรนเชียล สามารถหาอินทิกรัลโดยใช้สูตรเกี่ยวกับการอินทิเกรต

ได้ ตัวอย่างโจทย์รูปแบบที่ 1 เช่น $\int 2xe^{x^2} dx$, $\int \frac{1}{x \ln x} dx$ เป็นต้น

โจทย์รูปแบบที่ 2 หมายถึง โจทย์อินทิกรัลไม่จำกัดเขต เมื่อกำหนดตัวแปร u ได้ถูกต้องแล้วเขียนในรูปของดิฟเฟอเรนเชียล พร้อมกับจัดรูปที่เกี่ยวข้องกับสัมประสิทธิ์ที่ไม่เป็น 1 ก็สามารถหาอินทิกรัลโดยใช้สูตรเกี่ยวกับการอินทิเกรตได้ ตัวอย่างโจทย์รูปแบบที่ 2 เช่น

$\int \frac{x^2}{\sqrt[3]{x^3+1}} dx$, $\int xe^{3x^2} dx$ เป็นต้น

โจทย์รูปแบบที่ 3 หมายถึง โจทย์อินทิกรัลไม่จำกัดเขต เมื่อกำหนดตัวแปร u ได้ถูกต้องแล้วเขียนในรูปของดิฟเฟอเรนเชียล พร้อมจัดรูปที่เกี่ยวข้องกับสัมประสิทธิ์ และเขียนตัว

แปร x ในรูปของตัวแปร u ก็สามารหหาอินทิกรัลโดยใช้สูตรเกี่ยวกับการอินทิเกรตได้ ตัวอย่างโจทย์

รูปแบบที่ 3 เช่น $\int \frac{x^2}{x+1} dx$, $\int \frac{x^3}{\sqrt{x^2+1}} dx$ เป็นต้น

6) เนื่องจากการวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยแบ่งการทดสอบออกเป็น 3 ครั้ง ใช้แบบทดสอบ 3 ชุด ดังนั้นแบบทดสอบสำหรับใช้วัดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางคณิตศาสตร์ เรื่อง อินทิกรัลไม่จำกัดเขต จึงสร้างทั้งหมดจำนวน 3 ชุด ชุดละ 6 ข้อ รวมทั้งหมดทุกชุดมีแบบทดสอบจำนวน 18 ข้อ สำหรับเกณฑ์การให้คะแนนเพื่อวิเคราะห์หาค่าความยากง่าย ผู้วิจัยได้กำหนดเกณฑ์ดังตาราง 5 ต่อไปนี้

ตาราง 5 เกณฑ์การให้คะแนนแบบทดสอบเพื่อหาค่าความยากง่าย

คะแนน	ผลการทำแบบทดสอบที่ปรากฏให้เห็น
3	แสดงขั้นตอนการทำสมบูรณ์และคำนวณได้ถูกต้อง
2	แสดงขั้นตอนการทำบางส่วนและคำนวณได้ถูกต้อง
1	แสดงขั้นตอนการทำบางส่วนและคำนวณได้ไม่ถูกต้อง
0	ไม่แสดงหรือแสดงขั้นตอนของการทำไม่สมบูรณ์และคำนวณได้ไม่ถูกต้องทั้งหมด

โดยเกณฑ์การให้คะแนนดังกล่าวนี้ มีจุดประสงค์ในการสร้างเพื่อใช้วิเคราะห์หาคุณภาพของแบบทดสอบ ได้แก่ ค่าความยากง่าย

7) นำแบบทดสอบที่สร้างขึ้นเสนอต่อคณะกรรมการควบคุมปริญญาโทเพื่อพิจารณาปรับปรุงแก้ไข

8) นำแบบทดสอบที่ผ่านการปรับปรุงแก้ไขจากคณะกรรมการควบคุมปริญญาโทเสนอต่อผู้เชี่ยวชาญจำนวน 3 ท่าน ตรวจสอบความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหา (IOC) ความยากง่ายของข้อคำถาม รูปแบบของโจทย์อินทิกรัลไม่จำกัด และความเหมาะสมด้านสำนวนภาษาที่ใช้ ซึ่งจะต้องมีค่าดัชนีความสอดคล้องระหว่างข้อสอบกับจุดประสงค์มากกว่า 0.5 หรือนำข้อเสนอแนะมาพิจารณาปรับปรุงแก้ไข โดยมีการให้คะแนนแบบทดสอบแต่ละข้อ ดังนี้

คะแนน +1 หมายถึง ข้อสอบมีความสอดคล้อง

คะแนน 0 หมายถึง ไม่แน่ใจว่าข้อสอบมีความสอดคล้องหรือไม่

คะแนน -1 หมายถึง ข้อสอบไม่มีความสอดคล้อง

9) นำแบบทดสอบที่ได้ปรับปรุงและแก้ไขตามข้อเสนอแนะของผู้เชี่ยวชาญไปทดลองใช้ (try out) กับนักศึกษาครูสาขาวิชาคณิตศาสตร์ที่ไม่ใช่กลุ่มอย่างที่กำลังศึกษาชั้นปีที่ 2 ในหลักสูตรกรมสร้างครู จำนวน 16 คน จากนั้นนำแบบทดสอบมาตรวจเพื่อวิเคราะห์หาค่าความยากง่าย (p) ซึ่งพบว่าแบบทดสอบมีค่าความยากง่ายอยู่ระหว่าง 0.58 – 0.77

10) ผู้วิจัยเลือกข้อสอบที่มีคุณภาพตามเกณฑ์จำนวน 18 ข้อ จากนั้นนำไปทดสอบจริงกับนักศึกษากลุ่มตัวอย่างต่อไป

4. เก็บรวบรวมข้อมูล

การวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยได้ดำเนินการเก็บรวบรวมข้อมูลตามขั้นตอนดังต่อไปนี้

1. ผู้วิจัยทำหนังสือขอความอนุเคราะห์ในการเก็บข้อมูลการวิจัยถึงหัวหน้าหน่วยงานของสถาบันการศึกษาทั้งสอง

2. ผู้วิจัยนำแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางคณิตศาสตร์ เรื่อง อินทิกรัลไม่จำกัดเขต ไปทดสอบกับนักศึกษากลุ่มตัวอย่าง โดยการวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยแบ่งการทดสอบออกเป็น 3 ครั้ง โดยการทดสอบครั้งที่ 1 ใช้แบบทดสอบชุดที่ 1 การทดสอบครั้งที่ 2 ใช้แบบทดสอบชุดที่ 2 และการทดสอบครั้งที่ 3 ใช้แบบทดสอบชุดที่ 3 ซึ่งแต่ละครั้งใช้เวลาในการทดสอบจำนวน 2 ชั่วโมง และใช้ระยะเวลาห่างกัน 1 – 2 สัปดาห์ โดยการทดสอบดังกล่าวอยู่ภายใต้การควบคุมดูแลของอาจารย์ผู้สอนประจำวิชา

3. หลังจากดำเนินการทดสอบเสร็จ ผู้วิจัยเก็บรวบรวมข้อมูลทั้งหมดมาทำการวิเคราะห์เพื่อตรวจสอบเกี่ยวกับมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางคณิตศาสตร์ เรื่อง อินทิกรัลไม่จำกัดเขต ของนักศึกษากลุ่มตัวอย่างต่อไป

5. วิเคราะห์ข้อมูล

ผู้วิจัยนำข้อมูลที่ได้จากแบบทดสอบของนักศึกษากลุ่มตัวอย่างทั้งหมดมาวิเคราะห์ในประเด็นต่อไปนี้

1. วิเคราะห์เชิงเนื้อหา (Content Analysis) โดยพิจารณาจากลักษณะของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในแต่ละด้านที่เกิดขึ้นจากทำแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางคณิตศาสตร์ เรื่อง อินทิกรัลไม่จำกัดเขต

2. วิเคราะห์ความถี่ (จำนวนครั้ง) ของความคลาดเคลื่อนและร้อยละของจำนวนนักศึกษาครูที่มีความคลาดเคลื่อนโดยจำแนกตามลักษณะของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน

3. วิเคราะห์ความถี่ (จำนวนครั้ง) ของความคลาดเคลื่อนและร้อยละของจำนวนนักศึกษาครูที่มีความคลาดเคลื่อนจำแนกตามรูปแบบของโจทย์

6. สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล

ในการทดลองครั้งนี้ ผู้วิจัยได้ใช้สถิติในการวิเคราะห์ข้อมูล ดังนี้

1. สถิติพื้นฐาน ได้แก่ ความถี่ และร้อยละ
2. สถิติที่ใช้ในการทดสอบคุณภาพเครื่องมือ ได้แก่ ค่าดัชนีความสอดคล้อง (IOC)

ค่าความยากง่าย



บทที่ 4

ผลการศึกษา

การศึกษามโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางคณิตศาสตร์ เรื่อง อินทิกรัลไม่จำกัดเขต ของ นักศึกษาครุสาขาวิชาคณิตศาสตร์ สถาบันการศึกษาในเขตภาคใต้ของสาธารณรัฐประชาธิปไตย ประชาชนลาว ผู้วิจัยนำเสนอผลการวิเคราะห์ข้อมูลเป็น 3 ตอน ดังนี้

ตอนที่ 1 การแสดงมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนของนักศึกษาครูในแต่ละลักษณะจาก แบบทดสอบวัดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางคณิตศาสตร์ เรื่อง อินทิกรัลไม่จำกัดเขต

ตอนที่ 2 ผลการวิเคราะห์จำนวนครั้งของความคลาดเคลื่อนและร้อยละของจำนวน นักศึกษาครูที่มีความคลาดเคลื่อนโดยจำแนกตามลักษณะของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน เรื่อง อินทิกรัลไม่จำกัดเขต

ตอนที่ 3 ผลการวิเคราะห์จำนวนครั้งของความคลาดเคลื่อนและร้อยละของจำนวน นักศึกษาครูที่มีความคลาดเคลื่อนโดยจำแนกตามรูปแบบของโจทย์ในแต่ละลักษณะของมโนทัศน์ ที่คลาดเคลื่อน เรื่อง อินทิกรัลไม่จำกัดเขต

ตอนที่ 1 การแสดงมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนของนักศึกษาครูในแต่ละลักษณะจาก แบบทดสอบวัดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางคณิตศาสตร์ เรื่อง อินทิกรัลไม่จำกัดเขต

1.1 การแสดงมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน เรื่อง อินทิกรัลไม่จำกัดเขต ของนักศึกษาครู ในแบบทดสอบตามลักษณะความคลาดเคลื่อนเชิงมโนทัศน์

1.1.1 ความคลาดเคลื่อนเกี่ยวกับการใช้ตัวแปรในการอินทิเกรต

นักศึกษาครูที่มีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในลักษณะนี้จะมีความคลาดเคลื่อนที่เกิด จากการจัดรูปโจทย์เพื่ออินทิเกรตแล้วปรากฏว่ามีตัวแปร 2 ตัวแต่ไม่ได้เขียนตัวแปรหนึ่งให้อยู่ใน รูปแบบของอีกตัวแปรหนึ่งที่กำหนด ทำให้ไม่สามารถทำการอินทิเกรตต่อไปได้ ตัวอย่างของมโน ทัศน์ที่คลาดเคลื่อนของนักศึกษาครูที่ปรากฏในแบบทดสอบดังภาพประกอบ 1 จะเห็นว่าเมื่อ นักศึกษาครูกำหนดตัวแปร t แล้วเขียนในรูปของดิฟเฟอเรนเชียล จากนั้นจัดรูปเพื่อใช้สูตรหา อินทิกรัล โดยเขียนตัวแปร x ในรูปของตัวแปร t ซึ่งจากการจัดรูปดังกล่าวจะพบว่าตัวแปร ปรากฏอยู่ 2 ตัวทำให้นักศึกษาครูไม่สามารถใช้สูตรเพื่อที่จะทำการอินทิเกรตต่อไปได้ หรือตัวอย่าง ภาพประกอบ 2 นักศึกษาครูมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในลักษณะทำนองเดียวกับภาพประกอบ 1 กล่าวคือ เมื่อจัดรูปโจทย์เสร็จปรากฏว่ามีตัวแปร 2 ตัว ทำให้นักศึกษาครูไม่สามารถใช้สูตร

เพื่อที่จะทำการอินทิเกรตต่อไปได้ นักศึกษาครูจึงนำพจน์ที่มีตัวแปร x ออกมานอกเครื่องหมายอินทิกรัล เพื่อที่จะพยายามทำการอินทิเกรตต่อไปให้ได้ ซึ่งเป็นการใช้สมบัติการหาอินทิกรัลไม่ถูกต้อง

$$4 \int x \sqrt{x-1} dx$$

$$\text{ny } t = 1-x$$

$$dt = -dx.$$

$$\Rightarrow \int x \sqrt{t} (-dt)$$

ภาพประกอบ 1 ลักษณะของความคลาดเคลื่อนเกี่ยวกับการใช้ตัวแปรในการอินทิเกรต
ในการดำเนินการทำโจทย์ข้อที่ 4 ของนักศึกษา

$$1. \int \frac{x-2}{x-1} dx$$

$$\text{ny } t = x-2$$

$$dt = dx.$$

$$\text{uml. } \int \frac{x-2}{x-1} dx \Rightarrow \int \frac{t}{t-1} dt.$$

$$\Rightarrow \frac{1}{x-1} \int t dt = \frac{1}{x-1} \left(\frac{t^2}{2} \right)$$

$$\text{uml. } \Rightarrow \frac{(x-2)^2}{2(x-1)} + C.$$

ภาพประกอบ 2 ลักษณะของความคลาดเคลื่อนเกี่ยวกับการใช้ตัวแปรในการอินทิเกรต
ในการดำเนินการทำโจทย์ข้อที่ 1 ของนักศึกษา

1.1.2 ความคลาดเคลื่อนเกี่ยวกับการกำหนด u ในการอินทิเกรต

นักศึกษาครูที่มีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในลักษณะนี้ จะมีความคลาดเคลื่อนที่เกิดจากการกำหนด u ไม่เหมาะสมหรือการกำหนด u ไม่ถูกต้อง ทำให้ไม่สามารถทำการอินทิเกรตต่อไปได้ ตัวอย่างของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนของนักศึกษาครูที่ปรากฏในแบบทดสอบดังกล่าวประกอบ 3 จากโจทย์ที่กำหนดให้ จะเห็นว่านักศึกษาครูกำหนดตัวแปร $t = x \ln x$ ซึ่งไม่ถูกต้อง ทำให้ยากในการที่จะทำการอินทิเกรตให้เป็นผลสำเร็จได้ หรือตัวอย่างภาพประกอบ 4 มีลักษณะคล้ายตัวอย่างภาพประกอบ 2 คือ นักศึกษาครูกำหนดตัวแปร $t = \sqrt[3]{x^3+1}$ ซึ่งไม่เหมาะสม ทำให้ยากในการที่จะทำการอินทิเกรตให้เป็นผลสำเร็จได้ รวมไปถึงภาพประกอบ 5 และภาพประกอบ 6 ที่นักศึกษาครูกำหนดตัวแปร $t = x$ จากตัวอย่างจากภาพประกอบทั้ง 4 ดังกล่าวสะท้อนให้เห็นว่านักศึกษาครูขาดการคิดวิเคราะห์ที่โจทย์ หรือ ขาดประสบการณ์เกี่ยวกับการกำหนดตัวแปรรวมไปถึงการบูรณาการเกี่ยวกับการใช้อนุพันธ์ให้สอดคล้องในการอินทิเกรตโดยการแทนค่า

2. $\int \frac{1}{x \ln x} dx =$

จง ให้ $t = x \ln(x)$

$$dt = x' \ln x + (\ln x)' x dx$$

$$dt = 1 \ln x + \frac{1}{x} x dx$$

$$dt = (\ln + 1) dx$$

$$dx = \frac{dt}{\ln x + 1}$$

การแทนค่า

$$\int \frac{1}{x \ln x} dx = \int \frac{1}{t} \cdot \frac{dt}{\ln t + 1}$$

ภาพประกอบ 3 ลักษณะของความคลาดเคลื่อนเกี่ยวกับการกำหนด u ในการอินทิเกรต
ในการดำเนินการทำโจทย์ข้อที่ 2 ของนักศึกษา

$$\begin{aligned}
 5 \int \frac{x^2}{\sqrt[3]{x^3+1}} dx \\
 \text{อยุ่ } t = \sqrt[3]{x^3+1} \\
 = \int 1 dt \quad \text{จาก } \int x dx = \frac{x^2}{2} \Rightarrow \frac{t^2}{2} \\
 = \frac{\sqrt[3]{x^3+1}^2}{2} \Rightarrow \frac{\sqrt[3]{(x^3+1)^2}}{2} + C
 \end{aligned}$$

ภาพประกอบ 4 ลักษณะของความคลาดเคลื่อนเกี่ยวกับการกำหนด u ในการอินทิเกรต
ในการดำเนินการทำโจทย์ข้อที่ 5 ของนักศึกษา

1.1.3 ความคลาดเคลื่อนเกี่ยวกับการใช้สูตรหรือสมบัติในการอินทิเกรต

นักศึกษาคูที่มีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในลักษณะนี้จะมีความคลาดเคลื่อนที่เกิดจากการใช้สูตรหรือสมบัติของการอินทิเกรตที่ไม่ถูกต้อง ตัวอย่างของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนของนักศึกษาคูที่ปรากฏในแบบทดสอบดังภาพประกอบ 7 จากโจทย์ที่กำหนดให้จะเห็นว่านักศึกษาคูทำการอินทิเกรตโดยใช้สูตรแยกที่ละส่วน ด้วยการกำหนด $u = x$ และ $dv = e^{x^2} dx$ ซึ่งจะเห็นว่าเป็นวิธีการที่ไม่ถูกต้อง เนื่องจากนักศึกษาคูจะไม่สามารถหา v ได้ หรือตัวอย่างภาพประกอบ 8 มีลักษณะคล้ายตัวอย่างภาพประกอบ 7 คือ นักศึกษาคูทำการอินทิเกรตโดยใช้สูตรแยกที่ละส่วนซึ่งเป็นวิธีการที่ไม่ถูกต้อง จากการวิเคราะห์ที่นักศึกษาคูอาจมองว่าพจน์ที่ถูกอินทิเกรตทั้งในภาพประกอบ 7 ภาพประกอบ 8 ได้แก่ $2xe^{x^2}$ และ $3xe^{3x^2-1}$ ตามลำดับ อยู่ในรูปของการคูณกันของสองพจน์ซึ่งอาจไปสอดคล้องกับวิธีการซึ่งต้องใช้สูตรที่ละส่วน ประกอบกับนักศึกษาคูไม่รู้ว่าจะกำหนดตัวแปร u อย่างไรถ้าจะทำการอินทิเกรตด้วยการแทนค่าด้วยตัวแปรเพราะว่าฟังก์ชันเขียนอยู่ในรูปของเลขยกกำลัง

$$6. \int x e^{3x^2-1} dx = 0.$$

ทว. $\int u dv = u \cdot v - \int v du.$

อจ. $u = x, \quad du = dx.$

$$dv = e^{3x^2-1} dx \Rightarrow \int dv = \int e^{3x^2-1} dx.$$

$$v = \frac{1}{3} e^{3x^2-1}.$$

$$\int x e^{3x^2-1} dx = x \cdot \frac{1}{3} e^{3x^2-1} - \int \frac{1}{3} e^{3x^2-1} dx$$

$$= \frac{1}{3} x e^{3x^2-1} - \int \frac{1}{3} e^{3x^2-1} dx.$$

อจ. $u = 3x^2-1, \quad du = 6dx.$

$$dv = e^{3x^2-1} \Rightarrow \int dv = \int e^{3x^2-1} dx$$

$$v = \frac{1}{6} e^{3x^2-1}.$$

ภาพประกอบ 5 ลักษณะของความคลาดเคลื่อนเกี่ยวกับการใช้สูตรหรือสมบัติในการอินทิเกรต
ในการดำเนินการทำโจทย์ข้อที่ 6 ของนักศึกษา

$$3. \int 2x e^{x^2} dx = 0.$$

ทว. $\int u dv = u \cdot v - \int v du.$

อจ. $u = x, \quad du = dx$

$$dv = e^{x^2} dx \Rightarrow \int dv = \int e^{x^2} dx$$

$$v = (x^2) e^{x^2} dx$$

$$v = 2x e^{x^2} dx$$

$$\Rightarrow \int 2x e^{x^2} dx = 2x \cdot 2x e^{x^2} - \int 2x e^{x^2} \cdot 2 dx.$$

$$= 4x^2 e^{x^2} - \int 4x e^{x^2} dx$$

ภาพประกอบ 6 ลักษณะของความคลาดเคลื่อนเกี่ยวกับการใช้สูตรหรือสมบัติในการอินทิเกรต
ในการดำเนินการทำโจทย์ข้อที่ 3 ของนักศึกษา

1.2 การแสดงมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน เรื่อง อินทิกรัลไม่จำกัดเขต ของนักศึกษาครู ในแบบทดสอบตามลักษณะความคลาดเคลื่อนเชิงกระบวนการ

1.2.1 ความคลาดเคลื่อนเกี่ยวกับขั้นตอนวิธีหรือการดำเนินการให้สมบูรณ์ในการ

อินทิเกรต

นักศึกษาครูที่มีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในลักษณะนี้ จะมีความคลาดเคลื่อนที่เกิดจากการไม่กำหนดตัวแปรแต่ได้ทำการอินทิเกรต และได้ผลลัพธ์ถูกต้อง ตัวอย่างของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนของนักศึกษาครูที่ปรากฏในแบบทดสอบดังภาพประกอบ 9 และภาพประกอบ 10 จากโจทย์ที่กำหนดให้ จะเห็นว่านักศึกษาครูไม่ได้กำหนดตัวแปร t แต่เขียนพจน์ที่ถูกอินทิเกรตเป็นตัวแปร t จากนั้นก็ทำการอินทิเกรต และได้ผลลัพธ์ถูกต้อง ซึ่งจากการสังเกตพบว่าการที่นักศึกษาครูไม่ได้กำหนดตัวแปร t นั้นลักษณะนี้จะพบในการทำโจทย์ที่ไม่ใช่ข้อแรกๆ ประกอบกับนักศึกษาอาจมีประสบการณ์ในสมัยเรียนระดับมัธยมศึกษาจึงละเลยการกำหนดตัวแปรดังกล่าว

$$\begin{aligned}
 4.1 \int \frac{\ln x}{x} dx &= 9 \\
 &= \int t dt \\
 &= \frac{t^2}{2} = \frac{\ln(x)^2}{2} + C \\
 \Rightarrow \frac{\ln(x)^2}{2} + C, \quad C \in \mathbb{R}
 \end{aligned}$$

ภาพประกอบ 7 ลักษณะของความคลาดเคลื่อนเกี่ยวกับขั้นตอนวิธีหรือการดำเนินการให้สมบูรณ์ในการอินทิเกรตในการดำเนินการทำโจทย์ข้อที่ 4 ของนักศึกษา

$$\begin{aligned}
 1/ \int \frac{e^{2x-3}}{2} dx &= \frac{1}{2} \int e^{2x-3} dx = \frac{1}{2} \int \frac{e^t}{2} dt \\
 &= \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \int e^t dt = \frac{1}{4} e^{2x-3} = \frac{e^{2x-3}}{4} + c \\
 3/ \int \frac{x}{x+1} dx &= \int \frac{t-1}{t} dt = \int \frac{t}{t} - \frac{1}{t} dt = \int 1 - \frac{1}{t} dt \\
 &= \int 1 dt - \int \frac{1}{t} dt = t - \ln(|t|) \\
 &= x+1 - \ln(|x+1|) \\
 &= x - \ln(|x+1|) + c
 \end{aligned}$$

ภาพประกอบ 8 ลักษณะของความคลาดเคลื่อนเกี่ยวกับขั้นตอนวิธีหรือการดำเนินการให้สมบูรณ์ในการอินทิเกรตในการดำเนินการทำโจทย์ข้อที่ 1 ของนักศึกษา

1.2.2 ความคลาดเคลื่อนเกี่ยวกับค่าสัมประสิทธิ์หรือการบวกค่าคงที่ C

นักศึกษาครูที่มีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในลักษณะนี้จะมี ความคลาดเคลื่อนที่เกิดจากการลืมเขียนค่าสัมประสิทธิ์หรือลืมบวกด้วยค่าคงที่ C เมื่อสิ้นสุดการอินทิเกรต ตัวอย่างของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนของนักศึกษาครูที่ปรากฏในแบบทดสอบดังภาพประกอบ 11 และภาพประกอบ 12 จากโจทย์ที่กำหนดให้จะเห็นว่านักศึกษาครูสามารถทำการอินทิเกรตได้ถูกต้อง แต่ลืมบวกค่าคงที่ C อาจเป็นเพราะการขาดความรอบคอบ ไม่ระมัดระวังในการเขียนคำตอบ

$$\begin{aligned}
 & \int \frac{x}{\sqrt{x^2+1}} dx \\
 & \text{วิธีที่ 1: } t = x^2+1 \Rightarrow dt = 2x dx \\
 & \text{วิธีที่ 2: } t = t-1 \Rightarrow dt = \frac{dt}{2x} \\
 & \text{แก้โจทย์: } \int \frac{x \cdot x^2}{\sqrt{x^2+1}} dx = \int \frac{x^2(t-1)}{\sqrt{t}} \cdot \frac{dt}{2x} = \frac{1}{2} \int \frac{(t-1)}{\sqrt{t}} dt \\
 & = \frac{1}{2} \int \left(\frac{t}{\sqrt{t}} - \frac{1}{\sqrt{t}} \right) dt \\
 & = \frac{1}{2} \left[\int t^{\frac{1}{2}} dt - \int t^{-\frac{1}{2}} dt \right] \\
 & = \frac{1}{2} \left[\int t^{\frac{1}{2}} dt - \int t^{-\frac{1}{2}} dt \right] \\
 & = \frac{1}{2} \left[\frac{t^{\frac{1}{2}+1}}{\frac{1}{2}+1} - \frac{t^{-\frac{1}{2}+1}}{-\frac{1}{2}+1} \right] + C \\
 & = \frac{1}{2} \left[\frac{t^{\frac{3}{2}}}{\frac{3}{2}} - \frac{t^{\frac{1}{2}}}{\frac{1}{2}} \right] + C \\
 & = \frac{1}{2} \left[\frac{2t^{\frac{3}{2}}}{3} - 2t^{\frac{1}{2}} \right] + C \\
 & = \frac{1}{2} \left[\frac{2\sqrt{t^3}}{3} - 2\sqrt{t} \right] + C = \frac{1}{2} \left[\frac{2\sqrt{t^3}}{3} - 2\sqrt{t} \right] + C \quad / t = x^2+1 \\
 & = \frac{1}{2} \left[\frac{2(x^2+1)\sqrt{x^2+1}}{3} + 2\sqrt{x^2+1} \right] + C = \frac{x^2}{2} \left[\frac{(x^2+1)\sqrt{x^2+1}}{3} + \sqrt{x^2+1} \right] \\
 & = \frac{(x^2+1)\sqrt{x^2+1}}{3} + \sqrt{x^2+1}
 \end{aligned}$$

ภาพประกอบ 9 ลักษณะของความคลาดเคลื่อนเกี่ยวกับค่าสัมประสิทธิ์หรือการบวกค่าคงที่ C ในการดำเนินการทำโจทย์ข้อที่ 6 ของนักศึกษา

$$\begin{aligned}
 & \int \left(\frac{1}{x+1} - \frac{1}{(x+1)^2} \right) dx = 0 \\
 & = \int \left(\frac{1}{x+1} - \frac{1}{(x+1)^2} \right) dx = \int \frac{1}{x+1} dx - \int \frac{1}{(x+1)^2} dx \\
 & \text{วิธีที่ 1: } t = x+1 \\
 & \Rightarrow dt = dx \\
 & dx = dt \\
 & \text{แก้โจทย์: } \int \frac{1}{t} dx - \int \frac{1}{t^2} dt \\
 & = \int \frac{1}{t} dt - \int t^{-2} dt \\
 & = \ln(t) - \frac{t^{-1}}{-1} + C \\
 & = \ln(t) + t^{-1} + C \\
 & = \ln(t) + \frac{1}{t} + C \\
 & = \ln(x+1) + \frac{1}{(x+1)}
 \end{aligned}$$

ภาพประกอบ 10 ลักษณะของความคลาดเคลื่อนเกี่ยวกับค่าสัมประสิทธิ์หรือการบวกค่าคงที่ C ในการดำเนินการทำโจทย์ข้อที่ 2 ของนักศึกษา

1.3 การแสดงมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน เรื่อง อินทิกรัลไม่จำกัดเขต ของนักศึกษาครู ในแบบทดสอบตามลักษณะความคลาดเคลื่อนเชิงเทคนิค

นักศึกษาครูที่มีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในลักษณะนี้ จะมีความคลาดเคลื่อนที่เกิดการใช้ความรู้พื้นฐานต่างๆ ทางคณิตศาสตร์ ในการดำเนินการอินทิเกรต ได้แก่ การใช้สมบัติเกี่ยวกับเลขยกกำลังไม่ถูกต้อง การใช้สมบัติทางพีชคณิตไม่ถูกต้อง รวมถึงการดำเนินการที่เกี่ยวข้องกับการบวก การลบ การคูณ และการหารที่ไม่ถูกต้อง ตัวอย่างของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนของนักศึกษาครูที่ปรากฏในแบบทดสอบดังภาพประกอบ 13 และ ภาพประกอบ 14 จะเห็นว่านักศึกษาครูใช้สมบัติทางพีชคณิตไม่ถูกต้องเห็นได้จากการเขียน $x^3(x^2+1)^{\frac{1}{2}} = (x^5)-1^{\frac{1}{2}} + (x^3)^{\frac{1}{2}}$ และ $x(x-1)^{-1} = (x^2-x)^{-1}$ หรือภาพประกอบ 15 จะเห็นว่านักศึกษาครูขาดความรู้พื้นฐานเกี่ยวกับลอการิทึมเห็นได้จากการเขียน $3 \ln(\ln 2x) = 3 \ln^2(2x)$ เป็นต้น

$$\begin{aligned}
 6/ \int \frac{x^3}{\sqrt{x^2+1}} dx &= \int \frac{x^3}{(x^2+1)^{\frac{1}{2}}} dx \\
 &= \int x^3 (x^2+1)^{\frac{-1}{2}} dx \\
 &= \int (x^5)^{\frac{-1}{2}} dx + (x^3)^{\frac{-1}{2}} dx \\
 &= \int x^{\frac{-5}{2}} dx + x^{\frac{-3}{2}} dx \\
 &= \frac{x^{\frac{-3}{2}}}{-\frac{3}{2}} + \frac{x^{\frac{-1}{2}}}{-\frac{1}{2}} + C \\
 &= -\frac{2}{3} \cdot x^{\frac{-3}{2}} + (-2 x^{\frac{-1}{2}}) + C \\
 &= -\frac{2}{3} \cdot x^{\frac{-3}{2}} - 2x^{\frac{-1}{2}} + C
 \end{aligned}$$

ภาพประกอบ 11 ลักษณะของความคลาดเคลื่อนเชิงเทคนิคในการดำเนินการทำโจทย์ข้อที่ 6 ของ
นักศึกษา

$$\begin{aligned}
 \textcircled{1} \int \frac{x-2}{x-1} dx &= \int \frac{x}{x-1} dx - \int \frac{2}{x-1} dx. & \text{จก } u = x-1 \\
 & & du = 1 dx \\
 & & dx = \\
 &= \int u(x-1)^{-1} dx - 2 \int \frac{dx}{x-1} \\
 &= \int (x^2 - x)^{-1} dx - 2 \int \frac{dx}{u}
 \end{aligned}$$

ภาพประกอบ 12 ลักษณะของความคลาดเคลื่อนเชิงเทคนิคในการดำเนินการ
ทำโจทย์ข้อที่ 1 ของนักศึกษา

$$\begin{aligned}
 &\int \frac{3}{x \ln 2x} dx. \\
 \text{จก } t = \ln 2x. &\Rightarrow dt = \frac{2}{2x} dx. \\
 &dx = x dt \\
 \text{แทน } \int \frac{3}{x \cdot t} x dt &= 3 \int \frac{1}{t} dt \\
 &= 3 \ln|t| + c / t = \ln 2x. \\
 &= 3 \ln(\ln 2x) + c. \\
 &= 3 \ln^2 2x + c.
 \end{aligned}$$

CS | สแกนด้วย CamScanner

ภาพประกอบ 13 ลักษณะของความคลาดเคลื่อนเชิงเทคนิคในการดำเนินการ
ทำโจทย์ข้อที่ 3 ของนักศึกษา

**ตอนที่ 2 ผลการวิเคราะห์จำนวนครั้งของความคลาดเคลื่อนและร้อยละของจำนวน
นักศึกษาครูที่มีความคลาดเคลื่อนโดยจำแนกตามลักษณะของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน
เรื่อง อินทิกรัลไม่จำกัดเขต**

2.1 ผลการวิเคราะห์จำนวนครั้งของความคลาดเคลื่อนและร้อยละของจำนวนนักศึกษาครูที่มีความคลาดเคลื่อนโดยจำแนกตามลักษณะของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน เรื่อง อินทิกรัลไม่จำกัดเขต จากกลุ่มตัวอย่างซึ่งเป็นนักศึกษาครูสาขาวิชาคณิตศาสตร์ชั้นปีที่ 3 จำนวน 44 คนจากทั้งสองสถาบันการศึกษา ได้แก่ มหาวิทยาลัยสระบุรีและเขต และวิทยาลัยครูปากเซ ซึ่งมีรายละเอียดของข้อมูลดังแสดงในตาราง 6 ถึงตาราง 8 ต่อไปนี้

2.1.1 จำนวนครั้งของความคลาดเคลื่อนและร้อยละของจำนวนนักศึกษาครูที่มีความคลาดเคลื่อนเชิงมโนทัศน์ เรื่อง อินทิกรัลไม่จำกัดเขต แสดงข้อมูลดังตาราง 6 ดังนี้

ตาราง 6 จำนวนครั้งของความคลาดเคลื่อนและร้อยละของจำนวนนักศึกษาครูที่มีความคลาดเคลื่อนเชิงมโนทัศน์ เรื่อง อินทิกรัลไม่จำกัดเขต

จำนวนครั้งของ ความ คลาดเคลื่อน	ความคลาดเคลื่อน เกี่ยวกับการใช้ตัวแปรใน การอินทิเกรต		ความคลาดเคลื่อนเกี่ยวกับการ กำหนด u ในการอินทิเกรต		ความคลาดเคลื่อนเกี่ยวกับ การใช้สูตรหรือสมบัติในการ อินทิเกรต	
	จำนวน(คน)	ร้อยละ	จำนวน (คน)	ร้อยละ	จำนวน(คน)	ร้อยละ
1	2	4.55%	11	25.00%	7	15.9%
2	0	0%	9	20.45%	4	9.1%
3	0	0%	1	2.27%	1	2.3%
4	0	0%	2	4.55%	0	0.0%
5	0	0%	3	6.82%	0	0.0%
6	0	0%	2	4.55%	0	0.0%
7	0	0%	1	2.27%	0	0.0%
8	0	0%	1	2.27%	0	0.0%
9	0	0%	1	2.27%	0	0.0%
10	0	0%	0	0.00%	0	0.0%
11	0	0%	1	2.27%	0	0.0%
รวม	2	4.55%	32	72.73%	12	27.3%

จากตาราง 6 ในแต่ละลักษณะย่อยของความคลาดเคลื่อนเชิงมโนทัศน์ เรื่อง อินทิกรัลไม่จำกัดเขต พบว่า ความคลาดเคลื่อนเกี่ยวกับการกำหนด u ในการอินทิเกรตมีจำนวนครั้งของความคลาดเคลื่อนมากที่สุดเท่ากับ 11 ครั้ง โดยความคลาดเคลื่อนลักษณะนี้จำนวน 1 ครั้งมีนักศึกษาครูเกิดความคลาดเคลื่อนมากที่สุด คือ 11 คน ซึ่งคิดเป็นร้อยละ 25 รองลงมาเป็นความคลาดเคลื่อนเกี่ยวกับการใช้สูตรหรือสมบัติในการอินทิเกรตมีจำนวนครั้งของความคลาดเคลื่อนเท่ากับ 3 ครั้ง โดยความคลาดเคลื่อนลักษณะนี้จำนวน 1 ครั้งมีนักศึกษาครูเกิดความคลาดเคลื่อนมากที่สุด คือ 7 คน ซึ่งคิดเป็นร้อยละ 15.9 และความคลาดเคลื่อนเกี่ยวกับการใช้ตัวแปรในการอินทิเกรตมีจำนวนครั้งของความคลาดเคลื่อนน้อยที่สุด คือ 1 ครั้ง โดยความคลาดเคลื่อนลักษณะนี้จำนวน 1 ครั้งมีนักศึกษาครูเกิดความคลาดเคลื่อนคือ 2 คน ซึ่งคิดเป็นร้อยละ 4.55 เมื่อพิจารณาร้อยละของจำนวนนักศึกษาครูที่มีความคลาดเคลื่อนในแต่ละลักษณะย่อย พบว่า ความคลาดเคลื่อนเกี่ยวกับการกำหนด u ในการอินทิเกรตมีนักศึกษาครูที่เกิดความคลาดเคลื่อนมากที่สุด คือ 32 คน คิดเป็นร้อยละ 72.73 รองลงมาเป็นความคลาดเคลื่อนเกี่ยวกับการใช้สูตรหรือสมบัติในการอินทิเกรตมีนักศึกษาครูเกิดความคลาดเคลื่อนจำนวน 12 คน คิดเป็นร้อยละ 27.3 และความคลาดเคลื่อนเกี่ยวกับการใช้ตัวแปรในการอินทิเกรตมีนักศึกษาครูเกิดความคลาดเคลื่อนน้อยที่สุด คือ 2 คนคิดเป็นร้อยละ 4.55

2.1.2 จำนวนครั้งของความคลาดเคลื่อนและร้อยละของจำนวนนักศึกษาครูที่มีความคลาดเคลื่อนเชิงกระบวนการเรื่อง อินทิกรัลไม่จำกัดเขต แสดงข้อมูลดังตาราง 7 ดังนี้

ตาราง 7 จำนวนครั้งของความคลาดเคลื่อนและร้อยละของจำนวนนักศึกษาครูที่มีความคลาดเคลื่อนเชิงกระบวนการ เรื่อง อินทิกรัลไม่จำกัดเขต

จำนวนครั้ง ของความ คลาดเคลื่อน	ความคลาดเคลื่อนเกี่ยวกับขั้นตอนวิธี หรือการดำเนินการให้สมบูรณ์ในการ อินทิเกรต		ความคลาดเคลื่อนเกี่ยวกับค่า สัมประสิทธิ์หรือการบวกค่าคงที่ C	
	จำนวน(คน)	ร้อยละ	จำนวน (คน)	ร้อยละ
1	6	13.64%	3	6.82%
2	3	6.82%	0	0.00%
3	9	20.45%	0	0.00%
4	4	9.09%	0	0.00%

ตาราง 7 (ต่อ)

จำนวนครั้ง ของความ คลาดเคลื่อน	ความคลาดเคลื่อนเกี่ยวกับขั้นตอนวิธี หรือการดำเนินการให้สมบูรณ์ในการ อินทิเกรต		ความคลาดเคลื่อนเกี่ยวกับค่า สัมประสิทธิ์หรือการบวกค่าคงที่ C	
	จำนวน(คน)	ร้อยละ	จำนวน (คน)	ร้อยละ
5	3	6.82%	0	0.00%
6	3	6.82%	0	0.00%
7	5	11.36%	0	0.00%
8	5	11.36%	0	0.00%
9	1	2.27%	0	0.00%
10	0	0.00%	0	0.00%
11	0	0.00%	0	0.00%
12	0	0.00%	0	0.00%
13	0	0.00%	0	0.00%
14	1	2.27%	0	0.00%
15	0	0.00%	0	0.00%
16	1	2.27%	0	0.00%
รวม	41	93.18%	3	6.82%

จากตาราง 7 ในแต่ละลักษณะย่อยของความคลาดเคลื่อนเชิงกระบวนการ เรื่อง อินทิกรัลไม่จำกัดเขต พบว่า ความคลาดเคลื่อนเกี่ยวกับขั้นตอนวิธีหรือการดำเนินการให้สมบูรณ์ในการอินทิเกรตมีจำนวนครั้งของความคลาดเคลื่อนมากที่สุด เท่ากับ 16 ครั้ง โดยความคลาดเคลื่อนลักษณะนี้จำนวน 3 ครั้งมีนักศึกษาครูเกิดความคลาดเคลื่อนมากที่สุด คือ 9 คน ซึ่งคิดเป็นร้อยละ 20.45 และความคลาดเคลื่อนเกี่ยวกับค่าสัมประสิทธิ์หรือการบวกค่าคงที่ C มีจำนวนครั้งของความคลาดเคลื่อนเท่ากับ 1 ครั้ง โดยความคลาดเคลื่อนลักษณะนี้จำนวน 1 ครั้งมีนักศึกษาครูเกิดความคลาดเคลื่อนมากที่สุด คือ 3 คน ซึ่งคิดเป็นร้อยละ 6.82 เมื่อพิจารณาร้อยละของจำนวนนักศึกษาครูที่มีความคลาดเคลื่อนในแต่ละลักษณะย่อย พบว่า ความคลาดเคลื่อนเกี่ยวกับขั้นตอนวิธีหรือการดำเนินการให้สมบูรณ์ในการอินทิเกรตมีนักศึกษาครูเกิดความคลาดเคลื่อนมากที่สุด คือ 41 คน คิดเป็นร้อยละ 93.18 และความคลาดเคลื่อนเกี่ยวกับค่าสัมประสิทธิ์หรือการบวกค่าคงที่ C มีนักศึกษาครูเกิดความคลาดเคลื่อนจำนวน 3 คน คิดเป็นร้อยละ 6.82

2.1.3 จำนวนครั้งของความคลาดเคลื่อนและร้อยละของจำนวนนักศึกษาครูที่มีความคลาดเคลื่อนเชิงเทคนิค เรื่อง อินทิกรัลไม่จำกัดเขต แสดงข้อมูลดังตาราง 8 ดังนี้

ตาราง 8 จำนวนครั้งของความคลาดเคลื่อนและร้อยละของจำนวนนักศึกษาครูที่มีความคลาดเคลื่อนเชิงเทคนิค เรื่อง อินทิกรัลไม่จำกัดเขต

จำนวนครั้งของความคลาดเคลื่อน	ความคลาดเคลื่อนเชิงเทคนิค	
	จำนวน(คน)	ร้อยละ
1	12	27.27%
2	6	13.64%
3	1	2.27%
4	1	2.27%
รวม	20	45.45%

จากตาราง 8 พบว่า จำนวนครั้งของความคลาดเคลื่อนเชิงเทคนิคมากที่สุด เรื่อง อินทิกรัลไม่จำกัด คือ 4 ครั้ง โดยความคลาดเคลื่อนลักษณะนี้จำนวน 1 ครั้งมีนักศึกษาครูเกิดความคลาดเคลื่อนมากที่สุด คือ 12 คน ซึ่งคิดเป็นร้อยละ 27.27 ส่วนร้อยละของจำนวนนักศึกษาครูที่มีความคลาดเคลื่อนเชิงเทคนิคมากที่สุดจำนวน 20 คน ซึ่งคิดเป็นร้อยละ 45.45

ตอนที่ 3 ผลการวิเคราะห์จำนวนครั้งของความคลาดเคลื่อนและร้อยละของจำนวนนักศึกษาครูที่มีความคลาดเคลื่อนโดยจำแนกตามรูปแบบของโจทย์ ในแต่ละลักษณะของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน เรื่อง อินทิกรัลไม่จำกัดเขต

3.1 ผลการวิเคราะห์จำนวนครั้งของความคลาดเคลื่อนและร้อยละของจำนวนนักศึกษาครูที่มีความคลาดเคลื่อนโดยจำแนกตามรูปแบบของโจทย์ ในแต่ละลักษณะของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเรื่อง อินทิกรัลไม่จำกัดเขต จากกลุ่มตัวอย่างซึ่งเป็นนักศึกษาครูสาขาวิชาคณิตศาสตร์ชั้นปีที่ 3 จำนวน 44 คนจากทั้งสองสถาบันการศึกษา ได้แก่ มหาวิทยาลัยสระแก้ว และวิทยาลัยครูปากเซ ซึ่งมีรายละเอียดของข้อมูลดังแสดงในตาราง 9 ถึงตาราง 17 ต่อไปนี้

3.1.1 จำนวนครั้งของความคลาดเคลื่อนและร้อยละของจำนวนนักศึกษาครูที่มีความคลาดเคลื่อนในโจทย์รูปแบบที่ 1 โดยพิจารณาตามลักษณะความคลาดเคลื่อนเชิงมโนทัศน์ เรื่อง อินทิกรัลไม่จำกัดเขต แสดงข้อมูลดังตาราง 9 ดังนี้

ตาราง 9 จำนวนครั้งของความคลาดเคลื่อนและร้อยละของจำนวนนักศึกษาครูที่มีความคลาดเคลื่อนในโจทย์รูปแบบที่ 1 โดยพิจารณาตามลักษณะความคลาดเคลื่อนเชิงมนัทศน์ เรื่อง อินทิกรัลไม่จำกัดเขต

จำนวนครั้งของ ความ คลาดเคลื่อน	ความคลาดเคลื่อน เกี่ยวกับการใช้ตัวแปรใน การอินทิเกรต		ความคลาดเคลื่อนเกี่ยวกับ การกำหนด u ในการ อินทิเกรต		ความคลาดเคลื่อน เกี่ยวกับการใช้สูตรหรือ สมบัติในการอินทิเกรต	
	จำนวน(คน)	ร้อยละ	จำนวน (คน)	ร้อยละ	จำนวน(คน)	ร้อยละ
1	0	0.00%	14	31.81%	7	15.90%
2	0	0.00%	7	15.90%	0	0.00%
3	0	0.00%	3	6.81%	0	0.00%
รวม	0	0.00%	24	54.54%	7	15.90%

จากตาราง 9 ในโจทย์รูปแบบที่ 1 เมื่อพิจารณาตามลักษณะย่อยของความคลาดเคลื่อนเชิงมนัทศน์ เรื่อง อินทิกรัลไม่จำกัดเขต พบว่า ความคลาดเคลื่อนเกี่ยวกับการกำหนด u ในการอินทิเกรตมีจำนวนครั้งของความคลาดเคลื่อนมากที่สุด เท่ากับ 3 ครั้ง โดยความคลาดเคลื่อนลักษณะนี้จำนวน 1 ครั้งมีนักศึกษาครูเกิดความคลาดเคลื่อนมากที่สุด คือ 14 คน ซึ่งคิดเป็นร้อยละ 31.81 รองลงมาเป็นความคลาดเคลื่อนเกี่ยวกับการใช้สูตรหรือสมบัติในการอินทิเกรตมีจำนวนครั้งของความคลาดเคลื่อนเท่ากับ 1 ครั้ง โดยความคลาดเคลื่อนลักษณะนี้จำนวน 1 ครั้งมีนักศึกษาครูเกิดความคลาดเคลื่อนมากที่สุด คือ 7 คน ซึ่งคิดเป็นร้อยละ 15.9 ส่วนความคลาดเคลื่อนเกี่ยวกับการใช้ตัวแปรในการอินทิเกรตยังไม่ปรากฏจำนวนครั้งของความคลาดเคลื่อน เมื่อพิจารณาร้อยละของจำนวนนักศึกษาครูที่มีความคลาดเคลื่อนในแต่ละลักษณะย่อยของโจทย์รูปแบบที่ 1 พบว่า ความคลาดเคลื่อนเกี่ยวกับการกำหนด u ในการอินทิเกรตมีนักศึกษาครูเกิดความคลาดเคลื่อนจำนวนมากที่สุด จำนวน 24 คน คิดเป็นร้อยละ 54.54 รองลงมาคือความคลาดเคลื่อนเกี่ยวกับการใช้สูตรหรือสมบัติในการอินทิเกรตมีนักศึกษาครูเกิดความคลาดเคลื่อนจำนวน 7 คน คิดเป็นร้อยละ 15.9 ส่วนความคลาดเคลื่อนเกี่ยวกับการใช้ตัวแปรในการอินทิเกรตยังไม่ปรากฏนักศึกษาครูที่มีความคลาดเคลื่อน

3.1.2 จำนวนครั้งของความคลาดเคลื่อนและร้อยละของจำนวนนักศึกษาครูที่มีความคลาดเคลื่อนในโจทย์รูปแบบที่ 1 โดยพิจารณาตามลักษณะความคลาดเคลื่อนเชิงกระบวนการเรื่อง อินทิกรัลไม่จำกัดเขต แสดงข้อมูลดังตาราง 10 ดังนี้

ตาราง 10 จำนวนครั้งของความคลาดเคลื่อนและร้อยละของจำนวนนักศึกษาครูที่มีความคลาดเคลื่อนในโจทย์รูปแบบที่ 1 โดยพิจารณาตามลักษณะความคลาดเคลื่อนเชิงกระบวนการเรื่อง อินทิกรัลไม่จำกัดเขต

จำนวนครั้งของความคลาดเคลื่อน	ความคลาดเคลื่อนเกี่ยวกับขั้นตอนวิธีหรือการดำเนินการให้สมบูรณในการอินทิเกรต		ความคลาดเคลื่อนเกี่ยวกับค่าสัมประสิทธิ์หรือการบวกค่าคงที่ C	
	จำนวน(คน)	ร้อยละ	จำนวน (คน)	ร้อยละ
1	8	18.18%	1	2.27%
2	10	22.72%	0	0.00%
3	7	15.90%	0	0.00%
4	2	4.54%	0	0.00%
5	3	6.81%	0	0.00%
6	1	2.27%	0	0.00%
7	1	2.27%	0	0.00%
รวม	32	72.72%	1	2.27%

จากตาราง 10 ในโจทย์รูปแบบที่ 1 เมื่อพิจารณาตามลักษณะย่อยของความคลาดเคลื่อนเชิงกระบวนการ เรื่อง อินทิกรัลไม่จำกัดเขต พบว่า ความคลาดเคลื่อนเกี่ยวกับขั้นตอนวิธีหรือการดำเนินการให้สมบูรณในการอินทิเกรตมีจำนวนครั้งของความคลาดเคลื่อนมากที่สุด เท่ากับ 7 ครั้ง โดยความคลาดเคลื่อนลักษณะนี้จำนวน 2 ครั้งมีนักศึกษาครูเกิดความคลาดเคลื่อนมากที่สุด คือ 10 คน ซึ่งคิดเป็นร้อยละ 22.72 และความคลาดเคลื่อนเกี่ยวกับค่าสัมประสิทธิ์หรือการบวกค่าคงที่ C มีจำนวนครั้งของความคลาดเคลื่อนเท่ากับ 1 ครั้ง โดยความคลาดเคลื่อนลักษณะนี้จำนวน 1 ครั้งมีนักศึกษาครูเกิดความคลาดเคลื่อนมากที่สุด คือ 1 คน ซึ่งคิดเป็นร้อยละ 2.27 เมื่อพิจารณา ร้อยละของจำนวนนักศึกษาครูที่มีความคลาดเคลื่อนในแต่ละลักษณะย่อยของโจทย์รูปแบบที่ 1

พบว่า ความคลาดเคลื่อนเกี่ยวกับขั้นตอนวิธีหรือการดำเนินการให้สมบูรณในการอินทิเกรต มี นักศึกษาครูเกิดความคลาดเคลื่อนจำนวนมากที่สุด จำนวน 32 คน คิดเป็นร้อยละ 72.72 รองลงมา คือ ความคลาดเคลื่อนเกี่ยวกับค่าสัมประสิทธิ์หรือการบวกค่าคงที่ C มีนักศึกษาครูเกิดความคลาดเคลื่อนจำนวน 1 คน คิดเป็นร้อยละ 2.27

3.1.3 จำนวนครั้งของความคลาดเคลื่อนและร้อยละของจำนวนนักศึกษาครูที่มีความคลาดเคลื่อนในโจทย์รูปแบบที่ 1 โดยพิจารณาตามลักษณะความคลาดเคลื่อนเชิงเทคนิค เรื่อง อินทิกรัลไม่จำกัดเขต แสดงข้อมูลดังตาราง 11 ดังนี้

ตาราง 11 จำนวนครั้งของความคลาดเคลื่อนและร้อยละของจำนวนนักศึกษาครูที่มีความคลาดเคลื่อนในโจทย์รูปแบบที่ 1 โดยพิจารณาตามลักษณะความคลาดเคลื่อนเชิงเทคนิค เรื่อง อินทิกรัลไม่จำกัดเขต

จำนวนครั้งของความคลาดเคลื่อน	ความคลาดเคลื่อนเชิงเทคนิค	
	จำนวน(คน)	ร้อยละ
1	7	15.90%
รวม	7	15.90%

จากตาราง 11 ในโจทย์รูปแบบที่ 1 เมื่อพิจารณาตามลักษณะความคลาดเคลื่อนเชิงเทคนิค เรื่อง อินทิกรัลไม่จำกัดเขต พบว่า จำนวนครั้งของความคลาดเคลื่อนมากที่สุด คือ 1 ครั้ง โดยความคลาดเคลื่อนลักษณะนี้จำนวน 1 ครั้งมีนักศึกษาครูเกิดความคลาดเคลื่อนมากที่สุด คือ 7 คน ซึ่งคิดเป็นร้อยละ 15.90 ส่วนร้อยละของจำนวนนักศึกษาครูที่มีความคลาดเคลื่อนเชิงเทคนิคมากที่สุดจำนวน 7 คน ซึ่งคิดเป็นร้อยละ 15.90

3.1.4 จำนวนครั้งของความคลาดเคลื่อนและร้อยละของจำนวนนักศึกษาครูที่มีความคลาดเคลื่อนในโจทย์รูปแบบที่ 2 โดยพิจารณาตามลักษณะความคลาดเคลื่อนเชิงมโนทัศน์ เรื่อง อินทิกรัลไม่จำกัดเขต แสดงข้อมูลดังตาราง 12 ดังนี้

ตาราง 12 จำนวนครั้งของความคลาดเคลื่อนและร้อยละของจำนวนนักศึกษาครูที่มีความคลาดเคลื่อนในโจทย์รูปแบบที่ 2 โดยพิจารณาตามลักษณะความคลาดเคลื่อนเชิงมโนทัศน์ เรื่อง อินทิกรัลไม่จำกัดเขต

จำนวนครั้งของ ความ คลาดเคลื่อน	ความคลาดเคลื่อน เกี่ยวกับการใช้ตัวแปรใน การอินทิเกรต		ความคลาดเคลื่อนเกี่ยวกับ การกำหนด u ในการ อินทิเกรต		ความคลาดเคลื่อน เกี่ยวกับการใช้สูตรหรือ สมบัติในการอินทิเกรต	
	จำนวน(คน)	ร้อยละ	จำนวน (คน)	ร้อยละ	จำนวน(คน)	ร้อยละ
1	0	0.00%	8	18.18%	9	20.45%
2	0	0.00%	1	2.27%	0	0.00%
3	0	0.00%	2	4.54%	0	0.00%
4	0	0.00%	1	2.27%	0	0.00%
รวม	0	0.00%	12	27.27%	9	20.45%

จากตาราง 12 ในโจทย์รูปแบบที่ 2 เมื่อพิจารณาตามลักษณะย่อยของความคลาดเคลื่อนเชิงมโนทัศน์ เรื่อง อินทิกรัลไม่จำกัดเขต พบว่า ความคลาดเคลื่อนเกี่ยวกับการกำหนด u ในการอินทิเกรตมีจำนวนครั้งของความคลาดเคลื่อนมากที่สุด เท่ากับ 4 ครั้ง โดยความคลาดเคลื่อนลักษณะนี้จำนวน 1 ครั้งมีนักศึกษาครูเกิดความคลาดเคลื่อนมากที่สุด คือ 8 คน ซึ่งคิดเป็นร้อยละ 18.18 รองลงมาเป็นความคลาดเคลื่อนเกี่ยวกับการใช้สูตรหรือสมบัติในการอินทิเกรตมีจำนวนครั้งของความคลาดเคลื่อนเท่ากับ 1 ครั้ง โดยความคลาดเคลื่อนลักษณะนี้จำนวน 1 ครั้งมีนักศึกษาครูเกิดความคลาดเคลื่อนมากที่สุด คือ 9 คน ซึ่งคิดเป็นร้อยละ 20.45 ส่วนความคลาดเคลื่อนเกี่ยวกับการใช้ตัวแปรในการอินทิเกรตยังไม่ปรากฏจำนวนครั้งของความคลาดเคลื่อน เมื่อพิจารณาร้อยละของจำนวนนักศึกษาครูที่มีความคลาดเคลื่อนในแต่ละลักษณะย่อยของโจทย์รูปแบบที่ 2 พบว่า ความคลาดเคลื่อนเกี่ยวกับการกำหนด u ในการอินทิเกรตมีนักศึกษาครูเกิดความคลาดเคลื่อนจำนวนมากที่สุด จำนวน 12 คน คิดเป็นร้อยละ 27.27 รองลงมาคือ ความคลาดเคลื่อนเกี่ยวกับการใช้สูตรหรือสมบัติในการอินทิเกรตมีนักศึกษาครูเกิดความคลาดเคลื่อนจำนวน 9 คน คิดเป็นร้อยละ 20.45 ส่วนความคลาดเคลื่อนเกี่ยวกับการใช้ตัวแปรในการอินทิเกรตยังไม่ปรากฏนักศึกษาครูที่มีความคลาดเคลื่อน

3.1.5 จำนวนครั้งของความคลาดเคลื่อนและร้อยละของจำนวนนักศึกษาครูที่มีความคลาดเคลื่อนในโจทย์รูปแบบที่ 2 โดยพิจารณาตามลักษณะความคลาดเคลื่อนเชิงกระบวนการเรื่อง อินทิกรัลไม่จำกัดเขต แสดงข้อมูลดังตาราง 13 ดังนี้

ตาราง 13 จำนวนครั้งของความคลาดเคลื่อนและร้อยละของจำนวนนักศึกษาครูที่มีความคลาดเคลื่อนในโจทย์รูปแบบที่ 2 โดยพิจารณาตามลักษณะความคลาดเคลื่อนเชิงกระบวนการเรื่อง อินทิกรัลไม่จำกัดเขต

จำนวนครั้งของความคลาดเคลื่อน	ความคลาดเคลื่อนเกี่ยวกับขั้นตอนวิธีหรือการดำเนินการให้สมบูรณในการอินทิเกรต		ความคลาดเคลื่อนเกี่ยวกับค่าสัมประสิทธิ์หรือการบวกค่าคงที่ C	
	จำนวน(คน)	ร้อยละ	จำนวน (คน)	ร้อยละ
1	14	31.81%	1	2.27%
2	12	27.27%	0	0.00%
3	2	4.54%	0	0.00%
4	1	2.27%	0	0.00%
5	1	2.27%	0	0.00%
รวม	30	68.18%	1	2.27%

จากตาราง 13 ในโจทย์รูปแบบที่ 2 เมื่อพิจารณาตามลักษณะย่อยของความคลาดเคลื่อนเชิงกระบวนการเรื่อง อินทิกรัลไม่จำกัดเขต พบว่า ความคลาดเคลื่อนเกี่ยวกับขั้นตอนวิธีหรือการดำเนินการให้สมบูรณในการอินทิเกรตมีจำนวนครั้งของความคลาดเคลื่อนมากที่สุด เท่ากับ 5 ครั้ง โดยความคลาดเคลื่อนลักษณะนี้จำนวน 1 ครั้งมีนักศึกษาครูเกิดความคลาดเคลื่อนมากที่สุด คือ 14 คน ซึ่งคิดเป็นร้อยละ 31.81 และความคลาดเคลื่อนเกี่ยวกับค่าสัมประสิทธิ์หรือการบวกค่าคงที่ C มีจำนวนครั้งของความคลาดเคลื่อนเท่ากับ 1 ครั้ง โดยความคลาดเคลื่อนลักษณะนี้จำนวน 1 ครั้งมีนักศึกษาครูเกิดความคลาดเคลื่อนมากที่สุด คือ 1 คน ซึ่งคิดเป็นร้อยละ 2.27 เมื่อพิจารณา ร้อยละของจำนวนนักศึกษาครูที่มีความคลาดเคลื่อนในแต่ละลักษณะย่อยของโจทย์รูปแบบที่ 2 พบว่า ความคลาดเคลื่อนเกี่ยวกับขั้นตอนวิธีหรือการดำเนินการให้สมบูรณในการอินทิเกรต มีนักศึกษาครูเกิดความคลาดเคลื่อนจำนวนมากที่สุดจำนวน 30 คน คิดเป็นร้อยละ 68.18 รองลงมา

คือ ความคลาดเคลื่อนเกี่ยวกับค่าสัมประสิทธิ์หรือการบวกค่าคงที่ C มีนักศึกษาครูเกิดความคลาดเคลื่อนจำนวน 1 คน คิดเป็นร้อยละ 2.27

3.1.6 จำนวนครั้งของความคลาดเคลื่อนและร้อยละของจำนวนนักศึกษาครูที่มีความคลาดเคลื่อนในโจทย์รูปแบบที่ 2 โดยพิจารณาตามลักษณะความคลาดเคลื่อนเชิงเทคนิค เรื่อง อินทิกรัลไม่จำกัดเขต แสดงข้อมูลดังตาราง 14 ดังนี้

ตาราง 14 จำนวนครั้งของความคลาดเคลื่อนและร้อยละของจำนวนนักศึกษาครูที่มีความคลาดเคลื่อนในโจทย์รูปแบบที่ 2 โดยพิจารณาตามลักษณะความคลาดเคลื่อนเชิงเทคนิค เรื่อง อินทิกรัลไม่จำกัดเขต

จำนวนครั้งของความคลาดเคลื่อน	ความคลาดเคลื่อนเชิงเทคนิค	
	จำนวน(คน)	ร้อยละ
1	2	4.54%
รวม	2	4.54%

จากตาราง 14 ในโจทย์รูปแบบที่ 2 เมื่อพิจารณาตามลักษณะความคลาดเคลื่อนเชิงเทคนิค เรื่อง อินทิกรัลไม่จำกัดเขต พบว่า จำนวนครั้งของความคลาดเคลื่อนมากที่สุด คือ 1 ครั้ง โดยความคลาดเคลื่อนลักษณะนี้จำนวน 1 ครั้งมีนักศึกษาครูเกิดความคลาดเคลื่อนมากที่สุด คือ 2 คน ซึ่งคิดเป็นร้อยละ 4.54 ส่วนร้อยละของจำนวนนักศึกษาครูที่มีความคลาดเคลื่อนเชิงเทคนิคมากที่สุดจำนวน 2 คน ซึ่งคิดเป็นร้อยละ 4.54

3.1.7 จำนวนครั้งของความคลาดเคลื่อนและร้อยละของจำนวนนักศึกษาครูที่มีความคลาดเคลื่อนในโจทย์รูปแบบที่ 3 โดยพิจารณาตามลักษณะความคลาดเคลื่อนเชิงมโนทัศน์ เรื่อง อินทิกรัลไม่จำกัดเขต แสดงข้อมูลดังตาราง 15 ดังนี้

ตาราง 15 จำนวนครั้งของความคลาดเคลื่อนและร้อยละของจำนวนนักศึกษาครูที่มีความคลาดเคลื่อนในโจทย์รูปแบบที่ 3 โดยพิจารณาตามลักษณะความคลาดเคลื่อนเชิงมโนทัศน์ เรื่อง อินทิกรัลไม่จำกัดเขต

จำนวนครั้งของ ความ คลาดเคลื่อน	ความคลาดเคลื่อน เกี่ยวกับการใช้ตัวแปรใน การอินทิเกรต		ความคลาดเคลื่อนเกี่ยวกับ การกำหนด u ในการ อินทิเกรต		ความคลาดเคลื่อน เกี่ยวกับการใช้สูตรหรือ สมบัติในการอินทิเกรต	
	จำนวน(คน)	ร้อยละ	จำนวน (คน)	ร้อยละ	จำนวน(คน)	ร้อยละ
1	2	4.54%	10	22.72%	2	4.54%
2	0	0.00%	7	15.90%	0	0.00%
3	0	0.00%	3	6.81%	0	0.00%
รวม	2	4.54%	20	45.45%	2	4.54%

จากตาราง 15 ในโจทย์รูปแบบที่ 3 เมื่อพิจารณาตามลักษณะย่อยของความคลาดเคลื่อนเชิงมโนทัศน์ เรื่อง อินทิกรัลไม่จำกัดเขต พบว่า ความคลาดเคลื่อนเกี่ยวกับการกำหนด u ในการอินทิเกรตมีจำนวนครั้งของความคลาดเคลื่อนมากที่สุด เท่ากับ 3 ครั้ง โดยความคลาดเคลื่อนลักษณะนี้จำนวน 1 ครั้งมีนักศึกษาครูเกิดความคลาดเคลื่อนมากที่สุด คือ 10 คน ซึ่งคิดเป็นร้อยละ 22.72 รองลงมาเป็นความคลาดเคลื่อนเกี่ยวกับการใช้สูตรหรือสมบัติในการอินทิเกรตมีจำนวนครั้งของความคลาดเคลื่อนเท่ากับ 1 ครั้ง โดยความคลาดเคลื่อนลักษณะนี้จำนวน 1 ครั้งมีนักศึกษาครูเกิดความคลาดเคลื่อนมากที่สุด คือ 2 คน ซึ่งคิดเป็นร้อยละ 4.54 ส่วนความคลาดเคลื่อนเกี่ยวกับการใช้ตัวแปรในการอินทิเกรตมีจำนวนครั้งของความคลาดเคลื่อน คือ 1 ครั้ง โดยความคลาดเคลื่อนลักษณะนี้จำนวน 1 ครั้งมีนักศึกษาครูเกิดความคลาดเคลื่อนคือ 2 คน ซึ่งคิดเป็นร้อยละ 4.54 เมื่อพิจารณาร้อยละของจำนวนนักศึกษาครูที่มีความคลาดเคลื่อนในแต่ละลักษณะย่อยของโจทย์รูปแบบที่ 3 พบว่า ความคลาดเคลื่อนเกี่ยวกับการกำหนด u ในการอินทิเกรตมีนักศึกษาครูเกิดความคลาดเคลื่อนจำนวนมากที่สุดจำนวน 20 คน คิดเป็นร้อยละ 45.45 รองลงมาคือ ความคลาดเคลื่อนเกี่ยวกับการใช้สูตรหรือสมบัติในการอินทิเกรตมีนักศึกษาครูเกิดความคลาดเคลื่อนจำนวน 2 คน คิดเป็นร้อยละ 4.54 ส่วนความคลาดเคลื่อนเกี่ยวกับการใช้ตัวแปรในการอินทิเกรตมีนักศึกษาครูเกิดความคลาดเคลื่อนจำนวน 2 คน คิดเป็นร้อยละ 4.54

3.1.8 จำนวนครั้งของความคลาดเคลื่อนและร้อยละของจำนวนนักศึกษาครูที่มีความคลาดเคลื่อนในโจทย์รูปแบบที่ 3 โดยพิจารณาตามลักษณะความคลาดเคลื่อนเชิงกระบวนการ เรื่อง อินทิกรัลไม่จำกัดเขต แสดงข้อมูลดังตาราง 16 ดังนี้

ตาราง 16 จำนวนครั้งของความคลาดเคลื่อนและร้อยละของจำนวนนักศึกษาครูที่มีความคลาดเคลื่อนในโจทย์รูปแบบที่ 3 โดยพิจารณาตามลักษณะความคลาดเคลื่อนเชิงกระบวนการ เรื่อง อินทิกรัลไม่จำกัดเขต

จำนวนครั้งของความคลาดเคลื่อน	ความคลาดเคลื่อนเกี่ยวกับขั้นตอนวิธีหรือการดำเนินการให้สมบูรณในการอินทิเกรต		ความคลาดเคลื่อนเกี่ยวกับค่าสัมประสิทธิ์หรือการบวกค่าคงที่ C	
	จำนวน(คน)	ร้อยละ	จำนวน (คน)	ร้อยละ
1	16	36.36%	1	2.27%
2	9	20.45%	0	0.00%
3	5	11.36%	0	0.00%
4	2	4.54%	0	0.00%
5	1	2.27%	0	0.00%
รวม	33	75.00%	1	2.27%

จากตาราง 16 ในโจทย์รูปแบบที่ 3 เมื่อพิจารณาตามลักษณะย่อยของความคลาดเคลื่อนเชิงกระบวนการ เรื่อง อินทิกรัลไม่จำกัดเขต พบว่า ความคลาดเคลื่อนเกี่ยวกับขั้นตอนวิธีหรือการดำเนินการให้สมบูรณในการอินทิเกรตมีจำนวนครั้งของความคลาดเคลื่อนมากที่สุด เท่ากับ 5 ครั้ง โดยความคลาดเคลื่อนลักษณะนี้จำนวน 1 ครั้งมีนักศึกษาครูเกิดความคลาดเคลื่อนมากที่สุด คือ 16 คน ซึ่งคิดเป็นร้อยละ 36.36 และความคลาดเคลื่อนเกี่ยวกับค่าสัมประสิทธิ์หรือการบวกค่าคงที่ C มีจำนวนครั้งของความคลาดเคลื่อนเท่ากับ 1 ครั้ง โดยความคลาดเคลื่อนลักษณะนี้จำนวน 1 ครั้งมีนักศึกษาครูเกิดความคลาดเคลื่อนมากที่สุด คือ 1 คน ซึ่งคิดเป็นร้อยละ 2.27 เมื่อพิจารณา ร้อยละของจำนวนนักศึกษาครูที่มีความคลาดเคลื่อนในแต่ละลักษณะย่อยของโจทย์รูปแบบที่ 3 พบว่า ความคลาดเคลื่อนเกี่ยวกับขั้นตอนวิธีหรือการดำเนินการให้สมบูรณในการอินทิเกรต มีนักศึกษาครูเกิดความคลาดเคลื่อนจำนวนมากที่สุดจำนวน 33 คน คิดเป็นร้อยละ 75.00 รองลงมา

คือ ความคลาดเคลื่อนเกี่ยวกับค่าสัมประสิทธิ์หรือการบวกค่าคงที่ C มีนักศึกษาครูเกิดความคลาดเคลื่อนจำนวน 1 คน คิดเป็นร้อยละ 2.27

3.1.9 จำนวนครั้งของความคลาดเคลื่อนและร้อยละของจำนวนนักศึกษาครูที่มีความคลาดเคลื่อนในโจทย์รูปแบบที่ 3 โดยพิจารณาตามลักษณะความคลาดเคลื่อนเชิงเทคนิค เรื่อง อินทิกรัลไม่จำกัดเขต แสดงข้อมูลดังตาราง 17 ดังนี้

ตาราง 17 จำนวนครั้งของความคลาดเคลื่อนและร้อยละของจำนวนนักศึกษาครูที่มีความคลาดเคลื่อนในโจทย์รูปแบบที่ 3 โดยพิจารณาตามลักษณะความคลาดเคลื่อนเชิงเทคนิค เรื่อง อินทิกรัลไม่จำกัดเขต

จำนวนครั้งของความคลาดเคลื่อน	ความคลาดเคลื่อนเชิงเทคนิค	
	จำนวน(คน)	ร้อยละ
1	12	27.27%
2	2	4.54%
รวม	14	31.81%

จากตาราง 17 ในโจทย์รูปแบบที่ 3 เมื่อพิจารณาตามลักษณะความคลาดเคลื่อนเชิงเทคนิค เรื่อง อินทิกรัลไม่จำกัดเขต พบว่า จำนวนครั้งของความคลาดเคลื่อนมากที่สุด คือ 2 ครั้ง โดยความคลาดเคลื่อนลักษณะนี้จำนวน 1 ครั้งมีนักศึกษาครูเกิดความคลาดเคลื่อนมากที่สุด คือ 12 คน ซึ่งคิดเป็นร้อยละ 27.27 ส่วนร้อยละของจำนวนนักศึกษาครูที่มีความคลาดเคลื่อนเชิงเทคนิคมากที่สุดจำนวน 14 คน ซึ่งคิดเป็นร้อยละ 31.18

บทที่ 5

สรุป อภิปรายผล และ ข้อเสนอแนะ

การวิจัยเรื่อง การศึกษามโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางคณิตศาสตร์ เรื่อง อินทิกรัลไม่จำกัดเขต ของนักศึกษาครุสาขาวิชาคณิตศาสตร์ ในสาธารณรัฐประชาธิปไตยประชาชนลาว มีความมุ่งหมายของการวิจัย เพื่อศึกษามโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางคณิตศาสตร์ เรื่อง อินทิกรัลไม่จำกัดเขต ของนักศึกษาครุสาขาวิชาคณิตศาสตร์ สถาบันการศึกษาในเขตภาคใต้ของสาธารณรัฐประชาธิปไตยประชาชนลาว ผู้วิจัยสรุปผลการดำเนินงานดังต่อไปนี้

ความมุ่งหมายและวิธีการดำเนินการวิจัย

ความมุ่งหมายของการวิจัย

เพื่อศึกษามโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางคณิตศาสตร์ เรื่อง อินทิกรัลไม่จำกัดเขต ของนักศึกษาครุสาขาวิชาคณิตศาสตร์ สถาบันการศึกษาในเขตภาคใต้ของสาธารณรัฐประชาธิปไตยประชาชนลาว

วิธีการดำเนินการวิจัย

1. ประชากรที่ใช้ในการวิจัย

ประชากรที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้เป็นนักศึกษาครุสาขาวิชาคณิตศาสตร์ที่ศึกษาในหลักสูตรกรมสร้างครูมัธยม 2013 สถาบันการศึกษาในเขตภาคใต้ของ สาธารณรัฐประชาธิปไตยประชาชนลาว

2. กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัย

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้เป็นนักศึกษาครุสาขาวิชาคณิตศาสตร์ชั้นปีที่ 3 ที่ศึกษาในหลักสูตรกรมสร้างครูมัธยม 2013 ประจำภาคการศึกษาที่ 2 ปีการศึกษา 2562 สถาบันการศึกษาในเขตภาคใต้ของสาธารณรัฐประชาธิปไตยประชาชนลาว ซึ่งได้มาจากการเลือกตัวอย่างแบบเจาะจง (Purposive sampling) ได้แก่

มหาวิทยาลัยสะหวันนะเขต	จำนวน	16	คน
วิทยาลัยครูปากเซ	จำนวน	28	คน

3. กรอบแนวคิดในการวิจัย

การวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยจำแนกมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางคณิตศาสตร์ เรื่อง อินทิกรัลไม่จำกัดเขตออกเป็น 3 ลักษณะตามแนวความคิดของ แองเกียตเซยาง (Kiat, 2005) และหุนลีลีและ

คณะ (Voon และคนอื่น ๆ, 2017) โดยใช้เครื่องมือในการวิจัยเป็นแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางคณิตศาสตร์ เรื่อง อินทิกรัลไม่จำกัดเขต

4. การสร้างเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ ได้แก่ แบบทดสอบวัดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน เรื่อง อินทิกรัลไม่จำกัดเขต เนื่องจากการวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยแบ่งการทดสอบออกเป็น 3 ครั้ง ใช้แบบทดสอบ 3 ชุด ดังนั้นแบบทดสอบสำหรับใช้วัดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางคณิตศาสตร์ เรื่อง อินทิกรัลไม่จำกัดเขต จึงสร้างทั้งหมดจำนวน 3 ชุด ชุดละ 6 ข้อ รวมทั้งหมดทุกชุดมีแบบทดสอบจำนวน 18 ข้อ โดยหลังจากสร้างเครื่องมือเสร็จเรียบร้อยแล้ว ผู้วิจัยนำเครื่องมือเสนอต่อคณะกรรมการควบคุมปริญญาโทเพื่อพิจารณาปรับปรุงแก้ไข จากนั้นนำเครื่องมือที่ผ่านการพิจารณา เสนอต่อผู้เชี่ยวชาญจำนวน 3 ท่าน เพื่อตรวจสอบความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหา (IOC) ความยากง่ายของข้อคำถาม รูปแบบของโจทย์อินทิกรัลไม่จำกัด และความเหมาะสมด้านสำนวนภาษาที่ใช้ แล้วปรับปรุงแก้ไขตามคำแนะนำของผู้เชี่ยวชาญ จากนั้นปรับปรุงแก้ไขเครื่องมืออีกครั้งก่อนนำไปทดสอบนักศึกษาในกลุ่มตัวอย่างต่อไป

5. การเก็บรวบรวมข้อมูล

การเก็บข้อมูลครั้งนี้ผู้วิจัยได้ลงพื้นที่เก็บข้อมูล โดยผู้วิจัยนำแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางคณิตศาสตร์ เรื่อง อินทิกรัลไม่จำกัดเขต ไปทดสอบกับนักศึกษาในกลุ่มตัวอย่าง โดยการวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยแบ่งการทดสอบออกเป็น 3 ครั้ง โดยการทดสอบครั้งที่ 1 ใช้แบบทดสอบชุดที่ 1 การทดสอบครั้งที่ 2 ใช้แบบทดสอบชุดที่ 2 และการทดสอบครั้งที่ 3 ใช้แบบทดสอบชุดที่ 3 ซึ่งแต่ละครั้งใช้เวลาในการทดสอบจำนวน 2 ชั่วโมง และใช้ระยะเวลาห่างกัน 1 – 2 สัปดาห์ โดยการทดสอบดังกล่าวอยู่ภายใต้การควบคุมดูแลของอาจารย์ผู้สอนประจำวิชา

6. การวิเคราะห์ข้อมูล

ผู้วิจัยนำข้อมูลที่ได้จากการเก็บรวบรวมข้อมูลจากกลุ่มตัวอย่างมาวิเคราะห์ เพื่อศึกษาในประเด็นต่อไปนี้

1. วิเคราะห์เชิงเนื้อหา (Content Analysis) โดยพิจารณาจากลักษณะของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในแต่ละด้านที่เกิดขึ้นจากทำแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางคณิตศาสตร์ เรื่อง อินทิกรัลไม่จำกัดเขต
2. วิเคราะห์ความถี่ (จำนวนครั้ง) ของความคลาดเคลื่อนและร้อยละของจำนวนนักศึกษาครุที่มีความคลาดเคลื่อนโดยจำแนกตามลักษณะของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน
3. วิเคราะห์ความถี่ (จำนวนครั้ง) ของความคลาดเคลื่อนและร้อยละของจำนวนนักศึกษาครุที่มีความคลาดเคลื่อนจำแนกตามรูปแบบของโจทย์

สรุปผลการวิจัย

การศึกษามโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางคณิตศาสตร์ เรื่อง อินทิกรัลไม่จำกัดเขต ของ นักศึกษาคณะศึกษาศาสตร์ในสาขาคณิตศาสตร์ ในสาธารณรัฐประชาธิปไตยประชาชนลาว สรุปผลการวิจัยได้ ดังนี้

1. นักศึกษามีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางคณิตศาสตร์ เรื่อง อินทิกรัลไม่จำกัดเขต โดยพิจารณาจำนวนครั้ง (ความถี่) ซึ่งเรียงลำดับจำนวนครั้งของความคลาดเคลื่อน (คิดเป็นร้อยละ) จากมากไปหาน้อยได้ดังนี้ ความคลาดเคลื่อนเชิงกระบวนการในลักษณะที่เกี่ยวกับขั้นตอนวิธี หรือการดำเนินการให้สมบูรณ์ในการอินทิเกรต คิดเป็นร้อยละ 93.18 ความคลาดเคลื่อนเชิงมโนทัศน์ในลักษณะที่เกี่ยวกับการกำหนดตัวแปร u ในการอินทิเกรต คิดเป็นร้อยละ 72.73 ความคลาดเคลื่อนเชิงเทคนิค คิดเป็นร้อยละ 45.45 ความคลาดเคลื่อนเชิงมโนทัศน์ในลักษณะที่เกี่ยวกับการใช้สูตรหรือสมบัติในการอินทิเกรตคิดเป็นร้อยละ 27.3 ความคลาดเคลื่อนเชิงกระบวนการในลักษณะที่เกี่ยวกับค่าสัมประสิทธิ์หรือการบวกค่าคงที่ C คิดเป็นร้อยละ 6.82 และความคลาดเคลื่อนเชิงมโนทัศน์ในลักษณะที่เกี่ยวกับการใช้ตัวแปรในการอินทิเกรต คิดเป็นร้อยละ 4.55 ตามลำดับ

2. มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางคณิตศาสตร์ เรื่อง อินทิกรัลไม่จำกัดเขต ของนักศึกษาคณะ พบว่า ความคลาดเคลื่อนเชิงกระบวนการในลักษณะที่เกี่ยวกับขั้นตอนวิธีหรือการดำเนินการให้สมบูรณ์ในการอินทิเกรตพบมากที่สุด ในโจทย์รูปแบบที่ 3 ส่วนความคลาดเคลื่อนเชิงมโนทัศน์ในลักษณะที่เกี่ยวกับการกำหนดตัวแปร u ในการอินทิเกรตพบมากที่สุด ในโจทย์รูปแบบที่ 1 นอกจากนี้ยังพบความคลาดเคลื่อนเชิงเทคนิคพบมากที่สุด ในโจทย์รูปแบบที่ 3

อภิปรายผลการวิจัย

1. จากการศึกษามโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางคณิตศาสตร์ ของนักศึกษาคณะชั้นปีที่ 3 สถาบันการศึกษาในเขตภาคใต้ของสาธารณรัฐประชาธิปไตยประชาชนลาว ซึ่งได้ผลการวิจัยตามข้อ 1 จากการวิเคราะห์ของผู้วิจัยอาจมีเหตุผลดังประเด็นต่อไปนี้

1.1 มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนมากที่สุด คือ ความคลาดเคลื่อนเชิงกระบวนการในลักษณะที่เกี่ยวกับขั้นตอนวิธีหรือการดำเนินการให้สมบูรณ์ในการอินทิเกรต ซึ่งคิดเป็นร้อยละ 93.18 จากการวิเคราะห์พบว่าความคลาดเคลื่อนดังกล่าวนี้ส่วนมากเกิดจากเมื่อนักศึกษาคณะทำการอินทิเกรตครั้งที่ 2 หรือครั้งที่ 3 มักจะละเลยการกำหนดตัวแปรอาจเนื่องจากการขาดการเน้นย้ำจากผู้สอนหรือนักศึกษาเองความเข้าใจว่าไม่จำเป็นต้องแสดงที่มาของการกำหนดสัญลักษณ์

หรือตัวแปร สอดคล้องกับที่เมสเตอร์ Mestre (1989) กล่าวว่า การสะสมข้อมูลที่ถูกต้องเพียงบางส่วนจากประสบการณ์ในแต่ละวัน อาจสร้างเป็นความเข้าใจผิดที่ฝังลึกทำให้กลายเป็นมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนได้

1.2 มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนรองลงมา คือ ความคลาดเคลื่อนเชิงมโนทัศน์ในลักษณะที่เกี่ยวข้องกับการกำหนดตัวแปร u ในการอินทิเกรต คิดเป็นร้อยละ 72.73 ทั้งนี้อาจเนื่องมาจากนักศึกษาครูยังมองภาพรวมหรือวิเคราะห์โจทย์ไม่ได้ว่าจะต้องกำหนดตัวแปร u อย่างไรจึงจะจัดรูปให้สามารถอินทิเกรตได้ และผู้เรียนส่วนหนึ่งมักจะนึกถึงการใช้สูตรอินทิกรัลพื้นฐานก่อนที่จะคิดหาเทคนิคในการแก้โจทย์ รวมทั้งขาดประสบการณ์ในการทำโจทย์ที่หลากหลาย เช่น โจทย์อินทิกรัล

$\int \frac{1}{x \ln x} dx$ และ $\int \frac{x^2}{\sqrt[3]{x^3+1}} dx$ นักศึกษาส่วนหนึ่งกำหนดตัวแปร $t = x \ln x$ และ $t = \sqrt[3]{x^3+1}$ ซึ่งอาจจะไม่เหมาะสมทำให้ยากในการที่จะทำการอินทิเกรตให้เป็นผลสำเร็จได้ สอดคล้องกับ (Sofronas และคนอื่นๆ, 2011) ที่กล่าวว่า การเกิดข้อผิดพลาดบ่อยครั้งในการเรียนวิชาแคลคูลัสส่วนหนึ่งเกิดจากการขาดความรู้ความชำนาญหรือขาดประสบการณ์ที่เกี่ยวกับมโนทัศน์พื้นฐาน

1.3 มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนถัดมา คือ ความคลาดเคลื่อนเชิงเทคนิค คิดเป็นร้อยละ 45.45 ทั้งนี้อาจเนื่องมาจากนักศึกษาครูขาดความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ หรือขาดประสบการณ์ในการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่ถูกต้อง หรืออาจเป็นไปได้ที่ขาดความรอบคอบ เช่น มีนักศึกษาครูบางคนเข้าใจว่า $x(x-1)^{-1} = (x^2-x)^{-1}$ หรือ $3 \ln(\ln 2x) = 3 \ln^2(2x)$ หรือจากโจทย์อินทิกรัล $\int \frac{xt-1}{x\sqrt{t}} dx$ นำ x หารด้วย x ซึ่งทำให้ได้ $\int \frac{t-1}{\sqrt{t}} dx$ เป็นต้น ในประเด็นดังกล่าวนี้ Li, Julaihi, และ Eng (2017) ได้กล่าวว่า ความผิดพลาดในทักษะพื้นฐานทางคณิตศาสตร์ขณะแก้โจทย์แคลคูลัส เกิดจากกระบวนการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่ไม่ถูกต้องเป็นเวลาหลายปี ส่วนใหญ่จะเป็นความผิดพลาดเกี่ยวกับพีชคณิตและฟังก์ชัน ซึ่งส่งผลให้ผู้เรียนขาดประสิทธิภาพในการเรียนรู้วิชาแคลคูลัส

1.4 มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนถัดมา คือ ความคลาดเคลื่อนเชิงมโนทัศน์ในลักษณะที่เกี่ยวข้องกับการใช้สูตรหรือสมบัติในการอินทิเกรต คิดเป็นร้อยละ 27.3 ทั้งนี้อาจเนื่องมาจากนักศึกษาครูตีความหมายโจทย์ผิดหรือพิจารณาวิธีการแก้โจทย์ไม่ถูกต้อง เช่น โจทย์อินทิกรัล $\int 2xe^{x^2} dx$ และ $\int 3xe^{3x^2-1} dx$ จะพบว่า มีตัวถูกอินทิเกรต $2xe^{x^2}$ และ $3xe^{3x^2-1}$ ตามลำดับ ซึ่งอยู่ในรูปของการคูณกันของสองพจน์ซึ่งอาจไปสอดคล้องหรือคล้ายกับวิธีการซึ่งต้องใช้สูตรการอินทิเกรตที่ละส่วน ประกอบกับนักศึกษาครูอาจมีประสบการณ์ในการอินทิเกรตที่ละส่วนมาแล้ว และอีกทั้งถ้าจะ

อินทิเกรตโดยการแทนค่าไม่รู้ว่าจะกำหนดตัวแปร u อย่างไรเพราะว่าฟังก์ชันเขียนอยู่ในรูปของ เลขยกกำลัง ในประเด็นดังกล่าวนี้ อัมพร ม้าคนอง (2545) ได้กล่าวว่า ผู้เรียนที่ขาดทักษะในการ ตีความจากโจทย์ โจทย์ที่มีระดับความยากสูง มักจะไม่ให้ข้อมูลที่ผู้เรียนต้องการใช้โดยตรง แต่มัก ให้มาในรูปความสัมพันธ์กับตัวแปรอื่น ซึ่งผู้เรียนต้องพยายามตีความในส่วนนี้ เพื่อให้ได้ข้อมูลตรงกับที่ต้องการโดยใช้การอ่านทำความเข้าใจโจทย์หลายๆ ครั้ง

1.5 มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนถัดมา คือ ความคลาดเคลื่อนเชิงกระบวนการในลักษณะ ที่เกี่ยวกับค่าสัมประสิทธิ์หรือการบวกค่าคงที่ C คิดเป็นร้อยละ 6.82 และความคลาดเคลื่อนเชิง มโนทัศน์ในลักษณะที่เกี่ยวกับการใช้ตัวแปรในการอินทิเกรต คิดเป็นร้อยละ 4.55 ตามลำดับ ทั้งนี้ อาจเนื่องมาจากนักศึกษามีความรีบเร่งในการทำโจทย์ หรือความไม่รอบคอบ ไม่ระมัดระวังในการ เขียนคำตอบโดยเฉพาะการไม่ได้บวกด้วยค่าคงที่ C หลังจากทำการอินทิเกรตเสร็จสิ้น สอดคล้อง กับ Carpmail, Chapman, และ Crowder. (2013) ที่กล่าวว่า ถ้าผู้เรียนอยู่ในภาวะที่ไม่พร้อม ทำงานหรือทำงานเร่งรีบ อาจก่อให้เกิดความผิดพลาดได้จากการไม่ระวังหรือสะเพร่า ส่วน ความคลาดเคลื่อนในลักษณะที่เกี่ยวกับการใช้ตัวแปรในการอินทิเกรต อาจเนื่องมาจากนักศึกษาคูยังมองไม่เห็นหรือละเลยความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรทำให้ไม่สามารถเขียนตัวแปรหนึ่งในรูป ของอีกตัวแปรหนึ่งได้ ส่งผลทำให้อินทิเกรตไม่ถูกต้อง เช่น โจทย์อินทิกรัล $\int x\sqrt{1-x} dx$ กำหนดตัวแปร $t = 1 - x$ จะได้ $dt = -dx$ เมื่อแทนค่าในโจทย์จะได้ว่า $\int x\sqrt{1-x} dx = \int x\sqrt{t}(-dx)$ ซึ่งจะ พบว่าไม่สามารถทำการอินทิเกรตต่อไปได้

2. จากการศึกษา มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางคณิตศาสตร์ ของนักศึกษาครูชั้นปีที่ 3 สถาบันการศึกษาในเขตภาคใต้ของสาธารณรัฐประชาธิปไตยประชาชนลาว ซึ่งได้ผลการวิจัยตาม ข้อ 2 จากการวิเคราะห์ของผู้วิจัยอาจมีเหตุผลดังประเด็นต่อไปนี้

เนื่องจากโจทย์รูปแบบที่ 3 ต้องใช้ความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์อย่างมาก เช่น สมการ เศษส่วน หรือการแยกตัวประกอบ เป็นต้น นอกจากนั้นประสบการณ์ในการเรียนรู้ที่ผ่านมา ของนักศึกษาครูอาจทำให้ตัวนักศึกษาครูเองคุ้นเคยกับการดำเนินการที่ไม่สมบูรณ์ในการ อินทิเกรต จึงทำให้นักศึกษาครูเกิดความสับสน และปัญหาเกี่ยวกับการทำโจทย์ที่ไม่สมบูรณ์ใน การอินทิเกรตโดยเฉพาะการละขั้นตอนในการทำโจทย์ สอดคล้องกับ Allen (2007) ที่กล่าวไว้ว่า นักเรียนมาพร้อมกับทฤษฎีที่ไม่เป็นทางการที่สร้างขึ้นจากประสบการณ์ในชีวิตประจำวัน ทฤษฎี เหล่านี้ได้รับการสร้างขึ้นอย่างเข้มข้น นักเรียนมีฟังก์ชันการทำงานในชีวิตประจำวันเพื่อทำความเข้าใจโลก แต่มักจะเป็นความจริงครั้งเดียวที่ไม่สมบูรณ์ ซึ่งนั่นบอกได้ว่าเป็นมโนทัศน์ที่ คลาดเคลื่อน นอกจากนั้นยังตรวจพบอีกว่า การที่นักศึกษาไม่กำหนดตัวแปร (กำหนดตัวแปร u)

ได้นั้นอาจเนื่องมาจากไม่สามารถบูรณาการการเรียนรู้ในอดีตมาใช้ให้สอดคล้องกับปัญหาหรือ โจทย์ เช่น ความรู้เกี่ยวกับอนุพันธ์และความรู้พื้นฐานเกี่ยวกับลอการิทึมที่นำไปสู่การพิจารณาใน การกำหนดตัวแปรไม่ถูกต้องหรือไม่เหมาะสม รวมไปถึงดำเนินการที่ไม่ชัดเจนโดยเฉพาะกับโจทย์ ที่เป็นฟังก์ชันเลขชี้กำลัง ที่ทำให้นักศึกษาส่วนมากกำหนดตัวแปรโดยใช้วิธีการอินทิเกรตที่ละส่วน ซึ่งอาจแสดงให้เห็นว่านักศึกษาครุชั้นปี 3 มีประสบการณ์การใช้วิธีการอินทิเกรตที่ละส่วนแล้ว ได้ผลดี สอดคล้องกับ Hong และ Thomas (1997) ที่ได้สรุปไว้ว่า ผู้เรียนจำนวนมากที่ไม่สามารถ แก้ปัญหาการอินทิเกรตได้โดยไม่มีขั้นตอนที่ชัดเจนแสดงให้เห็นว่าประสบการณ์ของนักศึกษาได้ทิ้ง ช่องว่างที่สำคัญในการทำให้เกิดมโนทัศน์ที่ถูกต้อง เมื่อนักศึกษาไม่คุ้นเคยกับกระบวนการที่เป็นที่ รู้จัก นักศึกษามักจะใช้ขั้นตอนที่คิดค้นขึ้นหรือขั้นตอนที่ไม่เหมาะสมจากคณิตศาสตร์ด้านอื่น ๆ

ข้อเสนอแนะ

1 ข้อเสนอแนะสำหรับการเรียนการสอน

จากผลการวิจัยข้างต้น

1.1 สำหรับความคลาดเคลื่อนเชิงมโนทัศน์ (Conceptual Error) มีข้อเสนอแนะดังนี้

1) ในการแก้ปัญหาความคลาดเคลื่อนเกี่ยวกับการใช้ตัวแปรในการอินทิเกรตของ ผู้เรียน ครูควรจัดการเรียนการสอนด้วยการเน้นย้ำในการแสดงให้เห็นถึงการเขียนตัวแปรหนึ่งให้อยู่ใน รูปแบบของอีกตัวแปรหนึ่งที่กำหนด รวมไปถึงการฝึกใช้สมบัติของการอินทิกรัลไม่จำเขตเพื่อให้ ผู้เรียนเข้าใจมโนทัศน์เรื่อง อินทิกรัลไม่จำเขตได้มากขึ้น

2) ในการแก้ปัญหาความคลาดเคลื่อนเกี่ยวกับการกำหนดตัวแปร u ในการ อินทิเกรต ครูควรทบทวนบทเรียนเกี่ยวกับอนุพันธ์ของฟังก์ชันต่างๆ ให้สอดคล้องกับ เรื่อง อินทิกรัลไม่จำเขต เพื่อให้ผู้เรียนสามารถวิเคราะห์และตีความหมายโจทย์ได้อย่างถูกต้อง

3) ในการแก้ปัญหาความคลาดเคลื่อนเกี่ยวกับการใช้สูตรหรือสมบัติในการ อินทิเกรต ครูควรเสริมสร้างทักษะในการตีความโจทย์ วิเคราะห์โจทย์ที่มีระดับขั้นของความยาก ง่ายแตกต่างกันไป เพื่อให้ผู้เรียนเข้าใจรูปแบบความสัมพันธ์ของตัวแปรและข้อมูลที่ต้องการ โดย ฝึกทำโจทย์และอ่านทำความเข้าใจโจทย์หลายๆ ครั้ง

1.2 สำหรับความคลาดเคลื่อนเชิงกระบวนการ (Procedural Error) มีข้อเสนอแนะดังนี้

1) ในการแก้ปัญหาความคลาดเคลื่อนเกี่ยวกับขั้นตอนวิธีหรือการดำเนินการให้ สมบูรณ์ในการอินทิเกรตที่เกิดจากไม่กำหนดตัวแปร ครูควรส่งเสริมและเน้นย้ำให้ผู้เรียนกำหนด ตัวแปรทุกครั้งเมื่อต้องใช้เทคนิคการอินทิเกรตด้วยการแทนค่าด้วยตัวแปร ทั้งนี้เพื่อตรวจสอบ ความเข้าใจของผู้เรียนด้วยว่ากำหนดตัวแปรได้ถูกต้องเหมาะสมหรือไม่

2) ในการแก้ปัญหาความคลาดเคลื่อนเกี่ยวกับค่าสัมประสิทธิ์หรือการบวกค่าคงที่ C ครูควรส่งเสริมและเน้นย้ำให้ผู้เรียนว่า เมื่อผู้เรียนได้ดำเนินการอินทิเกรตจนกระทั่งได้ผลลัพธ์จากการอินทิเกรตต้องอย่าลืมบวกค่าคงที่ C ด้วยทุกครั้ง

1.3 สำหรับความคลาดเคลื่อนเชิงเทคนิค (Technical Error) มีข้อเสนอแนะดังนี้

ครูควรฝึกความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ที่จำเป็น เช่น เศษส่วน การแยกตัวประกอบ การแก้สมการ เลขยกกำลัง ฟังก์ชันตรีโกณมิติ ลอการิทึม และอื่นๆ รวมทั้งควรหมั่นฝึกฝนทบทวนอยู่บ่อยๆ จะได้เกิดความชำนาญและมีประสบการณ์ที่หลากหลายรูปแบบ

2. ข้อเสนอแนะสำหรับการวิจัยครั้งต่อไป

2.1 ควรศึกษามโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางคณิตศาสตร์ เรื่อง อินทิกรัลจำกัดเขต กับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาหรือนักศึกษาระดับอุดมศึกษา เนื่องจากในแต่ละระดับความรู้ดังกล่าว อาจเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนแตกต่างกัน ทั้งนี้เพื่อนำข้อมูลที่ได้มาพัฒนาการเรียนการสอน รวมไปถึงพัฒนาหลักสูตร และลดจำนวนหรือไม่ให้นักเรียนหรือนักศึกษาที่เกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน

2.2 ควรต่อยอดการวิจัยครั้งนี้ โดยศึกษามโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางคณิตศาสตร์ เรื่อง อินทิกรัลไม่จำกัดเขต ของนักศึกษากลุ่มตัวอย่างที่มีขนาดใหญ่ขึ้น และควรมีการสัมภาษณ์ทั้งนักศึกษาและอาจารย์ผู้สอนด้วย เพื่อให้รู้ถึงสาเหตุที่แท้จริงของการเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน เรื่อง อินทิกรัลไม่จำกัดเขต

บรรณานุกรม

- Allen, G. D. (2007). Student thinking. *Department of Mathematics. Texas: A&M University.*
- Carpmail, B., Chapman, และ Crowder. (2013). Misconceptions with the key objectives.
from <https://www.ncetm.org.uk/public/files/2042723/>
- Chew Yee Ming (2017). Undergraduates' Error Patterns And Misconceptions In Further Differential Equations. *International Academic Research Journal of Social Science*, 3(1), 65-70.
- Fischbein, E., และ Schnarch, D. (1997). The evolution with age of probabilistic, intuitively based misconceptions. *Journal for Research in Mathematics Education*, 28, 96-105.
- Gil-Perez, D., และ Carrascosa, J. (1990). What to do about science "misconceptions". *Science Education*, 74(5), 531-540.
- Graeber, A. O., Tirosh, D., และ Glover, R. (1989). Preservice teachers' misconceptions in solving verbal problems in multiplication and division. *Journal for Research in Mathematics Education*, 20(1), 95-102.
- Halloun, I. A., และ Hestenes, D. (1985). Common sense concepts about motion. *American journal of physics*, 53(11), 1056-1065.
- Hong, Y. Y., และ Thomas, M. O. J. (1997). *Student Misconceptions in Integration: Procedures and Concepts*. Paper presented at the Proceedings of the 1997 International Conference on Science, Mathematics and Technology Education, The University of Auckland.
- Kiat, S. E. (2005). Analysis of students' difficulties in solving integration problems. *The Mathematics Educator*, 9(1), 39-59.
- Kiat. Seah, E. (2005). *Analysis of students' difficulties in solving integration problems* (Vol. 9).
- Li, V. L., Julaihi, และ Eng. (2017). Misconceptions and Errors in Learning Integral Calculus. *Asian Journal of University Education*, 13(2), 17-39.

- Mestre, J. (1989). Hispanic and Anglo Students' Misconceptions in Mathematics. ERIC Digest.
- Muzangwa, J., และ Chifamba, P. (2012). Analysis of Errors and Misconceptions in the Learning of Calculus by Undergraduate Students. *Acta Didactica Napocensia*, 5(2), 1-10.
- Osborne, R., และ Freyberg, P. (1985). *Learning in Science. The Implications of Children's Science*: ERIC.
- Peterson, Treagust, และ Garnett. (1989). Development and application of a diagnostic instrument to evaluate grade-11 and-12 students' concepts of covalent bonding and structure following a course of instruction. *Journal of Research in science Teaching*, 26(4), 301-314.
- Pines, A. L., และ West, L. H. (1986). Conceptual understanding and science learning: An interpretation of research within a sources-of-knowledge framework. *Science Education*, 70(5), 583-604.
- Schnepper, L. C., และ McCoy, L. P. (2013). Analysis of Misconceptions in High School Mathematics. *Networks: An Online Journal for Teacher Research*, 15(1).
- Selden, A., และ Selden, J. (1987). *Errors and misconceptions in college level theorem proving*. Paper presented at the Proceedings of the second international seminar on misconceptions and educational strategies in science and mathematics.
- Sofronas, K. S., DeFranco, T. C., Vinsonhaler, C., Gorgievski, N., Schroeder, L., และ Hamelin, C. (2011). What does it mean for a student to understand the first-year calculus? Perspectives of 24 experts. *The Journal of Mathematical Behavior*, 30(2), 131-148.
- Voon, L. L., Julaihi, N. H., และ Tang, H. E. (2017). Misconceptions and errors in learning integral calculus/Voon Li Li, Nor Hazizah Julaihi and Tang Howe Eng. *Asian Journal of University Education*, 13(1), 17-39.
- กระทรวงศึกษาธิการและกีฬา. (2013). หลักสูตรตรรกศาสตร์สร้างคุณมัธยม. นครหลวงเวียงจันทน์: โรงพิมพ์แห่งรัฐ.

- กระทรวงศึกษาธิการและกีฬา. (2015). แผนยุทธศาสตร์การศึกษา 2010-2020. นครหลวงเวียงจันทน์: โรงพิมพ์แห่งรัฐ.
- ไข่มุก เลื่องสุนทร. (2552). การศึกษามโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับจำนวนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ในโรงเรียนสังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษาราชบุรี เขต 1. จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, Germany, Europe. (dataset). Available from EBSCOhost edsbas database.
- ทองคำ นาสมตรี. (2555). การวิเคราะห์หิมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางคณิตศาสตร์ เรื่อง สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษา ปีที่ 1 วารสารวิชาการ มหาวิทยาลัยราชภัฏบุรีรัมย์, 1, 75-88.
- นवल นนทภา. (2557). การพัฒนาทฤษฎีในการแก้ไขมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิต สำหรับนักศึกษาระดับปริญญาตรี. (ครุศาสตร์ดุษฎีบัณฑิต). มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม, สำนักวิทยบริการและเทคโนโลยีสารสนเทศ มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม.
- พรธิดา สุขกรม. (2015). การศึกษามโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาดทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ในโรงเรียนสังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษาเขต 1 และเขต 2. *Online Journal of Education; Vol 10 No 4* (2015): เดือนตุลาคม-ธันวาคม พ.ศ.2558; 599-611.
- เลิศบุษยา ไทยเจริญ, และ แกมเกตุ, ว. (2018). การพัฒนาแบบสอบวินิจฉัยมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนแบบเลือกตอบสามระดับ วิชาชีววิทยาของนิสิตฝึกสอน *Online Journal of Education*.
- เวชฤทธิ์ อังกนะภัทรขจร. (2546). การสังเคราะห์งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในวิชาคณิตศาสตร์. (วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต). จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, กรุงเทพมหานคร : ฐานข้อมูลวิทยานิพนธ์ไทย.
- เวชฤทธิ์ อังกนะภัทรขจร. (2557). การศึกษามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนิสิตวิชาเอกคณิตศาสตร์. *วารสารศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา* ปีที่ 25, ฉบับที่ 2 (พ.ค.-ส.ค. 2557), หน้า 93-108, 2(2558-09-24), 93-108.
- ศิริชัย กาญจนวาสี. (2015). มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในการวัดและประเมินทางการศึกษา. *SDU Research Journal Humanities and Social Sciences; Vol 9 No 2: May - August* 2013; 273-282.

- ศิริเดช สุชีวะ. (2538). การวินิจฉัยข้อผิดพลาดที่คลาดเคลื่อน = *Misconceptions diagnosis*: กรุงเทพฯ : ศูนย์ทดสอบทางการศึกษา ร่วมกับ ศูนย์ตำราและเอกสารทางวิชาการ คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- ศิวารักษ์ พรหมรักษา. (2018). การศึกษามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักศึกษาวิชาเอกคณิตศาสตร์ คณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี มหาวิทยาลัยราชภัฏเลย. *Journal of Education Studies*.
- สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2554). ปัจจัยที่ทำให้ระบบโรงเรียนประสบความสำเร็จ : ข้อมูลพื้นฐานจากโครงการประเมินผลนักเรียนนานาชาติ PISA 2009: กรุงเทพฯ : สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี สสวท.
- สภาแห่งสาธารณรัฐประชาธิปไตยประชาชนลาว. (2015). กฎหมายว่าด้วยการศึกษา (ฉบับปรับปรุง). นครหลวงเวียงจันทน์: โรงพิมพ์แห่งรัฐ.
- อภิชัย ลัมสุวิฑาโน. (2018). การศึกษามโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ลิมิตและอนุพันธ์ของฟังก์ชันของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 โรงเรียนสตรีศรีสุริโยทัย Paper presented at the GRADUTE SCHOOL MINI-CONFERENCE 2018.
- อรรถศาสตร์, น. (2559). การศึกษามโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางคณิตศาสตร์ในขั้นตอนวิธีการหารยาวของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนสาธิตละอออุทิศ มหาวิทยาลัยราชภัฏสวนดุสิต. วารสารวิจัย มสส. สาขามนุษยศาสตร์และสังคมศาสตร์. ปีที่ 12, ฉบับที่ 2 (พ.ค.-ส.ค. 2559), หน้า 177-190.
- อัมพร ม้าคอง. (2545). การวินิจฉัยข้อผิดพลาดทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 โรงเรียนสาธิตจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย. วารสารครุศาสตร์ ปีที่ 30, ฉบับที่ 3 (มี.ค.-มิ.ย. 2545), หน้า 15-20.
- อัมพร ม้าคอง. (2557). คณิตศาสตร์สำหรับครูมัธยม (พิมพ์ครั้งที่ 1.): กรุงเทพฯ : ศูนย์ส่งเสริมการพัฒนานวัตกรรมการ ตำราและเอกสารทางวิชาการ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- อัมพร ม้าคอง. (2558). คณิตศาสตร์สำหรับครูมัธยม. SWU Resources 510.712 ๒555ค 2558
Accession Number: swur.000414033; Other Notes: บรรณานุกรม: หน้า 176-178.; Publication Type: Book; Physical Description: 178 หน้า : ภาพประกอบ ; 26 ซม.; Language: Thai: กรุงเทพฯ : ศูนย์ส่งเสริมการพัฒนานวัตกรรมการ ตำราและเอกสารทางวิชาการ คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2558. พิมพ์ครั้งที่ 2, [ฉบับพิมพ์ซ้ำ].
- ไอริน ชุ่มเมืองเย็น. (2018). การศึกษามโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิตของนักศึกษาสาขาวิชาคณิตศาสตร์ คณะครุศาสตร์ มหาวิทยาลัยราชภัฏนครสวรรค์. Paper presented at the การ

ประชุมวิชาการเสนอผลงานวิจัยระดับชาติ ครั้งที่ 2 “GRADUATE SCHOOL CONFERENCE 2018”, บัณฑิตวิทยาลัย อาคาร 21 มหาวิทยาลัยราชภัฏสวนสุนันทา กรุงเทพมหานคร.







ภาคผนวก ก
การหาคุณภาพของแบบทดสอบ

การหาคุณภาพของแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางคณิตศาสตร์ เรื่อง อินทิกรัลไม่จำกัดเขต

ในงานวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยได้หาคุณภาพของแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางคณิตศาสตร์ เรื่อง อินทิกรัลไม่จำกัดเขต ของนักศึกษาครุสาขาวิชาคณิตศาสตร์ ชั้นปีที่ 3 ดังนี้

1. การวิเคราะห์หาความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหา (IOC) ของแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน เรื่อง อินทิกรัลไม่จำกัดเขต กับความหมายของโจทย์รูปแบบที่ 1 รูปแบบที่ 2 และรูปแบบที่ 3 รวมทั้งพิจารณาในแง่ของความเหมาะสมและความถูกต้อง ตามความเห็นของผู้เชี่ยวชาญทั้ง 3 ท่าน โดยมีการให้คะแนนข้อสอบแต่ละข้อ ดังนี้

คะแนน + 1 หมายถึง ข้อสอบมีความสอดคล้อง

คะแนน 0 หมายถึง ไม่แน่ใจว่าข้อสอบมีความสอดคล้อง

คะแนน - 1 หมายถึง ข้อสอบไม่มีความสอดคล้อง

คำนวณค่า IOC เป็นรายแล้วเลือกข้อโจทย์ที่มีค่า IOC มีค่าดัชนีความสอดคล้องระหว่างข้อสอบกับจุดประสงค์มากกว่า 0.5 โดยใช้สูตรการคำนวณ IOC คือ

$$IOC = \frac{\sum R}{N}$$

เมื่อ IOC แทน ค่าดัชนีความสอดคล้อง

$\sum R$ แทน ผลคะแนนความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญ

N แทน จำนวนผู้เชี่ยวชาญ

ตาราง 1 ค่าดัชนีความสอดคล้องของแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน เรื่อง อินทิกรัลไม่จำกัดเขต ของนักศึกษาครุสาขาวิชาคณิตศาสตร์ ชั้นปีที่ 3

โจทย์รูปแบบที่ 1	ผลพิจารณาของ ผู้เชี่ยวชาญ			รวม	IOC	แปลผล
	คนที่ 1	คนที่ 2	คนที่ 3			
	1	+ 1	- 1			
2	+ 1	+ 1	0	2	0.67	ใช้ได้
3	+ 1	+ 1	+ 1	3	1.00	ใช้ได้
4	+ 1	+ 1	+ 1	3	1.00	ใช้ได้
5	+ 1	+ 1	+ 1	3	1.00	ใช้ได้
6	+ 1	+ 1	+ 1	3	1.00	ใช้ได้
7	+ 1	+ 1	+ 1	3	1.00	ใช้ได้
8	+ 1	+ 1	+ 1	3	1.00	ใช้ได้
โจทย์รูปแบบที่ 2	ผลพิจารณาของ ผู้เชี่ยวชาญ			รวม	IOC	แปลผล
คนที่ 1	คนที่ 2	คนที่ 3				
1	+ 1	- 1	- 1	- 1	-0.33	ใช้ไม่ได้
2	+ 1	+ 1	+ 1	3	1.00	ใช้ได้
3	+ 1	+ 1	+ 1	3	1.00	ใช้ได้
4	+ 1	+ 1	+ 1	3	1.00	ใช้ได้
5	+ 1	+ 1	0	2	0.67	ใช้ได้
6	+ 1	+ 1	+ 1	3	1.00	ใช้ได้

ตาราง 1 (ต่อ)

โจทย์รูปแบบที่ 2	ผลพิจารณาของ ผู้เชี่ยวชาญ			รวม	IOC	แปลผล
	คนที่ 1	คนที่ 2	คนที่ 3			
7	+ 1	+ 1	+ 1	3	1.00	ใช้ได้
8	+ 1	+ 1	+ 1	3	1.00	ใช้ได้
โจทย์รูปแบบที่ 3	ผลพิจารณาของ ผู้เชี่ยวชาญ			รวม	IOC	แปลผล
	คนที่ 1	คนที่ 2	คนที่ 3			
1	+ 1	+ 1	+ 1	3	1.00	ใช้ได้
2	+ 1	+ 1	+ 1	3	1.00	ใช้ได้
3	+ 1	+ 1	+ 1	3	1.00	ใช้ได้
4	+ 1	+ 1	+ 1	3	1.00	ใช้ได้
5	+ 1	+ 1	+ 1	3	1.00	ใช้ได้
6	+ 1	+ 1	+ 1	3	1.00	ใช้ได้
7	+ 1	+ 1	+ 1	3	1.00	ใช้ได้
8	+ 1	+ 1	+ 1	3	1.00	ใช้ได้

2. วิเคราะห์ค่าความยากง่าย (p) ของแบบทดสอบ เรื่อง อินทิกรัลไม่จำกัดเขต ของ นักศึกษาคณะศึกษาศาสตร์ ปีที่ 3 โดยใช้สูตร

$$p = \frac{R_h - R_l}{n_h + n_l}$$

- เมื่อ p แทน ค่าความยากง่ายของแบบทดสอบ
 R_h แทน จำนวนคนที่ตอบถูกในกลุ่มสูงสุด
 R_l แทน จำนวนคนที่ตอบถูกในกลุ่มต่ำสุด
 n_h แทน จำนวนคนในกลุ่มสูงสุด

n_i แทน จำนวนคนในกลุ่มต่ำสุด

ในงานวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยได้คัดเลือกแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางคณิตศาสตร์ เรื่อง อินทิกรัลไม่จำกัดเขต โดยเลือกข้อที่มีค่าความยากง่าย (p) ระหว่าง 0.58 – 0.77 และอำนาจจำแนก (r) มีค่าตั้งแต่ 0.61-0.84 พร้อมกับตรวจสอบความเชื่อมั่นของแบบทดสอบโดยใช้โดยใช้สัมประสิทธิ์แอลฟา (α - Coefficient) ของครอนบาค (Cronbach) ซึ่งค่าความเชื่อมั่นที่ได้เท่ากับ 0.905 เป็นตามเกณฑ์ต้องมีค่าตั้งแต่ 0.6 ขึ้นไป จำนวน 6 ข้อ

ตาราง 2 ผลของการหาคุณภาพของแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางคณิตศาสตร์ เรื่อง อินทิกรัลไม่จำกัดเขต จำนวน 6 ข้อ

ข้อที่	ค่าความยากง่าย (P)
1	0.60
2	0.70
3	0.58
4	0.68
5	0.77
6	0.70



ภาคผนวก ข
ตัวอย่างเครื่องมือที่ใช้ในงานวิจัย

ແບບທົດສອບ ເລື່ອງ ສັງຄະນິດບໍ່ຈຳກັດ

ຊື່ແລະນາມສະກຸນ.....

ຊັ້ນປີທີ..... ເວລາ 2 ຊົ່ວໂມງ

ວ/ດ/ປ.....ຄັ້ງທີ 1

ຈົ່ງຄິດໄລ່ສັງຄະນິດບໍ່ຈຳກັດເຂດຕໍ່ໄປນີ້

1. $\int \frac{x-2}{x-1} dx = ?$

2. $\int \frac{1}{x \ln x} dx = ?$

3. $\int 2xe^{x^2} dx = ?$

4. $\int x\sqrt{1-x} dx = ?$

5. $\int \frac{x^2}{\sqrt[3]{x^3+1}} dx = ?$

6. $\int xe^{3x^2-1} dx = ?$

ແບບທົດສອບ ເລື່ອງ ສັງຄະນິດບໍ່ຈຳກັດ

ຊື່ແລະນາມສະກຸນ.....

ຊັ້ນປີທີ..... ເວລາ 2 ຊົ່ວໂມງ

ວ/ດ/ປ.....ຄັ້ງທີ 2

ຈົ່ງຄິດໄລ່ສັງຄະນິດບໍ່ຈຳກັດເຂດຕໍ່ໄປນີ້

1. $\int \frac{e^{2x-3}}{2} dx = ?$

2. $\int (x+1)\sqrt{x^2+2x-1} dx = ?$

3. $\int \frac{x}{x+1} dx = ?$

4. $\int \frac{\ln x}{x} dx = ?$

5. $\int \sqrt{e^x} dx = ?$

6. $\int \frac{x^3}{\sqrt{x^2+1}} dx = ?$

ແບບທົດສອບ ເລື່ອງ ສັງຄະນິດບໍ່ຈຳກັດ

ຊື່ແລະນາມສະກຸນ.....

ຊັ້ນປີທີ..... ເວລາ 2 ຊົ່ວໂມງ

ວ/ດ/ປ..... ຄັ້ງທີ 3

ຈົ່ງຄິດໄລ່ສັງຄະນິດບໍ່ຈຳກັດເຂດຕໍ່ໄປນີ້

1. $\int \frac{3}{x \ln 2x} dx = ?$

2. $\int \left(\frac{1}{x+1} - \frac{1}{(x+1)^2} \right) dx = ?$

3. $\int \frac{e^{2x}}{e^x + 1} dx = ?$

4. $\int (2x+1)\sqrt{x^2 + x - 5} dx = ?$

5. $\int x e^{3x^2} dx = ?$

6. $\int \frac{x^2}{x+1} dx = ?$

รายนามผู้เชี่ยวชาญ

รายนามผู้เชี่ยวชาญที่ให้ความอนุเคราะห์ตรวจสอบเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย ซึ่งได้แก่ แบบทดสอบวัดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน เรื่อง อินทิกรัลไม่จำกัดเขต สำหรับนักศึกษาครู คณิตศาสตร์ ชั้นปีที่ 3 มีดังนี้

1. อาจารย์ ดร. นพดล วิจิตสงคราม
ภาควิชาคณิตศาสตร์ คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ
2. อาจารย์ เอนก จันทร์จรรยา
ภาควิชาคณิตศาสตร์ คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ
3. อาจารย์ อินัน พิลาบุตร
ภาควิชาวิทยาศาสตร์ธรรมชาติ คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยสระแก้ว

ประวัติผู้เขียน

ชื่อ-สกุล	สันติสุข ชุนเพี้ย
วัน เดือน ปี เกิด	31 มกราคม 2532
สถานที่เกิด	ประเทศลาว
วุฒิการศึกษา	พ.ศ. 2554 คณิตศาสตร์ศึกษา จาก วิทยาลัยครูสะหวันนะเขต พ.ศ. 2563 การศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์ จาก มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ

