



การหาค่าสัมประสิทธิ์การกระดอนของลูกเทนนิสและลูกกอล์ฟ

โดยใช้เซนเซอร์ของสมาร์ทโฟน

MEASURING COEFFICIENT OF RESTITUTION FOR TENNIS AND GOLF BALLS
USING SMARTPHONE SENSORS

พงษ์ศักดิ์ ไชยสุวรรณ

บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ

2562

การหาค่าสัมประสิทธิ์การกระดอนของลูกเทนนิสและลูกกอล์ฟ
โดยใช้เซนเซอร์ของสมาร์ทโฟน



ปริญญานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตร
การศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาฟิสิกส์
คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ
ปีการศึกษา 2562
ลิขสิทธิ์ของมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ

MEASURING COEFFICIENT OF RESTITUTION FOR TENNIS AND GOLF BALLS
USING SMARTPHONE SENSORS



PHONGSAK CHAISUWAN

A Thesis Submitted in Partial Fulfillment of the Requirements
for the Degree of MASTER OF EDUCATION
(Physics)

Faculty of Science, Srinakharinwirot University

2019

Copyright of Srinakharinwirot University

ปริญญานิพนธ์
เรื่อง
การหาค่าสัมประสิทธิ์การกระดอนของลูกเทนนิสและลูกกอล์ฟ
โดยใช้เซนเซอร์ของสมาร์ทโฟน
ของ
พงษ์ศักดิ์ ไชยสุวรรณ

ได้รับอนุมัติจากบัณฑิตวิทยาลัยให้นับเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตร

ปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาฟิสิกส์

ของมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ

(รองศาสตราจารย์ นายแพทย์ฉัตรชัย เอกปัญญาสกุล)

คณบดีบัณฑิตวิทยาลัย

คณะกรรมการสอบปากเปล่าปริญญานิพนธ์

..... ที่ปรึกษาหลัก ประธาน
(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.โชคชัย พุทธิรักษา) (อาจารย์ ดร.ชินวุธ พัฒนาภานุกุล)

..... ที่ปรึกษาร่วม กรรมการ
(อาจารย์ ดร.สุพิชญ์ แหม่มณี) (อาจารย์ ดร.สุวรรณ พลายพิชิต)

ชื่อเรื่อง	การหาค่าสัมประสิทธิ์การกระดอนของลูกเทนนิสและลูกกอล์ฟ โดยใช้เซนเซอร์ของสมาร์ทโฟน
ผู้วิจัย	พงษ์ศักดิ์ ไชยสุวรรณ
ปริญญา	การศึกษามหาบัณฑิต
ปีการศึกษา	2562
อาจารย์ที่ปรึกษา	ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. โชคชัย พุทธิรักษา
อาจารย์ที่ปรึกษาร่วม	อาจารย์ ดร. สุพิชญ์ แหมมณี

งานวิจัยนี้มีจุดประสงค์เพื่อหาค่าสัมประสิทธิ์การกระดอนของลูกเทนนิสและลูกกอล์ฟ โดยใช้เซนเซอร์ของสมาร์ทโฟน บอลและสมาร์ทโฟนถูกติดอยู่กับปลายทั้งสองฝั่งของแผ่นพลาสติกยาวมวลงเบา ฝั่งหนึ่งเป็นแกนหมุนติดสมาร์ทโฟนและอีกฝั่งถูกติดด้วยบอล ในการทดลอง บอลและแผ่นพลาสติกถูกปล่อยให้เหวี่ยงกระดอนกับแผ่นไม้หนามวลมาก ขณะเดียวกันข้อมูลตำแหน่งเชิงมุมและอัตราเร็วเชิงมุมจะถูกบันทึกด้วยเซนเซอร์ของสมาร์ทโฟน (เซนเซอร์ Gyroscope และ Device motion) เพื่อนำไปวิเคราะห์ค่าสัมประสิทธิ์การกระดอน และผลการทดลองด้วยเซนเซอร์ทั้งสองมีความสอดคล้องกับวิธีทั่วไป ผู้วิจัยหวังเป็นอย่างยิ่งว่าการทดลองนี้จะเป็นประโยชน์ต่อผู้สอนฟิสิกส์ เพื่อนำไปศึกษาการกระดอนของลูกเทนนิสและลูกกอล์ฟในห้องเรียนหรือทดลองหาค่าสัมประสิทธิ์การกระดอน

คำสำคัญ : สัมประสิทธิ์การกระดอน, ลูกเทนนิสและลูกกอล์ฟ, เซนเซอร์ Device motion และ gyroscope

Title	MEASURING COEFFICIENT OF RESTITUTION FOR TENNIS AND GOLF BALLS USING SMARTPHONE SENSORS
Author	PHONGSAK CHAISUWAN
Degree	MASTER OF EDUCATION
Academic Year	2019
Thesis Advisor	Assistant Professor Chokchai Puttharugsa , Ph.D.
Co Advisor	Supitch Khemmani , Ph.D.

The purpose of this research is to measure the coefficient of restitution (COR) for tennis and golf balls using smartphone sensors. The ball and smartphone were attached at the ends of a long plastic strip: one end had a pivot with an attached smartphone and the other end was for the attached ball. A ball on the plastic strip was used to bounce the ball. The experimental data, angular position and angular speed were recorded using the sensors on a smartphone (gyroscope sensor and device motion sensor) for analysis of the COR. The results of the COR obtained from both sensors agreed with the conventional method and references. This experiment may be useful for physics lecturers to demonstrate the bouncing ball in a classroom or a laboratory for determining the COR.

Keyword : Coefficient of restitution, Tennis and golf balls, Device motion and gyroscope sensors

กิตติกรรมประกาศ

ปริญญานิพนธ์เล่มนี้สำเร็จลุล่วงลงได้ด้วยความกรุณาให้คำปรึกษาและแนวทางวิจัยจาก ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.โชคชัย พุทธรักษา อาจารย์ที่ปรึกษาปริญญานิพนธ์และอาจารย์ ดร.สุพิชญ์ แฉมมณี อาจารย์ที่ปรึกษาร่วม ที่ให้คำปรึกษาค้นคว้าตลอดจนให้คำแนะนำและแก้ไขข้อบกพร่องต่างๆ เป็นอย่างดี ผู้วิจัยขอกราบขอบพระคุณอาจารย์ทั้งสองท่านด้วยความเคารพอย่างสูง

ขอกราบขอบพระคุณอาจารย์ ดร.ชินวุธ พิพัฒน์ภานุกุล และอาจารย์ ดร.สุวรรณ พลายพิชิต ที่ให้ความกรุณาเป็นกรรมการสอบปากเปล่า พร้อมทั้งให้ข้อเสนอแนะที่มีคุณค่า ตลอดจนให้แนวทางแก้ไขปริญญานิพนธ์จนสำเร็จอย่างสมบูรณ์

ขอกราบขอบพระคุณสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.) ที่กรุณาให้ทุนสนับสนุนในการทำวิจัยครั้งนี้

สุดท้ายนี้ ผู้วิจัยขอกราบขอบพระคุณบิดา มารดา และครอบครัวที่คอยให้กำลังใจ อีกทั้งให้การส่งเสริมสนับสนุนเสมอมา

พงษ์ศักดิ์ ไชยสุวรรณ

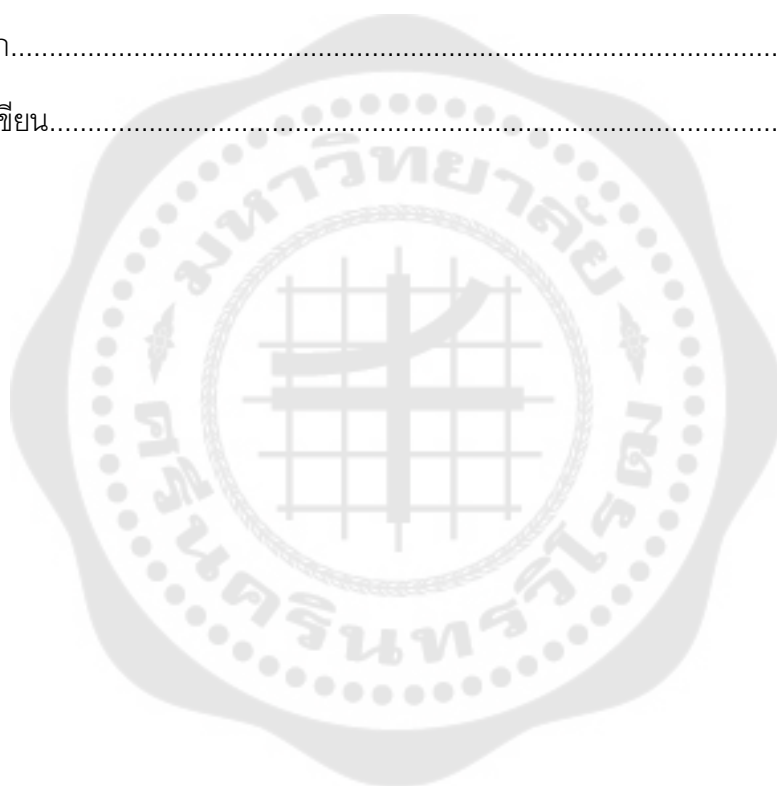
สารบัญ

หน้า

บทคัดย่อภาษาไทย	ง
บทคัดย่อภาษาอังกฤษ	จ
กิตติกรรมประกาศ.....	ฉ
สารบัญ	ช
สารบัญตาราง.....	ญ
สารบัญรูปภาพ	ฎ
บทที่ 1 บทนำ.....	1
ภูมิหลัง	1
ความมุ่งหมายของงานวิจัย.....	2
ขอบเขตของงานวิจัย	2
นิยามศัพท์เฉพาะ.....	3
ผลที่คาดว่าจะได้รับ	3
บทที่ 2 ทฤษฎี และงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง	4
1.การเคลื่อนที่แบบหมุนของวัตถุแข็งเกร็ง.....	4
1.1 การเคลื่อนที่แบบหมุนรอบแกนหมุนตรึงแน่น.....	4
1.2 โมเมนต์ความเฉื่อยของวัตถุแข็งเกร็งและทฤษฎีแกนขนาน	5
1.3 ทอร์กและความสัมพันธ์กับความเร่งเชิงมุม	7
1.4 โมเมนต์ัมเชิงมุมของวัตถุที่หมุนรอบแกนหมุน.....	8
1.5 การหาจุดศูนย์กลางมวลของระบบหลายวัตถุ.....	9
2.สัมประสิทธิ์การกระดอน.....	10
3.เซนเซอร์ของสมาร์ทโฟน (Sensors of smartphone)	14

3.1 Device motion sensor	14
3.2 Gyroscope sensor	15
3.3 Optical sensor	16
3.4 Ultrasonic sensor	17
3.5 Magnetometer sensor	18
4.งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง	20
บทที่ 3 การดำเนินงานวิจัย	26
1.การคำนวณเชิงทฤษฎี	26
2.เครื่องมือที่ใช้ในงานวิจัย.....	29
2.1 วัสดุอุปกรณ์.....	29
2.2 วิธีการสร้างชุดการทดลอง.....	30
2.3 สมการที่ใช้คำนวณ.....	31
2.4 แอปพลิเคชันที่ใช้ในการทดลอง.....	34
2.5 วิธีการทดลอง	35
บทที่ 4 ผลการวิจัย	38
1.ผลการคำนวณข้อมูลเบื้องต้น	38
1.1 โมเมนต์ความเฉื่อยของชุดการทดลอง.....	38
1.2 จุดศูนย์กลาง.....	40
2.ผลการทดลองโดยใช้เซนเซอร์ของสมาร์ทโฟน	41
2.1 ข้อมูลจากการทดลองโดยใช้เซนเซอร์ Device motion และ Gyroscope	41
2.2 ตารางบันทึกตำแหน่งเชิงมุม และอัตราเร็วเชิงมุม	44
2.3 กราฟและค่าสัมประสิทธิ์การกระดอนจากเซนเซอร์ของสมาร์ทโฟน	45
3.ผลการทดลองโดยการปล่อยกระแทบ	47

3.1 ตารางบันทึกความสูง	47
3.2 กราฟและค่าสัมประสิทธิ์การกระดอนโดยการปล่อยกระทบ	48
บทที่ 5 สรุปผลการวิจัย อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ	49
1.สรุปและอภิปรายผลการวิจัย	49
2.ข้อเสนอแนะ	50
บรรณานุกรม	52
ภาคผนวก.....	53
ประวัติผู้เขียน.....	68



สารบัญตาราง

ตารางที่ 1 โมเมนต์ความเฉื่อยของชุดการทดลองหาค่าสัมประสิทธิ์การกระดอนของลูกเทนนิส..	39
ตารางที่ 2 โมเมนต์ความเฉื่อยของชุดการทดลองหาค่าสัมประสิทธิ์การกระดอนของลูกกอล์ฟ ...	39
ตารางที่ 3 จุดศูนย์กลางของชุดการทดลองหาค่าสัมประสิทธิ์การกระดอนของลูกเทนนิส	40
ตารางที่ 4 จุดศูนย์กลางของชุดการทดลองหาค่าสัมประสิทธิ์การกระดอนของลูกกอล์ฟ	40
ตารางที่ 5 อัตราเร็วเชิงมุมก่อนและหลังการกระทบ	44
ตารางที่ 6 ค่าของ θ ก่อนและหลังการกระทบของลูกเทนนิสและลูกกอล์ฟ	44
ตารางที่ 7 ค่าของ $\sqrt{1-\cos\theta}$ ก่อนและหลังการกระทบของลูกเทนนิสและลูกกอล์ฟ	45
ตารางที่ 8 ค่าของความสูงก่อนและหลังการกระทบ	47
ตารางที่ 9 ค่ารากที่สองของความสูงก่อนและหลังการกระทบ	47
ตารางที่ 10 ค่าสัมประสิทธิ์การกระดอนทั้งสองวิธี.....	48

สารบัญรูปภาพ

ภาพประกอบ 1 โมเมนต์ความเฉื่อยของวัตถุแข็งเกร็งรูปทรงต่างๆ รอบแกนสมมาตร	4
ภาพประกอบ 2 โมเมนต์ความเฉื่อยของวัตถุแข็งเกร็งรูปทรงต่างๆ รอบแกนสมมาตร	6
ภาพประกอบ 3 ทฤษฎีแกนขนาน.....	7
ภาพประกอบ 4 มุมและทิศทางของ $\vec{F}$ และ $\vec{r}$ ที่กระทำต่อวัตถุแข็งเกร็ง.....	7
ภาพประกอบ 5 โมเมนต์เชิงมุม.....	8
ภาพประกอบ 6 จุดศูนย์กลางมวล.....	9
ภาพประกอบ 7 ก่อนชนและหลังชนของมวล m_1 และ m_2	10
ภาพประกอบ 8 กราฟสัมประสิทธิ์การกระดอนเทียบกับความเร็วสัมพัทธ์ก่อนการชน.....	11
ภาพประกอบ 9 ปล่อยบอลกระทบพื้น	12
ภาพประกอบ 10 แกนของสมาร์ทโฟน	15
ภาพประกอบ 11 ไซโรสโคป.....	15
ภาพประกอบ 12 การทำงานของเซนเซอร์ไซโรสโคป	16
ภาพประกอบ 13 เซนเซอร์แสง	17
ภาพประกอบ 14 เซนเซอร์คลื่นเหนือเสียง.....	17
ภาพประกอบ 15 ปรากฏการณ์ Hall effect.....	18
ภาพประกอบ 16 การวางตัวของตัววัดค่าแมกนีโตมิเตอร์.....	18
ภาพประกอบ 17 การวัดค่าแมกเนติกเฮตติ้งแองเกิลของแมกนีโตมิเตอร์.....	19
ภาพประกอบ 18 ตารางค่า COR จากการทดลองของ Haron และ Ismail.....	20
ภาพประกอบ 19 ค่า COR จากการทดลองของ Jonas Persson.....	21
ภาพประกอบ 20 ตารางค่า COR จากการทดลองของ Bennett และ Meepagala	21
ภาพประกอบ 21 กราฟความสัมพันธ์ระหว่าง $\sqrt{h_0}$ กับ t_{total}	23
ภาพประกอบ 22 ตารางค่า COR จากการทดลองของ Farkas และ Ramsier.....	23

ภาพประกอบ 23 กราฟค่า COR จากการทดลองของ Gonzalez และคณะ	24
ภาพประกอบ 24 กราฟความสัมพันธ์ระหว่างสัมประสิทธิ์การกระดอนต่ออุณหภูมิ	25
ภาพประกอบ 25 การกระทบเชิงมุมของลูกเทนนิสกับแผ่นไม้หนา.....	26
ภาพประกอบ 26 วัสดุอุปกรณ์การทดลองหาค่าสัมประสิทธิ์การกระดอน	29
ภาพประกอบ 27 อุปกรณ์ทดลองหาค่าสัมประสิทธิ์การกระดอนของลูกกอล์ฟ.....	30
ภาพประกอบ 28 อุปกรณ์ทดลองสัมประสิทธิ์การกระดอนของลูกกอล์ฟ	31
ภาพประกอบ 29 แอปพลิเคชัน SensorLog ที่ใช้ในการทดลอง	35
ภาพประกอบ 30 กราฟข้อมูลดิบจากการทดลองลูกเทนนิส	42
ภาพประกอบ 31 กราฟข้อมูลดิบจากการทดลองลูกกอล์ฟ	43
ภาพประกอบ 32 กราฟการทดลองโดยใช้เซนเซอร์ Gyroscope.....	46
ภาพประกอบ 33 กราฟการทดลองโดยใช้เซนเซอร์ Device motion	46
ภาพประกอบ 34 กราฟการทดลองโดยการปล่อยกระทบ	48

บทที่ 1

บทนำ

ภูมิหลัง

การชนของวัตถุเป็นอีกหัวข้อหนึ่งที่มีความสำคัญในการศึกษากลศาสตร์ฟิสิกส์ ได้มีการจัดการเรียนการสอนตั้งแต่ชั้นมัธยมศึกษาตอนปลายไปจนถึงระดับอุดมศึกษา ผู้เรียนจึงจำเป็นต้องเรียนรู้และเข้าใจธรรมชาติการชนของวัตถุ นอกจากนี้ยังเป็นพื้นฐานที่สำคัญในการนำไปอธิบายคุณสมบัติของวัตถุต่างๆ ได้ เช่น ความแข็งแรง ความเหนียว และความยืดหยุ่น ปริมาณเหล่านี้สามารถอธิบายคุณสมบัติของวัตถุได้เป็นอย่างดี อย่างไรก็ตาม ในหนังสือเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนปลายได้แบ่งการชนของวัตถุออกเป็น 2 แบบ คือ การชนแบบยืดหยุ่น (Elastic collision) และการชนแบบไม่ยืดหยุ่น (Inelastic collision) ซึ่งการชนจะเป็นแบบใดจะพิจารณาพลังงานจลน์ก่อนการชนและหลังการชน หากการชนไม่สูญเสียพลังงานจลน์จะเป็นการชนแบบยืดหยุ่น และหากการชนมีการสูญเสียพลังงานจลน์จะเป็นการชนแบบไม่ยืดหยุ่น อย่างไรก็ตาม มีอีกวิธีหนึ่งที่สามารถบอกได้ว่าการชนเป็นแบบยืดหยุ่นหรือไม่ยืดหยุ่น ทั้งยังสามารถบอกได้อีกว่าการชนของวัตถุมีปริมาณความยืดหยุ่นมากน้อยเพียงใด โดยหาจากค่าสัมประสิทธิ์การกระดอน (Coefficient of restitution) หรือ COR

สัมประสิทธิ์การกระดอน คือ ค่าที่บอกความยืดหยุ่นหรือความสามารถในการรักษาพลังงานจลน์ขณะชน ซึ่งมีความสำคัญในการศึกษาการชนของวัตถุ เพราะในโลกความจริงวัตถุเคลื่อนที่มาชนกันจะให้ผลการชนที่ต่างกัน เช่น ชนแล้วแยกออกจากกัน หรือชนแล้วติดกันไป สามารถบอกได้ด้วยค่าสัมประสิทธิ์การกระดอน ถ้ามีค่าใกล้ 1 การชนจะสามารถรักษพลังงานจลน์ได้ดี หลังชนวัตถุจะแยกออกจากกัน ถ้ามีค่าเป็น 0 หลังการชนวัตถุจะติดกันไป แต่การเรียนการสอนเรื่องสัมประสิทธิ์การกระดอนยังไม่ถูกบรรจุอยู่ในหนังสือเรียนฟิสิกส์ โจทย์และแบบฝึกหัดส่วนใหญ่จะกำหนดการชนที่ไม่สูญเสียพลังงานจลน์และอนุรักษ์โมเมนตัม ซึ่งผิดไปจากความจริงที่การชนจะต้องสูญเสียพลังงานจลน์เสมอ และอาจทำให้นักเรียนเข้าใจธรรมชาติการชนของวัตถุคลาดเคลื่อนได้ การนำค่าสัมประสิทธิ์การกระดอนมาอธิบายการชนของวัตถุ เป็นอีกวิธีหนึ่งที่ทำให้นักเรียนเข้าใจธรรมชาติการชนของวัตถุมากยิ่งขึ้น ด้วยการศึกษาค่าสัมประสิทธิ์การกระดอนผ่านการจัดการเรียนการสอนหรือการลงมือปฏิบัติ

การหาค่าสัมประสิทธิ์การกระดอนของวัตถุ โดยทั่วไปสามารถทำการทดลองได้โดยการปล่อยให้กระทบพื้นและคำนวณจากความสูงก่อนปล่อยและหลังจากการกระดอน หรือคำนวณจากคาบเวลาของการกระดอน อย่างไรก็ตาม ปัจจุบันได้มีการนำเทคโนโลยีมาประกอบการสอนหรือ

ทดลองทางฟิสิกส์ ยกตัวอย่าง งานวิจัยของ Gonzalez และคณะ (González, González, Vegas, & Llamas, 2017) ได้นำแอปพลิเคชัน AudiA ในสมาร์ทโฟนของนักเรียนมาศึกษาสัมประสิทธิ์การกระดอน รวมทั้งทดลองหาค่าสัมประสิทธิ์การกระดอนที่ขึ้นกับอุณหภูมิอีกด้วย โดยฝึกให้นักเรียนมีทักษะการคิดขั้นสูง ทั้งยังสามารถทดลองในห้องปฏิบัติการหรือที่บ้านได้ และให้นักเรียนมีความรู้สึกเหมือนเป็นนักฟิสิกส์ เมื่อมองย้อนมาในการทำโครงงานหรือการเรียนการสอนของครู และนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนปลายซึ่งมีเวลาค่อนข้างจำกัด ทั้งเวลาเรียนและเวลาในการทำ การทดลอง การนำสมาร์ทโฟนเข้ามาช่วยในการเรียนการสอนและการทดลองทางฟิสิกส์ สามารถทำให้ประสิทธิภาพในการเรียนการสอนและการศึกษาหาความรู้ของนักเรียนเพิ่มขึ้นได้ในเวลาน้อยลง

ผู้วิจัยจึงเล็งเห็นความสำคัญของสมาร์ทโฟน มาเป็นอุปกรณ์ในการบันทึกข้อมูลการทดลองและนำผลการทดลองที่บันทึกได้ เช่น เวลา ตำแหน่งเชิงมุมและความเร็วเชิงมุมในการหมุนของสมาร์ทโฟน และด้วยความสามารถของเซนเซอร์ Device motion และ Gyroscope ที่สามารถบันทึกตำแหน่งเชิงมุมและความเร็วเชิงมุมของสมาร์ทโฟน มาเป็นเครื่องมือในการหาค่าสัมประสิทธิ์การกระดอนของลูกเทนนิสและลูกกอล์ฟ นอกจากนี้ยังสามารถพัฒนาไปเป็นชุดการทดลองหาค่าสัมประสิทธิ์การกระดอนของวัสดุต่างๆ ได้

ความมุ่งหมายของงานวิจัย

ในการวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยได้ตั้งความมุ่งหมายไว้ ดังนี้

1. เพื่อสร้างชุดการทดลองหาค่าสัมประสิทธิ์การกระดอนของลูกเทนนิสและลูกกอล์ฟ โดยใช้เซนเซอร์ Device motion และ Gyroscope ของสมาร์ทโฟน
2. เพื่อหาค่าสัมประสิทธิ์การกระดอนของลูกเทนนิสและลูกกอล์ฟกระทบแผ่นไม้หนา โดยใช้เซนเซอร์ Device motion และ Gyroscope ของสมาร์ทโฟน

ขอบเขตของงานวิจัย

1. ศึกษาทฤษฎี คำนวณการคำนวณ และออกแบบเครื่องมือหาค่าสัมประสิทธิ์การกระดอนของลูกเทนนิสและลูกกอล์ฟ โดยใช้เซนเซอร์ Device motion และ Gyroscope ของสมาร์ทโฟน
2. ทดลองหาค่าสัมประสิทธิ์การกระดอนของลูกเทนนิสและลูกกอล์ฟกระทบแผ่นไม้หนา โดยใช้เซนเซอร์ Device motion และ Gyroscope ของสมาร์ทโฟน และวิธีการปล่อยกระทบในแนวดิ่ง

นิยามศัพท์เฉพาะ

1. สัมประสิทธิ์การกระดอน หมายถึง ขนาดความเร็วสัมพัทธ์หลังการชนเทียบกับขนาดความเร็วสัมพัทธ์ก่อนการชนในแนวของการชน
2. ชุดการทดลองหาค่าสัมประสิทธิ์การกระดอน โดยใช้เซนเซอร์ Device motion และ Gyroscope ของสมาร์ทโฟน หมายถึง อุปกรณ์ทดลองหาค่าสัมประสิทธิ์การกระดอน อาศัยการกระทบเชิงมุมในระนาบตั้ง โดยใช้เซนเซอร์ Device motion และ Gyroscope ของสมาร์ทโฟนในการบันทึกข้อมูล
3. มุมกระทบ หมายถึง มุมที่มากที่สุดวัดกับแนวดิ่งก่อนวัตถุเคลื่อนที่เข้ากระทบ
4. มุมกระดอน หมายถึง มุมที่มากที่สุดวัดกับแนวดิ่งหลังวัตถุเคลื่อนที่ออกจากการกระทบ
5. การชนแบบยืดหยุ่น หมายถึง การชนที่มีค่าสัมประสิทธิ์การกระดอนเท่ากับ 1
6. การชนแบบไม่ยืดหยุ่น หมายถึง การชนที่มีค่าสัมประสิทธิ์การกระดอนไม่เท่ากับ 1

ผลที่คาดว่าจะได้รับ

1. ได้สร้างเครื่องมือที่ใช้ในการทดลองหาค่าสัมประสิทธิ์การกระดอนของลูกเทนนิสและลูกกอล์ฟ โดยใช้เซนเซอร์ Device motion และ Gyroscope ของสมาร์ทโฟน
2. ได้ศึกษาค่าสัมประสิทธิ์การกระดอนของลูกเทนนิสและลูกกอล์ฟกระทบแผ่นไม้หนา และบอกคุณสมบัติเบื้องต้นขณะกระทบแผ่นไม้หนาของลูกเทนนิสและลูกกอล์ฟได้

บทที่ 2

ทฤษฎี และงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

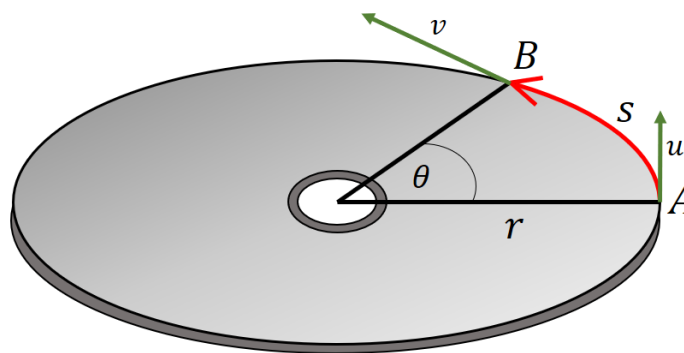
ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยได้ศึกษาทฤษฎีและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง และได้นำเสนอตามหัวข้อต่อไปนี้

1. การเคลื่อนที่แบบหมุนของวัตถุแข็งเกร็ง
2. สัมประสิทธิ์การกระดอน
3. เซนเซอร์ของสมาร์ทโฟน
4. งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

1. การเคลื่อนที่แบบหมุนของวัตถุแข็งเกร็ง

1.1 การเคลื่อนที่แบบหมุนรอบแกนหมุนตรึงแน่น

การเคลื่อนที่แบบหมุน (rotational motion) คือ การเคลื่อนที่ที่รอบแกนหมุนตรึงแน่น หรือรอบแกนหมุนหนึ่งๆ อาจหมุนรอบจุดศูนย์กลางมวลหรือไม่ก็ได้ เช่น การหมุนของแผ่น CD ดังภาพประกอบ 1 จะสังเกตเห็นว่าแผ่น CD มีการเคลื่อนที่แบบหมุน แต่เมื่อพิจารณาแนวทางการเคลื่อนที่ของจุด A บนแผ่น CD จะพบว่าจุด A เคลื่อนที่มายังจุด B ทำมุม θ จะเห็นว่าเป็นการเคลื่อนที่เป็นแบบวงกลม (circular motion) ดังนั้น จลศาสตร์ของการหมุนจะเหมือนกับกลศาสตร์การเคลื่อนที่แบบวงกลม



ภาพประกอบ 1 โมเมนต์ความเฉื่อยของวัตถุแข็งเกร็งรูปทรงต่างๆ รอบแกนสมมาตร

ถ้าพิจารณาจุด A บนวัตถุที่กำลังเคลื่อนที่แบบหมุนรอบแกนที่ตรึงแน่น โดยมีรัศมี r หมุนไปเป็นมุม θ ดังภาพประกอบ 1 จะพบว่า จุด A เคลื่อนที่ไปยังจุด B ด้วยอัตราเร็วเชิงเส้นเริ่มต้น u จะได้ระยะทางเชิงเส้น s โดยที่ $s = r\theta$ ถ้าจุด A เคลื่อนที่มายังจุด B ใช้เวลาไป t จะได้ความสัมพันธ์ระหว่างอัตราเร็วเชิงเส้นและอัตราเร็วเชิงมุม เป็นดังสมการ

$$v = \frac{ds}{dt} = r \frac{d\theta}{dt} = r\omega \quad (2.1)$$

เมื่อ ω คือ อัตราเร็วเชิงมุมของจุด B

และสามารถหาขนาดความเร่ง ได้จากสมการ

$$a = \frac{dv}{dt} = r \frac{d\omega}{dt} = r\alpha \quad (2.2)$$

เมื่อ α คือ ขนาดความเร่งเชิงมุม

จากสมการ (2.1) และ (2.2) จะเห็นได้ว่าอัตราเร็วเชิงเส้น อัตราเร็วเชิงมุม ขนาดความเร่งเชิงเส้นและขนาดความเร่งเชิงมุม มีความสัมพันธ์กันผ่านรัศมี r

1.2 โมเมนต์ความเฉื่อยของวัตถุแข็งเกร็งและทฤษฎีแกนขนาน

โมเมนต์ความเฉื่อยของวัตถุ เป็นสมบัติเฉพาะตัวของวัตถุแข็งเกร็งในการต่อต้านการเปลี่ยนแปลงอัตราเร็วเชิงมุมของการหมุนรอบแกนหมุน เป็นปริมาณสเกลาร์ มีหน่วยเป็น $\text{kg} \cdot \text{m}^2$ วัตถุแข็งเกร็งประกอบขึ้นจากอนุภาคเล็กๆ หลายอนุภาค โดยระยะห่างของอนุภาคคงตัว ดังนั้นเมื่อวัตถุหมุนรอบแกนหมุนตรึงแน่นหนึ่งๆ อนุภาคทุกตัวจะเคลื่อนที่เป็นวงกลมรอบแกนหมุนรัศมีต่างๆ ด้วยอัตราเร็วเชิงมุม ω เท่ากัน ทำให้อัตราเร็วเชิงมุมนี้เป็นอัตราเร็วเชิงมุมของวัตถุแข็งเกร็ง และสามารถหาโมเมนต์ความเฉื่อยได้จากสมการ (Walker, 2011)

$$I = \lim_{\Delta m_i \rightarrow 0} \sum r_i^2 \Delta m_i = \int r^2 dm \quad (2.3)$$

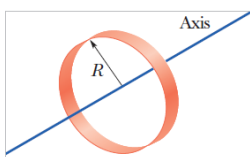
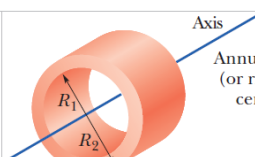
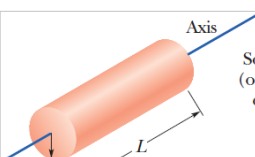
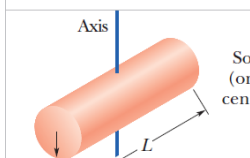
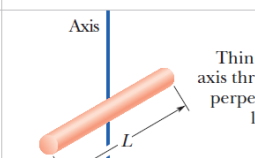
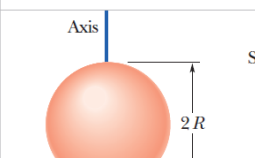
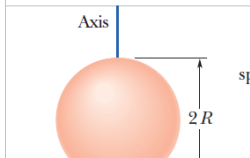
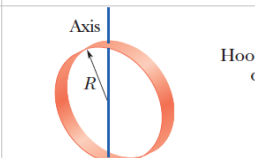
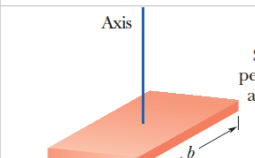
เมื่อ r_i คือ ระยะจากแกนหมุนถึง m_i

เนื่องจาก $dm = \rho dV$ จะได้สมการเป็น

$$I = \rho \int r^2 dV \quad (2.4)$$

เมื่อ ρ คือ ความหนาแน่นของวัตถุ

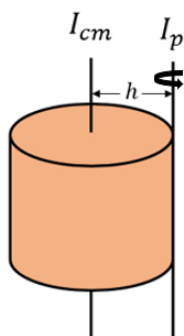
ตัวอย่างโมเมนต์ความเฉื่อยของวัตถุแข็งเกร็งรูปทรงต่างๆ ที่หมุนรอบแกนสมมาตร

 Hoop about central axis $I = MR^2$ (a)	 Annular cylinder (or ring) about central axis $I = \frac{1}{2}M(R_1^2 + R_2^2)$ (b)	 Solid cylinder (or disk) about central axis $I = \frac{1}{2}MR^2$ (c)
 Solid cylinder (or disk) about central diameter $I = \frac{1}{4}MR^2 + \frac{1}{12}ML^2$ (d)	 Thin rod about axis through center perpendicular to length $I = \frac{1}{12}ML^2$ (e)	 Solid sphere about any diameter $I = \frac{2}{5}MR^2$ (f)
 Thin spherical shell about any diameter $I = \frac{2}{3}MR^2$ (g)	 Hoop about any diameter $I = \frac{1}{2}MR^2$ (h)	 Slab about perpendicular axis through center $I = \frac{1}{12}M(a^2 + b^2)$ (i)

ภาพประกอบ 2 โมเมนต์ความเฉื่อยของวัตถุแข็งเกร็งรูปทรงต่างๆ รอบแกนสมมาตร

ที่มา: Jearl Walker. (2011). FUNDAMENTALS OF PHYSICS. p.255

ในกรณีที่วัตถุหมุนรอบแกนซึ่งไม่ใช่แกนสมมาตร สามารถหาโมเมนต์ความเฉื่อยได้โดยใช้ทฤษฎีแกนขนาน เป็นทฤษฎีที่แสดงถึงความสัมพันธ์ของโมเมนต์ความเฉื่อย I_{cm} รอบแกนสมมาตร และโมเมนต์ความเฉื่อย I_p รอบแกนใหม่ ซึ่งขนานกับแกนสมมาตรเป็นระยะ h ดังภาพประกอบ 3



ภาพประกอบ 3 ทฤษฎีแกนขนาน

สามารถหาโมเมนต์ความเฉื่อย I_p รอบแกนขนาน ได้จากสมการ

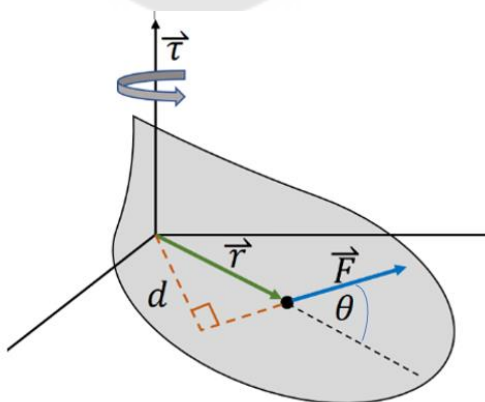
$$I_p = I_{cm} + Mh^2 \quad (2.5)$$

เมื่อ I_p คือ โมเมนต์ความเฉื่อยของวัตถุมวล M รอบแกนขนาน

I_{cm} คือ โมเมนต์ความเฉื่อยของวัตถุมวล M รอบแกนสมมาตร

1.3 ทอร์กและความสัมพันธ์กับความเร่งเชิงมุม

ทอร์ก ($\vec{\tau}$) หรือ โมเมนต์ของแรง (Moment of force) คือ ความพยายามของแรงที่จะหมุนวัตถุรอบแกนหมุน มีหน่วยเป็น $N \cdot m$ เกิดจากผลคูณเวกเตอร์ระหว่างเวกเตอร์ตำแหน่ง $\vec{r}$ กับแรง $\vec{F}$ มีทิศทางกฎมือขวา พิจารณาการหมุนของวัตถุที่มีโมเมนต์ความเฉื่อย I รอบแกนตรึงแน่น เมื่อมีแรง $\vec{F}$ กระทำต่อวัตถุให้หมุนรอบแกนหมุน รัศมี $\vec{r}$ ดังภาพประกอบ 4



ภาพประกอบ 4 มุมและทิศทางของ $\vec{F}$ และ $\vec{r}$ ที่กระทำต่อวัตถุแข็งเกร็ง

ทอร์กสามารถหาได้จากสมการ

$$\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F} = I\vec{\alpha} \quad (2.6)$$

และขนาดของทอร์กหาได้จากสมการ

$$\tau = rF \sin \theta = Fd_{\perp} = I\alpha \quad (2.7)$$

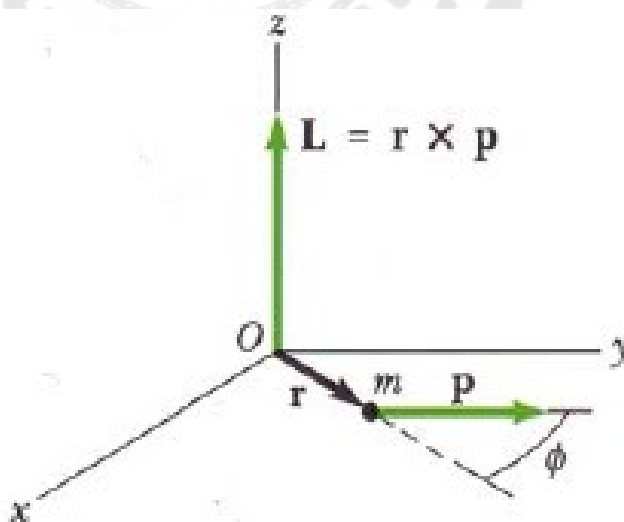
เมื่อ θ คือ มุมระหว่าง $\vec{r}$ และ $\vec{F}$

$d_{\perp}$ คือ ระยะตั้งฉากจากแกนหมุนถึงแนวแรง ซึ่ง $d_{\perp} = r \sin \theta$

α คือ ความเร่งเชิงมุม

1.4 โมเมนตัมเชิงมุมของวัตถุที่หมุนรอบแกนหมุน

โมเมนตัมเชิงมุม (Angular momentum, $\vec{L}$) คือ ผลคูณเชิงเวกเตอร์ของเวกเตอร์ตำแหน่งกับโมเมนตัมเชิงเส้น หรือผลคูณระหว่างโมเมนต์ความเฉื่อยกับความเร็วจึงมุม มีหน่วยเป็น $\text{kg} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{rad} / \text{s}$ พิจารณาภาพประกอบ 5 วัตถุมวล m อยู่ห่างจากจุดกำเนิด O กำลังหมุนรอบแกน Z และเคลื่อนที่โดยมีโมเมนตัมเชิงเส้น $\vec{P}$



ภาพประกอบ 5 โมเมนตัมเชิงมุม

สามารถหาคำนวนหาโมเมนตัมเชิงมุมได้จากสมการ

$$\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p}$$

หรือ

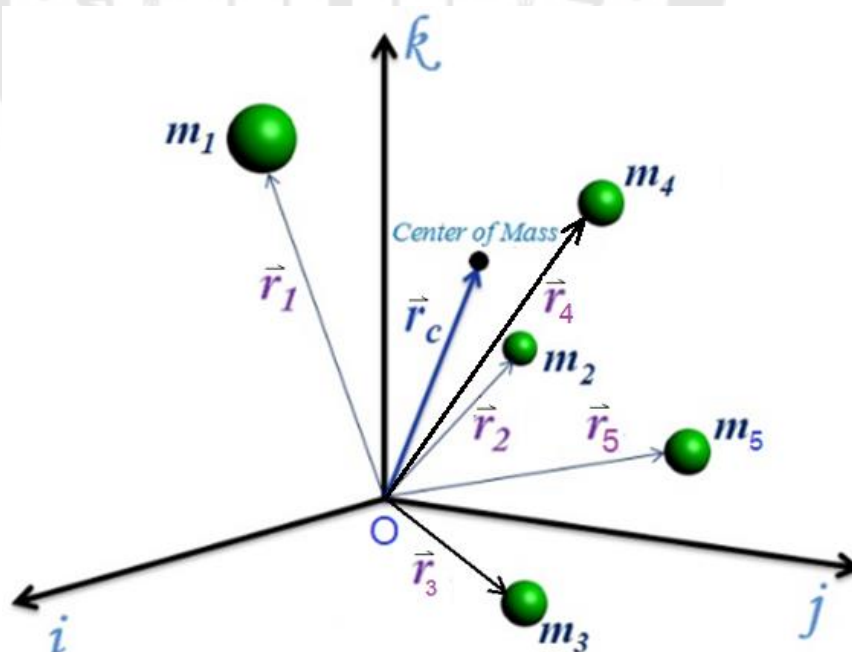
$$\vec{L} = I \vec{\omega} \quad (2.8)$$

เมื่อ I คือ โมเมนต์ความเฉื่อยของมวล m รอบแกน Z

ω คือ ความเร็วเชิงมุม

1.5 การหาจุดศูนย์กลางมวลของระบบหลายวัตถุ

จุดศูนย์กลางมวล (Center of mass) เป็นจุดเสมือนหนึ่งมวลของระบบรวมตัวกัน พิจารณาภาพประกอบ 6 ซึ่งเป็นระบบที่มีมวล m_1, m_2, m_3, m_4 และ m_5 อยู่ในพิภพฉากโดยอยู่ที่ตำแหน่ง $\vec{r}_1, \vec{r}_2, \vec{r}_3, \vec{r}_4, \vec{r}_5$ ตามลำดับ และ $\vec{r}_c$ เป็นตำแหน่งของศูนย์กลางมวล



ภาพประกอบ 6 จุดศูนย์กลางมวล

ซึ่งนิยามโดยสมการ

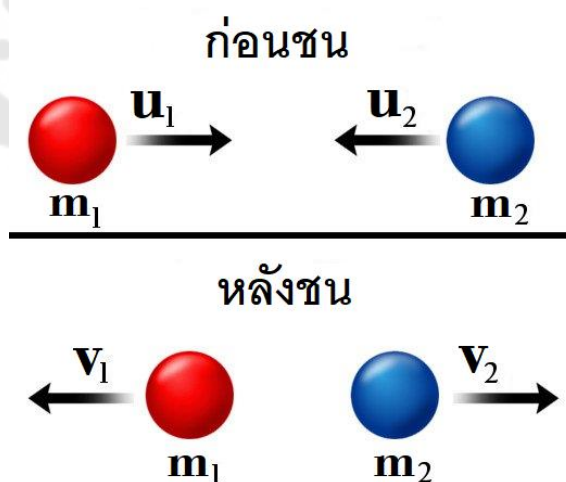
$$\vec{r}_c = \frac{m_1 \vec{r}_1 + m_2 \vec{r}_2 + m_3 \vec{r}_3 + m_4 \vec{r}_4 + m_5 \vec{r}_5}{m_1 + m_2 + m_3 + m_4 + m_5}$$

ในทำนองเดียวกันสำหรับระบบที่ประกอบด้วย n อนุภาค สามารถหา $\vec{r}_c$ ได้จากสมการ

$$\vec{r}_c = \frac{m_1 \vec{r}_1 + m_2 \vec{r}_2 + m_3 \vec{r}_3 + \dots + m_n \vec{r}_n}{m_1 + m_2 + m_3 + \dots + m_n} \quad (2.9)$$

2. สัมประสิทธิ์การกระดอน

สัมประสิทธิ์การกระดอน (Coefficient of restitution, e) หรือ COR คือ ขนาดความเร็วสัมผัสหลังการชนเทียบกับขนาดความเร็วสัมผัสก่อนการชนในแนวของการชน (McGinnis, 2012) พิจารณาภาพประกอบ 7 วัตถุมวล m_1 และ m_2 เคลื่อนที่เข้าชนกัน โดยมีความเร็วก่อนชน u_1 และ u_2 ความเร็วหลังชนเป็น v_1 และ v_2



ภาพประกอบ 7 ก่อนชนและหลังชนของมวล m_1 และ m_2

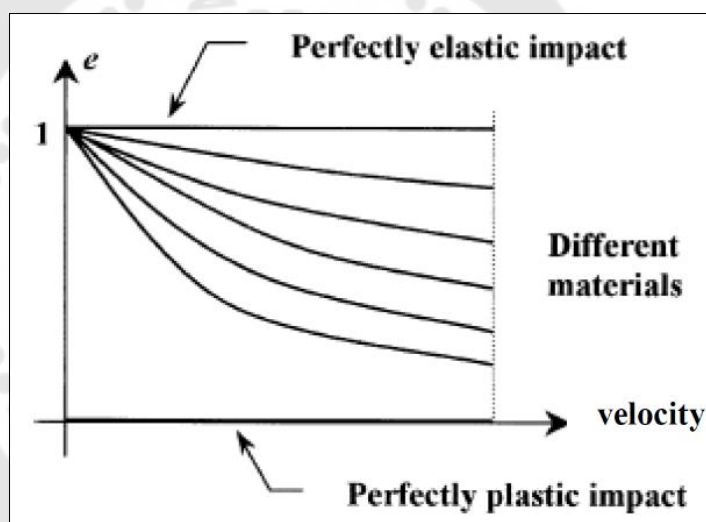
สัมประสิทธิ์การกระดอนสามารถหาได้จากสมการ

$$e = \left| \frac{v_2 - v_1}{u_1 - u_2} \right| \quad (2.10)$$

เมื่อ $|v_2 - v_1|$ คือ ขนาดความเร็วสัมพัทธ์หลังการชนในแนวของการชน

$|u_1 - u_2|$ คือ ขนาดความเร็วสัมพัทธ์ก่อนการชนในแนวของการชน

โดยทั่วไปสัมประสิทธิ์การกระดอนมีค่าอยู่ระหว่าง 0 กับ 1 ขึ้นกับคุณสมบัติของวัสดุที่ชน และความเร็วสัมพัทธ์ก่อนการชนในแนวของการชน ดังภาพประกอบ 8



ภาพประกอบ 8 กราฟสัมประสิทธิ์การกระดอนเทียบกับความเร็วสัมพัทธ์ก่อนการชน

ที่มา: Haron, Adli; & Ismail, Khairul. (2012, September). Coefficient of restitution of sports balls: A normal drop test. *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering*. 36(1): 2.

ค่าสัมประสิทธิ์การกระดอนมีความหมาย ดังนี้

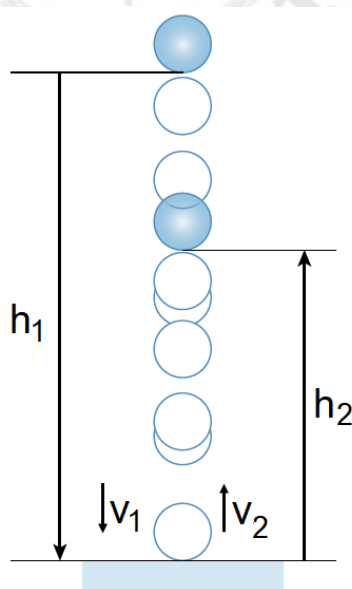
$e = 1$ เป็นการชนแบบยืดหยุ่น การชนไม่มีการสูญเสียพลังงานจลน์ วัตถุไม่มีการเปลี่ยนแปลงรูปร่างขณะชน และแยกออกจากกันหลังการชน

$0 < e < 1$ เป็นการชนแบบไม่ยืดหยุ่น การชนมีการสูญเสียพลังงานจลน์ วัตถุมีการเปลี่ยนแปลงรูปร่างขณะชน อาจคืนรูปร่างหรือไม่คืนรูปร่างหลังการชน และแยกออกจากกันหลังการชน

$e = 0$ เป็นการชนแบบไม่ยืดหยุ่น การชนมีการสูญเสียพลังงานจลน์ วัตถุมีการเปลี่ยนแปลงรูปร่างหลังการชนอย่างถาวร และติดกันไป

ในการเล่นกีฬาประเภทบอล เช่น กอล์ฟ เทนนิส บาสเกตบอล เป็นต้น อุปกรณ์กีฬาเหล่านี้จะมีความสามารถในการกระดอนที่แตกต่างกันตามจุดประสงค์ในการเล่น วิธีการตรวจวัดค่าสัมประสิทธิ์การกระดอนมีหลายวิธี เช่น การวัดความเร็วก่อนและหลังการชนที่ยิงจากเครื่องยิงบอล ซึ่งสามารถกำหนดความเร็วได้อย่างแม่นยำ แต่วิธีที่ง่ายที่สุดและนิยมใช้ทดสอบสัมประสิทธิ์การกระดอนของลูกกีฬา คือ วิธีการปล่อยให้ตกกระทบวัสดุทดสอบที่มีมวลมากๆ เช่น กระแทบพื้นแข็ง กระแทบแผ่นไม้หนา เป็นต้น จะได้สัมประสิทธิ์การกระดอนที่แตกต่างกันตามวัสดุที่เข้ากระทบ

พิจารณาภาพประกอบ 9 ปล่อยลูกบอลที่ความสูง h_1 เข้ากระทบพื้นด้วยอัตราเร็ว v_1 และกระดอนขึ้นมาด้วยอัตราเร็ว v_2 ขึ้นมาได้ความสูง h_2



ภาพประกอบ 9 ปล่อยบอลกระทบพื้น

เมื่อพื้นไม่เคลื่อนที่จะได้ว่าขนาดความเร็วสัมพัทธ์ก่อนการกระทบ คือ v_1 และขนาดความเร็วสัมพัทธ์หลังการกระทบ คือ v_2 ดังนั้น สัมประสิทธิ์การกระดอนหาได้จาก

$$e = \frac{v_2}{v_1} \quad (2.11)$$

พิจารณารากที่สองของพลังงานจลน์หลังการกระทบเทียบกับรากที่สองของพลังงานจลน์ก่อนการกระทบ จะได้

$$\sqrt{\frac{E_{kf}}{E_{ki}}} = \sqrt{\frac{\frac{1}{2}mv_2^2}{\frac{1}{2}mv_1^2}} = \frac{v_2}{v_1} = e \quad (2.12)$$

เมื่อ E_{kf} คือ พลังงานจลน์หลังการกระทบ

E_{ki} คือ พลังงานจลน์ก่อนการกระทบ

m คือ มวลของลูกบอล

ดังนั้น ในกรณีที่ลูกบอลกระทบพื้นหรือกระทบวัตถุที่ไม่เคลื่อนที่ สามารถหาสัมประสิทธิ์การกระดอนได้จากสมการ

$$e = \sqrt{\frac{E_{kf}}{E_{ki}}} \quad (2.13)$$

หากพิจารณาภาพประกอบ 9 ตามกฎอนุรักษ์พลังงาน จะได้ว่า ก่อนการกระทบพลังงานศักย์โน้มถ่วงเปลี่ยนรูปเป็นพลังงานจลน์ และหลังการกระทบพลังงานจลน์เปลี่ยนรูปเป็นพลังงานศักย์โน้มถ่วง เขียนสมการได้เป็น

$$e = \frac{v_2}{v_1} = \sqrt{\frac{h_2}{h_1}} \quad (2.14)$$

3. เซนเซอร์ของสมาร์ทโฟน (Sensors of smartphone)

เซนเซอร์ (sensor) คือ อุปกรณ์อิเล็กทรอนิกส์ที่สามารถตรวจจับปริมาณในทางฟิสิกส์ได้ เช่น ความเร่ง ความเร็ว อุณหภูมิ เป็นต้น ปัจจุบันได้มีการนำเซนเซอร์มาใช้ในสมาร์ทโฟน เช่น เซนเซอร์แสง (Optical sensor) แมกนีโตมิเตอร์ (Magnetometer) ไจโรสโคป (Gyroscope) ในรูปของแอปพลิเคชัน เช่น Phyphox, SensorLog เซนเซอร์ทำงานด้วยการแปรสัญญาณจากสภาพแวดล้อมเป็นสัญญาณไฟฟ้า ปัจจุบันเทคโนโลยีสมาร์ทโฟนพัฒนาไปอย่างมาก ทำให้เกิดแอปพลิเคชันที่ใช้ความสามารถของเซนเซอร์ที่ติดอยู่ในสมาร์ทโฟนได้ ซึ่งจะช่วยให้ส่งเสริมการเรียนรู้ การสอนฟิสิกส์ให้มีความรวดเร็ว สะดวก และมีประสิทธิภาพมากขึ้น โดยเฉพาะในการทดลองทางฟิสิกส์

3.1 Device motion sensor

Device motion sensor เป็นเซนเซอร์ที่ตรวจจับการหมุนของสมาร์ทโฟน โดยใช้เทคโนโลยี MEMS (Micro Electrical and Mechanical System) ซึ่งสามารถวัดค่ามุมการหมุนของสมาร์ทโฟนได้อิสระ 3 แกน คือ X Y และ Z เมื่อสมาร์ทโฟนมีการหมุนหรือมีการเคลื่อนที่ เซนเซอร์ Device motion จะทำการหมุนหน้าจอตามการใช้งานของผู้ใช้ เช่น การเล่นเกมสกีให้ตัวละครกระโดด การดูวิดีโอต่างๆ เป็นต้น ซึ่งเป็นการหมุนหน้าจอให้แสดงผลตามผู้ใช้ต้องการหรือหมุนหน้าจออัตโนมัติ (Auto Rotate) หรือการใช้แทนเข็มทิศในสมาร์ทโฟนในการระบุทิศทาง ซึ่งเป็นเซนเซอร์ที่สมาร์ทโฟนจำเป็นต้องมี นับได้ว่าเป็นเซนเซอร์พื้นฐานของเซนเซอร์อื่นๆ เช่น Gyroscope sensor เข็มทิศ ไปจนถึงเซนเซอร์ความเร่งเชิงมุม

สำหรับการทดลองฟิสิกส์ จะใช้ความสามารถของเซนเซอร์นี้ในการวัดมุมการหมุนทั้งสามแกนเมื่อเวลาผ่านไปได้อย่างแม่นยำ และบันทึกข้อมูลตำแหน่งเชิงมุมของสมาร์ทโฟนในหน่วยเรเดียน นำมาใช้ในการตรวจจับการหมุนของสมาร์ทโฟน ซึ่งสามารถนำมาประยุกต์ใช้ในการทดลองเคลื่อนที่แบบหมุน การเคลื่อนที่แบบวงกลม และการเคลื่อนที่แบบซิมเปิลฮาร์โมนิก



ภาพประกอบ 10 แกนของสมาร์ทโฟน

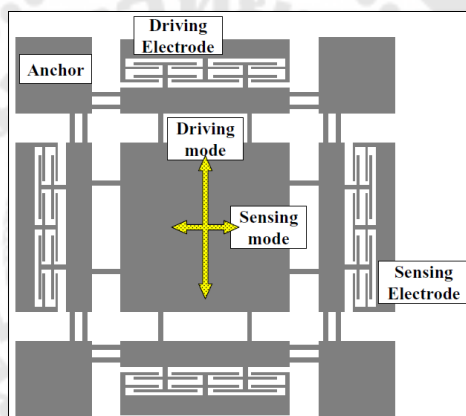
3.2 Gyroscope sensor

Gyroscope sensor เป็นอุปกรณ์ที่อาศัยแรงเฉื่อยของล้อหมุน เพื่อช่วยรักษาระดับทิศทางของการหมุน ภายในประกอบด้วยเข็มทิศและแกนหมุนเร็วทำให้เอียงในทิศทางต่างๆ ได้อย่างอิสระ ทำให้ไมเมนตัมเชิงมุมมีค่าคงตัวและเข็มทิศจะชี้ไปยังทิศเดิมอยู่ตลอดเวลา จากคุณสมบัตินี้สามารถนำไปตรวจสอบการเคลื่อนที่แบบหมุนของวัตถุได้



ภาพประกอบ 11 ไจโรสโคป

ในยุคปัจจุบันไมโครโคปถูกประดิษฐ์ให้เป็น Microelectromechanical systems gyroscope ประกอบด้วยตัวบั่นทิกค่า คานสปริง และขั้วไฟฟ้า อาศัยการทำงานของแรงขับเคลื่อนไฟฟ้าสถิตจากภายนอกและค่าความเร่งเชิงมุมที่เกิดการเปลี่ยนแปลงความเร็วเชิงมุม ตัวบั่นทิกค่าจะบั่นทิกแรงเคลื่อนไฟฟ้าที่สั้นในแนวแกน y และความเร่งเชิงมุมในแนวแกน x ส่วนคานสปริงนั้นถูกกำหนดให้สั้นในทิศเดียวและแยกเป็น 2 modes คือ Driving modes และ Sensing modes เมื่อวัตถุเคลื่อนที่ ตัวบั่นทิกค่าจะเคลื่อนที่ช้ากว่าเนื่องมาจากความเฉื่อย ทำให้ตำแหน่งของมวลสำหรับบั่นทิกค่าเบี่ยงเบน ซึ่งความเบี่ยงเบนนี้ทำให้ขั้วไฟฟ้าเกิดการเปลี่ยนแปลงและสร้างสัญญาณไฟฟ้าขึ้นมา สามารถวัดได้ทั้งความเร็วเชิงเส้นและเชิงมุมของวัตถุที่ติดไมโคร-โคปในเวลาเดียวกัน (Sung et al., 2014)

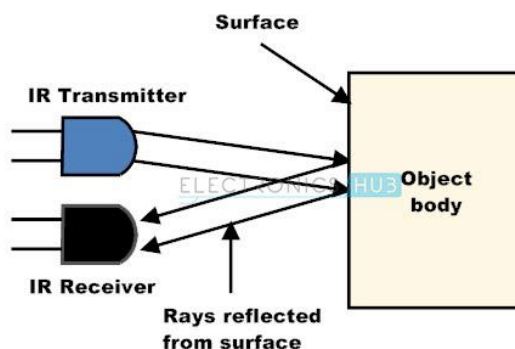


ภาพประกอบ 12 การทำงานของเซนเซอร์ไมโครโคป

ที่มา: Sung, Jungwoo;/ et al. (2014, June). A gyroscope fabrication method for high sensitivity and robustness to fabrication tolerances. *Journal of Micromechanics and Microengineering*. 24(7): 2.

3.3 Optical sensor

Optical sensor หรือ Photo sensor เป็นเซนเซอร์ที่ตรวจจับความเคลื่อนไหว การตรวจจับวัตถุ และการตรวจสอบขนาดรูปร่างของวัตถุ อาศัยการทำงานจากการส่งและรับแสง โดยมีส่วนประกอบที่สำคัญอยู่สองส่วน คือ ตัวรับแสง (Receiver) และตัวส่งแสง (Emitter) ลักษณะการตรวจจับเกิดจากการที่ตัวส่งแสงส่งไปสะท้อนกับวัตถุ ทำให้ตัวรับแสงรับรู้สิ่งที่เกิดขึ้นและเปลี่ยนเป็นสัญญาณไฟฟ้าต่อไป

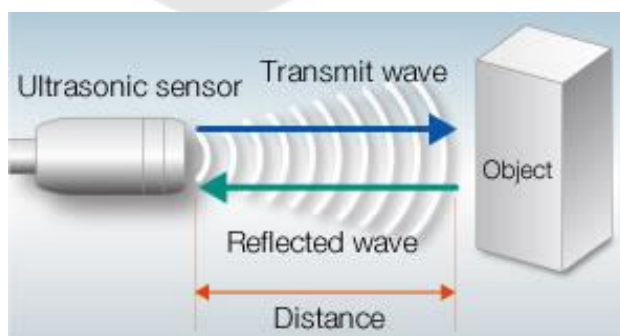


ภาพประกอบ 13 เซนเซอร์แสง

ที่มา: <https://www.electronicshub.org/ir-sensor/>

3.4 Ultrasonic sensor

Ultrasonic sensor เป็นเซนเซอร์ที่ใช้หาระยะทางจากการสะท้อนของเสียง โดยการปล่อยคลื่นเสียงที่มีความถี่มากกว่า 20 kHz ซึ่งเป็นความถี่เสียงที่มนุษย์ไม่สามารถได้ยิน ไปกระทบกับวัตถุหรือพื้นผิวของตัวกลางอาจเป็นของแข็งหรือของเหลวก็ได้ คลื่นเหนือเสียงบางส่วนเดินทางเข้าไปในพื้นผิวที่กระทบและบางส่วนสะท้อนออกมา มีความคล้ายคลึงกับการทำงานของเรดาร์ โดยทั่วไปถ้าอุณหภูมิคงที่ความเร็วคลื่นเหนือเสียงประมาณคงที่ด้วย ความสัมพันธ์นี้ทำให้สามารถคำนวณหาระยะทางระหว่างแหล่งกำเนิดเสียงถึงพื้นผิวกระทบได้ ประโยชน์อีกอย่างหนึ่งของเซนเซอร์คลื่นเหนือเสียง คือ สามารถตรวจวัดความสามารถในการดูดซับเสียงของวัตถุได้ เช่น ฝ้าย โฟม ยาง จะดูดซับเสียงไว้ไม่ให้สะท้อนกลับมายังตัวรับสัญญาณมากนัก

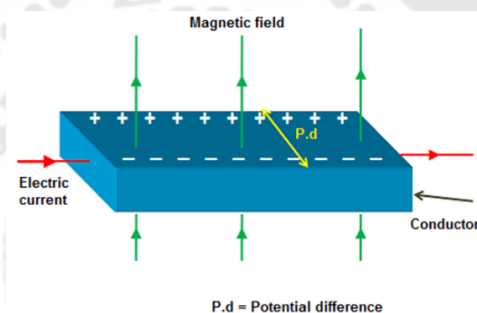


ภาพประกอบ 14 เซนเซอร์คลื่นเหนือเสียง

ที่มา: <http://www.ndk.com/en/sensor/ultrasonic/index.html>

3.5 Magnetometer sensor

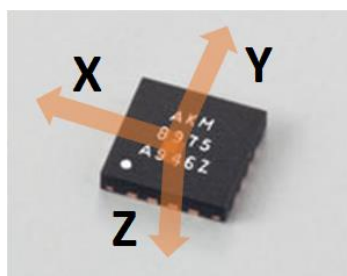
Magnetometer sensor เป็นเซนเซอร์ที่ใช้ในการวัดทิศทางและขนาดของสนามแม่เหล็กในสภาพแวดล้อมรอบๆ เซนเซอร์ อาศัยปรากฏการณ์ฮอลล์ (Hall effect) ในการทำงาน โดยจ่ายกระแสไฟฟ้าให้ตัวนำที่อยู่ในสนามแม่เหล็ก หากพาหะของประจุไฟฟ้าเป็นอิเล็กตรอน จะเกิดแรงลอเรนซ์ผลักประจุอิเล็กตรอนไปในทิศทางตั้งฉากกับทิศทางของกระแสไฟฟ้าและสนามแม่เหล็ก ดังภาพประกอบ 15 การเปลี่ยนตำแหน่งของอิเล็กตรอนนี้เองจะทำให้เกิดความต่างศักย์เล็กน้อยกระจายไปทั่วตัวนำ ซึ่งเป็นสัดส่วนทั้งกระแสไฟฟ้าและสนามแม่เหล็ก หากอุปกรณ์จ่ายกระแสไฟฟ้าคงตัวจะสามารถคำนวณสนามแม่เหล็กจากความต่างศักย์ในตัวนำได้



ภาพประกอบ 15 ปรากฏการณ์ Hall effect

ที่มา: <http://www.physics-and-radio-electronics.com/electronic-devices-andcircuits/semiconductor/halleffect.html>

เซนเซอร์แมกนีโตมิเตอร์ในสมาร์ทโฟนสามารถวัดขนาดของสนามแม่เหล็กได้ในแนวแกน x, y และ z ได้อย่างอิสระ



ภาพประกอบ 16 การวางตัวของตัววัดค่าแมกนีโตมิเตอร์

แมกนีโทมิเตอร์ เป็นอุปกรณ์ที่ใช้วัดความเข้มของสนามแม่เหล็กบริเวณรอบๆ เซนเซอร์ หากบริเวณรอบๆ เซนเซอร์ไม่มีแท่งแม่เหล็กหรือวัสดุที่เป็นแม่เหล็กความเข้มสูงอยู่ บริเวณใกล้เคียง เซนเซอร์แมกนีโทมิเตอร์จะวัดค่าได้เท่ากับขนาดของสนามแม่เหล็กโลก ทำให้สามารถใช้แมกนีโทมิเตอร์ในไอโฟน 4s เป็นเข็มทิศดิจิทัลได้ จากการวัดค่าแมกเนติกเฮดดิ้งแองเกิล (Magnetic heading angle : ψ) เป็นการวัดมุมตามเข็มนาฬิกาจากแกน x ของแมกนีโทมิเตอร์ในไอโฟนกับทิศเหนือของสนามแม่เหล็กบนระนาบเดียวกัน ซึ่งการวัดค่าจะเป็นไปตามสมการ

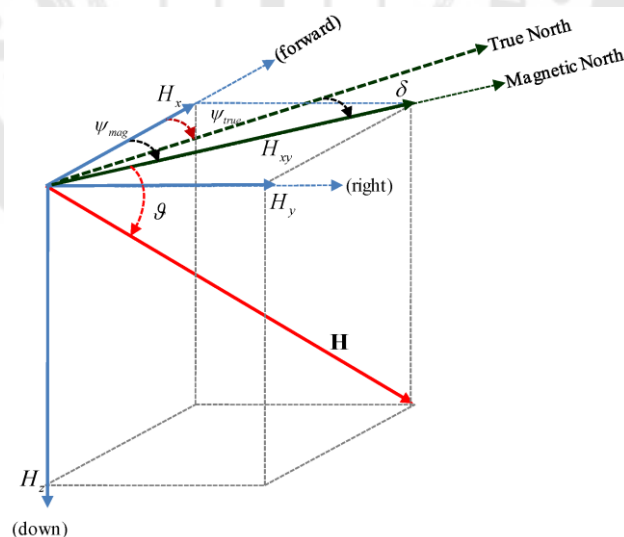
$$\psi = 90^\circ - \frac{180^\circ}{\pi} \arctan \frac{H_x}{H_y} \quad \text{when } H_y > 0$$

$$\psi = 270^\circ - \frac{180^\circ}{\pi} \arctan \frac{H_x}{H_y} \quad \text{when } H_y < 0$$

$$\psi = 180^\circ \quad \text{when } H_y = 0 \text{ and } H_x < 0$$

$$\psi = 0 \quad \text{when } H_y = 0 \text{ and } H_x > 0,$$

เมื่อ H_x และ H_y คือขนาดของสนามแม่เหล็กในแกน x และแกน y ตามลำดับ



ภาพประกอบ 17 การวัดค่าแมกเนติกเฮดดิ้งแองเกิลของแมกนีโทมิเตอร์

ที่มา: <http://www.mdpi.com/1424-8220/16/9/1455>

4.งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

มีผู้วิจัยหลายท่านสนใจศึกษาสัมประสิทธิ์การกระดอนของลูกกีฬา เช่น ลูกเทนนิส ลูกกอล์ฟ ลูกเบสบอล ลูกบิลเลียด ลูกบิงปอง ลูกฮอกกี้ เป็นต้น ทั้งในทางทฤษฎีและในทางปฏิบัติ อย่างงานวิจัยของ Haron และ Ismail (Haron & Ismail, 2012, pp. 1-8) ได้ศึกษาสัมประสิทธิ์การกระดอนของอุปกรณ์ลูกกีฬา ได้แก่ กอล์ฟ บิงปอง ฮอกกี้ และคริกเก็ต โดยการปล่อยในสภาวะแรงต้านอากาศน้อยๆ ที่ระดับความสูง 1.3 ถึง 1.7 เมตร ตกกระทบแผ่นวัสดุ ได้แก่ เหล็ก ไม้ และจับภาพด้วยกล้องความละเอียดสูง ผลการทดลอง ดังนี้

COR of sports balls for impact with steel target surface					
Type of sports ball	Drop height, h_1 (m)				
	1.3	1.4	1.5	1.6	1.7
Golf Ball	0.897	0.896	0.894	0.892	0.889
Table Tennis Ball	0.809	0.800	0.791	0.783	0.779
Hockey Ball	0.647	0.658	0.653	0.650	0.628
Cricket Ball	0.615	0.610	0.609	0.606	0.606

COR of sports balls for impact with wood target surface					
Type of sports ball	Drop height, h_1 (m)				
	1.3	1.4	1.5	1.6	1.7
Table Tennis Ball	0.786	0.769	0.746	0.748	0.743
Golf Ball	0.681	0.677	0.676	0.675	0.666
Hockey Ball	0.398	0.391	0.381	0.380	0.378
Cricket Ball	0.356	0.351	0.351	0.343	0.350

ภาพประกอบ 18 ตารางค่า COR จากการทดลองของ Haron และ Ismail

ที่มา: Haron, Adli; & Ismail, Khairul. (2012, September). Coefficient of restitution of sports balls: A normal drop test. *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering*. 36(1): 2.

Jonas Persson (Persson, 2012, pp. 662-663) ได้ทดลองหาค่าสัมประสิทธิ์การกระดอนของลูกกีฬา ได้แก่ บาสเกตบอล แอนด์บอล บิงปอง และเทนนิส โดยการปล่อยให้ตกกระทบพื้นแข็ง เช่น พื้นปูน พื้นแก้ว ที่ระดับความสูงประมาณ 30.5 เซนติเมตรและวิเคราะห์ด้วยโปรแกรม Tracker จากการถ่ายวิดีโอขณะทดลอง ผลการทดลองดังภาพประกอบ 19

Jamin Bennett และ Ruwan Meepagala (Bennett & Meepagala) ได้ทำการทดลองหาค่าสัมประสิทธิ์การกระดอนของลูกกีฬาชนิดต่างๆ โดยการปล่อยให้ตกกระทบพื้นคอนกรีต ในระดับความสูง 0.7 ถึง 0.92 เมตร ผลการทดลองดังภาพประกอบ 20

Table 1. The coefficient of restitution for different balls

<i>Ball</i>	<i>COR</i>
Basketball	0.87(2)
Hand ball	0.81(2)
Table-tennis ball	0.89(2)
Tennis ball	0.79(2)

ภาพประกอบ 19 ค่า COR จากการทดลองของ Jonas Persson

ที่มา: Person, Jonas. (2012, November). Measure the coefficient of restitution for sports balls. *Physics Education*. 47(6): 663.

object	H (cm)	h_1 (cm)	h_2 (cm)	h_3 (cm)	h_4 (cm)	h_5 (cm)	h_{ave} (cm)	c.o.r.
range golf ball	92	67	66	68	68	70	67.8	0.858
tennis ball	92	47	46	45	48	47	46.6	0.712
billiard ball	92	60	55	61	59	62	59.4	0.804
hand ball	92	51	51	52	53	53	52.0	0.752
wooden ball	92	31	38	36	32	30	33.4	0.603
steel ball bearing	92	32	33	34	32	33	32.8	0.597
glass marble	92	37	40	43	39	40	39.8	0.658
ball of rubber bands	92	62	63	64	62	64	63.0	0.828
hollow, hard plastic ball	92	47	44	43	42	42	43.6	0.688

ภาพประกอบ 20 ตารางค่า COR จากการทดลองของ Bennett และ Meepagala

ที่มา: <https://hypertextbook.com/facts/2006/restitution.shtml>

Andre Roux และ Jennifer Dickerson (Roux & Dickerson, 2007, pp. 1-7) ได้ทำการทดลองศึกษาสัมประสิทธิ์การกระดอนของลูกเทนนิส โดยการยิงกระทบกำแพงด้วยอัตราเร็วหลายค่าจาก 2.25 m/s ไปจนถึง 11.58 m/s จำนวน 48 ครั้ง และคำนวณอัตราเร็วก่อนกระทบและหลังกระทบทันทีด้วยการวิเคราะห์ผ่านวิดีโอ จากนั้นนำมาบันทึกกราฟค่าสัมประสิทธิ์การกระดอนกับอัตราเร็ว ผลการทดลองสรุปว่าค่าสัมประสิทธิ์การกระดอนขึ้นอยู่กับอัตราเร็วหรือความเร็วสัมพัทธ์ก่อนการกระทบ ยิ่งความเร็วสัมพัทธ์ก่อนการกระทบมีค่ามาก สัมประสิทธิ์การกระดอนจะมีค่าน้อยลง สมการทั่วไปของสัมประสิทธิ์การกระดอนของเทนนิส คือ

$$COR = 1 - (0.18 \pm 0.07)(v_i)^{(0.5 \pm 0.1)} \quad (2.15)$$

เมื่อ v_i คือ อัตราเร็วก่อนการกระทบ

Farkas และ Ramsier (Farkas & Ramsier, 2006, pp. 73-75) ได้ศึกษาสัมประสิทธิ์การกระดอนด้วยการใช้เพียงนาฬิกาจับเวลา โดยการปล่อยลูกกอล์ฟชนิดต่างๆ กระบพพื้นราบแข็งและจับเวลาตั้งแต่ปล่อยจนกระทั่งลูกกอล์ฟหยุดกระดอน หากไม่คิดแรงต้านอากาศความสัมพันธ์กับสัมประสิทธิ์การกระดอน ดังสมการ

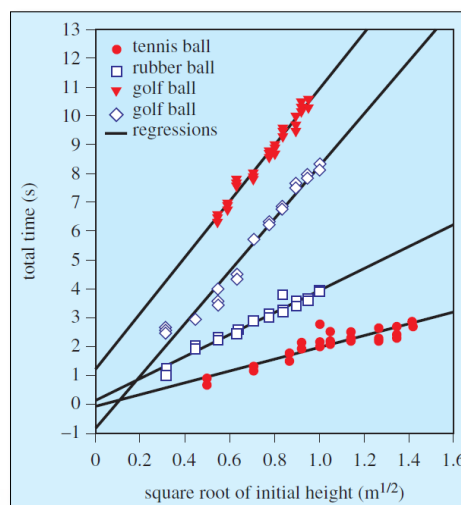
$$t_{total} = \sqrt{\frac{2h_0}{g}} \left[\left(\frac{2}{1-e} \right) - 1 \right] \quad (2.16)$$

เมื่อ t_{total} คือ เวลาที่เริ่มปล่อยลูกกอล์ฟจนหยุดกระดอน

หากเขียนกราฟความสัมพันธ์ระหว่าง $\sqrt{h_0}$ กับ t_{total} จะได้สัมประสิทธิ์การกระดอนจากความชันของกราฟ

$$e = \frac{\text{slope} \sqrt{\frac{g}{2}} - 1}{\text{slope} \sqrt{\frac{g}{2}} + 1} \quad (2.17)$$

ได้กราฟการทดลอง ดังภาพประกอบ 21



ภาพประกอบ 21 กราฟความสัมพันธ์ระหว่าง $\sqrt{h_0}$ กับ t_{total}

ที่มา: Farkas, N; & Ramsier, Rex. (2006, january). Measurement of coefficient of restitution made easy. *Physics Education*. 41(1): 75.

ผลการทดลองหาค่าสัมประสิทธิ์การกระดอน ดังภาพประกอบ 22

	Regression slope (s m ^{-1/2})	R ² value	Average COR
Tennis ball	2.03	0.842	0.636
Rubber ball	3.82	0.973	0.788
Golf ball	9.12	0.972	0.906
Golf ball	9.76	0.976	0.911

ภาพประกอบ 22 ตารางค่า COR จากการทดลองของ Farkas และ Ramsier

ที่มา: Farkas, N; & Ramsier, Rex. (2006, january). Measurement of coefficient of restitution made easy. *Physics Education*. 41(1): 75.

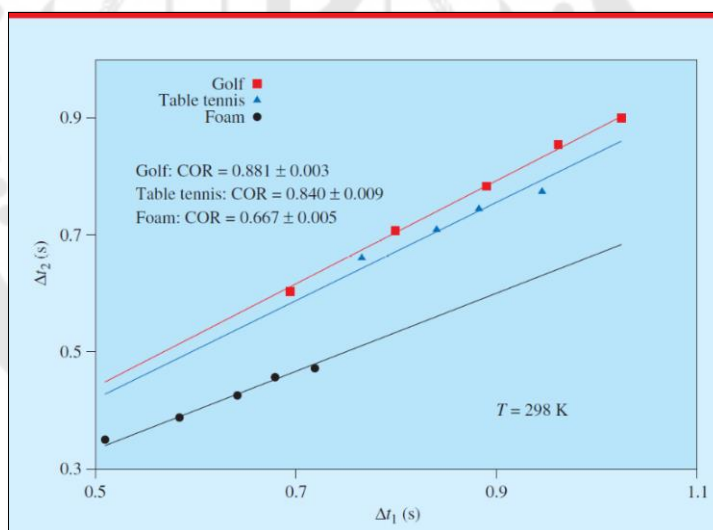
การทดลองนี้สามารถทำได้ทั้งที่โรงเรียนและที่บ้านเพียงมีนาฬิกาจับเวลา นักเรียนได้ทักษะการวิเคราะห์กราฟผ่านการทำกิจกรรมนี้ และใช้แบบจำลองอย่างง่ายในการหาค่าสัมประสิทธิ์การกระดอน

งานวิจัยที่น่าสนใจในการนำเทคโนโลยีสมาร์ทโฟนมาใช้ในการสอนฟิสิกส์ คือ งานวิจัยของ Gonzalez และคณะ (González et al., 2017, pp. 1-13) ได้ศึกษาค่าสัมประสิทธิ์การกระดอนโดยใช้แอปพลิเคชัน AudiA เป็นแอปพลิเคชันที่ใช้บันทึกเสียงเทียบกับเวลา เสียงที่บันทึกเป็นเสียงที่วัตถุกระทบพื้น ซึ่งสัมประสิทธิ์การกระดอนที่ได้หาจากกราฟความต่างของเวลาที่เกิดเสียงกระทบ ดังสมการ

$$e = \frac{\Delta t_{i+1}}{\Delta t_i} \quad (2.18)$$

เมื่อ t_i คือ ช่วงเวลาที่บอลลอยอยู่ในอากาศหลังการกระดอนครั้งที่ i

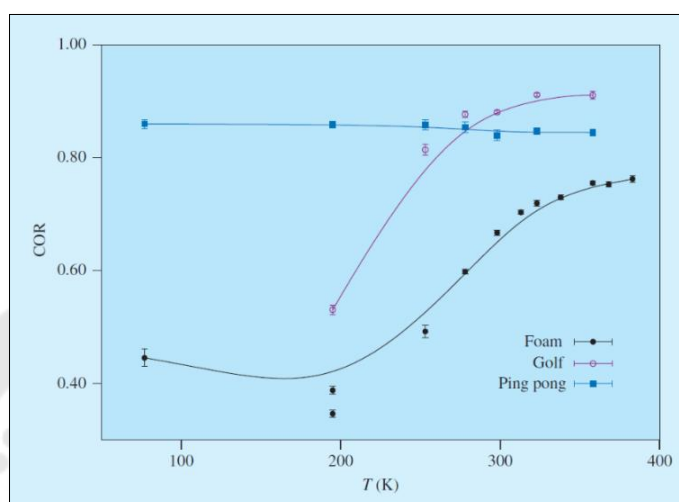
จากการทดลองหาค่าสัมประสิทธิ์การกระดอนของลูกกอล์ฟ ลูกปิงปอง และโฟม ที่อุณหภูมิ 298 เคลวิน ระดับความสูงที่ใช้ในการปล่อยเท่ากัน ดังภาพประกอบ 23



ภาพประกอบ 23 กราฟค่า COR จากการทดลองของ Gonzalez และคณะ

ที่มา: Gonzalez, Manuel;/ et al. (2017, January). Measuring the coefficient of restitution and more: a simple experiment to promote students' critical thinking and autonomous. *Physics Education*. 52(5): 7.

นอกจากนี้ยังได้ทดลองความสัมพันธ์ของสัมประสิทธิ์การกระดอนกับอุณหภูมิ โดยการทดลองแช่ตุ๋นเย็นและใช้ในโตรเจนเหลวในการลดอุณหภูมิของลูกกอล์ฟ ผลการทดลองพบว่าอุณหภูมามีผลต่อสัมประสิทธิ์การกระดอนของลูกกอล์ฟแต่ละชนิดแตกต่างกัน ดังภาพประกอบ 24



ภาพประกอบ 24 กราฟความสัมพันธ์ระหว่างสัมประสิทธิ์การกระดอนต่ออุณหภูมิ

ที่มา: Gonzalez, Manuel; et al. (2017, January). Measuring the coefficient of restitution and more: a simple experiment to promote students' critical thinking and autonomous. *Physics Education*. 52(5): 8.

การทดลองนี้สามารถทำได้ในห้องแล็บที่โรงเรียนและที่บ้านของนักเรียน โดยอาศัยเพียงสมาร์ทโฟนของนักเรียน ซึ่งนักเรียนทุกคนสามารถนำมาใช้ในการทดลองทางฟิสิกส์ได้ นอกจากนี้ยังสามารถใช้กับนักเรียนที่มีพื้นฐานทางคณิตศาสตร์ไม่ค่อยดี แต่สนุกกับการทดลองลงมือปฏิบัติ และได้มีความรู้สึกเป็นนักฟิสิกส์ไปกับการทดลอง อีกทั้งยังได้เรียนรู้เกี่ยวข้องกับคุณสมบัติของวัสดุ เช่น พลังงานจลน์ ความยืดหยุ่น ความแตกต่างของวัสดุ ซึ่งเป็นพื้นฐานที่นักเรียนจะต้องเรียนรู้และเข้าใจในวิชาฟิสิกส์ ด้วยการใช้สมาร์ทโฟนในการทดลอง

บทที่ 3

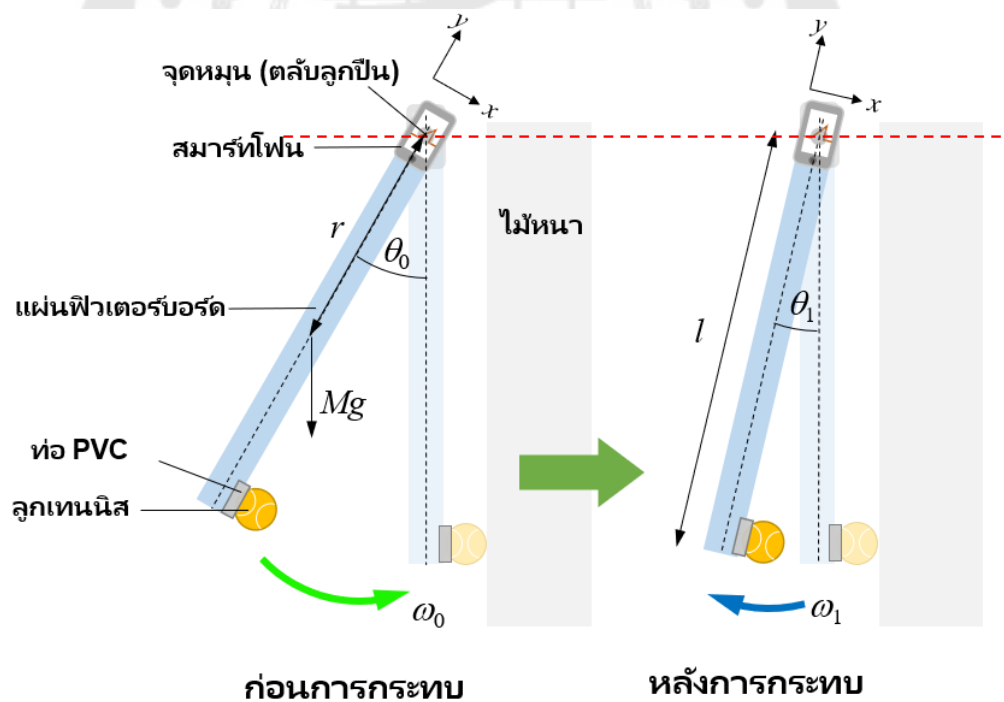
การดำเนินงานวิจัย

ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยได้ดำเนินการดังนี้

1. การคำนวณเชิงทฤษฎี
2. เครื่องมือที่ใช้ในงานวิจัย

1.การคำนวณเชิงทฤษฎี

พิจารณาการกระทบเชิงมุมในระนาบตั้ง ดังภาพประกอบ 25 ติดลูกเทนนิสกับปลายล่าง แผ่นพลาสติกมวลเบา ยาว l ปลายบนติดอยู่กับแกนหมุนตรึงแน่นที่ความฝืดน้อยมาก เมื่อปล่อยให้เคลื่อนที่ไปกระทบแผ่นไม้หนา ด้วยมุมกระทบ θ_0 ทำให้มีอัตราเร็วเชิงมุมก่อนการกระทบเล็กน้อย ω_0 และหลังการกระทบทันทีลูกเทนนิสมีอัตราเร็วเชิงมุม ω_1 กระดอนออกมาได้มุมกระดอน θ_1



ภาพประกอบ 25 การกระทบเชิงมุมของลูกเทนนิสกับแผ่นไม้หนา

เนื่องจากแผ่นไม้หนาไม่เคลื่อนที่ จากสมการ (2.13) สามารถคำนวณหาค่าสัมประสิทธิ์การกระดอนได้จากสมการ

$$e = \sqrt{\frac{\frac{1}{2} I_p \omega_1^2}{\frac{1}{2} I_p \omega_0^2}} \quad (3.1)$$

เมื่อ I_p คือ โมเมนต์ความเฉื่อยรวมของการหมุน
ดังนั้น สัมประสิทธิ์การกระดอนหาได้จากสมการ

$$e = \frac{\omega_1}{\omega_0} \quad (3.2)$$

จากกฎอนุรักษ์พลังงาน เมื่อพิจารณาว่าความยืดหยุ่นมีค่าน้อยๆ ความสัมพันธ์พลังงานศักย์ที่เปลี่ยนเป็นพลังงานจลน์ ดังสมการ

$$E_p = E_k$$

ก่อนการกระทบจะได้ความสัมพันธ์ของพลังงาน ดังสมการ

$$Mgr(1 - \cos \theta_0) = \frac{1}{2} I_p \omega_0^2 \quad (3.3)$$

เมื่อ θ_0 คือ มุมกระทบ

r คือ ระยะจากแกนหมุนถึงจุดศูนย์กลางถ่วง

จากสมการที่ (3.3) สามารถหาอัตราเร็วเชิงมุมก่อนการกระทบเล็กน้อย ได้จากสมการ

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{2Mgr(1 - \cos \theta_0)}{I_p}} \quad (3.4)$$

และอัตราเร็วเชิงมุมหลังการกระทบทันที ได้จากสมการ

$$\omega_1 = \sqrt{\frac{2Mgr(1 - \cos \theta_1)}{I_p}} \quad (3.5)$$

เมื่อ θ_1 คือ มุมกระดอน

พิจารณาสมการ (3.2), (3.4) และ (3.5) จะได้ว่า

$$e = \sqrt{\frac{(1 - \cos \theta_1)}{(1 - \cos \theta_0)}} \quad (3.6)$$

อัตราเร็วเชิงมุมหลังการกระทบที่ สามารถหาได้จากความสัมพันธ์ของสัมประสิทธิ์การกระดอน ดังสมการ

$$\omega_1 = e\omega_0$$

หากมีการกระดอน c ครั้ง จะได้ว่า

$$e^c \omega_0 = \omega_c \quad (3.7)$$

เมื่อ c คือ จำนวนครั้งของการกระทบ

ω_0 คือ อัตราเร็วเชิงมุมก่อนการกระทบครั้งแรก

ω_c คือ อัตราเร็วเชิงมุมหลังการกระทบครั้งที่ c

2.เครื่องมือที่ใช้ในงานวิจัย

2.1 วัสดุอุปกรณ์

1. สมาร์ทโฟน (iPhone 4s) จำนวน 1 เครื่อง มวล 0.140 ± 0.001 กิโลกรัม และมีขนาด (กว้างxยาวxสูง) $0.115 \times 0.058 \times 0.009 \pm 0.001$ เมตร³
2. แผ่นฟิวเจอร์บอร์ด 2 แผ่น ขนาด (กว้างxยาวxสูง) $0.050 \times 0.650 \times 0.002 \pm 0.001$ เมตร³ แต่ละแผ่นมวล 0.005 ± 0.001 กิโลกรัม
3. ลูกกอล์ฟ TourStage PHYZ 6 จำนวน 1 ลูก มวล 0.046 ± 0.001 กิโลกรัม ขนาดเส้นผ่านศูนย์กลาง 0.043 ± 0.001 เมตร
4. ลูกเทนนิส Wilson จำนวน 1 ลูก มวล 0.058 ± 0.001 กิโลกรัม ขนาดเส้นผ่านศูนย์กลาง 0.064 ± 0.001 เมตร
5. ตลับลูกปืน จำนวน 2 ตลับ มวล 0.012 ± 0.001 กิโลกรัม ขนาดเส้นผ่านศูนย์กลาง 0.027 ± 0.001 เมตร
6. ท่อ PVC บาง จำนวน 2 ท่อ ได้แก่ ท่อที่ 1 มวล 0.006 ± 0.001 กิโลกรัม รัศมีภายนอก 0.015 ± 0.001 เมตร รัศมีภายใน 0.014 ± 0.001 ยาว 0.020 ± 0.002 เมตร และท่อที่ 2 มวล 0.011 ± 0.001 กิโลกรัม รัศมีภายนอก 0.028 ± 0.001 เมตร รัศมีภายใน 0.026 ± 0.001 ยาว 0.020 ± 0.002 เมตร
7. กาวตราช้าง 1 หลอด และเทปกาวสองหน้าชนิดบาง 1 ม้วน
8. แกนเหล็กเกลียว จำนวน 1 แกน ขนาด 2.5 หุน ยาว 0.250 ± 0.002 เมตร
9. น็อตตัวเมียขนาด 2.5 หุน จำนวน 4 ตัว
10. แผ่นไม้หนา ขนาด (กว้างxยาวxสูง) $0.440 \times 0.440 \times 0.008 \pm 0.001$ เมตร³ มวล 46.56 ± 0.01 กิโลกรัม

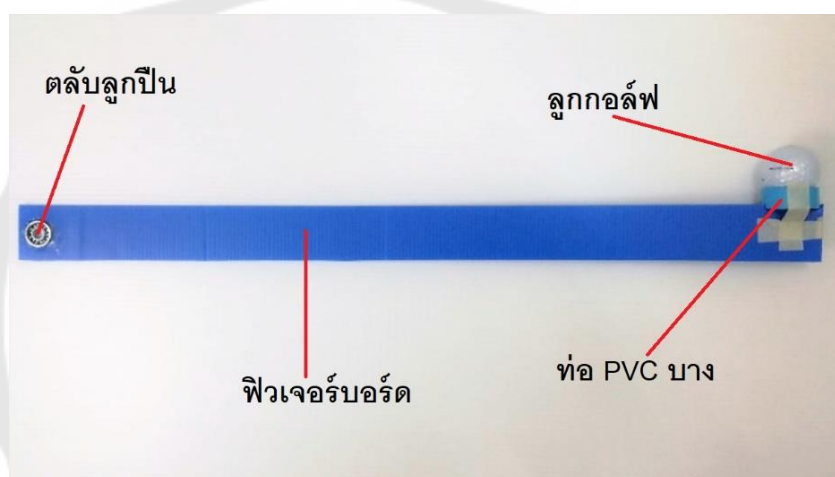


ภาพประกอบ 26 วัสดุอุปกรณ์การทดลองหาค่าสัมประสิทธิ์การกระดอน

2.2 วิธีการสร้างชุดการทดลอง

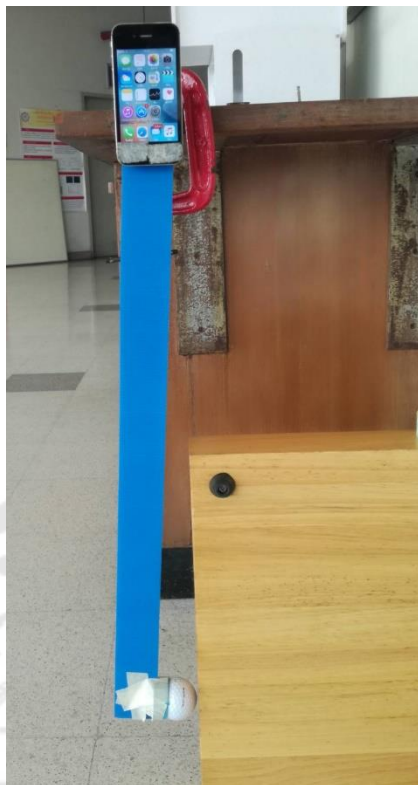
ผู้วิจัยได้สร้างชุดการทดลองหาค่าสัมประสิทธิ์การกระดอน โดยใช้เซนเซอร์ Device motion และ Gyroscope ของสมาร์ทโฟน ดังนี้

1. เจาะฟิวเจอร์บอร์ดที่ปลายด้านหนึ่งให้มีขนาดเท่ากับตลับลูกปืนและติดตลับลูกปืน
2. นำลูกเทนนิสและลูกกอล์ฟ มาติดกับท่อ PVC บาง ด้วยกาวตราช้าง
3. นำท่อ PVC บาง ที่ติดลูกเทนนิสและลูกกอล์ฟแล้ว ไปติดที่ปลายฟิวเจอร์บอร์ดฝั่งตรงข้ามกับตลับลูกปืน ดังภาพประกอบ 27



ภาพประกอบ 27 อุปกรณ์ทดลองหาค่าสัมประสิทธิ์การกระดอนของลูกกอล์ฟ

4. นำแกนเหล็กเกลียวสอดตลับลูกปืน ล็อคด้วยน็อตตัวเมียทั้งสองฝั่ง
5. นำสมาร์ทโฟนติดเทปกาวยาวสองหน้าไปติดกับฟิวเจอร์บอร์ด โดยติดตรงแกนหมุน ดังภาพประกอบ 28



ภาพประกอบ 28 อุปกรณ์ทดลองสัมประสิทธิ์การกระดอนของลูกกอล์ฟ

2.3 สมการที่ใช้คำนวณ

จากภาพประกอบ 28 อุปกรณ์จะมีแกนหมุนร่วมกันและมีโมเมนต์ความเฉื่อยคำนวณจากสมการ

$$I_{total} = I_s + I_f + I_b + I_v \quad (3.8)$$

เมื่อ I_s คือ โมเมนต์ความเฉื่อยของสมาร์ทโฟนรอบแกนหมุน

I_f คือ โมเมนต์ความเฉื่อยของฟิวเจอร์บอร์ดรอบแกนหมุน

I_b คือ โมเมนต์ความเฉื่อยของลูกกอล์ฟ

I_v คือ โมเมนต์ความเฉื่อยของท่อ PVC บางรอบแกนหมุน

โมเมนต์ความเฉื่อยของสมาร์ทโฟนรอบแกนหมุนหาได้จาก

$$I_s = \frac{1}{12} m_s (a^2 + b^2) \quad (3.9)$$

เมื่อ m_s คือ มวลของสมาร์ทโฟน

a คือ ความกว้างของสมาร์ทโฟน

b คือ ความยาวของสมาร์ทโฟน

โมเมนต์ความเฉื่อยของฟิวเจอร์บอร์ดรอบแกนหมุนหาได้จาก

$$I_f = \frac{1}{12} m_f (d^2 + c^2) + m_f h_f^2 \quad (3.10)$$

เมื่อ m_f คือ มวลของฟิวเจอร์บอร์ด

h_f คือ ระยะห่างจากจุดศูนย์กลางมวลของฟิวเจอร์บอร์ดถึงแกนหมุน

d คือ ความยาวของฟิวเจอร์บอร์ด

c คือ ความกว้างของฟิวเจอร์บอร์ด

โมเมนต์ความเฉื่อยของลูกเทนนิสและลูกกอล์ฟรอบแกนหมุนหาได้จาก

$$I_b = \frac{2}{5} m_b r_b^2 + m_b h_b^2 \quad (3.11)$$

เมื่อ m_b คือ มวลของลูกเทนนิสหรือลูกกอล์ฟ

r_b คือ รัศมีของลูกเทนนิสหรือลูกกอล์ฟ

h_b คือ ระยะห่างจากจุดศูนย์กลางมวลของลูกเทนนิสหรือลูกกอล์ฟถึงแกนหมุน

โมเมนต์ความเฉื่อยของท่อ PVC บาง รอบแกนหมุนหาได้จาก

$$I_v = \frac{1}{2} m_v r_v^2 + m_v h_v^2 \quad (3.12)$$

เมื่อ m_v คือ มวลของท่อ PVC

r_v คือ รัศมีเฉื่อยของท่อ PVC

h_v คือ ระยะห่างจากจุดศูนย์กลางมวลของท่อ PVC ถึงแกนหมุน

หากประมาณจุดศูนย์กลาง เป็นจุดศูนย์กลางมวลของระบบที่อยู่นิ่งในระนาบเดียวกัน ระยะจากแกนหมุนถึงจุดศูนย์กลางมวลหาได้จาก

$$R_{cm} = \sqrt{\left(\frac{m_s h_s + m_f h_f + m_b x_b + m_v h_v}{m_{total}}\right)^2 + \left(\frac{m_b y}{m_{total}}\right)^2} \quad (3.13)$$

เมื่อ m_{total} คือ มวลรวมของลูกกีฬาสมาถ์โฟน ฟิวเจอร์บอร์ดและท่อ PVC บาง

x_b คือ ความยาวในแนวดิ่งจากแกนหมุนถึงแนวศูนย์กลางมวลของลูกกีฬาสมาถ์โฟน

y_b คือ ความยาวจุดศูนย์กลางมวลของลูกกีฬาสมาถ์โฟนถึงแนวแกนหมุนในแนวดิ่ง

สมการที่ใช้ในการคำนวณสัมประสิทธิ์การกระดอนโดยใช้เซนเซอร์ของสมารถ์โฟน

จากสมการ (3.2) หากมีการกระทบจำนวน 5 ครั้ง จะได้ว่า

$$e = \frac{\omega_n}{\omega_{n-1}} \quad (3.14)$$

เมื่อ n คือ 1, 3, 5, 7, 9 (จำนวนคี่)

จากสมการ (3.7) หากมีการกระทบจำนวน 5 ครั้ง จะได้ว่า

$$e = \sqrt{\frac{1 - \cos \theta_n}{1 - \cos \theta_{n-1}}} \quad (3.15)$$

เมื่อ n คือ 1, 2, 3, 4, 5 (จำนวนนับ)

สมการที่ใช้ในการคำนวณสัมประสิทธิ์การกระดอนโดยการปล่อยกระทบ
จากสมการที่ (2.14) พิจารณาเฉพาะความสูง หากมีการกระทบ 5 ครั้ง จะได้ว่า

$$e = \sqrt{\frac{h_n}{h_{n-1}}} \quad (3.16)$$

เมื่อ n คือ 1, 2, 3, 4, 5 (จำนวนนับ)

ในการทดลองนี้ความเร็วก่อนการกระทบจากการทดลองทั้งสองวิธีต้องเท่ากัน ซึ่งผู้วิจัย
นำค่าอัตราเร็วเชิงมุมจากการทดลองโดยใช้เซนเซอร์ของสมาร์ทโฟน มาคำนวณหาความสูงในการ
ปล่อยแต่ละครั้งจากสมการ

$$h_0 = \frac{\omega_0^2 r^2}{2g} \quad (3.17)$$

เมื่อ h_0 คือ ความสูงในการปล่อย

ω_0 คือ ความเร็วเชิงมุมจากการทดลองโดยใช้เซนเซอร์ของสมาร์ทโฟน

ผู้วิจัยจะนำสมการที่ (3.14) และ (3.15) จะนำไปใช้ประกอบการคำนวณของการ
ทดลองโดยใช้เซนเซอร์ Device motion และ Gyroscope ของสมาร์ทโฟนในการบันทึกข้อมูล ส่วน
สมการที่ (3.16) จะนำไปใช้ประกอบการคำนวณการทดลองโดยการปล่อยกระทบ ใช้การบันทึก
วิดีโอในการบันทึกข้อมูล

2.4 แอปพลิเคชันที่ใช้ในการทดลอง

แอปพลิเคชัน SensorLog Version 1.9.6 โดย Bernd Thomas ดาวน์โหลดได้จาก
App store เป็นแอปพลิเคชันที่มีความสามารถในการวัดปริมาณเชิงฟิสิกส์ได้หลากหลายในเวลา
เดียวกัน สามารถคำนวณแสดงผลเป็นกราฟให้ทราบที่หน้าจอ ดังภาพประกอบ 29 และสามารถ
ส่งผลการบันทึกค่าเป็นไฟล์เอกเซลไปยังที่อยู่อีเมลเพื่อนำข้อมูลไปวิเคราะห์ต่อไปได้อีกด้วย



ภาพประกอบ 29 แอปพลิเคชัน SensorLog ที่ใช้ในการทดลอง

2.5 วิธีการทดลอง

ตอนที่ 1 ขั้นตอนการทดลองโดยใช้เซ็นเซอร์ Device motion และ Gyroscope ของสมาร์ทโฟน มีขั้นตอนดังนี้

1. นำชุดทดลองการหาค่าสัมประสิทธิ์การกระดอนมาไว้หน้าแผ่นไม้หนา โดยให้ลูกกอล์ฟแตะแผ่นไม้หนาในแนวตั้งพอดี ดังภาพประกอบ 28

2. เปิดแอปพลิเคชัน SensorLog ตั้งค่าความถี่ในการบันทึกข้อมูล 60 Hz เพื่อบันทึกข้อมูลการทดลอง แล้วทำการยกลูกกอล์ฟขึ้นท่ามุ่มประมาณ 90 องศาในแนวตั้ง โดยไม่ให้ฟิวเจอร์บอร์ดเบี้ยวแล้วปล่อย

3. เมื่อลูกกอล์ฟหยุดกระดอน ทำการส่งข้อมูลการทดลองไปยังที่อยู่อีเมล

4. ทำซ้ำตามข้อที่ 1 ถึง 3 จำนวน 5 ครั้ง

5. เปลี่ยนเป็นลูกเทนนิสและทำซ้ำตามข้อที่ 1 ถึง 4

6. นำผลการทดลองมาเขียนกราฟความสัมพันธ์ $\sqrt{1 - \cos \theta_n}$ กับ $\sqrt{1 - \cos \theta_{n-1}}$ และ ω_n กับ ω_{n-1} ตามสมการ (3.14) และ (3.15)

7. คำนวณหาค่าสัมประสิทธิ์การกระดอนจากความชันของกราฟทั้งสอง

8. นำค่าสัมประสิทธิ์การกระดอนที่ได้จากการทดลองโดยใช้เซ็นเซอร์ Device motion และ Gyroscope ของสมาร์ทโฟน ไปเปรียบเทียบกับค่าที่ได้จากการทดลองโดยการปล่อยกระทบบ

ตอนที่ 2 ขั้นตอนการทดลองโดยการปล่อยกระแทก บันทึกข้อมูลการทดลองโดยใช้
 สมาร์ทโฟนบันทึกวิดีโอ มีขั้นตอนดังนี้

1. นำไม้เมตรมาวางไว้ในแนวตั้งฉากกับพื้น และเตรียมกล้องวิดีโอใส่ขาตั้งให้
 กล้องอยู่ในแนวตั้งและทำการเปิดกล้องเพื่อบันทึกวิดีโอ

2. นำลูกกอล์ฟมาปล่อยที่ระดับความสูง ซึ่งคำนวณจากสมการ (3.17)

3. ทำการปล่อยลูกกอล์ฟกระทบแผ่นไม้หนา และถ่ายวิดีโอจนกว่าลูกกอล์ฟจะ
 หยุดกระดอน ทำซ้ำ 5 ครั้ง

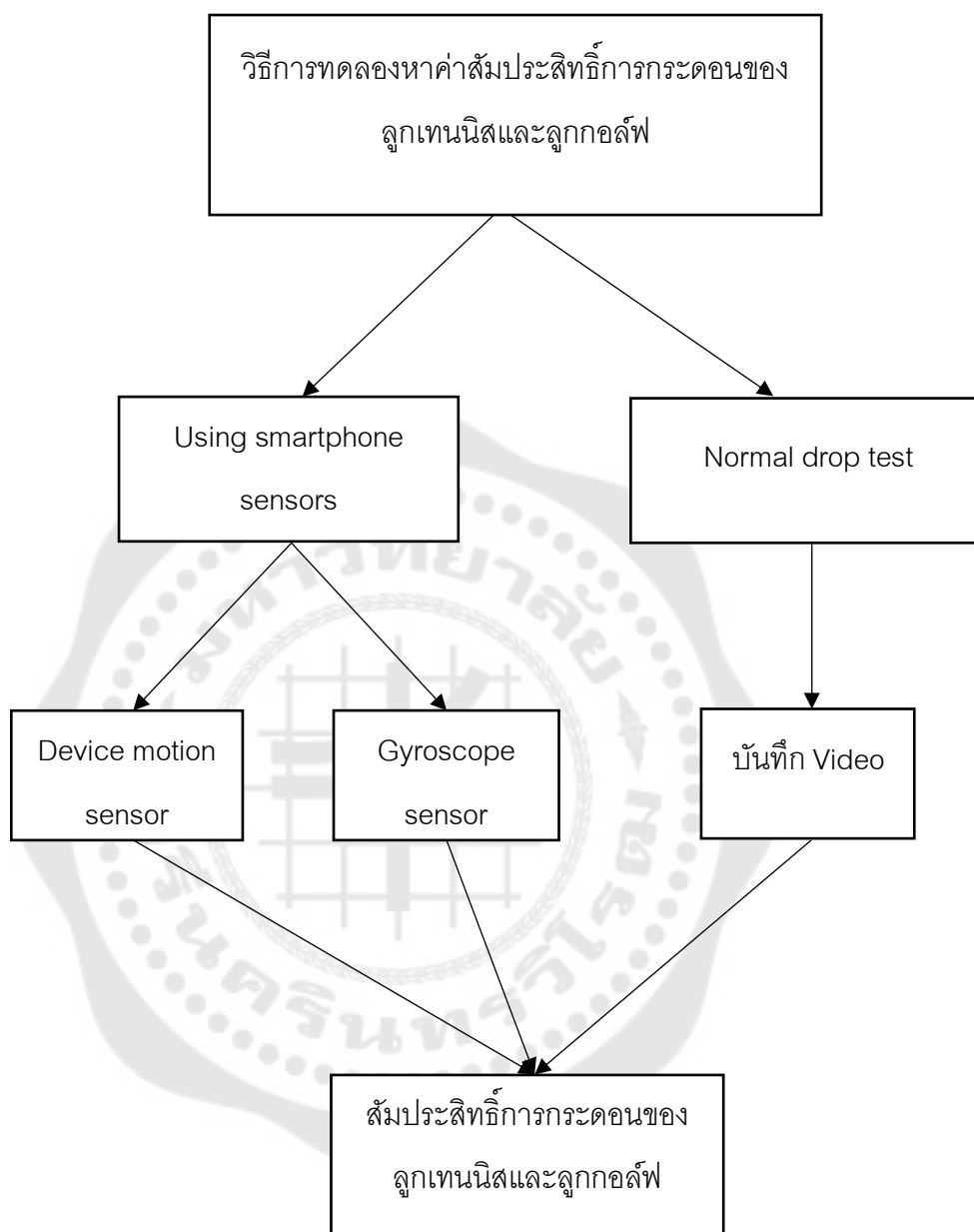
4. เปลี่ยนเป็นลูกเทนนิสและทำซ้ำข้อ 1 ถึง 3

5. นำภาพจากวิดีโอมาหาความสูงของลูกกอล์ฟและลูกเทนนิสก่อนปล่อยและ
 ความสูงที่กระดอนได้เทียบกับไม้เมตร

6. นำผลการทดลองมาเขียนกราฟความสัมพันธ์ $\sqrt{h_n}$ กับ $\sqrt{h_{n-1}}$ ตามสมการ
 (3.16)

7. คำนวณหาค่าสัมประสิทธิ์การกระดอนจากความชันของกราฟ

การทดลองโดยใช้เซนเซอร์ของสมาร์ทโฟนและการปล่อยกระแทก ผู้วิจัยจะนำค่า
 สัมประสิทธิ์การกระดอนของลูกเทนนิสและลูกกอล์ฟทั้งสองวิธีมาเปรียบเทียบกัน ซึ่งจะขอลำถึง
 ในบทต่อไป



บทที่ 4

ผลการวิจัย

ผู้วิจัยได้ทำการทดลองหาค่าสัมประสิทธิ์การกระดอนของลูกเทนนิสและลูกกอล์ฟ โดยใช้ เซนเซอร์ Device motion และ Gyroscope ของสมาร์ทโฟน ในการบันทึกตำแหน่งเชิงมุม ความเร็วเชิงมุม และเวลา จากนั้นนำข้อมูลดิบที่ได้จากสมาร์ทโฟนมาบันทึกค่าลงในตารางบันทึกผลและนำไปเขียนกราฟ เพื่อคำนวณหาค่าสัมประสิทธิ์การกระดอนจากความชันของกราฟ จากนั้นนำผลการทดลองที่ได้ไปเปรียบเทียบกับผลการทดลองโดยการปล่อยกระแทบ ซึ่งมีผลการทดลองหาค่าสัมประสิทธิ์การกระดอนของลูกเทนนิสและลูกกอล์ฟ ดังหัวข้อต่อไปนี้

1. ผลการคำนวณข้อมูลเบื้องต้น

1.1 โมเมนต์ความเฉื่อยของชุดการทดลอง

1.2 จุดศูนย์กลางของชุดการทดลอง

2. ผลการทดลองโดยใช้เซนเซอร์ของสมาร์ทโฟน

2.1 ข้อมูลจากการทดลองโดยใช้เซนเซอร์ Device motion และ Gyroscope

2.2 ตารางบันทึกตำแหน่งเชิงมุม และอัตราเร็วเชิงมุม

2.3 กราฟและค่าสัมประสิทธิ์การกระดอนจากเซนเซอร์ของสมาร์ทโฟน

3. ผลการทดลองโดยการปล่อยกระแทบ

3.1 ตารางบันทึกความสูง

3.2 กราฟและค่าสัมประสิทธิ์การกระดอนโดยการปล่อยกระแทบ

1. ผลการคำนวณข้อมูลเบื้องต้น

1.1 โมเมนต์ความเฉื่อยของชุดการทดลอง

ผู้วิจัยได้คำนวณโมเมนต์ความเฉื่อยของชุดการทดลอง จากการรวมโมเมนต์ความเฉื่อยของสมาร์ทโฟน แผ่นฟิวเจอร์บอร์ด ลูกเทนนิส ลูกกอล์ฟ และท่อ PVC รอบแกนหมุนเดียวกัน โดยใช้สมการ (3.8), (3.9), (3.10), (3.11) และ (3.12) ในการคำนวณโมเมนต์ความเฉื่อยของชุดการทดลองหาค่าสัมประสิทธิ์การกระดอนของลูกเทนนิสและลูกกอล์ฟ ผลการคำนวณ ดังนี้

ตารางที่ 1 โมเมนต์ความเฉื่อยของชุดการทดลองหาค่าสัมประสิทธิ์การกระดอนของลูกเทนนิส

มวล (g)	รัศมี (cm)	ความยาว (cm)	ความกว้าง (cm)	ระยะจาก แกนหมุน (cm)	โมเมนต์ความ เฉื่อย (kg.m^2)
m_b 58±1	r_b 3.2±0.1	-	-	h_b 62±1	I_b 0.0251±0.0011
m_f 5±1	-	d 65±1	c 5.0±0.2	h_f 32.5±0.2	I_f 0.0008±0.0001
m_s 140±10	-	b 11.5±0.2	a 5.8±0.1	-	I_s 0.0002±0.0001
m_v 11±1	r_v 2.8±0.1	-	-	h_v 60.1±0.2	I_v 0.0045±0.0002
$I_{total} = I_s + I_f + I_b + I_v = 0.0306 \pm 0.0015 \text{ kg.m}^2$					

ตารางที่ 2 โมเมนต์ความเฉื่อยของชุดการทดลองหาค่าสัมประสิทธิ์การกระดอนของลูกกอล์ฟ

มวล (g)	รัศมี (cm)	ความยาว (cm)	ความกว้าง (cm)	ระยะจากแกน หมุน (cm)	โมเมนต์ความ เฉื่อย (kg.m^2)
m_b 46±1	r_b 2.2±0.5	-	-	h_b 62±1	I_b 0.0186±0.0012
m_f 5±1	-	d 65±1	c 5.0±0.2	h_f 32.5±0.2	I_f 0.0008±0.0001
m_s 140±10	-	b 11.5±0.2	a 5.8±0.1	-	I_s 0.0002±0.0001
m_v 6±1	r_v 1.5±0.1	-	-	h_v 60.1±0.2	I_v 0.0022±0.0003
$I_{total} = I_s + I_f + I_b + I_v = 0.0218 \pm 0.0017 \text{ kg.m}^2$					

จะเห็นว่าโมเมนต์ความเฉื่อยของลูกเทนนิส และลูกกอล์ฟ มีค่ามากๆ เมื่อเทียบกับวัสดุอื่นๆ รอบแกนหมุนเดียวกัน ข้อสรุปนี้จึงประมาณว่าโมเมนต์ความเฉื่อยของชุดการทดลองหาค่าสัมประสิทธิ์การกระดอนเป็นโมเมนต์ความเฉื่อยของลูกเทนนิสและลูกกอล์ฟ

1.2 จุดศูนย์ถ่วง

ผู้วิจัยได้คำนวณหาจุดศูนย์ถ่วงของชุดการทดลองหาค่าสัมประสิทธิ์การกระดอนของลูกกอล์ฟและลูกเทนนิส โดยประมาณจุดศูนย์ถ่วง เป็นจุดศูนย์กลางมวลและใช้สมการ (3.13) ในการคำนวณ ผลการคำนวณดังนี้

ตารางที่ 3 จุดศูนย์ถ่วงของชุดการทดลองหาค่าสัมประสิทธิ์การกระดอนของลูกเทนนิส

m_{total} (g)	$m_b x_b$ (g.m)	$m_b y_b$ (g.m)	$m_f x_f$ (g.m)	$m_s x_s$ (g.m)	$m_v x_v$ (g.m)
214±13	38±05	3±1	2±1	5±1	4±1
$R_{cm} = 0.229 \pm 0.016$ m					

ตารางที่ 4 จุดศูนย์ถ่วงของชุดการทดลองหาค่าสัมประสิทธิ์การกระดอนของลูกกอล์ฟ

m_{total} (g)	$m_b x_b$ (g.m)	$m_b y_b$ (g.m)	$m_f x_f$ (g.m)	$m_s x_s$ (g.m)	$m_v x_v$ (g.m)
197±13	29±5	2±1	2±1	5±1	3±1
$R_{cm} = 0.201 \pm 0.015$ m					

ผลจากการคำนวณพบว่าจุดศูนย์ถ่วงของชุดการทดลองหาค่าสัมประสิทธิ์การกระดอนของลูกกอล์ฟใกล้เคียงแกนหมุนมากกว่าลูกเทนนิสอยู่เล็กน้อย เนื่องจากลูกเทนนิสมีมวลมากกว่าลูกกอล์ฟ

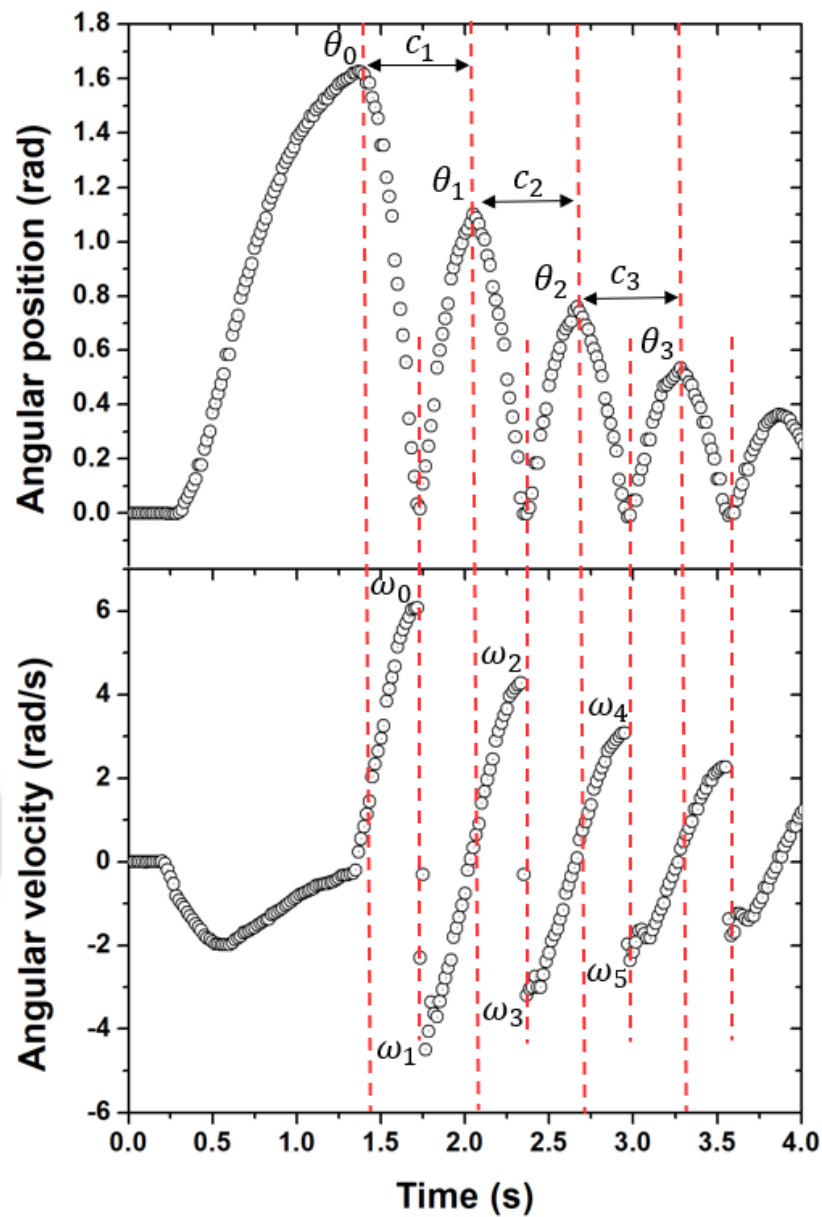
2.ผลการทดลองโดยใช้เซ็นเซอร์ของสมาร์ทโฟน

2.1 ข้อมูลจากการทดลองโดยใช้เซ็นเซอร์ Device motion และ Gyroscope

พิจารณาภาพประกอบ 30 แสดงตัวอย่างข้อมูลจากการทดลองหาค่าสัมประสิทธิ์การกระดอนของลูกเทนนิสกระทบแผ่นไม้หนา 3 ครั้ง ข้อมูลตำแหน่งเชิงมุม (Angular position) กับความเร็วเชิงมุม (Angular velocity) มีความสัมพันธ์กับเวลาดังกราฟ ถูกบันทึกในเวลาเดียวกันด้วยเซ็นเซอร์ของสมาร์ทโฟน ซึ่งสามารถบันทึกข้อมูลได้ 3 แกน (x, y และ z) จากภาพประกอบ 25 แผ่นฟิวเจอร์บอร์ดหมุนอิสระรอบแกน z ดังนั้น ข้อมูลตำแหน่งเชิงมุมและความเร็วเชิงมุมที่ถูกบันทึกในแนวแกน z จะถูกนำไปวิเคราะห์และคำนวณหาค่าสัมประสิทธิ์การกระดอน ข้อมูลตำแหน่งเชิงมุมจะถูกบันทึกจากการวางตัวของสมาร์ทโฟนในหน่วยเรเดียน ถูกประมวลผลโดยข้อมูลดิบจากเซ็นเซอร์ความเร่งและเซ็นเซอร์ Gyroscope ซึ่งสามารถตัดปัจจัยภายนอก เช่น แรงโน้มถ่วง

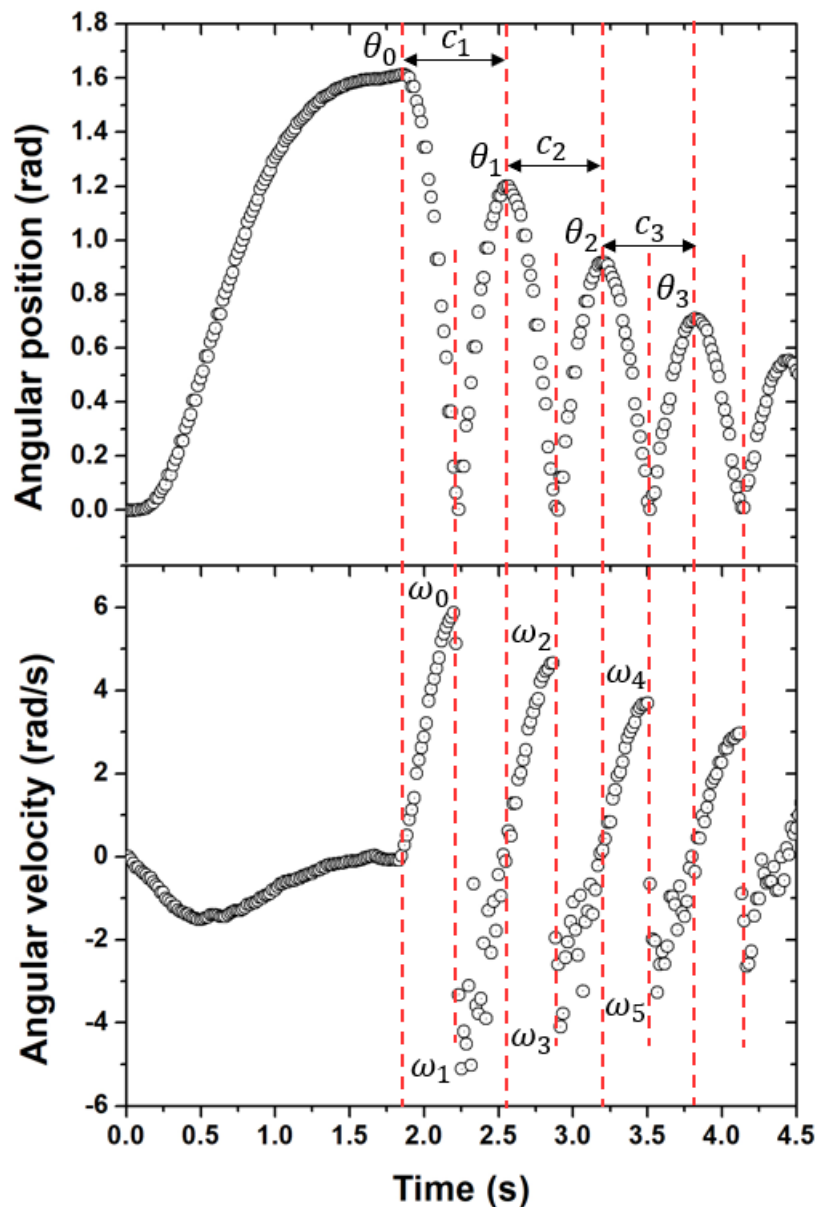
เมื่อพิจารณาถึงความเสียดทานของตลับลูกปืน ซึ่งเป็นปัจจัยที่ส่งผลต่อการหมุนตัวของสมาร์ทโฟน แต่ความเสียดทานนี้มีค่าน้อยๆ สามารถพิสูจน์จากการเคลื่อนที่แบบซิมเปิลฮาร์มอนิก ซึ่งมีคาบของการแกว่งใกล้เคียงกันมากๆ ดังนั้น ความเสียดทานของตลับลูกปืนจึงไม่ถูกนำมาพิจารณาในการคำนวณหาค่าสัมประสิทธิ์การกระดอน

ในการทดลองหาค่าสัมประสิทธิ์การกระดอน จากภาพประกอบ 30 ผู้วิจัยทำการยกลูกเทนนิสขึ้นจนถึงมุม 1.62 เรเดียน หรือประมาณ 92.8 องศา กับแนวตั้ง เขียนแทนด้วย θ_0 ซึ่งกราฟนี้สามารถดูได้ในการแสดงผลบนหน้าจอของสมาร์ทโฟน และความเร็วเชิงมุมค่อยๆ เพิ่มขึ้นเนื่องจากการเคลื่อนที่ของลูกเทนนิสจนหยุด ที่ตำแหน่งนี้ความเร็วเชิงมุมมีค่าเป็น 0 เมื่อปล่อยให้ลูกเทนนิสเคลื่อนที่ความเร็วเชิงมุมจะเพิ่มขึ้นจาก 0 ถึง 6.08 เรเดียนต่อวินาที เขียนแทนด้วย ω_0 ในส่วนของตำแหน่งเชิงมุมจะลดลงจนเป็น 0 เรเดียน ที่ตำแหน่งนี้จะเกิดการกระทบระหว่างลูกเทนนิสกับแผ่นไม้หนา และหลังจากการกระทบลูกเทนนิสจะกระดอนจากตำแหน่งเชิงมุม 0 เพิ่มขึ้นไปจนถึง 1.10 เรเดียน เขียนแทนด้วย θ_1 ในส่วนของความเร็วเชิงมุมจะลดลงจาก -4.49 เรเดียนต่อวินาที ไปจนถึง 0 เรเดียนต่อวินาที ความเร็วเชิงมุมติดลบเพราะสมาร์ทโฟนหมุนในทิศตามเข็มนาฬิกา ซึ่งเป็นทิศทางตรงข้ามกับทิศก่อนการกระทบ ที่กล่าวมานี้ คือ การกระทบ 1 ครั้ง ($c = 1$) สำหรับการกระทบของลูกเทนนิสกับแผ่นไม้หนา



ภาพประกอบ 30 กราฟข้อมูลดิบจากการทดลองลูกเทนนิส

จากภาพประกอบ 30 แสดงการกระดอนของลูกเทนนิสจำนวน 3 ครั้ง และในแต่ละการกระดอนตำแหน่งเชิงมุมและอัตราเร็วเชิงมุมจะค่อยๆ ลดลง ซึ่งข้อมูลตำแหน่งเชิงมุมและอัตราเร็วเชิงมุมนี้จะนำไปคำนวณหาค่าสัมประสิทธิ์การกระดอน ตามสมการที่ (3.14) และ (3.15) คำนวณได้ค่าสัมประสิทธิ์การกระดอนของลูกเทนนิส คือ 0.755 และ 0.731 ถูกคำนวณจากข้อมูลตำแหน่งเชิงมุมและอัตราเร็วเชิงมุม ตามลำดับ ในการกระดอนครั้งแรก



ภาพประกอบ 31 กราฟข้อมูลดิบจากการทดลองลูกกอล์ฟ

เช่นเดียวกับลูกเทนนิส ภาพประกอบ 31 แสดงการกระดอนของลูกกอล์ฟจำนวน 3 ครั้ง และในแต่ละการกระดอนตำแหน่งเชิงมุมและอัตราเร็วเชิงมุมจะค่อยๆ ลดลง ซึ่งข้อมูลตำแหน่งเชิงมุมและอัตราเร็วเชิงมุมนี้จะนำไปคำนวณหาค่าสัมประสิทธิ์การกระดอน ตามสมการที่ (3.14) และ (3.15) คำนวณได้ค่าสัมประสิทธิ์การกระดอนของลูกกอล์ฟ คือ 0.891 และ 0.872 ถูกคำนวณจากข้อมูลตำแหน่งเชิงมุมและอัตราเร็วเชิงมุม ตามลำดับ ในการกระดอนครั้งแรก

2.2 ตารางบันทึกตำแหน่งเชิงมุม และอัตราเร็วเชิงมุม

การทดลองนี้ผู้วิจัยได้ทำการทดลองซ้ำจำนวน 5 ครั้ง และแต่ละครั้งจะทำการกระทบครั้งที่ 1 ถึง 5 นำมาคำนวณหาค่าเฉลี่ยและความคลาดเคลื่อนบันทึกลงในตารางการทดลองของลูกเทนนิสและลูกกอล์ฟ ผลการทดลองดังตารางต่อไปนี้

ตารางที่ 5 อัตราเร็วเชิงมุมก่อนและหลังการกระทบ

กระทบ ครั้งที่	อัตราเร็วเชิงมุมของลูกเทนนิส (rad/s)		อัตราเร็วเชิงมุมของลูกกอล์ฟ (rad/s)	
	ก่อนการกระทบ	หลังการกระทบ	ก่อนการกระทบ	หลังการกระทบ
1	5.956 ± 0.157	4.511 ± 0.102	5.918 ± 0.174	5.182 ± 0.069
2	4.206 ± 0.048	3.251 ± 0.107	4.635 ± 0.134	4.059 ± 0.080
3	3.045 ± 0.085	2.309 ± 0.053	3.684 ± 0.107	3.265 ± 0.079
4	2.230 ± 0.030	1.768 ± 0.068	2.952 ± 0.090	2.572 ± 0.112
5	1.665 ± 0.033	1.256 ± 0.067	2.362 ± 0.066	1.987 ± 0.082

ตารางที่ 6 ค่าของ θ ก่อนและหลังการกระทบของลูกเทนนิสและลูกกอล์ฟ

กระทบ ครั้งที่	ค่า θ ของลูกเทนนิส (rad)		ค่า θ ของลูกกอล์ฟ (rad)	
	มุมกระทบ	มุมกระดอน	มุมกระทบ	มุมกระดอน
1	1.556 ± 0.055	1.072 ± 0.025	1.608 ± 0.055	1.328 ± 0.036
2	1.072 ± 0.025	0.743 ± 0.030	1.328 ± 0.036	1.125 ± 0.016
3	0.743 ± 0.030	0.523 ± 0.022	1.125 ± 0.016	0.953 ± 0.025
4	0.523 ± 0.022	0.319 ± 0.013	0.953 ± 0.025	0.804 ± 0.030
5	0.319 ± 0.013	0.266 ± 0.001	0.804 ± 0.030	0.683 ± 0.026

ตารางที่ 7 ค่าของ $\sqrt{1-\cos\theta}$ ก่อนและหลังการกระทบของลูกเทนนิสและลูกกอล์ฟ

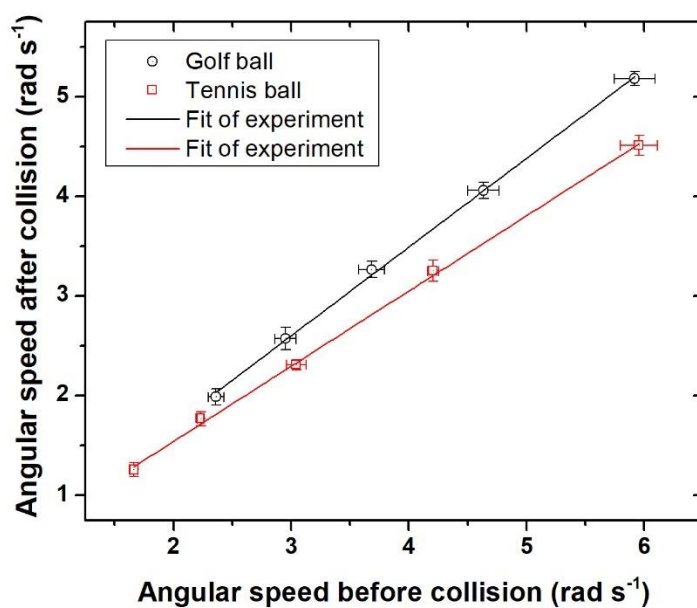
กระทบ ครั้งที่	ค่า $\sqrt{1-\cos\theta}$ ของลูกเทนนิส		ค่า $\sqrt{1-\cos\theta}$ ของลูกกอล์ฟ	
	ก่อนการกระทบ	หลังการกระทบ	ก่อนการกระทบ	หลังการกระทบ
1	0.993 ± 0.028	0.722 ± 0.015	1.019 ± 0.028	0.872 ± 0.020
2	0.722 ± 0.015	0.513 ± 0.019	0.872 ± 0.020	0.754 ± 0.010
3	0.513 ± 0.019	0.366 ± 0.015	0.754 ± 0.010	0.649 ± 0.016
4	0.366 ± 0.015	0.366 ± 0.015	0.649 ± 0.016	0.554 ± 0.020
5	0.266 ± 0.009	0.188 ± 0.006	0.554 ± 0.020	0.473 ± 0.017

2.3 กราฟและค่าสัมประสิทธิ์การกระดอนจากเซนเซอร์ของสมาร์ตโฟน

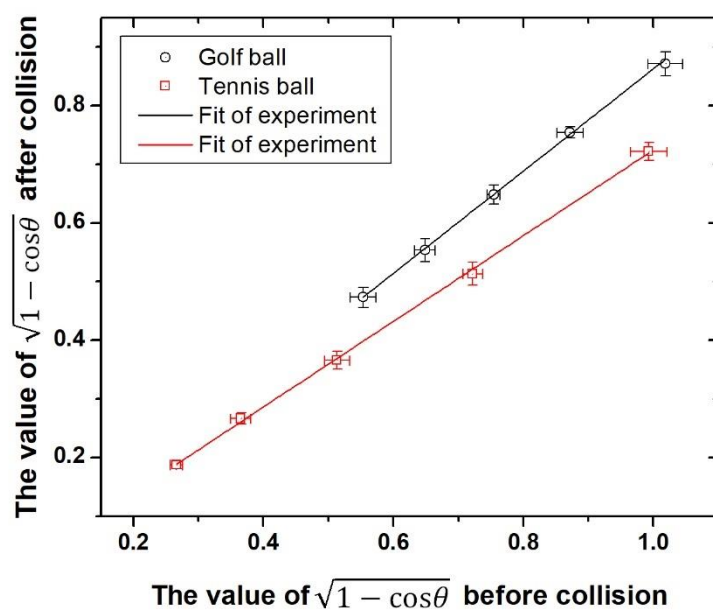
ผู้วิจัยได้นำข้อมูลจากตารางที่ 5 ซึ่งแสดงความสัมพันธ์ระหว่างอัตราเร็วเชิงมุมก่อนและหลังการกระทบในแต่ละครั้ง ทั้งลูกเทนนิสและลูกกอล์ฟถูกนำไปเขียนกราฟ ดังภาพประกอบ 32 โดยใช้การกระดอน 5 ครั้ง จากการทดลองซ้ำ 5 ครั้ง แสดงความสัมพันธ์ (ω_0, ω_1) , (ω_2, ω_3) , (ω_4, ω_5) , (ω_6, ω_7) และ (ω_8, ω_9) ซึ่งเป็นการกระดอนครั้งที่ 1 ถึงครั้งที่ 5 ตามลำดับ ก่อนการกระทบครั้งแรกอัตราเร็วเชิงมุมจะมีค่ามากที่สุด และจะค่อยๆ ลดลงแบบเส้นตรงในครั้งถัดไป จากสมการ (3.14) บ่งชี้ว่าสามารถคำนวณหาค่าสัมประสิทธิ์การกระดอนจากความชันของกราฟ และค่าความชันที่คำนวณได้ คือ 0.891 ± 0.015 และ 0.755 ± 0.016 สำหรับลูกกอล์ฟและลูกเทนนิสตามลำดับ

จากตารางที่ 7 ซึ่งแสดงความสัมพันธ์ระหว่างค่า $\sqrt{1-\cos\theta}$ ก่อนและหลังการกระทบของลูกเทนนิสและลูกกอล์ฟ และนำมาเขียนกราฟดังภาพประกอบ 33 และจากสมการ (3.15) สามารถหาค่าสัมประสิทธิ์การกระดอนจากความชันของกราฟ คือ 0.872 ± 0.014 และ 0.731 ± 0.009 สำหรับลูกกอล์ฟและลูกเทนนิส ตามลำดับ

เมื่อพิจารณาค่าสัมประสิทธิ์การกระดอน ทำให้ทราบว่า การกระทบแผ่นไม้หน้าของลูกกอล์ฟมีความยืดหยุ่นมากกว่าการกระทบของลูกเทนนิส เนื่องจากมีค่าสัมประสิทธิ์การกระดอนมากกว่า ซึ่งหมายความว่าลูกกอล์ฟสามารถรักษาลังงานจลน์และขณะกระทบสามารถคืนรูปได้ดีกว่าลูกเทนนิส



ภาพประกอบ 32 กราฟการทดลองโดยใช้เซนเซอร์ Gyroscope



ภาพประกอบ 33 กราฟการทดลองโดยใช้เซนเซอร์ Device motion

3.ผลการทดลองโดยการปล่อยกระแทบ

3.1 ตารางบันทึกความสูง

การทดลองนี้ผู้วิจัยได้ทำการปล่อยลูกเทนนิสและลูกกอล์ฟซ้ำจำนวน 5 ครั้ง จากความสูงที่คำนวณจากสมการ (3.17) และใช้ความสูงจากการกระดอนครั้งที่ 1 ถึงครั้งที่ 5 นำมาคำนวณหาค่าเฉลี่ยและค่าความคลาดเคลื่อนบันทึกลงในตาราง ดังต่อไปนี้

ตารางที่ 8 ค่าของความสูงก่อนและหลังการกระแทบ

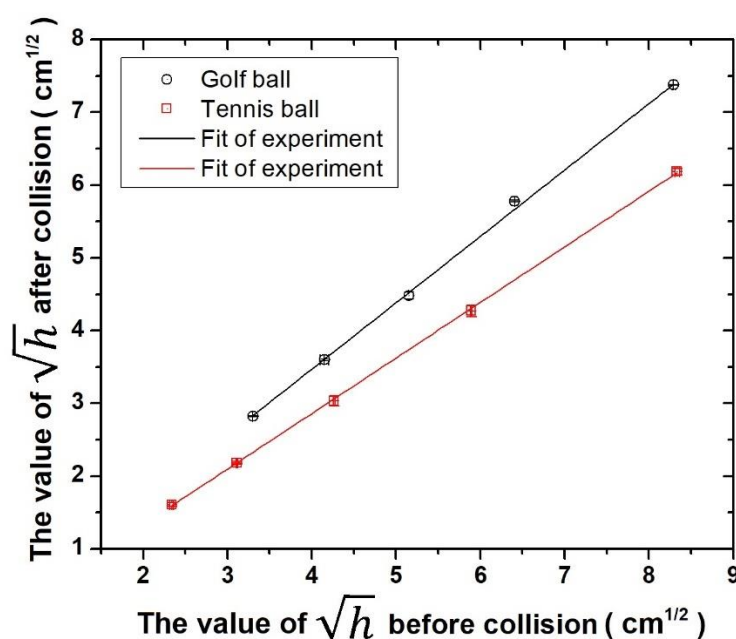
กระแทบ ครั้งที่	ความสูงของลูกเทนนิส (cm)		ความสูงของลูกกอล์ฟ (cm)	
	ก่อนการกระแทบ	หลังการกระแทบ	ก่อนการกระแทบ	หลังการกระแทบ
1	69.47 ± 0.45	38.42 ± 0.50	68.77 ± 0.12	54.42 ± 0.27
2	34.75 ± 0.10	18.23 ± 0.67	41.06 ± 0.19	33.40 ± 0.35
3	18.20 ± 0.12	9.19 ± 0.35	26.55 ± 0.51	20.06 ± 0.07
4	9.71 ± 0.09	4.74 ± 0.11	17.23 ± 0.10	12.94 ± 0.34
5	5.48 ± 0.14	2.58 ± 0.10	10.91 ± 0.09	7.96 ± 0.06

ตารางที่ 9 ค่ารากที่สองของความสูงก่อนและหลังการกระแทบ

กระแทบ ครั้งที่	การกระดอนของลูกเทนนิส		การกระดอนของลูกกอล์ฟ	
	$\sqrt{h_{n-1}}$ (cm ^{1/2})	$\sqrt{h_n}$ (cm ^{1/2})	$\sqrt{h_{n-1}}$ (cm ^{1/2})	$\sqrt{h_n}$ (cm ^{1/2})
1	8.339 ± 0.027	6.184 ± 0.040	8.293 ± 0.018	7.377 ± 0.006
2	5.895 ± 0.006	4.270 ± 0.078	6.408 ± 0.030	5.779 ± 0.014
3	4.266 ± 0.012	3.031 ± 0.068	5.153 ± 0.006	4.479 ± 0.050
4	3.116 ± 0.010	2.178 ± 0.020	4.151 ± 0.048	3.597 ± 0.009
5	2.341 ± 0.025	1.606 ± 0.030	3.303 ± 0.010	2.821 ± 0.009

3.2 กราฟและค่าสัมประสิทธิ์การกระดอนโดยการปล่อยกระทบ

ผู้วิจัยได้นำข้อมูลจากตารางที่ 9 มาเขียนกราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างค่า $\sqrt{h}$ ก่อนและหลังการกระทบ จำนวน 5 จุด ซึ่งลักษณะของกราฟเป็นกราฟเส้นตรง ดังภาพประกอบ 34 จากสมการ (3.16) สามารถคำนวณหาค่าสัมประสิทธิ์การกระดอนได้จากความชัน ซึ่งค่าความชัน คือ 0.914 ± 0.013 และ 0.764 ± 0.004 สำหรับลูกกอล์ฟและลูกเทนนิส ตามลำดับ



ภาพประกอบ 34 กราฟการทดลองโดยการปล่อยกระทบ

เมื่อพิจารณาค่าสัมประสิทธิ์การกระดอนจากการทดลองโดยใช้เซนเซอร์ของสมาร์ตโฟน พบว่ามีความใกล้เคียงกับการทดลองโดยการปล่อยกระทบ ดังตารางต่อไปนี้

ตารางที่ 10 ค่าสัมประสิทธิ์การกระดอนทั้งสองวิธี

วิธีการทดลอง	ตัวบันทึกข้อมูล	ค่าสัมประสิทธิ์การกระดอน	
		ลูกเทนนิส	ลูกกอล์ฟ
เซนเซอร์ของสมาร์ตโฟน	Gyroscope	0.755 ± 0.016	0.891 ± 0.015
	Device motion	0.731 ± 0.009	0.872 ± 0.014
ปล่อยกระทบ	Video	0.764 ± 0.004	0.914 ± 0.013

บทที่ 5

สรุปผลการวิจัย อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ

1.สรุปและอภิปรายผลการวิจัย

งานวิจัยนี้มีจุดมุ่งหมายที่จะศึกษาค่าสัมประสิทธิ์การกระดอนของลูกเทนนิสและลูกกอล์ฟโดยใช้เซนเซอร์ Device motion และ Gyroscope ของสมาร์ทโฟน การหาค่าสัมประสิทธิ์การกระดอนทั่วไปจะใช้วิธีการปล่อยให้กระทบพื้นแข็งและวัดความสูงก่อน-หลังการปล่อย จากนั้นนำความสูงที่ได้จากการวัดมาคำนวณหาค่าสัมประสิทธิ์การกระดอน ปัจจุบันการทดลองฟิสิกส์มีการนำสมาร์ทโฟนเข้ามามีบทบาทในการบันทึกข้อมูลต่างๆ เพราะใช้งานง่ายและวัดค่าได้อย่างแม่นยำ ผู้วิจัยจึงมีความสนใจที่จะนำเซนเซอร์ของสมาร์ทโฟน มาใช้ในการศึกษาค่าสัมประสิทธิ์การกระดอน โดยมีวัตถุประสงค์ที่จะสร้างเครื่องมือที่ใช้งานง่าย ประหยัด และสามารถนำสมาร์ทโฟนมาหาค่าสัมประสิทธิ์การกระดอนของลูกเทนนิสและลูกกอล์ฟได้ สรุปและอภิปรายผลได้ดังนี้

ความมุ่งหมายข้อที่ 1 เพื่อสร้างชุดการทดลองหาค่าสัมประสิทธิ์การกระดอนของลูกเทนนิสและลูกกอล์ฟ โดยใช้เซนเซอร์ Device motion และ Gyroscope ของสมาร์ทโฟน ผู้วิจัยได้ศึกษานิยามของค่าสัมประสิทธิ์การกระดอนและกฎการอนุรักษ์พลังงาน มาประยุกต์ใช้ในการคิดสมการในการหาค่าสัมประสิทธิ์การกระดอน ดังสมการที่ (3.2) และ (3.6) ซึ่งออกแบบอุปกรณ์การทดลองโดยใช้เซนเซอร์ Device motion และ Gyroscope ในการบันทึกตำแหน่งเชิงมุมและความเร็วเชิงมุมได้ อย่างไรก็ตามในการออกแบบการทดลองครั้งนี้มีข้อจำกัด เนื่องจากลูกเทนนิสและลูกกอล์ฟเคลื่อนที่ได้ไม่อิสระต่างจากการปล่อยให้กระทบ ผู้วิจัยจึงจำเป็นต้องออกแบบให้สมาร์ทโฟนหรืออุปกรณ์ต่างๆ มีผลกระทบให้น้อยที่สุดเท่าที่เป็นไปได้ เช่น 1) ผลกระทบของความผิดบริเวณแกนหมุน ผู้วิจัยแก้ไขข้อจำกัดนี้โดยการใช้ตัวยึดลูกเป็นแกนหมุนซึ่งมีแรงเสียดทานน้อยมาก 2) ผลกระทบของโมเมนต์ความเฉื่อยของอุปกรณ์ ผู้วิจัยได้แก้ไขโดยให้สมาร์ทโฟนอยู่ที่แกนหมุนและใช้แผ่นฟิวเจอร์บอร์ดซึ่งมีความแข็งแรงและมีมวลน้อย จะทำให้ค่าโมเมนต์ความเฉื่อยมีค่าน้อยที่สุด ในส่วนของลูกเทนนิสและลูกกอล์ฟจะถูกติดให้ห่างแกนหมุนในระยะที่เหมาะสม หากห่างเกินไปอาจทำให้ฟิวเจอร์บอร์ดเกิดการบิดเบี้ยวได้เนื่องจากการเปลี่ยนแปลงโมเมนต์ขณะกระทบ ความห่างที่เหมาะสมที่ผู้วิจัยได้ทำการทดลอง คือ 65 cm และแผ่นฟิวเจอร์บอร์ดมีความกว้าง 5 cm ลูกเทนนิสและลูกกอล์ฟถูกติดท่อ PVC บาง เพื่อให้สามารถนำไปติดเข้ากับฟิวเจอร์บอร์ดได้ ดังภาพประกอบ 27

ความมุ่งหมายข้อที่ 2 เพื่อหาค่าสัมประสิทธิ์การกระดอนของลูกเทนนิสและลูกกอล์ฟ กระบะแผ่นไม้หนา โดยใช้เซนเซอร์ Device motion และ Gyroscope ของสมาร์ทโฟน ผู้วิจัยได้ทำการทดลองหาค่าสัมประสิทธิ์การกระดอนของลูกเทนนิสและลูกกอล์ฟกระบะแผ่นไม้หนา ใช้การกระดอนครั้งที่ 1 ถึงครั้งที่ 5 และทำการทดลองซ้ำอีก 5 ครั้ง มาเขียนกราฟการทดลอง สำหรับข้อมูลที่ได้จากเซนเซอร์ Device motion จะเขียนกราฟความสัมพันธ์ระหว่างค่า $\sqrt{1-\cos\theta}$ หลังการกระตบเทียบกับก่อนการกระตบ และข้อมูลที่ได้จากเซนเซอร์ Gyroscope จะเขียนกราฟความสัมพันธ์ระหว่าง อัตราเร็วเชิงมุมหลังการกระตบเทียบกับก่อนการกระตบ และหาค่าสัมประสิทธิ์การกระดอนจากความชันของกราฟทั้งสอง ผลการทดลองพบว่าค่าสัมประสิทธิ์การกระดอนของลูกกอล์ฟมากกว่าลูกเทนนิส และการทดลองทั้งสองวิธีมีค่าใกล้เคียงกัน ดังตาราง 10 สรุปได้ว่าลูกกอล์ฟสามารถคืนรูปขณะกระตบได้ดีกว่าลูกเทนนิส มีความยืดหยุ่นสูงกว่าและสามารถรักษาพลังงานจลน์ขณะกระตบได้ดีกว่าลูกเทนนิสเมื่อกระตบแผ่นไม้หนา

ในการวิจัยนี้ผู้วิจัยมีความคิดที่จะนำเซนเซอร์ของสมาร์ทโฟนมาหาค่าสัมประสิทธิ์การกระดอน เมื่อพิจารณาผลการทดลองโดยใช้เซนเซอร์ Device motion และ Gyroscope ของสมาร์ทโฟน และโดยการปล่อยกระตบ มีผลการทดลองไปในทิศทางเดียวกันและมีความสอดคล้องกัน ดังนั้น เซนเซอร์ Device motion และ Gyroscope ของสมาร์ทโฟนสามารถนำมาใช้สำหรับการหาค่าสัมประสิทธิ์การกระดอนของลูกเทนนิสและลูกกอล์ฟได้อีกทางเลือกหนึ่ง

2.ข้อเสนอแนะ

การวิจัยในครั้งนี้มีค่าใช้จ่าย สิ่งที่ต้องคำนึงถึงประสิทธิภาพของอุปกรณ์การทดลองและการวิจัยในครั้งต่อไปได้ ดังนี้

1.งบประมาณในการสร้างเครื่องมือการทดลอง

- 1.1 สมาร์ทโฟน (iPhone 4s) มือสอง ราคา 1,800 บาท
- 1.2 ลูกเทนนิส 1 ลูก ราคา 80 บาท
- 1.3 ลูกกอล์ฟ 1 ลูก ราคา 180 บาท
- 1.4 แผ่นฟิวเจอร์บอร์ด 1 แผ่น ราคา 40 บาท
- 1.5 ตลับลูกปืน 2 ตลับ ราคา 80 บาท
- 1.6 กาวตราช้าง 1 หลอด ราคา 10 บาท
- 1.7 ท่อ PVC ราคา 20 บาท
- 1.8 น็อตตัวเมีย ราคา 10 บาท
- 1.9 เหล็กเกลียว ราคา 20 บาท

รวมมีค่าอุปกรณ์ในการดำเนินงาน 2240 บาท ในการจัดทำและดำเนินการวิจัยทำให้ทราบถึงสิ่งที่จะต้องคำนึงเพื่อให้อุปกรณ์มีประสิทธิภาพมากขึ้น ดังนี้

2. ข้อเสนอแนะของชุดการทดลอง

2.1 การตัดฟิวเจอร์บอร์ดควรมีความสมมาตรและไม่บิดเบี้ยว จึงจะทำให้การสั่นของแผ่นฟิวเจอร์บอร์ดขณะกระทบลดลง ส่งผลให้ความแม่นยำในการวัดเพิ่มขึ้น

2.2 ผู้วิจัยได้ทำการทดลองหาความยาวของแผ่นฟิวเจอร์บอร์ดที่เหมาะสมที่สุด ตั้งแต่ระยะ 100 ถึง 30 เซนติเมตร โดยลดความยาวลง ครั้งละ 5 เซนติเมตร พบว่าความยาวที่เหมาะสมในงานวิจัยนี้ มีความยาวอยู่ที่ 65 เซนติเมตร หากยาวเกินไปจะทำให้แผ่นฟิวเจอร์บอร์ดสั่นมากและสูญเสียพลังงานจนเกินไปมาก แต่ถ้าสั้นเกินไปการกระทบจะสูญเสียพลังงานจนเกินไปกับการสั่นของแกนหมุน อีกทั้งมีพลังงานจลน์น้อยเกินไปในการกระทบ

2.3 ควรทำให้ตลับลูกปืนมีความฝืดน้อยๆ โดยการล้างจาราปิออก เพราะจะทำให้ความหนืดลดลงได้มากและหมุนได้คล่อง

2.4 ในการยกและปล่อยแผ่นฟิวเจอร์บอร์ดขณะทำการทดลอง ควรใช้ความระมัดระวังในการยกไม่ให้เกิดการโค้งงอบิดเบี้ยว

3. ข้อเสนอแนะสำหรับวิจัยครั้งต่อไป

3.1 ศึกษาสัมประสิทธิ์การกระดอนของลูกเทนนิสและลูกกอล์ฟเข้ากระทบวัสดุอื่นๆ เช่น เหล็ก โฟม เป็นต้น

3.2 ใช้เซนเซอร์ของสมาร์ทโฟนอื่นๆ เช่น เซนเซอร์เสียง เซนเซอร์แสง เป็นต้น ในการบันทึกการทดลอง

3.3 ศึกษาค่าสัมประสิทธิ์การกระดอนของลูกเทนนิสและลูกกอล์ฟ เพื่อพัฒนาวัสดุอุปกรณ์การกีฬา เช่น ออกแบบและผลิตไม้กอล์ฟที่ทำให้ตีได้ไกลขึ้น หรือวัสดุที่ใช้ทำเส้นตาข่ายสำหรับผลิตไม้เทนนิส เป็นต้น

บรรณานุกรม

Bennett, J., & Meepagala, R. Retrieved from

<https://hypertextbook.com/facts/2006/restitution.shtml>

Farkas, N., & Ramsier, R. (2006). Measurement of coefficient of restitution made easy.

Physics Education, 41(1), 73.

González, M. Á., González, M. Á., Vegas, J., & Llamas, C. (2017). Measuring the

coefficient of restitution and more: a simple experiment to promote students' critical thinking and autonomous work. *Physics Education*, 52(5), 055002.

Haron, A., & Ismail, K. (2012). *Coefficient of restitution of sports balls: A normal drop test*.

Paper presented at the IOP Conference Series: Materials Science and Engineering.

McGinnis, P. (2012). *Biomechanics of sport and exercise* (3rd edition ed.). New York:

College at Cortland.

Persson, J. (2012). Measure the coefficient of restitution for sports balls. *Physics*

Education, 47(6), 662.

Roux, A., & Dickerson, J. (2007). Coefficient of restitution of a tennis ball. *International*

School of Bangkok (ISB) Journal of Physics, 1(1), 7.

Sung, J., Kim, J. Y., Seok, S., Kwon, H. J., Kim, M., Kim, G., & Lim, G. (2014). A gyroscope fabrication method for high sensitivity and robustness to fabrication tolerances.

Journal of Micromechanics and Microengineering, 24(7), 075013.

Walker, J. (2011). *FUNDAMENTALS OF PHYSICS* (9th edition ed.). Jefferson City:

Cleveland State University.



ภาคผนวก



ภาคผนวก ก

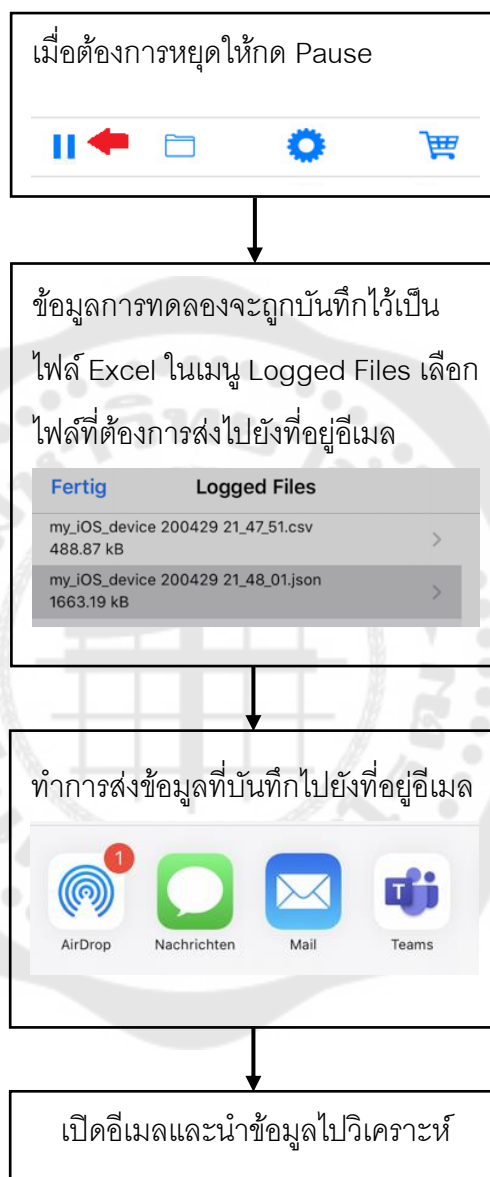
- ตัวอย่างวิธีการนำข้อมูลจากสมาร์ทโฟนมาวิเคราะห์
- ตัวอย่างวิธีหาค่าความไม่แน่นอนของผลการทดลอง

ตัวอย่างวิธีการนำข้อมูลจากสมาร์ทโฟนมาวิเคราะห์

หัวข้อนี้จะแสดงตัวอย่างการนำข้อมูลการทดลอง โดยใช้เซ็นเซอร์ของสมาร์ทโฟนบันทึกความเร็วเชิงมุมและตำแหน่งเชิงมุมในแอปพลิเคชัน SensorLog ออกมาวิเคราะห์

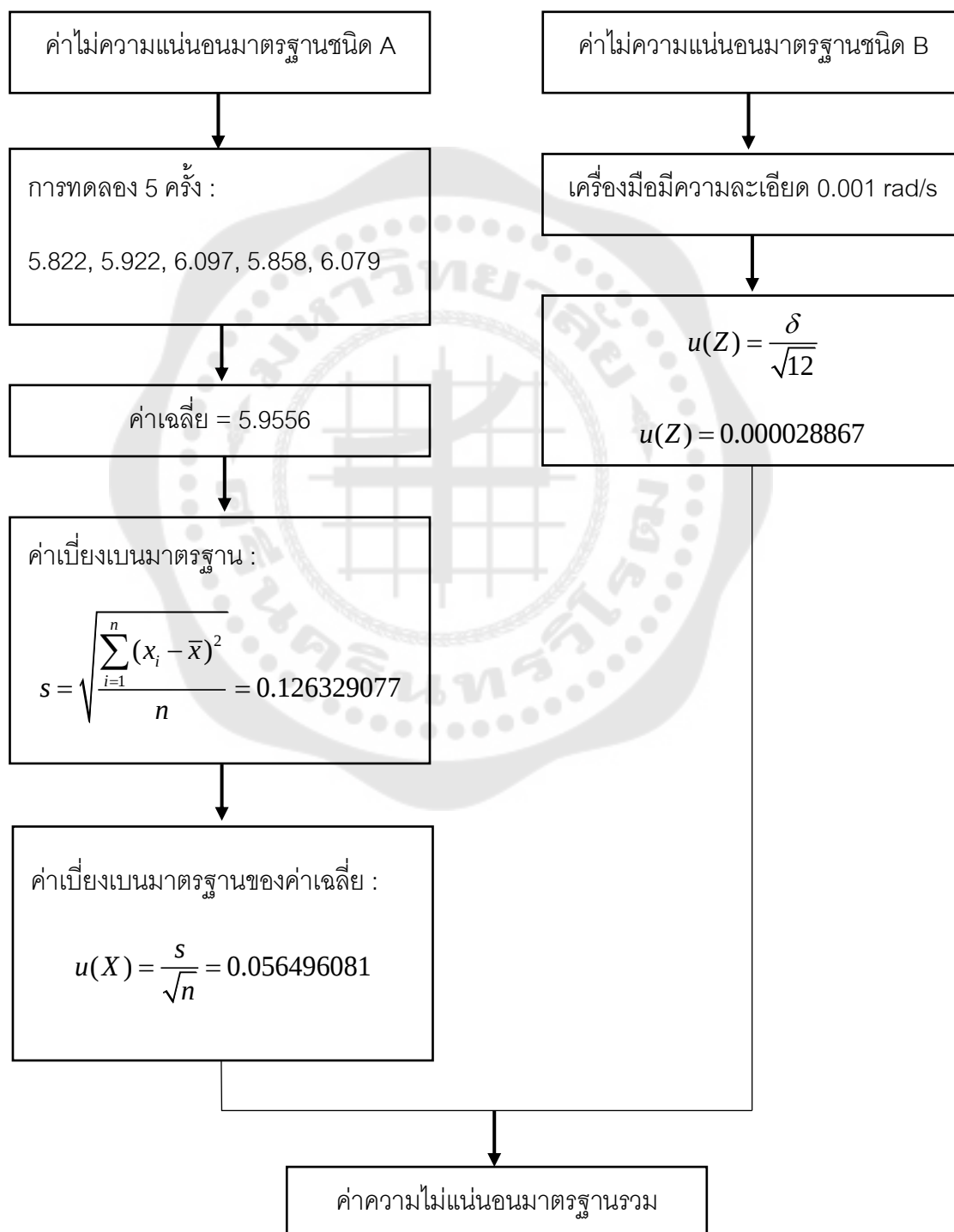


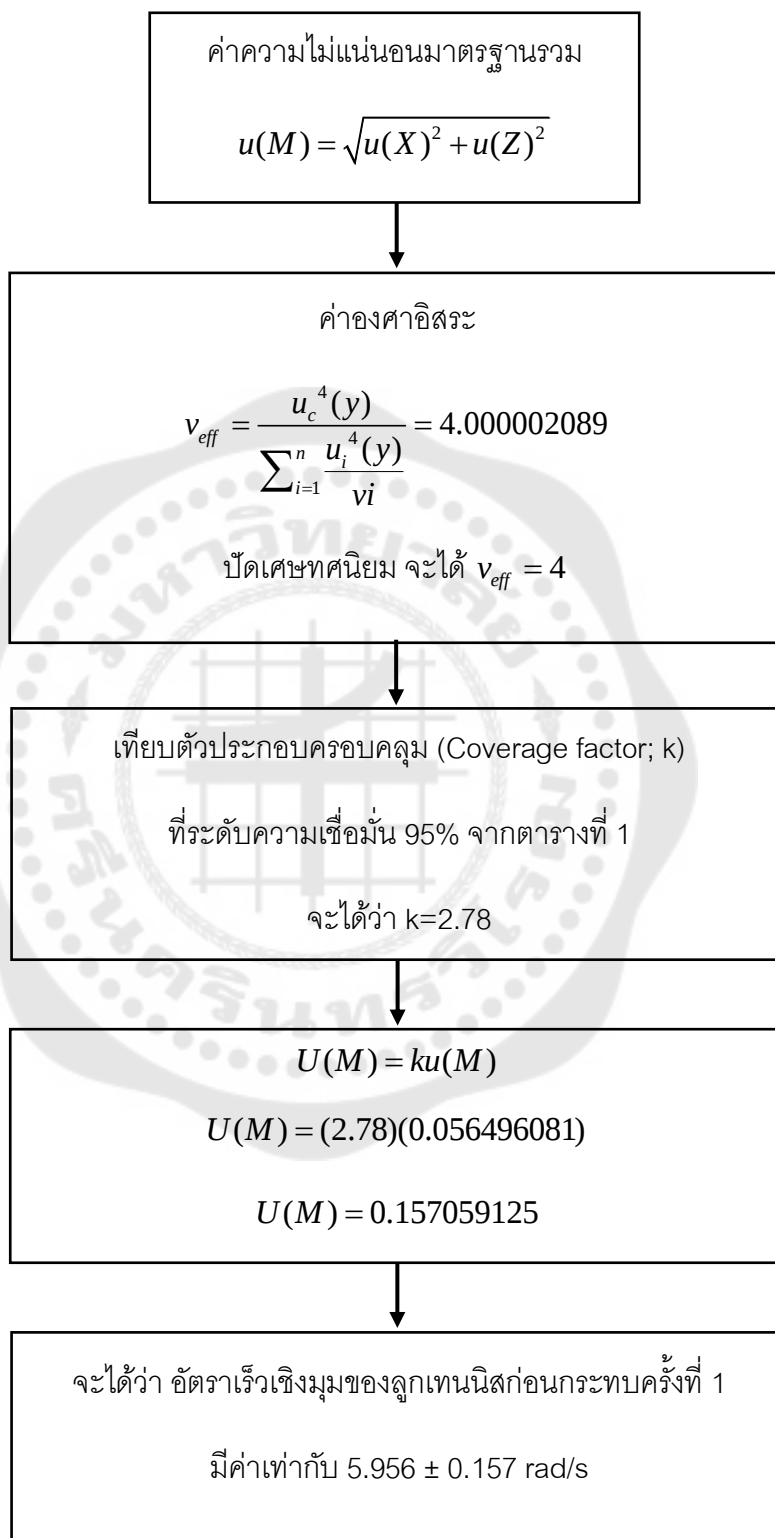
แอปพลิเคชันจะใช้ความสามารถของเซนเซอร์บันทึกข้อมูลการทดลองไว้ จนกว่าการทดลองในแต่ละครั้งจะแล้วเสร็จ และทำตามขั้นตอนต่อไปนี้



ตัวอย่างวิธีหาค่าความไม่แน่นอนของผลการทดลอง

ในหัวข้อนี้จะแสดงตัวอย่างหาค่าความไม่แน่นอนของอัตราเร็วเชิงมุมของลูกเทนนิสก่อนการกระทบครั้งที่ 1 โดยทำการทดลองซ้ำจำนวน 5 ครั้ง แล้วนำค่าอัตราเร็วที่ได้มาคำนวณทางสถิติดังต่อไปนี้





ตารางที่ 1 ตัวประกอบครอบคลุม (k) 95% ซึ่งเป็นฟังก์ชันขององศาอิสระ (v) (Kirkup, L. 2006)

องศาอิสระ, v	ตัวประกอบครอบคลุม, k
2	4.30
3	3.18
4	2.78
5	2.57
6	2.45
7	2.36
8	2.31
9	2.26
10	2.23
11	2.20
12	2.18
13	2.16
14	2.14
15	2.13
16	2.12
17	2.11
18	2.10
19	2.09
20	2.09
25	2.06
30	2.04
40	2.02
50	2.01
100	1.98
Infinite	1.96



ภาคผนวก ข
-บทความวิชาการที่ได้รับการตีพิมพ์

Measuring the coefficient of restitution for tennis and golf balls using smartphone sensors

Phongsak Chaisuwan¹, Supitch Khemmani¹, Surawut Wicharn¹,
Suwan Plaipichit¹, Chinnawut Pipatpanukul²
and Chokchai Puttharugsa¹

¹ Department of Physics, Faculty of Science, Srinakharinwirot University,
114 Sukhumvit23, Wattana, Bangkok 10110, Thailand

² Office of Education, Faculty of Engineering, Burapha University, Chonburi 20131,
Thailand.



E-mail: chokchai@g.swu.ac.th

Abstract

This research aimed to measure the coefficient of restitution (COR) for tennis and golf balls using smartphone sensors. The ball and smartphone were attached at the ends of a long plastic strip: one end was a pivot with the attached smartphone and another end was for the attached ball. The ball on the plastic strip was swung to bounce the ball. The experimental data, angular position and angular speed, were recorded using a smartphone's sensors (gyroscope sensor and device motion sensor) for analysis of the COR. The results of the COR obtained from both sensors agreed with the conventional method and references. We expect this experiment to be useful for physics lecturers to demonstrate the bouncing ball in the classroom or laboratory for determining the COR.

1. Introduction

Collisions between interacting objects are a fundamental topic taught in physics curricula in the secondary and undergraduate levels. When two objects collide with or without energy loss during the collision, we generally use the principle of conservation of momentum and energy to explain the collision. Alternatively, a collision can be explained in term of the coefficient of restitution (COR), also denoted by e , which is defined as the ratio of the relative velocity between two objects after the collision to the relative velocity before the collision [1]. In fact, collisions are categorized as being elastic or inelastic depending on whether or not kinetic energy is conserved. In a perfectly

elastic collision, the total kinetic energy of the system is the same before and after collision, yielding $e = 1$. In a completely inelastic collision, the kinetic energy of the system is not the same before and after collision, yielding $e = 0$, in which case the objects stick together after they collide. This means that the kinetic energy is converted to work done or heat for deforming the objects. Most collisions are inelastic, with $0 < e < 1$. In this case, the kinetic energy after the collision is less than that before the collision because some energy is dissipated during the collision.

Currently, electronic devices and smartphones play an important role in demonstrating physics experiments in laboratories. These devices, especially smartphones, can play a very useful

role in increasing the motivation, interest and learning outcomes of students of physics [2, 3]. Previous reports have demonstrated measuring the COR of balls using various devices, such as a video camera, a digital oscilloscope, and smartphone [4–6]. They measured the time interval of a dropped ball or the height of a dropped ball for determination of COR. In this paper, we present the use of a smartphone to determine the COR for tennis and golf balls. The experimental data of angular position and angular speed were collected from a smartphone's sensors for analysis. We expect that the experiment could be an alternative method to determine the COR of balls and would be useful for physics teachers demonstrating bouncing balls in the classroom or laboratory.

2. Theoretical background

Consider a plastic strip (length l) with one end attached to a tennis or golf ball and another end attached to a smartphone close to a pivot, as seen in figure 1. First, the tennis ball is pulled up at an angle of θ_0 with respect to the vertical line (dashed line as the incident angle) and is then released to collide with a wall. The tennis ball increases in angular speed until the angular speed equals ω_0 . After the collision, the ball bounces from the wall and the angular speed equals ω_1 . Then, the tennis ball reaches the angle of θ_1 with respect of the vertical line (dashed line as the reflection angle); its angular speed is equal to zero at this position. This is one cycle of the collision between the ball and the wall. The tennis ball again bounces against the wall in the next cycle. Normally, the angle of θ_1 is lower than that of θ_0 due to energy loss. The COR for the tennis ball can be determined from the square root of the ratio of kinetic energy after and before the collision, respectively [1]. We can write

$$e = \sqrt{\frac{K_1}{K_0}}, \quad (1)$$

where e is a COR and K_1 and K_0 are kinetic energy after and before the collision, respectively. Substituting the kinetic energy in equation (1), we obtain

$$e = \sqrt{\frac{I\omega_1^2}{I\omega_0^2}} = \frac{\omega_1}{\omega_0}, \text{ or } e = \frac{\omega_n}{\omega_{n-1}} \quad (2)$$

where I is the total moment of inertia of the system and $n = 1, 3, 5, \dots$ (n is odd number).

Considering mechanical energy conservation before the collision, the potential energy transfers to the kinetic energy and the relationship between the potential energy and the kinetic energy can be written as

$$Mgr(1 - \cos \theta_0) = \frac{1}{2}I\omega_0^2, \quad (3)$$

where M is the total mass and r is the distance from the pivot to the system's center of mass. Thus, we can write the angular speed before the collision as the following:

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{2Mgr(1 - \cos \theta_0)}{I}}. \quad (4)$$

Similarly, we can obtain angular speed after the collision using

$$\omega_1 = \sqrt{\frac{2Mgr(1 - \cos \theta_1)}{I}}. \quad (5)$$

Substituting equations (4) and (5) in (2) gives

$$e = \sqrt{\frac{(1 - \cos \theta_1)}{(1 - \cos \theta_0)}} \text{ or } e = \sqrt{\frac{(1 - \cos \theta_n)}{(1 - \cos \theta_{n-1})}}, \quad (6)$$

where $n = 1, 2, 3, \dots, n$. This is an alternative method to determine the COR from the angles of incident and reflection.

3. Experimental setup

The experimental setup for determining the COR consisted of a tennis ball, a golf ball, a plastic strip, a PVC tube and a smartphone (iPhone 4s). The long plastic strip of mass 0.005 ± 0.001 kg was cut to dimensions of $w \times l \times h = 0.050 \times 0.650 \times 0.002$ m³. The PVC tube was cut into different sizes as a holder for inserting a ball. The tube (mass = 0.006 ± 0.001 kg) for the golf ball had a length of 0.020 ± 0.002 m with inner and outer diameters of 0.014 ± 0.001 m and 0.015 ± 0.001 m, respectively. The tube for the tennis ball had a mass of 0.011 ± 0.001 kg and a length of 0.020 ± 0.002 m with inner and outer diameters of 0.026 ± 0.001 m and 0.028 ± 0.001 m, respectively. A tennis ball (0.058 ± 0.001 kg) or a golf ball (0.046 ± 0.001 kg) was inserted in the PVC tube and then attached at one end of the plastic strip using glue. A bearing was also

Measuring the coefficient of restitution (COR) for tennis and golf balls using smartphone sensors

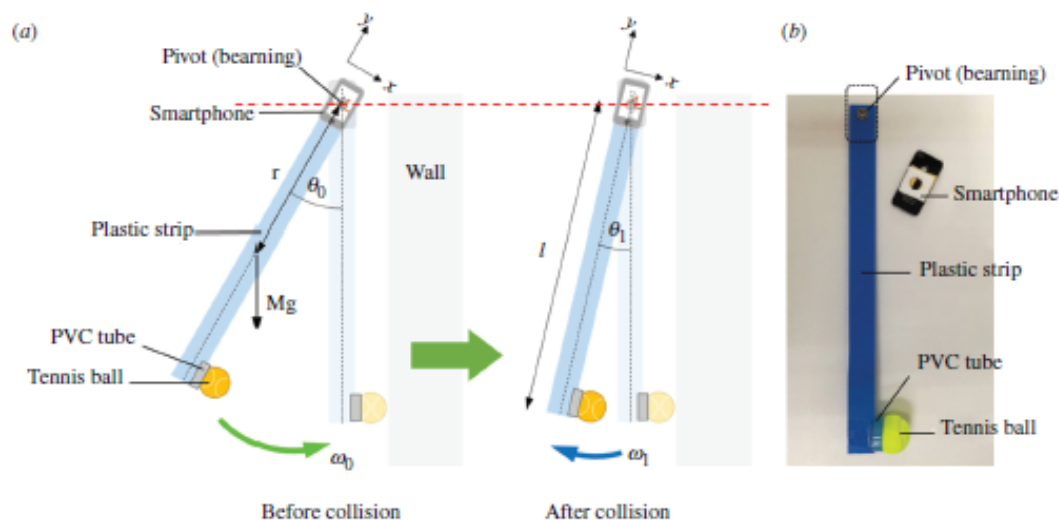


Figure 1. Shows a schematic of a plastic strip attached to a tennis ball and a smartphone for measuring the COR (A) and the digital image of equipment (B).

attached inside the plastic strip to make a pivot, as seen in figure 1. The iPhone 4s was attached at the pivot on the plastic strip using double-sided tape. This was done because the ball should be free to bounce against the wall without disturbance. This setup of a plastic strip, bearing pivot, and smartphone is ready for measuring the COR. The smartphone with an appropriate application (app) was used to record the angular position and angular speed using a device motion sensor and gyroscope sensor, respectively. The SensorLog app was downloaded and installed in the iPhone 4s to read the smartphone's sensors. In the experiment, the plastic strip was aligned and hung vertically. The bearing acted as the pivot in the experiment (as seen in figure 1). To acquire the experimental data, the SensorLog app was set to collect data at 60 data per second or 60 Hz, then launched to record the data. The plastic strip was pulled up to about 90° with respect to the vertical line and then released to bounce against the wall. Angular position and angular speed were recorded until the ball's bouncing stopped. The experimental data was sent to the user by email for analysis of the COR.

We also used a conventional method to determine the CORs of the tennis ball and the golf ball [4]. In the experiment, the balls were dropped from 0.690 ± 0.001 m and the bouncing times were measured using video analysis. The COR

of the balls can be calculated using the following equation:

$$e = \sqrt{\frac{h}{H}}, \quad (7)$$

where h and H are the height of the ball after and before the ball bounces on the ground, respectively.

4. Results and discussion

Figure 2 shows an example of the experimental data from a tennis ball bouncing against the wall three times. The data, angular position (figure 2(A)) and angular velocity (figure 2(B)) are plotted as a function of time, which were simultaneously recorded from a smartphone's sensors. Usually, a smartphone's sensors can record experimental data in three axes (x , y and z axes): see the x and y axes in figure 1; the z axis sticks out of the page. In the experiment, the plastic strip rotated freely about the pivot in the z axis; thus, the recorded data (both angular position and angular velocity) for rotational motion obtained from the smartphone's sensors in this axis was analyzed to determine the COR. The data of angular position obtained from the device's motion sensor report the orientation of the device/smartphone in radian units. This information, smartphone orientation, was processed using raw data obtained from

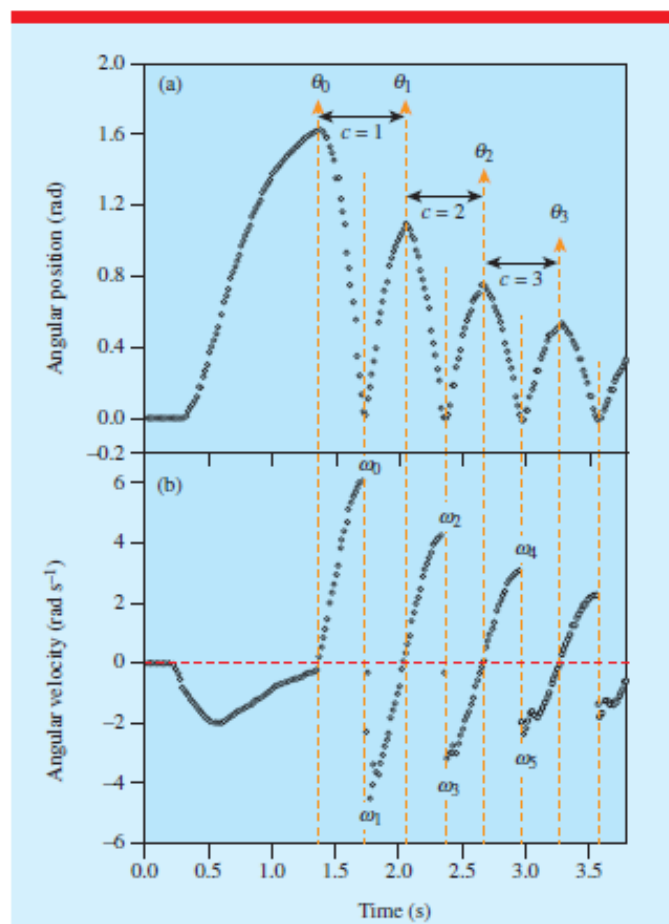


Figure 2. Shows the experimental data of angular position (A) and angular velocity (B) recorded from the device's motion and gyroscope sensor, respectively.

the acceleration sensor and gyroscope sensor to remove bias from other factors, such as gravity.

Note that the friction of the bearing about the pivot was considered, because it affects the COR of the balls. To prove this friction, the plastic strip without the ball was made to oscillate in a simple harmonic motion. The amplitude of the oscillation was the same for at least 10 cycles of oscillation (data not shown). This indicates that the friction of the bearing can be neglected.

To measure the COR of the ball, we began pulling the plastic strip up to 1.62 radians or 92.8° approximately with respect to the vertical line (the angular position increased to 1.62 radians, denoted as θ_0 ; see figure 2(A)). This angle can be observed from the smartphone's display using the device motion sensor. The angular speed increased due to moving the plastic strip until it stopped, at which point the angular speed

equaled zero. Then, the plastic strip was released to bounce or collide against the wooden wall. The angular speed increased from 0 rad s⁻¹ to 6.08 rad s⁻¹ (denoted as ω_0). The angular position decreased to 0 radians; at this position, the ball collided with the wall. After the collision, the angular position suddenly increased from 0° to 1.10 radians (denoted as θ_1). The angular speed decreased from -4.49 rad s⁻¹ to 0 rad s⁻¹; the minus sign appeared because the smartphone attached on the plastic strip rotated in the clockwise direction. This was the opposite before the collision, as the plastic strip rotated in the counterclockwise direction and showed a positive sign. This was one cycle ($c = 1$) of the collision of the tennis ball and the wall.

Figure 2 shows the tennis ball bouncing to the wall for $c = 3$ times, approximately. The tennis ball bounced to the wall with decreasing angular

Measuring the coefficient of restitution (COR) for tennis and golf balls using smartphone sensors

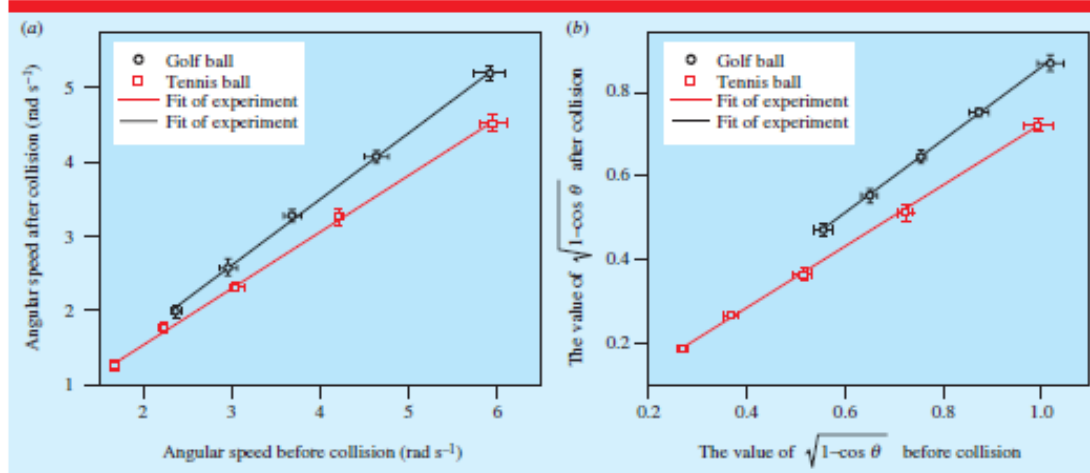


Figure 3. Shows the relation between angular speed before and after collision (A) and the value of $\sqrt{1 - \cos \theta}$ before and after collision (B).

Table 1. Compares the values of the COR with various methods and references.

Method of experiment	Coefficient of restitution	
	Tennis ball	Golf ball
Gyroscope sensor	0.755 ± 0.016	0.891 ± 0.015
Motion device	0.731 ± 0.009	0.872 ± 0.014
Drop test	0.764 ± 0.004	0.914 ± 0.013

position and angular speed for each bounce. The information of angular position and angular speed was calculated to determine the COR using equations (2) and (6), respectively. The CORs for the tennis ball was 0.755 and 0.731, which were calculated from the first bounce's angular position and angular speed, respectively.

Note that the smartphone should be as close as possible to the pivot because the tennis or golf ball should be free to bounce against the wall. If we had placed the smartphone close to the ball or the impact point, the COR would suddenly decrease (data not shown), yielding 0.34 of the COR. This would occur because the energy would transfer to both the smartphone and ball. Thus, we designed the experiment using a plastic strip to reduce mass (moment of inertia); this plastic strip should be long enough to make the balls bounce against the wall without energy transfer to the plastic strip and the smartphone. The smartphone was placed as close as possible to the pivot to reduce the energy transfer to plastic strip or smartphone.

The moments of inertia of the ball, plastic strip, smartphone and PVC tube about the pivot were $0.025 \pm 0.001 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$, $0.0008 \pm 0.0001 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$, $0.0003 \pm 0.0001 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$ and $0.0045 \pm 0.0002 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$, respectively. It can be seen that the moment of inertia of the ball is much greater than those of the others. Thus, the bounce of the plastic strip with the attached ball on the wall may reduce the energy transfer corresponding to the bouncing ball. It can be seen that a smartphone can be successfully used for recording the angular position and angular speed to measure the COR.

The relationship between angular speed after and before the collision in each bounce cycle for the tennis ball and the golf ball are plotted in figure 3(A). The balls bounced on the wooden wall 5 times and the experiment was repeated 5 times. Figure 3(A) shows the plot of the relationships of (ω_0, ω_1) , (ω_2, ω_3) , (ω_4, ω_5) , (ω_6, ω_7) and (ω_8, ω_9) , which indicate the first bounce of the balls to the fifth bounce of the balls, respectively. The first bounce of the balls always has the highest value. The values for angular speed linearly decrease each bounce. From equation (2), it can be seen that the slopes in figure 3(A) are the values of the COR for the golf ball and the tennis ball, which are 0.891 ± 0.015 and 0.755 ± 0.016 , respectively. Otherwise, the angular speed after the collision decreases each bounce by about 0.109 and 0.245 times for the golf ball and tennis ball with respect to the angular speed before the collision, respectively. This suggests that we can use

a smartphone's sensor to measure angular speed for determining the COR for a bouncing ball.

Similarly, figure 3(B) shows the relation of the value of $\sqrt{1 - \cos \theta}$ before and after the collision for the golf ball and tennis ball, respectively. The values of this relation linearly decrease each bounce. The balls also bounced against the wall 5 times and the experiment was repeated 5 times. In the figure, the slopes of the plots are the values of the COR (see equation (6)), yielding 0.872 ± 0.014 and 0.731 ± 0.009 for the golf ball and tennis ball, respectively. In other words, the angular position after the collision decreases each bounce, with respect to the angular position before the collision. The value of the COR obtained from the gyroscope corresponds to that obtained from the motion device. Table 1 summarizes the values of the COR with different methods. The table shows that the values for the COR obtained from the smartphone agree with the values of COR obtained using the conventional method (drop test). This implies that we can use a smartphone's sensors to determine the COR of bouncing balls.

5. Conclusion

We have demonstrated the measurement of the COR for golf and tennis balls using a smartphone's sensors. The angular velocity and angular position of balls bouncing against a wall, before and after the collision, were measured using a gyroscope and motion device sensor. The data were analyzed to determine the COR. The value of the COR obtained from both angular speed and angular position correspond to those obtained from the drop test and the references. We expect that this method will be useful for physics teachers to demonstrate bouncing balls and measure the COR.

Acknowledgments

Phongsak Chaisuwan gratefully acknowledges financial support from the Institute for the Promotion of Teaching Science and Technology.

Received 19 June 2019, in final form 1 August 2019

Accepted for publication 16 August 2019

<https://doi.org/10.1088/1361-6552/ab3c08>

References

- [1] McGinnis P 2012 *Biomechanics of Sport and Exercise* (New York: College at Cortland) pp 96–8
- [2] Kuhn J and Vogt P 2015 Smartphones and co. in physics education: effects of learning with new media experimental tools in acoustics *Multidisciplinary Research on Teaching and Learning* (Berlin: Springer) pp 253–69
- [3] Klein P, Kuhn J, Muller A and Grober S 2015 Video analysis exercises in regular introductory physics course: effects of conventional methods and possibilities of mobile devices *Multidisciplinary Research on Teaching and Learning* (Berlin: Springer) pp 270–88
- [4] Persson J 2012 Measure the coefficient of restitution for sports balls *Phys. Educ.* **47** 662
- [5] Wadhwa A 2009 Measuring the coefficient of restitution using a digital oscilloscope *Phys. Educ.* **44** 517
- [6] Wisman R F, Spahn G and Forinash K 2018 Time measurement with a mobile device using sound *Phys. Educ.* **53** 035012



Phongsak Chaisuwan graduated with a degree in Physics in 2014 at Srinakharinwirot University (Bangkok, Thailand). Currently, he is a Master's student in physics education at Srinakharinwirot University. His research interest involves applying a smartphone to fundamental physics experiments.



Supitch Khemmani is a lecturer in physics at the Srinakharinwirot University (Bangkok, Thailand). His research interests are theoretical physics and physics education.



Surawut Wicharn received his BSc degree with honors, MSc degree, and PhD degree in applied physics from King Mongkut's Institute of Technology Ladkrabang, Thailand, in 2007, 2010, and 2014 respectively. He is currently an instructor at the Department of Physics of Srinakharinwirot University, Bangkok, Thailand. His research areas include the theoretical and computational study on photonic structure and optical metamaterials, optimal design of the wireless energy harvesting system, and physics education.

Measuring the coefficient of restitution (COR) for tennis and golf balls using smartphone sensors



interests include nonlinear optics, photorefractive effect, digital holography, and physics education.

Suwan Plaipichit received his BS, MS and Ph.D. degrees in applied physics from the King Mongkut's Institute of Technology Ladkrabang in 2008, 2010, and 2014, respectively. He is currently an instructor at Department of Physics of Srinakharinwirot University, Bangkok, Thailand. His research



Chokchai Puttharugsa gained a PhD in Physics at the Mahidol University (Bangkok, Thailand). He is a lecturer in physics at the Srinakharinwirot University (Bangkok, Thailand). His research fields involve nanomaterial and nanotechnology. He is also interested in physics education research for applying a smartphone in physics laboratory.



for biosensors application, specifically self-assembled silane monolayers. After a postdoctoral stay at the Chemistry and Physics of Interfaces research laboratories in Freiburg, Germany, where he studied photoactive polymer layers for the improvement of surface functionalization of materials, he returned to Thailand and in 2016 started to work at the Burapha University. He is also interested in biomedical physics research applied for biomedical laboratory.

Chinnawut Pipatpanukul studied materials science and engineering and received his Ph.D. from Mahidol University, Thailand, working with Asst. Prof. Dr. Toemsak Srikin at Center of Nanoscience and Nanotechnology, Mahidol University on surface functionalization materials

ประวัติผู้เขียน

ชื่อ-สกุล

พงษ์ศักดิ์ ไชยสุวรรณ

วัน เดือน ปี เกิด

24 ตุลาคม 2535

สถานที่เกิด

ยะลา

วุฒิการศึกษา

ปริญญาตรี ฟิสิกส์(วท.บ.) มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ

