



การศึกษาศักยภาพในการพิสูจน์ทางเรขาคณิต เรื่องการให้เหตุผลทางเรขาคณิต
ผ่านการจัดการเรียนรู้โดยเทคนิคผังกราฟิก ร่วมกับกระบวนการเรียนรู้แบบสืบสอบ
สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

A STUDY OF MATTHAYOMSUKSA II STUDENTS' GEOMETRIC-PROOF ABILITIES
IN A TOPIC OF GEOMETRIC REASONING THROUGH LEARNING ACTIVITIES

สาวิตตรี คุณทองศิริ

การศึกษาศักยภาพในการพิสูจน์ทางเรขาคณิต เรื่องการให้เหตุผลทางเรขาคณิต
ผ่านการจัดการเรียนรู้โดยเทคนิคผังกราฟิก ร่วมกับกระบวนการเรียนรู้แบบสืบสอบ
สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2



ปริญญานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตร
การศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์
คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ
ปีการศึกษา 2563
ลิขสิทธิ์ของมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ

A STUDY OF MATTHAYOMSUKSA II STUDENTS' GEOMETRIC-PROOF ABILITIES
IN A TOPIC OF GEOMETRIC REASONING THROUGH LEARNING ACTIVITIES
WITH GRAPHIC ORGANIZER AND INQUIRY PROCESS



SAWITTEE AUNTHONGSIRI

A Thesis Submitted in Partial Fulfillment of the Requirements
for the Degree of MASTER OF EDUCATION
(Mathematics)

Faculty of Science, Srinakharinwirot University

2020

Copyright of Srinakharinwirot University

ปริญญานิพนธ์

เรื่อง

การศึกษาความสามารถในการพิสูจน์ทางเรขาคณิต เรื่องการให้เหตุผลทางเรขาคณิต
ผ่านการจัดการเรียนรู้โดยเทคนิคผังกราฟิก ร่วมกับกระบวนการเรียนรู้แบบสืบสอบ
สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

ของ

สาวิตตรี อุ่นทองศิริ

ได้รับอนุมัติจากบัณฑิตวิทยาลัยให้นับเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตร

ปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์

ของมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ

(รองศาสตราจารย์ นายแพทย์ฉัตรชัย เอกปัญญาสกุล)

คณบดีบัณฑิตวิทยาลัย

คณะกรรมการสอบปากเปล่าปริญญานิพนธ์

ที่ปรึกษาหลัก

(อาจารย์ ดร.สุกัญญา หะยีสวและ)

ประธาน

(รองศาสตราจารย์ ดร.พงศรัศมี เฟื่องฟู)

กรรมการ

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.ณหทัย ฤกษ์ฤทัยรัตน์)

ชื่อเรื่อง	การศึกษาความสามารถในการพิสูจน์ทางเรขาคณิต เรื่องการให้เหตุผลทางเรขาคณิต ผ่านการจัดการเรียนรู้โดยเทคนิคผังกราฟิก ร่วมกับกระบวนการเรียนรู้แบบสืบสอบ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2
ผู้วิจัย	สาวิตตรี อุ่นทองศิริ
ปริญญา	การศึกษามหาบัณฑิต
ปีการศึกษา	2563
อาจารย์ที่ปรึกษา	อาจารย์ ดร. สุกัญญา หะยีสานและ

การวิจัยครั้งนี้มีจุดมุ่งหมายเพื่อ 1) เพื่อศึกษาความสามารถในการพิสูจน์ทางเรขาคณิตของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 หลังการจัดการเรียนรู้โดยใช้เทคนิคผังกราฟิก ร่วมกับกระบวนการเรียนรู้แบบสืบสอบ เรื่อง การให้เหตุผลทางเรขาคณิต และ 2) เพื่อศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างความสามารถในการเขียนผังกราฟิก กับความสามารถในการพิสูจน์ทางเรขาคณิตของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2562 โรงเรียนวังน้ำเย็นวิทยาคม จังหวัดสระแก้ว จำนวน 32 คน ซึ่งได้มาจากการสุ่มตัวอย่างแบบกลุ่ม (Cluster Random Sampling) ผู้วิจัยใช้เวลาสอนทั้งหมด 13 คาบ คาบละ 50 นาที หลังจากดำเนินการสอนครบ ผู้วิจัยทำการทดสอบนักเรียนด้วยแบบวัดความสามารถในการพิสูจน์ทางเรขาคณิต โดยใช้เวลา 1 คาบ ผลการวิจัยพบว่า 1) นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ได้รับการจัดการเรียนรู้โดยเทคนิคผังกราฟิก ร่วมกับกระบวนการเรียนรู้แบบสืบสอบ เรื่อง การให้เหตุผลทางเรขาคณิต มีความสามารถในการพิสูจน์ทางเรขาคณิต ผ่านเกณฑ์เป็นจำนวนมากกว่าร้อยละ 60 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และ 2) ความสามารถในการเขียนผังกราฟิก มีความสัมพันธ์ในทิศทางเดียวกันกับความสามารถในการพิสูจน์ทางเรขาคณิตของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

คำสำคัญ : ผังกราฟิก, กระบวนการสืบสอบ, ความสามารถในการพิสูจน์ทางเรขาคณิต

Title A STUDY OF MATTHAYOMSUKSA II STUDENTS' GEOMETRIC-
PROOF ABILITIES
IN A TOPIC OF GEOMETRIC REASONING THROUGH
LEARNING ACTIVITIES
WITH GRAPHIC ORGANIZER AND INQUIRY PROCESS

Author SAWITTREE AUNTHONGSIRI

Degree MASTER OF EDUCATION

Academic Year 2020

Thesis Advisor Dr. Sukanya Hajisalah

The purposes of this research were to study the geometric proof abilities of Matthayom Suksa Two students after being taught by using the Graphic Organizer Technique with the Inquiry Process on geometric reasoning and to study the relationship between building Graphic Organizer abilities and the geometric proof abilities of these students. The target group was 32 Matthayom Suksa Two students selected by the cluster random process from the second semester of the 2019 academic year at Wangnamyen Wittayakom School, Sakaeo. The duration of the research consisted of 13 periods and 50 minutes per session. After being taught using the Graphic Organizer Technique with the Inquiry Process, the researcher used a period to test the geometric proof abilities of the students. The findings of the research were as follows: (1) after using the Graphic Organizer Technique with the Inquiry Process on geometric reasoning topics, the geometric proof abilities of the students passed the criteria of over 60% and with a statistically significant level of .05; and (2) after using the Graphic Organizer Technique with the Inquiry Process. The Graphic Organizer of the students affected geometric proof abilities with a statistical significance of .05.

Keyword : Graphic Organizer, Inquiry Process, geometric proof abilities

กิตติกรรมประกาศ

ปริญญาานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จลุล่วงได้เป็นอย่างดีด้วยความกรุณาและการให้คำปรึกษาแนะแนวทางจาก อาจารย์ ดร.สุกัญญา หะยีสถาและ อาจารย์ที่ปรึกษาปริญญาานิพนธ์ ซึ่งท่านได้สละเวลาอันมีค่าเพื่อให้คำปรึกษาและแนะแนวทางในการดำเนินงานวิจัยตลอดทุกขั้นตอน รวมทั้งตรวจสอบและให้คำแนะนำในการแก้ไขข้อบกพร่องจนปริญญาานิพนธ์นี้สมบูรณ์ยิ่งขึ้น ผู้วิจัยรู้สึกซาบซึ้งและขอกราบขอบพระคุณเป็นอย่างสูงไว้ ณ โอกาสนี้

ขอกราบขอบพระคุณอาจารย์เอนก จันทจรูญ ซึ่งท่านได้กรุณาให้คำปรึกษา แนะนำแนวทาง และข้อเสนอแนะต่าง ๆ ที่มีความสำคัญต่อการดำเนินงานวิจัย อีกทั้งยังได้กรุณาในการเป็นผู้เชี่ยวชาญในการตรวจสอบเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย ให้คำแนะนำในการแก้ไข จนเกิดเป็นเครื่องมือวิจัยที่สมบูรณ์

ขอกราบขอบพระคุณอาจารย์ ดร.ชिरา ลำดวนหอม และครูศศิวิรรณ ปัญหา ที่ได้กรุณาเป็นผู้เชี่ยวชาญในการตรวจสอบเครื่องมือวิจัย แก้ไขข้อบกพร่อง และให้คำแนะนำเป็นอย่างดีในการสร้างเครื่องมือวิจัยครั้งนี้

ขอกราบขอบพระคุณรองศาสตราจารย์ ดร. พงศ์รัศมี เฟื่องฟู และผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.ณนทัย ฤกษ์ฤทัยรัตน์ ที่ได้กรุณาในการเป็นกรรมการสอบปากเปล่าปริญญาานิพนธ์ ซึ่งได้ตรวจสอบและให้ข้อเสนอแนะต่าง ๆ ทำให้ปริญญาานิพนธ์นี้มีความสมบูรณ์ยิ่งขึ้น

ขอกราบขอบพระคุณผู้อำนวยการและคณะกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โรงเรียนวังน้ำเย็นวิทยาคม โดยเฉพาะอย่างยิ่งครูอานนท์ ฐระ และครูนิกร ลาदनอก ที่คอยให้ความช่วยเหลือและสนับสนุนผู้วิจัยในการเก็บรวบรวมข้อมูลจนสำเร็จลุล่วง และขอบคุณนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ให้ความร่วมมือในการทำวิจัยครั้งนี้เป็นอย่างดี

ขอกราบขอบพระคุณบิดา มารดา และครอบครัวที่เป็นกำลังใจ และให้การสนับสนุนแก่ผู้วิจัยมาตลอดการศึกษา และขอบคุณเพื่อน ๆ นิสิตปริญญาโท สาขาคณิตศาสตร์ คณะวิทยาศาสตร์ ที่ให้กำลังใจและความช่วยเหลือตลอดการทำปริญญาานิพนธ์จนสำเร็จด้วยดี

คุณค่าและประโยชน์ของปริญญาานิพนธ์ฉบับนี้ ขอมอบเป็นเครื่องบูชาพระคุณของบิดา มารดา ครู อาจารย์ทุกท่านที่ได้ประสิทธิ์ประสาทความรู้แก่ผู้วิจัย

สารบัญ

	หน้า
บทคัดย่อภาษาไทย	ง
บทคัดย่อภาษาอังกฤษ	จ
กิตติกรรมประกาศ.....	ฉ
สารบัญ	ช
สารบัญตาราง.....	ญ
สารบัญรูปภาพ	ฎ
บทที่ 1 บทนำ.....	1
ภูมิหลัง	1
ความมุ่งหมายของการวิจัย.....	3
ความสำคัญของการวิจัย	3
ขอบเขตการวิจัย	3
ประชากรและตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัย	3
เนื้อหาที่ใช้ในการวิจัย	3
ตัวแปรที่ศึกษา	4
นิยามศัพท์เฉพาะ.....	4
กรอบแนวคิดการวิจัย	7
สมมติฐานการวิจัย.....	7
บทที่ 2 เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง.....	8
1. เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับผังกราฟิก (Graphic Organizer).....	9
1.1 ความหมายของผังกราฟิก.....	9
1.2 กรอบแนวคิดของการใช้ผังกราฟิก	10

1.3 ประเภทของผังกราฟิก	11
1.4 ผังกราฟิก (Graphic Organizer) กับการจัดการเรียนการสอน.....	16
1.5 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับผังกราฟิก (Graphic organizer)	24
2. เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการเรียนรู้แบบสืบสอบ	25
2.1 ความหมายของการเรียนรู้แบบสืบสอบ.....	25
2.2 กรอบแนวคิดของการจัดการเรียนรู้แบบสืบสอบ.....	27
2.3 แนวทางของการจัดการเรียนรู้แบบสืบสอบ.....	28
2.4 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการจัดการเรียนรู้แบบสืบสอบ	32
3. เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการพิสูจน์ทางเรขาคณิต	33
3.1 ความหมายของการพิสูจน์ทางเรขาคณิต	33
3.2 แนวทางในการสอนพิสูจน์ทางเรขาคณิต.....	34
3.3 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการพิสูจน์ทางเรขาคณิต.....	38
บทที่ 3 วิธีดำเนินการวิจัย.....	40
1. การกำหนดประชากรและการสุ่มตัวอย่าง	40
ประชากรที่ใช้ในการวิจัย.....	40
ตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัย.....	40
2. การสร้างเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย.....	40
2.1 การสร้างและตรวจสอบคุณภาพเครื่องมือสำหรับการทดลอง.....	41
2.2 การสร้างและตรวจสอบคุณภาพเครื่องมือสำหรับการเก็บรวบรวมข้อมูล.....	45
3. การเก็บรวบรวมข้อมูล	46
4. การวิเคราะห์ข้อมูล.....	47
บทที่ 4 ผลการวิเคราะห์ข้อมูล	51

ตอนที่ 1 ค่าสถิติพื้นฐานของคะแนนความสามารถในการพิสูจน์ทางเรขาคณิตจากแบบทดสอบ วัดความสามารถในการพิสูจน์ทางเรขาคณิต	52
ตอนที่ 2 เปรียบเทียบคะแนนความสามารถในการพิสูจน์ทางเรขาคณิตจากแบบทดสอบกับ เกณฑ์การประเมิน ด้วยการทดสอบ Z (Z-test for Population Proportion).....	52
ตอนที่ 3 วิเคราะห์ความสัมพันธ์ระหว่างความสามารถในการเขียนผังกราฟิกกับความสามารถ ในการพิสูจน์ทางเรขาคณิต ด้วยค่าสหสัมพันธ์เพียร์สัน (Pearson Product Moment Correlation)	53
บทที่ 5 สรุปผล อภิปราย และข้อเสนอแนะ.....	54
ความมุ่งหมายของการวิจัย	54
สมมติฐานการวิจัย	54
วิธีดำเนินการ	54
สรุปผลการวิจัย.....	57
อภิปรายผลการวิจัย	57
ข้อเสนอแนะ	61
บรรณานุกรม	63
ภาคผนวก.....	68
ประวัติผู้เขียน.....	126

สารบัญตาราง

	หน้า
ตาราง 1 แสดงหัวข้อการเรียนรู้ และจำนวนคาบของแผนการจัดการเรียนรู้ เรื่องการให้เหตุผลทาง เรขาคณิต	43
ตาราง 2 แบบแผนการทดลอง	47
ตาราง 3 ค่าเฉลี่ยเลขคณิตและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนความสามารถในการพิสูจน์ทาง เรขาคณิตของนักเรียน หลังผ่านการจัดการเรียนรู้	52
ตาราง 4 ผลการทดสอบ Z (Z-test for Population Proportion) เพื่อเปรียบเทียบคะแนน ความสามารถในการพิสูจน์ทางเรขาคณิตหลังการจัดการเรียนรู้กับเกณฑ์การประเมิน	52
ตาราง 5 ค่าสหสัมพันธ์เพียร์สัน วิเคราะห์ความสัมพันธ์ระหว่างความสามารถในการเขียนผัง กราฟิกกับความสามารถในการพิสูจน์ทางเรขาคณิต	53

สารบัญรูปภาพ

	หน้า
ภาพประกอบ 1 กรอบแนวคิดในการวิจัย	7
ภาพประกอบ 2 ผังมโนทัศน์ (concept map).....	12
ภาพประกอบ 3 ผังแมงมุม (spider map).....	12
ภาพประกอบ 4 ผังวงจักร (circle map).....	13
ภาพประกอบ 5 ผังก้างปลา (fishbone map).....	13
ภาพประกอบ 6 แสดง Proof mapping ตามแนวคิด Linares (2008)	16
ภาพประกอบ 7 กระบวนการสอนโดยใช้เทคนิคผังกราฟิก ตามแนวคิดของ Clark.....	19
ภาพประกอบ 8 กรอบแนวคิดการจัดการเรียนรู้โดยใช้เทคนิคผังกราฟิก ร่วมกับกระบวนการเรียนรู้แบบสืบสอบ เรื่อง การให้เหตุผลทางเรขาคณิต.....	42

บทที่ 1

บทนำ

ภูมิหลัง

การพิสูจน์ เป็นกระบวนการในการให้เหตุผล และเป็นองค์ประกอบการวิเคราะห์ที่สำคัญในการศึกษาวิชาคณิตศาสตร์ ความรู้ใหม่ทางคณิตศาสตร์เกิดขึ้นจากกระบวนการของการพิสูจน์ที่พัฒนาข้อความคาดคะเนให้เป็นข้อความที่เป็นที่ยอมรับและสมเหตุสมผล กลายเป็นกฎหรือทฤษฎีบททางคณิตศาสตร์ที่สามารถนำไปเป็นเหตุเพื่อขยายข้อความรู้ให้กว้างขวางยิ่งขึ้น (ประเสริฐเสียงดี, 2527, น. 1) ฉะนั้นโครงสร้างทางคณิตศาสตร์และการศึกษาคณิตศาสตร์ในระดับสูงจะเกิดขึ้นไม่ได้ หากขาดความรู้ ความเข้าใจในเรื่องการพิสูจน์ (ขวัญ เพี้ยซ้าย, 2547, น. 1) การพิสูจน์จึงเป็นแก่นของคณิตศาสตร์ และเป็นจุดเริ่มต้นที่จะนำนักเรียนไปสู่ความเข้าใจในคณิตศาสตร์ (Lucast, 2003, pp. 58)

นักเรียนจึงควรได้รับการเรียนรู้และการเสริมสร้างพื้นฐานที่ดีในการพิสูจน์ ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 นักเรียนในระดับมัธยมศึกษาตอนต้นจะได้รับการเรียนรู้และฝึกฝนการพิสูจน์ผ่านสาระเรขาคณิต โดยการนำเสนอสมบัติหรือทฤษฎีบททางเรขาคณิตไปใช้ในการให้เหตุผลและแก้ปัญหา (กระทรวงศึกษาธิการ, 2551, น. 60) โดยเฉพาะเรื่องการใช้เหตุผลทางเรขาคณิต ในรายวิชาคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ซึ่งเป็นบทที่เน้นการพิสูจน์และนำความรู้ในเรื่องสมบัติและทฤษฎีบทที่เกี่ยวกับรูปสามเหลี่ยมและรูปสี่เหลี่ยมที่นักเรียนได้เคยเรียนรู้มาใช้ในการให้เหตุผลและแก้ปัญหา (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2562, น. 178) การพิสูจน์ในบทนี้จึงมีความซับซ้อนมากขึ้น ซึ่งจะช่วยเสริมสร้างความเข้าใจและฝึกทักษะในการพิสูจน์ให้กับนักเรียนได้เป็นอย่างดี

อย่างไรก็ตามการศึกษาหรือการวิจัยในปัจจุบันยังชี้ให้เห็นถึงปัญหาในด้านการพิสูจน์ของนักเรียน อาทิ การศึกษาของไตรรงค์ กล่าวนตร (2557, น. 2) ที่พบว่านักเรียนไม่สามารถนำทฤษฎีบทหรือสมบัติทางเรขาคณิตมาใช้ในการอ้างอิงในการพิสูจน์ได้ ไม่สามารถเขียนข้อความในการพิสูจน์ให้มีความสัมพันธ์และต่อเนื่องหรือเป็นลำดับขั้นตอน และไม่สามารถเริ่มต้นการพิสูจน์ได้ด้วยตนเอง สอดคล้องกับคำกล่าวของกรองทิพย์ พงษ์ลิขศรี (2535, น. 3) ที่ระบุว่าปัญหาในการพิสูจน์เรขาคณิตของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น คือการไม่รู้แนวทางในการเริ่มต้นการพิสูจน์ ลำดับเหตุผลของการพิสูจน์ไม่เป็นระบบ แยกแยะเหตุและผลที่โจทย์กำหนดไม่ได้ ซึ่งอาจเป็นผลจากการจัดการเรียนการสอนในปัจจุบันที่ยังไม่สามารถพัฒนาทักษะในการพิสูจน์ครูบางส่วนยังให้ความสำคัญกับการอธิบาย ท่องจำบทนิยาม สมบัติ และทฤษฎีบท (ยุทธชัย ไชย

คำภา, 2557, น. 1) โดยขาดกิจกรรมที่ทำให้นักเรียนได้เกิดการคิด แก้ปัญหาและลงมือพิสูจน์ด้วยตนเอง บวกกับลักษณะเฉพาะของเนื้อหาการพิสูจน์ที่ค่อนข้างเป็นนามธรรมจึงทำให้การจัดการเรียนรู้เพื่อพัฒนาความสามารถในการพิสูจน์ยังไม่ประสบผลสำเร็จเท่าที่ควร

ผู้วิจัยจึงได้ศึกษาแนวทางหรือวิธีการในการจัดการเรียนรู้ที่จะช่วยแก้ปัญหาและช่วยพัฒนาความสามารถในการพิสูจน์โดยเฉพาะด้านเรขาคณิต เพื่อให้การพิสูจน์ในระดับพื้นฐานของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษามีประสิทธิภาพ ซึ่งพบว่าเครื่องมือที่จะช่วยให้ผู้เรียนมองเห็นความสัมพันธ์ของข้อความการพิสูจน์ และลำดับข้อความที่เป็นเหตุและผลได้ด้วยตนเอง นั่นคือผังกราฟิก (Graphic Organizer) โดยเป็นเครื่องมือที่ช่วยให้ความรู้ ความคิดและข้อมูลต่าง ๆ แสดงออกมาเป็นรูปธรรม และง่ายต่อการประมวล จัดระเบียบและแยกแยะ ทำให้เห็นถึงกระบวนการคิดที่เป็นลำดับ เห็นความเชื่อมโยงและความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูล และเข้าใจในสิ่งที่เรียนได้ชัดเจนยิ่งขึ้น (สำนักงานราชบัณฑิตยสภา, 2558, น. 222) และจากผลการวิจัยของ Linares (2008) ซึ่งได้ออกแบบผังกราฟิก และนำมาใช้ในการสอนการพิสูจน์ทางเรขาคณิตให้กับนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษา โดยใช้ชื่อรูปแบบบึง พบว่านักเรียนมีความสามารถและความมั่นใจในการพิสูจน์สูงขึ้น จากผลการศึกษาและการวิจัยดังกล่าว ผู้วิจัยจึงเชื่อว่าผังกราฟิกจะเป็นกลวิธีที่ช่วยแก้ปัญหาและพัฒนาความสามารถในการพิสูจน์ให้กับนักเรียนได้ ทั้งยังเป็นเครื่องมือที่จะช่วยให้นักเรียนสามารถออกแบบและวางแผนแนวทางการพิสูจน์ได้ด้วยตนเอง

ผังกราฟิกเป็นเพียงเครื่องมือที่ช่วยให้นักเรียนเข้าใจในเนื้อหาและจัดระเบียบความคิดได้ดียิ่งขึ้นแต่ยังขาดกระบวนการที่ชัดเจนที่จะช่วยให้นักเรียนสามารถแก้ปัญหาได้อย่างเป็นขั้นตอนตามผลการวิจัยของ Chinnappan, Ekanayake, and Brown (2012) ซึ่งกล่าวว่บทบาทสำคัญอย่างหนึ่งในการพัฒนาการพิสูจน์คือทักษะการแก้ปัญหา นักเรียนควรได้รับการส่งเสริมและพัฒนาทักษะการแก้ปัญหาและทักษะในการให้เหตุผลเชิงเรขาคณิตควบคู่ไปกับการเรียนรู้เนื้อหาเรขาคณิต จากการศึกษาที่ผ่านมา พบว่ากระบวนการเรียนรู้แบบสืบสอบสามารถช่วยพัฒนาทักษะในการแก้ปัญหา และทักษะในการแสวงหาความรู้ด้วยตนเองของนักเรียนได้ โดยครูจะเป็นเพียงผู้ตั้งคำถาม และเป็นสื่อให้นักเรียนเกิดความคิด สืบค้น และสามารถหาคำตอบอย่างเป็นขั้นตอน ตามผลการวิจัยของจินต์ จิระรียากุล (2556) ซึ่งศึกษาการจัดการเรียนรู้โดยนำกระบวนการแบบสืบสอบมาใช้ และพบว่านักเรียนเกิดทักษะ ประสพการณ์และความสามารถในการแก้ปัญหาอย่างเป็นลำดับขั้นตอน

ผู้วิจัยจึงสนใจที่จะนำผังกราฟิกมาบูรณาการร่วมกับกระบวนการเรียนรู้แบบสืบสอบ เพื่อจัดเป็นกิจกรรมที่ส่งเสริมความสามารถในการพิสูจน์ทางเรขาคณิตของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษา

ปีที่ 2 เรื่องการให้เหตุผลทางเรขาคณิต เพื่อนำมาเป็นแนวทางในการจัดการเรียนรู้เพื่อพัฒนาความสามารถในการพิสูจน์และความรู้ทางคณิตศาสตร์อื่น ๆ ต่อไป

ความมุ่งหมายของการวิจัย

การวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยได้ตั้งความมุ่งหมายไว้ดังนี้

1. เพื่อศึกษาความสามารถในการพิสูจน์ทางเรขาคณิตของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 หลังการจัดการเรียนรู้โดยใช้เทคนิคผังกราฟิก ร่วมกับกระบวนการเรียนรู้แบบสืบสอบ เรื่องการให้เหตุผลทางเรขาคณิต

2. เพื่อศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างความสามารถในการเขียนผังกราฟิก กับความสามารถในการพิสูจน์ทางเรขาคณิตของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

ความสำคัญของการวิจัย

เป็นข้อมูลหรือแนวทาง สำหรับครูและบุคลากรทางการศึกษา ในการพัฒนากิจกรรมการเรียนรู้ที่เสริมสร้างความสามารถในการพิสูจน์ทางเรขาคณิต ในเรื่อง การให้เหตุผลทางเรขาคณิต หรือเนื้อหาทางคณิตศาสตร์ในเรื่องอื่น ๆ

ขอบเขตการวิจัย

ประชากรและตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัย

1. ประชากร นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2562 โรงเรียนวังน้ำเย็นวิทยาคม จังหวัดสระแก้ว จำนวนรวมทั้งสิ้น 399 คน จาก 11 ห้องเรียน

2. ตัวอย่าง นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2/5 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2562 โรงเรียนวังน้ำเย็นวิทยาคม จังหวัดสระแก้ว จำนวน 32 คน จาก 1 ห้องเรียน โดยใช้วิธีสุ่มตัวอย่างแบบกลุ่ม (Cluster Random Sampling) ซึ่งนักเรียนในแต่ละห้องจะถูกจัดแบบคณะความสามารถ นั่นคือ นักเรียนใน 1 ห้องเรียนจะมีนักเรียนทั้งผลการเรียนระดับเก่ง ปานกลาง และอ่อน

เนื้อหาที่ใช้ในการวิจัย

เนื้อหาในการวิจัยนี้ ประกอบด้วย เนื้อหาในกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่องการให้เหตุผลทางเรขาคณิต ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) จำนวน 12 คาบ และเนื้อหาการสร้างผังกราฟิกเพื่อใช้ในการออกแบบการพิสูจน์ จำนวน 1 คาบ รวมเป็น 13 คาบ ดังนี้

1. ความรู้พื้นฐานเกี่ยวกับการให้เหตุผลทางเรขาคณิต จำนวน 2 คาบ
2. การสร้างผังกราฟิกเพื่อใช้ในการออกแบบการพิสูจน์ จำนวน 1 คาบ

- | | |
|---|-------------|
| 3. การสร้างและการให้เหตุผลเกี่ยวกับการสร้าง | จำนวน 4 คาบ |
| 4. การให้เหตุผลเกี่ยวกับรูปสามเหลี่ยมและรูปสี่เหลี่ยม | จำนวน 6 คาบ |

ตัวแปรที่ศึกษา

1. ตัวแปรอิสระ คือ การจัดการเรียนรู้โดยใช้เทคนิคผังกราฟิกร่วมกับกระบวนการเรียนรู้แบบสืบสอบ
2. ตัวแปรตาม ได้แก่
 - 2.1 ความสามารถในการพิสูจน์ทางเรขาคณิต
 - 2.2 ความสามารถในการเขียนผังกราฟิก

นิยามศัพท์เฉพาะ

1. **ผังกราฟิก (Graphic Organizer)** หมายถึง แผนผังที่ใช้ในการรวบรวมข้อมูล จัดระเบียบความคิด และเชื่อมโยงความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลและความคิดเหล่านั้นให้เป็นรูปธรรม โดยใช้ลายเส้น ลูกศร และรูปร่างต่าง ๆ เพื่อให้ง่ายต่อการทำความเข้าใจ มองเห็นการลำดับความคิด ความสัมพันธ์และความเป็นเหตุและผลของข้อมูลต่าง ๆ โดยปรับจาก Proof Mapping ตามแนวคิดของ Linares (2008)

2. **การจัดการเรียนรู้แบบสืบสอบ (Inquiry Process)** หมายถึง การดำเนินการสอนที่เน้นให้นักเรียนเป็นผู้สร้างความรู้ด้วยตนเอง โดยผู้สอนจะจัดกิจกรรมและใช้คำถาม เพื่อกระตุ้นให้นักเรียนใช้กระบวนการทางความคิด สืบค้นหรือค้นหาคำตอบจากประเด็นที่กำหนด โดยปรับขั้นตอนของกระบวนการสืบสอบมาจากขั้นตอนของ Jacobsen, Eggen, and Kauchak (1993) ขั้นตอนหลักทั่วไปของชนาธิป พรกุล (2554) 5 ขั้นตอน และขั้นตอนกระบวนการสืบค้น (Inquiry Process) ของวัฒนาพร ระวังทุกข์ (2542) ดังนี้

- 1) **ขั้นเสนอปัญหาและระบุปัญหา** ครูจัดสถานการณ์หรือปัญหา เพื่อกระตุ้นให้นักเรียนเกิดความสงสัย และสังเกตในสถานการณ์หรือปัญหาและทำปัญหาให้กระจ่างชัดเจน
- 2) **ขั้นตั้งสมมติฐาน** นักเรียนสร้างแนวคิดจากข้อมูลที่มีเพื่อคาดคะเนข้อสรุปหรือคำตอบของปัญหา
- 3) **ขั้นรวบรวมข้อมูล** นักเรียนรวบรวมข้อมูลทั้งจากที่โจทย์กำหนดหรือความรู้เดิมของนักเรียนที่คิดว่าเกี่ยวข้องกับปัญหา เพื่อนำมาใช้สนับสนุนหรือโต้แย้งสมมติฐาน
- 4) **ขั้นวิเคราะห์ข้อมูล** นักเรียนวิเคราะห์และประเมินข้อมูลที่รวบรวม ว่ามีความเกี่ยวข้องกับปัญหาหรือไม่ เชื่อมโยงไปสู่สมมติฐานหรือคำตอบที่ต้องการได้อย่างไร

5) **ขั้นลงข้อสรุป** พิจารณาว່ายอมรับหรือปฏิเสธสมมติฐาน สรุปว่าปัญหานั้นมีคำตอบหรือข้อสรุปอย่างไร

3. การจัดการเรียนรู้โดยใช้เทคนิคผังกราฟิก (Graphic Organizer) ร่วมกับกระบวนการเรียนรู้แบบสืบสอบ (Inquiry Process) หมายถึง การดำเนินการสอนที่ใช้ผังกราฟิกมาเป็นเครื่องมือในการจัดการข้อมูลและความคิดที่เป็นรูปธรรม เพื่อให้ง่ายต่อการเชื่อมโยงข้อมูล และออกแนวทางในการแก้ปัญหา โดยอาศัยขั้นตอนและแนวคิดจากกระบวนการสืบสอบ 5 ขั้น มาเป็นแนวทางในการดำเนินกิจกรรมและสร้างผังกราฟิก

1) **ขั้นเสนอปัญหาและระบุปัญหา**

ครูจัดสถานการณ์หรือปัญหา และใช้คำถามเพื่อกระตุ้นให้นักเรียนสังเกตและระบุปัญหาให้ชัดเจน แยกแยะระหว่างข้อมูลที่มีและคำตอบที่ต้องการ พร้อมระบุข้อมูลเหล่านั้นลงในผังกราฟิก โดยให้ข้อมูลที่โจทย์กำหนดและคำตอบที่คาดหวังภายในผังกราฟิกอยู่คนละตำแหน่ง และแตกต่างกันชัดเจน

2) **ขั้นตั้งสมมติฐาน**

นักเรียนสำรวจข้อมูลที่มี และระดมความคิดเพื่อนำข้อมูลที่โจทย์กำหนดมาสร้างเป็นแนวคิดที่จะสามารถนำไปสู่คำตอบของปัญหา โดยอาศัยความรู้เดิมมาประกอบในการสร้างแนวคิด พร้อมระบุแนวคิดหรือสมมติฐานต่าง ๆ ที่สร้างไว้ในผังกราฟิก

3) **ขั้นรวบรวมข้อมูล**

นักเรียนรวบรวมข้อมูลเพิ่มเติม เพื่อใช้เชื่อมโยง สนับสนุนหรือโต้แย้งแนวคิดหรือสมมติฐานที่สร้างไว้ ซึ่งข้อมูลที่รวบรวมอาจได้จากการขยายข้อมูลเพิ่มเติมจากข้อมูลที่โจทย์กำหนด หรือได้จากความรู้เดิมที่มีความเกี่ยวข้องกับปัญหา โดยครูอาจจะใช้คำถามกระตุ้นเพื่อช่วยให้นักเรียนรวบรวมข้อมูลได้ครบถ้วน และให้นักเรียนระบุข้อมูลที่รวบรวมได้ทั้งหมดลงบนผังกราฟิก

4) **ขั้นวิเคราะห์ข้อมูล**

นักเรียนวิเคราะห์และประเมินข้อมูลที่รวบรวมได้บนผังกราฟิก ว่าเกี่ยวข้องกับปัญหาหรือไม่ มีความเชื่อมโยงกันอย่างไร ข้อมูลใดบ้างที่สามารถเชื่อมโยงไปยังแนวคิดแล้วนำไปสู่ข้อสรุปหรือคำตอบที่คาดคะเนไว้ได้

5) **ขั้นลงข้อสรุป**

นักเรียนสรุปการเชื่อมโยงข้อมูลและลำดับขั้นของการเชื่อมโยงที่ได้จากการจัดกระทำข้อมูลต่าง ๆ ในผังกราฟิก พร้อมพิจารณาข้อสรุปของปัญหา

4. ความสามารถในการพิสูจน์ทางเรขาคณิต หมายถึง การอ้างเหตุผลทางคณิตศาสตร์ โดยใช้ข้อเท็จจริงที่ได้รับการยอมรับ อาทิ บทนิยาม สัจพจน์ ทฤษฎีบททางเรขาคณิต หรือข้อมูลที่กำหนดให้ มาเชื่อมโยงเพื่อใช้ยืนยันหรือโต้แย้งข้อความทางเรขาคณิต ซึ่งวัดได้จากแบบทดสอบวัดความสามารถในการพิสูจน์ทางเรขาคณิตที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นในข้อ 1) 2.2) 3) และ 4) โดยผู้วิจัยแบ่งเกณฑ์การประเมินออกเป็น 3 องค์ประกอบ ได้แก่

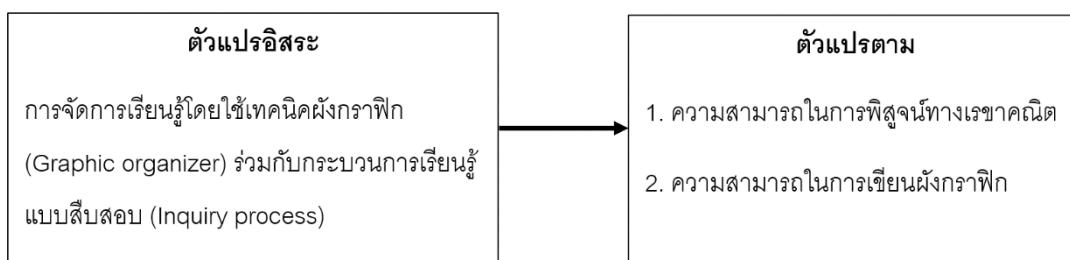
- 1) ระบุข้อมูลจากสิ่งที่โจทย์กำหนด และสิ่งที่ต้องการพิสูจน์
- 2) ระบุข้อความที่ได้รับการยอมรับ อาทิ บทนิยาม สัจพจน์ ทฤษฎีบททางเรขาคณิต หรือข้อมูลที่กำหนดให้ ในการอ้างเหตุผล
- 3) สื่อสารผ่านการเขียนได้อย่างสมเหตุสมผล และเป็นไปตามลำดับ

5. ความสามารถในการเขียนผังกราฟิก หมายถึง การจัดระเบียบข้อมูลและความคิดอย่างเป็นรูปธรรมผ่านการเขียนในรูปแบบผังกราฟิก โดยเริ่มตั้งแต่รวบรวมข้อมูลที่เกี่ยวข้องกับปัญหา วิเคราะห์ความสัมพันธ์และเชื่อมโยงข้อมูลเหล่านั้น และเขียนแสดงออกมาเป็นผังกราฟิก เพื่อให้ง่ายต่อการเข้าใจ และเห็นลำดับขั้นของความคิดได้ชัดเจน ซึ่งวัดได้จากแบบทดสอบวัดความสามารถในการพิสูจน์ทางเรขาคณิตจากข้อ 2.1) ที่มีการกำหนดให้สร้างผังกราฟิก

6. เกณฑ์การประเมิน หมายถึง คะแนนจุดตัดที่กำหนดการผ่านระดับที่ยอมรับได้ โดยการวิจัยครั้งนี้กำหนดเกณฑ์การประเมินไว้ที่ร้อยละ 60 หมายความว่า นักเรียนที่ได้คะแนนตั้งแต่ร้อยละ 60 ขึ้นไปของคะแนนรวม ถือว่าผ่านเกณฑ์

กรอบแนวคิดการวิจัย

ผู้วิจัยสนใจศึกษาความสามารถในการพิสูจน์ทางเรขาคณิตของนักเรียน โดยจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่มีการใช้ผังกราฟิกร่วมกันกับกระบวนการเรียนรู้แบบสืบสอบ โดยนำผังกราฟิกมาเป็นเทคนิคในการจัดระเบียบความรู้และความคิดของนักเรียน จากความเป็นรูปธรรมของผังกราฟิกจะสามารถช่วยให้นักเรียนรวบรวมข้อมูล วิเคราะห์ และเชื่อมโยงข้อมูลกับความรู้ต่าง ๆ ได้ง่ายและเป็นระบบมากขึ้น ซึ่งหากใช้ผังกราฟิกมาจัดกระทำกับข้อมูลในการพิสูจน์ จะช่วยให้นักเรียนสามารถวางแผนแนวทางการพิสูจน์ได้ด้วยตนเอง โดยใช้แนวคิดที่ได้จากการจัดการข้อมูลภายในผัง และเพื่อให้การจัดกระทำข้อมูลในผังกราฟิกดังกล่าว มีความเป็นกระบวนการที่นักเรียนจะสามารถดำเนินการได้ด้วยตนเองอย่างเป็นขั้นตอน ผู้วิจัยจึงได้นำกระบวนการแบบสืบสอบ 5 ขั้นตอนมาบูรณาการเป็นขั้นตอนของกิจกรรมในการจัดการข้อมูลภายในผังกราฟิก



ภาพประกอบ 1 กรอบแนวคิดในการวิจัย

สมมติฐานการวิจัย

1. นักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้โดยเทคนิคผังกราฟิก ร่วมกับกระบวนการเรียนรู้แบบสืบสอบ เรื่อง การให้เหตุผลทางเรขาคณิต มีความสามารถในการพิสูจน์ทางเรขาคณิตผ่านเกณฑ์การประเมินเป็นจำนวนมากกว่าร้อยละ 60 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05
2. ความสามารถในการเขียนผังกราฟิกของนักเรียน มีความสัมพันธ์กับความสามารถในการพิสูจน์ทางเรขาคณิต อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

บทที่ 2

เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

ในการวิจัยเพื่อศึกษาความสามารถในการพิสูจน์ทางเรขาคณิตของนักเรียน หลังการจัดการเรียนรู้โดยใช้เทคนิคผังกราฟิกร่วมกับกระบวนการเรียนรู้แบบสืบสอบ ครั้งนี้ ผู้วิจัยได้ศึกษาทฤษฎี เอกสาร รวมถึงงานวิจัยต่าง ๆ ที่มีส่วนเกี่ยวข้อง ในประเด็นดังต่อไปนี้

1. เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับผังกราฟิก
 - 1.1 ความหมายของผังกราฟิก
 - 1.2 กรอบแนวคิดของการใช้ผังกราฟิกในการจัดการเรียนรู้
 - 1.3 ประเภทของผังกราฟิก
 - 1.4 ผังกราฟิกกับการจัดการเรียนการสอน
 - 1.5 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับผังกราฟิก
2. เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการเรียนรู้แบบสืบสอบ
 - 2.1 ความหมายของการเรียนรู้แบบสืบสอบ
 - 2.2 กรอบแนวคิดของการจัดการเรียนรู้แบบสืบสอบ
 - 2.3 แนวทางของการจัดการเรียนรู้แบบสืบสอบ
 - 2.4 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการจัดการเรียนรู้แบบสืบสอบ
3. เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการพิสูจน์ทางเรขาคณิต
 - 3.1 ความหมายของการพิสูจน์ทางเรขาคณิต
 - 3.2 แนวทางในการสอนพิสูจน์ทางเรขาคณิต
 - 3.3 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการพิสูจน์ทางเรขาคณิต

1. เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับผังกราฟิก (Graphic Organizer)

1.1 ความหมายของผังกราฟิก

มีนักวิจัยและนักการศึกษาได้ให้ความหมายของผังกราฟิกไว้หลายท่าน ซึ่งผู้วิจัยขอ ยกตัวอย่างความหมายที่ได้ถูกนิยามไว้ตามความเชื่อของนักวิจัยและนักการศึกษา ดังนี้

สำนักงานราชบัณฑิตยสภา (2558, น. 222) ได้ให้ความหมายของผังกราฟิก หรือ ผังความรู้ ไว้ว่าเป็นแผนผังที่ใช้ลายเส้น รูปทรงเรขาคณิต ภาพ สัญลักษณ์ ข้อความ ลูกศร ใน รูปแบบต่าง ๆ เพื่อใช้ในการประมวลและจัดระเบียบความรู้ ความคิด ข้อมูลต่าง ๆ ให้สัมพันธ์ เชื่อมโยงกัน ทำให้สามารถอธิบายและเข้าใจได้ง่าย นอกจากนี้ยังเป็นเครื่องมือที่ช่วยในการคิด และแสดงความคิดให้ออกมาเป็นรูปธรรมได้

สอดคล้องกับความหมายของชนาธิป พรกุล (2554, น. 186) และพิมพ์ันท์ เดชะคุปต์ (2556, น. 64) ที่ชี้ให้เห็นว่าผังกราฟิกสามารถช่วยแสดงความคิดให้ออกมาเป็นรูปธรรม โดยให้ ความหมายในทำนองเดียวกันว่า ผังกราฟิกเป็นการนำเสนอข้อมูลหรือเรื่องราวให้ออกมาเป็นภาพ โดยใช้ความคิดจัดข้อมูล รวบรวมอย่างเป็นระบบ กระชับ ชัดเจน เพื่อถ่ายทอดความเข้าใจ การ จดจำ และการนำออกมาใช้ ซึ่งมาจากข้อมูลดิบในแหล่งต่าง ๆ มาทำการจัดกระทำข้อมูล โดยต้อง ใช้ความสามารถในด้านต่าง ๆ เช่น การสังเกต การเปรียบเทียบ การแยกแยะ การจัดประเภท การ เรียงลำดับ เช่น ค่าความถี่ ค่าเฉลี่ย และการสรุป ข้อมูลที่บันทึกในแผนภาพแสดงความสัมพันธ์ใน ลักษณะต่าง ๆ เช่น ความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลหลักและข้อมูลรอง การพิจารณาความเหมือนและ ความแตกต่าง ข้อมูลที่มีลำดับ ข้อมูลที่แสดงเหตุและผล เป็นต้น จากนั้นจึงทำการเลือกแบบผัง กราฟิกเพื่อเสนอข้อมูลที่จัดกระทำแล้ว สอดคล้องกับจุดมุ่งหมายที่ผู้นำเสนอต้องการ

นอกจากนี้ทีศนา แหมมณี (2560, น. 386) ยังได้ให้ความหมายของผังกราฟิกในการ จัดการเรียนรู้อย่างมีประสิทธิภาพ คือแผนผังความคิด ที่มีความคิดและข้อมูลที่เชื่อมโยงกันอยู่ในรูปแบบต่าง ๆ ที่ทำ ให้เห็นโครงสร้างองค์ความรู้ ซึ่งช่วยให้ผู้เรียนสามารถใช้ในการทำความเข้าใจและเรียนรู้ในสาระที่ มีเนื้อหาเป็นจำนวนมาก เพื่อให้ผู้เรียนเข้าใจและจดจำอย่างยาวนาน รวดเร็ว และง่ายขึ้น กว่าเดิม

เช่นเดียวกับชัยวัฒน์ สุทธิรัตน์ (2561, น. 260) ที่ได้อธิบายความหมายผังกราฟิกว่า เป็นสิ่งที่ใช้ในการเรียนรู้ มีหลากหลายแบบ แต่ละรูปแบบของผังกราฟิกแสดงให้เห็นถึง กระบวนการและการจัดลำดับความคิดของผู้เรียน ช่วยให้เข้าใจในสิ่งที่เรียนได้ดีและชัดเจนยิ่งขึ้น

ในงานวิจัยนี้ ผู้วิจัยนิยามความหมายของผังกราฟิกว่า เป็นแผนผังที่ใช้ลายเส้น ลูกศร และรูปร่างเรขาคณิต อาทิ วงรี สี่เหลี่ยม เพื่อใช้ในการรวบรวมข้อมูล จัดระเบียบความรู้ ความคิด

และข้อมูลต่าง ๆ ที่มีความสัมพันธ์เชื่อมโยงกัน ให้ออกมาเป็นรูปธรรม ง่ายต่อการทำความเข้าใจ และเห็นการลำดับความคิดได้โดยง่าย

1.2 กรอบแนวคิดของการใช้ผังกราฟิก

ผังกราฟิกเป็นกลวิธีที่มีคุณค่าในการจัดการเรียนรู้ มีหลากหลายประเภท สามารถประยุกต์ใช้ได้โดยไม่สิ้นสุด แบบต่าง ๆ ของผังกราฟิกแสดงให้เห็นถึงกระบวนการและการจัดลำดับความคิดของผู้เรียนได้อย่างสมบูรณ์ เป็นวิธีที่ช่วยให้เข้าใจและจดจำเนื้อหาและสิ่งที่เรียนให้ชัดเจนยิ่งขึ้น

ชัยวัฒน์ สุทธิรัตน์ (2561, น. 260) ได้อธิบายการเรียนการสอนโดยใช้เทคนิคผังกราฟิก ว่า มีรากฐานมาจากทฤษฎีการเรียนรู้ที่มีความหมาย (Meaningful Learning Theory) และการจัดเนื้อหาสาระก่อนเรียน (Advance Organizer) ของ Ausubel (1968) ซึ่งต่อมาหลังจากปี 1968 จนถึงประมาณปี 1975 ได้เกิดแผนภาพในรูปแบบต่าง ๆ ขึ้นมากกว่า 20 ชนิด แล้วเรียกชื่อใหม่ว่าผังกราฟิก (Graphic Organizer)

โดยได้อธิบายทฤษฎีการเรียนรู้ที่มีความหมายไว้ว่า มนุษย์มีการจัดข้อมูลต่าง ๆ ที่เรียนรู้ไว้ในสมองอย่างเป็นระบบ ในลักษณะที่เป็นโครงสร้างที่เรียกว่า “โครงสร้างทางปัญญา” ซึ่งมีการจัดลำดับความสัมพันธ์เชื่อมโยงจากมโนทัศน์ที่กว้าง ลงมาจนถึงมโนทัศน์ย่อยที่เฉพาะเจาะจง ดังนั้นการเรียนรู้ที่มีการเปลี่ยนแปลง ควรจะเป็นการเรียนรู้ที่มีความหมาย ผู้เรียนนำความรู้ใหม่เข้าไปเชื่อมโยงกับความรู้เดิม หรือมโนทัศน์และข้อมูลเดิมที่มี โดยความรู้ใหม่ที่ได้เรียนรู้จะถูกเก็บไว้ อันเป็นผลมาจากการบูรณาการกับความรู้เดิมที่มีอยู่ และขยายความรู้และข้อมูลเดิมที่มีนั้น ทั้งนี้ผู้เรียนจะต้องมีพื้นฐานของความรู้เป็นข้อมูลเดิมอยู่จึงจะเชื่อมโยงแล้วเกิดเป็นการเรียนรู้ที่มีความหมาย

Ausubel (1968) มองการเรียนรู้เป็นกระบวนการสร้าง ที่ประกอบด้วยการเพิ่มข้อมูลใหม่ให้เชื่อมโยงเข้ากับโครงสร้างทางปัญญา ซึ่งการเรียนรู้ที่มีความหมายนี้เกิดขึ้นทั้งในขั้นตอนการได้มาซึ่งความรู้ และขั้นตอนของการเก็บจำ โดยปราศจากความเข้าใจอย่างมีความหมาย

เมื่อต้องระลึกหรือเรียกข้อมูลก็จะพบว่าความจำนั้นลดน้อยลง ความจำอย่างมีความหมายจะมีบทบาทต่อการเรียนรู้ในอนาคต หรือเมื่อเจอกับสถานการณ์การแก้ปัญหา และยังอธิบายว่าผู้เรียนเรียนรู้ข้อมูลด้วยการรับ (reception) Ausubel (1968) จึงแบ่งการเรียนรู้ออกเป็น 4 ประเภท คือ

1. การเรียนรู้โดยการรับอย่างมีความหมาย (meaningful - reception) ผู้สอนเป็นผู้เสนอเนื้อหา ผู้เรียนเชื่อมโยงสิ่งที่ผู้สอนเสนอเข้ากับข้อมูลที่มีอยู่

2. การเรียนรู้โดยการค้นพบอย่างมีความหมาย (meaningful - discovery) ผู้เรียนหาข้อมูลด้วยตนเองและเชื่อมโยงเข้ากับข้อมูลที่มีอยู่

3. การเรียนรู้โดยการรับอย่างท่องจำ (rote - reception) ผู้สอนเป็นผู้เสนอเนื้อหา ผู้เรียนเป็นผู้จำ

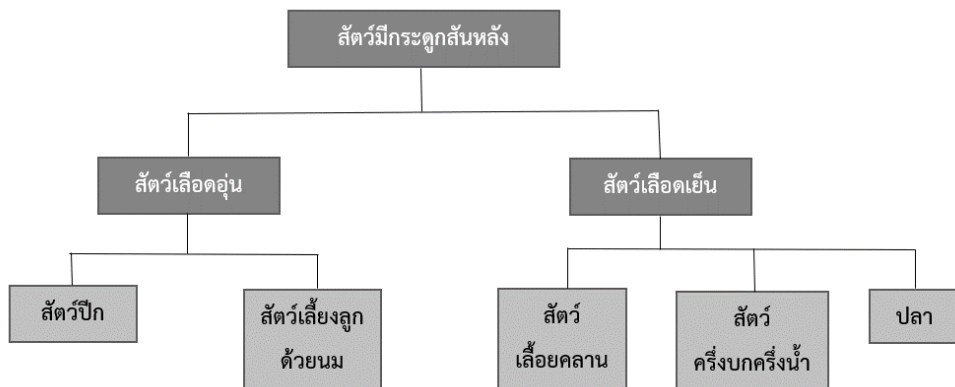
4. การเรียนรู้โดยการค้นพบอย่างท่องจำ (rote - discovery) ผู้เรียนเป็นผู้หาข้อมูลเอง โดยอาจใช้การลองผิดลองถูก และจำโดยปราศจากการเชื่อมโยงกับโครงสร้างทางปัญญา

จากแนวคิดดังกล่าว จะเห็นว่าผังกราฟิกนำมาใช้ในการจัดการข้อมูล หรือความรู้ได้เป็นอย่างดี ช่วยให้เห็นถึงการเชื่อมโยงระหว่างความรู้เก่าและข้อมูลใหม่ ผู้วิจัยจึงเลือกนำผังกราฟิกมาใช้ในกิจกรรมการเรียนรู้ของการวิจัยครั้งนี้ เพื่อช่วยในการจัดกระทำข้อมูล และออกแบบแนวทางในการพิสูจน์หรือแก้ปัญหาของนักเรียน โดยอาศัยข้อมูลกับความรู้ทางเรขาคณิตเดิม

1.3 ประเภทของผังกราฟิก

ผังกราฟิกมีหลายรูปแบบ ที่สามารถประยุกต์ใช้ได้อย่างไม่สิ้นสุด ซึ่งนักการศึกษาได้แบ่งประเภทในแบบต่าง ๆ ทั้งแตกต่างกันและคล้ายกัน ผู้วิจัยขอยกตัวอย่างการจัดรูปแบบและแบ่งประเภทของผังกราฟิกของนักการศึกษาบางท่าน ดังนี้

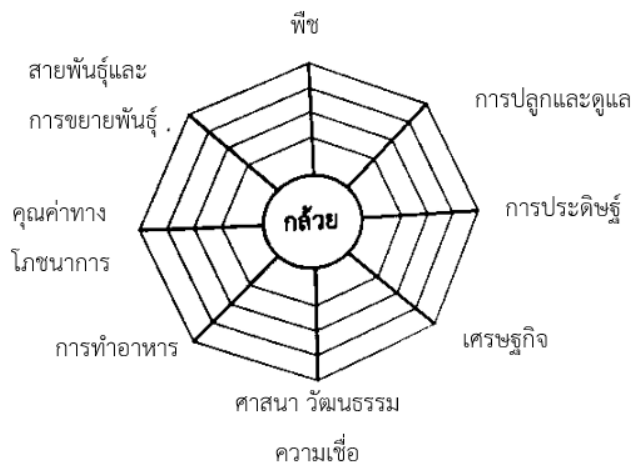
สำนักงานราชบัณฑิตยสภา (2558) ได้อธิบายว่าผังกราฟิกโดยทั่วไปมีหลายรูปแบบ และแต่ละแบบจะมีลักษณะที่แตกต่างกัน เพื่อตอบสนองต่อความต้องการในการใช้ผังกราฟิกนั้น เช่น ผังมโนทัศน์ (concept map) เป็นผังที่แสดงความสัมพันธ์ของมโนทัศน์ใหญ่กับมโนทัศน์ย่อย ดังตัวอย่างแสดงในแผนภาพ



ภาพประกอบ 2 ผังมโนทัศน์ (concept map)

ที่มา: พจนานุกรมศัพท์ศึกษาศาสตร์ร่วมสมัย ฉบับราชบัณฑิตยสภา (หน้า 223), โดยสำนักงานราชบัณฑิตยสภา, 2558, กรุงเทพฯ: สำนักงานราชบัณฑิตยสภา.

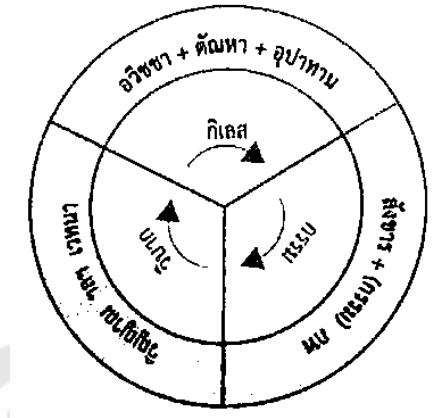
ผังแมงมุม (spider map) เป็นผังที่แสดงองค์ประกอบของเรื่องนั้นที่กระจายออกไปรอบตัวคล้ายใยแมงมุม ดังตัวอย่างแสดงในแผนภาพ



ภาพประกอบ 3 ผังแมงมุม (spider map)

ที่มา: พจนานุกรมศัพท์ศึกษาศาสตร์ร่วมสมัย ฉบับราชบัณฑิตยสภา (หน้า 223), โดยสำนักงานราชบัณฑิตยสภา, 2558, กรุงเทพฯ: สำนักงานราชบัณฑิตยสภา.

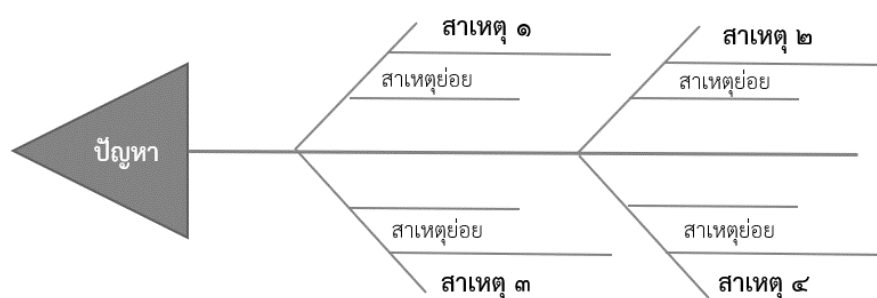
ผังวงจักร (circle map) เป็นผังที่แสดงลำดับขั้นตอน ซึ่งมีความต่อเนื่องกัน โดยไม่แสดงจุดเริ่มต้นและจุดสิ้นสุดดังตัวอย่างแสดงในแผนภาพ



ภาพประกอบ 4 ผังวงจักร (circle map)

ที่มา: พจนานุกรมศัพท์ศึกษาศาสตร์ร่วมสมัย ฉบับราชบัณฑิตยสภา (หน้า 224), โดยสำนักงานราชบัณฑิตยสภา, 2558, กรุงเทพฯ: สำนักงานราชบัณฑิตยสภา.

ผังก้างปลา (fishbone map) เป็นผังที่ใช้ในการวิเคราะห์หาสาเหตุ ช่วยให้มองเห็นสาเหตุที่ซับซ้อนได้ชัดเจน ส่งผลให้ได้แนวทางในการแก้ปัญหาที่ดีขึ้น ดังตัวอย่างแสดงในแผนภาพ



ภาพประกอบ 5 ผังก้างปลา (fishbone map)

ที่มา: พจนานุกรมศัพท์ศึกษาศาสตร์ร่วมสมัย ฉบับราชบัณฑิตยสภา (หน้า 224), โดยสำนักงานราชบัณฑิตยสภา, 2558, กรุงเทพฯ: สำนักงานราชบัณฑิตยสภา.

นอกจากตัวอย่างข้างต้นแล้ว ยังมีผังกราฟิกในรูปแบบอื่น ๆ อีกจำนวนมาก เช่น ผังความคิด (mind map) ผังเวนน์ไดอะแกรม (Venn diagram) ผังวีไดอะแกรม (Vee diagram) ผังพลอตไดอะแกรม (plot diagram) ผังลำดับขั้นตอน (sequential map)

การแบ่งรูปแบบผังกราฟิกดังกล่าว มีความสอดคล้องกับแบบต่าง ๆ ของผังกราฟิกที่ ทิศนา แชมมณี (2560, น. 387-398) ได้แบ่งประเภทไว้ ดังนี้

1. ผังความคิด (mind map) เป็นผังที่แสดงโครงสร้างของภาพรวมที่ช่วยให้เห็น ความสัมพันธ์และเชื่อมโยงของเนื้อหาในสาระต่าง ๆ หรือความคิด โดยใช้ เส้น คำ ระยะห่างจาก ศูนย์กลาง สี เครื่องหมาย รูปทรง และภาพ แสดงและเชื่อมโยงความคิดหรือสาระนั้น

2. ผังมโนทัศน์ (concept map) เป็นผังที่แสดงความสัมพันธ์ระหว่างมโนทัศน์ หลักกับย่อย ด้วยเส้นเชื่อมโยง โดยมโนทัศน์ใหญ่จะอยู่ตรงกลางของผัง

3. ผังแมงมุม (spider map) เป็นผังแสดงมโนทัศน์อีกแบบหนึ่ง ซึ่งมีลักษณะ คล้าย ไยแมงมุม

4. ผังลำดับขั้นตอน (sequential map) เป็นผังที่แสดงกระบวนการ ขั้นตอนและ ลำดับของสิ่งต่าง ๆ

5. ผังก้างปลา (fish bone map) เป็นผังที่ แสดงสาเหตุของปัญหา ซึ่งมี ความซับซ้อน ผังก้างปลาจะช่วยให้เห็นสาเหตุหลัก และสาเหตุย่อยที่ชัดเจน

6. ผังวัฏจักร (Circle or Cycle map) เป็นผังที่แสดงลำดับที่ต่อเนื่องกันเป็นวัฏ จักร ไม่มีจุดเริ่มต้นและสิ้นสุดแน่นอน

7. ผังวงกลมซ้อน หรือเวินไดอะแกรม เป็นผังที่เหมาะสมกับการนำเสนอสิ่งต่าง ๆ ซึ่ง มีทั้งความเหมือน และความต่างกันที่มีตั้งแต่ 2 สิ่งขึ้นไป โดยใช้วงกลมหลายวงในการนำเสนอ

8. ผังวีไดอะแกรม (vee diagram) เป็นผังที่ช่วยในการเรียนรู้วิทยาศาสตร์และ ธรรมชาติ โดยแสดงให้เห็นถึงความสัมพันธ์ของทฤษฎีบท ความคิด วิธีการ รวมถึงความเชื่อมโยง ระหว่างเนื้อหาในตำรากับความเข้าใจที่เกิดขึ้นจากการทำกิจกรรมการทดลอง

9. ผังพล็อตไดอะแกรม (plot diagram) เป็นผังที่ช่วยในการอ่านเรื่องราวที่มี เหตุการณ์ต่อเนื่องกัน ยืดยาว เหมาะสำหรับการสอนอ่าน ผู้เรียนสามารถใช้ผังนี้ช่วยในการหา พล็อตเรื่อง ซึ่งก็คือเหตุการณ์สำคัญที่นำไปสู่จุดยอดของเรื่อง และเมื่อเรื่องดำเนินไปสู่จุดยอด คือ จุดสำคัญที่สุดของเรื่อง แล้วเหตุการณ์ก็จะคลี่คลายไปสู่บทสรุปของเรื่อง

นอกจากนี้ชัยวัฒน์ สุทธิรัตน์ (2561, น. 261) ยังได้จำแนกรูปแบบผังกราฟิกตาม แนวคิดของ Clark (1990) โดยแบ่งตามกระบวนการคิด 2 แบบ คือ การคิดแบบอุปนัย (Inductive

thinking) ซึ่งคิดจากส่วนย่อยเข้าสู่ส่วนโน้ตทัศน์ที่เป็นหลักการ และการคิดแบบนิรนัย (Deductive thinking) ที่เป็นการคิดจากหลักการ ลงสู่สิ่งทีเฉพาะเจาะจง โดยผังกราฟิกที่นำเสนอแต่ละรูปแบบ มีจุดมุ่งหมาย ลักษณะรูปร่าง และลักษณะของเนื้อหาที่แตกต่างกัน ดังนี้

1. การคิดแบบอุปนัย

1.1 ผังกราฟิกที่มีวัตถุประสงค์เพื่อการตรวจหา และการเจาะจงประเด็น
ได้แก่

1.1.1 การเขียนอิสระ

1.1.2 ไดอะแกรมใยแมงมุม

1.1.3 เส้นลำดับเหตุการณ์ หรือเวลา

1.1.4 กราฟ

1.2 ผังกราฟิกที่มีวัตถุประสงค์เพื่อการจำแนก และการกำหนดมโนทัศน์
ได้แก่

1.2.1 ไดอะแกรมวงกลม

1.2.2 ตารางสัมพันธ์

2. การคิดแบบนิรนัย

2.1 ผังกราฟิกที่มีวัตถุประสงค์เพื่อการเชื่อมโยงความสัมพันธ์ของมโนทัศน์
ได้แก่ แผนผังมโนทัศน์ (concept map)

2.2 ผังกราฟิกที่มีวัตถุประสงค์ แสดงความสัมพันธ์ของเหตุและผลที่เกิดขึ้น
ได้แก่ ผังแสดงความเชื่อมโยงของเหตุและผล

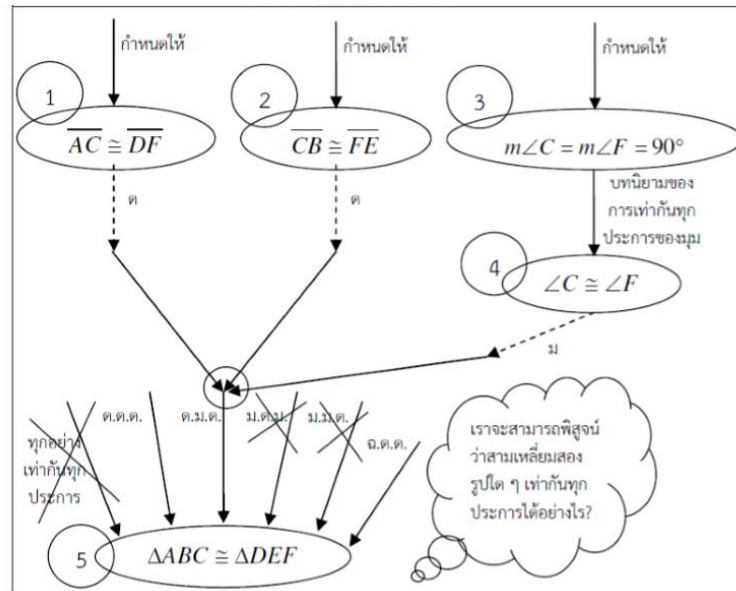
2.3 ผังกราฟิกที่มีวัตถุประสงค์ เพื่อการวางแผนแก้ปัญหา ได้แก่ กรอบปัญหา
และการแก้ไขปัญหา

การใช้ผังกราฟิกในการเรียนรู้นั้น ผู้เรียนสามารถเลือกใช้ผังกราฟิกที่เหมาะสมกับความต้องการของตน หรือจัดทำผังกราฟิกด้วยตนเองได้ และการฝึกทำผังกราฟิกบ่อย ๆ จะสามารถพัฒนาทักษะการคิดของนักเรียน และช่วยให้การเรียนรู้อะไรและการทำความเข้าใจกับข้อมูลต่าง ๆ ดียิ่งขึ้น

ยกตัวอย่างผังกราฟิกของ Linares (2008) ที่ถูกออกแบบและพัฒนาขึ้น เพื่อใช้ในห้องเรียนการสอนเขียนพิสูจน์ทางเรขาคณิต โดยใช้ชื่อว่า Proof mapping ซึ่งอาศัยแนวคิดพื้นฐานมาจากเทคนิคไปข้างหน้า-ย้อนกลับของ Solow ในการพิสูจน์ข้อความทางคณิตศาสตร์

กมล นาคสุทธิ (2559) ได้นำ Proof Mapping ตามแนวคิด Linares (2008) มาใช้ในงานวิจัย โดยจัดกิจกรรมการเรียนรู้การพิสูจน์ในเนื้อหาเรขาคณิต โดยใช้ผังกราฟิกที่ปรับจาก

Proof Mapping ของ Linares (2008) และศึกษาการให้เหตุผลทางเรขาคณิตของนักเรียนหลังผ่านการจัดกิจกรรม โดยฝั่งดังกล่าวใช้การรวบรวมข้อความทางคณิตศาสตร์ด้วยวงรี ระบุเหตุผลของข้อความต่าง ๆ ด้วยลูกศรระหว่างวงรี และแทนคำถามหลักด้วยก้อนเมฆความคิด



ภาพประกอบ 6 แสดง Proof mapping ตามแนวคิด Linares (2008)

ที่มา: ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้เทคนิคพรั๊ฟแมปปิงในการเขียนพิสูจน์ทางเรขาคณิตที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผลทางเรขาคณิตของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 (หน้า 21), โดย กมล นาคสุทธิ, 2559, (วิทยานิพนธ์ปริญญาโทมหาบัณฑิต). จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, กรุงเทพฯ.

และนำข้อมูลที่ได้จากการเขียนผัง คัดลอกข้อความและเหตุผลที่เกี่ยวข้องกันมาเขียนเป็นการพิสูจน์แบบสองคอลัมน์

สำหรับการวิจัยนี้ ผู้วิจัยได้ออกแบบผังกราฟิก โดยปรับรูปแบบจาก Proof Mapping ของ Linares (2008) และการเขียนอิสระเพื่อใช้ในการลำดับเหตุและผล

1.4 ผังกราฟิก (Graphic Organizer) กับการจัดการเรียนการสอน

ปัจจุบันผังกราฟิกนำมาใช้ในกิจกรรมการเรียนรู้ในหลากหลายสาขาวิชา มีนักวิจัยและนักการศึกษาหลายท่าน ทดลองและศึกษาหลักการของการใช้ผังกราฟิกในการสอน และได้สรุปกระบวนการในการใช้ผังกราฟิกในการเรียนการสอน ดังนี้

บุญเลี้ยง ทุมทอง (2559, น. 114-116) ได้อธิบายรูปแบบการใช้ผังกราฟิกว่ามีหลากหลาย และได้เสนอไว้ 3 แบบ ดังนี้

1. รูปแบบการใช้ผังกราฟิกของ Jones et. Al (1989) 5 ขั้นตอน ดังนี้

1.1) ครูสาธิตการใช้ผังกราฟิกกับตัวอย่าง โดยเลือกแบบของผังกราฟิกที่เหมาะสมและสอดคล้องวัตถุประสงค์ของการใช้และเนื้อหาที่เรียน

1.2) ครูสาธิตการสร้างผังกราฟิก

1.3) ครูชี้แจงเหตุผลของการเลือกใช้รูปแบบผังกราฟิกดังกล่าวพร้อมบอกวิธีการใช้

1.4) นักเรียนฝึกฝนการสร้างและการใช้ผังกราฟิกเพื่อจัดการเนื้อหาสาระที่เรียนและทำความเข้าใจเป็นรายบุคคล

1.5) นักเรียนอภิปรายกันภายในกลุ่ม โดยเสนอผ่านผังกราฟิก

2. รูปแบบการใช้ผังกราฟิกของ Clark (1991) มีขั้นตอนต่าง ๆ ดังนี้

ก. ขั้นก่อนสอน

2.1) ครูทำความเข้าใจธรรมชาติของเนื้อหาสาระและวิเคราะห์วัตถุประสงค์ของการใช้ผังกราฟิกในเนื้อหา

2.2) ครูคิดหากลวิธีในการจัดระเบียบข้อมูลในเนื้อหาสาระนั้น ๆ หรือออกแบบผังกราฟิกที่เหมาะสมกับเนื้อหา

2.3) ครูเลือกกลวิธีในการจัดระบบเนื้อหาสาระหรือเลือกรูปแบบผังกราฟิกที่เหมาะสมที่สุด

2.4) ครูวิเคราะห์ปัญหาหรือข้อบกพร่องในการใช้ผังกราฟิกของนักเรียนที่อาจเกิดขึ้น

ข. ขั้นสอน

2.1) ครูเสนอผังกราฟิกที่เหมาะสมกับธรรมชาติเนื้อหาและสาระนั้น ๆ ให้นักเรียน

2.2) นักเรียนเรียนรู้เนื้อหาและจัดระเบียบเนื้อหาเหล่านั้น โดยการใส่ข้อมูลต่าง ๆ ในสาระนั้นลงในผังกราฟิกด้วยตนเองตามที่ตนเข้าใจ

2.3) ครูตรวจสอบผังกราฟิกของนักเรียนเพื่อซักถามและหาจุดที่นักเรียนไม่เข้าใจเพื่ออธิบายเพิ่มเติมและแก้ไขให้ถูกต้อง

2.4) ครูฝึกให้นักเรียนใช้ผังกราฟิกในการแก้ปัญหา โดยการเพิ่มเติมปัญหาที่สอดคล้องกับเนื้อหาสาระ และกระตุ้นให้นักเรียนเกิดการคิดและใช้ผังกราฟิก

2.5) ครูตรวจสอบความเข้าใจของนักเรียนพร้อมให้คำอธิบายเพื่อแก้ไขความเข้าใจให้ถูกต้อง

3. รูปแบบการใช้ผังกราฟิกของ Joyce et al (1992)

Joyce et al (1992) และคณะ นำรูปแบบของ Clark (1991) มาปรับใช้ โดยปรับขั้นตอน ดังนี้

- 3.1) ครูชี้แจงจุดประสงค์ของการเรียนเนื้อหาในบทนั้น ๆ
- 3.2) ครูแสดงตัวอย่างผังกราฟิกที่จะนำมาใช้กับเนื้อหาสาระที่กำลังเรียน
- 3.3) ครูทบทวนความรู้เดิมที่จะนำมาใช้เป็นพื้นฐานในการเชื่อมโยงให้เกิดความรู้ใหม่ในบทนี้ โดยกระตุ้นนักเรียนให้ระลึก จากการใช้คำถามหรือกิจกรรม
- 3.4) ครูชี้แจงความรู้หรือเนื้อหาใหม่ที่จะให้นักเรียนได้เรียนรู้
- 3.5) ครูอธิบายหรือสาธิตวิธีการเชื่อมโยงเนื้อหาที่เรียนกับผังกราฟิก และให้นักเรียนสร้างผังกราฟิกที่มีข้อมูลหรือจัดระเบียบสาระดังกล่าวด้วยตนเองตามที่ตนเข้าใจ
- 3.6) ครูอธิบายวิธีการใช้ผังกราฟิกที่เป็นกระบวนการ พร้อมบอกประโยชน์หรือความเหมาะสมของการเลือกใช้รูปแบบผังกราฟิกดังกล่าว
- 3.7) ครูและนักเรียนร่วมกันแลกเปลี่ยนผลที่เกิดขึ้นจากการนำผังกราฟิกมาจัดระเบียบเนื้อหาสาระดังกล่าว
- 3.8) ครูตรวจสอบความเข้าใจของนักเรียน โดยการซักถามพร้อมอธิบายขยายความเพิ่มเติมให้นักเรียนเรียนเกิดความเข้าใจที่ถ่องแท้

นอกจากนี้ยังมีรูปแบบการเรียนการสอนของสุปรียา ตันสกุล (2540, น. 40) โดยพัฒนาจากการศึกษาวิจัยที่ใช้รูปแบบการสอนแบบการจัดข้อมูลด้วยแผนภาพ และศึกษาความสามารถทางการแก้ปัญหของนักศึกษา ที่เกิดขึ้นหลังผ่านการเรียนการสอนรูปแบบดังกล่าว โดยการเรียนการสอนที่ใช้มีทั้งหมด 7 ขั้น ดังนี้

- 1) ทบทวนความรู้เดิม
- 2) การชี้แจงจุดมุ่งหมาย ธรรมชาติของเนื้อหา สิ่งที่คาดหวังจากนักเรียนหลังจากเรียนเนื้อหาสาระนี้
- 3) ใช้คำถามหรือกิจกรรมเพื่อกระตุ้นนักเรียนให้ระลึกความรู้เดิม เพื่อเป็นฐานในการเชื่อมโยงให้เกิดเป็นความรู้ใหม่และนำมาจัดกระทำข้อมูลและความรู้เหล่านั้นด้วยแผนภาพ

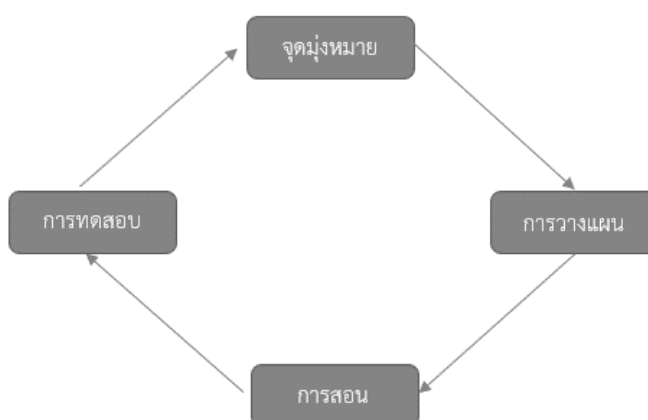
4) เสนอตัวอย่างการจัดข้อมูลด้วยแผนภาพที่เหมาะสมกับลักษณะของเนื้อหา
ความรู้ที่คาดหวัง

5) นักเรียนฝึกการใช้แผนภาพด้วยตนเอง และทำความเข้าใจในเนื้อหาสาระดังกล่าว
เป็นรายบุคคล

6) ครูให้ปัญหาเพิ่มเติม เพื่อให้ให้นักเรียนได้ฝึกการใช้แผนภาพในการแก้ปัญหา

7) นักเรียนตรวจสอบความเข้าใจและแก้ไขให้ถูกต้อง

สำหรับรูปแบบของ Clark (1991) ได้มีการอธิบายเพิ่มเติม โดยชัยวัฒน์ สุทธิรัตน์ (2561, น. 263-264) อย่างละเอียด ว่าเป็นกระบวนการเรียนการสอนที่ครบวงจร ตั้งแต่กำหนด
วัตถุประสงค์ การวางแผน การสอนและการทดสอบ ซึ่งกระบวนการเรียนการสอนนี้จะเป็นตัว
ควบคุมการสอนในภาพรวม และเป็นตัวกำกับการสอนในแต่ละครั้งด้วย ซึ่งมีกระบวนการดังภาพ



ภาพประกอบ 7 กระบวนการสอนโดยใช้เทคนิคผังกราฟิก ตามแนวคิดของ Clark

ที่มา : 80 นวัตกรรมจัดการเรียนรู้ที่เน้นผู้เรียนเป็นสำคัญ (หน้า 263), โดย ชัยวัฒน์
สุทธิรัตน์, 2561, นนทบุรี: พี บาลานซ์ดีไซน์แอนพริ้นติ้ง.

กระบวนการสอนโดยใช้เทคนิคผังกราฟิกของ Clark อธิบายได้ดังนี้

1. จุดมุ่งหมาย

จุดมุ่งหมายนับว่าเป็นสิ่งสำคัญมากในกระบวนการเรียนการสอน เมื่อ
ผู้เรียนทราบจุดหมาย ผู้เรียนก็จะใช้ความพยายามที่จะเรียนรู้ในเนื้อหาวิชานั้น การใช้ผังกราฟิก
ช่วยให้ผู้สอนสามารถแสดงจุดมุ่งหมายสำหรับการเรียน ผู้เรียนรู้ถึงความต้องการของผู้สอนว่า
ผู้เรียนควรคิดอะไร คิดอย่างไร และแสดงออกอย่างไร ซึ่งจะทำให้เข้าใจบทบาทและวิธีการเรียน

2. การวางแผน

ผู้สอนมีหน้าที่วางแผนการสอน ผู้สอนต้องตั้งคำถามกับตนเองว่า เนื้อหาที่ผู้เรียนใช้เรียนต้องเป็นข้อความจริง มโนทัศน์ หรือกฎ หรือหลักเกณฑ์ และเนื้อหาเช่นนี้ต้องการความคิดแบบใด เป็นการคิดแบบส่วนย่อยไปสู่หลักการ หรือการคิดที่เริ่มจากหลักการและนำไปประยุกต์ใช้ ในการออกแบบการสอนผู้สอนต้องสามารถนำเสนอ โดยสร้างผังกราฟิกขึ้นมาเพื่อแสดงความคิดของผู้สอน หรือสร้างผังกราฟิกเพื่อเป็นตัวแทนให้ผู้เรียนคิดเกี่ยวกับเนื้อหาวิชา ผู้สอนต้องทำความเข้าใจสิ่งที่คาดหวังให้ผู้เรียนได้เรียนรู้อย่างชัดเจน โดยใช้ผังกราฟิกเข้ามาช่วยให้ผู้เรียนคิดได้อย่างมีประสิทธิภาพ นอกจากนี้การใช้ผังกราฟิกเป็นการช่วยให้ผู้เรียนได้คิดทำความเข้าใจในเนื้อหาวิชานั้นด้วยตนเอง และคิดร่วมกันกับกลุ่ม และเมื่อผู้เรียนได้ใช้ผังกราฟิกแล้วผู้เรียนจะได้รับประสบการณ์ตรงด้วยตนเอง ซึ่งเขาสามารถประเมินผลและควบคุมการคิดได้

3. การสอน

เมื่อจะใช้ผังกราฟิกในการสอน ผู้สอนจะต้องดำเนินการเป็นขั้นตอน โดยเริ่มจากการแนะนำผังกราฟิกว่ามีลักษณะเป็นอย่างไร ใช้เพื่ออะไร ใช้อย่างไร เหมาะสมกับเนื้อหาแบบใด โดยผู้สอนต้องสาธิต ต้องยกตัวอย่างการใช้ผังกราฟิกให้ผู้เรียนได้เห็น จากนั้นให้ผู้เรียนได้ฝึกใช้ผังกราฟิกซึ่งสามารถจัดกลุ่มย่อยให้ผู้เรียนช่วยกันคิด อภิปรายร่วมกันโดยใช้ผังกราฟิกในเนื้อหาวิชานั้น

4. การทดสอบ

ผู้สอนสามารถทำการทดสอบได้ใน 2 ลักษณะ คือ ประเมินความก้าวหน้า (formative evaluation) ในการใช้ผังกราฟิกเพื่อทำความเข้าใจในเนื้อหา โดยการเก็บรวบรวมผลงานการใช้ผังกราฟิกของผู้เรียนมาวิเคราะห์ ซึ่งจะทำให้ผู้สอนเห็นถึงความเข้าใจของผู้เรียน และนำปัญหาต่าง ๆ มาแก้ไข นอกจากนี้เมื่อสิ้นสุดการสอนผู้สอนสามารถทดสอบความเข้าใจในเนื้อหาโดยใช้แบบทดสอบสัมฤทธิ์ผลทางการเรียนประเมินผลการเรียนรู้ (summative evaluation) ดังนั้นเทคนิคผังกราฟิกจึงนำมาเป็นกลวิธีในกิจกรรมการเรียนรู้ รวมถึงเป็นเครื่องมือประเมินผลได้ตั้งแต่เริ่มต้นการสอน ระหว่างการสอนและหลังการสอนในแต่ละครั้งได้

จะเห็นว่าในการจัดการเรียนรู้ในแต่ละรูปแบบ ผู้สอนจะต้องเข้าใจเนื้อหา และจุดประสงค์การเรียนรู้ในแต่ละครั้ง เพื่อเลือกใช้และออกแบบผังกราฟิกที่มีความเหมาะสม และให้ผู้เรียนได้มีส่วนร่วมในการสร้างผังกราฟิกนั้น โดยครูสามารถใช้ผังกราฟิกดังกล่าวเป็นกลยุทธ์ในการพัฒนากระบวนการคิด ประเมินผลการเรียนรู้ และกระบวนการคิดของนักเรียน ในขณะที่นักเรียนใช้ผังกราฟิกในการเรียนรู้ ทำความเข้าใจบทเรียน ทำข้อมูลนามธรรมให้เป็นรูปธรรม

จัดเก็บข้อมูลให้เป็นระบบ ทำให้ง่าย เรียบออกมาได้ง่าย และสามารถตรวจสอบความเข้าใจ
บทเรียนกับผู้อื่นได้

ชนาธิป พรกุล (2554, น. 191-194) ได้อธิบายหลักการและขั้นตอนในการสร้างและ
ใช้ผังกราฟิกไว้ดังนี้

การสร้างผังกราฟิกมี 4 ขั้น ได้แก่

1. ศึกษาข้อมูลต่าง ๆ หรือประสบการณ์จากแหล่งความรู้ต่าง ๆ รอบตัว
ได้แก่

1.1 บุคคลต่าง ๆ ที่อธิบายหรือให้ข้อมูลที่ต้องการ ได้แก่ ครู เพื่อน
บุคลากรในโรงเรียนและชุมชน

1.2 สภาพแวดล้อมทางกายภาพ ได้แก่ สถานที่ต่าง ๆ ที่ต้องการศึกษา
เช่น วัด ตลาด สถานประกอบการ หรือสถานที่ราชการ เป็นต้น

1.3 สภาพแวดล้อมทางธรรมชาติ ได้แก่ ป่าไม้ ภูเขา ทะเล แม่น้ำ เป็นต้น

1.4 สื่อต่าง ๆ ได้แก่ สิ่งพิมพ์ วิทยุ โทรทัศน์ ภาพยนตร์ มัลติมีเดีย และอื่น ๆ

เมื่อผู้เรียนได้ข้อมูลจากแหล่งต่าง ๆ มาจำนวนหนึ่ง จำเป็นต้องนำมาผ่าน
กระบวนการทางสติปัญญา เพื่อคัดเลือกเฉพาะข้อมูลที่สำคัญ เพื่อให้ข้อมูลนั้นมีความหมายกับ
ตนเอง คือตนเองมีความเข้าใจ เกิดการนำความรู้ไปใช้ให้เป็นประโยชน์ต่อไป

2. ใช้กระบวนการทางสติปัญญาจัดกระทำกับข้อมูล

กระบวนการทางสติปัญญาในที่นี้ อาจเรียกว่ากระบวนการสร้างความรู้
หรือกระบวนการคิด ซึ่งเป็นกระบวนการที่ใช้จัดกระทำข้อมูลภายในสมองนั่นเอง ในกระบวนการ
เหล่านี้สมองของผู้เรียนจะทำงานเป็นขั้นตอน ดังนี้

2.1 เลือกใช้กระบวนการ ลักษณะ และทักษะของการคิดที่เหมาะสม
กับลักษณะของข้อมูล เช่น การศึกษาพืชที่ปลูกภายในโรงเรียน ผู้เรียนจะเริ่มจากสังเกตต้นพืชแต่
ละต้น สำนวณพืชทั้งหมด รวบรวมรายชื่อและลักษณะของพืช แล้วนำมาจัดเป็นหมวดหมู่

2.2 ระลึกถึงข้อมูลหรือความรู้ที่เคยมีมาก่อน แล้วทำการเชื่อมโยง
เปรียบเทียบ ความเหมือน ความแตกต่างของแต่ละหมวดหมู่ หาความสัมพันธ์ระหว่างหมวดหมู่
แล้วสรุปเป็นข้อความรู้ใหม่

โดยปกติเมื่อผู้เรียนทำกิจกรรมการเรียนรู้ภายในชั้นเรียนมาถึงขั้นตอนนี้
ก็จะเก็บความรู้ทั้งหมดไว้ภายในสมองรอเวลาที่จะมีสถานการณ์ที่เหมาะสมมาให้โอกาส
ได้ใช้ความรู้ที่เก็บไว้ อาจยุ่งเหยิงไม่เป็นระบบ ไม่ช้าไม่นานก็อาจจะลืมเลือน บางครั้ง

ผู้เรียนเก็บข้อมูลที่ไม่ถูกต้องเอาไว้เป็นเวลานาน เมื่อนำมาเปิดเผยก็พบว่าได้นำความรู้ความเข้าใจในเรื่องนั้นไปใช้อย่างผิด ๆ มานับครั้งไม่ถ้วน ดังนั้นถ้าผู้เรียนมีโอกาสเปิดเผยข้อความรู้ที่ได้ผ่านแผนภาพก็จะเป็นการดี ที่จะได้ตรวจสอบความถูกต้องด้วยตนเองหรือจากผู้อื่น

3. เลือกแบบของแผนภาพที่สอดคล้องกับลักษณะของข้อมูลที่จะนำมาบันทึก ในการเขียนภาพ ผู้เรียนควรมีความรู้เกี่ยวกับลักษณะของข้อมูลหรือข้อความใหม่ เพื่อสามารถทำการเลือกแบบของแผนภาพมาใช้บันทึกข้อความรู้ได้อย่างเหมาะสม

4. เขียนแผนภาพ โดย

4.1 เขียนชื่อแผนภาพลงในที่ใดที่หนึ่งในแผนภาพ

4.2 ออกแบบการจัดข้อมูลภายในแผนภาพให้สื่อความหมายตามที่ต้องการ

4.3 ตรวจสอบความถูกต้องและความสมบูรณ์ของข้อมูลโดยการพูดบรรยายแผนภาพให้ตนเอง หรือผู้อื่นฟัง

การใช้ผังกราฟิกมี 2 ชั้น ได้แก่

1. เริ่มต้นกิจกรรมการเรียนรู้ อาจใช้แผนภาพได้ 2 ลักษณะ ขึ้นอยู่กับจุดประสงค์ใดจุดประสงค์หนึ่ง ดังต่อไปนี้

1.1 เพื่อให้ผู้เรียนมองเห็นภาพรวมของเรื่องที่จะเรียน (Overview) สำหรับจุดประสงค์นี้ครูต้องสร้างแผนภาพที่ประกอบด้วยมโนทัศน์หลักมาให้ผู้เรียนดู เป็นการให้มโนทัศน์ล่วงหน้า (advance organizer) ซึ่งผู้เรียนจะได้เรียนรู้รายละเอียดต่อไป

1.2 เพื่อดึงความรู้เดิมของผู้เรียน (prior knowledge) สำหรับจุดประสงค์นี้ ครูจะเริ่มต้นด้วยคำถามแล้วให้ผู้เรียนตอบหรือบอกข้อมูลที่เคยเรียนรู้ ครูกับนักเรียนอาจช่วยกันเขียนข้อมูลหรือคำตอบเป็นแผนภาพบนกระดานดำ แล้วทิ้งแผนภาพนั้นไว้ จนกว่าจะศึกษาข้อมูลใหม่แล้วนำมาเพิ่มเติม หรือแก้ไขข้อมูลในแผนภาพตามขั้นตอนการเขียนแผนภาพที่กล่าวมาแล้วข้างต้น

2. หลังกิจกรรมการเรียนรู้ ครูอาจใช้แผนภาพใน 2 จุดประสงค์ ดังนี้

2.1 เพื่อให้ผู้เรียนรวบรวมข้อมูลความรู้ทั้งหมดที่ผู้เรียนทำความเข้าใจแล้ว มาจัดเขียนเป็นแผนภาพ เป็นการสรุปภาพรวมของเรื่องที่ได้เรียนรู้ วิธีนี้ผู้เรียนจะมีความเข้าใจและจดจำได้นาน และถ้าได้มีโอกาสบรรยายภาพของตนให้ผู้อื่นฟัง ก็จะแม่นยำในเนื้อหาเรื่องนั้น ๆ ยิ่งขึ้น

2.2 เพื่อให้ครูมีโอกาสตรวจสอบและประเมินการเรียนรู้ของผู้เรียน จากแผนภาพครูจะมองเห็นว่าผู้เรียนเข้าใจเนื้อหาถูกต้องหรือไม่ วิธีคิดของผู้เรียนเป็นระบบหรือสับสน วิธีนำเสนอหรือทักษะการสื่อสารของผู้เรียนเป็นอย่างไร ครูสามารถเก็บข้อมูลเหล่านี้จากผู้เรียนเพื่อสร้างกิจกรรมในการพัฒนาผู้เรียน

นอกจากหลักการและขั้นตอนของการใช้ผังกราฟิกในการจัดการเรียนรู้จากนักการศึกษาหลาย ๆ ท่าน ข้างต้นแล้ว ยังมีขั้นตอนและตัวอย่างกิจกรรมที่ใช้ผังกราฟิกในการเรียนการสอน จากงานวิจัยของกมล นาคสุทธิ (2559, น. 13) ซึ่งได้ทำการวิจัยโดยนำเทคนิค Proof mapping ของ Linares (2008) มาใช้ในการสอนเขียนพิสูจน์ทางเรขาคณิต โดยดำเนินไปตามขั้นตอนต่าง ๆ ตามเทคนิคไปข้างหน้า-ย้อนหลังของ Solow (2002) และได้สรุปเป็นขั้นตอนในการจัดกิจกรรมการเขียนพิสูจน์ทางเรขาคณิต โดยใช้เทคนิคพุ่มไฟแมปปีงของ Linares (2008) ดังนี้

- 1) ให้นักเรียนร่วมกันคิดวิเคราะห์ทฤษฎีบทหรือปัญหาทางเรขาคณิตที่นำมาเขียนพิสูจน์ทางเรขาคณิต เพื่อหาข้อความที่ต้องการพิสูจน์และข้อมูลที่กำหนด
- 2) ให้นักเรียนร่วมกันสร้าง Proof mapping โดยใช้กระบวนการย้อนหลัง เริ่มจากการเขียนข้อความที่ต้องการพิสูจน์ไว้ด้านล่างสุดใน Proof mapping แล้วล้อมรอบด้วยวงรี
- 3) ให้นักเรียนร่วมกันตั้งคำถามหลักจากข้อความที่ต้องการพิสูจน์ใส่คำถามหลักเข้าไปใน Proof mapping โดยใส่ก่อนเมฆความคิดเชื่อมกับข้อความที่ต้องการพิสูจน์
- 4) ให้นักเรียนร่วมกันหาคำตอบของคำถามหลักที่เป็นไปได้ทั้งหมด แล้วเขียนคำตอบลงใน Proof mapping ด้านบนของลูกศรเส้นทึบซึ่งลงล่างไปยังข้อความที่ต้องการพิสูจน์
- 5) ให้นักเรียนร่วมกันพิจารณาสร้าง Proof mapping โดยใช้กระบวนการไปข้างหน้า โดยการเขียนสิ่งที่โจทย์กำหนดด้านบนสุดใน Proof mapping แล้วล้อมรอบด้วยวงรี
- 6) ให้นักเรียนร่วมกันระบุ และเขียนเหตุผลของสิ่งที่โจทย์ให้ลงใน Proof mapping โดยใส่ลูกศรเส้นทึบซึ่งลงมาเข้าหาสิ่งที่กำหนดให้ดังกล่าว
- 7) ให้นักเรียนร่วมกันสร้าง Proof mapping โดยอาจใช้กระบวนการไปข้างหน้าหรือกระบวนการย้อนหลังในลักษณะที่สลับกันไปมาได้ จนกว่าจะพบจุดเชื่อมโยงของสิ่งที่พิสูจน์และข้อมูลที่มี กระบวนการไปข้างหน้าจะเป็นการเขียนข้อความที่เป็นผลจากสิ่งที่โจทย์ให้โดยตรง ระบุการให้เหตุผลสำหรับข้อความด้วยลูกศรเส้นทึบ ระบุสิ่งที่เกี่ยวข้องกับคำตอบของคำถามหลักด้วยลูกศรเส้นประ ส่วนกระบวนการย้อนหลังจะเป็นการเขียนข้อความที่ได้สร้างขึ้นมาจากคำถามหลัก

8) ให้นักเรียนร่วมกันพิจารณาอีกครั้งว่าทางเลือกใดไม่ได้เชื่อมโยงหาคำตอบให้ ตัดทิ้ง โดยการขีดฆ่าเส้นทางคำตอบของคำถามหลักที่ไม่ได้นำมาใช้

9) ให้นักเรียนพิจารณาการใส่หมายเลขกำกับวงรีตามลำดับก่อนและหลังของ กระบวนการพิสูจน์ นำข้อความและเหตุผลที่ได้ไปใช้ในการเขียนพิสูจน์ทางเรขาคณิตด้วยการ พิสูจน์สองคอลัมน์

จากรูปแบบและขั้นตอนของการใช้เทคนิคผังกราฟิกในการจัดการเรียนรู้ที่หลากหลาย ข้างต้น จะพบว่าผังกราฟิกเป็นเครื่องมือที่สามารถนำมาประยุกต์ใช้ได้อย่างไม่สิ้นสุดในการจัดการ เรียนการสอน ขึ้นอยู่กับจุดประสงค์ของบทเรียนและความเหมาะสมของเนื้อหาสาระนั้น ๆ ซึ่ง สำหรับการวิจัยนี้ ผู้วิจัยมีจุดประสงค์ที่จะนำผังกราฟิกมาช่วยในการออกแบบและวางแผนการ พิสูจน์ทางเรขาคณิตของนักเรียน ผู้วิจัยจึงเลือกแนวคิดและวิธีการของการใช้ผังกราฟิก โดยปรับ จากขั้นตอนของสุปรียา ตันสกุล (2540) และกมล นาคสุทธิ (2559)

1.5 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับผังกราฟิก (Graphic organizer)

ผังกราฟิกถูกปรากฏอยู่ในงานวิจัยหลายชิ้น และหลากหลายสาขาด้วยกัน ซึ่งผู้วิจัยขอ ยกตัวอย่างงานวิจัยที่ได้ไปศึกษา และมีความสัมพันธ์กับหัวข้อที่ผู้วิจัยได้ศึกษา ดังนี้

โชติ จันทรวงศ์ (2547) ได้ทำการวิจัยเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางคณิตศาสตร์และการ นำเสนอข้อมูลของนักเรียน ระหว่างกลุ่มที่ใช้เทคนิคการจัดข้อมูลด้วยแผนภาพ ในกิจกรรมการ เรียนรู้และกลุ่มการสอนแบบปกติ ตัวอย่างคือนักเรียน 56 คน แบ่งเป็นกลุ่มทดลอง กับกลุ่ม ควบคุมอย่างละเท่า ๆ กัน และใช้การทดสอบค่าที (t-test) ในการวิเคราะห์ข้อมูล พบว่า กลุ่ม ทดลองที่ได้รับกิจกรรมการเรียนรู้โดยเทคนิคการจัดข้อมูลด้วยแผนภาพมี ผลสัมฤทธิ์ทาง คณิตศาสตร์สูงกว่ากลุ่มควบคุม และมีคะแนนในการนำเสนอข้อมูลทางคณิตศาสตร์ ผ่านเกณฑ์ คือ ไม่ต่ำกว่าร้อยละ 50

นิภาพรรณ โสมิษตกุลชัย (2551) ได้ศึกษาการจัดการเรียนรู้ที่ใช้เทคนิคการจัดข้อมูล ด้วยแผนภาพในการสอนโปรแกรมประยุกต์ที่มีต่อแบบจำลองทางปัญญาของครูที่มีแบบการคิด ต่างกัน ตัวอย่างเป็นครูในโรงเรียนปราโมชวิทยารามอินทรา จำนวน 60 คน ที่ผ่านการจำแนกแบบ การคิดออกเป็นแบบพึ่งพาสีงแวดล้อม (Field Dependence) และแบบไม่พึ่งพาสีงแวดล้อม (Field Independence) วิเคราะห์ข้อมูลด้วยวิธีการวิเคราะห์ความแปรปรวนสองทาง (Two-way ANOVA) ผลการวิจัยพบว่า ครูประจำการที่มีแบบการคิดต่างกันเมื่อเรียนรู้โปรแกรมประยุกต์ที่ สอนด้วยเทคนิคการจัดข้อมูลด้วยแผนภาพ มีแบบจำลองทางปัญญาแตกต่างกัน

วรรณภา โคตรพันธ์ (2552) ได้ทำศึกษาการจัดการเรียนรู้ โดยใช้ชุดกิจกรรมการเรียนรู้ ผังมโนมตีในวิชาวิทยาศาสตร์ พร้อมศึกษาผลสัมฤทธิ์และการคิดวิเคราะห์ของนักเรียนที่เกิดขึ้น หลังได้รับการจัดการเรียนรู้ ผลการศึกษาพบว่า นักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความสามารถในการคิดวิเคราะห์ สูงขึ้น

Brinkmann (2003, pp. 45-46) ได้ศึกษาการใช้แผนที่ความคิดกับการเขียนความคิดรวบยอด ผลการวิจัยพบว่าแผนที่ความคิดกับการเขียนความคิดรวบยอด มีประโยชน์และประยุกต์ใช้ในกิจกรรมการเรียนรู้ได้ โดยเฉพาะการเขียนแบบแผนทางคณิตศาสตร์ ถึงแม้ว่าการเขียนแผนที่ความคิดกับการเขียนความคิดรวบยอดยังไม่เป็นที่นิยมในการเรียนคณิตศาสตร์ แต่จากเสียงสะท้อนของครูที่นำไปใช้ในวิชาคณิตศาสตร์ พบว่า นักเรียนที่เคยรู้สึกไม่ดีกับวิชาคณิตศาสตร์นั้น สามารถเชื่อมโยง ลำดับความคิด และมีความเข้าใจในคณิตศาสตร์

Xin (2003, pp. 2276-A) ได้ศึกษาผลของการสอนการแก้ปัญหาที่แตกต่างกัน 2 แบบ คือ การแก้ปัญหาที่ใช้แผนผังความคิดและการสอนการแก้ปัญหาดั้งเดิม ที่มีต่อความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ และความพึงพอใจในกลวิธีที่ใช้แก้ปัญหาตัวอย่างคือนักเรียนที่บกพร่องทางการเรียนรู้ พบว่ากลุ่มที่สอนโดยอาศัยแผนผังความคิดนั้น สามารถแก้ปัญหาได้ดีกว่ากลุ่มแบบดั้งเดิม และมีความพึงพอใจ ชื่นชอบในการแก้โจทย์ปัญหามากกว่ากลุ่มแบบดั้งเดิม

จากการศึกษางานวิจัย พบว่าผังกราฟิกถูกใช้ในการศึกษาอย่างแพร่หลาย และหลากหลายสาขาวิชา ซึ่งผลการวิจัยส่วนใหญ่พบว่า ผังกราฟิกช่วยเพิ่มทักษะหรือความสามารถให้นักเรียนตัวอย่างในกลุ่มทดลองของผู้วิจัย อาทิ ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน การคิดวิเคราะห์ ความสามารถในการนำเสนอข้อมูล

2. เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการเรียนรู้แบบสืบสอบ

2.1 ความหมายของการเรียนรู้แบบสืบสอบ

การเรียนรู้แบบสืบสอบ (Inquiry) เป็นกระบวนการที่ใช้อย่างแพร่หลายในการเรียนการสอนในปัจจุบัน อาจถูกเรียกชื่อที่แตกต่างกันออกไป อาทิ การสืบสอบ การสืบค้น การสืบสวน สอบสวน การสืบเสาะหาความรู้ โดยการวิจัยนี้ ผู้วิจัยเลือกใช้คำว่า “สืบสอบ”

การเรียนรู้แบบสืบสอบนั้น ได้รับความสนใจจากนักวิจัยและนักการศึกษาหลายท่าน แต่ละท่านได้ทำการศึกษาและนิยามความหมายของสืบสอบเอาไว้อย่างหลากหลาย ดังตัวอย่างที่ผู้วิจัยยกมานี้

การเรียนรู้โดยกระบวนการสืบสอบ หมายถึง การจัดการกระบวนการเรียนรู้โดยให้นักเรียนค้นหาความจริงโดยการแสวงหาความรู้ มุ่งส่งเสริมให้คิดหาเหตุผล ลงมือปฏิบัติ โดยนักเรียนมีบทบาทหลักในการสร้างความรู้ใหม่ด้วยตนเอง ซึ่งความรู้ที่เกิดขึ้นจะเป็นความรู้ที่มีความคงทนและจดจำได้ยาวนาน ครูไม่สามารถสร้างได้ แต่ครูเป็นเพียงผู้จัดการให้เกิดประสบการณ์เรียนรู้ (ศศิธร เวียงวะลัย, 2556, น. 147)

จากความหมายดังกล่าวจะเห็นว่าการสืบสอบเป็นการเรียนรู้ ที่นักเรียนเป็นผู้มีบทบาทหลัก และมีครูคอยกระตุ้น ซึ่งสอดคล้องกับนิยามของทิตนา แชมมณี (2560, น. 141) ว่า การจัดการเรียนรู้ด้วยกระบวนการสืบสอบ เป็นการสอน ที่ครูจะเปิดโอกาสให้นักเรียนซักถาม คิด และแสวงหาความรู้ด้วยตนเอง เพื่อเรียบเรียงหาคำตอบและสรุปเป็นความรู้ด้วยตนเอง ครูจะคอยอำนวยความสะดวกและจัดบรรยากาศให้เอื้อต่อการเรียนรู้ให้กับนักเรียน เช่น ในด้านการหาแหล่งความรู้ การทำความเข้าใจความรู้ การวิเคราะห์ การสรุป การอภิปรายหรือโต้แย้ง และการทำงานเป็นกลุ่ม เป็นต้น

โดยส่วนใหญ่แล้วนักการศึกษาและนักวิจัยจะนิยามการสืบสอบในลักษณะที่สอดคล้องกัน คือเป็นกระบวนการเรียนรู้ที่เน้นการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหา โดยการให้นักเรียนได้ศึกษาและค้นคว้าหาความรู้ด้วยตนเอง โดยครูมีบทบาทในการตั้งคำถามเพื่อให้นักเรียนได้เกิดกระบวนการคิด จนสามารถสร้างความรู้ใหม่ หรือการแก้ไขปัญหาที่ถูกต้องด้วยตนเอง และสรุปเป็นขั้นตอน หรือหลักการในการแก้ปัญหาและนำไปประยุกต์ใช้ประโยชน์ (วิณา ประชากุล & ประสาท เนืองเฉลิม, 2553, น. 228)

วัชระ น้อยมี (2551, น. 47) และอัจฉรา ปานรอด (2555, น. 14) ก็ได้ให้ความหมายในลักษณะเดียวกันโดยเพิ่มเติมว่า นักเรียนจะได้เรียนรู้และพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหา โดยอาศัยหลักการทางวิทยาศาสตร์ในการหาคำตอบของปัญหา ครูจะจัดกิจกรรมให้ผู้เรียนได้วิเคราะห์ปัญหา ตั้งสมมติฐาน รวบรวมข้อมูล วิเคราะห์และทดสอบสมมติฐาน แล้วสรุปเป็นหลักการและกฎเกณฑ์ หรือวิธีแก้ปัญหา

จากการศึกษา ผู้วิจัยสามารถสรุปได้ว่า การจัดการเรียนรู้แบบสืบสอบ เป็นการดำเนินการสอนที่ส่งเสริมให้นักเรียนเรียนรู้และพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาด้วยตนเอง ด้วยหลักการหรือวิธีการทางวิทยาศาสตร์ในการหาคำตอบ เน้นให้นักเรียนเป็นผู้สร้างความรู้ใหม่ โดยผู้สอนจะกระตุ้นด้วยกิจกรรมหรือคำถาม เพื่อให้นักเรียนใช้กระบวนการทางความคิด สืบค้นหรือค้นหาคำตอบจากประเด็นที่กำหนด

2.2 กรอบแนวคิดของการจัดการเรียนรู้แบบสืบสอบ

การจัดการเรียนรู้แบบสืบสอบนั้น เริ่มต้นมาจากแนวคิดของนักวิทยาศาสตร์ศึกษา ที่เชื่อว่า มนุษย์มีสติปัญญา (Thinking Animals) มีความสามารถในการใช้สติ ความคิด เหตุผล และสร้างความรู้ได้ จึงเกิดกรอบแนวคิดในการจัดการเรียนรู้แบบสืบเสาะว่า การเรียนรู้ต้องสามารถพัฒนาศักยภาพและความสามารถในการคิดของมนุษย์

ศศิธร เวียงวะลัย (2556, น. 150) ได้อธิบายว่า ธรรมชาติของมนุษย์จะมีการคิดเป็นเรื่องปกติ ฉะนั้นการที่นักเรียนไม่เกิดความคิดหรือคิดเป็นวิทยาศาสตร์ไม่ได้ ย่อมเป็นปัญหาที่เกิดจากกิจกรรมการเรียนรู้ที่ไม่พัฒนาหรือส่งเสริมทักษะการคิดของนักเรียนของนักเรียนนั่นเอง ทักษะการคิดของมนุษย์นั้นเป็นความสามารถที่สามารถส่งเสริมและพัฒนาได้ โดยผ่านกิจกรรมที่ทำทลายความคิดและสติปัญญาของนักเรียน รวมถึงการมีส่วนร่วม และได้ลงมือปฏิบัติในกิจกรรม

ดังนั้นการจัดการเรียนการสอนจึงควรเป็นกิจกรรมที่นักเรียนได้มีบทบาทและมีส่วนร่วมในกิจกรรมและได้ใช้ความคิดในการสร้างความรู้และแนวคิดใหม่

การจัดการเรียนรู้โดยนักเรียนเป็นผู้สร้างความรู้ใหม่ด้วยตนเองซึ่งอาศัยความรู้เดิม หรือกิจกรรมที่เน้นทฤษฎีสร้างความรู้ (Constructivism) ควรมีลักษณะดังนี้

1. การเรียนรู้เป็นกระบวนการสร้างความรู้ ไม่ใช่การจดจำหรือดูดซับความรู้จากแหล่งความรู้
2. การเรียนรู้ต้องอาศัยกรอบความรู้ ความคิดเดิมที่มีอยู่ก่อนแล้ว มนุษย์จะใช้ความรู้เดิมในขณะนั้นสำหรับช่วยในการสร้างความรู้ใหม่
3. การเรียนรู้จะสัมพันธ์เกี่ยวข้องกับสภาพการณ์หรือบริบทที่มีอยู่ในขณะนั้น

การเรียนรู้แบบสืบเสาะมีรูปแบบ หรือลักษณะของกิจกรรมที่หลากหลายแตกต่างกันไป เช่น ใช้รูปแบบการสืบสอบแบบการแก้ปัญหาทางวิทยาศาสตร์ หรือใช้วิธีทางวิทยาศาสตร์ (Scientific Method) วัฏจักรการเรียนรู้ (Learning Cycle) รูปแบบการสอนสืบสอบของ สสวท. เป็นต้น อย่างไรก็ตามมาตรฐานการศึกษาวิทยาศาสตร์แห่งอเมริกา (National Research Council) ได้กำหนดความสามารถของนักเรียนในการทำกระบวนการสืบสอบไว้ดังนี้

1. การสังเกต บรรยายวัตถุและเหตุการณ์
2. การตั้งคำถาม การซักถาม
3. การสร้างคำอธิบายของคำถามหรือปัญหา
4. การทดสอบคำอธิบายหรือคำตอบด้วยความรู้เดิมทางวิทยาศาสตร์
5. การถ่ายทอด รายงานแนวความคิด ความรู้ ให้ผู้อื่นทราบ

ฉะนั้นการเรียนรู้แบบสืบสอบ จึงควรเป็นกิจกรรมที่ส่งเสริมนักเรียนได้ใช้ความสามารถดังกล่าว โดยมีนักการศึกษาหลายท่านที่ได้พัฒนารูปแบบกระบวนการสืบสอบที่สอดคล้องกับแนวคิดดังกล่าว และสรุปเป็นลำดับขั้นตอนตามรูปแบบของตนเอง

2.3 แนวทางของการจัดการเรียนรู้แบบสืบสอบ

มีนักการศึกษาหลายท่านได้สรุปขั้นตอนของกระบวนการเรียนรู้แบบสืบสอบ เพื่อใช้จัดกิจกรรมการเรียนรู้ โดยอาศัยแนวคิดจากกรอบแนวคิดข้างต้น ผู้วิจัยขอยกตัวอย่างรูปแบบของการจัดการเรียนรู้ที่น่าสนใจ ดังนี้

Jacobsen et al. (1993) ได้พัฒนากิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบสอบและแบ่งขั้นตอนออกเป็น 4 ขั้นตอน

1. ขั้นเสนอปัญหา ครูระบุปัญหาที่จะให้ผู้เรียนสืบสอบ โดยอาจจะพิจารณาจากเนื้อหาสาระ หรือเป็นสถานการณ์ที่เกิดขึ้นจริงในชั้นเรียน
2. ขั้นตั้งสมมติฐาน ผู้ที่ตั้งสมมติฐานอาจจะเป็นครูหรือนักเรียน นักเรียนจะได้คำถามที่แนะจากครูเพื่อตั้งสมมติฐาน
3. ขั้นรวบรวมข้อมูล ครูให้นักเรียนรวบรวมข้อมูลต่าง ๆ ทั้งจาก สื่อ หรือข้อมูลจากการทดลอง มาเป็นหลักฐานในการตรวจสอบสมมติฐาน
4. ขั้นวิเคราะห์ข้อมูลและสรุปผล ครูอภิปรายกับนักเรียน ตรวจสอบสมมติฐานจากข้อมูล โดยจัดกระทำในรูปแบบต่าง ๆ แล้วสรุปเป็นคำตอบซึ่งเป็นมโนทัศน์ของบทเรียน

ซึ่งรูปแบบและขั้นตอนของกระบวนการสืบสอบดังกล่าวมีความคล้ายกับขั้นตอนหลักทั่วไป 5 ขั้นตอนของกระบวนการสืบสอบที่ชานาธิป พรกุล (2554, น. 134) ได้สรุปไว้ ดังนี้

1. นำเสนอปัญหา และทำปัญหาให้ชัดเจน ลักษณะของปัญหาหรือโจทย์ ที่เหมาะกับกระบวนการสืบสอบ คือปัญหาหรือโจทย์ที่มีความน่าสนใจหรือนักเรียนในคร่ำรู้ หรือมีความเกี่ยวข้องกับผู้เรียน ครูอาจอธิบายปัญหาเพื่อให้ผู้เรียนเข้าใจในโจทย์ และข้อมูลที่ซ่อนอยู่
2. สร้างสมมติฐาน สร้างสถานการณ์และใช้คำถาม ให้เกิดความท้าทายกับนักเรียนและคิดหาคำตอบ หลังจากได้คำตอบที่คาดคะเนหรือสมมติฐานมา ให้นักเรียนทำการพิจารณาและเหลือไว้เฉพาะคำตอบหรือสมมติฐานที่มีความเป็นไปได้และจะค้นคว้าหรือศึกษาต่อ
3. รวบรวมข้อมูล จากแหล่งข้อมูลที่สมมติฐานให้แนวทาง จากนั้นครูทำการพิจารณาจำนวนผู้เรียนและปัญหาว่าควรจะร่วมกันแก้ปัญหาเป็นกลุ่ม ห้องเรียน หรือรายบุคคล
4. วิเคราะห์และแปลข้อมูล เพื่อจะนำไปพิจารณาสมมติฐานที่ได้ว่าเป็นจริงหรือควรยอมรับหรือไม่ โดยยึดการตีความตามข้อมูลที่ได้จากการค้นคว้า

5. สรุปสมมติฐานว่าควรยอมรับ ปฏิเสธ หรือเปลี่ยนสมมติฐานตามข้อมูลที่ค้นคว้าได้

5 ขั้นตอนหลักทั่วไปดังกล่าวของ(ชนาธิป พรกุล, 2554) มีความสอดคล้องกับ 5 ขั้นตอนกระบวนการสืบค้น (Inquiry Process) ของวัฒนาพร ระวังทุกข์ (2542, น. 17) โดยมีการระบุรายละเอียดในแต่ละขั้นเพิ่มเติม ดังนี้

1. กำหนดปัญหา

1.1 จัดสถานการณ์ที่น่าสนใจ เพื่อสร้างความสนใจในปัญหาให้กับผู้เรียน เกิดความสงสัย และสังเกตปัญหา

1.2 กระตุ้นให้ผู้เรียนระบุนอกจากสิ่งที่สังเกตว่าสิ่งใดคือปัญหา

2. กำหนดสมมติฐาน

2.1 ใช้คำถามให้ผู้เรียนระดมความคิด

2.2 ผู้เรียนค้นหาและสรุปคำตอบที่คาดการณ์ในปัญหาดังกล่าว

3. รวบรวมข้อมูล

3.1 ผู้เรียนค้นคว้าข้อมูลจากเอกสารและแหล่งข้อมูลต่าง ๆ

3.2 ให้ผู้เรียนวิเคราะห์และพิจารณาความสัมพันธ์หรือความเกี่ยวข้องระหว่างข้อมูลที่รวบรวมกับปัญหาดังกล่าว

4. ทดสอบสมมติฐาน

4.1 ผู้เรียนร่วมกันพิจารณา ข้อมูลที่รวบรวมได้ เพื่อทดสอบสมมติฐาน

5. สร้างข้อสรุป

5.1 ผู้เรียนร่วมกันสรุปคำตอบของปัญหาว่าเป็นอย่างไร อาจสรุปในรูปแบบของเอกสาร

นอกจากนี้ ยังมีนักการศึกษาที่ได้สรุปกระบวนการเรียนรู้แบบสืบสอบออกเป็นขั้นตอนต่าง ๆ ที่แตกต่างจากรูปแบบที่ยกตัวอย่างข้างต้น เช่น Bybee et al. (2006) เสนอรูปแบบที่เป็นวงจรโดยใช้ชื่อ 5E เพื่อใช้จัดการเรียนรู้ในวิชาชีววิทยาของสหรัฐอเมริกา ซึ่งมี 5 ขั้นตอน ดังนี้

1. ขั้นสร้างความสนใจ (Engagement) คือ ขั้นตอนที่ครูทำให้นักเรียนเกิดความสนใจและการสังเกต เพื่อกำหนดปัญหาที่ศึกษา พร้อมทั้งสร้างความเชื่อมโยงระหว่างความรู้ที่มีกับเนื้อหาที่จะเรียน ซึ่งเป็นขั้นตอนในการประเมินโน้ตค้นคว้าที่นักเรียนมี

2. ขั้นสำรวจและค้นหา (Exploration) คือ ขั้นการตรวจสอบปัญหา การตั้งสมมติฐานจากปัญหาที่ต้องการศึกษา เพื่อนำไปสู่การเก็บรวบรวมข้อมูล และการทดสอบ

สมมติฐานด้วยวิธีการอันหลากหลาย โดยนักเรียนจะเป็นคนลงมือปฏิบัติเอง ขั้นตอนนี้เป็นขั้นที่ให้นักเรียนใช้และแลกเปลี่ยนประสบการณ์การเรียนรู้เพื่อพัฒนามโนทัศน์

3. ขั้นอธิบายและลงข้อสรุป (Explanation) คือ ขั้นตอนที่นักเรียนวิเคราะห์ จัดกระทำและสื่อความหมายข้อมูลจากการสำรวจและค้นหา เพื่อนำไปสู่การสรุปผล ครูทำหน้าที่เชื่อมโยงความรู้หรือประสบการณ์การเรียนรู้ของนักเรียนไปสู่ความรู้หรือมโนทัศน์ที่ถูกต้อง

4. ขั้นขยายความรู้ (Elaboration) คือ ขั้นประยุกต์ความรู้ที่สร้าง เพื่ออธิบายหรือทำความเข้าใจกับปัญหาใหม่ที่มีความคล้ายกับความรู้ หรือปัญหาเดิมที่ได้ทำการสำรวจและค้นหา ซึ่งก่อให้เกิดประเด็นปัญหาที่ต้องการศึกษาต่อไป ทำให้ความรู้ขยายขอบเขตกว้างมากขึ้น

5. ขั้นการประเมิน (Evaluation) คือ ขั้นตอนที่ประเมินความรู้และความสามารถของนักเรียนตามสภาพจริง ทั้งแบบเป็นทางการและไม่เป็นทางการ รวมทั้งอาจเปิดโอกาสให้นักเรียนประเมินตนเอง ซึ่งการประเมินดังกล่าวนี้จะแทรกอยู่ในแต่ละขั้น

ชนาธิป พรกุล (2554, น. 139) ได้อธิบายรูปแบบการสอนในรูปแบบสืบสอบ (Group Investigation model) ตามแนวคิดของ Joyce และ Wel (1996) ที่แตกต่างออกไปเช่นกัน มีการเน้นที่การทำงานเป็นกลุ่มและแบ่งหน้าที่ความรับผิดชอบของสมาชิก แบ่งออกเป็น 6 ขั้น ดังนี้

1. ขั้นเตรียมการ
 - 1.1 เลือกเนื้อหาที่ต้องการให้ผู้เรียนเรียนรู้ แล้วสร้างประเด็นปัญหาที่ชวนสงสัยใคร่รู้
 - 1.2 เลือกวิธี หรือสื่อที่น่าสนใจเสนอปัญหา
2. ขั้นนำเสนอปัญหาให้ผู้เรียนแสดงความคิดเห็น โดยอาศัยคำถามจากครู เพื่อให้ผู้เรียนเกิดความคิดขัดแย้ง หรือขยายความคิดเห็นให้หลากหลาย
3. ขั้นวางแผนแสวงหาความรู้ ให้ผู้เรียนที่คิดคล้ายกันอยู่กลุ่มเดียวกัน แล้วให้แต่ละกลุ่มวางแผนหาความรู้ตามประเด็น ต่อไปนี้
 - ก. การตั้งสมมติฐาน
 - ข. การรวบรวมข้อมูล-ประเภท วิธีการ แหล่งความรู้
 - ค. การวิเคราะห์ข้อมูล
 - ง. การสรุปผล
 - จ. การแบ่งหน้าที่ความรับผิดชอบของสมาชิกในกลุ่ม
 - ฉ. ระยะเวลา

โดยครูทำหน้าที่ให้คำแนะนำ/คำปรึกษาในเรื่องการทำงานกลุ่ม การวางแผน และวิธีแสวงหาความรู้

4. ขั้นดำเนินการตามแผน ขณะที่ผู้เรียนทำกิจกรรมตามแผน ครูควรดูแลให้ ความสนใจ

5. ขั้นวิเคราะห์ข้อมูล สรุปผล นำเสนอ และอภิปรายผล ครูให้คำแนะนำ การวิเคราะห์ ข้อมูล และสรุปผล แต่ละกลุ่มเสนอผลงาน และกระบวนการเรียนรู้ที่ได้เรียนรู้ แล้ว อภิปรายร่วมกัน

6. หากมีประเด็นที่ยังติดใจสงสัย ผู้เรียนสามารถกำหนดปัญหา แล้วใช้ กระบวนการเรียนรู้เดียวกันแสวงหาความรู้ต่อไป

ซึ่งในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยได้สรุปขั้นตอนของการจัดการเรียนรู้แบบสืบสอบโดยปรับ จากขั้นตอนของJacobsen et al. (1993) ขั้นตอนหลักทั่วไปของชนาธิป พรกุล (2554) 5 ขั้น และ ขั้นตอนกระบวนการสืบค้น (Inquiry Process) ของวัฒนาพร ระงับทุกข์ (2542) ดังนี้

1) ขั้นเสนอปัญหา และระบุปัญหา

1.1) ครูจัดสถานการณ์หรือปัญหา เพื่อกระตุ้นให้ผู้เรียน สังเกต สงสัยใน เหตุการณ์หรือปัญหา

1.2) ครูให้ข้อมูล หรือกระตุ้นให้ผู้เรียนระบุปัญหาจากการสังเกตว่าอะไรคือ ปัญหา และทำปัญหาให้กระจ่างชัดเจน ด้วยการตั้งคำถามเพื่อให้นักเรียนแยกแยะระหว่างข้อมูลที่มีและคำตอบที่ต้องการ

2) ขั้นตั้งสมมติฐาน ครูสร้างประเด็นจากการสังเกตปัญหา ใช้คำถามชี้แนะเพื่อให้ นักเรียนระดมความคิด นำแนวคิดที่ได้จากการสำรวจปัญหาและความรู้เรขาคณิตเดิมของนักเรียน สร้างข้อความที่สามารถนำไปสู่ข้อสรุปหรือคำตอบที่ต้องการได้ เพื่อนำไปสู่การออกแบบและ การเก็บรวบรวมข้อมูล

3) ขั้นรวบรวมข้อมูล รวบรวมข้อมูลทั้งจากข้อมูลที่ให้ หรือข้อมูลที่สรุปได้จาก ความรู้เดิมที่มีของนักเรียน โดยอาศัยการกระตุ้นจากครู

4) ขั้นวิเคราะห์ วิเคราะห์และประเมินว่าข้อมูลนั้นมีความเกี่ยวข้องกับปัญหา หรือไม่ นำข้อมูลต่าง ๆ มาเชื่อมโยง สู่ข้อสรุปและคำตอบ

5) ขั้นลงข้อสรุป พิจารณาว่ายอมรับหรือปฏิเสธสมมติฐาน สรุปคำตอบและ ข้อสรุปปัญหา

2.4 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการจัดการเรียนรู้แบบสืบสอบ

การจัดการเรียนรู้แบบสืบสอบถูกปรากฏอยู่ในงานวิจัยหลายชิ้นด้วยกัน โดยเฉพาะในงานวิจัยทางการศึกษา ซึ่งผู้วิจัยขอยกตัวอย่างงานวิจัยที่ได้ไปศึกษา และมีความสัมพันธ์กับหัวข้อที่ผู้วิจัยได้ศึกษา ดังนี้

สุทธิชาติ เปรมกมล and สกลรัตน์ แก้วดี (2560) ได้ทำการวิจัยเพื่อศึกษาการจัดการกิจกรรมการเรียนรู้ที่ใช้การสืบสอบแบบจำลองเป็นฐาน โดยมีนักเรียน 2 กลุ่ม คือกลุ่มทดลองจำนวน 36 คน และกลุ่มแบบปกติเป็นกลุ่มควบคุม จำนวน 36 คน และทดสอบสมมติฐานด้วยสถิติทดสอบ ANCOVA พบว่า นักเรียนในกลุ่มทดลอง มีการสร้างคำอธิบายเชิงวิทยาศาสตร์สูงกว่านักเรียนที่เรียนแบบทั่วไป

เสาวรัตน์ รามแก้ว (2552) ได้ทำการศึกษานักเรียน 2 กลุ่ม ระหว่างกลุ่มที่ผ่านการจัดการเรียนรู้โดยใช้การสืบสอบแบบแนะแนวทาง กับกลุ่มที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบปกติ วิเคราะห์ข้อมูลด้วยการทดสอบค่าที (t-test) พบว่า นักเรียนกลุ่มที่ใช้การสืบสอบแบบแนะแนวทางในการเรียนรู้ มีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สูงกว่าอีกกลุ่ม

ปภัสนญา เสมมา (2559) ได้ทำการศึกษาและเปรียบเทียบนักเรียน 2 กลุ่ม คือกลุ่มที่ได้รับการจัดการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการร่วมมือแบบสืบสอบกับกลุ่มที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบปกติ โดยแบ่งนักเรียนกลุ่มละ 34 คน และวิเคราะห์ข้อมูลที่ได้ด้วยค่าที (t-test) พบว่านักเรียนในกลุ่มที่ใช้รูปแบบการร่วมมือแบบสืบสอบมีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนที่ได้รับการจัดการกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติ

Thompson (2000) ได้ทำการวิจัยกับนักเรียนในระดับวิทยาลัยศึกษา ที่มีการจัดการเรียนรู้แบบสืบสวนสอบสวนและการใช้ตัวแทนในการสืบสวนสอบสวนวิชาคณิตศาสตร์ โดยใช้วิธีการสังเกตจากครูและผู้เรียน จำนวน 2 ห้องเรียน ในขณะที่มีการเรียนการสอนวิชาแคลคูลัสสำหรับคณิตศาสตร์ในชีวิต โดยสังเกตจากสภาพทั่วไปของห้องเรียนและการใช้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของผู้เรียน จากการบันทึกเทป วีดีโอ การสัมภาษณ์ ศึกษาจากรายงานการทดลองของผู้เรียน ผลการวิจัยพบว่าจุดมุ่งหมายของครูและเวลาส่งผลต่อความเข้าใจ การใช้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์และการพัฒนาการสืบสวนสอบสวนของนักเรียน

Fielding-Wells, Dole, and Makar (2014) ได้ศึกษาผลการจัดการเรียนรู้แบบสืบสวนสอบสวนที่มีต่อการพัฒนาการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนของนักเรียนระดับประถมศึกษา (เกรด 4) ผลการวิจัยพบว่า การสอนแบบสืบสวนสอบสวนสามารถพัฒนาความคิดเชิงสัดส่วนและความสามารถในการตอบคำถามให้กับนักเรียนได้ และพบว่าบรรยากาศของการจัดการเรียนรู้แบบ

สืบสวนสอบสวน หรือห้องเรียนที่มีการตอบโต้ ช่วยพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลเชิง สัดส่วนของนักเรียน

งานวิจัยส่วนใหญ่ ที่ศึกษาเกี่ยวกับการนำกระบวนการสืบสอบมาใช้ในการ จัดการเรียนรู้ พบว่านักเรียนในกลุ่มทดลองมีความสามารถที่ต้องการศึกษาเพิ่มขึ้น อาทิ การให้เหตุผล การตอบคำถาม และพบว่าบทบาทของครูและเวลาที่ใช้ในการเรียนรู้มีส่วนจำ เป็นอย่างยิ่งในกระบวนการสืบสอบ

3. เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการพิสูจน์ทางเรขาคณิต

3.1 ความหมายของการพิสูจน์ทางเรขาคณิต

การพิสูจน์ทางเรขาคณิตเป็นส่วนหนึ่ง ในเนื้อหาสาระของคณิตศาสตร์ระดับชั้น มัธยมศึกษา ซึ่งได้มีนักวิจัยและนักการศึกษาค้นคว้า วิจัยเกี่ยวกับการพิสูจน์ทางเรขาคณิตไว้ หลายท่าน ซึ่งผู้วิจัยขอยกตัวอย่างความหมายที่นักวิจัยและนักการศึกษาได้นิยามไว้ตามรูปแบบ การวิจัยของตน ดังนี้

ยุพิน พิพิธกุล and ปรีชา เนาว์เย็นผล (2537, น. 118) ได้ให้ความหมายว่าการพิสูจน์ คือ การแสดงการให้เหตุผลแบบนิรนัยที่สมเหตุสมผล โดยใช้ข้อเท็จจริงที่ยอมรับแล้วและข้อมูล ที่กำหนดเป็นข้ออ้าง แล้วใช้รูปแบบการให้เหตุผลนำไปสู่ผลสรุปที่ต้องการ

สอดคล้องกับความหมายของวัชระ น้อยมี (2551, น. 97) และเสฏฐวุฒิ เพ็งเจริญ (2561, น. 16) ที่กล่าวว่า การพิสูจน์ คือ การใช้นิยาม สัจพจน์ ทฤษฎีบท กฎการให้เหตุผล หรือข้อมูลที่กำหนดให้ แล้วใช้การให้เหตุผลแบบนิรนัย เพื่อแสดงให้เห็นถึงลำดับของข้อความที่ เป็นจริงที่ได้มาจากข้อโต้แย้งที่สมเหตุสมผล

โดยกมล นาคสุทธิ (2559, น. 28) ก็ได้ให้ความหมายของการพิสูจน์ทางเรขาคณิตไว้ ในทำนองเดียวกัน แต่มีการเพิ่มเติมในส่วนของการเขียน ว่าเป็นการแสดงการพิสูจน์ทฤษฎีบทและ ปัญหาทางเรขาคณิต โดยการเขียนให้เห็นอย่างเป็นขั้นตอนและสมเหตุสมผล สื่อความหมายได้ อย่างชัดเจนตามกระบวนการพิสูจน์โดยอาศัยบทนิยาม ทฤษฎีบท และสมบัติต่าง ๆ เกี่ยวกับ เรขาคณิต มาใช้ในการอ้างอิงอย่างสมเหตุสมผล

จากการศึกษาความหมายของการพิสูจน์ทางเรขาคณิต ผู้วิจัยสามารถสรุปได้ว่า การพิสูจน์ทางเรขาคณิต เป็นการให้เหตุผลแบบนิรนัย โดยการอ้างบทนิยาม สัจพจน์ ทฤษฎีบท ทางเรขาคณิต หรือข้อมูลที่กำหนดให้ และเขียนแสดงอย่างเป็นขั้นตอน สมเหตุสมผล และสื่อ ความหมายได้อย่างชัดเจน

3.2 แนวทางในการสอนพิสูจน์ทางเรขาคณิต

นักการศึกษาได้ศึกษาและสรุปแนวทางในการสอนพิสูจน์ทางเรขาคณิตไว้อย่างหลากหลาย ซึ่งผู้วิจัยขอยกประเด็นและแนวทางการในการสอนพิสูจน์ทางเรขาคณิตที่น่าสนใจ ดังนี้

การเตรียมความพร้อมนักเรียนในการเรียนการพิสูจน์

(มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมมาธิราช, 2537, น. 139) ได้อธิบายถึงแนวทางในการเริ่มต้นการสอนพิสูจน์ ว่าควรจะต้องเตรียมความพร้อมให้กับนักเรียน นักเรียนที่จะเรียนการพิสูจน์ได้จะต้องมีพัฒนาการทางด้านการคิดอยู่ในขั้นปฏิบัติการโดยอาศัยเกณฑ์ ตามการแบ่งพัฒนาการทางด้านสติปัญญาของพือาเจต์ โดยทั่ว ๆ ไปจะเป็นเด็กที่มีอายุในช่วง 11-15 ปี ซึ่งเป็นวัยที่สามารถเรียนรู้สิ่งที่เป็นนามธรรม มีมโนคติในสิ่งที่เป็นนามธรรม สามารถอธิบายให้เหตุผลโดยไม่ต้องอาศัยรูปธรรมเหมือนดังเมื่ออยู่ในวัยก่อนหน้า

นักเรียนจะเริ่มเรียนการพิสูจน์ นักเรียนควรได้เรียนรู้เนื้อหาที่เกี่ยวข้อง ซึ่งเป็นพื้นฐานในการเรียนหรือสามารถถ่ายโยงการเรียนรู้ไปสู่การเรียนการพิสูจน์ ในการเรียนคณิตศาสตร์พื้นฐานตามปกตินักเรียนจะได้รับการเตรียมความพร้อม เพื่อการเรียนการพิสูจน์อยู่แล้วอย่างไม่เป็นทางการโดยการสอดแทรกการอธิบาย การให้เหตุผลในการทำแบบฝึกหัด เช่น ในการเรียนเรื่องสมการ นักเรียนจะทราบความหมายของสมการ คำตอบของสมการ สมบัติของการเท่ากัน ซึ่งนำมาใช้ในการแก้สมการ เมื่อนักเรียนดำเนินการแก้สมการ นักเรียนจะสามารถอธิบายแต่ละขั้นตอนของการแก้สมการได้ว่าดำเนินไปภายใต้เหตุผลใด

ก่อนที่นักเรียนจะเริ่มเรียนการพิสูจน์นักเรียนควรที่จะมีความเข้าใจเกี่ยวกับมโนคติต่อไปนี้

1) ระบบสัจพจน์ นักเรียนควรจะได้ทราบก่อนว่าโครงสร้างของคณิตศาสตร์นั้นประกอบด้วย คำนิยาม คำนิยาม สัจพจน์ หรือข้อตกลงที่ยอมรับว่าเป็นจริง และใช้ตรรกศาสตร์สรุปเป็นทฤษฎีบท โดยยกตัวอย่างระบบสัจพจน์ที่นักเรียนคุ้นเคย เช่น เรขาคณิตบนระนาบของยุคลิดที่ปรับใช้ในปัจจุบัน ตัวอย่างของคำนิยาม เช่น จุด เส้นตรง คำนิยาม เช่น ส่วนของเส้นตรง รัศมี มุม สัจพจน์ เช่น มีเส้นตรงเพียงเส้นเดียวเท่านั้นผ่านจุดสองจุด ทฤษฎีบท เช่น ผลบวกของมุมภายในทั้งสามมุมของรูปสามเหลี่ยมใด ๆ เท่ากับสองมุมฉาก ซึ่งในการสรุปเป็นทฤษฎีบทนั้นต้องใช้วิธีการทางตรรกศาสตร์ การกล่าวถึงระบบสัจพจน์นั้นเพียงเพื่อให้ให้นักเรียน ได้เห็นโครงสร้างอย่างกว้าง ๆ เท่านั้น

2) ตรรกศาสตร์ นักเรียนควรมีความรู้พื้นฐานเกี่ยวกับ ประพจน์และค่าความจริงของประพจน์ ตัวเชื่อม และ หรือ ถ้า.. แล้ว ก็ต่อเมื่อ นิเสธและกฎของการให้เหตุผลเท่าที่จำเป็น และเพียงพอที่จะนำไปใช้ในการเรียนการพิสูจน์ในแต่ละระดับชั้น

3) แบบแผนของการพิสูจน์ นักเรียนควรได้เรียนรู้ในเบื้องต้นว่า แบบแผนของการพิสูจน์ข้อความทางคณิตศาสตร์นั้นแบ่งเป็น 2 กรณีคือ

(1) การพิสูจน์ว่าข้อความจริง

และ (2) การพิสูจน์ว่าข้อความเท็จ

ซึ่งผู้สอนจะต้องชี้แนะให้นักเรียนเห็นความต่างของแบบแผนการพิสูจน์ข้อความทั้งสองกรณีนี้ สำหรับการพิสูจน์ว่าข้อความจริงซึ่งมีแบบของการพิสูจน์อยู่หลายแบบ ครูผู้สอนควรพิจารณาว่านักเรียนในชั้นใดควรได้เรียนรู้แบบของการพิสูจน์แบบใด ไม่ควรสอนแบบของการพิสูจน์ให้ครบทุกแบบในตอนเริ่มต้น ควรสอนแต่เฉพาะแบบที่สำคัญ ๆ และต้องใช้ในการแสดงการพิสูจน์อยู่เสมอ เช่น การพิสูจน์ข้อความทางตรง การพิสูจน์ข้อความโดยใช้ข้อความแย้งกลับที่ การพิสูจน์ข้อความโดยใช้การพิสูจน์โดยการแจกแจง การพิสูจน์โดยกรณี การพิสูจน์โดยการหาข้อขัดแย้ง

ในการเตรียมนักเรียนเพื่อที่จะให้พร้อมในการเรียนการพิสูจน์ อาจจัดกิจกรรมสำหรับฝึกหัดการพิสูจน์อย่างง่าย ๆ โดยใช้เนื้อหาที่นักเรียนมีพื้นฐานอยู่แล้วเป็นสื่อในการเรียนการพิสูจน์ โดยอาจสร้างเป็นแบบฝึกปฏิบัติให้นักเรียนฝึกพร้อม ๆ กันเป็นกลุ่ม หรืออาจสร้างเป็นเอกสารแนะแนวทางให้นักเรียนได้เรียนเป็นรายบุคคลก็ได้

ขั้นตอนการสอนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์

มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช (2537, น. 141) ได้เสนอขั้นตอนการสอนการพิสูจน์โดยอาศัยกระบวนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์สี่ขั้นตอนตามแนวคิดของโพลยา (Polya's four steps)

1) ขั้นทำความเข้าใจปัญหา ในขั้นตอนแรกนี้ผู้สอนต้องให้ผู้เรียนทำความเข้าใจกับปัญหาคณิตศาสตร์ โดยทำความเข้าใจกับคำศัพท์ นิยามต่าง ๆ ที่ปรากฏในตัวปัญหา พิจารณาว่าปัญหากำหนดอะไรให้บ้าง ต้องการให้พิสูจน์อะไร ข้อมูลที่กำหนดให้เพียงพอหรือไม่ ต้องใช้ความรู้อื่นใดเพิ่มเติมอีกบ้าง ต้องพยายามแยกข้อความในปัญหาคณิตศาสตร์ออกเป็น 2 ส่วน คือส่วนที่กำหนดให้หรือเหตุ กับส่วนที่ต้องการพิสูจน์หรือส่วนที่เป็นผลสรุป ในขั้นตอนนี้อาจให้นักเรียนเขียนรูปหรือยกตัวอย่างประกอบ ซึ่งจะทำให้นักเรียนมีความเข้าใจในปัญหาได้ดียิ่งขึ้น

2) **ขั้นวางแผนการพิสูจน์** พิจารณาการพิสูจน์นั้น สามารถหาตัวอย่างที่ขัดแย้งกับข้อความเป็นปัญหาการพิสูจน์นั้นได้หรือไม่ ถ้าหาได้ก็แสดงว่าจะต้องใช้รูปแบบการพิสูจน์ว่าข้อความเป็นเท็จ โดยการยกตัวอย่างค้าน ถ้าหาตัวอย่างค้านไม่ได้ก็มีแนวโน้มว่าจะต้องใช้รูปแบบการพิสูจน์ว่าข้อความเป็นจริง ในการสอนการพิสูจน์ว่าข้อความเป็นจริง หลังจากให้นักเรียนแยกแยะส่วนที่กำหนดให้กับส่วนที่ต้องการพิสูจน์ได้แล้ว ผู้สอนอาจใช้คำถามย่อย ๆ ถامنักเรียน กระตุ้นให้คิดเพื่อให้นักเรียนสามารถมองเห็นเงื่อนไขเชื่อมโยงระหว่างส่วนที่กำหนดให้กับส่วนที่ต้องการพิสูจน์ ซึ่งอาจใช้วิธีสังเคราะห์หรือวิธีวิเคราะห์ ซึ่งอยู่ที่ลักษณะของปัญหาการพิสูจน์นั้น โดยการสังเคราะห์เป็นการพิจารณาจากส่วนที่กำหนดให้แล้วหาเงื่อนไขเชื่อมโยง ไปสู่ส่วนที่ต้องการพิสูจน์หรือผลสรุปที่ต้องการ ในการใช้การสังเคราะห์ผู้สอนต้องให้นักเรียนยอมรับว่าส่วนที่กำหนดให้เป็นจริงแล้วเริ่มพิจารณาจากส่วนที่กำหนดให้ อาศัยบทนิยาม สัจพจน์ ข้อตกลงเบื้องต้นที่ยอมรับว่าเป็นจริง สมบัติต่าง ๆ และทฤษฎีบทที่ยอมรับว่าเป็นจริงแล้ว อย่างใดอย่างหนึ่งหรือหลายอย่างประกอบกัน โดยใช้รูปแบบของการให้เหตุผลเพื่อนำเข้าสู่ผลสรุปที่ต้องการ ส่วนการวิเคราะห์เป็นการพิจารณาจากสิ่งที่ต้องการพิสูจน์หรือผลสรุป หาเงื่อนไขเชื่อมโยงย้อนกลับมาหาเหตุซึ่งเป็นวิธีการที่ย้อนกลับกับการสังเคราะห์ ซึ่งในขั้นการวางแผนการพิสูจน์นี้ นักเรียนควรได้มีส่วนร่วมในการอภิปราย ถามไปที่ละขั้น แล้วหยุดให้นักเรียนคิด ตอบด้วยตนเอง ถ้าคิดต่อไปไม่ได้ก็เสนอแนะคำตอบหรือเปลี่ยนคำถามใหม่ให้ง่ายลง เป็นคำถามย่อย ๆ ที่จะทำให้นักเรียนคิดหาคำตอบที่ต้องการได้ การถามเป็นระยะ ๆ แล้วให้นักเรียนค้นหาคำตอบนั้นมีคุณค่ามากกว่า ที่ผู้สอนจะบอกผู้เรียนโดยตรง เมื่อได้คำตอบซึ่งเป็นที่ยอมรับของนักเรียนแล้ว ครูจะแนะนำให้นักเรียนเขียนขั้นตอนการพิสูจน์ซึ่งเป็นเงื่อนไขเชื่อมโยงระหว่างส่วนที่กำหนดให้กับส่วนที่ต้องการพิสูจน์ เพื่อแสดงลำดับขั้นตอนการคิดอย่างคร่าว ๆ โดยอาจจะเริ่มจากส่วนที่กำหนดให้หรือจากส่วนที่ต้องการพิสูจน์ก็ได้

3) **ขั้นดำเนินการตามแผน** เป็นขั้นตอนที่นักเรียนลงมือแสดงการพิสูจน์ อย่างมีแบบแผนเริ่มจากส่วนที่กำหนดให้ ส่วนที่ต้องการพิสูจน์และขั้นตอนการพิสูจน์ ในระยะเริ่มต้นครูอาจแนะนำให้นักเรียนเขียนแสดงขั้นตอนการพิสูจน์เป็นข้อ ๆ ตามลำดับขั้นตอนการคิด โดยเขียนแยกให้ชัดเจนระหว่างส่วนที่เป็นข้อความ ซึ่งแสดงการพิสูจน์กับเหตุผลที่ใช้อ้างลงในตาราง

4) **ขั้นตรวจสอบ** เมื่อนักเรียนแสดงการพิสูจน์ได้แล้ว นักเรียนส่วนใหญ่จะพอใจและผ่านปัญหาการพิสูจน์ข้อนั้นไป โดยมักจะละเลยขั้นตรวจสอบนี้ ซึ่งมีขั้นตอนดังนี้

4.1) ให้นักเรียนมองย้อนกลับไปที่ตัวปัญหาการพิสูจน์และขั้นตอนต่าง ๆ ตั้งแต่ขั้นทำความเข้าใจปัญหา ขั้นวางแผนการพิสูจน์ และขั้นดำเนินการพิสูจน์ โดยพิจารณา

ตรวจสอบในรายละเอียดของแต่ละขั้นตอน และพิจารณาภาพรวมของทุกขั้นตอน สิ่งที่ยากสำหรับนักเรียนในขั้นตอนนี้คือ การพิจารณาว่ารูปแบบการให้เหตุผลของนักเรียนนั้นถูกต้องหรือไม่ ซึ่งครูจะมีบทบาทสำคัญในการเป็นผู้แนะนำนักเรียนเป็นรายบุคคลและเป็นรายกลุ่ม

4.2) เมื่อตรวจสอบความถูกต้องแล้ว สิ่งที่คุณควรให้นักเรียนพิจารณาต่อไปคือ ปัญหาการพิสูจน์นั้นมีวิธีการพิสูจน์อย่างอื่นหรือไม่ วิธีใดเหมาะสมกว่ากัน สามารถที่จะแสดงการพิสูจน์ให้สั้นและกะทัดรัดกว่าเดิมได้หรือไม่

อาจให้นักเรียนกำหนดปัญหาการพิสูจน์ขึ้นเองโดยอาศัยแนวคิดจากปัญหาการพิสูจน์นั้น รวมไปถึงการกำหนดปัญหาที่สามารถนำข้อความรู้จากปัญหาการพิสูจน์นั้นไปใช้

ข้อควรคำนึงในการสอนการพิสูจน์

การพิสูจน์นับว่าเป็นเรื่องยาก ผู้สอนเป็นผู้ที่มีส่วนในการที่จะทำให้นักเรียนพิสูจน์เป็นหรือไม่เป็น การที่ผู้สอนพิสูจน์ให้ดูเพื่อจะให้ได้เนื้อหา มาก ๆ คงไม่ทำให้นักเรียนพิสูจน์เป็น ไม่มีวิธีพิสูจน์ที่ดีที่สุด แต่ในการสอนพิสูจน์ควรคำนึงถึง ดังนี้

1. ผู้สอนอย่าสอนว่าจะพิสูจน์อย่างไร แต่ต้องสอนว่าจะคิดอย่างไร ให้มองเห็นแนวทาง

2. ผู้สอนอย่าทำให้ดูบนกระดาน แล้วก็ถามทีละประโยคให้นักเรียนตอบ ควรจะวิเคราะห์ให้เห็นล่วงหน้าก่อน แยกแยะเหตุผล สำหรับเนื้อหาเรขาคณิต พิจารณาว่าปัญหาใดควรจะใช้การวิเคราะห์ ปัญหาใดควรจะใช้การสังเคราะห์

3. ผู้เรียนจะต้องมีส่วนร่วมในการพิสูจน์ไม่ใช่คอยดูให้ผู้สอนพิสูจน์อยู่ฝ่ายเดียว ควรจะมีกิจกรรมร่วมกัน

4. พื้นฐานความรู้นับว่าเป็นเรื่องสำคัญ เมื่อผู้เรียนได้เรียนเรื่องหนึ่งเรื่องใดไปแล้ว ควรจะฝึกทักษะในเรื่องนั้นให้คล่อง ตลอดจนรู้จักสัมพันธ์ความคิดในเนื้อหาต่าง ๆ การจัดหมวดหมู่ของเนื้อหาที่นำมาอ้างอิงในเรื่องเดียวกันจะช่วยการพิสูจน์มาก เช่น เมื่อกล่าวถึงรูปสามเหลี่ยมเท่ากันทุกประการ ผู้เรียนจะต้องจำได้ทุกทฤษฎีบท เมื่อนำไปอ้างอิงก็จะกำจัดไปที่ละบท แนนอนที่สุดต้องมีอย่างน้อยหนึ่งบทที่จะใช้อ้างอิงได้

5. ผู้สอนควรที่จะทบทวนความรู้พื้นฐานโดยสัมพันธ์ความคิดในเนื้อหาต่าง ๆ ก่อนที่จะลงมือพิสูจน์

6. การแยกแยะให้เห็นแนวทางด้วยคำถามของผู้สอนจะช่วยได้มาก การสอนพิสูจน์ในระยะแรกควรจะเน้นลำดับขั้นตอนให้นักเรียนฝึกทีละขั้นเสียก่อน โดยผู้สอนใช้คำถามให้นักเรียนค้นพบการพิสูจน์นั้นด้วยตนเอง

7. การเรียบเรียงนับว่าเป็นเรื่องสำคัญ เมื่อผู้เรียนเข้าใจแล้ว ควรจะสามารถเขียนเรียบเรียงได้โดยเฉพาะอย่างยิ่งการพิสูจน์ที่เป็นข้อความ

จากแนวทางในการสอนพิสูจน์ทางเรขาคณิตที่ผู้วิจัยได้ศึกษา ผู้วิจัยพบว่าการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อส่งเสริมการพิสูจน์นั้น ควรเป็นกิจกรรมที่เป็นแบบแผน มีลำดับขั้นตอน โดยเริ่มจากการเตรียมความพร้อมให้กับนักเรียน ทั้งในด้านเนื้อหาที่เกี่ยวข้อง และแบบแผนที่ใช้ในการพิสูจน์ ขั้นทำความเข้าใจปัญหา ขั้นวางแผนการพิสูจน์ โดยในขั้นการวางแผนการพิสูจน์ นักเรียนควรได้มีส่วนร่วมในการอภิปราย แสดงความคิดเห็น ผู้สอนอาจใช้คำถาม กระตุ้นให้นักเรียนใช้ความคิด มองเห็นเงื่อนไขการเชื่อมโยงระหว่างส่วนที่กำหนดให้กับส่วนที่ต้องการพิสูจน์ และทำการสรุปและตรวจสอบ

3.3 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการพิสูจน์ทางเรขาคณิต

งานวิจัยในการเขียนพิสูจน์ทางเรขาคณิต ส่วนใหญ่จะเป็นงานวิจัยทางการศึกษา ที่มุ่งเน้นศึกษาไปที่ทักษะและความสามารถของการให้เหตุผล ซึ่งผู้วิจัยขอยกตัวอย่างงานวิจัยที่ได้ไปศึกษา และพบความสัมพันธ์กับหัวข้อที่ผู้วิจัยได้ศึกษา ดังนี้

วัชระ น้อยมี (2551) ได้ทำการศึกษาการจัดการเรียนรู้โดยใช้ชุดการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวน เรื่อง การให้เหตุผลและการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ และวิเคราะห์ทักษะการให้เหตุผลที่เกิดขึ้นหลังการจัดการเรียนรู้กับเกณฑ์ที่กำหนด ผลการศึกษาพบว่าการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังได้รับการจัดการเรียนรู้โดยใช้ชุดการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวน สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 60

จำริญ อนันตธรรมรส (2553) ได้จัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ใช้โมเดลเฟสเมท้อดคอมมิเนชัน ในนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 จำนวน 80 คน โดยแบ่งเป็นกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม และศึกษาความสามารถในการเขียนพิสูจน์และระดับการคิดทางเรขาคณิตที่เกิดขึ้น ซึ่งพบว่าสูงขึ้นหลังผ่านการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ และมากกว่ากลุ่มที่ได้รับการสอนแบบปกติ

ภูมิฤทัย วิทย์วิจิตร (2556) ได้นำแนวคิดการสร้างมโนทัศน์ มาจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์เพื่อส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลของนักเรียน ซึ่งศึกษาโดยเปรียบเทียบความสามารถที่เกิดขึ้นจากนักเรียน 2 กลุ่ม ซึ่งได้รับกิจกรรมการเรียนรู้ที่ต่างกัน คือกลุ่มทดลองกับกลุ่มควบคุม พบว่า นักเรียนในกลุ่มทดลองมีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนกลุ่มควบคุม

Chinnappan et al. (2012) ได้ทำการศึกษาความรู้ที่ใช้ในการสร้างการพิสูจน์ทางเรขาคณิตของนักเรียนศรีลังกา โดยศึกษาจากนักเรียนศรีลังกา จำนวน 166 คน และพิจารณา

ความรู้ 3 ด้าน ได้แก่ ความรู้ด้านเนื้อหาเรขาคณิต ทักษะในการแก้ปัญหา และทักษะในการให้เหตุผลเชิงเรขาคณิต ผลการวิจัยพบว่าความรู้ทั้ง 3 ด้านที่พิจารณามีบทบาทสำคัญในการพัฒนาการพิสูจน์ นักเรียนควรได้รับการส่งเสริมและพัฒนาในทักษะการแก้ปัญหาและทักษะในการให้เหตุผลเชิงเรขาคณิตควบคู่ไปกับการเรียนรู้เนื้อหาเรขาคณิต

Moore (1990) ได้ทำการวิจัยปัญหาในการเรียนพิสูจน์ทางเรขาคณิตของนักศึกษา ระดับมหาวิทยาลัย โดยกลุ่มตัวอย่างคือนักศึกษาวิชาเอกคณิตศาสตร์ระดับปริญญาตรี ที่เคยประสบปัญหาการเรียน ที่เป็นการเปลี่ยนแปลงจากการเรียนการแก้ปัญหาในระดับเบื้องต้น ไปสู่บทเรียนเรื่องการพิสูจน์ที่อยู่ในระดับสูงขึ้น โดยให้กลุ่มตัวอย่างทำการพิสูจน์แบบนิรนัยอย่างสั้น ๆ และผู้วิจัยจะเก็บข้อมูลผ่านการสังเกตแบบไม่มีส่วนร่วมในชั้นเรียน สัมภาษณ์ผู้สอนและกลุ่มตัวอย่าง และทบทวนนิชมร่วมกันนอกห้องเรียน ผลการวิจัยพบว่าปัญหาในการพิสูจน์ของนักเรียนมี 3 ประเด็นสำคัญ คือ ความเข้าใจในมโนคติ ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ และการเริ่มต้นการพิสูจน์

จากการศึกษางานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการพิสูจน์ทางเรขาคณิต พบว่า ความสามารถในการพิสูจน์ทางเรขาคณิต ความสามารถในการให้เหตุผล และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์จะเพิ่มขึ้นเมื่อมีการใช้สื่อที่วาดด้วยการจัดระบบความคิดหรือมโนทัศน์ หรือรูปแบบการเรียนรู้ที่กระตุ้นการคิดของนักเรียน

บทที่ 3

วิธีดำเนินการวิจัย

การวิจัยเพื่อศึกษาความสามารถในการพิสูจน์ทางเรขาคณิตของนักเรียน หลังการจัดการเรียนรู้โดยใช้เทคนิคผังกราฟิกร่วมกับกระบวนการเรียนรู้แบบสืบสอบครั้งนี้ มีรายละเอียดของการดำเนินการในขั้นตอนต่าง ๆ ดังนี้

1. การกำหนดประชากรและการเลือกตัวอย่าง
2. การสร้างเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย
3. การเก็บรวบรวมข้อมูล
4. การวิเคราะห์ข้อมูล

1. การกำหนดประชากรและการสุ่มตัวอย่าง

ประชากรที่ใช้ในการวิจัย

ประชากรที่ใช้ในการวิจัยนี้เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2562 โรงเรียนวังน้ำเย็นวิทยาคม ในจังหวัดสระแก้ว จำนวนรวมทั้งสิ้น 399 คน จาก 11 ห้องเรียน

ตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัย

ตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยนี้เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2/5 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2562 โรงเรียนวังน้ำเย็นวิทยาคม ในจังหวัดสระแก้ว จำนวน 32 คน จาก 1 ห้องเรียน โดยใช้วิธีสุ่มตัวอย่างแบบกลุ่ม (Cluster Random Sampling) ซึ่งนักเรียนในแต่ละห้องจะถูกจัดแบบลดความสามารถ นั่นคือนักเรียนใน 1 ห้องเรียนจะมีนักเรียนทั้งผลการเรียนระดับเก่ง ปานกลาง และอ่อน

2. การสร้างเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยนี้ ผู้วิจัยแบ่งออกเป็น 2 ส่วน คือ

1. เครื่องมือสำหรับการทดลอง คือ แผนการจัดการเรียนรู้โดยใช้เทคนิคผังกราฟิกร่วมกับกระบวนการเรียนรู้แบบสืบสอบ เรื่อง การให้เหตุผลทางเรขาคณิต
2. เครื่องมือสำหรับการรวบรวมข้อมูล คือ แบบทดสอบวัดความสามารถในการพิสูจน์ทางเรขาคณิต ซึ่งมีรายละเอียดในการดำเนินการ ดังนี้

2.1 การสร้างและตรวจสอบคุณภาพเครื่องมือสำหรับการทดลอง

เครื่องมือในการทดลอง คือ แผนการจัดการเรียนรู้โดยใช้เทคนิคผังกราฟิก ร่วมกับกระบวนการเรียนรู้แบบสืบสอบ เรื่อง การให้เหตุผลทางเรขาคณิต จำนวน 13 แผน แผนละ 1 คาบเรียน คาบเรียนละ 50 นาที โดยมีขั้นตอนในการดำเนินงาน ดังนี้

1. ศึกษาและทำความเข้าใจในมาตรฐานการเรียนรู้ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560)

2. ศึกษาเนื้อหาสาระและแนวทางการจัดการเรียนรู้ เรื่องการให้เหตุผลทางเรขาคณิต จากหนังสือและเอกสาร ต่อไปนี้

1) หนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เล่ม 2 ตามมาตรฐานการเรียนรู้และตัวชี้วัด กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551

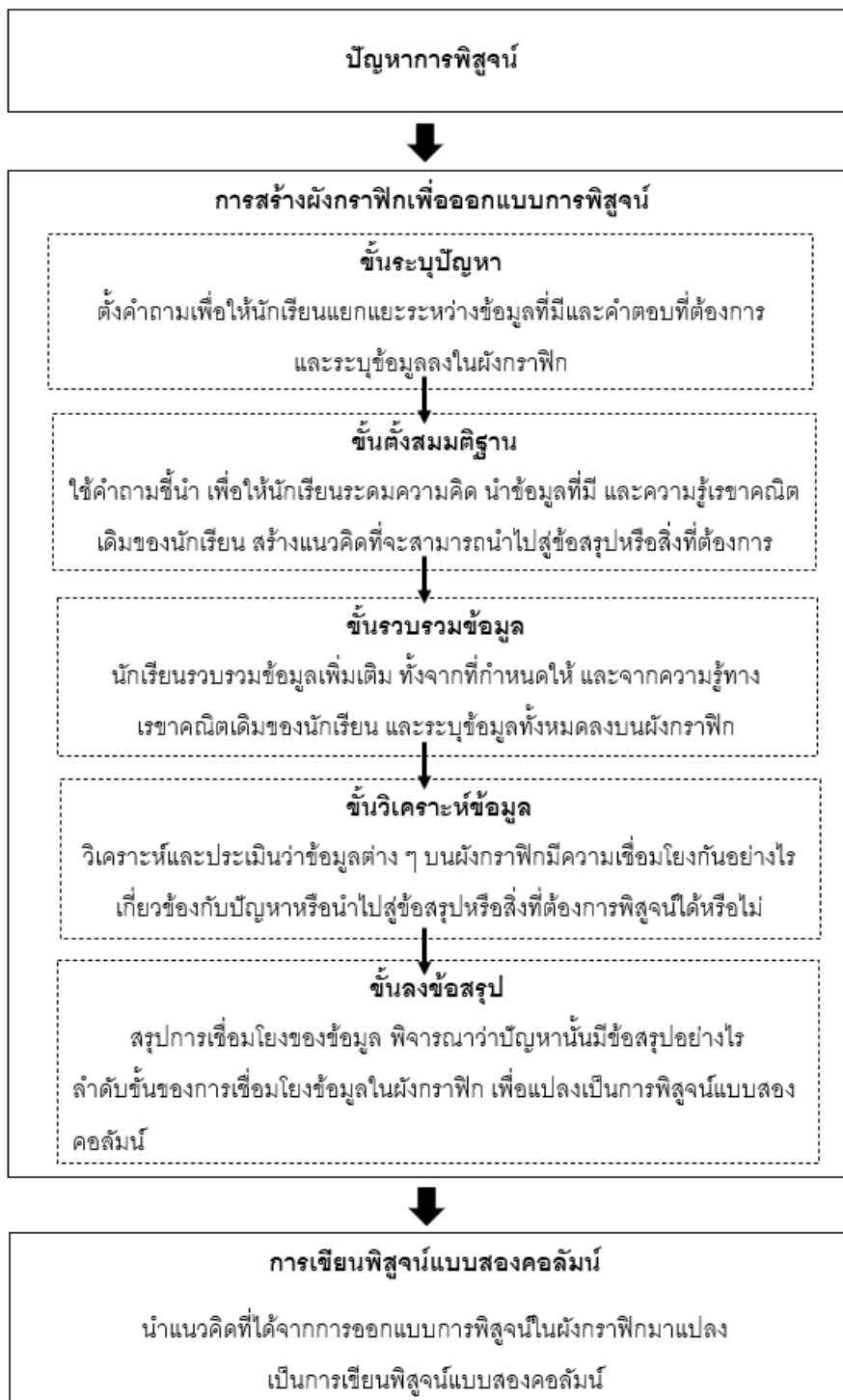
2) หนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม เล่ม 2 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551

3) คู่มือครูรายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เล่ม 2 ตามมาตรฐานการเรียนรู้และตัวชี้วัด กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551

4) คู่มือครูรายวิชาเพิ่มเติม เล่ม 2 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551

3. ศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับผังกราฟิก และกระบวนการสืบสอบ เพื่อสร้างกรอบแนวคิดในการจัดกิจกรรมที่บูรณาการผังกราฟิกและกระบวนการสืบสอบไว้ด้วยกัน โดยมีผังกราฟิกเป็นเครื่องมือในการจัดการข้อมูล และมีกระบวนการแบบสืบสอบเป็นขั้นตอนในการจัดกิจกรรม

กรอบแนวคิดการจัดการเรียนรู้โดยใช้เทคนิคผังกราฟิกร่วมกับกระบวนการเรียนรู้แบบสืบสอบ เรื่อง การให้เหตุผลทางเรขาคณิต



ภาพประกอบ 8 กรอบแนวคิดการจัดการเรียนรู้โดยใช้เทคนิคผังกราฟิกร่วมกับกระบวนการเรียนรู้แบบสืบสอบ เรื่อง การให้เหตุผลทางเรขาคณิต

4. นำเนื้อหาที่ได้ศึกษามาวิเคราะห์และกำหนดขอบเขต โดยจัดเนื้อหาสาระ ออกเป็นหัวข้อย่อย เพื่อจัดสรรคาบและเวลาเรียนให้มีความเหมาะสม

ตาราง 1 แสดงหัวข้อการเรียนรู้ และจำนวนคาบของแผนการจัดการเรียนรู้ เรื่องการให้เหตุผลทาง เรขาคณิต

แผนการจัดการเรียนรู้ที่	หัวข้อการเรียนรู้	จำนวนคาบ
1 - 2	ความรู้พื้นฐานเกี่ยวกับการให้เหตุผลทางเรขาคณิต	2
3	การสร้างผังกราฟิกเพื่อใช้ในการออกแบบ การพิสูจน์หรือการให้เหตุผล	1
4 - 7	การสร้างและการให้เหตุผลเกี่ยวกับ การสร้าง	4
8 - 13	การให้เหตุผลเกี่ยวกับรูปสามเหลี่ยมและ รูปสี่เหลี่ยม	6
	รวม	13

5. จัดทำแผนการจัดการเรียนรู้ เรื่องการให้เหตุผลทางเรขาคณิตในแต่ละคาบ ตามเนื้อหาและเวลาที่ได้จัดสรร โดยแต่ละแผนจะครอบคลุมหัวข้อทั้งหมด ดังต่อไปนี้

1) จุดประสงค์การเรียนรู้ โดยแบ่งออก 3 ด้าน ดังนี้

- 1.1) ด้านความรู้ทางคณิตศาสตร์
- 1.2) ด้านทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์
- 1.3) ด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์

2) สาระการเรียนรู้

สาระการเรียนรู้ในแต่ละคาบจะยึดตามเนื้อหาในบทที่ 4 เรื่องการให้เหตุผลทางเรขาคณิต จากหนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เล่ม 2 ตามมาตรฐานการเรียนรู้และตัวชี้วัด กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551

3) สื่อการเรียนรู้ / แหล่งการเรียนรู้

4) กิจกรรมการเรียนรู้

เป็นกิจกรรมที่ยึดตามกรอบแนวคิดการจัดการเรียนรู้โดยใช้เทคนิคผังกราฟิกร่วมกับกระบวนการเรียนรู้แบบสืบสอบ ซึ่งประกอบด้วยขั้นตอน ดังนี้

4.1) ขั้นนำ เป็นขั้นที่ครูจะนำเข้าสู่บทเรียน โดยการตั้งคำถามหรือการทำกิจกรรม เพื่อทบทวนความรู้เรขาคณิตเดิมของนักเรียน หรือเพื่อกระตุ้นความสนใจและความพร้อมในการเรียนรู้

4.2) ขั้นสอน เป็นขั้นที่ครูจัดกิจกรรมเพื่อเข้าสู่เนื้อหา เรื่องการให้เหตุผลทางเรขาคณิต โดยในกิจกรรมจะมีการนำผังกราฟิกมาเป็นเครื่องมือในการวางแผนการแก้ปัญหา และหาคำตอบ และใช้กระบวนการสืบสอบ 5 ขั้น มาเป็นขั้นตอนในการดำเนินการสร้างผังกราฟิก ดังนี้

ขั้นที่ 1 เสนอปัญหาและระบุปัญหา

ครูจัดสถานการณ์หรือปัญหา และใช้คำถามเพื่อกระตุ้นให้นักเรียนสังเกตและระบุปัญหาให้ชัดเจน แยกแยะระหว่างข้อมูลที่มีและคำตอบที่ต้องการ พร้อมระบุข้อมูลเหล่านั้นลงในผังกราฟิก โดยให้ข้อมูลที่โจทย์กำหนดและคำตอบที่คาดหวังภายในผังกราฟิกอยู่คนละตำแหน่งและแตกต่างกันชัดเจน

ขั้นที่ 2 ตั้งสมมติฐาน

นักเรียนสำรวจข้อมูลที่มี และระดมความคิดเพื่อนำข้อมูลที่โจทย์กำหนดมาสร้างเป็นแนวคิดที่จะสามารถนำไปสู่คำตอบของปัญหา โดยอาศัยความรู้เดิมมาประกอบในการสร้างแนวคิด พร้อมระบุแนวคิดหรือสมมติฐานต่าง ๆ ที่สร้างไว้ในผังกราฟิก

ขั้นที่ 3 รวบรวมข้อมูล

นักเรียนรวบรวมข้อมูลเพิ่มเติม เพื่อใช้เชื่อมโยง สนับสนุนหรือโต้แย้งแนวคิดหรือสมมติฐานที่สร้างไว้ ซึ่งข้อมูลที่รวบรวมอาจได้จากการขยายข้อมูลเพิ่มเติมจากข้อมูลที่โจทย์กำหนด หรือได้จากความรู้เดิมที่มีความเกี่ยวข้องกับปัญหา โดยครูอาจจะใช้คำถามกระตุ้นเพื่อช่วยให้นักเรียนรวบรวมข้อมูลได้ครบถ้วน และให้นักเรียนระบุข้อมูลที่รวบรวมได้ทั้งหมดลงบนผังกราฟิก

ขั้นที่ 4 วิเคราะห์ข้อมูล

นักเรียนวิเคราะห์และประเมินข้อมูลที่รวบรวมได้บนผังกราฟิก ว่าเกี่ยวข้องกับปัญหาหรือไม่ มีความเชื่อมโยงกันอย่างไร ข้อมูลใดบ้างที่สามารถเชื่อมโยงไปยังแนวคิดแล้วนำไปสู่ข้อสรุปหรือคำตอบที่คาดคะเนไว้ได้

ขั้นที่ 5 ลงข้อสรุป

นักเรียนสรุปการเชื่อมโยงข้อมูลและลำดับขั้นตอนของการเชื่อมโยงที่ได้จากการจัดกระทำข้อมูลต่าง ๆ ในผังกราฟิก พร้อมพิจารณาข้อสรุปของปัญหา

4.3) ชั้นสรุป เป็นขั้นที่ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปความรู้ที่ได้เรียนในคาบนั้น ๆ ผ่านการตอบคำถามหรือทำใบตรวจสอบความรู้ เพื่อใช้ในการประเมินผลการเรียนรู้จากกิจกรรม

5) การวัดผลและประเมินผลการเรียนรู้

6) บันทึกหลังการจัดกิจกรรมการเรียนรู้

6. นำแผนการจัดการเรียนรู้รายคาบที่สร้างขึ้น เสนอต่อที่ปรึกษาปริญญาโทเพื่อตรวจสอบความถูกต้องและเหมาะสมในด้านต่าง ๆ อาทิ กิจกรรม คำถามที่ใช้ การประเมินผล และดำเนินการปรับปรุงแก้ไขตามคำแนะนำ และนำเสนอต่อผู้เชี่ยวชาญ 3 ท่าน ในการพิจารณาเพื่อตรวจสอบอีกครั้ง และทำการปรับปรุงจนผ่านการพิจารณา

7. นำแผนที่ได้รับการปรับปรุงแก้ไขจากคำแนะนำที่ปรึกษาปริญญาโทและผู้เชี่ยวชาญ มาทดลองสอนกับนักเรียนกลุ่มนักร้อง โดยเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2562 ที่มีความสามารถใกล้เคียงกับนักเรียนตัวอย่าง จำนวน 38 คน

8. นำแผนที่ผ่านการทดลองสอนกับนักเรียนกลุ่มนักร้อง มาวิเคราะห์ปัญหาและจุดบกพร่องเพื่อปรับปรุง และตรวจสอบโดยเสนอที่ปรึกษาปริญญาโทอีกครั้ง และนำไปทดลองกับนักเรียนกลุ่มตัวอย่างต่อไป

2.2 การสร้างและตรวจสอบคุณภาพเครื่องมือสำหรับการเก็บรวบรวมข้อมูล

เครื่องมือที่ใช้รวบรวมข้อมูล คือ แบบทดสอบวัดความสามารถในการพิสูจน์ทางเรขาคณิตที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นจำนวน 4 ข้อ ซึ่งเป็นแบบทดสอบแบบอัตนัย ใช้ทดสอบหลังจัดการเรียนรู้โดยใช้เทคนิคผังกราฟิกร่วมกับกระบวนการเรียนรู้แบบสืบสอบ โดยมีขั้นตอนการสร้างดังต่อไปนี้

1. ศึกษาความหมาย แนวทางการวัดประเมิน และวิธีการสร้างแบบทดสอบเพื่อวัดความสามารถในการพิสูจน์ทางเรขาคณิตจากเอกสารและงานวิจัยต่าง ๆ

2. ศึกษาตัวชี้วัดและจุดประสงค์การเรียนรู้จากหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) เรื่องการให้เหตุผลทางเรขาคณิต

3. กำหนดกรอบการประเมินเพื่อสร้างแบบทดสอบ ตามแนวทางที่ได้ศึกษาจากเอกสารและงานวิจัย ซึ่งผู้วิจัยแบ่งเกณฑ์การประเมินออกเป็น 3 องค์ประกอบ ดังนี้

1) ระบุข้อมูลจากสิ่งที่โจทย์กำหนด และสิ่งที่ต้องการพิสูจน์

2) ระบุข้อความที่ได้รับการยอมรับ อาทิ บทนิยาม สัจพจน์ ทฤษฎีบททางเรขาคณิต หรือข้อมูลที่กำหนดให้ ในการอ้างเหตุผล

3) สื่อสารผ่านการเขียนได้อย่างสมเหตุสมผล และเป็นไปตามลำดับ

4. สร้างแบบทดสอบ ให้สอดคล้องและครอบคลุมกับกรอบการประเมินที่กำหนด

5. นำแบบทดสอบที่สร้างขึ้น เสนอต่อที่ปรึกษาปริญญาโทเพื่อพิจารณาปรับปรุง แล้วนำเสนอต่อผู้เชี่ยวชาญ 3 ท่าน ในการตรวจสอบความสอดคล้องของข้อคำถามกับจุดประสงค์การเรียนรู้ โดยใช้เกณฑ์ ดังนี้

+ 1 หมายถึง ข้อสอบสอดคล้องกับจุดประสงค์

0 หมายถึง ไม่แน่ใจว่าข้อสอบสอดคล้องกับจุดประสงค์

-1 หมายถึง ข้อสอบไม่สอดคล้องกับจุดประสงค์

6. นำแบบทดสอบที่ได้รับการตรวจสอบจากผู้เชี่ยวชาญมาปรับปรุงตามคำแนะนำ และคัดเลือกเฉพาะข้อสอบที่มีมาตรฐานดัชนีความสอดคล้องตั้งแต่ 0.5 ขึ้นไป สร้างเป็นแบบทดสอบและเสนอต่อที่ปรึกษาปริญญาโทและผู้เชี่ยวชาญเพื่อตรวจสอบจนผ่านการพิจารณา

7. นำแบบทดสอบที่สร้าง ไปทดสอบกับนักเรียนกลุ่มนำร่องที่ไม่ใช่กลุ่มตัวอย่าง เพื่อวิเคราะห์คุณภาพของข้อสอบรายข้อด้วยการหาค่าความยาก (p) และค่าอำนาจจำแนก (r) โดยใช้เกณฑ์ค่าความยากระหว่าง 0.20-0.80 และค่าอำนาจจำแนกตั้งแต่ 0.20 ขึ้นไป โดยผู้วิจัยได้คัดเลือกข้อสอบที่ผ่านเกณฑ์จำนวน 4 ข้อ ซึ่งมีค่าความยากอยู่ระหว่าง 0.36–0.68 และค่าอำนาจจำแนกอยู่ระหว่าง 0.21–0.37 จากนั้นตรวจสอบคุณภาพของแบบทดสอบ ด้วยวิธีการหาค่าความเชื่อมั่นจากสูตรสัมประสิทธิ์แอลฟา (Alpha Coefficient) ของครอนบาค (Cronbach) ซึ่งแบบทดสอบที่ผ่านเกณฑ์จะต้องมีค่าความเชื่อมั่นตั้งแต่ 0.60 ขึ้นไป ผลจากการคำนวณพบว่าแบบทดสอบมีค่าความเชื่อมั่นอยู่ที่ 0.62

8. นำแบบทดสอบ ที่ได้รับการตรวจสอบคุณภาพและผ่านเกณฑ์ไปทดลองกับนักเรียนกลุ่มตัวอย่างต่อไป

3. การเก็บรวบรวมข้อมูล

การวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยได้ดำเนินการทดลองและเก็บรวบรวมข้อมูลด้วยตนเอง โดยใช้แบบแผนการทดลองแบบ One-Group Posttest Only Design ซึ่งมีรายละเอียดของแบบแผนดังตารางต่อไปนี้

ตาราง 2 แบบแผนการทดลอง

กลุ่ม	สอบก่อน	ทดลอง	สอบหลัง
<i>E</i>	-	<i>X</i>	<i>T</i>

สัญลักษณ์ที่ใช้ในแบบแผนการทดลอง

E หมายถึง กลุ่มทดลอง

X หมายถึง การจัดการเรียนรู้โดยใช้เทคนิคผังกราฟิก ร่วมกับกระบวนการเรียนรู้แบบสืบสอบ จำนวน 13 คาบ คาบละ 50 นาที

T หมายถึง การทดสอบหลังการจัดการจัดการเรียนรู้ (Posttest)

ผู้วิจัยได้ดำเนินการทดลองตามแบบแผน โดยมีขั้นตอนดังต่อไปนี้

1. ชี้แจงให้นักเรียนที่เป็นกลุ่มตัวอย่างทราบถึงการนำเทคนิคผังกราฟิกร่วมกับกระบวนการเรียนรู้แบบสืบสอบมาใช้ในกิจกรรมการเรียนรู้ในเนื้อหาที่กำลังจะศึกษา โดยอธิบายถึงรูปแบบและลักษณะของกิจกรรม เพื่อให้ นักเรียนเข้าใจบทบาทและมีความพร้อมในการดำเนินกิจกรรม
2. ผู้วิจัยดำเนินการสอนนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง ตามแผนการจัดการเรียนรู้โดยใช้เทคนิคผังกราฟิก ร่วมกับกระบวนการเรียนรู้แบบสืบสอบ ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น จำนวน 13 คาบ
3. เมื่อเสร็จสิ้นการจัดการเรียนรู้ตามแผนทั้งหมด ผู้วิจัยให้นักเรียนทำแบบทดสอบหลังเรียน (Post-test) เป็นเวลา 1 คาบ โดยใช้แบบทดสอบวัดความสามารถในการพิสูจน์ทางเรขาคณิต เรื่อง การให้เหตุผลทางเรขาคณิต
4. ผู้วิจัยตรวจสอบความถูกต้องของผลการทดสอบจากนักเรียนกลุ่มตัวอย่างและคัดเลือกตัวแทน เพื่อทำการสัมภาษณ์นักเรียนในประเด็นเกี่ยวกับการนำผังกราฟิกไปใช้ในการพิสูจน์ของนักเรียน
5. ผู้วิจัยตรวจให้คะแนนผลการทดสอบนักเรียนจากแบบทดสอบ ตามเกณฑ์การประเมินที่กำหนดไว้ และนำคะแนนที่ได้มาวิเคราะห์วิธีทางสถิติเพื่อตรวจสอบสมมติฐานต่อไป

4. การวิเคราะห์ข้อมูล

1. นำคะแนนความสามารถในการพิสูจน์ทางเรขาคณิต ซึ่งได้จากแบบทดสอบวัดความสามารถในการพิสูจน์ทางเรขาคณิตในข้อ 1) 2.2) 3) และ 4) มาวิเคราะห์ค่าสถิติพื้นฐาน ซึ่งได้แก่ ค่าเฉลี่ยเลขคณิต และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน

2. นำคะแนนความสามารถในการพิสูจน์ทางเรขาคณิต ซึ่งได้จากแบบทดสอบวัดความสามารถในการพิสูจน์ทางเรขาคณิตในข้อ 1) 2.2) 3) และ 4) มาทดสอบสมมติฐานในข้อ 1 ที่ว่าความสามารถในการพิสูจน์ทางเรขาคณิตของนักเรียน หลังผ่านการจัดการเรียนรู้ ผ่านเกณฑ์เป็นจำนวนมากกว่าร้อยละ 60 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด ด้วยการทดสอบ Z (Z-test for Population Proportion) ด้วยนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

3. นำคะแนนความสามารถในการเขียนผังกราฟิกจากแบบทดสอบในข้อ 2.1) และคะแนนความสามารถในการพิสูจน์ทางเรขาคณิตจากแบบทดสอบในข้อ 2.2) มาทดสอบสมมติฐานในข้อ 2 ที่ว่าความสามารถในการเขียนผังกราฟิกมีความสัมพันธ์กับความสามารถในการพิสูจน์ทางเรขาคณิต ด้วยการวิเคราะห์ค่าสหสัมพันธ์เพียร์สัน ด้วยนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

4. สถิติที่ผู้วิจัยใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูลและตรวจสอบคุณภาพเครื่องมือ มีรายละเอียดดังต่อไปนี้

4.1 สถิติพื้นฐาน ได้แก่

4.1.1 ค่าเฉลี่ยเลขคณิต (ล้วน สายยศ & อังคณา สายยศ, 2538)

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n}$$

เมื่อ \bar{X} คือ ค่าเฉลี่ยเลขคณิต

x_i คือ คะแนนของนักเรียนคนที่ i

n คือ จำนวนนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง

4.1.2 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (ล้วน สายยศ & อังคณา สายยศ, 2538)

$$S = \sqrt{\frac{n \sum x^2 - (\sum x)^2}{n(n-1)}}$$

เมื่อ S คือ ค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน

$\sum x^2$ คือ ผลรวมทั้งหมดของคะแนนแต่ละตัวยกกำลังสอง

$(\sum x)^2$ คือ ผลรวมของคะแนนทั้งหมดยกกำลังสอง

n คือ จำนวนนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง

4.2 สถิติที่ใช้ในการตรวจสอบคุณภาพเครื่องมือ ได้แก่

4.2.1 ค่าดัชนีความสอดคล้อง (IOC) (ล้วน สายยศ & อังคณา สายยศ, 2543)

$$IOC = \frac{\sum_{i=1}^N R_i}{N}$$

เมื่อ IOC คือ ค่าดัชนีความสอดคล้องของข้อสอบ
 R_i คือ คะแนนที่ผู้เชี่ยวชาญคนที่ i ให้
 N คือ จำนวนผู้เชี่ยวชาญ

4.2.2 ค่าความยากง่าย (p) และค่าอำนาจจำแนก (r) (ล้วน สายยศ & อังคณา สายยศ, 2543)

$$p_i = \frac{S_U + S_L - (2NX_{\min})}{2N(X_{\max} - X_{\min})}$$

$$r_i = \frac{S_U - S_L}{N(X_{\max} - X_{\min})}$$

เมื่อ p_i คือ ค่าความยากง่ายข้อที่ i
 r_i คือ ค่าอำนาจจำแนกข้อที่ i
 S_U คือ คะแนนรวมข้อที่ i ของแต่ละคนในกลุ่มสูง
 S_L คือ คะแนนรวมข้อที่ i ของแต่ละคนในกลุ่มต่ำ
 N คือ จำนวนผู้เข้าสอบของกลุ่มเก่งหรือกลุ่มอ่อน
 X_{\max} คือ คะแนนที่นักเรียนทำได้สูงสุด
 X_{\min} คือ คะแนนที่นักเรียนทำได้ต่ำสุด

4.2.3 ค่าความเชื่อมั่นโดยใช้วิธีการหาสัมประสิทธิ์แอลฟา (α - Coefficient) ของครอนบัค (Cronbach) (ล้วน สายยศ & อังคณา สายยศ, 2543)

$$\alpha = \frac{k}{k-1} \left(1 - \frac{\sum_{i=1}^k s_i^2}{s_t^2} \right)$$

เมื่อ α คือ ค่าสัมประสิทธิ์ของความเชื่อมั่น
 k คือ จำนวนข้อของแบบทดสอบ
 s_i^2 คือ คะแนนความแปรปรวนของคะแนนเป็นรายข้อ
 s_t^2 คือ คะแนนความแปรปรวนคะแนนแบบทดสอบทั้งฉบับ

โดยที่ $s_i^2 = \frac{n \sum_{j=1}^n x_j^2 - \left(\sum_{j=1}^n x_j \right)^2}{n^2}$

เมื่อ s_i^2 คือ คະแนนความแปรปรวนของคະแนนเป็นรายข้อ
 x_j คือ คະแนนของนักเรียนคนที่ j ในข้อที่ i
 n คือ จำนวนนักเรียนทั้งหมด

$$\text{และ } s_i^2 = \frac{n \sum_{i=1}^n x_i^2 - \left(\sum_{i=1}^n x_i \right)^2}{n^2}$$

เมื่อ s_i^2 คือ คະแนนความแปรปรวนของแบบทดสอบทั้งฉบับ
 x_i คือ คະแนนแบบทดสอบทั้งฉบับของคนที่ i
 n คือ จำนวนนักเรียนทั้งหมด

4.3 สถิติที่ใช้ทดสอบสมมติฐาน ได้แก่

4.3.1 การทดสอบ Z (Z-test for Population Proportion) ใช้ทดสอบสมมติฐานที่ว่าความสามารถในการพิสูจน์ทางเรขาคณิตของนักเรียน หลังผ่านการจัดการเรียนรู้โดยเทคนิคผังกราฟิกร่วมกับกระบวนการเรียนรู้แบบสืบสอบ ผ่านเกณฑ์เป็นจำนวนมากกว่าร้อยละ 60 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด โดยใช้วิธีการคำนวณด้วยโปรแกรมสำเร็จรูป

4.3.2 การวิเคราะห์ค่าสหสัมพันธ์เพียร์สัน ใช้ทดสอบสมมติฐานที่ว่าความสามารถในการเขียนผังกราฟิกมีความสัมพันธ์กับความสามารถในการพิสูจน์ทางเรขาคณิต โดยใช้วิธีการคำนวณด้วยโปรแกรมสำเร็จรูป

บทที่ 4

ผลการวิเคราะห์ข้อมูล

การวิจัยนี้มีความมุ่งหมายเพื่อศึกษาความสามารถในการพิสูจน์ทางเรขาคณิตของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 หลังการจัดการเรียนรู้โดยใช้เทคนิคผังกราฟิก ร่วมกับกระบวนการเรียนรู้แบบสืบสอบ เรื่อง การให้เหตุผลทางเรขาคณิต และศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างความสามารถในการพิสูจน์ทางเรขาคณิต กับความสามารถในการเขียนผังกราฟิก ซึ่งเป็นวิจัยเชิงปริมาณที่เก็บรวบรวมข้อมูลด้วยแบบทดสอบวัดความสามารถในการพิสูจน์ทางเรขาคณิต จากนักเรียนกลุ่มตัวอย่างที่ผ่านการจัดการเรียนรู้ จำนวน 32 คน โดยนำเสนอผลการวิเคราะห์ข้อมูลดังนี้

ตอนที่ 1 ค่าสถิติพื้นฐานของคะแนนความสามารถในการพิสูจน์ทางเรขาคณิตจากแบบทดสอบวัดความสามารถในการพิสูจน์ทางเรขาคณิต

ตอนที่ 2 เปรียบเทียบคะแนนความสามารถในการพิสูจน์ทางเรขาคณิตจากแบบทดสอบกับเกณฑ์การประเมิน ด้วยการทดสอบ Z (Z-test for Population Proportion)

ตอนที่ 3 วิเคราะห์ความสัมพันธ์ระหว่างความสามารถในการเขียนผังกราฟิกกับความสามารถในการพิสูจน์ทางเรขาคณิต ด้วยค่าสหสัมพันธ์เพียร์สัน (Pearson Product Moment Correlation)

ตอนที่ 1 ค่าสถิติพื้นฐานของคะแนนความสามารถในการพิสูจน์ทางเรขาคณิตจากแบบทดสอบวัดความสามารถในการพิสูจน์ทางเรขาคณิต

ตาราง 3 ค่าเฉลี่ยเลขคณิตและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนความสามารถในการพิสูจน์ทางเรขาคณิตของนักเรียน หลังผ่านการจัดการเรียนรู้

การทดสอบ	คะแนนเต็ม	ค่าเฉลี่ยเลขคณิต (\bar{X})	ค่าเฉลี่ยเลขคณิตคิดเป็นร้อยละของคะแนนเต็ม	ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ($S.D.$)
ความสามารถในการพิสูจน์ทางเรขาคณิตของนักเรียน หลังการจัดการเรียนรู้	40	29.50	73.75	5.97

จากตาราง 3 พบว่านักเรียนมีค่าเฉลี่ยเลขคณิตของคะแนนความสามารถในการพิสูจน์ทางเรขาคณิต หลังการจัดการเรียนรู้ เท่ากับ 29.50 ซึ่งคิดเป็นร้อยละ 73.75 ของคะแนนเต็ม และมีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 5.97

ตอนที่ 2 เปรียบเทียบคะแนนความสามารถในการพิสูจน์ทางเรขาคณิตจากแบบทดสอบกับเกณฑ์การประเมิน ด้วยการทดสอบ Z (Z-test for Population Proportion)

ตาราง 4 ผลการทดสอบ Z (Z-test for Population Proportion) เพื่อเปรียบเทียบคะแนนความสามารถในการพิสูจน์ทางเรขาคณิตหลังการจัดการเรียนรู้กับเกณฑ์การประเมิน

จำนวนนักเรียน (คน)	จำนวนนักเรียนที่ผ่านเกณฑ์ (คน)	ร้อยละของจำนวนนักเรียนที่ผ่านเกณฑ์	Z-score	P-Value
32	27	84.375	2.81*	.002

*ที่ระดับนัยสำคัญ .05

จากตาราง 4 แสดงผลการวิเคราะห์ข้อมูลด้วยการทดสอบ Z (Z-test for Population Proportion) พบว่ามีค่า P-Value เท่ากับ .002 ซึ่งน้อยกว่า .05 จึงปฏิเสธสมมติฐานหลักและยอมรับสมมติฐานรอง นั่นคือ นักเรียนที่ผ่านการจัดการเรียนรู้โดยเทคนิคผังกราฟิกร่วมกับกระบวนการเรียนรู้แบบสืบสอบ เรื่องการให้เหตุผลทางเรขาคณิต มีความสามารถในการพิสูจน์

ทางเรขาคณิตผ่านเกณฑ์มากกว่าร้อยละ 60 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ซึ่งสอดคล้องกับสมมติฐานที่ตั้งไว้

ตอนที่ 3 วิเคราะห์ความสัมพันธ์ระหว่างความสามารถในการเขียนผังกราฟิกกับความสามารถในการพิสูจน์ทางเรขาคณิต ด้วยค่าสหสัมพันธ์เพียร์สัน (Pearson Product Moment Correlation)

ตาราง 5 ค่าสหสัมพันธ์เพียร์สัน วิเคราะห์ความสัมพันธ์ระหว่างความสามารถในการเขียนผังกราฟิกกับความสามารถในการพิสูจน์ทางเรขาคณิต

การทดสอบ	Pearson Correlation	Sig. (2-tail)
ความสัมพันธ์ของความสามารถในการเขียนผังกราฟิกกับความสามารถในการพิสูจน์ทางเรขาคณิต	0.790*	0.000

*ที่ระดับนัยสำคัญ .05

จากตาราง 5 แสดงผลการวิเคราะห์ค่าสหสัมพันธ์เพียร์สัน พบว่ามีค่า Sig. อยู่ที่ .000 ซึ่งน้อยกว่า 0.05 จึงปฏิเสธสมมติฐานหลักและยอมรับสมมติฐานรอง หมายความว่าความสามารถในการเขียนผังกราฟิกมีความสัมพันธ์กับความสามารถในการพิสูจน์ทางเรขาคณิตของนักเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ซึ่งสอดคล้องกับสมมติฐานที่ตั้งไว้ และมีความสัมพันธ์ในทิศทางเดียวกันในระดับสูง กล่าวคือ เมื่อความสามารถในการเขียนผังกราฟิกของนักเรียนเพิ่มขึ้น ความสามารถในการพิสูจน์ทางเรขาคณิตของนักเรียนก็จะเพิ่มขึ้นเช่นเดียวกัน

บทที่ 5

สรุปผล อภิปราย และข้อเสนอแนะ

การศึกษาศักยภาพในการพิสูจน์ทางเรขาคณิต เรื่องการให้เหตุผลทางเรขาคณิต ผ่านการจัดการเรียนรู้โดยใช้เทคนิคผังกราฟิก ร่วมกับกระบวนการเรียนรู้แบบสืบสอบ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เป็นงานวิจัยเชิงปริมาณ ซึ่งมีความมุ่งหมาย สมมติฐาน วิธีดำเนินการและผลของการศึกษาโดยสังเขป ดังนี้

ความมุ่งหมายของการวิจัย

1. เพื่อศึกษาศักยภาพในการพิสูจน์ทางเรขาคณิตของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 หลังการจัดการเรียนรู้โดยใช้เทคนิคผังกราฟิก ร่วมกับกระบวนการเรียนรู้แบบสืบสอบ เรื่องการให้เหตุผลทางเรขาคณิต
2. เพื่อศึกษความสัมพันธ์ระหว่างความสามารถในการเขียนผังกราฟิก กับความสามารถในการพิสูจน์ทางเรขาคณิตของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

สมมติฐานการวิจัย

1. นักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้โดยใช้เทคนิคผังกราฟิกร่วมกับกระบวนการเรียนรู้แบบสืบสอบ เรื่อง การให้เหตุผลทางเรขาคณิต มีความสามารถในการพิสูจน์ทางเรขาคณิต ผ่านเกณฑ์เป็นจำนวนมากกว่าร้อยละ 60 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05
2. ความสามารถในการเขียนผังกราฟิก มีความสัมพันธ์กับความสามารถในการพิสูจน์ทางเรขาคณิตของนักเรียน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

วิธีดำเนินการ

1. ประชากรที่ใช้ในการวิจัย

ประชากรในการวิจัยนี้เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2562 โรงเรียนวังน้ำเย็นวิทยาคม ในจังหวัดสระแก้ว จำนวนทั้งสิ้น 399 คน จาก 11 ห้องเรียน

2. ตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัย

ตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยนี้เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2/5 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2562 โรงเรียนวังน้ำเย็นวิทยาคม ในจังหวัดสระแก้ว จำนวน 32 คน จาก 1 ห้องเรียน โดยใช้วิธีสุ่มตัวอย่างแบบกลุ่ม (Cluster Random Sampling) ซึ่งนักเรียนในแต่ละห้องจะถูกจัด

แบบคละความสามารถ นั่นคือนักเรียนใน 1 ห้องเรียนจะมีนักเรียนทั้งผลการเรียนระดับเก่ง ปานกลาง และอ่อน

3. เนื้อหาที่ใช้ในการวิจัย

เนื้อหาในการวิจัยครั้งนี้ ประกอบด้วยเนื้อหา 2 ส่วน :รวมจำนวนคาบทั้งสิ้น 13 คาบ ดังนี้

3.1 เนื้อหาจากกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่อง การให้เหตุผลทางเรขาคณิต ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) จำนวน 12 คาบ ซึ่งแบ่งเป็นหัวข้อต่อไปนี้

- 1) ความรู้พื้นฐานเกี่ยวกับการให้เหตุผลทางเรขาคณิต
- 2) การสร้างและการให้เหตุผลเกี่ยวกับการสร้าง
- 3) การให้เหตุผลเกี่ยวกับรูปสามเหลี่ยมและรูปสี่เหลี่ยม จำนวน 12 คาบ

3.2 เนื้อหาในการสร้างผังกราฟิกเพื่อใช้ในการออกแบบการพิสูจน์ จำนวน 1 คาบ

4. การสร้างและตรวจสอบคุณภาพของเครื่องมือในการวิจัย

การวิจัยครั้งนี้ประกอบด้วยเครื่องมือและวิธีการพัฒนาเครื่องมือต่าง ๆ ดังนี้

1) แผนการจัดการเรียนรู้โดยใช้เทคนิคผังกราฟิก ร่วมกับกระบวนการเรียนรู้แบบสืบสอบ เรื่อง การให้เหตุผลทางเรขาคณิต จำนวน 13 แผน แผนละ 1 คาบเรียน คาบเรียนละ 50 นาที โดยมีวิธีในการดำเนินการ ดังนี้

1.1) ศึกษาและทำความเข้าใจในมาตรฐานการเรียนรู้ เนื้อหาสาระ และแนวทางการวัดประเมิน ในเรื่องการให้เหตุผลทางเรขาคณิต รวมถึงศึกษาข้อมูล และแนวทางของการจัดกิจกรรมโดยใช้เทคนิคผังกราฟิกและกระบวนการสืบสอบจากหนังสือ เอกสาร และงานวิจัยต่าง ๆ เพื่อนำมาใช้ในการกำหนดขอบเขตเนื้อหา เกณฑ์การประเมิน และกรอบแนวคิดในการจัดกิจกรรม

1.2) จัดทำแผนการจัดการเรียนรู้ตามขอบเขตของเนื้อหาและกรอบแนวคิดของกิจกรรม และเสนอต่อที่ปรึกษาปริญญาโทในการตรวจสอบและให้คำแนะนำในการแก้ไข นำแผนที่ได้รับการปรับปรุงเสนอผู้เชี่ยวชาญ 3 ท่าน เพื่อให้คำแนะนำและตรวจสอบความถูกต้อง รวมถึงพิจารณาความเหมาะสมของกิจกรรม ภาษา และคำถามที่ใช้ จากนั้นทำการแก้ไขจนผ่านการพิจารณา

1.3) นำแผนการจัดการเรียนรู้ที่ผ่านการพิจารณาจากที่ปรึกษาปริญญาโทและผู้เชี่ยวชาญ มาทดลองสอนกับนักเรียนกลุ่มนำร่อง ซึ่งเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2562 จำนวน 38 คน เพื่อวิเคราะห์ปัญหาและจุดบกพร่องที่เกิดขึ้นจากการใช้แผน และทำการปรับปรุงแก้ไข จากนั้นเสนอต่อที่ปรึกษาปริญญาโทเพื่อตรวจสอบอีกครั้ง ก่อนนำไปทดลองกับนักเรียนกลุ่มตัวอย่างต่อไป

2) แบบทดสอบวัดความสามารถในการพิสูจน์ทางเรขาคณิตเป็นแบบทดสอบแบบอัตนัยจำนวน 4 ข้อ เพื่อใช้ทดสอบหลังการจัดการเรียนรู้ โดยดำเนินการสร้างและพัฒนาตามขั้นตอน ดังต่อไปนี้

2.1) ศึกษา नियามเชิงปฏิบัติการ และแนวทางการวัดประเมินของความสามารถในการพิสูจน์ทางเรขาคณิต จากเอกสารและงานวิจัยต่าง ๆ

2.2) สร้างแบบทดสอบจากแนวทางที่ได้ศึกษา และเสนอที่ปรึกษาปริญญาโทเพื่อให้คำแนะนำในการปรับปรุง จากนั้นเสนอผู้เชี่ยวชาญ 3 ท่าน ในการพิจารณาและตรวจสอบความสอดคล้องของข้อคำถาม และคัดเลือกข้อสอบที่มีดัชนีความสอดคล้องตั้งแต่ 0.5 ขึ้นไป มาสร้างเป็นแบบทดสอบและเสนอต่อที่ปรึกษาปริญญาโทและผู้เชี่ยวชาญเพื่อตรวจสอบและแก้ไขอีกครั้งจนผ่านการพิจารณา

2.3) นำแบบทดสอบที่ผ่านการพิจารณาไปทดลองกับนักเรียนกลุ่มนำร่องเพื่อตรวจสอบคุณภาพ ซึ่งได้แก่ ค่าความยาก ค่าอำนาจจำแนก และค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบ ซึ่งผลการตรวจสอบคุณภาพของแบบทดสอบ พบว่ามีค่าความยากอยู่ระหว่าง 0.36–0.68 ค่าอำนาจจำแนกอยู่ระหว่าง 0.21–0.37 และค่าความเชื่อมั่นอยู่ที่ 0.62 ซึ่งผ่านเกณฑ์ที่กำหนด จากนั้นนำแบบทดสอบดังกล่าวไปทดลองกับนักเรียนตัวอย่างต่อไป

5. การทดลองและการเก็บรวบรวมข้อมูล

การวิจัยนี้ผู้วิจัยได้ใช้แผนการทดลองแบบ One - Group Posttest Only Design โดยมีรายละเอียดในการดำเนินงานแต่ละขั้นตอน ดังนี้

1) ชี้แจงให้นักเรียนกลุ่มตัวอย่างทราบถึงลักษณะและรูปแบบกิจกรรมที่ใช้ในการจัดการเรียนรู้ เพื่อให้เข้าใจถึงบทบาทและมีความพร้อมในการทำกิจกรรม

2) ผู้วิจัยดำเนินการสอนนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง ตามแผนการจัดการเรียนรู้ เมื่อเสร็จสิ้นตามจำนวนแผน ผู้วิจัยทำการทดสอบนักเรียนด้วยแบบทดสอบวัดความสามารถในการพิสูจน์ทางเรขาคณิต เป็นเวลา 1 คาบ ใช้เวลา 45 นาที

3) ผู้วิจัยตรวจสอบความถูกต้องของผลการทดสอบ และคัดเลือกตัวแทนของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง เพื่อทำการสัมภาษณ์เกี่ยวกับการนำผังกราฟิกไปใช้ในการพิสูจน์ของนักเรียน

4) ผู้วิจัยนำคะแนนที่ได้จากการทดสอบมาวิเคราะห์วิธีทางสถิติ เพื่อตรวจสอบสมมติฐาน ดังนี้

4.1) นำคะแนนความสามารถในการพิสูจน์ทางเรขาคณิต ซึ่งได้จากแบบทดสอบในข้อ 1) 2.2) 3) และ 4) มาทดสอบสมมติฐานในข้อ 1 ที่ว่าความสามารถในการพิสูจน์ทางเรขาคณิตของนักเรียนหลังผ่านการจัดการเรียนรู้ ผ่านเกณฑ์เป็นจำนวนมากกว่าร้อยละ 60 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด โดยการทดสอบ Z (Z-test for Population Proportion) ด้วยนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

4.2) นำคะแนนความสามารถในการเขียนผังกราฟิกจากแบบทดสอบในข้อ 2.1) และคะแนนความสามารถในการพิสูจน์ทางเรขาคณิตจากแบบทดสอบในข้อ 2.2) มาทดสอบสมมติฐานในข้อ 2 ที่ว่าความสามารถในการเขียนผังกราฟิกมีความสัมพันธ์กับความสามารถในการพิสูจน์ทางเรขาคณิต โดยการวิเคราะห์ค่าสหสัมพันธ์เพียร์สัน ด้วยนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

สรุปผลการวิจัย

การวิจัยเรื่อง การศึกษาความสามารถในการพิสูจน์ทางเรขาคณิต เรื่องการให้เหตุผลทางเรขาคณิต ผ่านการจัดการเรียนรู้โดยเทคนิคผังกราฟิก ร่วมกับกระบวนการเรียนรู้แบบสืบสอบ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 สรุปผลการวิจัยได้ดังนี้

1. นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ได้รับการจัดการเรียนรู้โดยเทคนิคผังกราฟิก ร่วมกับกระบวนการเรียนรู้แบบสืบสอบ เรื่อง การให้เหตุผลทางเรขาคณิต มีความสามารถในการพิสูจน์ทางเรขาคณิต ผ่านเกณฑ์เป็นจำนวนมากกว่าร้อยละ 60 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

2. ความสามารถในการเขียนผังกราฟิก มีความสัมพันธ์ในทิศทางเดียวกันกับความสามารถในการพิสูจน์ทางเรขาคณิตของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

อภิปรายผลการวิจัย

จากผลการศึกษาความสามารถในการพิสูจน์ทางเรขาคณิต เรื่องการให้เหตุผลทางเรขาคณิต ผ่านการจัดการเรียนรู้โดยเทคนิคผังกราฟิก ร่วมกับกระบวนการเรียนรู้แบบสืบสอบ ผู้วิจัยสามารถอภิปรายผลการศึกษาดังกล่าว โดยแบ่งเป็นประเด็นดังนี้

1. ความสามารถในการพิสูจน์ทางเรขาคณิตของนักเรียน ที่ได้รับการจัดการเรียนรู้ โดยเทคนิคผังกราฟิกร่วมกับกระบวนการเรียนรู้แบบสืบสอบ เรื่อง การให้เหตุผลทางเรขาคณิต ผ่านเกณฑ์เป็นจำนวนมากกว่าร้อยละ 60 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ซึ่งสอดคล้องกับสมมติฐานที่ผู้วิจัยตั้งขึ้น การที่ผลวิจัยเป็นเช่นนี้ได้ อาจเนื่องมาจากการจัดการเรียนรู้ที่ส่งผลต่อความสามารถในการพิสูจน์ทางเรขาคณิตของนักเรียน ดังนี้

1.1) การนำเทคนิคผังกราฟิกมาใช้ในการจัดการเรียนรู้ ทำให้นักเรียนสามารถ ออกแบบและวางแผนการพิสูจน์อย่างเป็นระบบได้ด้วยตนเอง จากการจัดระเบียบข้อมูลต่าง ๆ อาทิ เงื่อนไขที่โจทย์ให้ สิ่งที่ต้องการพิสูจน์ สมบัติและทฤษฎีบทที่เกี่ยวข้อง ให้ออกมาเป็นรูปธรรม ในรูปแบบผังแล้วมองหาความเชื่อมโยงของข้อมูลเหล่านั้น นักเรียนจึงมองเห็นภาพรวมของ กระบวนการคิดตนเอง และสามารถวิเคราะห์เพื่อหาแนวทางเพื่อแก้ปัญหาในการพิสูจน์จากการ มองหาความเชื่อมโยงของข้อมูลต่าง ๆ ที่อยู่ในผังกราฟิกที่ตนสร้าง ซึ่งสอดคล้องกับการวิจัยของ กมล นาคสุทธิ (2559) ที่นำพู่ฟัมป์มาใช้ในการพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทาง เรขาคณิต ซึ่งพบว่าการสร้างพู่ฟัมป์ช่วยให้นักเรียนสามารถมองเห็นแนวทางในภาพรวมของ กระบวนการคิด และจดบันทึกในขณะที่ทำได้ ทำให้นักเรียนเข้าใจถึงขั้นตอนของการพิสูจน์ทาง เรขาคณิตมากขึ้น

1.2) การนำผังกราฟิกมาใช้ในการจัดการเรียนรู้ ทำให้นักเรียนมีความมั่นใจใน การเริ่มต้นการพิสูจน์ด้วยตนเองมากขึ้น สามารถทำความเข้าใจถึงปัญหาหรือคำถามในการพิสูจน์ ได้ถูกต้อง ซึ่งอาจเป็นผลมาจากขั้นตอนของการสร้างผังที่กำหนดให้นักเรียนต้องระบุข้อมูลที่โจทย์ กำหนดและสิ่งที่ต้องการพิสูจน์ลงบนผังเป็นอันดับแรก จึงทำให้นักเรียนสามารถแยกแยะข้อมูลใน ส่วนของเหตุและผล และรู้ถึงจุดมุ่งหมายของการพิสูจน์ในข้อนั้น ๆ ซึ่งจะเป็นแนวทางในการวางแผนการพิสูจน์ในขั้นอื่น ๆ เป็นไปตามผลการวิจัยของ Moore (1990) ที่กล่าวว่าหนึ่งในประเด็น สำคัญที่เป็นปัญหาในการพิสูจน์ของนักเรียน คือการเริ่มต้นการพิสูจน์ ผังกราฟิกจึงกลายเป็นตัว ช่วยในการกำหนดขั้นตอนการพิสูจน์ และแก้ปัญหาให้กับนักเรียนที่ไม่รู้จะเริ่มต้นการพิสูจน์ อย่างไร

1.3) ผังกราฟิกเป็นสื่อที่ช่วยให้ครูและนักเรียนสามารถนำเสนอและแลกเปลี่ยน แนวคิดในการวางแผนการพิสูจน์ในแต่ละขั้นตอนได้อย่างละเอียด ผังกราฟิกจะช่วยถ่ายทอด ความคิดและความเข้าใจของนักเรียนได้ครบถ้วนและสะดวกมากขึ้น จากการใช้ภาษาของนักเรียน เอง นักเรียนจึงสามารถเพิ่มเติมและนำเสนอข้อมูลหรือแนวคิดต่าง ๆ ได้อย่างหลากหลายและ อิสระมากกว่าการเขียนพิสูจน์แบบบรรยายหรือสองคอลัมน์ที่มีรูปแบบที่เป็นทางการ ช่วยให้ครูได้

เห็นความคิดของนักเรียนได้รอบด้านมากขึ้น ทั้งแนวคิดหลักที่ใช้ ที่มาของแนวคิด ความรู้หรือความเข้าใจในเรขาคณิตเดิมที่นักเรียนนำมาอ้างอิง จึงช่วยให้การประเมินของครูมีความแม่นยำมากขึ้น สามารถมองเห็นปัญหาหรือความเข้าใจที่ผิดพลาดของนักเรียนผ่านกระบวนการความคิดที่น่าเสนอในผัง และสามารถชี้แนะให้ความเข้าใจที่ถูกต้องได้อย่างตรงจุด ตามที่ Bromley, Irwin-DeVitis, and Modlo (1995, p. 14-16) ได้กล่าวถึงประโยชน์หนึ่งของการนำผังกราฟิกมาใช้ในการเรียนการสอนว่าผังกราฟิกสามารถนำมาเป็นเครื่องมือในการประเมินการเรียนรู้ของนักเรียนได้ เพราะผังกราฟิกคือแผนภาพที่แสดงสิ่งที่นักเรียนรู้ออกมา ทั้งการวางแผน การจัดระบบการเขียน และแนวคิดที่มี

1.4) การจัดการเรียนรู้ตามกระบวนการแบบสืบสอบ เป็นวิธีที่ช่วยให้นักเรียนได้มีบทบาทและมีส่วนร่วมในการสร้างความรู้ จากคำถามของผู้สอนและกิจกรรมที่จัดขึ้นช่วยกระตุ้นให้นักเรียนเกิดความท้าทายและกระตุ้นที่ว่าจะแก้ปัญหาในการพิสูจน์ด้วยตนเอง ทำให้นักเรียนได้เกิดการวิเคราะห์ ระดมความคิด และมีโอกาสในการเสนอความคิดผ่านการตอบคำถามในแต่ละขั้นตอนของกระบวนการสืบสอบ โดยในขั้นตั้งสมมติฐานของกระบวนการสืบสอบ ซึ่งเป็นขั้นที่นักเรียนจะได้วิเคราะห์เพื่อค้นหาแนวทางในการพิสูจน์ ด้วยการมองหาความเชื่อมโยงระหว่างข้อมูลที่มีไปยังสิ่งที่ต้องการพิสูจน์ พบว่าในขั้นนี้นักเรียนได้เกิดการแลกเปลี่ยนความคิดขึ้น จากการนำเสนอแนวทางในการพิสูจน์ของตนซึ่งเป็นแนวคิดที่ต้องอาศัยความรู้ทางเรขาคณิตเดิมที่ตนมี และทำการวิเคราะห์ร่วมกันกับนักเรียนคนอื่น ๆ ถึงความเป็นไปได้หรือความสมเหตุสมผลของแนวทางนั้น รวมถึงการตรวจสอบความถูกต้องของความรู้ทางเรขาคณิตเดิมที่ถูกนำมาใช้ เกิดเป็นบรรยากาศแห่งการเรียนรู้ที่นักเรียนเป็นศูนย์กลางและมีบทบาทหลักในการสร้างความรู้ ทำให้นักเรียนได้พัฒนาความสามารถในการคิดวิเคราะห์ และการคิดอย่างมีเหตุผล สอดคล้องกับผลการวิจัยของจรรยา ภูอุดม (2544) ที่พบว่ารูปแบบการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่เน้นให้นักเรียนเป็นผู้สร้างความรู้ด้วยตนเองจะช่วยให้นักเรียนมีความเข้าใจในมโนทัศน์ และพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผล

1.5) การจัดการเรียนรู้โดยใช้คำถามตามขั้นตอนของกระบวนการสืบสอบ ทำให้นักเรียนได้ฝึกการคิดและลงมือแก้ปัญหาอย่างเป็นขั้นตอน จากการสอบถามและสังเกตนักเรียนถึงกระบวนการแก้ปัญหาในการพิสูจน์ ผู้วิจัยพบว่านักเรียนที่วางแผนการพิสูจน์โดยใช้วิธีการตั้งคำถามกับตนเองในแต่ละขั้นตอนของการทำ และลงมือหาคำตอบในแต่ละขั้นไปเรื่อย ๆ ซึ่งมีผลทำให้นักเรียนสามารถดำเนินการพิสูจน์ในข้อที่ได้รับมอบหมายนั้นได้ด้วยตนเองตั้งแต่ต้นจนจบ ซึ่งอาจเป็นผลมาจากการจัดการเรียนรู้ด้วยกระบวนการสืบสอบที่มีการใช้คำถามอย่างเป็นขั้นตอน

กับนักเรียน สอดคล้องกับกาญจนา บุญส่ง (2542) ซึ่งกล่าวว่าการสอนแบบสืบสอบ เป็นวิธีสอนที่ฝึกให้นักเรียนสามารถค้นคว้าหาความรู้อย่างเป็นกระบวนการด้วยตนเอง โดยมีคำถามเป็นตัวกระตุ้นในการคิดและแก้ปัญหา

2. ความสามารถในการเขียนผังกราฟิกมีความสัมพันธ์ในทิศทางเดียวกันกับความสามารถในการพิสูจน์ทางเรขาคณิตของนักเรียน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ซึ่งสอดคล้องกับสมมติฐานที่ผู้วิจัยตั้งขึ้น โดยผู้วิจัยสามารถอภิปรายสาเหตุที่ผลวิจัยเป็นดังกล่าวได้ดังนี้

2.1) การใช้ผังกราฟิกที่มีรูปแบบและภาษาอย่างง่ายตามการออกแบบของนักเรียน ทำให้นักเรียนมีอิสระที่จะเพิ่มแนวคิด ความรู้เดิมหรือข้อมูลต่าง ๆ นอกเหนือจากเฉพาะข้อมูลที่โจทย์กำหนดให้และคาดการณ์ว่าจะเกี่ยวข้องกับปัญหาการพิสูจน์ลงในผังได้อย่างอิสระ ทำให้มองเห็นความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลที่หลากหลายขึ้น จึงสามารถที่จะพิจารณาแนวทางการพิสูจน์ของปัญหาที่ซับซ้อนและต้องอาศัยความรู้เดิมทางเรขาคณิต โดยเฉพาะการพิสูจน์ในบทเรื่องการให้เหตุผลทางเรขาคณิต ที่ผู้วิจัยกำลังศึกษา ที่มีการนำความรู้ บทนิยาม สัจพจน์ ทฤษฎีบททางเรขาคณิตเดิมจากในเรื่องเส้นขนาน และความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยมและอื่น ๆ ที่นอกเหนือจากข้อมูลที่โจทย์กำหนดมาเป็นส่วนหนึ่งของการอ้างอิงในการพิสูจน์ค่อนข้างมาก การเขียนผังกราฟิกจึงช่วยให้นักเรียนสามารถเพิ่มเติมข้อมูลต่าง ๆ และวิเคราะห์ความสัมพันธ์ของข้อมูลที่เกี่ยวข้องได้อย่างครบถ้วน สอดคล้องกับคำกล่าวของวลัย พานิช (2544, น. 12-13) ที่กล่าวว่าผังกราฟิกจะช่วยให้ผู้เรียนพัฒนาการจัดระบบการเรียนรู้ของตนเอง สามารถเชื่อมความสัมพันธ์ระหว่างความรู้ที่ได้รับกับความรู้เดิมเกิดเป็นการพัฒนาการคิดในระดับสูงและนำมาใช้ประโยชน์ต่อไป

2.2) ผังกราฟิกช่วยให้การวางแผนและการเรียบเรียงการพิสูจน์ของนักเรียนมีความเป็นลำดับและสมเหตุสมผลมากขึ้น เป็นผลมาจากขั้นตอนของการสร้างผังกราฟิกที่มีการกำหนดแนวทางของการพิสูจน์อย่างคร่าวไว้ในแต่ละขั้นตอนของการสร้าง เริ่มตั้งแต่ขั้นของการระบุข้อมูลที่โจทย์กำหนด ข้อมูลที่เกี่ยวข้อง มองหาความสัมพันธ์ของข้อมูลและเชื่อมโยงไปสู่ผลสรุป ตลอดจนขั้นของการเรียบเรียงแนวทางการพิสูจน์ที่อยู่ในผังกราฟิกให้เป็นไปตามลำดับของเหตุและผล และนำลำดับที่ได้จากการเรียบเรียงไปเขียนเป็นการพิสูจน์แบบสองคอลัมน์ ซึ่งกระบวนการดังกล่าวช่วยให้นักเรียนเข้าใจถึงวิธีการพิสูจน์และลงมือแก้ปัญหาการพิสูจน์ได้ด้วยตนเองอย่างเป็นขั้นตอน และช่วยให้การเขียนแสดงการพิสูจน์ของนักเรียนมีความเป็นระเบียบ และมีความเป็นลำดับที่สมเหตุสมผล สอดคล้องกับบรรจง ไชยรินคำ (2544, น. 55) ที่อธิบายว่า

ผังกราฟิกช่วยให้นักเรียนเกิดทักษะการเรียงลำดับ ผังทำให้เห็นลำดับของเหตุการณ์ที่เกิดขึ้นก่อนหลัง ทั้งเหตุการณ์ที่มีการเรียงลำดับแบบมีจุดเริ่มต้นและจุดสิ้นสุดแน่นอน หรือเหตุการณ์ที่มีการเรียงลำดับแบบวัฏจักร

2.3) จากผลการสัมภาษณ์นักเรียน ซึ่งผู้วิจัยได้พิจารณาแบ่งนักเรียนตามผลการทดสอบความสามารถในการพิสูจน์ทางเรขาคณิตจากแบบวัดที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น ได้เป็น 2 กลุ่ม คือกลุ่มที่สามารถเขียนทั้งผังกราฟิกและการพิสูจน์แบบบรรยายสองคอลัมน์ได้ถูกต้อง กับกลุ่มที่ไม่สามารถเขียนได้ทั้งผังกราฟิกและการพิสูจน์แบบบรรยายสองคอลัมน์ ผู้วิจัยได้ใช้คำถามต่าง ๆ ในการสัมภาษณ์ถึงการนำผังกราฟิกไปใช้ในการพิสูจน์ของนักเรียนในแต่ละกลุ่ม นักเรียนในกลุ่มแรกให้ความเห็นในทำนองเดียวกัน ว่าผังกราฟิกสามารถช่วยให้การเขียนพิสูจน์ของนักเรียนง่ายขึ้น เพราะการสร้างผังกราฟิกจะทำให้นักเรียนเกิดการคิดและวางแผนก่อนที่จะเขียนการพิสูจน์จริง ผังจะช่วยเรียบเรียงข้อมูลและสิ่งที่นักเรียนคิดทั้งหมดออกมาบนกระดาษ เพื่อไม่ให้เกิดการลืมและสับสนถึงที่มาของข้อมูลที่นักเรียนได้ แต่ทั้งนี้นักเรียนให้ความเห็นว่าผังกราฟิกเหมาะสมที่จะนำไปใช้กับปัญหาการพิสูจน์ที่มีความซับซ้อนมากกว่า เพราะการพิสูจน์บางอย่างที่ไม่ซับซ้อนนักเรียนสามารถที่จะคิดวางแผนการพิสูจน์ในใจและลงมือเขียนการพิสูจน์แบบสองคอลัมน์ได้เลยโดยไม่ต้องอาศัยการเขียนผังกราฟิกก่อน และปัจจัยที่ส่งผลให้นักเรียนไม่สามารถเขียนผังกราฟิกหรือการพิสูจน์แบบสองคอลัมน์จากการสัมภาษณ์นักเรียนในกลุ่มที่สอง พบว่าเป็นการขาดความรู้เดิมทางเรขาคณิตที่จะนำมาใช้ในการเชื่อมโยงข้อมูลต่าง ๆ หรืออ้างอิงในการพิสูจน์ จากผลการทดสอบและการสัมภาษณ์ดังกล่าว จึงชี้ให้เห็นว่าผังกราฟิกมีส่วนช่วยในการพัฒนาความสามารถในการพิสูจน์ทางเรขาคณิตให้กับนักเรียน

ข้อเสนอแนะ

1. ข้อเสนอแนะสำหรับการเรียนการสอน

1.1 ครูสามารถนำเทคนิคผังกราฟิกและกระบวนการเรียนรู้แบบสืบสอบ ไปใช้ในการจัดการเรียนรู้ในเนื้อหาอื่น ๆ ทั้งนี้ควรมีการเลือกรูปแบบหรือออกแบบผังกราฟิกที่จะใช้ให้มีความเหมาะสมกับเนื้อหาหรือจุดประสงค์ของการนำผังกราฟิกมาใช้ประกอบเนื้อหาในการสอนในเรื่องนั้น ๆ

1.2 กิจกรรมหรือคำถามที่ใช้ในกระบวนการสืบสอบควรเป็นคำถามที่มีความท้าทายและกระตุ้นการคิดของนักเรียน อย่างไรก็ตามควรคำนึงถึงความรู้พื้นฐานและความแตกต่างของนักเรียนว่าเหมาะสมกับการจัดการเรียนรู้ที่นักเรียนเป็นศูนย์กลางและเป็นผู้สร้างความรู้ด้วยตนเองหรือไม่

1.3 ในการจัดการเรียนรู้เรื่องการพิสูจน์ทางเรขาคณิต นักเรียนมีความจำเป็นที่จะต้องนำความรู้ทางเรขาคณิตเดิมมาใช้เชื่อมโยงจนเกิดเป็นความรู้ใหม่ ครูจึงควรมีการทบทวนหรือทดสอบความรู้พื้นฐานทางเรขาคณิตก่อนเรียน เพื่อให้มั่นใจว่านักเรียนจะมีความพร้อมและความรู้พื้นฐานทางเรขาคณิตที่เพียงพอต่อการเรียนรู้

2. ข้อเสนอแนะสำหรับการทำวิจัย

2.1 จากผลการวิจัยที่พบว่าการจัดการเรียนรู้โดยเทคนิคผังกราฟิกร่วมกับกระบวนการเรียนรู้แบบสืบสอบ สามารถพัฒนาความสามารถในการพิสูจน์ทางเรขาคณิตในเรื่องการให้เหตุผลทางเรขาคณิตได้ จึงอาจมีการนำกิจกรรมดังกล่าวมาศึกษากับเนื้อหาอื่นที่เกี่ยวข้องกับการพิสูจน์ ทั้งในด้านเรขาคณิตหรือด้านอื่น ๆ ของวิชาคณิตศาสตร์

2.2 อาจมีการพัฒนารูปแบบหรือออกแบบผังกราฟิกที่สามารถนำไปใช้ในเนื้อหาหรือจุดประสงค์อื่น ๆ ที่มีความเป็นนามธรรมนอกเหนือจากการนำมาใช้วางแผนการพิสูจน์ เพื่อศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างผังกราฟิกกับตัวแปรอื่น อาทิ ความสามารถในการแก้ปัญหา ความสามารถในการคิดวิเคราะห์

บรรณานุกรม

- Brinkmann, A. (2003). Graphical knowledge display–mind mapping and concept mapping as efficient tools in mathematics education. *Mathematics Education Review*, 16(4), 45-46.
- Bromley, K. D. A., Irwin-DeVitis, L., & Modlo, M. (1995). *Graphic organizers: Visual strategies for active learning*: Scholastic Professional Books.
- Bybee, R. W., Taylor, J. A., Gardner, A., Van Scotter, P., Powell, J. C., Westbrook, A., & Landes, N. (2006). The BSCS 5E instructional model: Origins and effectiveness. *Colorado Springs, Co: BSCS*, 5, 88-98.
- Chinnappan, M., Ekanayake, M. B., & Brown, C. (2012). Knowledge use in the construction of geometry proof by Sri Lankan students. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 10(4), 865-887.
- Fielding-Wells, J., Dole, S., & Makar, K. (2014). Inquiry pedagogy to promote emerging proportional reasoning in primary students. *Mathematics Education Research Journal*, 26(1), 47-77.
- Jacobsen, D. A., Eggen, P. D., & Kauchak, D. P. (1993). *Methods for teaching: A skills approach*: Macmillan College.
- Linares, L. (2008). *The Effects of a Proof Mapping Instructional Technique on High School Geometry Students and Their Ability to Write Geometric Proofs*. (Master's thesis). University of California, Davis.
- Lucast, E. K. (2003). Proof as method: A new case for proof in mathematics curricula. *Unpublished masters thesis. Pittsburgh, PA, USA: Carnegie Mellon University*.
- Moore, R. C. (1990). *College students' difficulties in learning to do mathematical proofs*. (Doctoral dissertation). University of Georgia.
- Thompson, H. A. (2000). *Investigating and representing inquiry in a college mathematics course*. (Doctoral dissertation). Iowa State University, Ames, Iowa.
- Xin, Y. (2003). A comparison of two instructional approaches on mathematical word problem solving by students with learning problems. *Dissertation Abstracts*

International, 63(12), 2276-A.

- เสฏฐวุฒิ เพ็งเจริญ. (2561). การศึกษาความสามารถในการพิสูจน์ทางเรขาคณิตของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ผ่านกระบวนการจัดการเรียนรู้แบบสืบสวนสอบสวนเรื่องวงกลม. (ปริญญาานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต). มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ, กรุงเทพฯ.
- เสาวรัตน์ รามแก้ว. (2552). ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ โดยใช้การสืบสอบแบบแนะแนวทาง ที่มีต่อมโนทัศน์และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2. (วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต). จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, กรุงเทพฯ.
- โชติ จันทร์วัง. (2547). ผลของการใช้เทคนิคการจัดข้อมูลด้วยแผนภาพในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่มีผลต่อสัมฤทธิ์ทางการเรียน ความคงทนในการเรียนรู้ และความสามารถในการนำเสนอข้อมูลทางคณิตศาสตร์ด้วยแผนภาพของนักเรียนเตรียมทหาร. (วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต). จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, กรุงเทพฯ.
- ไตรรงค์ กล้าบุตร. (2557). การพัฒนาชุดกิจกรรมเพื่อส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผล เรื่องการให้เหตุผลเกี่ยวกับรูปสามเหลี่ยมและรูปสี่เหลี่ยม สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3. (วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต). มหาวิทยาลัยนเรศวร.
- กมล นาคสุทธิ. (2559). ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้เทคนิคพับแม่ปิ้งในการเขียนพิสูจน์ทางเรขาคณิตที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผลทางเรขาคณิตของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2. (วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต). จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, กรุงเทพฯ.
- กรองทิพย์ พงษ์ลิ้มศรี. (2535). การสอนพิสูจน์เรื่องความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยมในชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โดยเน้นกระบวนการแก้ปัญหา. (ปริญญาานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต). มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ, กรุงเทพฯ.
- กระทรวงศึกษาธิการ. (2551). หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551. กรุงเทพฯ: ชุมชมสหกรณ์การเกษตรแห่งประเทศไทย.
- กาญจนา บุญส่ง. (2542). หลักการสอน (โครงการตำราวิชาการราชภัฏเฉลิมพระเกียรติ). เพชรบุรี: สถาบันราชภัฏเพชรบุรี.
- ขวัญ เพี้ยซ้าย. (2547). การศึกษาความสามารถในการเรียนเรื่องการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์โดยใช้ชุดการเรียนการสอนที่เน้นผู้เรียนสำคัญที่สุดของนิสิตวิชาเอกคณิตศาสตร์ระดับปริญญาตรี. (ปริญญาานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต). มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ, กรุงเทพฯ.

- จรรยา ภูอุดม. (2544). การพัฒนารูปแบบการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่เน้นผู้เรียนเป็นผู้สร้าง
ความรู้. (วิทยานิพนธ์ปริญญาโทศึกษาศาสตร์). มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ, กรุงเทพฯ.
- จำเริญ อนันตธรรมรส. (2553). ผลการใช้โมเดลเฟสเมทออดคอมบิเนชันในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้
คณิตศาสตร์ที่มีต่อความคิดทางเรขาคณิตและความสามารถในการเขียนพิสูจน์ของ นักเรียน
ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3. (วิทยานิพนธ์ปริญญาโทศึกษาศาสตร์). จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย,
กรุงเทพฯ.
- จินต์ จิระวิยากุล. (2556). ผลของการจัดการเรียนรู้แบบสืบสอบ โดยใช้โปรแกรม *Tinker Plots* เรื่อง
สถิติ ที่มีต่อความสามารถในการคิดวิเคราะห์ และความสามารถในการแก้ปัญหา
คณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3. (วิทยานิพนธ์ปริญญาโทศึกษาศาสตร์).
มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ, กรุงเทพฯ.
- ชนาธิป พรกุล. (2554). การสอนกระบวนการคิด : ทฤษฎีและการนำไปใช้. กรุงเทพฯ: สำนักพิมพ์
แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- ชัยวัฒน์ สุทธิรัตน์. (2561). 80 นวัตกรรมจัดการเรียนรู้ที่เน้นผู้เรียนเป็นสำคัญ (พิมพ์ครั้งที่ 8).
นนทบุรี: พี บาลานซ์ดีไซน์แอนพริ้นติ้ง.
- ทศนา แชนมณี. (2560). ศาสตร์การสอน : องค์ความรู้เพื่อการจัดกระบวนการเรียนรู้ที่มีประสิทธิภาพ
(พิมพ์ครั้งที่ 21). กรุงเทพฯ: สำนักพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- นิภาพรรณ ไชยศิริกุลชัย. (2551). ผลของเทคนิคการจัดข้อมูลด้วยแผนภาพในการสอนโปรแกรม
ประยุกต์ที่มีต่อแบบจำลองทางปัญญาของครูประจำการที่มีแบบการคิดและช่วงวัยต่างกัน.
(วิทยานิพนธ์ปริญญาโทศึกษาศาสตร์). จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, กรุงเทพฯ.
- บรรจง ไชยรินคำ. (2544, มกราคม-เมษายน). แผนภาพลำดับการคิดเพื่อพัฒนาทักษะการวางแผน
ตัดสินใจ. วารสารศึกษาศาสตร์ปริทัศน์, 16(1), 55-59.
- บุญเลี้ยง ทุมทอง. (2559). ทฤษฎีและการพัฒนารูปแบบการจัดการเรียนรู้ (พิมพ์ครั้งที่ 3). กรุงเทพฯ:
ทริปเพิ้ล เอ็ดดูเคชั่น.
- ปภัชญา เสมา. (2559). ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการร่วมมือ
แบบสืบสอบที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผลและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของ
นักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2. (วิทยานิพนธ์ปริญญาโทศึกษาศาสตร์). จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย,
กรุงเทพฯ.
- ประเสริฐ เสียงดี. (2527). การศึกษาปรัชญาทางคณิตศาสตร์และการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์.
(วิทยานิพนธ์ปริญญาโทศึกษาศาสตร์). มหาวิทยาลัยเชียงใหม่, เชียงใหม่.

- พิมพ์พันธ์ เดชะคุปต์. (2556). ทักษะ 5C : เพื่อการพัฒนาหน่วยการเรียนรู้และการจัดการเรียนการสอนอิงมาตรฐาน (พิมพ์ครั้งที่ 7). กรุงเทพฯ: ศูนย์หนังสือแห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- ภูมิฤทัย วิทย์วิจิน. (2556). ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธีการสร้างมโนทัศน์ของ CANGELOSI ที่มีต่อความคงทนในการเรียนและความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3. (วิทยานิพนธ์ปริญญาโทมหาบัณฑิต). จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, กรุงเทพฯ.
- มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช. (2537). ประมวลสาระชุดวิชา สาระตติยะและวิทยวิธีทางวิชาคณิตศาสตร์ หน่วยที่ 8-11: มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช.
- ยุทธชัย ไชยคำภา. (2557). การพัฒนาการจัดกิจกรรมการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์เรื่องวงกลมเพื่อเสริมสร้างผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความสามารถในการให้เหตุผลของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โดยผสมผสานทฤษฎีคอนสตรัคติวิสต์กับแนวคิดการใช้ปัญหาเป็นฐาน (วิทยานิพนธ์ปริญญาโทมหาบัณฑิต). มหาวิทยาลัยมหาสารคาม, มหาสารคาม.
- ยุพิน พิพิธกุล, & ปรีชา เนาว์เย็นผล. (2537). รูปแบบการเรียนการสอนคณิตศาสตร์. ใน ประมวลสาระชุดวิชา สาระตติยะและวิทยวิธีทางวิชาคณิตศาสตร์ หน่วยที่ 8-11. นนทบุรี: มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช.
- ล้วน สายยศ, & อังคณา สายยศ. (2538). เทคนิคและการวิจัยทางการศึกษา (พิมพ์ครั้งที่ 5). กรุงเทพฯ: สุวีริยาสาส์น.
- ล้วน สายยศ, & อังคณา สายยศ. (2543). เทคนิคการวัดผลการเรียนรู้ (พิมพ์ครั้งที่ 2). กรุงเทพฯ: สุวีริยาสาส์น.
- วรรณภา โคตรพันธ์. (2552). การศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิทยาศาสตร์และความสามารถในการคิดวิเคราะห์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ได้รับการจัดการเรียนรู้โดยใช้ชุดกิจกรรมการเรียนรู้เรื่อง มโนมิติ. (ปริญญาโทมหาบัณฑิต). มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ, กรุงเทพฯ.
- วลัย พานิช. (2544). แผนผังกราฟิกกับการเรียนการสอนสังคมศึกษา เอกสารประกอบการประชุมเชิงปฏิบัติการ เรื่อง ครูสังคมศึกษากับการปฏิรูปการเรียนการสอน. กรุงเทพฯ: ฝ่ายวิชาการ คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- วัชร น้อยมี. (2551). การพัฒนาชุดการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวน เรื่อง การให้เหตุผลและการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ เพื่อส่งเสริมทักษะการให้เหตุผล ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4. (ปริญญาโทมหาบัณฑิต). มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ,

กรุงเทพฯ.

วัฒนาพร ระงับทุกข์. (2542). แผนการสอนที่เน้นผู้เรียนเป็นศูนย์กลาง (พิมพ์ครั้งที่ 2). กรุงเทพฯ: แอล ที เพรส.

วีณา ประชากุล, & ประสาท เนืองเฉลิม. (2553). รูปแบบการเรียนการสอน. มหาสารคาม: สำนักพิมพ์มหาวิทยาลัยมหาสารคาม.

ศศิธร เวียงวะลัย. (2556). การจัดการเรียนรู้ (*Learning Management*). กรุงเทพฯ: โอเดียนสโตร์.

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2562). หนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เล่ม 2 ตามมาตรฐานการเรียนรู้และตัวชี้วัด กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551. กรุงเทพฯ: ศูนย์หนังสือแห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

สำนักงานราชบัณฑิตยสภา. (2558). พจนานุกรมศัพท์ศึกษาศาสตร์ร่วมสมัย ฉบับราชบัณฑิตยสภา. กรุงเทพฯ: สำนักงานราชบัณฑิตยสภา.

สุทธิชาติ เปรมกมล, & สกลรัชต์ แก้วดี. (2560, มกราคม-มีนาคม). ผลของการใช้การสืบสอบเน้นแบบจำลองเป็นฐานที่มีต่อความสามารถในการสร้าง คำอธิบายเชิงวิทยาศาสตร์และการให้เหตุผลของนักเรียนมัธยมศึกษาตอนต้น. วารสารอิเล็กทรอนิกส์ทางการศึกษา, 12(1), 259-274.

สุปรียา ตันสกุล. (2540). ผลของการใช้รูปแบบการสอนแบบการจัดข้อมูลด้วยแผนภาพ ที่มีต่อสัมฤทธิ์ผลทางการเรียนและความสามารถในการแก้ปัญหา. (วิทยานิพนธ์ดุษฎีบัณฑิต). จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, กรุงเทพฯ.

อัจฉรา ปานรอด. (2555). ผลของการเรียนการสอนแบบสืบสอบโดยใช้การเชื่อมโยงแผนผังมโนทัศน์ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและเจตคติต่อการเรียนรู้วิทยาศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาตอนปลาย. (วิทยานิพนธ์ปริญญาโทมหาบัณฑิต). จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, กรุงเทพฯ.



ภาคผนวก



ภาคผนวก ก

หนังสือยืนยันการยกเว้นการรับรองคณะกรรมการจริยธรรม
สำหรับพิจารณาโครงการวิจัยที่ทำในมนุษย์
มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ



**หนังสือยืนยันการยกเว้นการรับรอง
คณะกรรมการจริยธรรมสำหรับพิจารณาโครงการวิจัยที่ทำในมนุษย์
มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ**

(เอกสารนี้เพื่อแสดงว่าคณะกรรมการจริยธรรมสำหรับพิจารณาโครงการวิจัยที่ทำในมนุษย์ ได้พิจารณาโครงการวิจัยนี้)

- ชื่อโครงการวิจัย : การศึกษาความสามารถในการพิสูจน์ทางเรขาคณิต เรื่องการให้เหตุผลทางเรขาคณิต ผ่านการจัดการเรียนรู้โดยเทคนิคผังกราฟิก (Graphic organizer) ร่วมกับกระบวนการเรียนรู้แบบสืบสอบ (Inquiry process) สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2
- ชื่อหัวหน้าโครงการวิจัย : นางสาวสาวิตรี อุ่นทองศิริ
- หน่วยงานต้นสังกัด : คณะวิทยาศาสตร์
- รหัสโครงการวิจัย : SWUEC-G-261/2562X

โครงการวิจัยนี้เป็นโครงการวิจัยที่เข้าข่ายยกเว้น (Research with Exemption from SWUEC)

- วันที่ยืนยัน : 23 ธันวาคม 2562
- ยืนยันโดย : คณะกรรมการจริยธรรมสำหรับพิจารณาโครงการวิจัยที่ทำในมนุษย์
มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ

คณะกรรมการจริยธรรมสำหรับพิจารณาโครงการวิจัยที่ทำในมนุษย์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ดำเนินการรับรองโครงการวิจัยตามแนวทางหลักจริยธรรมการวิจัยในคนที่เป็นสากล ได้แก่ Declaration of Helsinki, the Belmont Report, CIOMS Guidelines และ the International Conference on Harmonization in Good Clinical Practice (ICH-GCP)

ออกให้ ณ วันที่ 4 กุมภาพันธ์ 2563

(ลงชื่อ).....

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.ทันตแพทย์หญิงณปภา เขียมจิรกุล)
กรรมการและเลขานุการคณะกรรมการจริยธรรม
สำหรับพิจารณาโครงการวิจัยที่ทำในมนุษย์

(ลงชื่อ).....

(แพทย์หญิงสุริพร ภัทรสุวรรณ)
ประธานคณะกรรมการจริยธรรม
สำหรับพิจารณาโครงการวิจัยที่ทำในมนุษย์

หมายเลขรับรอง : SWUEC/X/G-261/2562



ภาคผนวก ข

รายนามผู้เชี่ยวชาญ

รายนามผู้เชี่ยวชาญ

รายนามผู้เชี่ยวชาญที่ให้ความอนุเคราะห์ในการตรวจสอบความถูกต้อง และเหมาะสมของเครื่องมือวิจัย ได้แก่ แผนการจัดการเรียนรู้โดยใช้เทคนิคผังกราฟิก (graphic organizer) ร่วมกับกระบวนการเรียนรู้แบบสืบสอบ (Inquiry process) เรื่อง การให้เหตุผลทางเรขาคณิต สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 แผนละ 1 คาบเรียน คาบเรียนละ 50 นาที จำนวน 13 แผน แบบสัมภาษณ์การนำผังกราฟิกไปใช้ในการพิสูจน์ทางเรขาคณิต แบบวัดความสามารถในการพิสูจน์ทางเรขาคณิต มีดังนี้

1. ครูศิริวรรณ ปัญหา

ครูกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

โรงเรียนวังน้ำเย็นวิทยาคม อำเภอวังน้ำเย็น จังหวัดสระแก้ว

2. อาจารย์เอนก จันทร์จัญญ

อาจารย์ภาควิชาคณิตศาสตร์ คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ

3. อาจารย์ ดร. ชีรา ลำดวนหอม

อาจารย์ภาควิชาคณิตศาสตร์ คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ



ภาคผนวก ค

การหาคุณภาพของแบบวัดความสามารถในการพิสูจน์ทางเรขาคณิต เรื่อง การให้เหตุผล
ทางเรขาคณิต

การหาคุณภาพของแบบวัดความสามารถในการพิสูจน์ทางเรขาคณิต

แบบวัดความสามารถในการพิสูจน์ทางเรขาคณิต เรื่อง การให้เหตุผลทางเรขาคณิต เป็นแบบทดสอบ ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นเพื่อตรวจสอบความสามารถในการพิสูจน์ทางเรขาคณิตของนักเรียน หลังจากที่ได้รับ การจัดการเรียนรู้โดยใช้เทคนิคผังกราฟิก (graphic organizer) ร่วมกับกระบวนการเรียนรู้แบบสืบสอบ (Inquiry process) เรื่อง การให้เหตุผลทางเรขาคณิต มีลักษณะเป็นแบบทดสอบอัตนัย จำนวน 4 ข้อ โดยผู้วิจัยดำเนินการหาคุณภาพของแบบวัด ดังนี้

1. วิเคราะห์ความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหา โดยใช้ค่าดัชนีความสอดคล้อง (IOC) ของแบบวัด ซึ่งผู้วิจัยดำเนินการ ดังนี้

1.1 นำแบบทดสอบที่ได้ไปให้ผู้เชี่ยวชาญ 3 ท่าน เพื่อตรวจสอบความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหา และความเหมาะสมของข้อคำถาม โดยมีการให้คะแนน ดังนี้

คะแนน +1 หมายถึง ข้อคำถามนั้นมีความสอดคล้อง

คะแนน 0 หมายถึง ไม่แน่ใจว่าข้อคำถามนั้นมีความสอดคล้องหรือไม่

คะแนน -1 หมายถึง ข้อคำถามนั้นไม่มีความสอดคล้อง

1.2 คำนวณหาค่าดัชนีความสอดคล้อง (IOC) ของแต่ละรายการ แล้วคัดเลือก รายการที่มีค่า IOC ตั้งแต่ 0.5 ขึ้นไป โดยใช้สูตรคำนวณ (IOC) (ล้วน สายยศ & อังคณา สายยศ, 2543)

$$IOC = \frac{\sum_{i=1}^N R_i}{N}$$

เมื่อ IOC คือ ค่าดัชนีความสอดคล้องของข้อสอบ

R_i คือ คะแนนที่ผู้เชี่ยวชาญคนที่ i ให้

N คือ จำนวนผู้เชี่ยวชาญ

ทั้งนี้ผลการคำนวณค่า IOC ของแต่ละรายการ สามารถแสดงได้ดังตารางต่อไปนี้

ตาราง 1 ค่าดัชนีความสอดคล้องของแบบวัดความสามารถในการพิสูจน์ทางเรขาคณิต เรื่อง การให้เหตุผลทางเรขาคณิต

ข้อที่	ผลการพิจารณาจากผู้เชี่ยวชาญ			รวม	ค่า IOC	แปลผล
	คนที่ 1	คนที่ 2	คนที่ 3			
1	+1	+1	+1	3	1	สอดคล้อง
2	+1	+1	+1	3	1	สอดคล้อง
3	+1	+1	+1	3	1	สอดคล้อง
4	+1	+1	+1	3	1	สอดคล้อง
5	+1	+1	+1	3	1	สอดคล้อง

คัดเลือกข้อสอบที่เหมาะสม โดยพิจารณาจากข้อสอบที่มีค่า IOC ตั้งแต่ 0.5 ขึ้นไป เพื่อจัดทำแบบวัดความสามารถในการพิสูจน์ทางเรขาคณิต เรื่อง การให้เหตุผลทางเรขาคณิต

2. หาค่าความยาก (p) ค่าอำนาจจำแนก (r) และค่าความเชื่อมั่นของแบบวัดความสามารถในการพิสูจน์ทางเรขาคณิต เรื่อง การให้เหตุผลทางเรขาคณิต ดังนี้

2.1 หาค่าความยาก (p) ในแต่ละข้อของแบบวัดความสามารถในการพิสูจน์ทางเรขาคณิต เรื่อง การให้เหตุผลทางเรขาคณิต โดยใช้สูตร (ล้วน สายยศ & อังคนา สายยศ, 2543)

$$p_i = \frac{S_U + S_L - (2NX_{\min})}{2N(X_{\max} - X_{\min})}$$

- เมื่อ
- p_i คือ ค่าความยากง่ายข้อที่ i
 - S_U คือ คะแนนรวมข้อที่ i ของแต่ละคนในกลุ่มสูง
 - S_L คือ คะแนนรวมข้อที่ i ของแต่ละคนในกลุ่มต่ำ
 - N คือ จำนวนผู้เข้าสอบของกลุ่มเก่งหรือกลุ่มอ่อน
 - X_{\max} คือ คะแนนที่นักเรียนทำได้สูงสุด
 - X_{\min} คือ คะแนนที่นักเรียนทำได้ต่ำสุด

ตาราง 2 ค่าความยาก (p) ของแบบวัดความสามารถในการพิสูจน์ทางเรขาคณิต เรื่อง การให้เหตุผลทางเรขาคณิต

ข้อที่	ค่าความยาก (p)	แปลผล
1	0.38	ค่อนข้างยาก
2	0.68	ค่อนข้างง่าย
3	0.40	ยากง่ายปานกลาง
4	0.36	ค่อนข้างยาก
5	0.12	ยากมาก

คัดเลือกข้อสอบที่เหมาะสม โดยพิจารณาจากข้อสอบที่มีค่าความยาก (p) อยู่ระหว่าง 0.20 – 0.80 เพื่อจัดทำแบบวัดความสามารถในการพิสูจน์ทางเรขาคณิต เรื่อง การให้เหตุผลทางเรขาคณิต

2.2 หาค่าอำนาจจำแนก (r_i) ในแต่ละข้อของแบบวัดความสามารถในการพิสูจน์ทางเรขาคณิต เรื่อง การให้เหตุผลทางเรขาคณิต โดยใช้สูตร (ล้วน สายยศ & อังคนา สายยศ, 2543)

$$r_i = \frac{S_U - S_L}{N(X_{\max} - X_{\min})}$$

เมื่อ r_i คือ ค่าอำนาจจำแนกข้อที่;

S_U คือ คะแนนรวมข้อที่; ของแต่ละคนในกลุ่มสูง

S_L คือ คะแนนรวมข้อที่; ของแต่ละคนในกลุ่มต่ำ

N คือ จำนวนผู้เข้าสอบของกลุ่มเก่งหรือกลุ่มอ่อน

X_{\max} คือ คะแนนที่นักเรียนทำได้สูงสุด

X_{\min} คือ คะแนนที่นักเรียนทำได้ต่ำสุด

ตาราง 3 ค่าอำนาจจำแนก (r) ของแบบวัดความสามารถในการพิสูจน์ทางเรขาคณิต เรื่อง การให้เหตุผลทางเรขาคณิต

ข้อที่	ค่าอำนาจจำแนก (r)	แปลผล
1	0.21	จำแนกได้
2	0.37	จำแนกได้
3	0.36	จำแนกได้
4	0.37	จำแนกได้
5	0.10	จำแนกไม่ได้

คัดเลือกข้อสอบที่เหมาะสม โดยพิจารณาจากข้อสอบที่มีค่าอำนาจจำแนก (r) ตั้งแต่ 0.20 ขึ้นไป เพื่อจัดทำแบบวัดความสามารถในการพิสูจน์ทางเรขาคณิต เรื่อง การให้เหตุผลทางเรขาคณิต

จากการตรวจสอบคุณภาพของเครื่องมือ ซึ่งได้แก่ ดัชนีความสอดคล้อง (IOC) ค่าความยาก (p) และค่าอำนาจจำแนก (r) ของแบบวัดความสามารถในการพิสูจน์ทางเรขาคณิต เรื่อง การให้เหตุผลทางเรขาคณิต สามารถสรุปได้ ดังตารางนี้

ตาราง 4 ตารางสรุปผลการตรวจสอบคุณภาพเครื่องมือของแบบวัดความสามารถในการพิสูจน์ทางเรขาคณิต เรื่อง การให้เหตุผลทางเรขาคณิต

ข้อที่	IOC	ความยาก (p)	อำนาจจำแนก (r)	แปลผล
1	สอดคล้อง	ค่อนข้างยาก	จำแนกได้	คัดเลือก
2	สอดคล้อง	ค่อนข้างง่าย	จำแนกได้	คัดเลือก
3	สอดคล้อง	ยากง่ายปานกลาง	จำแนกได้	คัดเลือก
4	สอดคล้อง	ค่อนข้างยาก	จำแนกได้	คัดเลือก
5	สอดคล้อง	ยากมาก	จำแนกไม่ได้	ไม่คัดเลือก

จากตารางผู้วิจัยจึงคัดเลือกข้อสอบที่เหมาะสม จำนวน 4 ข้อ เพื่อจัดทำแบบวัดความสามารถในการพิสูจน์ทางเรขาคณิต เรื่อง การให้เหตุผลทางเรขาคณิต

2.3 หาค่าความเชื่อมั่นของแบบวัดความสามารถในการพิสูจน์ทางเรขาคณิต เรื่อง การให้เหตุผลทางเรขาคณิต ด้วยวิธีหาค่าสัมประสิทธิ์แอลฟา (α - Coefficient) โดยใช้สูตร (ล้วน สายยศ & อังคนา สายยศ, 2543)

$$\alpha = \frac{n}{n-1} \left(1 - \frac{\sum s_i^2}{s^2} \right)$$

เมื่อ α แทน ความเชื่อมั่นของแบบวัด

n แทน จำนวนข้อของแบบวัด

$\sum s_i^2$ แทน ผลรวมความแปรปรวนของคะแนนแต่ละข้อ

s^2 แทน ความแปรปรวนของของคะแนนรวมทั้งฉบับ

ทั้งนี้ผลการคำนวณค่าความเชื่อมั่นของแบบวัดความสามารถในการพิสูจน์ทางเรขาคณิต เรื่อง การให้เหตุผลทางเรขาคณิต ด้วยวิธีการหาค่าสัมประสิทธิ์แอลฟา (α - Coefficient) มีค่าเท่ากับ 0.62



ภาคผนวก ง
ตัวอย่างแผนการจัดการเรียนรู้

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3		
รายวิชา	คณิตศาสตร์	ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2
หน่วยการเรียนรู้	การให้เหตุผลทางเรขาคณิต	
หัวข้อเรื่อง	การสร้างผังกราฟิกเพื่อใช้ในการ ออกแบบการพิสูจน์หรือการให้เหตุผล	
ปีการศึกษา	2562 ภาคเรียนที่ 2	เวลา 50 นาที
ผู้สอน	นางสาวสาวิตรี อุ่นทองศิริ	

จุดประสงค์ประจำบท

- สร้างรูปเรขาคณิตตามที่กำหนดให้และให้เหตุผลเกี่ยวกับการสร้างได้
- นำสมบัติหรือทฤษฎีบทเกี่ยวกับรูปสามเหลี่ยมและรูปสี่เหลี่ยมมาใช้ในการให้เหตุผลและนำไปใช้ในชีวิตจริง

1. จุดประสงค์การเรียนรู้

- ด้านความรู้ทางคณิตศาสตร์ : เพื่อให้นักเรียนสามารถ
 - สร้างผังกราฟิกเพื่อใช้ในการออกแบบการพิสูจน์
- ด้านทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ : เพื่อให้นักเรียนสามารถ
 - ให้เหตุผลโดยใช้สัจพจน์ สมบัติ หรือทฤษฎีบทต่าง ๆ ในการพิสูจน์
- ด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์ : เพื่อให้นักเรียน
 - มีส่วนร่วมในการตอบคำถามในชั้นเรียน
 - มีความรับผิดชอบในการทำงานที่มอบหมาย

2. สารการเรียนรู้

ในการแสดงการพิสูจน์ว่าข้อความเป็นจริง โดยทั่วไปจะต้องให้เหตุผลเพื่อแสดงว่าเมื่อเหตุเป็นจริงแล้ว เหตุนั้นทำให้เกิดผลที่เป็นจริงเสมอ โดยเริ่มจากสิ่งที่กำหนดให้แล้วอาศัยบทนิยาม สัจพจน์ ข้อความที่เคยพิสูจน์ว่าเป็นจริงและสมบัติต่าง ๆ อย่างใดอย่างหนึ่งหรือหลายอย่าง ประกอบกันมาให้เกิดผล เพื่อสรุปให้ได้ว่าผลที่ต้องการพิสูจน์เป็นจริง โดยมีขั้นตอนในการดำเนินการดังต่อไปนี้

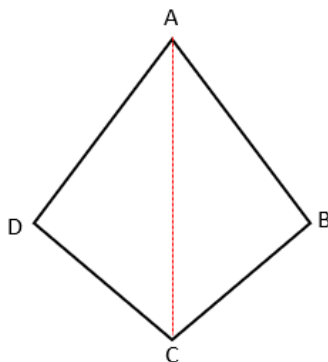
1. อ่านและทำความเข้าใจข้อความหรือโจทย์ปัญหาที่กำหนดให้ โดยการพิจารณาว่า โจทย์กำหนดอะไรบ้างและต้องการให้พิสูจน์อะไร

2. วิเคราะห์ย้อนกลับจากผลหรือสิ่งที่โจทย์ต้องการให้พิสูจน์ไปหาเหตุหรือสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ โดยพิจารณาว่าในแต่ละขั้นที่เป็นผลย่อย ๆ ก่อนผลสุดท้ายนั้นต้องเกิดจากเหตุอันใดบ้าง และจากเหตุนั้นต้องอาศัยบทนิยาม สัจพจน์ ทฤษฎีบทหรือสมบัติทางคณิตศาสตร์ใดบ้าง มาประกอบเพื่ออ้างอิงไปสู่ผลย่อย ๆ เหล่านั้น ทำเช่นนี้เรื่อย ๆ จนกว่าผลย่อย ๆ เหล่านั้นมาจากเหตุที่เป็นสิ่งที่โจทย์กำหนดให้

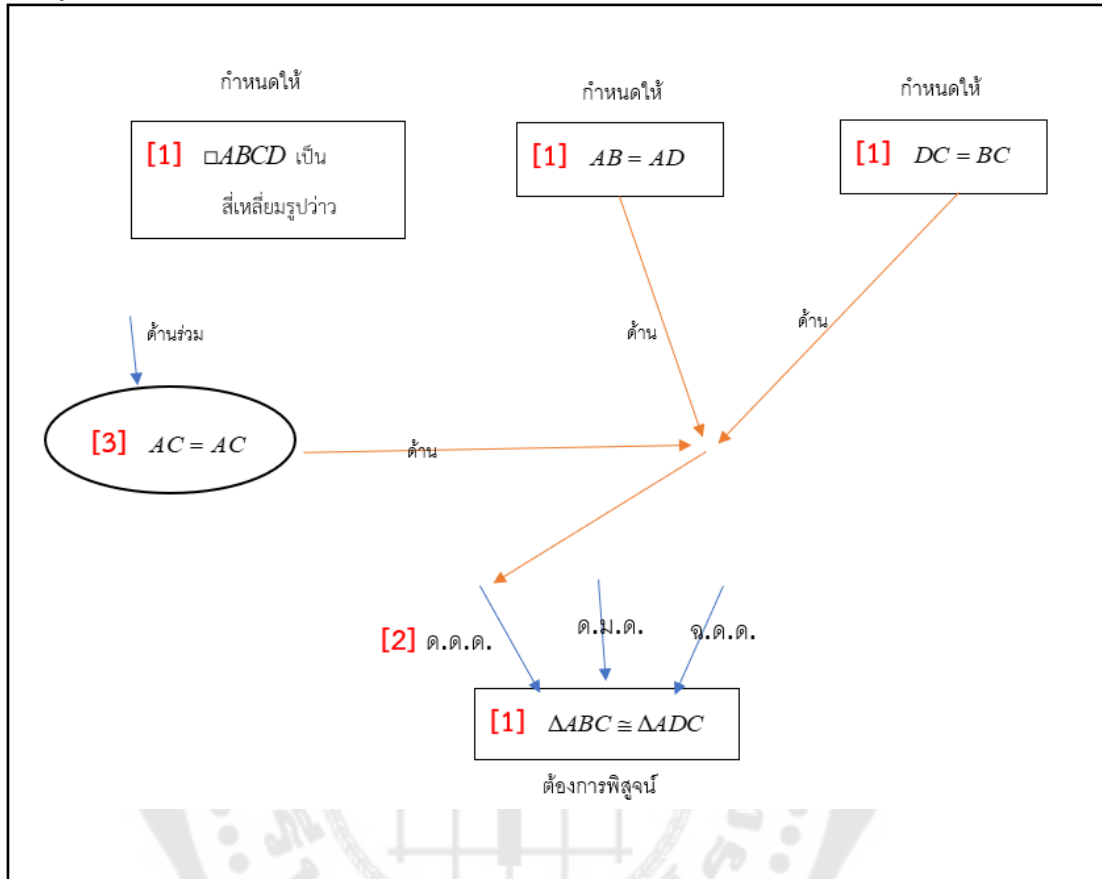
3. เขียนแสดงการพิสูจน์จากเหตุหรือสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ผนวกกับเหตุผลตามที่วิเคราะห์ได้ในข้อ 2 มาเขียนตามลำดับเหตุและผล จนได้ผลสุดท้ายเป็นสิ่งที่โจทย์ต้องการให้พิสูจน์

โดยในขั้นตอนของการวิเคราะห์นั้น จะนำผังกราฟิกมาใช้ เพื่อให้เห็นถึงแต่ละขั้นตอนของการเชื่อมโยงระหว่างข้อมูล และบทนิยาม สัจพจน์ ทฤษฎีบทหรือสมบัติทางคณิตศาสตร์ที่นำมาประกอบในการให้เหตุผล ดังตัวอย่างต่อไปนี้

ตัวอย่างที่ 1 กำหนด $\square ABCD$ เป็นสี่เหลี่ยมรูปว่าว ซึ่งมี $AB = AD$ และ $DC = BC$ และมี \overline{AC} เป็นเส้นทแยงมุม จงพิจารณา $\triangle ABC \cong \triangle ADC$ หรือไม่ พร้อมแสดงเหตุผล



ผังกราฟิก



กำหนดให้ $\square ABCD$ เป็นสี่เหลี่ยมรูปว่าว ซึ่งมี $AB = AD$ และ $DC = BC$

ต้องการพิสูจน์ว่า $\triangle ABC \cong \triangle ADC$

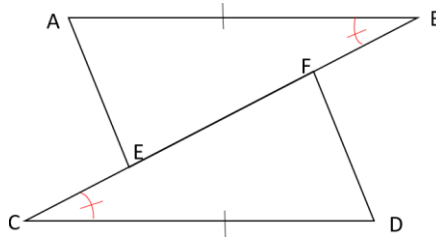
พิสูจน์ เนื่องจาก $AB = AD$ (กำหนดให้)

$DC = BC$ (กำหนดให้)

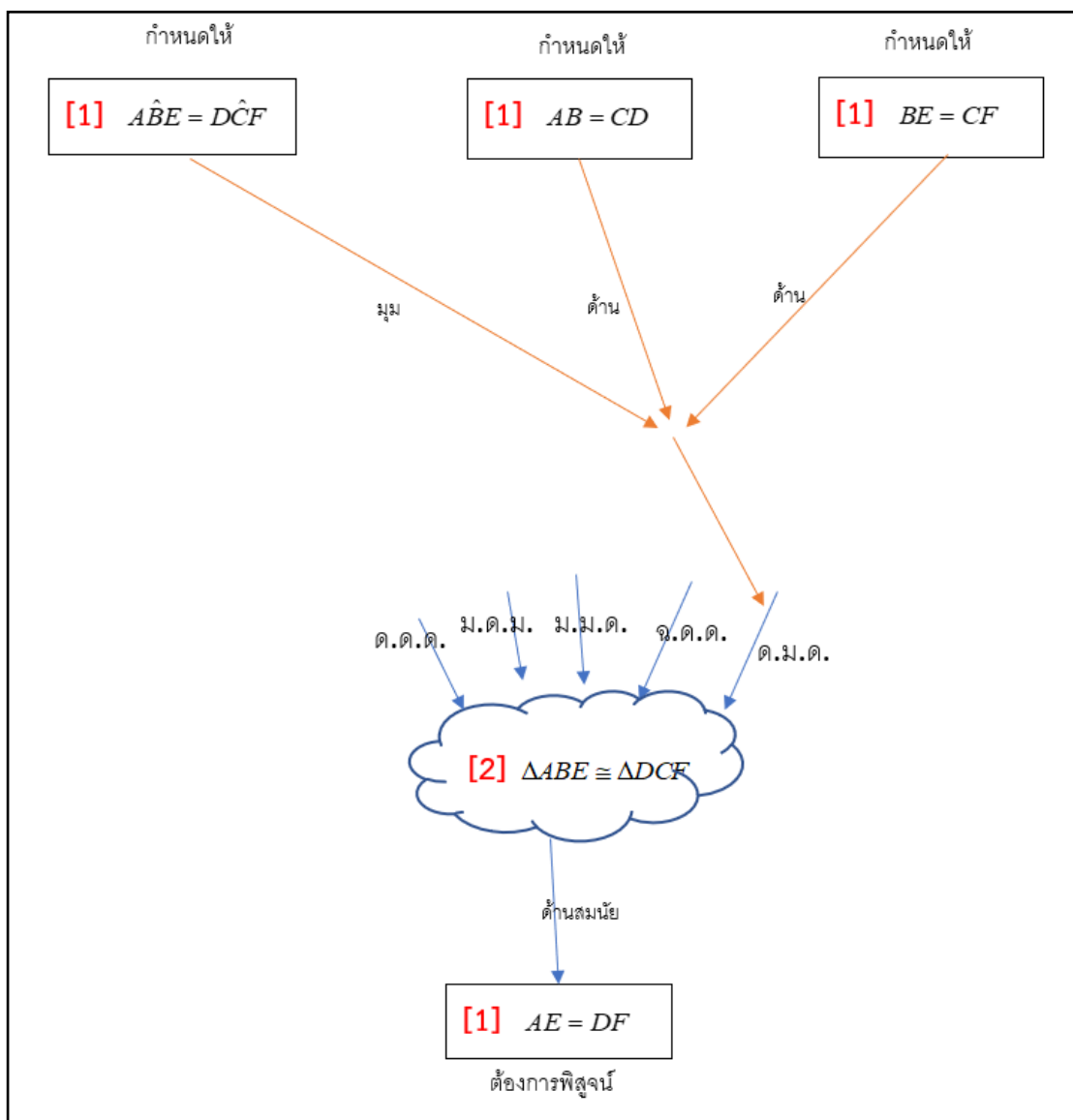
$AC = AC$ (\overline{AC} เป็นด้านร่วม)

ดังนั้น $\triangle ABC \cong \triangle ADC$ (ด.ด.ด.)

ตัวอย่างที่ 2 จากรูป กำหนดให้ $\triangle ABE$ และ $\triangle DCF$ เป็นรูปสามเหลี่ยมที่มี $\hat{A}BE = \hat{D}CF$, $AB = CD$ และ $BE = CF$ จงพิสูจน์ว่า $AE = DF$



ผังกราฟิก



กำหนดให้ $\triangle ABE$ และ $\triangle DCF$ เป็นรูปสามเหลี่ยมที่มี $\hat{A}BE = \hat{D}CF$, $AB = CD$ และ

$$BE = CF$$

ต้องการพิสูจน์ว่า $AE = DF$

พิสูจน์ เนื่องจาก $\hat{A}BE = \hat{D}CF$ (กำหนดให้)

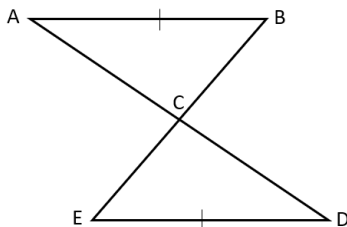
$$AB = CD \quad (\text{กำหนดให้})$$

$$BE = CF \quad (\text{กำหนดให้})$$

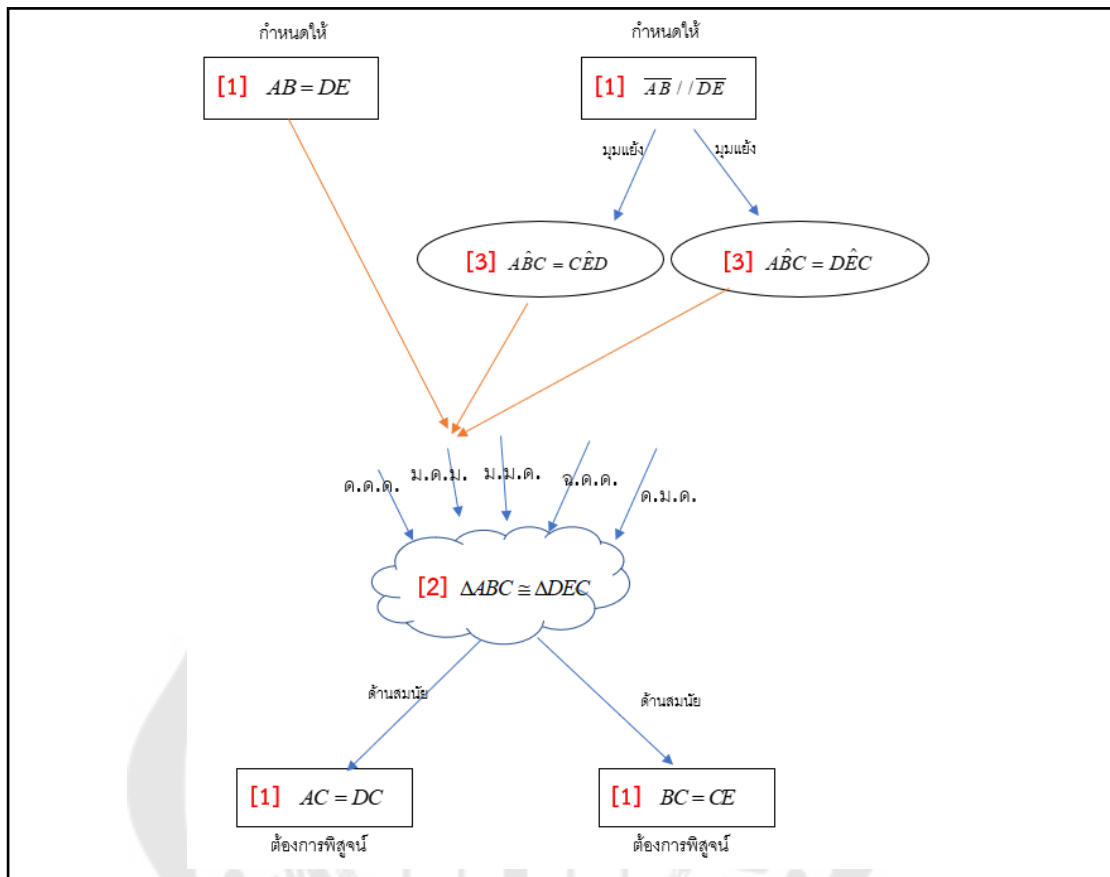
ดังนั้น $\triangle ABE \cong \triangle DCF$ (ด.ม.ด.)

นั่นคือ $AE = DF$ (ด้านคู่ที่สมนัยกันของรูปสามเหลี่ยมที่เท่ากันทุกประการ
จะยาวเท่ากัน)

ตัวอย่างที่ 3 จากรูป กำหนดให้ $\triangle ABC$ และ $\triangle DEC$ เป็นรูปสามเหลี่ยมที่มี $AB = DE$ และ $\overline{AB} \parallel \overline{DE}$ จงพิสูจน์ว่า $AC = DC$ และ $BC = CE$



ผังกราฟิก

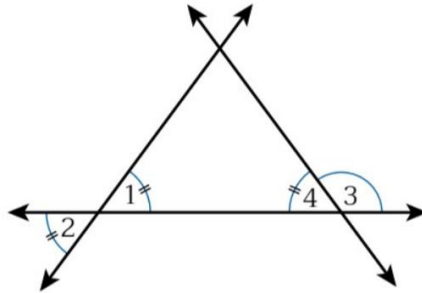


กำหนดให้ $\triangle ABC$ และ $\triangle DEC$ เป็นรูปสามเหลี่ยมที่มี $AB = DE$ และ $\overline{AB} // \overline{DE}$

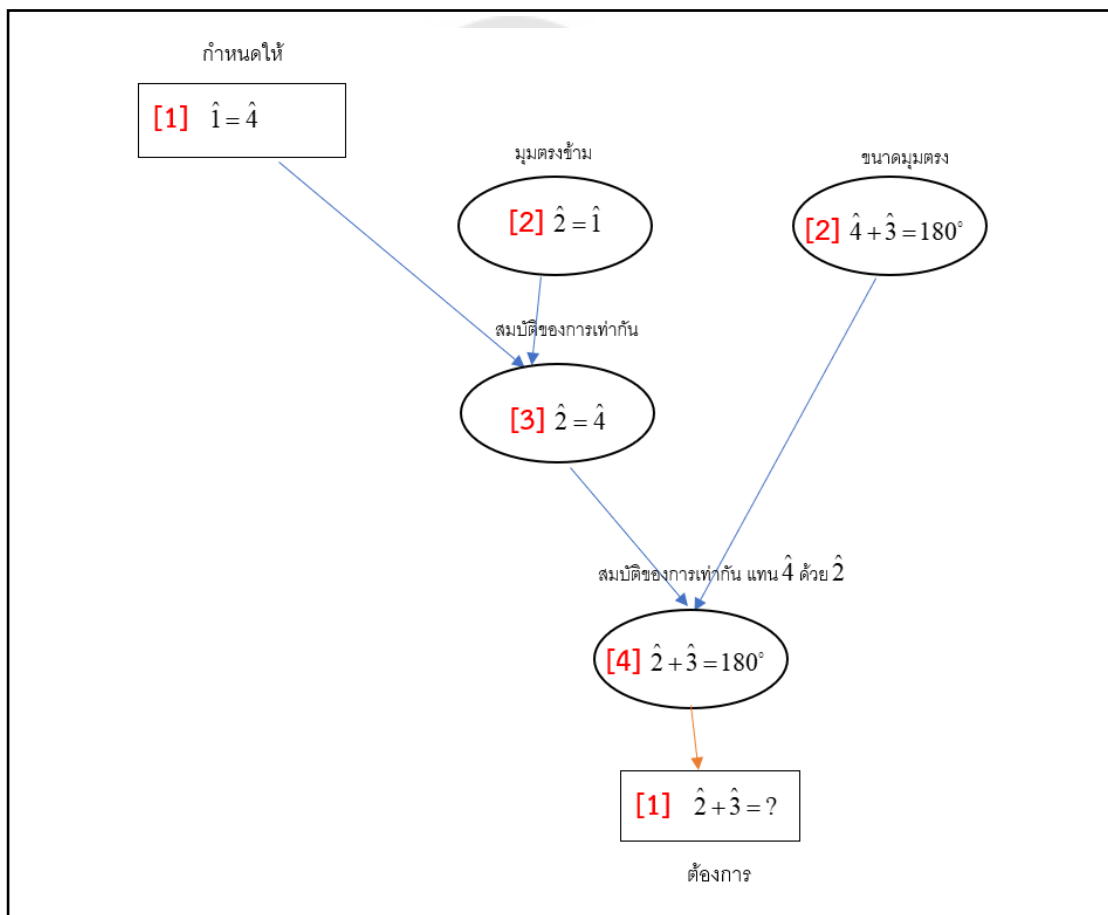
ต้องการพิสูจน์ว่า $AC = DC$ และ $BC = CE$

พิสูจน์
 เนื่องจาก $\overline{AB} // \overline{DE}$ (กำหนดให้)
 จะได้ $\hat{A} = \hat{D}$ (ถ้าเส้นตรงสองเส้นขนานกันและมีเส้นตัด แล้วมุมแย้งมีขนาดเท่ากัน)
 $\hat{C} = \hat{E}$ (ถ้าเส้นตรงสองเส้นขนานกันและมีเส้นตัด แล้วมุมแย้งมีขนาดเท่ากัน)
 $AB = DE$ (กำหนดให้)
 ดังนั้น $\triangle ABC \cong \triangle DEC$ (ม.ด.ม.)
 นั่นคือ $AC = DC$ และ $BC = CE$ (ด้านคู่ที่สมนัยกันของรูปสามเหลี่ยมที่เท่ากันทุกประการ จะยาวเท่ากัน)

ตัวอย่างที่ 4 จากรูป กำหนดให้ $\hat{1} = \hat{4}$ จงหาขนาดของ $\hat{2} + \hat{3}$



ผังกราฟิก



เนื่องจาก $\hat{1} = \hat{4}$ (กำหนดให้)
 $\hat{2} = \hat{1}$ (ถ้าเส้นตรงสองเส้นตัดกัน แล้วมุมตรงข้ามมีขนาดเท่ากัน)
 ดังนั้น $\hat{2} = \hat{4}$ (สมบัติของการเท่ากัน)
 เนื่องจาก $\hat{4} + \hat{3} = 180^\circ$ (ขนาดของมุมตรง)
 ดังนั้น $\hat{2} + \hat{3} = 180^\circ$ (สมบัติของการเท่ากัน โดยแทน 4 ด้วย 2)

3. สื่อการเรียนรู้ / แหล่งการเรียนรู้

3.1 เอกสารแนะแนวทาง เรื่อง การสร้างผังกราฟิกเพื่อใช้ในการออกแบบการพิสูจน์หรือการให้เหตุผล

4. กิจกรรมการเรียนรู้

4.1 ขั้นนำ

ขั้นนี้ใช้เวลาประมาณ 5 นาที ซึ่งมีรายละเอียด ดังนี้

4.1.1 ครูตั้งคำถามทบทวนความรู้จากคาบที่แล้ว เกี่ยวกับหลักการของการพิสูจน์โดยทั่วไป โดยมีประเด็นคำถามดังนี้

- ความหมายของคำนิยาม บทนิยาม สัจพจน์ และทฤษฎีบท
- การพิสูจน์ข้อความที่อยู่ในรูปประโยคมีเงื่อนไข แบ่งเป็นกี่กรณี และแต่ละกรณีมีวิธีการพิสูจน์อย่างไร

4.1.2 ครูแจกเอกสารแนะแนวทาง เรื่อง การสร้างผังกราฟิกเพื่อใช้ในการออกแบบการพิสูจน์หรือการให้เหตุผล

4.2 ขั้นสอน

ขั้นนี้ใช้เวลาประมาณ 40 นาที ซึ่งมีรายละเอียด ดังนี้

4.2.1 ครูอธิบายแต่ละขั้นตอนของการแสดงการพิสูจน์ข้อความที่เป็นจริงโดยทั่วไป ทั้ง 3 ขั้นตอน และอธิบายเพิ่มเติมว่าสำหรับบทเรียนนี้ ในขั้นของการวิเคราะห์การพิสูจน์ ครูจะให้นักเรียนนำผังกราฟิกมาใช้เป็นเครื่องมือเพื่อช่วยในการวิเคราะห์ความเชื่อมโยงระหว่างข้อมูลที่โจทย์กำหนดไปยังสิ่งที่ต้องการพิสูจน์

4.2.2 ครูยกตัวอย่างที่ 1 เพื่อแสดงการใช้ผังกราฟิกในการวิเคราะห์การพิสูจน์ โดยดำเนินการตามขั้นตอนการพิสูจน์โดยทั่วไปทั้ง 3 ขั้น ซึ่งได้แบ่งออกเป็นขั้นตอนย่อย ๆ ตามกระบวนการสืบสอบ 5 ขั้นตอน ดังนี้

ขั้นระบุปัญหา

1) ครูให้นักเรียนทำความเข้าใจกับปัญหา โดยการตั้งคำถามว่าโจทย์กำหนดอะไรและอะไรคือสิ่งที่ต้องให้เหตุผลหรือพิสูจน์ในข้อนี้

- สิ่งที่โจทย์กำหนดให้ คือ $\square ABCD$ เป็นสี่เหลี่ยมรูปว่าว ซึ่งมี $AB = AD$ และ $DC = BC$

- สิ่งที่ต้องพิสูจน์ คือ $\triangle ABC \cong \triangle ADC$

2) ครูและนักเรียนร่วมกันลงข้อมูลที่ได้ดังกล่าว ลงบนผังกราฟิก และล้อมรอบด้วยรูปสี่เหลี่ยม เพื่อแสดงว่าเป็นสิ่งที่โจทย์กำหนดและสิ่งที่ต้องการพิสูจน์ (ตามตำแหน่ง [1] ในผังกราฟิก)

ขั้นตั้งสมมติฐาน

1) ครูตั้งคำถามว่า สามเหลี่ยมสองรูปจะเท่ากันทุกประการได้ ต้องมาจากเหตุผลหรือเงื่อนไขใดบ้าง

2) ครูให้นักเรียนเขียนเงื่อนไขทั้งหมดลงบนผังกราฟิก โดยเขียนเป็นลูกศรโยงเข้าหารูปสี่เหลี่ยมของสิ่งที่ต้องการพิสูจน์ (ตามตำแหน่ง [2] ในผังกราฟิก)

ขั้นรวบรวมข้อมูล

1) ครูให้นักเรียนพิจารณาข้อมูลจากที่โจทย์กำหนดให้จากผังกราฟิก ว่าสามารถที่จะเชื่อมโยงสู่เงื่อนไขหรือสิ่งที่ต้องการพิสูจน์ได้หรือไม่

2) ครูชี้ให้เห็นว่าข้อมูลที่เกี่ยวข้องกับเงื่อนไขที่ลงในผังกราฟิก มีเพียงแค่ว่าด้านที่มีความยาวเท่ากันสองด้านเท่านั้น ซึ่งยังไม่เพียงพอที่จะเชื่อมโยงเข้าสู่เงื่อนไขและไปยังสิ่งที่ต้องการพิสูจน์ได้

3) ครูอธิบายเพิ่มเติมว่า เราสามารถรวบรวมข้อมูลเพิ่มเติมได้ โดยอาจเป็นข้อมูลที่ได้จากการพิจารณารูปที่โจทย์กำหนด หรือข้อมูลที่อ้างอิงจากความรู้ทางเรขาคณิตเดิม

4) ครูชี้ให้เห็นว่าจากรูปที่กำหนดให้ สามเหลี่ยมทั้งสองมีด้าน \overline{AC} ร่วมกัน ซึ่งจะทำให้มีด้านที่มีความยาวเท่ากันเพิ่มอีก 1 คู่ ครูให้นักเรียนระบุข้อมูลดังกล่าวเพิ่มลงในผังกราฟิกโดยใช้รูปวงรีล้อมรอบเพื่อแสดงถึงข้อมูลที่เพิ่มเติมจากที่โจทย์กำหนด (ตามตำแหน่ง [3] ในผังกราฟิก)

ขั้นวิเคราะห์

1) ครูให้นักเรียนวิเคราะห์ข้อมูลที่รวบรวมได้ในผังกราฟิก ว่ามีข้อมูลใดบ้างที่เกี่ยวข้องกับปัญหาและสามารถเชื่อมโยงไปสู่ $\triangle ABC \cong \triangle ADC$ ซึ่งจะได้ว่า $AB = AD$ $DC = BC$ และ $AC = AC$ สามารถเชื่อมโยงไปสู่ $\triangle ABC \cong \triangle ADC$ แบบ ด.ด.ด. ให้นักเรียนใช้ลูกศรเชื่อมโยงข้อมูลเหล่านั้นในผังกราฟิก

ขั้นลงข้อสรุป

1) ครูให้นักเรียนร่วมกันสรุปและลำดับขั้นตอนในการเชื่อมโยง โดยพิจารณาจากรูปและผังกราฟิก

2) ครูให้นักเรียนร่วมกันเปลี่ยนข้อมูลในผังกราฟิกให้เป็นการเขียนแสดงการให้เหตุผลหรือพิสูจน์แบบสองคอลัมน์ ด้วยการเติมข้อความในช่องว่างในตัวอย่างที่ 1 ของเอกสารประกอบการสอน

4.2.3 ครูอธิบายเพิ่มเติมว่า ในการพิสูจน์บางข้ออาจมีขั้นตอนย่อย ๆ ของการให้เหตุผลหลายขั้นตอน จึงไม่สามารถเชื่อมโยงข้อมูลจากสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ไปยังสิ่งที่ต้องการพิสูจน์ได้โดยตรงในขั้นตอนเดียว อาจต้องมีการเชื่อมโยงกันเองระหว่างข้อมูลที่มีจนเกิดเป็นข้อมูลใหม่ แล้วโยงข้อมูลใหม่ที่ได้นั้นไปยังสิ่งที่ต้องการพิสูจน์ ดังตัวอย่างที่ 2 ตามขั้นตอนดังนี้

ขั้นระบุปัญหา

1) ครูให้นักเรียนทำความเข้าใจกับปัญหา โดยการตั้งคำถามว่า โจทย์กำหนดอะไรมาให้ และอะไรคือสิ่งที่ต้องให้เหตุผลหรือพิสูจน์ในข้อนี้

- สิ่งที่โจทย์กำหนดให้ คือ $\triangle ABE$ และ $\triangle DCF$ เป็นรูปสามเหลี่ยมที่มี $\hat{A}BE = \hat{D}CF$, $AB = CD$ และ $BE = CF$

- สิ่งที่ต้องการพิสูจน์ คือ $AE = DF$

2) ครูและนักเรียนร่วมกันลงข้อมูลที่ได้ดังกล่าว ลงบนผังกราฟิก และล้อมรอบด้วยรูปสี่เหลี่ยม เพื่อแสดงว่าเป็นสิ่งที่โจทย์กำหนดและสิ่งที่ต้องการพิสูจน์ (ตามตำแหน่ง [1] ในผังกราฟิก)

ขั้นตั้งสมมติฐาน

1) ครูตั้งคำถามว่า การที่ $AE = DF$ มาจากเหตุผลหรือสาเหตุใดได้บ้าง โดยอ้างอิงจากความรู้เรขาคณิตเดิมที่นักเรียนได้เรียนแล้ว (เป็นด้านที่สมนัยกันของรูปสามเหลี่ยมที่เท่ากันทุกประการ $\triangle ABE \cong \triangle DCF$)

2) ครูให้นักเรียนเขียนสาเหตุดังกล่าว นั่นคือ $\triangle ABE \cong \triangle DCF$ ลงบนผังกราฟิก โดยเขียนลูกศรโยงเข้าหารูปสี่เหลี่ยมของสิ่งที่ต้องการพิสูจน์ โดยใช้รูปก่อนเมฆล้อมรอบไว้ เพื่อแสดงว่าเป็นแนวคิดหรือสาเหตุดังกล่าวเป็นเพียงสมมติฐาน ซึ่งอาจเป็นไปได้หรือไม่ได้ (ตามตำแหน่ง [2] ในผังกราฟิก) และเขียนเงื่อนไขของการเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยมไว้ในผังกราฟิก

ขั้นรวบรวมข้อมูล

1) ครูให้นักเรียนพิจารณาข้อมูลจากที่โจทย์กำหนดให้ในผังกราฟิก ว่าสามารถที่จะเชื่อมโยงสู่เงื่อนไขหรือก่อนเมฆที่จะนำไปสู่สิ่งที่ต้องการพิสูจน์ได้หรือไม่

ขั้นวิเคราะห์

1) ครูให้นักเรียนวิเคราะห์ข้อมูลที่รวบรวมได้ในผังกราฟิก ว่ามีข้อมูลใดบ้างที่เกี่ยวข้องกับปัญหาและสามารถเชื่อมโยงไปสู่ $\triangle ABE \cong \triangle DCF$ ซึ่งจะได้ว่า $\widehat{A}BE = \widehat{D}CF$ $AB = CD$ และ $BE = CF$ สามารถเชื่อมโยงไปสู่ แบบ ด.ม.ด. ให้นักเรียนใช้ลูกศรเชื่อมโยงข้อมูลเหล่านั้นในผังกราฟิก

ชั้นลงข้อสรุป

1) ครูให้นักเรียนร่วมกันสรุปและลำดับขั้นตอนในการเชื่อมโยง โดยพิจารณาจากรูปและผังกราฟิก

2) ครูให้นักเรียนร่วมกันเปลี่ยนข้อมูลในผังกราฟิกให้เป็นการเขียนแสดงการให้เหตุผลหรือพิสูจน์แบบสองคอลัมน์ ด้วยการเติมข้อความในช่องว่างในตัวอย่างที่ 2 ของเอกสารประกอบการสอน

4.2.4 ครูอธิบายเพิ่มเติมว่าจากตัวอย่างที่ 1 นักเรียนจะเห็นได้ว่าข้อมูลที่รวบรวมได้อาจเป็นข้อมูลที่นอกเหนือจากที่โจทย์กำหนด โดยอาจเป็นข้อมูลที่ได้จากการพิจารณารูป หรือข้อมูลที่อ้างอิงจากความรู้ทางเรขาคณิตเดิม ดังตัวอย่างที่ 3 ตามขั้นตอนดังนี้

ชั้นระบุปัญหา

1) ครูให้นักเรียนระบุข้อมูลที่โจทย์กำหนดให้และสิ่งที่โจทย์ต้องการพิสูจน์ลงบนผังกราฟิกด้วยตนเอง (ตามตำแหน่ง [1] ในผังกราฟิก)

ชั้นตั้งสมมติฐาน

1) ครูให้นักเรียนใช้แนวคิดจากตัวอย่างที่ 2 หาสาเหตุหรือเหตุผลที่จะทำให้ $AC = DC$ และ $BC = CE$ (คำตอบคือ $\triangle ABC \cong \triangle DEC$) และเติมลงบนผังกราฟิก(ตามตำแหน่ง [2] ในผังกราฟิก) และเขียนเงื่อนไขของการเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยมไว้ในผังกราฟิก

ชั้นรวบรวมข้อมูล

1) ครูให้นักเรียนพิจารณาข้อมูลจากที่โจทย์กำหนดให้ในผังกราฟิก ว่าสามารถที่จะเชื่อมโยงสู่เงื่อนไขหรือก่อนเมฆที่จะนำไปสู่สิ่งที่ต้องการพิสูจน์ได้หรือไม่

2) ครูชี้ให้เห็นว่าข้อมูลที่มีไม่เพียงพอ ต้องรวบรวมข้อมูลเพิ่มเติม โดยพิจารณาจากรูปและข้อมูลที่โจทย์กำหนด (ข้อมูลที่เพิ่มเติมได้ คือมุมแย้งที่เท่ากัน โดยอ้างอิงจากเส้นขนานและเส้นตัด) ระบุข้อมูลที่เพิ่มเติมได้ลงบนผังกราฟิก (ตามตำแหน่ง [3] ในผังกราฟิก)

ขั้นวิเคราะห์

1) ครูให้นักเรียนวิเคราะห์ข้อมูลที่รวบรวมได้ในผังกราฟิก ว่ามีข้อมูลใดบ้างที่เกี่ยวข้องกับปัญหาและสามารถเชื่อมโยงไปสู่ $\triangle ABC \cong \triangle DEC$ ซึ่งจะได้ว่า $\hat{A}BC = \hat{C}ED$ $\hat{C}AB = \hat{C}DE$ และ $AB = DE$ สามารถเชื่อมโยงไปสู่ แบบ ม.ด.ม. ให้นักเรียนใช้ลูกศรเชื่อมโยงข้อมูลเหล่านั้นในผังกราฟิก

ขั้นลงข้อสรุป

1) ครูให้นักเรียนร่วมกันสรุปและลำดับขั้นตอนในการเชื่อมโยง โดยพิจารณาจากรูปและผังกราฟิก

2) ครูมอบหมายการเขียนแสดงการให้เหตุผลหรือพิสูจน์แบบสองคอลัมน์ ด้วยการเติมข้อความในช่องว่างในตัวอย่างที่ 3 ของเอกสารประกอบการสอนเป็นการบ้าน ส่งในคาบถัดไป

4.2.5 ครูอธิบายเพิ่มเติมว่า นักเรียนสามารถนำผังกราฟิกนี้ ไปใช้กับการออกแบบในการแก้ปัญหาเพื่อใช้ในการหาคำตอบได้เช่นกัน หรือการให้เหตุผลในรูปแบบอื่น ๆ ไม่เฉพาะกับการพิสูจน์ โดยสามารถประยุกต์รูปแบบผังตามความถนัดของนักเรียน

4.2.6 ครูแสดงการนำผังกราฟิกไปใช้ในการออกแบบการแก้ปัญหาเพื่อหาคำตอบในตัวอย่างที่ 4 โดยใช้การเชื่อมโยงข้อมูลที่โจทย์กำหนด ([1] ในผังกราฟิก) กับความรู้ทางเรขาคณิตเดิม ([2] ในผังกราฟิก) โดยอ้างอิงจากทฤษฎีบท สัจพจน์หรือสมบัติต่าง ๆ เพื่อเชื่อมโยงไปยังคำตอบที่ต้องการ โดยมอบหมายการเขียนแสดงการให้เหตุผลในการแก้ปัญหาแบบสองคอลัมน์เป็นการบ้าน ส่งในคาบถัดไป

4.3 ขั้นสรุป

ใช้เวลาประมาณ 5 นาที ซึ่งมีรายละเอียดดังนี้

4.3.1 ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปวิธีและขั้นตอนในการสร้างผังกราฟิกและนำมาใช้เพื่อการออกแบบในการพิสูจน์หรือให้เหตุผลอื่น ๆ

5. การวัดผลและประเมินผลการเรียนรู้

เพื่อให้สอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้ การวัดและประเมินผลการเรียนรู้ มีดังนี้

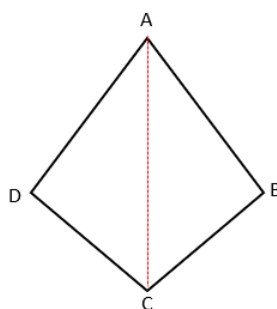
จุดประสงค์การเรียนรู้ ที่ต้องการวัดและประเมินผล	การวัดผล	การประเมินผล
<p>ด้านความรู้ทางคณิตศาสตร์ :</p> <p>1. สร้างผังกราฟิกเพื่อใช้ในการ ออกแบบการพิสูจน์</p>	<p>วิธีวัดผล :</p> <p>พิจารณาความถูกต้องของ คำตอบของนักเรียน ในเอกสารแนะแนวทาง</p> <p>เครื่องมือวัดผล :</p> <p>เอกสารแนะแนวทาง เรื่อง การ สร้างผังกราฟิกเพื่อใช้ในการ ออกแบบการพิสูจน์หรือการให้ เหตุผล</p>	<p>เกณฑ์การให้คะแนน :</p> <p>ในแต่ละคำถาม ถ้า นักเรียน สร้างผังกราฟิก เพื่อใช้ในการออกแบบการ พิสูจน์ได้ถูกต้อง จะได้ คะแนน 1 คะแนน</p> <p>ถ้า นักเรียน สร้างผังกราฟิก เพื่อใช้ในการออกแบบการ พิสูจน์ไม่ถูกต้อง จะได้ คะแนน 0 คะแนน</p> <p>เกณฑ์การประเมินผล :</p> <p>ถ้า นักเรียนได้คะแนน มากกว่า 8 คะแนน ถือว่าผ่าน</p>
<p>ด้านทักษะและกระบวนการ ทางคณิตศาสตร์ :</p> <p>1. ให้เหตุผลโดยใช้สัญพจน์ สมบัติ หรือทฤษฎีบทต่าง ๆ ใน การพิสูจน์</p>	<p>วิธีวัดผล :</p> <p>พิจารณาความถูกต้องของ คำตอบของนักเรียน ในเอกสาร แนะแนวทาง</p> <p>เครื่องมือวัดผล :</p> <p>เอกสารแนะแนวทาง เรื่อง การ สร้างผังกราฟิกเพื่อใช้ในการ ออกแบบการพิสูจน์หรือการให้ เหตุผล</p>	<p>เกณฑ์การให้คะแนน :</p> <p>ในแต่ละคำถาม ถ้า นักเรียน ให้เหตุผลโดยใช้ สัญพจน์ สมบัติ หรือทฤษฎี บทต่าง ๆ ในการพิสูจน์ได้ ถูกต้อง จะได้ คะแนน 1 คะแนน</p>

จุดประสงค์การเรียนรู้ ที่ต้องการวัดและประเมินผล	การวัดผล	การประเมินผล
		<p>ถ้า นักเรียน ให้เหตุผลโดยใช้ สัญพจน์ สมบัติ หรือทฤษฎี บทต่าง ๆ ในการพิสูจน์ไม่ ถูกต้อง</p> <p>จะได้ คะแนน 0 คะแนน</p> <p>เกณฑ์การประเมินผล : ถ้า นักเรียน ได้คะแนน มากกว่า 5 คะแนน ถือว่าผ่าน</p>
<p>ด้านคุณลักษณะอันพึง ประสงค์ :</p> <ol style="list-style-type: none"> มีส่วนร่วมในการตอบ คำถามในชั้นเรียน มีความรับผิดชอบใน การทำงานที่มอบหมาย 	<p>วิธีวัดผล :</p> <p>พิจารณาพฤติกรรมหรือ การแสดงออกของนักเรียน ขณะตอบคำถามหรือทำงานที่ มอบหมาย โดยมีครูเป็นผู้ สังเกตแล้วบันทึกในแบบ สังเกตพฤติกรรมการทำงาน ของนักเรียน</p> <p>เครื่องมือวัดผล :</p> <p>แบบสังเกตพฤติกรรม การทำงาน of นักเรียน</p>	<p>เกณฑ์การให้คะแนน :</p> <p>ในแต่ละข้อของแบบสังเกต พฤติกรรม</p> <p>ถ้า นักเรียน แสดงออกให้ เห็นอย่างเด่นชัด</p> <p>จะได้ คะแนน 2 คะแนน</p> <p>ถ้า นักเรียน แสดงออกให้ เห็นเพียงเล็กน้อย</p> <p>จะได้ คะแนน 1 คะแนน</p> <p>ถ้า นักเรียน ไม่แสดงออกเลย</p> <p>จะได้ คะแนน 0 คะแนน</p> <p>เกณฑ์การประเมินผล : ถ้า นักเรียน ได้คะแนน มากกว่า 2 คะแนน ถือว่าผ่าน</p>

เอกสารแนะนำแนวทาง เรื่อง การสร้างผังกราฟิกเพื่อใช้ในการออกแบบการพิสูจน์

คำชี้แจง : ให้นักเรียนแสดงการพิสูจน์หรือการให้เหตุผลในแต่ละข้อต่อไปนี้ โดยใช้ผังกราฟิกในการออกแบบ

ตัวอย่างที่ 1 กำหนด $\square ABCD$ เป็นสี่เหลี่ยมรูปว่าว ซึ่งมี $AB = AD$ และ $DC = BC$
 $DC = BC$ และมี \overline{AC} เป็นเส้นทแยงมุม จงพิจารณา $\triangle ABC \cong \triangle ADC$ หรือไม่ พร้อมแสดงเหตุผล



ผังกราฟิกตัวอย่างที่ 1

กำหนดให้

กำหนดให้

กำหนดให้

ต้องการพิสูจน์

การแสดงการพิสูจน์ตัวอย่างที่ 1

กำหนดให้

ต้องการพิสูจน์ว่า.....

พิสูจน์ เนื่องจาก $AB = AD$ (.....)

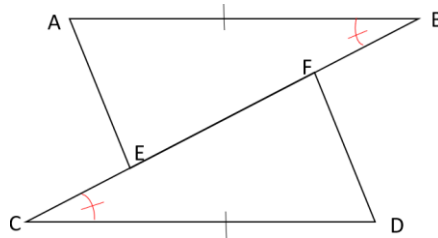
$DC = BC$ (.....)

$AC = AC$ (.....)

ดังนั้น $\triangle ABC \cong \triangle ADC$ (.....)



ตัวอย่างที่ 2 จากรูป กำหนดให้ $\triangle ABE$ และ $\triangle DCF$ เป็นรูปสามเหลี่ยมที่มี $\hat{A}BE = \hat{D}CF$, $AB = CD$ และ $BE = CF$ จงพิสูจน์ว่า $AE = DF$

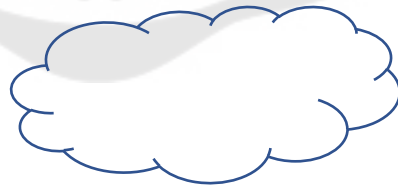


ผังกราฟิกตัวอย่างที่ 2

กำหนดให้

กำหนดให้

กำหนดให้



ต้องการพิสูจน์

การแสดงการพิสูจน์ตัวอย่างที่ 2

กำหนดให้.....

ต้องการพิสูจน์ว่า.....

พิสูจน์ เนื่องจาก (.....)

..... (.....)

..... (.....)

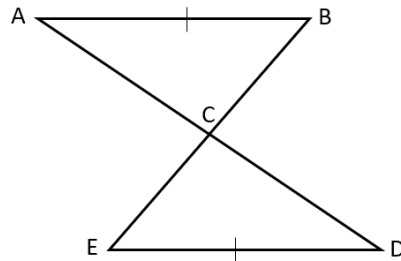
ดังนั้น $\triangle ABE \cong \triangle DCF$ (.....)

นั่นคือ $AE = DF$ (ด้านคู่ที่สมนัยกันของรูปสามเหลี่ยมที่เท่ากัน

ทุกประการจะยาวเท่ากัน)



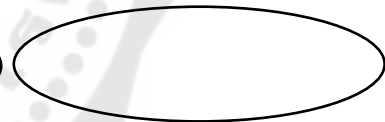
ตัวอย่างที่ 3 จากรูป กำหนดให้ $\triangle ABC$ และ $\triangle DEC$ เป็นรูปสามเหลี่ยมที่มี $AB = DE$ และ $\overline{AB} \parallel \overline{DE}$ จงพิสูจน์ว่า $AC = DC$ และ $BC = CE$



ผังกราฟิกตัวอย่างที่ 3

กำหนดให้

กำหนดให้



ต้องการพิสูจน์

ต้องการพิสูจน์

การแสดงผลการพิสูจน์ตัวอย่างที่ 3

กำหนดให้.....

ต้องการพิสูจน์ว่า.....

พิสูจน์ เนื่องจาก $\overline{AB} \parallel \overline{DE}$ (กำหนดให้)

จะได้ $\hat{A}BC = \hat{C}ED$ (.....)

$\hat{C}AB = \hat{C}DE$ (.....)

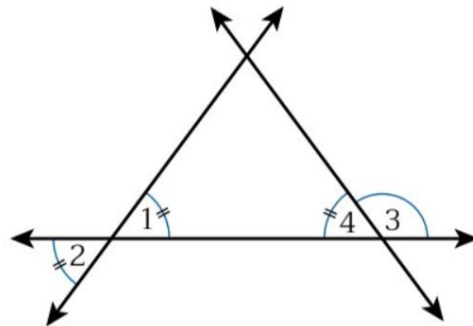
..... (.....)

ดังนั้น (.....)

นั่นคือ $AC = DC$ และ $BC = CE$ (.....)



ตัวอย่างที่ 4 จากรูป กำหนดให้ $\hat{1} = 4$ จงหาขนาดของ $\hat{2} + \hat{3}$



ผังกราฟิกตัวอย่างที่ 4

กำหนดให้

ต้องการ

การแสดงผลให้เหตุผลตัวอย่างที่ 4

เนื่องจาก (กำหนดให้)

$$\hat{2} = \hat{1} \quad (\dots\dots\dots)$$

ดังนั้น (สมบัติของการเท่ากัน)

เนื่องจาก $4 + 3 = 180^\circ$ (.....)

ดังนั้น..... (สมบัติของการเท่ากัน โดยแทน 4 ด้วย $\hat{2}$)



แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 9		
รายวิชา	คณิตศาสตร์	ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2
หน่วยการเรียนรู้	การให้เหตุผลทางเรขาคณิต	
หัวข้อเรื่อง	การให้เหตุผลเกี่ยวกับรูปสามเหลี่ยมและรูปสี่เหลี่ยม (2)	
ปีการศึกษา	2562 ภาคเรียนที่ 2	เวลา 50 นาที
ผู้สอน	นางสาวสาวิตรี อุ๋นทองศิริ	

จุดประสงค์ประจำบท

1. สร้างรูปเรขาคณิตตามที่กำหนดให้และให้เหตุผลเกี่ยวกับการสร้างได้
2. นำสมบัติหรือทฤษฎีบทเกี่ยวกับรูปสามเหลี่ยมและรูปสี่เหลี่ยมมาใช้ในการให้เหตุผลและนำไปใช้ในชีวิตจริง

1. จุดประสงค์การเรียนรู้

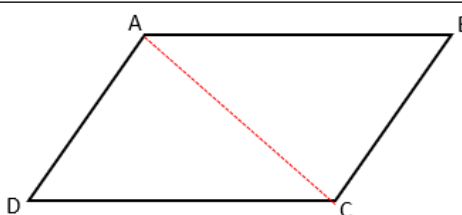
- 1.1 ด้านความรู้ทางคณิตศาสตร์ : เพื่อให้นักเรียนสามารถ
 - 1.1.1 อธิบายทฤษฎีบทเกี่ยวกับรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน
 - 1.1.2 สร้างผังกราฟิกเพื่อใช้ในการออกแบบการพิสูจน์ทฤษฎีบทเกี่ยวกับรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน
- 1.2 ด้านทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ : เพื่อให้นักเรียนสามารถ
 - 1.2.1 ให้เหตุผลในการพิสูจน์ทฤษฎีบทเกี่ยวกับรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน
- 1.3 ด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์ : เพื่อให้นักเรียน
 - 1.3.1 มีส่วนร่วมในการตอบคำถามในชั้นเรียน
 - 1.3.2 มีความรับผิดชอบในการทำงานที่มอบหมาย

2. สารการเรีเรียนรู้

นักเรียนเคยทราบมาแล้วว่า รูปสี่เหลี่ยมด้านขนานคือ รูปสี่เหลี่ยมที่มีด้านตรงข้ามขนานกันสองคู่ ต่อไปนี้เป็นการพิสูจน์สมบัติเกี่ยวกับรูปสี่เหลี่ยมด้านขนานที่นักเรียนเคยทราบมาแล้ว แต่ยังไม่ได้มีการพิสูจน์

ตัวอย่างที่ 1

ทฤษฎีบท	ด้านตรงข้ามของรูปสี่เหลี่ยมด้านขนานยาวเท่ากัน
---------	---



กำหนดให้

ต้องการพิสูจน์ว่า

พิสูจน์

$\square ABCD$ เป็นรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน ซึ่งมี $\overline{AB} // \overline{DC}$ และ $\overline{BC} // \overline{AD}$

$AB = DC$ และ $AD = BC$

ลาก \overline{AC}

พิจารณา $\triangle ABC$ และ $\triangle CDA$

เนื่องจาก $\overline{AB} // \overline{DC}$ (กำหนดให้)

จะได้ $\hat{CAB} = \hat{ACD}$ (ถ้าเส้นตรงสองเส้นขนานกันและมีเส้นตัด แล้วมุมแย้งมีขนาดเท่ากัน)

เนื่องจาก $\overline{BC} // \overline{AD}$ (กำหนดให้)

จะได้ $\hat{ACB} = \hat{CAD}$ (ถ้าเส้นตรงสองเส้นขนานกันและมีเส้นตัดแล้วมุมแย้งมีขนาดเท่ากัน)

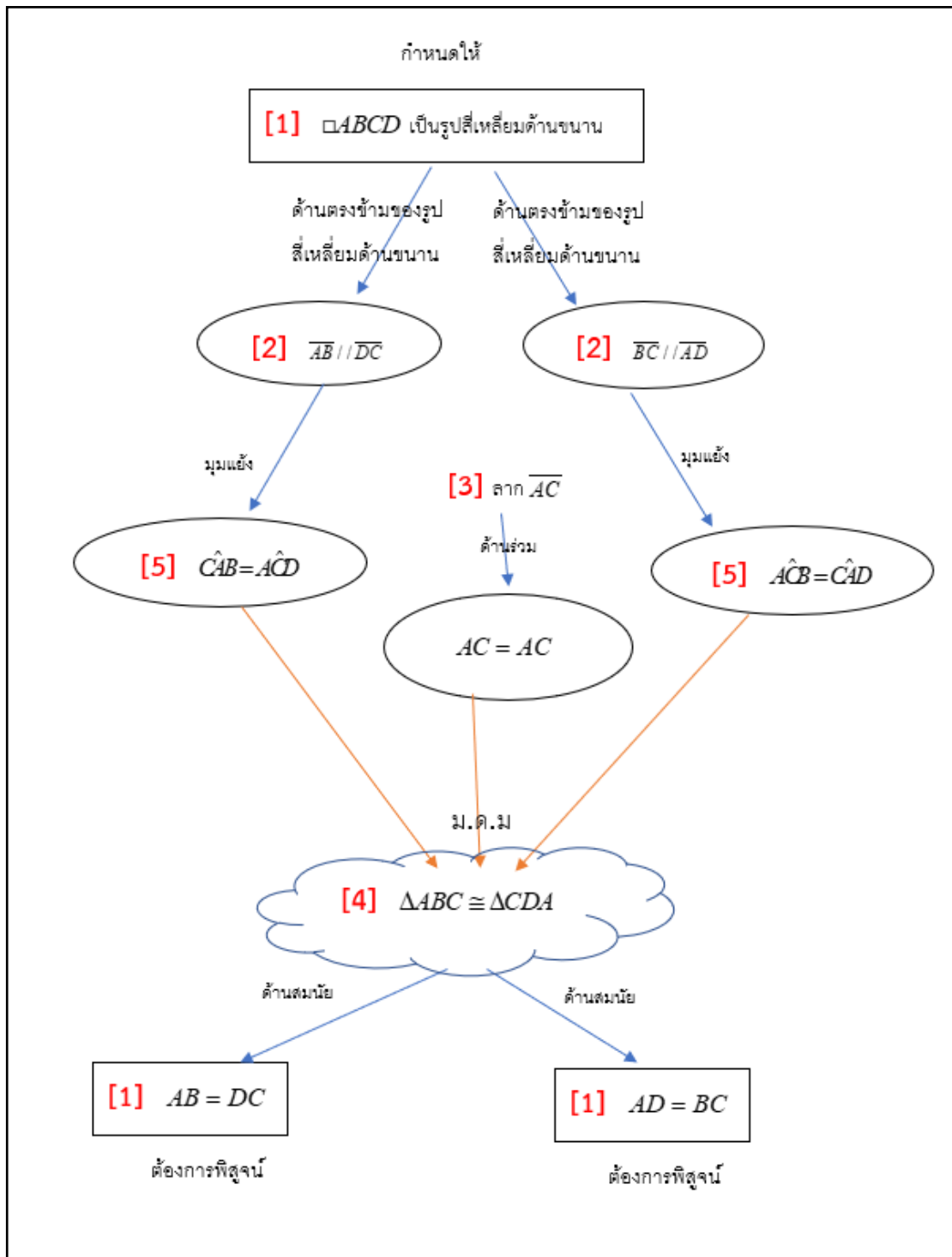
$AC = CA$ (\overline{AC} เป็นด้านร่วม)

ดังนั้น $\triangle ABC \cong \triangle CDA$ (ม.ด.ม.)

จะได้ $AB = CD$ และ $BC = DA$ (ด้านคู่ที่สมนัยกันของรูปสามเหลี่ยมที่เท่ากันทุกประการจะยาวเท่ากัน)

นั่นคือ $AB = DC$ และ $AD = BC$

ผังกราฟิกตัวอย่างที่ 1



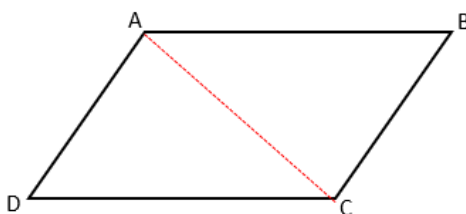
บทกลับของทฤษฎีบทข้างต้น คือ ทฤษฎีบทต่อไปนี้ ซึ่งนักเรียนสามารถพิสูจน์ได้ในทำนองเดียวกัน

ทฤษฎีบท	ถ้ารูปสี่เหลี่ยมรูปหนึ่งมีด้านตรงข้ามยาวเท่ากันสองคู่ แล้วรูปสี่เหลี่ยมรูปนั้นเป็นรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน
----------------	---

จากทฤษฎีบททั้งสองที่กล่าวมาข้างต้น สามารถเขียนเป็นทฤษฎีบทเดียวกันโดยใช้คำว่า “ก๊ต่อเมื่อ” ได้ดังนี้ รูปสี่เหลี่ยมรูปหนึ่งเป็นรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน ก็ต่อเมื่อ ด้านตรงข้ามของรูปสี่เหลี่ยมรูปนั้นยาวเท่ากันสองคู่

ตัวอย่างที่ 2

ทฤษฎีบท	มุมตรงข้ามของรูปสี่เหลี่ยมด้านขนานมีขนาดเท่ากัน
----------------	---



กำหนดให้ $\square ABCD$ เป็นรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน ซึ่งมี $\overline{AB} // \overline{DC}$ และ $\overline{AD} // \overline{BC}$

ต้องการพิสูจน์ว่า $\hat{A} = \hat{C}$ และ $\hat{B} = \hat{D}$

พิสูจน์ ลาก \overline{AC}

พิจารณา $\triangle ABC$ และ $\triangle CDA$

เนื่องจาก $\overline{AB} // \overline{DC}$ และ $\overline{AD} // \overline{BC}$ (กำหนดให้)

จะได้ $\hat{B} = \hat{D}$ และ $\hat{A} = \hat{C}$ (ถ้าเส้นตรงสองเส้นขนานกัน และมีเส้นตัด แล้วมุมแย้งมีขนาดเท่ากัน)

$AC = CA$ (\overline{AC} เป็นด้านร่วม)

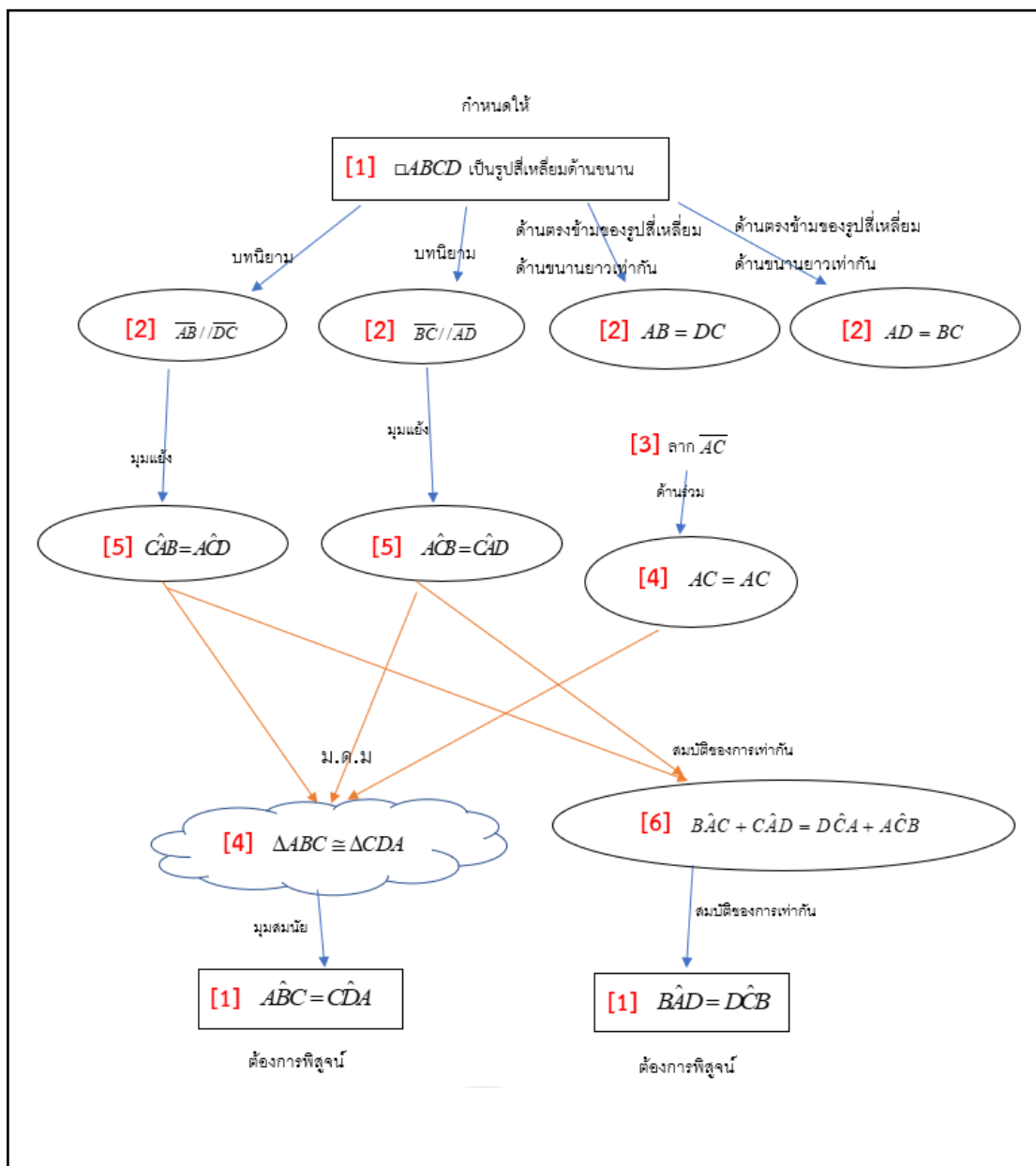
ดังนั้น $\triangle ABC \cong \triangle CDA$ (ม.ด.ม.)

จะได้ $\hat{A} = \hat{C}$ (มุมคู่ที่สมนัยกันของรูปสามเหลี่ยมที่เท่ากันทุกประการ จะมีขนาดเท่ากัน)

$\hat{B} + \hat{C} = \hat{D} + \hat{A}$ (สมบัติของการเท่ากัน)

ดังนั้น $\hat{B} = \hat{D}$ (สมบัติของการเท่ากัน)

ผังกราฟิกตัวอย่างที่ 2



3. สื่อการเรียนรู้ / แหล่งการเรียนรู้

3.1 เอกสารแนวทางการเรื่อง ทฤษฎีบทรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน 1

4. กิจกรรมการเรียนรู้

4.1 ขั้นนำ

ขั้นนี้ใช้เวลาประมาณ 5 นาที ซึ่งมีรายละเอียด ดังนี้

4.1.1 ครูนำเข้าสู่บทเรียน เรื่อง ทฤษฎีบทรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน โดยการตั้งคำถาม เพื่อทบทวนความรู้เดิมเกี่ยวกับลักษณะของรูปสี่เหลี่ยมด้านขนานและบทนิยามว่าเป็นอย่างไร (คำตอบที่คาดหวัง คือ รูปสี่เหลี่ยมที่มีด้านตรงข้ามขนานกันสองคู่) พร้อมยกตัวอย่างรูปสี่เหลี่ยมด้านขนานหลาย ๆ ชนิด อาทิ รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า รูปสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูน และให้นักเรียนพิจารณาว่ารูปสี่เหลี่ยมดังกล่าวเป็นรูปสี่เหลี่ยมด้านขนานหรือไม่ (คำตอบที่คาดหวัง คือเป็นรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน)

4.1.2 ครูอธิบายจุดประสงค์ของเนื้อหาในคาบเรียนนี้ คือการเรียนรู้และพิสูจน์สมบัติ และทฤษฎีบทอื่น ๆ เกี่ยวกับรูปสี่เหลี่ยมด้านขนานที่นักเรียนอาจจะเคยทราบมาก่อนแต่ยังไม่เคยได้พิสูจน์ ซึ่งการพิสูจน์ต่อไปนี้อาจต้องอาศัยแนวคิดจากความรู้ทางเรขาคณิตอื่นเพิ่มเติม นอกเหนือจากข้อมูลที่โจทย์กำหนดให้ จึงจะสามารถสรุปไปยังสิ่งที่ต้องการพิสูจน์ได้

4.2 ชั้นสอน

ชั้นนี้ใช้เวลาประมาณ 40 นาที ซึ่งมีรายละเอียด ดังนี้

4.2.1 ครูให้นักเรียนแบ่งกลุ่ม และแจกเอกสารแนะนำแนวทางเรื่อง ทฤษฎีบทรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน 1 พร้อมอธิบายรายละเอียดข้อความในทฤษฎีบทในตัวอย่าง 1 และทำการพิสูจน์ร่วมกันกับนักเรียนตามกระบวนการสืบสอบ ดังนี้

ขั้นระบุปัญหา

1) ครูสร้างรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน $ABCD$ และตั้งคำถามกับนักเรียนว่าจากข้อความข้างต้นอะไรคือสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ และอะไรคือสิ่งที่ต้องพิสูจน์

- สิ่งที่โจทย์กำหนดให้ คือ สี่เหลี่ยม $ABCD$ เป็นสี่เหลี่ยมด้านขนาน
- สิ่งที่ต้องพิสูจน์ คือ ด้านตรงข้ามของรูปสี่เหลี่ยมด้านขนานยาวเท่ากัน

2) ครูตั้งคำถามเพิ่มเติมเพื่อให้ปัญหาชัดเจน ว่าจากรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน $ABCD$ หากต้องการแสดงว่าด้านตรงข้ามของรูปสี่เหลี่ยมด้านขนานยาวเท่ากันจะต้องแสดงสิ่งใด (คำตอบที่คาดหวัง คือ $AB = DC$ และ $AD = BC$)

3) ครูและนักเรียนร่วมกันลงข้อมูลที่ได้ดังกล่าว ลงบนผังกราฟิก (ตามตำแหน่ง [1] ในผังกราฟิก)

ขั้นตั้งสมมติฐาน

1) ครูตั้งคำถาม โดยให้นักเรียนร่วมกันพิจารณาว่าข้อมูลที่มีอยู่คือ $\square ABCD$ เป็นรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน เพียงพอที่จะสรุปว่าข้อความในทฤษฎีบทนั้นเป็นจริงหรือไม่ (แนวคำตอบคือ ข้อมูลที่มีอยู่ยังไม่เพียงพอ)

2) ให้นักเรียนร่วมกันระดมความคิดเพื่อหาข้อมูลเพิ่มเติมจากข้อมูลที่โจทย์กำหนดให้ โดยอาศัยความรู้ทางเรขาคณิตเดิม และให้นักเรียนระบุข้อมูลทั้งหมดลงในผังกราฟิก พร้อมเขียนลูกศรเชื่อมโยงและเขียนความสัมพันธ์กำกับไว้ที่ลูกศร ระหว่างข้อมูลเก่าและข้อมูลใหม่ (ข้อมูลเพิ่มเติมที่ได้คือ ด้านตรงข้ามขนานกันสองคู่ นั่นคือ $\overline{AB} // \overline{DC}$ และ $\overline{BC} // \overline{AD}$ จากบทนิยามของรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน ตามตำแหน่ง [2] ในผังกราฟิก)

3) ครูให้นักเรียนร่วมกันพิจารณาข้อมูลที่ได้ทั้งหมดในผังกราฟิกอีกครั้งว่าเพียงพอที่จะสรุปหรือเชื่อมโยงไปยังสิ่งที่ต้องการพิสูจน์หรือไม่

4) จากการพิจารณาข้อมูลดังกล่าว ครูชี้ให้เห็นว่าสำหรับการพิสูจน์ในครั้งนี้ อาศัยเพียงข้อมูลที่ได้จากโจทย์ยังไม่เพียงพอที่จะสรุปว่าข้อความที่ต้องการพิสูจน์เป็นจริงหรือไม่ อาจต้องอาศัยแนวคิดอื่นเพิ่มเติม

5) ครูแจกกระดาษรูปสี่เหลี่ยมด้านขนานหลากหลายแบบและขนาดให้แต่ละกลุ่ม ให้นักเรียนร่วมกันพิจารณารูปสี่เหลี่ยมด้านขนานต่าง ๆ ที่ให้ ว่ามีด้านตรงข้ามยาวเท่ากันจริงหรือไม่ (แนวคิดในการพิจารณา คือ ตัดแบ่งรูปสี่เหลี่ยมด้านขนานตามแนวเส้นทแยงมุม ออกเป็นรูปสามเหลี่ยมสองรูป แล้วนำด้านตรงข้ามของรูปสี่เหลี่ยมมาทาบกัน ซึ่งจะได้เป็นรูปสามเหลี่ยมที่เท่ากันทุกประการสองรูปที่ทาบกันสนิทพอดี)

6) ครูตั้งคำถามจากการพิจารณารูปสี่เหลี่ยมด้านขนานดังกล่าว ว่านักเรียนมีความเห็นว่าข้อความที่เราต้องการพิสูจน์เป็นจริงหรือเท็จ (คำตอบที่คาดหวัง: จริง)

7) ครูตั้งคำถาม จากการพิจารณาความยาวด้านตรงข้ามทั้งสองคู่ของรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน รูปที่เกิดจากการแบ่งรูปสี่เหลี่ยมด้านขนานหลากหลายแบบและขนาดทั้งสองรูป มีลักษณะและสัมพันธ์กันอย่างไร (แนวคำตอบคือ เป็นรูปสามเหลี่ยมสองรูปที่เท่ากันทุกประการ และด้านตรงข้ามกันของรูปสี่เหลี่ยมด้านขนานจะเป็นด้านที่สมนัยกันของรูปสามเหลี่ยมที่เท่ากันทุกประการ)

8) ครูใช้คำถามชี้แนะเพิ่มเติม เพื่อให้นักเรียนเห็นว่าเราจะนำแนวคิดของการแบ่งรูปสี่เหลี่ยมด้านขนานออกเป็นสามเหลี่ยมที่เท่ากันทุกประการสองรูปไปใช้ในการพิสูจน์ และให้นักเรียนแบ่งรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน $ABCD$ ตามแนวคิดดังกล่าว (ลาก \overline{AC})

9) ครูตั้งคำถามจากการแบ่งรูปสี่เหลี่ยมด้านขนานออกเป็นรูปสามเหลี่ยมสองรูปด้วยการลาก \overline{AC} ต้องใช้ข้อมูลใดต่อไปที่จะสามารถไปยังข้อสรุป $AB = DC$ และ $AD = BC$ (คำตอบที่คาดหวัง: $\triangle ABC \cong \triangle CDA$)

10) ให้นักเรียนเพิ่มการลาก \overline{AC} และ $\triangle ABC \cong \triangle CDA$ เป็นข้อมูลในผังกรรภาพิก โดยเชื่อมโยงข้อมูล $\triangle ABC \cong \triangle CDA$ กับข้อมูลที่ต้องการพิสูจน์ คือ $AB = DC$ และ $AD = BC$ (ตามตำแหน่ง [3] และ [4] ในผังกรรภาพิก)

ขั้นรวบรวมข้อมูล

1) ครูตั้งคำถาม ถึงข้อมูลเพิ่มเติมที่นักเรียนจะสามารถสรุปได้ ทั้งจากข้อมูลที่โจทย์กำหนด หรือจากแนวคิดและรูปที่นักเรียนสร้างเพิ่มเติม โดยอาศัยความรู้เรขาคณิตเดิม และบันทึกลงผังกรรภาพิก (ข้อมูลที่ได้เพิ่มเติม คือ $\angle CAB = \angle ACD$ และ $\angle ACB = \angle CAD$ จากทฤษฎีบทมุมแย้งของเส้นขนาน ตามตำแหน่ง [5] ในผังกรรภาพิก)

ขั้นวิเคราะห์

1) ครูให้นักเรียนวิเคราะห์ข้อมูลที่รวบรวมได้ในผังกรรภาพิก ว่ามีข้อมูลใดบ้างที่เกี่ยวข้องกับปัญหาและสามารถเชื่อมโยงไปสู่ $\triangle ABC \cong \triangle CDA$ โดยใช้ลูกศรแสดงการเชื่อมโยงของข้อมูลต่าง ๆ และเขียนความสัมพันธ์กับไว้ที่ลูกศร (ลูกศรสีแดงในกรรภาพิก)

ขั้นลงข้อสรุป

1) ครูให้นักเรียนร่วมกันสรุปว่าข้อมูลที่มีสามารถเชื่อมโยงไปสู่สิ่งที่ต้องการพิสูจน์ได้หรือไม่ ถ้าได้ ให้ทำการลำดับขั้นตอนในการให้เหตุผล โดยการกำกับหมายเลขลำดับในผังกรรภาพิก

2) ครูให้นักเรียนร่วมกันเปลี่ยนข้อมูลในผังกรรภาพิกให้เป็นการเขียนแสดงพิสูจน์แบบสองคอลัมน์ โดยลำดับการให้เหตุผล ตามที่พิจารณาในผังกรรภาพิก

4.2.2 ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปทฤษฎีบทที่ได้จากการพิสูจน์ นั่นคือด้านตรงข้ามของรูปสี่เหลี่ยมด้านขนานยาวเท่ากัน

4.2.3 ครูตั้งคำถาม ให้นักเรียนพิจารณาบทกลับของทฤษฎีบทดังกล่าวว่าเป็นอย่างไร (แนวคำตอบคือ ถ้ารูปสี่เหลี่ยมรูปหนึ่งมีด้านตรงข้ามยาวเท่ากันสองคู่ แล้วรูปสี่เหลี่ยมรูปนั้นเป็นรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน) โดยครูอธิบายเพิ่มเติม ว่านักเรียนสามารถพิสูจน์บทกลับดังกล่าว โดยใช้รูปสามเหลี่ยมที่เท่ากันทุกประการเช่นเดียวกับในตัวอย่างที 1 ซึ่งเราจะสามารถสรุปได้เป็นอีกหนึ่งทฤษฎีบท

4.2.4 ครูให้นักเรียนใช้ความรู้เดิมจากคาบที่ผ่านมา รวมทฤษฎีบททั้งสองข้างต้น ให้เป็นทฤษฎีบทเดียวกัน (ใช้ “ก็ต่อเมื่อ”) ซึ่งจะได้เป็น รูปสี่เหลี่ยมรูปหนึ่งเป็นรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน ก็ต่อเมื่อ ด้านตรงข้ามของรูปสี่เหลี่ยมรูปนั้นยาวเท่ากันสองคู่

4.2.5 ครูอธิบายรายละเอียดข้อความในทฤษฎีบทที่ 2 นั่นคือ มุมตรงข้ามของรูปสี่เหลี่ยมด้านขนานมีขนาดเท่ากัน

4.2.6 ครูให้นักเรียนพิจารณากระดาษรูปสี่เหลี่ยมด้านขนานต่าง ๆ ที่ถูกแบ่งออกเป็นรูปสามเหลี่ยมที่เท่ากันทุกประการสองรูปจากในตัวอย่างที่ 1 โดยให้นักเรียนแต่ละกลุ่มทำสัญลักษณ์ของมุมที่เท่ากันไว้ที่มุมสมนัยแต่ละคู่ และให้ประกอบเป็นรูปสี่เหลี่ยมด้านขนานดั้งเดิม และให้นักเรียนร่วมกันสังเกตมุมตรงข้ามของรูปสี่เหลี่ยมด้านขนานแต่ละคู่ว่าเป็นอย่างไร (สิ่งที่สังเกตได้: มุมตรงข้ามของรูปสี่เหลี่ยมด้านขนานมีสัญลักษณ์ของมุมที่เหมือนกัน โดยมุมคู่หนึ่งเป็นมุมคู่ที่สมนัยกันของรูปสามเหลี่ยมที่เท่ากันทุกประการ ส่วนมุมตรงข้ามอีกคู่หนึ่งเป็นมุมที่เกิดจากผลรวมของมุมคู่ที่สมนัยกันสองมุมของรูปสามเหลี่ยมที่เท่ากันทุกประการ)

4.2.7 ครูตั้งคำถามจากการพิจารณารูปสี่เหลี่ยมด้านขนานดังกล่าว ว่านักเรียนมีความเห็นว่าข้อความที่เราต้องการพิสูจน์เป็นจริงหรือเท็จ (คำตอบที่คาดหวัง: จริง) และตั้งคำถามเพื่อให้นักเรียนพิจารณาว่าจะนำสิ่งที่ได้จากการสังเกตมาเป็นแนวทางในการพิสูจน์อย่างไร (แนวคำตอบคือ คือสร้าง รูปสามเหลี่ยมที่เท่ากันทุกประการสองรูป โดยลาก \overline{AC} และใช้มุมที่สมนัยกันจาก $\triangle ABC \cong \triangle CDA$ เพื่อโยงไปยังข้อสรุป)

4.2.8 ครูให้นักเรียนแต่ละกลุ่มร่วมกันออกแบบการพิสูจน์โดยใช้แนวคิดในการสร้างรูปสามเหลี่ยมที่เท่ากันทุกประการดังกล่าว ในระหว่างนี้ครูจะคอยตรวจสอบหรือใช้คำถามเพื่อชี้แนะขั้นตอนของการสร้างผังกราฟิกตามขั้นตอนของการสืบสอบ ในกรณีที่นักเรียนที่นักเรียนต้องการความช่วยเหลือ

4.2.9 นักเรียนแต่ละกลุ่มนำเสนอผังกราฟิกของตนเอง จากนั้นร่วมกันอภิปรายและแลกเปลี่ยนว่าผังกราฟิกที่ได้ในแต่ละกลุ่มนั้นมีความเหมือนและแตกต่างกันอย่างไร และเมื่อนำมาเขียนเป็นการพิสูจน์แบบสองคอลัมน์แล้วสามารถแสดงหรืออ้างอิงเหตุผลได้อย่างสมเหตุสมผลหรือเข้าใจได้หรือไม่

4.2.10 ครูอธิบายว่าการเขียนแสดงการพิสูจน์ของแต่ละคนอาจมีการเขียนที่แตกต่างกันไป แต่หากมีการลำดับข้อมูล เหตุผลหรือใช้ข้อมูลมาอ้างอิงเพื่อการสรุปข้อมูลได้ถูกต้องและครบถ้วน ก็ถือว่าการพิสูจน์นั้นมีความถูกต้องเช่นกัน

4.2.11 ครูมอบหมายการเขียนแสดงพิสูจน์แบบสองคอลัมน์จากผังกราฟิกที่สร้างดังกล่าวให้เป็นการบ้านเพื่อมาส่งในคาบถัดไป

4.3 ชั้นสรุป

ใช้เวลาประมาณ 5 นาที ซึ่งมีรายละเอียดดังนี้

4.3.1 ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปทฤษฎีบทของรูปสี่เหลี่ยมด้านขนานทั้งหมดที่ได้เรียนในคาบนี้ พร้อมอธิบายว่า นักเรียนสามารถนำทฤษฎีบทดังกล่าวที่ได้รับการพิสูจน์แล้วไปใช้อ้างอิงในการพิสูจน์อื่น ๆ ต่อไปได้

5. การวัดผลและประเมินผลการเรียนรู้

เพื่อให้สอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้ การวัดและประเมินผลการเรียนรู้ในคาบนี้ มีดังนี้

จุดประสงค์การเรียนรู้ที่ต้องการวัดและประเมินผล	การวัดผล	การประเมินผล
<p>ด้านความรู้ทางคณิตศาสตร์ :</p> <p>1. อธิบายและพิสูจน์ทฤษฎีบทเกี่ยวกับรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน</p> <p>2. สร้างผังกราฟิกเพื่อใช้ในการออกแบบการพิสูจน์ทฤษฎีบทเกี่ยวกับรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน</p>	<p>วิธีวัดผล :</p> <p>พิจารณาความถูกต้องของคำตอบของนักเรียนในเอกสารแนวทางการและจากการตอบคำถามในกิจกรรม</p> <p>เครื่องมือวัดผล :</p> <p>การสร้างผังและเขียนพิสูจน์ในตัวอย่างที่ 1 และ 2 ในเอกสารแนวทางการ เรื่อง ทฤษฎีบทรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน 1 และคำถามในกิจกรรม</p>	<p>เกณฑ์การให้คะแนน :</p> <p>1. ในแต่ละคำถาม ถ้า นักเรียน อธิบายและพิสูจน์ทฤษฎีบทเกี่ยวกับรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน ถูกต้องตามขั้นตอน จะได้ คะแนน 1 คะแนน ถ้า ไม่ถูกต้อง จะได้ คะแนน 0 คะแนน</p> <p>2. ในแต่ละคำถาม ถ้า นักเรียน สามารถสร้างและเชื่อมโยงข้อมูลในผังกราฟิกได้ถูกต้อง จะได้ คะแนน 1 คะแนน ถ้า ไม่ถูกต้อง จะได้ คะแนน 0 คะแนน</p> <p>เกณฑ์การประเมินผล :</p> <p>ถ้า นักเรียน ได้คะแนนมากกว่า 8 คะแนนถือว่าผ่าน</p>

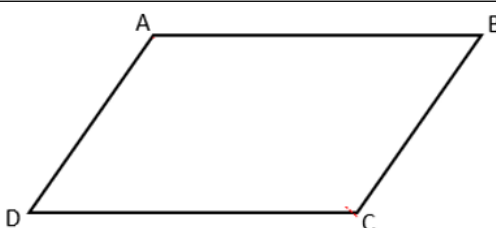
จุดประสงค์การเรียนรู้ ที่ต้องการวัดและ ประเมินผล	การวัดผล	การประเมินผล
<p>ด้านทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ :</p> <p>1. ให้เหตุผลในการพิสูจน์ทฤษฎีบทเกี่ยวกับรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน</p>	<p>วิธีวัดผล :</p> <p>พิจารณาความถูกต้องของคำตอบของนักเรียนในเอกสารแนะแนวทาง</p> <p>เครื่องมือวัดผล :</p> <p>การเขียนพิสูจน์ในตัวอย่าง 1 และ 2 ในเอกสารแนะแนวทางเรื่อง ทฤษฎีบทรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน 1 และคำถามในกิจกรรม</p>	<p>เกณฑ์การให้คะแนน :</p> <p>ในแต่ละคำถาม ถ้า นักเรียน ให้เหตุผลในการพิสูจน์ทฤษฎีบทรูปสี่เหลี่ยมด้านขนานถูกต้อง จะได้ คะแนน 1 คะแนน ถ้า <u>ไม่ถูกต้อง</u> จะได้ คะแนน 0 คะแนน</p> <p>เกณฑ์การประเมินผล :</p> <p>ถ้า นักเรียน ได้คะแนนมากกว่า 8 คะแนนถือว่าผ่าน</p>
<p>ด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์ :</p> <p>1. มีส่วนร่วมในการตอบคำถามในชั้นเรียน</p> <p>2. มีความรับผิดชอบในการทำงานที่มอบหมาย</p>	<p>วิธีวัดผล :</p> <p>พิจารณาพฤติกรรมหรือการแสดงออกของนักเรียนขณะตอบคำถามหรือทำงานที่มอบหมาย โดยมีครูเป็นผู้สังเกตแล้วบันทึกในแบบสังเกตพฤติกรรมการทำงาน of นักเรียน</p> <p>เครื่องมือวัดผล :</p> <p>แบบสังเกตพฤติกรรมการทำงาน of นักเรียน</p>	<p>เกณฑ์การให้คะแนน :</p> <p>ในแต่ละข้อของแบบสังเกตพฤติกรรม ถ้า นักเรียน แสดงออกให้เห็นอย่างเด่นชัด จะได้ คะแนน 2 คะแนน ถ้า นักเรียน แสดงออกให้เห็นเพียงเล็กน้อย จะได้ คะแนน 1 คะแนน ถ้า <u>ไม่แสดงออกเลย</u> จะได้ คะแนน 0 คะแนน</p> <p>เกณฑ์การประเมินผล :</p> <p>ได้มากกว่า 2 คะแนนถือว่าผ่าน</p>

เอกสารแนะแนวทางเรื่อง ทฤษฎีบทรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน 1

นักเรียนเคยทราบมาแล้วว่า รูปสี่เหลี่ยมด้านขนานคือ รูปสี่เหลี่ยมที่มีด้านตรงข้ามขนานกันสองคู่ ต่อไปนี้เป็นการพิสูจน์สมบัติเกี่ยวกับรูปสี่เหลี่ยมด้านขนานที่นักเรียนเคยทราบมาแล้ว แต่ยังไม่ได้มีการพิสูจน์

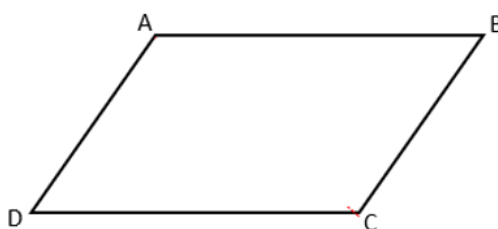
ตัวอย่างที่ 1

ทฤษฎีบท ด้านตรงข้ามของรูปสี่เหลี่ยมด้านขนานยาวเท่ากัน



ผังกราฟิกออกแบบการพิสูจน์ตัวอย่างที่ 1

การพิสูจน์ทฤษฎีบทในตัวอย่างที่ 1



กำหนดให้.....

ต้องการพิสูจน์ว่า.....

พิสูจน์

ลาก \overline{AC}

พิจารณา $\triangle ABC$ และ $\triangle CDA$

เนื่องจาก $\overline{AB} \parallel \overline{DC}$ (กำหนดให้)

จะได้ (ถ้าเส้นตรงสองเส้นขนานกันและมีเส้นตัด แล้วมุมแย้งมีขนาดเท่ากัน)

เนื่องจาก $\overline{BC} \parallel \overline{AD}$ (กำหนดให้)

จะได้ $\hat{ACB} = \hat{CAD}$ (.....)

$AC = CA$ (\overline{AC} เป็นด้านร่วม)

ดังนั้น (ม.ด.ม.)

จะได้ $AB = CD$ และ $BC = DA$ (.....)

นั่นคือ $AB = DC$ และ $AD = BC$

บทกลับของทฤษฎีบทข้างต้น คือ ทฤษฎีบทต่อไปนี้ ซึ่งนักเรียนสามารถพิสูจน์ได้ในทำนองเดียวกัน

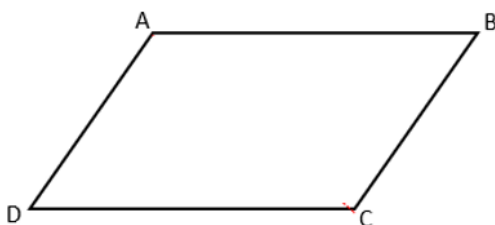
ทฤษฎีบท ถ้ารูปสี่เหลี่ยมรูปหนึ่งมีด้านตรงข้ามยาวเท่ากันสองคู่ แล้วรูปสี่เหลี่ยมรูปนั้นเป็นรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน

จากทฤษฎีบททั้งสองที่กล่าวมาข้างต้น สามารถเขียนเป็นทฤษฎีบทเดียวกันโดยใช้คำว่า "ก็ต่อเมื่อ" ได้ดังนี้ รูปสี่เหลี่ยมรูปหนึ่งเป็นรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน ก็ต่อเมื่อ ด้านตรงข้ามของรูปสี่เหลี่ยมรูปนั้นยาวเท่ากันสองคู่

ตัวอย่างที่ 2

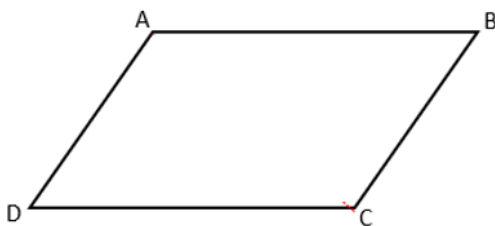
ทฤษฎีบท

มุมตรงข้ามของรูปสี่เหลี่ยมด้านขนานมีขนาดเท่ากัน



ผังกราฟิกออกแบบการพิสูจน์ตัวอย่างที่ 2

การพิสูจน์ทฤษฎีบทในตัวอย่างที่ 2



กำหนดให้

ต้องการพิสูจน์ว่า.....

พิสูจน์ ลาก \overline{AC}

พิจารณา $\triangle ABC$ และ $\triangle CDA$

เนื่องจาก $\overline{AB} // \overline{DC}$ และ $\overline{AD} // \overline{BC}$

(กำหนดให้)

จะได้ และ

(ถ้าเส้นตรงสองเส้นขนานกัน และมีเส้นตัด แล้วมุมแย้งมีขนาดเท่ากัน)

..... (.....เป็นด้านร่วม)

ดังนั้น

(.....)

จะได้

(มุมคู่ที่สมนัยกันของรูปสามเหลี่ยมที่เท่ากันทุกประการ จะมีขนาดเท่ากัน)

$$\hat{BAC} + \hat{CAD} = \hat{DCA} + \hat{ACB}$$

(สมบัติของการเท่ากัน)

ดังนั้น $\hat{BAD} = \hat{DCB}$

(สมบัติของการเท่ากัน)



ภาคผนวก จ

แบบสัมภาษณ์การนำผังกราฟิกไปใช้ในการพิสูจน์ทางเรขาคณิต

แบบสัมภาษณ์การนำผังกราฟิกไปใช้ในการพิสูจน์ทางเรขาคณิต

ชื่อ.....กลุ่ม.....

1. การนำผังกราฟิกมาใช้ในการออกแบบการพิสูจน์ทางเรขาคณิต มีส่วนช่วยในการพิสูจน์ของนักเรียนหรือไม่อย่างไร

.....

.....

.....

.....

2. การพิสูจน์ทางเรขาคณิตของนักเรียนก่อนและหลังจากการนำเทคนิคผังกราฟิกมาใช้ มีความแตกต่างหรือเปลี่ยนแปลงหรือไม่อย่างไร

.....

.....

.....

.....

3. เมื่อนักเรียนจะทำการพิสูจน์ทางเรขาคณิตครั้งต่อไป นักเรียนจะเลือกนำผังกราฟิกมาใช้ในการออกแบบการพิสูจน์หรือไม่ อย่างไร ถ้าใช้จะมีแนวทางในการใช้อย่างไร

.....

.....

.....

.....

4. การออกแบบการพิสูจน์ นอกจากการเขียนผังกราฟิกแล้ว นักเรียนมีเทคนิคหรือวิธีการอื่นในการออกแบบการพิสูจน์ทางเรขาคณิตหรือไม่ หรือมีแนวทางในการใช้ผังกราฟิกในรูปแบบหรือวิธีการที่ต่างออกไป เช่น การนึกผังกราฟิกในใจ หรือไม่ อย่างไร

.....

.....

.....

.....



ภาคผนวก จ

แบบทดสอบวัดความสามารถในการพิสูจน์ทางเรขาคณิต

เรื่อง การให้เหตุผลทางเรขาคณิต

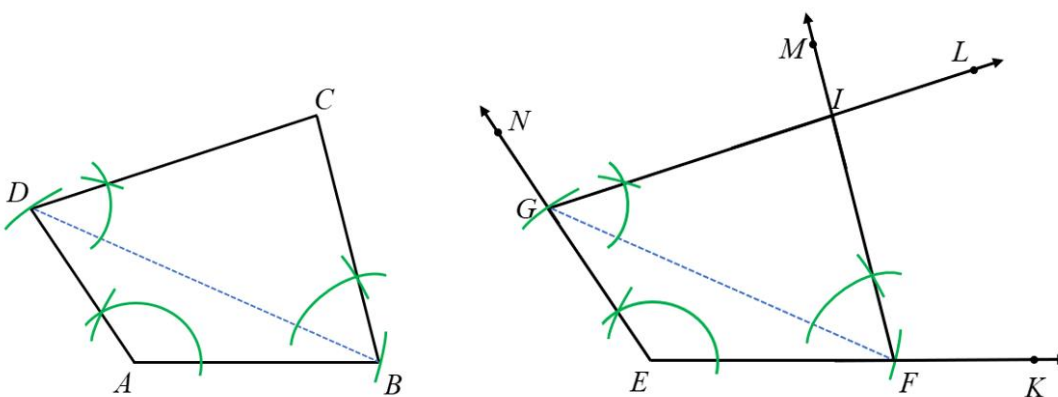
แบบทดสอบวัดความสามารถในการพิสูจน์ทางเรขาคณิต

ชื่อ.....เลขที่.....ชั้น.....

คำชี้แจง แบบทดสอบนี้มีจำนวน 4 ข้อ โดยมีเวลาในการทำ 45 นาที ให้นักเรียนแสดงการพิสูจน์ตามคำสั่งในแต่ละข้อต่อไปนี้อย่างครบถ้วน พร้อมสร้างผังกราฟิกประกอบการพิสูจน์ในข้อที่มีคำสั่งการสร้างผัง

1. ให้นักเรียนศึกษาการสร้างรูปสี่เหลี่ยม $EFIG$ ให้เท่ากันทุกประการกับรูปสี่เหลี่ยม $ABCD$ ต่อไปนี้ จากนั้นให้นักเรียนให้เหตุผลว่ารูปทั้งสองเท่ากันทุกประการเพราะเหตุใด โดยตอบคำถามตามที่กำหนดท้ายการสร้าง

วิธีการสร้าง



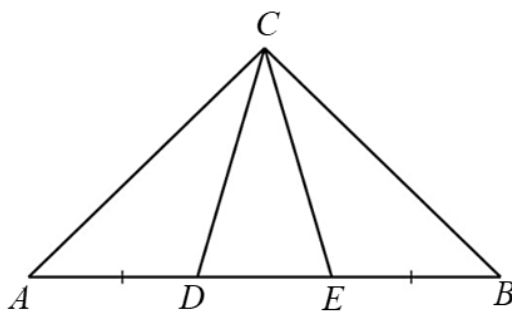
- 1) ลาก \overline{EK} และบน \overline{EK} สร้าง \overline{EF} ให้มีความยาวเท่ากับ AB
 - 2) ที่จุด E สร้าง \widehat{NEF} ให้มีขนาดเท่ากับขนาดของ \widehat{DAB}
 - 3) ที่จุด E สร้าง \overline{EG} บน \overline{EN} ให้มีความยาวเท่ากับ AD
 - 4) ลาก \overline{BD} และ \overline{FG}
 - 5) ที่จุด G สร้าง \widehat{LGF} ให้มีขนาดเท่ากับขนาดของ \widehat{CDB} และที่จุด F สร้าง \widehat{GFM} ให้มีขนาดเท่ากับขนาดของ \widehat{DBC} และให้ \overline{GL} ตัด \overline{FM} ที่จุด I
- จะได้ รูปสี่เหลี่ยม $EFIG$ เท่ากันทุกประการกับรูปสี่เหลี่ยม $ABCD$ ที่กำหนดให้

จากแนวการสร้างข้างต้น จงตอบคำถามต่อไปนี้

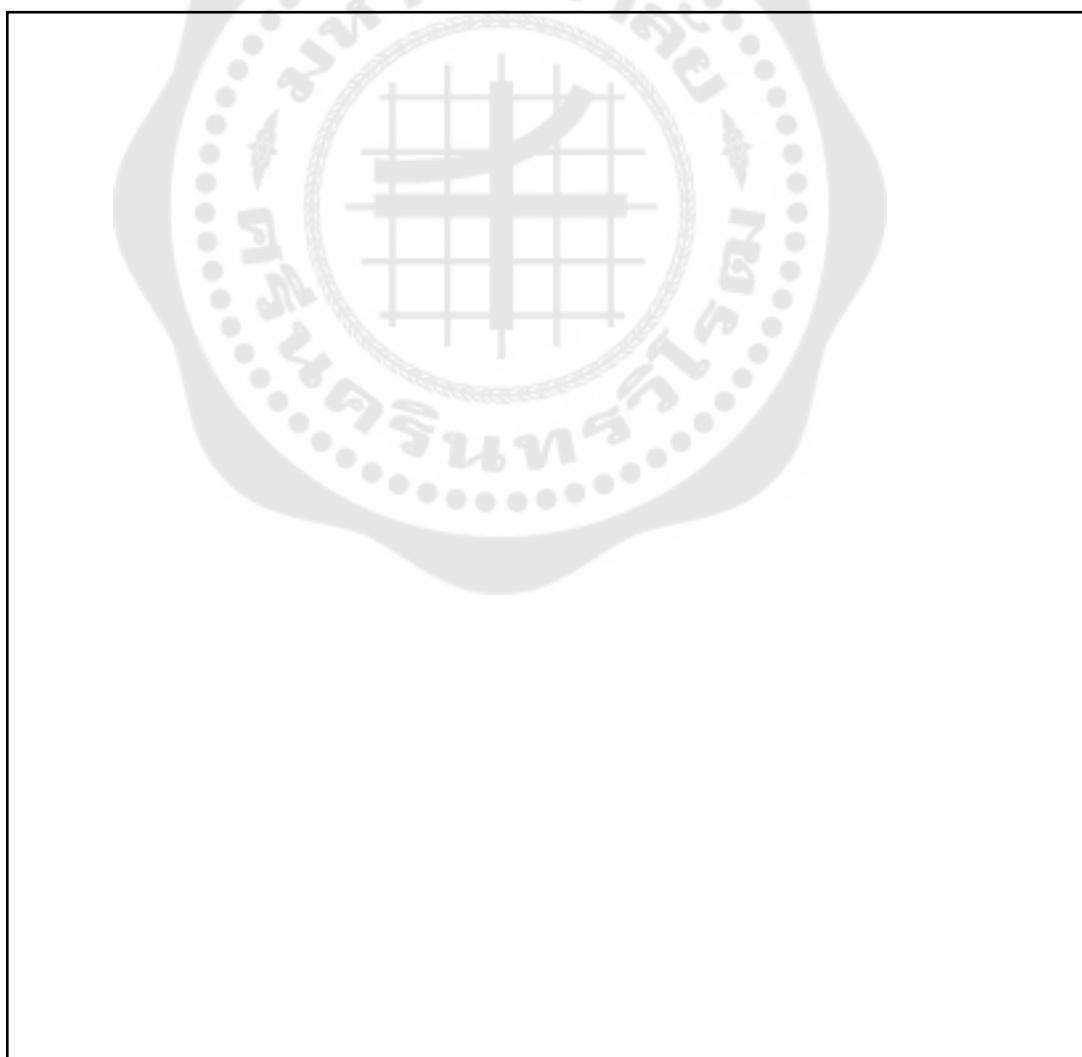
- เนื่องจาก 1) $EF = AB$ เพราะ จากการสร้าง \overline{EF} ให้มีความยาวเท่ากับ AB
- 2) $\hat{G}EF = \hat{D}AB$ เพราะ
- 3) $EG = AD$ เพราะ.....
- ดังนั้น 4) $\triangle EGF \cong \triangle ADB$ เพราะ มีความสัมพันธ์แบบ.....
- จะได้ 5) $FG = BD$ เพราะ
- 6) $\hat{I}GF = \hat{C}DB$ เพราะ จากการสร้าง LGF ให้มีขนาดเท่ากับขนาดของ CDB
- 7) $\hat{I}FG = \hat{C}BD$ เพราะ.....
- ดังนั้น 8) $\triangle FGI \cong \triangle BDC$ เพราะ มีความสัมพันธ์แบบ.....
- จึงได้ 9) $GI = DC$ เพราะ
- และ 10) $FI = BC$ เพราะ
- 11) รูปสี่เหลี่ยม $EFIG$ เท่ากันทุกประการกับรูปสี่เหลี่ยม $ABCD$ เป็นผลมาจากรูปสามเหลี่ยมที่เท่ากันทุกประการในข้อ

2. จากรูป กำหนดให้ $\triangle ABC$ เป็นรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว และมี $AD = BE$ จงพิสูจน์ว่า $\triangle CDE$ เป็นรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว โดยมีคำสั่ง ดังนี้

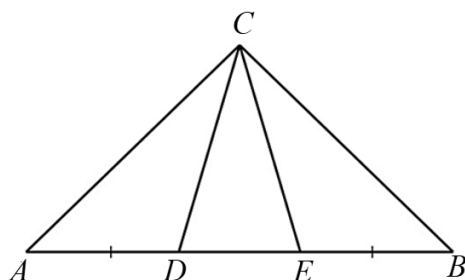
- 2.1) สร้างผังกราฟิกเพื่อออกแบบการพิสูจน์
- 2.2) เขียนแสดงการพิสูจน์จากแนวคิดที่ได้จากผัง



ผังกราฟิก



การพิสูจน์



สิ่งที่กำหนดให้.....

สิ่งที่ต้องการ

พิสูจน์.....

พิสูจน์

เนื่องจาก $\triangle ABC$ เป็นรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว (กำหนดให้)

จะได้ (.....)

และ (.....)

และจาก (.....)

ดังนั้น $\triangle ACD \cong \triangle BCE$ (.....)

จะได้ (.....)

ดังนั้น $\triangle CDE$ เป็นรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว (.....)

ประวัติผู้เขียน

ชื่อ-สกุล	นางสาวสาวิตรี อุ่นทองศิริ	
วัน เดือน ปี เกิด	26 พฤศจิกายน 2537	
สถานที่เกิด	อำเภอวังน้ำเย็น จังหวัดสระแก้ว	
วุฒิการศึกษา	พ.ศ. 2556	มัธยมศึกษาตอนปลาย โรงเรียนวังน้ำเย็นวิทยาคม
	พ.ศ. 2561	ปริญญาครุศาสตร์บัณฑิต (คศ.บ) สาขาวิชามัธยมศึกษาวิทยาศาสตร์ เอกคณิตศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
	พ.ศ. 2563	ปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต (กศ.ม) สาขาวิชาคณิตศาสตร์ เอกคณิตศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ
ที่อยู่ปัจจุบัน	124 หมู่ 16 ตำบลทุ่งมหาเจริญ อำเภอวังน้ำเย็น จังหวัดสระแก้ว 12710	