



การศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความสามารถในการพิสูจน์ เรื่อง เส้นขนาน
ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ผ่านการจัดการเรียนรู้ตามแนวคิด

The Constructivist Learning Model (CLM)

A STUDY OF LEARNING ACHIEVEMENT AND PROOF ABILITIES
IN PARALLEL LINES TOPICS OF MATHAYOMSUKSA II STUDENTS

คณะศุ่่มก่องสุ่วรวรณ

บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ

2562

การศึกษาลักษณะพฤติกรรมการเรียนและความสามารถในการพิสูจน์ เรื่อง เส้นขนาน
ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ผ่านการจัดการเรียนรู้ตามแนวคิด
The Constructivist Learning Model (CLM)



ปริญญานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตร
การศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์
คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ
ปีการศึกษา 2562
ลิขสิทธิ์ของมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ

A STUDY OF LEARNING ACHIEVEMENT AND PROOF ABILITIES
IN PARALLEL LINES TOPICS OF MATHAYOMSUKSA II STUDENTS
THROUGH THE CONSTRUCTIVIST LEARNING MODEL (CLM)



KHANET KHUMKONGSUWAN

A Thesis Submitted in Partial Fulfillment of the Requirements
for the Degree of MASTER OF EDUCATION
(Mathematics)

Faculty of Science, Srinakharinwirot University

2019

Copyright of Srinakharinwirot University

ปริญญานิพนธ์

เรื่อง

การศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความสามารถในการพิสูจน์ เรื่อง เส้นขนาน
ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ผ่านการจัดการเรียนรู้ตามแนวคิด

The Constructivist Learning Model (CLM)

ของ

คณศ คุ่มทองสุวรรณ

ได้รับอนุมัติจากบัณฑิตวิทยาลัยให้นับเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตร

ปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์

ของมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ

(รองศาสตราจารย์ นายแพทย์ฉัตรชัย เอกปัญญาสกุล)

คณบดีบัณฑิตวิทยาลัย

คณะกรรมการสอบปากเปล่าปริญญานิพนธ์

..... ที่ปรึกษาหลัก

(อาจารย์ ดร.สุกัญญา หะยีสวและ)

..... ประธาน

(รองศาสตราจารย์ ดร.พงษ์ศักดิ์ เฟื่องฟู)

..... กรรมการ

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.ณัทย ฤกษ์ฤทัยรัตน์)

ชื่อเรื่อง	การศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความสามารถในการพิสูจน์ เรื่อง เส้นขนาน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ผ่านการจัดการเรียนรู้ตามแนวคิด The Constructivist Learning Model (CLM)
ผู้วิจัย	คณิศร คุ่มก่องสุวรรณ
ปริญญา	การศึกษามหาบัณฑิต
ปีการศึกษา	2562
อาจารย์ที่ปรึกษา	อาจารย์ ดร. สุกัญญา หะยีสระและ

การวิจัยครั้งนี้มีจุดมุ่งหมายเพื่อศึกษา 1) ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน 2) ความสามารถในการพิสูจน์ และ 3) ความสัมพันธ์ระหว่างผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความสามารถในการพิสูจน์ ในเนื้อหาเรื่อง เส้นขนาน หลังจากทีนักเรียนได้รับการจัดการเรียนรู้ตามแนวคิด The Constructivist Learning Model (CLM) ตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2562 โรงเรียนศรีอยุธยาในพระอุปถัมภ์ ฯ จำนวน 40 คน ซึ่งได้มาจากการเลือกตัวอย่างแบบกลุ่ม (Cluster sampling) เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยประกอบด้วยแผนการจัดการเรียนรู้ แบบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน และแบบวัดความสามารถในการพิสูจน์ เรื่อง เส้นขนาน ใช้ระยะเวลาในการสอนและสอบรวม 12 คาบ คาบละ 50 นาที แล้วนำผลที่ได้มาวิเคราะห์ค่าสถิติพื้นฐาน และทดสอบสมมติฐานโดยใช้การทดสอบ Z (Z-test for Population Proportion) และการทดสอบสหสัมพันธ์แบบเพียร์สัน ผลการวิจัยพบว่า 1) นักเรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนผ่านเกณฑ์ตั้งแต่ร้อยละ 60 ขึ้นไปของนักเรียนทั้งหมด อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 2) นักเรียนมีความสามารถในการพิสูจน์ผ่านเกณฑ์ตั้งแต่ร้อยละ 60 ขึ้นไปของนักเรียนทั้งหมด อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และ 3) นักเรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความสามารถในการพิสูจน์สัมพันธ์กันทางบวกในระดับสูง อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

คำสำคัญ : ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน, ความสามารถในการพิสูจน์, เส้นขนาน, การจัดการเรียนรู้ตามแนวคิดคอนสตรัคติวิสต์

The purposes of this research were to study the learning achievement of the students, their proof abilities and the relationship between learning achievement and proof abilities in parallel lines topics after being taught using The Constructivist Learning Model (CLM). The target group was 40 Mathayomsuksa II students chosen by the cluster sampling technique in the second semester of the 2019 academic year at Sri Ayudhya School. The experimental instruments were lesson plans, a learning achievement test, and a test of proof abilities. The duration of the research was 12 periods, at 50 minutes each. The data obtained was analyzed using basic statistics, a Z-test for population proportion, and a Pearson correlation test. The findings of this research were as follows: (1) the learning achievement of the students who passed the criteria of 60% with a statistical significance at the level of .05; (2) the proof abilities of the students passed the criteria of 60% of all of the students with a statistical significance of .05; and (3) the learning achievement of the students and proof abilities positively related at a high level with a statistical significance at a level of .05.

Keyword : Learning achievement, Proof abilities, Parallel Lines, The Constructivist Learning Model

กิตติกรรมประกาศ

ปริญญานิพนธ์เล่มนี้สำเร็จสมบูรณ์ได้ด้วยดี เพราะผู้วิจัยได้รับความอนุเคราะห์จาก อาจารย์ ดร.สุกัญญา หะยีสถาและ ที่ปรึกษาควบคุมปริญญานิพนธ์ ที่ได้เสียสละเวลาอันมีค่าเพื่อให้ คำปรึกษา คำแนะนำ ความรู้ และแนวคิดที่เป็นประโยชน์ยิ่งต่อการวิจัย ตลอดจนแก้ไขปริญญานิพนธ์เล่มนี้อย่างละเอียดมาโดยตลอด ผู้วิจัยรู้สึกซาบซึ้งและขอกราบขอบพระคุณเป็นอย่างสูงไว้ ณ โอกาสนี้

ขอกราบขอบพระคุณรองศาสตราจารย์ ดร.พงศ์ศรี มีเฟื่องฟู ประธานกรรมการสอบปริญญานิพนธ์ และผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.ณัทธัย ฤกษ์ฤทัยรัตน์ ที่กรุณาร่วมเป็นคณะกรรมการสอบปากเปล่า และให้ความสนใจและคำแนะนำเพิ่มเติมเพื่อความสำเร็จของปริญญานิพนธ์

ขอกราบขอบพระคุณ อาจารย์ธวัชชนก เต็มเกียรติไพบุลย์ อาจารย์เอนก จันทระจัญญ และ อาจารย์ ดร.ธีรศักดิ์ ฉลาดการณ์ ที่ให้ความกรุณาเป็นผู้เชี่ยวชาญ ตรวจสอบเครื่องมือวิจัย และขอกราบขอบพระคุณอาจารย์โชคอนันต์ ศรีหะ ที่ได้ให้ความกรุณาตรวจสอบบทคัดย่อภาษาอังกฤษ

ขอกราบขอบพระคุณผู้อำนวยการและคณะครูกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ โรงเรียนศรีอยุธยา ในพระอุปถัมภ์ ฯ แขวงถนนพญาไท เขตราชเทวี กรุงเทพมหานคร ที่ให้ความช่วยเหลือและอำนวยความสะดวกในการเก็บข้อมูลวิจัยในครั้งนี้ รวมทั้งนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนศรีอยุธยาในพระอุปถัมภ์ ฯ ทุกคนที่ให้ความร่วมมือในการเก็บข้อมูลอย่างดียิ่ง จนทำให้งานวิจัยชิ้นนี้สำเร็จได้เป็นอย่างดี

สุดท้ายนี้ขอกราบขอบพระคุณพ่อ แม่ และทุกคนในครอบครัว ที่ให้ทั้งกำลังใจ ให้การสนับสนุนในการศึกษาต่อ รวมทั้งสนับสนุนในการทำปริญญานิพนธ์ฉบับนี้ในทุกด้าน และขอบคุณสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.) ที่กรุณาให้ทุนในการทำวิจัยในครั้งนี้

คุณค่าและประโยชน์ที่เกิดจากปริญญานิพนธ์ฉบับนี้ ผู้วิจัยขอมอบเป็นเครื่องบูชาพระคุณบิดา มารดา ญาติพี่น้อง และครูอาจารย์ทุกท่าน ที่ได้รับอบรมสั่งสอนประสิทธิ์ประสาทความรู้ทั้งปวงแก่ผู้วิจัย

คณะศุภมงคลสุวรรณ

สารบัญ

	หน้า
บทคัดย่อภาษาไทย	ง
บทคัดย่อภาษาอังกฤษ	จ
กิตติกรรมประกาศ.....	ฉ
สารบัญ	ช
สารบัญตาราง.....	ญ
สารบัญรูปภาพ	ฎ
บทที่ 1 บทนำ.....	1
ภูมิหลัง	1
ความมุ่งหมายของการวิจัย	5
ความสำคัญของการวิจัย	5
ขอบเขตของการวิจัย	5
ประชากรที่ใช้ในการวิจัย	5
ตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัย	5
เนื้อหาที่ใช้ในการวิจัย	6
ระยะเวลาที่ใช้ในงานวิจัย.....	6
นิยามศัพท์เฉพาะ	7
กรอบแนวคิดในการวิจัย	9
สมมติฐานการวิจัย.....	10
บทที่ 2 เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง.....	11
1. เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวกับแนวคิดคอนสตรัคติวิสต์ และแนวคิด The Constructivist Learning Model (CLM)	11

2. เอกสารที่เกี่ยวข้องกับการพิสูจน์ทางเรขาคณิต	11
3. เอกสารที่เกี่ยวข้องกับการจัดการเรียนรู้เรื่อง เส้นขนาน	11
1. เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวกับแนวคิดคอนสตรัคติวิสต์ และแนวคิด The Constructivist Learning Model (CLM).....	12
1.1 ความหมายของการจัดการเรียนรู้ตามแนวคิดคอนสตรัคติวิสต์	12
1.2 แนวคิดพื้นฐานของการจัดการเรียนรู้ตามแนวคิดคอนสตรัคติวิสต์	14
1.3 แนวทางการจัดการเรียนรู้ตามแนวคิดคอนสตรัคติวิสต์	18
1.4 แนวการวัดประเมินผลการจัดการเรียนรู้ตามแนวคิดคอนสตรัคติวิสต์	28
1.5 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการจัดการเรียนรู้ตามแนวคิดคอนสตรัคติวิสต์	29
2. เอกสารที่เกี่ยวข้องกับการพิสูจน์ทางเรขาคณิต	32
2.1 ความหมายของการพิสูจน์ทางเรขาคณิต	32
2.2 แนวการเขียนพิสูจน์ทางเรขาคณิต	34
2.3 แนวการวัดประเมินผลความสามารถในการการพิสูจน์	39
2.4 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการจัดการเรียนรู้ที่ส่งต่อความสามารถในการพิสูจน์	42
3. เอกสารที่เกี่ยวข้องกับการจัดการเรียนรู้เรื่อง เส้นขนาน	44
3.1 หลักสูตรคณิตศาสตร์ของประเทศไทยที่เกี่ยวข้องกับ เรื่อง เส้นขนาน	44
3.2 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการจัดการเรียนรู้เรื่อง เส้นขนาน	47
บทที่ 3 วิธีการดำเนินการวิจัย	49
1. การกำหนดประชากรและการเลือกตัวอย่าง	49
ประชากรที่ใช้ในการวิจัย	49
ตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัย	49
2. การสร้างเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย	50
ขั้นตอนการสร้างแผนการจัดการเรียนรู้ เรื่อง เส้นขนาน	50

ขั้นตอนการสร้างแบบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง เส้นขนาน.....	54
ขั้นตอนการสร้างแบบวัดความสามารถในการพิสูจน์ เรื่อง เส้นขนาน.....	55
3. การเก็บรวบรวมข้อมูล	56
แบบแผนการทำวิจัย	56
การดำเนินการทดลอง	57
4. การวิเคราะห์ข้อมูล.....	57
5. สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล	58
สถิติพื้นฐาน	58
สถิติที่ใช้ในการตรวจสอบคุณภาพเครื่องมือที่ใช้ในงานวิจัย	58
สถิติที่ใช้ในการทดสอบสมมติฐาน	60
บทที่ 4 ผลการวิเคราะห์ข้อมูล	61
ส่วนที่ 1 ข้อมูลพื้นฐาน	61
ส่วนที่ 2 ผลการวิเคราะห์ข้อมูลเพื่อทดสอบสมมติฐาน.....	63
บทที่ 5 สรุปผล อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ	66
ความมุ่งหมาย สมมติฐาน และวิธีดำเนินการวิจัยโดยสังเขป	66
สรุปผลการวิจัย.....	69
อภิปรายผลการวิจัย	69
ข้อเสนอแนะ	76
บรรณานุกรม	79
ภาคผนวก.....	88
ประวัติผู้เขียน.....	158

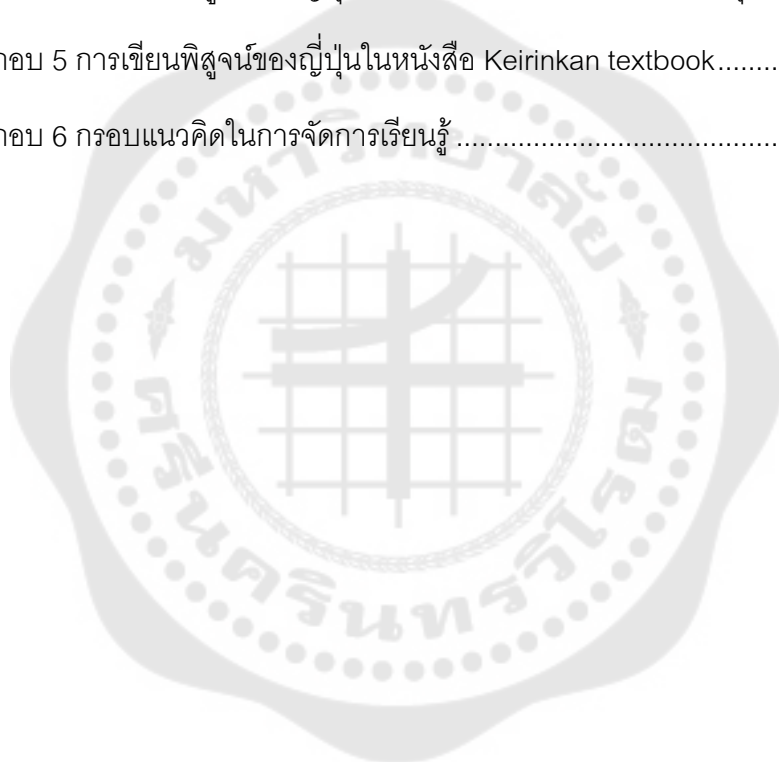
สารบัญตาราง

หน้า

ตาราง 1 การเปรียบเทียบบทบาทของครูและนักเรียนตามขั้นตอนการจัดการเรียนรู้ตามแนวคิด คอนสตรัคติวิสต์.....	27
ตาราง 2 แบบแผนการทดลอง.....	56
ตาราง 3 ค่าเฉลี่ยเลขคณิตและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง เส้นขนาน	62
ตาราง 4 ค่าเฉลี่ยเลขคณิตและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนความสามารถในการพิสูจน์ เรื่อง เส้นขนาน.....	62
ตาราง 5 การวิเคราะห์ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง เส้นขนาน กับเกณฑ์ โดยการใช้การทดสอบ Z .63	
ตาราง 6 การวิเคราะห์ความสามารถในการพิสูจน์ เรื่อง เส้นขนาน กับเกณฑ์ โดยการใช้การทดสอบ Z	64
ตาราง 7 การวิเคราะห์ความสัมพันธ์ระหว่างผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความสามารถในการ พิสูจน์ เรื่อง เส้นขนาน โดยการใช้การทดสอบสหสัมพันธ์แบบเพียร์สัน	64

สารบัญรูปภาพ

	หน้า
ภาพประกอบ 1 กรอบแนวคิดในการวิจัย	9
ภาพประกอบ 2 การเขียนพิสูจน์ตามแนวคิดของ Wentworth	34
ภาพประกอบ 3 การเขียนพิสูจน์ตามแนวคิดของ Hart and Feldman	35
ภาพประกอบ 4 การเขียนพิสูจน์ของญี่ปุ่นในหนังสือ Kikuchi's textbook (ยุคสมัยเมจิ).....	36
ภาพประกอบ 5 การเขียนพิสูจน์ของญี่ปุ่นในหนังสือ Keirinkan textbook.....	37
ภาพประกอบ 6 กรอบแนวคิดในการจัดการเรียนรู้	53



บทที่ 1

บทนำ

ภูมิหลัง

การศึกษาถือเป็นเครื่องมือสำคัญในการพัฒนาประเทศ ช่วยให้เกิดการพัฒนาทั้งบุคคล สังคม และประเทศชาติ การพัฒนาเทคโนโลยี และวิทยาการต่าง ๆ ช่วยแก้ปัญหาในสิ่งต่าง ๆ ดังพระบรมราโชวาทที่พระบาทสมเด็จพระบรมชนกาธิเบศร มหาภูมิพลอดุลยเดชมหาราช บรมนาถบพิตร ที่ทรงได้เคยพระราชทานแก่นิสิตและนักศึกษาวิทยาลัยวิชาการศึกษา ณ วิทยาลัย วิชาการศึกษามหาสารคาม เมื่อวันที่ 26 พฤศจิกายน พ.ศ. 2516 ว่า “...จุดประสงค์ของการศึกษานั้น คือการแนะนำส่งเสริมให้บุคคลมีความเจริญงอกงามในการเรียนรู้ การคิดอ่าน การกระทำ และให้สามารถนำเอาคุณสมบัติทั้งปวงที่มีอยู่ในตัวออกมาใช้ประโยชน์ แก่บุคคลอื่น แก่ผู้อื่น เพื่อให้อยู่ร่วมกันเป็นสังคมเป็นประเทศได้...” (กระทรวงศึกษาธิการ, 2552, บทนำ) สอดคล้องกับพระราชบัญญัติการศึกษาแห่งชาติ พ.ศ. 2542 แก้ไขเพิ่มเติมฉบับที่ 3 พ.ศ. 2553 (ฝ่ายวิชาการ สำนักพิมพ์เดอะบุคส์, 2556, น. 3) ได้ระบุไว้ว่า การศึกษาเป็นกระบวนการเรียนรู้ เพื่อทำให้เกิดความเจริญงอกงามของบุคคลและสังคม การจัดการศึกษาต้องเป็นไปเพื่อพัฒนาคนไทยให้เป็นมนุษย์ที่สมบูรณ์ทั้งร่างกาย จิตใจ สติปัญญา ความรู้ และคุณธรรม มีจริยธรรมและวัฒนธรรมในการดำรงชีวิต สามารถอยู่ร่วมกับผู้อื่นได้อย่างมีความสุข นอกจากนี้ Ken (2009, P. 41) กล่าวว่า “การศึกษาจะช่วยพัฒนาเยาวชนของชาติให้เข้าสู่โลกยุคศตวรรษที่ 21 และเป็นการเตรียมความพร้อมให้นักเรียนรู้จักคิด เรียนรู้ ทำงาน แก้ปัญหา สื่อสาร และร่วมมือทำงานได้อย่างมีประสิทธิภาพไปตลอดชีวิต”

หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 ได้กำหนดให้คณิตศาสตร์เป็นกลุ่มสาระการเรียนรู้หนึ่งที่มีบทบาทสำคัญต่อความสำเร็จในการเรียนรู้ในศตวรรษที่ 21 ทำให้มนุษย์มีความคิดสร้างสรรค์ คิดอย่างมีเหตุผลเป็นระบบ มีแบบแผน สามารถวิเคราะห์ปัญหา หรือสถานการณ์ได้อย่างถี่ถ้วนรอบคอบ ช่วยให้คาดการณ์ วางแผนตัดสินใจ แก้ปัญหา และนำไปใช้ใน ชีวิตประจำวันได้อย่างถูกต้องเหมาะสม และเป็นเครื่องมือในการศึกษาทางด้านวิทยาศาสตร์ เทคโนโลยีและศาสตร์อื่น ๆ (กระทรวงศึกษาธิการ, 2560, น. 10) คณิตศาสตร์จึงมีประโยชน์ต่อการดำเนินชีวิตช่วยพัฒนาคุณภาพชีวิตให้ดีขึ้น และสามารถอยู่ร่วมกับผู้อื่นได้อย่างมีความสุข ดังที่ ปานทอง กุลนาถศิริ, เซอร์ ออยด์, and สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2555, น. 12) ระบุไว้ว่า การจัดการศึกษาคณิตศาสตร์ในศตวรรษที่ 21 เป็นการจัดการศึกษาเพื่อ ปวงชน (Mathematics for All) เป็นการจัดการศึกษาเพื่อพัฒนาคนให้เป็นทรัพยากรที่มีค่า

มีประสิทธิภาพและศักยภาพเพื่อจะได้เป็นกำลังของชาติ (Man Power) ช่วยเพิ่มพูนคุณภาพชีวิตให้สงบสุข มีความเหมาะสมและสอดคล้องกับเศรษฐกิจ สิ่งแวดล้อม สังคม วิทยาศาสตร์ และเทคโนโลยีที่เจริญรุดหน้าไปอย่างไม่หยุดยั้ง นอกจากนี้คณิตศาสตร์ยังช่วยพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหา การให้เหตุผล และการสื่อสารในชีวิตประจำวัน (National Council of Teachers of Mathematics, 2000, pp. 279-283) ด้วยเหตุนี้คณิตศาสตร์จึงเป็นวิชาที่สำคัญที่จะช่วยพัฒนามนุษย์ให้สามารถดำรงชีวิตอยู่ในโลกปัจจุบันได้

เรขาคณิตเป็นแขนงหนึ่งของวิชาคณิตศาสตร์ ซึ่งมีการศึกษามายาวนานตั้งแต่ในยุคของบาบิโลน จนเริ่มแพร่หลายในยุคของยุคลิดแห่งอเล็กซานเดรีย (Euclid of Alexandria, ประมาณ 325-270 ปีก่อนคริสต์ศักราช) โปรคลุส (Proclus, ค.ศ. 410-485) ได้เล่าเรื่องราวเกี่ยวกับยุคลิดในหนังสือ Eudemian Summary ว่า “เมื่อยุคลิดได้เป็นพระอาจารย์วิชาเรขาคณิตในพระเจ้าทอเลมีที่ 1 พระองค์มีรับสั่งถามยุคลิดว่า ‘มีทางลัดสำหรับการเรียนวิชาเรขาคณิตไหม?’ ยุคลิดทูลตอบว่า ‘ไม่มีลาดพระบาทสำหรับการเรียนเรขาคณิต’ (There is no royal road to geometry.)” กล่าวคือ การศึกษาวิชาเรขาคณิตไม่ใช่สิ่งที่สะดวกสบายและทำได้ง่าย ๆ ยุคลิดได้เขียนหนังสือที่สำคัญ คือ อิลิเมนต์ (Elements) ทั้งหมด 13 เล่ม โดยหนังสือดังกล่าวเทียบความสำคัญได้กับคัมภีร์ไบเบิลของศาสนาคริสต์ (ซอลเอื่อง อุทิศสาร, 2560, น. 3) ถือได้ว่าหนังสือเล่มนี้เป็นหนังสือสำคัญที่ทำให้เกิดการศึกษาทางด้านเรขาคณิตขึ้นมามากมาย และถือเป็นหนังสือสำคัญที่เป็นรากฐานของเนื้อหาสาระการวัดและเรขาคณิตในหลักสูตรปัจจุบัน (สำนักวิชาการและมาตรฐานการศึกษา & สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน, 2552, น. 153)

หลักสูตรปัจจุบันกำหนดให้เรขาคณิตเป็นส่วนหนึ่งในสาระการวัดและเรขาคณิตที่นักเรียนต้องเรียนตั้งแต่ระดับประถมศึกษาจนถึงระดับมัธยมศึกษา โดยสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2561, น. 5-6) ระบุสาเหตุในการปรับปรุงหลักสูตรใหม่ว่าเป็นผลมาจากผลการทดสอบทางการศึกษาระดับชาตินั้นพื้นฐาน (Ordinary National Educational Test: O-NET) ที่บ่งชี้ว่านักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 มีคะแนนเฉลี่ยของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ต่ำกว่าร้อยละ 50 ซึ่งเป็นมาตรฐานขั้นต่ำที่กำหนดไว้ เมื่อพิจารณาแยกตามสาระพบว่าสาระเรขาคณิต ในปี พ.ศ. 2560 มีคะแนนเฉลี่ย 27.50 และปี พ.ศ. 2561 มีคะแนนเฉลี่ย 42.78 ซึ่งต่ำกว่ามาตรฐานขั้นต่ำที่กำหนดไว้เช่นกัน (สถาบันทดสอบทางการศึกษาแห่งชาติ (องค์การมหาชน), 2558, น. 20; 2562, น. 6) นอกจากนี้ในระดับนานาชาติ ผลการประเมินการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของผู้เรียนในโครงการ Trends in International Mathematics and Science Study (TIMSS) ค.ศ. 2011 และ ค.ศ. 2015 โดย International Association for the

Evaluation of Educational Achievement (IEA) บ่งชี้ว่านักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ของประเทศไทยมีคะแนนเฉลี่ยคณิตศาสตร์ทั้งในด้านเนื้อหาและพฤติกรรมการเรียนรู้อยู่ในระดับต่ำ (Low International Benchmark) โดยในสาระเรขาคณิต ปี ค.ศ. 2011 มีคะแนนเฉลี่ย 415 ซึ่งเป็นสาระที่มีคะแนนต่ำที่สุด เมื่อเทียบกับสาระอื่น ๆ ในวิชาคณิตศาสตร์ และปี ค.ศ. 2015 มีคะแนนเฉลี่ย 429 ซึ่งเป็นสาระที่มีคะแนนต่ำสุดรองจากสาระข้อมูลและโอกาส จากผลการสอบ TIMSS ทั้ง 2 ปี พบว่าคะแนนเฉลี่ยในสาระเรขาคณิตของประเทศไทยกับทุกประเทศมีผลต่างระหว่างค่าเฉลี่ยมากที่สุด (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2560a, น. 114; 2560b, น. 36) เมื่อพิจารณาผลการประเมิน O-NET และ TIMSS ที่กล่าวไปข้างต้น แสดงให้เห็นว่าการจัดการเรียนรู้ในสาระเรขาคณิตยังไม่สามารถพัฒนาให้นักเรียนเกิดผลสัมฤทธิ์ตามเป้าหมายที่ตั้งไว้

สำหรับเรื่อง เส้นขนาน ถือว่าเป็นเนื้อหาในเรขาคณิตที่สำคัญ เนื่องจากเป็นพื้นฐานในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ในระดับสูง (งามพร้อม อ่อนบัวขาว & หล้า ภวภูตานนท์, 2557, น. 228) แต่จากการศึกษาพบว่านักเรียนส่วนใหญ่ยังมีปัญหาในเรื่องนี้ เนื่องจากเป็นเนื้อหาที่ค่อนข้างเป็นนามธรรม และมีทฤษฎีที่เกี่ยวข้องมาก โดยครูส่วนใหญ่จะสอนเรื่องนี้ด้วยการให้นักเรียนท่องจำทฤษฎี จึงทำให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้โดยปราศจากความเข้าใจ ทำให้ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนในเรื่องนี้ต่ำกว่าเรื่องอื่น ๆ (ทวี ไวยมิตรรา, 2555, น. 72) ซึ่งสอดคล้องกับงานวิจัยของ เวชฤทธิ์ อังคนะภัทรขจร (2546, น. 62) ที่พบว่านักเรียนช่วงชั้นที่ 3 มีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในเรื่อง เส้นขนาน จึงส่งผลให้นักเรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนไม่ดีเท่าที่ควร นอกจากนี้นักเรียนไม่สามารถนำความรู้ และทฤษฎีต่าง ๆ ในบทนี้ ไปใช้แก้ปัญหา และพิสูจน์ทฤษฎีบทที่เกี่ยวข้องได้ โดย เยาวเรศ สิงหนันท์ (2533, น. 3) อัมพร ม้าคนอง (2558, น. 67) และเสฏฐวุฒิ เพ็งเจริญ (2561, น. 11-12) เห็นตรงกันว่าการพิสูจน์ถือเป็นหัวใจของการเรียนเรขาคณิต และการพิสูจน์ถือเป็นรากฐานสำคัญในการให้เหตุผล ครูควรฝึกให้นักเรียนพิสูจน์อย่างไม่เป็นทางการก่อน แล้วจึงนำไปสู่การพิสูจน์ที่รัดกุมมากขึ้น แต่จากงานวิจัยของ Senk (1985, pp. 448-456) ได้ระบุว่า ปัจจุบันการพิสูจน์ถือเป็นเรื่องยากสำหรับนักเรียน เพราะครูให้นักเรียนฝึกฝนการพิสูจน์น้อย เน้นในด้านการคำนวณมากกว่า ดังนั้นการจัดการเรียนรู้ในเรื่องนี้จึงควรเน้นให้นักเรียนสามารถพิสูจน์ทฤษฎีบทต่าง ๆ ได้

จากที่กล่าวมาข้างต้น การจัดการเรียนรู้ในเรื่อง เส้นขนาน นักเรียนควรจะต้องเข้าใจถึงที่มาของทฤษฎีต่าง ๆ ซึ่งจากการค้นคว้าข้อมูลพบว่าการจัดการเรียนรู้ที่ช่วยให้นักเรียนฝึกการคิด และสร้างความเข้าใจในทฤษฎีต่าง ๆ นั่นคือ การจัดการเรียนรู้ตามแนวคิดคอนสตรัคติวิสต์

โดยการจัดการเรียนรู้นี้จะเน้นนักเรียนเป็นสำคัญในฐานะเป็นผู้สร้างความรู้ โดยนักเรียนต้องสามารถเชื่อมโยงความรู้เดิมหรือประสบการณ์ที่ติดตัวมาก่อนเข้าด้วยกัน แล้วทำให้เกิดเป็นความรู้ใหม่ที่นักเรียนสร้างขึ้น (ธนัญญ ฝีมือสาร, 2559, น. 32) ซึ่งจะทำให้ความรู้ที่นักเรียนได้รับมีความหมายมากกว่าความรู้ที่ครูสอนโดยให้นักเรียนท่องจำทฤษฎี เนื่องจากการจัดการเรียนรู้ในลักษณะนี้เริ่มจากความสนใจและความสงสัยของนักเรียน โดยนักเรียนจะต้องลงมือหาเหตุผลหรือหลักฐานมาเพื่อตอบปัญหานั้น จึงทำให้นักเรียนเกิดความเข้าใจ และสามารถนำความรู้ที่นักเรียนสร้างขึ้นไปใช้ได้มากกว่าการที่ครูสอนเนื้อหาโดยตรง (ทิตินา แคมมณี, 2561, น. 90-91; สุมาลี ชัยเจริญ, 2557, น. 132-133)

ในปี ค.ศ. 1991 Yager ได้ตีพิมพ์บทความทางวิชาการเกี่ยวกับการจัดการเรียนรู้ตามแนวคิดคอนสตรัคติวิสต์ โดยอธิบายว่า การเรียนรู้ตามแนวคิดคอนสตรัคติวิสต์เป็นการเรียนรู้ที่นักเรียนแต่ละคนจะต้องรวบรวมความคิดและประสบการณ์เดิมที่มีอยู่เพื่อที่จะเรียนรู้ในสิ่งใหม่ โดยแนวคิดนี้เชื่อว่าความรู้จะเกิดขึ้นได้ก็ต่อเมื่อนักเรียนเป็นผู้สร้างด้วยตนเอง ไม่สามารถถ่ายทอดจากคนหนึ่งไปสู่อีกคนหนึ่งได้ แต่ความรู้เกิดจากที่นักเรียนมีความตั้งใจที่จะเรียนรู้และสร้างความหมายให้กับความรู้ที่ได้รับ เมื่อนักเรียนสร้างความรู้ขึ้นมา นักเรียนจะเกิดความเข้าใจอย่างถ่องแท้และสามารถนำไปประยุกต์ใช้กับสถานการณ์อื่น ๆ ได้ Yager จึงนำเสนอแนวการจัดการเรียนรู้ตามแนวคิดคอนสตรัคติวิสต์ เรียกว่า “The Constructivist Learning Model (CLM)” ซึ่งให้ความสำคัญกับการสร้างความรู้ของนักเรียน และมีการกำหนดขั้นตอนการสอนอย่างชัดเจนเป็นขั้น ๆ (Yager, 1991, p. 55) ในเวลาต่อมาแนวคิดนี้ได้แพร่หลายไปยังหลายประเทศ โดยเฉพาะการจัดการเรียนรู้ในรายวิชาวิทยาศาสตร์และคณิตศาสตร์ ซึ่งมีงานวิจัยทั้งในประเทศไทยและต่างประเทศที่ตีพิมพ์เพื่อยืนยันถึงประสิทธิภาพของการสอนตามแนวคิดนี้ (Qarareh, 2016; กาญจนา ชุนบุญมา, 2551; วันชลมา ปานากาเซ็ง, อภิสิทธิ์ ภาคพงศ์พันธุ์, & รักพร ดอกจันทร์, 2561)

จากการศึกษาผลของการจัดการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบ The Constructivist Learning Model (CLM) จากงานวิจัยทั้งในประเทศและต่างประเทศ แสดงให้เห็นถึงความสำเร็จในการนำรูปแบบการจัดการเรียนรู้นี้มาเพื่อพัฒนาความสามารถและผลสัมฤทธิ์ของนักเรียน ด้วยเหตุนี้ผู้วิจัยจึงมีความสนใจที่จะศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความสามารถในการพิสูจน์ เรื่องเส้นขนาน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ผ่านการจัดการเรียนรู้ตามแนวคิด The Constructivist Learning Model (CLM) เพื่อเป็นแนวทางในการพัฒนาผลสัมฤทธิ์และความสามารถในการพิสูจน์ของนักเรียนในอนาคต

ความมุ่งหมายของการวิจัย

ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยได้ตั้งความมุ่งหมายไว้ ดังนี้

1. เพื่อศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง เส้นขนาน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 หลังจากได้รับการจัดการเรียนรู้ตามแนวคิด The Constructivist Learning Model (CLM)
2. เพื่อศึกษาความสามารถในการพิสูจน์ เรื่อง เส้นขนาน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 หลังจากได้รับการจัดการเรียนรู้ตามแนวคิด The Constructivist Learning Model (CLM)
3. เพื่อศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความสามารถในการพิสูจน์ เรื่อง เส้นขนาน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 หลังจากได้รับการจัดการเรียนรู้ตามแนวคิด The Constructivist Learning Model (CLM)

ความสำคัญของการวิจัย

1. ได้แนวทางในการจัดการเรียนรู้ตามแนวคิด The Constructivist Learning Model (CLM) ซึ่งถือเป็นการจัดการเรียนรู้ที่เน้นนักเรียนเป็นศูนย์กลาง โดยเป็นผู้สร้างความรู้ด้วยตนเอง และยังสอดคล้องกับการจัดการศึกษาในศตวรรษที่ 21 ที่เน้นให้นักเรียนได้มีส่วนร่วมในกระบวนการเรียนรู้ร่วมกับครู
2. เป็นแนวทางในการพัฒนา และสร้างกิจกรรมตามแนวคิด The Constructivist Learning Model (CLM) สำหรับครู นักวิจัย หรือผู้ที่สนใจ สามารถนำแนวคิดไปประยุกต์ใช้เพื่อพัฒนาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ความสามารถในการพิสูจน์ และความสามารถในด้านอื่น ๆ ของนักเรียนได้

ขอบเขตของการวิจัย

ประชากรที่ใช้ในการวิจัย

ประชากรที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ห้องเรียนปกติ ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2562 โรงเรียนศรีอยุธยา ในพระอุปถัมภ์ ฯ แขวงถนนพญาไท เขตราชเทวี กรุงเทพมหานคร จำนวน 8 ห้องเรียน ซึ่งมีนักเรียนจำนวน 332 คน

ตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัย

ตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ห้อง 7 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2562 โรงเรียนศรีอยุธยา ในพระอุปถัมภ์ ฯ แขวงถนนพญาไท เขตราชเทวี กรุงเทพมหานคร จำนวน 1 ห้องเรียน ซึ่งมีนักเรียนจำนวน 40 คน นักเรียนเหล่านี้ได้มาจากการ

เลือกตัวอย่างแบบกลุ่ม (Cluster sampling) ซึ่งโรงเรียนได้จัดนักเรียนแต่ละห้องแบบละ
ความสามารถของนักเรียนที่มีผลการเรียนแบบเก่ง ปานกลาง และอ่อน

เนื้อหาที่ใช้ในการวิจัย

เนื้อหาที่ใช้ในการวิจัยในครั้งนี้ เป็นเนื้อหาในสาระการเรียนรู้ เรื่อง เส้นขนาน รายวิชา
คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ตามหลักสูตรกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง
พ.ศ. 2560) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 ประกอบด้วย
แผนการจัดการเรียนรู้ทั้งหมด 10 แผน ดังนี้

หน่วยที่ 1 เส้นขนานและมุมภายใน

แผนที่ 1 เรื่อง การขนานกันของเส้นตรง จำนวน 1 แผน

แผนที่ 2 - 3 เรื่อง เส้นขนานและมุมภายใน จำนวน 2 แผน

หน่วยที่ 2 เส้นขนานและมุมแย้ง

แผนที่ 4 - 5 เรื่อง เส้นขนานและมุมแย้ง จำนวน 2 แผน

หน่วยที่ 3 เส้นขนานและมุมภายนอกกับมุมภายใน

แผนที่ 6 - 7 เรื่อง เส้นขนานและมุมภายนอกกับมุมภายใน

จำนวน 2 แผน

หน่วยที่ 4 เส้นขนานและรูปสามเหลี่ยม

แผนที่ 8 - 10 เรื่อง เส้นขนานและรูปสามเหลี่ยม

จำนวน 3 แผน

ระยะเวลาที่ใช้ในงานวิจัย

การดำเนินการทดลองเป็นช่วงภาคเรียนที่ 2 ของปีการศึกษา 2562 ใช้เวลาทดลอง
รวมเวลาที่ใช้ในการทำแบบทดสอบแล้วทั้งหมด 12 คาบ คาบละ 50 นาที โดยใช้เวลาเรียนในคาบ
เรียนปกติ แบ่งเป็นคาบในการจัดการเรียนรู้ตามแนวคิด The Constructivist Learning Model
(CLM) จำนวน 10 คาบ คาบในการทำแบบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง เส้นขนาน จำนวน 1
คาบ และคาบในการทำแบบวัดความสามารถในการพิสูจน์ เรื่อง เส้นขนาน จำนวน 1 คาบ

ตัวแปรที่ใช้ในการศึกษา

ตัวแปรต้น

การจัดการเรียนรู้ตามแนวคิด The Constructivist Learning Model (CLM)

ตัวแปรตาม :

1. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง เส้นขนาน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2
2. ความสามารถในการพิสูจน์ เรื่อง เส้นขนาน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

นิยามศัพท์เฉพาะ

1. **ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง เส้นขนาน** หมายถึง คะแนนจากแบบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง เส้นขนาน ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นเพื่อตรวจสอบความสามารถในการประยุกต์ความรู้ในเรื่อง เส้นขนาน และความรู้พื้นฐานเพื่อใช้แก้โจทย์ที่กำหนด

2. **แบบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง เส้นขนาน** หมายถึง แบบทดสอบ เรื่อง เส้นขนาน สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นเพื่อใช้วัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนหลังจากที่ได้รับการจัดการเรียนรู้ตามแนวคิด The Constructivist Learning Model (CLM) โดยมีลักษณะเป็นแบบทดสอบชนิดเติมคำตอบ จำนวน 10 ข้อ

3. **ความสามารถในการพิสูจน์ เรื่อง เส้นขนาน** หมายถึง คะแนนจากแบบวัดความสามารถในการพิสูจน์ เรื่อง เส้นขนาน ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นเพื่อตรวจสอบความสามารถในการนำบทนิยาม สัจพจน์ ทฤษฎีบททางเรขาคณิต หรือข้อมูลที่กำหนดให้ที่เกี่ยวข้องกับเรื่อง เส้นขนานมาใช้ในการให้เหตุผลอย่างเป็นขั้นตอน เพื่อให้บรรลุหรือแก้โจทย์ที่กำหนดให้ได้ โดยแบ่งพิจารณาเป็นความสามารถใน 4 ด้าน ดังต่อไปนี้

- 1) ระบุสิ่งที่โจทย์กำหนด และเขียนภาพประกอบให้สอดคล้องกับเงื่อนไขที่โจทย์กำหนด
- 2) ระบุสิ่งที่ต้องการพิสูจน์
- 3) เขียนแสดงการพิสูจน์
- 4) เขียนสรุปการพิสูจน์

4. **แบบวัดความสามารถในการพิสูจน์ เรื่อง เส้นขนาน** หมายถึง แบบทดสอบที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นเพื่อใช้วัดความสามารถในการพิสูจน์ เรื่อง เส้นขนาน สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 หลังจากที่ได้รับการจัดการเรียนรู้ตามแนวคิด The Constructivist Learning Model (CLM) โดยแบ่งเป็น 2 ตอน คือ

- | | |
|--|-------------|
| ตอนที่ 1 เติมคำตอบ | จำนวน 2 ข้อ |
| ตอนที่ 2 เขียนแสดงการพิสูจน์โดยละเอียด | จำนวน 2 ข้อ |

5. **การจัดการเรียนรู้ตามแนวคิด The Constructivist Learning Model (CLM)** หมายถึง การจัดการเรียนรู้ที่นักเรียนมีบทบาทในการสร้างความรู้ด้วยตนเอง โดยครูมีหน้าที่จัดบริบทให้เหมาะสมในการสร้างความรู้ของนักเรียน เพื่อให้นักเรียนสร้างความรู้ใหม่ขึ้นมา และสามารถนำความรู้นั้นไปประยุกต์ใช้ในการแก้ปัญหาต่าง ๆ ได้ โดยแบ่งการจัดการเรียนรู้เป็น 4 ขั้นตอน ตามแนวคิดของ Yager (1991, p. 55) ดังนี้

ขั้นที่ 1 ขั้นชักชวน เป็นขั้นที่สร้างแรงจูงใจในการเรียนรู้ให้นักเรียน โดยการใช้กิจกรรม หรือการตั้งปัญหาเพื่อกระตุ้นให้นักเรียนได้คิด สังเกตสิ่งต่าง ๆ เกิดความสงสัย ตั้งคำถาม และพิจารณาคำตอบที่เป็นไปได้ นอกจากนี้อาจเป็นการชี้ให้เห็นถึงความสำคัญ และประโยชน์ของเนื้อหาที่เรียน เพื่อให้นักเรียนเกิดความสนใจต้องการที่จะเรียนรู้ หรือต้องการที่จะสร้างข้อความคาดการณ์ทางเรขาคณิต

ขั้นที่ 2 ขั้นค้นพบ เป็นขั้นที่ให้นักเรียนได้สำรวจ ค้นคว้า หาเหตุผล เพื่อสร้างข้อความคาดการณ์ทางเรขาคณิต และพิสูจน์ข้อความคาดการณ์นั้นผ่านการทำกิจกรรม และกระบวนการกลุ่ม ซึ่งนักเรียนจะได้ออกแบบวิธีการค้นหาความรู้ ร่วมกันวางแผน รวบรวมข้อมูล ค้นคว้าข้อมูลลงมือปฏิบัติด้วยตนเองในการค้นหาคำตอบเพื่อแก้ปัญหาที่สงสัย และนำข้อค้นพบมาอภิปรายร่วมกันในกลุ่มถึงความถูกต้อง และความสมเหตุสมผลของคำตอบ โดยครูมีบทบาทเป็นเพียงผู้ส่งเสริมและสนับสนุนการเรียนรู้ของนักเรียน

ขั้นที่ 3 ขั้นนำเสนอผลการค้นพบและลงข้อสรุป เป็นขั้นที่นักเรียนนำเสนอความรู้วิธีการในการได้มาซึ่งความรู้ การสร้างข้อความคาดการณ์ และแนวทางการพิสูจน์ข้อความคาดการณ์ ที่นักเรียนค้นพบจากขั้นที่ 2 และร่วมกันอภิปรายกับเพื่อนและครูเพื่อตรวจสอบความถูกต้อง โดยครูชี้ให้เห็นถึงคำตอบที่เหมาะสมและร่วมกันลงข้อสรุปที่ได้จากการค้นพบ จากนั้นครูเชื่อมโยงความรู้ที่ค้นพบกับความรู้อื่นๆ ของนักเรียน

ขั้นที่ 4 ขั้นประยุกต์ใช้ เป็นขั้นที่ให้นักเรียนนำความรู้ที่ค้นพบ และความรู้เดิมไปประยุกต์ใช้ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และการพิสูจน์ที่เกี่ยวข้องกับเรื่องนั้น ๆ โดยนักเรียนจะต้องตัดสินใจเพื่อเลือกใช้ความรู้ที่เหมาะสมในสถานการณ์ต่าง ๆ และครูสรุปผลที่ได้จากการเรียนรู้และส่งเสริมความคิดเห็นของนักเรียน ให้โอกาสนักเรียนได้ถามคำถามใหม่ที่เกี่ยวข้องกับบทเรียน ให้นักเรียนได้แลกเปลี่ยนแนวคิดและวิธีการกับเพื่อน เพื่อให้เกิดการยอมรับซึ่งกันและกัน

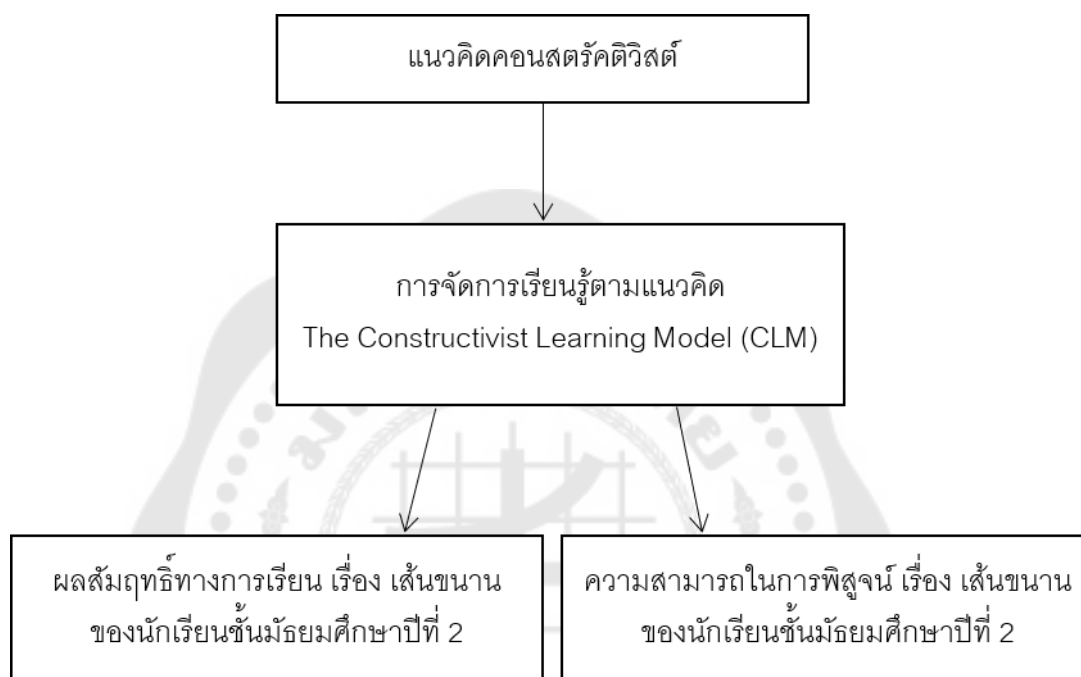
6. เกณฑ์ หมายถึง คะแนนจุดตัดที่กำหนดการผ่านระดับที่ยอมรับได้ โดยการวิจัยในครั้งนี้กำหนดเกณฑ์ไว้ ดังนี้

1) เกณฑ์สำหรับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง เส้นขนาน ใช้เกณฑ์ร้อยละ 60 หมายความว่า นักเรียนที่ได้คะแนนตั้งแต่ร้อยละ 60 ของคะแนนรวมขึ้นไป ถือว่าผ่านเกณฑ์

2) เกณฑ์สำหรับความสามารถในการพิสูจน์ เรื่อง เส้นขนาน ใช้เกณฑ์ร้อยละ 60 หมายความว่า นักเรียนที่ได้คะแนนตั้งแต่ร้อยละ 60 ของคะแนนรวมขึ้นไป ถือว่าผ่านเกณฑ์

กรอบแนวคิดในการวิจัย

การวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยสนใจศึกษาผลของการจัดการเรียนรู้ตามแนวคิด The Constructivist Learning Model (CLM) ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความสามารถในการพิสูจน์ เรื่อง เส้นขนาน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โดยมีกรอบแนวคิดในการวิจัย ดังนี้



ภาพประกอบ 1 กรอบแนวคิดในการวิจัย

จากกรอบแนวคิดในการวิจัยข้างต้น ผู้วิจัยได้ศึกษาเอกสารที่เกี่ยวข้อง และพบว่าการจัดการเรียนรู้โดยใช้แนวคิดคอนสตรัคติวิสต์มีที่มาจากทฤษฎีพัฒนาการทางเชาว์ปัญญาของ Piaget และของ Vygotsky (สุรางค์ โค้วตระกูล, 2559, น. 210) โดยนักเรียนมีหน้าที่ในการสร้างความรู้ด้วยตนเอง ผ่านการลงมือทำ และการมีปฏิสัมพันธ์ทางด้านสังคมกับผู้อื่น โดย Yager (1991, p. 55) ได้นำแนวคิดคอนสตรัคติวิสต์มาสร้างเป็นแนวทางการจัดการเรียนรู้ เรียกว่า “The Constructivist Learning Model (CLM)” ซึ่งจะช่วยให้นักเรียนได้สร้างความรู้ด้วยตนเอง ทำให้ความรู้ที่ได้จะมีความหมายมากกว่าความรู้ที่ครูสอนโดยการบรรยายปกติ เนื่องจากการจัดการเรียนรู้ในลักษณะนี้เริ่มจากความสนใจ และความสงสัยของนักเรียน นักเรียนจะต้องลงมือหาเหตุผล หรือหลักฐานมาเพื่อตอบปัญหานั้น จึงทำให้นักเรียนเกิดความเข้าใจ และสามารถนำเอาความรู้นั้นไปใช้ได้มากกว่าการที่ครูสอนเนื้อหาเหล่านั้นเลย (ทิศนา แคมมณี, 2561, น. 90-91; สุมาลี ชัยเจริญ, 2557, น. 132-133)

ปัญหาสำคัญของการเรียนเรื่อง เส้นขนาน คือนักเรียนเรียนรู้โดยปราศจากความเข้าใจ ถึงตัวทฤษฎีบทและสมบัติต่าง ๆ ทำให้นักเรียนไม่สามารถนำความรู้ไปใช้ในการแก้ปัญหาได้ (ทวิ ไวยมิตร, 2555, น. 72) ด้วยแนวทางการจัดการเรียนรู้ดังกล่าวจะช่วยเพิ่มความเข้าใจของ นักเรียน เนื่องจากนักเรียนจะมีบทบาทในการค้นพบความรู้ด้วยตนเอง ทำให้ข้อมูลที่นักเรียนได้รับ มีความหมายมากกว่าการที่ครูสอนโดยตรง นักเรียนจึงสามารถนำความรู้ที่ค้นพบไปใช้ในการ แก้ปัญหาและการพิสูจน์ต่าง ๆ ได้

ด้วยเหตุนี้ ผู้วิจัยจึงเชื่อว่าการจัดการเรียนรู้ตามแนวคิด The Constructivist Learning Model (CLM) จะส่งผลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความสามารถในการพิสูจน์ เรื่อง เส้นขนาน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ตามกรอบแนวคิดในการวิจัยข้างต้น

สมมติฐานการวิจัย

ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยได้ตั้งสมมติฐานไว้ดังนี้

1. นักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้ตามแนวคิด The Constructivist Learning Model (CLM) มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง เส้นขนาน ผ่านเกณฑ์ตั้งแต่ร้อยละ 60 ขึ้นไปของ นักเรียนทั้งหมด
2. นักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้ตามแนวคิด The Constructivist Learning Model (CLM) มีความสามารถในการพิสูจน์ เรื่อง เส้นขนาน ผ่านเกณฑ์ตั้งแต่ร้อยละ 60 ขึ้นไป ของนักเรียนทั้งหมด
3. นักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้ตามแนวคิด The Constructivist Learning Model (CLM) มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความสามารถในการพิสูจน์สัมพันธ์กัน

บทที่ 2

เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

จากการวิจัยเรื่อง การศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความสามารถในการพิสูจน์เรื่อง เส้นขนาน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ผ่านการจัดการเรียนรู้ตามแนวคิด The Constructivist Learning Model (CLM) ผู้วิจัยได้ศึกษาทฤษฎี เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง โดยนำเสนอเป็น 3 ประเด็น ดังนี้

1. เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวกับแนวคิดคอนสตรัคติวิสต์ และแนวคิด

The Constructivist Learning Model (CLM)

- 1.1 ความหมายของการจัดการเรียนรู้ตามแนวคิดคอนสตรัคติวิสต์
- 1.2 แนวคิดพื้นฐานของการจัดการเรียนรู้ตามแนวคิดคอนสตรัคติวิสต์
- 1.3 แนวการจัดการเรียนรู้ตามแนวคิดคอนสตรัคติวิสต์
- 1.4 แนวการวัดประเมินผลการจัดการเรียนรู้ตามแนวคิดคอนสตรัคติวิสต์
- 1.5 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการจัดการเรียนรู้ตามแนวคิดคอนสตรัคติวิสต์

2. เอกสารที่เกี่ยวข้องกับการพิสูจน์ทางเรขาคณิต

- 2.1 ความหมายของการพิสูจน์ทางเรขาคณิต
- 2.2 แนวการเขียนพิสูจน์ทางเรขาคณิต
- 2.3 แนวการวัดประเมินผลความสามารถในการการพิสูจน์
- 2.4 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการจัดการเรียนรู้ที่ส่งเสริมความสามารถในการพิสูจน์

3. เอกสารที่เกี่ยวข้องกับการจัดการเรียนรู้เรื่อง เส้นขนาน

- 3.1 หลักสูตรคณิตศาสตร์ของประเทศไทยที่เกี่ยวข้องกับ เรื่อง เส้นขนาน
- 3.2 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการจัดการเรียนรู้เรื่อง เส้นขนาน

1. เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวกับแนวคิดคอนสตรัคติวิสต์ และแนวคิด The Constructivist Learning Model (CLM)

1.1 ความหมายของการจัดการเรียนรู้ตามแนวคิดคอนสตรัคติวิสต์

จากการศึกษา ค้นคว้า เอกสาร และงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับความหมายของการจัดการเรียนรู้ตามแนวคิดคอนสตรัคติวิสต์ ได้มีผู้ให้ความหมายไว้มากมาย

Yager (1993, p. 145) ได้ให้ความหมายไว้ว่า การจัดการเรียนรู้ตามแนวคิดคอนสตรัคติวิสต์เป็นการจัดการเรียนรู้ที่เปิดโอกาสให้นักเรียนแต่ละคนรวบรวมความคิดและประสบการณ์เดิมที่มีอยู่เพื่อที่จะเรียนรู้ในสิ่งใหม่ โดยแนวคิดนี้เชื่อว่าความรู้จะเกิดขึ้นได้ก็ต่อเมื่อนักเรียนเป็นผู้สร้างด้วยตนเอง ไม่สามารถถ่ายทอดจากคนหนึ่งไปสู่อีกคนหนึ่งได้ แต่ความรู้จะเกิดจากที่นักเรียนมีความตั้งใจที่จะเรียนรู้และสร้างความหมายให้กับความรู้ที่ได้รับ เมื่อนักเรียนสร้างความรู้ขึ้นมา นักเรียนจะเกิดความเข้าใจอย่างถ่องแท้และสามารถนำไปประยุกต์ใช้กับสถานการณ์อื่น ๆ ได้

Krogh (1994, p. 556) ได้ให้ความหมายไว้ว่า การจัดการเรียนรู้ตามแนวคิดคอนสตรัคติวิสต์เป็นการจัดการเรียนรู้ที่ให้นักเรียนได้พัฒนาความรู้ สติปัญญา และจริยธรรมขึ้นมาด้วยตัวของนักเรียนเอง ซึ่งความรู้ที่ได้เป็นผลมาจากการซึมซับความรู้ และการปรับตัวจนเกิดเป็นความรู้ใหม่

Qarareh (2016, pp. 179-180) ได้ให้ความหมายไว้ว่า การจัดการเรียนรู้ตามแนวคิดคอนสตรัคติวิสต์เป็นการจัดการเรียนรู้ที่มุ่งเน้นบทบาทไปที่ตัวนักเรียนในฐานะผู้สร้างความรู้ด้วยตนเอง นักเรียนจะต้องสร้างความหมายให้กับความรู้ที่ได้รับโดยอาศัยประสบการณ์ และสภาพแวดล้อมต่าง ๆ โดยนักเรียนแต่ละคนอาจมีวิธีการเข้าถึงความรู้แตกต่างกัน ด้วยเหตุนี้การจัดการเรียนรู้ตามแนวคิดนี้ครูจะต้องจัดบริบทให้สอดคล้องกับนักเรียนแต่ละคน เพื่อให้ให้นักเรียนสร้างความรู้ได้อย่างถูกต้อง

วีณา ประชากุล (2554, น. 66) ให้ความหมายไว้ว่า การจัดการเรียนรู้ตามแนวคิดคอนสตรัคติวิสต์เป็นการจัดการเรียนรู้ที่เน้นนักเรียนเป็นสำคัญ ความรู้เป็นสิ่งที่นักเรียนแต่ละคนสร้างขึ้นเอง ทั้งนี้ขึ้นอยู่กับประสบการณ์ของแต่ละบุคคล หากมีประสบการณ์กับเรื่องนั้น ๆ มาก ความรู้ของบุคคลย่อมทวีพลังการเรียนรู้เช่นกัน

ธนัญญ ฝีมือสาร (2559, น. 32) ให้ความหมายไว้ว่า การจัดการเรียนรู้ตามแนวคิดคอนสตรัคติวิสต์ คือ การจัดการเรียนรู้ที่เน้นนักเรียนเป็นสำคัญในฐานะเป็นผู้สร้างความรู้ โดยนักเรียนต้องสามารถเชื่อมโยงความรู้เดิมหรือประสบการณ์ที่ติดตัวมาก่อนเข้าด้วยกัน แล้วเกิดเป็นความรู้ใหม่ที่นักเรียนสร้างขึ้น

เวทฤทธิ์ อังกนะภักทขจร (2555, น. 66) ให้ความหมายไว้ว่า การจัดการเรียนรู้ตามแนวคิดคอนสตรัคติวิสต์ เป็นการจัดการเรียนรู้ที่ให้ความสำคัญกับตัวนักเรียนโดยเชื่อว่านักเรียนสามารถสร้างความรู้ได้ด้วยตนเองจากการปฏิสัมพันธ์กับบุคคลอื่นและสิ่งแวดล้อมอย่างกระตือรือร้น โดยครูคอยกระตุ้นจัดสถานการณ์ และสร้างบรรยากาศที่ส่งเสริมให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้ด้วยตนเอง

สุมาลี ชัยเจริญ (2557, น. 131-135) ให้ความหมายไว้ว่า การจัดการเรียนรู้ตามแนวคิดคอนสตรัคติวิสต์ เป็นการจัดการเรียนรู้ที่พัฒนามาจากทฤษฎีคอนสตรัคติวิสต์ เป็นทฤษฎีที่ว่าด้วยการสร้างความรู้โดยให้นักเรียนเป็นผู้ลงมือกระทำในการสร้างความรู้ ดังนั้นเป้าหมายในการจัดการเรียนรู้จะมุ่งสนับสนุนการสร้างความรู้มากกว่าความพยายามในการถ่ายทอด

ชนาธิป พรกุล (2557, น. 72-73) ให้ความหมายไว้ว่า การจัดการเรียนรู้ตามแนวคิดคอนสตรัคติวิสต์ มีรากฐานมาจากทฤษฎีพัฒนาการทางเชาว์ปัญญาของ Piaget และ Vygotsky เป็นทฤษฎีที่อธิบายว่าการเรียนรู้จะเกิดขึ้นในบริบทที่นักเรียนสร้างความรู้ในขณะที่ได้รับประสบการณ์ต่าง ๆ และนักเรียนจะเข้าใจอย่างถ่องแท้ เมื่อเขารู้จักสิ่งนั้นด้วยตนเองอย่างเต็มที่ เขาจะต้องจัดกระทำกับข้อมูลใหม่ด้วยความรู้เดิมที่มีอยู่จนเกิดเป็นความรู้ใหม่

พนัท ธาตุทอง (2559, น. 81) ให้ความหมายไว้ว่า การจัดการเรียนรู้ตามแนวคิดคอนสตรัคติวิสต์ เป็นแนวคิดที่ให้ความสำคัญกับนักเรียนในฐานะผู้สร้างความรู้จากความสัมพันธ์ระหว่างสิ่งที่พบเห็นกับความรู้ความเข้าใจที่มีอยู่เดิม โดยใช้กระบวนการทางปัญญาของตน ทั้งนี้โครงสร้างทางปัญญาเป็นผลมาจากความพยายามทางความคิด นักเรียนสร้างเสริมความรู้ผ่านกระบวนการทางจิตวิทยาด้วยตนเอง

ชัยวัฒน์ สุทธิรัตน์ (2561, น. 74) ให้ความหมายไว้ว่า การจัดการเรียนรู้ตามแนวคิดคอนสตรัคติวิสต์เป็นกระบวนการที่ให้ความสำคัญกับนักเรียน นักเรียนเป็นผู้สร้างความรู้จากความสัมพันธ์ระหว่างสิ่งที่พบเห็นกับความรู้ความเข้าใจที่มีอยู่เดิม โดยนักเรียนสร้างเสริมความรู้ผ่านกระบวนการทางจิตวิทยาด้วยตนเอง ครูไม่สามารถปรับเปลี่ยนโครงสร้างทางปัญญาของนักเรียนได้ แต่ครูสามารถช่วยจัดสภาพการณ์ที่ทำให้เกิดภาวะไม่สมดุลทางปัญญาเพื่อให้นักเรียนปรับเปลี่ยนโครงสร้างทางปัญญาด้วยตัวนักเรียนเอง

สำหรับงานวิจัยนี้ ผู้วิจัยได้ให้ความหมายของการจัดการเรียนรู้ตามแนวคิดคอนสตรัคติวิสต์ หมายถึง การจัดการเรียนรู้ที่นักเรียนมีบทบาทในการสร้างความรู้ด้วยตนเอง โดยครูมีหน้าที่จัดบริบทให้เหมาะสมในการสร้างความรู้ของนักเรียน เพื่อให้นักเรียนสร้างความรู้ใหม่ขึ้นมา และสามารถนำความรู้นั้นไปประยุกต์ใช้ในการแก้ปัญหาต่าง ๆ ได้

1.2 แนวคิดพื้นฐานของการจัดการเรียนรู้ตามแนวคิดคอนสตรัคติวิสต์

จากการศึกษา ค้นคว้า เอกสาร และงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับแนวคิดพื้นฐานของการจัดการเรียนรู้ตามแนวคิดคอนสตรัคติวิสต์ มีผู้ที่ศึกษาไว้มากมาย

ชนาธิป พรกุล (2557, น. 72-73) อธิบายถึงแนวคิดคอนสตรัคติวิสต์ว่าเป็นทฤษฎีที่มาจากทฤษฎีพัฒนาการทางเชาวน์ปัญญาของ Piaget และของ Vygotsky โดยเชื่อว่านักเรียนสร้างความรู้ผ่านการทำกิจกรรมต่าง ๆ ซึ่งเมื่อเด็กได้มีส่วนร่วมในกิจกรรมนั้น เด็กจะเกิดการปรับโครงสร้างทางปัญญาผ่านการคิด การลงมือทำ แสดงว่าเด็กสร้างความรู้ด้วยการมีส่วนร่วมอย่างตื่นตัวกับสถานการณ์จริงในชีวิต และมีปฏิสัมพันธ์กับสิ่งแวดล้อม (ทิสนา แหมมณี, 2561, น. 92) นอกจากนี้ทฤษฎีนี้มีความเชื่อว่านักเรียนจะเข้าใจอย่างถ่องแท้เมื่อเขาารู้สิ่งนั้นด้วยตนเองอย่างตื่นตัว เขาจะต้องจัดกระทำกับข้อมูลใหม่ด้วยความรู้ที่มีอยู่ และถ้าข้อมูลใหม่ไม่มีอะไรเกี่ยวข้องกับความรู้เดิมจะเกิดความขัดแย้งขึ้นในใจ และจะต้องหาทางแก้ไข (สุรางค์ ไคว์ตระกูล, 2559, น. 210)

จากแนวคิดดังกล่าว Steffe and Gale (1995, pp. 13-15) จึงแบ่งรูปแบบของการจัดการเรียนรู้ตามแนวคิดคอนสตรัคติวิสต์เป็น 3 รูปแบบ

1. Exogenous constructivism มีแนวคิดที่ว่า ความรู้นั้นเป็นสิ่งที่มียู่ในโลก การสร้างความรู้จึงเป็นการสร้างสิ่งที่อยู่ในโลกอีกครั้ง โดยผ่านการจัดการเรียนรู้ การให้ประสบการณ์ ความรู้ที่ถูกต้องนั้นจะต้องตรงกับความจริงที่มีอยู่ในโลก ด้วยเหตุนี้แนวคิดนี้จึงเหมาะกับการสอนที่ครูต้องการให้นักเรียนเรียนรู้ได้ตามศาสตร์ที่ถูกต้อง

2. Endogenous constructivism มีแนวคิดว่าการสร้างความรู้นั้นไม่สามารถเกิดได้จากการสอนประสบการณ์ หรือการมีปฏิสัมพันธ์กับข้อมูลโดยตรง แต่ความรู้จะเกิดขึ้นจากการพัฒนาผ่านการทำกิจกรรมทางปัญญาที่เป็นนามธรรม ด้วยเหตุนี้แนวคิดนี้จึงเหมาะกับการสอนที่ต้องการให้นักเรียนพัฒนาความสามารถไปตามลำดับที่สูงขึ้น

3. Dialectical constructivism มีแนวคิดว่า ความรู้ได้มาจากการปฏิสัมพันธ์ระหว่างบุคคลกับสิ่งแวดล้อมต่าง ๆ รอบตัวเขา ด้วยเหตุนี้แนวคิดนี้จึงเหมาะกับการสอนที่ท้าทายความคิดของนักเรียน และใช้กระบวนการกลุ่ม

สุรางค์ ไคว์ตระกูล (2559, น. 210) อธิบายว่า แนวคิดคอนสตรัคติวิสต์มีพื้นฐานมาจากทฤษฎีพัฒนาการทางเชาวน์ปัญญาของ Piaget และของ Vygotsky จึงแบ่งรูปแบบของการจัดการเรียนรู้ตามแนวคิดคอนสตรัคติวิสต์เป็น 2 รูปแบบ คือ

1. Cognitive constructivism เป็นทฤษฎีที่มีรากฐานมาจากทฤษฎีพัฒนาการของ Piaget ทฤษฎีนี้ถือว่านักเรียนเป็นผู้กระทำ (Active) ไม่ใช่ผู้รับ (Taking in) และเป็นผู้สร้างความรู้ขึ้นในใจเอง ปฏิสัมพันธ์ทางสังคมย่อมมีความสำคัญในการทำให้เกิดความสมดุลทางความคิดขึ้นเป็นเหตุให้นักเรียนปรับความเข้าใจเดิมที่มีอยู่ให้เข้ากับข้อมูลข่าวสารใหม่จนกระทั่งเกิดความสมดุลทางความคิด หรือเกิดความรู้ใหม่ขึ้น

2. Social constructivism เป็นทฤษฎีที่มีพื้นฐานมาจากทฤษฎีพัฒนาการของ Vygotsky ซึ่งถือว่านักเรียนสร้างความรู้ด้วยการมีปฏิสัมพันธ์ทางด้านสังคมกับผู้อื่น ในขณะที่นักเรียนมีส่วนร่วมในกิจกรรมหรืองาน ในสถานะสังคม (Social context) ซึ่งเป็นตัวแปรที่สำคัญและขาดไม่ได้ ปฏิสัมพันธ์ทางสังคมจะส่งผลให้นักเรียนสร้างความรู้ด้วยการเปลี่ยนแปลงความเข้าใจเดิมให้ถูกต้องหรือซับซ้อนกว้างขวางขึ้น

บุญเลี้ยง ทุมทอง (2559, น. 56) ได้นำแนวคิดทั้งสองมาผสมผสานแนวความคิดเพื่อใช้ในการจัดการเรียนรู้ โดยได้เสนอว่าการเรียนรู้ตามแนวคิดคอนสตรัคติวิสต์เป็นกระบวนการสร้างความรู้มากกว่าการรับความรู้ ฉะนั้นเป้าหมายหลักของการสอนจึงมุ่งเน้นการสนับสนุนการสร้างความรู้มากกว่าการถ่ายทอดหรือการบอกความรู้ ซึ่งการมุ่งเน้นการสร้างความรู้ใหม่อย่างเหมาะสมของแต่ละบุคคลและสิ่งแวดล้อมถือได้ว่าเป็นมีความสำคัญในการสร้างความหมายตามความเป็นจริง มีหลักการที่สำคัญเกี่ยวกับการเรียนรู้มุ่งเน้นให้นักเรียนลงมือกระทำในการสร้างความรู้ ซึ่งปรากฏแนวคิดที่เป็นรากฐานสำคัญของ Piaget คือ Cognitive constructivism ที่เชื่อว่าควรกระตุ้นให้นักเรียนเป็นผู้สร้างความรู้ด้วยตนเองอย่างเต็มตัว โดยการขยายโครงสร้างทางปัญญาผ่านทางประสบการณ์ด้วยวิธีการซึมซับ (Assimilation) เข้าสู่โครงสร้างทางปัญญาเป็นการตีความ หรือรับข้อมูลจากสิ่งแวดล้อมมาปรับเข้ากับโครงสร้างทางปัญญา และการปรับตัว (Accommodation) ของโครงสร้างทางปัญญา เป็นความสามารถในการปรับโครงสร้างทางปัญญาให้เข้ากับสิ่งแวดล้อม โดยการเชื่อมโยงระหว่างความรู้เดิมและสิ่งที่ต้องเรียนใหม่ และ Social constructivism ของ Vygotsky ที่เน้นให้นักเรียนได้มีปฏิสัมพันธ์ทางสังคมกับผู้อื่นผ่านการทำกิจกรรมต่าง ๆ ดังนั้นการจัดการเรียนรู้จึงควรนำรากฐานของทั้งสองแนวคิดนี้มาผสมกันเพื่อช่วยให้การจัดการเรียนรู้มีประสิทธิภาพมากยิ่งขึ้น

นอกจากที่แนวคิดคอนสตรัคติวิสต์ มีพื้นฐานมาจากทฤษฎีพัฒนาการทางเชาว์ปัญญาของ Piaget และของ Vygotsky อมรินทร์ อัมพลพงษ์ (2562, น.510-511) ได้กล่าวถึงพัฒนาการของการจัดการเรียนรู้ตามแนวคิดคอนสตรัคติวิสต์ไว้ว่า ทฤษฎีนี้เป็นทฤษฎีที่ว่าด้วยการสร้างความรู้ มีพัฒนาการมาจากปรัชญาปฏิบัตินิยม (Pragmatism) ที่นำโดย James และ Dewey

ในต้นคริสต์ศตวรรษที่ 20 ซึ่งปรัชญาปฏิบัตินิยม ยอมรับประสบการณ์และข้อเท็จจริงที่ได้รับทางประสาทสัมผัส แต่ไม่ถือเอาประสาทสัมผัสเพียงอย่างเดียวเป็นบ่อเกิดแห่งความรู้ และไม่ใช้ประสบการณ์ทุกประสบการณ์จะเป็นความรู้ ความรู้จะเกิดขึ้นเมื่อมีการไตร่ตรองเกี่ยวกับประสบการณ์นั้น โดยเมื่อกระบวนการไตร่ตรองเริ่มขึ้น ประสบการณ์ที่ไม่ได้รู้คิดเหล่านั้นจะค่อย ๆ มีความหมายมากยิ่งขึ้น ผู้ไตร่ตรองจึงเริ่มที่จะเข้าใจในสิ่งที่ตนกำลังประสบอยู่จนก่อให้เกิดความรู้ต่าง ๆ (ชัยวัฒน์ สุทธิรัตน์, 2561, น. 74)

เนื่องจากการเปลี่ยนแปลงกระบวนการทัศน์เกี่ยวกับวิธีการหาความรู้ในปรัชญาวิทยาศาสตร์ (Philosophy of science) ที่นำโดย Popper และ Feyerabend ในครึ่งหลังของคริสต์ศตวรรษที่ 20 จากการบุกเบิกของนักจิตวิทยาคนสำคัญ ๆ เช่น Piaget Ausubel และ Kelly ทำให้ต่อมาเกิดการพัฒนาแนวคิดคอนสตรัคติวิสต์ โดยมีนักการศึกษากลุ่มคอนสตรัคติวิสต์ เช่น Driver Bell, Kamil Noddings, Von Glasersfeld, Henderson และ Underhill (ไพจิตร สะดวกการ, 2543, น. 26)

จากแนวคิดพื้นฐานของคอนสตรัคติวิสต์ของนักการศึกษาหลาย ๆ ท่านที่กล่าวไปข้างต้น จึงมีการนำแนวคิดเหล่านั้นไปปรับใช้กับการจัดการเรียนรู้ในปัจจุบัน โดยสุมาลี ชัยเจริญ (2557, น. 133-135) ได้สรุปสาระสำคัญของการนำแนวคิดไปใช้ได้ ดังนี้

1. ความรู้ของบุคคลใด คือ โครงสร้างทางปัญญาของบุคคลนั้นที่สร้างขึ้นจากประสบการณ์ในการคลี่คลายสถานการณ์ต่าง ๆ ที่เป็นปัญหา และสามารถนำไปใช้เป็นพื้นฐานในการแก้ปัญหาอื่น ๆ ได้
2. นักเรียนถือเป็นผู้สร้างความรู้ด้วยวิธีการที่แตกต่างกัน ซึ่งต้องอาศัยประสบการณ์ที่นักเรียนมีมาอยู่เดิม และความสนใจและแรงจูงใจภายในตนเอง
3. ครูจะต้องจัดสิ่งแวดล้อมเพื่อช่วยปรับให้นักเรียนขยายโครงสร้างทางปัญญาของตนเอง โดยครูอาจจะจัดสถานการณ์ที่ทำให้นักเรียนเกิดความขัดแย้งทางปัญญา ซึ่งหมายถึงการที่นักเรียนไม่สามารถนำประสบการณ์ ความรู้เดิม หรือโครงสร้างทางปัญญาที่มีอยู่เดิม มาใช้แก้ปัญหาที่พบได้ ด้วยสถานการณ์ดังกล่าวจะทำให้นักเรียนต้องมีการคิดค้นหรือแสวงหาความรู้มาเพื่อขจัดความขัดแย้งเหล่านั้น

นอกจากนี้ สุมาลี กาญจนชาติ (2546, น. 16) ได้อธิบายถึงการนำแนวคิดเหล่านั้นไปปรับใช้กับการจัดการเรียนรู้ไว้ว่าเกี่ยวข้องกับกระบวนการ 2 กระบวนการ คือ

1. การจัดระบบโครงสร้างความรู้ (Organization) เป็นกระบวนการที่บุคคลใช้รวบรวม จัดระบบ เรียบเรียงประสบการณ์และความคิดของตนเองอย่างอัตโนมัติ และต่อเนื่องเป็นขั้นตอน

2. การปรับขยายโครงสร้างความรู้ (Adaptation) เป็นกระบวนการปรับตัวให้เข้ากับสิ่งแวดล้อมที่บุคคลปฏิสัมพันธ์ด้วย ซึ่งการปรับตัวของบุคคลประกอบด้วยกระบวนการที่สำคัญ 2 กระบวนการ คือ

2.1 การกระบวนการดูดซึม (Assimilation) หมายถึง การคัดกรองความรู้ใหม่หรือข้อมูลใหม่ที่เข้าไปเก็บรวมกับความรู้เดิมที่มีอยู่ในโครงสร้างทางปัญญา โดยนักเรียนจะใช้กระบวนการนี้เมื่อข้อมูลที่นักเรียนได้รับมีลักษณะแตกต่างจากข้อมูลเดิมที่นักเรียนเคยรู้ไม่มากนัก

2.2 กระบวนการปรับสภาวะ (Accommodation) หมายถึง การปรับ หรือเปลี่ยนแปลงความเข้าใจที่เคยมีอยู่แล้วให้เข้ากับข้อมูลใหม่ โดยนักเรียนจะใช้กระบวนการนี้เมื่อข้อมูลที่นักเรียนได้รับมีลักษณะที่ไม่มีความสัมพันธ์และใกล้เคียงกับความรู้เดิม และจำเป็นต้องปรับความรู้ความเข้าใจเดิมให้สอดคล้องกับความรู้ใหม่ แล้วจึงจัดเก็บในโครงสร้างทางปัญญา

โดยตามแนวคิดของทฤษฎีนี้ นักเรียนจะได้ลงมือปฏิบัติด้วยตนเองในการค้นหา คำตอบ แก้ปัญหาที่สงสัย หรือจัดความขัดแย้งทางปัญญาที่เกิดขึ้น โดยอาศัยกระบวนการดูดซึม หรือกระบวนการปรับสภาวะ เพื่อทำให้เกิดโครงสร้างทางปัญญาใหม่ โดยครูมีบทบาทเป็นเพียงผู้ส่งเสริมและสนับสนุนการเรียนรู้ของนักเรียน

สำหรับงานวิจัยนี้ ผู้วิจัยได้กำหนดรูปแบบของการจัดการเรียนรู้ตามแนวคิดคอนสตรัคติวิสต์ ตามทฤษฎีของ Piaget และของ Vygotsky ดังนี้

1. Cognitive constructivism เป็นทฤษฎีที่มีรากฐานมาจากทฤษฎีของ Piaget โดยผู้วิจัยจะจัดกิจกรรมการเรียนรู้ให้นักเรียนเกิดการคิด ทำให้นักเรียนเกิดความสนใจ ความสงสัย ซึ่งเป็นภาวะไม่สมดุล ที่เกิดจากการเผชิญความไม่สอดคล้องกับความเชื่อเดิม และความรู้เดิม ไม่สามารถแก้ปัญหาได้ ยังส่งผลให้เกิดแรงขับเคลื่อนอยากรู้อยากเห็น เป็นแรงจูงใจเพื่อสนองแรงขับนั้น

2. Social constructivism เป็นทฤษฎีที่มีพื้นฐานมาจากทฤษฎีของ Vygotsky โดยผู้วิจัยจะจัดกิจกรรมการเรียนรู้ให้นักเรียนได้มีปฏิสัมพันธ์กันระหว่างผู้อื่น (ครู และเพื่อน ๆ) ผ่านการทำงานเป็นคู่ และการทำงานเป็นกลุ่ม เพื่อให้นักเรียนได้แลกเปลี่ยนความคิดเห็นกัน

1.3 แนวการจัดการเรียนรู้ตามแนวคิดคอนสตรัคติวิสต์

จากการศึกษา ค้นคว้า เอกสาร และงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับแนวการจัดการเรียนรู้ตามแนวคิดคอนสตรัคติวิสต์ ได้มีผู้ให้ความเห็นไว้มากมาย

สุมาลี ชัยเจริญ (2557, น. 133-135) อธิบายถึงเงื่อนไขในการจัดการเรียนรู้ตามแนวคิดคอนสตรัคติวิสต์ โดยสรุปได้ ดังนี้

1. การจัดการเรียนรู้จะต้องเป็นกระบวนการลงมือกระทำ (Active process) ที่เกิดขึ้นในแต่ละบุคคล

2. ความรู้ต่าง ๆ จะถูกสร้างขึ้นด้วยตัวของนักเรียนเอง โดยใช้ข้อมูลที่ได้รับมาใหม่ร่วมกับข้อมูลหรือความรู้เดิมที่มีอยู่แล้ว รวมทั้งประสบการณ์เดิมมาสร้างความหมายในการเรียนรู้ของตนเอง ความรู้และความเชื่อที่แตกต่างกันของแต่ละบุคคล จะขึ้นอยู่กับสิ่งแวดล้อมและขนบธรรมเนียมประเพณี และประสบการณ์ของนักเรียนจะถูกนำมาเป็นพื้นฐานในการตัดสินใจ และจะมีผลโดยตรงต่อการสร้างความรู้ใหม่ แนวคิดใหม่ หรือการเรียนรู้นั่นเอง

ด้วยเหตุนี้การจัดการเรียนรู้ตามแนวคิดคอนสตรัคติวิสต์ จึงมีลักษณะที่ให้นักเรียนสร้างความรู้จากการร่วมมือกันแก้ปัญหา โดยกระบวนการเรียนรู้จะเริ่มต้นด้วยปัญหาที่ก่อให้เกิดความสงสัยหรือความขัดแย้งทางปัญญานั้นคือ ความรู้หรือประสบการณ์เดิมของนักเรียนไม่สามารถแก้ปัญหานั้นได้ จำเป็นที่จะต้องหาหลักฐาน แนวคิด หรือหลักการอื่นมาเพื่อช่วยในการขจัดความขัดแย้งทางปัญญา จนก่อให้เกิดการสร้างความรู้ใหม่ขึ้นมา

จากแนวคิดในการจัดการเรียนรู้อย่างกล่าว Cunningham (1993, pp. 143-144) ได้เสนอหลักการการออกแบบการจัดการเรียนรู้ตามแนวคิดคอนสตรัคติวิสต์ 7 ประการ สำหรับครูที่ต้องการออกแบบการจัดการเรียนรู้ตามแนวคิดคอนสตรัคติวิสต์ ดังนี้

1. จัดให้มีประสบการณ์ในกระบวนการสร้างความรู้
2. การสร้างประสบการณ์อย่างลึกซึ้งในการเข้าถึงแนวคิดที่หลากหลาย
3. การเรียนรู้ในสภาพที่ฝังอยู่ในสภาพที่เป็นจริงและบริบทการแก้ปัญหาที่ตรงตามสภาพจริง
4. การส่งเสริมและสนับสนุนให้ตระหนักของการมีส่วนร่วมในกระบวนการเรียนรู้
5. การฝังการเรียนรู้ลงในประสบการณ์ทางสังคม
6. การส่งเสริมและสนับสนุนการใช้รูปแบบที่หลากหลายในการนำเสนอ
7. การส่งเสริมและสนับสนุนเมตาคอกนิชันในกระบวนการสร้างความรู้

ทศนา แคมมณี (2561, น. 94-96) อธิบายถึงหลักการทั่วไปในการนำแนวคิดคอนสตรัคติวิสต์ไปใช้ไว้ดังนี้

1. ตามแนวคิดคอนสตรัคติวิสต์ ผลของการเรียนรู้จะมุ่งเน้นไปที่กระบวนการสร้างความรู้ (process of knowledge construction) และการตระหนักรู้ในกระบวนการนั้น (reflexive awareness of that process) เป้าหมายการเรียนรู้จะต้องมาจากการปฏิบัติงานจริง (authentic tasks) ครูจะต้องเป็นตัวอย่างและฝึกฝนกระบวนการเรียนรู้ให้นักเรียนเห็น นักเรียนจะต้องฝึกฝนการสร้างความรู้ด้วยตนเอง

2. เป้าหมายของการสอนจะเปลี่ยนจากการถ่ายทอดให้นักเรียนได้รับสาระความรู้ ที่แน่นอนตายตัวไปสู่การสาธิตกระบวนการแปลและสร้างความหมายที่หลากหลาย การเรียนรู้ทักษะต่าง ๆ จะต้องให้มีประสิทธิภาพถึงขั้นทำได้และแก้ปัญหาจริงได้

3. ในการเรียนการสอน นักเรียนจะเป็นผู้มีบทบาทในการเรียนรู้อย่างตื่นตัว (active) นักเรียนจะต้องเป็นผู้จัดกระทำกับข้อมูลหรือประสบการณ์ต่าง ๆ และจะต้องสร้างความหมายให้กับสิ่งนั้นด้วยตนเอง โดยการให้นักเรียนอยู่ในบริบทจริงซึ่งไม่ได้หมายความว่านักเรียนจะต้องออกไปยังสถานที่จริงเสมอไป แต่อาจจัดเป็นกิจกรรมที่เปิดโอกาสให้นักเรียนมีปฏิสัมพันธ์กับสื่อวัสดุ โดยนักเรียนสามารถจัดกระทำ ศึกษา สำรวจ วิเคราะห์ ทดลอง ลองผิดลองถูก กับสิ่งนั้น ๆ จนเกิดเป็นความรู้ ความเข้าใจขึ้น ดังนั้นความเข้าใจเป็นสิ่งที่เกิดขึ้นจากกระบวนการคิดการจัดกระทำข้อมูลไม่ได้เกิดขึ้นได้ง่าย ๆ จากการได้รับข้อมูลหรือมีข้อมูลเพียงเท่านั้น

4. ในการจัดการเรียนการสอน ครูจะต้องพยายามสร้างบรรยากาศทางสังคมจริยธรรม (sociomoral) ให้เกิดขึ้น กล่าวคือนักเรียนจะต้องมีโอกาสเรียนรู้ในบรรยากาศที่เอื้อต่อการปฏิสัมพันธ์ทางสังคม ซึ่งทางสังคมถือว่าเป็นปัจจัยสำคัญของการสร้างความรู้ เพราะลัทธิกิจกรรมและวัสดุอุปกรณ์ทั้งหลายที่ครูจัดให้ หรือนักเรียนแสวงหามาเพื่อการเรียนรู้ ไม่เป็นการเพียงพอ ปฏิสัมพันธ์ทางสังคม การร่วมมือและการแลกเปลี่ยนความรู้ ความคิดและประสบการณ์ระหว่างนักเรียนกับเพื่อน และบุคคลอื่น ๆ จะช่วยให้การเรียนรู้ของนักเรียนกว้างขึ้น ชับซ้อนขึ้น และหลากหลายขึ้น

5. ในการเรียนการสอน นักเรียนมีบทบาทในการเรียนรู้เต็มที่ โดยนักเรียนจะนำตนเองและควบคุมตนเองในการเรียนรู้ เช่น นักเรียนจะเป็นผู้เลือกสิ่งที่ต้องการเรียนเอง ตั้งกฎระเบียบเอง เลือกผู้ร่วมงานได้เอง และรับผิดชอบในการดูแลรักษาห้องเรียนร่วมกัน

6. ในการเรียนการสอนแบบสร้างความรู้ ครูจะมีบทบาทแตกต่างไปจากเดิม คือ จากการเป็นผู้ถ่ายทอดความรู้ และควบคุมการเรียนรู้ เปลี่ยนไปเป็นการให้ความร่วมมืออำนวยความสะดวก และช่วยเหลือนักเรียนในการเรียนรู้ ให้คำปรึกษา แนะนำทั้งทางด้านวิชาการ และด้านสังคมแก่นักเรียน ดูแลให้ความช่วยเหลือนักเรียนที่มีปัญหา และประเมินการเรียนรู้ของนักเรียน นอกจากนั้นครูยังต้องมีความเป็นประชาธิปไตย และมีเหตุผลในการสัมพันธ์กับนักเรียนด้วย

7. ในการประเมินผลการเรียนการสอน เนื่องจากการเรียนรู้ตามแนวคิดคอนสตรัคติวิสต์นี้ขึ้นกับความสนใจและการสร้างความหมายที่แตกต่างกันของบุคคล ผลการเรียนรู้ที่เกิดขึ้นจึงมีลักษณะหลากหลาย ดังนั้นการประเมินผลจึงจำเป็นต้องมีลักษณะประเมินตามจุดมุ่งหมายในลักษณะที่ยืดหยุ่นกันไปในแต่ละบุคคล ควรใช้วิธีการหลากหลายโดยอาศัยบริบทจริงที่มี

ชัยวัฒน์ สุทธิรัตน์ (2561, น. 76) ได้ให้แนวทางในการจัดการเรียนรู้ตามทฤษฎีคอนสตรัคติวิสต์ไว้ดังนี้

1. ให้นักเรียนตั้งคำถาม แล้วใช้คำถามและความคิดเห็นของนักเรียนในการวางแผนการสอน
2. ยอมรับและสนับสนุนความคิดเห็นของนักเรียน
3. ส่งเสริมความเป็นผู้นำ ความร่วมมือ การหาแหล่งข้อมูลข่าวสาร และการนำความคิดเห็นไปปฏิบัติ อันเป็นผลเนื่องมาจากกระบวนการเรียนรู้ของนักเรียน
4. ใช้ความคิดเห็น ประสบการณ์ และความสนใจของนักเรียน เพื่อให้บทเรียนดำเนินไปอย่างมีความหมาย
5. สนับสนุนให้นักเรียนเสนอแนะสิ่งที่เป็นสาเหตุของเหตุการณ์หรือสถานการณ์ และสนับสนุนให้นักเรียนทำนายผลที่จะเกิดขึ้น
6. สนับสนุนให้นักเรียนทดสอบความคิดเห็นของตนเอง เช่น ตอบคำถามที่ตัวเองตั้งขึ้น พิจารณาว่าอะไรเป็นสาเหตุ และทำนายผลที่ตามมา
7. ค้นหาความคิดเห็นนักเรียนก่อนนำเสนอความคิดเห็นของครู หรือก่อนศึกษาความคิดเห็นจากหนังสือเรียนหรือจากแหล่งอื่น
8. สนับสนุนให้นักเรียนท้าทายความคิดเห็นของกันและกัน
9. ใช้ยุทธวิธีการเรียนแบบร่วมมือ ซึ่งเน้นความร่วมมือ การนับถือซึ่งกันและกัน และใช้กลยุทธ์ของการแบ่งงานกันทำ

10. สนับสนุนให้มีการสะท้อนความคิดและมีการวิเคราะห์วิจารณ์ความคิดเห็นของกันและกัน แสดงความเคารพและใช้ทุกความคิดเห็นที่นักเรียนสร้างขึ้น

11. สนับสนุนให้มีการวิพากษ์วิจารณ์ตนเอง รวบรวมพยานหลักฐานที่สนับสนุนความคิดเห็นและสร้างความคิดเห็นใหม่อันเนื่องมาจากประสบการณ์และพยานหลักฐานใหม่

จากที่กล่าวมาข้างต้น ได้มีนักการศึกษาของไทยและต่างประเทศ ได้นำแนวการจัดการเรียนรู้ตามแนวคิดคอนสตรัคติวิสต์มาแบ่งการจัดการเรียนรู้ตามแนวคิดนี้ไว้ออกเป็นขั้นตอนต่าง ๆ

Yager (1991, p. 55) ได้อธิบายถึงการจัดการเรียนรู้ตามแนวคิดคอนสตรัคติวิสต์ โดยได้แบ่งแนวการจัดการเรียนรู้ออกเป็นทั้งหมด 4 ขั้นตอน เรียกว่า The Constructivist Learning Model (CLM) ดังนี้

ขั้นที่ 1 ขั้นชักชวน (Invitation) เป็นขั้นที่ครูมีหน้าที่ในการสร้างแรงจูงใจในการเรียนรู้ให้นักเรียน โดยการตั้งคำถามเพื่อให้นักเรียนคิดและสังเกตสิ่งต่าง ๆ เพื่อนำมาสู่คำตอบ ตัวอย่างการจัดกิจกรรมในขั้นนี้ ได้แก่

- 1.1 ให้สังเกตสิ่งรอบตัวและทำให้เกิดความอยากรู้อยากเห็น
- 1.2 ให้นักเรียนได้ถามคำถาม
- 1.3 ให้นักเรียนได้พิจารณาคำตอบที่เป็นไปได้ของคำถามที่ตั้งขึ้น
- 1.4 ให้นักเรียนได้จัดบันทึกสิ่งที่ไม่คาดคิดมาก่อนว่าจะเกิดขึ้น
- 1.5 ครูชี้สถานการณ์ที่การรับรู้ของนักเรียนแตกต่างกัน

ขั้นที่ 2 ขั้นสำรวจ (Exploration) เป็นขั้นที่ให้นักเรียนได้ลงมือปฏิบัติด้วยตนเอง โดยครูมีบทบาทเป็นเพียงผู้ส่งเสริมและสนับสนุนการเรียนรู้ ตัวอย่างการจัดกิจกรรมในขั้นนี้ ได้แก่

- 2.1 ให้นักเรียนมีส่วนร่วมในการทำกิจกรรม
- 2.2 ให้นักเรียนได้ระดมพลังสมองเกี่ยวกับทางเลือกที่เป็นไปได้
- 2.3 ให้นักเรียนได้มองหาสารสนเทศ
- 2.4 ให้นักเรียนได้ทำการทดลองโดยใช้วัสดุอุปกรณ์
- 2.5 ให้นักเรียนได้สังเกตปรากฏการณ์ที่เฉพาะเจาะจง
- 2.6 ให้นักเรียนได้ให้นักเรียนได้ออกแบบโมเดล
- 2.7 ให้นักเรียนได้รวบรวมและจัดกระทำข้อมูล
- 2.8 ให้นักเรียนได้ใช้ยุทธวิธีแก้ปัญหา
- 2.9 ให้นักเรียนได้เลือกทรัพยากรที่เหมาะสม

- 2.10 ให้นักเรียนได้อภิปรายการแก้ปัญหา
- 2.11 ให้นักเรียนได้ออกแบบและดำเนินการทดลอง
- 2.12 ให้นักเรียนได้ประเมินทางเลือกที่หลากหลาย
- 2.13 ให้นักเรียนได้มีส่วนร่วมในการแสดงความคิดเห็นที่ไม่ตรงกัน
- 2.14 ครูชี้การเสี่ยง และผลที่ตามมา
- 2.15 ครูชี้ขอบเขตของการสืบเสาะหาความจริง
- 2.16 ให้นักเรียนได้วิเคราะห์ข้อมูล

ขั้นที่ 3 ชื่อนำเสนอผลการศึกษาและการแก้ปัญหา (Proposing Explanations and Solutions) เป็นขั้นที่นักเรียนนำเสนอโมเดลใหม่ที่เกิดการเรียนรู้ในขั้นที่ 2 ร่วมกันทั้งชั้นเรียนและร่วมกันอภิปราย ตัวอย่างการจัดกิจกรรมในขั้นนี้ ได้แก่

- 3.1 ให้นักเรียนได้สื่อความหมายของข้อมูลและความคิดเห็น
- 3.2 ให้นักเรียนได้สร้างและอธิบายโมเดล
- 3.3 ให้นักเรียนได้สร้างคำอธิบายใหม่
- 3.4 ให้นักเรียนได้ทบทวนและวิจารณ์คำตอบของปัญหา
- 3.5 ให้เพื่อนประเมินผลการเสนอคำตอบ
- 3.6 ครูรวบรวมคำตอบที่หลากหลาย
- 3.7 ครูชี้ให้เห็นคำตอบที่เหมาะสม
- 3.8 ครูบูรณาการคำตอบที่ได้กับความรู้และประสบการณ์เดิมที่มีอยู่

ขั้นที่ 4 ขั้นประยุกต์ หรือนำไปใช้ (Take Action) เป็นขั้นที่นักเรียนนำความรู้ที่ค้นพบได้ไปประยุกต์ใช้ในปัญหาหรือสถานการณ์ใหม่ ตัวอย่างการจัดกิจกรรมในขั้นนี้ ได้แก่

- 4.1 ให้นักเรียนได้ตัดสินใจเกี่ยวกับข้อมูล
- 4.2 ให้นักเรียนได้นำความรู้และทักษะไปใช้
- 4.3 ให้นักเรียนได้ถ่ายทอดความรู้และทักษะ
- 4.4 ให้นักเรียนได้แลกเปลี่ยนสารสนเทศและความคิดเห็นกับครู
- 4.5 ให้นักเรียนได้ถามคำถามใหม่ที่เกี่ยวข้องกับบทเรียน
- 4.6 ครูสรุปผลที่ได้จากการเรียนรู้และส่งเสริมความคิดเห็นของนักเรียน
- 4.7 ให้นักเรียนได้แลกเปลี่ยนแนวคิดและวิธีการกับเพื่อนเพื่อให้เกิดการ

ยอมรับซึ่งกันและกัน

โดยในแต่ละขั้นตอนหากนักเรียนยังไม่สามารถสรุปสิ่งที่เป็นเป้าหมายได้ นักเรียนสามารถย้อนกลับไปทำในขั้นก่อนหน้าได้จนกว่านักเรียนจะสามารถสร้างองค์ความรู้ หรือข้อสรุปได้ด้วยตนเอง

นอกจากนี้ยังสอดคล้องกับ เวชฤทธิ์ อังคนะภัทรขจร (2555, น. 68) ซึ่งได้สรุปการจัดการเรียนรู้ตามทฤษฎีคอนสตรัคติวิสต์เป็น 4 ขั้นตอน ดังนี้

1. ขั้นเกิดความขัดแย้งทางปัญญา

1.1 นักเรียนเกิดความขัดแย้งทางความคิดที่เป็นผลมาจากความรู้เดิมกับสิ่งที่รับรู้ใหม่ไม่สอดคล้องกัน หรือเป็นผลมาจากความคิดเห็นที่ไม่สอดคล้องกันของนักเรียนกับเพื่อน หรือนักเรียนกับครู

1.2 นักเรียนสังเกต ตีความ เชื่อมโยงข้อมูลแล้วนำมาเปรียบเทียบกับความรู้เดิมหรือมโนทัศน์ตามความเข้าใจเดิม

1.3 ครูควรกระตุ้น/ ชักจูงให้นักเรียนศึกษาค้นคว้าเพื่อตรวจสอบความเข้าใจของตนเอง

2. ขั้นแสวงหาคำตอบ

2.1 นักเรียนค้นหาคำตอบเพื่อลดความขัดแย้งทางปัญญาที่เกิดขึ้น โดยวางแผนลงมือปฏิบัติเพื่อเก็บรวบรวมข้อมูลมาวิเคราะห์และตีความ

2.2 นักเรียนสะท้อนความคิดและประนีประนอมความขัดแย้งกับผู้อื่นจนสามารถสรุปคำตอบเกี่ยวกับสิ่งที่ต้องการจะรู้

3. ขั้นตรวจสอบความเข้าใจ

3.1 นักเรียนคิด วิเคราะห์ เชื่อมโยงผลการศึกษาค้นคว้ากับความเข้าใจของตนเอง

3.2 นักเรียนใช้เหตุผลในการประนีประนอมความขัดแย้งทางปัญญาของตนเองจนสามารถสร้างความรู้และกระบวนการเรียนรู้ของตนเองขึ้นมา

4. ขั้นการประยุกต์ใช้ความรู้

4.1 นักเรียนนำความรู้ ทักษะและกระบวนการที่ได้เรียนรู้ไปแล้วมาใช้อธิบาย ตัดสินแก้ปัญหา หรือดำเนินชีวิตของตนเองได้อย่างเหมาะสม

4.2 นักเรียนอาจจะศึกษาค้นคว้าเพิ่มเติมจากเรื่องที่เรียน

4.3 ครูอาจนำเสนอข้อมูล สถานการณ์ คำถามใหม่ ซึ่งสัมพันธ์กับสิ่งที่ได้เรียนรู้ไปแล้ว ทำให้นักเรียนดำเนินการศึกษาค้นคว้าเพื่อตรวจสอบความเข้าใจตนเองต่อไป

จากขั้นตอนการจัดการเรียนรู้ตามแนวคิดคอนสตรัคติวิสต์ของ Yager และเวททิ อังกนะภัทรขจร ที่ยกไปข้างต้น สมินท์ ธาตุทอง (2559, น. 81) ได้แบ่งการจัดการเรียนรู้ตามทฤษฎี คอนสตรัคติวิสต์เป็น 5 ขั้นตอน ดังนี้

1. ขั้นนำ (Orientation)
2. ขั้นทบทวนความรู้เดิม (Elicitation of the prior knowledge)
3. ขั้นปรับเปลี่ยนความคิด (Turning restructuring of ideas)
4. ขั้นนำความคิดไปใช้ (Application of ideas)
5. ขั้นทบทวน (Review)

จะเห็นได้ว่าการจัดการเรียนรู้แนวคิดคอนสตรัคติวิสต์ ครูเป็นผู้มีบทบาทเป็น อย่างมากในการเตรียมกิจกรรม สื่อการสอน รูปแบบการเรียนรู้ เพื่อให้ให้นักเรียนสร้างความรู้ ขึ้นมาด้วยตนเองได้ วิธนา ประชากุล (2554, น. 75-79) ได้อธิบายถึงบทบาทของครูไว้ ดังนี้

1. การสอนของครู คือการอำนวยความสะดวกให้แก่ให้นักเรียนสร้างความรู้ความ เข้าใจที่เกิดขึ้น โดยตัวนักเรียนเอง
2. ครูจะต้องเป็นผู้ให้กำลังใจ ยอมรับความเป็นอิสระ และความคิดริเริ่มของ นักเรียน
3. ครูควรใช้ข้อมูลตามธรรมชาติและแหล่งข้อมูลที่แท้จริง เน้นการค้นหา ความสัมพันธ์ระหว่างปัญหาที่แท้จริงกับความรู้และทักษะที่จำเป็น
4. ครูควรใช้คำพูดให้นักเรียนเกิดการคิด
5. ครูต้องยินยอมให้นักเรียนเป็นผู้นำเข้าสู่บทเรียน เปลี่ยนกลยุทธ์ในการสอน และการเปลี่ยนแปลงเนื้อหา และกระตุ้นความสนใจของนักเรียน
6. ครูควรพยายามทำความเข้าใจเกี่ยวกับมโนทัศน์ที่นักเรียนแต่ละคนสร้างขึ้น
7. ครูควรเป็นผู้กระตุ้นให้นักเรียนได้มีส่วนร่วมในการสนทนากับครูและเพื่อน เพื่อให้นักเรียนเกิดความคิด ความใจมากยิ่งขึ้น
8. ครูควรกระตุ้นให้นักเรียนเป็นผู้ตั้งคำถาม
9. ครูควรให้นักเรียนได้มีส่วนร่วมในการประเมินผลงานของตนเอง และเพื่อน ๆ เพื่อนำไปสู่การสร้างความรู้ความเข้าใจในความรู้ที่นักเรียนสร้างขึ้น
10. ครูควรให้เวลากับนักเรียนในการค้นหาคำตอบของคำถามที่ครูตั้งขึ้น
11. ครูควรจัดเวลาให้เหมาะสมกับการจัดกิจกรรมต่าง ๆ
12. ครูควรเอาใจใส่ธรรมชาติความอยากรู้อยากเห็นของนักเรียน

ชัยวัฒน์ สุทธิรัตน์ (2561, น. 75-76) ได้อธิบายถึงบทบาทครูตามแนวคิด คอนสตรัคติวิสต์ ไว้ว่า ครูมีบทบาทสำคัญในฐานะเป็นผู้อำนวยความสะดวกในการเปลี่ยนแปลง โครงสร้างทางปัญญาของนักเรียน โดย วรณทิพา รอดแรงคำ (2540, น. 109) ได้อธิบายว่า ครู ต้องเป็นทรัพยากรบุคคล เป็นผู้สืบเสาะหาความรู้ที่ไม่เคยมีความรู้หรือไม่เคยมีประสบการณ์ในการ สืบเสาะความรู้มาก่อน เป็นผู้ท้าทายความคิดของนักเรียน ในฐานะที่เป็นผู้อำนวยความสะดวกในการเรียนรู้ นอกจากนี้ครูต้องจัดหาข้อมูลให้นักเรียนมากกว่าการถามคำถาม กลับไปที่ตัวนักเรียนในฐานะที่เป็นผู้สืบเสาะหาความรู้หรือไม่เคยมีประสบการณ์ในการสืบเสาะหา ความรู้มาก่อน ครูจะทำเป็นไม่รู้เกี่ยวกับคำอธิบายหรือไม่รู้เกี่ยวกับสถานการณ์นั้นเพื่อช่วยให้นักเรียนหาคำตอบด้วยตนเอง และในฐานะที่เป็นผู้ท้าทายความคิดของนักเรียน ครูจะทำทลาย ความคิดของนักเรียนโดยเฉพาะความคิดที่ไม่เป็นไปตามพยานหลักฐานที่ได้ หรือไม่ชัดเจน

Berk and Winsler (1995, p. 125) อธิบายถึงบทบาทครูไว้ว่า หน้าที่ของครูที่สำคัญ คือต้องจัดเตรียมสภาพแวดล้อมให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้ด้วยตนเอง และคอยให้คำแนะนำด้วยการ สธิต อธิบาย และให้นักเรียนมีโอกาทำงานร่วมกับผู้อื่น เช่น การวาด การเขียน การทำงาน ศิลปะ หลาย ๆ รูปแบบ เพื่อเป็นการจัดระบบความคิดของนักเรียนเอง แล้วให้ออกาสนักเรียน แสดงออก ด้วยวิธีการต่าง ๆ ซึ่ง ครูจะได้รู้ว่านักเรียนต้องการจะทำอะไร

Yager (1991, p. 56) ได้อธิบายถึงบทบาทครูในการจัดการเรียนรู้ตามแนวคิด คอนสตรัคติวิสต์ ไว้ดังนี้

1. ครูควรตั้งคำถาม หรือปัญหาเพื่อให้นักเรียนเกิดความสนใจในเนื้อหาที่จะเรียน
2. ครูควรส่งเสริมให้นักเรียนมีความกล้าแสดงออก
3. ครูควรส่งเสริมให้นักเรียนมีความเป็นผู้นำ
4. ครูควรหากิจกรรมที่ส่งเสริมให้นักเรียนคิด มีประสบการณ์ และสนใจเกี่ยวกับ บทเรียนต่าง ๆ
5. ครูควรส่งเสริมทางเลือกในการค้นหาข้อมูลทั้งในด้านเทคโนโลยี ผู้เชี่ยวชาญ และเอกสารต่าง ๆ ที่เกี่ยวข้องกับประเด็นปัญหา
6. ครูควรใช้คำถามปลายเปิด เพื่อส่งเสริมให้นักเรียนมีความกล้าที่จะสร้าง แนวคิด หรือข้อคาดการณ์ต่าง ๆ เกี่ยวกับปัญหา
7. ครูควรส่งเสริมให้นักเรียนลองตรวจสอบความสมเหตุสมผลของคำตอบ หรือ ข้อคาดการณ์ที่นักเรียนสร้างขึ้น
8. ครูควรส่งเสริมให้นักเรียนคิดนอกกรอบ และขยายความคิดของตนเอง

9. อาจนำการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือมาช่วยในการจัดการเรียนรู้ เช่น การแบ่งกลุ่ม การให้นักเรียนได้แลกเปลี่ยนความคิดเห็นกับผู้อื่น

10. ให้นักเรียนได้สะท้อนความรู้ และประเมินความรู้ที่ค้นพบอย่างเหมาะสม

11. ครูควรส่งเสริมให้นักเรียนได้ประเมินตนเอง

จากที่กล่าวมาข้างต้น ครูเป็นผู้มีบทบาทสำคัญในการจัดการเรียนรู้ตามแนวคิดคอนสตรัคติวิสต์ นอกจากนั้นบทบาทนักเรียนมีส่วนสำคัญที่จะทำให้การจัดการเรียนรู้ประสบความสำเร็จ สำหรับบทบาทของนักเรียนได้มีนักการศึกษาหลายท่าน อธิบายไว้ดังนี้

นันทนา หอมหวล (2559, น. 61) อธิบายถึงบทบาทของนักเรียนว่า นักเรียนจะต้อง

1. เชื่อมโยงความรู้ใหม่เข้ากับความรู้เดิมที่มีอยู่แล้วในโครงสร้างทางปัญญาของตน
2. เข้าใจความแตกต่างและความคล้ายคลึงของความคิดรวบยอดหรือข้อความที่ใกล้เคียงกัน
3. แปลสิ่งที่เรียนได้นั้นให้เข้ากรอบความคิดตามประสบการณ์และภาษาของตน
4. สร้างความคิดใหม่ ๆ ซึ่งต้องเอาความรู้ที่มีอยู่แล้วมาจัดระเบียบใหม่ จะเห็นว่าการเรียนแบบนี้ ต้องใช้วุฒิภาวะทางความรู้สูงเพื่อให้ได้ความรู้เข้ามา

ยุรวุฒิ คัลลายมงคล (2542, น. 7) อธิบายถึงบทบาทของนักเรียนว่า

1. นักเรียนจะมีปฏิสัมพันธ์กับทุกสิ่งทุกอย่างแวดล้อมตัวเขา จะพยายามค้นหาเพื่ออธิบายสิ่งต่าง ๆ รอบตัวเขานั้น โดยเขาจะสร้างแบบจำลองหรือสัญลักษณ์ของสิ่งต่าง ๆ ที่พบเห็นไว้ในความคิดเพื่อใช้อธิบายสิ่งต่าง ๆ เกี่ยวกับปรากฏการณ์และเหตุการณ์ต่าง ๆ ในสิ่งแวดล้อมรอบตัวนั้น
2. นักเรียนทุกคนจะสร้างหรือร่วมสร้างสิ่งที่มีความหมายด้วยตนเอง
3. นักเรียนเป็นผู้รับผิดชอบการเรียนรู้ของตนเอง โดยมีครูเป็นผู้สนับสนุนการเรียนรู้
4. นักเรียนจะสร้างสิ่งที่มีความหมายแลกเปลี่ยนกันจากการปฏิสัมพันธ์ซึ่งกันและกัน

ชนัท ธาตุทอง (2559, น. 82) อธิบายถึงบทบาทของนักเรียนว่า นักเรียนจะเป็นผู้ปฏิบัติและสร้างความรู้ไปพร้อม ๆ กันด้วยตัวของเขาเอง โดยเข้าร่วมกิจกรรมทุกครั้งด้วยความสนใจ เรียนรู้ได้เอง รู้จักแสวงหาความรู้จากแหล่งเรียนรู้ต่าง ๆ ที่มีอยู่ด้วยตนเอง ตัดสินปัญหา

อย่างมีเหตุผล มีความรู้สึก และความคิดเป็นของตนเอง วิเคราะห์พฤติกรรมของตนเองและผู้อื่นได้ ให้ความช่วยเหลือซึ่งกันและกัน รู้จักรับผิดชอบงานที่ตนเองทำอยู่และได้รับมอบหมาย และนำสิ่งที่ได้เรียนรู้ไปประยุกต์ใช้ได้

จากบทบาทของครูและนักเรียนที่กล่าวไปข้างต้น Yager (1991, p. 56) ได้ทำการเปรียบเทียบบทบาทของครูและนักเรียนตามขั้นตอนการจัดการเรียนรู้ตามแนวคิดคอนสตรัคติวิสต์ไว้ดังตารางต่อไปนี้

ตาราง 1 การเปรียบเทียบบทบาทของครูและนักเรียนตามขั้นตอนการจัดการเรียนรู้ตามแนวคิดคอนสตรัคติวิสต์

บทบาทของครู	การจัดการเรียนรู้ตามแนวคิดคอนสตรัคติวิสต์	บทบาทของนักเรียน
มีบทบาท	ระบุปัญหา หรือหัวข้อที่จะศึกษา	มีบทบาท
ไม่มีบทบาท	ค้นหาความเกี่ยวข้องของปัญหากับความรู้เดิม	มีบทบาท
มีบทบาท	ถามคำถาม	มีบทบาท
มีบทบาท	ระบุแหล่งข้อมูลในการค้นหาคำตอบ	มีบทบาท
มีบทบาท	ระบุบุคคลที่ช่วยในการค้นหาคำตอบ	มีบทบาท
มีบทบาท	วางแผนการทํากิจกรรมเพื่อค้นหาคำตอบ	มีบทบาท
ไม่มีบทบาท	ค้นหาคำตอบของปัญหา	มีบทบาท
ไม่มีบทบาท	นักเรียนประเมินผลความรู้ที่ค้นพบ	มีบทบาท
ไม่มีบทบาท	นำความรู้ไปใช้กับสถานการณ์ใหม่	มีบทบาท
ไม่มีบทบาท	ขยายความคิดโดยอาศัยความรู้อื่น ๆ	มีบทบาท

ที่ ม ๑ : Yager, R. E. (1991). The constructivist learning model. The science teacher, 58(6), 52-57.

สำหรับงานวิจัยนี้ผู้วิจัยได้ออกแบบแนวการจัดการเรียนรู้ตามแนวคิดคอนสตรัคติวิสต์ในลักษณะเดียวกับ Yager (1991, p. 56) โดยแบ่งเป็น 4 ขั้นตอน ดังนี้

ขั้นที่ 1 ขั้นชักชวน เป็นขั้นที่สร้างแรงจูงใจในการเรียนรู้ให้นักเรียน โดยการใช้กิจกรรม หรือการตั้งปัญหาเพื่อกระตุ้นให้นักเรียนได้คิด สังเกตสิ่งต่าง ๆ เกิดความสงสัย ตั้งคำถาม และพิจารณาคำตอบที่เป็นไปได้ นอกจากนี้อาจเป็นการชี้ให้เห็นถึงความสำคัญ และประโยชน์

ของเนื้อหาที่เรียน เพื่อให้นักเรียนเกิดความสนใจต้องการที่จะเรียนรู้ หรือต้องการที่จะสร้างข้อความคาดการณ์ทางเรขาคณิต

ขั้นที่ 2 ขั้นค้นพบ เป็นขั้นที่ให้นักเรียนได้สำรวจ ค้นคว้า หาเหตุผล เพื่อสร้างข้อความคาดการณ์ทางเรขาคณิต และพิสูจน์ข้อความคาดการณ์นั้นผ่านการทำกิจกรรม และกระบวนการกลุ่ม ซึ่งนักเรียนจะได้ออกแบบวิธีการค้นหาความรู้ ร่วมกันวางแผน รวบรวมข้อมูล ค้นคว้าข้อมูล ลงมือปฏิบัติด้วยตนเองในการค้นหาคำตอบเพื่อแก้ปัญหาที่สงสัย และนำข้อค้นพบมาอภิปรายร่วมกันในกลุ่มถึงความถูกต้อง และความสมเหตุสมผลของคำตอบ โดยครูมีบทบาทเป็นเพียงผู้ส่งเสริมและสนับสนุนการเรียนรู้ของนักเรียน

ขั้นที่ 3 ขั้นนำเสนอผลการค้นพบและลงข้อสรุป เป็นขั้นที่นักเรียนนำเสนอความรู้ วิธีการในการได้มาซึ่งความรู้ การสร้างข้อความคาดการณ์ และแนวทางการพิสูจน์ข้อความคาดการณ์ ที่นักเรียนค้นพบจากขั้นที่ 2 และร่วมกันอภิปรายกับเพื่อนและครูเพื่อตรวจสอบความถูกต้อง โดยครูชี้ให้เห็นถึงคำตอบที่เหมาะสมและร่วมกันลงข้อสรุปที่ได้จากการค้นพบ จากนั้นครูเชื่อมโยงความรู้ที่ค้นพบกับความรู้อื่นๆของนักเรียน

ขั้นที่ 4 ขั้นประยุกต์ใช้ เป็นขั้นที่ให้นักเรียนนำความรู้ที่ค้นพบ และความรู้เดิมไปประยุกต์ใช้ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และการพิสูจน์ที่เกี่ยวข้องกับเรื่องนั้น ๆ โดยนักเรียนจะต้องตัดสินใจเพื่อเลือกใช้ความรู้ที่เหมาะสมในสถานการณ์ต่าง ๆ และครูสรุปผลที่ได้จากการเรียนรู้และส่งเสริมความคิดเห็นของนักเรียน ให้โอกาสนักเรียนได้ถามคำถามใหม่ที่เกี่ยวข้องกับบทเรียน ให้นักเรียนได้แลกเปลี่ยนแนวคิดและวิธีการกับเพื่อน เพื่อให้เกิดการยอมรับซึ่งกันและกัน

1.4 แนวการวัดประเมินผลการจัดการเรียนรู้ตามแนวคิดคอนสตรัคติวิสต์

จากการศึกษา ค้นคว้า งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับแนวการวัดประเมินผลการจัดการเรียนรู้ตามแนวคิดคอนสตรัคติวิสต์ได้มีผู้ศึกษาไว้มากมาย

Duffy and Jonassen (2013, pp. 95-96) อธิบายถึงแนวการวัดประเมินผลการจัดการเรียนรู้ตามแนวคิดคอนสตรัคติวิสต์ไว้ว่า การจัดการเรียนรู้ตามแนวคิดนี้ขึ้นกับความสนใจ และการสร้างความหมายที่แตกต่างกันของบุคคล ผลการเรียนรู้ที่เกิดขึ้นจึงมีลักษณะที่หลากหลาย ดังนั้นการประเมินผลจึงจำเป็นต้องมีลักษณะเป็น “goal free evaluation” ซึ่งหมายถึงการประเมินตามจุดมุ่งหมายในลักษณะที่ยืดหยุ่นกันไปในแต่ละบุคคล หรืออาจใช้วิธีที่เรียกว่า “socially negotiated goal” และการประเมินควรใช้วิธีที่หลากหลาย ซึ่งอาจประเมินจากเพื่อน แพ้ผลงาน รวมทั้งการประเมินตนเองด้วย นอกจากนั้นการวัดผลจำเป็นต้องอาศัยบริบทจริงที่มีความซับซ้อน เช่นเดียวกับการจัดการเรียนการสอนที่ต้องอาศัยบริบท กิจกรรม และงานที่เป็นจริง การวัดผล

จะต้องใช้กิจกรรมหรืองานในบริบทจริงด้วย ซึ่งในกรณีที่จำเป็นต้องจำลองของจริงมาก็สามารถทำได้ แต่เกณฑ์ที่ใช้ควรเป็นเกณฑ์ที่ใช้ในโลกของความเป็นจริงด้วย

บุญเลี้ยง ทุมทอง (2559, น. 52) อธิบายแนวการวัดประเมินผลการจัดการเรียนรู้ตามแนวคิดคอนสตรัคติวิสต์ไว้ว่า การวัดและประเมินผลตามแนวคิดคอนสตรัคติวิสต์ขึ้นอยู่กับมุมมองของผู้ใช้ เช่น หากครูเชื่อว่านักเรียนแต่ละคนสร้างความรู้ในเรื่องเดียวกันแตกต่างกัน ก็อาจไม่ต้องทำการวัดและประเมินผล เนื่องจากการสร้างในสิ่งที่ไม่เหมือนกันและไม่มีเกณฑ์ร่วมกันที่ใช้ตัดสิน แต่สำหรับครูที่ให้ความสำคัญกับกระบวนการสร้างความรู้ อาจประเมินที่กระบวนการเรียนรู้ หรือกระบวนการสร้าง โดยไม่เน้นที่ผลลัพธ์ เนื่องจากทุกสิ่งที่สร้างไม่ว่าจะผิดหรือถูกล้วนมีความหมายทั้งสิ้น

อนุชา โสมาบุตร (2556, น. 21-24) อธิบายแนวการวัดประเมินผลการจัดการเรียนรู้ตามแนวคิดคอนสตรัคติวิสต์ไว้ว่า การประเมินผลการจัดการเรียนรู้มีหลายวิธี ได้แก่ การประเมินความพึงพอใจของนักเรียนต่อการจัดการเรียนรู้โดยใช้แนวคิดคอนสตรัคติวิสต์ การประเมินผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียน การประเมินบริบทการใช้ ว่านักเรียนสามารถใช้ความรู้ที่สร้างขึ้นเพื่อแก้ปัญหาที่กำหนดให้ได้หรือไม่

สำหรับงานวิจัยนี้วัดประเมินผลการจัดการเรียนรู้ตามแนวคิดคอนสตรัคติวิสต์จากใบกิจกรรม ใบงาน แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ และแบบทดสอบความสามารถในการพิสูจน์ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น

1.5 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการจัดการเรียนรู้ตามแนวคิดคอนสตรัคติวิสต์

จากการศึกษา ค้นคว้า งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการจัดการเรียนรู้ตามแนวคิดคอนสตรัคติวิสต์ ได้มีผู้ศึกษาไว้มากมาย

Lillian (2010) ได้ทำการศึกษาเกี่ยวกับการนำวิธีการเรียนรู้แบบคอนสตรัคติวิสต์มาใช้ในการจัดการเรียนรู้ พบว่านักเรียนมีความรับผิดชอบ รู้จักขนขวายหาความรู้ด้วยตนเอง มีความเชื่อมั่นในตนเอง มีวิจาร์ณญาณ มีความกระตือรือร้นในการค้นหาความรู้ และมีประสิทธิภาพในการเรียนเพิ่มมากขึ้น

Qarareh (2016) ได้ทำการศึกษาเกี่ยวกับการนำ The Constructivist Learning Model (CLM) ไปใช้ในการจัดการเรียนรู้ในรายวิชาวิทยาศาสตร์ เพื่อศึกษาผลสัมฤทธิ์ และทักษะการคิดทางวิทยาศาสตร์ของนักเรียนชั้น ม. 2 ซึ่งพบว่ามีผลแตกต่างอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ของผลสัมฤทธิ์ และทักษะการคิดทางวิทยาศาสตร์ระหว่างกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม

แต่ไม่มีความแตกต่างกันเมื่อจำแนกตามเพศ นอกจากนี้ยังพบว่าการจัดการเรียนรู้โดยใช้แนวคิดนี้ ช่วยพัฒนาผลสัมฤทธิ์ และทักษะการคิดทางวิทยาศาสตร์

กาญจนา ชุนบุญมา (2551) ได้ทำการพัฒนานักกิจกรรมการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง ลำดับและอนุกรม สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ตามแนวคิดทฤษฎีคอนสตรัคติวิสต์ โดยได้นำรูปแบบ The Constructivist Learning Model (CLM) ของ Yager มาใช้เป็นแนวในการ พัฒนานักกิจกรรม โดยผลการนำกิจกรรมไปใช้พบว่าผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนมีค่าเฉลี่ย คิดเป็นร้อยละ 79.11 และมีจำนวนนักเรียนผ่านเกณฑ์ 26 คน คิดเป็นร้อยละ 86.67 ของนักเรียน ทั้งหมด ซึ่งแสดงให้เห็นว่ากิจกรรมที่พัฒนาขึ้นช่วยพัฒนาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนให้ดีขึ้น

จามรี สมานชาติ (2554) ได้ทำการศึกษาการเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน และเจตคติต่อคณิตศาสตร์ของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ในเรื่องความน่าจะเป็น โดยใช้ ทฤษฎีพหุปัญญา และแนวคิดคอนสตรัคติวิสต์ในการจัดการเรียนรู้ ผลการวิจัยพบว่าวิธีดังกล่าวมี ประสิทธิภาพ และช่วยเสริมสร้างผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ทั้งสองวิธี

น้อยทิพย์ ลัมยิงเจริญ and ชนิดาพร พลนามอินทร์ (2559) ได้ทำการศึกษาการ พัฒนาการคิดวิเคราะห์และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน กลุ่มสาระการเรียนรู้วิทยาศาสตร์เรื่อง บรรยากาศ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่จัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิดคอนสตรัคติวิสต์ The Constructivist Learning Model (CLM) ของ Yager พบว่าการพัฒนานักกิจกรรมการเรียนรู้ เรื่องบรรยากาศ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โดยจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิด คอนสตรัคติวิสต์ของ Yager นักเรียนได้พัฒนาการคิดอย่างเป็นขั้นตอน นักเรียนเกิดการเรียนรู้ด้วย ตัวเองตลอดเวลา และสามารถพัฒนาการคิดวิเคราะห์ได้ทั้ง 3 ด้าน คือการวิเคราะห์ความสำคัญ วิเคราะห์ความสัมพันธ์ และวิเคราะห์หลักการ ทำให้นักเรียนมีคะแนนการคิดวิเคราะห์และ ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงขึ้น โดยในด้านการคิดวิเคราะห์ นักเรียนทั้งหมด 52 คน มีคะแนน ไม่น้อยกว่าร้อยละ 70 ของคะแนนเต็ม จำนวน 43 คน คิดเป็นร้อยละ 82.69 ของจำนวนนักเรียน ทั้งหมด ซึ่งเป็นไปตามเกณฑ์ที่กำหนดไว้ และในด้านผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน นักเรียนทั้งหมด 52 คน มีคะแนนไม่น้อยกว่าร้อยละ 70 ของคะแนนเต็มจำนวน 45 คน คิดเป็นร้อยละ 86.54 ของ จำนวนนักเรียนทั้งหมด ซึ่งเป็นไปตามเกณฑ์ที่กำหนดไว้

ละมัย แก้วสุวรรณ (2558) ได้ศึกษาเกี่ยวกับผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตาม แนวคิดคอนสตรัคติวิสต์ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 พบว่า หลังการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิด

คอนสตรัคติวิสต์ นักเรียนมีคะแนนเฉลี่ยของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน และความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ เรื่องบทประยุกต์ สูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

สุทิน บัณฑิต (2558) ได้ศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน กับเกณฑ์ร้อยละ 75 และศึกษาความพึงพอใจของนักเรียนโดยใช้โปรแกรม GeoGebra ประกอบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ทางคณิตศาสตร์ตามทฤษฎีคอนสตรัคติวิสต์ เรื่องความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โดยผลการวิจัยพบว่าคะแนนผลสัมฤทธิ์หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนและมีผลสัมฤทธิ์หลังการเรียนสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 75 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 นอกจากนี้ยังพบว่าระดับความพึงพอใจต่อการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ในระดับมากที่สุด

วันชัยมา ปานากาเซ็ง et al. (2561) ได้ทำการออกแบบกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามทฤษฎีคอนสตรัคติวิสต์ เรื่อง กำหนดการเชิงเส้น โดยใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษา ปีที่ 5 โดยใช้โมเดล The Constructivist Learning Model (CLM) ของ Yager และพบว่านักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามทฤษฎีคอนสตรัคติวิสต์ เรื่อง กำหนดการเชิงเส้น โดยใช้โปรแกรม GSP มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 60 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และมีค่าดัชนีประสิทธิผลของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเท่ากับ .6136 นอกจากนี้ยังพบว่านักเรียนส่วนใหญ่มีความพึงพอใจต่อกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามทฤษฎีคอนสตรัคติวิสต์ เรื่อง กำหนดการเชิงเส้น โดยใช้โปรแกรม GSP อยู่ในระดับมาก

สุนิสา ภามาศ (2561) ได้ศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง เลขยกกำลัง ของนักเรียนหลังจากได้รับการจัดการเรียนรู้ตามแนวคิดคอนสตรัคติวิสต์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โดยผลการวิจัยพบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง เลขยกกำลัง หลังเรียน โดยใช้การจัดการเรียนรู้ตามแนวคิดคอนสตรัคติวิสต์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 สูงกว่าก่อนเรียน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ ระดับนัยสำคัญ .05 และสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 60 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติระดับนัยสำคัญ .05

ธวัชชา จันทกาญจน์ (2561) ได้ศึกษาเกี่ยวกับการพัฒนากิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิดทฤษฎีคอนสตรัคติวิสต์ เรื่อง ลำดับ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 โดยได้นำโมเดล The Constructivist Learning Model (CLM) ของ Yager มาประยุกต์ใช้ในการสร้างกิจกรรมการเรียนรู้ โดยจากการศึกษาพบว่า กิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิดทฤษฎีคอนสตรัคติวิสต์ เรื่อง ลำดับ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 มีประสิทธิภาพเท่ากับ 79.72/77.53 ความก้าวหน้าในการเรียนรู้

ของนักเรียนคิดเป็นร้อยละ 68.41และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

จากการศึกษางานวิจัยที่เกี่ยวข้องพบว่ามีงานนำแนวคิดคอนสตรัคติวิสต์ไปใช้ในการจัดการเรียนรู้มากมาย ซึ่งผลการวิจัยยังชี้ให้เห็นถึงประสิทธิภาพของการสอนโดยใช้แนวคิดนี้ว่าจะสามารถพัฒนาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียน และความสามารถในด้านต่าง ๆ ให้สูงขึ้นได้

2. เอกสารที่เกี่ยวข้องกับการพิสูจน์ทางเรขาคณิต

2.1 ความหมายของการพิสูจน์ทางเรขาคณิต

จากการศึกษา ค้นคว้า เอกสาร และงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับความหมายของการพิสูจน์ได้มีผู้ให้ความหมายไว้มากมาย

ปรีชา เนาวเย็นผล (2537, น. 128) อธิบายว่า การพิสูจน์เป็นการแสดงการให้เหตุผลแบบนิรนัย โดยใช้ข้อเท็จจริงที่ยอมรับแล้ว และข้อมูลที่กำหนดเป็นข้ออ้าง แล้วใช้รูปแบบของการให้เหตุผลนำไปสู่ผลสรุปที่ต้องการ

โกมล ไพศาล (2540, น. 6) อธิบายว่า การพิสูจน์ หมายถึง การหาวิธีการเพื่อยืนยันข้อความหรือยอมรับในสมบัติต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ว่าเป็นจริงหรือเท็จ ด้วยภาษาทางคณิตศาสตร์

กรรณิการ์ กวัคเพฑูรย์ (2542, น. 35) อธิบายว่า การพิสูจน์ เป็นการอ้างเหตุผลเพื่อแสดงให้ผู้อื่นเชื่อว่าทฤษฎีหรือสิ่งที่ค้นพบนั้นถูกต้อง

อำพล ธรรมเจริญ (2556, น. 91) อธิบายว่า การพิสูจน์ คือ การอ้างเหตุผลเพื่อให้เกิดข้อสรุปใหม่ที่เป็นจริง

เมื่อพิจารณาเกี่ยวกับความหมายของการพิสูจน์ทางเรขาคณิตได้มีผู้ให้ความหมายไว้ ดังนี้

Chou, Gao, and Zhang (1994, pp. 48-49) อธิบายว่า การพิสูจน์ทางเรขาคณิต เป็นการสังเกตสิ่งต่าง ๆ หรือคาดการณ์สิ่งที่จะเกิดขึ้น จากนั้นจึงอาศัยหลักทางตรรกศาสตร์ และความรู้ทางเรขาคณิตในการให้เหตุผลเพื่อให้ไปสู่เป้าหมายที่คาดการณ์ไว้

สมวงศ์ แปลงประสพโชค (2551, น. 54) อธิบายว่า โดยทั่วไปในวิชาคณิตศาสตร์ แต่ละแขนง เรียกความรู้ที่เรายอมรับว่า “สัจพจน์” เรียกผลสรุปที่ได้ว่า “ทฤษฎีบท” ซึ่งเป็นผลที่ได้จากการให้เหตุผลแบบนิรนัย จะต้องมีการแสดงความสมเหตุสมผลของทฤษฎีบท เรียกว่า “การพิสูจน์” ซึ่งในทางเรขาคณิตจะใช้ “วิธีเชิงสัจพจน์” ซึ่งเป็นการยอมรับความรู้ส่วนหนึ่งโดยไม่ต้องพิสูจน์ จากนั้นจึงนำความรู้ทางตรรกศาสตร์สรุปเป็นความรู้อื่น ๆ

นพพร แหยมแสง and ทรงศักดิ์ ด้านพานิช (2553, น. 104) อธิบายว่า การพิสูจน์ทางเรขาคณิต เราจะเริ่มจากการกำหนดค่าบางค่าที่ไม่จำเป็นต้องให้นิยาม เรียกว่า “ค่าอนิยาม” และค่าบางค่าที่ต้องให้นิยาม และจะต้องมีข้อความบางข้อความที่ยอมรับว่าจริงโดยไม่ต้องพิสูจน์ เรียกว่า “สัจพจน์” ซึ่งการพิสูจน์จะเป็นการอาศัยค่าอนิยาม บทนิยาม และสัจพจน์ไปใช้อธิบายสมบัติทางเรขาคณิตอื่น ๆ โดยใช้ตรรกศาสตร์ เราอาจเรียกสิ่งที่ได้จากการพิสูจน์นี้ว่า “ทฤษฎีบท” และนำทฤษฎีบทที่ได้ไปใช้ในการอธิบายหรือพิสูจน์ข้อความใด ๆ หรือปัญหาต่าง ๆ ที่เกี่ยวข้องต่อไป

อัมพร ม้าคนอง (2558, น. 67) อธิบายว่า การพิสูจน์ทางเรขาคณิตเป็นการนำความรู้ทางเรขาคณิตมาหาข้อสรุปที่เป็นเหตุเป็นผลและอิงตามหลักคณิตศาสตร์ โดยจะต้องเป็นการทำงานที่มีระบบ ระเบียบ หรือมีแบบแผน และมีลำดับขั้นตอนที่ชัดเจน

เสฏฐวุฒิ เพ็งเจริญ (2561, น. 11) อธิบายว่า การพิสูจน์ทางเรขาคณิต หมายถึง การแสดงเหตุผลแบบนิรนัย โดยใช้บทนิยาม สัจพจน์ ทฤษฎีบท ทางเรขาคณิต หรือข้อมูลที่กำหนดให้ เพื่อแสดงให้เห็นถึงลำดับของข้อความที่เป็นจริงนำไปสู่การสรุปผลตามที่ต้องการ

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2562, น. 186-187) อธิบายว่า การให้เหตุผลในการพิสูจน์ข้อความต่าง ๆ ทางเรขาคณิต เป็นการใช้อยู่ข้อความบางข้อความที่ยอมรับว่าเป็นจริงโดยไม่ต้องพิสูจน์ เรียกข้อความเหล่านั้นว่า “สัจพจน์” โดยการพิสูจน์แบ่งเป็น 2 กรณี คือ

1. การพิสูจน์ว่าข้อความนั้นเป็นจริง
2. การพิสูจน์ว่าข้อความนั้นไม่เป็นจริง

โดยทั่วไป การพิสูจน์ว่าข้อความนั้นเป็นจริงนั้น จะต้องให้เหตุผลเพื่อแสดงว่าเมื่อเหตุเป็นจริงแล้ว เหตุนั้นทำให้เกิดผลที่เป็นจริงเสมอ โดยเริ่มจากสิ่งที่กำหนดให้แล้วอาศัยบทนิยาม สัจพจน์ ข้อความที่เคยพิสูจน์ว่าเป็นจริง และสมบัติต่าง ๆ มาให้เหตุผล เพื่อสรุปให้ได้ว่าผลที่ต้องการพิสูจน์นั้นเป็นจริง

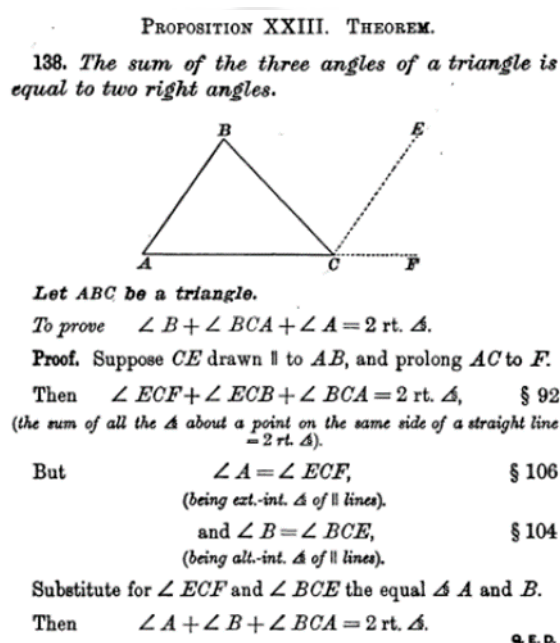
สำหรับการพิสูจน์ว่าข้อความนั้นไม่เป็นจริง เราจะใช้การยกตัวอย่างที่เป็นจริงตามสิ่งที่กำหนดให้หรือเหตุ แต่ผลสรุปที่ได้ไม่เป็นจริง เรียกตัวอย่างเช่นนี้ว่า “ตัวอย่างค้าน”

สำหรับในงานวิจัยนี้ผู้วิจัยได้ให้ความหมายของการพิสูจน์ไว้ว่า การพิสูจน์ทางเรขาคณิต หมายถึง การนำบทนิยาม สัจพจน์ ทฤษฎีบททางเรขาคณิต หรือข้อมูลที่กำหนดให้ มาใช้ในการให้เหตุผลอย่างเป็นขั้นตอน เพื่อให้บรรลุหรือแก้โจทย์ที่กำหนดให้ได้

2.2 แนวการเขียนพิสูจน์ทางเรขาคณิต

จากการศึกษา ค้นคว้า เอกสาร และงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับแนวการเขียนพิสูจน์ทางเรขาคณิต ได้มีผู้อธิบายไว้มากมาย

Kelley (2013, pp. 3-6) ได้อธิบายแนวการเขียนพิสูจน์ทางเรขาคณิตไว้ว่า Wentworth ได้เสนอการเขียนการพิสูจน์โดยเขียนข้อความต่าง ๆ ที่นำไปสู่สิ่งที่ต้องการพิสูจน์โดยวงเล็บที่มาหรือเหตุผลของข้อความ โดยแสดงข้อความมาเรื่อย ๆ จนได้สิ่งที่เราต้องการที่จะพิสูจน์ ซึ่งสามารถแสดงตัวอย่างการเขียนพิสูจน์ได้ดังรูปต่อไปนี้

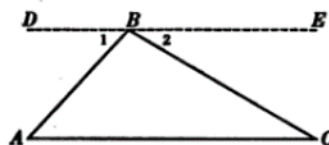


ภาพประกอบ 2 การเขียนพิสูจน์ตามแนวคิดของ Wentworth

ที่มา : Kelley, G. D. (2013). Approaches to Proof in Geometry Textbooks: Comparing Texts from the 1980s and 2000s. p. 4

ต่อมา Hart and Feldman ได้ตีพิมพ์ผลงานเรื่อง Plane Geometry ซึ่งได้เขียนการพิสูจน์โดยแบ่งเป็น 2 ช่อง ช่องแรกเป็นข้อความที่ใช้ในการพิสูจน์ และช่องหลังเป็นการเขียนเหตุผลของข้อความในช่องแรก โดยแต่ละบรรทัดจะมีการเขียนตัวเลขหน้าข้อเพื่อแสดงลำดับในการพิสูจน์ ซึ่งสามารถแสดงตัวอย่างการเขียนพิสูจน์ได้ดังรูปต่อไปนี้

204. *The sum of the angles of any triangle is two right angles.*



Given $\triangle ABC$.

To prove $\angle A + \angle ABC + \angle C = 2 \text{ rt. } \angle$.

ARGUMENT	REASONS
1. Through B draw $DE \parallel AC$.	1. Parallel line post. § 179.
2. $\angle 1 + \angle ABC + \angle 2 = 2 \text{ rt. } \angle$.	2. The sum of all the $\angle$ s about a point on one side of a str. line passing through that point = $2 \text{ rt. } \angle$. § 66.
3. $\angle 1 = \angle A$.	3. Alt. int. $\angle$ s of $\parallel$ lines are equal. § 189.
4. $\angle 2 = \angle C$.	4. Same reason as 3.
5. $\therefore \angle A + \angle ABC + \angle C = 2 \text{ rt. } \angle$.	5. Substituting for $\angle 1$ and $\angle 2$ their equals, $\angle A$ and C , respectively.
Q.E.D.	

ภาพประกอบ 3 การเขียนพิสูจน์ตามแนวคิดของ Hart and Feldman

ที่ ม ๑ : Kelley, G. D. (2013). Approaches to Proof in Geometry Textbooks: Comparing Texts from the 1980s and 2000s. p. 6

ในเวลาต่อมาการเขียนพิสูจน์แบบนี้ได้รับความนิยมอย่างแพร่หลาย และเรียกว่า “Two-Column Proving”

Cousin and Miyakawa (2017, p. 4) อธิบายเกี่ยวกับพัฒนาการของการเขียนพิสูจน์ทางเรขาคณิตในประเทศญี่ปุ่นไว้ว่าในสมัยก่อนประเทศญี่ปุ่นเขียนพิสูจน์โดยใช้ภาษามากกว่าสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ โดยจะมีการเขียนบรรยายวิธีการพิสูจน์เป็นข้อ ๆ ดังรูป



(translation)

Let ABCD be a parallelogram and AC be its diagonal;
Then (1) AC divides it into two completely equal triangles;
(2) AB is equal to DC, BC is equal to AD;
(3) The angle ABC is equal to the angle CDA, the angle BCD is equal to the angle DAB.

Because the line AC intersects with the parallel lines AB and CD, alternate-interior angles BAC and ACD are equal; I, 7.
And because the line AC intersects with the parallel lines BC and AD, the alternate-interior angles BCA and CAD are equal; I, 7.
Now, in the two triangles ABC and CDA, two pairs of angles are respectively equals, and the side AC between them is common to both figures.

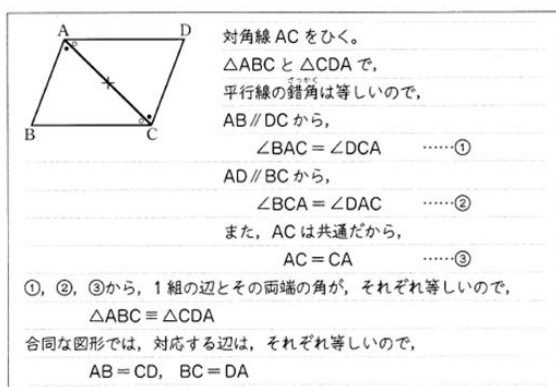
So (1) the two triangles are completely equals; I, 10.
(2) AB is equal to DC, and BC is equal to DA;
(3) The angle ABC is equal to the angle CDA: and because the angle BCD is the sum of the angles BCA and ACD, it is equal to the sum of the angles CAD and BAD, which is the angle DAB.

ภาพประกอบ 4 การเขียนพิสูจน์ของญี่ปุ่นในหนังสือ Kikuchi's textbook (ยุคสมัยเมจิ)

ที่มา : Cousin, M., & Miyakawa, T. (2017). Evolution of proof form in Japanese geometry textbooks.p. 134

จากรูปฝั่งซ้ายมือเป็นต้นฉบับการเขียนพิสูจน์ และฝั่งขวามือเป็นคำแปล จะเห็นได้ว่าการเขียนพิสูจน์จะใช้คำโดยไม่ใช้สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์

ในเวลาต่อมาประเทศญี่ปุ่นได้พัฒนารูปแบบการเขียนพิสูจน์โดยเริ่มมีการใช้สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์มากยิ่งขึ้น เช่น สัญลักษณ์ของมุม สัญลักษณ์ของรูปสามเหลี่ยม ซึ่งสามารถแสดงตัวอย่างการเขียนพิสูจน์ได้ดังรูปต่อไปนี้



(translation) Draw the diagonal AC.
 In $\triangle ABC$ and $\triangle CDA$,
 since the alternate-interior angles of parallel
 lines are equal,
 from $AB \parallel DC$,
 $\angle BAC = \angle DCA$... (1)
 from $AD \parallel BC$,
 $\angle BCA = \angle DAC$... (2)
 And, since AC is common,
 $AC = CA$... (3)
 From (1), (2), and (3), a pair of sides and the
 angles of both sides are equal,
 $\triangle ABC \equiv \triangle CDA$
 since corresponding sides of congruent figures
 are respectively equal.
 $AB = CD, BC = DA$

ภาพประกอบ 5 การเขียนพิสูจน์ของญี่ปุ่นในหนังสือ Keirinkan textbook

ที่มา : Cousin, M., & Miyakawa, T. (2017). Evolution of proof form in Japanese geometry textbooks.p. 134

จากรูปฝั่งซ้ายมือเป็นต้นฉบับการเขียนพิสูจน์ และฝั่งขวามือเป็นคำแปล จะเห็นได้ว่าการเขียนพิสูจน์จะเริ่มมีการใช้สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ และเขียนการพิสูจน์เป็นลำดับขั้นตอนมากกว่าในอดีต

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2562, น. 186-187) อธิบายว่าการเขียนพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์มีวิธีหลัก 2 วิธี คือ

1. การเขียนพิสูจน์ว่าข้อความเป็นจริง เป็นการพิสูจน์ที่ต้องใช้เหตุผลเพื่อแสดงว่าเมื่อเหตุเป็นจริงแล้วเหตุนั้นทำให้ผลเป็นจริงเสมอ โดยเริ่มจากสิ่งที่กำหนดให้แล้วอาศัยบทนิยาม สัจพจน์ ข้อความที่เคยพิสูจน์แล้วว่าเป็นจริง และสมบัติต่าง ๆ อย่างใดอย่างหนึ่งหรือหลายอย่าง ประกอบกันมาให้เกิดผลเพื่อให้ได้ว่าผลที่ต้องการเป็นจริง

2. การเขียนพิสูจน์ว่าข้อความไม่จริง ทำได้โดยยกตัวอย่างที่เป็นจริงตามสิ่งที่โจทย์ กำหนดให้หรือเหตุ แต่ผลสรุปที่ได้ไม่เป็นจริงตามที่ต้องการ

นฤเบศ ลาภยิ่งยง (2561, น. 41) อธิบายว่า รูปแบบการจัดการเรียนรู้การพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ มี 4 ขั้นตอน ดังนี้

ขั้นที่ 1 ทำความเข้าใจข้อความที่จะพิสูจน์ ดังนี้

1.1 ยกตัวอย่างสิ่งที่เป็นไปตามข้อความที่จะพิสูจน์

1.2 หาตัวอย่างสิ่งที่ไม่เป็นไปตามข้อความที่จะพิสูจน์ ถ้ามีไม่ต้องพิสูจน์ โดย

เป็นการยกตัวอย่างค้าน (Disproof by counter example)

1.3 อาจใช้การเขียนแผนภาพประกอบ

ขั้นที่ 2 เขียนประโยคให้อยู่ในรูปประโยคศาสตร์

ขั้นที่ 3 เลือกวิธีพิสูจน์ โดยพิจารณาจากโครงสร้างประโยคตรรกศาสตร์

ขั้นที่ 4 เขียนแสดงบทพิสูจน์ ดังนี้

4.1 แสดงสิ่งที่กำหนดให้

4.2 แสดงสิ่งที่จะต้องพิสูจน์

4.3 พิจารณาความสัมพันธ์ระหว่างสิ่งที่กำหนดให้กับสิ่งที่จะต้องพิสูจน์

4.4 อาจใช้เทคนิคกระบวนการคิดไปข้างหน้า (The forward process) หรือ

กระบวนการคิดไปข้างหลัง (The backward process)

เสฐฐวุฒิ เพ็งเจริญ (2561, น. 16) อธิบายว่า แนวการเขียนพิสูจน์มีทั้งหมด 4 ขั้นตอน ดังต่อไปนี้

1. ระบุสิ่งที่โจทย์กำหนดให้และสิ่งที่ต้องการพิสูจน์

2. เขียนภาพประกอบที่สอดคล้องกับเงื่อนไขที่โจทย์กำหนดให้

3. เขียนแสดงการพิสูจน์

4. เขียนสรุปการพิสูจน์

สำหรับในงานวิจัยนี้ผู้วิจัยได้กำหนดแนวการเขียนพิสูจน์ เรื่อง เส้นขนาน ไว้ดังนี้

1. ระบุสิ่งที่โจทย์กำหนด และเขียนภาพประกอบให้สอดคล้องกับเงื่อนไขที่โจทย์

กำหนด

2. ระบุสิ่งที่ต้องการพิสูจน์

3. เขียนแสดงการพิสูจน์

4. เขียนสรุปการพิสูจน์

โดยในขั้นการเขียนแสดงการพิสูจน์ ผู้วิจัยให้นักเรียนเขียนพิสูจน์ลงในตารางตามแนวคิด Two-Column Proving โดยตารางฝั่งซ้ายเป็นข้อความที่ใช้ในการพิสูจน์ และตารางฝั่งขวาเป็นเหตุผลของข้อความที่ใช้ในการพิสูจน์

2.3 แนวการวัดประเมินผลความสามารถในการการพิสูจน์

จากการศึกษา ค้นคว้า เอกสาร และงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับแนวการวัดประเมินผลความสามารถในการการพิสูจน์ ได้มีผู้อธิบายมากมาย

พร้อมพรรณ อุดมสิน (2538, น. 72-73) อธิบายว่า ความสามารถในการพิสูจน์ เป็นความสามารถของนักเรียนในการนำนิยามและทฤษฎีบทเข้ามาช่วยในการพิสูจน์ โดยครูสามารถวัดและประเมินผลจากลำดับขั้นตอนในการเขียนพิสูจน์ เหตุผลที่นักเรียนเขียนพิสูจน์ ตลอดจนการใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ ซึ่งนิยมใช้การวัดและประเมินผลโดยใช้เกณฑ์การประเมินผลแบบรูปรีค

อัมพร ม้าคนอง (2553, น. 65-67) อธิบายถึงเกณฑ์การประเมินความสามารถในการพิสูจน์โดยใช้รูปแบบรูปรีคไว้ว่า เป็นเกณฑ์ที่กำหนดเพื่อใช้เป็นแนวทางในการให้คะแนนผลงานหรือคุณภาพการปฏิบัติงานของนักเรียน โดยทั่วไปมี 2 แบบ ดังนี้

1. รูปรีคแบบองค์รวม เป็นการให้คะแนนรูปรีค ที่ประเมินผลงานที่นักเรียนทำ หรือพฤติกรรมที่นักเรียนแสดงออกโดยการกำหนดระดับคะแนนพร้อมบรรยายละเอียดของผลงาน หรือพฤติกรรมของนักเรียนที่ควรมี เป็นภาพรวมของการทำงานทั้งหมด ไม่ต้องแยกแยะลงไปเป็นขั้น ๆ ของการทำงาน

2. รูปรีคแบบวิเคราะห์ เป็นการให้คะแนนแบบรูปรีค ที่ประเมินผลงานที่นักเรียนทำ หรือพฤติกรรมที่นักเรียนแสดงออกโดยการกำหนดระดับคะแนนพร้อมบรรยายละเอียดของผลงานหรือพฤติกรรมของนักเรียนที่ควรมี แยกแยะลงไปเป็นขั้น ๆ ของการทำงานในด้านที่พิจารณา

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2555, น. 45-54) ได้อธิบายถึงการวัดประเมินผลความสามารถในการพิสูจน์ไว้ว่า เนื่องจากลักษณะของการวัดเป็นแบบเขียนแสดงวิธีทำ และเขียนอธิบาย เกณฑ์การให้คะแนนสามารถทำได้หลายวิธีตามระดับความซับซ้อนของปัญหา โดยอาจให้คะแนนโดยใช้รูปรีคแบบองค์รวมเมื่อต้องการดูภาพรวมของคำตอบ หรือให้คะแนนโดยใช้รูปรีคแบบวิเคราะห์เมื่อต้องการดูในประเด็นย่อย ๆ ของข้อคำถาม

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2561, น. 95) ได้อธิบายถึงการวัดประเมินผลเรื่อง เรขาคณิต ระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น ในการจัดการเรียนรู้เกี่ยวกับเรื่อง เรขาคณิตนั้น โจทย์ที่เกี่ยวกับเรขาคณิตในหนังสือเรียนจะมีคำถามอยู่ 4 ลักษณะ คือ

1. ให้สร้าง เช่น ตัวอย่างในหนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ม.1 เล่ม 1

2. ให้อาค่าของสิ่งต่าง ๆ เช่น แบบฝึกหัดที่ 2.3 ข้อ 5 ในหนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ม.2 เล่ม 2 หน้า 84 แบบทดสอบ ข้อ 4 ในคู่มือครู หน้า 163

3. ให้แสดงเหตุผล เช่น แบบฝึกหัดที่ 2.3 ข้อ 1 ในหนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ม.2 เล่ม 2 หน้า 84

4. ให้พิสูจน์ เช่น หัวข้อ 2.3 ตัวอย่างที่ 1-2 ในหนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ม.2 เล่ม 2 หน้า 81

ถ้าเป็นโจทย์ในลักษณะที่ 1 (ให้สร้าง) ให้เขียนเฉพาะวิธีทำ แต่รูปต้องมีร่องรอยการสร้างให้เห็นอย่างชัดเจน

ถ้าเป็นโจทย์ในลักษณะที่ 2 (ให้อาค่าของสิ่งต่าง ๆ) ให้เขียนวิธีทำและเหตุผลที่จำเป็น โจทย์ลักษณะนี้ต้องการให้นักเรียนสามารถหาค่าของสิ่งต่าง ๆ ได้เท่านั้น ไม่เน้นการให้เหตุผลทุกขั้นตอนตามแบบที่ปรากฏในหนังสือเรียน เพราะคำอธิบายที่ให้ไว้ในหนังสือเรียนมีไว้เพื่อให้นักเรียนเห็นถึงที่มาที่ไปของการหาค่าดังกล่าว

ถ้าเป็นโจทย์ในลักษณะที่ 3 (ให้แสดงเหตุผล) ให้เขียนวิธีทำและเหตุผลประกอบโดยไม่จำเป็นต้องเขียน กำหนดให้และต้องการพิสูจน์ว่า

ถ้าเป็นโจทย์ในลักษณะที่ 4 (ให้พิสูจน์) จะต้องเขียนให้ครบตามรูปแบบ คือ กำหนดให้ ต้องการพิสูจน์ว่า และพิสูจน์

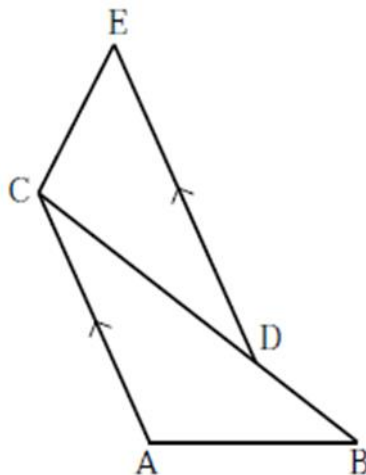
ตามแบบที่ปรากฏในหนังสือเรียนในระดับมัธยมศึกษาตอนต้นนี้ จะมีโจทย์ทั้ง 4 ลักษณะ โดยไม่ประสงค์ที่จะให้นักเรียนส่วนใหญ่เขียนการพิสูจน์แต่จะเน้นการให้เหตุผลและนำไปใช้ได้

โดยในบทของเส้นขนาน (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2561, น. 255-258) ได้ให้ตัวอย่างของเกณฑ์การวัดและประเมินผลการพิสูจน์ เรื่อง เส้นขนานไว้ดังนี้

โจทย์ประเภทคำนวณค่า และให้เหตุผลในการคำนวณ ได้ให้ตัวอย่างเกณฑ์ไว้ ดังนี้

ตัวอย่าง กำหนดให้ $\overline{AC} \parallel \overline{DE}$, $\hat{BAC} = 114^\circ$ และ $\hat{ABC} = 38^\circ$

จงหาขนาดของพรีอัมแสดงเหตุผล

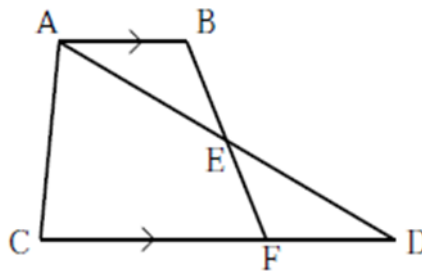


เกณฑ์การให้คะแนน คะแนนเต็ม 3 คะแนน โดยมีเกณฑ์การให้คะแนนดังนี้

- | | |
|---|-------------|
| เขียนแสดงเหตุผลสมบูรณ์และหาคำตอบได้ถูกต้อง | ได้ 3 คะแนน |
| เขียนแสดงเหตุผลได้บางส่วน และได้คำตอบถูกต้อง | ได้ 2 คะแนน |
| หรือเขียนแสดงเหตุผลสมบูรณ์ แต่หาคำตอบไม่ถูกต้อง | |
| ไม่เขียนแสดงเหตุผล แต่ได้คำตอบถูกต้อง | ได้ 1 คะแนน |
| หรือเขียนแสดงเหตุผลได้บางส่วน แต่หาคำตอบไม่ถูกต้อง | |
| ไม่เขียนแสดงเหตุผล และได้คำตอบไม่ถูกต้อง หรือไม่ตอบ | ได้ 0 คะแนน |

โจทย์ประเภทการเขียนพิสูจน์ ได้ให้ตัวอย่างเกณฑ์ไว้ ดังนี้

ตัวอย่าง กำหนดให้ $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$ และ $BE = FE$ จงแสดงว่า $AB = DF$



เกณฑ์การให้คะแนน คะแนนเต็ม 3 คะแนน โดยมีเกณฑ์การให้คะแนนดังนี้

เขียนแสดงเหตุผลถูกต้องและสมบูรณ์	ได้ 3 คะแนน
เขียนแสดงเหตุผลถูกต้องเป็นส่วนใหญ่	ได้ 2 คะแนน
เขียนแสดงเหตุผลถูกต้องเพียงเล็กน้อย	ได้ 1 คะแนน
ไม่เขียนแสดงเหตุผล หรือไม่ตอบ	ได้ 0 คะแนน

สำหรับการวัดประเมินผลความสามารถในการพิสูจน์ในงานวิจัยนี้ ผู้วิจัยได้สร้างแบบวัดความสามารถในการพิสูจน์ เรื่อง เส้นขนาน เป็นแบบทดสอบอัตนัยแบ่งเป็น 2 ตอน

ตอนที่ 1 เติมคำตอบ	จำนวน 2 ข้อ
ตอนที่ 2 เขียนแสดงการพิสูจน์โดยละเอียด	จำนวน 2 ข้อ

โดยสร้างตามจุดประสงค์การเรียนรู้ และใช้เกณฑ์การวัดประเมินผลแบบรูปรีชนิดรูปรีแบบวิเคราะห์

2.4 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการจัดการเรียนรู้ที่ส่งผลต่อความสามารถในการพิสูจน์

จากการศึกษา ค้นคว้า งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการจัดการเรียนรู้ที่ส่งผลต่อความสามารถในการพิสูจน์ ได้มีผู้ศึกษาทั้งในประเทศไทยและต่างประเทศ

Creager (2016) ได้ทำการวิจัยเรื่อง การศึกษาความรู้ทางคณิตศาสตร์ของนิสิตครู ชั้นปีที่ 2 ในการจัดการเรียนรู้ในการพิสูจน์ทางเรขาคณิต ผลการวิจัยพบว่า มีนิสิตครู 9 คน จากทั้งหมด 13 คน มีความรู้ ความเข้าใจเกี่ยวกับรูปเรขาคณิต แต่ไม่มีใครที่สามารถอธิบายเป็นภาษาทางการได้ ส่วนในด้านความสามารถในการพิสูจน์ พบว่านิสิตครู 10 คน จากทั้งหมด 13 คน สามารถแสดงการพิสูจน์ได้หากมีแนวทางการพิสูจน์ให้ แต่ไม่สามารถแสดงการพิสูจน์สำหรับกรณีทั่วไปได้ โดยนิสิตครู 7 คน จากทั้งหมด 13 คน รู้สึกไม่มั่นใจในการสอนพิสูจน์ทางเรขาคณิต

ธนพรพร พฤษะวัน (2560) ได้ทำการศึกษาความสามารถและปัญหาในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ของนักศึกษา หลักสูตรศึกษาศาสตรบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์ มหาวิทยาลัยสวนดุสิต จำนวน 60 คน โดยผลการศึกษาพบว่า นักศึกษามีความสามารถในการพิสูจน์ข้อความ $p \rightarrow q$ โดยใช้วิธีพิสูจน์ทางตรงมากที่สุด รองลงมา คือ การพิสูจน์โดยใช้ข้อความแย้งสลับที่ และการพิสูจน์โดยการหาข้อขัดแย้ง ตามลำดับ โดยปัญหาในการพิสูจน์ที่พบว่ามีเกิดขึ้นมากที่สุดสำหรับวิธีการพิสูจน์ทางตรง ได้แก่ ปัญหาในขั้นการแสดงการพิสูจน์ ซึ่งนักศึกษาขาดความระมัดระวังในการเขียนการพิสูจน์ และปัญหาที่พบว่ามีเกิดขึ้นมากที่สุดสำหรับ วิธีการพิสูจน์โดยใช้ข้อความแย้งสลับที่ ได้แก่ ปัญหาในขั้นการแสดงการพิสูจน์ โดยนักศึกษาขาดความระมัดระวังในการเขียนการพิสูจน์ ในขณะที่ปัญหาในการพิสูจน์ที่พบว่ามีเกิดขึ้นมากที่สุดสำหรับวิธีการพิสูจน์

โดยการหาข้อขัดแย้ง ได้แก่ ปัญหาในขั้นการค้นหาเครื่องมือเพื่อใช้ในการพิสูจน์ โดยนักศึกษาไม่เข้าใจวิธีการ เขียนเริ่มต้นการพิสูจน์โดยการหาข้อขัดแย้ง

อลงกรณ์ ตั้งสงวนธรรม, สิริพร ทิพย์คง, ชานนท์ จันทรา, and ชนิศรวิภา เลิศอมรพงษ์ (2560) ได้ทำการศึกษาผลการใช้รูปแบบ Van Hiele ในการพัฒนาการเรียนการสอนการพิสูจน์ทางเรขาคณิตสำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนราชประชานุเคราะห์สามเสนวิทยาลัย 2 จำนวน 44 คน และโรงเรียนสุรศักดิ์มนตรี จำนวน 60 คน โดยพบว่ารูปแบบการเรียนการสอนการพิสูจน์ทางเรขาคณิตที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นช่วยส่งเสริมพัฒนาการของนักเรียนในระดับขั้นการคิดทางเรขาคณิตของ Van Hiele ให้อยู่ในระดับ 3 หรือขั้นการพิสูจน์อย่างมีแบบแผน และช่วยให้นักเรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 60 ที่ตั้งไว้ และความสามารถในการพิสูจน์ทางเรขาคณิตของนักเรียนสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 60 ที่ตั้งไว้

นฤเบศ ลาภยั้งยง (2561) ได้ทำการวิจัย เรื่อง การพัฒนารูปแบบการจัดการเรียนรู้การพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์เพื่อพัฒนาความสามารถในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ ซึ่งผลการวิจัยสรุปได้ว่าผลการศึกษาความสามารถในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ของนักศึกษาสาขาวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องระบบจำนวนโดยใช้รูปแบบการจัดการเรียนรู้การพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ พบว่าคะแนนเฉลี่ยก่อนเรียน เท่ากับ 8.43 (ร้อยละ 33.73) คะแนนเฉลี่ยหลังเรียน เท่ากับ 16.27 (ร้อยละ 65.07) ผลการเปรียบเทียบความสามารถในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์พบว่าคะแนนหลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และผลการเปรียบเทียบความสามารถในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์หลังเรียนกับเกณฑ์ พบว่า คะแนนหลังเรียนสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 60

เสฏฐวุฒิ เพ็งเจริญ (2561) ได้ทำการวิจัยเรื่องการศึกษาความสามารถในการพิสูจน์ทางเรขาคณิตของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ผ่านกระบวนการจัดการเรียนรู้แบบสืบสวนสอบสวนเรื่องวงกลม โรงเรียนเทพศิรินทร์ จำนวน 44 คน โดยผลการศึกษาพบว่าความสามารถในการพิสูจน์ทางเรขาคณิตของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ภายหลังจากเรียนผ่านกระบวนการจัดการเรียนรู้แบบสืบสวนสอบสวนเรื่องวงกลมสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

จากการศึกษางานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการจัดการเรียนรู้ที่ส่งผลต่อความสามารถในการพิสูจน์ทางเรขาคณิตพบว่า งานวิจัยที่ศึกษาเกี่ยวกับความสามารถในการพิสูจน์ยังมีไม่มาก งานวิจัยส่วนใหญ่ผู้วิจัยได้ใช้กลวิธีหรือเทคนิคการสอนเพื่อพัฒนาความสามารถในการพิสูจน์ของนักเรียนให้ดีขึ้น

3. เอกสารที่เกี่ยวข้องกับการจัดการเรียนรู้เรื่อง เส้นขนาน

3.1 หลักสูตรคณิตศาสตร์ของประเทศไทยที่เกี่ยวข้องกับ เรื่อง เส้นขนาน

จากการศึกษา ค้นคว้า เอกสาร ที่เกี่ยวข้องกับหลักสูตรคณิตศาสตร์ของประเทศไทย ที่เกี่ยวข้องกับ เรื่อง เส้นขนาน มีผู้ที่ศึกษาไว้มากมาย

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.) (2561) ได้จัดทำหลักสูตรกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 โดยปรับปรุงมาตรฐานการเรียนรู้ และตัวชี้วัดจากหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 โดยระบุถึงที่มาของการปรับปรุงหลักสูตร เนื่องจากผลการทดสอบต่าง ๆ เช่น O-NET, PISA, TIMSS และผลการวิจัยและติดตามการใช้หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 ซึ่งรายงานว่ามาตรฐานการเรียนรู้และตัวชี้วัดมีจำนวนมากและมีความซ้ำซ้อนในกลุ่มสาระ โดยกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์เป็นหนึ่งในกลุ่มสาระที่มีข้อเสนอแนะให้ทบทวนตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้ ซึ่ง สสวท. ได้ร่วมมือกับผู้ทรงคุณวุฒิ ผู้เชี่ยวชาญ อาจารย์ และครู ในการจัดทำหลักสูตรใหม่ขึ้นมา

เมื่อพิจารณาสาระเรขาคณิต จากการเปลี่ยนแปลงหลักสูตร ได้มีการยุบรวมสาระการวัด และสาระเรขาคณิต รวมกันเป็นสาระการวัดและเรขาคณิต โดยระบุสาระสำคัญไว้ดังนี้

การวัดและเรขาคณิต เรียนรู้เกี่ยวกับความยาว ระยะทาง น้ำหนัก พื้นที่ ปริมาตร และความจุ เงินและเวลา หน่วยวัดระบบต่าง ๆ การคาดคะเนเกี่ยวกับการวัด อัตราส่วนตรีโกณมิติ รูปเรขาคณิตและสมบัติของรูปเรขาคณิต การนิยามภาพ แบบจำลองทางเรขาคณิต ทฤษฎีบททางเรขาคณิต การแปลงทางเรขาคณิตในเรื่องการเลื่อนขนาน การสะท้อน การหมุน และการนำความรู้เกี่ยวกับการวัดและเรขาคณิต ไปใช้ในสถานการณ์ต่าง ๆ

โดยในสภะนี้มีมาตรฐานการเรียนรู้ 2 มาตรฐาน คือ

มาตรฐาน ค 2.1

เข้าใจพื้นฐานเกี่ยวกับการวัด วัดและคาดคะเนขนาดของสิ่งที่ต้องการวัด และนำไปใช้

มาตรฐาน ค 2.2

เข้าใจและวิเคราะห์รูปเรขาคณิต สมบัติของรูปเรขาคณิต ความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิต และทฤษฎีบททางเรขาคณิต และนำไปใช้

เมื่อพิจารณาเนื้อหา เรื่อง เส้นขนาน จัดอยู่ในสาระการวัดและเรขาคณิต ในระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ในภาคเรียนที่ 2 สาระแกนกลาง คือ เส้นขนาน ประกอบด้วยหัวข้อย่อย ได้แก่ สมบัติเกี่ยวกับเส้นขนานและรูปสามเหลี่ยม โดยใช้มาตรฐานการเรียนรู้ ค 2.2 ตัวชี้วัด คือ

นำความรู้เกี่ยวกับสมบัติของเส้นขนานและรูปสามเหลี่ยมไปใช้ในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ซึ่ง สสวท. ได้ให้คำอธิบายเกี่ยวกับตัวชี้วัดไว้ ดังนี้

“นำความรู้เกี่ยวกับสมบัติของเส้นขนานและรูปสามเหลี่ยมไปใช้ในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์เพื่อให้การเรียนรู้ของนักเรียนสอดคล้องกับตัวชี้วัดนี้ ครูควรจัดประสบการณ์ให้นักเรียนได้มีโอกาส

สำรวจและใช้สมบัติของมุมที่เกี่ยวข้องกับเส้นตัดและเส้นขนาน

เข้าใจเงื่อนไขของการเป็นเส้นขนาน

ให้เหตุผลในการสร้างข้อเท็จจริง เช่น ข้อเท็จจริงเกี่ยวกับมุมที่เกิดขึ้น เมื่อมีเส้นตัดเส้นขนาน หรือข้อเท็จจริงเกี่ยวกับขนาดของมุมภายในและขนาดของมุมภายนอกของรูปสามเหลี่ยม”

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.) ได้จัดทำหนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ เล่ม 2 สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ตามมาตรฐานการเรียนรู้และตัวชี้วัดกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 ซึ่งประกอบด้วยเนื้อหาทั้งหมด 5 บท ได้แก่ สถิติ (2) ความเท่ากันทุกประการ เส้นขนาน การให้เหตุผลทางเรขาคณิต และการแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสอง ตามลำดับ

สำหรับ เรื่อง เส้นขนาน ประกอบด้วย 4 หัวข้อย่อย ได้แก่ เส้นขนานและมุมภายใน เส้นขนานและมุมแย้ง เส้นขนานและมุมภายนอกและมุมภายใน และเส้นขนานและรูปสามเหลี่ยม โดยระบุจุดประสงค์ของบทเรียนไว้ว่า “เมื่อนักเรียนจบบทนี้แล้ว นักเรียนจะสามารถใช้สมบัติของเส้นขนานและรูปสามเหลี่ยมในการให้เหตุผลและแก้ปัญหาคณิตศาสตร์”

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.) ได้ระบุจำนวนเวลาในการสอน เรื่อง เส้นขนาน ไว้ทั้งหมด 11 ชั่วโมง ดังนี้

เส้นขนานและมุมภายใน	จำนวน 2 ชั่วโมง
เส้นขนานและมุมแย้ง	จำนวน 2 ชั่วโมง
เส้นขนานและมุมภายนอกและมุมภายใน	จำนวน 3 ชั่วโมง
เส้นขนานและรูปสามเหลี่ยม	จำนวน 4 ชั่วโมง

โดยคู่มือระบุความรู้พื้นฐานที่จำเป็นไว้ ดังนี้

มุมตรงข้าม มุมตรง มุมภายใน มุมภายนอก มุมแย้ง
ความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยม

ผลบวกของขนาดของมุมภายในของรูปสามเหลี่ยม

โดย สสวท. ระบุสมบัติของเส้นขนานไว้ดังนี้ (ไม่ได้ทำการพิสูจน์)

ถ้าเส้นตรงสองเส้นขนานกันและมีเส้นตัด แล้วขนาดของมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัดรวมกันเท่ากับ 180 องศา

ถ้าเส้นตรงเส้นหนึ่งตัดเส้นตรงคู่หนึ่ง ทำให้ขนาดของมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัดรวมกันเท่ากับ 180 องศา แล้วเส้นตรงคู่นั้นจะขนานกัน

ซึ่งสมบัติดังกล่าว นำไปสู่การสรุปและการพิสูจน์ทฤษฎีบทต่าง ๆ ที่สำคัญในเรื่องเส้นขนานและรูปสามเหลี่ยม ประกอบด้วยทฤษฎีบท ดังนี้

เมื่อเส้นตรงเส้นหนึ่งตัดเส้นตรงคู่หนึ่ง เส้นตรงคู่นั้นขนานกัน ก็ต่อเมื่อ ขนาดของมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัดรวมกันเท่ากับ 180 องศา

ถ้าเส้นตรงสองเส้นขนานกันและมีเส้นตัด แล้วมุมแย้งมีขนาดเท่ากัน

ถ้าเส้นตรงเส้นหนึ่งตัดเส้นตรงคู่หนึ่ง ทำให้มุมแย้งมีขนาดเท่ากัน แล้วเส้นตรงคู่นั้นจะขนานกัน

เมื่อเส้นตรงเส้นหนึ่งตัดเส้นตรงคู่หนึ่ง เส้นตรงคู่นั้นขนานกัน ก็ต่อเมื่อ มุมแย้งมีขนาดเท่ากัน

ถ้าเส้นตรงสองเส้นขนานกันและมีเส้นตัด แล้วมุมภายนอกและมุมภายในที่อยู่ตรงข้ามบนข้างเดียวกันของเส้นตัดมีขนาดเท่ากัน

ถ้าเส้นตรงเส้นหนึ่งตัดเส้นตรงคู่หนึ่ง ทำให้มุมภายนอกและมุมภายในที่อยู่ตรงข้ามบนข้างเดียวกันของเส้นตัดมีขนาดเท่ากัน แล้วเส้นตรงคู่นั้นจะขนานกัน

เมื่อเส้นตรงคู่หนึ่งตัดเส้นตรงคู่หนึ่ง เส้นตรงคู่นั้นขนานกัน ก็ต่อเมื่อ มุมภายนอกและมุมภายในที่อยู่ตรงข้ามบนข้างเดียวกันของเส้นตัดมีขนาดเท่ากัน

ขนาดของมุมภายในทั้งสามมุมของรูปสามเหลี่ยมรวมกันเท่ากับ 180 องศา

ถ้าต่อด้านใดด้านหนึ่งของรูปสามเหลี่ยมออกไป มุมภายนอกที่เกิดขึ้นจะมีขนาดเท่ากับผลบวกของขนาดของมุมภายในที่ไม่ใช่มุมประชิดของมุมภายนอกนั้น

ถ้ารูปสามเหลี่ยมสองรูปมีความสัมพันธ์แบบ มุม – มุม - ด้าน กล่าวคือ มีมุมที่มีขนาดเท่ากันสองคู่ และด้านคู่ที่อยู่ตรงข้ามกับมุมคู่ที่มีขนาดเท่ากัน ยาวเท่ากันหนึ่งคู่ แล้วรูปสามเหลี่ยมรูปนั้นเท่ากันทุกประการ

สำหรับงานวิจัยนี้ ผู้วิจัยได้ออกแบบการจัดการเรียนรู้ตามหลักสูตร กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน

พุทธศักราช 2551 โดยใช้หนังสือเรียน และคู่มือครู รายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ เล่ม 2 สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ตามมาตรฐานการเรียนรู้และตัวชี้วัดกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 เพื่อจัดทำเอกสารประกอบการวิจัย เช่น แผนการจัดการเรียนรู้ เอกสารประกอบการเรียน แบบวัดผลสัมฤทธิ์ แบบวัดความสามารถในการพิสูจน์

3.2 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการจัดการเรียนรู้เรื่อง เส้นขนาน

จากการศึกษา ค้นคว้า งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการจัดการเรียนรู้ เรื่อง เส้นขนาน ได้มีผู้ศึกษาไว้มากมาย

รัตนภรณ์ กุมผัน (2553) ได้ทำการศึกษาผลการสอนแบบปฏิบัติการโดยใช้โปรแกรม GSP ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความรับผิดชอบในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนาน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนประเทียวิทยาทาน จำนวน 40 คน พบว่าผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนาน ของนักเรียนหลังได้รับการสอนแบบปฏิบัติการโดยใช้โปรแกรม GSP สูงกว่าก่อนเรียน และสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 60 ที่ตั้งไว้ และความรับผิดชอบในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์หลังได้รับการสอนแบบปฏิบัติการโดยใช้โปรแกรม GSP สูงกว่าก่อนเรียน

สุนิสา แก้วกระจ่าง (2553) ได้ทำการศึกษาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนาน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ได้รับการจัดการเรียนรู้โดยใช้ชุดกิจกรรมกระบวนการกลุ่มสัมพันธ์ โดยศึกษากับนักเรียนโรงเรียนอัสสัมชัญ เขตบางรัก จำนวน 44 คน ผลการวิจัยพบว่าความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ได้รับการจัดการเรียนรู้โดยใช้ชุดกิจกรรมกระบวนการกลุ่มสัมพันธ์หลังเรียน สูงกว่าก่อนเรียน และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้โดยใช้ชุดกิจกรรมกระบวนการกลุ่มสัมพันธ์ สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 ที่ตั้งไว้

โชคสุวิชัย สุภาพาส (2554) ได้ทำการศึกษาผลการจัดการเรียนการสอนแบบ 4MAT เรื่อง เส้นขนาน ที่มีต่อความสามารถในการคิดวิเคราะห์ และความสามารถในการคิดสังเคราะห์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โดยทำการศึกษาทำกับนักเรียนโรงเรียนสตรีพัทลุงจำนวน 1 ห้องเรียน จำนวนนักเรียน 49 คน โดยได้ทำการสอนแบบ 4MATแล้วทำการวัดผลด้วยแบบวัดที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น ผลการวิจัยพบว่าความสามารถในการคิดวิเคราะห์ของนักเรียนหลังจากทำการสอน สูงกว่าก่อนได้รับการสอน และผ่านเกณฑ์ร้อยละ 60 ที่ตั้งไว้ โดยมีคะแนนเฉลี่ย 10.70 คะแนน

คิดเป็นร้อยละ 71.33 ความสามารถในการคิดสังเคราะห์ของนักเรียนหลังจากทำการสอนสูงกว่า ก่อนได้รับการสอน และผ่านเกณฑ์ร้อยละ 60 ที่ตั้งไว้ โดยมีคะแนนเฉลี่ย 15.96 คะแนน คิดเป็น ร้อยละ 66.50

ทวี ไวยมิตร (2555) ได้ทำการพัฒนาบทเรียนคอมพิวเตอร์ช่วยสอนเรื่อง เส้นขนาน สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โดยทำการศึกษากับนักเรียนโรงเรียนห้วยน้ำหอมพิทยาคาร จำนวน 40 คน ซึ่งเลือกมาจากการสุ่มแบบกลุ่ม ผลการวิจัยพบว่าบทเรียนคอมพิวเตอร์ช่วยสอนที่ จัดทำขึ้นมีประสิทธิภาพ 86.49/82.60 และมีดัชนีประสิทธิผลเท่ากับ .71 และหลังจากนักเรียนได้ เรียนโดยใช้บทเรียนคอมพิวเตอร์ช่วยสอนที่จัดทำขึ้น นักเรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนหลังเรียน สูงกว่าก่อนเรียน ผ่านเกณฑ์ร้อยละ 70 ตามเกณฑ์ที่ตั้งไว้ นอกจากนี้การใช้นักเรียนคอมพิวเตอร์ ช่วยสอนจะช่วยให้นักเรียนมีความคงทนในการเรียนรู้

รัชนี ทาเหล็ก (2556) ได้ทำการศึกษาผลการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือด้วยเทคนิค จิ๊กซอว์ เรื่องเส้นขนาน ที่มีต่อความสามารถในการคิดวิเคราะห์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนสวนแตงวิทยา จำนวน 1 ห้องเรียน จำนวนนักเรียน 32 คน โดยทำการจัดการเรียนรู้แบบ ร่วมมือด้วยเทคนิคจิ๊กซอว์ทั้งหมด 9 คาบผลการวิจัยพบว่าความสามารถในการคิดวิเคราะห์ของ นักเรียนหลังจากทำการสอนสูงกว่าก่อนได้รับการสอน และผ่านเกณฑ์ร้อยละ 65 ที่ตั้งไว้

งามพร้อม อ่อนบัวขาว and หล้า ภวภูตานนท์ (2557) ได้ทำการศึกษาเกี่ยวกับการ เปลี่ยนแปลงมโนคติทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนาน โดยการจัดกิจกรรมซ่อมเสริมสำหรับนักเรียน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 กับนักเรียนโรงเรียนแก่นนครวิทยาลัย 2 จำนวน 6 คน ซึ่งผู้วิจัยได้ทำการ สสำรวจมโนคติทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนาน ก่อนทำวิจัย แล้วจึงจำแนกนักเรียนออกเป็น 3 กลุ่ม คือ มโนคติทางคณิตศาสตร์แบบไม่สมบูรณ์ มโนคติทางคณิตศาสตร์ที่คลาดเคลื่อน และ ไม่มีมโนคติทางคณิตศาสตร์ โดยหลังจัดกิจกรรมซ่อมเสริมได้ทำการสำรวจมโนคติอีกครั้งพบว่า นักเรียนกลุ่มทดลองมีมโนคติทางคณิตศาสตร์ที่สมบูรณ์ และมีการเปลี่ยนแปลงมโนคติทาง คณิตศาสตร์ 2 ลักษณะ คือ แบบขยายชั้นความเข้าใจ และเปลี่ยนกรอบความเข้าใจ

จากการศึกษางานวิจัยที่เกี่ยวข้องพบว่าม้งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการจัดการเรียนรู้ เรื่อง เส้นขนาน มากมาย ซึ่งหลาย ๆ งานวิจัยได้นำรูปแบบและเทคนิคการสอนต่าง ๆ มาช่วยใน การจัดการเรียนรู้เพื่อพัฒนาผลสัมฤทธิ์ ทักษะทางคณิตศาสตร์ ตลอดจนความสามารถด้านอื่น ๆ แสดงให้เห็นว่าการจัดการเรียนรู้เรื่อง เส้นขนาน ยังมีปัญหาอยู่ และจำเป็นที่จะต้องหาแนวทางเพื่อ แก้ไข

บทที่ 3

วิธีการดำเนินการวิจัย

จากการวิจัยเรื่อง การศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความสามารถในการพิสูจน์เรื่อง เส้นขนาน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ผ่านการจัดการเรียนรู้ตามแนวคิด The Constructivist Learning Model (CLM) ความมุ่งหมายในการวิจัยครั้งนี้ คือ เพื่อศึกษา 1) ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน 2) ความสามารถในการพิสูจน์ และ 3) ความสัมพันธ์ระหว่างผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความสามารถในการพิสูจน์ ในเนื้อหา เรื่อง เส้นขนาน หลังจาก que นักเรียนได้รับการจัดการเรียนรู้ตามแนวคิด The Constructivist Learning Model (CLM)

ในการศึกษาผู้วิจัยได้ดำเนินการตามขั้นตอน ดังนี้

1. การกำหนดประชากรและการเลือกตัวอย่าง
2. การสร้างเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย
3. การเก็บรวบรวมข้อมูล
4. การวิเคราะห์ข้อมูล
5. สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล

1. การกำหนดประชากรและการเลือกตัวอย่าง

ประชากรที่ใช้ในการวิจัย

ประชากรที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ห้องเรียนปกติ ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2562 โรงเรียนศรีอยุธยา ในพระอุปถัมภ์ ฯ แขวงถนนพญาไท เขตราชเทวี กรุงเทพมหานคร จำนวน 8 ห้องเรียน ซึ่งมีนักเรียนจำนวน 332 คน

ตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัย

ตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ห้อง 7 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2562 โรงเรียนศรีอยุธยา ในพระอุปถัมภ์ ฯ แขวงถนนพญาไท เขตราชเทวี กรุงเทพมหานคร จำนวน 1 ห้องเรียน ซึ่งมีนักเรียนจำนวน 40 คน นักเรียนเหล่านี้ได้มาจากการเลือกตัวอย่างแบบกลุ่ม (Cluster sampling) ซึ่งโรงเรียนได้จัดนักเรียนแต่ละห้องแบบละ ความสามารถของนักเรียนที่มีผลการเรียนแบบเก่ง ปานกลาง และอ่อน

2. การสร้างเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย แบ่งเป็น 2 ส่วน คือ

2.1 เครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง ได้แก่

แผนการจัดการเรียนรู้ เรื่อง เส้นขนาน จำนวน 10 แผน ดังนี้

แผนที่ 1	เรื่อง การขนานกันของเส้นตรง
แผนที่ 2 - 3	เรื่อง เส้นขนานและมุมภายใน
แผนที่ 4 - 5	เรื่อง เส้นขนานและมุมแย้ง
แผนที่ 6 - 7	เรื่อง เส้นขนานและมุมภายนอกกับมุมภายใน
แผนที่ 8 - 10	เรื่อง เส้นขนานและรูปสามเหลี่ยม

2.2 เครื่องมือที่ใช้ในการรวบรวมข้อมูล ได้แก่

แบบทดสอบเรื่อง เส้นขนาน 2 ฉบับ ดังนี้

1. แบบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง เส้นขนาน เป็นแบบทดสอบ ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นเพื่อตรวจสอบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนหลังจากที่ได้รับการจัดการเรียนรู้ตามแนวคิด The Constructivist Learning Model (CLM) โดยมีลักษณะเป็นแบบทดสอบชนิดเติมคำตอบ จำนวน 10 ข้อ

2. แบบวัดความสามารถในการพิสูจน์ เรื่อง เส้นขนาน เป็นแบบทดสอบที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นเพื่อตรวจสอบความสามารถในการพิสูจน์ หลังจากการจัดการเรียนรู้ตามแนวคิด The Constructivist Learning Model (CLM) โดยเป็นแบบทดสอบแบ่งเป็น 2 ตอน คือ

ตอนที่ 1 เติมคำตอบ	จำนวน 2 ข้อ
ตอนที่ 2 เขียนแสดงการพิสูจน์โดยละเอียด	จำนวน 2 ข้อ

ขั้นตอนการสร้างแผนการจัดการเรียนรู้ เรื่อง เส้นขนาน

แผนการจัดการเรียนรู้ เรื่อง เส้นขนาน จำนวน 10 แผน ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น มีขั้นตอนในการสร้าง ดังนี้

1. ศึกษาทำความเข้าใจหลักสูตรกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 และหลักสูตรสถานศึกษาของโรงเรียนที่เลือกทำการวิจัย

2. ศึกษาขอบเขตของเนื้อหา จุดประสงค์การเรียนรู้ คำอธิบายรายวิชาจากหนังสือเรียน และคู่มือครูรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ เล่ม 2 สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ตามมาตรฐานการเรียนรู้และตัวชี้วัดกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551

3. จัดทำแผนการจัดการเรียนรู้ เรื่อง เส้นขนาน ให้เหมาะสมกับสาระการเรียนรู้ และจุดประสงค์การเรียนรู้ โดยแผนการจัดการเรียนรู้ ประกอบด้วย

3.1. จุดประสงค์การเรียนรู้

เป็นข้อความที่ระบุสิ่งที่นักเรียนพึงรู้ ปฏิบัติได้ รวมทั้งคุณลักษณะของนักเรียน หลังจากทีนักเรียนได้ผ่านการจัดการเรียนรู้ในคาบนั้น ๆ โดยแบ่งออกเป็น 3 ด้าน คือ

- 1) ด้านความรู้/คณิตศาสตร์
- 2) ด้านทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์
- 3) ด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์

3.2 สาระการเรียนรู้

เป็นเนื้อหาคณิตศาสตร์ที่จะมีการจัดการเรียนรู้ในคาบเรียนนั้น

3.3 สื่อการเรียนรู้/แหล่งการเรียนรู้

สื่อการเรียนรู้ เป็นวัสดุ อุปกรณ์ หรือวิธีการที่เกี่ยวข้องกับการจัดการเรียนรู้ในคาบนั้น ๆ และแหล่งการเรียนรู้ เป็นแหล่งข้อมูล ข่าวสาร สารสนเทศที่นำมาใช้ในการจัดการเรียนรู้ในคาบนั้น ๆ

3.4 กิจกรรมการเรียนรู้

เป็นการระบุสิ่งที่เกิดขึ้นในการจัดการเรียนรู้ โดยสอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้แบ่งออกเป็น 4 ขั้นตอนหลักการจัดการเรียนรู้ตามแนวคิด The Constructivist Learning Model (CLM) ของ Yager (1991, p. 55) ดังนี้

ขั้นที่ 1 ขั้นชักชวน เป็นขั้นที่สร้างแรงจูงใจในการเรียนรู้ให้นักเรียน โดยการใช้กิจกรรม หรือการตั้งปัญหาเพื่อกระตุ้นให้นักเรียนได้คิด สังเกตสิ่งต่าง ๆ เกิดความสงสัย ตั้งคำถาม และพิจารณาคำตอบที่เป็นไปได้ นอกจากนี้อาจเป็นการชี้ให้เห็นถึงความสำคัญ และประโยชน์ของเนื้อหาที่เรียน เพื่อให้นักเรียนเกิดความสนใจต้องการที่จะเรียนรู้ หรือต้องการที่จะสร้างข้อความคาดการณ์ทางเรขาคณิต

ขั้นที่ 2 ขั้นค้นพบ เป็นขั้นที่ให้นักเรียนได้สำรวจ ค้นคว้า หาเหตุผล เพื่อสร้างข้อความคาดการณ์ทางเรขาคณิต และพิสูจน์ข้อความคาดการณ์นั้นผ่านการทำกิจกรรม และกระบวนการกลุ่ม ซึ่งนักเรียนจะได้ออกแบบวิธีการค้นหาความรู้ ร่วมกันวางแผน รวบรวม ข้อมูล ค้นคว้าข้อมูล ลงมือปฏิบัติด้วยตนเองในการค้นหาคำตอบเพื่อแก้ปัญหาที่สงสัย และนำข้อค้นพบมาอภิปรายร่วมกันในกลุ่มถึงความถูกต้อง และความสมเหตุสมผลของคำตอบ โดยครูมีบทบาทเป็นเพียงผู้ส่งเสริมและสนับสนุนการเรียนรู้ของนักเรียน

ขั้นที่ 3 ขั้นนำเสนอผลการค้นพบและลงข้อสรุป เป็นขั้นที่นักเรียนนำเสนอความรู้วิธีการในการได้มาซึ่งความรู้ การสร้างข้อความคาดการณ์ และแนวทางการพิสูจน์ข้อความคาดการณ์ ที่นักเรียนค้นพบจากขั้นที่ 2 และร่วมกันอภิปรายกับเพื่อนและครูเพื่อตรวจสอบความถูกต้อง โดยครูชี้ให้เห็นถึงคำตอบที่เหมาะสมและร่วมกันลงข้อสรุปที่ได้จากการค้นพบ จากนั้นครูเชื่อมโยงความรู้ที่ค้นพบกับความรู้นักเรียน

ขั้นที่ 4 ขั้นประยุกต์ใช้ เป็นขั้นที่ให้นักเรียนนำความรู้ที่ค้นพบ และความรู้เดิมไปประยุกต์ใช้ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และการพิสูจน์ที่เกี่ยวข้องกับเรื่องนั้น ๆ โดยนักเรียนจะต้องตัดสินใจเพื่อเลือกใช้ความรู้ที่เหมาะสมในสถานการณ์ต่าง ๆ และครูสรุปผลที่ได้จากการเรียนรู้และส่งเสริมความคิดเห็นของนักเรียน ให้โอกาสนักเรียนได้ถามคำถามใหม่ที่เกี่ยวข้องกับบทเรียน ให้นักเรียนได้แลกเปลี่ยนแนวคิดและวิธีการกับเพื่อน เพื่อให้เกิดการยอมรับซึ่งกันและกัน

3.5 การวัดและประเมินผลการเรียนรู้

เป็นข้อความที่แสดงให้เห็นถึงการวัดและประเมินผลตามจุดประสงค์ที่ได้ออกแบบไว้ โดยจะสอดคล้องกับจุดประสงค์ และมีการกำหนดเกณฑ์และเครื่องมือในการวัด

4. นำแผนการจัดการเรียนรู้ เรื่อง เส้นขนาน ที่สร้างเสร็จเรียบร้อยแล้ว เสนอต่อคณะกรรมการควบคุมปริญญาโทเพื่อพิจารณาปรับปรุงแก้ไข

5. นำแผนการจัดการเรียนรู้ เรื่อง เส้นขนาน ที่ได้รับการตรวจสอบมาปรับปรุงแก้ไขตามคำแนะนำของคณะกรรมการควบคุมปริญญาโท แล้วนำเสนอให้คณะกรรมการควบคุมปริญญาโทตรวจสอบจนผ่านการพิจารณา เพื่อนำเสนอผู้เชี่ยวชาญ

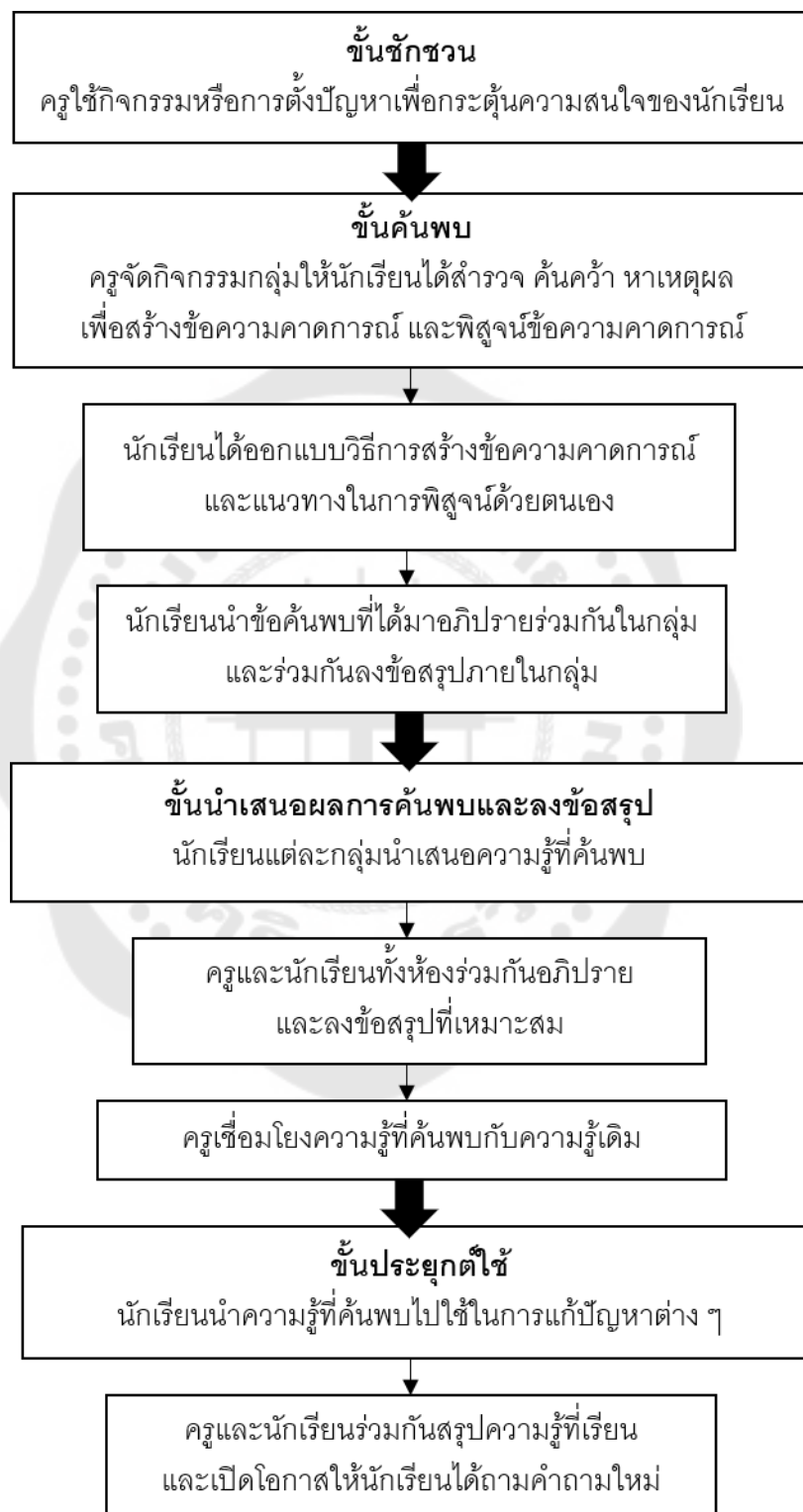
6. นำเสนอแผนการจัดการเรียนรู้ เรื่อง เส้นขนาน ให้ผู้เชี่ยวชาญตรวจสอบความถูกต้อง ความเหมาะสมของเนื้อหา และระยะเวลาที่สอน

7. นำแผนการจัดการเรียนรู้ เรื่อง เส้นขนาน ไปปรับปรุงตามคำแนะนำของผู้เชี่ยวชาญ แล้วนำเสนอให้ผู้เชี่ยวชาญตรวจสอบจนผ่านการพิจารณา

8. นำแผนการจัดการเรียนรู้ เรื่อง เส้นขนาน ไปทดลองกับนักเรียนกลุ่มนำร่อง ซึ่งเป็นนักเรียนที่ศึกษาอยู่ในระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่มีความสามารถใกล้เคียงกับตัวอย่าง จากนั้นนำมาปรับปรุงให้เหมาะสม

9. นำแผนการจัดการเรียนรู้ เรื่อง เส้นขนาน ไปทดลองใช้กับตัวอย่าง

สำหรับกรอบแนวคิดในการจัดการเรียนรู้ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น แสดงได้ดังนี้



ภาพประกอบ 6 กรอบแนวคิดในการจัดการเรียนรู้

ขั้นตอนการสร้างแบบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง เส้นขนาน

แบบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง เส้นขนาน เป็นแบบทดสอบที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น โดยมีลักษณะเป็นแบบทดสอบชนิดเติมคำตอบ จำนวน 10 ข้อ

ผู้วิจัยได้ดำเนินการสร้างดังนี้

1. ศึกษาขอบเขตของเนื้อหาจากหนังสือเรียนคณิตศาสตร์และคู่มือการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ รายวิชาพื้นฐาน ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เทอม 2 ตามหลักสูตรกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551

2. ศึกษาจุดประสงค์การเรียนรู้ วิเคราะห์สาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ที่ใช้ทดลองเพื่อใช้ในการสร้างแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง เส้นขนาน

3. สร้างแบบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง เส้นขนาน เป็นแบบทดสอบจำนวน 12 ข้อ ตามจุดประสงค์การเรียนรู้

4. นำแบบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง เส้นขนาน ที่สร้างเสร็จเรียบร้อยแล้วเสนอต่อคณะกรรมการควบคุมปริญญาบัตรเพื่อพิจารณาปรับปรุงแก้ไข

5. นำแบบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง เส้นขนาน ที่ได้รับการตรวจสอบมาปรับปรุงแก้ไขตามคำแนะนำของคณะกรรมการควบคุมปริญญาบัตร แล้วนำเสนอให้คณะกรรมการควบคุมปริญญาบัตรตรวจสอบจนผ่านการพิจารณา เพื่อนำเสนอผู้เชี่ยวชาญ

6. นำแบบทดสอบที่ได้ไปให้ผู้เชี่ยวชาญ 3 ท่าน เพื่อตรวจสอบความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหา และความเหมาะสมของข้อคำถาม โดยมีการให้คะแนน ดังนี้

คะแนน +1 หมายถึง ข้อคำถามนั้นมีความสอดคล้อง

คะแนน 0 หมายถึง ไม่แน่ใจว่าข้อคำถามนั้นมีความสอดคล้องหรือไม่

คะแนน -1 หมายถึง ข้อคำถามนั้นไม่มีความสอดคล้อง

จากนั้นนำคะแนนมาเฉลี่ย และพิจารณาข้อคำถามว่ามีความเหมาะสมหรือไม่ (โดยนำมาคัดเลือกเฉพาะข้อที่มีดัชนีความสอดคล้องตั้งแต่ 0.5 ขึ้นไป) พบว่ามีข้อสอบที่มีค่า IOC ตั้งแต่ 0.5 ขึ้นไป จำนวน 12 ข้อ

7. นำแบบทดสอบไปปรับปรุงตามคำแนะนำของผู้เชี่ยวชาญ แล้วนำเสนอให้ผู้เชี่ยวชาญตรวจสอบจนผ่านการพิจารณา

8. นำแบบทดสอบไปทดลองกับนักเรียนกลุ่มนำร่อง ซึ่งเป็นนักเรียนที่ศึกษาอยู่ในระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่มีความสามารถใกล้เคียงกับตัวอย่าง เพื่อพิจารณาว่าข้อคำถามมี

ความเหมาะสมหรือไม่ โดยพิจารณาจากการวิเคราะห์หาค่าความยาก (p) และอำนาจจำแนก (r) เป็นรายข้อ แล้วคัดเลือกข้อสอบที่มีค่าความยาก (p) ตั้งแต่ 0.20-0.80 และมีค่าอำนาจจำแนก (r) ตั้งแต่ 0.20 ขึ้นไป โดยผู้วิจัยได้เลือกข้อสอบ 10 ข้อ ที่มีค่าความยากอยู่ในช่วง 0.35-0.68 ค่าอำนาจจำแนกอยู่ในช่วง 0.27-0.72 และคำนวณค่าความเชื่อมั่นของแบบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง เส้นขนาน ด้วยวิธีการหาค่าสัมประสิทธิ์แอลฟา (α - Coefficient) ได้เท่ากับ 0.78

9. จัดพิมพ์แบบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง เส้นขนาน

10. นำไปแบบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง เส้นขนาน ไปทดลองใช้กับ

ตัวอย่าง

ขั้นตอนการสร้างแบบวัดความสามารถในการพิสูจน์ เรื่อง เส้นขนาน

แบบวัดความสามารถในการพิสูจน์ เรื่อง เส้นขนาน เป็นแบบทดสอบที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น

แบ่งเป็น 2 ตอน

ตอนที่ 1 เติมคำตอบ

จำนวน 2 ข้อ

ตอนที่ 2 เขียนแสดงการพิสูจน์โดยละเอียด

จำนวน 2 ข้อ

ผู้วิจัยได้ดำเนินการสร้างดังนี้

1. ศึกษาขอบเขตของเนื้อหาจากหนังสือเรียนคณิตศาสตร์และคู่มือการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ รายวิชาพื้นฐาน ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เทอม 2 ตามหลักสูตรกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551

2. ศึกษาจุดประสงค์การเรียนรู้วิเคราะห์สาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่ใช้ทดลองเพื่อใช้ในการสร้างแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง เส้นขนาน

3. สร้างแบบวัดความสามารถในการพิสูจน์ เรื่อง เส้นขนาน เป็นแบบทดสอบจำนวน 6 ข้อ ตามจุดประสงค์การเรียนรู้

4. นำแบบวัดความสามารถในการพิสูจน์ เรื่อง เส้นขนาน ที่สร้างเสร็จเรียบร้อยแล้ว เสนอต่อคณะกรรมการควบคุมปริญญาบัตรเพื่อพิจารณาปรับปรุงแก้ไข

5. นำแบบวัดความสามารถในการพิสูจน์ เรื่อง เส้นขนาน ที่ได้รับการตรวจสอบมาปรับปรุงแก้ไขตามคำแนะนำของคณะกรรมการควบคุมปริญญาบัตร แล้วนำเสนอให้คณะกรรมการควบคุมปริญญาบัตรตรวจสอบจนผ่านการพิจารณา เพื่อนำเสนอผู้เชี่ยวชาญ

6. นำแบบทดสอบที่ได้ไปให้ผู้เชี่ยวชาญ 3 ท่าน เพื่อตรวจสอบความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหา และความเหมาะสมของข้อคำถาม โดยมีการให้คะแนน ดังนี้

คะแนน +1 หมายถึง ข้อคำถามนั้นมีความสอดคล้อง

คะแนน 0 หมายถึง ไม่แน่ใจว่าข้อคำถามนั้นมีความสอดคล้องหรือไม่

คะแนน -1 หมายถึง ข้อคำถามนั้นไม่มีความสอดคล้อง

จากนั้นนำคะแนนมาเฉลี่ย และพิจารณาข้อคำถามว่ามีความเหมาะสมหรือไม่ (โดยนำมาคัดเลือกเฉพาะข้อที่มีดัชนีความสอดคล้องตั้งแต่ 0.5 ขึ้นไป) พบว่ามีข้อสอบที่มีค่า IOC ตั้งแต่ 0.5 ขึ้นไป จำนวน 6 ข้อ

7. นำแบบทดสอบไปปรับปรุงตามคำแนะนำของผู้เชี่ยวชาญ แล้วนำเสนอให้ผู้เชี่ยวชาญตรวจสอบจนผ่านการพิจารณา

8. นำแบบทดสอบไปทดลองกับนักเรียนกลุ่มนำร่อง ซึ่งเป็นนักเรียนที่ศึกษาอยู่ในระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่มีความสามารถใกล้เคียงกับตัวอย่าง เพื่อพิจารณาว่าข้อคำถามมีความเหมาะสมหรือไม่ โดยพิจารณาจากการวิเคราะห์หาค่าความยาก (p) และอำนาจจำแนก (r) เป็นรายข้อ แล้วคัดเลือกข้อสอบที่มีค่าความยาก (p) ตั้งแต่ 0.20-0.80 และมีค่าอำนาจจำแนก (r) ตั้งแต่ 0.20 ขึ้นไป โดยผู้วิจัยได้เลือกข้อสอบ 4 ข้อ ที่มีค่าความยากอยู่ในช่วง 0.35-0.69 ค่าอำนาจจำแนกอยู่ในช่วง 0.21-0.69 และคำนวณค่าความเชื่อมั่นของแบบวัดความสามารถในการพิสูจน์เรื่อง เส้นขนาน ด้วยวิธีการหาค่าสัมประสิทธิ์แอลฟา (α - Coefficient) ได้เท่ากับ 0.85

9. จัดพิมพ์แบบวัดความสามารถในการพิสูจน์ เรื่อง เส้นขนาน

10. นำไปแบบวัดความสามารถในการพิสูจน์ เรื่อง เส้นขนาน ไปทดลองใช้กับตัวอย่าง

3. การเก็บรวบรวมข้อมูล

งานวิจัยนี้มีขั้นตอนในการเก็บรวบรวมข้อมูล ดังนี้

แบบแผนการทำวิจัย

การวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยได้ใช้แบบแผนการทดลองแบบ One – Group Posttest only design ซึ่งแสดงดังตารางต่อไปนี้

ตาราง 2 แบบแผนการทดลอง

กลุ่ม	การทดลอง	การทดสอบหลังเรียน
E	X	T

สัญลักษณ์ที่ใช้ในแบบแผนการทดลอง

E แทน กลุ่มทดลอง

X แทน การจัดการเรียนรู้ตามแนวคิดคอนสตรัคติวิสต์แบบ

The Constructivist Learning Model (CLM)

T แทน การทดสอบหลังเรียน (Posttest)

การดำเนินการทดลอง

การจัดการเรียนรู้ตามแนวคิด The Constructivist Learning Model (CLM) ในการทดลองครั้งนี้ ผู้วิจัยดำเนินการทดลองตามแบบแผนการวิจัย โดยมีขั้นตอนต่อไปนี้

1. ผู้วิจัยชี้แจงให้นักเรียนที่เป็นตัวอย่างทราบถึงการเรียนรู้โดยใช้การจัดการเรียนรู้ตามแนวคิด The Constructivist Learning Model (CLM) เพื่อที่นักเรียนจะได้ปฏิบัติตนได้ถูกต้อง
2. ผู้วิจัยดำเนินการสอนในคาบปกติโดยใช้แผนการจัดการเรียนรู้ตามที่ออกแบบไว้ โดยในแต่ละคาบผู้วิจัยมีการมอบหมายแบบฝึกหัดเป็นการบ้านเพื่อตรวจสอบความเข้าใจของนักเรียน โดยใช้ระยะเวลาในการดำเนินการสอนทั้งหมด 10 คาบ คาบละ 50 นาที หลังจากนักเรียนเรียนเสร็จในแต่ละคาบ ผู้วิจัยจะทำการเลือกนักเรียนกลุ่มเป้าหมายจำนวน 3 คน เพื่อทำการสัมภาษณ์เกี่ยวกับการสร้างความรู้ หรือข้อค้นพบที่นักเรียนได้จากการเรียนในคาบนั้น ๆ เพื่อเก็บข้อมูลเพิ่มเติมประกอบการวิจัย
3. ผู้วิจัยทำการทดสอบนักเรียนโดยใช้แบบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง เส้นขนาน โดยใช้เวลา 1 คาบ คาบละ 50 นาที โดยผู้วิจัยมีการชี้แจงเกี่ยวกับข้อตกลงของการทดสอบเป็นระยะเวลา 10 นาที และให้นักเรียนทำข้อสอบเป็นเวลา 40 นาที
4. ผู้วิจัยทำการทดสอบนักเรียนโดยใช้แบบวัดความสามารถในการพิสูจน์ เรื่อง เส้นขนาน โดยใช้เวลา 1 คาบ คาบละ 50 นาที โดยผู้วิจัยมีการชี้แจงเกี่ยวกับข้อตกลงของการทดสอบเป็นระยะเวลา 10 นาที และให้นักเรียนทำข้อสอบเป็นเวลา 40 นาที
5. ผู้วิจัยนำข้อมูลที่ได้ไปใช้วิธีการทางสถิติในการวิเคราะห์เปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความสามารถในการพิสูจน์กับเกณฑ์ที่ตั้งไว้

4. การวิเคราะห์ข้อมูล

ผู้วิจัยนำแบบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง เส้นขนาน และแบบวัดความสามารถในการพิสูจน์ เรื่อง เส้นขนาน มาวิเคราะห์ค่าสถิติพื้นฐาน และทดสอบสมมติฐานโดยนำผลคะแนนของข้อสอบแต่ละฉบับไปเทียบกับเกณฑ์ที่กำหนดไว้โดยใช้การทดสอบ Z (Z-test for Population

Proportion) และวิเคราะห์ความสัมพันธ์ของคะแนนของแบบวัดทั้งสองโดยใช้การทดสอบสหสัมพันธ์แบบเพียร์สัน

5. สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล

สถิติพื้นฐาน

1. ค่าเฉลี่ย (Mean) คำนวณจาก (ล้วน สายยศ & อังคณา สายยศ, 2538, น. 79)

$$\bar{X} = \frac{\sum X}{N}$$

เมื่อ $\bar{X}$ แทน ค่าเฉลี่ยของข้อมูล

$\sum X$ แทน ผลรวมของข้อมูล

N แทน จำนวนของข้อมูล

2. ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (Standard Deviation) คำนวณจาก (ล้วน สายยศ & อังคณา สายยศ, 2538, น. 79)

$$S = \sqrt{\frac{N \sum X^2 - (\sum X)^2}{N(N-1)}}$$

เมื่อ S แทน ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน

$\sum X^2$ แทน ผลรวมของข้อมูล

$(\sum X)^2$ แทน ผลรวมของกำลังสองของข้อมูล

N แทน จำนวนของข้อมูล

สถิติที่ใช้ในการตรวจสอบคุณภาพเครื่องมือที่ใช้ในงานวิจัย

1. ค่าความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหา (IOC) คำนวณจาก (ล้วน สายยศ & อังคณา สายยศ, 2543, น. 248-249)

$$IOC = \frac{\sum R}{N}$$

เมื่อ IOC แทน ดัชนีความสอดคล้อง

$\sum R$ แทน ผลรวมของความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญ

N แทน จำนวนของผู้เชี่ยวชาญ

2. ค่าความยาก (p) ค่าอำนาจจำแนก (r) และค่าความเชื่อมั่นของแบบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง เส้นขนาน และแบบวัดความสามารถในการพิสูจน์ เรื่อง เส้นขนาน โดยทำการหาดังนี้

2.1 ค่าความยาก (p) คำนวณจาก (ลั่วน สายยศ & อังคณา สายยศ, 2543, น. 199-200)

$$p = \frac{S_U + S_L - (2NX_{\min})}{2N(X_{\max} - X_{\min})}$$

เมื่อ p	แทน	ค่าความยาก
S_U	แทน	ผลรวมของคะแนนกลุ่มเก่ง
S_L	แทน	ผลรวมของคะแนนกลุ่มอ่อน
N	แทน	จำนวนผู้เข้าสอบของกลุ่มเก่งหรือกลุ่มอ่อน
$X_{\max}$	แทน	คะแนนที่นักเรียนทำได้สูงสุด
$X_{\min}$	แทน	คะแนนที่นักเรียนทำได้ต่ำสุด

2.2 ค่าอำนาจจำแนก (r) คำนวณจาก (ลั่วน สายยศ & อังคณา สายยศ, 2543, น. 199-200)

$$r = \frac{S_U - S_L}{N(X_{\max} - X_{\min})}$$

เมื่อ r	แทน	อำนาจจำแนก
S_U	แทน	ผลรวมของคะแนนกลุ่มเก่ง
S_L	แทน	ผลรวมของคะแนนกลุ่มอ่อน
N	แทน	จำนวนผู้เข้าสอบของกลุ่มเก่งหรือกลุ่มอ่อน
$X_{\max}$	แทน	คะแนนที่นักเรียนทำได้สูงสุด
$X_{\min}$	แทน	คะแนนที่นักเรียนทำได้ต่ำสุด

2.3 ค่าความเชื่อมั่น ใช้วิธีหาค่าสัมประสิทธิ์แอลฟา (α - Coefficient) คำนวณจาก (ลั่วน สายยศ & อังคณา สายยศ, 2543, น. 218)

$$\alpha = \frac{n}{n-1} \left(1 - \frac{\sum s_i^2}{s_t^2} \right)$$

เมื่อ α	แทน	ความเชื่อมั่นของแบบวัด
n	แทน	จำนวนข้อของแบบวัด
$\sum s_i^2$	แทน	ผลรวมความแปรปรวนของคะแนนแต่ละข้อ
s_t^2	แทน	ความแปรปรวนของคะแนนรวมทั้งฉบับ

สถิติที่ใช้ในการทดสอบสมมติฐาน

1. ใช้การทดสอบ Z (Z-test for Population Proportion) ในการทดสอบสมมติฐานที่ว่านักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้ตามแนวคิด The Constructivist Learning Model (CLM) มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง เส้นขนาน ผ่านเกณฑ์ตั้งแต่ร้อยละ 60 ขึ้นไปของนักเรียนทั้งหมด โดยหาจากโปรแกรมสำเร็จรูป

2. ใช้การทดสอบ Z (Z-test for Population Proportion) ในการทดสอบสมมติฐานที่ว่านักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้ตามแนวคิด The Constructivist Learning Model (CLM) นักเรียนมีความสามารถในการพิสูจน์ เรื่อง เส้นขนาน ผ่านเกณฑ์ตั้งแต่ร้อยละ 60 ขึ้นไปของนักเรียนทั้งหมด โดยหาจากโปรแกรมสำเร็จรูป

3. ใช้การทดสอบสหสัมพันธ์แบบเพียร์สัน (Pearson Correlation) ในการทดสอบสมมติฐานที่ว่านักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้ตามแนวคิด The Constructivist Learning Model (CLM) มีคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและคะแนนความสามารถในการพิสูจน์สัมพันธ์กัน โดยหาจากโปรแกรมสำเร็จรูป

บทที่ 4

ผลการวิเคราะห์ข้อมูล

การวิจัยเรื่อง การศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความสามารถในการพิสูจน์ เรื่อง เส้นขนาน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ผ่านการจัดการเรียนรู้ตามแนวคิด The Constructivist Learning Model (CLM) ความมุ่งหมายในการวิจัยครั้งนี้ คือ เพื่อศึกษา 1) ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน 2) ความสามารถในการพิสูจน์ และ 3) ความสัมพันธ์ระหว่างผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความสามารถในการพิสูจน์ ในเนื้อหา เรื่อง เส้นขนาน หลังจาก que นักเรียนได้รับการจัดการเรียนรู้ตามแนวคิด The Constructivist Learning Model (CLM)

ผู้วิจัยได้นำเสนอผลการวิเคราะห์ข้อมูลดังนี้

ส่วนที่ 1 ข้อมูลพื้นฐาน

- 1.1 ข้อมูลพื้นฐานของคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง เส้นขนาน
- 1.2 ข้อมูลพื้นฐานของคะแนนความสามารถในการพิสูจน์ เรื่อง เส้นขนาน

ส่วนที่ 2 ผลการวิเคราะห์ข้อมูลเพื่อทดสอบสมมติฐาน

- 2.1 ผลการศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง เส้นขนาน กับเกณฑ์
- 2.2 ผลการศึกษาความสามารถในการพิสูจน์ เรื่อง เส้นขนาน กับเกณฑ์
- 2.3 ความสัมพันธ์ระหว่างผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความสามารถในการพิสูจน์ เรื่อง เส้นขนาน

ส่วนที่ 1 ข้อมูลพื้นฐาน

- 1.1 ข้อมูลพื้นฐานของคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง เส้นขนาน

จากการศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง เส้นขนาน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ผ่านการจัดการเรียนรู้ตามแนวคิด The Constructivist Learning Model (CLM) สามารถแสดงค่าเฉลี่ยเลขคณิตและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง เส้นขนาน ได้ดังตาราง 3

ตาราง 3 ค่าเฉลี่ยเลขคณิตและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง เส้นขนาน

แหล่งที่มาของคะแนน	คะแนนเต็ม	ค่าเฉลี่ยเลขคณิต ($\bar{x}$)	ส่วนเบี่ยงเบน มาตรฐาน (S.D.)
แบบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง เส้นขนาน	10	6.83	2.363

จากตาราง 3 พบว่าค่าเฉลี่ยเลขคณิตของคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง เส้นขนาน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ผ่านการจัดการเรียนรู้ตามแนวคิด The Constructivist Learning Model (CLM) เท่ากับ 6.83 และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน เท่ากับ 2.363

1.2 ข้อมูลพื้นฐานของคะแนนความสามารถในการพิสูจน์ เรื่อง เส้นขนาน

จากการศึกษาความสามารถในการพิสูจน์ เรื่อง เส้นขนาน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ผ่านการจัดการเรียนรู้ตามแนวคิด The Constructivist Learning Model (CLM) สามารถแสดงค่าเฉลี่ยเลขคณิตและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนความสามารถในการพิสูจน์ เรื่อง เส้นขนาน ได้ดังตาราง 4

ตาราง 4 ค่าเฉลี่ยเลขคณิตและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนความสามารถในการพิสูจน์ เรื่อง เส้นขนาน

แหล่งที่มาของคะแนน	คะแนนเต็ม	ค่าเฉลี่ยเลขคณิต ($\bar{x}$)	ส่วนเบี่ยงเบน มาตรฐาน (S.D.)
แบบวัดความสามารถ ในการพิสูจน์ เรื่อง เส้นขนาน	42	30.05	5.542

จากตาราง 4 พบว่าค่าเฉลี่ยเลขคณิตของคะแนนความสามารถในการพิสูจน์ เรื่อง เส้นขนาน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ผ่านการจัดการเรียนรู้ตามแนวคิด The Constructivist Learning Model (CLM) เท่ากับ 30.05 และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน เท่ากับ 5.542

ส่วนที่ 2 ผลการวิเคราะห์ข้อมูลเพื่อทดสอบสมมติฐาน

2.1 ผลการศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง เส้นขนาน กับเกณฑ์

ในการทดสอบสมมติฐานที่ว่า นักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้ตามแนวคิด The Constructivist Learning Model (CLM) มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง เส้นขนาน ผ่านเกณฑ์ตั้งแต่ร้อยละ 60 ขึ้นไปของนักเรียนทั้งหมด หลังจากทดสอบสมมติฐานของการวิจัยโดยใช้การทดสอบ Z (Z-test for Population Proportion) ที่ระดับนัยสำคัญ .05 ผลการทดสอบสมมติฐานของการวิจัยแสดงดังตาราง 5

ตาราง 5 การวิเคราะห์ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง เส้นขนาน กับเกณฑ์ โดยใช้การทดสอบ Z

แหล่งที่มาของ คะแนน	จำนวนนักเรียนที่ทำ แบบทดสอบ (คน)	จำนวนนักเรียนที่ ผ่านเกณฑ์ (คน)	สถิติ ทดสอบ Z	ค่า P-value
แบบวัดผลสัมฤทธิ์ ทางการเรียน เรื่อง เส้นขนาน	40	30	1.94*	.026

*ที่ระดับนัยสำคัญ .05

จากตาราง 5 พบว่าจากนักเรียนทั้งหมด 40 คน มีนักเรียนที่ผ่านเกณฑ์ตั้งแต่ร้อยละ 60 จำนวน 30 คน และมีค่า P-value เท่ากับ .026 ซึ่งมีค่าน้อยกว่าระดับนัยสำคัญ .05 แสดงว่านักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้ตามแนวคิด The Constructivist Learning Model (CLM) มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง เส้นขนาน ผ่านเกณฑ์ตั้งแต่ร้อยละ 60 ขึ้นไปของนักเรียนทั้งหมดอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ซึ่งเป็นไปตามสมมติฐานที่ตั้งไว้

2.2 ผลการศึกษาศักยภาพในการพิสูจน์ เรื่อง เส้นขนาน กับเกณฑ์

ในการทดสอบสมมติฐานที่ว่า นักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้ตามแนวคิด The Constructivist Learning Model (CLM) มีความสามารถในการพิสูจน์ เรื่อง เส้นขนาน ผ่านเกณฑ์ตั้งแต่ร้อยละ 60 ขึ้นไปของนักเรียนทั้งหมด หลังจากทดสอบสมมติฐานของการวิจัยโดยใช้การทดสอบ Z (Z-test for Population Proportion) ที่ระดับนัยสำคัญ .05 ผลการทดสอบสมมติฐานของการวิจัยแสดงดังตาราง 6

ตาราง 6 การวิเคราะห์ความสามารถในการพิสูจน์ เรื่อง เส้นขนาน กับเกณฑ์ โดยใช้การทดสอบ Z

แหล่งที่มาของคะแนน	จำนวนนักเรียนที่ทำ แบบทดสอบ (คน)	จำนวนนักเรียนที่ ผ่านเกณฑ์ (คน)	สถิติ ทดสอบ Z	ค่า P-value
แบบวัดความสามารถ ในการพิสูจน์ เรื่อง เส้นขนาน	40	32	2.58*	.005

*ที่ระดับนัยสำคัญ .05

จากตาราง 6 พบว่าจากนักเรียนทั้งหมด 40 คน มีนักเรียนที่ผ่านเกณฑ์ตั้งแต่ร้อยละ 60 จำนวน 32 คน และมีค่า P-value เท่ากับ .005 ซึ่งมีค่าน้อยกว่าระดับนัยสำคัญ .05 แสดงว่านักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้ตามแนวคิด The Constructivist Learning Model (CLM) มีความสามารถในการพิสูจน์ เรื่อง เส้นขนาน ผ่านเกณฑ์ตั้งแต่ร้อยละ 60 ขึ้นไปของนักเรียนทั้งหมดอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ซึ่งเป็นไปตามสมมติฐานที่ตั้งไว้

2.3 ความสัมพันธ์ระหว่างผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความสามารถในการพิสูจน์ เรื่อง เส้นขนาน

ในการทดสอบสมมติฐานที่ว่า นักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้ตามแนวคิด The Constructivist Learning Model (CLM) มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความสามารถในการพิสูจน์สัมพันธ์กัน หลังจากทดสอบสมมติฐานของการวิจัยโดยใช้การทดสอบสหสัมพันธ์แบบเพียร์สัน (Pearson Correlation) ที่ระดับนัยสำคัญ .05 ผลการทดสอบสมมติฐานของการวิจัยแสดงดังตาราง 7

ตาราง 7 การวิเคราะห์ความสัมพันธ์ระหว่างผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความสามารถในการพิสูจน์ เรื่อง เส้นขนาน โดยใช้การทดสอบสหสัมพันธ์แบบเพียร์สัน

ผลสัมฤทธิ์ทาง การเรียน เรื่อง เส้นขนาน	ความสามารถในการพิสูจน์ เรื่อง เส้นขนาน		
	จำนวนนักเรียนที่ทำ แบบทดสอบ (คน)	ค่าสัมประสิทธิ์ สหสัมพันธ์แบบเพียร์สัน	ค่า Sig
	40	.706*	.000

*ที่ระดับนัยสำคัญ .05

จากตาราง 7 พบว่าค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์แบบเพียร์สันเท่ากับ .706 และ ค่า Sig. เท่ากับ .000 ซึ่งมีค่าน้อยกว่าระดับนัยสำคัญ .01 แสดงว่า นักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้ตามแนวคิด The Constructivist Learning Model (CLM) มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความสามารถในการพิสูจน์สัมพันธ์กันทางบวกในระดับสูง อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ซึ่งเป็นไปตามสมมติฐานที่ตั้งไว้



บทที่ 5

สรุปผล อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ

ความมุ่งหมาย สมมติฐาน และวิธีดำเนินการวิจัยโดยสังเขป

การวิจัยเรื่อง การศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความสามารถในการพิสูจน์ เรื่อง เส้นขนาน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ผ่านการจัดการเรียนรู้ตามแนวคิด The Constructivist Learning Model (CLM) ผู้วิจัยได้สรุปความมุ่งหมาย สมมติฐาน และวิธีดำเนินการวิจัยได้ ดังนี้

ความมุ่งหมายของการวิจัย

1. เพื่อศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง เส้นขนาน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 หลังจากได้รับการจัดการเรียนรู้ตามแนวคิด The Constructivist Learning Model (CLM)
2. เพื่อศึกษาความสามารถในการพิสูจน์ เรื่อง เส้นขนาน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 หลังจากได้รับการจัดการเรียนรู้ตามแนวคิด The Constructivist Learning Model (CLM)
3. เพื่อศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความสามารถในการพิสูจน์ เรื่อง เส้นขนาน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 หลังจากได้รับการจัดการเรียนรู้ตามแนวคิด The Constructivist Learning Model (CLM)

สมมติฐานของการวิจัย

1. นักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้ตามแนวคิด The Constructivist Learning Model (CLM) มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง เส้นขนาน ผ่านเกณฑ์ตั้งแต่ร้อยละ 60 ขึ้นไปของนักเรียนทั้งหมด
2. นักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้ตามแนวคิด The Constructivist Learning Model (CLM) มีความสามารถในการพิสูจน์ เรื่อง เส้นขนาน ผ่านเกณฑ์ตั้งแต่ร้อยละ 60 ขึ้นไปของนักเรียนทั้งหมด
3. นักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้ตามแนวคิด The Constructivist Learning Model (CLM) มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความสามารถในการพิสูจน์สัมพันธ์กัน

ขอบเขตของการวิจัย

1. ประชากรและตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัย

ประชากรที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ห้องเรียนปกติ ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2562 โรงเรียนศรีอยุธยา ในพระอุปถัมภ์ ฯ แขวงถนนพญาไท เขตราชเทวี กรุงเทพมหานคร จำนวน 8 ห้องเรียน ซึ่งมีนักเรียนจำนวน 332 คน

ตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ห้อง 7 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2562 โรงเรียนศรีอยุธยา ในพระอุปถัมภ์ฯ แขวงถนนพญาไท เขตราชเทวี กรุงเทพมหานคร จำนวน 1 ห้องเรียน ซึ่งมีนักเรียนจำนวน 40 คน นักเรียนเหล่านี้ได้มาจากการเลือกตัวอย่างแบบกลุ่ม (Cluster sampling) ซึ่งโรงเรียนได้จัดนักเรียนแต่ละห้องแบบละความสามารถของนักเรียนที่มีผลการเรียนแบบเก่ง ปานกลาง และอ่อน

2. เนื้อหาที่ใช้ในการวิจัย

เนื้อหาที่ใช้ในการวิจัยในครั้งนี้ เป็นเนื้อหาในสาระการเรียนรู้ เรื่อง เส้นขนาน รายวิชา คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ตามหลักสูตรกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551

3. ตัวแปรที่ใช้ในการศึกษา

ตัวแปรต้น

การจัดการเรียนรู้ตามแนวคิด The Constructivist Learning Model (CLM)

ตัวแปรตาม

1. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง เส้นขนาน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2
2. ความสามารถในการพิสูจน์ เรื่อง เส้นขนาน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษา

ปีที่ 2

วิธีดำเนินการวิจัย

1. การสร้างเครื่องมือในการวิจัย

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย ประกอบด้วย 1) แผนการจัดการเรียนรู้ เรื่อง เส้นขนาน จำนวน 10 แผน 2) แบบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง เส้นขนาน และ 3) แบบวัดความสามารถในการพิสูจน์ เรื่อง เส้นขนาน โดยผู้วิจัยทำการศึกษาหลักการในการสร้างเครื่องมือ เอกสารที่เกี่ยวข้องกับเครื่องมือ และดำเนินการสร้างเครื่องมือต่าง ๆ

หลังจากสร้างเครื่องมือเสร็จเรียบร้อยแล้ว ผู้วิจัยนำเสนอเครื่องมือต่อคณะกรรมการควบคุมปริญญาโท เพื่อให้พิจารณาความถูกต้อง ความเหมาะสมของเนื้อหา และระยะเวลาที่สอน และนำเครื่องมือมาปรับปรุงแก้ไขตามคำแนะนำของคณะกรรมการควบคุมปริญญาโท จากนั้นนำเครื่องมือให้ผู้เชี่ยวชาญตรวจสอบ และนำไปปรับปรุงตามคำแนะนำของผู้เชี่ยวชาญ แล้วจึงนำไปทดลองกับนักเรียนกลุ่มนำร่องก่อนที่จะนำไปทดลองใช้กับตัวอย่างเพื่อปรับปรุงเครื่องมือให้เหมาะสม

2. การเก็บรวบรวมข้อมูล

การวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยได้ใช้แบบแผนการทดลองแบบ One – Group Posttest only design โดยมีขั้นตอนในการเก็บรวบรวม ดังนี้

1. ผู้วิจัยชี้แจงให้นักเรียนที่เป็นตัวอย่างทราบถึงการเรียนรู้โดยใช้การจัดการเรียนรู้ตามแนวคิด The Constructivist Learning Model (CLM) เพื่อที่นักเรียนจะได้ปฏิบัติตนได้ถูกต้อง
2. ผู้วิจัยดำเนินการสอนในคาบปกติโดยใช้แผนการจัดการเรียนรู้ตามที่ออกแบบไว้ โดยในแต่ละคาบผู้วิจัยมีการมอบหมายแบบฝึกหัดเป็นการบ้านเพื่อตรวจสอบความเข้าใจของนักเรียน โดยใช้ระยะเวลาในการดำเนินการสอนทั้งหมด 10 คาบ คาบละ 50 นาที หลังจากนักเรียนเรียนเสร็จในแต่ละคาบ ผู้วิจัยจะทำการเลือกนักเรียนกลุ่มเป้าหมายจำนวน 3 คน เพื่อทำการสัมภาษณ์เกี่ยวกับการสร้างความรู้ หรือข้อค้นพบที่นักเรียนได้จากการเรียนในคาบนั้น ๆ เพื่อเก็บข้อมูลเพิ่มเติมประกอบการวิจัย
3. ผู้วิจัยทำการทดสอบนักเรียนโดยใช้แบบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง เส้นขนาน โดยใช้เวลา 1 คาบ คาบละ 50 นาที โดยผู้วิจัยมีการชี้แจงเกี่ยวกับข้อตกลงของการทดสอบเป็นระยะเวลา 10 นาที และให้นักเรียนทำข้อสอบเป็นเวลา 40 นาที
4. ผู้วิจัยทำการทดสอบนักเรียนโดยใช้แบบวัดความสามารถในการพิสูจน์ เรื่อง เส้นขนาน โดยใช้เวลา 1 คาบ คาบละ 50 นาที โดยผู้วิจัยมีการชี้แจงเกี่ยวกับข้อตกลงของการทดสอบเป็นระยะเวลา 10 นาที และให้นักเรียนทำข้อสอบเป็นเวลา 40 นาที
5. ผู้วิจัยนำข้อมูลที่ได้ไปใช้วิธีการทางสถิติในการวิเคราะห์เปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความสามารถในการพิสูจน์กับเกณฑ์ที่ตั้งไว้

3. การวิเคราะห์ข้อมูล

ผู้วิจัยนำแบบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง เส้นขนาน และแบบวัดความสามารถในการพิสูจน์ เรื่อง เส้นขนาน มาวิเคราะห์ค่าสถิติพื้นฐาน และทดสอบสมมติฐาน โดยนำผลคะแนนของข้อสอบแต่ละฉบับไปเทียบกับเกณฑ์ที่กำหนดไว้โดยใช้การทดสอบ Z (Z-test for Population Proportion) และวิเคราะห์ความสัมพันธ์ของคะแนนของแบบวัดทั้งสองโดยใช้การทดสอบสหสัมพันธ์แบบเพียร์สัน

สรุปผลการวิจัย

การศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความสามารถในการพิสูจน์ เรื่อง เส้นขนาน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ผ่านการจัดการเรียนรู้ตามแนวคิด The Constructivist Learning Model (CLM) สรุปผลได้ ดังนี้

1. นักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้ตามแนวคิด The Constructivist Learning Model (CLM) มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง เส้นขนาน ผ่านเกณฑ์ตั้งแต่ร้อยละ 60 ขึ้นไปของนักเรียนทั้งหมด อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05
2. นักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้ตามแนวคิด The Constructivist Learning Model (CLM) มีความสามารถในการพิสูจน์ เรื่อง เส้นขนาน ผ่านเกณฑ์ตั้งแต่ร้อยละ 60 ขึ้นไปของนักเรียนทั้งหมด อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05
3. นักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้ตามแนวคิด The Constructivist Learning Model (CLM) มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความสามารถในการพิสูจน์สัมพันธ์กันทางบวกในระดับสูง อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

อภิปรายผลการวิจัย

จากการศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความสามารถในการพิสูจน์ เรื่อง เส้นขนาน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ผ่านการจัดการเรียนรู้ตามแนวคิด The Constructivist Learning Model (CLM) สามารถอภิปรายผลได้ ดังนี้

1. นักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้ตามแนวคิด The Constructivist Learning Model (CLM) มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง เส้นขนาน ผ่านเกณฑ์ตั้งแต่ร้อยละ 60 ขึ้นไปของนักเรียนทั้งหมด อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ทั้งนี้เนื่องมาจากประเด็นต่อไปนี้

1.1 สำหรับงานวิจัยนี้ให้ความสำคัญกับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ในแง่ของการนำความรู้ เรื่อง เส้นขนาน ไปประยุกต์ใช้ในการแก้โจทย์ที่กำหนด นั่นคือเน้นปัญหาเกี่ยวกับการคำนวณขนาดของมุมโดยใช้ทฤษฎีบทของเส้นขนานและรูปสามเหลี่ยม โดยการจัดการเรียนรู้ตามแนวคิด The Constructivist Learning Model (CLM) ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น มีส่วนช่วยในการทำให้นักเรียนเป็นไปตามเกณฑ์ที่ผู้วิจัยตั้งไว้ เนื่องจากนักเรียนมีความเข้าใจในทฤษฎีบทต่าง ๆ จากการที่นักเรียนจะเป็นผู้สร้างความรู้ด้วยตนเองผ่านการจัดการเรียนรู้ในขั้นที่ 1 ถึง 3 ที่นักเรียนจะได้เข้าใจถึงที่มาของทฤษฎีบทผ่านการลงมือพิสูจน์ ซึ่งจะอภิปรายเพิ่มเติมในข้อที่ 2 แต่ในขั้นที่ 4 ขั้นประยุกต์ใช้ นอกจากที่นักเรียนจะได้ฝึกพิสูจน์ นักเรียนยังจะได้เห็นถึงการนำทฤษฎีบทที่ค้นพบไปประยุกต์ใช้ในการคำนวณหาขนาดของมุมต่าง ๆ ซึ่งในขั้นนี้ครูกับนักเรียนจะ

ได้อภิปรายร่วมกันถึงการนำทฤษฎีบทไปใช้ เช่น การที่ครูยกปัญหาเกี่ยวกับการคำนวณขนาดของมุม แล้วให้นักเรียนแต่ละกลุ่มตัดสินใจว่าสามารถใช้ทฤษฎีบทใดในการแก้ปัญหาได้บ้าง และทฤษฎีบทใดเหมาะสมที่สุด เนื่องจากโจทย์ปัญหาในเรื่องนี้สามารถคำนวณได้หลายวิธี การที่ครูและนักเรียนร่วมกันอภิปรายเกี่ยวกับแนวคิดในการแก้ปัญหาจึงช่วยทำให้นักเรียนเห็นถึงความเหมาะสมของการนำทฤษฎีบทแต่ละทฤษฎีบทไปใช้ ด้วยกระบวนการนี้จะทำให้เมื่อนักเรียนไปเจอปัญหาที่ไม่เคยเจอมาก่อน อาทิ ในแบบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน จะทำให้นักเรียนสามารถประยุกต์ทฤษฎีบทได้อย่างถูกต้องและเหมาะสม นอกจากนี้ในชั้นประยุกต์ใช้นักเรียนยังได้ฝึกแก้โจทย์ปัญหาต่าง ๆ ในแบบฝึกหัดที่ครูมอบหมาย และในตอนท้ายคาบครูมีแบบทดสอบหลังเรียนเพื่อตรวจสอบว่านักเรียนเข้าใจในเนื้อหาที่เรียนหรือไม่ ซึ่งครูสามารถนำผลที่ได้ไปปรับปรุงการสอน หรือเน้นในมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนของนักเรียน เช่น นักเรียนคิดว่าถ้าเส้นตรงสองเส้นมีเส้นตัด แล้วมุมแย้งมีขนาดเท่ากันเสมอ ซึ่งเป็นมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน เพราะเส้นตรงทั้งสองจะต้องขนานกันด้วย มุมแย้งจึงจะมีขนาดเท่ากัน ด้วยการที่ครูมีการทดสอบหลังเรียนจะทำให้ครูพบมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน และสามารถนำไปเป็นประเด็นในการอภิปรายกันกับนักเรียนในคาบถัดไปได้ ด้วยเหตุนี้การจัดการเรียนรู้ตามแนวคิดคอนสตรัคติวิสต์แบบ The Constructivist Learning Model (CLM) ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นจึงมีส่วนช่วยในการพัฒนาผลสัมฤทธิ์ของนักเรียนให้ เป็นไปตามเกณฑ์ที่ตั้งไว้ สอดคล้องกับงานวิจัยของ Lillian (2010, abstract) ได้ทำการศึกษาเกี่ยวกับการนำวิธีการเรียนรู้แบบคอนสตรัคติวิสต์มาใช้ในการจัดการเรียนรู้ และพบว่าด้วยขั้นตอนการสอนจะทำให้นักเรียนรู้จักขวนขวายหาความรู้ด้วยตนเอง มีความเชื่อมั่นในตนเอง มีวิจารณญาณ มีความกระตือรือร้นในการค้นหาคำรู้ และมีประสิทธิภาพในการเรียนเพิ่มมากขึ้น จึงส่งผลทำให้นักเรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนดีขึ้น และยังสอดคล้องกับงานวิจัยของ กาญจนา ชุนบุญมา (2551, น. 37-38) ที่พบว่าขั้นตอนการจัดการเรียนรู้ตามแนวคิด The Constructivist Learning Model (CLM) ทำให้นักเรียนเข้าใจในเนื้อหาอย่างถ่องแท้ เนื่องจากนักเรียนได้ค้นหา และแสวงหาความรู้มาใช้แก้ปัญหาด้วยตนเอง นอกจากนี้ยังเปิดโอกาสให้นักเรียนเผชิญปัญหา และการแก้ปัญหา โดยมีกลุ่มเป็นผู้ตรวจสอบและเรียนรู้วิธีแก้ปัญหามากันและกัน ด้วยขั้นตอนการสอนรูปแบบนี้จึงทำให้ผลสัมฤทธิ์ของนักเรียนผ่านเกณฑ์ร้อยละ 70 จำนวน 26 คน คิดเป็น ร้อยละ 86.67 ของนักเรียนทั้งหมด ซึ่งแสดงให้เห็นว่ากิจกรรมที่พัฒนาขึ้นช่วยพัฒนาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนให้ดียิ่งขึ้น นอกจากนี้ยังสอดคล้องกับงานวิจัยของ วันชลมา ปานากาแซ็ง et al. (2561, น. 76-78) ที่พบว่านักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ที่ได้รับการจัดการเรียนรู้ตามแนวคิด The Constructivist Learning Model (CLM) เรื่อง กำหนดการเชิงเส้น ร่วมกับโปรแกรม GSP มี

ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 60 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และมีค่าดัชนีประสิทธิผลของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเท่ากับ .6136 เนื่องจากลักษณะการสอนตามแนวคิดนี้ทำให้นักเรียนได้คิดสร้างความรู้ด้วยตนเอง และได้แลกเปลี่ยนเรียนรู้กันกับเพื่อน จึงทำให้นักเรียนมีความเข้าใจในเนื้อหามากยิ่งขึ้น

1.2 สำหรับเนื้อหา เรื่อง เส้นขนาน นักเรียนเคยเรียนทฤษฎีบทบางทฤษฎีบทมาแล้วในระดับชั้นประถมศึกษา ซึ่งจะเน้นในด้านการคำนวณหาขนาดของมุม (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2562, น. 43-76) จึงทำให้ครูสามารถเชื่อมโยงด้านการคำนวณเข้าสู่เนื้อหาใหม่ในระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ได้ง่ายกว่าด้านการพิสูจน์ และด้วยรูปแบบการจัดการเรียนรู้ตามแนวคิด The Constructivist Learning Model (CLM) ในชั้นชักรวณจะเอื้อให้เกิดการเชื่อมโยงความรู้ก่อนหน้าของนักเรียน นำมาสร้างเป็นความรู้ใหม่ (Yager, 1991, p. 55) จึงทำให้นักเรียนซึ่งเคยมีพื้นฐานด้านการคำนวณเกี่ยวกับเส้นขนานมาตั้งแต่ระดับชั้นประถมศึกษาสามารถปรับตัวในเรื่องของโจทย์ปัญหาเกี่ยวกับการคำนวณขนาดของมุมและสามารถประยุกต์ความรู้ไปสู่ปัญหาที่ซับซ้อนได้ ส่งผลให้นักเรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนผ่านเกณฑ์ที่ตั้งไว้

2. นักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้ตามแนวคิด The Constructivist Learning Model (CLM) มีความสามารถในการพิสูจน์ เรื่อง เส้นขนาน ผ่านเกณฑ์ตั้งแต่ร้อยละ 60 ขึ้นไปของนักเรียนทั้งหมด อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ทั้งนี้เนื่องมาจากประเด็นต่อไปนี้

2.1 การจัดการเรียนรู้ตามแนวคิด The Constructivist Learning Model (CLM) ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นเป็นการจัดการเรียนรู้ที่เน้นนักเรียนเป็นสำคัญ โดยกิจกรรมต่าง ๆ ที่จัดขึ้นจะทำให้นักเรียนเข้าใจที่มาของความรู้ที่ได้รับ ทำให้การเรียนรู้เป็นสิ่งที่มีความหมายกว่าการจัดการเรียนรู้แบบบรรยาย และนักเรียนสามารถนำความรู้ที่ค้นพบไปช่วยในการพิสูจน์ต่าง ๆ ได้ ซึ่งในแต่ละขั้นตอนของการจัดการเรียนรู้ช่วยส่งเสริมความสามารถในการพิสูจน์ดังต่อไปนี้

ขั้นที่ 1 ขั้นชักชวน เป็นขั้นที่สร้างแรงจูงใจในการเรียนรู้ให้แก่นักเรียน โดยการใช้กิจกรรม หรือการตั้งปัญหาเพื่อกระตุ้นให้นักเรียนได้คิด สังเกตสิ่งต่าง ๆ เกิดความสงสัย ตั้งคำถาม และพิจารณาคำตอบที่เป็นไปได้ นอกจากนี้อาจเป็นการชี้ให้เห็นถึงความสำคัญ และประโยชน์ของเนื้อหาที่เรียน เพื่อให้นักเรียนเกิดความสนใจต้องการที่จะเรียนรู้ หรือต้องการที่จะสร้างข้อความคาดการณ์ทางเรขาคณิต เช่น การนำเข้าสู่บทเรียนโดยการยกปัญหาที่ไม่สามารถแก้ไขโดยใช้ความรู้ก่อนหน้าที่นักเรียนมีได้ อาทิการนำเข้าสู่เรื่องเส้นขนานและมุมแย้งโดยการยกโจทย์ปัญหาเส้นขนานที่ไม่มีมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด ทำให้นักเรียนซึ่งมีความรู้เพียงทฤษฎีบทของเส้นขนานและมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัดไม่สามารถแก้ปัญหา

ในข้อนี้ได้ จึงเป็นเหตุให้นำมาสู่ข้อสงสัยในการสร้างทฤษฎีบทเส้นขนานทฤษฎีบทใหม่ ด้วยขั้นตอนนี้จะทำให้นักเรียนเข้าใจถึงเหตุผลและความจำเป็นในการสร้างทฤษฎีบทเส้นขนานต่าง ๆ ว่าทำไมจึงมีหลายทฤษฎีบท ทำให้นักเรียนเกิดแรงจูงใจใฝ่เรียนรู้ และเห็นประโยชน์ของการเรียนในเนื้อหาในคาบนั้นมากยิ่งขึ้น ซึ่งสอดคล้องกับแนวคิดของ Gagné (1985, p. 36) ที่อธิบายว่าชั้นชักชวน เป็นขั้นดึงดูดความสนใจของนักเรียน ทำให้นักเรียนเกิดความสนใจในบทเรียน อยากที่จะเรียนรู้ นอกจากนี้ยังเป็นการเตรียมให้นักเรียนเกิดความพร้อมในการเชื่อมโยงความรู้ใหม่กับความรู้เดิม

ขั้นที่ 2 ขั้นค้นพบ เป็นขั้นที่ให้นักเรียนได้สำรวจ ค้นคว้า หาเหตุผล เพื่อสร้างข้อความคาดการณ์ทางเรขาคณิต และพิสูจน์ข้อความคาดการณ์นั้นผ่านการทำกิจกรรมและกระบวนการกลุ่ม ซึ่งนักเรียนจะได้ออกแบบวิธีการค้นหาความรู้ ร่วมกันวางแผน รวบรวมข้อมูล ค้นคว้าข้อมูล ลงมือปฏิบัติด้วยตนเองในการค้นหาคำตอบเพื่อแก้ปัญหาที่สงสัย และนำข้อค้นพบมาอภิปรายร่วมกันในกลุ่มถึงความถูกต้องและความสมเหตุสมผลของคำตอบ โดยครูมีบทบาทเป็นเพียงผู้ส่งเสริมและสนับสนุนการเรียนรู้ของนักเรียน เช่น หลังจากนักเรียนสร้างข้อความคาดการณ์เกี่ยวกับเส้นขนานและมุมแย้งแล้ว นักเรียนลองตรวจสอบข้อความคาดการณ์โดยการยกตัวอย่างกรณีย่อย อาทิ กำหนดเส้นตรงสองเส้นที่มีเส้นตัดทำให้เกิดมุมแย้งมีขนาดเท่ากันเป็น 60 องศา นักเรียนจะต้องตรวจสอบว่าเส้นตรงคู่นั้นขนานกันหรือไม่ โดยใช้ทฤษฎีบทเส้นขนานและมุมภายใน ทำให้นักเรียนต้องมีการหาขนาดมุมเพิ่มโดยใช้ความรู้เรื่องขนาดของมุมตรงเท่ากับ 180 องศา จึงได้ว่ามุมประชิดของ 60 องศา มีขนาดเป็น 120 องศา ซึ่งสามารถสรุปโดยใช้ทฤษฎีบทเส้นขนานและมุมภายในว่าเส้นตรงสองเส้นนั้นขนานกันได้ จากที่นักเรียนได้ลองตรวจสอบในกรณีเฉพาะ นักเรียนจะเห็นแนวทางในการเขียนพิสูจน์ในกรณีทั่วไป (ที่กำหนดเพียงว่ามุมแย้งมีขนาดเท่ากัน ไม่ได้ระบุขนาดของมุม) ว่าแนวทางพิสูจน์ต้องอาศัยความรู้เรื่องขนาดของมุมตรง เพื่อจะนำไปสู่การเชื่อมโยงกับทฤษฎีบทก่อนหน้า นั่นคือทฤษฎีบทเส้นขนานและมุมภายใน โดยแนวคิดนี้สอดคล้องกับงานวิจัยของ Craven (2010, pp. 676-681) ซึ่งอธิบายว่าการพิสูจน์ทางเรขาคณิต หากครูให้นักเรียนพิสูจน์ในกรณีทั่วไปเลย นักเรียนอาจจะมองไม่เห็นแนวทางในการพิสูจน์ ครูจึงควรเริ่มจากกรณีเฉพาะก่อน เช่น มีการกำหนดค่าต่าง ๆ เพื่อให้นักเรียนเห็นแนวทางในการพิสูจน์ ด้วยเหตุนี้ในขั้นที่ 2 นักเรียนจะได้ค้นพบวิธีการเขียนพิสูจน์ผ่านการทำกิจกรรม นอกจากนี้ยังเป็นการให้นักเรียนได้คิดเชื่อมโยงทฤษฎีบทเก่าจนนำมาสู่การสร้างทฤษฎีบทใหม่ ทำให้นักเรียนเข้าใจความสำคัญของทฤษฎีบทแต่ละทฤษฎีบทมากยิ่งขึ้น ด้วยเหตุนี้ขั้นตอนนี้จึงเป็นขั้นตอนสำคัญที่

นักเรียนจะช่วยเพิ่มความสามารถในการพิสูจน์ได้ ทั้งการจัดระบบการคิดในการพิสูจน์ การเชื่อมโยงทฤษฎีบทก่อนหน้า และการเชื่อมโยงทฤษฎีบทในเนื้อหาอื่น ๆ ทางเรขาคณิต

ขั้นที่ 3 ขั้นนำเสนอผลการค้นพบและลงข้อสรุป เป็นขั้นที่นักเรียนนำเสนอความรู้วิธีการในการได้มาซึ่งความรู้ การสร้างข้อความคาดการณ์ และแนวทางการพิสูจน์ข้อความคาดการณ์ ที่นักเรียนค้นพบจากขั้นที่ 2 และร่วมกันอภิปรายกับเพื่อนและครูเพื่อตรวจสอบความถูกต้อง โดยครูชี้ให้เห็นถึงคำตอบที่เหมาะสมและร่วมกันลงข้อสรุปที่ได้จากการค้นพบ จากนั้นครูเชื่อมโยงความรู้ที่ค้นพบกับความรู้เดิมของนักเรียน เช่น จากในขั้นที่ 1 และ 2 นักเรียนอาจมีวิธีในการพิสูจน์ที่แตกต่างกัน อาทิในทฤษฎีบทเส้นขนานและมุมภายนอกกับมุมภายใน นักเรียนบางกลุ่มอาจใช้ทฤษฎีบทเส้นขนานและมุมภายในพิสูจน์ ในขณะที่นักเรียนบางกลุ่มอาจใช้ทฤษฎีบทเส้นขนานและมุมแย้งในการพิสูจน์ ซึ่งในขั้นที่ 3 นี้ นักเรียนจะได้แลกเปลี่ยนเรียนรู้กันกับกลุ่มอื่น และได้เห็นตัวอย่างที่หลากหลาย นอกจากนี้ในการพิสูจน์นักเรียนบางกลุ่มอาจยังใช้ภาษาที่ไม่เป็นทางการ อาทิคำว่า “มุมภายนอกและมุมภายในที่อยู่ตรงข้ามบนข้างเดียวกันของเส้นตัด” บางกลุ่มอาจใช้แค่ “มุมภายนอกและมุมภายใน” ซึ่งครูและนักเรียนในห้องจะได้ร่วมกันอภิปรายว่าสิ่งที่เหมาะสมควรเป็นอย่างไร และเพราะเหตุใดจึงควรใช้คำแบบนี้ ด้วยกระบวนการในขั้นตอนนี้จะช่วยเพิ่มความเข้าใจในเรื่องการพิสูจน์ของนักเรียนให้ถูกต้องและเหมาะสมมากยิ่งขึ้น นักเรียนจะได้เห็นทั้งกรณีที่ถูกต้อง และกรณีที่คลาดเคลื่อน จนสามารถปรับมโนทัศน์ของตนเองให้ถูกต้อง และเข้าใจในมโนทัศน์นั้นมากยิ่งขึ้น สอดคล้องกับงานวิจัยของ Savery and Duffy (1995, pp. 36-37) ที่พบว่าการให้นักเรียนได้นำเสนอสิ่งที่ตนเองค้นพบ ได้แลกเปลี่ยนและสะท้อนความคิดเห็นกับเพื่อน ทำให้นักเรียนมีโอกาสได้พิจารณากระบวนการคิดของตนเอง เปรียบเทียบกับกระบวนการคิดของผู้อื่น ซึ่งจะนำมาสู่ข้อสรุปที่เหมาะสมในการที่นักเรียนจะสร้างความเข้าใจในเนื้อหานั้น

ขั้นที่ 4 ขั้นประยุกต์ใช้ เป็นขั้นที่ให้นักเรียนนำความรู้ที่ค้นพบ และความรู้เดิมไปประยุกต์ใช้ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และการพิสูจน์ที่เกี่ยวข้องกับเรื่องนั้น ๆ โดยนักเรียนจะต้องตัดสินใจเพื่อเลือกใช้ความรู้ที่เหมาะสมในสถานการณ์ต่าง ๆ และครูสรุปผลที่ได้จากการเรียนรู้และส่งเสริมความคิดเห็นของนักเรียน ให้โอกาสนักเรียนได้ถามคำถามใหม่ที่เกี่ยวข้องกับบทเรียน ให้นักเรียนได้แลกเปลี่ยนแนวคิดและวิธีการกับเพื่อน เพื่อให้เกิดการยอมรับซึ่งกันและกัน เช่น การที่ครูยกปัญหาใหม่ที่นักเรียนไม่เคยเจอ นักเรียนต้องตัดสินใจเลือกทฤษฎีบทที่นักเรียนสร้างในคาบนี้หรือคาบก่อนหน้ามาใช้ในการพิสูจน์ โดยครูและนักเรียนจะมีส่วนร่วมในการอภิปรายกันว่าปัญหาที่ครูกำหนดสามารถทำได้โดยใช้วิธีใดบ้าง และวิธีไหนเหมาะสมที่สุด

ด้วยกระบวนการในขั้นตอนนี้จะช่วยตรวจสอบความเข้าใจของนักเรียน ลมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน และให้นักเรียนได้ฝึกฝนการพิสูจน์ต่าง ๆ สอดคล้องกับงานวิจัยของ จิรพรรณ คงเคาพรธรรม (2553, น. 12) ที่พบว่าขั้นประยุกต์ใช้ นักเรียนจะได้นำความรู้ในสิ่งที่ตนเองค้นพบเกี่ยวกับหลักการหรือวิธีการมาประยุกต์ใช้ในการแก้ปัญหา และฝึกจนเกิดความชำนาญ ทำให้นักเรียนเข้าใจในเนื้อหามากยิ่งขึ้น

จากทั้ง 4 ขั้นตอนของการจัดการเรียนรู้ตามแนวคิด The Constructivist Learning Model (CLM) จะเห็นได้ว่าการจัดการเรียนรู้ในลักษณะนี้จะส่งผลต่อการฝึกการพิสูจน์อย่างเป็นระบบ โดยเริ่มจากสร้างข้อความคาดการณ์ พิสูจน์ข้อความคาดการณ์ นำเสนอการพิสูจน์ และนำทฤษฎีบทที่ได้จากการพิสูจน์ไปใช้ ด้วยขั้นตอนต่าง ๆ เหล่านี้จะทำให้นักเรียนเข้าใจในระบบของการพิสูจน์ และเข้าใจทฤษฎีบทมากขึ้น อีกทั้งยังสามารถนำทฤษฎีบทต่าง ๆ ไปใช้ได้ อย่างถูกต้อง เหมาะสม ซึ่งแนวทางการจัดกิจกรรมดังกล่าวสอดคล้องกับผลการวิจัยของ Dewi and Harahap (2016, pp. 79-80) ที่พบว่าการจัดการเรียนรู้เรขาคณิตโดยอาศัยแนวคิดคอนสตรัคติวิสต์จะช่วยพัฒนาความสามารถในการพิสูจน์ของนักเรียน เนื่องจากขั้นตอนในการสร้างความรู้ทางคณิตศาสตร์ ซึ่งเริ่มมาจากการสร้างข้อความคาดการณ์ การหาแนวทางการพิสูจน์ การพิสูจน์ การนำเสนอผลการพิสูจน์ และการนำผลการพิสูจน์ไปใช้ จะสอดคล้องกับแนวการจัดการเรียนรู้โดยใช้แนวคิดคอนสตรัคติวิสต์ ด้วยเหตุนี้การสอนโดยใช้แนวคิดนี้จะสามารถพัฒนาความสามารถในการพิสูจน์ได้ และยังสอดคล้องกับงานวิจัยของ ชนานันท์ สิงห์มัย and วีรยุทธ นิลสระคู (2560, น. 11-12) ที่พบว่าการจัดการเรียนรู้ตามแนวคิดคอนสตรัคติวิสต์เป็นการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบบูรณาการ และส่งเสริมให้นักเรียนลงมือปฏิบัติจริงจนเกิดความสามารถและทักษะที่ติดเป็นนิสัย นักเรียนได้ฝึกทักษะการให้เหตุผล ทั้งการวางแผน รวมทั้งฝึกทักษะทางสังคมด้วยการทำงานเป็นกลุ่ม แลกเปลี่ยนความคิดเห็นซึ่งกันและกัน ด้วยกระบวนการนี้จะช่วยพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลของนักเรียน นอกจากนี้ยังสอดคล้องกับงานวิจัยของ บริสุทธิธรรม พิมพิศิริ (2560, น. 239) ที่พบว่า การออกแบบการจัดการเรียนรู้ตามแนวคิดคอนสตรัคติวิสต์ จะช่วยพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ให้สูงขึ้น เนื่องจากรูปแบบการจัดการเรียนรู้ที่มีขั้นตอนเริ่มจากการกระตุ้นความสนใจของนักเรียน ให้นักเรียนได้ค้นพบความรู้ ได้เรียนรู้อย่างหลากหลาย และตรวจสอบความเข้าใจของนักเรียนผ่านการทำแบบฝึกหัด ด้วยการจัดการเรียนรู้ในรูปแบบนี้จะช่วยพัฒนาให้นักเรียนสามารถเข้าใจการพิสูจน์ และการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์มากยิ่งขึ้น

2.2 การจัดการเรียนรู้ตามแนวคิด The Constructivist Learning Model (CLM)

จะใช้กระบวนการกลุ่มเข้ามาช่วย ทำให้นักเรียนได้แลกเปลี่ยนเรียนรู้กับเพื่อนในกลุ่มก่อนที่จะลงมือเขียนพิสูจน์ และเนื่องจากผู้วิจัยใช้เทคนิคการแบ่งกลุ่มแบบคละความสามารถ ด้วยรูปแบบนี้จะเอื้อให้เกิดการแลกเปลี่ยนเรียนรู้กันในกลุ่ม เนื่องจากจะต้องมีการนำเสนอผลงาน ดังนั้นนักเรียนทั้งหมดในกลุ่มจะต้องเข้าใจงานของกลุ่มตนเองทำให้นักเรียนกลุ่มเก่งจะช่วยนักเรียนกลุ่มอ่อนที่อยู่ในกลุ่มให้มีความเข้าใจเกี่ยวกับเนื้อหา และหลักในการพิสูจน์มากยิ่งขึ้น ซึ่งการจัดการเรียนรู้ในลักษณะนี้จะช่วยลดช่องว่างในการเรียนรู้ กล่าวคือการจัดการเรียนรู้แบบปกติครูอาจไม่สามารถดูแลนักเรียนได้อย่างทั่วถึง ทำให้นักเรียนกลุ่มอ่อนอาจจะเรียนรู้ไม่ทัน แต่เมื่อใช้กระบวนการกลุ่มแบบคละความสามารถ นักเรียนแต่ละกลุ่มจะต้องช่วยกันทำให้เพื่อนในกลุ่มเข้าใจงานของกลุ่มตนเอง สอดคล้องกับงานวิจัยของ Maya and Sumarmo (2011, p. 235) ที่อธิบายว่าการใช้กระบวนการกลุ่มจะช่วยให้นักเรียนมั่นใจในการพิสูจน์มากขึ้น เนื่องจากได้พูดคุยและตรวจสอบกับเพื่อนในกลุ่ม อีกทั้งเมื่อนักเรียนเกิดข้อสงสัย นักเรียนสามารถปรึกษากันในกลุ่มและช่วยกันออกแบบแนวทางในการพิสูจน์ได้ นอกจากนี้ยังสอดคล้องกับงานวิจัยของ ณัฏฐาภา นิมิตรดี and นัฐจิรา บุศยดี (2560, น. 4) ที่ได้ใช้กระบวนการกลุ่มเข้ามาช่วยในการจัดการเรียนรู้และพบว่ามีส่วนช่วยในการพัฒนาการคิดเชิงเรขาคณิต ซึ่งประกอบไปด้วยการตระหนักเกี่ยวกับรูปร่าง การใช้นิยาม การจัดหมวดหมู่ และการพิสูจน์

2.3 การจัดการเรียนรู้ตามแนวคิด The Constructivist Learning Model (CLM)

ส่งเสริมบรรยากาศในการเรียนที่ดีให้กับนักเรียน โดยเอื้อให้นักเรียนค้นคว้าหาความรู้ด้วยตนเองมากที่สุด นักเรียนจะมีอิสระในการคิด มีอิสระในการตั้งคำถาม มีอิสระในการวางแผนการทำงานเพื่อแสวงหาคำตอบ ด้วยบรรยากาศการเรียนแบบนี้จึงเอื้อต่อการค้นพบความรู้ ค้นพบแนวทาง การพิสูจน์ เพราะนักเรียนจะได้ลงเขียนพิสูจน์ด้วยตนเองกับเพื่อนในกลุ่มก่อน จากนั้นจึงร่วมกันกับเพื่อนในห้องและครูเพื่อตรวจสอบความถูกต้องของการเขียนพิสูจน์ นักเรียนจึงมีอิสระในการเขียนพิสูจน์มากกว่าการจัดการเรียนรู้ที่ครูสอนเนื้อหาโดยตรง สอดคล้องกับแนวคิดของการสอนเรขาคณิตของ Van Hiele (1986, p. 24) ที่มีชั้นการเรียนรู้สิ่งใหม่อย่างอิสระ โดยให้เวลานักเรียนในการหาทางแก้ปัญหาด้วยตนเอง ให้ออกแบบชิ้นงานที่สอดคล้องกับความสามารถของตนเอง ซึ่งจะเป็นตัวช่วยตรวจสอบความเข้าใจและช่วยพัฒนาความสามารถในการพิสูจน์ของนักเรียนให้สูงขึ้น และสอดคล้องกับงานวิจัยของ Mariotti (2006, pp. 7-8) ที่อธิบายว่า ครูส่วนใหญ่ไม่เห็นความสำคัญของการสอนการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ ทำให้เวลาสอนการพิสูจน์ครูเน้นแต่การสอนแบบบรรยาย ไม่ค่อยให้นักเรียนได้คิดอย่างอิสระ เมื่อนักเรียนเจอปัญหาที่เกี่ยวข้องกับการพิสูจน์

นักเรียนจึงไม่สามารถทำได้ นอกจากนี้ยังสอดคล้องกับงานวิจัยของ ประวิทย์ การินทร์, ชนิศวรา เลิศอมรพงษ์, and ทรงชัย อักษรคิด (2561, น. 8) ที่อธิบายว่าการจัดการเรียนรู้โดยใช้แนวคิดคอนสตรัคติวิสต์เป็นการจัดการเรียนรู้ที่ครูให้อิสระทางการปฏิบัติและทางความคิดผ่านการทำกิจกรรมต่าง ๆ เช่น การใช้โปรแกรมทางคณิตศาสตร์ในการสำรวจ สืบเสาะ คาดการณ์ และตรวจสอบ การให้อิสระนักเรียนในการค้นพบความรู้จะช่วยพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลของนักเรียน ทำให้นักเรียนสามารถนำความรู้ไปใช้ในการพิสูจน์ได้

3. นักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้ตามแนวคิด The Constructivist Learning Model (CLM) มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความสามารถในการพิสูจน์สัมพันธ์กันทางบวกในระดับสูง อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ทั้งนี้เนื่องมาจากลักษณะของเนื้อหาเรื่องเส้นขนาน ทั้งในด้านการวัดผลสัมฤทธิ์และความสามารถในการพิสูจน์ นักเรียนจะต้องเข้าใจในทฤษฎีบท และสามารถประยุกต์ใช้ทฤษฎีบทในการแก้ปัญหาได้ แม้ว่าการวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนจะเน้นการคำนวณค่าต่าง ๆ แต่ต้องมีการใช้ทฤษฎีบทเพื่อนำไปสู่การแก้ปัญหา เช่นเดียวกับการเขียนพิสูจน์ที่ต้องมีการใช้ทฤษฎีบทในการช่วยพิสูจน์ ดังนั้นลักษณะข้อสอบทั้ง 2 ฉบับ จึงมีลักษณะเดียวกัน คือ วัดการคิดวิเคราะห์ และการประยุกต์ใช้ทฤษฎีบท ซึ่งหลังจากที่นักเรียนเรียนเนื้อหาครบทุกคาบ หากนักเรียนเข้าใจในเนื้อหา และสามารถนำความรู้หรือทฤษฎีบทไปประยุกต์ใช้ได้ จะทำให้สามารถทำข้อสอบทั้ง 2 ฉบับได้ ด้วยเหตุนี้คะแนนของข้อสอบทั้ง 2 ฉบับ จึงมีความสัมพันธ์กันทางบวก สอดคล้องกับงานวิจัยของ Senk (1985, pp. 318-319) และอลงกรณ์ ตั้งสงวนธรรม et al. (2560, น. 642) ที่พบว่าผลสัมฤทธิ์และความสามารถในการพิสูจน์ในรายวิชาเรขาคณิตมีความสัมพันธ์กัน การที่นักเรียนสามารถเขียนพิสูจน์อย่างมีแบบแผนได้ แสดงว่านักเรียนมีความเข้าใจในเนื้อหาซึ่งจะส่งผลให้นักเรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนในเรื่องนั้นดีขึ้นด้วย

ข้อเสนอแนะ

จากผลการศึกษาค้นคว้าในครั้งนี้ ผู้วิจัยมีข้อเสนอแนะไว้ดังนี้

1. ข้อเสนอแนะทั่วไป

1.1 ในการพิสูจน์เรื่อง เส้นขนาน ต้องอาศัยความรู้พื้นฐานและประโยคในการพิสูจน์จากเรื่อง ความเท่ากันทุกประการ ดังนั้นควรมีการตรวจสอบความรู้พื้นฐานเรื่องความเท่ากันทุกประการก่อน และหากนักเรียนมีพื้นฐานไม่ดี ควรทำการทบทวนเนื้อหา ก่อน

1.2 จากผลการวิจัยแสดงให้เห็นว่าผลสัมฤทธิ์และความสามารถพิสูจน์มีความสัมพันธ์กันทางบวก ดังนั้นการจัดการเรียนรู้ในเรื่อง เส้นขนาน ควรให้นักเรียนได้ฝึกพิสูจน์ทฤษฎีบทต่าง ๆ ควบคู่ไปกับการสอนในด้านการคำนวณทางเรขาคณิต

1.3 ในการจัดกิจกรรมตามแนวคิด The Constructivist Learning Model (CLM) ในขั้นค้นพบครูต้องจัดกิจกรรมเพื่อให้นักเรียนค้นพบความรู้ด้วยตนเอง ดังนั้นครูจึงควรเตรียมวัสดุอุปกรณ์ให้เหมาะสมกับความรู้ของนักเรียน อาจมีการสาธิตการใช้งานอุปกรณ์ก่อน เนื่องจากนักเรียนอาจลืมนิยามในการใช้อุปกรณ์ เช่น การใช้ไม้โปรแทรกเตอร์ชนิดครึ่งวงกลมในการวัดมุม

1.4 การจัดการเรียนรู้ตามแนวคิด The Constructivist Learning Model (CLM) ครูควรมีบทบาทในการกระตุ้นความสนใจของนักเรียน ให้นักเรียนศึกษาหาความรู้ด้วยตนเอง โดยครูควรหมั่นตรวจสอบความรู้ของนักเรียนอยู่เสมอว่าค้นพบความรู้ตามที่ครูต้องการหรือไม่ และครูควรมีเวลาเพียงพอในการเตรียมตัวสำหรับการจัดการเรียนรู้ในแต่ละคาบ

1.5 การจัดการเรียนรู้ตามแนวคิด The Constructivist Learning Model (CLM) ประกอบด้วยขั้นตอนหลายขั้นตอน ดังนั้นครูจึงควรจัดสรรเวลาในแต่ละขั้นตอนให้ดี และควรมีการวางแผนในกรณีที่นักเรียนใช้เวลาเกินไปในขั้นตอนใดขั้นตอนหนึ่งว่าจะสามารถปรับลดขั้นตอนอื่น ๆ ได้อย่างไร

1.6 ในขั้นการจัดกิจกรรมตามแนวคิด The Constructivist Learning Model (CLM) ในตอนแรกครูอาจจะตั้งขึ้นให้นักเรียนค่อนข้างมาก แต่เมื่อนักเรียนคุ้นชินกับลักษณะและขั้นตอนการจัดกิจกรรม ครูควรลดบทบาทตนเอง หรือปรับกิจกรรมให้กระชับมากขึ้น เช่น บางขั้นตอนในการสำรวจอาจให้นักเรียนค้นคว้ามาก่อนที่บ้าน แล้วจึงมาร่วมกันอภิปรายในประเด็นสำคัญที่โรงเรียน

1.7 จากผลการวิจัยชี้ให้เห็นว่าการจัดการเรียนรู้ตามแนวคิด The Constructivist Learning Model (CLM) จะช่วยพัฒนาผลสัมฤทธิ์และความสามารถในการพิสูจน์ ดังนั้นครูสามารถนำแนวคิดหรือกิจกรรมในบางส่วน (อาจไม่นำไปใช้ทั้งหมด) ไปประยุกต์ใช้ให้เหมาะสมกับบริบทของการจัดการเรียนรู้ในโรงเรียนได้

2. ข้อเสนอแนะสำหรับการวิจัยครั้งต่อไป

2.1 จากผลการวิจัยพบว่าตัวแปรตาม คือ ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความสามารถในการพิสูจน์มีความสัมพันธ์กันทางบวก ดังนั้นจึงควรมีการศึกษาความสัมพันธ์ของตัวแปรตามอื่น ๆ ว่าสัมพันธ์กันหรือไม่ อย่างไร

2.2 เนื่องจากการจัดการเรียนรู้ตามแนวคิด The Constructivist Learning Model (CLM) นักเรียนจะได้ค้นพบความรู้ด้วยตนเอง ดังนั้นควรมีการศึกษากับตัวแปรอื่น ๆ เช่น ความคงทนของความรู้ ความสามารถด้านการคิดวิเคราะห์ ความสามารถในการแก้ปัญหา

2.3 จากผลการวิจัยทำให้เห็นว่าการจัดการเรียนรู้ตามแนวคิด The Constructivist Learning Model (CLM) จะช่วยพัฒนาผลสัมฤทธิ์และความสามารถในการพิสูจน์ จึงควรมีการนำไปทดลองใช้กับเนื้อหาอื่น ๆ ทั้งในด้านเรขาคณิต และคณิตศาสตร์เรื่องอื่น ๆ ตลอดจนการจัดการเรียนรู้ในรายวิชาอื่น ๆ

2.4 ในขั้นการจัดกิจกรรมตามแนวคิด The Constructivist Learning Model (CLM) เป็นกิจกรรมที่ทำให้นักเรียนเข้าใจถึงเนื้อหาผ่านการลงมือค้นหาความรู้ด้วยตนเอง จากการจัดทำแผนการจัดการเรียนรู้ตามแนวคิดนี้ ผู้วิจัยคิดว่าสามารถนำไปสร้างเป็นชุดกิจกรรมการเรียนรู้ บทเรียนออนไลน์ หรือสื่อต่าง ๆ ตามแนวคิด The Constructivist Learning Model (CLM) ได้

2.5 ควรมีการศึกษาเพื่อเปรียบเทียบระหว่างการจัดการเรียนรู้ตามแนวคิด The Constructivist Learning Model (CLM) กับการจัดการเรียนรู้แบบปกติ เพื่อยืนยันถึงประสิทธิภาพของการจัดการเรียนรู้ตามแนวคิด The Constructivist Learning Model (CLM)

บรรณานุกรม

- Berk, L. E., & Winsler, A. (1995). *Scaffolding Children's Learning: Vygotsky and Early Childhood Education. NAEYC Research into Practice Series. Volume 7*: ERIC.
- Chou, S.-C., Gao, X.-S., & Zhang, J. (1994). *Machine proofs in geometry: Automated production of readable proofs for geometry theorems* (Vol. 6): World Scientific.
- Cousin, M., & Miyakawa, T. (2017). *Evolution of proof form in Japanese geometry textbooks*.
- Craven, J. D. (2010). Bridging Algebra & Geometry with. *Mathematics Teacher*, 103(9), 676-681.
- Creager, M. A. (2016). *The mathematical knowledge of secondary pre-service teachers for teaching geometric proof*. Indiana University.
- Cunningham, J. B. (1993). *Action research and organizational development*: Praeger Publishers.
- Dewi, I., & Harahap, M. S. (2016). The Development of Geometri Teaching Materials Based on Constructivism to Improve the Students' Mathematic Reasoning Ability through Cooperative Learning Jigsaw at the Class VIII of SMP Negeri 3 Padangsidimpuan. *Journal of Education and Practice*, 7(29), 68-82.
- Duffy, T. M., & Jonassen, D. H. (2013). *Constructivism and the technology of instruction: A conversation*: Routledge.
- Gagné, R. M. (1985). *Conditions of learning and theory of instruction*: Holt, Rinehart and Winston.
- Kelley, G. D. (2013). *Approaches to Proof in Geometry Textbooks: Comparing Texts from the 1980s and 2000s*.
- Ken, K. (2009). Middle Schools Preparing Young People for 21st Century Life and Work. *Middle School Journal*, 40(5), 41-45.
- Krogh, S. (1994). *Educating young children: Infancy to grade three*: McGraw-Hill College.
- Lillian, K. (2010). Constructivism in pharmacy school. Available online at www.Sciencedirect.com

- Mariotti, M. A. (2006). Proof and proving in mathematics education *Handbook of research on the psychology of mathematics education* (pp. 173-204): Brill Sense.
- Maya, R., & Sumarmo, U. (2011). Mathematical understanding and proving abilities: experiment with undergraduate student by using modified Moore learning approach. *Journal on Mathematics Education*, 2(2), 231-250.
- National Council of Teachers of Mathematics. (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Reston, VA National Council of Teachers of Mathematics.
- Qarareh, A. O. (2016). The Effect of Using the Constructivist Learning Model in Teaching Science on the Achievement and Scientific Thinking of 8th Grade Students. *International Education Studies*, 9(7), 178-196.
- Savery, J. R., & Duffy, T. M. (1995). Problem based learning: An instructional model and its constructivist framework. *Educational technology*, 35(5), 31-38.
- Senk, S. L. (1985). How well do students write geometry proofs? *The mathematics teacher*, 78(6), 448-456.
- Steffe, L. P., & Gale, J. E. (1995). *Constructivism in education*. NJ: Lawrence Erlbaum Hillsdale.
- Van Hiele, P. M. (1986). Structure and insight: A theory of mathematics education.
- Yager, R. E. (1991). The constructivist learning model. *The science teacher*, 58(6), 52-57.
- Yager, R. E. (1993). Science-technology-society as reform. *School Science and Mathematics*, 93(3), 145-151.
- เยาวเรศ สิงหนันท์. (2533). การเปรียบเทียบความสามารถในการพิสูจน์โจทย์เรขาคณิตระหว่างนักเรียนระดับมัธยมศึกษาปีที่ 3 ในโรงเรียนรัฐบาลและเอกชน เขตการศึกษา 6. (วิทยานิพนธ์ปริญญาโทบริหารธุรกิจ). จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, กรุงเทพฯ.
- เวชฤทธิ์ อังกนะภักทรจ. (2546). การสังเคราะห์งานวิจัยเกี่ยวกับมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในรายวิชาคณิตศาสตร์. (วิทยานิพนธ์ปริญญาโทบริหารธุรกิจ). จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, กรุงเทพฯ.
- เวชฤทธิ์ อังกนะภักทรจ. (2555). ครบเครื่องเรื่องความรู้สำหรับครูคณิตศาสตร์: หลักสูตร การสอน และการวิจัย. กรุงเทพฯ: จรัสสินทวงศ์การพิมพ์.
- เสฏฐวุฒิ เพ็งเจริญ. (2561). การศึกษาความสามารถในการพิสูจน์ทางเรขาคณิตของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ผ่านกระบวนการจัดการเรียนรู้แบบสืบสวนสอบสวนเรื่องวงกลม.

- (ปริญญานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต). มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ, กรุงเทพฯ.
- โกมล ไพศาล. (2540). การพัฒนาชุดการสอนรายบุคคลด้านเรขาคณิตสำหรับครูคณิตศาสตร์ ระดับมัธยมศึกษาตอนต้น. (ปริญญานิพนธ์ปริญญาดุษฎีบัณฑิต). มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ, กรุงเทพฯ.
- โชคสุวิชัย สุภาพาส. (2554). ผลของการจัดการเรียนการสอนแบบ 4MAT เรื่องเส้นขนาน ที่มีต่อความสามารถในการคิดวิเคราะห์และความสามารถในการคิดสังเคราะห์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2. (ปริญญานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต). มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ, กรุงเทพฯ.
- ไพจิตร สะดวกการ. (2543). ผลของการสอนวิทยาศาสตร์ตามแนวคิดของคอนสตรัคติวิสต์ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์และความสามารถในการถ้อยแถลงการเรียนรู้ของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น. (วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต). มหาวิทยาลัยขอนแก่น, ขอนแก่น.
- กรรณิการ์ กวักเพฑูรย์. (2542). หลักคณิตศาสตร์. กรุงเทพฯ: สำนักพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- กระทรวงศึกษาธิการ. (2552). หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 (พิมพ์ครั้งที่ 3). กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์ชุมนุมสหกรณ์การเกษตรแห่งประเทศไทย จำกัด.
- กระทรวงศึกษาธิการ. (2560). มาตรฐานการเรียนรู้และตัวชี้วัด กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ วิทยาศาสตร์ และสาระภูมิศาสตร์ในกลุ่มสาระการเรียนรู้สังคมศึกษา ศาสนา และวัฒนธรรม (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560). กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์ชุมนุมสหกรณ์การเกษตรแห่งประเทศไทย จำกัด.
- กาญจนา ชุนบุญมา. (2551). การพัฒนากิจกรรมการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง ลำดับและอนุกรม สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ตามแนวคิดทฤษฎีคอนสตรัคติวิสต์. (วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต). มหาวิทยาลัยขอนแก่น, ขอนแก่น.
- ชนัท ธาตุทอง. (2559). หลักการจัดการเรียนรู้. กรุงเทพฯ: ศูนย์หนังสือจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย ผู้จัดจำหน่าย.
- งามพร้อม อ่อนบัวขาว, & หล้า ภวภูตานนท์. (2557, กรกฎาคม-กันยายน). การศึกษาการเปลี่ยนแปลงมโนคติทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนาน โดยการจัดกิจกรรมซ่อมเสริม สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2. วารสารศึกษาศาสตร์ ฉบับวิจัยบัณฑิตศึกษา มหาวิทยาลัยขอนแก่น, 8(3), 226-235.

จามรี สมานชาติ. (2554). การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน และเจตคติต่อคณิตศาสตร์ของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่เรียนด้วยการจัดการเรียนการสอน เรื่อง ความน่าจะเป็นตามแนวคิดทฤษฎีคอนสตรัคติวิซึมกับทฤษฎีพหุปัญญา. (วิทยานิพนธ์ปริญญา มหาบัณฑิต). มหาวิทยาลัยมหาสารคาม, มหาสารคาม.

จิรพรรณ คงเคาธรรม. (2553). การพัฒนาการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ระดับประกาศนียบัตรวิชาชีพชั้นสูงเรื่องเศษส่วนย่อย โดยใช้ทฤษฎีคอนสตรัคติวิซึม. (วิทยานิพนธ์ปริญญา มหาบัณฑิต). มหาวิทยาลัยราชภัฏอุบลราชธานี, อุบลราชธานี.

ชนาธิป พรกุล. (2557). การสอนกระบวนการคิด ทฤษฎีและการนำไปใช้ (พิมพ์ครั้งที่ 3). กรุงเทพฯ: สำนักพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

ชนานันท์ สิงห์มัย, & วีรยุทธ นิลสระคู. (2560). ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ผ่านกิจกรรม การเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบบูรณาการตามทฤษฎีคอนสตรัคติวิสต์ เรื่อง ความน่าจะเป็น. ใน *The 22nd Annual Meeting in Mathematics (AMM 2017)*. เชียงใหม่: คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยเชียงใหม่.

ช่อเอื้อง อุทิศสาร. (2560). เรขาคณิตในระบบยุคคิด. สืบค้นจาก http://www.eledu.ssru.ac.th/chouang_ut

ชัยวัฒน์ สุทธิรัตน์. (2561). 80 นวัตกรรมจัดการเรียนรู้ที่เน้นผู้เรียนเป็นสำคัญ (พิมพ์ครั้งที่ 8). กรุงเทพฯ: ศูนย์หนังสือจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย ผู้จัดจำหน่าย.

ณัฏฐาภา นิมิตรดี, & นัฐจิรา บุศยดี. (2560). การจัดการเรียนรู้ตามแนวปฏิบัติสู่ผลสัมฤทธิ์ขั้นสูงเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงเรขาคณิตของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3. ใน *The 22nd Annual Meeting in Mathematics (AMM 2017)*. เชียงใหม่: คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยเชียงใหม่.

ทวี ไวยมิตร. (2555, พฤษภาคม-สิงหาคม). การพัฒนาบทเรียนคอมพิวเตอร์ช่วยสอนเรื่อง เส้นขนาน สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2. วารสารวิชาการบัณฑิตศึกษา มหาวิทยาลัยราชภัฏนครสวรรค์, 7(19), 69-84.

ทิตินา แคมมณี. (2561). ศาสตร์การสอน : องค์ความรู้เพื่อการจัดกระบวนการเรียนรู้ที่มีประสิทธิภาพ (พิมพ์ครั้งที่ 22). กรุงเทพฯ: สำนักพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

ธณัชชา จันทกาญจน์. (2561). การพัฒนากิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิดทฤษฎีคอนสตรัคติวิสต์ เรื่อง ลำดับ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 การประชุมวิชาการระดับชาติ ด้านนวัตกรรมเพื่อการเรียนรู้ และสิ่งประดิษฐ์ ครั้งที่ 2 ประจำปี 2561. กรุงเทพฯ: มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีราชมงคล

ัญบุรี.

ธนัญญ ฝีมือสาร. (2559). ผลของกลวิธีการสอนสี่ขั้นตอนตามแนวคอนสตรัคติวิสต์ที่มีต่อมโนทัศน์
ฟิสิกส์และเจตคติต่อการเรียนฟิสิกส์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 5. (วิทยานิพนธ์ปริญญา
มหาบัณฑิต). จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, กรุงเทพฯ.

ธนพรพร พฤกษ์วัน. (2560). การศึกษาความสามารถและปัญหาในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ของ
นักศึกษา หลักสูตรศึกษาศาสตรบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์ มหาวิทยาลัยสวนดุสิต.

Journal of Multidisciplinary in Social Sciences, 13(2), 167-184.

นพพร แหยมแสง, & ทรงศักดิ์ ด่านพานิช. (2553). หนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์ ชั้น
มัธยมศึกษาปีที่ 1-2. กรุงเทพฯ: แม็ค.

นฤเบศ ลาภยิ่งยง. (2561). A Development of a Learning Model of Mathematical Proofs for
Abilities in Writing Proofs. วารสารราชพฤกษ์, 16(1), 37-45.

น้อยทิพย์ ลิมยิ่งเจริญ, & ชนิดาพร พลนามอินทร์. (2559). การพัฒนาการคิดวิเคราะห์และ
ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน กลุ่มสาระการเรียนรู้วิทยาศาสตร์ เรื่องบรรยากาศ ของนักเรียนชั้น
มัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่จัดกิจกรรมการเรียนรู้ ตามแนวคิดคอนสตรัคติวิสต์ (CLM) ของ Yager.
วารสารศึกษาศาสตร์ ฉบับวิจัยบัณฑิตศึกษา มหาวิทยาลัยขอนแก่น, 6(1), 18-29.

นันทนา หอมหวล. (2559). ความสามารถทางพหุปัญญาด้านตรรกะคณิตศาสตร์และด้านมิติ
สัมพันธ์ของเด็กปฐมวัยที่ได้รับการจัดประสบการณ์ทางวิทยาศาสตร์ตามแนวคิดคอนสตรัค
ติวิสต์. (วิทยานิพนธ์ปริญญาโทมหาบัณฑิต). มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ, กรุงเทพฯ.

บริสุทธิธรรม พิมพ์ศิริ. (2560). การพัฒนารูปแบบการจัดการเรียนรู้ตามแนวคิด *Constructivism*
เพื่อส่งเสริมความสามารถทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษา. (วิทยานิพนธ์
ปริญญาโทมหาบัณฑิต). มหาวิทยาลัยศิลปากร, นครปฐม.

บุญเลี้ยง ทุมทอง. (2559). ทฤษฎีและการพัฒนารูปแบบการจัดการเรียนรู้ = / : *Theories and
development of instructional model* (พิมพ์ครั้งที่ 3). กรุงเทพฯ ทริปปี้ล เอ็ดดูเคชั่น.

ประวิทย์ การินทร์, ชนิศรรา เลิศอมรพงษ์, & ทรงชัย อักษรคิด. (2561). ผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้
ตามทฤษฎีคอนสตรัคติวิสต์ ร่วมกับโปรแกรม The Geometer's Sketchpad (GSP) ที่มีต่อ
ความสามารถในการให้เหตุผล ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง วงกลม ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปี
ที่ 3. วารสารบัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยราชภัฏจันทรเกษม, 13(2), 1-12.

ปรีชา เนาวเย็นผล. (2537). หน่วย 12 การแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ประมวลสารวัดและวิธีทาง
คณิตศาสตร์. นนทบุรี: มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช.

ปานทอง กุลนาถศิริ, เซอร์ อู่ยดี, & สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2555).

เทคนิคการสอนคณิตศาสตร์ ระดับประถมศึกษา (พิมพ์ครั้งที่ 2, [ฉบับปรับปรุงแก้ไข]). 3-
คิว มีเดีย: กรุงเทพฯ.

ฝ่ายวิชาการ สำนักพิมพ์เดอะบุคส์. (2556). พระราชบัญญัติการศึกษาแห่งชาติ พ.ศ. 2542 : แก้ไข
เพิ่มเติม ฉบับที่ 2 พ.ศ. 2545 แก้ไขเพิ่มเติม ฉบับที่ 3 พ.ศ. 2553 (พิมพ์ครั้งที่ 1..). กรุงเทพฯ:
เดอะบุคส์.

พร้อมพรรณ อุดมสิน. (2538). การวัดและการประเมินผลการเรียนการสอนคณิตศาสตร์. กรุงเทพฯ:
คุรุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

ยุรวัฒน์ คล้ายมงคล. (2542). *Constructivist*. กรุงเทพฯ: จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

รัชนี ทาเหล็ก. (2556). ผลการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือด้วยเทคนิคจิ๊กซอว์เรื่องเส้นขนานที่มีต่อ
ความสามารถในการคิดวิเคราะห์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2. (ปริญญาานิพนธ์
ปริญญาามหาบัณฑิต). มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ, กรุงเทพฯ.

รัตนภรณ์ กุมพันธ์. (2553). ผลของการสอนแบบปฏิบัติการโดยใช้โปรแกรม GSP ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์
ทางการเรียนและความรับผิดชอบในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนานของนักเรียน
ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2. (ปริญญาานิพนธ์ปริญญาามหาบัณฑิต). มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ
, กรุงเทพฯ.

ล้วน สายยศ, & อังคนา สายยศ. (2538). เทคนิคและวิจัยทางการศึกษา (5). กรุงเทพฯ: สุวีริยาสาส์
น.

ล้วน สายยศ, & อังคนา สายยศ. (2543). เทคนิคการวัดผลการเรียนรู้ (2). กรุงเทพฯ: ชมรมเด็ก.

ละมัย แก้วสุวรรณ. (2558). ผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิดคอนสตรัคติวิสต์ที่มีต่อ
ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้น
ประถมศึกษาปีที่ 6. (ปริญญาานิพนธ์ปริญญาามหาบัณฑิต). มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ,
กรุงเทพฯ.

วรรณทิพา รอดแรงคำ. (2540). *Constructivist*. กรุงเทพฯ: คณะศึกษาศาสตร์
มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์.

วันชัยมา ปานากาแข็ง, อภิสิทธิ์ ภคพงศ์พันธุ์, & รักพร ดอกจันทร์. (2561). กิจกรรมการเรียนรู้
คณิตศาสตร์ตามทฤษฎีคอนสตรัคติวิสต์ เรื่อง กำหนดการเชิงเส้น โดยใช้โปรแกรม The
Geometer's Sketchpad สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5. วารสารศึกษาศาสตร์
มหาวิทยาลัยนเรศวร, 21(1), 208-219.

วีณา ประชากุล. (2554). รูปแบบการเรียนการสอน (พิมพ์ครั้งที่ 2). มหาสารคาม: สำนักพิมพ์ มหาวิทยาลัยมหาสารคาม.

สถาบันทดสอบทางการศึกษาแห่งชาติ (องค์การมหาชน). (2558). คู่มือการจัดสอบทางการศึกษา ระดับชาติขั้นพื้นฐาน (O-NET) ชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 และชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3. กรุงเทพฯ: สถาบันทดสอบทางการศึกษาแห่งชาติ (องค์การมหาชน).

สถาบันทดสอบทางการศึกษาแห่งชาติ (องค์การมหาชน). (2562). รายงานผลการทดสอบทางการศึกษาระดับชาติขั้นพื้นฐาน (O-NET) ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3. สืบค้นจาก <http://www.niets.or.th>

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2555). ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ (พิมพ์ครั้งที่ 3). กรุงเทพฯ: 3-คิว มีเดีย.

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2560a). รายงานผลการวิจัยโครงการ TIMSS 2011 วิชาคณิตศาสตร์. สืบค้นจาก <http://timssthailand.ipst.ac.th>

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2560b). รายงานผลการวิจัยโครงการ TIMSS 2015 วิชาคณิตศาสตร์. สืบค้นจาก <http://timssthailand.ipst.ac.th>

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2561). คู่มือการใช้หลักสูตร กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) ระดับมัธยมศึกษาตอนต้น. สืบค้นจาก <https://www.scimath.org/ebook-mathematics/item/8380-2560-2551-8380>

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2562). หนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์ เล่ม 2 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ตามมาตรฐานและตัวชี้วัดกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551. กรุงเทพฯ: สำนักพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

สมวงศ์ แปลงประสพโชค. (2551). รากฐานเรขาคณิต : เอกสารคำสอนรายวิชา = *Foundations of geometry*. กรุงเทพฯ: คณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี มหาวิทยาลัยราชภัฏพระนคร.

สำนักวิชาการและมาตรฐานการศึกษา, & สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน. (2552). ตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้แกนกลางกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 (พิมพ์ครั้งที่ 1..). กรุงเทพฯ: สำนักวิชาการและมาตรฐานการศึกษา กระทรวงศึกษาธิการ.

สุทิน บัณฑิต. (2558). ผลของการใช้โปรแกรม GeoGebra ประกอบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ทางคณิตศาสตร์ ตามทฤษฎีคอนสตรัคติวิสต์ เรื่อง ความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสอง

- มิตีและสามมิตี ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โรงเรียนนางรอง จังหวัดบุรีรัมย์. วารสารครุพิบูล, 2(1), 50.
- สุนิสา แก้วกระจ่าง. (2553). การศึกษาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนาน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ได้รับการจัดการเรียนรู้โดยใช้ชุดกิจกรรมกระบวนการกลุ่มสัมพันธ์. (ปริญญานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต). มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ, กรุงเทพฯ.
- สุนิสา ภามาศ. (2561). ผลการจัดการเรียนรู้ตามแนวคิดทฤษฎีคอนสตรัคติวิสต์ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง เลขยกกำลังของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1. วารสารวิจัยทางการศึกษา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ, 13(2), 183-192.
- สุมาลี กาญจนชาติวี. (2546). การพัฒนากระบวนการเรียนการสอนที่ส่งเสริมคุณลักษณะของนักเรียนระดับประถมศึกษาในการสร้างความรู้ตามแนวคอนสตรัคติวิซึม. (วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต). จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, กรุงเทพฯ.
- สุมาลี ชัยเจริญ. (2557). การออกแบบการสอน : หลักการ ทฤษฎีสู่การปฏิบัติ = *Instructional design : principles and theories to practices*. ขอนแก่น: สาขาเทคโนโลยีการศึกษา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยขอนแก่น.
- สุรางค์ ไคว้ตระกูล. (2559). จิตวิทยาการศึกษา (พิมพ์ครั้งที่ 12). กรุงเทพฯ: สำนักพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- อนุชา ไสมานบุตร. (2556). การออกแบบและพัฒนานวัตกรรมการเรียนรู้ที่อาศัยเทคโนโลยีสารสนเทศและการสื่อสารเพื่อส่งเสริมการเรียนรู้ในศตวรรษที่ 241. ขอนแก่น: มหาวิทยาลัยขอนแก่น.
- อมรินทร์ อัมพลพงษ์. (2562). การพัฒนาบทเรียนบนเครือข่ายอินเทอร์เน็ตตามแนวทฤษฎีคอนสตรัคติวิสต์. วารสารครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 47(2), 506-528.
- อลงกรณ์ ตั้งสงวนธรรม, สิริพร ทิพย์คง, ชานนท์ จันทรา, & ชนิศวรา เลิศอมรพงษ์. (2560). การใช้รูปแบบ Van Hiele ในการพัฒนาการเรียนการสอนการพิสูจน์ทางเรขาคณิต สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3. *Kasetsart Journal of Social Sciences*, 39(1), 634-644.
- อัมพร ม้าคอง. (2553). ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์: การพัฒนาเพื่อพัฒนาการ. กรุงเทพฯ: ศูนย์ตำราและเอกสารทางวิชาการ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- อัมพร ม้าคอง. (2558). คณิตศาสตร์สำหรับครูมัธยม (พิมพ์ครั้งที่ 2). กรุงเทพฯ: ศูนย์ส่งเสริมการพัฒนานวัตกรรมการ ตำราและเอกสารทางวิชาการ คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- อำพล ธรรมเจริญ. (2556). หลักการคณิตศาสตร์ (พิมพ์ครั้งที่ 1, (ฉบับปรับปรุงใหม่)). ชลบุรี

ภาควิชาคณิตศาสตร์มหาวิทยาลัยบูรพา.





ภาคผนวก



ภาคผนวก ก

หนังสือยืนยันการยกเว้นการรับรองคณะกรรมการจริยธรรม
สำหรับพิจารณาโครงการวิจัยที่ทำในมนุษย์
มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ

MF-04-version-2.0

วันที่ 18 ต.ค. 61



**หนังสือยืนยันการยกเว้นการรับรอง
คณะกรรมการจริยธรรมสำหรับพิจารณาโครงการวิจัยที่ทำในมนุษย์
มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ**

(เอกสารนี้เพื่อแสดงว่าคณะกรรมการจริยธรรมสำหรับพิจารณาโครงการวิจัยที่ทำในมนุษย์ ได้พิจารณาโครงการวิจัยนี้)

ชื่อโครงการวิจัย : การศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน และความสามารถในการพิสูจน์ เรื่อง เส้นขนานของ
นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ผ่านการจัดการเรียนรู้ตามแนวคิดคอนสตรัคติวิสต์แบบ
The Constructivist
ชื่อหัวหน้าโครงการวิจัย : นายคณศ คุ่มทองสุวรรณ
หน่วยงานต้นสังกัด : คณะวิทยาศาสตร์
รหัสโครงการวิจัย : SWUEC-G-250/2562X

โครงการวิจัยนี้เป็นโครงการวิจัยที่เข้าข่ายยกเว้น (Research with Exemption from SWUEC)

วันที่ยืนยัน : 23 ธันวาคม 2562
ยืนยันโดย : คณะกรรมการจริยธรรมสำหรับพิจารณาโครงการวิจัยที่ทำในมนุษย์
มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ

คณะกรรมการจริยธรรมสำหรับพิจารณาโครงการวิจัยที่ทำในมนุษย์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ดำเนินการ
รับรองโครงการวิจัยตามแนวทางหลักจริยธรรมการวิจัยในคนที่เป็นสากล ได้แก่ Declaration of Helsinki, the
Belmont Report, CIOMS Guidelines และ the International Conference on Harmonization in Good Clinical
Practice (ICH-GCP)

ออกให้ ณ วันที่ 12 กุมภาพันธ์ 2563

(ลงชื่อ).....

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.ทันตแพทย์หญิงณปภา เอี่ยมจิตรกุล)
กรรมการและเลขานุการคณะกรรมการจริยธรรม
สำหรับพิจารณาโครงการวิจัยที่ทำในมนุษย์

หมายเลขรับรอง : SWUEC/X/G-250/2562

(ลงชื่อ).....

(แพทย์หญิงสุรีพร ภัทรสุวรรณ)
ประธานคณะกรรมการจริยธรรม
สำหรับพิจารณาโครงการวิจัยที่ทำในมนุษย์



ภาคผนวก ข
รายนามผู้เชี่ยวชาญ

รายนามผู้เชี่ยวชาญ

รายนามผู้เชี่ยวชาญที่ให้ความอนุเคราะห์ในการตรวจสอบความถูกต้อง และเหมาะสม ของเครื่องมือวิจัย ได้แก่ แผนการจัดการเรียนรู้ เรื่อง เส้นขนาน จำนวน 10 แผน แบบสัมภาษณ์ พฤติกรรมการสร้างความรู้ของนักเรียน แบบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง เส้นขนาน และแบบ วัดความสามารถในการพิสูจน์ เรื่อง เส้นขนาน มีดังนี้

1. อาจารย์ธันว์ชนก เต็มเกียรติไพบูลย์

อาจารย์กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

โรงเรียนศรีอยุธยา ในพระอุปถัมภ์ฯ แขวงถนนพญาไท เขตราชเทวี

กรุงเทพมหานคร

2. อาจารย์เอนก จันทระจัญญ

อาจารย์ภาควิชาคณิตศาสตร์ คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ

3. อาจารย์ ดร.ธีรศักดิ์ ฉลาดการณ์

อาจารย์ภาควิชาคณิตศาสตร์ คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ



ภาคผนวก ค

การหาคุณภาพของแบบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน
เรื่อง เส้นขนาน

การหาคุณภาพของแบบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง เส้นขนาน

แบบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง เส้นขนาน เป็นแบบทดสอบ ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นเพื่อตรวจสอบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนหลังจากที่ได้รับการจัดการเรียนรู้ตามแนวคิด The Constructivist Learning Model (CLM) มีลักษณะเป็นแบบทดสอบชนิดเติมคำตอบจำนวน 10 ข้อ โดยผู้วิจัยดำเนินการหาคุณภาพของแบบวัด ดังนี้

1. วิเคราะห์ความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหา โดยใช้ค่าดัชนีความสอดคล้อง (IOC) ของแบบวัด ซึ่งผู้วิจัยดำเนินการ ดังนี้

1.1 นำแบบทดสอบที่ได้ไปให้ผู้เชี่ยวชาญ 3 ท่าน เพื่อตรวจสอบความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหา และความเหมาะสมของข้อคำถาม โดยมีการให้คะแนน ดังนี้

คะแนน +1 หมายถึง ข้อคำถามนั้นมีความสอดคล้อง

คะแนน 0 หมายถึง ไม่แน่ใจว่าข้อคำถามนั้นมีความสอดคล้องหรือไม่

คะแนน -1 หมายถึง ข้อคำถามนั้นไม่มีความสอดคล้อง

1.2 คำนวณหาค่าดัชนีความสอดคล้อง (IOC) ของแต่ละรายการ แล้วคัดเลือกรายการที่มีค่า IOC ตั้งแต่ 0.5 ขึ้นไป โดยใช้สูตรคำนวณ คือ (ล้วน สายยศ & อังคณา สายยศ, 2543, น. 248-249)

$$IOC = \frac{\sum R}{N}$$

เมื่อ IOC แทน ดัชนีความสอดคล้อง

$\sum R$ แทน ผลรวมของความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญ

N แทน จำนวนของผู้เชี่ยวชาญ

ทั้งนี้ผลการคำนวณค่า IOC ของแต่ละรายการ สามารถแสดงได้ดังตาราง

ต่อไปนี้เป็น

ตาราง 1 ค่าดัชนีความสอดคล้องของแบบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง เส้นขนาน

ข้อที่	ผลการพิจารณาจากผู้เชี่ยวชาญ			รวม	ค่า IOC	แปลผล
	คนที่ 1	คนที่ 2	คนที่ 3			
1	+1	+1	+1	3	1	สอดคล้อง
2	+1	+1	+1	3	1	สอดคล้อง
3	+1	+1	0	2	0.67	สอดคล้อง
4	+1	+1	+1	3	1	สอดคล้อง
5	+1	+1	+1	3	1	สอดคล้อง
6	+1	+1	+1	3	1	สอดคล้อง
7	+1	+1	+1	3	1	สอดคล้อง
8	+1	+1	+1	3	1	สอดคล้อง
9	+1	+1	+1	3	1	สอดคล้อง
10	+1	+1	+1	3	1	สอดคล้อง
11	+1	+1	+1	3	1	สอดคล้อง
12	+1	+1	+1	3	1	สอดคล้อง

2. หาค่าความยาก (p) ค่าอำนาจจำแนก (r) และค่าความเชื่อมั่นของแบบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง เส้นขนาน ดังนี้

2.1 หาค่าความยาก (p) ในแต่ละข้อของแบบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง เส้นขนาน โดยใช้สูตร (ล้วน สายยศ & อังคณา สายยศ, 2543, น. 199-200)

$$p = \frac{S_U + S_L - (2NX_{\min})}{2N(X_{\max} - X_{\min})}$$

เมื่อ p แทน ค่าความยาก

S_U แทน ผลรวมของคะแนนกลุ่มเก่ง

S_L แทน ผลรวมของคะแนนกลุ่มอ่อน

N แทน จำนวนผู้เข้าสอบของกลุ่มเก่งหรือกลุ่มอ่อน

$X_{\max}$ แทน คะแนนที่นักเรียนทำได้สูงสุด

$X_{\min}$ แทน คะแนนที่นักเรียนทำได้ต่ำสุด

2.2 หาค่าอำนาจจำแนก (r) ในแต่ละข้อของแบบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง เส้นขนาน โดยใช้สูตร (ล้วน สายยศ & อังคณา สายยศ, 2543, น. 199-200)

$$r = \frac{S_U - S_L}{N(X_{\max} - X_{\min})}$$

เมื่อ r แทน อำนาจจำแนกข้อที่ i

S_U แทน ผลรวมของคะแนนกลุ่มเก่ง

S_L แทน ผลรวมของคะแนนกลุ่มอ่อน

N แทน จำนวนผู้เข้าสอบของกลุ่มเก่งหรือกลุ่มอ่อน

$X_{\max}$ แทน คะแนนที่นักเรียนทำได้สูงสุด

$X_{\min}$ แทน คะแนนที่นักเรียนทำได้ต่ำสุด

2.3 หาค่าความเชื่อมั่นของแบบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง เส้นขนาน ด้วยวิธีหาค่าสัมประสิทธิ์แอลฟา (α - Coefficient) โดยใช้สูตร (ล้วน สายยศ & อังคณา สายยศ, 2543, น. 218)

$$\alpha = \frac{n}{n-1} \left(1 - \frac{\sum s_i^2}{s_t^2} \right)$$

เมื่อ α แทน ความเชื่อมั่นของแบบวัด

n แทน จำนวนข้อของแบบวัด

$\sum s_i^2$ แทน ผลรวมความแปรปรวนของคะแนนแต่ละข้อ

s_t^2 แทน ความแปรปรวนของคะแนนรวมทั้งฉบับ

ทั้งนี้ผลการคำนวณค่าความยาก (p) ค่าอำนาจจำแนก (r) และค่าความเชื่อมั่นของแบบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง เส้นขนาน สามารถแสดงได้ดังนี้

ตาราง 2 ค่าความยาก (p) และค่าอำนาจจำแนก (r) ของแบบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง เส้นขนาน

ข้อที่	ค่าความยาก (p)	แปลผล	ค่าอำนาจจำแนก (r)	แปลผล
1	0.35	ค่อนข้างยาก	0.69	จำแนกได้
2	0.68	ค่อนข้างง่าย	0.38	จำแนกได้
3	0.61	ค่อนข้างง่าย	0.44	จำแนกได้
4	0.59	ยากง่ายปานกลาง	0.27	จำแนกได้
5	0.63	ค่อนข้างง่าย	0.27	จำแนกได้
6	0.47	ยากง่ายปานกลาง	0.67	จำแนกได้
7	0.59	ยากง่ายปานกลาง	0.39	จำแนกได้
8	0.55	ยากง่ายปานกลาง	0.47	จำแนกได้
9	0.47	ยากง่ายปานกลาง	0.72	จำแนกได้
10	0.55	ยากง่ายปานกลาง	0.43	จำแนกได้
11	0.45	ยากง่ายปานกลาง	0.19	จำแนกไม่ได้
12	0.19	ยากมาก	0.84	จำแนกได้

ค่าความเชื่อมั่นของแบบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง เส้นขนาน ด้วยวิธีการหาค่าสัมประสิทธิ์แอลฟา (α - Coefficient) มีค่าเท่ากับ 0.78

3. สรุปผลการหาคุณภาพของแบบวัด

จากการวิเคราะห์ดัชนีความสอดคล้อง (IOC) ค่าความยาก (p) และค่าอำนาจจำแนก (r) ของแบบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง เส้นขนาน ผู้วิจัยได้ทำการสรุปผลการหาคุณภาพของแบบวัดได้ดังตารางต่อไปนี้

ตาราง 3 ตารางสรุปผลการหาคุณภาพของแบบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง เส้นขนาน

ข้อที่	IOC	ความยาก (p)	อำนาจจำแนก (r)	แปลผล
1	สอดคล้อง	ค่อนข้างยาก	จำแนกได้	คัดเลือก
2	สอดคล้อง	ค่อนข้างง่าย	จำแนกได้	คัดเลือก
3	สอดคล้อง	ค่อนข้างง่าย	จำแนกได้	คัดเลือก
4	สอดคล้อง	ยากง่ายปานกลาง	จำแนกได้	คัดเลือก
5	สอดคล้อง	ค่อนข้างง่าย	จำแนกได้	คัดเลือก
6	สอดคล้อง	ยากง่ายปานกลาง	จำแนกได้	คัดเลือก
7	สอดคล้อง	ยากง่ายปานกลาง	จำแนกได้	คัดเลือก
8	สอดคล้อง	ยากง่ายปานกลาง	จำแนกได้	คัดเลือก
9	สอดคล้อง	ยากง่ายปานกลาง	จำแนกได้	คัดเลือก
10	สอดคล้อง	ยากง่ายปานกลาง	จำแนกได้	คัดเลือก
11	สอดคล้อง	ยากง่ายปานกลาง	จำแนกไม่ได้	ไม่คัดเลือก
12	สอดคล้อง	ยากมาก	จำแนกได้	ไม่คัดเลือก

จากตาราง ผู้วิจัยจึงคัดเลือกข้อสอบจำนวน 10 ข้อ เพื่อจัดทำแบบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง เส้นขนาน สำหรับนำไปใช้กับตัวอย่าง



ภาคผนวก ง
การหาคุณภาพของแบบวัดความสามารถในการพิสูจน์
เรื่อง เส้นขนาน

การหาคุณภาพของแบบวัดความสามารถในการพิสูจน์ เรื่อง เส้นขนาน

แบบวัดความสามารถในการพิสูจน์ เรื่อง เส้นขนาน เป็นแบบทดสอบที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นเพื่อตรวจสอบความสามารถในการพิสูจน์ หลังจากการจัดการเรียนรู้ตามแนวคิด The Constructivist Learning Model (CLM) มีลักษณะเป็นแบบทดสอบชนิดเติมคำตอบจำนวน 4 ข้อใหญ่ โดยผู้วิจัยดำเนินการหาคุณภาพของแบบวัด ดังนี้

1. วิเคราะห์ความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหา โดยใช้ค่าดัชนีความสอดคล้อง (IOC) ของแบบวัด ซึ่งผู้วิจัยดำเนินการ ดังนี้

1.1 นำแบบทดสอบที่ได้ไปให้ผู้เชี่ยวชาญ 3 ท่าน เพื่อตรวจสอบความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหา และความเหมาะสมของข้อคำถาม โดยมีการให้คะแนน ดังนี้

คะแนน +1 หมายถึง ข้อคำถามนั้นมีความสอดคล้อง

คะแนน 0 หมายถึง ไม่แน่ใจว่าข้อคำถามนั้นมีความสอดคล้องหรือไม่

คะแนน -1 หมายถึง ข้อคำถามนั้นไม่มีความสอดคล้อง

1.2 คำนวณหาค่าดัชนีความสอดคล้อง (IOC) ของแต่ละรายการ แล้วคัดเลือกรายการที่มีค่า IOC ตั้งแต่ 0.5 ขึ้นไป โดยใช้สูตรคำนวณ คือ (ล้วน สายยศ & อังคณา สายยศ, 2543, น. 248-249)

$$IOC = \frac{\sum R}{N}$$

เมื่อ IOC แทน ดัชนีความสอดคล้อง

$\sum R$ แทน ผลรวมของความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญ

N แทน จำนวนของผู้เชี่ยวชาญ

ทั้งนี้ผลการคำนวณค่า IOC ของแต่ละรายการ สามารถแสดงได้ดังตาราง

ต่อไปนี้เป็น

ตาราง 4 ค่าดัชนีความสอดคล้องของแบบวัดความสามารถในการพิสูจน์ เรื่อง เส้นขนาน

ข้อที่	ผลการพิจารณาจากผู้เชี่ยวชาญ			รวม	ค่า IOC	แปลผล
	คนที่ 1	คนที่ 2	คนที่ 3			
1	+1	+1	+1	3	1	สอดคล้อง
2	+1	+1	+1	3	1	สอดคล้อง
3	+1	+1	+1	3	1	สอดคล้อง
4	+1	+1	+1	3	1	สอดคล้อง
5	+1	+1	+1	3	1	สอดคล้อง
6	+1	+1	+1	3	1	สอดคล้อง

2. หาค่าความยาก (p) ค่าอำนาจจำแนก (r) และค่าความเชื่อมั่นของแบบวัดความสามารถในการพิสูจน์ เรื่อง เส้นขนาน ดังนี้

2.1 หาค่าความยาก (p) ในแต่ละข้อของแบบวัดความสามารถในการพิสูจน์ เรื่อง เส้นขนาน โดยใช้สูตร (ล้วน สายยศ & อังคณา สายยศ, 2543, น. 199-200)

$$p = \frac{S_U + S_L - (2NX_{\min})}{2N(X_{\max} - X_{\min})}$$

เมื่อ p แทน ค่าความยาก

S_U แทน ผลรวมของคะแนนกลุ่มเก่ง

S_L แทน ผลรวมของคะแนนกลุ่มอ่อน

N แทน จำนวนผู้เข้าสอบของกลุ่มเก่งหรือกลุ่มอ่อน

$X_{\max}$ แทน คะแนนที่นักเรียนทำได้สูงสุด

$X_{\min}$ แทน คะแนนที่นักเรียนทำได้ต่ำสุด

2.2 หาค่าอำนาจจำแนก (r) ในแต่ละข้อของแบบวัดความสามารถในการพิสูจน์ เรื่อง เส้นขนาน โดยใช้สูตร (ล้วน สายยศ & อังคณา สายยศ, 2543, น. 199-200)

$$r = \frac{S_U - S_L}{N(X_{\max} - X_{\min})}$$

เมื่อ r แทน อำนาจจำแนก

S_U แทน ผลรวมของคะแนนกลุ่มเก่ง

S_L แทน ผลรวมของคะแนนกลุ่มอ่อน

N แทน จำนวนผู้เข้าสอบของกลุ่มเก่งหรือกลุ่มอ่อน

$X_{\max}$ แทน คะแนนที่นักเรียนทำได้สูงสุด

$X_{\min}$ แทน คะแนนที่นักเรียนทำได้ต่ำสุด

2.3 หาค่าความเชื่อมั่นของแบบวัดความสามารถในการพิสูจน์ เรื่อง เส้นขนาน ด้วยวิธีหาค่าสัมประสิทธิ์แอลฟา (α - Coefficient) โดยใช้สูตร (ล้วน สายยศ & อังคณา สายยศ, 2543, น. 218)

$$\alpha = \frac{n}{n-1} \left(1 - \frac{\sum s_i^2}{s_t^2} \right)$$

เมื่อ α แทน ความเชื่อมั่นของแบบวัด

n แทน จำนวนข้อของแบบวัด

$\sum s_i^2$ แทน ผลรวมความแปรปรวนของคะแนนแต่ละข้อ

s_t^2 แทน ความแปรปรวนของของคะแนนรวมทั้งฉบับ

ทั้งนี้ผลการคำนวณค่าความยาก (p) ค่าอำนาจจำแนก (r) และค่าความเชื่อมั่นของแบบวัดความสามารถในการพิสูจน์ เรื่อง เส้นขนาน สามารถแสดงได้ดังนี้

ตาราง 5 ค่าความยาก (p) และค่าอำนาจจำแนก (r) ของแบบวัดความสามารถในการพิสูจน์ เรื่อง เส้นขนาน

ข้อที่	ค่าความยาก (p)	แปลผล	ค่าอำนาจจำแนก (r)	แปลผล
1	0.69	ค่อนข้างง่าย	0.31	จำแนกได้
2	0.67	ค่อนข้างง่าย	0.21	จำแนกได้
3	0.47	ยากง่ายปานกลาง	0.67	จำแนกได้
4	0.35	ค่อนข้างยาก	0.69	จำแนกได้
5	0.50	ยากง่ายปานกลาง	0.18	จำแนกไม่ได้
6	0.60	ยากง่ายปานกลาง	0.10	จำแนกไม่ได้

ค่าความเชื่อมั่นของแบบวัดความสามารถในการพิสูจน์ เรื่อง เส้นขนาน ด้วยวิธีการหาค่าสัมประสิทธิ์แอลฟา (α - Coefficient) มีค่าเท่ากับ 0.85

3. สรุปผลการหาคุณภาพของแบบวัด

จากการวิเคราะห์ดัชนีความสอดคล้อง (IOC) ค่าความยาก (p) และค่าอำนาจจำแนก (r) ของแบบวัดผลความสามารถในการพิสูจน์ เรื่อง เส้นขนาน ผู้วิจัยได้ทำการสรุปผลการหาคุณภาพของแบบวัดได้ดังตารางต่อไปนี้

ตาราง 6 ตารางสรุปผลการหาคุณภาพของแบบความสามารถในการพิสูจน์ เรื่อง เส้นขนาน

ข้อที่	IOC	ความยาก (p)	อำนาจจำแนก (r)	แปลผล
1	สอดคล้อง	ค่อนข้างง่าย	จำแนกได้	คัดเลือก
2	สอดคล้อง	ค่อนข้างง่าย	จำแนกได้	คัดเลือก
3	สอดคล้อง	ยากง่ายปานกลาง	จำแนกได้	คัดเลือก
4	สอดคล้อง	ค่อนข้างยาก	จำแนกได้	คัดเลือก
5	สอดคล้อง	ยากง่ายปานกลาง	จำแนกไม่ได้	ไม่คัดเลือก
6	สอดคล้อง	ยากง่ายปานกลาง	จำแนกไม่ได้	ไม่คัดเลือก

จากตาราง ผู้วิจัยจึงคัดเลือกข้อสอบจำนวน 4 ข้อ เพื่อจัดทำแบบวัดความสามารถในการพิสูจน์ เรื่อง เส้นขนาน สำหรับนำไปใช้กับตัวอย่าง



ภาคผนวก จ
ตัวอย่างแผนการจัดการเรียนรู้

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2			
รายวิชา	คณิตศาสตร์พื้นฐาน	ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2	
หน่วยการเรียนรู้	เส้นขนาน		
หัวข้อเรื่อง	เส้นขนานและมุมภายใน (1)		
ปีการศึกษา	2562	ภาคเรียนที่ 2	เวลา 50 นาที

1. จุดประสงค์การเรียนรู้

1.1 ด้านความรู้ทางคณิตศาสตร์ : เพื่อให้นักเรียนสามารถ

1.1.1 อธิบายสมบัติของเส้นขนานและมุมภายในได้

1.1.2 นำสมบัติของเส้นขนานและมุมภายในไปใช้แก้โจทย์ปัญหาที่เกี่ยวข้องได้

1.2 ด้านทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ : เพื่อให้นักเรียนสามารถ

1.2.1 สร้างข้อความคาดการณ์เกี่ยวกับความสัมพันธ์ของเส้นขนานและมุมภายในได้

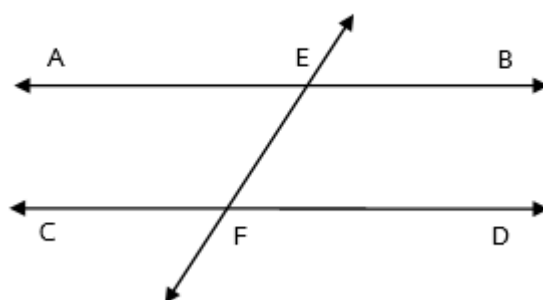
1.3 ด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์ : เพื่อให้นักเรียน

1.3.1 มีส่วนร่วมในการทำกิจกรรมในชั้นเรียน

1.3.2 มีความรับผิดชอบในการทำงานที่มอบหมาย

2. สาระการเรียนรู้

เส้นขนานและมุมภายใน



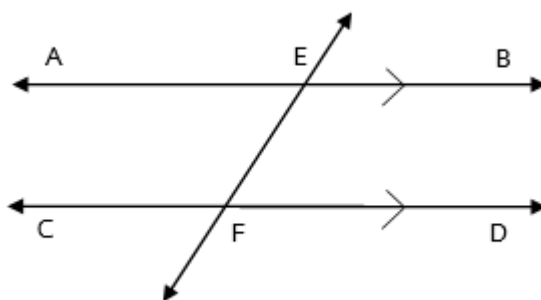
จากรูปถ้าเส้นตรง EF เป็นเส้นตัด

เราจะเรียก $\angle AEF$, $\angle CFE$ ว่าเป็น มุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด

นอกจากนี้ $\angle BEF$, $\angle DFE$ เป็น มุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด ด้วย

สมบัติของเส้นขนานและมุมภายใน

1. ถ้าเส้นตรงสองเส้นขนานกันและมีเส้นตัด แล้วขนาดของมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัดรวมกันเท่ากับ 180 องศา



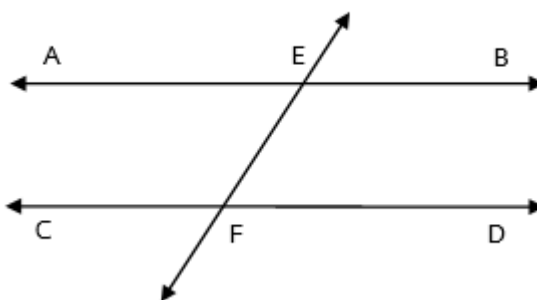
จากรูป

สิ่งที่กำหนด

$$\overline{AB} // \overline{CD}$$

ผลที่ได้จากสมบัติข้อที่ 1 $\angle BEF + \angle DFE = 180^\circ$ และ $\angle AEF + \angle CFE = 180^\circ$

2. ถ้าเส้นตรงเส้นหนึ่งตัดเส้นตรงคู่หนึ่ง ทำให้ขนาดของมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัดรวมกันเท่ากับ 180 องศา แล้วเส้นตรงคู่นั้นขนานกัน



จากรูป

สิ่งที่กำหนด

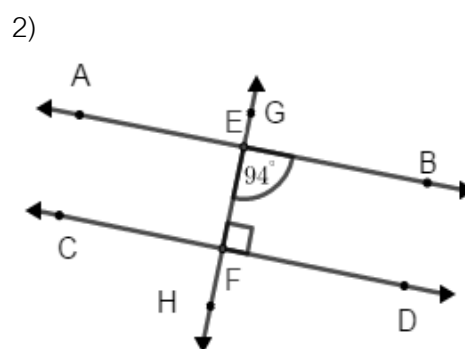
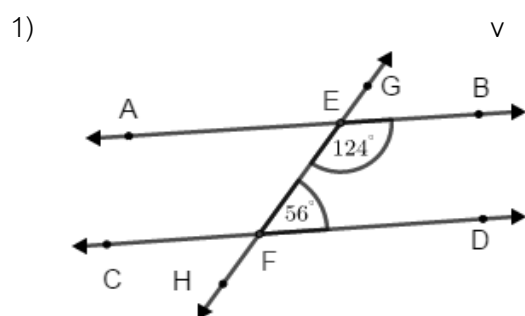
$$\angle BEF + \angle DFE = 180^\circ \text{ หรือ } \angle AEF + \angle CFE = 180^\circ$$

ผลที่ได้จากสมบัติข้อที่ 2 $\overline{AB} // \overline{CD}$

ถ้าเขียนทฤษฎีบทดังกล่าวในรูปของประโยค “ก็ต่อเมื่อ” จะได้ว่า

“เมื่อเส้นตรงเส้นหนึ่งตัดเส้นตรงคู่หนึ่ง เส้นตรงคู่นั้นขนานกัน ก็ต่อเมื่อ ขนาดของมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัดรวมกันเท่ากับ 180 องศา”

ตัวอย่างที่ 1 $\overline{AB}$ และ $\overline{CD}$ ในแต่ละข้อขนานกันหรือไม่ เพราะเหตุใด



วิธีทำ 1) $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$

เพราะว่า ขนาดของมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัดรวมกันเท่ากับ

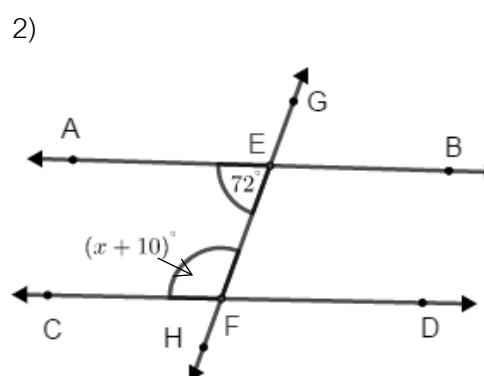
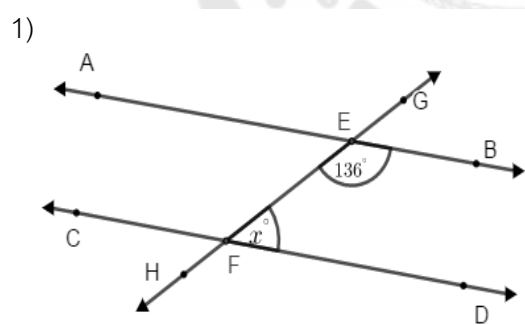
$$124 + 56 = 180 \text{ องศา}$$

2) $\overline{AB}$ และ $\overline{CD}$ ไม่ขนานกัน

เพราะว่า ขนาดของมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัดรวมกันเท่ากับ

$$94 + 90 = 184 \text{ องศา ซึ่งไม่เท่ากับ } 180 \text{ องศา}$$

ตัวอย่างที่ 2 กำหนด $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$ จงหาค่าของ x ในแต่ละข้อ



วิธีทำ 1) เนื่องจาก $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$ จะได้ $x + 136 = 180$

(ขนาดของมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัดรวมกันเท่ากับ 180 องศา)

นั่นคือ $x = 180 - 136$

ดังนั้น $x = 44$

ตอบ 44

2) เนื่องจาก $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$ จะได้ $(x + 10) + 72 = 180$

(ขนาดของมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัดรวมกันเท่ากับ 180 องศา)

$$\text{นั่นคือ} \quad x + 82 = 180$$

$$x = 180 - 82$$

$$\text{ดังนั้น} \quad x = 98$$

ตอบ 98

3. สื่อการเรียนรู้ / แหล่งการเรียนรู้

3.1 แผ่นกระดาษรูปทองคำ

3.2 แผ่นกระดาษรูปสี่เหลี่ยมชนิดต่าง ๆ ได้แก่ รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า รูปสี่เหลี่ยมคางหมู รูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน รูปสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูน รูปสี่เหลี่ยมรูปร่าง และ รูปสี่เหลี่ยมด้านไม่เท่า (ในแต่ละรูปจะมีเขียนระนาบชนิดของรูปสี่เหลี่ยม)

3.3 ไม้บรรทัด

3.4 ไม้โปรแทรกเตอร์ชนิดครึ่งวงกลม

3.5 ใบกิจกรรม เรื่อง เศรษฐีจริงหรือเศรษฐีเก๊ (สำหรับนักเรียนแต่ละกลุ่ม)

3.6 เอกสารประกอบการเรียน เรื่อง เส้นขนานและมุมภายใน 1 (สำหรับนักเรียนแต่ละคน)

3.7 ใบตรวจสอบความรู้ เรื่อง เส้นขนานและมุมภายใน 1 (สำหรับนักเรียนแต่ละคน)

4. กิจกรรมการเรียนรู้

4.1 ขั้นชักชวน

ขั้นนี้ใช้เวลาประมาณ 5 นาที ซึ่งมีรายละเอียดดังนี้

4.1.1 ครูใช้คำถามเพื่อนำเข้าสู่บทเรียนว่า “ในรูปเรขาคณิต นักเรียนเห็น เส้นขนานในรูปใดบ้าง” (แนวคำตอบ : รูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน รูปสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูน รูปสี่เหลี่ยมคางหมู รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส)

4.1.2 ครูวาดรูปสี่เหลี่ยมที่มีลักษณะคล้ายรูปสี่เหลี่ยมคางหมูนบนกระดานและใช้ ชูคำถามดังนี้

- จากรูปที่ครูวาด นักเรียนคิดว่าเป็นรูปเรขาคณิตชนิดใด

(แนวคำตอบ : รูปสี่เหลี่ยมคางหมู)

- เพราะเหตุใดนักเรียนจึงคิดว่าเป็นรูปสี่เหลี่ยมคางหมู

(แนวคำตอบ : มีด้านขนานกัน 1 คู่)

- นักเรียนทราบได้อย่างไรว่าด้าน 1 คู่นี้ ขนานกันจริง

4.1.3 ครูอธิบายว่า “ในคาบก่อนหน้า ครูได้เกริ่นไว้แล้วมาในระดับมัธยมศึกษา จะอาศัยการตรวจสอบการขนานกันโดยใช้เส้นตัด” จากนั้นครูใช้ชุดคำถามดังนี้

- จากรูปสี่เหลี่ยมคางหมูนักเรียนคิดว่าเส้นใดเป็นเส้นตัด (ครูสุ่มนักเรียน ออกมาชี้เส้นตัด)

- นักเรียนคิดว่าถ้าเราพิจารณาเส้นตัดหนึ่งในรูปแบบนี้ มุมอะไรบ้างที่เกิดจากเส้นตัดนี้ (แนวคำตอบ : มุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด)

- นักเรียนคิดว่าถ้าเส้นตรงสองเส้นขนานกันแล้วมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัดจะมีความสัมพันธ์กันหรือไม่ อย่างไร (เป็นคำถามที่กระตุ้นให้นักเรียนคิด เพื่อนำเข้าสู่บทเรียน)

4.1.4 ครูอธิบายว่า “ในคาบเรียนนี้เราจะมาสังเกตสมบัติในการตรวจสอบเส้นขนาน และสมบัติที่ได้จากเส้นขนานซึ่งแตกต่างจากที่นักเรียนเรียนมาในระดับชั้นประถมศึกษา กัน”

4.2 ขั้นค้นพบ

ขั้นนี้ใช้เวลาประมาณ 15 นาที โดยครูให้นักเรียนทำกิจกรรม “เศรษฐกิจจริงหรือเศรษฐกิจเก๊” ซึ่งมีรายละเอียดดังนี้

4.2.1 ครูใช้คำถามเพื่อนำเข้าสู่กิจกรรมว่า “ใครอยากเป็นเศรษฐกิจ” (ซึ่งคำพูดจากภาพยนตร์ดังที่นักเรียนน่าจะรู้จัก โดยนักเรียนควรตอบว่า “ฉันนะสิ ฉันนะสิ”)

4.2.2 ครูอธิบายว่า “ในคาบเรียนนี้เราจะมาดูกันว่าในห้องเราใครจะได้เป็นเศรษฐกิจผ่านกิจกรรมเศรษฐกิจจริงหรือเศรษฐกิจเก๊” โดยครูอธิบายกิจกรรม ดังนี้

- ครูให้นักเรียนแบ่งกลุ่ม กลุ่มละ 5 คน เพื่อทำกิจกรรม

- ครูอธิบายว่า “แต่ละกลุ่มจะมีแผ่นกระดาษรูปทองคำ” (ครูยกตัวอย่างให้นักเรียนดู)



- ครูใช้คำถามว่า “แผ่นกระดาษรูปทองคำ มีลักษณะอย่างไร”

(แนวคำตอบ : เป็นรูปสี่เหลี่ยมคางหมู)

- ครูใช้คำถามว่า “นักเรียนทราบได้อย่างไร ว่าเป็นรูปสี่เหลี่ยมคางหมูจริง”

- ครูอธิบายว่า “ทองคำที่ครูแจกไป มีทั้งทองปลอมและทองจริง โดยทองจริงจะมีลักษณะเป็นรูปสี่เหลี่ยมคางหมู นักเรียนจะต้องตรวจสอบว่าทองที่กลุ่มนักเรียนได้เป็นรูปสี่เหลี่ยมคางหมูจริงหรือไม่ กลุ่มไหนที่ได้ทองจริงจะเป็นเศรษฐีจริง ส่วนกลุ่มที่ได้ทองปลอมจะเป็นเศรษฐีเก๊”

- ครูใช้คำถามว่า “ถ้านักเรียนต้องการตรวจสอบว่ารูปใดเป็นรูปสี่เหลี่ยมคางหมูจะต้องตรวจสอบอะไร” (แนวคำตอบ : มีด้านขนานกันเพียงคู่เดียว)

- ครูอธิบายว่า “นักเรียนจะต้องสร้างข้อความคาดการณ์ในการตรวจสอบการขนานกันของเส้นตรงก่อน โดยครูมีตัวช่วยเป็นรูปสี่เหลี่ยมชนิดต่าง ๆ ทั้งที่มีด้านคู่ขนาน และไม่มี ให้นักเรียนสังเกตรูปเหล่านี้แล้วลองสร้างข้อความคาดการณ์เกี่ยวกับเส้นขนาน จากนั้นลองใช้ข้อความคาดการณ์ที่ได้ในการตรวจสอบทองของกลุ่มนักเรียน” (ครูคาดหวังให้นักเรียนสังเกตรูปสี่เหลี่ยมที่มีด้านขนานและไม่มีด้านขนาน แล้วลองวัดมุมของรูปสี่เหลี่ยมต่าง ๆ ที่แจกให้ เพื่อตรวจสอบความสัมพันธ์ว่าถ้ารูปสี่เหลี่ยมที่มีด้านขนานแล้วมุมจะมีความสัมพันธ์อย่างไร)

4.2.3 ครูแจกอุปกรณ์ ได้แก่ กระดาษรูปทองคำแท่ง กระดาษรูปสี่เหลี่ยมชนิดต่าง ๆ (รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า รูปสี่เหลี่ยมคางหมู รูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน รูปสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูน รูปสี่เหลี่ยมรูปร่าง และรูปสี่เหลี่ยมด้านไม่เท่า) ไม้บรรทัด ไม้โปรแทรกเตอร์ชนิดครึ่งวงกลม และใบกิจกรรม โดยครูชี้แจงเพิ่มเติมว่า “ให้นักเรียนตอบคำถามลงในใบกิจกรรมที่แจกให้ และครูจะให้เวลาทำ 10 นาที หลังจากนั้นครูจะสุ่มบางกลุ่มออกมานำเสนอ”

4.2.4 ครูให้เวลานักเรียนทำกิจกรรม 10 นาที ระหว่างทำกิจกรรม ครูเดินดูตามกลุ่มต่าง ๆ หากนักเรียนไม่สามารถสร้างข้อความคาดการณ์ได้ ครูลองให้นักเรียนหาเส้นตัดและสังเกตมุมที่เกิดขึ้นจากเส้นตัด

4.3 ขั้นนำเสนอผลการค้นพบและลงข้อสรุป

ใช้เวลาประมาณ 15 นาที ซึ่งมีรายละเอียดดังนี้

4.3.1 ครูสุ่มนักเรียน 2 กลุ่มออกมานำเสนอผลการทำกิจกรรม และครูใช้ชุดคำถาม ดังนี้

- จากที่เพื่อนทั้ง 2 กลุ่ม นำเสนอ มีนักเรียนกลุ่มใดบ้างที่มีแนวคิดต่างจากเพื่อน (ครูและนักเรียนร่วมกันอภิปรายเกี่ยวกับข้อคาดการณ์ และการพิสูจน์ โดยครูชี้ให้เห็นการพิสูจน์ที่เป็นทางการมากขึ้น [ทั้งในด้านภาษาและสัญลักษณ์])

- จากกิจกรรม “เศรษฐกิจจริงหรือเศรษฐกิจ” นักเรียนได้รับความรู้อะไรบ้าง

(แนวคำตอบ : การตรวจสอบว่าเส้นตรง 2 เส้น ที่มีเส้นตัด จะขนานกันเมื่อขนาดของมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัดรวมกันเท่ากับ 180 องศา)

4.3.2 ครูให้นักเรียนแต่ละกลุ่มสรุปว่ากลุ่มของตนเองเป็นเศรษฐกิจจริงหรือเศรษฐกิจ จากนั้นครูให้แต่ละกลุ่มสลับกับเพื่อนกลุ่มอื่น เพื่อเปลี่ยนกันตรวจสอบว่าเพื่อนตรวจสอบถูกหรือไม่

4.3.3 ครูใช้คำถามว่า “จากการที่นักเรียนตรวจสอบกระดาษรูปสี่เหลี่ยมต่าง ๆ ในตอนแรก นักเรียนได้ความรู้อะไรเกี่ยวกับเรื่องเส้นขนาน” (ครูลองให้นักเรียนใช้ประโยคในรูป ถ้า...แล้ว... ในการสรุปเป็นหลักการ)

(แนวคำตอบ : ถ้าเส้นตรงสองเส้นขนานกันและมีเส้นตัด แล้วขนาดของมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัดรวมกันเท่ากับ 180 องศา)

(ในกรณีที่นักเรียนสรุปในรูปประโยคถ้า...แล้ว... ไม่ได้ ครูใช้คำถามว่า “ถ้าเส้นตรงสองเส้นขนานกันและมีเส้นตัด แล้วนักเรียนคิดว่ามุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัดมีความสัมพันธ์กันอย่างไร”)

4.3.4 ครูใช้คำถามว่า “ในตอนนี้นักเรียนนำหลักการนี้ ไปตรวจสอบเส้นขนานในทอง นักเรียนได้ความรู้อะไรเกี่ยวกับเรื่องเส้นขนาน” (ครูลองให้นักเรียนใช้ประโยคในรูป ถ้า...แล้ว... ในการสรุปเป็นหลักการ)

(แนวคำตอบ : ถ้าเส้นตรงเส้นหนึ่งตัดเส้นตรงคู่หนึ่ง ทำให้ขนาดของมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัดรวมกันเท่ากับ 180 องศา แล้วเส้นตรงคู่นั้นจะขนานกัน)

(ในกรณีที่นักเรียนสรุปในรูปประโยคถ้า...แล้ว... ไม่ได้ ครูใช้คำถามว่า “ถ้าเส้นตรงเส้นหนึ่งตัดเส้นตรงคู่หนึ่งทำให้ขนาดของมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัดรวมกันเท่ากับ 180 องศา นักเรียนคิดว่าเส้นตรงคู่นั้นขนานกันหรือไม่”)

4.3.5 ครูให้นักเรียนสังเกตคำตอบในทั้ง 2 ข้อ และชี้ให้เห็นว่าแต่ละข้อเป็นบทกลับอีกข้อ จากนั้นครูใช้คำถามว่า “หากเราจะนำหลักการทั้ง 2 ข้อ มาสรุปเป็นสมบัติ 1 ข้อ ของเส้นขนาน สามารถเปลี่ยนเป็นประโยคใดได้”

(แนวคำตอบ : เมื่อเส้นตรงเส้นหนึ่งตัดเส้นตรงคู่หนึ่ง เส้นตรงคู่นั้นขนานกัน ก็ต่อเมื่อ ขนาดของมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัดเท่ากับ 180 องศา)

4.3.6 ครูแจกเอกสารประกอบการเรียนเรื่องเส้นขนานและมุมภายใน (1) จากนั้น ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปสมบัติของเส้นขนานและมุมภายใน โดยครูขยายรูปเป็นเส้นตรงสองเส้น ที่มีเส้นตัด และสรุปเป็นสมบัติของเส้นขนานที่ใช้ภาษาที่เป็นทางการ

4.4 ขั้นประยุกต์ใช้

ใช้เวลาประมาณ 15 นาที ซึ่งมีรายละเอียดดังนี้

4.4.1 ครูยกตัวอย่างที่ 1 เพื่อให้นักเรียนเห็นการนำสมบัติของเส้นขนานและมุมภายในไปประยุกต์ใช้ในการตรวจสอบว่าเส้นตรง 2 เส้นที่กำหนดให้ ขนานกันหรือไม่ โดยใช้การถามตอบประกอบการอธิบาย ดังนี้

- จากตัวอย่างนี้ นักเรียนใช้สมบัติใดในการตรวจสอบการขนานกันของเส้นตรง (แนวคำตอบ : ถ้าเส้นตรงเส้นหนึ่งตัดเส้นตรงคู่หนึ่ง ทำให้ขนาดของมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัดรวมกันเท่ากับ 180 องศา แล้วเส้นตรงคู่นั้นจะขนานกัน)

- ครูให้เวลานักเรียนคิด 1 นาที จากนั้นครูสุ่มถามคำตอบจากนักเรียน แล้วจึงร่วมกันแสดงวิธีทำในตัวอย่างที่ 1

4.4.2 ครูยกตัวอย่างที่ 2 เพื่อให้นักเรียนเห็นการนำสมบัติของเส้นขนานและมุมภายในไปใช้ในการหามุมต่าง ๆ โดยใช้การถามตอบประกอบการอธิบาย ดังนี้

- จากตัวอย่างนี้ นักเรียนใช้สมบัติใดในการตรวจสอบการขนานกันของเส้นตรง (แนวคำตอบ : ถ้าเส้นตรงสองเส้นขนานกันและมีเส้นตัด แล้วขนาดของมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัดรวมกันเท่ากับ 180 องศา)

- ครูให้เวลานักเรียนคิด 2 นาที จากนั้นครูสุ่มถามคำตอบจากนักเรียน แล้วจึงร่วมกันแสดงวิธีทำในตัวอย่างที่ 2

- ครูใช้คำถามเพื่อตรวจสอบโน้ตที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับมุมภายในของเส้นตัด ว่า “ถ้ามีเส้นตรง 2 เส้น และมีเส้นตัด แล้วขนาดของมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัดรวมกันเท่ากับ 180 องศา นักเรียนคิดว่าประโยคนี้จริงหรือไม่ (แนวคำตอบ : ไม่จริง เพราะเส้นตรง 2 เส้นนั้น ต้องขนานกัน ถึงจะสอดคล้องกับสมบัติ) โดยครูเน้นย้ำในประเด็นนี้ว่า “เส้นตรง 2 เส้น นั้นต้องขนานกันก่อน ถึงจะนำสมบัติเส้นขนานและมุมภายในไปใช้ได้”

4.4.3 ครูตั้งคำถามเพื่อให้ นักเรียนคิดว่า “นักเรียนคิดว่า มุมอื่น ๆ จะมีความสัมพันธ์หรือไม่”

4.4.4 ครูแจกใบตรวจสอบความรู้ เรื่อง เส้นขนานและมุมภายใน (1) และให้เวลานักเรียนในการทำ 5 นาที จากนั้นครูและนักเรียนร่วมกันเฉลยคำตอบ และสรุปสมบัติของเส้นขนานและมุมภายใน

5. การวัดผลและประเมินผลการเรียนรู้

เพื่อให้สอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้ การวัดและประเมินผลการเรียนรู้ในคาบนี้มีดังนี้

จุดประสงค์การเรียนรู้ที่ต้องการวัดและประเมินผล	การวัดผล	การประเมินผล
<u>ด้านความรู้ทางคณิตศาสตร์</u> 1. อธิบายสมบัติของเส้นขนานและมุมภายในได้	<u>วิธีวัดผล :</u> พิจารณาความถูกต้องของคำตอบของนักเรียนในใบตรวจสอบความรู้ เรื่องเส้นขนานและมุมภายใน (1) <u>เครื่องมือวัดผล :</u> ใบตรวจสอบความรู้ เรื่องเส้นขนานและมุมภายใน (1) [ข้อ 1]	<u>เกณฑ์การให้คะแนน :</u> คะแนนเต็ม 1 คะแนน มีเกณฑ์การให้คะแนน ดังนี้ ถ้า นักเรียน ตอบได้ถูกต้อง จะได้ คะแนน 1 คะแนน ถ้า นักเรียน ตอบไม่ถูกต้อง จะได้ คะแนน 0 คะแนน <u>เกณฑ์การประเมินผล :</u> ถ้า นักเรียน ได้คะแนน 1 คะแนน ถือว่าผ่าน
2. นำสมบัติของเส้นขนานและมุมภายในไปใช้แก้โจทย์ปัญหาที่เกี่ยวข้องได้	<u>วิธีวัดผล :</u> พิจารณาความถูกต้องของคำตอบของนักเรียนในใบตรวจสอบความรู้ เรื่องเส้นขนานและมุมภายใน (1)	<u>เกณฑ์การให้คะแนน :</u> คะแนนเต็ม 2 คะแนน มีเกณฑ์การให้คะแนน ดังนี้ ในแต่ละข้อ ถ้า นักเรียน ตอบได้ถูกต้อง จะได้ คะแนน 1 คะแนน ถ้า นักเรียน ตอบไม่ถูกต้อง จะได้ คะแนน 0 คะแนน

จุดประสงค์การเรียนรู้ที่ต้องการวัดและประเมินผล	การวัดผล	การประเมินผล
<u>ด้านความรู้ทางคณิตศาสตร์</u> (ต่อ) 2. นำสมบัติของเส้นขนานและมุมภายในไปใช้แก้โจทย์ปัญหาที่เกี่ยวข้องได้ (ต่อ)	<u>เครื่องมือวัดผล :</u> ใบตรวจสอบความรู้ เรื่อง เส้นขนานและมุมภายใน (1) [ข้อ 2 และ 3]	<u>เกณฑ์การประเมินผล :</u> ถ้า นักเรียน ได้คะแนน ตั้งแต่ 1 คะแนนขึ้นไป ถือว่าผ่าน
<u>ด้านทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ :</u> 1. สร้างข้อความคาดการณ์เกี่ยวกับความสัมพันธ์ของเส้นขนานและมุมภายในได้	<u>วิธีวัดผล :</u> พิจารณาความถูกต้องของ ข้อ ความ คาด การณ์ ที่ นักเรียน สร้าง ในใบกิจกรรม เรื่อง เศรษฐีจริงหรือเศรษฐีเก๊ <u>เครื่องมือวัดผล :</u> ใบกิจกรรม เรื่อง เศรษฐีจริงหรือเศรษฐีเก๊	<u>เกณฑ์การให้คะแนน :</u> คะแนนเต็ม 3 คะแนน แบ่งเป็นคะแนน ดังนี้ ถ้า นักเรียน สร้างข้อความ คาดการณ์ได้ถูกต้อง จะได้ ข้อละ 1 คะแนน ถ้า นักเรียน สามารถพิสูจน์ ข้อความคาดการณ์ได้ ถูกต้อง จะได้ 2 คะแนน <u>เกณฑ์การประเมินผล :</u> ถ้า นักเรียน ได้คะแนน ตั้งแต่ 2 คะแนนขึ้นไป ถือว่าผ่าน
<u>ด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์ :</u> 1. มีส่วนร่วมในการทำกิจกรรมในชั้นเรียน 2. มีความรับผิดชอบในการทำงานที่มอบหมาย	<u>วิธีวัดผล :</u> พิจารณาพฤติกรรมหรือ การแสดงออกของนักเรียน ขณะ ตอบ คำ ถา ม หรือ ทำงานที่มอบหมาย โดยมี ครูเป็นผู้สังเกตแล้วบันทึก ในแบบสังเกตพฤติกรรม การทำงานของนักเรียน	<u>เกณฑ์การให้คะแนน :</u> ในแต่ละข้อของแบบสังเกต พฤติกรรม ถ้า นักเรียน แสดงออก ให้เห็นอย่างเด่นชัด จะได้ คะแนน 2 คะแนน ถ้า นักเรียน แสดงออก ให้เห็นเพียงเล็กน้อย จะได้ คะแนน 1 คะแนน

จุดประสงค์การเรียนรู้ที่ ต้องการวัดและประเมินผล	การวัดผล	การประเมินผล
<u>ด้านคุณลักษณะ</u> <u>อันพึงประสงค์</u> (ต่อ) : 1. มีส่วนร่วมในการทำกิจกรรม ในชั้นเรียน 2. มีความรับผิดชอบใน การทำงานที่มอบหมาย	<u>เครื่องมือวัดผล :</u> แบบสังเกตพฤติกรรม การทำงานของนักเรียน	<u>เกณฑ์การให้คะแนน</u> (ต่อ) ถ้า นักเรียน ไม่แสดงออก เลย จะได้ คะแนน 0 คะแนน <u>เกณฑ์การประเมินผล :</u> ถ้า นักเรียน ได้คะแนน ตั้งแต่ 2 คะแนนขึ้นไป ถือว่าผ่าน

แบบสังเกตพฤติกรรมการทำงานของนักเรียน

วันที่ : _____ เวลา _____

ชื่อกิจกรรม : _____

การให้คะแนน : ถ้าแสดงพฤติกรรมให้เห็นอย่างเด่นชัด จะได้ คะแนน 2 คะแนน
 ถ้าแสดงพฤติกรรมให้เห็นเพียงเล็กน้อย จะได้ คะแนน 1 คะแนน
 ถ้าไม่แสดงพฤติกรรมเลย จะได้ คะแนน 0 คะแนน

	พฤติกรรมที่ต้องการวัด และประเมินผล	นักเรียนคนที่ 1-8							
		01	02	03	04	05	06	07	08
01	มีส่วนร่วมในการทำ กิจกรรมในชั้นเรียน								
02	มีความรับผิดชอบใน การทำงานที่มอบหมาย								
รวมคะแนน									

	พฤติกรรมที่ต้องการวัด และประเมินผล	นักเรียนคนที่ 9-15							
		9	10	11	12	13	14	15	
01	มีส่วนร่วมในการทำ กิจกรรมในชั้นเรียน								
02	มีความรับผิดชอบใน การทำงานที่มอบหมาย								
รวมคะแนน									

6. บันทึกหลังการจัดการเรียนรู้

6.1 ด้านนักเรียน

(ระบุ ความรู้/ทักษะและกระบวนการ/คุณลักษณะอันพึงประสงค์ของนักเรียนที่พบ)

6.2 ด้านผู้สอน

(ระบุ ปัญหาหรือผลการจัดการเรียนรู้/ข้อเสนอแนะสำหรับการจัดการเรียนรู้
ครั้งต่อไป)

6.3 ด้านอื่นๆ (ถ้ามี)

ใบกิจกรรม เรื่อง เศรษฐกิจจริงหรือเศรษฐกิจเก๊

คำชี้แจง : ให้นักเรียนสำรวจรูปสี่เหลี่ยมชนิดต่าง ๆ ที่ครูแจก แล้วออกแบบการสำรวจเพื่อนำไปสู่การสร้างข้อความคาดการณ์เกี่ยวกับเส้นขนาน

วิธีการสำรวจ และผลการสำรวจ

ข้อความคาดการณ์ที่ได้จากการสำรวจ

.....

.....

.....

รูปภาพประกอบทองคำแท่งของกลุ่มนักเรียน (พร้อมระบุขนาดของมุมภายในทุกมุม)



จากข้อความคาดการณ์ จงให้เหตุผลว่าทองคำแท่งของกลุ่มนักเรียนเป็นทองจริงหรือทองปลอม (เขียนแสดงการให้เหตุผลโดยละเอียด)

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ผลสรุป กลุ่มนักเรียนเป็นเศรษฐกิจจริงหรือเศรษฐกิจ

.....

สมาชิกในกลุ่ม

.....

.....

.....

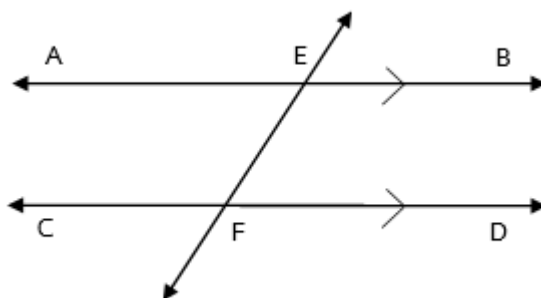
.....

.....

ชื่อ ชั้น เลขที่

เอกสารประกอบการเรียน เรื่อง เส้นขนานและมุมภายใน (1)

สมบัติของเส้นขนานและมุมภายใน



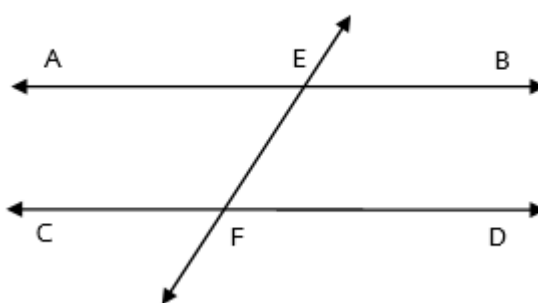
สมบัติข้อที่ 1

.....

จากรูป

สิ่งที่กำหนด

ผลที่ได้จากสมบัติข้อที่ 1



สมบัติข้อที่ 2

.....

จากรูป

สิ่งที่กำหนด

ผลที่ได้จากสมบัติข้อที่ 2

สรุป

.....

.....

.....

.....

นั่นคือ

.....

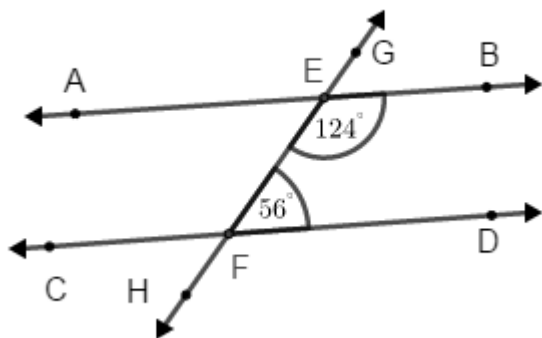
.....

.....

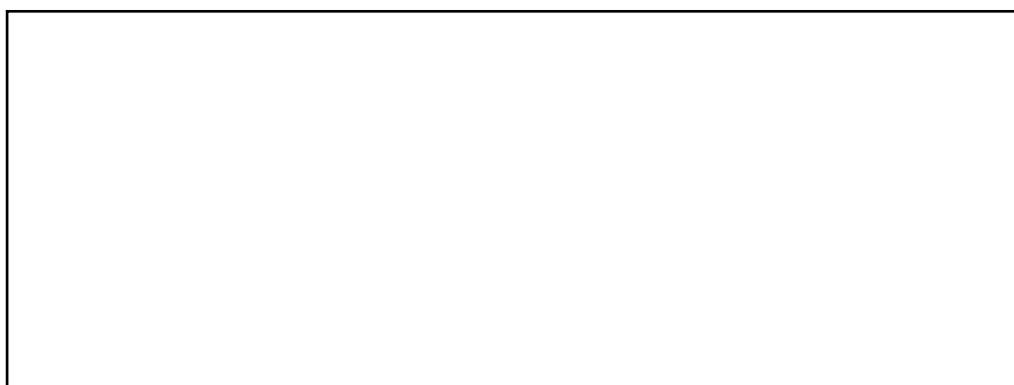
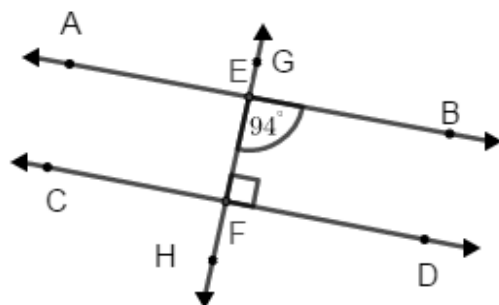
.....

ตัวอย่างที่ 1 $\overline{AB}$ และ $\overline{CD}$ ในแต่ละข้อขนานกันหรือไม่ เพราะเหตุใด

1)

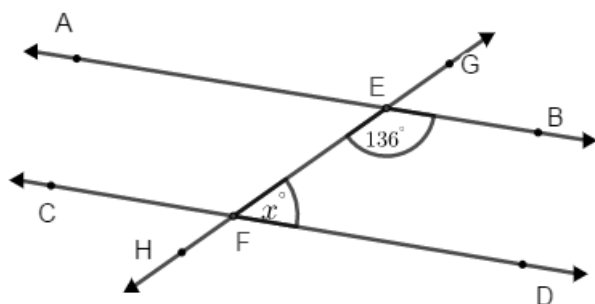


2)

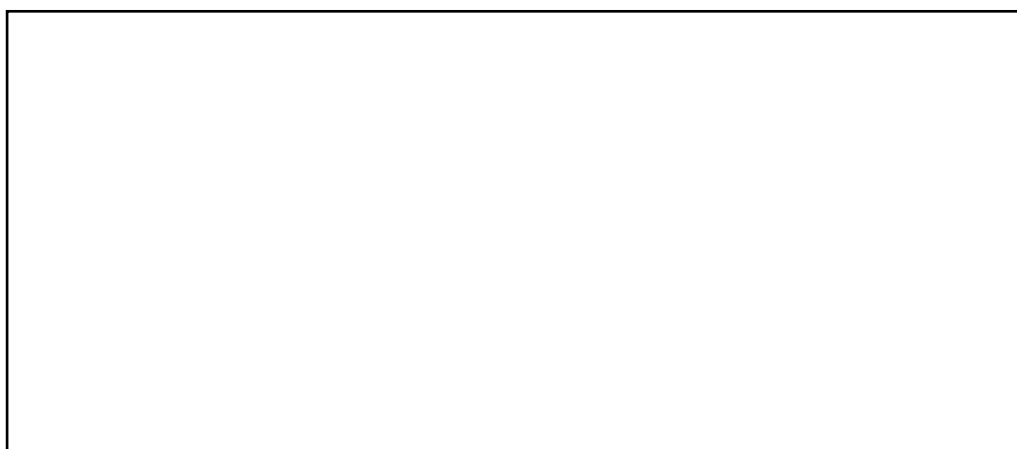
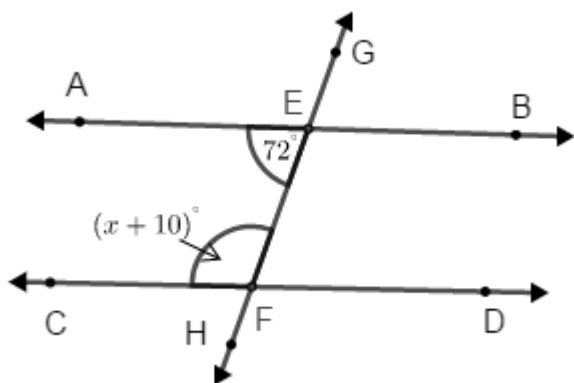


ตัวอย่างที่ 2 กำหนด $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$ จงหาค่าของ x ในแต่ละข้อ

1)



2)



สรุปเนื้อหา



ชื่อ ชั้น เลขที่

ใบตรวจสอบความรู้ เรื่อง เส้นขนานและมุมภายใน (1)

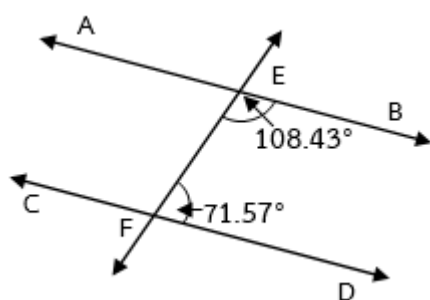
1) จงเขียนสมบัติของเส้นขนานและมุมภายใน (ในรูปประโยค “ก็ต่อเมื่อ”)

.....

.....

.....

2) จากรูป $\overleftrightarrow{AB}$ และ $\overleftrightarrow{CD}$ ขนานกันหรือไม่ (พร้อมให้เหตุผลประกอบคำตอบ)



.....

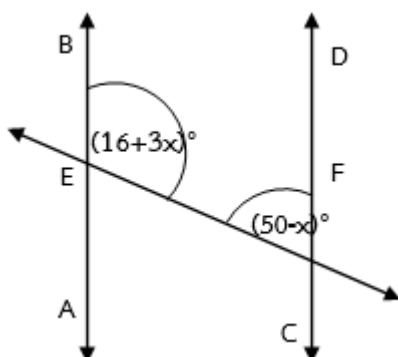
.....

.....

.....

.....

3) จากรูป ถ้า $\overleftrightarrow{AB} \parallel \overleftrightarrow{CD}$ จงหาค่าของ x



.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

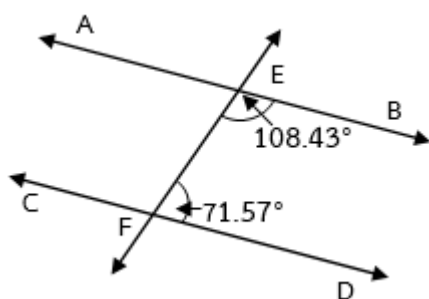
ชื่อ ชั้น เลขที่

เฉลยใบตรวจสอบความรู้ เรื่อง เส้นขนานและมุมภายใน (1)

1) จงเขียนสมบัติของเส้นขนานและมุมภายใน (ในรูปประโยค “ก็ต่อเมื่อ”)

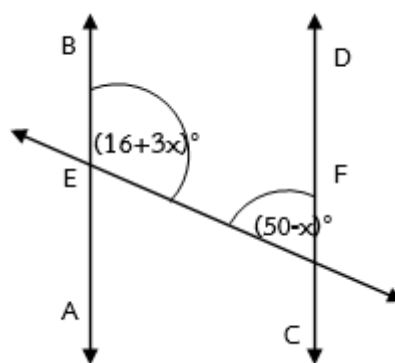
ตอบ เมื่อเส้นตรงเส้นหนึ่งตัดเส้นตรงคู่หนึ่ง เส้นตรงคู่นั้นขนานกัน ก็ต่อเมื่อ ขนาดของมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด รวมกันเท่ากับ 180 องศา

2) จากรูป $\overline{AB}$ และ $\overline{CD}$ ขนานกันหรือไม่ (พร้อมให้เหตุผลประกอบคำตอบ)



ตอบ ขนานกัน เพราะ ขนาดของมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัดรวมกันเท่ากับ $108.43 + 71.57 = 180$ องศา

3) จากรูป ถ้า $\overline{AB} // \overline{CD}$ จงหาค่าของ x



วิธีทำ เนื่องจาก $\overline{AB} // \overline{CD}$

จะได้ว่า $(16 + 3x) + (50 - x) = 180$

(ขนาดของมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัดรวมกันเท่ากับ 180 องศา)

$$\text{จะได้} \quad 2x + 66 = 180$$

$$2x = 180 - 66$$

$$2x = 114$$

$$\text{ดังนั้น} \quad x = 57$$

ตอบ 57

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 9			
รายวิชา	คณิตศาสตร์พื้นฐาน	ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2	
หน่วยการเรียนรู้	เส้นขนาน		
หัวข้อเรื่อง	เส้นขนานและรูปสามเหลี่ยม (2)		
ปีการศึกษา	2562	ภาคเรียนที่ 2	เวลา 50 นาที

1. จุดประสงค์การเรียนรู้

1.1 ด้านความรู้ทางคณิตศาสตร์ : เพื่อให้นักเรียนสามารถ

1.1.1 อธิบายทฤษฎีบทเส้นขนานและรูปสามเหลี่ยมได้ (ความเท่ากันทุกประการ แบบ มุม – มุม – ด้าน)

1.1.2 นำทฤษฎีบทของเส้นขนานและรูปสามเหลี่ยมไปใช้แก้โจทย์ปัญหาที่เกี่ยวข้องได้

1.2 ด้านทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ : เพื่อให้นักเรียนสามารถ

1.2.1 สร้างข้อความคาดการณ์เกี่ยวกับความสัมพันธ์ของเส้นขนานและรูปสามเหลี่ยมและพิสูจน์ข้อความนั้นได้

1.3 ด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์ : เพื่อให้นักเรียน

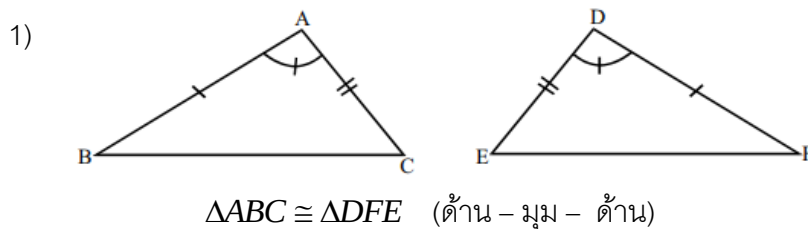
1.3.1 มีส่วนร่วมในการทำกิจกรรมในชั้นเรียน

1.3.2 มีความรับผิดชอบในการทำงานที่มอบหมาย

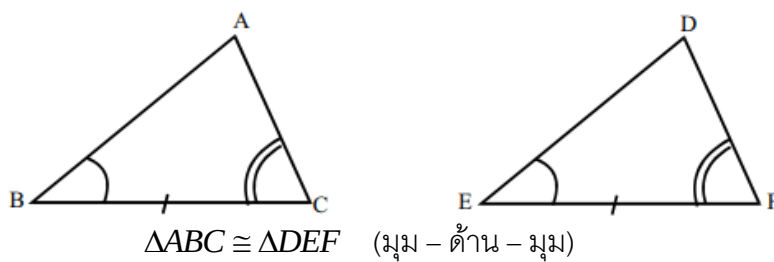
2. สาระการเรียนรู้

เราสามารถให้ทฤษฎีบทเกี่ยวกับผลรวมของขนาดของมุมภายในของรูปสามเหลี่ยม ในการพิสูจน์ทฤษฎีบทอื่นๆ ได้

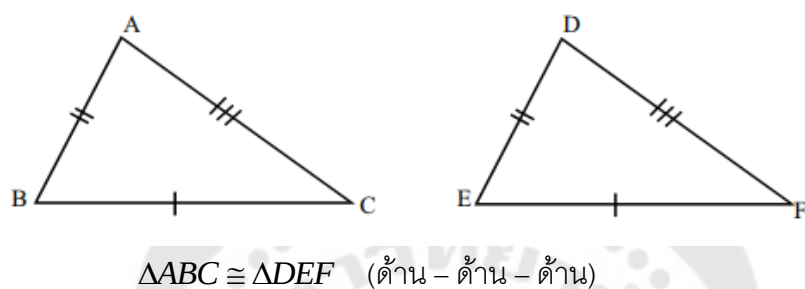
ตัวอย่าง (ประกอบชั้นนำ) จงพิจารณาว่ารูปสามเหลี่ยมสองรูปในแต่ละข้อเท่ากันทุกประการหรือไม่ พร้อมระบุความสัมพันธ์ที่ใช้ตรวจสอบ



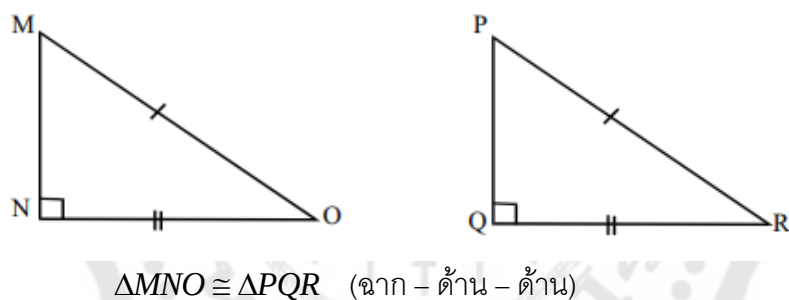
2)



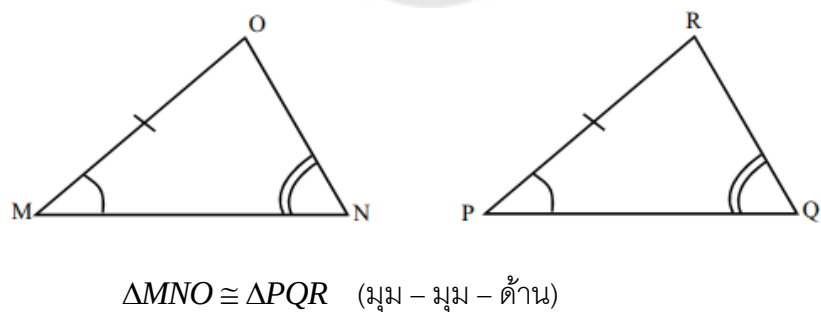
3)



4)

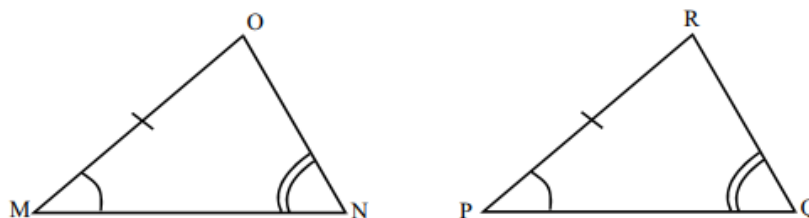


5) (ตัวอย่างนี้ นักเรียนยังไม่ได้เรียนความสัมพันธ์นี้ ยกตัวอย่างมาเพื่อให้นักเรียนคิด และร่วมกันอภิปรายว่าเท่ากันทุกประการหรือไม่)



ทฤษฎีบท

ถ้ารูปสามเหลี่ยมสองรูปมีมุมที่มีขนาดเท่ากันสองคู่ และด้านคู่ที่อยู่ตรงข้ามกับมุมคู่ที่มีขนาดเท่ากัน ยาวเท่ากันหนึ่งคู่ แล้วรูปสามเหลี่ยมสองรูปนั้นเท่ากันทุกประการ (มุม – มุม – ด้าน)



กำหนดให้ $\hat{OMN} = \hat{RPQ}$, $\hat{MNO} = \hat{PQR}$ และ $OM = RP$

ต้องการพิสูจน์ว่า $\triangle MNO \cong \triangle PQR$

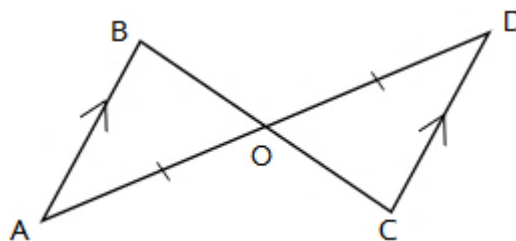
พิสูจน์ พิจารณา $\triangle MNO$ และ $\triangle PQR$

ข้อความ	เหตุผล
1. $\hat{OMN} = \hat{RPQ}$	1. กำหนดให้
2. $\hat{MNO} = \hat{PQR}$	2. กำหนดให้
3. $OM = RP$	3. กำหนดให้
4. $\hat{OMN} + \hat{MNO} + \hat{NOM} = 180^\circ$	4. ขนาดของมุมภายในทั้งสามของรูปสามเหลี่ยมรวมกันได้ 180°
5. $\hat{RPQ} + \hat{PQR} + \hat{QRP} = 180^\circ$	5. ขนาดของมุมภายในทั้งสามของรูปสามเหลี่ยมรวมกันได้ 180°
6. $\hat{OMN} + \hat{MNO} + \hat{NOM} = \hat{RPQ} + \hat{PQR} + \hat{QRP}$	6. จากข้อ 3, 4 และสมบัติของการเท่ากัน
7. $\hat{NOM} = \hat{QRP}$	7. จากข้อ 1, 2, 6 และสมบัติของการเท่ากัน
8. $\triangle MNO \cong \triangle PQR$	8. จากข้อ 1, 3 และ 7 มีความสัมพันธ์แบบมุม – ด้าน – มุม

สรุป $\triangle MNO \cong \triangle PQR$

นั่นคือ ถ้ารูปสามเหลี่ยมสองรูปมีมุมที่มีขนาดเท่ากันสองคู่ และด้านคู่ที่อยู่ตรงข้ามกับมุมคู่ที่มีขนาดเท่ากัน ยาวเท่ากันหนึ่งคู่ แล้วรูปสามเหลี่ยมสองรูปนั้นเท่ากันทุกประการ (มุม – มุม – ด้าน)

ตัวอย่างที่ 1 จากรูปกำหนดให้ $\overline{AB} // \overline{CD}$ และ $AO = DO$ จงพิสูจน์ว่า $AB = DC$



กำหนดให้ $\overline{AB} // \overline{CD}$ และ $AO = DO$

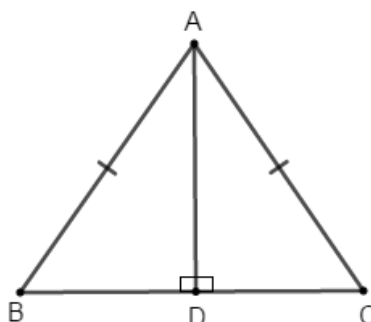
ต้องการพิสูจน์ว่า $AB = DC$

พิสูจน์ พิจารณา $\triangle ABO$ และ $\triangle DCO$

ข้อความ	เหตุผล
1. $\overline{AB} // \overline{CD}$	1. กำหนดให้
2. $AO = DO$	2. กำหนดให้
3. $\hat{OBA} = \hat{OCD}$	3. จากข้อ 1 ถ้าเส้นตรงสองเส้นขนานกันและมีเส้นตัดแล้วมุมแย้งมีขนาดเท่ากัน
4. $\hat{OAB} = \hat{ODC}$	4. จากข้อ 1 ถ้าเส้นตรงสองเส้นขนานกันและมีเส้นตัดแล้วมุมแย้งมีขนาดเท่ากัน
5. $\triangle ABO \cong \triangle DCO$	5. จากข้อ 3, 4, 2 มีความสัมพันธ์แบบ มุม – มุม – ด้าน
6. $AB = DC$	6. จากข้อ 5 ด้านคู่ที่สมนัยกันของรูปสามเหลี่ยมที่เท่ากันทุกประการจะมีความยาวเท่ากัน

สรุป $AB = DC$

ตัวอย่างที่ 2 จงพิสูจน์ว่าเส้นส่วนสูงที่ลากจากจุดยอดลงมายังฐานของรูปสามเหลี่ยมเหลื่อมเหลื่อมหน้าจั่วจะแบ่งรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่วเป็นรูปสามเหลี่ยมสองรูปที่เท่ากันทุกประการ



กำหนดให้ $\triangle ABC$ เป็นรูปสามเหลี่ยมเหลี่ยมหน้าจั่ว และมี $\overline{AD}$ เป็นส่วนสูง
 ต้องการพิสูจน์ว่า $\triangle ABD \cong \triangle ACD$

พิสูจน์ พิจารณา $\triangle ABD$ และ $\triangle ACD$

ข้อความ	เหตุผล
1. $\triangle ABC$ เป็นรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว	1. กำหนดให้
2. $\hat{A}DB = \hat{A}DC = 90^\circ$	2. กำหนดให้ $\overline{AD}$ เป็นส่วนสูง
3. $\hat{A}BD = \hat{A}CD$	3. จากข้อ 1 และสมบัติของรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว มุมที่ฐานมีขนาดเท่ากัน
4. $AB = AC$	4. จากข้อ 1 และบทนิยามของรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว
5. $\triangle ABD \cong \triangle ACD$	5. จากข้อ 2, 3, 4 มีความสัมพันธ์แบบ มุม – มุม – ด้าน

สรุป $\triangle ABD \cong \triangle ACD$

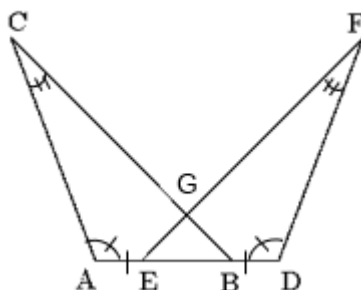
นั่นคือ เส้นส่วนสูงที่ลากจากจุดยอดลงมายังฐานของรูปสามเหลี่ยมเหลี่ยมหน้าจั่วจะ
 แบ่งรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่วเป็นรูปสามเหลี่ยมสองรูปที่เท่ากันทุกประการ

จากการพิสูจน์ในตัวอย่าง 2 สามารถสรุปเป็นสมบัติของรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว (เพิ่มเติม
 จากตอนเรียนเรื่องความเท่ากันทุกประการ) ดังนี้

1. เส้นส่วนสูงที่ลากจากจุดยอดลงมายังฐานของรูปสามเหลี่ยมเหลี่ยมหน้าจั่วจะแบ่ง
 รูปสามเหลี่ยมหน้าจั่วเป็นรูปสามเหลี่ยมสองรูปที่เท่ากันทุกประการ
2. เส้นส่วนสูงที่ลากจากจุดยอดลงมายังฐานของรูปสามเหลี่ยมเหลี่ยมหน้าจั่วจะแบ่งครึ่ง
 ฐาน
3. เส้นส่วนสูงที่ลากจากจุดยอดลงมายังฐานของรูปสามเหลี่ยมเหลี่ยมหน้าจั่วจะแบ่งครึ่ง
 มุมยอด

ตัวอย่างที่ 3 จากรูปกำหนดให้ $\hat{CAB} = \hat{FDE}$, $\hat{ACB} = \hat{DFE}$ และ $AE = DB$ จงพิสูจน์ว่า

$$AC = DF$$



กำหนดให้ $\hat{CAB} = \hat{FDE}$, $\hat{ACB} = \hat{DFE}$ และ $AE = DB$

ต้องการพิสูจน์ว่า $AC = DF$

พิสูจน์ พิจารณา $\triangle CBA$ และ $\triangle FED$

ข้อความ	เหตุผล
1. $\hat{CAB} = \hat{FDE}$	1. กำหนดให้
2. $\hat{ACB} = \hat{DFE}$	2. กำหนดให้
3. $AE = DB$	3. กำหนดให้
4. $EB = BE$	4. $\overline{EB}$ เป็นด้านร่วม
5. $AE + EB = DB + BE$	5. จากข้อ 3, 4 และสมบัติของการเท่ากัน
6. $AB = DE$	6. จากข้อ 5 และสมบัติของการเท่ากัน
7. $\triangle CBA \cong \triangle FED$	7. จากข้อ 2, 1, 6 มีความสัมพันธ์แบบ มุม – มุม – ด้าน
8. $AC = DF$	8. จากข้อ 7 ด้านคู่ที่สมนัยกันของรูปสามเหลี่ยมที่เท่ากัน ทุกประการจะมีความยาวเท่ากัน

สรุป $AC = DF$

3. สื่อการเรียนรู้ / แหล่งการเรียนรู้

3.1 กระดาษ A 4

3.2 กรรไกร

3.3 ใบกิจกรรม เรื่อง เท่าไม่เท่า (สำหรับนักเรียนแต่ละคน)

3.4 เอกสารประกอบการเรียน เรื่อง เส้นขนานและรูปสามเหลี่ยม (2)

(สำหรับนักเรียนแต่ละคน)

3.5 ใบตรวจสอบความรู้ เรื่อง เส้นขนานและรูปสามเหลี่ยม (สำหรับนักเรียนแต่ละคน)

4. กิจกรรมการเรียนรู้

4.1 ขั้นชักชวน

ขั้นนี้ใช้เวลาประมาณ 5 นาที ซึ่งมีรายละเอียดดังนี้

4.1.1 ครูยกตัวอย่าง (ประกอบชิ้นนำ) เพื่อให้นักเรียนพิจารณาว่ารูปสามเหลี่ยมแต่ละรูปเท่ากันทุกประการหรือไม่ และด้วยความสัมพันธ์แบบใด โดยมีขั้นตอนดังนี้

- ครูวาดรูปสามเหลี่ยมในแต่ละข้อย่อยบนกระดาน
- ในข้อย่อยที่ 1-4 ครูให้นักเรียนพิจารณาว่ารูปสามเหลี่ยมแต่ละรูปเท่ากันทุกประการหรือไม่ และด้วยความสัมพันธ์แบบใด (ทั้ง 4 ข้อ เป็นความสัมพันธ์ที่นักเรียนทราบมาแล้วจาก เรื่อง ความเท่ากันทุกประการ)
- ครูและนักเรียนร่วมกันทบทวนความสัมพันธ์ที่ใช้ตรวจสอบความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยมที่นักเรียนเรียนมาจาก เรื่อง ความเท่ากันทุกประการ
- ครูใช้คำถามว่า “นักเรียนคิดว่ามีความสัมพันธ์แบบอื่น ที่ทำให้รูปสามเหลี่ยมสองรูปเท่ากันทุกประการหรือไม่”
- ในข้อย่อยที่ 5 ครูใช้คำถามว่า “เงื่อนไขที่โจทย์กำหนดมาให้ มีอะไรบ้าง”
(แนวคำตอบ : รูปสามเหลี่ยม 2 รูป มีมุม 2 มุม ขนาดเท่ากัน และด้านที่ไม่ได้อยู่ระหว่าง 2 มุมนั้นมีความยาวเท่ากัน)
- ครูใช้คำถามว่า “จากเงื่อนไขข้างต้น ข้อมูลที่ให้มาสามารถใช้การให้เหตุผลที่นักเรียนเรียนมาจาก เรื่อง ความเท่ากันทุกประการหรือไม่”
(แนวคำตอบ : ไม่ได้/ได้ แต่ต้องหามุมเพิ่ม)
- ครูใช้คำถามว่า “จากเงื่อนไขข้างต้น รูปสามเหลี่ยมมีความสัมพันธ์แบบใด”
(แนวคำตอบ : มุม – มุม – ด้าน / ด้าน – มุม – มุม)
- ครูใช้คำถามว่า “จากเงื่อนไขข้างต้น นักเรียนคิดว่าเพียงพอที่จะสรุปว่ารูปสามเหลี่ยมทั้ง 2 รูปเท่ากันทุกประการหรือไม่ อย่างไร” (เพื่อนำเข้าสู่บทเรียน โดยครูจะยังไม่เฉลย)

4.1.2 ครูอธิบายว่า “ในคาบเรียนนี้เราจะมาดูกันว่าความสัมพันธ์แบบ มุม – มุม – ด้าน จะทำให้รูปสามเหลี่ยมสองรูปเท่ากันทุกประการหรือไม่ ”

4.2 ขั้นค้นพบ

ขั้นนี้ใช้เวลาประมาณ 15 นาที ครูให้นักเรียนทำกิจกรรม “เท่าไม่เท่า” ซึ่งมีรายละเอียดดังนี้

4.2.1 ครูแบ่งนักเรียนออกเป็นกลุ่มละ 5 คน จากนั้นครูแจกใบกิจกรรมและอธิบายกิจกรรมว่า “ให้นักเรียนแต่ละกลุ่มสร้างรูปสามเหลี่ยม 2 รูป ที่แตกต่างกันลงในกระดาษ A4 ที่ครูแจก โดยให้รูปสามเหลี่ยมมีมุมขนาด 30 องศา และ 45 องศา และด้านที่ไม่อยู่ระหว่างมุมทั้งสองมีความยาว 5 เซนติเมตร โดยครูจะให้เวลาในการสร้าง 3 นาที” จากนั้นครูให้นักเรียนสร้างรูปสามเหลี่ยม 3 นาที (ที่ให้นักเรียนสร้าง 2 รูป เพื่อจะได้รู้ว่าความสัมพันธ์แบบ มุม – มุม – ด้าน ไม่สามารถสลับมุมได้ ดังนั้นรูป 2 รูป ที่นักเรียนสร้างจะไม่เท่ากันทุกประการ แต่จะไปเท่ากันทุกประการกับกลุ่มอื่นแทน)

4.2.2 ครูให้นักเรียนแต่ละกลุ่มออกมานำเสนอรูปสามเหลี่ยมของกลุ่มตนเอง และครูให้นักเรียนสังเกตรูปสามเหลี่ยมของกลุ่มตนเองและกลุ่มของเพื่อน จากนั้นครูและนักเรียนร่วมกันอภิปรายเกี่ยวกับรูปสามเหลี่ยมที่สร้างได้ในประเด็นดังนี้

- ครูใช้คำถามว่า “รูปสามเหลี่ยม 2 รูป ที่นักเรียนสร้างเท่ากันทุกประการหรือไม่” (แนวคำตอบ : ไม่เท่ากันทุกประการ) [ครูลองนำทั้ง 2 รูปมาทับกัน]

- ครูสุ่มนักเรียน 1 กลุ่ม และเลือกรูปสามเหลี่ยมออกมา 1 รูป แล้วถามว่า “กลุ่มอื่น ๆ มีใครคิดได้รูปที่เท่ากันทุกประการกับรูปนี้หรือไม่” (ครูสุ่มออกมา 2 กลุ่ม เพื่อลองนำรูปมาทับและดูว่าทับกันสนิทหรือไม่)

- ครูใช้คำถามว่า “นักเรียนคิดว่าความสัมพันธ์แบบ มุม – มุม – ด้าน จะทำให้รูปสามเหลี่ยมสองรูปเท่ากันทุกประการหรือไม่” (แนวคำตอบ : เท่ากันทุกประการ)

- ครูอธิบายว่า “เราจะมาร่วมพิสูจน์ว่าความสัมพันธ์แบบ มุม – มุม – ด้าน นั้นทำให้รูปสามเหลี่ยมสองรูปเท่ากันทุกประการ”

4.2.3 ครูให้นักเรียน 2 กลุ่ม จับคู่กัน โดยครูแจกใบกิจกรรม และให้นักเรียนตัดรูปสามเหลี่ยมของทั้ง 2 กลุ่ม ที่นักเรียนคิดว่าเท่ากันทุกประการ มาติดลงในใบกิจกรรม และร่วมกันอภิปรายว่ารูปสามเหลี่ยมของทั้ง 2 กลุ่มเท่ากันทุกประการหรือไม่ พร้อมให้เหตุผล (ทำลงในใบกิจกรรม) จากนั้นครูให้แต่ละกลุ่มสร้างข้อความคาดการณ์เกี่ยวกับความสัมพันธ์แบบ มุม – มุม – ด้าน พร้อมพิสูจน์

4.3 ขั้นนำเสนอผลการค้นพบและลงข้อสรุป

ใช้เวลาประมาณ 10 นาที ซึ่งมีรายละเอียดดังนี้

4.3.1 ครูสุ่มนักเรียนออกมานำเสนอผลการค้นพบ โดยครูและนักเรียนทั้งห้องร่วมกันอภิปรายถึงความถูกต้องเหมาะสมของข้อความคาดการณ์ และการพิสูจน์

4.3.2 ครูใช้คำถามว่า “ในกิจกรรม ครูกำหนดว่าให้สร้างด้านที่ไม่อยู่ระหว่างมุมทั้งสองมีความยาว 5 เซนติเมตร ถ้าครูเปลี่ยนเงื่อนไขเป็นด้านที่อยู่ระหว่างมุมทั้งสองมีความยาว 5 เซนติเมตร รูป 2 รูปนั้นยังเท่ากันทุกประการหรือไม่ อย่างไร ” (แนวคำตอบ : เท่ากันทุกประการ แบบ มุม – ด้าน – มุม)

4.3.3 ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปทฤษฎีบทในการตรวจสอบรูปสามเหลี่ยมที่เท่ากันทุกประการ โดยครูให้นักเรียนบอกความสัมพันธ์ที่ทำให้รูปสามเหลี่ยมสองรูปเท่ากันทุกประการมาทั้งหมด

4.3.4 ครูใช้คำถามว่า “นักเรียนคิดว่า มีความสัมพันธ์แบบอื่นอีกหรือไม่” (ครูลองให้นักเรียนคิดว่าความสัมพันธ์แบบ มุม – ด้าน – ด้าน และ มุม – มุม – มุม เพียงพอที่จะสรุปว่ารูปสามเหลี่ยมเท่ากันทุกประการหรือไม่ จากนั้นครูและนักเรียนร่วมกันอภิปรายเกี่ยวกับความสัมพันธ์แบบ มุม – ด้าน – ด้าน และ มุม – มุม – มุม โดยครูสุ่มนักเรียน 2 คน ออกมาวาดรูปแสดงความสัมพันธ์ทั้งสอง และเปรียบเทียบกันว่าทั้งสองคนวาดรูปได้เหมือนกันหรือไม่ แล้วจึงร่วมกันสรุปว่า ความสัมพันธ์ทั้ง 2 แบบไม่เพียงพอที่จะสรุปว่ารูปสามเหลี่ยมเท่ากันทุกประการ)

4.4 ขั้นประยุกต์ใช้

ใช้เวลาประมาณ 20 นาที ซึ่งมีรายละเอียดดังนี้

4.4.1 ครูยกตัวอย่างที่ 1 เพื่อให้เห็นถึงการนำความสัมพันธ์แบบ มุม – มุม – ด้าน ไปใช้ในการตรวจสอบความเท่ากันทุกประการ โดยครูให้เวลานักเรียนลองทำ 3 นาที จากนั้นครูและนักเรียนร่วมกันเฉลยคำตอบ จากตัวอย่างนี้ครูใช้คำถามว่า “มีนักเรียนใช้วิธีอื่นหรือไม่” (สามารถใช้ความสัมพันธ์แบบ มุม – ด้าน – มุม ในการพิสูจน์ได้) [ครูสุ่มนักเรียนคนที่ทำแตกต่างจากเพื่อนออกมานำเสนอแนวคิด]

4.4.2 ครูยกตัวอย่างที่ 2 เพื่อให้เห็นถึงการนำความสัมพันธ์แบบ มุม – มุม – ด้าน ไปใช้ในการตรวจสอบความเท่ากันทุกประการ โดยครูและนักเรียนช่วยกันวาดรูปประกอบการพิสูจน์ จากนั้นครูให้เวลานักเรียนลองทำ 3 นาที และร่วมกันเฉลยคำตอบ จากตัวอย่างนี้ครูและ

นักเรียนร่วมกันสรุปสมบัติของรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่วเพิ่มเติมจากที่นักเรียนเคยเรียนในเรื่องความเท่ากันทุกประการ

4.4.3 ครูยกตัวอย่างที่ 3 เพื่อให้เห็นถึงการนำความสัมพันธ์แบบ มุม – มุม – ด้าน ไปใช้ในการตรวจสอบความเท่ากันทุกประการ โดยครูให้นิเวศนักรเรียนลองทำ 3 นาที จากนั้นครูและนักเรียนร่วมกันเฉลยคำตอบ

4.4.4 ครูแจกใบตรวจสอบความรู้ เรื่อง เส้นขนานและรูปสามเหลี่ยม และให้นิเวศนักรเรียนในการทำ 3 นาที จากนั้นครูและนักเรียนร่วมกันเฉลยคำตอบ และสรุปทฤษฎีบทเส้นขนานและรูปสามเหลี่ยมทั้ง 3 ทฤษฎีบท

5. การวัดผลและประเมินผลการเรียนรู้

เพื่อให้สอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้ การวัดและประเมินผลการเรียนรู้ในคาบนี้มีดังนี้

จุดประสงค์การเรียนรู้ที่ต้องการวัดและประเมินผล	การวัดผล	การประเมินผล
ด้านความรู้ทางคณิตศาสตร์ 1. อธิบายทฤษฎีบทเส้นขนานและรูปสามเหลี่ยมได้	วิธีวัดผล : พิจารณาความถูกต้องของคำตอบที่ใช้ในการให้เหตุผลของนักเรียนในใบตรวจสอบความรู้ เรื่อง เส้นขนานและรูปสามเหลี่ยม (ข้อ 1 เหตุผลข้อ 6) เครื่องมือวัดผล : ใบตรวจสอบความรู้ เรื่อง เส้นขนานและรูปสามเหลี่ยม	เกณฑ์การให้คะแนน : คะแนนเต็ม 1 คะแนน มีเกณฑ์การให้คะแนน ดังนี้ ถ้า นักเรียน ตอบได้ถูกต้อง จะได้ คะแนน 1 คะแนน ถ้า นักเรียน ตอบไม่ถูกต้อง จะได้ คะแนน 0 คะแนน เกณฑ์การประเมินผล : ถ้า นักเรียน ได้คะแนน 1 คะแนน ถือว่าผ่าน

จุดประสงค์การเรียนรู้ที่ ต้องการวัดและประเมินผล	การวัดผล	การประเมินผล
<u>ด้านความรู้ทางคณิตศาสตร์</u> (ต่อ) 2. นำทฤษฎีบทของเส้นขนานและรูปสามเหลี่ยมไปใช้แก้โจทย์ปัญหาที่เกี่ยวข้องได้	<u>วิธีวัดผล :</u> พิจารณาความถูกต้องของคำตอบของนักเรียนในใบตรวจสอบความรู้ เรื่อง เส้นขนานและรูปสามเหลี่ยม <u>เครื่องมือวัดผล :</u> ใบตรวจสอบความรู้ เรื่อง เส้นขนานและรูปสามเหลี่ยม	<u>เกณฑ์การให้คะแนน :</u> คะแนนเต็ม 8 คะแนน มีเกณฑ์การให้คะแนน ดังนี้ ถ้า นักเรียน ตอบได้ถูกต้อง จะได้ คะแนน 1 คะแนน ถ้า นักเรียน ตอบไม่ถูกต้อง จะได้ คะแนน 0 คะแนน <u>เกณฑ์การประเมินผล :</u> ถ้า นักเรียน ได้คะแนนตั้งแต่ 5 คะแนนขึ้นไป ถือว่าผ่าน
<u>ด้านทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ :</u> 1. สร้างข้อความคาดการณ์เกี่ยวกับความสัมพันธ์ของเส้นขนานและรูปสามเหลี่ยมและพิสูจน์ข้อความนั้นได้	<u>วิธีวัดผล :</u> พิจารณาความถูกต้องของข้อความคาดการณ์ที่นักเรียนสร้าง ในใบกิจกรรม เรื่อง เท่าไม่เท่า <u>เครื่องมือวัดผล :</u> ใบกิจกรรม เรื่อง เท่าไม่เท่า	<u>เกณฑ์การให้คะแนน :</u> คะแนนเต็ม 3 คะแนน แบ่งเป็นคะแนน ดังนี้ ถ้า นักเรียน สร้างข้อความคาดการณ์ได้ถูกต้อง จะได้ ข้อละ 1 คะแนน ถ้า นักเรียน สามารถพิสูจน์ข้อความคาดการณ์ได้ถูกต้อง จะได้ 2 คะแนน <u>เกณฑ์การประเมินผล :</u> ถ้า นักเรียน ได้คะแนนตั้งแต่ 2 คะแนนขึ้นไป ถือว่าผ่าน

จุดประสงค์การเรียนรู้ที่ ต้องการวัดและประเมินผล	การวัดผล	การประเมินผล
<u>ด้านคุณลักษณะ</u> <u>อันพึงประสงค์ :</u> 1. มีส่วนร่วมในการทำกิจกรรม ในชั้นเรียน 2. มีความรับผิดชอบใน การทำงานที่มอบหมาย	<u>วิธีวัดผล :</u> พิจารณาพฤติกรรมหรือ การแสดงออกของนักเรียน ขณะตอบคำถามหรือ ทำงานที่มอบหมาย โดยมี ครูเป็นผู้สังเกตแล้วบันทึก ในแบบสังเกตพฤติกรรม การทำงานของนักเรียน <u>เครื่องมือวัดผล :</u> แบบสังเกตพฤติกรรม การทำงานของนักเรียน	<u>เกณฑ์การให้คะแนน :</u> ในแต่ละข้อของแบบสังเกต พฤติกรรม ถ้า นักเรียน แสดงออก ให้เห็นอย่างเด่นชัด จะได้ คะแนน 2 คะแนน ถ้า นักเรียน แสดงออก ให้เห็นเพียงเล็กน้อย จะได้ คะแนน 1 คะแนน ถ้า นักเรียน ไม่แสดงออก เลย จะได้ คะแนน 0 คะแนน <u>เกณฑ์การประเมินผล :</u> ถ้า นักเรียน ได้คะแนน ตั้งแต่ 2 คะแนนขึ้นไป ถือว่าผ่าน

แบบสังเกตพฤติกรรมการทำงานของนักเรียน

วันที่ : _____ เวลา _____

ชื่อกิจกรรม : _____

การให้คะแนน : ถ้าแสดงพฤติกรรมให้เห็นอย่างเด่นชัด จะได้ คะแนน 2 คะแนน
 ถ้าแสดงพฤติกรรมให้เห็นเพียงเล็กน้อย จะได้ คะแนน 1 คะแนน
 ถ้าไม่แสดงพฤติกรรมเลย จะได้ คะแนน 0 คะแนน

	พฤติกรรมที่ต้องการวัด และประเมินผล	นักเรียนคนที่ 1-8							
		01	02	03	04	05	06	07	08
01	มีส่วนร่วมในการทำ กิจกรรมในชั้นเรียน								
02	มีความรับผิดชอบใน การทำงานที่มอบหมาย								
รวมคะแนน									

	พฤติกรรมที่ต้องการวัด และประเมินผล	นักเรียนคนที่ 9-15							
		9	10	11	12	13	14	15	
01	มีส่วนร่วมในการทำ กิจกรรมในชั้นเรียน								
02	มีความรับผิดชอบใน การทำงานที่มอบหมาย								
รวมคะแนน									

6. บันทึกหลังการจัดการเรียนรู้

6.1 ด้านนักเรียน

(ระบุ ความรู้/ทักษะและกระบวนการ/คุณลักษณะอันพึงประสงค์ของนักเรียนที่พบ)

6.2 ด้านผู้สอน

(ระบุ ปัญหาหรือผลการจัดการเรียนรู้/ข้อเสนอแนะสำหรับการจัดการเรียนรู้
ครั้งต่อไป)

6.3 ด้านอื่นๆ (ถ้ามี)

เลขที่ของสมาชิกในกลุ่ม

ใบกิจกรรม เรื่อง เท่าไม้เท้า

คำชี้แจง : ให้นักเรียนนำรูปของกลุ่มตนเองมาติดลงในบริเวณที่กำหนดให้ และตอบคำถามต่อไปนี้

รูปของกลุ่มที่ 1

รูปของกลุ่มที่ 2

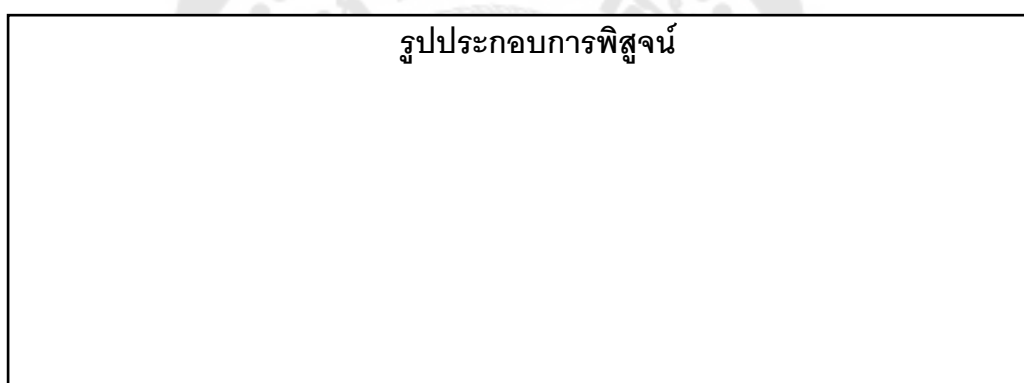
1. นักเรียนคิดว่ารูปสามเหลี่ยมทั้ง 2 รูปเท่ากันทุกประการหรือไม่ จงอธิบาย พร้อมให้เหตุผล



2. จากกิจกรรม จงสร้างข้อความคาดการณ์ พร้อมพิสูจน์

ข้อความคาดการณ์

รูปประกอบการพิสูจน์



กำหนดให้

ต้องการพิสูจน์ว่า

พิสูจน์

ข้อความ	เหตุผล

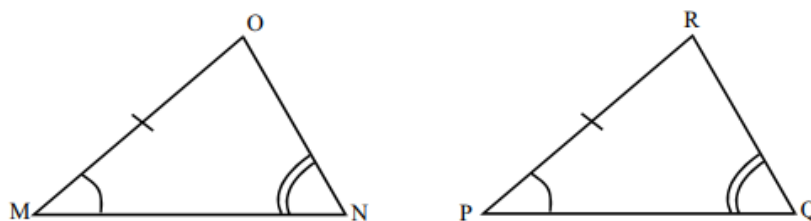
สรุป

ชื่อ ชั้น เลขที่

เอกสารประกอบการเรียน เรื่อง เส้นขนานและรูปสามเหลี่ยม (2)

ทฤษฎีบท

ถ้ารูปสามเหลี่ยมสองรูปมีมุมที่มีขนาดเท่ากันสองคู่ และด้านคู่ที่อยู่ตรงข้ามกับมุมคู่ที่มีขนาดเท่ากัน ยาวเท่ากันหนึ่งคู่ แล้วรูปสามเหลี่ยมสองรูปนั้นเท่ากันทุกประการ (มุม – มุม – ด้าน)



กำหนดให้ $\widehat{OMN} = \widehat{RPQ}$, $\widehat{MNO} = \widehat{PQR}$ และ $OM = RP$

ต้องการพิสูจน์ว่า $\triangle MNO \cong \triangle PQR$

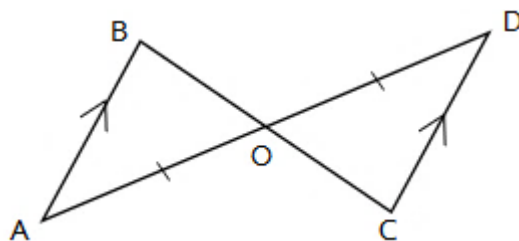
พิสูจน์ พิจารณา $\triangle MNO$ และ $\triangle PQR$

ข้อความ	เหตุผล
1. $\widehat{OMN} = \widehat{RPQ}$	1. กำหนดให้
2. $\widehat{MNO} = \widehat{PQR}$	2. กำหนดให้
3. $OM = RP$	3. กำหนดให้
4. $\widehat{OMN} + \widehat{MNO} + \widehat{NOM} = 180^\circ$	4. ขนาดของมุมภายในทั้งสามของรูปสามเหลี่ยมรวมกันได้ 180°
5. $\widehat{RPQ} + \widehat{PQR} + \widehat{QRP} = 180^\circ$	5. ขนาดของมุมภายในทั้งสามของรูปสามเหลี่ยมรวมกันได้ 180°
6. $\widehat{OMN} + \widehat{MNO} + \widehat{NOM} = \widehat{RPQ} + \widehat{PQR} + \widehat{QRP}$	6. จากข้อ 3, 4 และสมบัติของการเท่ากัน
7. $\widehat{NOM} = \widehat{QRP}$	7. จากข้อ 1, 2, 6 และสมบัติของการเท่ากัน
8. $\triangle MNO \cong \triangle PQR$	8. จากข้อ 1, 3 และ 7 มีความสัมพันธ์แบบ มุม – ด้าน – มุม

สรุป $\triangle MNO \cong \triangle PQR$

นั่นคือ ถ้ารูปสามเหลี่ยมสองรูปมีมุมที่มีขนาดเท่ากันสองคู่ และด้านคู่ที่อยู่ตรงข้ามกับมุมคู่ที่มีขนาดเท่ากัน ยาวเท่ากันหนึ่งคู่ แล้วรูปสามเหลี่ยมสองรูปนั้นเท่ากันทุกประการ (มุม – มุม – ด้าน)

ตัวอย่างที่ 1 จากรูปกำหนดให้ $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$ และ $AO = DO$ จงพิสูจน์ว่า $AB = DC$



กำหนดให้

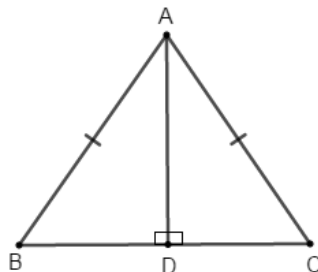
ต้องการพิสูจน์ว่า

พิสูจน์

ข้อความ	เหตุผล
1.	1.
2.	2.
3.	3.
4.	4.
5.	5.
6.	6.

สรุป

ตัวอย่างที่ 2 จงพิสูจน์ว่าเส้นส่วนสูงที่ลากจากจุดยอดลงมายังฐานของรูปสามเหลี่ยมเหลี่ยมนั้น
หน้าจั่วจะแบ่งรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่วเป็นรูปสามเหลี่ยมสองรูปที่เท่ากันทุกประการ



กำหนดให้

ต้องการพิสูจน์ว่า

พิสูจน์

ข้อความ	เหตุผล
1.	1.
2.	2.
3.	3.
4.	4.
5.	5.

สรุป

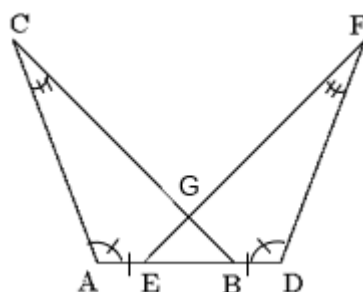
.....

จากการพิสูจน์ในตัวอย่าง 2 สามารถสรุปเป็นสมบัติของรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว
(เพิ่มเติมจากตอนเรียนเรื่องความเท่ากันทุกประการ) ดังนี้

.....

ตัวอย่างที่ 3 จากรูปกำหนดให้ $\hat{CAB} = \hat{FDE}$, $\hat{ACB} = \hat{DFE}$ และ $AE = DB$ จงพิสูจน์ว่า

$$AC = DF$$



กำหนดให้

ต้องการพิสูจน์ว่า

พิสูจน์

ข้อความ	เหตุผล
1.	1.
2.	2.
3.	3.
4.	4.
5.	5.
6.	6.
7.	7.
8.	8.

สรุป

ชื่อ ชั้น เลขที่

ใบตรวจสอบความรู้ เรื่อง เส้นขนานและรูปสามเหลี่ยม

1) จงเติมการพิสูจน์ต่อไปนี้ให้สมบูรณ์

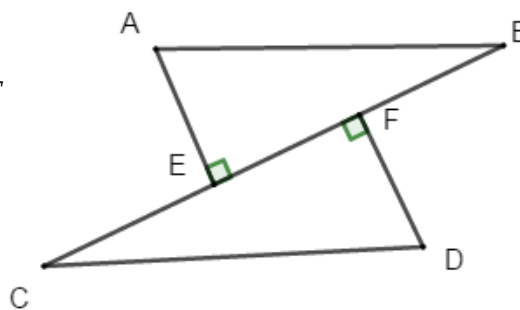
กำหนดให้ $\triangle ABE$ และ $\triangle DCF$ เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

ที่มี $\hat{AEB}$ และ $\hat{DFC}$ เป็นมุมฉาก

$\overline{AB} // \overline{DC}$, $AB = DC$ และ $AE = 5$ หน่วย

ต้องการพิสูจน์ว่า $DF = 5$ หน่วย

พิสูจน์ พิจารณา $\triangle ABE$ และ $\triangle DCF$



ข้อความ	เหตุผล
1. $\hat{AEB} = \hat{DFC} = 90^\circ$	1. กำหนดให้ $\hat{AEB}$ และ $\hat{DFC}$ เป็นมุมฉาก
2. $\overline{AB} // \overline{DC}$	2. กำหนดให้
3. $AB = DC$	3. กำหนดให้
4. $AE = 5$ หน่วย	4. กำหนดให้
5.	5.
6.	6.
7.	7.
8.	8.

สรุป $DF = 5$ หน่วย

ชื่อ ชั้น เลขที่

เฉลยใบตรวจสอบความรู้ เรื่อง เส้นขนานและรูปสามเหลี่ยม

1) จงเติมการพิสูจน์ต่อไปนี้ให้สมบูรณ์

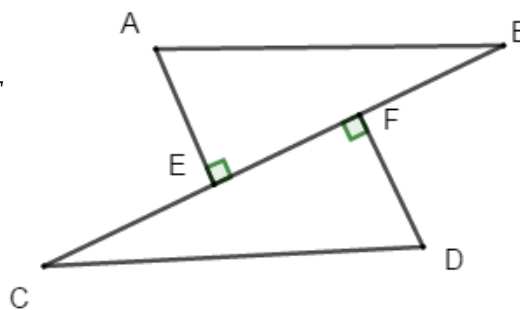
กำหนดให้ $\triangle ABE$ และ $\triangle DCF$ เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

ที่มี $\hat{AEB}$ และ $\hat{DFC}$ เป็นมุมฉาก

$\overline{AB} // \overline{DC}$, $AB = DC$ และ $AE = 5$ หน่วย

ต้องการพิสูจน์ว่า $DF = 5$ หน่วย

พิสูจน์ พิจารณา $\triangle ABE$ และ $\triangle DCF$



ข้อความ	เหตุผล
1. $\hat{AEB} = \hat{DFC} = 90^\circ$	1. กำหนดให้ $\hat{AEB}$ และ $\hat{DFC}$ เป็นมุมฉาก
2. $\overline{AB} // \overline{DC}$	2. กำหนดให้
3. $AB = DC$	3. กำหนดให้
4. $AE = 5$ หน่วย	4. กำหนดให้
5. $\hat{EBA} = \hat{FCD}$	5. จากข้อ 2 ถ้าเส้นตรงสองเส้นขนานกันและมีเส้นตัดแล้วมุมแย้งมีขนาดเท่ากัน
6. $\triangle ABE \cong \triangle DCF$	6. จากข้อ 1, 5, 3 มีความสัมพันธ์แบบ มุม – มุม – ด้าน
7. $AE = DF$	7. จากข้อ 6 ด้านคู่ที่สมนัยกันของรูปสามเหลี่ยมที่เท่ากันทุกประการจะมีความยาวเท่ากัน
8. $DF = 5$ หน่วย	8. จากข้อ 4, 7 และสมบัติของการเท่ากัน

สรุป $DF = 5$ หน่วย



ชื่อ ชั้น เลขที่

แบบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง เส้นขนาน

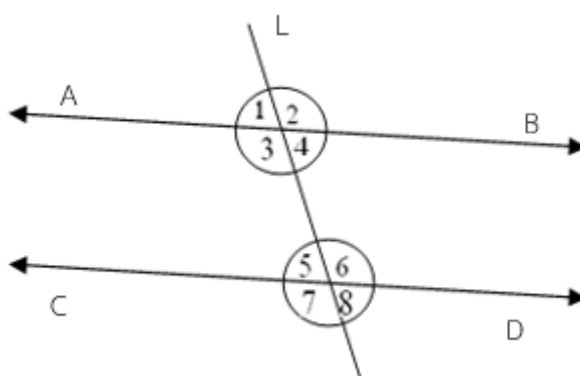
คำชี้แจง 1) แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง เส้นขนาน มีทั้งหมด 10 ข้อ

รวม 10 คะแนน

2) ข้อสอบทุกข้อ มุมที่กล่าวถึงจะมีขนาดไม่เกิน 180 องศา (ไม่ใช่มุมกลับ)

3) จงเติมคำตอบลงในช่องว่างที่กำหนดให้

1. กำหนด $\overleftrightarrow{AB}$ และ $\overleftrightarrow{CD}$ โดยมี L เป็นเส้นตัด



จากรูป พิจารณาข้อความต่อไปนี้

ก. ถ้า $\hat{3} = \hat{6}$ แล้วสามารถสรุปได้ว่า $\overleftrightarrow{AB} // \overleftrightarrow{CD}$

ข. ถ้า $\hat{4} = 180^\circ - \hat{6}$ แล้วสามารถสรุปได้ว่า $\overleftrightarrow{AB} // \overleftrightarrow{CD}$

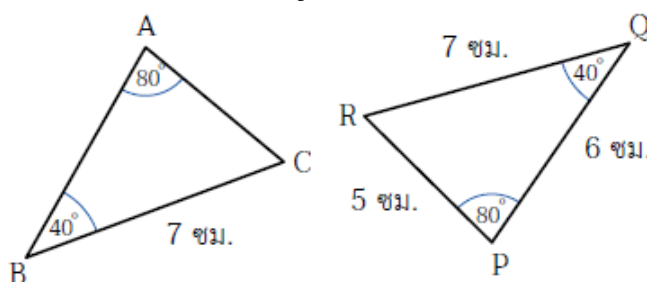
ค. ถ้า $\hat{1} = \hat{8}$ แล้วสามารถสรุปได้ว่า $\overleftrightarrow{AB} // \overleftrightarrow{CD}$

ง. ถ้า $\hat{6} = \hat{7}$ แล้วสามารถสรุปได้ว่า $\overleftrightarrow{AB} // \overleftrightarrow{CD}$

ข้อใดเป็นเท็จ (ตอบเฉพาะตัวอักษรภาษาไทย)

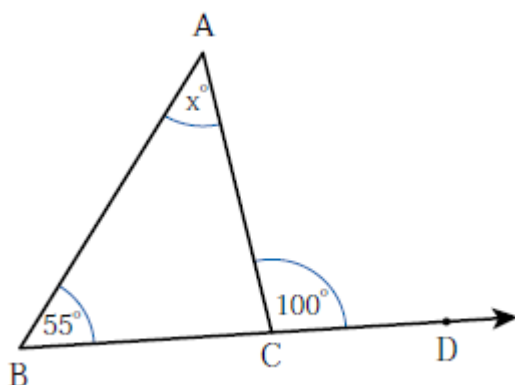
ตอบ _____

2. กำหนด $\triangle ABC$ และ $\triangle PQR$ จงหาว่า $\overline{AB}$ ยาวมากกว่า $\overline{AC}$ ที่เซนต์เมตร



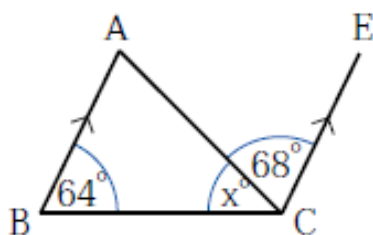
ตอบ _____

3. จากรูป กำหนดให้ $\hat{BAC} = x^\circ$, $\hat{ABC} = 55^\circ$ และ $\hat{ACD} = 100^\circ$ จงหาค่าของ x



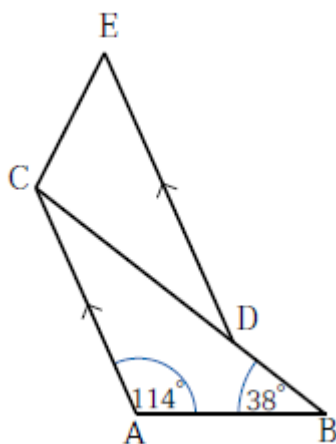
ตอบ _____

4. จากรูป กำหนดให้ $\overline{AB} \parallel \overline{EC}$, $\hat{ABC} = 64^\circ$, $\hat{ACB} = x^\circ$ และ $\hat{ACE} = 68^\circ$ จงหาค่าของ x



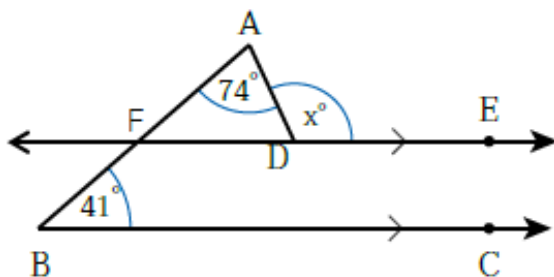
ตอบ _____

5. จากรูป กำหนดให้ $\overline{AC} \parallel \overline{DE}$, $\hat{CAB} = 114^\circ$ และ $\hat{CBA} = 38^\circ$ จงหาขนาดของ $\hat{CDE}$



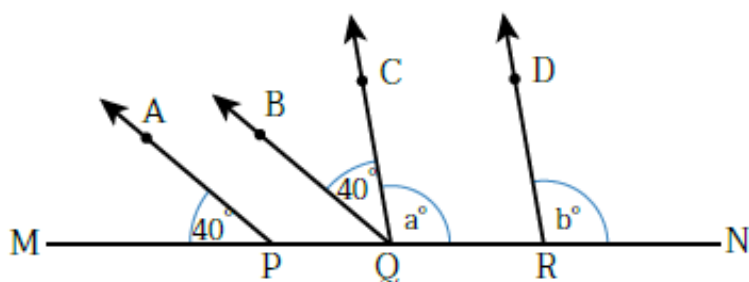
ตอบ _____

6. จากรูป กำหนดให้ $\overline{FE} \parallel \overline{BC}$, $\hat{ABC} = 41^\circ$, $\hat{BAD} = 74^\circ$ และ $\hat{ADE} = x^\circ$ จงหาค่าของ x



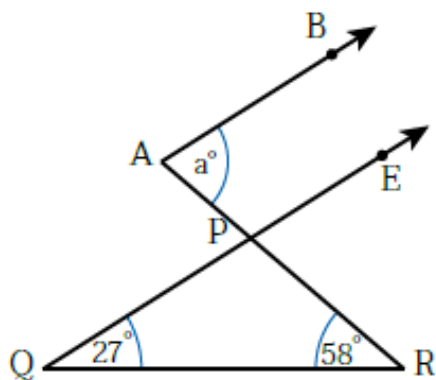
ตอบ _____

7. จากรูป กำหนดให้ $\overline{PA} \parallel \overline{QB}$ และ $\overline{QC} \parallel \overline{RD}$ ถ้า $\hat{MPA} = 40^\circ$, $\hat{BQC} = 40^\circ$, $\hat{CQR} = a^\circ$ และ $\hat{DRN} = b^\circ$ จงหาค่าของ $a+b$



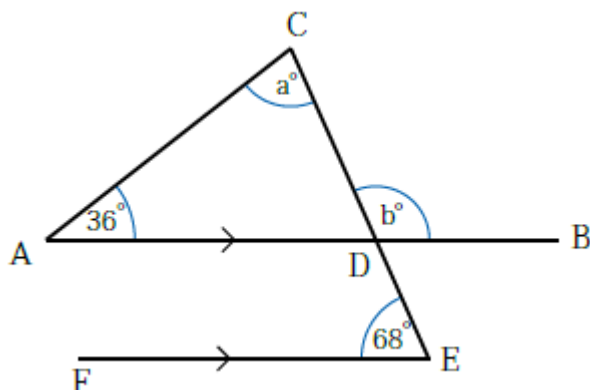
ตอบ _____

8. จากรูป กำหนดให้ $\overline{AB} \parallel \overline{QE}$, $\hat{PQR} = 27^\circ$, $\hat{PRQ} = 58^\circ$ และ $\hat{PAB} = a^\circ$ จงหาค่าของ a



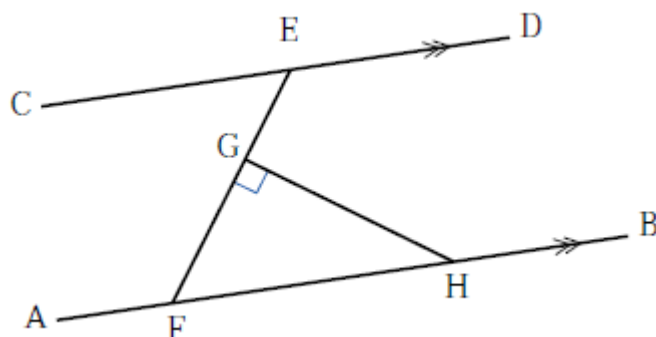
ตอบ _____

9. จากรูป กำหนดให้ $\overline{AB} \parallel \overline{FE}$, $\hat{D}AC = 36^\circ$, $\hat{D}EF = 68^\circ$, $\hat{A}CD = a^\circ$ และ $\hat{C}DB = b^\circ$
 จงหาค่าของ $a+b$



ตอบ _____

10. จากรูป กำหนดให้ $\overline{AB}$ ขนานกับ $\overline{CD}$ จุด E และ F อยู่บน $\overline{CD}$ และ $\overline{AB}$ ตามลำดับ และ $\overline{GH}$ ตั้งฉากกับ $\overline{EF}$ ถ้า $\hat{C}EF$ มีขนาด 55° จงหาขนาดของ $\hat{G}HB$



ตอบ _____



ภาคผนวก ช
แบบวัดความสามารถในการพิสูจน์ เรื่อง เส้นขนาน

ชื่อ ชั้น เลขที่

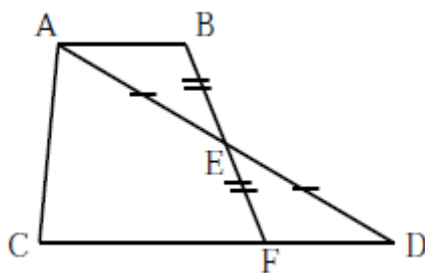
แบบวัดความสามารถในการพิสูจน์ เรื่อง เส้นขนาน**คำชี้แจง** ข้อสอบมีทั้งหมด 2 ตอน (คะแนนรวม 42 คะแนน) ดังนี้

ตอนที่ 1 เติมคำตอบลงในส่วนที่กำหนดให้ จำนวน 2 ข้อ รวม 12 คะแนน

ตอนที่ 2 เขียนแสดงการพิสูจน์โดยละเอียด จำนวน 2 ข้อ รวม 30 คะแนน

ตอนที่ 1 เติมคำตอบลงในส่วนที่กำหนดให้ (ข้อ 1 และ 2)**คำชี้แจง** 1. จงเติมเหตุผลในการพิสูจน์ให้สมบูรณ์

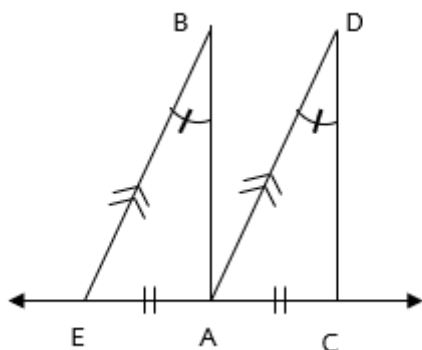
2. การเขียนให้เหตุผลที่ใช้ในการพิสูจน์ต้องใช้ข้อทฤษฎีบท และสมบัติที่ถูกต้องเท่านั้น มิฉะนั้นจะถือว่าผิด

1. จากรูป กำหนดให้ $AE = DE$ และ $BE = FE$ จงพิสูจน์ว่า $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$ กำหนดให้ $AE = DE$ และ $BE = FE$ ต้องการพิสูจน์ว่า $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$ พิสูจน์ พิจารณา $\triangle ABE$ และ $\triangle DFE$

ข้อความ	เหตุผล
1. $AE = DE$	1.
2. $\angle BEA = \angle FED$	2.
3. $BE = FE$	3.
4. $\triangle ABE \cong \triangle DFE$	4.
5. $\angle ABE = \angle DFE$	5.
6. $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$	6.

สรุป $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$

2. จากรูป กำหนดให้ $\angle E\hat{B}A = \angle A\hat{D}C$, $\overline{EB} \parallel \overline{AD}$ และ $EA = AC$ จงพิสูจน์ว่า $AB = CD$



กำหนดให้ $\angle E\hat{B}A = \angle A\hat{D}C$, $\overline{EB} \parallel \overline{AD}$ และ $EA = AC$

ต้องการพิสูจน์ว่า $AB = CD$

พิสูจน์ พิจารณา $\triangle BEA$ และ $\triangle DAC$

ข้อความ	เหตุผล
1. $\angle E\hat{B}A = \angle A\hat{D}C$	1.
2. $\overline{EB} \parallel \overline{AD}$	2.
3. $\angle BEA = \angle DAC$	3.
4. $EA = AC$	4.
5. $\triangle BEA \cong \triangle DAC$	5.
6. $AB = CD$	6.

สรุป $AB = CD$

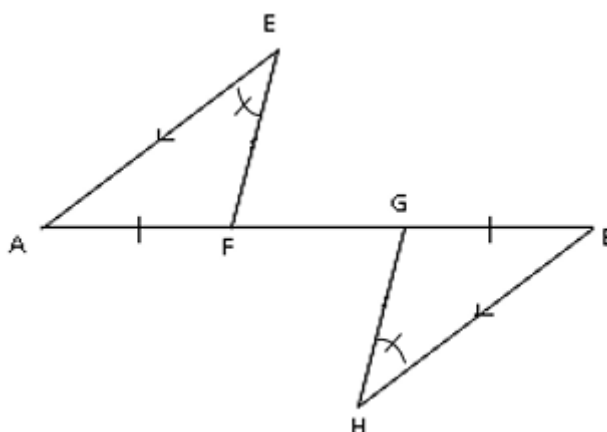
ตอนที่ 2 เขียนแสดงการพิสูจน์โดยละเอียด (ข้อ 3 และ 4)

คำชี้แจง 1. ข้อ 3 และ 4 จงเขียนแสดงการพิสูจน์ในแต่ละข้อที่กำหนดให้

2. การเขียนให้เหตุผลที่ใช้ในการพิสูจน์ต้องใช้บทนิยาม ทฤษฎีบท และสมบัติที่ถูกต้องเท่านั้น มิฉะนั้นจะถือว่าผิด

3. การใช้สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ จะต้องเขียนให้ถูกต้องเท่านั้น มิฉะนั้นจะถือว่าผิด

3. จากรูป กำหนดให้ $AF = BG$, $\angle AEF = \angle BHG$ และ $\overline{AE} \parallel \overline{HB}$ จงพิสูจน์ว่า $FE = GH$



กำหนดให้

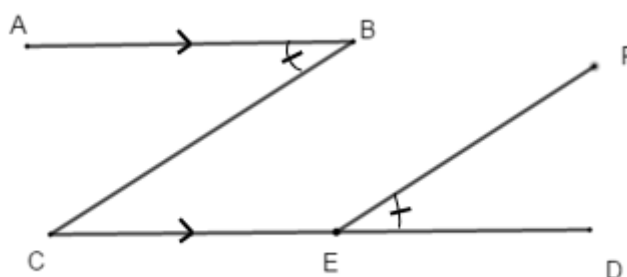
ต้องการพิสูจน์ว่า

พิสูจน์

ข้อความ	เหตุผล
1.	1.
2.	2.
3.	3.
4.	4.
5.	5.
6.	6.

สรุป

4. จากรูป กำหนดให้ $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$ และ $\angle ABC = \angle FED$ จงพิสูจน์ว่า $\overline{CB} \parallel \overline{EF}$



กำหนดให้

ต้องการพิสูจน์ว่า

พิสูจน์

ข้อความ	เหตุผล
1.	1.
2.	2.
3.	3.
4.	4.
5.	5.

สรุป

ประวัติผู้เขียน

ชื่อ-สกุล	คณศ คุ่มทองสุวรรณ
วัน เดือน ปี เกิด	24 พฤษภาคม 2538
สถานที่เกิด	นครสวรรค์
วุฒิการศึกษา	พ.ศ. 2556 มัธยมศึกษาตอนปลาย จากโรงเรียนตากสินประชาสรรค์ จังหวัดนครสวรรค์ พ.ศ. 2561 ระดับปริญญาตรี ครุศาสตรบัณฑิต (ค.บ.) สาขามัธยมศึกษา (วิทยาศาสตร์) วิชาเอกคณิตศาสตร์ คณะครุศาสตร์ จากจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย พ.ศ. 2563 ระดับปริญญาโท การศึกษามหาบัณฑิต (กศ.ม.) สาขาคณิตศาสตร์ คณะวิทยาศาสตร์ จากมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ที่อยู่ปัจจุบัน 113-115 ถนนพระสังข์ ตำบลตากสิน อำเภอตากสิน จังหวัดนครสวรรค์ 60140