



การพัฒนากระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้น  
มัธยมศึกษาปีที่ 3 โดยประยุกต์ใช้การวิจัยอิงการออกแบบ

DEVELOPMENT OF AN INSTRUCTIONAL PROCESS TO ENHANCE THE  
MATHEMATICAL THINKING OF NINTH GRADE STUDENTS: APPLICATION OF DESIGN  
BASED RESEARCH

ปัทมา อนันต์

บัณฑิตวิทยาลัยมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ

2561

การพัฒนากระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียน  
ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โดยประยุกต์ใช้การวิจัยอิงการออกแบบ



ปริญญานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตร  
ปรัชญาดุษฎีบัณฑิต สาขาวิชาการวิจัยและพัฒนาศักยภาพมนุษย์  
คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ  
ปีการศึกษา 2561  
ลิขสิทธิ์ของมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ

DEVELOPMENT OF AN INSTRUCTIONAL PROCESS TO ENHANCE THE  
MATHEMATICAL THINKING OF NINTH GRADE STUDENTS: APPLICATION  
OF DESIGN BASED RESEARCH



A Dissertation Submitted in partial Fulfillment of Requirements  
for DOCTOR OF PHILOSOPHY (Research and Development on Human Potentials)

Faculty of Education Srinakharinwirot University

2018

Copyright of Srinakharinwirot University

ปริญญาานิพนธ์

เรื่อง

การพัฒนากระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้น

มัธยมศึกษาปีที่ 3 โดยประยุกต์ใช้การวิจัยอิงการออกแบบ

ของ

ปัทมา อนันต์

ได้รับอนุมัติจากบัณฑิตวิทยาลัยให้นับเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตร

ปริญญาปรัชญาดุษฎีบัณฑิต สาขาวิชาการวิจัยและพัฒนาศักยภาพมนุษย์

ของมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ

คณบดีบัณฑิตวิทยาลัย

(รองศาสตราจารย์ นายแพทย์ฉัตรชัย เอกปัญญาสกุล)

คณะกรรมการสอบปากเปล่าปริญญาานิพนธ์

ที่ปรึกษาหลัก

ประธาน

(อาจารย์ ดร.อัญชลี สุขในสิทธิ์)

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.สังวรณ์ ังดกระโทก)

ที่ปรึกษาร่วม

กรรมการ

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.มนตา ตุลย์เมธการ)

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.อิทธิพัทธ์ สุวทันพร  
กุล)

ชื่อเรื่อง	การพัฒนากระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โดยประยุกต์ใช้การวิจัยเชิงการออกแบบ
ผู้วิจัย	ปัทมา อนันต์
ปริญญา	ปรัชญาดุษฎีบัณฑิต
ปีการศึกษา	2561
อาจารย์ที่ปรึกษา	อาจารย์ ดร. อัญชลี สุขในสิทธิ์

การวิจัยนี้มีความมุ่งหมาย ได้แก่ 1) เพื่อสร้างและตรวจสอบคุณภาพแบบวัดการคิดเชิงคณิตศาสตร์แบบเลือกตอบชนิดตัวเลือกถูก – ผิด 2) เพื่อพัฒนากระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์โดยประยุกต์ใช้การวิจัยเชิงการออกแบบ 3) เพื่อศึกษาพัฒนาการการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่เรียนโดยใช้กระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ และ 4) เพื่อเปรียบเทียบการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ระหว่างกลุ่มที่เรียนโดยใช้กระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ กับกลุ่มที่เรียนโดยใช้กระบวนการเรียนการสอนแบบปกติ กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 แบ่งเป็น 2 กลุ่ม คือ 1) กลุ่มที่ใช้ในการตรวจสอบคุณภาพแบบวัดการคิดเชิงคณิตศาสตร์ จำนวน 500 คน และ 2) กลุ่มที่ใช้ในการพัฒนากระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ จำนวน 68 คน ตัวแปรอิสระ คือ กระบวนการเรียนการสอน (กระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์และกระบวนการเรียนการสอนแบบปกติ) ตัวแปรตาม คือ การคิดเชิงคณิตศาสตร์ มี 5 องค์ประกอบ เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย ได้แก่ แบบวัดการคิดเชิงคณิตศาสตร์ แผนการจัดการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ และแผนการจัดการเรียนรู้แบบปกติ งานวิจัยนี้ใช้การวิเคราะห์ข้อมูลด้วยการวิเคราะห์องค์ประกอบเชิงยืนยัน การวิเคราะห์คะแนนพัฒนาการ การวิเคราะห์ Hotelling  $T^2$  และการวิเคราะห์ความแปรปรวนร่วมพหุคูณ ผลการวิจัยปรากฏว่า 1) การคิดเชิงคณิตศาสตร์ มี 5 องค์ประกอบ และมีความสอดคล้องกับข้อมูลเชิงประจักษ์ (Chi-Square = 148.134,  $p = .097$ ,  $df = 127$ , Chi-Square/ $df = 1.166$ , GFI = .968, AGFI = .957, CFI = .999, Standardize RMR = .023, RMSEA = .018) มีค่าความเที่ยงตรงเชิงสูงเข้าที่ดี มีค่าความเชื่อมั่นเชิงโครงสร้างสูงและมีความเที่ยงตรงเชิงจำแนก 2) กระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ ประกอบด้วย 3 ขั้นตอน ได้แก่ ขั้นลึวงความคิด ขั้นสนับสนุนความคิดและขั้นขยายความคิด กระบวนการเรียนการสอนมีความเหมาะสมอยู่ในระดับมาก 3) นักเรียนที่เรียนโดยใช้กระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ มีพัฒนาการการคิดเชิงคณิตศาสตร์เพิ่มขึ้น อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และ 4) นักเรียนที่เรียนโดยใช้กระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์มีค่าเฉลี่ยของคะแนนการคิดเชิงคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนที่เรียนโดยใช้กระบวนการเรียนการสอนแบบปกติ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ทั้ง 5 องค์ประกอบ

คำสำคัญ : กระบวนการเรียนการสอน, การคิดเชิงคณิตศาสตร์, การวิจัยเชิงการออกแบบ

Title	DEVELOPMENT OF AN INSTRUCTIONAL PROCESS TO ENHANCE THE MATHEMATICAL THINKING OF NINTH GRADE STUDENTS: APPLICATION OF DESIGN BASED RESEARCH
Author	PATTAMA ANAN
Degree	DOCTOR OF PHILOSOPHY
Academic Year	2018
Thesis Advisor	Anchalee Suknaisith , Ph.D.

This research purpose were as follows: (1) to develop and validate a mathematical thinking test; (2) to develop an instructional processes for enhancing mathematical thinking by using design based research; (3) to study the development of mathematical thinking among ninth grade students who studied the instructional processes to enhance mathematical thinking; and (4) to compare the mathematical thinking of students between the first group, who studied the instructional processes to enhance mathematical thinking, while the second group studied the normal instructional process. The participants involving five hundred ninth gradestudents were selected to validate the mathematical thinking test; and (2) sixty eight students were selected to develop the instructional process to enhance their mathematical thinking. The independent variable was the instructional process (the process to enhance mathematical thinking and normal instructional process) for ninth grade students. The dependent variables included five components of mathematical thinking. The research instruments included a mathematical thinking test, an instructional process to enhance mathematical thinking lesson plans and normal lesson plans. The computer programs were used to analyze the confirmatory factor analysis, gain scores, as well as Hotelling  $T^2$  and multivariate analysis of covariance. The results indicated the following: (1) the mathematical thinking test consisted of five components. There was also a consistency between the model and the empirical data (Chi-Square = 148.134,  $p = .097$ ,  $df = 127$ , Chi-Square/ $df = 1.166$ , GFI = .968, AGFI = .957, CFI = .999, Standardize RMR = .023, RMSEA = .018), adequate convergent validity and discriminant validity, and acceptable high construct reliability; (2) the findings revealed that the three steps in the instructional process to increase the mathematical thinking of students, consisting of eliciting, supporting and extending, was appropriate at high level; (3) the students who studied the instructional process to enhance mathematical thinking had mathematical thinking development scores higher than those studied the normal instructional process for all of the components which were significantly different at .05 level.

Keyword : Instructional Process, Mathematical Thinking, Design Based Research

## กิตติกรรมประกาศ

ปริญญาานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จได้เป็นอย่างดีด้วยความอนุเคราะห์จาก ดร.อัญชดี สุขในสิทธิ์ อาจารย์ที่ปรึกษาหลัก และผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.มนตา ตูลย์เมธากการ อาจารย์ที่ปรึกษาร่วม ที่ได้เสียสละเวลาอันมีค่าเพื่อให้คำปรึกษาแนะนำ ตลอดจนแก้ไขข้อบกพร่องต่าง ๆ ด้วยความเอาใจใส่อย่างดียิ่งตลอดมา ผู้วิจัยรู้สึกซาบซึ้งในความกรุณาและความเป็นแบบอย่างของครูที่ดีของท่านเป็นอย่างมาก ผู้วิจัยขอกราบขอบพระคุณ ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.สังวรณั ้งดกระโทก ผู้ทรงคุณวุฒิ ภายนอกมหาวิทยาลัย ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.อิทธิพัทธ์ สุวทันพรกุล กรรมการสอบปริญญาานิพนธ์ ที่ได้กรุณาให้คำแนะนำเพิ่มเติมเพื่อความสมบูรณ์ของปริญญาานิพนธ์

นอกจากนี้ผู้วิจัยขอกราบขอบพระคุณอาจารย์ทุกท่านที่ให้ความรู้แก่ผู้วิจัยในการศึกษาตามหลักสูตรปรัชญาดุษฎีบัณฑิต สาขาวิชาการวิจัยและพัฒนาศักยภาพมนุษย์ แขนงวิชาการวิจัย และสถิติทางการศึกษา ซึ่งทำให้ผู้วิจัยได้ทราบว่า การศึกษาในระดับปริญญาเอกของผู้วิจัยนั้นมีคุณค่าเพียงใดและทำให้ผู้วิจัยตระหนักว่า ความรู้ที่ได้มานั้นจะมีคุณค่าอย่างยิ่งเมื่อผู้วิจัยได้นำความรู้นั้นไปยังประโยชน์ให้แก่ผู้อื่นและประเทศชาติต่อไป

ผู้วิจัยขอขอบพระคุณผู้อำนวยการโรงเรียนและครูในสังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษา มัธยมศึกษา เขต 17 ที่ให้ความร่วมมือในการเก็บข้อมูลอย่างดียิ่ง จนทำให้งานวิจัยฉบับนี้สำเร็จลงได้ด้วยดี

ขอขอบคุณเพื่อน ๆ พี่ ๆ และน้อง ๆ สาขาวิชาการวิจัยและพัฒนาศักยภาพมนุษย์ แขนง วิชาการวิจัยและสถิติทางการศึกษาทุกคน ที่เป็นแรงใจให้แก่งานด้วยดีเสมอมา

ท้ายนี้ผู้วิจัยขอกราบขอบพระคุณคุณพ่อสนั่น – คุณแม่ลำเจียก อนันต์ และน้องสาว ที่คอย เป็นกำลังกายและกำลังใจอย่างดีเยี่ยม ให้การสนับสนุนในทุกสิ่ง ตลอดระยะเวลาการศึกษาและการ ทำวิจัยนี้

ปัทมา อนันต์

## สารบัญ

	หน้า
บทคัดย่อภาษาไทย .....	ง
บทคัดย่อภาษาอังกฤษ .....	จ
กิตติกรรมประกาศ.....	ฉ
สารบัญ .....	ช
สารบัญตาราง.....	ฌ
สารบัญรูปภาพ .....	ฎ
บทที่ 1 บทนำ.....	1
ความเป็นมาและความสำคัญ.....	1
คำถามการวิจัย.....	8
ความมุ่งหมายของการวิจัย .....	8
ความสำคัญของการวิจัย .....	9
ขอบเขตของการวิจัย .....	9
นิยามศัพท์เฉพาะ.....	11
กรอบแนวคิดในการวิจัย .....	13
สมมติฐานการวิจัย.....	17
บทที่ 2 เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง.....	18
ตอนที่ 1 การคิดเชิงคณิตศาสตร์ .....	18
ตอนที่ 2 กระบวนการเรียนการสอน .....	41
ตอนที่ 3 การวิจัยอิงการออกแบบ .....	54
ตอนที่ 4 งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง .....	63
บทที่ 3 วิธีดำเนินการวิจัย.....	78



ระยะที่ 1 การสร้างและตรวจสอบคุณภาพแบบวัดการคิดเชิงคณิตศาสตร์ .....	80
ระยะที่ 2 การพัฒนาและศึกษาผลการใช้กระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการคิดเชิง คณิตศาสตร์โดยประยุกต์ใช้การวิจัยอิงการออกแบบ .....	91
บทที่ 4 ผลการวิเคราะห์ข้อมูล .....	112
ระยะที่ 1 ผลการตรวจสอบคุณภาพแบบวัดการคิดเชิงคณิตศาสตร์ด้วยการวิเคราะห์ องค์ประกอบเชิงยืนยัน .....	114
ระยะที่ 2 ผลการพัฒนาและผลการใช้กระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการคิดเชิง คณิตศาสตร์โดยประยุกต์ใช้การวิจัยอิงการออกแบบ .....	122
บทที่ 5 สรุปผล อภิปรายผลและข้อเสนอแนะ .....	196
สรุปผลการวิจัย .....	197
อภิปรายผลการวิจัย .....	201
ข้อเสนอแนะ .....	211
บรรณานุกรม .....	215
ภาคผนวก .....	224
ประวัติผู้เขียน .....	259

## สารบัญตาราง

	หน้า
ตาราง 1 ลักษณะสำคัญของการวิจัยเชิงการออกแบบ.....	56
ตาราง 2 หลักการของการวิจัยเชิงการออกแบบ .....	59
ตาราง 3 ขั้นตอนการดำเนินการวิจัยเชิงการออกแบบ.....	61
ตาราง 4 กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการตรวจสอบคุณภาพแบบวัดการคิดเชิงคณิตศาสตร์ด้วย การวิเคราะห์องค์ประกอบเชิงยืนยัน .....	82
ตาราง 5 โครงสร้างของแบบวัดการคิดเชิงคณิตศาสตร์ .....	83
ตาราง 6 การแปลความหมายคะแนนรวมทั้งฉบับของแบบวัดการคิดเชิงคณิตศาสตร์ .....	85
ตาราง 7 เกณฑ์การพิจารณาการวิเคราะห์ค่าความเที่ยงตรงเชิงโครงสร้างของแบบวัดการคิดเชิงคณิตศาสตร์.....	90
ตาราง 8 แบบการทดลองแบบสองกลุ่มมีกลุ่มควบคุมไม่สมมูลวัดก่อนและหลังการทดลอง .....	94
ตาราง 9 หน่วยการเรียนรู้ เนื้อหา และเวลา ที่ใช้ในการจัดการเรียนการสอน.....	103
ตาราง 10 เกณฑ์คะแนนพัฒนาการสัมพัทธ์เทียบระดับพัฒนาการ (ศิริชัย กาญจนวาสี, 2556)	109
ตาราง 11 จำนวน ร้อยละของกลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการตรวจสอบคุณภาพแบบวัดการคิดเชิงคณิตศาสตร์ด้วยการวิเคราะห์องค์ประกอบเชิงยืนยัน .....	114
ตาราง 12 แสดงค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรสังเกตได้ในโมเดลการวัดการคิดเชิงคณิตศาสตร์.....	115
ตาราง 13 ผลการวิเคราะห์องค์ประกอบเชิงยืนยันโมเดลการวัดการคิดเชิงคณิตศาสตร์ หลังปรับโมเดล.....	117
ตาราง 14 ค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ระหว่างองค์ประกอบในโมเดลการคิดเชิงคณิตศาสตร์ .....	121
ตาราง 15 วิเคราะห์และผสมผสานแนวคิดของฟรายวิลลิคและการจัดการเรียนการสอนตามแนวทางของ สสวท.....	123

ตาราง 16 ผลการตรวจสอบความเหมาะสมของกระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการคิดเชิง คณิตศาสตร์ (ฉบับร่าง 1).....	132
ตาราง 17 สรุปผลการวิเคราะห์ข้อมูลจากการทดลองใช้กระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริม การ คิดเชิงคณิตศาสตร์ (ฉบับร่าง) ทั้ง 3 รอบ .....	143
ตาราง 18 ผลการวิเคราะห์ข้อมูลจากการทดลองใช้กระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการคิด เชิงคณิตศาสตร์ (ฉบับร่าง 1).....	147
ตาราง 19 ผลการตรวจสอบความเหมาะสมของกระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการคิดเชิง คณิตศาสตร์ (ฉบับร่าง 2).....	162
ตาราง 20 ผลการวิเคราะห์ข้อมูลจากการทดลองใช้กระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการคิด เชิงคณิตศาสตร์ (ฉบับร่าง 2).....	169
ตาราง 21 ผลการตรวจสอบความเหมาะสมของกระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการคิดเชิง คณิตศาสตร์ (ฉบับร่าง 2) ครั้งที่ 2 .....	173
ตาราง 22 ผลการวิเคราะห์ข้อมูลจากการทดลองใช้กระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการคิด เชิงคณิตศาสตร์ (ฉบับร่าง 2) ครั้งที่ 2 .....	174
ตาราง 23 การวิเคราะห์คะแนนพัฒนาการการคิดเชิงคณิตศาสตร์ที่เรียนโดยใช้กระบวนการเรียน การสอนเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ .....	177
ตาราง 24 คะแนนพัฒนาการสัมพัทธ์การคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียนเทียบระดับพัฒนาการ .....	179
ตาราง 25 คะแนนพัฒนาการสัมพัทธ์การคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียนเทียบระดับพัฒนาการ จำแนกตามองค์ประกอบของการคิดเชิงคณิตศาสตร์ ทั้ง 5 องค์ประกอบ .....	180
ตาราง 26 การวิเคราะห์ความแปรปรวนพหุคูณของการคิดเชิงคณิตศาสตร์รายองค์ประกอบก่อน และหลังการให้สิ่งทดลองของกลุ่มทดลอง โดยใช้สถิติ Hotelling T2 .....	181
ตาราง 27 จำนวนตัวอย่าง ค่าเฉลี่ยเลขคณิต และค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของการคิดเชิง คณิตศาสตร์ทั้ง 5 องค์ประกอบ จำแนกตามกระบวนการเรียนการสอน .....	183

ตาราง 28 การเปรียบเทียบความแปรปรวนร่วมพหุคูณของการคิดเชิงคณิตศาสตร์ ราย องค์ประกอบ จำแนกตามกระบวนการเรียนการสอน โดยใช้คะแนนจากการทดสอบวัด ก่อนการให้ สิ่งทดลองเป็นตัวแปรร่วม.....	184
ตาราง 29 ผลการเปรียบเทียบค่าเฉลี่ยของคะแนนการคิดเชิงคณิตศาสตร์ ทั้ง 5 องค์ประกอบ จำแนกตามกระบวนการเรียนการสอน.....	187
ตาราง 30 ค่าความสอดคล้องของข้อคำถามเป็นรายข้อกับนิยามที่ต้องการวัด (Item Objective Congruence : IOC) ของแบบวัดการคิดเชิงคณิตศาสตร์.....	226
ตาราง 31 ค่าความยากง่าย ค่าอำนาจจำแนก และค่าความเชื่อมั่น ของแบบวัดการคิดเชิง คณิตศาสตร์.....	227
ตาราง 32 ผลการตรวจสอบความเหมาะสมของกระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการคิดเชิง คณิตศาสตร์ (ฉบับร่าง 1).....	228
ตาราง 33 ผลการตรวจสอบความเหมาะสมของกระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการคิดเชิง คณิตศาสตร์ (ฉบับร่าง 2) รอบที่ 1.....	230
ตาราง 34 ผลการตรวจสอบความเหมาะสมของกระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการคิดเชิง คณิตศาสตร์ (ฉบับร่าง 2) รอบที่ 2.....	233

## สารบัญรูปภาพ

	หน้า
ภาพประกอบ 1 กรอบแนวคิดการวิจัย .....	16
ภาพประกอบ 2 กระบวนการคิดเชิงคณิตศาสตร์ตามแนวความคิดของเมสัน และ สเตซี่ .....	26
ภาพประกอบ 3 แนวทางการพัฒนาการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียน กลวิธีการสอนและ ความสัมพันธ์ระหว่างแต่ละขั้นตอนตามแนวคิดของฟรายวิลลิค (Fraivillig, 1999, p. 154) .....	33
ภาพประกอบ 4 ผลการศึกษาเกี่ยวกับโมเดลโครงสร้างพระหัตถ์ของการคิดเชิงคณิตศาสตร์ เรื่อง อนุพันธ์ (Özdil, 2012) .....	74
ภาพประกอบ 5 แผนภาพแสดงขั้นตอนวิธีดำเนินการวิจัยพัฒนากระบวนการเรียนการสอน เพื่อ ส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ .....	79
ภาพประกอบ 6 วงจรการพัฒนากระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ โดยใช้การวิจัยอิงการออกแบบ .....	99
ภาพประกอบ 7 โมเดลการวิเคราะห์องค์ประกอบเชิงยืนยันการคิดเชิงคณิตศาสตร์ หลังปรับโมเดล (ตัวเลขที่แสดงบนเส้นเป็นค่า $\beta$ ) .....	119
ภาพประกอบ 8 โครงสร้างกระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ (ฉบับร่าง 1) .....	131
ภาพประกอบ 9 โครงสร้างกระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ (ฉบับร่าง 2) .....	161
ภาพประกอบ 10 โครงสร้างกระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ .....	195

## บทที่ 1

### บทนำ

#### ความเป็นมาและความสำคัญ

มนุษย์มีความแตกต่างจากสัตว์อื่นอย่างชัดเจนตรงที่มนุษย์มีความสามารถในการคิด การคิดเป็นเครื่องมือที่มนุษย์ใช้ในการดำรงชีวิต และถือได้ว่าเป็นเครื่องมือที่สำคัญที่สุดของชีวิต การคิดที่มีคุณภาพมีผลโดยตรงต่อคุณภาพชีวิต (ชนาธิป พรกุล, 2554, น. 5) ความสามารถในการคิดสร้างความแตกต่างระหว่างสังคม การกระทำทั้งหลายที่เกิดขึ้นล้วนแล้วแต่เกิดจากความคิดทั้งสิ้น ดังนั้นประเทศจะพัฒนาไปได้หรือไม่เพียงใดขึ้นอยู่กับขีดความสามารถทางความคิดของคนในประเทศเป็นสำคัญ (บรรจง อมรชิวิน, 2554, น. 20) เมื่อย้อนกลับมามองสภาพสังคมไทยในปัจจุบันคงปฏิเสธไม่ได้ว่า สังคมไทยกำลังตกอยู่ในสภาวะวิกฤตอันเป็นผลมาจากความอ่อนแอทางความคิด คนไทยจึงเป็นคนเชื่องช้า ถูกหลอกบ่อย ฟังอะไรไม่เคยตรวจสอบความจริง ตีความสถานการณ์ต่าง ๆ ผิดเพี้ยนไปจากความเป็นจริง ชอบลอกเลียนแบบ ไม่มีความคิดสร้างสรรค์ เมื่อมีปัญหาแก้ด้วยวิธีผิด ๆ สภาพสังคมเช่นนี้จึงเป็นสังคมที่ขาดความมั่นคง เพราะบางและพร้อมที่จะถูกชักจูงไปในทิศทางต่าง ๆ ผู้คนขาดความมั่นใจ รู้สึกไม่ปลอดภัยและดัชนีความสุขต่ำ ซึ่งเป็นผลของการคิดไม่เป็น มีความหมายรวมถึงการคิดผิดและการไม่คิด (ชนาธิป พรกุล, 2554, น. 4)

สาเหตุหนึ่งซึ่งเป็นสาเหตุสำคัญของการคิดไม่เป็นคือ ระบบการศึกษาของไทยที่มีการเรียนการสอนแบบท่องจำ ครูชอบให้นักเรียนเชื่อฟัง ไม่ได้แย้ง อีกทั้งสถาบันครุศึกษาไม่มีหลักสูตรการคิดสำหรับครู (ชนาธิป พรกุล, 2554, น. 4) ทำให้การเรียนรู้อันในห้องเรียนส่วนใหญ่ในสังคมไทยหลายสิบปีที่ผ่านมาเกิดขึ้นจากการบ่อนความรู้พื้นฐานจากครูผู้สอน โดยนักเรียนต้องเรียน ท่องและทำความเข้าใจ เพื่อการสอบและการประเมินผล ซึ่งทักษะการคิดที่เกิดจากกระบวนการข้างต้นไม่ได้เป็นทักษะการคิดในระดับสูง จึงทำให้เยาวชนส่วนใหญ่ไม่สามารถคิด วิเคราะห์ คิดสังเคราะห์ คิดประเมินค่าได้ (ตะวัน เทวอักษร, 2556) (เอกสารจากเว็บไซต์) การเรียนรู้เรื่องการคิดจึงเป็นคำตอบที่สำคัญและจำเป็นอย่างยิ่งสำหรับทุกคนและทุกสิ่ง ทุกแวดวง โดยเฉพาะอย่างยิ่งในวงการศึกษา ซึ่งคงไม่อาจปฏิเสธได้ว่า เป้าหมายสูงสุดของการศึกษาคือ การสอนให้คนรู้จักคิด คิดเป็นและควรจะคิดได้ดี เพราะการสอนให้รู้วิชาการความรู้แต่เพียงอย่างเดียวไม่เพียงพอต่อการเผชิญกับการเปลี่ยนแปลงในโลกยุคปัจจุบันที่มีพลวัตและมีความซับซ้อนเป็นอย่างมาก การที่คนรู้จักคิดจึงเปรียบเสมือนเครื่องมืออันสำคัญในการฝ่าด่านการเปลี่ยนแปลงดังกล่าวไปได้ ทำให้รู้เท่าทันการเปลี่ยนแปลงของสังคมเพื่อที่จะอยู่ได้อย่าง

ชาญฉลาด ไม่ตกเป็นเครื่องมือของผู้อื่น ในวงการศึกษาคำนี้ถึงเรื่องนี้มาโดยตลอดจึงได้ให้ความสำคัญกับเรื่องการสอนให้คิด แต่การดำเนินการก็ยังไม่ก้าวหน้าไปมากนัก สาเหตุใหญ่สาเหตุหนึ่งมาจากสังคมไทยยังไม่เป็นสังคมที่ส่งเสริมการคิดมากนัก ส่วนใหญ่เน้นหนักที่การเชื่อเสียมากกว่า การกระตุ้นให้คิดจึงมีน้อย อีกทั้งยังไม่ได้สอนเรื่องการคิดอย่างจริงจังในระบบการศึกษาหรือแม้แต่แต่ในระบบการศึกษา รวมถึงขาดการผลักดันและการดำเนินการอย่างเป็นระบบและต่อเนื่อง ดังที่มีการกระทำกันอย่างจริงจังในต่างประเทศ (บรรจง อมรชิวิน, 2554, น. 3; ไพฑูรย์ สินลารัตน์, 2558, น. 4) ด้วยปัญหาคุณภาพการศึกษาของไทย ประกอบกับความเปลี่ยนแปลงที่เกิดขึ้นอย่างรวดเร็วของโลกในยุคปัจจุบันจึงทำให้นักการศึกษาและผู้ปกครองจำนวนมากเป็นห่วงว่า นักเรียนในศตวรรษนี้จะสามารถดำรงชีวิตต่อไปอย่างไรให้มีคุณภาพและมีความเห็นสอดคล้องกันว่าควรจะต้องมีการพัฒนาทักษะต่าง ๆ เพื่อให้เด็กนักเรียนมีคุณลักษณะและความสามารถตามที่มุ่งหวัง (แสงรุ่ง พูลสุวรรณ, 2556, น. 6) นั่นก็คือจะต้องมีการปรับเปลี่ยนการจัดการเรียนการสอนเพื่อให้สอดคล้องกับสภาพสังคมในปัจจุบัน มุ่งเน้นการพัฒนาเด็กให้มีทักษะการคิดมากขึ้น เพราะหากเด็กคิดเป็น คิดอย่างมีระบบ พวกเขาจะสามารถนำข้อมูลที่ได้รับมาสร้างองค์ความรู้ที่มีประโยชน์ สามารถตัดสินใจได้อย่างมีประสิทธิภาพเมื่อต้องเผชิญกับปัญหาในสถานการณ์ต่าง ๆ การพัฒนาการคิดจึงน่าจะเป็นจุดเปลี่ยนของสังคมไทย หากพิจารณาเอาว่าคนกว่า 60 ล้านคน ล้วนคิดได้ดี คิดเป็น เชื่อว่าการเปลี่ยนแปลงเชิงบวกจะตามมาอย่างมหาดศาล (บรรจง อมรชิวิน, 2554, น. 20) เพราะเมื่อสังคมเราเป็นสังคมแห่งการคิดได้แล้ว การแก้ปัญหาต่าง ๆ ในสังคมก็จะบังเกิดขึ้นได้อย่างไม่ยาก (ไพฑูรย์ สินลารัตน์, 2558, น. 4)

การปฏิรูปการเรียนรู้เป็นหัวใจสำคัญของการปฏิรูปการศึกษา การเรียนรู้ที่มีความหมายคือ การเปลี่ยนแปลงพฤติกรรมอย่างถาวร หรือมีความรู้ความเข้าใจและสามารถนำความรู้ไปใช้ได้ สามารถถ่ายทอดความรู้สู่ชีวิตจริงได้ กระบวนการเรียนรู้ที่มีความหมาย คือ การให้ผู้เรียนใช้กระบวนการเพื่อสร้างความรู้ด้วยตนเอง (พิมพ์พันธ์ เดชะคุปต์, 2558, น. 252) ดังนั้นโรงเรียนและห้องเรียนจึงเป็นสถานที่ที่สำคัญที่สุด เพราะเป็นแหล่งผลิตทุนมนุษย์ป้อนเข้าสู่สังคมและจะกลายเป็นกลไกสำคัญในการเปลี่ยนแปลงสังคมไปในทิศทางที่ต้องการ ประเด็นสำคัญที่สุดที่ต้องทำอย่างเร่งด่วนก็คือ ทำอย่างไรจึงจะเริ่มสอนการคิดตั้งแต่เด็กและทำอย่างจริงจัง โดยคาดหวังว่าเด็กกว่า 12 ล้านคนในระบบการศึกษาที่ได้ผ่านกระบวนการเรียนรู้เกี่ยวกับทักษะการคิด จะทำให้รู้จักคิด คิดเป็นและคิดดี โดยผ่านกลไกของครูและโรงเรียนที่ตระหนักและพัฒนาทักษะการคิดให้กับนักเรียนอย่างเป็นระบบและต่อเนื่อง (บรรจง อมรชิวิน, 2554, น. 21-22) การพัฒนาความสามารถในการคิดของผู้เรียน จึงควรเป็นงานสำคัญอันดับแรกที่สุดที่ครูต้องตระหนัก



เมื่อทำการสอน เพราะเป็นการเตรียมคนสำหรับอนาคต (ชนาธิป พรกุล, 2554, น. 12) ซึ่งโดยธรรมชาติวิชาแล้ว วิชาคณิตศาสตร์เป็นวิชาหนึ่งที่มีความเหมาะสมที่จะใช้ในการพัฒนาการคิดของผู้เรียน เนื่องจากวิชาคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่สอนให้นักเรียนคิดอย่างเป็นระบบ มีขั้นตอนและเป็นรูปธรรม อีกทั้งยังมีความเชื่อมโยงกับศาสตร์ในหลากหลายสาขาวิชา การจะพัฒนาความสามารถในการคิดของผู้เรียนโดยเริ่มจากการพัฒนาการคิดเชิงคณิตศาสตร์จึงมีความเป็นไปได้สูง เนื่องด้วยการคิดเชิงคณิตศาสตร์เป็นการคิดที่ควรสอนควบคู่ไปกับการจัดการเรียนการสอนปกติโดยเน้นการเรียนรู้ที่ไม่เพียงแต่การเรียนรู้ในเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์เท่านั้น แต่จะทำให้ผู้เรียนเกิดความสามารถในการคิด การให้เหตุผล และการเผชิญปัญหา

การคิดเชิงคณิตศาสตร์ (Mathematical Thinking) เป็นหนึ่งในการคิดที่น่าสนใจ ถ้าต้องการพัฒนาการศึกษาไทย พัฒนาเด็กไทยให้มีความสามารถทางการคิด ให้มีความก้าวหน้าทัดเทียมนานาประเทศ เนื่องจากการคิดเชิงคณิตศาสตร์ เป็นการใช้เครื่องมือทางคณิตศาสตร์เพื่อทำความเข้าใจสิ่งต่าง ๆ รอบตัว โดยกระบวนการทำความเข้าใจนี้ไม่ใช่คณิตศาสตร์แต่เป็นการคิดเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ และการดำเนินการเพื่อให้ได้คำตอบเป็นการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ (Manouchehri, 2005 อ้างถึงใน รุ่งทิภา นามารุง, 2550, น. 17-18) นั่นคือสามารถนำทักษะทางคณิตศาสตร์ไปใช้ได้จริงนอกห้องเรียน สามารถเข้าใจรูปแบบ สถานการณ์ร่วมของปัญหา ระบุนิยามนิพจน์และสร้างยุทธวิธีใหม่ ทำให้เกิดวิธีการเชิงระบบสำหรับปัญหาเชิงปริมาณที่เป็นผลของการเรียนรู้และการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ โดยเน้นการเรียนรู้มากกว่าการมุ่งเพียงผลลัพธ์หรือคำตอบ ซึ่งถ้าครูสามารถสนับสนุนและพัฒนาการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียนให้มีประสิทธิภาพสูงขึ้นได้ ไม่เพียงแต่จะเป็นประโยชน์ในการเรียนรู้ในเนื้อหาวิชาเท่านั้น แต่จะเกิดความสามารถในการคิดและให้เหตุผลในตัวนักเรียนด้วย (Greenwood, 1993, p. 14) ดังจะเห็นได้จากหลายประเทศที่ให้ความสำคัญในการพัฒนาการคิดเชิงคณิตศาสตร์ โดยมีการวิจัยเพื่อพัฒนาการคิดเชิงคณิตศาสตร์ ทั้งการวิจัยเพื่อพัฒนาครู อาทิ งานวิจัยของ เจคอบส์, แลมป์, และฟิลลิปป์ (Jacobs, Lamb, & Philipp, 2010) ที่ศึกษาเพื่อพัฒนาความเชี่ยวชาญของครูผู้สอนในการสังเกตการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียน และ แชพแมน (Chapman, 2013) ที่ศึกษาเกี่ยวกับแนวทางในการพัฒนาความเป็นครูมืออาชีพด้วยตนเองเพื่อพัฒนาการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียน หรือการวิจัยเพื่อพัฒนานักศึกษาครู อาทิ การศึกษาวิจัยของ ฮาร์ทแมน (Hartman, 2012) ที่ศึกษาผลของการใช้วิดีโอเพื่อช่วยให้นักศึกษาครูทำความเข้าใจการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของเด็ก และ ฮันทิง, เมาส์ลีย์, และ แพร์รี่ (Hunting, Mousley, & Perry, 2012) ที่ศึกษาเกี่ยวกับมุมมองของผู้ที่ปฏิบัติงานในโรงเรียนอนุบาลเกี่ยวกับการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของเด็กและ



การพัฒนาการคิดเชิงคณิตศาสตร์ โดยเป็นโครงการที่ศึกษาใน 3 รัฐ ของประเทศออสเตรเลีย เพื่อนำข้อมูลที่ได้ไปร่วมกันพิจารณาและร่างข้อเสนอแนะที่เกี่ยวข้องกับการพัฒนานักศึกษาครู รวมทั้งการพัฒนาทรัพยากรและการวิจัยต่อไป ตลอดจนการวิจัยเพื่อพัฒนานักเรียน อาทิ งานวิจัยของ วูด, วิลเลียม, และ แม็คเนล (Wood, Williams, & McNeal, 2006) ที่มุ่งศึกษาเปรียบเทียบการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียน ในบริบทของวัฒนธรรมในชั้นเรียนแตกต่างกัน และคอสทอส และ ชิน (Kostos & Shin, 2010) ที่ศึกษาเกี่ยวกับการใช้การบันทึกทางคณิตศาสตร์เพื่อพัฒนาการคิดเชิงคณิตศาสตร์ด้านการสื่อสารของนักเรียน เป็นต้น สำหรับประเทศไทยยังมีงานวิจัยที่ศึกษาเพื่อพัฒนาการคิดเชิงคณิตศาสตร์อยู่น้อยมาก ทั้งที่เด็กไทยควรได้รับโอกาสในการพัฒนาการคิดเชิงคณิตศาสตร์ให้มากขึ้น

ในการพัฒนาการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียนจากในห้องเรียน องค์ประกอบสำคัญ 4 ส่วน คือ ผู้สอน ผู้เรียน การจัดการเรียนการสอน และสภาพแวดล้อม ดังนั้นผู้สอนควรมีความรู้ในการจัดการเรียนการสอน ซึ่งถ้าผู้สอนใช้วิธีการจัดการเรียนการสอนในรูปแบบเดิม ๆ ทุกครั้ง ผู้เรียนจะขาดความสนใจ ใส่ใจ หรือขาดแรงจูงใจในการเรียน หรือถ้าผู้สอนจัดการเรียนการสอนอย่างไม่มีแนวทาง ไม่มีลำดับขั้นตอน ผู้เรียนก็จะขาดทักษะการเรียนรู้อย่างเป็นระบบไปด้วย ดังนั้นกระบวนการเรียนการสอนจึงมีความสำคัญในการจัดการเรียนการสอน ซึ่งควรเป็นกระบวนการที่สามารถพัฒนาการคิดของนักเรียนได้เต็มตามศักยภาพหรือดึงศักยภาพของนักเรียนออกมาได้ โดยเป็นกระบวนการที่ให้นักเรียนได้มีส่วนร่วมในกิจกรรม ได้ลงมือปฏิบัติด้วยตนเอง ได้แสดงความคิดเห็นร่วมกับผู้อื่น เพื่อให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้ที่มีความหมายและสามารถสร้างองค์ความรู้ได้ด้วยตนเอง ซึ่งจะต้องอยู่ในพื้นที่ที่นักเรียนรู้สึกปลอดภัย ตลอดจนผู้สอนจะต้องมีความเข้าใจในธรรมชาติในการเรียนรู้ของผู้เรียนและจัดการเรียนการสอนให้สอดคล้อง เหมาะสม ก็จะทำให้การจัดการเรียนการสอนนั้นสัมฤทธิ์ผลมากยิ่งขึ้น สำหรับการพัฒนาการคิดเชิงคณิตศาสตร์ก็เช่นเดียวกัน ครูควรมีแนวทางในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่เน้นกระบวนการคิดของนักเรียน และมีแนวทางในการพัฒนาการคิดของนักเรียนอย่างเป็นขั้นตอนตามธรรมชาติในการเรียนรู้ของนักเรียน โดยมีเป้าหมายเพื่อช่วยให้นักเรียนสร้างความเข้าใจในแนวคิดทางคณิตศาสตร์อย่างมีความหมายด้วยตัวของนักเรียนเอง ฟร่ายวิลลิก (Fraivillig, 2001, pp. 454-459) เป็นนักการศึกษาที่ได้เสนอแนวทางในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่เน้นกระบวนการคิดของนักเรียน โดยเสนอยุทธศาสตร์ที่ให้ครูผู้สอนได้นำไปพัฒนาการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียน (Strategies for Advancing Children's Mathematical Thinking) โดยเป็นแนวทางให้ครูผู้สอนออกแบบกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่มีความหมาย อย่างเป็นลำดับขั้นตอน เพื่อมุ่ง

พัฒนาการคิดเชิงคณิตศาสตร์ มี 3 ขั้นตอน ได้แก่ ขั้นล้างความคิด ขั้นสนับสนุนความคิด และขั้นขยายความคิด สำหรับในประเทศไทยยังไม่มีนักการศึกษาที่พัฒนากระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ขึ้นมาใช้ ดังนั้นจึงดำเนินการศึกษากระบวนการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์โดยทั่วไปที่ใช้กันอยู่ในประเทศไทย พบว่า กระทรวงศึกษาธิการได้มอบหมายให้สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.) เป็นผู้พัฒนาหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 ของกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ซึ่ง สสวท. ได้จัดทำคู่มือครูสำหรับใช้ประกอบการสอนวิชาคณิตศาสตร์ แต่ยังมีได้มุ่งเน้นด้านการส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ ดังนั้นเพื่อให้กระบวนการจัดการเรียนการสอนมุ่งพัฒนาการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียนโดยใช้กระบวนการที่เหมาะสมกับบริบท จึงนำหลักการจัดการเรียนการสอนตามแนวทางของ สสวท. มาวิเคราะห์ร่วมกับแนวคิดของฟรายวิลลิก เพื่อพัฒนากระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ให้กระบวนการเรียนการสอนที่พัฒนาขึ้นนี้สามารถพัฒนานักเรียนได้ตรงตามความมุ่งหมาย คือ มุ่งพัฒนาการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียน โดยเป็นกระบวนการที่เหมาะสมกับบริบทของนักเรียนไทยไปพร้อม ๆ กัน และเพื่อให้ทราบว่ากระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ที่พัฒนาขึ้นนี้สามารถพัฒนานักเรียนได้ตรงตามความมุ่งหมาย จึงจะต้องใช้เครื่องมือวัดการคิดเชิงคณิตศาสตร์ที่มีประสิทธิภาพ มีการสร้างและตรวจสอบคุณภาพเครื่องมือก่อนนำไปใช้ โดยแบบวัดการคิดเชิงคณิตศาสตร์ที่สร้างขึ้นนี้เป็นแบบวัดการคิดเชิงคณิตศาสตร์แบบเลือกตอบชนิดตัวเลือกถูก – ผิด (Multiple True – False : MTF) โดยใช้การวัดความรู้บางส่วน (Partial Knowledge) ซึ่งข้อสอบแบบเลือกตอบสามารถวัดความรู้ ความสามารถและผลสัมฤทธิ์ได้อย่างกว้างขวาง ประกอบกับมีความเป็นปรนัยในการตรวจให้คะแนน ผลการวิเคราะห์ข้อสอบสามารถนำมาวินิจฉัยปัญหาการเรียนรู้อันได้ แต่ยังมีจุดอ่อนที่สำคัญคือ เปิดโอกาสให้มีการตอบถูกโดยการเดา การใช้การวัดความรู้บางส่วนเป็นวิธีการแก้ปัญหาคำจำกัดของแบบทดสอบแบบเลือกตอบเพื่อลดโอกาสในการเดา เนื่องจากการวัดความรู้แบบบางส่วนของผู้ตอบแสดงถึงตำแหน่งจริงของความรู้ของผู้ตอบ ซึ่งมีส่วนช่วยลดความคลาดเคลื่อนจากแหล่งการเดาสุ่มของผู้ตอบลง ทำให้คะแนนมีความเชื่อมั่นมากขึ้น ในขณะที่เดียวกันก็ส่งผลต่อความตรงของกระบวนการวัดด้วย (Frayer, 1980 อ้างถึงใน พรทิพย์ ไชยใส, 2533) ซึ่งในที่นี้ใช้การวัดความรู้บางส่วนแบบการเปลี่ยนแปลงโครงสร้างของข้อสอบ (Changing the Item Structure) โดยเพิ่มจำนวนข้อให้มากขึ้นกว่าข้อสอบแบบเลือกตอบธรรมดา ใน 1 ข้อ มี 4 ข้อย่อย ในแต่ละข้อย่อยเป็นการเลือกตอบชนิดตัวเลือกถูก – ผิด ซึ่งทั้ง 4 ข้อย่อยและใช้ข้อมูลเดียวกันในการตอบคำถามโดยคำถามที่ใช้จะแตกต่างกัน ซึ่งจาก

งานวิจัยของ จาวิด (Javid, 2014) ที่ทำการเปรียบเทียบความน่าเชื่อถือของการทดสอบสองรูปแบบ ได้แก่ แบบทดสอบแบบเลือกตอบ (Multiple-Choice : MC) และแบบทดสอบเลือกตอบชนิดตัวเลือกถูก – ผิด (Multiple True – False : MTF) ในการเรียนรู้คำศัพท์ของนักเรียน พบว่าแบบทดสอบเลือกตอบชนิดตัวเลือกถูก – ผิด มีความน่าเชื่อถือของการทดสอบมากกว่าแบบทดสอบแบบเลือกตอบ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ ซึ่งสอดคล้องกับคำกล่าวของ วูด (Wood, 2003, as cited in Bender, 2003) และฮาร์เปอร์ (Harper, 2003, as cited in Bender, 2003) ที่กล่าวว่า แบบทดสอบเลือกตอบชนิดตัวเลือกถูก – ผิด มีข้อได้เปรียบแบบทดสอบแบบเลือกตอบคือ นักเรียนจะต้องประเมินแต่ละคำตอบที่เป็นไปได้แทนที่จะเลือกคำตอบข้อที่ถูกต้องเพียงข้อเดียว เพราะในแต่ละข้อนักเรียนจะต้องประเมินคำตอบที่เป็นไปได้ทุกข้อย่อย นั่นคือนักเรียนจะต้องทดสอบสี่ถึงห้าครั้งต่อหนึ่งข้อ

การวิจัยอิงการออกแบบ (Design Based Research) เป็นการวิจัยอีกประเภทหนึ่งที่เป็นทางเลือกที่น่าสนใจยิ่งสำหรับการทำวิจัยในปัจจุบัน เนื่องจากการวิจัยอิงการออกแบบเป็นการวิจัยที่สามารถตอบคำถามที่ว่า งานวิจัยที่ทำนั้นจะสามารถนำมาใช้ประโยชน์ได้อย่างแท้จริงหรือไม่ ที่มีคำถามเช่นนี้เพราะจะเห็นได้ว่างานวิจัยจำนวนมากไม่มีการนำมาใช้ประโยชน์ในทางปฏิบัติอย่างแท้จริง อาจเนื่องมาจากจุดมุ่งหมายของการวิจัยโดยทั่วไปคือ การสร้างองค์ความรู้ใหม่และขยายขอบเขตความรู้ โดยไม่ได้มีจุดมุ่งหมายในการนำผลการวิจัยไปใช้อย่างเป็นรูปธรรม ซึ่งนักวิชาการมองเห็นจุดอ่อนของการวิจัยโดยทั่วไปที่ต้องใช้ต้นทุนสูงเพื่อพัฒนางานวิจัย แต่ผลการวิจัยกลับไม่สามารถรับประกันได้ว่าจะเป็นประโยชน์ในทางปฏิบัติได้จริง ดังนั้นการวิจัยอิงการออกแบบจึงเป็นการวิจัยที่จะช่วยทำให้งานวิจัยที่ทำขึ้นนี้ได้ถูกนำไปใช้ประโยชน์อย่างแท้จริง เนื่องจากการวิจัยอิงการออกแบบเป็นการนำแนวคิดของการออกแบบมาใช้ในกระบวนการวิจัย โดยนำผลจากการศึกษาวิจัยมาใช้จริงในกระบวนการออกแบบ โดยที่นักวิจัยสร้างรูปแบบการพัฒนาที่ต้องการด้วยกระบวนการออกแบบที่ครอบคลุม และใช้การทดสอบคุณภาพของรูปแบบโดยผ่านกระบวนการสังเกตและการให้เหตุผลในการปฏิบัติจริง ด้วยเหตุนี้การวิจัยออกแบบจึงช่วยให้นักวิจัยมีความรู้ความเข้าใจอย่างรอบด้านเกี่ยวกับสภาพปัญหาที่เกิดขึ้นในการปฏิบัติ และสามารถพัฒนารูปแบบที่ต้องการใช้ในการแก้ปัญหาได้อย่างเหมาะสมกับสภาพที่เป็นจริง ซึ่งการออกแบบนี้จะช่วยเพิ่มความเข้มแข็งให้กับกระบวนการวิจัย (Brown & Collins, 1992, as cited in Wang & Hannafin, 2005, p. 5-6) และเมื่อพิจารณาลักษณะของการวิจัยอิงการออกแบบแล้วจะเห็นได้ว่าการวิจัยอิงการออกแบบเป็นทางออกของการที่จะสามารถเชื่อมโยงการวิจัยกับการใช้ผลการวิจัยในการปฏิบัติจริงได้อย่างมีประสิทธิภาพโดยใช้

การออกแบบและวิธีวิทยาการวิจัยที่หลากหลาย นักวิจัยทำหน้าที่เป็นนักออกแบบและนักวิจัยไปพร้อมกัน ซึ่งการวิจัยอิงการออกแบบนี้ไม่ได้พัฒนาขึ้นเพื่อใช้แทนวิธีวิทยาการวิจัยประเภทอื่น แต่พัฒนาขึ้นเพื่อเป็นทางเลือกในการพัฒนาด้วยกระบวนการวิจัยบนพื้นฐานของทฤษฎีร่วมกับการปฏิบัติ (Wang & Hannafin, 2005, p. 6) ด้วยเหตุนี้การวิจัยอิงการออกแบบจึงเป็นวิธีการวิจัยที่ควรนำมาใช้ในการพัฒนากระบวนการเรียนการสอน เพื่อนำผลจากการวิจัยมาใช้ให้เกิดประโยชน์ในการปฏิบัติอย่างแท้จริง โดยนำไปพัฒนารูปแบบที่ต้องการด้วยกระบวนการออกแบบที่ครอบคลุม มีความรู้ความเข้าใจอย่างรอบด้านเกี่ยวกับสภาพปัญหาที่เกิดขึ้นในการปฏิบัติและสามารถพัฒนารูปแบบที่ต้องการใช้ในการแก้ปัญหาได้อย่างเหมาะสมกับสภาพบริบทที่เป็นจริง อาทิ งานวิจัยของ กนิษฐา ศรีเคลือบ (2557, น. 178) ที่ศึกษาเกี่ยวกับการพัฒนาโมเดลการเสริมสร้างบรรยากาศการเรียนรู้ที่มีประสิทธิผลโดยใช้การวิจัยอิงการออกแบบและการวิเคราะห์เอ็มเอ็มเอสอีเอ็ม จากการศึกษาได้ข้อค้นพบในการพัฒนาโมเดลการเสริมสร้างบรรยากาศการเรียนรู้ให้สามารถนำไปใช้ได้อย่างมีประสิทธิภาพมากขึ้นโดยใช้การวิจัยอิงการออกแบบ ดังนั้นในการวิจัยครั้งนี้จึงเลือกใช้การวิจัยอิงการออกแบบในการพัฒนากระบวนการเรียนการสอน เพื่อมุ่งเน้นการนำผลจากการวิจัยมาใช้ให้เกิดประโยชน์สูงสุดในเชิงปฏิบัติ โดยการนำไปพัฒนากระบวนการเรียนการสอนบนพื้นฐานของสภาพบริบทที่เป็นจริงด้วยกระบวนการออกแบบที่ผู้วิจัยมีความเข้าใจอย่างรอบด้านเกี่ยวกับสภาพปัญหาที่เกิดขึ้นในการปฏิบัติ และสามารถพัฒนากระบวนการเรียนการสอนเพื่อใช้ในการแก้ปัญหาได้อย่างแท้จริงในสภาพบริบทนั้น ๆ

การศึกษาวิจัยในครั้งนี้จึงมุ่งสร้างและตรวจสอบคุณภาพแบบวัดการคิดเชิงคณิตศาสตร์แบบเลือกตอบชนิดตัวเลือกถูก - ผิด เพื่อนำไปใช้ในการวัดการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียนและนำข้อมูลที่ได้ไปเป็นแนวทางในการพัฒนากระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ให้เป็นกระบวนการเรียนการสอนที่สามารถพัฒนาการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียนได้อย่างมีประสิทธิภาพเหมาะสมกับบริบทของนักเรียนไทย โดยประยุกต์ใช้การวิจัยอิงการออกแบบ โดยดำเนินการศึกษาวิจัยกับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 เนื่องจากชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 เป็นระดับชั้นสุดท้ายของการศึกษาภาคบังคับสำหรับนักเรียนในประเทศไทย ซึ่งต่อจากนี้ นักเรียนจะสามารถเลือกได้ว่าจะศึกษาต่อในระดับชั้นที่สูงขึ้นหรือจะออกไปประกอบอาชีพ ดังนั้นเพื่อให้ นักเรียนได้มีทักษะทางด้านการคิดติดตัวไปก่อนที่นักเรียนบางคนจะออกไปประกอบอาชีพ การคิดเชิงคณิตศาสตร์จึงเป็นทักษะด้านการคิดหนึ่งที่เหมาะสมอย่างยิ่ง เพื่อให้ นักเรียนสามารถนำไปใช้เป็นเครื่องมือในการแก้ปัญหา คิดเพื่อทำความเข้าใจสิ่งต่าง ๆ รอบตัว เนื่องจากเป็นทักษะ

ที่มีการแก้ปัญหาอย่างเป็นระบบและเป็นทักษะที่สามารถนำไปใช้ได้จริงนอกห้องเรียน ซึ่งถ้าสามารถพัฒนาการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียนให้มีประสิทธิภาพสูงขึ้นได้ ไม่เพียงแต่จะเป็นประโยชน์ในการเรียนรู้ในเนื้อหาวิชาเท่านั้น แต่จะเกิดความสามารถในการคิดและให้เหตุผลในตัวนักเรียนเพื่อนำไปใช้ในการดำเนินชีวิตต่อไปด้วย โดยในการศึกษาวิจัยครั้งนี้ ดำเนินการศึกษาวิจัยกับนักเรียนในโรงเรียนสังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา เขต 17 เนื่องจากเป็นเขตพื้นที่ที่มีกลุ่มเป้าหมายตรงกับความต้องการในการศึกษาวิจัยและเป็นเขตพื้นที่ที่ยินดีให้ความร่วมมือในการศึกษาวิจัยและเก็บรวบรวมข้อมูล

### คำถามการวิจัย

1. แบบวัดการคิดเชิงคณิตศาสตร์ควรมีลักษณะอย่างไร
2. การคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียนในแต่ละองค์ประกอบเป็นอย่างไร
3. กระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ควรมีลักษณะอย่างไร
4. การพัฒนากระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ควรพัฒนาโดยใช้วิธีการใด มีขั้นตอนในการพัฒนาอย่างไร
5. นักเรียนที่เรียนโดยใช้กระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์มีพัฒนาการในการคิดเชิงคณิตศาสตร์เพิ่มขึ้นหรือไม่ อย่างไร
6. นักเรียนกลุ่มที่เรียนโดยใช้กระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์กับกลุ่มที่เรียนโดยใช้กระบวนการเรียนการสอนแบบปกติมีพัฒนาการการคิดเชิงคณิตศาสตร์แตกต่างกันหรือไม่ อย่างไร

### ความมุ่งหมายของการวิจัย

1. เพื่อสร้างและตรวจสอบคุณภาพแบบวัดการคิดเชิงคณิตศาสตร์แบบเลือกตอบ ชนิดตัวเลือกถูก – ผิด
2. เพื่อพัฒนากระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ โดยประยุกต์ใช้การวิจัยอิงการออกแบบ
3. เพื่อศึกษาพัฒนาการการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่เรียนโดยใช้กระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์
4. เพื่อเปรียบเทียบการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ระหว่างกลุ่มที่เรียนโดยใช้กระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์กับกลุ่มที่เรียนโดยใช้กระบวนการเรียนการสอนแบบปกติ



## ความสำคัญของการวิจัย

1. ครูผู้สอนคณิตศาสตร์และบุคลากรทางการศึกษาสามารถนำกระบวนการเรียนการสอนไปใช้ในการส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ซึ่งเป็นผลจากการศึกษาพัฒนาการเรียนการสอนครั้งนี้ให้สูงขึ้น ซึ่งประกอบด้วยองค์ประกอบของการคิดเชิงคณิตศาสตร์ครบทั้ง 5 องค์ประกอบ คือ การแก้ปัญหาเชิงคณิตศาสตร์ การให้เหตุผลเชิงคณิตศาสตร์ การสื่อสารความคิดเชิงคณิตศาสตร์ การเชื่อมโยงสาระหลักเชิงคณิตศาสตร์ และ การนำเสนอตัวแทนความคิดเชิงคณิตศาสตร์ เพื่อที่นักเรียนจะได้นำทักษะการคิดเชิงคณิตศาสตร์ที่มีไปประยุกต์ใช้ในการแก้ปัญหาในชีวิตจริงได้อย่างมีประสิทธิภาพมากขึ้น

2. ครูผู้สอนคณิตศาสตร์และบุคลากรทางการศึกษาสามารถนำแบบวัดการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่พัฒนาขึ้นไปใช้วัดการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียนหรือนำไปเป็นแนวทางในการพัฒนาแบบวัดการคิดเชิงคณิตศาสตร์ให้เหมาะสมกับนักเรียนและบริบทของตนเอง เพื่อนำผลจากการวัดการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียนไปใช้ในการเตรียมความพร้อมในการพัฒนานักเรียนในส่วนที่ยังบกพร่องและส่งเสริมในส่วนที่นักเรียนมีอยู่แล้วให้สามารถพัฒนาได้ดียิ่งขึ้น

3. นักเรียนสามารถนำผลจากการศึกษาไปเป็นแนวทางในการเรียนรู้และพัฒนาการเรียนรู้ของตนเอง ให้มีการคิดเชิงคณิตศาสตร์ครบ 5 องค์ประกอบ เพื่อให้ตนเองสามารถเผชิญปัญหาโดยใช้เครื่องมือทางคณิตศาสตร์และทักษะการคิดทางคณิตศาสตร์ที่มีอยู่ในการทำความเข้าใจ ค้นหาความสัมพันธ์ สร้างข้อสรุปและแก้ปัญหาสิ่งต่าง ๆ รอบตัวได้ และเพื่อให้การพัฒนาการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของตนเองนั้นสามารถพัฒนาไปได้อย่างมีคุณภาพและมีประสิทธิภาพสูงสุดตามความสามารถและแนวทางของตนเอง

4. ผู้ปกครองสามารถนำผลจากการศึกษาไปเป็นแนวทางในการส่งเสริมการเรียนรู้เป็นแนวทางในการพัฒนาการคิดเชิงคณิตศาสตร์ และมีส่วนร่วมในการพัฒนาการเรียนรู้ของบุตรหลานได้อย่างมีประสิทธิภาพ

## ขอบเขตของการวิจัย

### ระยะที่ 1 การสร้างและตรวจสอบคุณภาพแบบวัดการคิดเชิงคณิตศาสตร์

#### ประชากร

ประชากรที่ใช้ในการตรวจสอบคุณภาพแบบวัดการคิดเชิงคณิตศาสตร์ด้วยการวิเคราะห์องค์ประกอบเชิงยืนยัน เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ปีการศึกษา 2560 ในโรงเรียนสังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา เขต 17 จำนวน 39 โรงเรียน 137 ห้องเรียน และ

มีนักเรียนจำนวน 4,755 คน (สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา เขต 17, 2560) (เอกสารจากเว็บไซต์)

### กลุ่มตัวอย่าง

กลุ่มตัวอย่างสำหรับการวิเคราะห์ห้วงค์ประกอบเชิงยืนยันเพื่อตรวจสอบคุณภาพแบบวัดการคิดเชิงคณิตศาสตร์เป็นนักเรียนในระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ปีการศึกษา 2560 ในโรงเรียนสังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา เขต 17 จำนวน 500 คน ใช้วิธีการเลือกกลุ่มตัวอย่างโดยใช้วิธีการสุ่มกลุ่มตัวอย่างแบบหลายขั้นตอน (multi-stage random sampling)

### ประเด็นที่ศึกษา

คือ คุณภาพแบบวัดการคิดเชิงคณิตศาสตร์ ในด้านความเที่ยงตรงเชิงโครงสร้าง

**ระยะที่ 2 การพัฒนาและศึกษาผลการใช้กระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์โดยประยุกต์ใช้การวิจัยอิงการออกแบบ**

### ประชากร

ประชากรที่ใช้ในการวิจัยเชิงทดลองในระยะนี้เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ปีการศึกษา 2560 ในโรงเรียนสังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา เขต 17 จำนวน 39 โรงเรียน 137 ห้องเรียน และมีนักเรียนจำนวน 4,755 คน

### กลุ่มตัวอย่าง

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการทดลองเพื่อพัฒนาและศึกษาผลการใช้กระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์เป็นนักเรียนในระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ปีการศึกษา 2560 โรงเรียนเขาสมิงวิทยาคม “จงจินตฺรุจิรวงศ์อุปถัมภ์” สังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา เขต 17 จังหวัดตราด จำนวน 2 ห้องเรียน ห้องเรียนละ 34 คน มีจำนวนนักเรียนรวม 68 คน ใช้วิธีการเลือกกลุ่มตัวอย่างโดยใช้เทคนิคการสุ่มตัวอย่างแบบกลุ่ม (Cluster random sampling) เพื่อสุ่มห้องเรียนที่เป็นกลุ่มทดลอง และห้องเรียนเป็นกลุ่มควบคุมไม่สมมูล

### ผู้ให้ข้อมูลในการวิจัยเชิงคุณภาพ

ผู้ให้ข้อมูลที่เลือกมาศึกษาในส่วนของ การวิจัยเชิงคุณภาพ เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนเขาสมิงวิทยาคม “จงจินตฺรุจิรวงศ์อุปถัมภ์” สังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา เขต 17 จังหวัดตราด ปีการศึกษา 2560 ที่เรียนโดยใช้กระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ที่พัฒนาขึ้น ซึ่งเป็นกลุ่มตัวอย่างจากห้องเรียนที่เป็นกลุ่มทดลอง โดยมีการรวบรวมข้อมูลจากการสังเกตทั้งในภาพรวมของห้องเรียนและการสังเกตเป็น

รายบุคคล และในส่วนของกรรวบรวบข้อมูลจากการสัมภาษณ์ ผู้ให้ข้อมูลเป็นนักเรียนที่มีคะแนนพัฒนาการสูงสุด 10 ลำดับแรก

### ตัวแปรที่ศึกษา

**ตัวแปรอิสระ** คือ กระบวนการเรียนการสอน ได้แก่ กระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ และกระบวนการเรียนการสอนแบบปกติ

**ตัวแปรตาม** คือ การคิดเชิงคณิตศาสตร์ (Mathematical Thinking) ประกอบด้วย

1. การแก้ปัญหาเชิงคณิตศาสตร์ (Mathematical Problem Solving)
2. การให้เหตุผลเชิงคณิตศาสตร์ (Mathematical Reasoning and Proof)
3. การสื่อสารความคิดเชิงคณิตศาสตร์ (Mathematical Communication)
4. การเชื่อมโยงสาระหลักเชิงคณิตศาสตร์ (Mathematical Connections)
5. การนำเสนอตัวแทนความคิดเชิงคณิตศาสตร์ (Mathematical

Representation)

### นิยามศัพท์เฉพาะ

1. การคิดเชิงคณิตศาสตร์ (Mathematical Thinking) หมายถึง กระบวนการทางปัญญาของบุคคลในการเผชิญปัญหา โดยการใช้เครื่องมือทางคณิตศาสตร์และทักษะทางคณิตศาสตร์ที่มีอยู่ในการทำความเข้าใจ ค้นหาความสัมพันธ์ สร้างข้อสรุปและแก้ปัญหาสิ่งต่าง ๆ รอบตัว กระบวนการเหล่านี้ไม่ใช่เพียงคณิตศาสตร์แต่เป็นการคิดเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ และการดำเนินการเพื่อให้ได้คำตอบเป็นการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ เป็นการเน้นการเรียนรู้มากกว่ามุ่งเพียงผลลัพธ์หรือคำตอบและไม่เพียงแต่การเรียนรู้ในเนื้อหาวิชาเท่านั้น แต่จะเกิดความสามารถในการคิดและให้เหตุผลในตัวนักเรียนด้วย การคิดเชิงคณิตศาสตร์มี 5 องค์ประกอบ ได้แก่

1.1 การแก้ปัญหาเชิงคณิตศาสตร์ (Mathematical Problem Solving) หมายถึง การคิดหาคำตอบของปัญหาที่มีมูลเหตุมาจากคณิตศาสตร์และบริบทอื่น ๆ โดยสะท้อนให้เห็นถึงกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ สามารถสร้างความรู้ใหม่ผ่านกระบวนการแก้ปัญหา และสามารถประยุกต์ ดัดแปลงการแก้ปัญหาได้หลากหลาย

1.2 การให้เหตุผลเชิงคณิตศาสตร์ (Mathematical Reasoning and Proof) หมายถึง การใช้ภาษาทางคณิตศาสตร์ในการแสดงให้เห็นถึงความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ อธิบายปรากฏการณ์ที่เกิดขึ้นโดยใช้การให้เหตุผล การพิสูจน์ การสร้างและตรวจสอบข้อคาดการณ์ การแสดงการตรวจสอบข้อคาดการณ์ การพัฒนาและประเมินค่า การให้เหตุผลและการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์



1.3 การสื่อสารความคิดเชิงคณิตศาสตร์ (Mathematical Communication) หมายถึง การใช้ภาษาทางคณิตศาสตร์แสดงให้เห็นถึงความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ การสื่อสารแนวความคิดทางคณิตศาสตร์ที่ชัดเจนไปสู่เพื่อน ครูและบุคคลอื่น รวมถึงการสร้างและรวบรวมแนวความคิดทางคณิตศาสตร์ผ่านการสื่อสาร วิเคราะห์และประเมินค่าแนวความคิดทางคณิตศาสตร์กับสิ่งอื่น ๆ

1.4 การเชื่อมโยงสาระหลักเชิงคณิตศาสตร์ (Mathematical Connections) หมายถึง การรู้จักใช้การเชื่อมโยงระหว่างแนวคิดที่ใช้ในคณิตศาสตร์ การทำความเข้าใจความสัมพันธ์ของแนวคิดเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ ที่ก่อให้เกิดความสมบูรณ์ของเรื่องราวที่สอดคล้องกันและการรู้จักประยุกต์ใช้คณิตศาสตร์กับสภาพแวดล้อมของสิ่งต่าง ๆ ที่นอกเหนือจากคณิตศาสตร์

1.5 การนำเสนอตัวแทนความคิดเชิงคณิตศาสตร์ (Mathematical Representation) หมายถึง การสร้างและการนำเสนอสิ่งที่สร้างขึ้นเพื่อเป็นตัวแทนความคิด การบันทึกการเชื่อมโยงแนวความคิดทางคณิตศาสตร์ ความสามารถในการเลือก ประยุกต์และกำหนดการนำเสนอตัวแทนความคิดเพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และการใช้รูปแบบการเสนอตัวแทนความคิดอธิบายในเรื่องของฟิสิกส์ สังคมและปรากฏการณ์ทางธรรมชาติต่าง ๆ ในทางคณิตศาสตร์

2. กระบวนการเรียนการสอน หมายถึง การจัดการเรียนการสอนอย่างเป็นลำดับ ขั้นตอน นำไปสู่ผลที่ต้องการ โดยให้นักเรียนได้เรียนรู้ผ่านกิจกรรมที่เหมาะสมร่วมกับครูผู้สอน เพื่อให้ นักเรียนได้รับประสบการณ์ เกิดการเรียนรู้และมีทักษะในการแสวงหาความรู้ด้วยตนเอง

3. กระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์โดยประยุกต์ใช้ การวิจัยอิงการออกแบบ หมายถึง การจัดการเรียนการสอนที่เป็นลำดับ ขั้นตอน โดยใช้แนวคิดของ ฟร่ายวิลลิก (Fraivillig, 2001, pp. 454-459) ซึ่งมี 3 ขั้นตอน ได้แก่ ขั้นล้วงความคิด ขั้นสนับสนุนความคิดและขั้นขยายความคิด ร่วมกับการจัดการเรียนการสอนตามแนวทางของ สสวท. ในการสร้างกิจกรรมการเรียนการสอนให้นักเรียนได้เรียนรู้ผ่านกิจกรรมที่เหมาะสม เพื่อพัฒนาการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียน โดยแบ่งเป็น 3 ขั้นตอน ตามหลักการวิจัย อิงการออกแบบ ซึ่งประกอบด้วย ขั้นตอนที่ 1 การวิจัยเบื้องต้นเพื่อพัฒนารอบแนวคิดในการวิจัย ขั้นตอนที่ 2 การวิจัยเป็นวงจรซ้ำเพื่อพัฒนาต้นแบบนวัตกรรม และขั้นตอนที่ 3 การวิจัยประเมิน กิ่งรวบยอดเพื่อตรวจสอบผลการพัฒนา ในส่วนของกระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการคิด เชิงคณิตศาสตร์ ประกอบด้วย 3 ขั้นตอน มีรายละเอียดของแต่ละขั้นตอน ดังนี้

3.1 **ชั้นล้วงความคิด (Eliciting)** หมายถึง ขั้นตอนในการพัฒนาการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียน โดยเน้นการเอาคำตอบหลาย ๆ คำตอบจากปัญหาหนึ่ง ด้วยการที่ครูเป็นผู้ชี้แนะ อำนวยความสะดวก ใช้คำถามกระตุ้น ทำท่ายให้นักเรียนแสดงความคิดด้วยการพูดอธิบาย วิเคราะห์วิธีการหาคำตอบด้วยตัวเอง รวมทั้งใช้คำอธิบายของนักเรียนเป็นพื้นฐานในการกำหนดบทเรียน

3.2 **ชั้นสนับสนุนความคิด (Supporting)** หมายถึง ขั้นตอนในการพัฒนาการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียน ขั้นตอนนี้เป็นการส่งเสริม สนับสนุนการคิดของนักเรียนทั้งชั้นอย่างทั่วถึง ด้วยการ ใช้คำถามกระตุ้นให้นักเรียนระลึกถึงสถานการณ์ปัญหาที่มีลักษณะคล้ายคลึงกัน ทบทวนความรู้พื้นฐาน กระบวนการ วิธีการแก้ปัญหาอย่างเป็นลำดับขั้นตอน ช่วยเหลือนักเรียนที่คิดไม่ทันเพื่อนและสนับสนุนนักเรียนที่คิดได้ไกล ลึกซึ้งกว่าเพื่อน

3.3 **ชั้นขยายความคิด (Extending)** หมายถึง ขั้นตอนในการพัฒนาการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียน เป็นขั้นตอนที่ครูรักษามาตรฐานและสิ่งที่คาดหวัง โดยการปรับขยาย เจาะปัญหาเดิมหรือเปลี่ยนปัญหาใหม่ พร้อมทั้งขยายความคิดของนักเรียน ด้วยการกระตุ้นให้สะท้อนความคิดทางคณิตศาสตร์และหาวิธีการอื่น ๆ ในการแก้ปัญหา รู้จักเลือกใช้วิธีการแก้ปัญหาที่มีประสิทธิภาพมากกว่า และให้นักเรียนสามารถเขียนหลักการโดยทั่วไปของเรื่องที่เรียนได้

4. **กระบวนการเรียนการสอนแบบปกติ** หมายถึง การจัดการเรียนการสอนที่เป็นลำดับขั้นตอน โดยใช้การจัดการเรียนการสอนตามแนวทางของ สสวท. ในการสร้างกิจกรรมการเรียนการสอนให้นักเรียนได้เรียนรู้ผ่านกิจกรรมที่เหมาะสม

### กรอบแนวคิดในการวิจัย

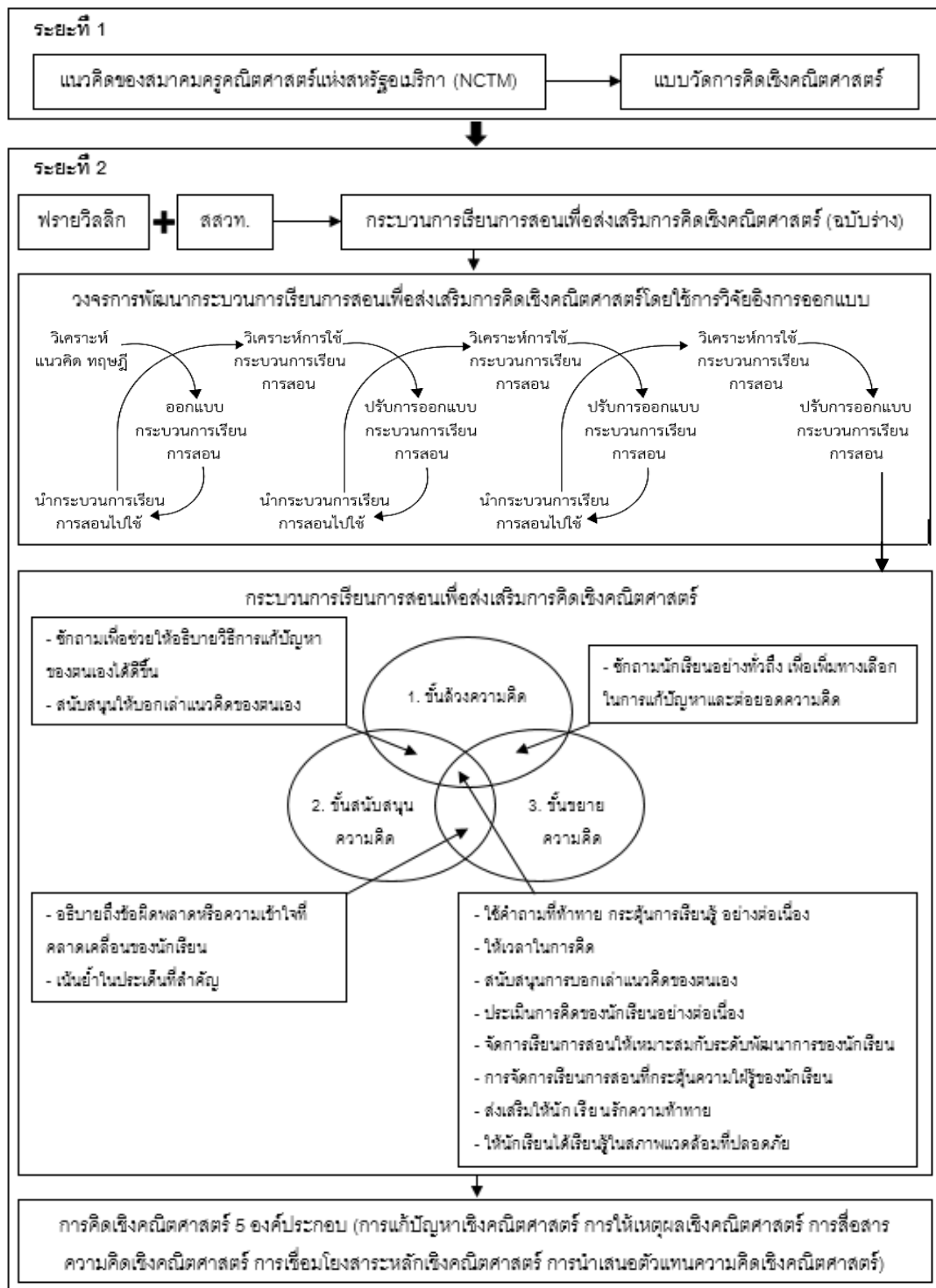
แนวคิดของสมาคมครูคณิตศาสตร์แห่งสหรัฐอเมริกา (The National Council of Teachers of Mathematics : NCTM) ได้กล่าวถึงการคิดเชิงคณิตศาสตร์ว่า มีองค์ประกอบที่สำคัญ 5 องค์ประกอบ คือ การแก้ปัญหาเชิงคณิตศาสตร์ การให้เหตุผลเชิงคณิตศาสตร์ การสื่อสารความคิดเชิงคณิตศาสตร์ การเชื่อมโยงสาระหลักเชิงคณิตศาสตร์ และการนำเสนอตัวแทนความคิดเชิงคณิตศาสตร์ (NCTM, 2000, pp. 52-71 อ้างถึงใน ปิยพร สีสันต์, 2554, น. 18-22) ซึ่งเป็นกระบวนการทางปัญญาของบุคคลในการเผชิญปัญหา โดยการใช้เครื่องมือทางคณิตศาสตร์และทักษะทางคณิตศาสตร์ที่มีอยู่ในการทำความเข้าใจ ค้นหาความสัมพันธ์ สร้างข้อสรุปและแก้ปัญหาสิ่งต่าง ๆ รอบตัว ซึ่งมีความสำคัญต่อการดำเนินชีวิต ดังนั้นการศึกษาวิจัยในครั้งนี้ จึงมุ่งศึกษาและพัฒนากระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์

โดยใช้แนวคิดของ ฟรายวิลลิค (Fraivillig, 2001, pp. 454-459) ซึ่งเสนอแนวทางในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่เน้นการพัฒนาการคิดเชิงคณิตศาสตร์ โดยมีเป้าหมายเพื่อช่วยให้นักเรียนสร้างความเข้าใจแนวคิดทางคณิตศาสตร์อย่างมีความหมายด้วยตัวของนักเรียนเอง ให้โอกาสนักเรียนได้พัฒนาความคิด สนับสนุนการพัฒนาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์และช่วยให้เกิดความท้าทายในความคิดของนักเรียน โดยยุทธศาสตร์เพื่อพัฒนาการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียน (Strategies for Advancing Children's Mathematical Thinking) นี้ ได้กำหนดแนวทางการจัดกิจกรรมสำหรับพัฒนาการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียนจากการใช้หลักสูตรคณิตศาสตร์ในชีวิตประจำวัน โดยแบ่งเป็น 3 ขั้นตอน ได้แก่ ขั้นล้วงความคิด (Eliciting) ขั้นสนับสนุนความคิด (Supporting) และขั้นขยายความคิด (Extending) ร่วมกับการจัดการเรียนการสอนตามแนวทางของ สสวท. เพื่อให้กระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์มีความเหมาะสม สอดคล้อง กับบริบทของนักเรียนไทย โดยนำแนวคิดของฟรายวิลลิค มาวิเคราะห์ร่วมกับการจัดการเรียนการสอนตามแนวทางของ สสวท. เพื่อพัฒนาระบบการเรียนการสอนร่วมกัน โดยใช้การวิจัยอิงการออกแบบ (Design Based Research) ในการพัฒนาระบบการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ เนื่องจากการวิจัยอิงการออกแบบช่วยให้นักวิจัยมีความรู้ความเข้าใจอย่างรอบด้านเกี่ยวกับสภาพปัญหาที่เกิดขึ้นในการปฏิบัติ และสามารถพัฒนารูปแบบที่ต้องการใช้ในการแก้ปัญหาได้อย่างเหมาะสมกับสภาพที่เป็นจริง (Brown & Collins, 1992, as cited in Wang & Hannafin, 2005, pp. 5-6) ในขั้นการพัฒนาและศึกษาผลการใช้กระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์โดยประยุกต์ใช้การวิจัยอิงการออกแบบนี้ ได้แบ่งขั้นตอนของการวิจัยตามหลักการวิจัยอิงการออกแบบ ซึ่งประกอบด้วย 3 ขั้นตอน ได้แก่ ขั้นตอนที่ 1 การวิจัยเบื้องต้นเพื่อพัฒนารอบแนวคิดในการวิจัย ขั้นตอนที่ 2 การวิจัยเป็นวงจรซ้ำเพื่อพัฒนาต้นแบบนวัตกรรม และขั้นตอนที่ 3 การวิจัยประเมินถึงรอยขีดเพื่อตรวจสอบผลการพัฒนา และเพื่อให้ทราบว่ากระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ที่พัฒนาขึ้นนี้สามารถพัฒนานักเรียนได้ตรงตามความมุ่งหมาย จึงต้องใช้เครื่องมือวัดการคิดเชิงคณิตศาสตร์ที่มีประสิทธิภาพ ดังนั้นจึงมีการสร้างและตรวจสอบคุณภาพเครื่องมือก่อนนำไปใช้วัดการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียน โดยแบบวัดการคิดเชิงคณิตศาสตร์ที่สร้างขึ้นนี้เป็นแบบวัดการคิดเชิงคณิตศาสตร์แบบเลือกตอบชนิดตัวเลือกถูก – ผิด (Multiple True – False : MTF) ซึ่งข้อสอบแบบเลือกตอบสามารถวัดความรู้ ความสามารถและผลสัมฤทธิ์ได้อย่างกว้างขวาง ประกอบกับมีความเป็นปรนัยในการตรวจให้คะแนนผลการวิเคราะห์ข้อสอบสามารถนำมาวินิจฉัยปัญหาการเรียนรู้ได้ และการใช้การวัดความรู้บางส่วน

(Partial Knowledge) เป็นวิธีการแก้ปัญหาข้อจำกัดของแบบทดสอบแบบเลือกตอบเพื่อลดโอกาสในการเดา ซึ่งมีส่วนช่วยลดความคลาดเคลื่อนจากแหล่งการเดาสุ่มของผู้ตอบลง ทำให้คะแนนมีความเชื่อมั่นมากขึ้น ในขณะที่เดียวกันก็ส่งผลต่อความตรงของกระบวนการวัด (Frary, 1980 อ้างถึงใน พรทิพย์ ไชยใส, 2533) ในที่นี้ใช้การวัดความรู้บางส่วนแบบการเปลี่ยนแปลงโครงสร้างของข้อสอบ (Changing the Item Structure) โดยเพิ่มจำนวนข้อให้มากขึ้นกว่าข้อสอบแบบเลือกตอบธรรมดา

ดังนั้นการศึกษาวิจัยในครั้งนี้จึงเริ่มต้นจากระยะที่ 1 การสร้างและตรวจสอบคุณภาพแบบวัดการคิดเชิงคณิตศาสตร์แบบเลือกตอบชนิดตัวเลือกถูก – ผิด ด้วยการใช้เครื่องมือประกอบเชิงยืนยันและตามมาด้วยระยะที่ 2 การพัฒนาและศึกษาผลการใช้กระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ โดยใช้แนวคิดของฟรายวิลลิกผสมผสานกับหลักการจัดการเรียนการสอนตามแนวทางของ สสวท. โดยประยุกต์ใช้การวิจัยอิงการออกแบบ ซึ่งได้กรอบแนวคิดดังภาพประกอบ 1





ภาพประกอบ 1 กรอบแนวคิดการวิจัย

### สมมติฐานการวิจัย

1. แบบวัดการคิดเชิงคณิตศาสตร์แบบเลือกตอบชนิดตัวเลือกถูก – ผิด ที่สร้างขึ้น มีความสอดคล้องกับข้อมูลเชิงประจักษ์ มีค่าความเที่ยงตรงเชิงผู้เข้า ค่าความเชื่อมั่นเชิงโครงสร้างและค่าความเที่ยงตรงเชิงจำแนกตามเกณฑ์

2. นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่เรียนโดยใช้กระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์มีพัฒนาการการคิดเชิงคณิตศาสตร์เพิ่มขึ้น อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

3. นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่เรียนโดยใช้กระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์มีการคิดเชิงคณิตศาสตร์ทั้ง 5 องค์ประกอบ สูงกว่านักเรียนที่เรียนโดยใช้กระบวนการเรียนการสอนแบบปกติ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 เมื่อควบคุมอิทธิพลของคะแนนก่อนเรียน



## บทที่ 2

### เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

งานวิจัยนี้เป็นการวิจัยเพื่อศึกษาและพัฒนากระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ โดยผู้วิจัยได้ศึกษาแนวคิด ทฤษฎี ทบทวนเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องและรวบรวมนำเสนอ โดยแบ่งการนำเสนอออกเป็น 4 ตอน ตามลำดับดังต่อไปนี้

ตอนที่ 1 การคิดเชิงคณิตศาสตร์ ประกอบด้วย ความหมายของการคิดและการคิดเชิงคณิตศาสตร์ องค์ประกอบของการคิดเชิงคณิตศาสตร์ แนวทางในการพัฒนาการคิดเชิงคณิตศาสตร์และการวัดการคิดเชิงคณิตศาสตร์

ตอนที่ 2 กระบวนการเรียนการสอน ประกอบด้วย ความหมายของกระบวนการเรียนการสอน องค์ประกอบของกระบวนการเรียนการสอน แนวคิดเกี่ยวกับกระบวนการเรียนการสอน หลักสูตรการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์และการจัดการเรียนการสอนตามแนวทางของ สสวท.

ตอนที่ 3 การวิจัยเชิงการออกแบบ ประกอบด้วย ความหมายและลักษณะของการวิจัยเชิงการออกแบบและหลักการของการวิจัยเชิงการออกแบบ

ตอนที่ 4 งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

#### ตอนที่ 1 การคิดเชิงคณิตศาสตร์

##### ความหมายของการคิดและการคิดเชิงคณิตศาสตร์

##### ความหมายของการคิด

มนุษย์มีความแตกต่างจากสัตว์อื่น ๆ อย่างชัดเจนตรงที่มนุษย์มีความสามารถในการคิด การคิดเป็นเครื่องมือที่มนุษย์ใช้ในการดำรงชีวิต ถือได้ว่าเป็นเครื่องมือที่สำคัญที่สุดของชีวิต การคิดที่มีคุณภาพมีผลโดยตรงต่อคุณภาพของชีวิต (ชนาธิป พรกุล, 2554, น. 5) ทำให้สามารถเผชิญปัญหาได้อย่างเข้มแข็ง โดยมีผู้ให้ความหมายของการคิดไว้ ดังนี้

เปียเจต์ (Piaget, 1977, p. 21) ได้กล่าวถึงการคิดของบุคคลโดยสรุปได้ว่า เป็นกระบวนการใน 2 ลักษณะ คือ เป็นกระบวนการดูซึมที่เกิดจากการพบหรือมีปฏิสัมพันธ์กับสิ่งแวดล้อมแล้วดูซึมภาพหรือเหตุการณ์ต่าง ๆ เข้าไว้ในความคิดตน และเป็นกระบวนการปรับเข้าโครงสร้างโดยการจัดสิ่งใหม่ให้เข้ากับความรู้สึกรู้สึกหรือความคิดเดิม บุคคลจะใช้กระบวนการทั้ง 2 นี้



เมเยอร์ (Mayer, 1977, as cited in Abdullah, 2010) กล่าวว่า การคิดนั้นเกี่ยวข้องกับ การดำเนินการของจิตภายในจิตใจหรือระบบความคิดของแต่ละบุคคลที่ปรารถนาที่จะแก้ปัญหา บางอย่าง

เชฟเฟ้ (Chaffee, 1988, as cited in Abdullah, 2010) ได้นิยามการคิดว่าเป็น กระบวนการที่ไม่ซ้ำและมีความซับซ้อนในการแก้ปัญหาและการตัดสินใจที่มีขอบเขต

บลูม (Bloom, 1988 อ้างถึงใน อุษณีย์ อนุรุทธ์วงศ์, 2555, น. 19) เชื่อว่า ความคิด เป็นกระบวนการทางปัญญาที่มีระดับต่าง ๆ ตั้งแต่การคิดที่เกิดจากความรู้ ความจำ การนำไปใช้ การวิเคราะห์ การสังเคราะห์ การประเมิน การสร้างสรรค์ ประกอบด้วยวัตถุประสงค์ที่เกี่ยวข้องกับ ความทรงจำ การรับรู้ รวมทั้งการพัฒนาความสามารถ และทักษะทางด้านสติปัญญา

รักเกียร์โอ (Ruggiero, 2007, as cited in Abdullah, 2010) กล่าวว่า การคิดเป็น กิจกรรมทางจิตที่มุ่งที่จะควบคุมบางสิ่งเพื่อช่วยกำหนดหรือแก้ปัญหา เป็นการตัดสินใจ หรือช่วยให้ บรรลุถึงความต้องการที่จะเข้าใจบางสิ่ง

จากความหมายของการคิดที่กล่าวมาข้างต้นสรุปได้ว่า การคิดเป็นกระบวนการ ทางจิตที่ซับซ้อนของแต่ละบุคคล ในการปรารถนาที่จะแก้ปัญหา ตัดสินใจหรือทำความเข้าใจใน บางสิ่งบางอย่าง และการคิดสามารถพัฒนาได้

### **ความหมายของการคิดเชิงคณิตศาสตร์**

การคิดเชิงคณิตศาสตร์ในบางงานวิจัยใช้คำว่า ความคิดทางคณิตศาสตร์ คำทั้งสองมีความหมายเดียวกัน โดยมาจากคำในภาษาอังกฤษว่า Mathematical Thinking ในที่นี้ ผู้วิจัยใช้คำว่า การคิดเชิงคณิตศาสตร์ โดยการคิดเชิงคณิตศาสตร์เป็นอีกลักษณะหนึ่งของการคิด จากการศึกษาดูเอกสารและวารสารที่เกี่ยวกับการคิดเชิงคณิตศาสตร์ ได้มีผู้ให้ความหมายของ การคิดเชิงคณิตศาสตร์ไว้ ดังนี้

กรีนวูด (Greenwood, 1993, p. 144) ได้กล่าวถึง การคิดเชิงคณิตศาสตร์ว่า เป็นความสามารถในการทำความเข้าใจรูปแบบ หาสถานการณ์ร่วมของปัญหา ระบุข้อผิดพลาดและ สร้างยุทธวิธีใหม่ ๆ เพื่อทำให้เกิดวิธีการเชิงระบบ เป็นการเน้นการเรียนรู้มากกว่ามุ่งเพียงผลลัพธ์หรือ คำตอบและไม่เพียงแต่การเรียนรู้ในเนื้อหาวิชาเท่านั้น แต่จะเกิดความสามารถในการคิดและ ให้เหตุผลในต่อนักเรียนด้วย



โอดาฟเฟอร์ และธอนควิสท์ (O'Daffer & Thornquist, 1993, p. 43) ได้ให้ความหมายเกี่ยวกับการคิดเชิงคณิตศาสตร์ว่า หมายถึง การใช้ทักษะทางคณิตศาสตร์ที่มีอยู่ในการทำความเข้าใจ ค้นหาความสัมพันธ์ สร้างข้อสรุปและแก้ปัญหาเกี่ยวกับแนวคิดนั้น

เมสัน และ สเตซี่ (Mason & Stacey, 1994, p. 158) ได้ให้ความหมายของการคิดเชิงคณิตศาสตร์ไว้ว่า เป็นกระบวนการที่ดำเนินไปเป็นพลวัต ซึ่งจะช่วยให้เราสามารถจัดการสิ่งที่มีความซับซ้อนและขยายความเข้าใจของเราได้

เจม (James, 2001) กล่าวไว้โดยสรุปว่า การคิดเชิงคณิตศาสตร์เป็นกระบวนการทางปัญญาของบุคคลในการเผชิญปัญหาคณิตศาสตร์และการให้เหตุผล

เฮนเดอร์สัน (Henderson, 2002, p. 1) ได้นิยามการคิดเชิงคณิตศาสตร์ว่า เป็นการประยุกต์เทคนิคที่เกี่ยวข้องกับคณิตศาสตร์ในด้านโมโนทัศน์และด้านกระบวนการ เพื่อใช้ในการแก้ปัญหา

มานูชีฮรี (Manouchehri, 2005 อ้างถึงใน รุ่งทิวา นานำรุง, 2550, น. 17-18) กล่าวว่า การคิดเชิงคณิตศาสตร์เป็นการใช้เครื่องมือทางคณิตศาสตร์เพื่อทำความเข้าใจสิ่งต่าง ๆ รอบตัว กระบวนการทำความเข้าใจนี้ไม่ใช่คณิตศาสตร์แต่เป็นการคิดเกี่ยวกับคณิตศาสตร์และการดำเนินการเพื่อให้ได้คำตอบเป็นการดำเนินการทางคณิตศาสตร์

จากความหมายของการคิดเชิงคณิตศาสตร์ที่กล่าวมาข้างต้น สรุปได้ว่า การคิดเชิงคณิตศาสตร์เป็นกระบวนการทางปัญญาของบุคคลในการเผชิญปัญหา โดยการใช้เครื่องมือทางคณิตศาสตร์และทักษะทางคณิตศาสตร์ที่มีอยู่ในการทำความเข้าใจ ค้นหาความสัมพันธ์ สร้างข้อสรุปและแก้ปัญหาสิ่งต่าง ๆ รอบตัว กระบวนการเหล่านี้ไม่ใช่เพียงคณิตศาสตร์แต่เป็นการคิดเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ และการดำเนินการเพื่อให้ได้คำตอบเป็นการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ เป็นการเน้นการเรียนรู้มากกว่ามุ่งเพียงผลลัพธ์หรือคำตอบและไม่เพียงแต่การเรียนรู้ในเนื้อหาวิชาเท่านั้น แต่จะเกิดความสามารถในการคิดและให้เหตุผลในตัวนักเรียนด้วย

### องค์ประกอบของการคิดเชิงคณิตศาสตร์

องค์ประกอบของการคิดเชิงคณิตศาสตร์ตามแนวคิดของสมาคมครูคณิตศาสตร์แห่งสหรัฐอเมริกา (The National Council of Teachers of Mathematics : NCTM)

ความสามารถในการคิดเชิงคณิตศาสตร์ เป็นความสามารถในการคิดอย่างเป็นระบบ เพื่อตอบปัญหาของสถานการณ์เชิงคณิตศาสตร์ได้อย่างถูกต้อง แม่นยำ และรวดเร็ว โดยใช้กระบวนการคิดที่มีวิจารณญาณ และมีความรอบคอบในการคิดหาข้อสรุป ตามแนวคิดของสมาคม

ครูคณิตศาสตร์แห่งสหรัฐอเมริกา (The National Council of Teachers of Mathematics : NCTM) ได้กล่าวถึงกระบวนการคิดเชิงคณิตศาสตร์ว่า มีองค์ประกอบที่สำคัญ 5 ส่วน คือ การแก้ปัญหาเชิงคณิตศาสตร์ การให้เหตุผลเชิงคณิตศาสตร์ การสื่อสารความคิดเชิงคณิตศาสตร์ การเชื่อมโยงสาระหลักเชิงคณิตศาสตร์ และการนำเสนอตัวแทนความคิดเชิงคณิตศาสตร์ (NCTM, 2000, pp. 52-71 อ้างถึงใน ปิยพร สีสันต์, 2554, น. 18-22) โดยมีทักษะกระบวนการ ดังต่อไปนี้

### 1. การแก้ปัญหาเชิงคณิตศาสตร์ (Mathematical Problem Solving)

การแก้ปัญหามุ่งเน้นการให้งานที่ไม่รู้วิธีการหาคำตอบล่วงหน้ามาก่อน ในขั้นของการหาคำตอบนั้นนักเรียนจะต้องดึงความรู้ของตนออกมา และตลอดกระบวนการนี้ นักเรียนจะต้องพัฒนาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ใหม่ ๆ อยู่เสมอ การแก้ปัญหาไม่ได้เป็นเพียงเป้าหมายของการเรียนคณิตศาสตร์เท่านั้น แต่ยังให้ความสำคัญต่อการลงมือปฏิบัติงานด้วย นักเรียนควรได้รับโอกาสในการคิดวางแผนอยู่บ่อย ๆ สัมผัสกับปัญหาที่ซับซ้อนต่าง ๆ ซึ่งเป็นสิ่งที่บ่งบอกถึงความพยายามและควรสนับสนุนให้นักเรียนได้สะท้อนความคิดของตนออกมา

การเรียนรู้การแก้ปัญหาในทางคณิตศาสตร์นั้น นักเรียนควรมีแนวทางของการคิดที่หลากหลาย ควรมีคุณลักษณะไม่ย่อท้อและมีความใฝ่รู้ รวมทั้งมีความมั่นใจในสถานการณ์ที่ไม่คุ้นเคย ซึ่งจะเป็นประโยชน์แก่นักเรียนแม้ไม่ได้อยู่ในห้องเรียนคณิตศาสตร์ ปัญหาต่าง ๆ เหล่านี้อาจพบได้ในชีวิตประจำวันหรือในที่ทำงาน การเป็นนักแก้ปัญหาที่ดีนั้นจะสามารถนำเราไปสู่สถานภาพที่ดีได้

การแก้ปัญหาก็จะเป็นสิ่งที่แทรกอยู่ในส่วนต่าง ๆ ของการเรียนคณิตศาสตร์ทั้งสิ้น และการแก้ปัญหานี้ไม่ควรจับแยกออกมาโดด ๆ จากวิชาคณิตศาสตร์ การแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ควรรวมอยู่ในเนื้อหา โดยเราสามารถสร้างให้หลากหลายได้จากประสบการณ์ที่คุ้นเคยในชีวิตประจำวันของนักเรียน หรือสถานการณ์ที่โรงเรียนในแต่ละวันก็สามารถนำเอามาประยุกต์ใช้ได้ อีกทั้งยังเกี่ยวข้องกับวิทยาศาสตร์และในการทำงานด้วย ปัญหาที่ดีจะต้องบูรณาการหลาย ๆ เรื่องไว้ด้วยกัน ซึ่งจะแสดงให้เห็นถึงความสำคัญของคณิตศาสตร์

#### มาตรฐานของการแก้ปัญหาเชิงคณิตศาสตร์

1. สร้างความรู้ใหม่ทางคณิตศาสตร์ผ่านกระบวนการแก้ปัญหา
2. ในการแก้ปัญหามีมูลเหตุมาจากคณิตศาสตร์และบริบทอื่น ๆ
3. สามารถประยุกต์และดัดแปลงการแก้ปัญหาได้หลากหลาย เหมาะสมกับแผนการแก้ปัญหา

4. สามารถควบคุมและสะท้อนให้เห็นถึงกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้

## 2. การให้เหตุผลเชิงคณิตศาสตร์ (Mathematical Reasoning and Proof)

การให้เหตุผลเป็นสิ่งจำเป็นในการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์โดยการพัฒนาแนวคิดทางคณิตศาสตร์ การสำรวจปรากฏการณ์ที่เกิดขึ้น การอธิบายผลสรุปที่ได้รับ และการใช้ข้อคาดการณ์ทางคณิตศาสตร์สำหรับทุกหัวข้อในทุกระดับชั้น จะทำให้ผู้เรียนเรียนรู้คณิตศาสตร์ได้อย่างไม่ขัดกับความรูสึก การให้เหตุผลและการพิสูจน์ไม่สามารถสอนเดี่ยว ๆ ได้ในวิชาตรรกศาสตร์หรือการพิสูจน์ในเรขาคณิต แต่การให้เหตุผลควรได้รับการสอดแทรกในการจัดประสบการณ์การเรียนรู้ให้กับนักเรียน ตั้งแต่ระดับอนุบาลจนกระทั่งถึงระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เป็นอุปนิสัยในการคิด (habit of mind) และควรมีการนำไปประยุกต์ในบริบทต่าง ๆ การสอนคณิตศาสตร์ที่มีประสิทธิภาพควรพัฒนาผู้เรียนให้มีความสามารถในการให้เหตุผลที่เป็นไปตามมาตรฐานของการให้เหตุผลและการพิสูจน์ โดยประกอบด้วย 4 ข้อ ดังนี้

มาตรฐานการให้เหตุผลเชิงคณิตศาสตร์

1. ยอมรับว่าการให้เหตุผลและการพิสูจน์เป็นพื้นฐานและเป็นมุมมอง (Aspect) ทางคณิตศาสตร์
2. สร้างและตรวจสอบข้อคาดการณ์ (Conjectures) ทางคณิตศาสตร์ได้
3. พัฒนาและประเมินค่าการให้เหตุผลและการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ได้
4. ใช้ภาษาทางคณิตศาสตร์ที่แสดงให้เห็นถึงความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ได้

## 3. การสื่อสารความคิดเชิงคณิตศาสตร์ (Mathematical Communication)

สมาคมครูคณิตศาสตร์แห่งสหรัฐอเมริกา ได้กล่าวถึงความสำคัญของการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ว่า ในการเรียนรู้ทางคณิตศาสตร์การใช้คณิตศาสตร์ในการสื่อสารมีบทบาทสำคัญที่จะช่วยให้นักเรียนเข้าใจภาษาของคณิตศาสตร์ และเป็นสะพานเชื่อมโยงสาระหรือความคิดที่ไม่เป็นทางการหรือสามัญสำนึกไปสู่ภาษาที่เป็นนามธรรมและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ และยังมีบทบาทสำคัญในการช่วยให้นักเรียนสร้างความเชื่อมโยงที่สำคัญระหว่างแนวคิดทางคณิตศาสตร์กับสื่อที่เป็นวัตถุ รูปภาพ กราฟ สัญลักษณ์ต่าง ๆ คำพูด และการแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ การใช้คณิตศาสตร์ในการสื่อสารยังช่วยให้นักเรียนมีความชัดเจนในแนวคิดและเกิดความเข้าใจที่ลึกซึ้งกับสิ่งที่เรียน โดยที่การสื่อสารทางคณิตศาสตร์เป็น

ความสามารถในการใช้ศัพท์ที่เป็นสัญลักษณ์และโครงสร้างทางคณิตศาสตร์ เพื่อแสดงแนวคิด และความสามารถของนักเรียนเกี่ยวกับการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

สมาคมครูคณิตศาสตร์แห่งสหรัฐอเมริกาได้เสนอแนวทางในการจัดกิจกรรม เพื่อส่งเสริมความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ว่า ควรเป็นกิจกรรมที่ให้นักเรียนมีส่วนร่วมในการดำเนินการอย่างเต็มที่ในลักษณะของการสืบค้น การสืบเสาะ การพรรณนา และการอธิบายแนวคิดทางคณิตศาสตร์ ซึ่งเป็นกิจกรรมที่ส่งเสริมการสื่อสารทางคณิตศาสตร์โดยการอ่าน การพูด การแสดงแนวคิด การจัดการเรียนการสอนให้นักเรียนมีโอกาสปฏิสัมพันธ์ต่อกัน มีโอกาสชี้แจงแนวคิด อธิบายเหตุผล และชวนเพื่อนคนอื่นเห็นด้วยกับแนวคิดของตนเองทั้งการพูด การฟัง กิจกรรมดังกล่าวจะช่วยให้นักเรียนได้สร้างความรู้ เรียนรู้ที่จะรับฟังแนวความคิดในลักษณะต่าง ๆ และทำให้เกิดความชัดเจนในแนวความคิดของตนเอง ดังนั้นการพูด การฟัง การอ่าน การเขียน และการแสดงแนวคิดในลักษณะต่าง ๆ จึงเป็นกุญแจสำคัญในการส่งเสริมและพัฒนาความสามารถในการสื่อสาร

#### มาตรฐานการสื่อสารความคิดเชิงคณิตศาสตร์

1. สร้างและรวบรวมแนวความคิดทางคณิตศาสตร์ผ่านทางสื่อสาร
2. สื่อสารแนวความคิดทางคณิตศาสตร์ที่ชัดเจนไปสู่เพื่อน ครู และบุคคลอื่น
3. วิเคราะห์และประเมินค่าแนวความคิดทางคณิตศาสตร์กับสิ่งอื่น ๆ
4. ใช้ภาษาทางคณิตศาสตร์ที่แสดงให้เห็นถึงความเข้าใจทางคณิตศาสตร์

#### 4. การเชื่อมโยงสาระหลักเชิงคณิตศาสตร์ (Mathematical Connections)

สมาคมครูคณิตศาสตร์แห่งสหรัฐอเมริกาได้กล่าวว่า เหตุผลที่สนับสนุนการเชื่อมโยงรายวิชาหนึ่งเข้ากับวิชาอื่น ๆ ในการสอน เช่น การเชื่อมโยงวิชาคณิตศาสตร์กับวิทยาศาสตร์และภาษาไทย การเชื่อมโยงวิชาคณิตศาสตร์กับสังคมศึกษา การเชื่อมโยงวิชาคณิตศาสตร์กับศิลปะ ฯลฯ ก็คือสิ่งที่เกิดขึ้นในชีวิตจริงไม่ได้จำกัดว่าจะเกี่ยวข้องกับสาขาวิชาใดวิชาหนึ่งโดยเฉพาะ ตัวอย่างเช่น การเกิดอุทกภัย ซึ่งเป็นเหตุการณ์เดียวแต่ก่อให้เกิดผลกระทบหลายอย่าง เช่น บ้านเรือนไร่นาเสียหาย ธุรกิจหยุดชะงัก โรงเรียนและสถานที่ทำงานต่าง ๆ ต้องหยุดทำงาน ก่อให้เกิดความเดือดร้อนหลายประการ ในการแก้ปัญหาต่าง ๆ เหล่านี้ เราจำเป็นต้องใช้ความรู้และทักษะจากหลากหลายวิชามารวมกันเพื่อแก้ปัญหาในสถานการณ์ที่เกิดขึ้นในชีวิตจริง

การจัดการเรียนการสอนเพื่อให้เกิดความสัมพันธ์เชื่อมโยงระหว่างความคิดรวบยอดในศาสตร์ต่าง ๆ จะทำให้เกิดการเรียนรู้ที่มีความหมาย การเรียนการสอนในรายวิชาคณิตศาสตร์ไม่จำเป็นว่าความคิดรวบยอดจะต้องแยกจากความคิดรวบยอดในวิชาอื่น ๆ ไม่ว่าจะเป็นรายวิชาวิทยาศาสตร์ ภาษาหรือสังคม เนื้อหาและกระบวนการเรียนในวิชาหนึ่งอาจช่วยให้นักเรียนมีความเข้าใจในวิชาอื่น ๆ ดีขึ้นได้ การสอนที่สัมพันธ์เชื่อมโยงความคิดรวบยอดจากหลากหลายสาขาวิชาเข้าด้วยกันมีประโยชน์หลายอย่าง ที่สำคัญที่สุดคือ ช่วยให้เกิดการถ่ายโอนการเรียนรู้ (Transfer of Learning) ระหว่างสิ่งที่เรียนเข้ากับชีวิตจริงได้

#### มาตรฐานการเชื่อมโยงสาระหลักเชิงคณิตศาสตร์

1. รู้จักใช้การเชื่อมโยงระหว่างแนวคิดที่ใช้ในคณิตศาสตร์
2. ทำความเข้าใจความสัมพันธ์ของแนวคิดที่เกี่ยวข้องกับคณิตศาสตร์ที่ก่อให้เกิดความสมบูรณ์ของเรื่องราวที่สอดคล้องกัน
3. รู้จักประยุกต์ใช้คณิตศาสตร์กับสภาพแวดล้อมของสิ่งต่าง ๆ ที่นอกเหนือจากคณิตศาสตร์

#### 5. การนำเสนอตัวแทนความคิดเชิงคณิตศาสตร์ (Mathematical Representation)

คำว่า “Representation” นั้นใช้ในการกล่าวถึงทั้งในด้านขั้นตอนการกระทำเพื่อบรรลุวัตถุประสงค์บางประการและผลลัพธ์ที่เกิดขึ้นจากการกระทำหรือการแสดงผลของมินท์สน์หรือความสัมพันธ์ทางคณิตศาสตร์ ที่มากกว่านั้นคือ Representation อาจหมายถึงขั้นตอน วิธีการและผลลัพธ์ที่สามารถสังเกตได้จากภายนอก เหมือนกับสิ่งที่เกิดจากความคิดภายในของคนที่ศึกษาคณิตศาสตร์รูปแบบของ Representation อาจจะอยู่ในรูปแบบของแผนภาพ กราฟเส้น หรือ สัญลักษณ์ ซึ่ง Representation นั้นเป็นสิ่งที่จำเป็นอย่างยิ่งในการทำให้เกิดความเข้าใจด้านมินท์สน์ และความสัมพันธ์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน

#### มาตรฐานการนำเสนอตัวแทนความคิดเชิงคณิตศาสตร์

1. สร้างและใช้การนำเสนอตัวแทนความคิดที่สร้างขึ้น หรือบันทึกการเชื่อมโยงแนวความคิดทางคณิตศาสตร์
2. สามารถเลือก ประยุกต์ และกำหนดการนำเสนอตัวแทนความคิดเพื่อการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้
3. ใช้รูปแบบการเสนอตัวแทนความคิดอธิบายในเรื่องของฟิสิกส์ สังคม และปรากฏการณ์ทางธรรมชาติต่าง ๆ ในทางคณิตศาสตร์ได้

### องค์ประกอบของการคิดเชิงคณิตศาสตร์ตามแนวคิดของเฮนเดอร์สัน

เฮนเดอร์สัน (Henderson, 2002, p. 1) ได้ให้แนวคิดว่าการคิดเชิงคณิตศาสตร์ประกอบด้วย 2 ส่วน คือ ส่วนที่เป็นด้านมโนทัศน์และส่วนที่เป็นด้านกระบวนการ ซึ่งด้านกระบวนการนั้นเกี่ยวข้องกับทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์

### องค์ประกอบของการคิดเชิงคณิตศาสตร์ตามแนวคิดของครีกเลอร์

ครีกเลอร์ (Kriegler, 2004) ได้กล่าวว่า การคิดเชิงคณิตศาสตร์ประกอบด้วย 3 ด้าน คือ ทักษะการแก้ปัญหา (Problem Solving Skills) ทักษะการให้เหตุผล (Reasoning Skills) และทักษะการนำเสนอตัวแทนความคิด (Representation Skills) เป็นเครื่องมือที่ช่วยในการคิดเชิงคณิตศาสตร์รวมถึงการคิดวิเคราะห์ของเด็ก

จากองค์ประกอบของการคิดเชิงคณิตศาสตร์ที่กล่าวมาข้างต้น ผู้วิจัยเลือกใช้ องค์ประกอบของการคิดเชิงคณิตศาสตร์ตามแนวคิดของสมาคมครูคณิตศาสตร์แห่งสหรัฐอเมริกา (The National Council of Teachers of Mathematics : NCTM) เนื่องจากมีความสอดคล้องกับตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้แกนกลาง กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ตามหลักสูตรแกนกลาง การศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 มาตรฐาน ค 6.1 มีความสามารถในการแก้ปัญหา การให้เหตุผล การสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และการนำเสนอ การเชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ และมีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ (กระทรวงศึกษาธิการ, 2551, น. 54)

### แนวทางในการพัฒนาการคิดเชิงคณิตศาสตร์

#### การพัฒนาการคิดเชิงคณิตศาสตร์ตามแนวคิดของเมสันและสเตซี่

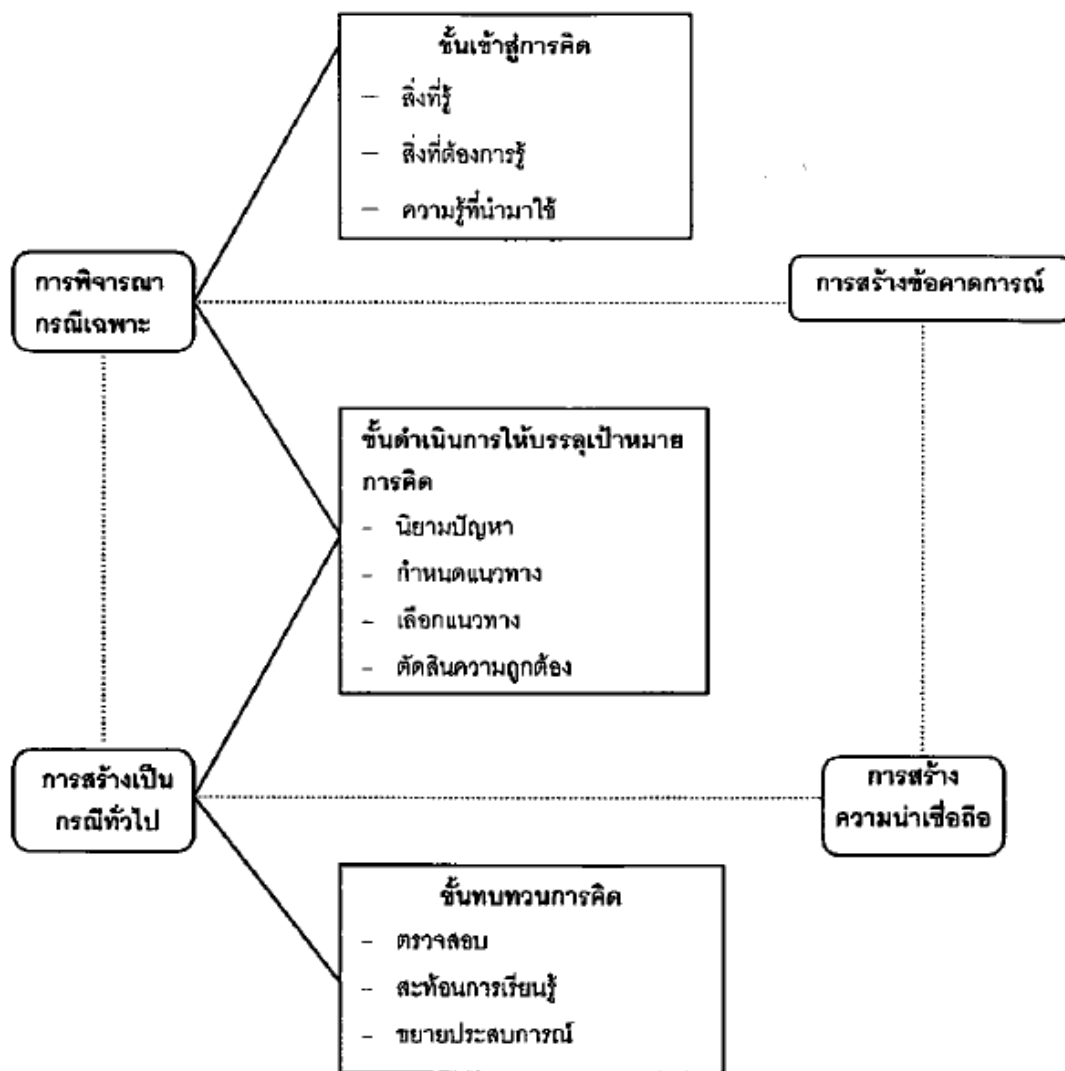
เมสัน และ สเตซี่ (Mason & Stacey, 1994, pp. 47-159) ได้เสนอรูปแบบในการพัฒนาการคิดเชิงคณิตศาสตร์บนความเชื่อที่ว่า กระบวนการสำคัญที่อยู่เบื้องหลังการคิดเชิงคณิตศาสตร์คือ การพิจารณากรณีเฉพาะ (Specializing) การสร้างกรณีทั่วไป (Generalizing) การสร้างข้อความคาดการณ์ (Conjecturing) และการสร้างความน่าเชื่อถือ (Convincing) กระบวนการดังกล่าวมีลักษณะที่ดำเนินไปเป็นพลวัต (Dynamic) ซึ่งแบ่งได้เป็น 3 ระยะ ได้แก่

1. ระยะเข้าสู่การคิด (Entry Phase) เป็นระยะการหาข้อมูลเพื่อตอบคำถามต่าง ๆ เช่น รู้อะไรบ้าง ต้องการอะไร นำความรู้ใดมาใช้ได้บ้าง



2. ระยะดำเนินการให้บรรลุเป้าหมายการคิด (Attack Phase) เป็นระยะที่เกี่ยวข้องกับกระบวนการสร้างข้อความคาดการณ์ การคิดหาเหตุผล การตัดสินใจถูกต้อง และการสร้างความน่าเชื่อถือ

3. ระยะทบทวนการคิด (Review Phase) เป็นระยะที่ต้องตรวจสอบการแก้ปัญหา สะท้อนและขยายความรู้และประสบการณ์ที่ได้จากการแก้ปัญหา แต่ละระยะมีเกณฑ์ที่ใช้ในการประเมิน (Rubric) เช่น สิ่งที่อยู่แล้ว สิ่งที่ต้องการรู้ และความรู้ที่นำมาใช้ (แผนภาพสัญลักษณ์ ตัวแทน หรืออื่น ๆ) เพื่อเป็นแนวทางในการบันทึกการคิดที่เกิดขึ้น ซึ่งจะช่วยเสริมประสิทธิภาพในการคิด โดยแต่ละระยะจะมีเกณฑ์บ่งชี้เพื่อเป็นแนวทางในการบันทึกการคิดที่เกิดขึ้น ซึ่งจะช่วยเสริมประสิทธิภาพในการคิดเชิงคณิตศาสตร์ ดังภาพประกอบ 2



ภาพประกอบ 2 กระบวนการคิดเชิงคณิตศาสตร์ตามแนวความคิดของเมสัน และ สเตซี่

(Mason & Stacey, 1994, p. 47)

**การพิจารณากรณีเฉพาะ** เมื่อเผชิญคำถามหรือสถานการณ์เชิงคณิตศาสตร์ ถ้าบุคคลสามารถหาหรือหยาบกว่าของสิ่งที่กล่าวถึงในคำถามได้จะทำให้เกิดความเข้าใจ และอาจมองเห็นสู่ทางในการหาคำตอบได้มากขึ้น การพิจารณากรณีเฉพาะจึงมีบทบาทสำคัญยิ่งในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ การเลือกกรณีเฉพาะมาพิจารณาอาจเลือกโดยการสุ่ม เลือกอย่างเป็นระบบหรือเลือกในลักษณะผู้เชี่ยวชาญ

ตัวอย่างการพิจารณากรณีเฉพาะ เช่น “ถ้าร้านขายส่งแห่งหนึ่งให้ส่วนลด 20% แก่ผู้ซื้อและต้องชำระภาษีการค้า 15% ของราคาสินค้าด้วย ลูกค้าผู้หนึ่งกำลังตัดสินใจหลังจากซื้อสินค้าว่า ควรเลือกวิธีใดในการคำนวณราคาสินค้า ระหว่างการคิดคำนวณส่วนลดก่อน หรือคิดคำนวณการชำระภาษีก่อนเพื่อจะได้ประหยัดเงินมากที่สุด”

แนวทางการคำนวณ: ทดลองกำหนดราคาสินค้าขึ้นมาเพื่อพิจารณาการคำนวณ เช่น ให้สินค้าที่ต้องการซื้อชนิดหนึ่งมีราคา 100 บาท

วิธีที่ 1 คิดส่วนลด 20% ก่อน แล้วชำระภาษี 15%

ราคาสินค้าไม่รวมภาษีคือ 80 บาท (80% ของ 100 บาท)

เมื่อรวมภาษีต้องจ่ายเงิน  $1.15 \times 80 = 92$  บาท [ $1.15 \times (0.80 \times 100)$ ]

วิธีที่ 2 คิดภาษี 15% ก่อน แล้วจึงคิดส่วนลด 20%

ราคาสินค้าก่อนคิดส่วนลดคือ 115 บาท (115% ของ 100 บาท)

เมื่อหักส่วนลดต้องจ่ายเงิน  $0.80 \times 115 = 92$  บาท [ $0.80 \times (1.15 \times 100)$ ]

จะเห็นว่ากรคำนวณทั้งสองวิธีจะจ่ายเงินเท่ากัน [ $1.15 \times (0.80 \times 100) = 0.80 \times (1.15 \times 100)$ ]

ดังนั้นการเลือกกรณีเฉพาะโดยใช้ราคาสินค้า 100 บาท ทำให้สามารถค้นพบความจริงบางอย่างได้

**การสร้างกรณีทั่วไป** เป็นการขยายจากการยกตัวอย่างเพียงไม่กี่กรณีไปสู่ความคาดหมายที่ครอบคลุมกรณีต่าง ๆ ที่กว้างขวาง หรือมีลักษณะทั่วไปมากขึ้น เช่น การซื้อสินค้าในราคาขายส่งที่ได้กล่าวมาข้างต้น หากพิจารณาราคาสินค้าอื่น ๆ อีกหนึ่งหรือสองชนิด จะเริ่มเห็นแบบรูปที่เกิดขึ้นคือ “ลำดับของการคิดคำนวณส่วนลดก่อน หรือคำนวณภาษีก่อนไม่ส่งผลที่แตกต่างกันต่อราคาสินค้าที่ผู้ซื้อต้องจ่ายจริง” แบบรูปนี้เป็นตัวอย่างหนึ่งของการสรุปกรณีทั่วไปของสถานการณ์เชิงคณิตศาสตร์ที่กล่าวมา



กรณีเฉพาะที่นำมาพิจารณาจะช่วยให้สามารถเชื่อมโยงไปสู่การสรุปกรณีทั่วไป สำหรับสินค้าราคาใด ๆ (กำหนดให้เป็น P) ได้คือ  $1.15 \times (0.80 \times P) = 0.80 \times (1.15 \times P)$

การสร้างกรณีทั่วไปตามทฤษฎีของเมสัน และคณะ หมายถึง การพบและการนำเสนอแบบรูปที่นำไปสู่

1. สิ่ง que คิดหมายว่าน่าจะถูกต้อง (ข้อคาดการณ์ (Conjecture))
2. สาเหตุที่ทำให้คาดหมายว่าน่าจะถูกต้อง (การตัดสินความถูกต้อง (Justifying))
3. ขอบเขตที่คาดหมายว่าน่าจะถูกต้อง คือ เป็นความจริงที่ครอบคลุมปัญหาอื่นทั่ว ๆ ไป มากขึ้น

**การสร้างข้อความคาดการณ์** หมายถึง การเสนอสิ่งที่คาดหมายว่าน่าจะถูกต้อง แต่ยังไม่มีการพิสูจน์หรือแสดงเหตุผลให้เป็นที่ยอมรับ ข้อคาดการณ์ที่มีชื่อเสียงและมีความโดดเด่นในทางคณิตศาสตร์มีอยู่หลากหลาย หนึ่งในจำนวนนั้นคือ ข้อคาดการณ์ของโกลด์บาค (Goldbach's conjecture) ที่กล่าวว่า “จำนวนคู่ทุกจำนวนที่มีค่ามากกว่า 2 สามารถเขียนให้อยู่ในรูปของผลบวกของจำนวนเฉพาะสองจำนวนได้” จากข้อคาดการณ์นี้ทำให้มีการสำรวจจำนวนคู่ที่มากกว่า 2 เป็นจำนวนนับล้าน ๆ และทุก ๆ จำนวนคู่ที่นำมาทดสอบ สามารถเขียนให้อยู่ในรูปของผลบวกของจำนวนเฉพาะสองจำนวนได้ อย่างไรก็ตามยังไม่มีใครสามารถพิสูจน์ได้ว่า ทุก ๆ จำนวนคู่มีสมบัติตามข้อคาดการณ์ของโกลด์บาค จึงยังไม่มีใครกล้ายืนยันว่าข้อคาดการณ์ของโกลด์บาคเป็นจริง

ดังนั้น ข้อคาดการณ์จึงเป็นคำกล่าวหรือข้อความ หรือประโยคที่พบว่ามีความเป็นไปได้ แต่ยังไม่มีการตัดสินความถูกต้องอย่างน่าเชื่อถือ ข้อคาดการณ์ส่วนใหญ่มักไม่มีความสำคัญ ซึ่งโดยแท้จริงแล้วส่วนใหญ่มักจะเป็นข้อคาดการณ์ที่ผิด หรืออาจนำไปปรับให้มีความเป็นไปได้มากขึ้น แต่การสร้างข้อคาดการณ์ก็ถือว่าเป็นหัวใจสำคัญของการคิดเชิงคณิตศาสตร์ ซึ่งเป็นกระบวนการของความรู้สึก (Sensing) หรือการเดาว่าบางสิ่งน่าจะถูก แล้วสำรวจความถูกต้องของสิ่งนั้น

**การสร้างความน่าเชื่อถือ** ระหว่างการดำเนินการแก้ปัญหา กระบวนการค้นหาคำตอบที่ถูกต้องเพื่อปะติดปะต่อเป็นข้อคาดการณ์ ยังมีอีกกระบวนการหนึ่งที่เกิดควบคู่ไปด้วยคือ กระบวนการค้นหาเหตุผลว่าทำไมสิ่งเหล่านั้นจึงถูกต้อง (หรือไม่ถูกต้องสำหรับบางกรณี) ซึ่งจะช่วยให้สร้างความน่าเชื่อถือให้กับคำตอบหรือสิ่งที่ค้นพบต่าง ๆ ตัวอย่างเช่น ข้อคาดการณ์ของโกลด์บาค จะเห็นว่ามีการพิจารณากรณีเฉพาะเป็นจำนวนมากจนกระทั่งคนจำนวนมากมีความเชื่อว่าเป็นข้อคาดการณ์ที่สมเหตุสมผล แต่ยังไม่มีการตรวจสอบความถูกต้องที่จะทำให้มีการยอมรับอย่างไม่มี

ข้อโต้แย้ง ความน่าเชื่อถือจึงมีขอบเขตที่จำกัด ในการสร้างความเชื่อมั่นเกี่ยวกับประเด็นต่าง ๆ จากคำถามหรือปัญหา สิ่งที่ต้องการจึงไม่ใช่เพียงแค่การยกตัวอย่างแบบผิวเผิน แต่ควรเป็นเหตุผลที่เกี่ยวกับแบบรูปหรือโครงสร้างบางอย่างเพื่อเป็นกรอบในการอธิบายให้เกิดความน่าเชื่อถืออย่างแท้จริงมากกว่า

เมสันและสเตซี มีความคิดว่า แนวทางการฝึกการคิดไปพร้อมกับการสะท้อนการเรียนรู้จากการคิด เป็นแนวที่ช่วยพัฒนาการคิดเชิงคณิตศาสตร์ได้อย่างมีประสิทธิภาพและเชื่อมโยงกับการแก้ปัญหาและการคิดอย่างมีวิจารณญาณโดยตรง

### การพัฒนาการคิดเชิงคณิตศาสตร์ตามแนวคิดของบรูเนอร์และคณะ

บรูเนอร์, โอลเวอร์, และ กรีนฟิลด์ (Bruner, Olver, & Greenfield, 1966, pp. 6-48) ได้ให้แนวคิดที่มนุษย์สามารถเรียนหรือคิดเกี่ยวกับสิ่งต่าง ๆ ได้ และแบ่งพัฒนาการทางสติปัญญาและการคิดของมนุษย์ออกเป็น 3 ระยะ ดังนี้

1. ระยะที่มีประสบการณ์ตรงและสัมผัสได้ (Enactive Stage) เด็กจะแสดงออกทางความคิดด้วยการกระทำ เป็นการถ่ายทอดประสบการณ์ออกมาโดยการกระทำ ซึ่งเป็นการสัมผัสกับสิ่งที่เป็นรูปธรรม (Concrete Objects or Manipulatives) และวิธีการเช่นนี้ จะดำเนินต่อไปตลอดชีวิตโดยมีหยุดอยู่เพียงช่วงอายุใดอายุหนึ่ง เช่น ในชีวิตประจำวันของคนเรา แม้แต่ผู้ใหญ่เองบางครั้งยังใช้วิธีการแก้ปัญหาหรือถ่ายทอดประสบการณ์ด้วยการกระทำ เช่น การสอนให้คนตีกอล์ฟหรือตีเทนนิสนั้น วิธีการที่เหมาะสมวิธีหนึ่งคือ การแสดงท่าทางให้ดูเป็นตัวอย่าง ซึ่งจะได้ผลดีกว่าการอธิบายด้วยคำพูดเพียงอย่างเดียว

2. ระยะของการใช้ภาพเป็นสื่อในการมองเห็น (Iconic Stage) พัฒนาการทางความคิดในระยะนี้ขึ้นอยู่กับการมองเห็น/การนึกภาพในใจ และการใช้ประสาทสัมผัส เช่น การใช้รูปภาพ ไดอะแกรม ฟิล์มที่เป็นสื่อทางสายตา (Visual Medium) ซึ่งเด็กจะถ่ายทอดประสบการณ์ต่าง ๆ ด้วยการมีภาพแทนในใจ และยิ่งโตขึ้นเด็กก็จะสร้างภาพในใจได้มากขึ้น ซึ่งแสดงให้เห็นว่าความรู้ความเข้าใจของคนเราจะเพิ่มขึ้นตามอายุ และส่งผลช่วยให้เด็กที่โตรู้จักการถ่ายทอดประสบการณ์ออกมาเป็นสัญลักษณ์ได้ดียิ่งขึ้น ทั้งนี้เนื่องจากพัฒนาการทางความรู้ความเข้าใจ ได้เพิ่มขึ้นตามอายุ

3. ระยะของการสร้างความสัมพันธ์และใช้สัญลักษณ์ (Symbolic Stage) ซึ่งเป็นระดับที่ผู้เรียนสามารถเขียนสัญลักษณ์แทนสิ่งที่เห็นในระดับที่สอง หรือสิ่งที่สัมผัสในระดับที่หนึ่งได้ เป็นการถ่ายทอดประสบการณ์หรือเหตุการณ์ต่าง ๆ โดยใช้สัญลักษณ์หรือภาษา ระยะนี้

ถือเป็นระยะที่สูงที่สุดของพัฒนาการทางความรู้และความเข้าใจ เนื่องจากภาษาเป็นสิ่งที่แสดงให้เห็นถึงความคิด ซึ่งเด็กจะสามารถคิดหาเหตุผลและเข้าใจสิ่งที่เป็นนามธรรม ตลอดจนสามารถคิดแก้ปัญหาได้ เพราะบรูเนอร์เชื่อว่าความรู้และภาษามีพัฒนาการขึ้นมาพร้อม ๆ กัน

จากแนวคิดของบรูเนอร์และคนอื่น ๆ ผู้เรียนสามารถใช้วิธีแสดงความคิดทางคณิตศาสตร์ได้ในหลาย ๆ รูปแบบ เช่น จากความรู้ที่เกิดจากการใช้สื่อรูปธรรม (Manipulative Aids) ผู้เรียนสามารถแสดงความรู้ในรูปของรูปภาพ (Pictures) สัญลักษณ์ที่เป็นลายลักษณ์อักษร (Written Symbols) สัญลักษณ์เกี่ยวกับคำพูด (Spoken Symbols) และสถานการณ์จริง (Real World Situation)

### การพัฒนาการคิดเชิงคณิตศาสตร์ตามแนวคิดของฟรายวิลลิก

ฟรายวิลลิก (Fraivillig, 2001, pp. 454-459) ได้เสนอแนวทางในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่เน้นกระบวนการคิดของนักเรียน โดยมีเป้าหมายเพื่อช่วยให้นักเรียนสร้างความเข้าใจแนวคิดทางคณิตศาสตร์อย่างมีความหมายด้วยตัวของนักเรียนเอง ซึ่งมีลักษณะที่ให้โอกาสนักเรียนได้พัฒนาความคิด สนับสนุนการพัฒนาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์และช่วยให้เกิดความท้าทายในความคิดของนักเรียน โดยได้เสนอยุทธศาสตร์เพื่อพัฒนาการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียน (Strategies for Advancing Children's Mathematical Thinking) เพื่อเป็นแนวทางให้ครูผู้สอนออกแบบกิจกรรมการเรียนรู้การสอนคณิตศาสตร์ที่มีความหมายสำหรับนักเรียน โดยได้กำหนดแนวทางการจัดกิจกรรมสำหรับพัฒนาการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียน (Advancing Children's Thinking : ACT) จากการใช้หลักสูตรคณิตศาสตร์ในชีวิตประจำวัน ซึ่งมีขั้นตอนของกิจกรรม ดังนี้

1. ล้วงความคิด (Eliciting) เป็นการพัฒนาการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียน โดยครูเป็นผู้ชี้แนะ อำนวยความสะดวก โดยท้าทายให้นักเรียนได้อธิบายและวิเคราะห์วิธีการหาคำตอบด้วยตัวเอง ด้วยการใช้คำถามเพื่อกระตุ้นให้นักเรียนได้แสดงความคิดด้วยการพูด อธิบาย รวมทั้งใช้คำอธิบายของนักเรียนเป็นพื้นฐานในการกำหนดบทเรียน ในขั้นนี้จึงเน้นการเอาคำตอบหลาย ๆ คำตอบจากนักเรียนในปัญหาหนึ่ง ๆ โดยใช้กลวิธี ดังนี้

1.1 ครูถามคำถามเพื่อกระตุ้นและล้วงเอาคำตอบจากนักเรียนหลาย ๆ คำตอบจากปัญหาหนึ่ง ๆ

1.2 ครูให้เวลานักเรียนได้คิดและฟังคำอธิบายวิธีการแก้ปัญหาของนักเรียน

1.3 ปลูกฝังให้นักเรียนได้คิด กระทำด้วยความละเอียด รอบคอบ

- 1.4 ครูให้นักเรียนเป็นผู้อธิบายเนื้อหาในบทเรียนที่ง่าย ๆ
- 1.5 สื่อให้นักเรียนได้เห็นว่า ครูยอมรับในคำอธิบาย แนวคิดทั้งที่ถูกต้องและผิดของ นักเรียนและแสดงให้เห็นว่า ครูเห็นถึงความพยายามของนักเรียน
- 1.6 ส่งเสริมให้นักเรียนร่วมมือกันแก้ปัญหา
- 1.7 ให้นักเรียนได้มีโอกาสในการรายงาน แสดงความคิดเห็น เพื่อเป็นตัวเลือกในการตัดสินใจ

2. สนับสนุนความคิด (Supporting) หลังจากการล้วงความคิดและได้คำตอบหลาย ๆ คำตอบจากนักเรียนแล้ว จึงเป็นการส่งเสริม สนับสนุนการคิดของนักเรียน ทั้งคนที่ออกมารายงาน แสดงความคิดเห็น และคนที่ไม่ได้ออกมารายงานแสดงความคิดเห็น นักเรียนทั้งชั้นและนักเรียนที่ต้องการความช่วยเหลือเป็นพิเศษ โดยใช้กลวิธี ดังนี้

- 2.1 ครูกระตุ้นให้นักเรียนได้ระลึกถึงสถานการณ์ปัญหาที่มีลักษณะคล้ายคลึงกัน
- 2.2 ครูทบทวนความรู้พื้นฐานที่จำเป็นต่อการแก้ปัญหา รวมถึงกระบวนการแก้ปัญหา
- 2.3 ครูทบทวน อธิบายวิธีการแก้ปัญหานักเรียนคนอื่น ๆ ที่ไม่เข้ากับคนที่ออกมารายงานแสดงความคิดเห็น อย่างช้า ๆ ตามลำดับขั้นตอน
- 2.4 ครูเขียนสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์แทนวิธีการแก้ปัญหแต่ละวิธีของนักเรียนบนกระดาน
- 2.5 ครูช่วยเหลือ สนับสนุน นักเรียนที่คิดไม่ทันเพื่อนและนักเรียนที่คิดได้ไกล ลึกซึ้งกว่าเพื่อน ๆ คนอื่น

3. ขยายความคิด (Extending) เป็นการที่ครูรักษามาตรฐานและสิ่งที่ยาคาดหวังสำหรับนักเรียนทุกคน โดยขยาย ปรับปัญหาเดิมหรือเปลี่ยนปัญหาใหม่ พร้อมทั้งขยายความคิดของนักเรียนด้วยการกระตุ้นให้สะท้อนความคิดทางคณิตศาสตร์และหาวิธีการอื่น ๆ โดยใช้กลวิธี ดังนี้

- 3.1 รักษามาตรฐานและสิ่งที่ยาคาดหวังสำหรับนักเรียนทุกคน ด้วยการถามคำถามเพื่อให้นักเรียนพยายามแก้ปัญหาที่ยากขึ้นจากการปรับ ขยายเงื่อนไขปัญหาเดิมหรือเปลี่ยนปัญหาใหม่
- 3.2 ส่งเสริมให้นักเรียนสามารถเขียนหลักการโดยทั่วไปของเรื่องที่เรียนได้
- 3.3 เขียนวิธีการแก้ปัญหาทุกวิธีบนกระดานเพื่อสะท้อนแนวคิด

3.4 ส่งเสริมและท้าทายให้นักเรียนแต่ละคนได้พยายามหาวิธีการคำตอบอื่น ๆ ในการแก้ปัญหา

3.5 ส่งเสริมให้นักเรียนเลือกใช้วิธีการแก้ปัญหาที่มีประสิทธิภาพมากกว่า

3.6 ส่งเสริมให้นักเรียนรักความท้าทาย

ทั้งสามขั้นตอนนี้มีความสัมพันธ์เกี่ยวเนื่องกัน ดังนี้

1. ขั้นตอนของการล้างความคิดและสนับสนุนความคิด มีความสัมพันธ์เกี่ยวเนื่องกันในส่วนของการที่ครูจะต้องให้เวลานักเรียนในการคิด ให้การสนับสนุนให้นักเรียนบอกเล่าแนวคิดของตนเอง และมีการซักถามเพื่อช่วยให้นักเรียนอธิบายวิธีการแก้ปัญหของตนเองได้ดีขึ้น

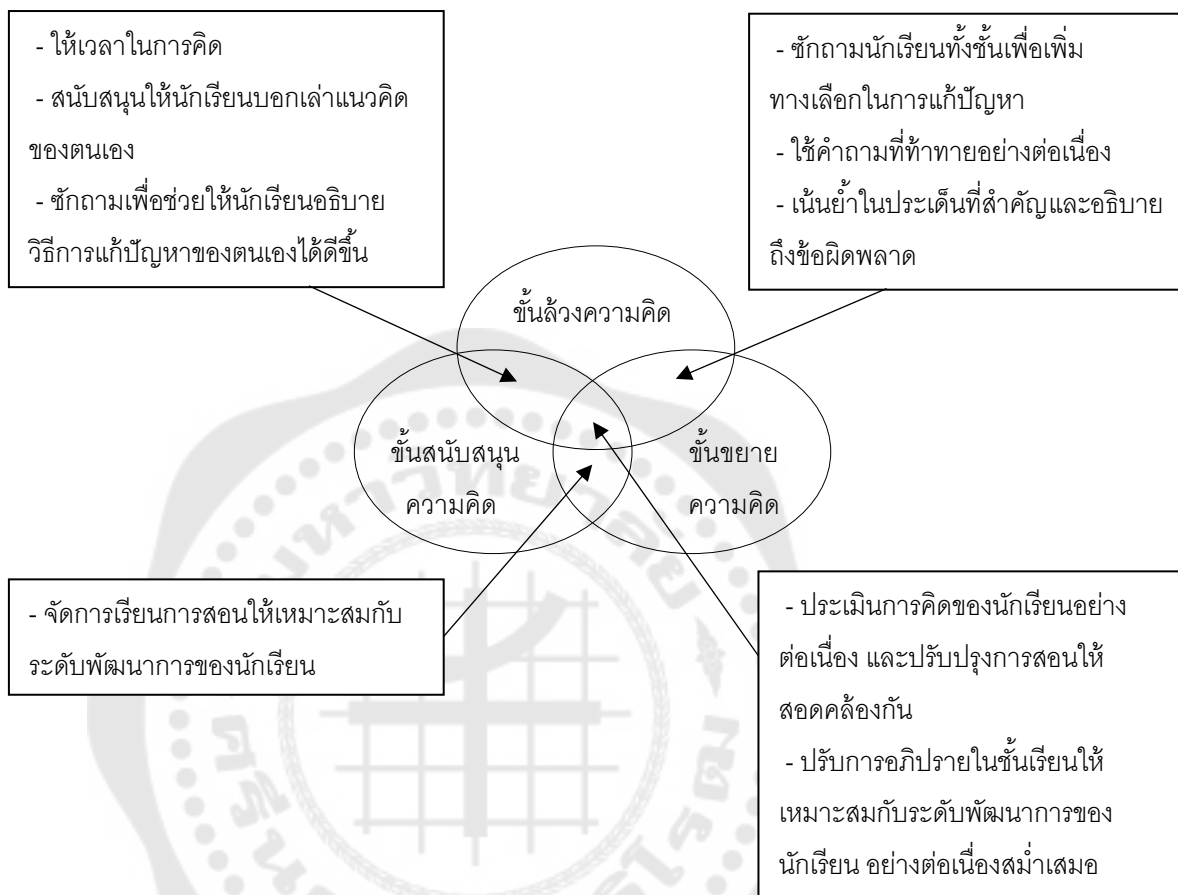
2. ขั้นตอนของการล้างความคิดและขยายความคิด มีความสัมพันธ์เกี่ยวเนื่องกันในส่วนของการที่ครูจะต้องมีการซักถามนักเรียนทั้งชั้นอย่างทั่วถึง เพื่อเพิ่มทางเลือกในการแก้ปัญหา โดยใช้คำถามที่ท้าทายอย่างต่อเนื่อง ช่วยเน้นย้ำในประเด็นที่สำคัญ และอธิบายถึงข้อผิดพลาดหรือความเข้าใจที่คลาดเคลื่อนของนักเรียนในบางประเด็น

3. ขั้นตอนของการสนับสนุนความคิดและขยายความคิด มีความสัมพันธ์เกี่ยวเนื่องกันในส่วนของการที่ครูจะต้องมีการจัดการเรียนการสอนให้เหมาะสมกับระดับพัฒนาการของนักเรียน

4. ขั้นตอนของการล้างความคิด สนับสนุนความคิดและขยายความคิด มีความสัมพันธ์เกี่ยวเนื่องกันในส่วนของการที่ครูจะต้องมีการประเมินการคิดของนักเรียนอย่างต่อเนื่อง และปรับปรุงการสอนให้สอดคล้อง เหมาะสมกับนักเรียน และปรับการอภิปรายในชั้นเรียนให้เหมาะสมกับระดับพัฒนาการของนักเรียน อย่างต่อเนื่องสม่ำเสมอ

โดยทั้งหมดนี้จะต้องดำเนินการโดยให้นักเรียนได้มีโอกาสในการเรียนรู้ในสภาพแวดล้อมที่ปลอดภัย ทั้งสามขั้นตอนนี้มีความสัมพันธ์เกี่ยวเนื่องกันไป แสดงได้ดังภาพประกอบ 3

### Advancing Children's Thinking (ACT)



ภาพประกอบ 3 แนวทางการพัฒนาการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียน กลวิธีการสอนและความสัมพันธ์ระหว่างแต่ละขั้นตอนตามแนวคิดของฟรายวิลลิค (Fraivillig, 1999, p. 154)

จากแนวทางในการพัฒนาการคิดเชิงคณิตศาสตร์ที่กล่าวมาข้างต้น ผู้วิจัยเลือกใช้แนวคิดของ ฟรายวิลลิค (Fraivillig, 2001, pp. 454-459) ในการพัฒนาระบบการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ เนื่องจากแนวคิดนี้มีเป้าหมายเพื่อมุ่งพัฒนาการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียน และยังเสนอแนวทางในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่เน้นกระบวนการคิด ช่วยให้นักเรียนสร้างความเข้าใจแนวคิดทางคณิตศาสตร์อย่างมีความหมายด้วยตัวของนักเรียนเอง มีลักษณะที่ทำให้โอกาสนักเรียนได้พัฒนาความคิด สนับสนุนการพัฒนาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์และช่วยให้เกิดความท้าทายในความคิด และมีแนวทางการจัดกิจกรรมเพื่อพัฒนาการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียนจากการใช้หลักสูตรคณิตศาสตร์ในชีวิตประจำวัน จำแนกเป็น 3 ขั้นตอน ได้แก่ ลึวงความคิด



(Eliciting) สนับสนุนความคิด (Supporting) และขยายความคิด (Extending) และเพื่อให้กระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์มีความเหมาะสม สอดคล้อง กับบริบทของนักเรียนไทย จึงนำการจัดการเรียนการสอนตามแนวทางของ สสวท. มาวิเคราะห์ร่วมกับแนวคิดของฟรายวัลลิก เพื่อให้เป็นกระบวนการเรียนการสอนที่สามารถพัฒนาการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียนได้อย่างเหมาะสมกับบริบทของนักเรียนไทย

### การวัดการคิดเชิงคณิตศาสตร์

ในการศึกษาถึงการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของเด็กเป็นการศึกษาสิ่งที่เป็นนามธรรม และเป็น การศึกษากระบวนการในสมอง จึงจำเป็นต้องอาศัยเครื่องมือต่าง ๆ เพื่อศึกษาความเข้าใจเชิงคณิตศาสตร์ของเด็ก ตลอดจนวิธีการต่าง ๆ ที่เด็กนำมาใช้ในการแก้ปัญหา

#### เครื่องมือศึกษาการคิดเชิงคณิตศาสตร์และความเข้าใจเชิงคณิตศาสตร์

ครีกเลอร์ (Kriegler, 2004) ได้กล่าวว่า ทักษะการแก้ปัญหา (Problem Solving Skills) ทักษะการนำเสนอตัวแทนความคิด (Representation Skills) และทักษะการให้เหตุผล (Reasoning Skills) เป็นเครื่องมือที่ช่วยในการคิดเชิงคณิตศาสตร์รวมถึงการคิดวิเคราะห์ของเด็ก ซึ่งตรงกับที่มานูชีฮรี (Manouchehri, 2005 อ้างถึงใน รุ่งทิวา นามารุง, 2550, น. 25) กล่าวว่า เครื่องมือทางคณิตศาสตร์ที่ช่วยในการทำความเข้าใจสิ่งต่าง ๆ รอบตัว คือ 1) การแก้ปัญหา 2) การนำเสนอตัวแทนความคิด ในรูปแบบที่มองเห็นได้ เช่น แผนภูมิ รูปภาพหรือกราฟ ในรูปตัวเลข เช่น ตาราง การทำรายการในรูปสัญลักษณ์และในรูปคำพูด 3) การให้เหตุผล ได้แก่ การสร้างกรณีทั่วไป การสรุปที่สมเหตุสมผล วิธีการอุปนัย ซึ่งเป็นการตรวจสอบกรณีเฉพาะ การจำแนกแบบรูปและความสัมพันธ์ การขยายแบบรูปและความสัมพันธ์

แม็คเนील (McNeil, 1974, p. 246) ได้กล่าวว่า เด็กที่มีเครื่องมือเกี่ยวกับการแก้ปัญหาก็จะสามารถเริ่มต้นกับปัญหา ดำเนินการกับปัญหา และเข้าใจว่าตนจะต้องทำอะไร การให้เด็กได้มีโอกาสสำรวจปัญหาทางคณิตศาสตร์โดยใช้วิธีการที่หลากหลายหรือการเผชิญกับปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่มีคำตอบหลายคำตอบจะทำให้เด็กไม่เพียงแต่จะพัฒนาทักษะการแก้ปัญหาที่ดีเท่านั้น แต่ยังทำให้เกิดประสบการณ์ที่เป็นประโยชน์ทางคณิตศาสตร์อีกด้วย ปัญหาทางคณิตศาสตร์สามารถแสดงออกในหลายรูปแบบรวมทั้งในรูปการมองเห็น (เช่น แผนภาพ รูปภาพ หรือกราฟ) ในรูปตัวเลข (เช่น ตาราง รายการ) ในรูปสัญลักษณ์และในรูปคำพูด ซึ่งการนำเสนอตัวแทนความคิดแต่ละแบบนี้จะช่วยให้เข้าใจเกี่ยวกับแนวคิดที่สื่อออกมา สามารถใช้เป็นเครื่องมือที่ช่วยให้เข้าใจการคิดทางคณิตศาสตร์ของเด็กได้ นอกจากนี้ในการคิดแก้ปัญหา เมื่อถึงขั้นการวางแผน ซึ่งถือว่าเป็นขั้นสำคัญของการแก้ปัญหา นักคิดได้นำกระบวนการพิเศษและวิธีการ



ต่าง ๆ เพื่อใช้ในการแก้ปัญหา และวิธีการที่ใช้มากที่สุดคือ การให้เหตุผลแบบอุปนัยและนิรนัย การเลือกการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ การสร้างตารางและการวาดภาพ

ไพรี และ ไคเรน (Pirie & Kieren, 1992, pp. 243-257) ได้เสนอรูปแบบการพัฒนาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ เนื่องจากความเข้าใจเป็นสิ่งสำคัญยิ่งในการเรียนคณิตศาสตร์ในการศึกษาเกี่ยวกับการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของเด็กนั้นอาจเป็นเรื่องที่ค่อนข้างซับซ้อน ดังนั้นในการศึกษาจะต้องพิจารณาถึงความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ของเด็ก ถ้าเข้าใจถึงความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ของเด็กจะทำให้สามารถอธิบายได้ว่า ทำไมเด็กจึงมีความคิดเชิงคณิตศาสตร์เช่นนั้น เด็กเกิดการเรียนรู้ได้อย่างไร นักการศึกษาจำนวนมากให้ความสนใจศึกษาเกี่ยวกับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ ดังที่ไพรีและไคเรน ได้นำเสนอไว้ โดยใช้กระบวนการที่ทำให้เกิดการเรียนรู้ 8 ระดับ ได้แก่

ระดับที่ 1 ความรู้เดิม (Primitive Knowing) ซึ่งเป็นจุดเริ่มต้นที่เป็นความรู้ในระดับต่ำแต่ไม่จำเป็นต้องเป็นความรู้ทางคณิตศาสตร์ ความรู้ประเภทนี้เป็นความรู้ที่ผู้สอนทุกคนเชื่อว่าผู้เรียนทุกคนต้องมี

ระดับที่ 2 การสร้างภาพ (Image Making) ระดับนี้ผู้เรียนจะใช้ความสามารถที่มีอยู่กับเงื่อนไขหรือสถานการณ์ใหม่ อาจใช้ตัวแทนเป็นภาพ (Pictorial Representation) หรือด้วยวิธีอื่น ๆ เช่น การพับกระดาษและการใช้คำหรือภาษาที่เกี่ยวข้อง

ระดับที่ 3 การเกิดภาพในใจ (Image Having) เป็นขั้นที่ผู้เรียนเกิดภาพในใจเกี่ยวกับกิจกรรมที่ทำในขั้นก่อน ๆ ซึ่งผู้เรียนใช้ภาพในใจเหล่านี้ในการเรียนรู้ทางคณิตศาสตร์

ระดับที่ 4 การสังเกตสมบัติ (Property Noticing) ซึ่งรวมถึงการสังเกตความแตกต่าง การรวมหรือเชื่อมระหว่างภาพต่าง ๆ ในการคาดคะเนว่าภาพเหล่านี้เกิดได้อย่างไร และจะบันทึกความสัมพันธ์เหล่านั้นได้อย่างไร

ระดับที่ 5 การจัดสมบัติที่สังเกตได้เป็นแบบแผน (Formalizing) ในขั้นนี้ผู้เรียนจะนำสมบัติที่สังเกตได้ในขั้นก่อนมาคิดวิเคราะห์และจัดเป็นแบบแผน เพื่อรวบรวมเป็นกฎหรือหลักการทั่วไป

ระดับที่ 6 การสังเกต (Observing) ซึ่งเป็นขั้นของการสังเกตสิ่งที่ได้จัดแบบแผนไปแล้ว เพื่อนำมาจัดระบบและหาข้อสรุป

ระดับที่ 7 การสร้างโครงสร้าง (Structuring) ในขั้นนี้ผู้เรียนพยายามอธิบายสิ่งที่สังเกตได้อย่างมีโครงสร้างที่เป็นเหตุเป็นผล โดยการค้นหาความสัมพันธ์และสร้างโครงข่ายของความสัมพันธ์เหล่านั้น ระดับนี้เป็นระดับที่ความรู้สามารถถูกพิสูจน์ได้

ระดับที่ 8 การสืบเสาะหาความรู้ (Inventising) ในขั้นนี้ผู้เรียนสามารถสร้างความรู้ที่สมบูรณ์ ซึ่งเป็นความเข้าใจที่แท้จริงและความเข้าใจนี้อาจนำมาซึ่งมโนทัศน์ใหม่

ชอนฟีลด์ (Schoenfeld, 1992, pp. 334-37) ได้เสนอแนวคิดเกี่ยวกับการวิเคราะห์พฤติกรรมด้านการคิดเชิงคณิตศาสตร์ โดยได้เสนอ Schoenfeld's Model of Mathematical Cognition ซึ่งประกอบด้วย

1. พื้นฐานความรู้ ได้แก่ ความรู้เชิงประจักษ์และความรู้เชิงกระบวนการ
  2. ยุทธวิธีในการแก้ปัญหา ประกอบด้วย
    - 2.1 การวิเคราะห์ปัญหา
    - 2.2 การวางแผนสำรวจเป้าหมายเพื่อหาคำตอบ เช่น หาความสัมพันธ์จากปัญหาที่เคยพบการขยายปัญหาหรือการพิจารณาปัญหาที่คล้าย ๆ กัน
    - 2.3 การตรวจสอบคำตอบ เช่น การตรวจสอบคำตอบที่เป็นไปได้ทุกกรณี การหาเหตุผล รวมทั้งกระบวนการนำไปใช้
  3. การกำกับและควบคุมการคิด เป็นการแสดงออกของการรู้ว่าตนคิดอะไรอยู่ ซึ่งเน้นที่การควบคุมตนเองด้านความรู้และกระบวนการ
  4. ความเชื่อและเจตคติเป็นแรงจูงใจในการกำหนดพฤติกรรมด้านการคิดทางคณิตศาสตร์
- จากแบบการคิดทางคณิตศาสตร์ของชอนฟีลด์จะเห็นว่าความคิดทางคณิตศาสตร์เป็นความคิดที่นำไปใช้แก้ปัญหา

### การแก้ปัญหาเชิงคณิตศาสตร์

รุ่งทิภา นามำรุง (2550, น. 28) ได้รวบรวมวิธีการที่นิยมใช้ในการแก้ปัญหาเชิงคณิตศาสตร์ไว้ เนื่องจากคำตอบของปัญหาเชิงคณิตศาสตร์สามารถหาได้ด้วยวิธีการแก้ปัญหาวิธีใดวิธีหนึ่งหรือหลายวิธีรวมกัน ดังนั้นเพื่อทำความเข้าใจการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของเด็ก จึงต้องเรียนรู้และเข้าใจวิธีการต่าง ๆ อย่างกว้างขวางและลึกซึ้ง ซึ่งวิธีการที่นิยมใช้ในการแก้ปัญหาเชิงคณิตศาสตร์ ดังเช่น

1. การเขียนภาพ แผนภาพ แผนภูมิ หรือตัวแบบ
2. การสร้างตารางแสดงความสัมพันธ์
3. การใช้ตัวแปร
4. การค้นหาแบบรูปความสัมพันธ์

5. การสร้างรายการแสดงลำดับความสัมพันธ์
  6. การแบ่งกรณี
  7. การนึกถึงปัญหาที่คล้ายคลึงกัน หรือการแก้ปัญหที่ง่ายกว่า
  8. การสร้างรายการและเลือกการดำเนินการทางคณิตศาสตร์
  9. การให้เหตุผลทางตรรกศาสตร์
  10. การเดา ตรวจสอบคำตอบและทบทวน
  11. การทำงานย้อนกลับ
  12. การสร้างปัญหาใหม่
- ฯลฯ

### การใช้คำถาม

การศึกษาคณิตศาสตร์ของเด็ก ครูจำเป็นต้องรู้ว่าเด็กรู้อะไร พวกเขา มีความเข้าใจในบริบททางคณิตศาสตร์อย่างไร ใช้วิธีการใดในการคิดคำนวณ มีความเข้าใจอย่างถ่องแท้หรือไม่ สามารถสื่อสารความคิดของตนเองได้เพียงใด สิ่งต่างๆ เหล่านี้ไม่สามารถดูได้จากการทำงานของเด็กหรือจากการสังเกตเท่านั้น เนื่องจากคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่มีความเป็นนามธรรมสูง การที่จะให้เด็กคิดเองโดยลำพังจึงเป็นไปได้ยาก ดังนั้นการที่ครูรู้จักใช้คำถามให้เด็กแสดงความคิดหรือตรวจสอบการคิดของตนเอง จะช่วยให้เด็กมีความเข้าใจและช่วยให้สามารถศึกษาถึงการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของเด็กได้เป็นอย่างดี (NCTM, 2000, pp. 53-55; NRICH, 2003)

ในการใช้คำถามปลายเปิดเพื่อกระตุ้นการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของเด็กผ่าน การสืบเสาะหาความรู้ จำแนกเป็น 4 ชั้น (NRICH, 2003) คือ

1. คำถามเริ่มต้น คำถามปลายเปิดประเภทนี้จะมุ่งไปที่การคิดทั่วไปของเด็ก และกำหนดจุดเริ่มต้นให้พวกเขา ตัวอย่างคำถามที่ใช้ เช่น มีกี่วิธีที่นักเรียนสามารถหาคำตอบ เกิดอะไรขึ้นเมื่อพวกเรา...
2. คำถามที่ใช้กระตุ้นการคิดเชิงคณิตศาสตร์ คำถามประเภทนี้จะช่วยให้เด็ก มุ่งไปสู่วิธีการเฉพาะและช่วยให้มองเห็นแบบรูปและความสัมพันธ์ คำถามประเภทนี้จะช่วยได้ดี เมื่อเด็กเกิดการหยุดคิดหรือติดอยู่กับปัญหา (ครูควรตั้งให้เด็กกลับเข้าสู่ปัญหา) ตัวอย่างคำถาม เช่น สิ่งนี้เหมือนกับอะไร ต่างกับอะไร นักเรียนสามารถจัดกลุ่มสิ่งเหล่านี้ในทางใด นักเรียนเห็น แบบรูปหรือไม่ แบบรูปนี้ช่วยนักเรียนหาคำตอบได้อย่างไร นักเรียนคิดว่าต่อไปจะเป็นอย่างไร ทำไม จะเกิดอะไรขึ้นถ้า...

3. คำถามเพื่อการประเมิน คำถามประเภทนี้จะถามเพื่อให้เด็กอธิบายว่า พวกเขากำลังทำอะไร หรือได้คำตอบมาได้อย่างไร คำถามประเภทนี้ทำให้ครูเห็นว่าเด็กกำลังคิดอย่างไร เด็กเข้าใจอะไร และพวกเขากำลังดำเนินการอยู่ในระดับใด คำถามเหล่านี้จะถามหลังจากที่เด็กได้ดำเนินการแก้ปัญหาแล้ว เป็นการบันทึกการค้นพบของเด็กหรือการได้พบคำตอบอย่างน้อยหนึ่งคำตอบแล้ว ตัวอย่างคำถาม เช่น นักเรียนค้นพบอะไร นักเรียนหาคำตอบได้อย่างไร นักเรียนคิดว่าทำไมจึงเป็นเช่นนั้น นักเรียนใช้อะไรในการตัดสินใจที่จะทำโดยวิธีนี้

4. คำถามเพื่อการอภิปรายตอนท้าย คำถามประเภทนี้จะสรุปความยากลำบากของชั้นเรียนและการร่วมกันกระตุ้นและเปรียบเทียบวิธีการและคำตอบร่วมกัน คำถามในขั้นนี้มีความจำเป็นในกระบวนการคิดเชิงคณิตศาสตร์เพราะเป็นการส่งเสริมโอกาสในการสะท้อนและตระหนักถึงความเป็นจริงเกี่ยวกับแนวคิดและความสัมพันธ์ทางคณิตศาสตร์ คำถามประเภทนี้จะกระตุ้นให้เด็กได้ประเมินการทำงานของพวกเขา ตัวอย่างคำถามเช่น ใครมีคำตอบ/แบบรูป/หรือจัดกลุ่มเหมือน... บ้าง ใครมีคำตอบแตกต่างจากนี้บ้าง ทุกคนได้คำตอบเหมือนกันไหม ทำไม/ทำไมไม่ พวกเราพบความเป็นไปได้ทั้งหมดไหม พวกเรารู้ได้อย่างไร นักเรียนคิดว่ามีวิธีอื่นอีกไหมที่สามารถใช้ได้ นักเรียนคิดว่าเราพบคำตอบที่ดีที่สุดหรือยัง

### การสัมภาษณ์

การสัมภาษณ์สามารถใช้ได้อย่างกว้างขวางในการวัดความสามารถทั้งในด้านเนื้อหาและกระบวนการเกี่ยวกับการรู้คิด นักจิตวิทยาหลายท่านได้ใช้การสัมภาษณ์เพื่อตรวจสอบระดับของการพัฒนาการรู้คิด กระบวนการคิด และการแก้ปัญหาของเด็ก นอกจากนี้ยังใช้การสัมภาษณ์เพื่อตรวจสอบความเข้าใจในมโนทัศน์และความเข้าใจในมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน (Fraenkel & Wallen, 2000, p. 444) เราอาจแบ่งการสัมภาษณ์ในการวิจัยทางสังคมศาสตร์ออกเป็น 2 แบบ ตามลักษณะของการวิจัยคือ การสัมภาษณ์ที่ใช้ทั่วไปในการวิจัยเชิงปริมาณ (Quantitative Interview) กับการสัมภาษณ์ที่ใช้ทั่วไปในการวิจัยเชิงคุณภาพ (Qualitative Interview) แบบแรกเป็นการสัมภาษณ์แบบมีโครงสร้าง (Structured) คือ ทุกคำถามจะมีคำตอบที่เตรียมไว้ล่วงหน้าเป็นมาตรฐานเดียวกันทั้งหมด แบบหลังเป็นการสัมภาษณ์แบบไม่มีโครงสร้างหรือกึ่งโครงสร้าง (Unstructured/ Semistructured) ที่มีความยืดหยุ่นมากกว่าแบบแรก การสัมภาษณ์ทั้งสองประเภทนี้แตกต่างกันทั้งในแง่ของปรัชญาพื้นฐาน วิธีดำเนินการและบทบาทของผู้สัมภาษณ์ ซึ่งทั้งหมดนี้จะยังผลให้ข้อมูลที่ได้มีลักษณะที่แตกต่างกันด้วย (ชาย โพรสิตา, 2556, น. 240-241)

การวัดความสามารถทางการคิดและความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ของเด็กอาจใช้ การวัดความสามารถในการแก้ปัญหา ความสามารถในการตรวจสอบ โดยมีเทคนิคการวัดที่สามารถ เลือกลงได้อย่างหลากหลาย ไม่ว่าจะเป็นการวัดโดยใช้แบบสอบถาม (Test) ที่เป็นทั้งแบบเขียนตอบ และ แบบปฏิบัติการ การสังเกตพฤติกรรมโดยตรง (Direct Observations) การสัมภาษณ์เป็นรายบุคคล (Individual Interview) การบันทึกข้อมูลส่วนบุคคล (Comprehensive Personal Record) และจากการ ตรวจสอบผลงานจากแฟ้มสะสมงาน (Portfolio) การประเมินความเข้าใจเชิงคณิตศาสตร์ของเด็กอาจ ใช้เทคนิคต่าง ๆ เช่น การใช้คำถามปลายเปิด (Open-ended Questions) การให้ทำงานตามที่ผู้กรรเือง ช้้น มา (Constructed-response Tasks) การเลือกคำตอบ (Selected-response Items) การทำงานภาคปฏิบัติ (Performance Tasks) การสนทนา (Conversations) บันทึกประจำวัน (Journals) และแฟ้มสะสมงาน (NCTM, 2000, p. 23)

### การสังเกต

การสังเกตเป็นวิธีการขั้นพื้นฐานและเก่าแก่ที่สุดในการแสวงหาความรู้ของมนุษย์ ทั้งนี้ไม่ว่าจะเป็น การแสวงหาความรู้ความเข้าใจอย่างผิวเผินกับสิ่งที่เกิดขึ้นในชีวิตประจำวัน หรือใน การแสวงหาความรู้ความเข้าใจอย่างเป็นระบบของนักวิจัยหรือนักวิทยาศาสตร์ก็ตาม การสังเกต มีบทบาทสำคัญในฐานะเป็นเครื่องมือแสวงหาความรู้อย่างหนึ่ง คงจะไม่ผิดถ้าจะกล่าวว่า มีศาสตร์ จำนวนน้อยเท่านั้นที่ไม่ได้อาศัยการสังเกตเป็นเครื่องมือแสวงหาความรู้ ภายในสังคมศาสตร์เองทั้ง วิธีการเชิงปริมาณและเชิงคุณภาพต่างก็ใช้การสังเกต ไม่ในรูปแบบใดก็รูปแบบหนึ่ง การสังเกตเป็น ทั้งศาสตร์และศิลป์ในตัวของมันเอง “เป็นศาสตร์” เพราะมีหลักการ มีแนวคิดรองรับ ไม่ใช่สิ่งที่ ปราศจากหลักเกณฑ์หรือมาตรฐาน “เป็นศิลป์” เพราะต้องอาศัยทักษะ อาศัยการฝึกฝน และต้องใช้ ความมีศิลปะซึ่งค่อนข้างจะเป็นเรื่องเฉพาะบุคคลในการดำเนินการ

การสังเกตแบบมีส่วนร่วม (Participant Observation) เป็นวิธีการที่มีเหตุผลเชิง ญาณวิทยารองรับ เป็นการสังเกตที่สามารถเข้าถึงความจริงหรือความรู้ของสิ่งที่ต้องการ ศึกษา เพราะผู้สังเกตได้สัมผัสกับปรากฏการณ์โดยตรงด้วยตนเอง ชวานด์ (Schwandt, 2001, p. 179 อ้างถึงใน ชาย โพธิ์สิตา, 2556, น. 287-295) ได้ให้แนวคิดของหลักการทั่วไปของการสังเกต แบบมีส่วนร่วมว่า มี 5 ประการ ดังต่อไปนี้

1. สังเกตจากมุมมองของผู้ถูกศึกษา คือ ผู้สังเกตจะต้องพยายามมอง ปรากฏการณ์ที่ศึกษา ได้แก่ การกระทำ ความเข้าใจ ความหมาย หรือบรรทัดฐานใด ๆ จากสายตา

ของผู้ที่ถูกสังเกตเป็นหลักเท่านั้น นักวิจัยจะมีความคิดเห็น มีความเข้าใจในปรากฏการณ์ที่ตนสังเกตอย่างไร นั่นจะเป็นอีกเรื่องหนึ่งที่ควรบันทึกแยกไว้ต่างหาก

2. สังเกตรายละเอียด คือ ให้ความสำคัญอย่างสูงแก่รายละเอียดของสิ่งที่สังเกต โดยทำการบันทึกและพรรณนารายละเอียดของสิ่งที่เกิดขึ้นอย่างครบถ้วน สมบูรณ์ ไม่ใส่ความรู้สึก ความคิดเห็น และการตีความของนักวิจัยลงไปในการพรรณนานั้นด้วย แต่มีการบันทึกความรู้สึก ความคิดเห็นและการตีความของนักวิจัย ซึ่งจะต้องเก็บรายละเอียดไว้ให้มากที่สุดเท่าที่จะมากได้ แยกไว้เป็นส่วนหนึ่งต่างหาก

3. ให้ความสำคัญแก่บริบทของสิ่งที่สังเกต คือ ให้ความสำคัญอย่างสูงแก่รายละเอียดของสิ่งที่สังเกต นักวิจัยต้องบันทึกและพรรณนารายละเอียดของสิ่งที่เกิดขึ้น ยิงให้รายละเอียดได้มากเท่าไรก็ยิ่งดี นั่นคือ นักวิจัยต้องพรรณนารายละเอียดของสิ่งที่ศึกษาอย่างครบถ้วน สมบูรณ์ ไม่ใส่ความรู้สึก ความคิดเห็นและการตีความของนักวิจัย ซึ่งมีได้หมายความว่า นักวิจัยไม่ควรมีความรู้สึก ความคิดเห็นหรือการตีความใด ๆ เกี่ยวกับสิ่งที่เกิดขึ้นในการสังเกตเลย ตรงกันข้าม ความรู้สึกและความคิดเห็นของนักวิจัยนั้นเป็นสิ่งที่มีความสำคัญ และนักวิจัยควรเก็บบันทึกความรู้สึก ความคิดเห็นและการตีความของตนไว้ให้มากที่สุดเท่าที่จะมากได้ แต่จะต้องแยกไว้เป็นส่วนหนึ่งต่างหาก ไม่ปนกับบันทึกข้อความพรรณนาของสิ่งที่ได้สังเกต ซึ่งถือว่าเป็นข้อมูล

4. ให้ความสำคัญแก่กระบวนการของสิ่งที่สังเกต คือ ในการสังเกต นักวิจัยจะต้องมองการกระทำทางสังคมในฐานะเป็นกระบวนการที่มีพลวัตอยู่ตลอดเวลา และมองปรากฏการณ์ต่าง ๆ ว่ามีความเกี่ยวข้องเชื่อมโยงกับสิ่งอื่นด้วย

5. เปิดกว้าง คือ นักวิจัยต้องไม่ด่วนสรุปหรืออธิบายปรากฏการณ์ที่สังเกต โดยที่ยังไม่มีหลักฐานสนับสนุนเพียงพอ การสังเกตควรดำเนินไปอย่างเปิดกว้างสำหรับแนวคิดต่าง ๆ ให้โอกาสแนวคิดใหม่ ไม่ยอมมิให้แนวคิดหรือทฤษฎีเดิมครอบงำ

### แบบทดสอบ

บุญธรรม กิจปริดาปริสุทธิ (2542, น. 72) ให้ความหมายแบบทดสอบว่า เป็นวิธีการเชิงระบบที่ใช้ในการเปรียบเทียบพฤติกรรมของบุคคลตั้งแต่ สองคนขึ้นไป ณ เวลาหนึ่ง หรือของบุคคลคนเดียวหรือหลายคนในเวลาต่างกัน

อุทุมพร(ทองอุไทย) จามรมาน (2545) ให้ความหมายว่า แบบทดสอบ ได้แก่ เครื่องมือตรวจสอบทางการศึกษาที่กระตุ้นสมองให้แสดงพฤติกรรมออกมาในเชิงความสามารถของ



บุคคลนั้น ๆ ประกอบด้วย ข้อสอบจำนวนหนึ่ง ซึ่งข้อสอบ ได้แก่ ข้อความหรือข้อคำถามที่เกี่ยวข้องกับจุดมุ่งหมายในการทดสอบ และเนื้อหาสาระที่ทดสอบเฉพาะอย่างและเกี่ยวข้องกับบุคคลที่ถูกทดสอบ

ประเภทของแบบทดสอบ แบ่งได้แตกต่างกันตามเกณฑ์ที่ใช้ อาทิ 1) แบ่งตามลักษณะทางจิตวิทยาที่ใช้วัด 2) แบ่งตามรูปแบบของการถามการตอบ 3) แบ่งตามลักษณะของการตอบ 4) แบ่งตามเวลาที่กำหนดให้ตอบ 5) แบ่งตามลักษณะเกณฑ์ที่ใช้วัด เป็นต้น ซึ่งในที่นี้ใช้แบบทดสอบที่แบ่งตามรูปแบบของการถามการตอบ โดยใช้แบบทดสอบเลือกตอบชนิดตัวเลือกถูก – ผิด (Multiple True – False) เป็นแบบทดสอบที่กำหนดข้อความมาให้ผู้ตอบพิจารณาว่าข้อความที่กำหนดนั้น ถูกหรือผิด ใช่หรือไม่ใช่ จริงหรือไม่จริง อย่างใดอย่างหนึ่ง ผู้ตอบจะต้องเลือกตอบตามข้อความที่กำหนดมาให้ (บุญธรรม กิจปริดาภิสุทธิ, 2542; พิสนุ พงศ์ศรี, 2554, น. 120) ในหนึ่งข้อจะประกอบไปด้วยข้อย่อยหลายข้อ ซึ่งในแต่ละข้อย่อยจะต้องเลือกตอบว่า ข้อความนั้นถูกหรือผิด ใช่หรือไม่ใช่ จริงหรือไม่จริง ทุกข้อ วูด และ ฮาร์เปอร์ (Wood & Harper, 2003, as cited in Bender, 2003) กล่าวถึง การทดสอบประเภทนี้ว่า มีข้อได้เปรียบว่าการทดสอบแบบเลือกตอบ (Multiple Choice Question) เนื่องจากนักเรียนต้องประเมินคำตอบที่เป็นไปได้มากกว่า การเลือกคำตอบที่ถูกต้อง ซึ่งหมายความว่า ในการทดสอบแบบเลือกตอบหนึ่งข้อที่นักเรียนต้องเลือกคำตอบจากตัวเลือกที่กำหนดให้หลาย ๆ ตัวเลือก นักเรียนจะได้ทดสอบว่าคำตอบที่เลือกนั้นถูกต้องจริงเพียงหนึ่งข้อ แต่สำหรับการทดสอบด้วยแบบทดสอบเลือกตอบชนิดตัวเลือกถูก – ผิด จะทดสอบสี่หรือห้าครั้งว่า ความเข้าใจของที่นักเรียนเลือกนั้นจริงหรือไม่ นอกจากนี้ เบนเดอร์ (Bender, 2003) ยังกล่าวถึงการทดสอบด้วยแบบทดสอบเลือกตอบชนิดตัวเลือกถูก – ผิดว่า เป็นแบบทดสอบที่สามารถปรับเปลี่ยนถ้อยคำที่ละเอียดอ่อน เพื่อให้ข้อความที่จริงกลายเป็นเท็จ (หรือกลับกัน) เพื่อหลีกเลี่ยงการท่องจำของนักเรียนและยังสามารถออกแบบเพื่อทดสอบการประยุกต์ใช้ความรู้ได้หลากหลาย

ในที่นี้ผู้วิจัยเลือกใช้แบบทดสอบเลือกตอบชนิดตัวเลือกถูก – ผิด (Multiple True – False) ซึ่งมีข้อความมาให้ผู้ตอบพิจารณาว่า ข้อความที่กำหนดนั้น ถูกหรือผิด ใช่หรือไม่ใช่ อย่างใดอย่างหนึ่ง ผู้ตอบจะต้องเลือกตอบตามข้อความที่กำหนดมาให้ ในหนึ่งข้อจะประกอบไปด้วยข้อย่อย 4 ข้อ ซึ่งในแต่ละข้อย่อยจะต้องเลือกตอบว่า ข้อความนั้น ถูกหรือผิด ใช่หรือไม่ใช่ ทุกข้อ

## ตอนที่ 2 กระบวนการเรียนการสอน

สิ่งสำคัญประการหนึ่งของการจัดกระบวนการเรียนการสอนคือการจัดสภาพแวดล้อมให้ผู้เรียนมีส่วนร่วมในการเรียนการสอน และมีปฏิสัมพันธ์ต่อกันกับผู้สอน โดยใช้รูปแบบการจัดกระบวนการเรียนการสอนในรูปแบบต่าง ๆ เพื่อช่วยให้ผู้เรียนบรรลุจุดประสงค์ที่กำหนดไว้ รูปแบบ



การจัดกระบวนการเรียนการสอนจัดเป็นเทคนิคการสอนที่ผู้เรียนเป็นผู้ทำกิจกรรมอย่างมีลำดับขั้นตอน โดยมีผู้สอนเป็นผู้กระตุ้น ชี้นำให้คำปรึกษาและร่วมอภิปราย เพื่อผู้เรียนได้เกิดพฤติกรรมตามความมุ่งหมายของรูปแบบการจัดกระบวนการเรียนการสอนนั้น ๆ

การจัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่เน้นกระบวนการจะก่อให้เกิดคุณลักษณะที่สำคัญของผู้เรียน 4 ด้าน คือ ด้านความรู้ ความคิด ด้านทักษะ ด้านจริยธรรม คุณธรรม ค่านิยม และด้านการจัดการ ผู้เรียนที่มีทักษะการจัดการคือ รู้จักนำสิ่งที่เรียนไปประยุกต์ใช้ในชีวิตจริง รับผิดชอบต่อกระบวนการและนำไปใช้ได้ ตลอดทั้งเห็นช่องทางในการนำสิ่งที่เรียนไปประกอบอาชีพต่อไป

### ความหมายของกระบวนการเรียนการสอน

คำว่า กระบวนการ เป็นคำที่มาจากภาษาอังกฤษว่า Process กาญจนา บุญส่ง (2542, น. 90) ให้ความหมายของกระบวนการว่า กระบวนการ หมายถึง การดำเนินงานเป็นขั้นตอนและนำไปสู่ผลที่ต้องการ ดังนั้นการจัดการเรียนการสอนที่ใช้กระบวนการก็คือ การที่ผู้สอนหลีกเลี่ยงการเป็นผู้บอกความรู้แก่ผู้เรียนโดยตรงมาเป็นการจัดกิจกรรม ให้ผู้เรียนได้ทำกิจกรรมกระบวนการเรียนรู้ต่าง ๆ อย่างเหมาะสมกับจุดประสงค์การเรียนรู้ เหมาะสมกับธรรมชาติและวัยของผู้เรียน เหมาะสมกับลักษณะของเนื้อหาวิชา เหมาะสมกับสภาพแวดล้อมในโรงเรียนและชีวิตจริง เพื่อให้ผู้เรียนรู้จักวิธีแสวงหาความรู้ด้วยตนเอง ด้วยเหตุนี้ผู้สอนจึงต้องศึกษาหลักสูตรให้เข้าใจ และปรับเนื้อหา กระบวนการและทฤษฎีการเรียนการสอนต่าง ๆ ให้เข้ากับสภาพแวดล้อมที่จะเอื้ออำนวยให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้ตามหลักสูตร และหลังจากได้ดำเนินการสอนไปตามแผนการสอนแล้ว ควรจะมีการประเมินผลการสอนว่าได้ผลเพียงใด มีข้อบกพร่องอะไรบ้างแล้วพยายามปรับปรุงให้ดีขึ้น

ทิตินา แชมมณี (2555, น. 220) ได้กล่าวถึงคำที่นักการศึกษาไทยใช้เกี่ยวกับกระบวนการเรียนการสอน ซึ่งมีความแตกต่างกันแต่ให้ความหมายที่เป็นไปในแนวทางเดียวกัน ซึ่งจากการศึกษาเอกสารต่าง ๆ พบว่า นักการศึกษาไทยใช้คำที่แตกต่างกันออกไป ได้แก่ การสอน รูปแบบการสอน รูปแบบการจัดการเรียนการสอน การจัดการเรียนการสอน กระบวนการสอน แบบจำลองการสอนหรือแบบจำลองการจัดการเรียนการสอน ซึ่งจากการวิเคราะห์เนื้อหาและข้อความที่อธิบายความหมาย สรุปได้ว่า โดยนัยของข้อความแล้วมีลักษณะที่เป็นไปในแนวทางเดียวกัน ซึ่งไม่เห็นถึงความแตกต่างที่ชัดเจนของข้อความเหล่านั้น ดังนั้น ในงานวิจัยนี้จึงใช้คำว่า กระบวนการเรียนการสอน ซึ่งมีผู้ให้ความหมายต่าง ๆ ไว้ดังนี้

ดิค และ แคร์ (Dick & Carey, 2008, as cited in Petrone, Bruni, Cofrancesco, & Caldirola, 2011, p. 1) กล่าวว่า กระบวนการเรียนการสอน เป็นกิจกรรมการสอน การเรียนรู้ ซึ่ง

ถือเป็นกระบวนการเริ่มต้นด้วยการนิยามว่าผู้เรียนควรรู้อะไรบ้างและจบด้วยการประเมินสิ่งที่ผู้เรียนรู้อันจริง โดยดำเนินการอย่างมีลำดับขั้นตอน

สมคิด สร้อยน้ำ (2542, น. 31) กล่าวว่า กระบวนการเรียนการสอน เป็นกระบวนการที่ครูและนักเรียนร่วมกันทำกิจกรรมต่าง ๆ เพื่อให้ผู้เรียนได้รับประสบการณ์ ทำให้เกิดการเรียนรู้ ซึ่งจะส่งผลให้ผู้เรียนได้รับความรู้ ความเข้าใจ มีทักษะและเจตคติที่ดี

จากความหมายของกระบวนการเรียนการสอนที่กล่าวมาข้างต้น สรุปได้ว่า กระบวนการเรียนการสอน หมายถึง กระบวนการเรียนการสอนอย่างเป็นลำดับ ขั้นตอน นำไปสู่ผลที่ต้องการ โดยให้ผู้เรียนได้เรียนรู้ผ่านกิจกรรมที่เหมาะสมร่วมกับครูผู้สอน เพื่อให้ผู้เรียนได้รับประสบการณ์ เกิดการเรียนรู้และมีทักษะในการแสวงหาความรู้ด้วยตนเอง

### องค์ประกอบของกระบวนการเรียนการสอน

องค์ประกอบต่าง ๆ ของการเรียนการสอน ที่มีความเกี่ยวข้องสัมพันธ์กันอย่างต่อเนื่องเป็นกระบวนการ ซึ่งนิยมเรียกกันว่า กระบวนการเรียนการสอนและกระบวนการเรียนการสอน ประกอบด้วยองค์ประกอบที่สำคัญ ดังต่อไปนี้ (สมคิด สร้อยน้ำ, 2542, น. 29-30)

1. วัตถุประสงค์ในการเรียนการสอน ในการเรียนการสอนวิชาใดก็ตาม จำเป็นต้องมีเป้าหมายให้ชัดเจนว่า เมื่อผู้เรียนเรียนแล้วจะเกิดการรู้อะไรบ้าง
2. พฤติกรรมพื้นฐานของผู้เรียน หมายถึง ความพร้อมของผู้เรียนว่า เป็นอย่างไร ถ้าผู้เรียนมีความพร้อม การเรียนรู้ย่อมเกิดได้ง่ายกว่าผู้เรียนที่ยังไม่มีความพร้อม
3. วิธีการเรียนรู้ ในการเรียนการสอนนั้น ครูผู้สอนจำเป็นต้องจัดวิธีการเรียนรู้ โดยพิจารณาความเหมาะสมของลักษณะเนื้อหาวิชา จิตวิทยาในการเรียนการสอน ทั้งนี้เพื่อการเรียนการสอนบรรลุวัตถุประสงค์และบังเกิดผลดีที่สุด
4. การวัดผลและประเมินผล จะเป็นการตรวจสอบว่าผู้เรียนเกิดพฤติกรรมตามจุดมุ่งหมายที่วางไว้หรือไม่ ผลของการประเมินจะได้ส่งผลย้อนกลับโดยพิจารณาว่า การเรียนการสอนนั้นเป็นอย่างไร มีข้อดีข้อเสียตรงไหน จะได้ปรับปรุงแก้ไขให้เหมาะสมยิ่งขึ้น

### แนวคิดเกี่ยวกับกระบวนการเรียนการสอน

ในช่วง 3 ทศวรรษที่ผ่านมา นักการศึกษาไทยได้พยายามที่จะเสนอแนวคิดเพื่อพัฒนาการศึกษาและการเรียนการสอนของไทยตลอดมา แต่เริ่มได้รับการตอบรับจากสังคมเมื่อเกิดการเคลื่อนไหวเพื่อการปฏิรูปการศึกษากันอย่างกว้างขวางในช่วง 4 – 5 ปีหลังนี้ วิกฤตเศรษฐกิจที่เกิดขึ้นในประเทศไทยในปี พ.ศ. 2540 ได้ทำให้ประเทศตระหนักถึงความสำคัญของ

การศึกษาเพิ่มขึ้นอย่างมาก ซึ่งปรากฏว่านอกจากนักศึกษาแล้ว ยังมีนักคิดจากวงการอื่นที่หันมาให้ความสนใจการศึกษา และเสนอแนะแนวความคิดต่าง ๆ อย่างหลากหลาย อาทิแนวคิดเกี่ยวกับกระบวนการเรียนการสอน ดังจะกล่าวต่อไปนี้ (ทิตินา แชมมณี, 2555, น. 299-300)

1. กระบวนการแก้ปัญหตามหลักอริยสัจ 4 โดย สาโรช บัวศรี
2. กระบวนการกัลยาณมิตร โดย สุนน อมรวิวัฒน์
3. กระบวนการทางปัญญา โดย ประเวศ วะสี
4. กระบวนการคิด โดย ชัยอนันต์ สมุทวณิช
5. กระบวนการคิด โดย เกียรติศักดิ์ เจริญวงศ์ศักดิ์
6. กระบวนการคิดอย่างมีวิจารณญาณและมิติการคิด โดยทิตินา แชมมณี และ

คณะ

7. กระบวนการสอนค่านิยมและจริยธรรม โดย โกวิท ประวาลพุกษ์
8. กระบวนการต่าง ๆ โดยกรมวิชาการ กระทรวงศึกษาธิการ
  - 8.1 ทักษะกระบวนการ 9 ชั้น
  - 8.2 กระบวนการสร้างความคิดรวบยอด
  - 8.3 กระบวนการคิดอย่างมีวิจารณญาณ
  - 8.4 กระบวนการแก้ปัญห
  - 8.5 กระบวนการสร้างความตระหนัก
  - 8.6 กระบวนการปฏิบัติ
  - 8.7 กระบวนการคณิตศาสตร์
  - 8.8 กระบวนการเรียนภาษา
  - 8.9 กระบวนการกลุ่ม
  - 8.10 กระบวนการสร้างเจตคติ
  - 8.11 กระบวนการสร้างค่านิยม
  - 8.12 กระบวนการเรียนรู้ความเข้าใจ

ในงานวิจัยฉบับนี้ ผู้วิจัยเลือกใช้แนวคิดในการพัฒนากระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ตามแนวคิดของ ฟรายวิลลิก (Fraivillig, 2001, pp. 454-459) เนื่องจากแนวคิดนี้มีเป้าหมายเพื่อมุ่งพัฒนาการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียนซึ่งตรงกับความมุ่งหมายของการวิจัย และเพื่อให้กระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ที่พัฒนาขึ้นมีความเหมาะสม สอดคล้อง กับบริบทของนักเรียนไทย จึงนำการจัด

การเรียนการสอนตามแนวทางของ สสวท. มาวิเคราะห์ร่วมกันกับแนวคิดของพรายวิลลิก เพื่อให้กระบวนการเรียนการสอนที่พัฒนาขึ้นใช้ได้อย่างเหมาะสมกับบริบทของนักเรียนไทย

### หลักสูตรการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์

คณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน โดยสำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน ได้ดำเนินการทบทวนหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544 เพื่อพัฒนาไปสู่หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 โดยนำข้อมูลที่ได้จากการศึกษาวิจัยดังกล่าว และข้อมูลจากแผนพัฒนาเศรษฐกิจและสังคมแห่งชาติ ฉบับที่ 10 (พ.ศ. 2550 – 2554) มาใช้ในการพัฒนาหลักสูตรให้มีความเหมาะสมชัดเจนยิ่งขึ้น ทั้งเป้าหมายในการพัฒนาคุณภาพผู้เรียน และกระบวนการนำหลักสูตรไปสู่การปฏิบัติในระดับเขตพื้นที่การศึกษาและสถานศึกษา พร้อมทั้งได้จัดทำสาระการเรียนรู้แกนกลางของกลุ่มสาระการเรียนรู้ 8 กลุ่มสาระการเรียนรู้ ในแต่ละระดับชั้น เพื่อให้เขตพื้นที่การศึกษา หน่วยงานระดับท้องถิ่นและสถานศึกษา ที่จัดการศึกษาขั้นพื้นฐาน ได้นำไปใช้เป็นกรอบและทิศทางในการพัฒนาหลักสูตรและจัดการเรียนการสอน หนึ่งในนั้นคือกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ซึ่งในกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ประกอบด้วย 6 สาระหลัก และในแต่ละสาระหลักประกอบด้วย สาระ มาตรฐานการเรียนรู้ ตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้แกนกลาง เพื่อนำไปใช้เป็นกรอบและแนวทางในการพัฒนาหลักสูตรและจัดการเรียนการสอน ดังนี้ (กระทรวงศึกษาธิการ, 2551, น.1-56)

#### สาระหลัก

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์มุ่งให้เยาวชนทุกคนได้เรียนรู้คณิตศาสตร์อย่างต่อเนื่องตามศักยภาพ โดยกำหนดสาระหลักที่จำเป็นสำหรับผู้เรียนทุกคน ดังนี้

**จำนวนและการดำเนินการ** : ความคิดรวบยอดและความรู้สึกเชิงจำนวน ระบบจำนวนจริง สมบัติเกี่ยวกับจำนวนจริง การดำเนินการของจำนวน อัตราส่วน ร้อยละ การแก้ปัญหาเกี่ยวกับจำนวนและการใช้จำนวนในชีวิตจริง

**การวัด** : ความยาว ระยะทาง น้ำหนัก พื้นที่ ปริมาตรและความจุ เงินและเวลา หน่วยวัดระบบต่าง ๆ การคาดคะเนเกี่ยวกับการวัด อัตราส่วนตรีโกณมิติ การแก้ปัญหาเกี่ยวกับการวัดและการนำความรู้เกี่ยวกับการวัดไปใช้ในสถานการณ์ต่าง ๆ

**เรขาคณิต** : รูปเรขาคณิตและสมบัติของรูปเรขาคณิตหนึ่งมิติ สองมิติและสามมิติ การนิกภาพ แบบจำลองทางเรขาคณิต ทฤษฎีบททางเรขาคณิต การแปลงทางเรขาคณิต (geometric transformation) ในเรื่องการเลื่อนขนาน (translation) การสะท้อน (reflection) และการหมุน (rotation)

**พีชคณิต** : แบบรูป (pattern) ความสัมพันธ์ ฟังก์ชัน เซตและการดำเนินการของเซต การให้เหตุผล นิพจน์ สมการ ระบบสมการ อสมการ กราฟ ลำดับเลขคณิต ลำดับเรขาคณิต อนุกรมเลขคณิต และอนุกรมเรขาคณิต

**การวิเคราะห์ข้อมูลและความน่าจะเป็น** : การกำหนดประเด็น การเขียนข้อคำถาม การกำหนดวิธีการศึกษา การเก็บรวบรวมข้อมูล การจัดระบบข้อมูล การนำเสนอข้อมูล ค่ากลางและการกระจายของข้อมูล การวิเคราะห์และการแปลความข้อมูล การสำรวจความคิดเห็น ความน่าจะเป็น การใช้ความรู้เกี่ยวกับสถิติและความน่าจะเป็นในการอธิบายเหตุการณ์ต่าง ๆ และช่วยในการตัดสินใจในการดำเนินชีวิตประจำวัน

**ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์** : การแก้ปัญหาด้วยวิธีการที่หลากหลาย การให้เหตุผล การสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และการนำเสนอ การเชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ และการเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ และความคิดริเริ่มสร้างสรรค์

## สาระและมาตรฐานการเรียนรู้

### สาระที่ 1 จำนวนและการดำเนินการ

มาตรฐาน ค 1.1 เข้าใจถึงความหลากหลายของการแสดงจำนวนและการใช้จำนวนในชีวิตจริง

มาตรฐาน ค 1.2 เข้าใจถึงผลที่เกิดขึ้นจากการดำเนินการของจำนวนและความสัมพันธ์ระหว่างการดำเนินการต่าง ๆ และสามารถใช้ในการดำเนินการในการแก้ปัญหา

มาตรฐาน ค 1.3 ใช้การประมาณค่าในการคำนวณและแก้ปัญหา

มาตรฐาน ค 1.4 เข้าใจระบบจำนวนและนำเสนอสมบัติเกี่ยวกับจำนวนไปใช้

### สาระที่ 2 การวัด

มาตรฐาน ค 2.1 เข้าใจพื้นฐานเกี่ยวกับการวัด วัดและคาดคะเนขนาดของสิ่งที่ต้องการวัด

มาตรฐาน ค 2.2 แก้ปัญหาเกี่ยวกับการวัด

### สาระที่ 3 เรขาคณิต

มาตรฐาน ค 3.1 อธิบายและวิเคราะห์รูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ

มาตรฐาน ค 3.2 ใช้การนี้ภาพ (visualization) ใช้เหตุผลเกี่ยวกับปริภูมิ (spatial reasoning) และใช้แบบจำลองทางเรขาคณิต (geometric model) ในการแก้ปัญหา

#### สาระที่ 4 พืชคณิต

มาตรฐาน ค 4.1 เข้าใจและวิเคราะห์แบบรูป (pattern) ความสัมพันธ์ และฟังก์ชัน

มาตรฐาน ค 4.2 ใช้นิพจน์ สมการ อสมการ กราฟ และตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ (mathematical model) อื่น ๆ แทนสถานการณ์ต่าง ๆ ตลอดจนแปลความหมายและนำไปใช้แก้ปัญหา

#### สาระที่ 5 การวิเคราะห์ข้อมูลและความน่าจะเป็น

มาตรฐาน ค 5.1 เข้าใจและใช้วิธีการทางสถิติในการวิเคราะห์ข้อมูล

มาตรฐาน ค 5.2 ใช้วิธีการทางสถิติและความรู้เกี่ยวกับความน่าจะเป็นในการคาดการณ์ได้อย่างสมเหตุสมผล

มาตรฐาน ค 5.3 ใช้ความรู้เกี่ยวกับสถิติและความน่าจะเป็นช่วยในการตัดสินใจและแก้ปัญหา

#### สาระที่ 6 ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์

มาตรฐาน ค 6.1 มีความสามารถในการแก้ปัญหา การให้เหตุผล การสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และการนำเสนอ การเชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ และมีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์

#### ตัวชี้วัดชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

ในงานวิจัยนี้มุ่งศึกษากับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ดังนั้นในที่นี้จึงกล่าวถึงเฉพาะตัวชี้วัดที่ใช้ในการจัดการเรียนการสอนในระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ในรายวิชาคณิตศาสตร์ พื้นฐานและผลการเรียนรู้ที่ใช้ในการจัดการเรียนการสอนในระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ในรายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม ดังต่อไปนี้

#### ตัวชี้วัดที่ใช้ในการจัดการเรียนการสอนในรายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน

##### สาระที่ การวัด 2

มาตรฐาน ค 2.1 เข้าใจพื้นฐานเกี่ยวกับการวัด วัดและคาดคะเนขนาดของสิ่งที่ต้องการวัด

ค 2.1 ม.3/1 หาพื้นที่ผิวของปริซึมและทรงกระบอก

ค 2.1 ม.3/2 หาปริมาตรของปริซึม ทรงกระบอก พีระมิด กรวย และ

ทรงกลม



ค 2.1 ม.3/3 เปรียบเทียบหน่วยความจุ หรือหน่วยปริมาตรในระบบเดียวกันและต่างระบบ และเลือกใช้หน่วยการวัดได้อย่างเหมาะสม

ค 2.1 ม.3/4 ใช้การคาดคะเนเกี่ยวกับการวัดในสถานการณ์ต่าง ๆ ได้อย่างเหมาะสม

มาตรฐาน ค 2.2 แก้ปัญหาเกี่ยวกับการวัด

ค 2.2 ม.3/1 ใช้ความรู้เกี่ยวกับพื้นที่ พื้นที่ผิว และปริมาตรในการแก้ปัญหาในสถานการณ์ต่าง ๆ

### สาระที่ เรขาคณิต 3

มาตรฐาน ค 3.1 อธิบายและวิเคราะห์รูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ

ค 3.1 ม.3/1 อธิบายลักษณะและสมบัติของปริซึม พีระมิด ทรงกระบอก กรวยและทรงกลม

มาตรฐาน ค 3.2 ใช้การนึกภาพ (visualization) ใช้เหตุผลเกี่ยวกับปริภูมิ (spatial reasoning) และใช้แบบจำลองทางเรขาคณิต (geometric model) ในการแก้ปัญหา

ค 3.2 ม.3/1 ใช้สมบัติของรูปสามเหลี่ยมคล้ายในการให้เหตุผลและการแก้ปัญหา

### สาระที่ พีชคณิต 4

มาตรฐาน ค 4.2 ใช้นิพจน์ สมการ อสมการ กราฟ และตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ (mathematical model) อื่น ๆ แทนสถานการณ์ต่าง ๆ ตลอดจนแปลความหมายและนำไปใช้แก้ปัญหา

ค 4.2 ม.3/1 ใช้ความรู้เกี่ยวกับอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวในการแก้ปัญหาพร้อมทั้งตระหนักถึงความสมเหตุสมผลของคำตอบ

ค 4.2 ม.3/2 เขียนกราฟแสดงความเกี่ยวข้องระหว่างปริมาณสองชุดที่มีความสัมพันธ์เชิงเส้น

ค 4.2 ม.3/3 เขียนกราฟของสมการเชิงเส้นสองตัวแปร

ค 4.2 ม.3/4 อ่านและแปลความหมายกราฟของระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรและกราฟอื่น ๆ

ค 4.2 ม.3/5 แก่ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรและนำไปใช้แก้ปัญหาพร้อมทั้งตระหนักถึงความสมเหตุสมผลของคำตอบ

### สาระที่ การวิเคราะห์ข้อมูลและความน่าจะเป็น 5

มาตรฐาน ค 5. 1 เข้าใจและใช้วิธีการทางสถิติในการวิเคราะห์ข้อมูล

ค 5.1 ม.3/1 กำหนดประเด็นและเขียนข้อความเกี่ยวกับปัญหาหรือสถานการณ์ต่าง ๆ รวมทั้งกำหนดวิธีการศึกษาและการเก็บรวบรวมข้อมูลที่เหมาะสม

ค 5.ม 1.3/2 หาค่าเฉลี่ยเลขคณิต มัธยฐานและฐานนิยม ของข้อมูลที่ไม่ได้แจกแจงความถี่และเลือกใช้ได้อย่างเหมาะสม

ค 5.1 ม.3/3 นำเสนอข้อมูลในรูปแบบที่เหมาะสม

ค 5.1 ม.3/4 อ่าน แปลความหมาย และวิเคราะห์ข้อมูลที่ได้จากการนำเสนอ

มาตรฐาน ค 5.2 ใช้วิธีการทางสถิติและความรู้เกี่ยวกับความน่าจะเป็นในการคาดการณ์ได้อย่างสมเหตุสมผล

ค 5.2 ม.3/1 หาคความน่าจะเป็นของเหตุการณ์จากการทดลองสุ่มที่ผลแต่ละตัวมีโอกาสเกิดขึ้นเท่า ๆ กัน และใช้ความรู้เกี่ยวกับความน่าจะเป็นในการคาดการณ์ได้อย่างสมเหตุสมผล

มาตรฐาน ค 5.3 ใช้ความรู้เกี่ยวกับสถิติและความน่าจะเป็นในการตัดสินใจและแก้ปัญหา

ค 5.3 ม.3/1 ใช้ความรู้เกี่ยวกับสถิติและความน่าจะเป็นประกอบการตัดสินใจในสถานการณ์ต่าง ๆ

ค 5.3 ม.3/2 อภิปรายถึงความคลาดเคลื่อนที่อาจเกิดขึ้นได้จากการนำเสนอข้อมูลทางสถิติ

### สาระที่ 6 ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์

มาตรฐาน ค 6.1 มีความสามารถในการแก้ปัญหา การให้เหตุผล การสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และการนำเสนอ การเชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ คณิตศาสตร์ และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ และมีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์

ค 6.1 ม.3/1 ใช้วิธีการที่หลากหลายแก้ปัญหา

ค 6.1 ม.3/2 ใช้ความรู้ ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์และเทคโนโลยีในการแก้สถานการณ์วิธีการต่าง ๆ ได้อย่างเหมาะสม

ค 6.1 ม.3/3 ให้เหตุผลประกอบการตัดสินใจและสรุปผลได้อย่างเหมาะสม

ค 6.1 ม.3/4 ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการสื่อสารสื่อความหมายและการนำเสนอได้อย่างถูกต้องและชัดเจน

ค 6.1 ม.3/5 เชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ในคณิตศาสตร์และนำความรู้ หลักการและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ไปเชื่อมโยงกับศาสตร์อื่น ๆ

ค 6.1 ม.3/6 มีความคิดริเริ่ม สร้างสรรค์

### ผลการเรียนรู้ที่ใช้ในการจัดการเรียนการสอนในรายวิชาคณิตศาสตร์

เพิ่มเติม

#### ผลการเรียนรู้

1. เขียนกราฟพาราโบลา
2. อ่านและแปลความหมายของกราฟพาราโบลา
3. เขียนกราฟแสดงความเกี่ยวข้องของระหว่งปริมาณสองชุดที่อยู่ในรูปสมการกำลังสอง
4. อ่านและแปลความหมายกราฟของระบบสมการกำลังสอง
5. แก่ระบบสมการกำลังสอง และการนำไปใช้แก้ปัญหา
6. หาอัตราส่วนตรีโกณมิติตามเงื่อนไขที่กำหนด
7. บอกอัตราส่วนตรีโกณมิติของมุม  $30^\circ$ ,  $45^\circ$  และ  $60^\circ$
8. อ่านค่าอัตราส่วนตรีโกณมิติของมุมต่าง ๆ จากตาราง
9. นำอัตราส่วนตรีโกณมิติไปใช้แก้ปัญหา
10. การบวก ลบ คูณ และหารพหุนาม
11. การแยกตัวประกอบโดยการหารสังเคราะห์

ในการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่ทำให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้อย่างมีคุณภาพนั้น จะต้องให้มีความสมดุลระหว่างสาระด้านความรู้ ทักษะและกระบวนการ ควบคู่ไปกับ คุณธรรม จริยธรรม และค่านิยมที่พึงประสงค์ ได้แก่ การทำงานอย่างมีระบบ มีระเบียบ มีความรอบคอบ มีความรับผิดชอบ มีวิจรรณญาณ มีความเชื่อมั่นในตนเอง พร้อมทั้งตระหนักในคุณค่าและมีเจตคติที่ดีต่อคณิตศาสตร์

#### คุณภาพผู้เรียนเมื่อจบชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

ในงานวิจัยนี้มุ่งศึกษากับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ซึ่งเป็นระดับขั้นสุดท้ายของช่วงชั้นที่ 2 และเป็นระดับขั้นสุดท้ายของการศึกษาภาคบังคับ ซึ่งมีการกำหนดคุณภาพผู้เรียนเมื่อจบชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ไว้ในหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 ดังต่อไปนี้

1. มีความคิดรวบยอดเกี่ยวกับจำนวนจริง มีความเข้าใจเกี่ยวกับอัตราส่วน สัดส่วน ร้อยละ เลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนเต็ม รากที่สองและรากที่สามของจำนวนจริง

สามารถดำเนินการเกี่ยวกับจำนวนเต็ม เศษส่วน ทศนิยม เลขยกกำลัง รากที่สองและรากที่สาม ของจำนวนจริง ใช้การประมาณค่าในการดำเนินการและแก้ปัญหา และนำความรู้เกี่ยวกับจำนวน ไปใช้ในชีวิตจริงได้

2. มีความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับพื้นที่ผิวของปริซึม ทรงกระบอก และ ปริมาตรของ ปริซึม ทรงกระบอก พีระมิด กรวย และทรงกลม เลือกใช้หน่วยการวัดในระบบต่าง ๆ เกี่ยวกับความยาว พื้นที่ และปริมาตรได้อย่างเหมาะสม พร้อมทั้งสามารถนำความรู้เกี่ยวกับการวัดไปใช้ในชีวิตจริงได้

3. สามารถสร้างและอธิบายขั้นตอนการสร้างรูปเรขาคณิตสองมิติโดยใช้ วงเวียนและสันตรง อธิบายลักษณะและสมบัติของรูปเรขาคณิตสามมิติซึ่งได้แก่ ปริซึม พีระมิด ทรงกระบอก กรวยและทรงกลมได้

4. มีความเข้าใจเกี่ยวกับสมบัติของความเท่ากันทุกประการและความคล้าย ของรูปสามเหลี่ยม เส้นขนาน ทฤษฎีบทพีทาโกรัสและบทกลับ และสามารถนำสมบัติเหล่านั้น ไปใช้ในการให้เหตุผลและแก้ปัญหาได้ มีความเข้าใจเกี่ยวกับการแปลงทางเรขาคณิต (geometric transformation) ในเรื่องการเลื่อนขนาน (translation) การสะท้อน (reflection) และการหมุน (rotation) และนำไปใช้ได้

5. สามารถนิยามและอธิบายลักษณะของรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ

6. สามารถวิเคราะห์และอธิบายความสัมพันธ์ของแบบรูป สถานการณ์หรือ ปัญหา และสามารถใช้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว และกราฟในการแก้ปัญหาได้

7. สามารถกำหนดประเด็น เขียนข้อความคำถามเกี่ยวกับปัญหาหรือสถานการณ์ กำหนดวิธีการศึกษา เก็บรวบรวมข้อมูลและนำเสนอข้อมูลโดยใช้แผนภูมิรูปวงกลมหรือรูปแบบอื่น ที่เหมาะสมได้

8. เข้าใจค่ากลางของข้อมูลในเรื่องค่าเฉลี่ยเลขคณิต มัธยฐาน และฐานนิยมของข้อมูลที่ยังไม่ได้แจกแจงความถี่ และเลือกใช้ได้อย่างเหมาะสม รวมทั้งใช้ความรู้ ในการพิจารณาข้อมูลข่าวสารทางสถิติ

9. เข้าใจเกี่ยวกับการทดลองสุ่ม เหตุการณ์ และความน่าจะเป็นของ เหตุการณ์ สามารถใช้ความรู้เกี่ยวกับความน่าจะเป็นในการคาดการณ์และประกอบการตัดสินใจ ในสถานการณ์ต่าง ๆ ได้

10. ใช้วิธีการที่หลากหลายแก้ปัญหา ใช้ความรู้ ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์และเทคโนโลยีในการแก้ปัญหาในสถานการณ์ต่าง ๆ ได้อย่างเหมาะสม ให้เหตุผลประกอบการตัดสินใจ และสรุปผลได้อย่างเหมาะสม ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการสื่อสาร การสื่อความหมายและการนำเสนอ ได้อย่างถูกต้องและชัดเจน เชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ในคณิตศาสตร์ และนำความรู้ หลักการ กระบวนการทางคณิตศาสตร์ไปเชื่อมโยงกับศาสตร์อื่น ๆ และมีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์

### การจัดการเรียนการสอนตามแนวทางของ สสวท.

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.) ได้รับมอบหมายจากกระทรวงศึกษาธิการให้พัฒนาหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 ของกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ กลุ่มสาระการเรียนรู้วิทยาศาสตร์ รวมทั้งสาระการออกแบบและเทคโนโลยี และสาระเทคโนโลยีสารสนเทศในกลุ่มสาระการเรียนรู้การงานอาชีพและเทคโนโลยี ตลอดจนจัดทำสื่อการเรียนรู้ตามหลักสูตรดังกล่าว

นอกจากนี้สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยียังจัดทำคู่มือครูสำหรับใช้ประกอบการสอนควบคู่กับหนังสือเรียนสาระการเรียนรู้พื้นฐานและสาระการเรียนรู้เพิ่มเติมคณิตศาสตร์ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 เพื่อให้ครูผู้สอนใช้เป็นแนวทางในการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ให้ผู้เรียนบรรลุตามมาตรฐานการเรียนรู้ที่กำหนดไว้ ซึ่งในแต่ละบทจะประกอบด้วย ตัวชี้วัดที่กำหนดให้สอดคล้องกับมาตรฐานการเรียนรู้ เอกสารแนะนำการจัดกิจกรรม ข้อเสนอแนะในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน เฉลยแบบฝึกหัดและกิจกรรม กิจกรรมเสนอแนะและแบบฝึกหัดเพิ่มเติม เพื่อให้เป็นประโยชน์ในการเตรียมการสอน และเพื่อให้การสอนบรรลุตามตัวชี้วัดที่กำหนดไว้ ในส่วนของแบบฝึกหัดนั้นมีการเสนอแนะแนวคิดหลายแนวสำหรับข้อที่สามารถหาคำตอบได้หลายวิธี นอกจากนี้ในหัวข้อเรื่องที่เป็นปัญหาได้เสนอความรู้เพิ่มเติมสำหรับครูไว้ด้วย ซึ่งในคู่มือครูสำหรับใช้ประกอบการสอนสาระการเรียนรู้พื้นฐานและสาระการเรียนรู้เพิ่มเติมคณิตศาสตร์ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ได้ให้คำชี้แจงการใช้คู่มือครูไว้ ดังนี้

### คำชี้แจงการใช้คู่มือครู

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.) ได้พิจารณาเห็นว่า เพื่อให้จัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ได้อย่างมีประสิทธิภาพและบรรลุมาตรฐานการเรียนรู้

ที่กำหนดไว้ในหลักสูตรครบถ้วนทั้งสามด้าน ได้แก่ ด้านความรู้ ด้านทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ และด้านคุณธรรม จริยธรรมและค่านิยม จึงได้จัดทำคู่มือครู ซึ่งเสนอแนะแนวการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนไว้โดยละเอียด เพื่อให้ควบคู่กับหนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์ ดังนั้นครูควรศึกษาคู่มือครูให้เข้าใจถ่องแท้ ควรทดลองปฏิบัติกิจกรรมเพื่อให้เกิดความพร้อมในการสอนก่อนเข้าสอนทุกบทเรียน และดำเนินกิจกรรมตามที่เสนอแนะไว้ ครูอาจปรับเปลี่ยนกิจกรรมและวิธีจัดกิจกรรมการเรียนการสอนได้ตามความเหมาะสมโดยคำนึงถึงศักยภาพของนักเรียนเป็นสำคัญ

คู่มือครูของแต่ละบทประกอบด้วยหัวข้อต่อไปนี้

1. ชื่อบท ระบุจำนวนชั่วโมงที่ใช้ในการเรียนการสอนของแต่ละบทไว้ โดยประมาณครูอาจยืดหยุ่นได้ตามที่เห็นสมควร

2. สาระและมาตรฐานการเรียนรู้ ในแต่ละบทเรียนจะบรรจุสาระและมาตรฐานการเรียนรู้ตามที่ปรากฏอยู่ในหนังสือ ตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้แกนกลางกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 เพื่อความสะดวกของครูในการตรวจสอบความสอดคล้องและครอบคลุมของหลักสูตรสถานศึกษา

3. ตัวชี้วัด ในแต่ละบทเรียนจะระบุตัวชี้วัดของแต่ละมาตรฐานการเรียนรู้ ครูต้องคำนึงถึงเสมอว่า จะต้องจัดกิจกรรมการเรียนรู้ให้นักเรียนได้เรียนรู้ตามที่ตัวชี้วัดกำหนดเพื่อการวัดและประเมินผลหลังจบการเรียนการสอน

4. แนวทางในการจัดการเรียนรู้ ในแต่ละหัวข้อเรื่องของบทเรียน ประกอบด้วยหัวข้อดังต่อไปนี้

4.1 จุดประสงค์ จุดประสงค์ของการสอนในแต่ละหัวข้อนี้จัดเป็นตัวชี้วัดของแต่ละหัวข้อ ระบุไว้เพื่อให้ครูคำนึงถึงเสมอว่า จะต้องจัดกิจกรรมการเรียนรู้ให้นักเรียนมีความรู้ และมีความสามารถตรงตามจุดประสงค์ที่วางไว้ ซึ่งจะต้องเกิดขึ้นระหว่างเรียนหรือดำเนินกิจกรรม ครูต้องประเมินผลให้ตรงตามจุดประสงค์และใช้วิธีการประเมินผลที่หลากหลาย เพื่อให้มีผลบรรลุมาตรฐานการเรียนรู้และตัวชี้วัด การประเมินผลที่หลากหลายอาจเป็นการสังเกต การตอบคำถาม การทำแบบฝึกหัด การทำใบกิจกรรม หรือการทดสอบย่อย จุดประสงค์ใดที่ครูเห็นว่านักเรียนส่วนใหญ่ยังไม่ผ่าน ในช่วงต่อไปครูควรนำบทเรียนนั้นมาสอนซ่อมเสริมใหม่

4.2 ข้อเสนอแนะในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน เป็นส่วนสำคัญของคู่มือครู ครูควรศึกษาและทำความเข้าใจควบคู่กับหนังสือเรียน เพื่อเตรียมจัดกิจกรรมการเรียนการสอนให้สอดคล้องกับจุดประสงค์และเหมาะสมกับความสามารถของนักเรียน



5. เฉลยแบบฝึกหัดและกิจกรรม แบบฝึกหัดและคำถามในกิจกรรมที่มีลักษณะเป็นปัญหาชวนคิดในหนังสือเรียนทุกข้อมีคำตอบให้ บางข้อมีเฉลยแนวคิดเพิ่มเติมไว้ให้เพื่อเป็นแนวทางในการหาคำตอบ บางข้อมีหลายคำตอบแต่ให้ไว้เป็นตัวอย่างเพียงหนึ่งคำตอบ ทั้งนี้เพราะแบบฝึกหัดที่ให้นักเรียนทำได้สอดคล้องกับปัญหาที่เปิดโอกาสให้นักเรียนคิดอย่างหลากหลาย การให้เหตุผลหรือคำอธิบายของนักเรียนอาจแตกต่างจากที่เฉลยไว้ ในการตรวจแบบฝึกหัดครูควรพิจารณาอย่างรอบคอบ ยอมรับคำตอบที่เห็นว่ามีเหตุผลถูกต้องและเป็นไปได้ที่แตกต่างไปจากที่เฉลยไว้ให้

6. กิจกรรมเสนอแนะ มีหลายลักษณะอาจเป็นกิจกรรมเพื่อนำเข้าสู่เนื้อหา สาระ เสริมเนื้อหาสาระ กิจกรรมพัฒนาทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์เพื่อให้ครูเลือกใช้ ในแต่ละกิจกรรมครูอาจปรับเปลี่ยนให้เหมาะสมกับเวลาและความสามารถของนักเรียนก่อนดำเนินกิจกรรม ครูควรสนทนากับนักเรียนด้วยบรรยากาศที่เป็นกันเอง เพื่อให้เกิดความเข้าใจและมองเห็นแง่มุมต่าง ๆ ของกิจกรรมที่จะทำ ไม่ควรด่วนอธิบายหรือชี้แนะแนวคิด ขณะทำกิจกรรมครูต้องส่งเสริมให้นักเรียนได้มีโอกาสแสดงความคิดเห็นที่หลากหลาย ตลอดจนฝึกฝนให้นักเรียนรู้จักวิเคราะห์ ตัดสินใจและหาข้อสรุป

7. แบบฝึกหัดเพิ่มเติม ในบางบทเรียนได้เตรียมแบบฝึกหัดเพิ่มเติมไว้ให้ครูเลือกหรือปรับใช้

### ตอนที่ 3 การวิจัยอิงการออกแบบ

การวิจัยอิงการออกแบบ (Design Based Research) เป็นผลมาจากการพัฒนาการวิจัยออกแบบ (Design Research) ในช่วงปลายศตวรรษที่ 19 นักวิจัยออกแบบนำแนวคิดการออกแบบมาใช้ในกระบวนการวิจัยและมีผลทำให้การวิจัยออกแบบแตกต่างจากการวิจัยทั่วไป เพราะจุดมุ่งหมายของการวิจัยทั่วไปคือการสร้างองค์ความรู้ใหม่และขยายขอบเขตความรู้ โดยไม่สนใจจุดมุ่งหมายของการนำผลการวิจัยไปใช้ ซึ่งนักวิชาการเห็นจุดอ่อนของการวิจัยทั่วไปที่มีการลงทุนจำนวนมาก เพื่อการวิจัยแต่ผลการวิจัยไม่ประกันว่าจะประโยชน์ในการปฏิบัติจริง เป็นผลให้งานวิจัยจำนวนมากไม่มีการนำไปใช้ประโยชน์ การนำการออกแบบเข้ามาใช้ในกระบวนการวิจัยช่วยเพิ่มความเข้มแข็งให้กับกระบวนการวิจัย เพราะการวิจัยอิงการออกแบบช่วยให้นักวิจัยสร้างรูปแบบการพัฒนาที่ต้องการด้วยกระบวนการออกแบบที่ครอบคลุมทุกรูปแบบ และใช้การทดสอบคุณภาพของรูปแบบโดยผ่านกระบวนการสังเกตและการให้เหตุผลในการปฏิบัติจริง ด้วยเหตุนี้การวิจัยออกแบบจึงช่วยให้นักวิจัย มีความรู้ความเข้าใจอย่างรอบด้านเกี่ยวกับสภาพปัญหาที่เกิดขึ้นในการปฏิบัติ และสามารถพัฒนารูปแบบที่ต้องการใช้ในการแก้ปัญหาได้อย่างเหมาะสม

กับสภาพที่เป็นจริง (Brown & Collins, 1992, as cited in Wang & Hannafin, 2005, pp. 5-6) เมื่อพิจารณาลักษณะการวิจัยอิงการออกแบบจะเห็นได้ว่า การวิจัยอิงการออกแบบเป็นทางออกที่นักวิชาการเห็นว่า สามารถเชื่อมโยงการวิจัยกับการใช้ผลการวิจัยในการปฏิบัติจริงได้อย่างมีประสิทธิภาพ

### ความหมายและลักษณะของการวิจัยอิงการออกแบบ

นักวิจัยคนแรกที่ใช้คำว่า การวิจัยอิงการออกแบบ (Design Based Research : DBR) โดยให้นิยามว่า เป็นการวิจัยออกแบบและการวิจัยพัฒนา คือ คอลลินส์ (Collins) ซึ่งใช้คำว่า DBR เป็นครั้งแรกในรายงานปี ค.ศ.1992 โดยในปัจจุบันนักวิจัยการศึกษาได้ให้ความสนใจและนำ DBR ไปใช้อย่างกว้างขวาง ผลงานวิจัย DBR ของ แอนเดอร์สัน และ ชัททัก (Anderson & Shattuck, 2012 อ้างถึงใน กนิษฐศรีเคลือบ, 2557, น. 32) ยืนยันข้อสรุปดังกล่าว ด้วยผลการสังเคราะห์งานวิจัยที่แสดงว่า ในปี 2000 – 2010 มีงานวิจัยการศึกษาที่ใช้วิธีวิทยาการวิจัย DBR เพิ่มจำนวนจาก 0 เรื่อง เป็นประมาณ 400 เรื่อง ความนิยมดังกล่าวเกิดขึ้นเนื่องจากการวิจัยอิงการออกแบบช่วยลดข้อจำกัดต่าง ๆ ของการวิจัย โดยนักวิจัยร่วมมือกับผู้ร่วมวิจัย บริหารจัดการกระบวนการวิจัย การออกแบบและนำสิ่งที่สร้างและพัฒนาไปทดลองใช้อย่างเป็นระบบ เพื่อหาแนวทางการพัฒนาและปรับปรุงการออกแบบสิ่งที่พัฒนาขึ้นให้เกิดประโยชน์ในเชิงทฤษฎี และนำไปปฏิบัติอย่างสูงสุด (Wang & Hannafin, 2005, pp. 5-6)

การวิจัยอิงการออกแบบใช้การออกแบบและวิธีวิทยาการวิจัยที่หลากหลาย นักวิจัยทำหน้าที่เป็นนักออกแบบและนักวิจัยไปพร้อมกัน การวิจัยประเภทนี้ไม่ได้พัฒนาขึ้นเพื่อใช้แทนวิธีวิทยาการวิจัยประเภทอื่น แต่พัฒนาขึ้นเพื่อเป็นทางเลือกที่หลากหลายในการพัฒนาด้วยกระบวนการวิจัยบนพื้นฐานของทฤษฎีร่วมกับการปฏิบัติ (Wang & Hannafin, 2005, p. 6) เมื่อนำการวิจัยและการออกแบบมารวมกันทำให้เกิดการขยายตัวของทฤษฎีและการปฏิบัติ โดย เคมมิส และ แม็คแทกเกิร์ต (Kemmis & McTaggart, 2000, as cited in Wang & Hannafin, 2005, p. 6) ได้ยกตัวอย่างเพื่อแสดงถึงผลที่เกิดขึ้นจากการวิจัยอิงการออกแบบที่ลุ่มลึกกว่า การวิจัยเชิงปฏิบัติการแบบมีส่วนร่วมว่า การวิจัยเชิงปฏิบัติการแบบมีส่วนร่วมจะมีลักษณะที่ใช้ความร่วมมือกันระหว่างนักวิจัยและผู้ร่วมวิจัยหรือผู้เกี่ยวข้องในพื้นที่ โดยที่นักวิจัยจะเป็นผู้อำนวยการความระมัดระวังในการจัดหาหรือสร้างการแทรกแซงหรือตัวแปรจัดกระทำ และนำไปให้ผู้ร่วมวิจัยทดลองใช้เพื่อทำให้เกิดการพัฒนา แต่ถ้าเป็นการวิจัยอิงการออกแบบผู้ร่วมวิจัยและนักวิจัยจะร่วมกันออกแบบและปรับปรุงการแทรกแซงให้เกิดความเหมาะสมและใช้แล้วเกิดประสิทธิภาพ

สูงสุด ทั้งนี้กระบวนการวิจัยต้องดำเนินการเป็นวงจรต่อเนื่องซึ่งทำให้ได้การแทรกแซงที่เหมาะสมกับผู้เรียน ผู้ใช้และเกิดการพัฒนาสูงสุด

แวง และ แฮนนอฟิน (Wang & Hannafin, 2005, pp. 5-6) ได้นิยามการวิจัยอิงการออกแบบว่า หมายถึง วิธีวิทยาการวิจัยที่เป็นระบบแต่มีความยืดหยุ่น โดยมีเป้าหมายในการพัฒนาสิ่งต่าง ๆ รวมทั้งการจัดการศึกษาผ่านกระบวนการวนซ้ำในการออกแบบ การวิเคราะห์ การพัฒนาและการนำไปปฏิบัติ โดยอาศัยความร่วมมือระหว่างนักวิจัยและนักปฏิบัติในพื้นที่จริง เพื่อให้เกิดหลักในการออกแบบ และใช้ทฤษฎีที่เหมาะสมกับบริบท ลักษณะสำคัญของการวิจัยอิงการออกแบบมีดังนี้

ตาราง 1 ลักษณะสำคัญของการวิจัยอิงการออกแบบ

ลักษณะสำคัญ	รายละเอียด
เน้นการปฏิบัติ	<ul style="list-style-type: none"> <li>- เป็นการปรับทั้งทฤษฎีและการปฏิบัติให้เกิดความเหมาะสม</li> <li>- คุณค่าของทฤษฎีถูกประเมินโดยการนำหลักการไปใช้และพัฒนาการปฏิบัติ</li> </ul>
ฐานราก	<ul style="list-style-type: none"> <li>- การออกแบบวิธีการในการขับเคลื่อนกระบวนการวิจัย อยู่บนฐานของความสัมพันธ์ระหว่างการวิจัย ทฤษฎี และการปฏิบัติ</li> <li>- การออกแบบเป็นการดำเนินการในสถานการณ์ที่เป็นบริบทจริงและกระบวนการออกแบบเป็นการฝังตัวอยู่ในบริบทนั้น และศึกษาผ่านการวิจัยอิงการออกแบบ</li> </ul>
การทำงานร่วมกัน	<ul style="list-style-type: none"> <li>- นักออกแบบ (นักวิจัย) มีส่วนร่วมในกระบวนการออกแบบและทำงานร่วมกับผู้ร่วมวิจัยหรือผู้เกี่ยวข้อง</li> </ul>
การวนซ้ำ และมีความยืดหยุ่น	<ul style="list-style-type: none"> <li>- กระบวนการ คือ การวนซ้ำของการวิเคราะห์ การออกแบบ การนำไปใช้ และการออกแบบใหม่ เพื่อให้เกิดความเหมาะสมในการนำทฤษฎีไปปฏิบัติ</li> <li>- แผนการทำงานเริ่มต้นอาจยังมีข้อมูลไม่เพียงพอ ดังนั้นนักออกแบบ (นักวิจัย) สามารถปรับเปลี่ยนได้เมื่อมีความจำเป็น เพื่อให้ได้ผลการวิจัยที่มีความแกร่ง</li> </ul>

ตาราง 1 (ต่อ)

ลักษณะสำคัญ	รายละเอียด
บูรณาการ	<ul style="list-style-type: none"> <li>- วิธีการวิจัยแบบผสมผสานถูกนำมาใช้เพื่อเพิ่มความน่าเชื่อถือของการวิจัยที่มีความต่อเนื่อง</li> <li>- วิธีการจะแตกต่างกันไปในแต่ละช่วงเวลาเนื่องจากความต้องการและประเด็นใหม่ ๆ ที่เกิดขึ้นและมุ่งเน้นการวิจัยวิวัฒนาการ</li> <li>- นักออกแบบ (นักวิจัย) จะมีการวิเคราะห์ผลที่ผ่านมารวมทั้งประเมินความก้าวหน้า เพื่อระบุปัญหาหรือช่องว่างในการพัฒนาที่ยังมีอยู่</li> </ul>
สาระสำคัญ	<ul style="list-style-type: none"> <li>- กระบวนการวิจัย ผลการวิจัย และการปรับเปลี่ยนการออกแบบที่เกิดขึ้นจะถูกบันทึกไว้ทุกครั้ง</li> <li>- ผลการวิจัยจะเชื่อมโยงกับกระบวนการออกแบบและบริบท</li> <li>- เนื้อหาและความลึกของหลักการออกแบบจะมีความแตกต่างกัน</li> <li>- การให้คำแนะนำในการนำหลักการออกแบบไปใช้จะต้องคำนึงถึงบริบทด้วย</li> </ul>

ลักษณะข้างต้นแสดงให้เห็นว่า การวิจัยอิงการออกแบบเชื่อมโยงการวิจัยตามหลักทฤษฎีกับการนำผลการวิจัยไปปฏิบัติ กล่าวได้ว่า การวิจัยอิงการออกแบบเป็นกลยุทธ์ที่นักวิจัยใช้ให้เกิดการพัฒนาและปรับเปลี่ยนทฤษฎีให้เหมาะสมกับการปฏิบัติใช้จริง มิใช่เพียงแค่ทดสอบทฤษฎีที่มีอยู่แล้ว ผลการวิจัยอิงการออกแบบจึงเป็นการพัฒนาทฤษฎีและการออกแบบกระบวนการเรียนการสอนให้สามารถนำไปปฏิบัติได้อย่างเหมาะสม อันจะช่วยสร้างเสริมและขยายฐานความรู้ด้านการพัฒนานวัตกรรมที่ช่วยเสริมสร้างบรรยากาศทางการเรียนรู้ได้อีกด้วย (Design Based Research Collective, 2003, pp. 5-8)

คุณค่าของการวิจัยอิงการออกแบบและการวิจัยเพื่อออกแบบการเรียนรู้มีวิธีการและผลการวิจัยแตกต่างกัน การวิจัยเพื่อออกแบบการเรียนรู้ในอดีตแม้ว่าจะเชื่อมโยงการออกแบบกับการวิจัย แต่กิจกรรมการวิจัยและการออกแบบที่แยกส่วนออกจากกัน เพราะมุ่งเน้นการทดสอบทฤษฎีและสร้างนวัตกรรมตามทฤษฎี ผลลัพธ์จะได้เพียงนวัตกรรมการศึกษาที่มีขอบเขตแคบ มีลักษณะตามกรอบแนวคิดทฤษฎี ในขณะที่การวิจัยอิงการออกแบบเชื่อมโยงการออกแบบตามทฤษฎีกับการนำผลการวิจัยไปใช้ปฏิบัติ ทั้งนี้การออกแบบที่ใช้เป็นการออกแบบตามแนววิศวกรรม

คือ การสร้างรูปแบบใหม่ที่เป็นไปได้ตามทฤษฎีครบสมบูรณ์ตามบริบทและมีการตรวจสอบเพื่อนำรูปแบบที่ดีที่สุดไปใช้ที่เหมาะสมในการปฏิบัติ การวิจัยเพื่อการออกแบบการเรียนการสอน ถ้าพบว่าทฤษฎีไม่เหมาะสม และมีการออกแบบหลากหลายตามบริบทที่แตกต่างกันจะมีการปรับปรุงทฤษฎีด้วย ดังนั้นผลลัพธ์ที่ได้รับจะประกอบด้วยนวัตกรรมการศึกษา รวมทั้งทฤษฎีใหม่ที่สามารถนำไปใช้ได้ในชีวิตการทำงานจริง (Horvath, 2007; สุวิมล ว่องวาณิช, 2556 อ้างถึงใน กนิษฐ ศรีเคลือบ, 2557, น.36)

คุณค่าของการวิจัยอิงการออกแบบเมื่อพิจารณาด้านผลการวิจัยตามข้อเสนอของเอเดลสัน (Edelson, 2002 อ้างถึงใน กนิษฐ ศรีเคลือบ, 2557, น. 36) สรุปได้ว่า มีความสมบูรณ์มากกว่าการวิจัยออกแบบและการวิจัยพัฒนา เพราะมีผลการวิจัยรวม 3 ประเภท ดังนี้ ผลลัพธ์ประการแรกคือ ทฤษฎีโดเมน (Domain theories) จะเป็นการบรรยายสภาพของปัญหาภายใต้สถานการณ์ที่ศึกษา เช่น นักเรียนมีวิธีการเรียนรู้อย่างไร ครูจัดการเรียนรู้ด้วยวิธีใด หรือบรรยายภาคที่ส่งเสริมการเรียนรู้มีลักษณะใด เป็นต้น ผลของการวิจัยอิงการออกแบบจะช่วยในการปรับปรุงทฤษฎีเชิงชี้แนวทาง (Prescriptive theory) ให้สามารถปฏิบัติได้ดีขึ้น โดยเฉพาะการปรับปรุงทฤษฎีการออกแบบการเรียนรู้ ผลลัพธ์ประการที่สองคือ กรอบการออกแบบ (Design framework) ซึ่งเป็นแนวทางที่เป็นระบบและเป็นวิธีการแก้ไขปัญหาให้ประสบความสำเร็จในบริบทเฉพาะ ผลลัพธ์นี้ได้มาจากการวิเคราะห์สภาพปัญหาของบริบท และทฤษฎีที่จะนำมาใช้ในการแก้ปัญหาในกระบวนการออกแบบ (Design procedure) ของนักออกแบบ และผลลัพธ์ประการสุดท้ายคือ วิธีวิทยาออกแบบ (Design methodology) หลักการออกแบบกระบวนการจะเป็นสิ่งที่บ่งบอกว่าจะนำกระบวนการออกแบบนี้ไปใช้อย่างไรเพื่อให้ประสบความสำเร็จตามที่มุ่งหวังไว้ โดยระบุขั้นตอนการทำงานที่ประกอบด้วย การอธิบายเป้าหมาย กระบวนการ และบุคคลที่มีส่วนร่วมในแต่ละขั้นตอน (Edelson, 2002; สุวิมล ว่องวาณิช, 2556 อ้างถึงใน กนิษฐ ศรีเคลือบ, 2557, น. 36)

### หลักการของการวิจัยอิงการออกแบบ

หลักการของการวิจัยอิงการออกแบบตามแนวคิดที่เผยแพร่โดย แวง และ แฮนนานาฟิน (Wang & Hannafin, 2005, pp. 15-19) มีสาระสำคัญคือ กระบวนการวิจัยประกอบด้วยกิจกรรม 9 ประเภท ได้แก่ 1) ใช้การวิจัยในระยะแรกเพื่อสนับสนุนการออกแบบ (Support design with research from the outset) 2) กำหนดเป้าหมายในการปฏิบัติ เพื่อพัฒนาทฤษฎีและแผนการทำงานเริ่มต้น (Set practical goals for theory development and develop an initial plan) 3) ดำเนินการวิจัยกับสิ่งที่เกิดขึ้นในสภาพจริง (Conduct research in representative real-world

settings) 4) ร่วมมือกับผู้ที่มีส่วนร่วมในการวิจัย (Collaborate closely with participants) 5) ใช้วิธีวิจัยอย่างเป็นระบบและมีความหมาย (Implement research methods systematically and purposefully) 6) วิเคราะห์ข้อมูลทันทีอย่างต่อเนื่องและย้อนกลับได้ (Analyze data immediately, continuously, and retrospectively) 7) ปรับการออกแบบอย่างต่อเนื่อง (Refine designs continually) 8) จัดทำและจัดเก็บเอกสารที่มีผลต่อบริบทแต่ละแบบพร้อมทั้งหลักการออกแบบ (Document contextual influences with design principles) และ 9) ตรวจสอบความถูกต้อง ความตรง ในการนำผลการออกแบบไปใช้อ้างอิงได้ในวงกว้าง (Validate the generalizability of the design) รายละเอียดดังนี้

ตาราง 2 หลักการของการวิจัยอิงการออกแบบ

หลักการ	รายละเอียด
1. ใช้การวิจัยในระยะแรกเพื่อสนับสนุนการออกแบบ	กระบวนการเริ่มต้นโดยนักออกแบบ (นักวิจัย) ควรจะระบุแหล่งข้อมูลที่ช่วยตอบสนองความต้องการในการวิจัยครั้งนั้นก่อน โดยทำการศึกษาเอกสารทฤษฎีและงานวิจัยที่ผ่านมาในอดีต เพื่อใช้เป็นฐานในการออกแบบสิ่งต่าง ๆ
2. กำหนดเป้าหมายในการปฏิบัติเพื่อพัฒนาทฤษฎีและแผนการทำงานเริ่มต้น	นักออกแบบ (นักวิจัย) กำหนดเป้าหมายของการทำงาน วางแผนกิจกรรมการออกแบบ แผนการทำงานควรมีคำอธิบายเกี่ยวกับขั้นตอนการวิจัยแต่ละระยะ ทีมออกแบบ ผู้เกี่ยวข้องในการวิจัย วิธีวิจัย ปัจจัยที่ต้องพิจารณาในการออกแบบ ซึ่งแผนนี้ต้องยืดหยุ่นสามารถปรับเปลี่ยนได้ในกระบวนการออกแบบ
3. ดำเนินการวิจัยกับสิ่งที่เกิดขึ้นในสภาพจริง	ปัญหาการวิจัยที่ใช้ในการวิจัยอิงการออกแบบควรเป็นปัญหาที่เกี่ยวข้องกับการออกแบบที่จะช่วยพัฒนาความต้องการต่าง ๆ ในการจัดการเรียนรู้ นวัตกรรมที่ต้องเกิดขึ้นจากการศึกษาเอกสาร ทฤษฎีและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง รวมทั้งการวิเคราะห์ข้อมูลในสภาพจริง
4. ร่วมมือกับผู้ที่มีส่วนร่วมในการวิจัย	ในการวิจัยอิงการออกแบบผู้เกี่ยวข้องทุกฝ่ายต้องมีการทำงานร่วมกันในการออกแบบ เพื่อให้เกิดความมั่นใจและความเป็นไปได้ในแผนงาน นักออกแบบ (นักวิจัย) ต้องปรึกษากับครู นักเรียน ถึงสภาพปัญหาหรือความต้องการ เพื่อให้เกิดความเหมาะสมของทฤษฎีที่นำมาใช้ในการปฏิบัติ



ตาราง 2 (ต่อ)

หลักการ	รายละเอียด
5. ใช้วิธีวิจัยอย่างเป็นระบบและมี ความหมาย	นักวิจัยต้องใช้วิธีการวิจัยอย่างเป็นระบบ มีเป้าหมายที่ชัดเจนและหลากหลาย เช่น การสังเกต การสัมภาษณ์ การสำรวจ การวิเคราะห์เอกสารต่าง ๆ การประเมินแบบก้าวหน้า และการประเมินสรุป รวมทั้งการประเมินความต้องการจำเป็นเพื่อพัฒนาการออกแบบให้มีประสิทธิภาพมากยิ่งขึ้น
6. วิเคราะห์ข้อมูล ทันทีอย่างต่อเนื่อง และย้อนกลับได้	ข้อมูลที่ได้จากการวิจัยในแต่ละส่วนต้องนำมาวิเคราะห์เพื่อเป็นแนวทางในการพัฒนาและปรับปรุงเป้าหมายในการนำทฤษฎีมาใช้ รวมทั้งปรับปรุงการออกแบบข้อมูลที่ได้ ประกอบด้วย 2 ส่วน คือ ส่วนแรกเป็นข้อมูลที่บรรยายสภาพการวิจัยและกระบวนการวิจัย ส่วนที่ 2 เป็นข้อมูลที่อธิบายถึงการออกแบบ โครงสร้างการออกแบบ ข้อมูลส่วนนี้จะใช้การวิเคราะห์เปรียบเทียบและการวิเคราะห์ข้อมูลย้อนกลับ โดยเปรียบเทียบกับข้อมูลส่วนแรกในเรื่องของบริบทของการออกแบบ เหตุการณ์ที่เกิดขึ้น องค์ความรู้ที่ได้รับ โดยการวิเคราะห์ข้อมูลนี้ควรจะใช้ผู้เชี่ยวชาญหลายด้าน เพื่อลดความลำเอียงที่อาจจะเกิดขึ้น
7. ปรับการ ออกแบบ อย่าง ต่อเนื่อง	ปรับแผนและการออกแบบในการวิจัยทำในลักษณะของวงจร โดยใช้ผลจากการวิเคราะห์ข้อมูลมาเป็นฐานการปรับการออกแบบนี้ รวมถึงการปรับทฤษฎีที่นำมาใช้ด้วย เพื่อให้แนวคิดหรือสิ่งที่สร้างขึ้นมีความเหมาะสมมากที่สุด
8. จัดทำและจัดเก็บ เอกสารที่มีผลต่อ บริบทแต่ละแบบ พร้อมทั้งหลักการ ออกแบบ	หลักการวิจัยอิงการออกแบบนี้จะคำนึงถึงบริบทและความสำคัญของการนำผลการวิจัยไปปฏิบัติในสถานการณ์ที่กำหนดได้อย่างเหมาะสม ดังนั้นการวิจัยต้องออกแบบนวัตกรรมที่เหมาะสมกับบริบททุกแบบและนักวิจัยต้องจัดทำและจัดเก็บเอกสารที่เป็นผลการวิจัยที่เหมาะสมกับบริบทแต่ละแบบพร้อมทั้งหลักการในการออกแบบด้วย เอกสารที่จัดเก็บควรครอบคลุมสาระด้านเป้าหมาย กรอบแนวคิด ลักษณะของบริบท กระบวนการ วิธีการปฏิบัติ หรือการนำผลลัพธ์ที่ได้ไปใช้ให้เหมาะสมกับบริบทแต่ละแบบ รวมทั้งหลักการที่ใช้ในการออกแบบตามหลักทฤษฎี

## ตาราง 2 (ต่อ)

หลักการ	รายละเอียด
	อันเป็นองค์ความรู้สำคัญของผลการวิจัย
9. ตรวจสอบความถูกต้อง ความตรงในการนำผลการออกแบบไปใช้อ้างอิงได้ในวงกว้าง	การวิจัยเชิงการออกแบบจะเน้นความสมดุลของประสิทธิภาพที่เกิดขึ้นจากหลักการออกแบบและการพัฒนาทฤษฎี การตรวจสอบในขั้นตอนนี้เป็นการตรวจสอบผลการออกแบบ วิธีการที่นำไปใช้ กระบวนการปรับปรุงต่าง ๆ ทั้งทฤษฎีและการออกแบบ อีกทั้งนวัตกรรมที่สร้างขึ้นสามารถตอบสนองความต้องการได้หรือไม่เมื่อคำนึงถึงบริบทที่จะนำไปใช้

ลักษณะของการวิจัยเชิงการออกแบบข้างต้นทำให้เกิดข้อจำกัดของการวิจัยคือ จะต้องใช้ระยะเวลาในการวิจัยที่มาก เพราะมีการวนซ้ำในการออกแบบหลายครั้ง มีความลำบากในการปรับทฤษฎีในช่วงที่ทำวิจัย การวิจัยเชิงการออกแบบนี้ต้องมีคำถามวิจัยที่หลากหลาย ดังนั้นจึงทำให้ต้องเก็บข้อมูลในปริมาณมาก รวมทั้งมีความซับซ้อนในการสรุปผลอ้างอิงและการออกแบบการวิจัยที่จะต้องคำนึงถึงตัวแปรแทรกซ้อน (Wang & Hannafin, 2005, pp.19-20) ได้

นักวิจัยหลายคนกำหนดขั้นตอนการดำเนินการวิจัยเชิงการออกแบบโดยมีขอบเขตในการดำเนินงานแต่ละขั้นตอนแตกต่างกัน แอลกามดี และ ลี (Alghamdi & Li, 2003 อ้างถึงใน กนิษฐ ศรีเคลือบ, 2557, น.38-39) ศึกษาขั้นตอนการวิจัยเชิงการออกแบบที่ได้จากผลงานของนักวิจัย 4 กลุ่ม ได้แก่ กลุ่ม 1 Instructional Technology Ph. D student at the University of Georgia ในปี ค.ศ.2006 กลุ่ม 2 Reeves ในปี ค.ศ.2000 และ ค.ศ.2006 กลุ่ม 3 McKenney ในปี ค.ศ.2001 และ กลุ่ม 4 Plomp ในปี ค.ศ.2007 ซึ่งมีความแตกต่างกันตามขอบเขตการดำเนินงานวิจัยแต่ละขั้นตอน ดังนี้

## ตาราง 3 ขั้นตอนการดำเนินการวิจัยเชิงการออกแบบ

ขั้นตอน	กลุ่ม 1	กลุ่ม 2	กลุ่ม 3	กลุ่ม 4
นักวิจัยและนักปฏิบัติร่วมกันวิเคราะห์ปัญหาในการปฏิบัติ		ขั้นตอน 1		
วิเคราะห์ความต้องการจำเป็นและวิเคราะห์บริบท			ขั้นตอน 1	
วิจัยเบื้องต้นเพื่อพัฒนารอบแนวคิดในการวิจัย				ขั้นตอน 1

ตาราง 3 (ต่อ)

ขั้นตอน	กลุ่ม 1	กลุ่ม 2	กลุ่ม 3	กลุ่ม 4
กำหนดปัญหาวิจัยที่มีความหมาย	ขั้นตอน 1			
ทำงานร่วมกับนักปฏิบัติ	ขั้นตอน 2			
พัฒนาวิธีแก้ปัญหามาบนพื้นฐานทฤษฎี		ขั้นตอน 2		
การออกแบบ การพัฒนา และการประเมินแบบก้าวหน้า			ขั้นตอน 2	
การวิจัยเป็นวงจรซ้ำเพื่อพัฒนาต้นแบบนวัตกรรม				ขั้นตอน 2
บูรณาการงานปฏิบัติกับทฤษฎีการเรียนการสอน	ขั้นตอน 3			
ศึกษาเอกสารงานวิจัยที่เกี่ยวข้องและกำหนดคำถามวิจัย	ขั้นตอน 4			
ออกแบบนวัตกรรมทางการศึกษา	ขั้นตอน 5			
ประเมินคุณภาพและทดสอบการนำนวัตกรรมไปใช้			ขั้นตอน 3	
พัฒนา ทดลองใช้ ปรับปรุงนวัตกรรม	ขั้นตอน 6			
การวิจัยประเมินถึงรอยขีดเพื่อตรวจสอบผลการพัฒนา			ขั้นตอน 4	ขั้นตอน 3
ประเมินคุณภาพ ผลลัพธ์ และผลกระทบของนวัตกรรม	ขั้นตอน 7			
ดำเนินการวิจัยตามวงจรซ้ำหลายรอบ	ขั้นตอน 8			
จัดทำรายงานผลการวิจัยและการสะท้อนคิดให้ได้หลักการ		ขั้นตอน 3		
ออกแบบ				
รายงานผลการวิจัย	ขั้นตอน 9			

จากตารางขั้นตอนการดำเนินงานของ Instructional Technology Ph. D student at the University of Georgia ทั้ง 9 ขั้นตอน ให้รายละเอียดชัดเจนว่า นักวิจัยต้องดำเนินการอย่างไร ในขณะที่ขั้นตอนการวิจัยของนักวิจัยอีก 3 กลุ่ม เป็นหมวดหมู่เข้าใจง่ายกว่าวิธีแรก แต่เนื่องจากวิธีของ Plomp แสดงให้เห็นรูปแบบของการวิจัยที่สำคัญทั้ง 3 ขั้นตอน แอลกามติและลี จึงสรุปว่า ขั้นตอนสำคัญของการวิจัยถึงการออกแบบ ประกอบด้วย 3 ขั้นตอน คือ ขั้นตอน 1 การวิจัยเบื้องต้นเพื่อพัฒนารอบแนวคิดในการวิจัย ขั้นตอน 2 การวิจัยเป็นวงจรซ้ำเพื่อพัฒนาต้นแบบนวัตกรรม และขั้นตอน 3 การวิจัยประเมินถึงรอยขีด (Semi-summative evaluation) เพื่อตรวจสอบผลการพัฒนา

ในงานวิจัยฉบับนี้ ผู้วิจัยเลือกใช้แนวคิดในการพัฒนาระบบการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ตามแนวคิดของ แอลกามติและลี เนื่องจากเป็นแนวคิดที่แสดงให้เห็นรูปแบบของการวิจัยที่สำคัญทั้ง 3 ขั้นตอน อย่างเป็นหมวดหมู่ ชัดเจน โดยขั้นตอนสำคัญของการวิจัยถึงการออกแบบ ประกอบด้วย 3 ขั้นตอน คือ ขั้นตอนที่ 1 การวิจัยเบื้องต้นเพื่อพัฒนา

กรอบแนวคิดในการวิจัย ขั้นตอนที่ 2 การวิจัยเป็นวงจรซ้ำเพื่อพัฒนาต้นแบบนวัตกรรม และ ขั้นตอนที่ 3 การวิจัยประเมินกึ่งรวบยอด (semi-summative evaluation) เพื่อตรวจสอบผล การพัฒนา

#### ตอนที่ 4 งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

##### งานวิจัยในประเทศที่เกี่ยวข้อง

อิทธิเทพ นวาระสุจิตร์ (2548, น. 57-61) ศึกษาเกี่ยวกับชุดการเรียนการสอนที่เน้น การคิดเชิงคณิตศาสตร์ด้านกระบวนการ การให้เหตุผล ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โดยการวิจัย มีจุดมุ่งหมายเพื่อสร้างชุดการเรียนการสอนที่เน้นการคิดเชิงคณิตศาสตร์ด้านกระบวนการ การให้ เหตุผล ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 และศึกษาผลการเรียนของนักเรียนจากการเรียนด้วยกิจกรรม การเรียนการสอนที่เน้นการคิดเชิงคณิตศาสตร์ด้านกระบวนการ การให้เหตุผล กลุ่มตัวอย่างเป็น นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนวัดสุทธิวราราม จังหวัดกรุงเทพมหานคร จำนวน 15 คน ที่ได้จาก การอาสาสมัคร ผู้วิจัยดำเนินการสอนโดยใช้ชุดการเรียนการสอนที่เน้นการคิดเชิงคณิตศาสตร์ด้าน กระบวนการ การให้เหตุผลที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น เป็นเวลา 16 วัน รวมเวลาทั้งหมด 24 ชั่วโมง หลังจาก เรียนจบการเรียนการสอนในแต่ละหน่วย ผู้วิจัยทดสอบด้วยแบบทดสอบย่อยประจำหน่วย การเรียนแต่ละหน่วย เมื่อสอนจบทั้ง 4 หน่วยการเรียนแล้ว ทดสอบด้วยแบบทดสอบวัด ความสามารถทางการคิดเชิงคณิตศาสตร์ด้านกระบวนการ การให้เหตุผล และสัมภาษณ์นักเรียน เพื่อวัดความสามารถทางการคิดเชิงคณิตศาสตร์ด้านกระบวนการ การให้เหตุผล คะแนนที่ได้ ทั้งหมดรวมเป็นผลการเรียนของนักเรียนซึ่งคิดเป็นคะแนนเต็ม 100% ผลการวิจัยพบว่า นักเรียน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่เรียนโดยใช้ชุดการเรียนการสอนที่เน้นการคิดเชิงคณิตศาสตร์ด้าน กระบวนการ การให้เหตุผล ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น มีผลการเรียนผ่านเกณฑ์ตั้งแต่วัยละ 50 ขึ้นไป ของคะแนนเต็ม เป็นจำนวนมากกว่าร้อยละ 50 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมดที่ระดับนัยสำคัญ .01

เบญจมาศ ฉิมมาลี (2550, น. 164-172) ศึกษาเกี่ยวกับผลการจัดกิจกรรม คณิตศาสตร์โดยใช้คำถามระดับสูงประกอบแนวทางการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ของ พรายวิลลิกที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์และการคิดอย่างมีวิจารณญาณของ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 งานวิจัยนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อ 1) ศึกษาความสามารถ ในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ได้รับการจัดกิจกรรมคณิตศาสตร์ โดยใช้คำถามระดับสูงประกอบแนวทางการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ของพรายวิลลิก เปรียบเทียบกับเกณฑ์ร้อยละ 50 2) เปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ระหว่างกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมคณิตศาสตร์โดยใช้คำถาม

ระดับสูงประกอบแนวทางพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ของพรายวิลลิก กับกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมแบบปกติ 3) เปรียบเทียบความสามารถในการคิดอย่างมีวิจารณญาณของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ก่อนและหลังการจัดกิจกรรมคณิตศาสตร์โดยใช้คำถามระดับสูงประกอบแนวทางพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ของพรายวิลลิก 4) เปรียบเทียบความสามารถในการคิดอย่างมีวิจารณญาณของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ระหว่างกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมคณิตศาสตร์โดยใช้คำถามระดับสูงประกอบแนวทางพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ของพรายวิลลิกกับกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมแบบปกติ กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนห้วยจิ้งจอกวิทยา จังหวัดสุรินทร์ โดยนักเรียนกลุ่มทดลองจำนวน 36 คน ได้รับการจัดกิจกรรมคณิตศาสตร์โดยใช้คำถามระดับสูงประกอบแนวทางพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ของพรายวิลลิก และนักเรียนกลุ่มควบคุมจำนวน 36 คน ได้รับการจัดกิจกรรมแบบปกติ เครื่องมือที่ใช้ในการทดลองคือแผนการจัดการเรียนรู้โดยใช้คำถามระดับสูงประกอบแนวทางพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ของพรายวิลลิกและแผนการจัดการเรียนรู้แบบปกติ เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยคือ แบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์และแบบวัดความสามารถในการคิดอย่างมีวิจารณญาณ วิเคราะห์ข้อมูลโดย หาค่ามัชฌิมเลขคณิต ค่าร้อยละ ค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานและการทดสอบค่าที (t-test) ผลการวิจัยพบว่า

1. นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ได้รับการจัดกิจกรรมคณิตศาสตร์โดยใช้คำถามระดับสูงประกอบแนวทางพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ของพรายวิลลิก มีความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์สูงกว่าเกณฑ์ขั้นต่ำที่กำหนด ร้อยละ 50
2. นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ได้รับการจัดกิจกรรมคณิตศาสตร์โดยใช้คำถามระดับสูงประกอบแนวทางพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ของพรายวิลลิก มีความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมแบบปกติ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05
3. นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ได้รับการจัดกิจกรรมคณิตศาสตร์โดยใช้คำถามระดับสูงประกอบแนวทางพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ของพรายวิลลิก มีความสามารถในการคิดอย่างมีวิจารณญาณหลังการทดลองสูงกว่าก่อนการทดลอง อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05
4. นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ได้รับการจัดกิจกรรมคณิตศาสตร์โดยใช้คำถามระดับสูงประกอบแนวทางพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ของพรายวิลลิก มีความสามารถในการคิดอย่างมีวิจารณญาณสูงกว่านักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมแบบปกติ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

รุ่งทิภา นานำรุง (2550, น. 171-176) ศึกษาเกี่ยวกับวิถีธรรมชาติแห่งการคิดเชิงคณิตศาสตร์เรื่องการคูณและการหารของเด็กที่มีอายุตั้งแต่ 7 – 10 ปี งานวิจัยนี้มีจุดมุ่งหมายเพื่อศึกษาและวิเคราะห์วิถีธรรมชาติแห่งการคิดเชิงคณิตศาสตร์เรื่องการคูณและการหารจำนวนนับของเด็กที่มีอายุตั้งแต่ 7 - 10 ปี โดยได้ศึกษาปรากฏการณ์ของวิถีธรรมชาติแห่งการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของเด็กในช่วงชั้นที่ 1 โรงเรียนสวัสดิศึกษา ทั้งในชั้นเรียนและนอกชั้นเรียน การศึกษาปรากฏการณ์ดังกล่าวได้ใช้วิธีวิทยาของการวิจัยเชิงคุณภาพเพื่อนำข้อมูลและปรากฏการณ์ที่ดำรงอยู่ในตัวเด็กมาสร้างเป็นข้อสรุป ใช้การสัมภาษณ์แบบเจาะลึกจากผู้ให้ข้อมูลหลัก 15 ราย ได้แก่ เด็กในช่วงอายุ 7-8 ปี (ชั้นประถมศึกษาปีที่ 1) เด็กในช่วงอายุ 8-9 ปี (ชั้นประถมศึกษาปีที่ 2) และเด็กในช่วงอายุ 9-10 ปี (ชั้นประถมศึกษาปีที่ 3) ช่วงอายุละ 5 คน จากการศึกษาพบว่า

1. เมื่อเสนอโจทย์ปัญหาที่ไม่คุ้นเคยในเรื่องการคูณและการหารจำนวนนับให้เด็กที่มีอายุตั้งแต่ 7-10 ปี สามารถแสดงการคิดเชิงคณิตศาสตร์ตามธรรมชาติได้อย่างหลากหลาย โดยนิยมใช้การนับดำเนินการแก้ปัญหามากที่สุด รองลงมาคือการบวก/การลบ และการใช้ตัวแบบ ซึ่งอาจใช้การนับจำนวนทั้งหมดจากหนึ่งจนถึงผลรวม วิธีการนับมีทั้งใช้การวาดภาพหรือใช้ตัวแบบ ใช้การนับเพิ่มทีละ 1 โดยใช้นิ้วมือช่วยนับ นับเพิ่มทีละ 1 โดยนับออกเสียงจากหนึ่งจนถึงผลรวมหรือนับออกเสียงและเน้นจำนวนที่เป็นแต่ละผลคูณตามขนาดของกลุ่ม นับข้ามโดยการวาดภาพของทั้งหมด นับข้ามโดยเขียนจำนวนกลุ่ม นับข้ามโดยใช้นิ้วมือช่วยนับ หรือนับข้ามโดยไม่ต้องมีตัวช่วยหรืออุปกรณ์ช่วยในการนับ ใช้การบวกซ้ำ/การลบซ้ำ การยุบรวมกลุ่มและทำการบวก หรือการบวกซ้ำและการบวกในลักษณะทวีคูณ ในการให้เหตุผลของเด็กที่มีอายุตั้งแต่ 7-10 ปี เด็กมองเห็นโครงสร้างที่คล้ายคลึงกับปัญหาที่ผ่านมา สามารถระลึกได้ทันทีว่าปัญหานั้นคล้ายกับปัญหาเดิม สามารถใช้การประมาณหรือการลองผิดลองถูกเพื่อหาคำตอบ บอกได้ว่าคำตอบที่ได้มาของตนเองสมเหตุสมผลหรือไม่ หรือเมื่อเผชิญสถานการณ์ปัญหาสามารถคาดเดาได้ว่าคำตอบควรประมาณเท่าใด โดยอาศัยคำตอบของโจทย์ปัญหาก่อนหน้านั้น ในการนำเสนอตัวแทนความคิดพบว่า เด็กที่เป็นผู้ให้ข้อมูลหลักนำเสนอตัวแทนความคิดอย่างหลากหลายทั้งในรูปคำพูด ผ่านสถานการณ์ที่สัมผัสได้ โดยอาจใช้ตัวแบบ ผ่านสถานการณ์ที่ใช้ภาพเป็นสื่อ หรือผ่านสถานการณ์ที่ใช้สัญลักษณ์ โดยการนำเสนอตัวแทนความคิดนี้จะขึ้นอยู่กับวุฒิภาวะหรือความสามารถทางภาษาของเด็กเป็นสำคัญเพราะสิ่งเหล่านี้จะส่งผลถึงการคิดของเด็กด้วย เด็กที่มีวุฒิภาวะสูง มีความเข้าใจภาษาที่ดีสามารถนำเสนอตัวแทนความคิดโดยใช้สัญลักษณ์ได้ ส่วนเด็กที่มีวุฒิภาวะต่ำ ขาดความเข้าใจทางภาษาจะไม่สามารถนำเสนอตัวแทนความคิดโดยใช้สัญลักษณ์ได้



2. เด็กที่มีอายุตั้งแต่ 7-10 ปี มีลักษณะเฉพาะของการคิดเชิงคณิตศาสตร์เป็นของตนเอง ใช้การหยั่งรู้ด้วยตนเอง สามารถแสดงการคิดโดยธรรมชาติของตนเองได้ทั้งที่เป็นเรื่องที่ไม่คุ้นเคยและยังไม่ได้เรียนมา โดยนำความรู้เชิงสหัญญาณ ทักษะและการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ที่เคยมีประสบการณ์มาก่อน มาทำความเข้าใจสถานการณ์ปัญหาที่แปลกใหม่เพื่อค้นหาคำตอบของปัญหาแล้วสร้างข้อสรุปจากข้อมูลหรือสถานการณ์ต่าง ๆ ในลักษณะกรณีทั่วไปอย่างไม่เป็นทางการ และพบว่า การคิดเชิงคณิตศาสตร์ของเด็กมีทั้งในระดับที่ต่ำจนถึงระดับที่สูง ในการดำเนินการแก้ปัญหาของเด็กมีทั้งการใช้ตัวแบบในการแก้ปัญหา ซึ่งเป็นระยะที่ใช้ประสบการณ์ตรงและสัมผัสได้ ใช้การนับในการแก้ปัญหาซึ่งเป็นระยะของการใช้ภาพเป็นสื่อประกอบการนับ และใช้วิธีการทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหาซึ่งเป็นระยะของการสร้างสัญลักษณ์

ปิยพร สีสันต์ (2554, น. 79-85) ศึกษาเกี่ยวกับปัจจัยบางประการที่ส่งผลต่อความสามารถในการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 สังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษาศรีสะเกษ เขต 4 การวิจัยมีจุดมุ่งหมายเพื่อศึกษาความสัมพันธ์และค่านำหน้าของความสำคัญที่ส่งผลของกลุ่มตัวแปรปัจจัย ได้แก่ การส่งเสริมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของผู้ปกครอง สภาพแวดล้อมการเรียนรู้ในโรงเรียนและความสามารถทางภาษา กับความสามารถในการคิดเชิงคณิตศาสตร์ทั้ง 5 ด้าน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษาศรีสะเกษ เขต 4 จังหวัดศรีสะเกษ จำนวนนักเรียน 387 คน ซึ่งได้มาด้วยวิธีการสุ่มแบบแบ่งชั้น เครื่องมือที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า ประกอบด้วย แบบวัดความสามารถในการคิดเชิงคณิตศาสตร์ แบบสอบถามการส่งเสริมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของผู้ปกครอง แบบสอบถามสภาพแวดล้อมการเรียนรู้ในโรงเรียน และแบบสอบถามความสามารถทางภาษา การวิเคราะห์ข้อมูลโดยใช้การถดถอยพหุคูณแบบตัวแปรตามหลายตัว (Multivariate Multiple Regression: MMR) ผลการศึกษาพบว่า

1. ค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์พหุคูณระหว่างตัวแปรปัจจัย ได้แก่ การส่งเสริมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของผู้ปกครอง สภาพแวดล้อมการเรียนรู้ในโรงเรียน ความสามารถทางภาษา กับความสามารถในการคิดเชิงคณิตศาสตร์ทั้ง 5 ด้าน มีความสัมพันธ์กันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และค่าสหสัมพันธ์พหุคูณระหว่างตัวแปรปัจจัยดังกล่าวกับความสามารถในการคิดเชิงคณิตศาสตร์แต่ละด้าน มีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

2. ค่านำหน้าความสำคัญของกลุ่มตัวแปรปัจจัยที่ส่งผลต่อความสามารถในการคิดเชิงคณิตศาสตร์ในแต่ละด้าน พบว่า ด้านความสามารถในการแก้ปัญหาเชิงคณิตศาสตร์ กลุ่มตัวแปรปัจจัยที่ส่งผลอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ได้แก่ การส่งเสริมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของผู้ปกครองและสภาพแวดล้อมการเรียนรู้ในโรงเรียน ด้านความสามารถในการให้

เหตุผลเชิงคณิตศาสตร์ กลุ่มตัวแปรปัจจัยที่ส่งผลอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ได้แก่ สภาพแวดล้อมการเรียนรู้ในโรงเรียนและความสามารถทางภาษา ด้านความสามารถในการสื่อสาร ความคิดเชิงคณิตศาสตร์ กลุ่มตัวแปรปัจจัยที่ส่งผลอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ได้แก่ การส่งเสริมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของผู้ปกครองและสภาพแวดล้อมการเรียนรู้ในโรงเรียน ด้านความสามารถในการเชื่อมโยงสาระหลักเชิงคณิตศาสตร์ กลุ่มตัวแปรปัจจัยที่ส่งผลอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ได้แก่ การส่งเสริมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของผู้ปกครอง สภาพแวดล้อมการเรียนรู้ในโรงเรียนและความสามารถทางภาษา ด้านความสามารถในการนำเสนอตัวแทน ความคิดเชิงคณิตศาสตร์ กลุ่มตัวแปรปัจจัยที่ส่งผลอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ได้แก่ สภาพแวดล้อมการเรียนรู้ในโรงเรียนและความสามารถทางภาษา

เกษณีย์ ยอดไพอินทร์ (2556, น. 100-108) ศึกษาเกี่ยวกับผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลเฟสเมทีอดคอมบิเนชันและยุทธการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผลและการนี้ภาพทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 การวิจัยมีวัตถุประสงค์เพื่อ 1) เปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลเฟสเมทีอดคอมบิเนชันและยุทธการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ระหว่างก่อนเรียนกับหลังเรียน 2) เปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนระหว่างกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลเฟสเมทีอดคอมบิเนชันและยุทธการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์กับกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ 3) เปรียบเทียบความสามารถในการนี้ภาพทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลเฟสเมทีอดคอมบิเนชันและยุทธการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ระหว่างก่อนเรียนกับหลังเรียน 4) เปรียบเทียบความสามารถในการนี้ภาพทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลเฟสเมทีอดคอมบิเนชันและยุทธการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์กับกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ และ 5) ศึกษาพัฒนาการความสามารถในการให้เหตุผลและการนี้ภาพทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลเฟสเมทีอดคอมบิเนชันและยุทธการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ กลุ่มตัวอย่าง เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนพุดไทสิง กลุ่มทดลอง 20 คน และกลุ่มควบคุม 33 คน เครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูลคือ แบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ และแบบวัดความสามารถในการนี้ภาพทางคณิตศาสตร์ เครื่องมือที่ใช้ในการทดลองคือ แผน

การจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลเฟสเมทีออดคอมปิเนชันและยุทธการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์และแผนการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ วิเคราะห์ข้อมูลโดยหาค่าเฉลี่ยเลขคณิต ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานและการทดสอบค่าที ผลการวิจัยพบว่า

1. นักเรียนกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลเฟสเมทีออดคอมปิเนชันและยุทธการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ มีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

2. นักเรียนกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลเฟสเมทีออดคอมปิเนชันและยุทธการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ มีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สูงกว่ากลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

3. นักเรียนกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลเฟสเมทีออดคอมปิเนชันและยุทธการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ มีความสามารถในการนิกภาพทางคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

4. นักเรียนกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลเฟสเมทีออดคอมปิเนชันและยุทธการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ มีความสามารถในการนิกภาพทางคณิตศาสตร์สูงกว่ากลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

5. ความสามารถในการให้เหตุผลและการนิกภาพทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลเฟสเมทีออดคอมปิเนชันและยุทธการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์มีพัฒนาการที่ดีขึ้น

แพรวไหม สามารถ (2556, น. 701-714) ศึกษาเกี่ยวกับการพัฒนาการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2 โดยใช้กระบวนการคิดให้เป็นคณิตศาสตร์ การวิจัยมีวัตถุประสงค์เพื่อศึกษาการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่เรียนโดยใช้กระบวนการคิดให้เป็นคณิตศาสตร์ ดังนี้ 1) เปรียบเทียบการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่เรียนโดยใช้กระบวนการคิดให้เป็นคณิตศาสตร์ในช่วงก่อนเรียน ระหว่างเรียน และหลังเรียน 2) ศึกษาพัฒนาการการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่เรียนโดยใช้กระบวนการคิดให้เป็นคณิตศาสตร์ กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนดอนจานวิทยาคม จำนวน 37 คน โดยนักเรียนกลุ่มตัวอย่างได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการคิดให้เป็นคณิตศาสตร์ เครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูลประกอบด้วย ใบกิจกรรม แบบวัดการคิดเชิงคณิตศาสตร์และแบบสัมภาษณ์

เครื่องมือในการทดลองคือ แผนการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กระบวนการคิดให้เป็นคณิตศาสตร์ วิเคราะห์ข้อมูลโดยใช้ค่าเฉลี่ยเลขคณิต ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน การวิเคราะห์ความแปรปรวนทางเดียว และเปรียบเทียบการคิดเชิงคณิตศาสตร์เป็นรายคู่ โดยใช้วิธีของ Dunnett's T3 ผลการวิจัยพบว่า

1. นักเรียนที่เรียนโดยใช้กระบวนการคิดให้เป็นคณิตศาสตร์ในช่วงก่อนเรียน ระหว่างเรียนและหลังเรียน มีการคิดเชิงคณิตศาสตร์แตกต่างกัน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 โดยการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียนในช่วงหลังเรียนดีกว่าช่วงเรียนและก่อนเรียน และระหว่างเรียนสูงกว่าก่อนเรียน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05
2. นักเรียนที่เรียนโดยใช้กระบวนการคิดให้เป็นคณิตศาสตร์ มีพัฒนาการของการคิดเชิงคณิตศาสตร์ดีขึ้น เมื่อเปรียบเทียบเป็นระยะจากก่อนเรียน ระหว่างเรียนและหลังเรียน

### งานวิจัยต่างประเทศที่เกี่ยวข้อง

วูด วิลเลียม และ แม็คเนล (Wood, Williams, & McNeal, 2006) ศึกษาเกี่ยวกับการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของเด็กในวัฒนธรรมในชั้นเรียนที่แตกต่างกัน โดยมีวัตถุประสงค์การวิจัยเพื่อศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างรูปแบบการมีปฏิสัมพันธ์ในชั้นเรียน (วัฒนธรรมในชั้นเรียน) และการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของเด็ก โดยทำการศึกษาใน 5 ห้องเรียน (ห้องเรียนที่มีการปฏิรูป 4 ห้องเรียน และห้องเรียนปกติ 1 ห้องเรียน) กลุ่มตัวอย่างเป็นเด็กที่มีอายุระหว่าง 7 – 8 ปี ในส่วนแรกของการศึกษาวิจัยเป็นการวิเคราะห์ถึงธรรมชาติของการมีปฏิสัมพันธ์ในชั้นเรียน ผลที่ได้แสดงถึงวัฒนธรรมในชั้นเรียน 4 รูปแบบ ได้แก่ วัฒนธรรมของการใช้หนังสือเรียน วัฒนธรรมของการแก้ปัญหา ยุทธวิธีในการรายงานและการใช้คำถาม/การให้เหตุผล ในการศึกษา นี่เป็นการเก็บข้อมูลจากการวิเคราะห์การคิดเชิงคณิตศาสตร์ของเด็กที่ได้จากการแสดงความรู้สึกหรือความคิดออกมาเป็นคำพูดจากการอภิปรายในชั้นเรียน จากนั้นจึงเป็นการวิเคราะห์เพื่อศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างรูปแบบการมีปฏิสัมพันธ์ในชั้นเรียนและการคิดเชิงคณิตศาสตร์ที่แสดงออกมาเป็นคำพูด ผลจากการศึกษาพบว่า การเพิ่มความซับซ้อนในการคิดเชิงคณิตศาสตร์ที่แสดงออกมาเป็นคำพูดนั้นมีความสัมพันธ์อย่างมากกับรูปแบบการมีปฏิสัมพันธ์ในชั้นเรียน

เจคอบส์, แลมป์, และ ฟิลิปป์ (Jacobs, Lamb, & Philipp, 2010) ศึกษาเกี่ยวกับความเชี่ยวชาญของครูผู้สอนในการสังเกตการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียน วัตถุประสงค์การวิจัยเพื่อพัฒนาความเชี่ยวชาญของครูผู้สอนในการสังเกตการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียน รูปแบบที่ใช้ในการศึกษาเป็นการศึกษาแบบภาคตัดขวาง (cross-sectional study) โดย

ผลการศึกษพบว่า ความเชี่ยวชาญของครูผู้สอนในการสังเกตการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียน ประกอบด้วย 3 ทักษะ ได้แก่ การเอาใจใส่ต่อวิธีการของนักเรียน การตีความความเข้าใจของนักเรียนและการตัดสินใจเลือกใช้วิธีการตอบสนองโดยอยู่บนพื้นฐานความเข้าใจของนักเรียน ผลการศึกษาแสดงให้เห็นว่า ความเชี่ยวชาญของครูผู้สอนในการสังเกตการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียนสามารถเรียนรู้ได้ทั้งจากประสบการณ์ในการสอนและการพัฒนา

คอสทอส และ ชิน (Kostos & Shin, 2010) ศึกษาเกี่ยวกับการใช้การเขียนบันทึกทางคณิตศาสตร์เพื่อพัฒนาการคิดเชิงคณิตศาสตร์ด้านการสื่อสารของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 วัตถุประสงค์การวิจัยเพื่อศึกษาผลของการใช้การเขียนบันทึกทางคณิตศาสตร์ต่อการคิดเชิงคณิตศาสตร์ด้านการสื่อสารของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 ใช้วิธีการวิจัยแบบผสมผสาน (mixed methodology) เป็นการวิจัยแบบ action research โดยครูมีส่วนร่วมในฐานะนักวิจัย ผลการศึกษาชี้ให้เห็นว่า การใช้การเขียนบันทึกทางคณิตศาสตร์มีอิทธิพลทางบวกต่อการคิดเชิงคณิตศาสตร์ด้านการสื่อสารและการใช้คำศัพท์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน นอกจากนี้ การเขียนบันทึกทางคณิตศาสตร์ยังทำหน้าที่เป็นเครื่องมือในการสื่อสารระหว่างนักเรียนและครู และเป็นเครื่องมือในการประเมินผลสำหรับครูด้วย โดยปัญหาที่พบในงานวิจัยคือ ปัญหาเกี่ยวกับความสามารถในการเขียนและเวลาที่จำกัดของนักเรียน

เซนกิซ, ไคลน์, และ แกรนท์ (Cengiz, Kline, & Grant, 2011) ศึกษาเกี่ยวกับการสนทนากลุ่มของครูในประเด็นเกี่ยวกับการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียน โดยใช้การวิจัยเชิงคุณภาพ จากการศึกษาแสดงให้เห็นว่า การสนทนากลุ่มของครูในประเด็นเกี่ยวกับการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียนเป็นกิจกรรมที่มีความท้าทายและทำให้เกิดความเข้าใจเกี่ยวกับการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียนมากขึ้น เนื่องจากในระหว่างการสนทนามีการแลกเปลี่ยนแนวคิดเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ที่สำคัญและแลกเปลี่ยนประสบการณ์ในการแก้ปัญหาที่นักเรียน ซึ่งพบว่าวิธีการสอนของครูแต่ละคนและความรู้ทางคณิตศาสตร์ของครูนั้นมีความเชื่อมโยงกัน

มาเฮอร์ (Maher, 2011) ศึกษาเกี่ยวกับการส่งเสริมการพัฒนาการคิดเชิงคณิตศาสตร์ผ่านการแก้ปัญหาและการให้เหตุผล โดยเป็นการศึกษาระยะยาวและการศึกษาแบบภาคตัดขวาง (longitudinal and cross-sectional studies) เพื่อศึกษาการคิดเชิงคณิตศาสตร์และการให้เหตุผลในการทำคณิตศาสตร์เป็นกลุ่มของนักเรียนทั้งในและนอกห้องเรียนในระดับประถมศึกษา โดยการดำเนินการนี้เป็นการศึกษาก่อนการวิจัย ซึ่งดำเนินการเพื่อจัดทำเป็นวิดีโอเพื่อเตรียมไว้สำหรับการดำเนินการวิจัยต่อไป การศึกษาวิจัยนี้เป็นการสังเกตการศึกษาวิดีโอของนักศึกษาครูและครูผู้สอนในโรงเรียนเกี่ยวกับการเรียนรู้ของนักเรียน เพื่อช่วยเพิ่มประสิทธิภาพ



ในการรับรู้ความหลากหลายของรูปแบบการให้เหตุผลของนักเรียน ใช้วิธีการวิเคราะห์ข้อมูล ANOVA ผลการศึกษาพบว่า การศึกษาวิดีโอเกี่ยวกับการให้เหตุผลของนักเรียนก่อให้เกิดการเปลี่ยนแปลงในทิศทางที่ดีขึ้นต่อความสามารถของนักศึกษาครูและครูผู้สอนในโรงเรียนเกี่ยวกับการระบุรูปแบบของการให้เหตุผลในการแก้ปัญหาของนักเรียน โดยผลการวิจัยส่งเสริมให้มีการสนับสนุนให้ครูใส่ใจต่อการคิดและการใช้เหตุผลของนักเรียนให้มากขึ้น

แพตเตอร์สัน และ สเนดดอน (Paterson & Sneddon, 2011) ศึกษาการสนทนาเกี่ยวกับการเปลี่ยนหลักสูตรการคิดเชิงคณิตศาสตร์และการเรียนแบบทีม (TBL) ในหลักสูตรคณิตศาสตร์ไม่ต่อเนื่อง วัตถุประสงค์การวิจัย เพื่อศึกษาการเรียนรู้จากการสนทนายาระหว่างนักคณิตศาสตร์และนักการศึกษาคณิตศาสตร์ที่ร่วมกันทำงานเพื่อปรับเปลี่ยนรูปแบบการเรียนรู้ในหลักสูตรคณิตศาสตร์ไม่ต่อเนื่อง จากการบรรยายแบบดั้งเดิมเป็นการเรียนแบบทีม (TBL) วิธีการที่ใช้ในการศึกษาเป็นการสนทนาหมู่ ผลจากการศึกษานี้ทำให้นักคณิตศาสตร์สร้างทีมที่มุ่งเน้นการจัดการเรียนการสอนที่ไม่ใช้การสอนแบบบรรยายในการสอนการคิดเชิงคณิตศาสตร์มากขึ้น นอกจากนี้ยังมีการสนทนาเกี่ยวกับการเปลี่ยนแปลงความคิดของนักคณิตศาสตร์เกี่ยวกับการฝึกฝน การส่งเสริมให้นักเรียนคิด และทำตัวเหมือนนักคณิตศาสตร์

ยูน, โทมัส, และ เดรย์ฟัส (Yoon, Thomas, & Dreyfus, 2011) ศึกษาเกี่ยวกับการแสดงออกและความเข้าใจในการคิดเชิงคณิตศาสตร์ขั้นสูง วิธีการที่ใช้ในการศึกษานี้เป็นการศึกษารายกรณี (case study) วัตถุประสงค์การวิจัย เพื่อศึกษาการแสดงออกถึงความเข้าใจในการคิดเชิงคณิตศาสตร์ขั้นสูง โดยนักวิจัยพบว่า การแสดงออกต่าง ๆ ไม่ได้เป็นเพียงแค่การสื่อสารทางความคิดแต่ยังเป็นไปเพื่อช่วยให้เกิดความเข้าใจเพิ่มมากขึ้นด้วย โดยคุณลักษณะเด่นที่ผู้เข้าร่วมการวิจัยแสดงออก เช่น การแสดงออกในการทำกิจกรรมเรื่องแคลคูลัส หรือหนึ่งในผู้เข้าร่วมการวิจัยใช้การแสดงออกในการอธิบายความสัมพันธ์ระหว่างฟังก์ชัน ผลการศึกษาแสดงให้เห็นว่า การแสดงออกช่วยสร้างความเสมือนจริงทางคณิตศาสตร์ซึ่งจะนำไปสู่กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาใหม่ ๆ แต่จะเป็นการแสดงออกอย่างมีประสิทธิภาพหรือไม่ขึ้นอยู่กับวิธีการที่ใช้ในการสนับสนุนให้นักเรียนสร้างความรู้ใหม่ในคณิตศาสตร์ระดับสูงด้วย

บอร์โรมีโอ (Borromeo, 2012) ศึกษาเกี่ยวกับรูปแบบการคิดเชิงคณิตศาสตร์และอิทธิพลของรูปแบบการคิดเชิงคณิตศาสตร์ที่มีต่อการสอนและการเรียนคณิตศาสตร์ วัตถุประสงค์การวิจัย เพื่อแสดงให้เห็นถึงทฤษฎีของรูปแบบการคิดเชิงคณิตศาสตร์และความแตกต่างของรูปแบบการคิดเชิงคณิตศาสตร์ (การมอง การวิเคราะห์และบูรณาการ) ที่สร้างขึ้นใหม่ โดยใช้การวิจัยเชิงคุณภาพ ผลการวิจัยพบว่า รูปแบบการคิดเชิงคณิตศาสตร์เป็นปัจจัยที่มีอิทธิพลต่อ



การสอนและการเรียนรู้คณิตศาสตร์ในบริบททางวัฒนธรรมเดียวกัน โดยนักเรียนที่ไม่ได้มีรูปแบบการคิดเชิงคณิตศาสตร์เดียวกันกับครูผู้สอนอาจมีปัญหาเกี่ยวกับการทำความเข้าใจ แต่ถ้าครูมีความตระหนักถึงรูปแบบการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของตนเองและมีการจัดเตรียมการสอนให้ตอบสนองต่อแนวทางที่แตกต่างกัน ปัญหาเกี่ยวกับการทำความเข้าใจก็จะสามารถป้องกันได้ ดังนั้นจึงเป็นสิ่งสำคัญที่ครูจะต้องตระหนักถึงรูปแบบการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของตนเองเพื่อสร้างความเท่าเทียมกันให้เกิดขึ้นในหมู่นักเรียน และในทางกลับกันยังช่วยในการพัฒนาศักยภาพทางคณิตศาสตร์ของตัวเองด้วย

กัท, แฮ็กแมน, เมเยอร์, ชมิด, และ กร็อบ (Gut, Heckmann, Meyer, Schmid, & Grob, 2012) ศึกษาเกี่ยวกับทักษะทางภาษา การคิดเชิงคณิตศาสตร์ และแรงจูงใจใฝ่สัมฤทธิ์ในเด็กสมาธิสั้น (ADHD) เด็กกลุ่มคลินิกควบคุม (เด็กที่มีความผิดปกติเกี่ยวกับพฤติกรรมการทำลาย (DBD)) และเด็กกลุ่มที่ไม่ได้มีคลินิกควบคุม (NC) วัตถุประสงค์การวิจัยเพื่อศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างแรงจูงใจใฝ่สัมฤทธิ์และประสิทธิภาพของทักษะทางภาษาและการคิดเชิงคณิตศาสตร์ในเด็กสมาธิสั้น (ADHD) และกลุ่มควบคุม 2 กลุ่ม คือ เด็กที่มีความผิดปกติเกี่ยวกับพฤติกรรมทำลาย และเด็กกลุ่มที่ไม่ได้มีคลินิกควบคุม (เด็กที่มีพัฒนาการปกติ) วิธีการที่ใช้ในการศึกษาเป็นการวิจัยเชิงทดลอง ผลการศึกษาพบว่า มีความสัมพันธ์กันสูงระหว่างแรงจูงใจใฝ่สัมฤทธิ์และประสิทธิภาพของทักษะทางภาษาและการคิดเชิงคณิตศาสตร์ โดยในเด็กสมาธิสั้นจะมีความสัมพันธ์ระหว่างแรงจูงใจใฝ่สัมฤทธิ์และประสิทธิภาพของทักษะทางภาษาและการคิดเชิงคณิตศาสตร์สูงกว่าในเด็กที่มีพัฒนาการปกติ และยังพบว่าผลการปฏิบัติงานของเด็กสมาธิสั้นจะเท่ากับเด็กที่มีพัฒนาการปกติเมื่อแรงจูงใจของเด็กสมาธิสั้นสูงกว่า จากผลการศึกษาเน้นย้ำให้เห็นถึงความสำคัญของแรงจูงใจใฝ่สัมฤทธิ์ว่า เป็นปัจจัยสำคัญที่จำเป็นอย่างมากต่อการปฏิบัติงานของเด็กสมาธิสั้นเมื่อเทียบกับเด็กที่มีพัฒนาการปกติ

ฮาร์ทแมน (Hartman, 2012) ศึกษาเกี่ยวกับการช่วยให้ครูเข้าใจการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของเด็ก วัตถุประสงค์การวิจัย เพื่อศึกษาผลของการใช้วิดีโอ 2 แบบ คือ แบบมีการชี้แนะแนวทางและแบบไม่มีการชี้แนะแนวทางแก่นักศึกษาครูในการทำความเข้าใจการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของเด็กปฐมวัย วิธีการที่ใช้ในการศึกษาเป็นการวิจัยเชิงทดลอง โดยดำเนินการศึกษาเปรียบเทียบกับกลุ่มควบคุม ผลจากการศึกษาแสดงให้เห็นว่า ประสิทธิภาพจากการดูวิดีโอทั้งแบบมีการชี้แนะแนวทาง และแบบไม่มีการชี้แนะแนวทางของนักศึกษาครูในการทำความเข้าใจการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของเด็กปฐมวัย สามารถเปลี่ยนแปลงวิธีการที่ครูใช้ในการตีความการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของเด็กได้ ผลการศึกษายังแสดงให้เห็นว่า มีความเป็นไปได้ที่จะใช้วิดีโอ

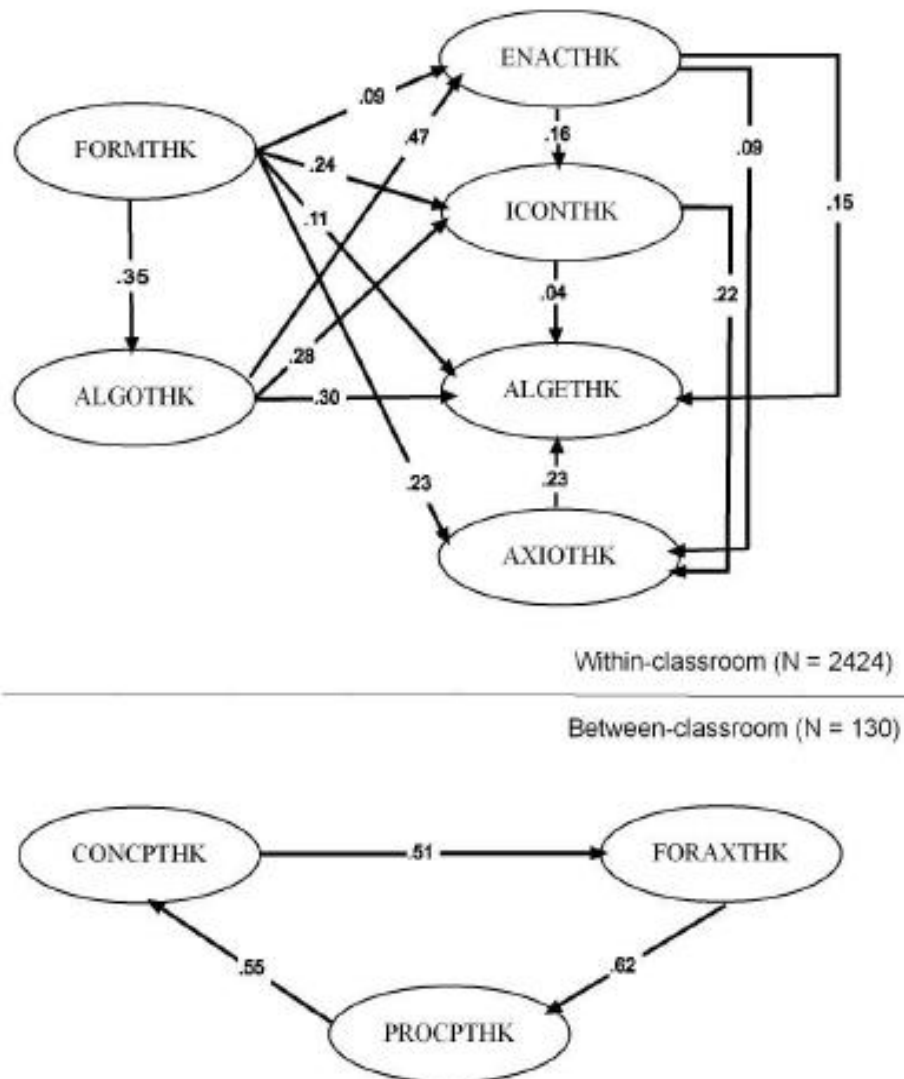
ในการพัฒนาความสามารถของครูในการตีความการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของเด็ก แต่ไม่สามารถเพิ่มความสามารถในการประยุกต์ใช้การตีความในการพัฒนากิจกรรมการเรียนการสอนที่เหมาะสมได้

ฮันทิง, เมาสลีย์, และ แพร์รี (Hunting, Mousley, & Perry, 2012) ศึกษาเกี่ยวกับมุมมองของผู้ที่ปฏิบัติงานในโรงเรียนอนุบาลในเขตชนบทเกี่ยวกับการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของเด็ก โดยเป็นโครงการที่ศึกษาเกี่ยวกับการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของเด็กก่อนวัยเรียน (อนุบาล) ในเขตชนบทของประเทศออสเตรเลีย โดยศึกษาใน 3 รัฐ ซึ่งมีวัตถุประสงค์เพื่อศึกษามุมมองของผู้ปฏิบัติงานโรงเรียนอนุบาลเกี่ยวกับการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของเด็กและการพัฒนาการคิดเชิงคณิตศาสตร์ โดยวิธีการที่ใช้ในการศึกษาเป็นการสัมภาษณ์แบบมีโครงสร้าง ซึ่งดำเนินการสัมภาษณ์ผู้ที่ปฏิบัติงานในโรงเรียนอนุบาลในเขตชนบท จำนวน 64 คน คำถามที่มุ่งเน้นไปที่ห้าประเด็นหลัก โดยเป็นคำถามแบบปลายเปิดที่เกี่ยวข้องกับประเด็นต่อไปนี้ 1) การเรียนรู้ทางคณิตศาสตร์ของเด็ก 2) การสนับสนุนการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ 3) เทคโนโลยีและคอมพิวเตอร์ 4) ทักษะและความรู้สึก 5) การประเมินผลและการรับรู้ข้อมูล ซึ่งจากการสัมภาษณ์จะนำข้อมูลที่ได้ไปร่วมกันพิจารณาเกี่ยวกับประเด็นที่ความสำคัญและร่างข้อเสนอแนะที่เกี่ยวข้องกับการพัฒนานักศึกษาคู รวมทั้งการพัฒนาทรัพยากรและการวิจัยต่อไป

เคลดอส และคนอื่น ๆ (Klados et al., 2012) ศึกษาเกี่ยวกับการใช้ทฤษฎีกราฟในการศึกษาการทำงานของสมองของเพศที่แตกต่างกันที่ส่งผลต่อการคิดเชิงคณิตศาสตร์ ซึ่งเป็นข้อกังขาของนักวิทยาศาสตร์จากหลากหลายสาขาว่าเพศที่แตกต่างกันจะมีการคิดเชิงคณิตศาสตร์แตกต่างกันหรือไม่ นอกจากนี้ยังรวมไปถึงพ่อแม่และครูที่กล่าวว่า ดูเหมือนว่าเพศชายจะประสบความสำเร็จเกี่ยวกับการคิดในเชิงคณิตศาสตร์ที่มีความซับซ้อนมากกว่าเพศหญิง ดังนั้นในงานวิจัยนี้จึงมีวัตถุประสงค์เพื่อศึกษาความแตกต่างดังกล่าว วิธีการที่ใช้ในการศึกษาเป็นการวิจัยเชิงทดลอง ซึ่งเก็บข้อมูลจากผู้ชายและผู้หญิงอย่างละ 11 คน ในระหว่างการทำงานทางคณิตศาสตร์ที่มีความยาก โดยผลการวิจัยพบว่าผู้หญิงจะใช้สองทั้งสองซีกเพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ซับซ้อน ในขณะที่ผู้ชายส่วนใหญ่ใช้เพียงสมองซีกซ้ายซึ่งสามารถเชื่อมต่อได้ในการคิดเชิงคณิตศาสตร์

ออสดิล (Özdil, 2012) ศึกษาเกี่ยวกับโมเดลโครงสร้างพหุระดับของการคิดเชิงคณิตศาสตร์เรื่องอนุพันธ์ วัตถุประสงค์ของการศึกษา 1) เพื่อตรวจสอบโครงสร้างปัจจัยของการคิดเชิงคณิตศาสตร์ภายในชั้นเรียนและระหว่างชั้นเรียน 2) เพื่อตรวจสอบขอบเขตของการเปลี่ยนแปลงในความสัมพันธ์ระหว่างโครงสร้างการคิดเชิงคณิตศาสตร์ที่แตกต่างกันของ

ภายในชั้นเรียนและระหว่างชั้นเรียน 3) เพื่อตรวจสอบการมีปฏิสัมพันธ์ข้ามระดับระหว่างชนิดที่แตกต่างกันของการคิดเชิงคณิตศาสตร์ สถิติที่ใช้ได้แก่ การวิเคราะห์องค์ประกอบเชิงสำรวจแบบพหุระดับ (multilevel exploratory factor analysis) การวิเคราะห์องค์ประกอบเชิงยืนยันแบบพหุระดับ (multilevel confirmatory factor analysis) และโมเดลสมการโครงสร้างพหุระดับกับตัวแปรจัดกลุ่ม (multilevel structural equation modeling with categorical variables) ผลการศึกษา ดังภาพประกอบ 4



ภาพประกอบ 4 ผลการศึกษาเกี่ยวกับโมเดลโครงสร้างพหุระดับของการคิดเชิงคณิตศาสตร์  
เรื่องอนุพันธ์ (Özdil, 2012)

สลีพ และ บอเรส (Sleep & Boerst, 2012) ศึกษาเกี่ยวกับการเตรียมความพร้อมของครูใหม่ในการดึงเอาการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียนออกมาและการตีความการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียน การวิจัยนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อศึกษาแนวทางในการมอบหมายงานเพื่อช่วยให้ครูใหม่สามารถเรียนรู้การทำงานด้านการสอน โดยเริ่มจากการศึกษาการประเมินผลย่อยของผู้เข้าร่วมวิจัย โดยเฉพาะอย่างยิ่งในเรื่องของการดึงเอาการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียนออกมาและการตีความการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียน โดยศึกษาในบริบทของวิธีการมอบหมายงานให้กับนักเรียนในระดับประถมศึกษาและแนวทางในการให้ความช่วยเหลือในการปฏิบัติงาน วิธีการที่ใช้ในการศึกษาเป็นการวิจัยเชิงทดลอง ผลการศึกษาพบว่า การให้ความช่วยเหลือที่แตกต่างกันจะทำให้การปฏิบัติงานมีความแตกต่างกัน และจากผลการวิจัยแนะนำให้มีการพัฒนากลยุทธ์ของการให้ความช่วยเหลือ ซึ่งผลจากการศึกษานำไปสู่แนวคิดในการออกแบบการให้ความช่วยเหลือในการเรียนรู้ของครู โดยเน้นการเพิ่มโอกาสในการเรียนรู้เกี่ยวกับการปฏิบัติให้มากขึ้น

เบรนต์ฟอร์ด, ธีด, สโตรเธอร์, บันนิง, และ เพ็ค (Brendefur, Thiede, Strother, Bunning, & Peck, 2013) ศึกษาเกี่ยวกับการพัฒนาการคิดเชิงคณิตศาสตร์ด้วยการเปลี่ยนแปลงความรู้ทางคณิตศาสตร์ของครูและการจัดเรียงการสอนคณิตศาสตร์ วัตถุประสงค์การวิจัยเพื่อพัฒนาโปรแกรมในการเพิ่มความรู้ทางคณิตศาสตร์ของครูเรื่อง 1) จำนวนและการดำเนินการ 2) การวัดและรูปเรขาคณิต และ 3) ความน่าจะเป็นและสถิติ และเพื่อศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างความรู้ทางคณิตศาสตร์ของครูและการจัดเรียงการสอนคณิตศาสตร์ โดยใช้การวิจัยเชิงปริมาณ สถิติที่ใช้คือ t-test และ Pearson correlation ผลการวิจัยพบว่า โปรแกรมในการเพิ่มความรู้ทางคณิตศาสตร์ของครูที่พัฒนาขึ้น สามารถเพิ่มความรู้ทางคณิตศาสตร์ของครูได้ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ .01 และความรู้ทางคณิตศาสตร์ของครูมีความสัมพันธ์กับการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ โดยครูที่มีความรู้ทางคณิตศาสตร์มากขึ้นจะมีประสิทธิภาพในการสอนมากขึ้น

แชพแมน (Chapman, 2013) ศึกษาเกี่ยวกับแนวทางในการพัฒนาความเป็นครูมืออาชีพด้วยตนเองเพื่อพัฒนาการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียน วัตถุประสงค์การวิจัยเพื่อศึกษาลักษณะเฉพาะของแนวทางในการพัฒนาความเป็นครูมืออาชีพด้วยตนเอง เพื่อพัฒนาการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียน (โดยศึกษาในประเด็นที่เกิดจากการเรียนรู้ของครู ธรรมชาติของคำถามที่ครูสร้างขึ้นจากฐานความรู้ และผลที่เกิดขึ้นจากการสอนของครู) วิธีการที่ใช้ในการศึกษาคือ การบันทึกจากการอภิปราย และการสัมภาษณ์เป็นรายบุคคล และแบบกลุ่ม ผลการวิจัยพบว่า การพัฒนาความเป็นครูมืออาชีพด้วยตนเอง เป็นวิธีการที่ประสบความสำเร็จใน

การช่วยให้ครูเปลี่ยนวิธีการสอนให้เป็นที่น่าพอใจมากขึ้นคือสามารถพัฒนาการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียนได้ โดยการศึกษาวิจัยนี้ไม่ได้มุ่งที่จะศึกษาถึงวิธีการที่หลากหลายในการพัฒนาของครูแต่ละคน แต่มุ่งที่จะศึกษาลักษณะที่ใกล้เคียงกันจากประสบการณ์ของครูในการพัฒนาความเป็นมืออาชีพ ความรู้ที่ถูกสร้างขึ้นและผลที่เกิดขึ้นจากการสอน

คอสโค (Kosko, 2014) ศึกษาเกี่ยวกับการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่เกิดขึ้นจากการได้ฟังการพูดคุยเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ของเพื่อน ผู้วิจัยพบว่าการฟังทางคณิตศาสตร์เป็นสิ่งที่มีความสำคัญต่อมุมมองของการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ และการศึกษาวิจัยเกี่ยวกับการฟังทางคณิตศาสตร์ยังมีน้อย นอกจากนี้โดยส่วนใหญ่ยังเป็นการศึกษาการฟังทางคณิตศาสตร์ในเชิงสำรวจ ซึ่งยังขาดการศึกษาวิจัยที่ศึกษาจากมุมมองของนักเรียน ดังนั้นผู้วิจัยจึงดำเนินการวิจัยโดยมีวัตถุประสงค์เพื่อศึกษาความคิดเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่เกิดขึ้นจากการได้ฟังการพูดคุยเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ของเพื่อน โดยใช้คำถามปลายเปิดเพื่อให้นักเรียนได้แสดงความคิดเห็นเกี่ยวกับคณิตศาสตร์หลังจากที่ได้ฟังการสนทนาของเพื่อน วิธีการที่ใช้ในการศึกษาเป็นการวิจัยเชิงทดลอง ผลการศึกษาพบว่า การฟังที่หลากหลายจะช่วยเพิ่มปฏิริยาตอบสนองจากที่ไม่มีปฏิริยาตอบสนองใดจากการฟังให้เพิ่มขึ้นเป็นเกิดรูปแบบของความกระตือรือร้นได้ จากการสังเกตยังพบว่ามีความสัมพันธ์กันระหว่างวิธีการฟังและรูปแบบการรับรู้จากการมีส่วนร่วมในการอภิปรายทางคณิตศาสตร์ แต่การฟังจะไม่มีความสัมพันธ์กับความถี่ของการมีส่วนร่วมในการอภิปราย

จากการศึกษางานวิจัยเกี่ยวกับการคิดเชิงคณิตศาสตร์พบว่า เมื่อพิจารณาข้อมูลจากงานวิจัยในประเทศที่เกี่ยวข้องกับการคิดเชิงคณิตศาสตร์ตั้งแต่ปี พ.ศ. 2547 จนถึงปัจจุบัน มีการศึกษาเกี่ยวกับการคิดเชิงคณิตศาสตร์น้อยมาก ดังที่ศึกษามามีจำนวนทั้งสิ้น 6 เรื่อง โดยส่วนใหญ่ระเบียบวิธีที่ใช้เป็นการวิจัยเชิงทดลอง ในขณะที่ในต่างประเทศมีงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการคิดเชิงคณิตศาสตร์อยู่มากและเป็นการวิจัยที่ศึกษาในประเด็นที่หลากหลาย ในส่วนของระเบียบวิธีที่ใช้มีทั้งการวิจัยเชิงทดลอง การวิจัยเชิงสำรวจ การวิจัยเชิงคุณภาพ หรือการวิจัยแบบผสมผสาน โดยการวิจัยส่วนใหญ่มีเป้าหมายเพื่อมุ่งที่จะพัฒนาการคิดเชิงคณิตศาสตร์ทั้งของนักเรียน นักศึกษาและของครู เพื่อให้ครูสามารถนำการคิดเชิงคณิตศาสตร์ไปใช้ในการพัฒนา นักเรียน หรือนำความรู้ที่ได้รับการพัฒนาไปใช้ในการพัฒนาการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียนอีกทางหนึ่ง

จากการศึกษาเอกสารที่เกี่ยวข้อง ทำให้เห็นว่างานวิจัยในประเทศที่เกี่ยวข้องกับการคิดเชิงคณิตศาสตร์ยังมีการศึกษาน้อยมาก ทั้งที่การคิดเชิงคณิตศาสตร์มีความสำคัญ

ไม่เฉพาะต่อวิชาคณิตศาสตร์เท่านั้น การคิดเชิงคณิตศาสตร์ยังมีความสำคัญต่อการนำไปใช้เพื่อทำความเข้าใจสิ่งต่าง ๆ รอบตัว (Manouchehri, 2005 อ้างถึงใน รุ่งทิวา นามบำรุง, 2550, น. 17-18) และใช้ในการแก้ปัญหา (Henderson, 2002, p. 1) ด้วย ดังนั้นการคิดเชิงคณิตศาสตร์จึงมีความสำคัญอย่างยิ่งที่นักเรียนควรจะได้รับการพัฒนา โดยเฉพาะการพัฒนาอย่างเป็นระบบ โดยมีกระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ที่มีคุณภาพและเหมาะสมกับนักเรียน เพื่อให้สามารถพัฒนาการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียนได้อย่างแท้จริง





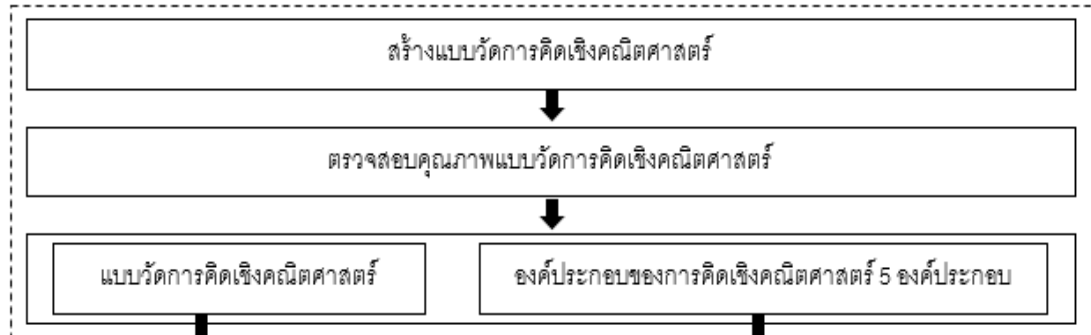
### บทที่ 3

## วิธีดำเนินการวิจัย

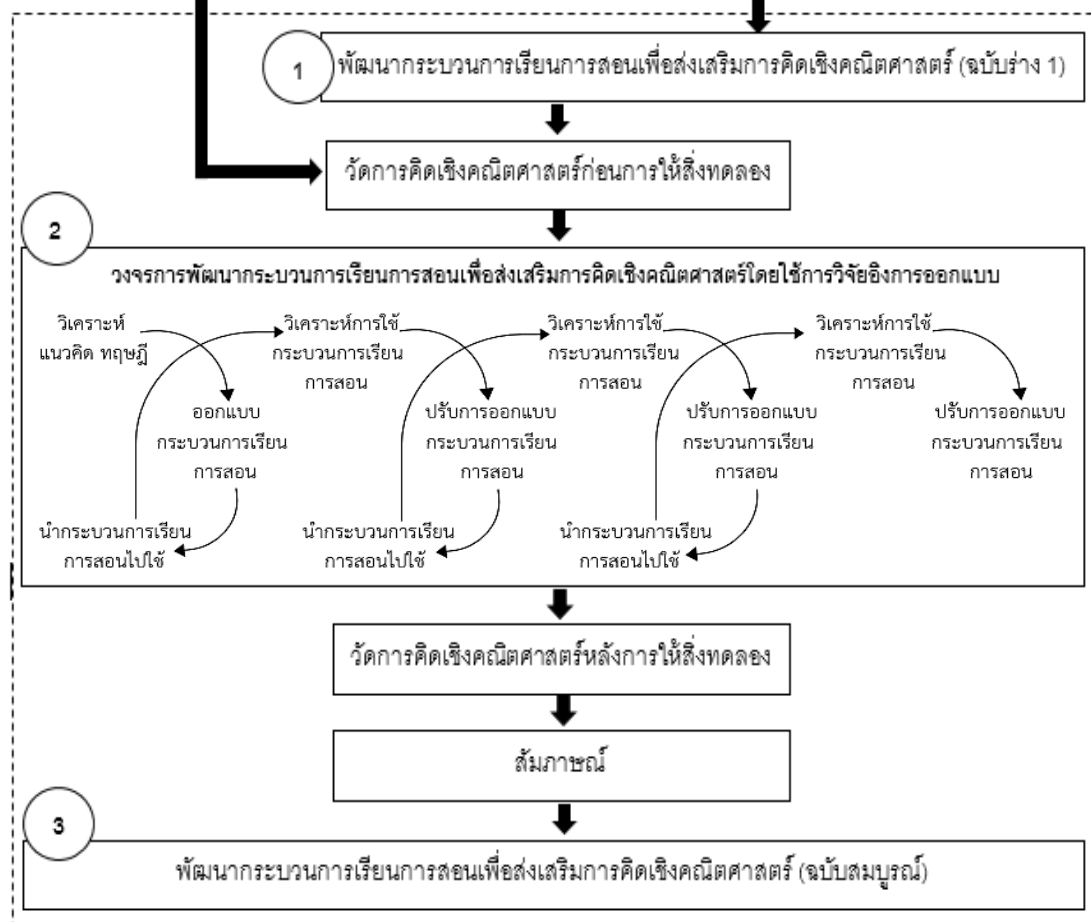
การวิจัยนี้เป็นการพัฒนากระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ โดยมีความมุ่งหมายของการวิจัย คือ 1) เพื่อสร้างและตรวจสอบคุณภาพแบบวัดการคิดเชิงคณิตศาสตร์แบบเลือกตอบชนิดตัวเลือกถูก – ผิด 2) เพื่อพัฒนากระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์โดยประยุกต์ใช้การวิจัยอิงการออกแบบ 3) เพื่อศึกษาพัฒนาการการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่เรียนโดยใช้กระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ และ 4) เพื่อเปรียบเทียบการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ระหว่างกลุ่มที่เรียนโดยใช้กระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์กับกลุ่มที่เรียนโดยใช้กระบวนการเรียนการสอนแบบปกติ

การพัฒนากระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ แบ่งออกเป็น 2 ระยะ ได้แก่ ระยะที่ 1 การสร้างและตรวจสอบคุณภาพแบบวัดการคิดเชิงคณิตศาสตร์ เพื่อให้ทราบจำนวนองค์ประกอบของการคิดเชิงคณิตศาสตร์ในบริบทของนักเรียนไทยและนำไปใช้เป็นแนวทางในการพัฒนากระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ โดยมุ่งพัฒนาการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียนครบทุกองค์ประกอบ และได้แบบวัดการคิดเชิงคณิตศาสตร์เพื่อนำไปใช้วัดการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียนทั้งสองกลุ่ม คือ นักเรียนที่เป็นกลุ่มทดลองและนักเรียนที่เป็นกลุ่มควบคุมไม่สมมูล โดยวัดก่อนและหลังการให้สิ่งทดลอง และในระยะที่ 2 การพัฒนาและศึกษาผลการใช้กระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ โดยประยุกต์ใช้การวิจัยอิงการออกแบบ ในระยะนี้แบ่งขั้นตอนของการวิจัยออกเป็น 3 ขั้นตอนตามหลักการวิจัยอิงการออกแบบ ประกอบด้วย ขั้นตอนที่ 1 การวิจัยเบื้องต้นเพื่อพัฒนารอบแนวคิดในการวิจัย ขั้นตอนที่ 2 การวิจัยเป็นวงจรซ้ำเพื่อพัฒนาต้นแบบนวัตกรรม และขั้นตอนที่ 3 การวิจัยประเมินกึ่งรวบยอดเพื่อตรวจสอบผลการพัฒนา โดยมีขั้นตอนดังภาพประกอบ 5 และแสดงรายละเอียดของขั้นตอนการดำเนินการในลำดับถัดไป

**ระยะที่ 1**



**ระยะที่ 2**



ภาพประกอบ 5 แผนภาพแสดงขั้นตอนวิธีดำเนินการวิจัยพัฒนากระบวนการเรียนการสอน เพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์

## ระยะที่ 1 การสร้างและตรวจสอบคุณภาพแบบวัดการคิดเชิงคณิตศาสตร์

ระยะของการสร้างและตรวจสอบคุณภาพแบบวัดการคิดเชิงคณิตศาสตร์ มีรายละเอียดดังต่อไปนี้

### ความมุ่งหมายของการวิจัย

เพื่อสร้างและตรวจสอบคุณภาพแบบวัดการคิดเชิงคณิตศาสตร์แบบเลือกตอบชนิดตัวเลือกถูก – ผิด

### ประชากรและกลุ่มตัวอย่าง

#### ประชากร

ประชากรที่ใช้ในการตรวจสอบคุณภาพแบบวัดการคิดเชิงคณิตศาสตร์ด้วยการวิเคราะห์องค์ประกอบเชิงยืนยันในครั้งนี้เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ปีการศึกษา 2560 ในโรงเรียนสังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา เขต 17 จำนวน 39 โรงเรียน 137 ห้องเรียน และมีนักเรียนจำนวน 4,755 คน (สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา เขต 17, 2560) (เอกสารจากเว็บไซต์)

#### กลุ่มตัวอย่าง

จากแนวคิดของ แฮร์ และคนอื่น ๆ (Hair et al., 2010) ที่กำหนดว่า ขนาดของกลุ่มตัวอย่างขั้นต่ำควรมี 100 คน และควรมีอย่างน้อย 5 – 10 คนต่อหนึ่งตัวบ่งชี้ หรือ 10 – 20 คนต่อหนึ่งพารามิเตอร์ จากแนวคิดดังกล่าว ผู้วิจัยใช้อัตราส่วนระหว่างหน่วยตัวอย่างกับจำนวนตัวบ่งชี้เป็น 10 คนต่อหนึ่งตัวบ่งชี้ ซึ่งในงานวิจัยนี้มีตัวบ่งชี้ จำนวน 18 ตัว จึงต้องใช้กลุ่มตัวอย่างไม่น้อยกว่า 180 คน และจากแนวคิดของ คอมเรย์ และ ลี (Comrey and Lee, 1992) ที่ได้กำหนดเกณฑ์ขนาดตัวอย่างไว้คร่าว ๆ โดยกำหนดไว้ว่า เกณฑ์ที่อยู่ในระดับดีมาก คือ จำนวน 500 คน จากแนวคิดข้างต้น จึงนำมากำหนดขนาดของกลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการตรวจสอบคุณภาพแบบวัดการคิดเชิงคณิตศาสตร์ด้วยการวิเคราะห์องค์ประกอบเชิงยืนยันการคิดเชิงคณิตศาสตร์ในครั้งนี้ จำนวน 500 คน เป็นนักเรียนในระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ปีการศึกษา 2560 ในโรงเรียนสังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา เขต 17 โดยใช้วิธีการสุ่มกลุ่มตัวอย่างแบบหลายขั้นตอน (multi-stage random sampling) ดังนี้

1. สุ่มโรงเรียนจากขนาดโรงเรียนและจังหวัด ซึ่งจำแนกขนาดโรงเรียนตามเกณฑ์สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน (สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน, 2549) (เอกสารจากเว็บไซต์) และจำแนกจังหวัดเป็น 2 จังหวัด ได้แก่ จังหวัดจันทบุรีและจังหวัดตราด โดยมีเกณฑ์จำแนกขนาดโรงเรียน ดังนี้

ขนาดที่ 1 จำนวนนักเรียน 1 – 120 คน

ขนาดที่ 2 จำนวนนักเรียน 121 – 200 คน

ขนาดที่ 3 จำนวนนักเรียน 201 – 300 คน

ขนาดที่ 4 จำนวนนักเรียน 301 – 499 คน

ขนาดที่ 5 จำนวนนักเรียน 500 – 1,499 คน

ขนาดที่ 6 จำนวนนักเรียน 1,500 – 2,499 คน

ขนาดที่ 7 จำนวนนักเรียน 2,500 – 15,000 คน

ดำเนินการสุ่มโรงเรียนจากขนาดโรงเรียนและจังหวัดด้วยวิธีการสุ่มแบบชั้นภูมิ (stratified sampling) โดยใช้ขนาดโรงเรียนและจังหวัดเป็นชั้น และให้โรงเรียนเป็นหน่วยการสุ่ม แบ่งโรงเรียนเป็น 7 กลุ่ม ตามขนาดโรงเรียน และในแต่ละขนาดโรงเรียนแบ่งเป็น 2 กลุ่มย่อย คือ โรงเรียนในจังหวัดจันทบุรีและจังหวัดตราด และใช้วิธีการสุ่มเพื่อให้ได้โรงเรียนขนาดละ 2 โรงเรียน เป็นโรงเรียนในจังหวัดจันทบุรีและจังหวัดตราด จังหวัดละ 1 โรงเรียน รวมทั้งสิ้นจำนวน 14 โรงเรียน ยกเว้นโรงเรียนในขนาดที่ 7 จะเป็นโรงเรียนในจังหวัดจันทบุรีทั้ง 2 โรงเรียน เนื่องจากในจังหวัดตราดไม่มีโรงเรียนขนาดที่ 7

2. จากแต่ละโรงเรียนดำเนินการสุ่มห้องเรียนในระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนละ 1 – 2 ห้องเรียน และใช้นักเรียนทั้งห้องเรียนเป็นกลุ่มตัวอย่างที่ใช้ตรวจสอบคุณภาพแบบวัด ใช้วิธีการเลือกกลุ่มตัวอย่างโดยใช้เทคนิคการสุ่มตัวอย่างแบบกลุ่ม มีขั้นตอนในการสุ่มห้องเรียน ดังนี้

2.1 ดำเนินการสุ่มห้องเรียน จำนวน 1 ห้องเรียน จากแต่ละโรงเรียน พบว่า จำนวนนักเรียนรวมไม่ถึง 500 คน จึงดำเนินการสุ่มในขั้นตอนต่อไป

2.2 ดำเนินการสุ่มโรงเรียนจาก 14 โรงเรียนเดิมอีกครั้ง เพื่อเป็นโรงเรียนที่ใช้ในการสุ่มห้องเรียนเพิ่ม ดังนั้นมีโรงเรียนที่ดำเนินการสุ่ม 1 ห้องเรียน จำนวน 9 โรงเรียน และโรงเรียนที่ดำเนินการสุ่ม 2 ห้องเรียน จำนวน 5 โรงเรียน ได้จำนวนกลุ่มที่ใช้ตรวจสอบคุณภาพแบบวัด 624 คน และเนื่องจากกำหนดให้มีกลุ่มที่ใช้ตรวจสอบคุณภาพแบบวัดที่จะต้องเก็บข้อมูลเพิ่มขึ้นอย่างน้อยร้อยละ 20 เพื่อเป็นข้อมูลทดแทนในกรณีที่ข้อมูลไม่สมบูรณ์ ดังนั้นจึงดำเนินการเก็บข้อมูลกับกลุ่มที่ใช้ตรวจสอบคุณภาพแบบวัดทั้งหมดที่สุ่มได้ คือ 624 คน จากทั้งหมด 19 ห้องเรียน 14 โรงเรียน

ตาราง 4 กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการตรวจสอบคุณภาพแบบวัดการคิดเชิงคณิตศาสตร์ด้วยการวิเคราะห์องค์ประกอบเชิงยืนยัน

ขนาดโรงเรียน	ชื่อโรงเรียน	จังหวัด	ห้องเรียน	จำนวนกลุ่มตัวอย่าง
ขนาดที่ 1	1. บางกะจะ	จันทบุรี	ม.3/1	15
	2. เนินทรายวิทยาคม	ตราด	ม.3/1	21
ขนาดที่ 2	3. ศรีรัตนราษฎร์นุกเคราะห์	จันทบุรี	ม.3/1	25
	4. เขาน้อยวิทยาคม	ตราด	ม.3/1	31
ขนาดที่ 3	5. เครือหวายวิทยาคม	จันทบุรี	ม.3/2	22
	6. แหลงอบวิทยาคม	ตราด	ม.3/1, ม.3/2	85
ขนาดที่ 4	7. มะขามสรรเสริญ	จันทบุรี	ม.3/3	33
	8. วัดคลองสน	ตราด	ม.3/1	36
ขนาดที่ 5	9. ชลบุรีชดากิเชก	จันทบุรี	ม.3/3, ม.3/4	60
	10. คลองใหญ่วิทยาคม	ตราด	ม.3/3, ม.3/6	64
ขนาดที่ 6	11. ท่าใหม่ พูลสวัสดิ์ราษฎร์นุกกุล	จันทบุรี	ม.3/5	35
	12. ตราชะตระการคุณ	ตราด	ม.3/2, ม.3/8	78
ขนาดที่ 7	13. เบญจมาชุกทิต	จันทบุรี	ม.3/4, ม.3/9	78
	14. ศรียานุสรณ์	จันทบุรี	ม.3/6	41
รวม	14	2	19	624

### ขั้นตอนดำเนินการวิจัย

ในขณะนี้เป็นการสร้างและตรวจสอบคุณภาพแบบวัดการคิดเชิงคณิตศาสตร์ มีขั้นตอนการสร้างและตรวจสอบคุณภาพแบบวัดการคิดเชิงคณิตศาสตร์ ดังรายละเอียดต่อไปนี้

1. ศึกษาแนวคิด ทฤษฎี เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการคิดเชิงคณิตศาสตร์ ศึกษาความหมายและองค์ประกอบของการคิดเชิงคณิตศาสตร์ตามแนวคิดของสมาคมครูคณิตศาสตร์แห่งสหรัฐอเมริกา ซึ่งจำแนกองค์ประกอบของการคิดเชิงคณิตศาสตร์เป็น 5 องค์ประกอบ 18 มาตรฐาน ได้แก่ 1) การแก้ปัญหาเชิงคณิตศาสตร์ 2) การให้เหตุผลเชิงคณิตศาสตร์ 3) การสื่อสารความคิดเชิงคณิตศาสตร์ 4) การเชื่อมโยงสาระหลักเชิงคณิตศาสตร์ และ 5) การนำเสนอตัวแทนความคิดเชิงคณิตศาสตร์ เพื่อเขียนนิยามเชิงปฏิบัติการของการคิดเชิง

คณิตศาสตร์และนิยามเชิงปฏิบัติการขององค์ประกอบทั้ง 5 องค์ประกอบ และศึกษาโครงสร้างหลักสูตรวิชาคณิตศาสตร์ ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 กระทรวงศึกษาธิการ ของระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 เพื่อวางแผนในการกำหนดโครงสร้างของแบบวัดการคิดเชิงคณิตศาสตร์

2. กำหนดโครงสร้างของแบบวัดการคิดเชิงคณิตศาสตร์ โดยนำนิยามเชิงปฏิบัติการและมาตรฐานของแต่ละองค์ประกอบของการคิดเชิงคณิตศาสตร์ มากำหนดโครงสร้างของแบบวัดและจำนวนข้อ โดยการคิดเชิงคณิตศาสตร์มีทั้งหมด 5 องค์ประกอบ 18 มาตรฐาน กำหนดจำนวนข้อองค์ประกอบละ 5 ข้อ รวม 25 ข้อ ครอบคลุม 18 มาตรฐาน ดังตาราง 5

ตาราง 5 โครงสร้างของแบบวัดการคิดเชิงคณิตศาสตร์

องค์ประกอบการคิดเชิงคณิตศาสตร์	มาตรฐานการคิดเชิงคณิตศาสตร์	จำนวนข้อ	รวม
การแก้ปัญหาเชิงคณิตศาสตร์	1. สร้างความรู้ใหม่ทางคณิตศาสตร์ผ่านกระบวนการแก้ปัญหา	1	5
	2. ในการแก้ปัญหาควรมีมูลเหตุมาจากคณิตศาสตร์และบริบทอื่น ๆ	1	
	3. สามารถประยุกต์และดัดแปลงการแก้ปัญหาได้หลากหลาย เหมาะสมกับแผนการแก้ปัญหา	1	
	4. สามารถควบคุมและสะท้อนให้เห็นถึงกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้	2	
การให้เหตุผลเชิงคณิตศาสตร์	1. ยอมรับว่าการให้เหตุผลและการพิสูจน์เป็นพื้นฐาน และเป็นมุมมอง (aspect) ทางคณิตศาสตร์	1	5
	2. สร้างและตรวจสอบข้อคาดการณ์ (Conjectures) ทางคณิตศาสตร์ได้	1	
	3. พัฒนาและประเมินค่าการให้เหตุผลและการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ได้	1	
	4. ใช้ภาษาทางคณิตศาสตร์ที่แสดงให้เห็นถึงความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ได้	2	



ตาราง 5 (ต่อ)

องค์ประกอบการคิด เชิงคณิตศาสตร์	มาตรฐานการคิดเชิงคณิตศาสตร์	จำนวน ข้อ	รวม
การสื่อสารความคิด เชิงคณิตศาสตร์	1. สร้างและรวบรวมแนวความคิดทาง คณิตศาสตร์ผ่านทาง การสื่อสาร	1	5
	2. สื่อสารแนวความคิดทางคณิตศาสตร์ที่ชัดเจน ไปสู่เพื่อน ครู และบุคคลอื่น	2	
	3. วิเคราะห์และประเมินค่าแนวความคิดทาง คณิตศาสตร์กับสิ่งอื่น ๆ	1	
	4. ใช้ภาษาทางคณิตศาสตร์ที่แสดงให้เห็นถึง ความเข้าใจทางคณิตศาสตร์	1	
การเชื่อมโยง สาระหลัก เชิงคณิตศาสตร์	1. รู้จักใช้การเชื่อมโยงระหว่างแนวคิดที่ใช้ใน คณิตศาสตร์	1	5
	2. ทำความเข้าใจความสัมพันธ์ของแนวคิดที่ เกี่ยวกับคณิตศาสตร์ที่ก่อให้เกิดความสมบูรณ์ ของเรื่องราวที่สอดคล้องกัน	2	
	3. รู้จักประยุกต์ใช้คณิตศาสตร์กับสภาพแวดล้อม ของสิ่งต่าง ๆ ที่นอกเหนือจากคณิตศาสตร์	2	
การนำเสนอ ตัวแทนความคิด เชิงคณิตศาสตร์	1. สร้างและใช้การนำเสนอตัวแทนความคิดที่ สร้างขึ้น หรือบันทึกการเชื่อมโยงแนวความคิด ทางคณิตศาสตร์	1	5
	2. สามารถเลือก ประยุกต์ และกำหนดการ นำเสนอตัวแทนความคิดเพื่อการแก้ปัญหาทาง คณิตศาสตร์ได้	2	
	3. ใช้รูปแบบการเสนอตัวแทนความคิดอธิบายใน เรื่องของฟิสิกส์ สังคมและปรากฏการณ์ทาง ธรรมชาติต่าง ๆ ในทางคณิตศาสตร์ได้	2	
<b>รวม</b>		25	25

3. ดำเนินการพัฒนาแบบวัดการคิดเชิงคณิตศาสตร์ โดยสร้างข้อคำถามตามนิยามเชิงปฏิบัติการและโครงสร้างของแบบวัดการคิดเชิงคณิตศาสตร์ที่กำหนด มีลักษณะเป็นแบบทดสอบเลือกตอบชนิดตัวเลือกถูก – ผิด (Multiple True – False : MTF) จำนวน 25 ข้อ องค์ประกอบละ 5 ข้อ ในแต่ละข้อมี 4 ข้อย่อย พร้อมทั้งกำหนดเกณฑ์การแปลความหมายคะแนนของคะแนนรวมทั้งฉบับและรายด้านของแบบวัดการคิดเชิงคณิตศาสตร์ โดยใช้เกณฑ์การแปลความหมายของแอนเดอร์สัน (Anderson, 1981 อ้างถึงใน วิไลลักษณ์ ลังกา, 2554, น. 106) ซึ่งระดับคะแนนที่ได้ ใช้ช่วงห่างของค่าคะแนนกลาง  $\pm SE$  ซึ่งตัวแปรการคิดเชิงคณิตศาสตร์มีค่าคะแนนกลางเท่ากับ 51.575 และค่าความคลาดเคลื่อนมาตรฐานเท่ากับ 1.077 ระดับคะแนนดังตาราง 6

ตาราง 6 การแปลความหมายคะแนนรวมทั้งฉบับของแบบวัดการคิดเชิงคณิตศาสตร์

ระดับคะแนนรวมทั้งฉบับ	ความหมาย
52.653 – 80.000	นักเรียนมีความสามารถในการคิดเชิงคณิตศาสตร์อยู่ในระดับสูง
50.498 – 52.652	นักเรียนมีความสามารถในการคิดเชิงคณิตศาสตร์อยู่ในระดับปานกลาง
0.000 – 50.497	นักเรียนมีความสามารถในการคิดเชิงคณิตศาสตร์อยู่ในระดับต่ำ

4. ตรวจสอบความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหา (Content validity) โดยนำแบบวัดการคิดเชิงคณิตศาสตร์ที่พัฒนาขึ้น พร้อมด้วยโครงสร้างของแบบวัดการคิดเชิงคณิตศาสตร์ และเกณฑ์การแปลความหมายคะแนน เสนอต่ออาจารย์ที่ปรึกษาปริญญาโท เพื่อตรวจสอบความถูกต้องและความเหมาะสมของเนื้อหาในเบื้องต้น จากนั้นนำแบบวัดกลับมาดำเนินการแก้ไขปรับปรุง และนำแบบวัดการคิดเชิงคณิตศาสตร์ที่แก้ไขแล้วพร้อมรายละเอียดเกี่ยวกับหัวข้อวิจัย นิยามเชิงปฏิบัติการของตัวแปรที่ใช้ โครงสร้างของแบบวัดและเกณฑ์การแปลความหมายคะแนน เสนอต่อผู้เชี่ยวชาญ จำนวน 5 คน เพื่อตรวจสอบความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหา โดยพิจารณาความสอดคล้องของข้อคำถามเป็นรายข้อกับนิยามที่ต้องการวัด (Item Objective Congruence : IOC) ตรวจสอบความถูกต้องของภาษาและความชัดเจนของข้อคำถาม โดยมีเกณฑ์ในการคัดเลือกผู้เชี่ยวชาญ ดังนี้ 1) ผู้เชี่ยวชาญด้านวิธีวิทยาการวิจัย จำนวน 1 คน 2) ผู้เชี่ยวชาญด้านการวัดและประเมินผล จำนวน 2 คน และ 3) ผู้เชี่ยวชาญด้านคณิตศาสตร์ จำนวน 2 คน

ความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหา ตรวจสอบได้จากความสอดคล้องระหว่างข้อคำถามกับเนื้อหาที่มุ่งวัด (Item Objective Congruence : IOC) โดยมีระดับความสอดคล้อง ดังนี้  
 +1 หมายถึง มีความสอดคล้องระหว่างข้อคำถามกับนิยามที่ต้องการวัด  
 0 หมายถึง ไม่แน่ใจว่ามีความสอดคล้องระหว่างข้อคำถามกับนิยามที่ต้องการวัด

-1 หมายถึง ไม่มีความสอดคล้องระหว่างข้อคำถามกับนิยามที่ต้องการวัด  
 ภายหลังจากให้ผู้เชี่ยวชาญตรวจสอบความสอดคล้องของแบบวัดแล้ว นำผลการตรวจสอบมาคำนวณหาดัชนี IOC เป็นรายข้อและคัดเลือกข้อคำถามที่มีค่า IOC ผ่านเกณฑ์ โดยมีเกณฑ์ที่ใช้ในการคัดเลือกข้อคำถาม คือ ข้อคำถามในแบบวัดต้องมีค่าดัชนี IOC มากกว่า .50 ( $IOC > .50$ ) จึงจะถือว่าข้อคำถามนั้นสอดคล้องกับนิยามที่ต้องการวัดและมีความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหา ซึ่งคัดเลือกข้อคำถามที่มีค่า IOC อยู่ระหว่าง .60 – 1.00 และดำเนินการปรับปรุงข้อคำถามตามคำแนะนำของผู้เชี่ยวชาญ

5. นำแบบวัดที่ปรับแก้ข้อคำถามแล้วไปทดลองใช้ (Try out) กับนักเรียนในระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ปีการศึกษา 2560 โรงเรียนสตรีประเสริฐศิลป์ ซึ่งมีลักษณะใกล้เคียงกับประชากรแต่ไม่ใช่กลุ่มตัวอย่าง จำนวน 1 ห้องเรียน 40 คน และนำคะแนนจากการทำแบบวัดมาหาค่าความยากง่าย (Difficulty) และค่าอำนาจจำแนก (Discrimination) ซึ่งข้อคำถามที่คัดเลือกมีค่าความยากง่ายอยู่ระหว่าง .338 – .713 และค่าอำนาจจำแนกอยู่ระหว่าง .275 – .525

6. นำคะแนนจากการทำแบบวัดมาวิเคราะห์หาความเชื่อมั่น (Reliability) โดยวิธีสัมประสิทธิ์แอลฟาของครอนบาค (Cronbach's Alpha Coefficient) มีค่าความเชื่อมั่นเท่ากับ .885

7. นำแบบวัดการคิดเชิงคณิตศาสตร์ ไปใช้กับกลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการตรวจสอบคุณภาพแบบวัดการคิดเชิงคณิตศาสตร์ด้วยการวิเคราะห์องค์ประกอบเชิงยืนยันการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียนในระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ในครั้งนี้ ดังแสดงในตาราง 7

8. นำแบบวัดไปใช้กับกลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยเชิงทดลอง

### เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยในขณะนี้ คือ แบบวัดการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ซึ่งเป็นแบบวัดที่พัฒนาขึ้นเพื่อใช้สำหรับวัดใน 5 องค์ประกอบของการคิดเชิงคณิตศาสตร์ ตามแนวคิดของสมาคมครุคณิตศาสตร์แห่งสหรัฐอเมริกา (The National

Council of Teachers of Mathematics : NCTM) โดยจำแนกองค์ประกอบของการคิดเชิงคณิตศาสตร์เป็น 5 องค์ประกอบ 18 มาตรฐาน ได้แก่ 1) การแก้ปัญหาเชิงคณิตศาสตร์ 2) การให้เหตุผลเชิงคณิตศาสตร์ 3) การสื่อสารความคิดเชิงคณิตศาสตร์ 4) การเชื่อมโยงสาระหลักเชิงคณิตศาสตร์ และ 5) การนำเสนอตัวแทนความคิดเชิงคณิตศาสตร์ มีลักษณะเป็นแบบทดสอบเลือกตอบชนิดตัวเลือกรุก – ผิด (Multiple True – False : MTF) จำนวน 20 ข้อ องค์ประกอบละ 4 ข้อ ในแต่ละข้อมี 4 ข้อย่อย

### สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล

1. สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูลเบื้องต้นเพื่อให้ทราบลักษณะของกลุ่มตัวอย่างและลักษณะการแจกแจงของข้อมูล ซึ่งเป็นค่าสถิติพื้นฐาน ได้แก่ ค่าร้อยละ ค่าเฉลี่ยเลขคณิต และค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน

2. สถิติที่ใช้ในการตรวจสอบคุณภาพเครื่องมือ ได้แก่

2.1 การวิเคราะห์ค่าความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหา (Content validity) ของแบบวัดการคิดเชิงคณิตศาสตร์ จากการหาค่าความสอดคล้องระหว่างข้อคำถามกับเนื้อหาที่มุ่งวัด (Item Objective Congruence : IOC) โดยเกณฑ์ที่ใช้ในการคัดเลือกข้อคำถาม คือ ข้อคำถามในแบบวัดต้องมีค่า IOC มากกว่า .50 มีสูตรการคำนวณดังนี้

$$IOC = \frac{\sum R}{N}$$

เมื่อ IOC แทน ดัชนีความสอดคล้องมีค่าอยู่ระหว่าง - 1 ถึง + 1

$\sum R$  แทน ผลรวมของการพิจารณาของผู้เชี่ยวชาญ

N แทน จำนวนผู้เชี่ยวชาญ

2.2 การวิเคราะห์ค่าความยากง่าย (Difficulty) ของแบบวัดการคิดเชิงคณิตศาสตร์ โดยการจำแนกนักเรียนออกเป็นสองกลุ่ม คือ กลุ่มสูงและกลุ่มต่ำ โดยเกณฑ์ที่ใช้ในการคัดเลือกข้อคำถาม คือ คัดเลือกข้อคำถามที่มีค่าความยากง่าย .20 – .80 มีสูตรการคำนวณดังนี้

$$P = \frac{P_H + P_L}{2}$$

$$P_H = \frac{\sum H}{\sum T_H}$$

$$P_L = \frac{\sum L}{\sum T_L}$$

เมื่อ  $p$  แทน ค่าความยากง่าย

$P_H$  แทน สัดส่วนของคะแนนรวมรายชื่อของทุกคนในกลุ่มสูงเมื่อเทียบกับคะแนนเต็มรวมรายชื่อของทุกคนในกลุ่มสูง

$P_L$  แทน สัดส่วนของคะแนนรวมรายชื่อของทุกคนในกลุ่มต่ำเมื่อเทียบกับคะแนนเต็มรวมรายชื่อของทุกคนในกลุ่มต่ำ

$\sum H$  แทน คะแนนรวมรายชื่อของทุกคนในกลุ่มสูง

$\sum L$  แทน คะแนนรวมรายชื่อของทุกคนในกลุ่มต่ำ

$\sum T_H$  แทน คะแนนเต็มรวมรายชื่อของทุกคนในกลุ่มสูง

$\sum T_L$  แทน คะแนนเต็มรวมรายชื่อของทุกคนในกลุ่มต่ำ

2.3 การวิเคราะห์ค่าอำนาจจำแนก (Discrimination) ของแบบวัดการคิดเชิงคณิตศาสตร์โดยการหาประสิทธิภาพของข้อสอบด้วยการจำแนกนักเรียนออกเป็นสองกลุ่ม คือ กลุ่มสูงและกลุ่มต่ำ โดยเกณฑ์ที่ใช้ในการคัดเลือกข้อคำถาม คือ คัดเลือกข้อคำถามที่มีค่าอำนาจจำแนก .20 ขึ้นไป มีสูตรการคำนวณดังนี้

$$r = P_H - P_L$$

เมื่อ  $r$  แทน ค่าอำนาจจำแนก

2.4 การวิเคราะห์ค่าความเชื่อมั่น (Reliability) ของแบบวัดการคิดเชิงคณิตศาสตร์ โดยใช้วิธีสัมประสิทธิ์แอลฟาของครอนบาค (Cronbach's Alpha Coefficient) โดยเกณฑ์ค่าความเชื่อมั่นที่ใช้สำหรับแบบวัด คือ มีค่าตั้งแต่ .70 ขึ้นไป มีสูตรการคำนวณดังนี้

$$\alpha = \frac{k}{k-1} \left( 1 - \frac{\sum s_i^2}{s_t^2} \right)$$

เมื่อ  $\alpha$  แทน ค่าความเชื่อมั่นของแบบวัด

k แทน จำนวนข้อของแบบวัด

$S_i^2$  แทน ความแปรปรวนของคะแนนรายข้อ

$S_t^2$  แทน ความแปรปรวนของคะแนนรวม

$$S_i^2 = \frac{n \sum i^2 - (\sum i)^2}{n(n-1)}$$

$$S_t^2 = \frac{n \sum x^2 - (\sum x)^2}{n(n-1)}$$

2.5 การวิเคราะห์ค่าความเที่ยงตรงเชิงโครงสร้าง ด้วยการวิเคราะห์องค์ประกอบเชิงยืนยัน (Confirmatory Factor Analysis : CFA) ของแบบวัดการคิดเชิงคณิตศาสตร์ พิจารณาจากค่าสถิติดังต่อไปนี้ ค่าไค-สแควร์ (Chi-Square :  $\chi^2$ ) ใช้ทดสอบสมมติฐานทางสถิติที่ว่า ฟังก์ชันความกลมกลืนมีค่าเป็นศูนย์หรือโมเดลองค์ประกอบตามทฤษฎีที่เป็นสมมติฐานวิจัยสอดคล้องกับข้อมูลเชิงประจักษ์ โดยถ้าค่าสถิติไค-สแควร์แตกต่างจากศูนย์อย่างไม่มีนัยสำคัญทางสถิติ ( $p > .05$ ) แสดงว่าไม่ปฏิเสธสมมติฐานหลักที่ว่า โมเดล CFA สอดคล้องกลมกลืนกับข้อมูลเชิงประจักษ์ (นงลักษณ์ วิรัชชัย, 2542, น. 160) ค่าดัชนีอัตราส่วนไค-สแควร์สัมพัทธ์ (Relative Chi-Square Ratio :  $\chi^2/df$ ) เป็นอัตราส่วนระหว่างค่าสถิติไค-สแควร์กับจำนวนองศาอิสระ ( $\chi^2/df$ ) โดยหลักทั่วไป ถ้าค่าไค-สแควร์สัมพัทธ์น้อยกว่า 3.00 ถือว่าโมเดลสอดคล้องกับข้อมูลเชิงประจักษ์ (Mueller, 1996 อ้างถึงใน เสรี ชัดแจ้ง, 2547, น. 29) ค่าดัชนีวัดระดับความกลมกลืน (Goodness of Fit Index : GFI) ค่าดัชนีวัดระดับความกลมกลืนที่ปรับแก้แล้ว (Adjusted Goodness of Fit Index : AGFI) และค่าดัชนีวัดระดับความสอดคล้องเปรียบเทียบ (Comparative Fit Index : CFI) ดัชนีทั้งสามนี้มีค่าอยู่ระหว่าง 0 ถึง 1.00 ถ้าดัชนี GFI และดัชนี AGFI มีค่ามากกว่า .90 แสดงว่าโมเดลสอดคล้องกับข้อมูลเชิงประจักษ์ (Diamantopoulos & Siguaw, 2000 อ้างถึงใน เสรี ชัดแจ้ง, 2547, น. 29) ถ้าดัชนี CFI มีค่ามากกว่า .95 แสดงว่าโมเดลสอดคล้องกับข้อมูลเชิงประจักษ์ (Hu & Bentler, 1999 อ้างถึงใน เสรี ชัดแจ้ง, 2547, น. 29) ค่าบอกความคลาดเคลื่อนของโมเดล ได้แก่ ค่าดัชนีรากของค่าเฉลี่ยกำลังสองของความคลาดเคลื่อนโดยประมาณ (Root Mean Square Error of Approximation



: RMSEA) มีค่าอยู่ระหว่าง 0 ถึง 1.00 ถ้ามีค่าต่ำกว่า .06 แสดงว่าโมเดลสอดคล้องกับข้อมูลเชิงประจักษ์ดี และค่าดัชนีรากมาตรฐานของค่าเฉลี่ยกำลังสองของส่วนที่เหลือ (Standard Root Mean Square Residual : SRMR) มีค่าอยู่ระหว่าง 0 ถึง 1.00 ถ้ามีค่าต่ำกว่า .08 แสดงว่า โมเดลสอดคล้องกับข้อมูลเชิงประจักษ์ดี (Hu & Bentler, 1999 อ้างถึงใน เสรี ชัดแจ้ง, 2547, น. 29) เกณฑ์การพิจารณาค่าสถิติข้างต้นแสดงดังตาราง 7

ตาราง 7 เกณฑ์การพิจารณาการวิเคราะห์ค่าความเที่ยงตรงเชิงโครงสร้างของแบบวัดการคิดเชิงคณิตศาสตร์

ดัชนีตรวจสอบความสอดคล้อง	เกณฑ์การพิจารณา
Chi-Square ( $\chi^2$ )	ค่า p มีค่ามากกว่า .05
Relative Chi-Square Ratio ( $\chi^2/df$ )	มีค่าน้อยกว่า 3.00
Goodness of Fit Index (GFI)	มีค่ามากกว่า .90
Adjusted Goodness of Fit Index (AGFI)	มีค่ามากกว่า .90
Comparative Fit Index (CFI)	มีค่ามากกว่า .95
Root Mean Square Error of Approximation (RMSEA)	มีค่าน้อยกว่า .06
Standard Root Mean Square Residual (SRMR)	มีค่าน้อยกว่า .08

2.6 การวิเคราะห์ค่าความเที่ยงตรงเชิงลู่เข้า (Convergent validity) จากค่าเฉลี่ยความแปรปรวนที่สกัดได้ของตัวแปร (Average variance Extracted : AVE) โดยเกณฑ์ที่ใช้คือค่า AVE มีค่าตั้งแต่ .50 ขึ้นไป แสดงว่าโมเดลการวัดมีความเที่ยงตรงเชิงลู่เข้าที่ดี สูตรการคำนวณดังนี้

$$AVE = \frac{\sum \lambda^2}{\sum \lambda^2 + \sum (\theta)}$$

เมื่อ AVE แทน ค่าเฉลี่ยความแปรปรวนที่สกัดได้ของตัวแปร

$\lambda$  แทน ค่าน้ำหนักองค์ประกอบมาตรฐานของตัวแปรสังเกตได้

$\theta$  แทน ค่าความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อนมาตรฐาน

2.7 การวิเคราะห์ค่าความเชื่อมั่นเชิงโครงสร้าง (Construct reliability: CR) โดยเกณฑ์ที่ใช้ คือ ค่า CR มีค่ามากกว่า .70 แสดงว่ามีความเชื่อมั่นเชิงโครงสร้างสูง สูตรการคำนวณดังนี้

$$CR = \frac{(\sum \lambda)^2}{(\sum \lambda)^2 + \sum (\theta)}$$

เมื่อ CR แทน ค่าความเชื่อมั่นเชิงโครงสร้าง

$\lambda$  แทน ค่าน้ำหนักองค์ประกอบมาตรฐานของตัวแปรสังเกตได้

$\theta$  แทน ค่าความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อนมาตรฐาน

2.8 การวิเคราะห์ค่าความเที่ยงตรงเชิงจำแนก (Discriminant validity) โดยพิจารณาจากค่าเฉลี่ยความแปรปรวนที่สกัดได้ของตัวแปร (AVE) ของแต่ละองค์ประกอบ โดยเกณฑ์ที่ใช้คือ ค่า AVE ของแต่ละองค์ประกอบมีค่ามากกว่าค่าความแปรปรวนร่วมระหว่างองค์ประกอบนั้น ๆ กับองค์ประกอบอื่น แสดงว่าโมเดลมีความเที่ยงตรงเชิงจำแนก สูตรการคำนวณค่า AVE เช่นเดียวกับสูตรการคำนวณข้อ 2.6

จากระยะที่ 1 การสร้างและตรวจสอบคุณภาพแบบวัดการคิดเชิงคณิตศาสตร์ เมื่อสร้างและตรวจสอบคุณภาพแบบวัดการคิดเชิงคณิตศาสตร์ด้วยการวิเคราะห์องค์ประกอบเชิงยืนยันแล้ว ทำให้ทราบจำนวนองค์ประกอบการคิดเชิงคณิตศาสตร์ที่เหมาะสมกับบริบทของนักเรียนไทย เพื่อนำไปใช้เป็นแนวทางในการพัฒนากระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ โดยมุ่งพัฒนาการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียนให้ครบทุกองค์ประกอบ และนำแบบวัดการคิดเชิงคณิตศาสตร์ที่มีคุณภาพไปใช้วัดการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียนสองกลุ่มคือ นักเรียนที่เป็นกลุ่มทดลองและนักเรียนที่เป็นกลุ่มควบคุมไม่สมมูล โดยวัดก่อนและหลังการให้สิ่งทดลอง ในส่วนของกรวิจัยเชิงทดลองในระยะที่ 2 ต่อไป

### **ระยะที่ 2 การพัฒนาและศึกษาผลการใช้กระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์โดยประยุกต์ใช้การวิจัยอิงการออกแบบ**

ในระยะของการพัฒนาและศึกษาผลการใช้กระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์โดยประยุกต์ใช้การวิจัยอิงการออกแบบนี้ แบ่งขั้นตอนของการวิจัยตามหลักการวิจัยอิงการออกแบบ ซึ่งประกอบด้วย ขั้นตอนที่ 1 การวิจัยเบื้องต้นเพื่อพัฒนารอบแนวคิดในการวิจัย ขั้นตอนที่ 2 การวิจัยเป็นวงจรซ้ำเพื่อพัฒนาด้านแบบนวัตกรรม และขั้นตอนที่ 3 การวิจัยประเมินกึ่งรวบยอด (semi-summative evaluation) เพื่อตรวจสอบผลการพัฒนา มีขั้นตอนในการดำเนินการและรายละเอียด ดังต่อไปนี้

### ความมุ่งหมายของการวิจัย

ความมุ่งหมายของการวิจัยในระยาะนี้ เพื่อพัฒนาระบบการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์โดยประยุกต์ใช้การวิจัยอิงการออกแบบ เพื่อศึกษาพัฒนาการการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่เรียนโดยใช้กระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ และเพื่อเปรียบเทียบการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ระหว่างกลุ่มที่เรียนโดยใช้กระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์กับกลุ่มที่เรียนโดยใช้กระบวนการเรียนการสอนแบบปกติ

### ประชากรและกลุ่มตัวอย่าง

#### ประชากร

ประชากรที่ใช้ในการวิจัยเชิงทดลองในระยาะนี้เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ปีการศึกษา 2560 ในโรงเรียนสังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา เขต 17 จำนวน 39 โรงเรียน 137 ห้องเรียน และมีนักเรียนจำนวน 4,755 คน

#### กลุ่มตัวอย่าง

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการทดลองในระยาะนี้ เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ปีการศึกษา 2560 โรงเรียนเขาสมิงวิทยาคม “จวจินตรุจิวรงศ์อุปถัมภ์” สังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา เขต 17 จังหวัดตราด เนื่องจากโรงเรียนเขาสมิงวิทยาคม “จวจินตรุจิวรงศ์อุปถัมภ์” เป็นโรงเรียนที่มีความเป็นไปได้ในทางปฏิบัติ คือ เป็นโรงเรียนที่สมัครใจในการให้ข้อมูลและยินดีให้ผู้วิจัยดำเนินการทดลองและการเก็บข้อมูลได้ และเนื่องจากกลุ่มตัวอย่างเป็นกลุ่มที่มีอยู่แล้วในสภาพตามธรรมชาติ คือ ห้องเรียน ซึ่งไม่สามารถกำหนดกลุ่มตัวอย่างเข้ากลุ่มอย่างสุ่มได้ ทำให้กลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมอาจเกิดความไม่เท่าเทียมกันก่อนการทดลอง จึงใช้ระเบียบวิธีการทางสถิติปรับเพื่อให้เกิดความเท่าเทียมกันของทั้งสองกลุ่ม โดยใช้การวิเคราะห์ความแปรปรวนร่วมพหุคูณ (Multivariate Analysis of Covariance : MANCOVA) โดยนำคะแนนจากการทดสอบวัดก่อนการให้สิ่งทดลองมาเป็นตัวแปรร่วม (Covariate) ในส่วนของการกำหนดขนาดของกลุ่มตัวอย่าง คำนวณโดยใช้โปรแกรม G\*Power 3.1.7 โดยวางแผนการทดลองให้มีกลุ่มตัวอย่าง 2 กลุ่ม คือ กลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมไม่สมมูล มีตัวแปรร่วม 1 ตัว คือ คะแนนจากการทดสอบวัดก่อนการให้สิ่งทดลอง กำหนดค่า  $\alpha = 0.01$  และ  $1 - \beta = 0.99$  จากการทบทวนงานวิจัยในอดีตของเบญจมาศ ฉิมมาลี (2550) ทราบค่าขนาดอิทธิพล มีขนาดเท่ากับ 0.65 จึงประมาณค่าขนาดตัวอย่างรวม โดยป้อนข้อมูลเพื่อประมาณค่าขนาดตัวอย่าง ดังนี้

Effect size f

พิมพ์ข้อมูล 0.65

$\alpha$ err prob	พิมพ์ข้อมูล	0.01
power ( $1 - \beta$ err prob)	พิมพ์ข้อมูล	0.99
Numerator df	พิมพ์ข้อมูล	1
Number of groups	พิมพ์ข้อมูล	2
Number of covariates	พิมพ์ข้อมูล	1

ผลการคำนวณจากโปรแกรม พบว่า ขนาดตัวอย่างรวมเท่ากับ 61 คน แต่เนื่องจากจำนวนนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ปีการศึกษา 2560 ของโรงเรียนเขาสมิงวิทยาคม “จงจิตรวิจิตรวงศ์อุปถัมภ์” มีจำนวนนักเรียนห้องเรียนละ 34 คน จึงใช้นักเรียนทั้งห้องเรียนเป็นกลุ่มตัวอย่างในการวิจัยเชิงทดลองในครั้งนี้ ดังนั้นกลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยเชิงทดลองครั้งนี้ จึงเป็นนักเรียนในระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ปีการศึกษา 2560 โรงเรียนเขาสมิงวิทยาคม “จงจิตรวิจิตรวงศ์อุปถัมภ์” สังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา เขต 17 จังหวัดตราด จำนวน 2 ห้องเรียน ห้องเรียนละ 34 คน มีจำนวนนักเรียนรวม 68 คน โดยแบ่งเป็นกลุ่มทดลอง 1 ห้องเรียน และกลุ่มควบคุมไม่สมมูล 1 ห้องเรียน ใช้วิธีการเลือกกลุ่มตัวอย่างโดยใช้เทคนิคการสุ่มตัวอย่างแบบกลุ่ม (Cluster random sampling) เพื่อสุ่มห้องเรียนที่เป็นกลุ่มทดลองและห้องเรียนที่เป็นกลุ่มควบคุมไม่สมมูล

#### ผู้ให้ข้อมูลในวิธีการเชิงคุณภาพ

ในส่วนของวิธีการเชิงคุณภาพ ผู้วิจัยเลือกสนามวิจัยด้วยวิธีเจาะจง (Purposive sampling) ได้แก่ โรงเรียนเขาสมิงวิทยาคม “จงจิตรวิจิตรวงศ์อุปถัมภ์” สังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา เขต 17 จังหวัดตราด ปีการศึกษา 2560 เนื่องจากเป็นโรงเรียนที่ใช้ในการวิจัยเชิงทดลอง โดยดำเนินการควบคุมกันไปกับวิธีการเชิงคุณภาพ ในห้องเรียนที่เป็นกลุ่มทดลอง ซึ่งเรียนโดยใช้กระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ เพื่อตอบคำถามการวิจัยที่ว่า กระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ควรมีลักษณะอย่างไร และเป็นโรงเรียนที่มีความเป็นไปได้ในทางปฏิบัติ คือ เป็นโรงเรียนที่สมัครใจในการให้ข้อมูลและยินดีให้ผู้วิจัยดำเนินการทดลองและการเก็บข้อมูลโดยการศึกษาเชิงลึก เพื่อทำความเข้าใจว่ากระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ควรมีลักษณะอย่างไร เพื่อนำไปพัฒนาการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียนต่อไป

ผู้ให้ข้อมูลที่เลือกมาศึกษานี้ เป็นนักเรียนที่เรียนโดยใช้กระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ที่พัฒนาขึ้น ซึ่งเป็นกลุ่มตัวอย่างจากห้องเรียนที่เป็นกลุ่มทดลอง โดยเลือกผู้ให้ข้อมูลแบบยึดจุดมุ่งหมายของการศึกษาเป็นหลัก (Purposeful sampling) เนื่องจาก

มุ่งศึกษาว่า กระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ควรมีลักษณะอย่างไร ดังนั้นผู้ให้ข้อมูลจึงเป็นกลุ่มตัวอย่างในการวิจัยเชิงทดลองจากห้องเรียนที่เป็นกลุ่มทดลอง โดยมีการรวบรวมข้อมูลจากการสังเกตทั้งในภาพรวมของห้องเรียนและการสังเกตเป็นรายบุคคล และใน ส่วนของการรวบรวมข้อมูลจากการสัมภาษณ์ ผู้ให้ข้อมูลเป็นนักเรียนที่มีคะแนนพัฒนาการสูง 10 ลำดับแรก เพื่อศึกษาลงลึกในลักษณะสำคัญบางประการร่วมกันของนักเรียนที่เรียนโดยใช้ กระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์แล้วมีคะแนนพัฒนาการสูง เนื่องจาก กระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์เป็นเครื่องมือสำคัญที่นำมาใช้เพื่อ พัฒนาการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียน

#### แบบแผนการทดลอง

ในส่วนของกาวิจัยเชิงทดลองใช้แบบแผนการทดลองแบบกึ่งทดลอง (Quasi-experimental design) แบบสองกลุ่มมีกลุ่มควบคุมไม่สมมูลวัดก่อนและหลังการทดลอง (Nonequivalent control-group pretest-posttest design) เนื่องจากกลุ่มตัวอย่างที่ทำวิจัย เป็นนักเรียนซึ่งมีการจัดห้องเรียนเพื่อจัดการเรียนการสอนอยู่แล้ว จึงไม่สามารถกำหนดตัวอย่าง เข้ากลุ่มการวิจัยได้ด้วยวิธีการสุ่ม โดยมีแบบแผนการทดลอง ดังนี้

ตาราง 8 แบบการทดลองแบบสองกลุ่มมีกลุ่มควบคุมไม่สมมูลวัดก่อนและหลังการทดลอง

กลุ่ม	การวัดก่อน	การให้สิ่งทดลอง	การวัดหลัง
E	$O_1$	X	$O_2$
C	$O_3$	$\sim X$	$O_4$

#### สัญลักษณ์ที่ใช้ในแบบแผนการทดลอง

E	หมายถึง	กลุ่มทดลอง
C	หมายถึง	กลุ่มควบคุมไม่สมมูล
X	หมายถึง	การจัดการเรียนการสอนโดยใช้กระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์
$\sim X$	หมายถึง	การจัดการเรียนการสอนโดยใช้กระบวนการเรียนการสอนแบบปกติ

- O<sub>1</sub> หมายถึง การวัดการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่เป็นกลุ่มทดลอง ก่อนการให้สิ่งทดลอง
- O<sub>2</sub> หมายถึง การวัดการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่เป็นกลุ่มทดลอง หลังการให้สิ่งทดลอง
- O<sub>3</sub> หมายถึง การวัดการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่เป็นกลุ่มควบคุม ไม่สมมูลก่อนการให้สิ่งทดลอง
- O<sub>4</sub> หมายถึง การวัดการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่เป็นกลุ่มควบคุม ไม่สมมูลหลังการให้สิ่งทดลอง

### ขั้นตอนดำเนินการวิจัย

การพัฒนาและศึกษาผลการใช้กระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์โดยประยุกต์ใช้การวิจัยเชิงการออกแบบ (Design Based Research) นี้ เป็นกระบวนการวิจัยที่ดำเนินการเป็นวงจรต่อเนื่อง โดยนำกระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ไปทดลองใช้อย่างเป็นระบบ เพื่อหาแนวทางการพัฒนาและปรับปรุงการออกแบบกระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ที่พัฒนาขึ้นให้เกิดประโยชน์ในเชิงทฤษฎีและการนำไปปฏิบัติอย่างสูงสุด ในงานวิจัยฉบับนี้ ผู้วิจัยเลือกใช้แนวคิดในการพัฒนากระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ตามแนวคิดของ แอลกามดิและลี เนื่องจากเป็นแนวคิดที่แสดงให้เห็นรูปแบบของการวิจัยที่สำคัญอย่างเป็นหมวดหมู่ ชัดเจน โดยขั้นตอนสำคัญของการวิจัยเชิงการออกแบบ ประกอบด้วย 3 ขั้นตอน คือ ขั้นตอนที่ 1 การวิจัยเบื้องต้นเพื่อพัฒนารอบแนวคิดในการวิจัย ขั้นตอนที่ 2 การวิจัยเป็นวงจรซ้ำเพื่อพัฒนาต้นแบบนวัตกรรม และขั้นตอนที่ 3 การวิจัยประเมินกิจกรรมเพื่อตรวจสอบผลการพัฒนา โดยมีขั้นตอนในการดำเนินการและรายละเอียด ดังต่อไปนี้

#### ขั้นตอนที่ 1 การวิจัยเบื้องต้นเพื่อพัฒนารอบแนวคิดในการวิจัย

ในขั้นตอนนี้เป็นการวิจัยเบื้องต้นเพื่อพัฒนารอบแนวคิดในการวิจัย โดยมีเป้าหมายเพื่อพัฒนากระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ และมุ่งพัฒนาการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียนให้ครบทุกองค์ประกอบ โดยใช้การสังเคราะห์เอกสารแนวคิดและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับกระบวนการเรียนการสอนและการคิดเชิงคณิตศาสตร์ จากนั้นจึงพัฒนาเป็นกระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ (ฉบับร่าง 1) เพื่อใช้เป็น



แนวทางในการจัดทำแผนการจัดการเรียนรู้ต่อไป โดยมีขั้นตอนในการดำเนินการและรายละเอียดดังต่อไปนี้

1. ศึกษาเอกสารเกี่ยวกับหลักสูตรวิชาคณิตศาสตร์ ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 กระทรวงศึกษาธิการ ของระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 และหลักสูตรสถานศึกษา

2. ศึกษาหลักการ แนวคิด และทฤษฎีเกี่ยวกับการพัฒนาการคิดเชิงคณิตศาสตร์ตามแนวคิดของนักจิตวิทยาและนักการศึกษา เพื่อเลือกใช้สำหรับการออกแบบกระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ให้เหมาะสมกับความมุ่งหมายในการพัฒนานักเรียน ในที่นี้เลือกใช้แนวทางในการพัฒนากระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ตามแนวคิดของ ฟร่ายวิลลิก (Fraivillig, 2001, pp. 454-459) เนื่องจากเป็นแนวคิดที่มีความมุ่งหมายในการพัฒนาตรงกับความมุ่งหมายของการวิจัยคือ มุ่งพัฒนาการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียน ซึ่งกลวิธีการสอนตามแนวคิดของฟร่ายวิลลิก แบ่งเป็น 3 ขั้นตอน ได้แก่ ขั้นล้วงความคิด (Eliciting) ขั้นสนับสนุนความคิด (Supporting) และขั้นขยายความคิด (Extending)

3. ศึกษาหลักการจัดการเรียนการสอนตามแนวทางของ สสวท. เนื่องจาก สสวท. ได้รับมอบหมายจากกระทรวงศึกษาธิการให้พัฒนาหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 ของกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ดังนั้นการพัฒนากระบวนการเรียนการสอนให้สอดคล้องกับบริบทของนักเรียนไทย จึงต้องศึกษาการจัดการเรียนการสอนตามแนวทางของ สสวท. ด้วย เพื่อนำมาปรับใช้กับแนวคิดของนักการศึกษาที่เลือกมาใช้ในการพัฒนากระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ นั่นคือแนวคิดของฟร่ายวิลลิก

4. วิเคราะห์จุดแข็งและจุดที่ควรส่งเสริมของทั้งสองแนวคิดคือ แนวคิดของฟร่ายวิลลิกและการจัดการเรียนการสอนตามแนวทางของ สสวท. เพื่อนำไปพัฒนากระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ สำหรับการวิเคราะห์จุดแข็งและจุดที่ควรส่งเสริมของทั้งสองแนวคิดนั้น ใช้องค์ประกอบตามแนวคิดของฟร่ายวิลลิกเป็นหลักในการวิเคราะห์จุดแข็งและจุดที่ควรส่งเสริมของการจัดการเรียนการสอนตามแนวทางของ สสวท.

5. นำผลจากการวิเคราะห์จุดแข็งและจุดที่ควรส่งเสริมของทั้งสองแนวคิดมาพัฒนากระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ (ฉบับร่าง 1)

6. นำกระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ (ฉบับร่าง 1) ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นเสนอต่ออาจารย์ที่ปรึกษาปริญญาโท เพื่อตรวจสอบความเหมาะสมของกระบวนการเรียนการสอนในเบื้องต้น จากนั้นนำกลับมาดำเนินการแก้ไขปรับปรุงตามคำแนะนำของอาจารย์ที่ปรึกษาปริญญาโท

7. นำกระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ (ฉบับร่าง 1) มาใช้เป็นแนวทางในการจัดทำแผนการจัดการเรียนรู้ โดยใช้กระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ และเอกสารประกอบการจัดการเรียนรู้ จากนั้นนำกระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ (ฉบับร่าง 1) แผนการจัดการเรียนรู้ และเอกสารประกอบการจัดการเรียนรู้ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นเสนอต่อผู้เชี่ยวชาญ จำนวน 5 คน เพื่อตรวจสอบความเหมาะสมของกระบวนการเรียนการสอนในด้านองค์ประกอบของกระบวนการเรียนการสอนว่า มีความเหมาะสมที่จะนำไปใช้ในการพัฒนาการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 มากน้อยเพียงใด โดยองค์ประกอบที่ทำการประเมิน ได้แก่ หลักการของกระบวนการเรียนการสอน จุดมุ่งหมายของกระบวนการเรียนการสอนและขั้นตอนของกระบวนการเรียนการสอน โดยมีเกณฑ์ในการคัดเลือกผู้เชี่ยวชาญ ดังนี้ 1) ผู้เชี่ยวชาญด้านการสอนคณิตศาสตร์ที่มีประสบการณ์ในการสอนไม่น้อยกว่า 10 ปี จำนวน 2 คน 2) ผู้เชี่ยวชาญด้านการวิจัยการศึกษา จำนวน 1 คน และ 3) ผู้เชี่ยวชาญด้านการพัฒนากระบวนการเรียนการสอนหรือผู้ที่มีวุฒิการศึกษาระดับดุษฎีบัณฑิต จำนวน 2 คน

การตรวจสอบความเหมาะสมของกระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ ตรวจสอบโดยใช้แบบประเมินความเหมาะสมของกระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ โดยจำแนกองค์ประกอบที่ทำการประเมินออกเป็น 3 องค์ประกอบ ได้แก่ หลักการของกระบวนการเรียนการสอน จุดมุ่งหมายของกระบวนการเรียนการสอนและขั้นตอนของกระบวนการเรียนการสอน โดยแบบประเมินมีลักษณะเป็นมาตราประมาณค่า (rating scale) 5 ระดับ ได้แก่ เหมาะสมมากที่สุด เหมาะสมมาก เหมาะสมปานกลาง เหมาะสมน้อย และเหมาะสมน้อยที่สุด และนำข้อมูลจากการตอบของผู้เชี่ยวชาญแต่ละคนมาให้นำหนักคะแนนเป็น 5, 4, 3, 2 และ 1 ตามลำดับ วิเคราะห์ข้อมูลโดยหาค่าเฉลี่ยและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน นำค่าเฉลี่ยไปเทียบกับเกณฑ์การแปลความหมาย (บุญชม ศรีสะอาด, 2545, น. 102-103) ดังนี้

ค่าเฉลี่ย	เกณฑ์การแปลความหมาย
4.51 – 5.00	เหมาะสมมากที่สุด
3.51 – 4.50	เหมาะสมมาก
2.51 – 3.50	เหมาะสมปานกลาง
1.51 – 2.50	เหมาะสมน้อย
1.0 – 1.50	เหมาะสมน้อยที่สุด

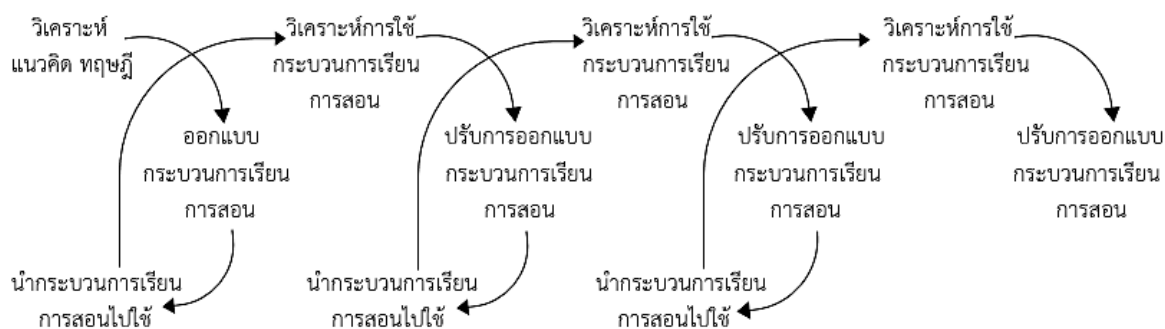
8. นำผลจากการวิเคราะห์ข้อมูลโดยการหาค่าเฉลี่ยและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานมาเทียบกับเกณฑ์ค่าเฉลี่ยที่กำหนดคือ ตั้งแต่ 3.51 ขึ้นไป และเกณฑ์ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน คือ ไม่เกิน 1 เพื่อปรับปรุงแก้ไขกระบวนการเรียนการสอนในส่วนที่ยังไม่เหมาะสมตามเกณฑ์ รวมถึงปรับปรุงในส่วนที่เป็นข้อเสนอนะ

9. นำกระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ (ฉบับร่าง 1) และแผนการจัดการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ที่พัฒนาขึ้นไปใช้ในการจัดการเรียนการสอนในขั้นตอนที่ 2 การวิจัยเป็นวงจรซ้ำเพื่อพัฒนาต้นแบบนวัตกรรมต่อไป

### **ขั้นตอนที่ 2 การวิจัยเป็นวงจรซ้ำเพื่อพัฒนาต้นแบบนวัตกรรม**

ในขั้นตอนของการวิจัยเป็นวงจรซ้ำเพื่อพัฒนาต้นแบบนวัตกรรมในการศึกษาวิจัยนี้เป็นการนำกระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ (ฉบับร่าง 1) และแผนการจัดการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ที่พัฒนาขึ้น จากขั้นตอนที่ 1 มาใช้ในการจัดการเรียนการสอน โดยในขั้นตอนที่ 2 นี้ เป็นการดำเนินการวิจัยที่มีเป้าหมายหลัก 2 ประการ คือ ประการที่ 1 เพื่อพัฒนากระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์โดยประยุกต์ใช้การวิจัยเชิงการออกแบบ โดยการนำข้อมูลจากการสังเกต สัมภาษณ์ การวิเคราะห์เอกสาร รวมถึงผลที่เกิดขึ้นกับนักเรียน มาวิเคราะห์เพื่อเป็นแนวทางในการพัฒนาและปรับปรุงกระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ โดยดำเนินการในลักษณะเป็นวงจร มีกระบวนการ คือ การวนซ้ำของการวิเคราะห์ การออกแบบ การนำไปใช้และการออกแบบใหม่ เพื่อให้เกิดความเหมาะสมในการนำกระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ไปปฏิบัติ โดยรวบรวมข้อมูลจากนักเรียนที่เป็นกลุ่มทดลอง คือ นักเรียนที่เรียนโดยใช้กระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ ซึ่งมีวงจร

การพัฒนากระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์โดยใช้การวิจัย  
อิงการออกแบบ ดังนี้



ภาพประกอบ 6 วงจรการพัฒนากระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์  
โดยใช้การวิจัยอิงการออกแบบ

เป้าหมายหลักประการที่ 2 คือ เพื่อศึกษาพัฒนาการการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของ  
นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่เรียนโดยใช้กระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการคิดเชิง  
คณิตศาสตร์ และเพื่อเปรียบเทียบการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ระหว่าง  
กลุ่มที่เรียนโดยใช้กระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์กับกลุ่มที่เรียนโดยใช้  
กระบวนการเรียนการสอนแบบปกติ ในระยะนี้เป็นการศึกษาแบบร่องรับภายใน โดยใช้แบบแผนร่องรับ  
ภายในรูปแบบการทดลองระยะเดียว คือ เริ่มด้วยการทดสอบก่อนการให้สิ่งทดลอง ดำเนินการทดลอง  
และทดสอบหลังการให้สิ่งทดลอง และในระหว่างดำเนินการทดลองมีการสังเกต สัมภาษณ์ และการ  
วิเคราะห์เอกสารจากนักเรียนที่เป็นกลุ่มทดลอง โดยมีขั้นตอนดังนี้

1. ขออนุญาตรับรองจากมหาวิทยาลัยเพื่อขออนุญาตหัวหน้าหน่วยงานและ  
ผู้ปกครองของกลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล และนำหนังสือรับรองจากมหาวิทยาลัย  
ยื่นต่อหัวหน้าหน่วยงาน และผู้ปกครองของกลุ่มตัวอย่าง เพื่อขอความร่วมมือในการเก็บรวบรวม  
ข้อมูล ติดต่อประสานงานกับครูผู้รับผิดชอบเพื่อนัดหมายวันและเวลาในการเก็บรวบรวมข้อมูล และ  
ชี้แจงความมุ่งหมายในการทำวิจัย แนวทางในการดำเนินการวิจัย ตลอดจนแจ้งกำหนดการ  
ในการทำวิจัย และขอเบอร์โทรศัพท์เพื่อการติดต่อนัดหมายได้สะดวก

2. เริ่มดำเนินการวิจัยเชิงทดลอง โดยนำแบบวัดการคิดเชิงคณิตศาสตร์จาก  
ระยะที่ 1 ขึ้นการสร้างและตรวจสอบคุณภาพแบบวัดการคิดเชิงคณิตศาสตร์ มาวัดการคิดเชิง

คณิตศาสตร์ของนักเรียนทั้งสองกลุ่ม คือ นักเรียนที่เป็นกลุ่มทดลองและนักเรียนที่เป็นกลุ่มควบคุม ไม่สมมูล ก่อนเริ่มดำเนินการทดลอง โดยอธิบายถึงวัตถุประสงค์ วิธีการ และความสำคัญของการทำแบบวัดนี้ จากนั้นจึงเก็บรวบรวมแบบวัดและดำเนินการตรวจให้คะแนน

3. ดำเนินการทดลองใช้กระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์กับนักเรียนที่เป็นกลุ่มทดลอง ส่วนนักเรียนที่เป็นกลุ่มควบคุมไม่สมมูลใช้กระบวนการเรียนการสอนแบบปกติ โดยใช้ระยะเวลาเรียนรวมทั้งสิ้น 46 คาบเรียน คาบเรียนละ 50 นาที เรียงลำดับเนื้อหาที่ใช้ในการจัดการเรียนการสอนจากหน่วยการเรียนแรกจนถึงสุดท้าย ดังนี้ ความคล้าย จำนวน 14 คาบเรียน สถิติ จำนวน 20 คาบเรียน และความน่าจะเป็น จำนวน 12 คาบเรียน เหมือนกันทั้งสองกลุ่ม

4. ในระหว่างที่มีการดำเนินการทดลองใช้กระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์กับนักเรียนที่เป็นกลุ่มทดลอง ผู้วิจัยรวบรวมข้อมูลจากการสังเกต การวิเคราะห์เอกสาร รวมถึงผลที่เกิดขึ้นกับนักเรียน มาวิเคราะห์เพื่อเป็นแนวทางในการพัฒนา และปรับปรุงกระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ โดยดำเนินการในลักษณะเป็นวงจร มีกระบวนการวนซ้ำของการวิเคราะห์ การออกแบบ การนำไปใช้ และการออกแบบใหม่ เพื่อให้เกิดความเหมาะสมในการนำของกระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ไปปฏิบัติ ในส่วนของการสังเกตผู้วิจัยใช้การสังเกตแบบมีส่วนร่วม (participant observation) กับนักเรียนในกลุ่มนี้ เพื่อสังเกตพฤติกรรมการเรียนรู้ และการตอบสนองต่อกระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับสิ่งทดลอง โดยใช้หลักการทั่วไปของการสังเกตแบบมีส่วนร่วม 5 ประการของ ชวานด์ (Schwandt, 2001, p. 179 อ้างถึงใน ชาย โพธิสิตา, 2556, น. 292-295) ดังต่อไปนี้

4.1 สังเกตจากมุมมองของผู้ถูกศึกษา คือ ผู้วิจัยพยายามมองปรากฏการณ์ที่ศึกษา ได้แก่ การกระทำ ความเข้าใจ ความหมายหรือบรรทัดฐานใด ๆ จากสายตาของผู้ที่ถูกสังเกตเป็นหลักเท่านั้นและบันทึกไว้ และบันทึกความเห็น ความเข้าใจในปรากฏการณ์ที่สังเกตของผู้วิจัยแยกไว้ต่างหาก

4.2 สังเกตรายละเอียด คือ ผู้วิจัยให้ความสำคัญอย่างสูงแก่รายละเอียดของสิ่งที่สังเกต โดยทำการบันทึกและพรรณนารายละเอียดของสิ่งที่เกิดขึ้นอย่างครบถ้วน สมบูรณ์ ไม่ใส่ความรู้สึก ความคิดเห็นและการตีความของผู้วิจัย แต่บันทึกความรู้สึก ความคิดเห็นและการตีความของผู้วิจัย ซึ่งจะต้องเก็บรายละเอียดไว้ให้มากที่สุดเท่าที่จะมากได้ แยกไว้เป็นส่วนหนึ่งต่างหาก

4.3 ให้ความสำคัญแก่บริบทของสิ่งที่สังเกต คือ ทุกครั้งที่ทำการสังเกต ผู้วิจัยมีการให้คำบรรยายเชิงบริบทของกลุ่มทดลอง ได้แก่ สถานที่ เวลาและสถานการณ์ และในบางปรากฏการณ์ต้องคำนึงถึงบริบททางสังคมและประวัติความเป็นมาของปรากฏการณ์นั้น

4.4 ให้ความสำคัญแก่กระบวนการของสิ่งที่สังเกตคือ ผู้วิจัยต้องมองการกระทำทางสังคมในฐานะเป็นกระบวนการที่มีพลวัตอยู่ตลอดเวลา และมองปรากฏการณ์ต่าง ๆ ว่ามีความเกี่ยวข้องเชื่อมโยงกับสิ่งอื่นด้วย

4.5 เปิดกว้าง คือ ผู้วิจัยต้องไม่ด่วนสรุปหรืออธิบายปรากฏการณ์ที่สังเกตโดยที่ยังไม่มีหลักฐานสนับสนุนเพียงพอ การสังเกตควรดำเนินไปอย่างเปิดกว้างสำหรับแนวคิดอื่น ๆ ให้โอกาสแนวคิดใหม่ ไม่ยอมให้แนวคิดหรือทฤษฎีเดิมครอบงำ

5. นำแบบวัดการคิดเชิงคณิตศาสตร์ไปวัดการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียนทั้งสองกลุ่ม คือ นักเรียนที่เป็นกลุ่มทดลองและนักเรียนที่เป็นกลุ่มควบคุมไม่สมมูล ภายหลังจากดำเนินการทดลองเรียบร้อยแล้ว จากนั้นจึงเก็บรวบรวมแบบวัดและดำเนินการตรวจให้คะแนน

6. เก็บรวบรวมข้อมูลและวิเคราะห์ข้อมูล

7. นำผลการวิเคราะห์ข้อมูลจากนักเรียนในห้องเรียนที่เป็นกลุ่มทดลองมาเรียงลำดับและคัดเลือกผู้ให้ข้อมูลซึ่งเป็นนักเรียนที่มีคะแนนพัฒนาการสูง 10 ลำดับแรก เพื่อดำเนินการสัมภาษณ์ ใช้วิธีการโดยการสัมภาษณ์เชิงลึก ซึ่งจะศึกษาลงลึกในลักษณะสำคัญบางประการร่วมกันของนักเรียนที่เรียนโดยใช้กระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์แล้วมีคะแนนพัฒนาการสูง โดยใช้แนวคำถามที่เตรียมไว้ล่วงหน้าซึ่งมีประเด็นการสัมภาษณ์ชัดเจน แต่ให้มีความยืดหยุ่น มุ่งทำความเข้าใจกระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ เนื่องจากเป็นเครื่องมือที่นำมาใช้เพื่อพัฒนาการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียน ตามทัศนะของนักเรียนที่เลือกมาเป็นผู้ให้ข้อมูล ทั้งจากคำพูดของนักเรียนโดยตรง จากน้ำเสียง สีหน้าหรือท่าทางของนักเรียน

8. นำผลการสังเกตและการสัมภาษณ์มาวิเคราะห์ข้อมูล ถ้าข้อมูลยังไม่ครบถ้วน สมบูรณ์ จึงดำเนินการสัมภาษณ์ผู้ให้ข้อมูลเพิ่มเติมในประเด็นที่ยังไม่สมบูรณ์ และดำเนินการวิเคราะห์ข้อมูลซ้ำอีกครั้ง

9. นำผลการวิเคราะห์ข้อมูลเสนอให้อาจารย์ที่ปรึกษาอ่านและให้ความเห็น และนำเสนอผลการวิจัยให้กลุ่มที่ปรึกษาฟังและให้วิจารณ์ เป็นการฟังเสียงสะท้อน



จากนักเรียน เพื่อตรวจสอบว่าข้อสรุปและการตีความของผู้วิจัยถูกต้องหรือใช้ได้ในทัศนะของผู้ให้ข้อมูลหรือไม่ อย่างไร เพื่อตรวจสอบความน่าเชื่อถือของข้อมูล

10. สรุปผลและอภิปรายผล จากการวิเคราะห์ข้อมูลที่ได้จากการวิจัยทั้งในส่วนของการวิจัยเชิงทดลองและการวิจัยเชิงคุณภาพ

### ขั้นตอนที่ 3 การวิจัยประเมินถึงรบบยอดเพื่อตรวจสอบผลการพัฒนา

การวิจัยประเมินถึงรบบยอดเพื่อตรวจสอบผลการพัฒนาในการศึกษาวิจัยนี้ เป็นการปรับการออกแบบในวงจรการพัฒนาระบบการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ในขั้นตอนสุดท้าย โดยมีเป้าหมายเพื่อพัฒนาระบบการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ที่เหมาะสมกับบริบท โดยใช้ผลจากการวิเคราะห์ข้อมูลเชิงปริมาณ และผลจากการสังเกต สัมภาษณ์ การวิเคราะห์เอกสาร มาเป็นฐานการปรับการออกแบบ รวมถึงการปรับทฤษฎีที่นำมาใช้ด้วย เพื่อให้กระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ที่สร้างขึ้นมีความเหมาะสมมากที่สุด ตลอดจนได้แนวทางในการนำกระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ไปใช้ได้อย่างเหมาะสม

### เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยในระยะที่ 2 ประกอบด้วย แบบวัดการคิดเชิงคณิตศาสตร์ (รายละเอียดดังที่เสนอไว้ในระยะที่ 1) แผนการจัดการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ แผนการจัดการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการเรียนการสอนแบบปกติ แบบสังเกตและแบบสัมภาษณ์แบบกึ่งโครงสร้าง โดยมีขั้นตอนการสร้างและพัฒนาเครื่องมือ ดังรายละเอียดต่อไปนี้

### แผนการจัดการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์

การสร้างและพัฒนาแผนการจัดการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์เป็นแนวทางในการจัดการเรียนการสอนนี้ เป็นแผนการจัดการเรียนรู้ที่ใช้ในการจัดการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ปีการศึกษา 2560 ที่เป็นกลุ่มทดลอง ซึ่งกำหนดขอบเขตเนื้อหาที่ใช้จัดการเรียนการสอนเป็นเนื้อหาในรายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน ซึ่งมีเวลาเรียนรวมทั้งสิ้น 46 คาบเรียน คาบเรียนละ 50 นาที โดยมีการจัดทำโครงสร้างรายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน ประกอบด้วย คำอธิบายรายวิชา รหัสตัวชี้วัด ตารางโครงสร้างรายวิชา ซึ่งมีรายละเอียดเกี่ยวกับ ชื่อหน่วยการเรียนรู้ ตัวชี้วัด สาระสำคัญ เวลาเรียน การประเมินผล

รายละเอียดของเนื้อหาและเวลาเรียน มีขั้นตอนในการสร้างและพัฒนาแผนการจัดการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ ดังนี้

1. ศึกษาเอกสารเกี่ยวกับหลักสูตรวิชาคณิตศาสตร์ ตามหลักสูตรแกนกลาง การศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 กระทรวงศึกษาธิการ และหลักสูตรสถานศึกษา ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ศึกษาหนังสือคู่มือครูรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ เล่ม 1 และเล่ม 2 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษา ขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 เพื่อวางแผนในการกำหนดของเขตเนื้อหา

2. กำหนดขอบเขตเนื้อหาที่ใช้ในการจัดทำแผนการจัดการเรียนรู้ โดยใช้กระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ สำหรับนักเรียน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โดยมีการกำหนดขอบเขตของเนื้อหา ได้แก่ เนื้อหาในรายวิชาคณิตศาสตร์ พื้นฐาน จำนวน 3 หน่วยการเรียนรู้ ได้แก่ ความคล้าย จำนวน 14 คาบเรียน สถิติ จำนวน 20 คาบเรียน และความน่าจะเป็น จำนวน 12 คาบเรียน ซึ่งมีเวลาเรียนรวมทั้งสิ้น 46 คาบเรียน คาบเรียนละ 50 นาที ปีการศึกษา 2560 และใช้โครงสร้างรายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน ประกอบด้วย คำอธิบายรายวิชา รหัสตัวชี้วัด ตารางโครงสร้างรายวิชา ซึ่งมีรายละเอียดเกี่ยวกับ ชื่อหน่วยการเรียนรู้ ตัวชี้วัด สาระสำคัญ เวลาเรียนและการประเมินผล มีรายละเอียดของเนื้อหา และเวลาเรียน ดังตาราง 9

ตาราง 9 หน่วยการเรียนรู้ เนื้อหา และเวลา ที่ใช้ในการจัดการเรียนการสอน

ที่	ชื่อหน่วย	เนื้อหา	เวลาเรียน (คาบเรียน)
1	ความคล้าย	ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับความคล้ายและทดสอบก่อนเรียน	1
		ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับความคล้าย	1
		สมบัติของความคล้ายและการนำไปใช้	2
		ใช้สมบัติของรูปสามเหลี่ยมคล้ายในการให้เหตุผล	1
		การใช้สมบัติของรูปสามเหลี่ยมคล้ายในการหาความยาวด้านของรูปสามเหลี่ยม	2
		ทดสอบย่อยครั้งที่ 1 เรื่อง การใช้สมบัติของรูปสามเหลี่ยมคล้ายในการให้เหตุผลและการแก้ปัญหา	1
		โจทย์ปัญหาความคล้าย	5

ตาราง 9 (ต่อ)

ที่	ชื่อหน่วย	เนื้อหา	เวลาเรียน (คาบเรียน)
		ทดสอบหลังเรียน เรื่อง ความคล้าย	1
		รวม	14
2	สถิติ	ทดสอบก่อนเรียน เรื่อง สถิติ	1
		ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับสถิติ	2
		การสร้างตารางนำเสนอข้อมูลแบบแจกแจงความถี่	1
		การสร้างตารางแจกแจงความถี่แบบอันตรภาคชั้น	1
		การสร้างฮิสโตแกรม	1
		ทดสอบย่อยครั้งที่ 1 เรื่อง การสร้างตารางแจกแจงความถี่	1
		ฐานนิยม มัธยฐาน และค่าเฉลี่ยเลขคณิต	1
		ฐานนิยม มัธยฐาน ค่าเฉลี่ยเลขคณิต และการเลือกใช้ค่า กลางที่เหมาะสม	1
		ทดสอบย่อยครั้งที่ 2 เรื่อง ค่าเฉลี่ยเลขคณิต มัธยฐาน และฐานนิยม	1
		การนำเสนอข้อมูลด้วยแผนภูมิรูปภาพ	1
		การนำเสนอข้อมูลด้วยแผนภูมิแท่ง	2
		การนำเสนอข้อมูลด้วยกราฟเส้น	2
		การนำเสนอข้อมูลด้วยแผนภูมิวงกลม	1
		ทดสอบย่อยครั้งที่ 3 เรื่อง การนำเสนอข้อมูล เส้นโค้งปกติ	1
		เส้นโค้งปกติ	2
		ทดสอบย่อยครั้งที่ 4 เรื่อง เส้นโค้งปกติ	1
		รวม	20
3	ความน่าจะเป็น	ทดสอบก่อนเรียน เรื่อง ความน่าจะเป็น	1
		ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับความน่าจะเป็น	1
		การทดลองสุ่ม	2
		เหตุการณ์	2

ตาราง 9 (ต่อ)

ที่	ชื่อหน่วย	เนื้อหา	เวลาเรียน (คาบเรียน)
		ทดสอบย่อยครั้งที่ 1 เรื่อง การทดลองสุ่มและเหตุการณ์	1
		ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์	2
		การใช้ความรู้เกี่ยวกับความน่าจะเป็นประกอบการตัดสินใจ	2
		ทดสอบย่อยครั้งที่ 2 เรื่อง ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์	1
		รวม	12
		รวม 3 หน่วยการเรียนรู้	46

3. นำกระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ (ฉบับร่าง 1) มาใช้เป็นแนวทางในการจัดทำแผนการจัดการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์และเอกสารประกอบการจัดการเรียนรู้ จากนั้นนำกระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ (ฉบับร่าง 1) แผนการจัดการเรียนรู้และเอกสารประกอบการจัดการเรียนรู้ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นเสนอต่อผู้เชี่ยวชาญ จำนวน 5 คน เพื่อตรวจสอบความเหมาะสมของกระบวนการเรียนการสอนในด้านองค์ประกอบของกระบวนการเรียนการสอนว่า มีความเหมาะสมที่จะนำไปใช้ในการพัฒนาการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 มากน้อยเพียงใด โดยองค์ประกอบที่ทำการประเมิน ได้แก่ หลักการของกระบวนการเรียนการสอน จุดมุ่งหมายของกระบวนการเรียนการสอนและขั้นตอนของกระบวนการเรียนการสอน

4. ผู้วิจัยนำกระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ (ฉบับร่าง 1) แผนการจัดการเรียนรู้และเอกสารประกอบการจัดการเรียนรู้ไปดำเนินการปรับปรุงแก้ไขตามคำแนะนำของผู้เชี่ยวชาญ

5. ทดลองใช้กระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ (ฉบับร่าง 1) แผนการจัดการเรียนรู้และเอกสารประกอบการจัดการเรียนรู้กับนักเรียนที่เป็นกลุ่มทดลอง โดยใช้เนื้อหา เรื่อง ความคล้าย ในการจัดการเรียนการสอน ระยะเวลาที่ใช้ จำนวน 14 คาบเรียน คาบเรียนละ 50 นาที

6. รวบรวมข้อมูลจากการสังเกต การวิเคราะห์เอกสาร และผลที่เกิดขึ้นกับนักเรียนจากการทดลองใช้กระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ (ฉบับร่าง 1) แผนการจัดการเรียนรู้และเอกสารประกอบการจัดการเรียนรู้ มาวิเคราะห์เพื่อเป็นแนวทางในการปรับปรุงและพัฒนากระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ เพื่อใช้เป็นแนวทางในการจัดทำแผนการจัดการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ต่อไป

7. ดำเนินการในลักษณะเป็นวงจร มีกระบวนการวนซ้ำของการวิเคราะห์ การออกแบบ การนำไปใช้และการออกแบบใหม่ ตั้งแต่ขั้นตอนที่ 3 ถึงขั้นตอนที่ 6 อีกจำนวน 2 รอบ โดยรอบถัดไปในขั้นตอนที่ 5 ใช้เนื้อหา เรื่อง สถิติ ในการจัดการเรียนการสอน ระยะเวลาที่ใช้ จำนวน 20 คาบเรียน และรอบสุดท้ายใช้เนื้อหา เรื่อง ความน่าจะเป็น ในการจัดการเรียนการสอน ระยะเวลาที่ใช้ จำนวน 12 คาบเรียน เพื่อให้เกิดความเหมาะสมในการนำกระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ไปปฏิบัติ

### แผนการจัดการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการเรียนการสอนแบบปกติ

แผนการจัดการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการเรียนการสอนแบบปกติคือ การใช้แนวทางในการจัดการเรียนการสอนตามรูปแบบของ สสวท. จากหนังสือคู่มือครูรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ เล่ม 1 และเล่ม 2 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 โดยเลือกใช้ในส่วนของเนื้อหาที่สอดคล้องกับหลักสูตรสถานศึกษา คือ เนื้อหาจากหนังสือคู่มือครูรายวิชาพื้นฐาน จำนวน 3 หน่วยการเรียนรู้ ได้แก่ ความคล้าย สถิติและความน่าจะเป็น การกำหนดเวลาที่ใช้ในการจัดการเรียนการสอนกำหนดตามหลักสูตรสถานศึกษา ดังนี้ รายวิชาพื้นฐาน เรื่องความคล้าย จำนวน 14 คาบเรียน เรื่องสถิติ จำนวน 20 คาบเรียน และเรื่องความน่าจะเป็น จำนวน 12 คาบเรียน ซึ่งมีเวลาเรียนรวมทั้งสิ้น 46 คาบเรียน คาบเรียนละ 50 นาที ซึ่งใช้ในการจัดการเรียนการสอนสำหรับนักเรียนที่เป็นกลุ่มควบคุมไม่สมมูล โดยมีขั้นตอนในการพัฒนาแผนการจัดการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการเรียนการสอนแบบปกติ ดังนี้

1. ศึกษาเอกสารเกี่ยวกับหลักสูตรวิชาคณิตศาสตร์ ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 กระทรวงศึกษาธิการ ของระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 หลักสูตรสถานศึกษา หนังสือคู่มือครูรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ เล่ม 1 และเล่ม 2 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 เพื่อวางแผนในการกำหนดของเขตเนื้อหา

2. กำหนดขอบเขตเนื้อหาที่ใช้ในการจัดทำแผนการจัดการเรียนรู้ โดยใช้กระบวนการเรียนการสอนแบบปกติ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โดยมีกำหนดขอบเขตของเนื้อหาเช่นเดียวกับแผนการจัดการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ คือ ใช้เนื้อหาในรายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน จำนวน 3 หน่วยการเรียนรู้ ได้แก่ ความคล้าย จำนวน 14 คาบเรียน สถิติ จำนวน 20 คาบเรียน และความน่าจะเป็น จำนวน 12 คาบเรียน มีเวลาเรียนรวมทั้งสิ้น 46 คาบเรียน คาบเรียนละ 50 นาที และใช้โครงสร้างรายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน ประกอบด้วย คำอธิบายรายวิชา รหัสตัวชี้วัด ตารางโครงสร้างรายวิชา ซึ่งมีรายละเอียดเกี่ยวกับ ชื่อหน่วยการเรียนรู้ ตัวชี้วัด สาระสำคัญ เวลาเรียนและการประเมินผล โดยมีรายละเอียดของเนื้อหาและเวลาเรียน ดังตาราง 9 เช่นเดียวกับแผนการจัดการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์

3. จัดทำแผนการจัดการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการเรียนการสอนแบบปกติ โดยในส่วนของเอกสารประกอบการจัดการเรียนรู้ นั้น ใช้ชุดเดียวกับเอกสารประกอบการจัดการเรียนรู้สำหรับแผนการจัดการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ ยกเว้นในส่วนของเอกสารประกอบการจัดกิจกรรมที่แตกต่างกัน เพื่อนำไปจัดการเรียนการสอนต่อไป

4. นำแผนการจัดการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการเรียนการสอนแบบปกติ และเอกสารประกอบการจัดการเรียนรู้ จำนวน 3 หน่วยการเรียนรู้ ได้แก่ ความคล้าย สถิติและความน่าจะเป็น ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น เสนอต่อผู้เชี่ยวชาญ จำนวน 5 คน เพื่อตรวจสอบความถูกต้อง ความสอดคล้องและความเหมาะสมของเนื้อหา จากนั้นนำกลับมาดำเนินการแก้ไขปรับปรุงตามคำแนะนำของผู้เชี่ยวชาญ

5. นำแผนการจัดการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการเรียนการสอนแบบปกติไปใช้ในการจัดการเรียนการสอนกับนักเรียนที่เป็นกลุ่มควบคุมไม่สมมูลต่อไป

### แบบสังเกต

แบบสังเกตนี้เป็นเครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูลในส่วนของ การวิจัยเชิงคุณภาพซึ่งผู้วิจัยเป็นผู้พัฒนาขึ้น โดยออกแบบเครื่องมือเพื่อใช้ประกอบการสังเกตนักเรียนในห้องเรียนที่เป็นกลุ่มทดลอง ประกอบด้วย ส่วนของการบันทึกรายละเอียดของสิ่งที่ศึกษาในประเด็นหลัก นั่นคือ ปรากฏการณ์ที่ศึกษา และส่วนของรายละเอียดบริบทของสิ่งที่สังเกต ได้แก่ สถานที่ เวลา รายวิชา ระดับชั้นและเรื่องที่จัดการเรียนการสอน ในการบันทึกข้อมูลจากการสังเกตปรากฏการณ์



ที่ศึกษา ผู้วิจัยแบ่งการบันทึกออกเป็นสองส่วน ส่วนแรก เป็นการบันทึกรายละเอียดของสิ่งที่เกิดขึ้น การกระทำหรือปรากฏการณ์ที่สังเกตได้จากนักเรียน โดยไม่ใส่ความรู้สึก ความคิดเห็นและการตีความของผู้วิจัยลงไปในการบันทึกนั้น ส่วนที่สอง เป็นการบันทึกมุมมอง ความรู้สึก ความคิดเห็นและการตีความของผู้วิจัยจากการสังเกต แยกไว้เป็นส่วนหนึ่งต่างหาก ซึ่งในแต่ละส่วนจะมีการบันทึกจากการสังเกตโดยภาพรวมในห้องเรียน และบันทึกจากการสังเกตนักเรียนเป็นรายบุคคล โดยจำแนกประเด็นการสังเกตตามขั้นตอนของกระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ คือ แบ่งเป็น 3 ขั้นตอน ได้แก่ ขั้นล้างความคิด ขั้นสนับสนุนความคิดและขั้นขยายความคิด และในแต่ละขั้นตอนจะสังเกตพฤติกรรมของนักเรียนที่ตอบสนองต่อการจัดการเรียนการสอนของครู และสังเกตพฤติกรรมของนักเรียนที่แสดงออกใน 5 องค์ประกอบของการคิดเชิงคณิตศาสตร์ ได้แก่ การแก้ปัญหาเชิงคณิตศาสตร์ การให้เหตุผลเชิงคณิตศาสตร์ การสื่อสารความคิดเชิงคณิตศาสตร์ การเชื่อมโยงสาระหลักเชิงคณิตศาสตร์ และการนำเสนอตัวแทนความคิดเชิงคณิตศาสตร์

### แบบสัมภาษณ์แบบกึ่งโครงสร้าง

แบบสัมภาษณ์แบบกึ่งโครงสร้าง (Semi-structured interview) นี้ เป็นเครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูลในส่วนของการวิจัยเชิงคุณภาพซึ่งผู้วิจัยเป็นผู้พัฒนาขึ้น โดยออกแบบเครื่องมือเพื่อใช้ประกอบการสัมภาษณ์ ซึ่งแบบสัมภาษณ์นี้ใช้สำหรับการสัมภาษณ์ผู้ให้ข้อมูลที่เลือกจากนักเรียนในห้องเรียนที่เป็นกลุ่มทดลอง โดยการสัมภาษณ์เชิงลึก (In-depth interview) แบบสัมภาษณ์ที่พัฒนาขึ้นใช้แนวคำถามที่ผู้วิจัยเตรียมไว้ล่วงหน้า ซึ่งมีประเด็นการสัมภาษณ์แต่สามารถยืดหยุ่นได้มากเท่าที่จำเป็น ประกอบด้วย คำถามปลายเปิดเกี่ยวกับกระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ โดยแนวคำถามในการสัมภาษณ์แบ่งเป็น 3 ตอน ได้แก่ 1) อะไรคือความหมายและคุณค่าของการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ 2) อะไรเป็นประสบการณ์การเรียนรู้ของนักเรียนจากการเรียนโดยใช้กระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ และ 3) อะไรคือปัญหา อุปสรรคและแนวทางแก้ไขในระหว่างการเรียนรู้ เพื่อทำความเข้าใจกระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ เนื่องจากเป็นเครื่องมือที่นำมาใช้เพื่อพัฒนาการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียน ตัวอย่างคำถาม เช่น 1) นักเรียนคิดว่าการเรียนคณิตศาสตร์มีคุณค่าหรือไม่ อย่างไร 2) นักเรียนได้เรียนรู้อะไรบ้างจากการเรียนวิชาคณิตศาสตร์หรือประสบการณ์ที่ได้จากการเรียนวิชาคณิตศาสตร์มีอะไรบ้าง และ 3) ปัญหาและอุปสรรคของ

นักเรียนในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์คืออะไร และนักเรียนมีวิธีการหรือแนวทางในการแก้ไขปัญหา  
นั้นอย่างไร เป็นต้น

### สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล

#### สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูลเชิงปริมาณ ได้แก่

1. สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูลเบื้องต้น เพื่อให้ทราบลักษณะของกลุ่มตัวอย่าง  
และลักษณะการแจกแจงของข้อมูล ซึ่งเป็นค่าสถิติพื้นฐาน ได้แก่ ค่าร้อยละ ค่าเฉลี่ยเลขคณิต และ  
ค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน

2. สถิติที่ใช้ในการทดสอบสมมติฐาน ได้แก่

2.1 การวิเคราะห์คะแนนพัฒนาการ (Gain Scores) โดยใช้วิธีการวัดคะแนน  
พัฒนาการสัมพัทธ์ (Relative Gain Scores) (ศิริชัย กาญจนวาสี, 2556) มีสูตรการคำนวณดังนี้

$$RG = \frac{(Y_2 - Y_1)}{(F - Y_1)} \times 100$$

เมื่อ RG แทน คะแนนพัฒนาการสัมพัทธ์

F แทน คะแนนเต็มในการวัด

$Y_1$  แทน คะแนนสอบก่อนเรียน

$Y_2$  แทน คะแนนสอบหลังเรียน

ตาราง 10 เกณฑ์คะแนนพัฒนาการสัมพัทธ์เทียบระดับพัฒนาการ (ศิริชัย กาญจนวาสี, 2556)

คะแนนพัฒนาการสัมพัทธ์	ระดับพัฒนาการ
76 – 100	พัฒนาการระดับสูงมาก
51 – 75	พัฒนาการระดับสูง
26 – 50	พัฒนาการระดับกลาง
0 – 25	พัฒนาการระดับต้น

2.2 การวิเคราะห์ Hotelling  $T^2$  โดยการเปรียบเทียบความแตกต่างระหว่าง  
ค่าเฉลี่ยของคะแนนการคิดเชิงคณิตศาสตร์ก่อนและหลังการให้สิ่งทดลอง ของนักเรียน

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่เรียนโดยใช้กระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ (กลุ่มทดลอง) ทั้ง 5 องค์ประกอบของการคิดเชิงคณิตศาสตร์

2.3 การวิเคราะห์ความแปรปรวนร่วมพหุคูณ (Multivariate Analysis of Covariance : MANCOVA) โดยนำคะแนนจากการทดสอบวัดก่อนการให้สิ่งทดลองมาเป็นตัวแปรร่วม (Covariate) เพื่อเปรียบเทียบการคิดเชิงคณิตศาสตร์รายองค์ประกอบของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ระหว่างกลุ่มที่เรียนโดยใช้กระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์กับกลุ่มที่เรียนโดยใช้กระบวนการเรียนการสอนแบบปกติ

### การวิเคราะห์ข้อมูลด้วยวิธีการเชิงคุณภาพ ดังนี้

1. เริ่มจากการจัดระเบียบข้อมูล (data organizing) ทั้งข้อมูลที่ได้จากการสัมภาษณ์และข้อมูลจากการสังเกต โดยนำมาทำให้อยู่ในรูปของเอกสารที่เป็นระเบียบและเป็นระบบ เพื่อให้สามารถเรียกมาใช้ได้สะดวก ตรวจสอบความถูกต้องและความน่าเชื่อถือได้ง่าย อีกทั้งเพื่อพร้อมที่จะแสดงและนำเสนออย่างเป็นระบบ โดยมีการจัดระเบียบข้อมูลในระหว่างการเก็บรวบรวมข้อมูลและหลังการเก็บรวบรวมข้อมูล ในส่วนของการสัมภาษณ์เมื่อได้ข้อมูลมาแล้วทำการถอดเทป โดยถอดแบบคำต่อคำ พยายามรักษาลักษณะที่เป็นธรรมชาติ อารมณ์ ความรู้สึกและบรรยากาศไว้ให้มากที่สุดด้วยการบันทึกสิ่งเหล่านั้นไว้ด้วยเช่นเดียวกันกับการบันทึกคำพูด เนื่องจากสิ่งเหล่านั้นจะช่วยบอกความหมายอย่างใดอย่างหนึ่งในสิ่งที่กำลังพูดถึงได้

2. เลือกข้อมูลที่มีความสอดคล้องหรือมีความหมายตรงประเด็นกับสิ่งที่ต้องการศึกษามาให้รหัสข้อมูล เพื่อเป็นการย่อข้อมูลที่มีขนาดใหญ่ให้มีขนาดเล็กและสั้นลง อีกทั้งเป็นการจำแนกข้อมูลเป็นกลุ่มหรือประเภทเพื่อให้ข้อมูลที่มีอยู่นั้นมีการคัดแยกเป็นหมวดหมู่ตามเนื้อหาพร้อมที่จะนำมาทำการวิเคราะห์ต่อไป

3. นำข้อมูลที่กำหนดรหัสเรียบร้อยแล้วกลับเข้ามารวมกันใหม่ (Reassembling) เป็นกลุ่ม ๆ ตามประเด็นหรือหัวข้อการวิเคราะห์เพื่อให้ข้อมูลในแต่ละกลุ่มสามารถบอกเรื่องราวเดียวกันได้อย่างมีความหมาย ตามลักษณะความสัมพันธ์ที่ข้อมูลเหล่านั้นมีต่อกัน ซึ่งจะทำให้เกิดความหมายอันจะช่วยให้เข้าใจและตอบคำถามการวิจัยได้ ดังนั้นในขั้นตอนนี้จะได้เห็นถึงข้อมูลที่เป็นประโยชน์ต่อการตอบคำถามการวิจัย ได้เห็นถึงแบบแผน กระบวนการ ตลอดจนความสัมพันธ์ของสิ่งที่ศึกษา และเป็นการตรวจสอบว่าข้อมูลที่ได้มานั้น ตรงประเด็นกับเรื่องที่ศึกษาและเพียงพอสำหรับการวิเคราะห์หรือไม่ ถ้าไม่เพียงพอก็สามารถเก็บข้อมูลเพิ่มเติมได้เพื่อพยายามให้ได้ข้อมูลที่สมบูรณ์มากที่สุด อย่างไรก็ตามการดำเนินการวิเคราะห์ข้อมูลในการวิจัยใน

ขั้นตอนต่าง ๆ ที่กล่าวมาข้างต้นนั้นจะดำเนินการควบคู่กันไป เนื่องจากการจัดระเบียบข้อมูลจะทำให้ข้อมูลอยู่ในสภาพที่พร้อมที่จะนำเสนอในรูปแบบของการบรรยายได้ ซึ่งจะช่วยให้มองเห็นกระบวนการของสิ่งที่ศึกษาและความหมายของข้อมูล การวิเคราะห์ที่ในระหว่างที่ยังเก็บข้อมูลอยู่ในภาคสนามจะทำให้ทราบว่า ข้อมูลที่เก็บรวบรวมมานั้นตรงประเด็นกับเรื่องที่ศึกษาหรือไม่ และน่าจะตอบคำถามการวิจัยได้เพียงพอหรือไม่ ถ้าไม่ตรงหรือมีจำนวนไม่เพียงพอจะได้ทราบและดำเนินการเก็บรวบรวมข้อมูลเพิ่มเติมในส่วนที่ยังขาด

4. นำเสนอข้อมูลที่ได้ในรูปของการบรรยายโดยเชื่อมโยงประเด็นต่าง ๆ เข้าด้วยกันตามความสัมพันธ์ที่ประเด็นเหล่านั้นมีต่อกันเพื่อนำไปสู่การตอบโจทย์การวิจัยที่กำหนด

5. หาข้อสรุปข้อมูลที่ได้จากการนำเสนอข้อมูลในรูปแบบของการบรรยาย ดำเนินการหาข้อสรุปโดยนำเอาข้อมูลที่ผ่านการประมวลผลอย่างดีแล้วในขั้นตอนการจัดระเบียบและการนำเสนอข้อมูลในรูปแบบของการบรรยายมาวิเคราะห์ต่อเพื่อหาข้อสรุปที่ชัดเจนว่า ข้อค้นพบที่เป็นสาระสำคัญของการวิจัยคืออะไร สาระสำคัญ แบบแผน และความสัมพันธ์ของสิ่งต่าง ๆ ในข้อมูล ซึ่งได้แสดงไว้แล้วนั้นคืออะไร ซึ่งเป็นการยกระดับขึ้นมาอีกระดับหนึ่งจากระดับข้อมูลหรือข้อเท็จจริงสู่ระดับข้อสรุปทั่วไปแต่ก็ยังเชื่อมโยงกับข้อมูล

6. ตีความผลการวิจัย โดยบอกถึงข้อค้นพบหรือสาระสำคัญจากการศึกษาว่า สิ่งที่ค้นพบหมายความว่าอย่างไร ทั้งในแง่ของการนำไปใช้และในแง่ของทฤษฎีที่เกี่ยวข้อง รวมถึงบ่งบอกว่าสิ่งที่ได้ค้นพบและได้สรุปมานั้นมีความหมายและความสำคัญอย่างไร ทั้งในแง่ทฤษฎีและในแง่ปฏิบัติ

7. ตรวจสอบความเชื่อถือได้ของข้อมูล

## บทที่ 4

### ผลการวิเคราะห์ข้อมูล

การนำเสนอผลการวิเคราะห์ข้อมูล แบ่งเป็น 2 ระยะ ดังนี้

ระยะที่ 1 ผลการตรวจสอบคุณภาพแบบวัดการคิดเชิงคณิตศาสตร์ด้วยการวิเคราะห์องค์ประกอบเชิงยืนยัน

ระยะที่ 2 ผลการพัฒนาและผลการใช้กระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์โดยประยุกต์ใช้การวิจัยเชิงการออกแบบ ประกอบด้วย 3 ขั้นตอน ได้แก่





ขั้นตอนที่ 1 ผลการวิจัยเบื้องต้นเพื่อพัฒนารอบแนวคิดในการวิจัย

ขั้นตอนที่ 2 ผลการวิจัยเป็นวงจรรู้เพื่อพัฒนาต้นแบบนวัตกรรม

ขั้นตอนที่ 3 ผลการวิจัยประเมินถึงรอยต่อเพื่อตรวจสอบผลการพัฒนา

ความหมายและสัญลักษณ์ที่ใช้ในการเสนอผลการวิเคราะห์ข้อมูล มีดังนี้

M	แทน ค่าเฉลี่ยเลขคณิต
SD	แทน ค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน
p	แทน ระดับนัยสำคัญทางสถิติ
n	แทน จำนวนกลุ่มตัวอย่าง
b	แทน ค่าน้ำหนักองค์ประกอบในรูปคะแนนดิบ
$\beta$	แทน ค่าน้ำหนักองค์ประกอบในรูปคะแนนมาตรฐาน
SE	แทน ค่าความคลาดเคลื่อนมาตรฐาน
t	แทน ค่าทดสอบนัยสำคัญทางสถิติ
$R^2$	แทน สัมประสิทธิ์การพยากรณ์
CR	แทน ความเชื่อมั่นเชิงโครงสร้าง
AVE	แทน ค่าเฉลี่ยความแปรปรวนที่สกัดได้
$\chi^2$	แทน ดัชนีตรวจสอบความกลมกลืนประเภทค่าสถิติไค-สแควร์
GFI	แทน ดัชนีวัดความกลมกลืน
AGFI	แทน ดัชนีวัดความกลมกลืนที่ปรับแก้แล้ว
CFI	แทน ดัชนีวัดความสอดคล้องเปรียบเทียบ
SRMR	แทน ดัชนีมาตรฐานรากที่สองของค่าเฉลี่ยกำลังสองของส่วนที่เหลือ

RMSEA	แทน	ดัชนีค่ารากที่สองของค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองของส่วนที่เหลือ
df	แทน	องศาอิสระ
KMO	แทน	ค่าความพอเพียงของการเลือกตัวอย่างโดยรวม
MSA	แทน	ค่าพิสัยของค่าความพอเพียงของการเลือกตัวอย่าง
SS	แทน	ผลรวมกำลังสองของการแปรผัน (Sum of Squares)
MS	แทน	ค่าเฉลี่ยของความแปรปรวน
(Mean of Squares)	แทน	การทดสอบเอฟ
Mean Difference	แทน	ผลต่างของค่าเฉลี่ยของข้อมูลระหว่างกลุ่ม
MT	แทน	ตัวแปรแฝงการคิดเชิงคณิตศาสตร์
PB	แทน	ตัวแปรแฝงการแก้ปัญหาเชิงคณิตศาสตร์
RS	แทน	ตัวแปรแฝงการให้เหตุผลเชิงคณิตศาสตร์
CM	แทน	ตัวแปรแฝงการสื่อสารความคิดเชิงคณิตศาสตร์
RP	แทน	ตัวแปรแฝงการนำเสนอตัวแทนความคิดเชิงคณิตศาสตร์
PB1 PB2 PB3 PB4	แทน	ตัวแปรสังเกตได้ของการแก้ปัญหาเชิงคณิตศาสตร์
RS1 RS2 RS3 RS4	แทน	ตัวแปรสังเกตได้ของการให้เหตุผลเชิงคณิตศาสตร์
CM1 CM2 CM3 CM4	แทน	ตัวแปรสังเกตได้ของการสื่อสารความคิดเชิงคณิตศาสตร์
CN1 CN2 CN3	แทน	ตัวแปรสังเกตได้ของการเชื่อมโยงสาระหลักเชิงคณิตศาสตร์
RP1 RP2 RP3	แทน	ตัวแปรสังเกตได้ของการนำเสนอตัวแทนความคิดเชิงคณิตศาสตร์
	แทน	ตัวแปรสังเกตได้ (Observed variable)
	แทน	ตัวแปรแฝง (Latent variable)
	แทน	ความสัมพันธ์เชิงสาเหตุของตัวแปรหรือน้ำหนักองค์ประกอบ
	แทน	ความสัมพันธ์หรือความแปรปรวนร่วมของสองตัวแปรที่ไม่ทราบทิศทางความเป็นสาเหตุ



### ระยะที่ 1 ผลการตรวจสอบคุณภาพแบบวัดการคิดเชิงคณิตศาสตร์ด้วยการวิเคราะห์องค์ประกอบเชิงยืนยัน

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการตรวจสอบคุณภาพแบบวัดการคิดเชิงคณิตศาสตร์ด้วยการวิเคราะห์องค์ประกอบเชิงยืนยันในครั้งนี้ เป็นนักเรียนในระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ปีการศึกษา 2560 ในโรงเรียนสังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา เขต 17 ซึ่งประกอบด้วย 2 จังหวัด ได้แก่ จังหวัดจันทบุรีและจังหวัดตราด จำนวน 500 คน จาก 19 ห้องเรียน 14 โรงเรียน ดังตาราง 11

ตาราง 11 จำนวน ร้อยละของกลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการตรวจสอบคุณภาพแบบวัดการคิดเชิงคณิตศาสตร์ด้วยการวิเคราะห์องค์ประกอบเชิงยืนยัน

ชั้นของการสุ่ม		จำนวน	ร้อยละ
ขนาดโรงเรียน	ขนาดที่ 1	36	7.20
	ขนาดที่ 2	56	11.20
	ขนาดที่ 3	84	16.80
	ขนาดที่ 4	69	13.80
	ขนาดที่ 5	85	17.00
	ขนาดที่ 6	85	17.00
	ขนาดที่ 7	85	17.00
จังหวัด	จันทบุรี	250	50.00
	ตราด	250	50.00

จากตาราง 11 กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการตรวจสอบคุณภาพแบบวัดการคิดเชิงคณิตศาสตร์ด้วยการวิเคราะห์องค์ประกอบเชิงยืนยัน จำนวน 500 คน แบ่งตามขนาดโรงเรียนทั้งสิ้น 7 ขนาด ใช้นักเรียนที่เป็นกลุ่มตัวอย่างโรงเรียนละ 1 – 2 ห้องเรียน ซึ่งใช้ห้องเรียนเป็นหน่วยในการสุ่มทำให้จำนวนของกลุ่มตัวอย่างในแต่ละโรงเรียนแตกต่างกันตามจำนวนนักเรียนที่มีในแต่ละโรงเรียน และแบ่งตามจังหวัดที่สังกัดในสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา เขต 17 ซึ่งประกอบด้วย 2 จังหวัด ได้แก่ จังหวัดจันทบุรีและจังหวัดตราด จังหวัดละ 250 คน

ผลการวิเคราะห์ข้อมูลกลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการตรวจสอบคุณภาพแบบวัดการคิดเชิงคณิตศาสตร์ด้วยการวิเคราะห์องค์ประกอบเชิงยืนยัน มีค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรสังเกตได้ในโมเดลการวัดการคิดเชิงคณิตศาสตร์ แสดงรายละเอียดดังตาราง 12

ตาราง 12 แสดงค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรสังเกตได้ในโมเดลการวัดการคิดเชิงคณิตศาสตร์

ตัวแปร	PB1	PB2	PB3	PB4	RS1	RS2	RS3	RS4	CM1
PB1	.962								
PB2	.662 <sup>*</sup>	.968							
PB3	.648 <sup>*</sup>	.638 <sup>*</sup>	.968						
PB4	.721 <sup>*</sup>	.633 <sup>*</sup>	.649 <sup>*</sup>	.960					
RS1	.575 <sup>*</sup>	.537 <sup>*</sup>	.529 <sup>*</sup>	.540 <sup>*</sup>	.977				
RS2	.573 <sup>*</sup>	.540 <sup>*</sup>	.535 <sup>*</sup>	.530 <sup>*</sup>	.633 <sup>*</sup>	.957			
RS3	.547 <sup>*</sup>	.536 <sup>*</sup>	.491 <sup>*</sup>	.505 <sup>*</sup>	.614 <sup>*</sup>	.731 <sup>*</sup>	.957		
RS4	.593 <sup>*</sup>	.542 <sup>*</sup>	.578 <sup>*</sup>	.566 <sup>*</sup>	.656 <sup>*</sup>	.651 <sup>*</sup>	.606 <sup>*</sup>	.977	
CM1	.505 <sup>*</sup>	.488 <sup>*</sup>	.521 <sup>*</sup>	.475 <sup>*</sup>	.537 <sup>*</sup>	.550 <sup>*</sup>	.556 <sup>*</sup>	.552 <sup>*</sup>	.968
CM2	.512 <sup>*</sup>	.494 <sup>*</sup>	.526 <sup>*</sup>	.458 <sup>*</sup>	.576 <sup>*</sup>	.541 <sup>*</sup>	.566 <sup>*</sup>	.567 <sup>*</sup>	.656 <sup>*</sup>
CM3	.528 <sup>*</sup>	.521 <sup>*</sup>	.512 <sup>*</sup>	.488 <sup>*</sup>	.503 <sup>*</sup>	.519 <sup>*</sup>	.519 <sup>*</sup>	.542 <sup>*</sup>	.638 <sup>*</sup>
CM4	.546 <sup>*</sup>	.479 <sup>*</sup>	.548 <sup>*</sup>	.494 <sup>*</sup>	.553 <sup>*</sup>	.577 <sup>*</sup>	.555 <sup>*</sup>	.544 <sup>*</sup>	.651 <sup>*</sup>
CN1	.561 <sup>*</sup>	.485 <sup>*</sup>	.516 <sup>*</sup>	.515 <sup>*</sup>	.508 <sup>*</sup>	.536 <sup>*</sup>	.551 <sup>*</sup>	.570 <sup>*</sup>	.479 <sup>*</sup>
CN2	.639 <sup>*</sup>	.523 <sup>*</sup>	.530 <sup>*</sup>	.572 <sup>*</sup>	.530 <sup>*</sup>	.570 <sup>*</sup>	.556 <sup>*</sup>	.590 <sup>*</sup>	.482 <sup>*</sup>
CN3	.575 <sup>*</sup>	.552 <sup>*</sup>	.529 <sup>*</sup>	.524 <sup>*</sup>	.549 <sup>*</sup>	.577 <sup>*</sup>	.623 <sup>*</sup>	.613 <sup>*</sup>	.544 <sup>*</sup>
RP1	.504 <sup>*</sup>	.484 <sup>*</sup>	.466 <sup>*</sup>	.460 <sup>*</sup>	.493 <sup>*</sup>	.541 <sup>*</sup>	.493 <sup>*</sup>	.513 <sup>*</sup>	.522 <sup>*</sup>
RP2	.481 <sup>*</sup>	.459 <sup>*</sup>	.431 <sup>*</sup>	.444 <sup>*</sup>	.503 <sup>*</sup>	.521 <sup>*</sup>	.512 <sup>*</sup>	.535 <sup>*</sup>	.487 <sup>*</sup>
RP3	.526 <sup>*</sup>	.490 <sup>*</sup>	.502 <sup>*</sup>	.476 <sup>*</sup>	.504 <sup>*</sup>	.541 <sup>*</sup>	.537 <sup>*</sup>	.557 <sup>*</sup>	.515 <sup>*</sup>
M	2.324	2.312	2.292	2.320	2.466	2.464	2.498	2.482	2.388
SD	.923	.827	.856	.892	.855	.859	.802	.853	.662

ตาราง 12 (ต่อ)

ตัวแปร	CM2	CM3	CM4	CN1	CN2	CN3	RP1	RP2	RP3
CM2	.972								
CM3	.616*	.970							
CM4	.629*	.641*	.971						
CN1	.516*	.453*	.497*	.965					
CN2	.553*	.513*	.522*	.701*	.956				
CN3	.596*	.529*	.558*	.684*	.711*	.966			
RP1	.539*	.526*	.565*	.465*	.497*	.522*	.938		
RP2	.525*	.483*	.546*	.481*	.530*	.555*	.731*	.951	
RP3	.531*	.496*	.544*	.534*	.568*	.593*	.713*	.679*	.964
M	2.316	2.366	2.350	2.386	2.370	2.289	2.220	2.156	2.126
SD	.783	.702	.832	.734	.836	.746	.884	.806	.891

\*  $p < .05$ , ค่าแนวทแยง คือ ค่า Measures of Sampling Adequacy (MSA)

จากตาราง 12 ผลการวิเคราะห์ข้อมูลกลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการตรวจสอบคุณภาพแบบวัดการคิดเชิงคณิตศาสตร์ด้วยการวิเคราะห์องค์ประกอบเชิงยืนยัน เมื่อตรวจสอบความเหมาะสมของข้อมูลพบว่า มีค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ตั้งแต่ .444 ถึง .731 ตัวแปรสังเกตได้ทุกตัวมีความสัมพันธ์กันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ค่า KMO มีค่า .964 แสดงว่า ข้อมูลเหมาะสมที่จะทำการวิเคราะห์องค์ประกอบ ค่า Bartlett's Test มีนัยสำคัญทางสถิติ แสดงว่า เมทริกซ์สัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ไม่เป็นเมทริกซ์เอกลักษณ์ ตัวแปรมีความสัมพันธ์กัน สามารถนำมาวิเคราะห์องค์ประกอบได้ (Bartlett's Test:  $\chi^2 = 6490.936$ ,  $df = 153$ ,  $p = .000$ ) และค่าพิสัยของค่าความพอเพียงของการเลือกตัวอย่าง (MSA) มีค่าตั้งแต่ 0.951 ถึง 0.977 ซึ่งมากกว่า .500 ทุกค่า (นางลักษณ วิรัชชัย, 2542, p. 149) แสดงว่าข้อคำถามมีความสัมพันธ์กันเพียงพอในการนำมาใช้วิเคราะห์ความสัมพันธ์เชิงโครงสร้างได้

สำหรับค่าเฉลี่ยของตัวแปรสังเกตการคิดเชิงคณิตศาสตร์ มีค่าตั้งแต่ 2.126 ถึง 2.498 โดยตัวแปรสังเกตที่มีค่าเฉลี่ยสูงสุดคือ พัฒนาและประเมินค่าการให้เหตุผลและการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ได้ (RS3) รองลงมาคือ ใช้ภาษาทางคณิตศาสตร์ที่แสดงให้เห็นถึงความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ได้ (RS4) และยอมรับว่าการให้เหตุผลและการพิสูจน์เป็นพื้นฐานและเป็นมุมมองทาง

คณิตศาสตร์ (RS1) มีค่าเฉลี่ยเท่ากับ 2.498, 2.482 และ 2.466 ตามลำดับ และมีค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ .802, .853 และ .855 ตามลำดับ ส่วนตัวแปรสังเกตที่มีค่าเฉลี่ยต่ำสุดคือ ใช้รูปแบบการเสนอตัวแทนความคิดอธิบายในเรื่องของฟิลิกส์ สังคมและปรากฏการณ์ทางธรรมชาติต่าง ๆ ในทางคณิตศาสตร์ได้ (RP3) มีค่าเฉลี่ยเท่ากับ 2.126 และมีค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ .891

ผลการตรวจสอบคุณภาพของโมเดลการวัดการคิดเชิงคณิตศาสตร์ด้วยการวิเคราะห์องค์ประกอบเชิงยืนยัน หลังปรับโมเดล แสดงรายละเอียดดังตาราง 13

ตาราง 13 ผลการวิเคราะห์องค์ประกอบเชิงยืนยันโมเดลการวัดการคิดเชิงคณิตศาสตร์ หลังปรับโมเดล

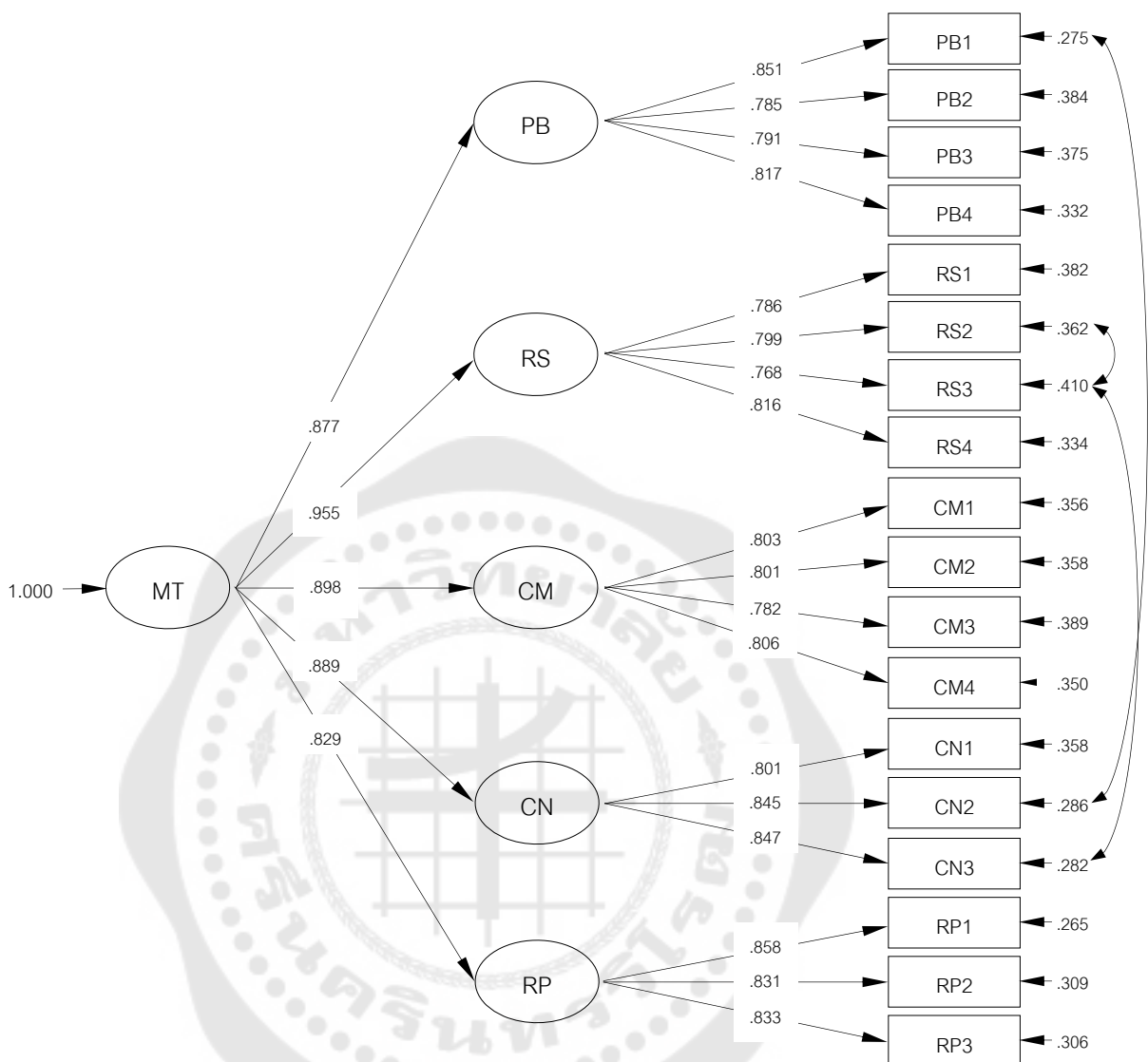
องค์ประกอบ	ตัวแปรสังเกตได้	น้ำหนักขององค์ประกอบ				R <sup>2</sup>	CR	AVE
		b	$\beta$	SE	t			
การวิเคราะห์องค์ประกอบลำดับแรก								
การแก้ปัญหาเชิงคณิตศาสตร์ (PB)	PB1	.790	.851	-	-	.725	.885	.659
	PB2	.653	.785	.032	20.688*	.616		
	PB3	.681	.791	.033	20.930*	.625		
	PB4	.733	.817	.033	22.007*	.668		
การให้เหตุผลเชิงคณิตศาสตร์ (RS)	RS1	.695	.786	.036	19.113*	.618	.871	.628
	RS2	.710	.799	-	-	.638		
	RS3	.637	.768	.029	22.239*	.590		
	RS4	.720	.816	.036	20.042*	.666		
การสื่อสารความคิดเชิงคณิตศาสตร์ (CM)	CM1	.530	.803	.027	19.817*	.644	.875	.637
	CM2	.626	.801	.032	19.774*	.642		
	CM3	.548	.782	.029	19.157*	.611		
	CM4	.670	.806	-	-	.650		
การเชื่อมโยงสาระหลักเชิงคณิตศาสตร์ (CN)	CN1	.592	.801	.028	20.887*	.642	.870	.691
	CN2	.710	.845	-	-	.714		
	CN3	.635	.847	.028	22.625*	.718		

ตาราง 13 (ต่อ)

องค์ประกอบ	ตัวแปร สังเกตได้	น้ำหนักองค์ประกอบ				R <sup>2</sup>	CR	AVE
		b	$\beta$	SE	t			
การนำเสนอ	RP1	.760	.858	-	-	.735		
ตัวแทนความคิดเชิง	RP2	.671	.831	.030	22.204*	.691	.878	.707
คณิตศาสตร์ (RP)	RP3	.744	.833	.033	22.274*	.694		
การวิเคราะห์องค์ประกอบลำดับสอง								
การคิดเชิง	PB	.872	.877	.045	19.446*	.770		
คณิตศาสตร์ (MT)	RS	.923	.955	.047	19.711*	.912		
	CM	.900	.898	.048	18.688*	.807		
	CN	.883	.889	.045	19.486*	.790		
	RP	.827	.829	.045	18.190*	.687		

$\chi^2 = 148.134$ ,  $df = 127$ ,  $p = .097$ ,  $GFI = .968$ ,  $AGFI = .957$ ,  $CFI = .999$ ,  
Standardize RMR = .023, RMSEA = .018

\*  $p < .05$ , - ไม่รายงานค่า SE และ t เนื่องจากเป็นพารามิเตอร์บังคับ (Constrained Parameters)



Chi-Square = 148.134, df = 127, P-value = .097, RMSEA = .018

ภาพประกอบ 7 โมเดลการวิเคราะห์องค์ประกอบเชิงยืนยันการคิดเชิงคณิตศาสตร์ หลังปรับโมเดล (ตัวเลขที่แสดงบนเส้นเป็นค่า β)

จากตาราง 13 และภาพประกอบ 7 ผลการวิเคราะห์องค์ประกอบเชิงยืนยันโมเดลการวัดการคิดเชิงคณิตศาสตร์ หลังปรับโมเดล พบว่า โมเดลมีความสอดคล้องกับข้อมูลเชิงประจักษ์ ซึ่งพิจารณาจากค่าไค-สแควร์ ( $\chi^2$ ) มีค่าเท่ากับ 148.134 ค่า p มีค่ามากกว่า .05 ( $p = .097$ ) ที่ระดับองศาอิสระเท่ากับ 127 ค่าดัชนีอัตราส่วนไค-สแควร์สัมพัทธ์ ( $\chi^2/df$ ) มีค่าเท่ากับ 1.166 ค่าดัชนีวัดระดับความกลมกลืน (GFI) เท่ากับ .968 ค่าดัชนีวัดระดับความกลมกลืนที่ปรับแก้แล้ว (AGFI) เท่ากับ .957 ค่าดัชนีวัดระดับความสอดคล้องเปรียบเทียบ (CFI) เท่ากับ .999 ค่าดัชนีราก



ของค่าเฉลี่ยกำลังสองของความคลาดเคลื่อนมาตรฐาน (Standardize RMR) เท่ากับ .023 และค่าความคลาดเคลื่อนในการประมาณค่าพารามิเตอร์ (RMSEA) เท่ากับ .018 นั้นแสดงว่า โมเดลมีความสอดคล้องกับข้อมูลเชิงประจักษ์

เมื่อพิจารณาค่าน้ำหนักองค์ประกอบในรูปคะแนนมาตรฐาน ( $\beta$ ) ของตัวชี้วัด เป็นรายองค์ประกอบ พบว่า องค์ประกอบการแก้ปัญหาเชิงคณิตศาสตร์ มีค่าตั้งแต่ .785 ถึง .851 องค์ประกอบการให้เหตุผลเชิงคณิตศาสตร์ มีค่าตั้งแต่ .768 ถึง .816 องค์ประกอบการสื่อสารความคิดเชิงคณิตศาสตร์ มีค่าตั้งแต่ .782 ถึง .806 องค์ประกอบการเชื่อมโยงสาระหลักเชิงคณิตศาสตร์ มีค่าตั้งแต่ .801 ถึง .847 และองค์ประกอบการนำเสนอตัวแทนความคิดเชิงคณิตศาสตร์ มีค่าตั้งแต่ .831 ถึง .858 โดยมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ทุกตัวชี้วัด

เมื่อพิจารณาค่าน้ำหนักองค์ประกอบในรูปคะแนนมาตรฐาน ( $\beta$ ) เป็นรายองค์ประกอบ พบว่า ค่าน้ำหนักองค์ประกอบในรูปคะแนนมาตรฐานมีค่าตั้งแต่ .829 ถึง .955 โดยมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ทุกองค์ประกอบ องค์ประกอบที่มีค่าน้ำหนักองค์ประกอบในรูปคะแนนมาตรฐานมากที่สุดคือ การให้เหตุผลเชิงคณิตศาสตร์ รองลงมาคือ การสื่อสารความคิดเชิงคณิตศาสตร์ และการการเชื่อมโยงสาระหลักเชิงคณิตศาสตร์ ซึ่งมีค่า .955, .898 และ .889 ตามลำดับ และองค์ประกอบที่มีค่าน้ำหนักองค์ประกอบในรูปคะแนนมาตรฐานน้อยที่สุดคือ การนำเสนอตัวแทนความคิดเชิงคณิตศาสตร์ มีค่า .829

เมื่อพิจารณาคุณภาพของโมเดล พบว่า ความเที่ยงตรงเชิงลู่เข้า (Convergent validity) จากค่าเฉลี่ยความแปรปรวนที่สกัดได้ของตัวแปร (Average variance Extracted : AVE) มีค่าตั้งแต่ .500 ขึ้นไป (การแก้ปัญหาเชิงคณิตศาสตร์ AVE = .659, การให้เหตุผลเชิงคณิตศาสตร์ AVE = .628, การสื่อสารความคิดเชิงคณิตศาสตร์ AVE = .637, การเชื่อมโยงสาระหลักเชิงคณิตศาสตร์ AVE = .691 และการนำเสนอตัวแทนความคิดเชิงคณิตศาสตร์ AVE = .707) แสดงให้เห็นว่า โมเดลการวัดมีความเที่ยงตรงเชิงลู่เข้าที่ดี และความเชื่อมั่นเชิงโครงสร้าง (Construct reliability: CR) มีค่ามากกว่า .700 (การแก้ปัญหาเชิงคณิตศาสตร์ CR = .885, การให้เหตุผลเชิงคณิตศาสตร์ CR = .871, การสื่อสารความคิดเชิงคณิตศาสตร์ CR = .875, การเชื่อมโยงสาระหลักเชิงคณิตศาสตร์ CR = .870 และการนำเสนอตัวแทนความคิดเชิงคณิตศาสตร์ CR = .878) แสดงว่ามีความเชื่อมั่นเชิงโครงสร้างสูง ในส่วนของความเที่ยงตรงเชิงจำแนก (Discriminant validity) พิจารณาจากค่า AVE ของแต่ละองค์ประกอบ ซึ่งมีค่าตั้งแต่ .628 ถึง .707 พบว่า ค่า AVE ของแต่ละองค์ประกอบมีค่ามากกว่าค่าความแปรปรวนร่วมระหว่างองค์ประกอบนั้น ๆ กับ

องค์ประกอบอื่น แสดงให้เห็นว่าโมเดลนี้มีความเที่ยงตรงเชิงจำแนก โดยแสดงค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ระหว่างองค์ประกอบในโมเดลการคิดเชิงคณิตศาสตร์ ดังตาราง 14

ตาราง 14 ค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ระหว่างองค์ประกอบในโมเดลการคิดเชิงคณิตศาสตร์

องค์ประกอบ	PB	RS	CM	CN	RP	AVE
PB	.901					.659
RS	.737*	.876				.628
CM	.687*	.748*	.894			.637
CN	.706*	.735*	.683*	.901		.691
RP	.617*	.676*	.685*	.658*	.916	.707
M	2.312	2.478	2.355	2.348	2.167	
SD	.755	.723	.636	.690	.772	

\*  $p < .05$ , ค่าแนวทแยง คือ ค่า Measures of Sampling Adequacy (MSA)

จากตาราง 14 ผลการตรวจสอบค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ระหว่างองค์ประกอบในโมเดลการคิดเชิงคณิตศาสตร์ จำนวน 5 องค์ประกอบ พบว่า มีค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ตั้งแต่ .617 ถึง .748 ทุกองค์ประกอบมีความสัมพันธ์กันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 โดยองค์ประกอบ การให้เหตุผลเชิงคณิตศาสตร์และการสื่อสารความคิดเชิงคณิตศาสตร์มีความสัมพันธ์กันสูงสุด มีค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์เท่ากับ .748 ส่วนองค์ประกอบการแก้ปัญหาเชิงคณิตศาสตร์และการนำเสนอตัวแทนความคิดเชิงคณิตศาสตร์มีความสัมพันธ์กันต่ำสุด มีค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์เท่ากับ .617

จากผลการสร้างและตรวจสอบคุณภาพแบบวัดการคิดเชิงคณิตศาสตร์ด้วยการวิเคราะห์องค์ประกอบเชิงยืนยันในตอนต้นที่ 1 นี้ ทำให้ทราบว่าองค์ประกอบการคิดเชิงคณิตศาสตร์ มีจำนวน 5 องค์ประกอบ ได้แก่ การแก้ปัญหาเชิงคณิตศาสตร์ การให้เหตุผลเชิงคณิตศาสตร์ การสื่อสารความคิดเชิงคณิตศาสตร์ การเชื่อมโยงสาระหลักเชิงคณิตศาสตร์ และการนำเสนอตัวแทนความคิดเชิงคณิตศาสตร์ โดยโมเดลการวัดการคิดเชิงคณิตศาสตร์ มีความสอดคล้องกับข้อมูลเชิงประจักษ์ เมื่อพิจารณาจากค่าไค-สแควร์ที่แตกต่างจากศูนย์อย่างไม่มีนัยสำคัญทางสถิติ และจากผลการตรวจสอบคุณภาพแบบวัดการคิดเชิงคณิตศาสตร์พบว่าแบบวัดการคิดเชิงคณิตศาสตร์ที่พัฒนาขึ้นมีความเที่ยงตรงเชิงผู้เข้าที่ดี มีความเชื่อมั่นเชิงโครงสร้าง

สูงและมีความเที่ยงตรงเชิงจำแนก จากผลการวิจัยในระยะที่ 1 นี้ ได้นำไปใช้ในระยะเวลาที่ 2 ของการวิจัย คือ นำไปใช้เป็นแนวทางในการพัฒนากระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ โดยมุ่งให้พัฒนาการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียนครบทั้ง 5 องค์ประกอบ และนำแบบวัดการคิดเชิงคณิตศาสตร์ที่พัฒนาขึ้นไปใช้วัดการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียนทั้งสองกลุ่ม คือ นักเรียนที่เป็นกลุ่มทดลองและนักเรียนที่เป็นกลุ่มควบคุมไม่สมมูล โดยวัดก่อนและหลังการให้สิ่งทดลอง

## **ระยะที่ 2 ผลการพัฒนาและผลการใช้กระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์โดยประยุกต์ใช้การวิจัยอิงการออกแบบ**

การพัฒนากระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์โดยประยุกต์ใช้การวิจัยอิงการออกแบบนี้ แบ่งขั้นตอนของการวิจัยออกเป็น 3 ขั้นตอนตามหลักการวิจัยอิงการออกแบบ ประกอบด้วย ขั้นตอนที่ 1 การวิจัยเบื้องต้นเพื่อพัฒนารอบแนวคิดในการวิจัย ขั้นตอนที่ 2 การวิจัยเป็นวงจรซ้ำเพื่อพัฒนาต้นแบบนวัตกรรม และขั้นตอนที่ 3 การวิจัยประเมินถึงรอยอดเพื่อตรวจสอบผลการพัฒนา มีขั้นตอนในการดำเนินการและรายละเอียด ดังต่อไปนี้

### **ขั้นตอนที่ 1 ผลการวิจัยเบื้องต้นเพื่อพัฒนารอบแนวคิดในการวิจัย**

ขั้นตอนการวิจัยเบื้องต้นเพื่อพัฒนารอบแนวคิดในการวิจัยนี้มีเป้าหมายเพื่อพัฒนากระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ โดยใช้การสังเคราะห์เอกสารแนวคิดและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับกระบวนการเรียนการสอนและการคิดเชิงคณิตศาสตร์ วิเคราะห์จุดแข็งและจุดที่ควรส่งเสริมตามแนวคิดของฟรายวิลลิคและการจัดการเรียนการสอนตามแนวทางของ สสวท. เพื่อนำไปพัฒนาเป็นกระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ (ฉบับร่าง 1) และใช้เป็นแนวทางในการจัดทำแผนการจัดการเรียนรู้ต่อไป โดยมีผลวิเคราะห์และผสมผสานแนวคิดของฟรายวิลลิคและการจัดการเรียนการสอนตามแนวทางของ สสวท. เข้าด้วยกัน ดังตารางต่อไปนี้

ตาราง 15 วิเคราะห์และผสมผสานแนวคิดของฟรายวัลลิกและการจัดการเรียนการสอนตามแนวทางของ สสวท.

กลวิธีการสอนของครู ตามแนวคิดของฟรายวัลลิก	การจัดการเรียนการสอน ตามแนวทางของ สสวท.	ผสมผสานแนวคิดของ ฟรายวัลลิกกับ สสวท.
1. <b>ชั้นล้างความคิด (Eliciting)</b> เป้าหมาย เพื่อให้นักเรียนได้แสดงความคิดด้วยการพูด อธิบาย วิเคราะห์วิธีการหาคำตอบด้วยตัวเอง และใช้คำอธิบายของนักเรียนเป็นฐานในการกำหนดบทเรียน ขั้นนี้เน้นการเอาคำตอบหลาย ๆ คำตอบจากนักเรียนในปัญหาหนึ่ง ๆ (เน้นการพัฒนาการแก้ปัญหา เชิงคณิตศาสตร์ การให้เหตุผลเชิงคณิตศาสตร์และการสื่อสารความคิดเชิงคณิตศาสตร์)		
การใช้คำถามกระตุ้นและล้าง เอาคำตอบหลาย ๆ คำตอบ จากปัญหาหนึ่ง ๆ	การส่งเสริมให้ครูใช้คำถาม กระตุ้นให้นักเรียนเกิดความ อยากรู้ โดยให้นักเรียน ช่วยกันแสดงแนวคิดใน การหาคำตอบและอภิปราย	1) ครูถามคำถามเพื่อกระตุ้นและ ล้างเอาคำตอบจากนักเรียน หลาย ๆ คำตอบจากปัญหาหนึ่ง ๆ
การให้เวลานักเรียนได้คิดและ ฟังคำอธิบายวิธีการแก้ปัญหา ของนักเรียน	การส่งเสริมให้ครูได้ให้ นักเรียนนำเสนอ ช่วยกัน แสดงแนวคิดในการหา คำตอบ บอกลักษณะ บอก รายละเอียด ยกตัวอย่าง สังเกต อธิบายความแตกต่าง พิจารณา วิเคราะห์ อภิปราย ช่วยกันสรุป	2) ครูให้เวลานักเรียนได้คิดและฟัง คำอธิบายวิธีการแก้ปัญหาของ นักเรียน
การปลุกฝังให้นักเรียนได้คิด/ กระทำด้วยความละเอียด รอบคอบ	-	3) ปลุกฝังให้นักเรียนได้คิด/ กระทำด้วยความละเอียด รอบคอบ
การให้นักเรียนเป็นผู้อธิบาย เนื้อหาในบทเรียนที่ง่าย ๆ	ส่งเสริมให้ครูได้ให้นักเรียน นำเสนอคำตอบ หรือออกมา เขียนคำตอบเพื่อนำเสนอ	4) ครูให้นักเรียนเป็นผู้อธิบาย เนื้อหาในบทเรียนที่ง่าย ๆ

ตาราง 15 (ต่อ)

กลวิธีการสอนของครู ตามแนวคิดของฟรายวัลลิก	การจัดการเรียนการสอน ตามแนวทางของ สสวท.	ผสมผสานแนวคิดของ ฟรายวัลลิกกับ สสวท.
การสื่อให้นักเรียนได้เห็นว่าคุณยอมรับในคำอธิบาย/แนวคิดทั้งที่ถูกต้องและผิดของนักเรียน และแสดงให้นักเรียนได้เห็นว่าคุณเห็นถึงความพยายามของนักเรียน	-	5) สื่อให้นักเรียนได้เห็นว่าคุณยอมรับในคำอธิบาย/แนวคิดทั้งที่ถูกต้องและผิดของนักเรียน และแสดงให้นักเรียนได้เห็นว่าคุณเห็นถึงความพยายามของนักเรียน
การส่งเสริมให้นักเรียนร่วมมือกันแก้ปัญหา	ส่งเสริมให้ครูได้ให้นักเรียนช่วยกันแสดงแนวคิดในการหาคำตอบ อภิปรายช่วยกันสรุปและร่วมมือกันแก้ปัญหา	6) ส่งเสริมให้นักเรียนร่วมมือกันแก้ปัญหา
การให้นักเรียนได้มีโอกาสในการรายงาน/ แสดงความคิดเห็นเพื่อเป็นตัวเลือกในการตัดสินใจ	ส่งเสริมให้ครูได้ให้นักเรียนได้มีโอกาสในการรายงาน/ แสดงความคิดเห็น นำเสนอช่วยกันอภิปราย และสรุปผล	7) ให้นักเรียนได้มีโอกาสในการรายงาน/ แสดงความคิดเห็นเพื่อเป็นตัวเลือกในการตัดสินใจ
<b>2. ชั้นสนับสนุนความคิด (Supporting)</b> เป้าหมาย เพื่อช่วยเหลือ ส่งเสริม สนับสนุนการคิดของนักเรียนทั้งชั้นเรียนอย่างทั่วถึง (เน้นการพัฒนาการให้เหตุผลเชิงคณิตศาสตร์ การเชื่อมโยงสาระหลักเชิงคณิตศาสตร์และการนำเสนอตัวแทนความคิดเชิงคณิตศาสตร์)		
การกระตุ้นให้นักเรียนได้ระลึกถึงสถานการณ์ปัญหาที่มีคล้ายคลึงกัน	ครูยกตัวอย่างสถานการณ์ปัญหาในชีวิตประจำวัน	1) ครูกระตุ้นให้นักเรียนได้ระลึกถึงสถานการณ์ปัญหาที่มีลักษณะคล้ายคลึงกัน
การทบทวนความรู้พื้นฐานที่จำเป็นต่อการแก้ปัญหา	ส่งเสริมให้ครูทบทวนความรู้พื้นฐานที่จำเป็นต่อการแก้ปัญหารวมถึงกระบวนการแก้ปัญหา	2) ครูทบทวนความรู้พื้นฐานที่จำเป็นต่อการแก้ปัญหารวมถึงกระบวนการแก้ปัญหา

ตาราง 15 (ต่อ)

กลวิธีการสอนของครู ตามแนวคิดของฟรายวัลลิก	การจัดการเรียนการสอน ตามแนวทางของ สสวท.	ผสมผสานแนวคิดของ ฟรายวัลลิกกับ สสวท.
การทบทวน/ อธิบายวิธีการ แก้ปัญหาของนักเรียนคนอื่น ๆ ที่ไม่เข้ากับคนที่ออกมารายงาน แสดงความคิด อย่างช้า ๆ ตามลำดับขั้นตอน	ส่งเสริมให้ครูให้นักเรียน ช่วยกันแสดงแนวคิดใน การหาคำตอบ อธิบาย ความแตกต่าง วิเคราะห์ ช่วยกันอภิปราย สรุปผล	3) ครูทบทวน/ อธิบายวิธีการ แก้ปัญหาของนักเรียนคนอื่น ๆ ที่ ไม่เข้ากับคนที่ออกมารายงาน แสดงความคิด อย่างช้า ๆ ตามลำดับขั้นตอน
การเขียนสัญลักษณ์ทาง คณิตศาสตร์แทนวิธีการ แก้ปัญหาแต่ละวิธีของนักเรียน บนกระดาน	-	4) ครูเขียนสัญลักษณ์ทาง คณิตศาสตร์แทนวิธีการแก้ปัญหา แต่ละวิธีของนักเรียน บนกระดาน
ครูช่วยเหลือ สนับสนุนนักเรียน ที่คิดไม่ทันเพื่อน และนักเรียน ที่คิดได้ไกล/ ลึกซึ้งกว่าเพื่อน ๆ คนอื่น	-	5) ครูช่วยเหลือ สนับสนุนนักเรียน ที่คิดไม่ทันเพื่อน และนักเรียนที่คิด ได้ไกล/ ลึกซึ้งกว่าเพื่อน ๆ คนอื่น
<p><b>3. ขยายความคิด (Extending)</b> เป้าหมาย เพื่อรักษามาตรฐานของสิ่งที่คาดหวังที่จะให้นักเรียน ได้เรียนรู้ โดยการขยาย ปรับปัญหาเดิมหรือเปลี่ยนปัญหาใหม่ (เน้นการพัฒนาการแก้ปัญหาเชิง คณิตศาสตร์ การให้เหตุผลเชิงคณิตศาสตร์ การสื่อสารความคิดเชิงคณิตศาสตร์ การเชื่อมโยง สาระหลักเชิงคณิตศาสตร์และการนำเสนอตัวแทนความคิดเชิงคณิตศาสตร์)</p>		
การรักษามาตรฐานและสิ่งที่ คาดหวังสำหรับนักเรียนทุกคน ด้วยการถามคำถามเพื่อให้ นักเรียนพยายามแก้ปัญหาที่ ยากขึ้นจากการปรับ/ ขยาย เงื่อนไขปัญหาเดิมหรือเปลี่ยน ปัญหาใหม่	ส่งเสริมให้ครูชี้แนะ ให้ คำแนะนำ ชี้ให้นักเรียน สังเกต ขยายแนวคิดที่พบ ไปสู่ชีวิตจริง ถามคำถาม เพื่อให้นักเรียนพยายาม แก้ปัญหาที่ยากขึ้น	1) รักษามาตรฐานและสิ่งที่ คาดหวังสำหรับนักเรียนทุกคน ด้วยการถามคำถามเพื่อให้ นักเรียนพยายามแก้ปัญหาที่ยาก ขึ้นจากการปรับ/ ขยายเงื่อนไข ปัญหาเดิมหรือเปลี่ยนปัญหาใหม่



ตาราง 15 (ต่อ)

กลวิธีการสอนของครู ตามแนวคิดของฟรายวัลลิก	การจัดการเรียนการสอน ตามแนวทางของ สสวท.	ผสมผสานแนวคิดของ ฟรายวัลลิกกับ สสวท.
การส่งเสริมให้นักเรียน สามารถเขียนหลักการ โดย ทั่วไปของเรื่องที่เรียนได้	-	2) ส่งเสริมให้นักเรียนสามารถ เขียนหลักการโดยทั่วไปของเรื่องที่ เรียนได้
การเขียนวิธีการแก้ปัญหาทุก วิธีบนกระดานเพื่อสะท้อน แนวคิด	ส่งเสริมให้ครูให้นักเรียน ออกมาเขียนคำตอบเพื่อ นำเสนอ	3) เขียนวิธีการแก้ปัญหาทุกวิธีบน กระดานเพื่อสะท้อนแนวคิด
การส่งเสริมและท้าทายให้ นักเรียนแต่ละคนได้พยายาม หาวิธีการ/ คำตอบอื่น ๆ ในการ แก้ปัญหา	ส่งเสริมให้ครูใช้คำถาม กระตุ้นให้นักเรียนเกิด ความอยากรู้ ช่วยกันแสดง แนวคิดในการหาคำตอบ	4) ส่งเสริมและท้าทายให้นักเรียน แต่ละคนได้พยายามหาวิธีการ/ คำตอบอื่น ๆ ในการแก้ปัญหา
การส่งเสริมให้นักเรียนเลือกใช้ วิธีการแก้ปัญหาที่มี ประสิทธิภาพมากกว่า	-	5) ส่งเสริมให้นักเรียนเลือกใช้ วิธีการแก้ปัญหาที่มีประสิทธิภาพ มากกว่า
ส่งเสริมให้นักเรียนรัก ความท้าทาย	-	6) ส่งเสริมให้นักเรียนรัก ความท้าทาย

จากตาราง 15 การจัดการเรียนการสอนตามแนวทางของ สสวท. นั้น ยังมีจุดแข็งที่ไม่ได้อยู่ในแต่ละองค์ประกอบตามแนวคิดของฟรายวัลลิก ซึ่งเป็นจุดแข็งที่ควรนำมาปรับใช้เพื่อพัฒนากระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ คือ ในชั้นขยายความคิดเพิ่มเติมการให้นักเรียนได้ทำแบบฝึกหัดและให้นักเรียนได้ฝึกฝน เพื่อพัฒนาและต่อยอดความสามารถของตนเอง นอกจากนี้ในทุก ๆ ขั้นตอนตามแนวคิดของฟรายวัลลิกนั้น ได้เน้นการให้นักเรียนได้มีโอกาสในการเรียนรู้ในสภาพแวดล้อมที่ปลอดภัย และจากหลักการจัดการเรียนการสอนตามแนวทางของ สสวท. มีจุดแข็งที่ผู้วิจัยเห็นว่าควรเพิ่มเติม คือ การใช้สื่อวิธีสอน กิจกรรมการจัดการเรียนการสอนในรูปแบบที่เหมาะสม และการให้การช่วยเหลือสนับสนุนด้วยวิธีการที่เหมาะสมกับนักเรียน

จากการวิเคราะห์จุดแข็งและจุดที่ควรส่งเสริมของทั้งสองแนวคิดนำผลการวิเคราะห์มาพัฒนากระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ (ฉบับร่าง 1) เพื่อใช้เป็นแนวทางในการจัดทำแผนการจัดการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ต่อไป โดยได้กระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ (ฉบับร่าง 1) ดังต่อไปนี้

### กระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ (ฉบับร่าง 1)

กระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ (ฉบับร่าง 1) นี้ กำหนดองค์ประกอบของกระบวนการเรียนการสอนเป็น 3 ขั้นตอน คือ 1) หลักการของกระบวนการเรียนการสอน 2) จุดมุ่งหมายของกระบวนการเรียนการสอน และ 3) ขั้นตอนของกระบวนการเรียนการสอน โดยมีรายละเอียดดังต่อไปนี้

#### 1. หลักการของกระบวนการเรียนการสอน

ฟรายวิลลิก (Fraivillig, 2001, pp. 454-459) เสนอแนวทางในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่เน้นกระบวนการคิดของนักเรียน โดยมีเป้าหมายเพื่อช่วยให้นักเรียนสร้างความเข้าใจแนวคิดทางคณิตศาสตร์อย่างมีความหมายด้วยตัวของตัวเอง ซึ่งมีลักษณะที่ให้โอกาสนักเรียนได้พัฒนาความคิด สนับสนุนการพัฒนาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์และช่วยทำให้เกิดความท้าทายในความคิดของนักเรียน โดยได้เสนอยุทธศาสตร์เพื่อพัฒนาการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียน (Strategies for Advancing Children's Mathematical Thinking) เพื่อเป็นแนวทางให้ครูผู้สอนออกแบบกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่มีความหมายสำหรับนักเรียน โดยได้กำหนดแนวทางการจัดกิจกรรมสำหรับพัฒนาการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียนจากการใช้หลักสูตรคณิตศาสตร์ในชีวิตประจำวัน ซึ่งแบ่งเป็น 3 ขั้นตอน ได้แก่ ขั้นลวงความคิด (Eliciting) ขั้นสนับสนุนความคิด (Supporting) และขั้นขยายความคิด (Extending) และเพื่อให้กระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์มีความเหมาะสมสอดคล้องกับบริบทของนักเรียนไทย จึงนำการจัดการเรียนการสอนตามแนวทางของ สสวท. มาวิเคราะห์ร่วมกับแนวคิดของฟรายวิลลิก เพื่อนำมาพัฒนากระบวนการเรียนการสอนร่วมกัน เพื่อให้เป็นกระบวนการเรียนการสอนที่สามารถพัฒนาการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียนได้อย่างเหมาะสมกับบริบทของนักเรียนไทย

## 2. จุดมุ่งหมายของกระบวนการเรียนการสอน

เพื่อพัฒนาการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียนมี 5 องค์ประกอบ ได้แก่ การแก้ปัญหาเชิงคณิตศาสตร์ การให้เหตุผลเชิงคณิตศาสตร์ การสื่อสารความคิดเชิงคณิตศาสตร์ การเชื่อมโยงสาระหลักเชิงคณิตศาสตร์และการนำเสนอตัวแทนความคิดเชิงคณิตศาสตร์

## 3. ขั้นตอนของกระบวนการเรียนการสอน

ขั้นตอนของกระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ แบ่งเป็น 3 ขั้นตอน ดังนี้

3.1 ขั้นล้วงความคิด (Eliciting) เป็นขั้นตอนสำคัญในการพัฒนาการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียน โดยครูเป็นผู้ชี้แนะ อำนวยความสะดวกโดยทำทนายให้นักเรียนได้อธิบายและวิเคราะห์วิธีการหาคำตอบด้วยตัวเอง ด้วยการใช้คำถามเพื่อกระตุ้นให้นักเรียนได้แสดงความคิดด้วยการพูด อธิบาย รวมทั้งใช้คำอธิบายของนักเรียนเป็นพื้นฐานในการกำหนดบทเรียนในขั้นนี้จึงเน้นการเอาคำตอบหลาย ๆ คำตอบจากนักเรียนในปัญหาหนึ่ง ๆ โดยใช้กลวิธี ดังนี้

3.1.1 ครูถามคำถามเพื่อกระตุ้นและล้วงเอาคำตอบจากนักเรียนหลาย ๆ คำตอบจากปัญหาหนึ่ง ๆ

3.1.2 ครูให้เวลานักเรียนได้คิดและฟังคำอธิบายวิธีการแก้ปัญหาของนักเรียน

3.1.3 ปลุกฝังให้นักเรียนได้คิด กระทำด้วยความละเอียด รอบคอบ

3.1.4 ครูให้นักเรียนเป็นผู้อธิบายเนื้อหาในบทเรียนที่ง่าย ๆ

3.1.5 สื่อบอกให้นักเรียนได้เห็นว่าคุณยอมรับในคำอธิบาย/ แนวคิดทั้งที่ถูกและผิดของนักเรียน และแสดงให้นักเรียนได้เห็นว่าคุณเห็นถึงความพยายามของนักเรียน

3.1.6 ส่งเสริมให้นักเรียนร่วมมือกันแก้ปัญหา

3.1.7 ให้นักเรียนได้มีโอกาสในการรายงาน แสดงความคิด เพื่อเป็นตัวเลือกในการตัดสินใจ

3.2 ขั้นสนับสนุนความคิด (Supporting) หลังจากการล้วงความคิดและได้คำตอบหลาย ๆ คำตอบจากนักเรียนแล้ว ในขั้นตอนนี้เป็นการส่งเสริม สนับสนุนการคิดของนักเรียน ทั้งคนที่ออกมารายงานแสดงความคิด คนที่ไม่ได้ออกมารายงานแสดงความคิด นักเรียนทั้งชั้น และนักเรียนที่ต้องการความช่วยเหลือเป็นพิเศษ โดยใช้กลวิธี ดังนี้

3.2.1 ครูกระตุ้นให้นักเรียนได้ระลึกถึงสถานการณ์ปัญหาที่มีลักษณะคล้ายคลึงกัน

3.2.2 ครูทบทวนความรู้พื้นฐานที่จำเป็นต่อการแก้ปัญหา รวมถึงกระบวนการแก้ปัญหา

3.2.3 ครูทบทวน อธิบายวิธีการแก้ปัญหานักเรียนคนอื่น ๆ ที่ไม่เข้ากับคนที่ออกมารายงานแสดงความคิด อย่างช้า ๆ ตามลำดับขั้นตอน

3.2.4 ครูเขียนสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์แทนวิธีการแก้ปัญหแต่ละวิธีของนักเรียนบนกระดาน

3.2.5 ครูช่วยเหลือ สนับสนุน นักเรียนที่คิดไม่ทันเพื่อนและนักเรียนที่คิดได้ไกล ลึกซึ้งกว่าเพื่อน ๆ คนอื่น

3.3 ขยายความคิด (Extending) เป็นขั้นตอนที่ครูรักษามาตรฐานและสิ่งที่คาดหวังสำหรับนักเรียนทุกคน โดยขยาย ปรับปัญหาเดิมหรือเปลี่ยนปัญหาใหม่ พร้อมทั้งขยายความคิดของนักเรียนด้วยการกระตุ้นให้สะท้อนความคิดทางคณิตศาสตร์และหาวิธีการอื่น ๆ โดยใช้กลวิธี ดังนี้

3.3.1 รักษามาตรฐานและสิ่งที่คาดหวังสำหรับนักเรียนทุกคน ด้วยการถามคำถามเพื่อให้นักเรียนพยายามแก้ปัญหาที่ยากขึ้นจากการปรับ ขยายเงื่อนไขปัญหาเดิมหรือเปลี่ยนปัญหาใหม่

3.3.2 ส่งเสริมให้นักเรียนสามารถเขียนหลักการโดยทั่วไปของเรื่อง ที่เรียนได้

3.3.3 เขียนวิธีการแก้ปัญหามุมวิธีบนกระดานเพื่อสะท้อนแนวคิด

3.3.4 ส่งเสริมและท้าทายให้นักเรียนแต่ละคนได้พยายามหาวิธีการ คำตอบอื่น ๆ ในการแก้ปัญหา

3.3.5 ส่งเสริมให้นักเรียนเลือกใช้วิธีการแก้ปัญหามีประสิทธิภาพมากกว่า

3.3.6 ส่งเสริมให้นักเรียนรักความท้าทาย

3.3.7 ให้นักเรียนทำแบบฝึกหัด และให้นักเรียนได้ฝึกฝน

ทั้งสามขั้นตอนมีความสัมพันธ์เกี่ยวเนื่องกัน ดังนี้

1. ขั้นลึวงความคิดและขั้นสนับสนุนความคิด มีความสัมพันธ์เกี่ยวเนื่องกันในส่วนของงานที่ครูจะต้องให้เวลานักเรียนในการคิด ให้การสนับสนุนให้นักเรียนบอกเล่าแนวคิดของตนเอง และมีการซักถามเพื่อช่วยให้นักเรียนอธิบายวิธีการแก้ปัญหของตนเองได้ดีขึ้น

2. **ชั้นลี้วงความคิดและชั้นขยายความคิด** มีความสัมพันธ์เกี่ยวเนื่องกันในส่วนของการที่ครูจะต้องมีการซักถามนักเรียนทั้งชั้นอย่างทั่วถึงเพื่อเพิ่มทางเลือกในการแก้ปัญหา โดยใช้คำถามที่ท้าทายอย่างต่อเนื่อง ช่วยเน้นย้ำในประเด็นที่สำคัญ และอธิบายถึงข้อผิดพลาดหรือความเข้าใจที่คลาดเคลื่อนของนักเรียนในบางประเด็น

3. **ชั้นสนับสนุนความคิดและชั้นขยายความคิด** มีความสัมพันธ์เกี่ยวเนื่องกันในส่วนของการที่ครูจะต้องมีการจัดการเรียนการสอนให้เหมาะสมกับระดับพัฒนาการของนักเรียน

4. **ชั้นลี้วงความคิด ชั้นสนับสนุนความคิดและชั้นขยายความคิด** มีความสัมพันธ์เกี่ยวเนื่องกันในส่วนของการที่ครูจะต้องมีการประเมินการคิดของนักเรียนอย่างต่อเนื่องและปรับปรุงการสอนให้สอดคล้อง เหมาะสมกับนักเรียน และปรับการอภิปรายในชั้นเรียนให้เหมาะสมกับระดับพัฒนาการของนักเรียนอย่างต่อเนื่องสม่ำเสมอ โดยทั้งหมดนี้จะต้องดำเนินการผ่านองค์ประกอบ ต่อไปนี้

1. การใช้สื่อ เช่น ภาพ อุปกรณ์ของจริง อุปกรณ์ที่จัดทำขึ้นมาเป็นตัวอย่างหรือเพื่อนำมาใช้ประกอบการเรียนการสอน เพื่อให้ให้นักเรียนได้สำรวจ สังเกต พิจารณา ส่วนประกอบ และสรุปผล เป็นต้น

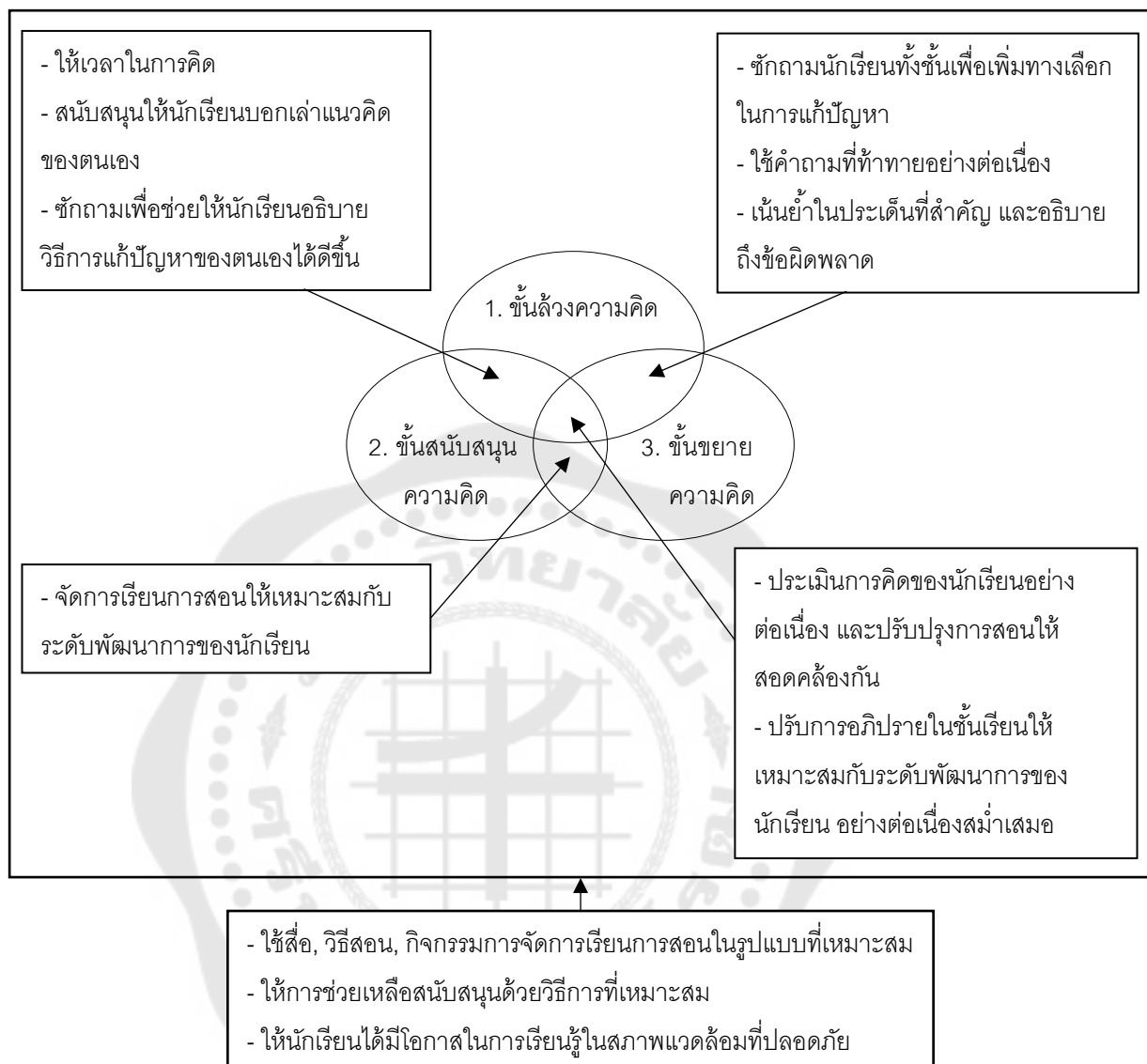
2. การใช้วิธีสอนในรูปแบบต่าง ๆ เช่น สาธิต เป็นต้น

3. การใช้กิจกรรมในการจัดการเรียนการสอน เช่น การทดลอง เป็นต้น

4. การให้ความช่วยเหลือ สนับสนุนด้วยวิธีการต่าง ๆ ที่เหมาะสมกับนักเรียน เช่น การยกตัวอย่าง อธิบาย ให้ข้อสังเกต ชี้แนะ ให้คำแนะนำ ชี้ให้นักเรียนสังเกต เป็นต้น

5. การให้นักเรียนได้มีโอกาสในการเรียนรู้ในสภาพแวดล้อมที่ปลอดภัย

ซึ่งได้พัฒนาโครงสร้างกระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ (ฉบับร่าง 1) ดังภาพประกอบ 8



ภาพประกอบ 8 โครงสร้างกระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ (ฉบับร่าง 1)

จากการนำผลการวิเคราะห์จุดแข็งและจุดที่ควรส่งเสริมตามแนวคิดของ ฟรายวัลลิกและการจัดการเรียนการสอนตามแนวทางของ สสวท. มาพัฒนากระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ (ฉบับร่าง 1) แล้วนำไปใช้เป็นแนวทางในการจัดทำแผนการจัดการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ และเอกสารประกอบการจัดการเรียนรู้ จากนั้นผู้วิจัยนำกระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ (ฉบับร่าง 1) แผนการจัดการเรียนรู้และเอกสารประกอบการจัดการเรียนรู้ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นเสนอต่อผู้เชี่ยวชาญ เพื่อตรวจสอบความเหมาะสมของกระบวนการเรียนการสอนในด้านองค์ประกอบของกระบวนการเรียนการสอน โดยองค์ประกอบที่ทำการประเมิน ได้แก่ หลักการของ



กระบวนการเรียนการสอน จุดมุ่งหมายของกระบวนการเรียนการสอนและขั้นตอนของกระบวนการเรียนการสอน ได้ผลการตรวจสอบความเหมาะสมของกระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ (ฉบับร่าง 1) ดังตาราง 16

ตาราง 16 ผลการตรวจสอบความเหมาะสมของกระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ (ฉบับร่าง 1)

องค์ประกอบของกระบวนการเรียนการสอน	M	SD	ระดับคุณภาพ
หลักการของกระบวนการเรียนการสอน	4.125	.250	เหมาะสมมาก
จุดมุ่งหมายของกระบวนการเรียนการสอน	3.733	.429	เหมาะสมมาก
ขั้นตอนของกระบวนการเรียนการสอน	4.044	.286	เหมาะสมมาก
<b>เฉลี่ยรวม</b>	<b>3.968</b>	<b>.266</b>	<b>เหมาะสมมาก</b>

จากตาราง 16 ผลการตรวจสอบความเหมาะสมของกระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ (ฉบับร่าง 1) ปรากฏว่า กระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ (ฉบับร่าง 1) มีค่าเฉลี่ยรวมในทุกองค์ประกอบเท่ากับ 3.968 และมีค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ .266 มีความเหมาะสมอยู่ในระดับมาก โดยองค์ประกอบที่มีค่าเฉลี่ยสูงสุดคือ หลักการของกระบวนการเรียนการสอน มีค่าเฉลี่ยเท่ากับ 4.125 และมีค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ .250 รองลงมาคือ ขั้นตอนของกระบวนการเรียนการสอน มีค่าเฉลี่ยเท่ากับ 4.044 และมีค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ .286 และองค์ประกอบที่มีค่าเฉลี่ยต่ำสุดคือ จุดมุ่งหมายของกระบวนการเรียนการสอน มีค่าเฉลี่ยเท่ากับ 3.733 และมีค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ .429 ซึ่งทุกองค์ประกอบมีความเหมาะสมอยู่ในระดับมาก นอกจากนี้ผู้เชี่ยวชาญยังให้ข้อเสนอแนะเพิ่มเติมเพื่อปรับปรุงแก้ไขกระบวนการเรียนการสอนในส่วนของการใช้คำถามเพื่อทำท่ายให้นักเรียนได้คิดและการจัดกิจกรรมที่พัฒนาการคิดเชิงคณิตศาสตร์ในแต่ละองค์ประกอบ ซึ่งผู้วิจัยได้นำไปดำเนินการปรับปรุงแก้ไขตามคำแนะนำของผู้เชี่ยวชาญและนำไปทดลองใช้กับนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง โดยมีแนวทางในการจัดทำแผนการจัดการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ (ฉบับร่าง 1) ดังตัวอย่างต่อไปนี้

## ตัวอย่างแผนการจัดการเรียนรู้

### แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 7

หน่วยการเรียนรู้ที่ 2

เรื่อง ความคล้าย

เวลา 2 ชั่วโมง

รหัสวิชา ค23102 รายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน 6 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

\*\*\*\*\*

#### 1. มาตรฐานการเรียนรู้ / ตัวชี้วัด

##### 1.1 ตัวชี้วัด/ผลการเรียนรู้

มาตรฐาน ค3.2 ใช้การนีกภาพ (visualization) ใช้เหตุผลเกี่ยวกับปริภูมิ (spatial reasoning) และใช้แบบจำลองทางเรขาคณิต (geometric model) ในการแก้ปัญหา

ตัวชี้วัด ม.3/1 ใช้สมบัติของรูปสามเหลี่ยมคล้ายในการให้เหตุผลและการแก้ปัญหา

มาตรฐาน ค6.1 มีความสามารถในการแก้ปัญหา การให้เหตุผล การสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และการนำเสนอ การเชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ และมีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์

ตัวชี้วัด ม.3/1 ใช้วิธีการที่หลากหลายแก้ปัญหา

ม.3/2 ใช้ความรู้ ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์และเทคโนโลยีในการแก้ปัญหาใน สถานการณ์ต่าง ๆ ได้อย่างเหมาะสม

ม.3/3 ให้เหตุผลประกอบการตัดสินใจและสรุปผลได้อย่างเหมาะสม

ม.3/4 ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการสื่อสาร การสื่อความหมายและการนำเสนอได้อย่างถูกต้องชัดเจน

ม.3/5 เชื่อมโยงความรู้เนื้อหาต่าง ๆ ในคณิตศาสตร์ และนำความรู้หลักการ กระบวนการ ทางคณิตศาสตร์ไปเชื่อมโยงกับศาสตร์อื่น ๆ

ม.3/6 มีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์

##### 1.2 จุดประสงค์การเรียนรู้

เพื่อใช้สมบัติของรูปสามเหลี่ยมคล้ายในการให้เหตุผลและการแก้ปัญหาได้

#### 2. สาระสำคัญ

การใช้สมบัติของรูปสามเหลี่ยมคล้ายในการให้เหตุผลและการแก้ปัญหา

#### 3. สาระการเรียนรู้

##### 3.1 ความรู้ (K)

##### 1) สาระการเรียนรู้แกนกลาง

1.1) การใช้สมบัติของรูปสามเหลี่ยมคล้ายในการแก้ปัญหา

1.2) การให้เหตุผลและการแก้ปัญหาเกี่ยวกับรูปสามเหลี่ยมคล้าย

##### 2) สาระการเรียนรู้ท้องถิ่น

-

ตัวอย่างต่อ

### 3.2 ทักษะ/กระบวนการ (P)

- 1) การพัฒนาทักษะ/กระบวนการแก้ปัญหา
- 2) การพัฒนาทักษะ/กระบวนการให้เหตุผล
- 3) การพัฒนาทักษะ/กระบวนการสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และการนำเสนอ
- 4) การพัฒนาทักษะ/กระบวนการเชื่อมโยง
- 5) การพัฒนาความคิดริเริ่มสร้างสรรค์

### 3.3 คุณลักษณะ (A)

- 1) มีวินัย
- 2) ใฝ่เรียนรู้
- 3) มุ่งมั่นในการทำงาน

### 4. สมรรถนะสำคัญของผู้เรียน

- 4.1 ความสามารถในการสื่อสาร
- 4.2 ความสามารถในการคิด
  - 1) ทักษะการคิดวิเคราะห์
  - 2) ทักษะการคิดอย่างมีวิจารณญาณ
  - 3) ทักษะการคิดแก้ปัญหา
- 4.3 ความสามารถในการแก้ปัญหา

### 5. ชิ้นงาน/ภาระงาน (รวบยอด)

หาความสูงของต้นไม้ภายในโรงเรียน 1 ต้น โดยเขียนอธิบายและแสดงวิธีการหาความสูงอย่างละเอียด ทำเป็นงานกลุ่มกลุ่มละ 3 คน

### 6. การวัดและการประเมินผล

- 6.1 สังเกตพฤติกรรมการตอบคำถาม การแสดงความคิด
- 6.2 สังเกตพฤติกรรมการทำงานรายบุคคล
- 6.3 สังเกตพฤติกรรมการทำงานรายกลุ่ม/คู่
- 6.4 ตรวจแบบฝึกหัด
- 6.5 ประเมินผลงานนักเรียนเป็นรายบุคคล
- 6.6 ประเมินผลงานกลุ่ม/คู่

### 7. กิจกรรมการเรียนรู้

ชั่วโมงที่ 9 โจทย์ปัญหาความคล้าย

#### ขั้นล้วงความคิด

1. ครูยกตัวอย่างสถานการณ์ปัญหาที่ต้องใช้ความรู้เรื่องความคล้ายในการแก้ปัญหา โดยสถานการณ์

## ตัวอย่างต่อ

ปัญหาที่ใช้ คือ “ถ้าต้องการทราบความสูงของต้นไม้ต้นหนึ่งที่มีความสูงมาก ๆ จะมีวิธีการในการหาความสูงของต้นไม้ต้นนั้นได้อย่างไรบ้าง” เพื่อให้นักเรียนเห็นภาพ ครูยกตัวอย่างต้นไม้ต้นใดต้นหนึ่งที่ทุกคนมองเห็น ณ ขณะนั้น ตัวอย่างต่อหรือเน็ทภาพออก ณ ขณะนั้น โดยในเบื้องต้นครูใช้คำถามเพื่อกระตุ้นให้นักเรียนได้แสดงความคิดด้วยการพูด อธิบาย เกี่ยวกับวิธีที่นักเรียนใช้ในการแก้ปัญหา ทำทนายให้นักเรียนได้วิเคราะห์วิธีการหาคำตอบด้วยตัวเอง และกระตุ้นให้นักเรียนร่วมกันคิดหาคำตอบหลาย ๆ คำตอบจากปัญหา ให้เวลานักเรียนได้คิดอย่างละเอียด รอบคอบ เพื่อเป็นการตรวจสอบว่านักเรียนแต่ละคนมีความรู้พื้นฐานเรื่องความคล้ายคลึงมากน้อยเพียงใดในเบื้องต้น

2. แสดงให้นักเรียนได้เห็นว่าคุณเห็นถึงความพยายามของนักเรียน ให้โอกาสนักเรียนในการแสดงความคิดให้นักเรียนรู้สึกว่าคุณอยู่ในสภาพแวดล้อมที่ปลอดภัย สื่อให้นักเรียนได้เห็นว่าคุณพร้อมรับฟังและยอมรับในคำอธิบาย แนวคิด ทั้งที่ถูกต้องและผิดของนักเรียน เพื่อเป็นตัวเลือกในการตัดสินใจ โดยส่งเสริมให้นักเรียนร่วมมือกันแก้ปัญหา ร่วมกันพิจารณาแนวคิดที่เพื่อนนำเสนอว่ามีความเป็นไปได้มากน้อยเพียงใด

### ขั้นสนับสนุนความคิด

1. ครูกระตุ้นให้นักเรียนได้ระลึกถึงสถานการณ์ปัญหาที่มีลักษณะคล้ายคลึงกันก่อนหน้าในสถานการณ์ที่คล้ายคลึงกันนักเรียนมีวิธีการในการแก้ปัญหาอย่างไร ในการแก้ปัญหานี้นักเรียนสามารถใช้ความรู้พื้นฐานใดมาช่วยในการแก้ปัญหา มีขั้นตอน และกระบวนการแก้ปัญหาอย่างไรบ้าง

2. ในกรณีที่นักเรียนไม่สามารถหาวิธีการหรือแนวทางในการแก้ปัญหา ครูทบทวนความรู้เรื่อง ความคล้าย เพื่อช่วยให้นักเรียนสามารถเชื่อมโยงความรู้มาใช้ในการแก้ปัญหาได้ พร้อมทั้งใช้คำถามกระตุ้นให้นักเรียนได้ค้นหาแนวทางหรือวิธีการในการใช้ความรู้เชื่อมโยงกับสถานการณ์ปัญหาที่พบจริง

3. ครูให้นักเรียนช่วยกันสรุปว่า ความรู้ในการหาความยาวด้านของรูปสามเหลี่ยมเรื่อง ความคล้ายสามารถเชื่อมโยงมาใช้ในการแก้ปัญหาได้อย่างไรบ้าง มีวิธีการ ขั้นตอนอย่างไร โดยให้นักเรียนผลัดกันแสดงความคิดเห็น และมีการซักถามนักเรียนบางคนที่ยังไม่ได้แสดงความคิดเห็น เพื่อพยายามให้ทุกคนได้มีส่วนร่วม

4. ครูเขียนสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์แทนวิธีการแก้ปัญหาของนักเรียนบนกระดาน โดยกระทำอย่างทั่วถึง ช่วยเหลือ สนับสนุนนักเรียนที่คิดไม่ทัน และเพิ่มเติมในบางส่วนให้กับนักเรียนที่คิดได้ไกล/ลึกซึ่งกว่าคนอื่น ๆ

### ขั้นขยายความคิด

1. ครูให้นักเรียนแบ่งกลุ่ม กลุ่มละ 3 – 4 คน เพื่อวางแผนการทำกิจกรรม
2. ครูแจกใบงานที่ 2 เรื่อง การนำความรู้เรื่อง ความคล้าย ไปประยุกต์ใช้ในการแก้ปัญหา เฉพาะหน้าที่ 1 และ 2 ซึ่งเป็นในส่วนของวางแผนการดำเนินกิจกรรม
3. ครูให้นักเรียนศึกษาใบงานและอธิบายเพิ่มเติมในส่วนที่นักเรียนยังไม่เข้าใจหรือมีคำถาม
4. ให้นักเรียนแต่ละกลุ่มทำใบงานที่แจกไป ซึ่งในใบงานนักเรียนจะต้องระบุสิ่งที่ต้องการหาความสูง จากนั้นให้อธิบายขั้นตอนในการดำเนินงานโดยละเอียดเป็นรายชื่อ วาดภาพประกอบ และระบุอุปกรณ์ที่ใช้ในการดำเนินงาน แต่ละขั้นโดยละเอียด ตลอดจนระบุว่านำมาใช้เพื่ออะไรและใช้อย่างไร ให้เวลา 15 นาที

ตัวอย่างต่อ

5. ครูให้นักเรียนแบ่งหน้าที่ในการจัดเตรียมอุปกรณ์มาเพื่อทำกิจกรรมจริงในวันพรุ่งนี้ และแบ่งหน้าที่ในการทำกิจกรรม เนื่องจากข้อจำกัดของเวลาคือ 1 คาบเรียน ดังนั้นครูจึงต้องเน้นย้ำเรื่องการบริหารเวลากับนักเรียน

6. ครูตรวจสอบใบงานของนักเรียนแต่ละกลุ่มว่าใช้วิธีใดในการหาความสูง

### ชั่วโมงที่ 10 โจทย์ปัญหาความคล้าย

#### ขั้นล้วงความคิด

1. ครูให้นักเรียนแต่ละกลุ่มทบทวนสิ่งที่วางแผนไว้ ได้แก่ ขั้นตอนในการดำเนินงาน อุปกรณ์ที่จัดเตรียมมา การแบ่งหน้าที่ความรับผิดชอบในการทำงาน ตลอดจนคิดถึงสภาพปัญหาที่อาจเกิดขึ้นและการวางแผนเตรียมการรับมือกับปัญหาเหล่านั้น

2. ครูให้นักเรียนลงมือปฏิบัติ ให้เวลา 20 นาที โดยครูกระตุ้นให้นักเรียนร่วมมือกันทำกิจกรรม คิดหา คำตอบเมื่อพบปัญหาให้พยายามช่วยเหลือกันและร่วมมือกันแก้ปัญหาเพื่อให้งานสำเร็จตามเป้าหมาย

#### ขั้นสนับสนุนความคิด

1. เมื่อหมดเวลา ครูแจกใบงานที่ 2 เรื่อง การนำความรู้เรื่อง ความคล้าย ไปประยุกต์ใช้ในการแก้ปัญหา หน้าที่ 3 – 5 ให้นักเรียนแต่ละกลุ่มได้ทำใบงานร่วมกัน ให้เวลา 10 นาที

2. ครูให้นักเรียนแต่ละกลุ่มพุดนำเสนอผลงานว่า ผลที่ได้เป็นอย่างไร ตามประเด็นในใบงาน

3. ครูชี้ให้นักเรียนได้เห็น ว่า วิธีการหาความสูงในความเป็นจริงมีวิธีการที่หลากหลาย ขึ้นอยู่กับว่านักเรียนจะรู้จักประยุกต์ใช้ความรู้ที่มีอยู่ในแก้ปัญหาได้มากน้อยเพียงใด และกระตุ้นให้นักเรียนได้คิดหาแนวทางหรือวิธีการในการใช้ความรู้เชื่อมโยงกับสถานการณ์ปัญหาที่พบจริง

4. ครูให้นักเรียนช่วยกันสรุปว่า ความรู้ในการหาความยาวด้านของรูปสามเหลี่ยมเรื่อง ความคล้าย สามารถเชื่อมโยงมาใช้ในการแก้ปัญหาได้อย่างไรบ้าง มีวิธีการ ขั้นตอนอย่างไร โดยให้นักเรียนผลัดกันแสดงความคิดเห็น และมีการซักถามนักเรียนบางคนที่ยังไม่ได้แสดงความคิดเห็น เพื่อพยายามให้ทุกคนได้มีส่วนร่วม และมีการเพิ่มเติมในบางส่วนที่ยังไม่สมบูรณ์ให้กับนักเรียน

#### ขั้นขยายความคิด

1. ครูให้นักเรียนทำ Exercise 3 ข้อ 1 – 2 เป็นการบ้าน โดยให้นักเรียนเริ่มจากการวาดภาพจากโจทย์ปัญหา เพื่อให้สามารถใช้ความรู้เรื่องความคล้ายในการช่วยคิดคำนวณได้สะดวกขึ้น

2. ครูให้นักเรียนแต่ละคนฝึกวาดภาพจากโจทย์ปัญหาจาก Exercise 3 ข้อ 1 และช่วยกันแสดงความคิดเห็นในการวาดภาพจาก Exercise 3 ข้อ 1 อีกครั้ง เพื่อตรวจสอบว่า ภาพที่ตนเองวาดนั้นถูกต้องหรือไม่ และให้กลับไปทำแบบฝึกหัดที่เหลือเป็นการบ้านจนได้คำตอบ

ตัวอย่างต่อ

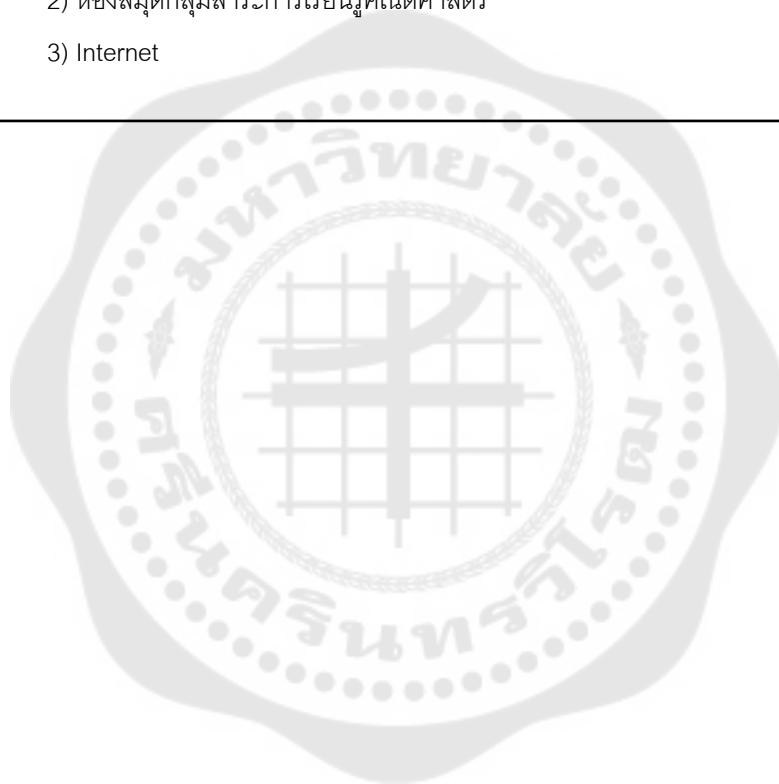
**8. สื่อ / แหล่งการเรียนรู้**

**8.1 สื่อการเรียนรู้**

- 1) เอกสารประกอบการเรียนรู้ เรื่อง ความคล้าย (Similarity)
- 2) ใบกิจกรรม

**8.2 แหล่งการเรียนรู้**

- 1) ห้องสมุดโรงเรียน
- 2) ห้องสมุดกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์
- 3) Internet





ตัวอย่างต่อ

## ใบงานที่ 2 เรื่อง การนำความรู้เรื่อง ความคล้าย ไปประยุกต์ใช้ในการแก้ปัญหา

### ประเด็นปัญหา

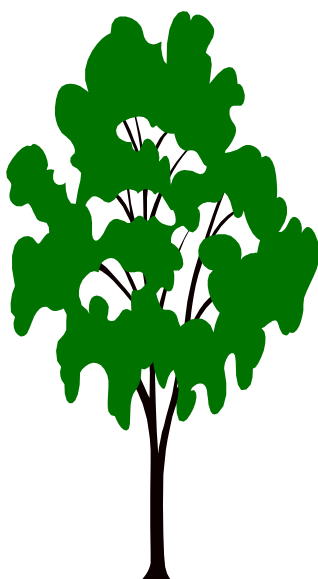
ถ้าต้องการทราบความสูงของต้นไม้ ตึก หรือวัตถุใด ๆ ที่มีความสูงมาก ๆ จนไม่สามารถนำอุปกรณ์ต่าง ๆ ไปวัดได้โดยตรง จะมีวิธีการใดในการหาความสูงของวัตถุเหล่านั้น โดยวิธีการที่ใช้จะต้องเป็นวิธีการที่ไม่อันตราย

### ขั้นวางแผนการดำเนินงาน

1. ให้นักเรียนอธิบายขั้นตอนในการดำเนินงานโดยละเอียดเป็นรายชื่อ
2. ระบุอุปกรณ์ที่ใช้ในการดำเนินงานแต่ละขั้นโดยละเอียด ตลอดจนระบุนำมาใช้อะไรและใช้อย่างไร

### บันทึกผลระหว่างการดำเนินงานและหลังการดำเนินงาน ดังนี้

1. อธิบายขั้นตอนในการดำเนินงานโดยละเอียดเป็นรายชื่อ
2. ระบุอุปกรณ์ที่ใช้ในการดำเนินงานแต่ละขั้นโดยละเอียด ตลอดจนระบุนำมาใช้อะไรและใช้อย่างไร
3. บอก ความเหมือน และ ความต่าง ระหว่าง ขั้นวางแผนการดำเนินงาน กับ ขั้นการปฏิบัติงานจริง
4. ระบุระยะเวลาที่ใช้ในการดำเนินงาน
5. ระบุปัญหาและอุปสรรคที่พบ พร้อมวิธีการที่ใช้ในการแก้ปัญหานั้น ๆ
6. อธิบายบรรยากาศในการทำงาน
7. ให้ข้อเสนอแนะในการทำงานครั้งต่อไป



สมาชิกในกลุ่ม ชั้น ม.3/.....

- 1..... เลขที่ .....
- 2..... เลขที่ .....
- 3..... เลขที่ .....
- 4..... เลขที่ .....



ตัวอย่างต่อ

สิ่งที่ต้องการหาความสูง คือ

.....

ชั้นวางแผนการดำเนินงาน

- อธิบายขั้นตอนในการดำเนินงานโดยละเอียดเป็นรายข้อ

.....

.....

.....

.....

.....

.....

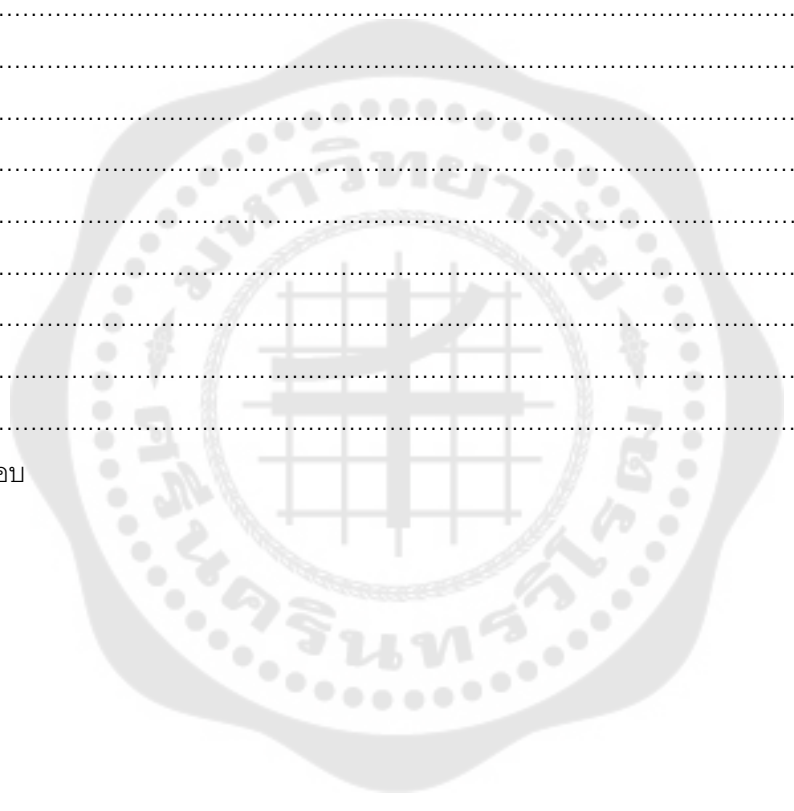
.....

.....

.....

.....

ภาพประกอบ



- ระบุอุปกรณ์ที่ใช้ในการดำเนินงานแต่ละขั้นโดยละเอียด ตลอดจนระบุว่านำมาใช้เพื่ออะไรและใช้อย่างไร

.....

.....

.....

.....

.....



ตัวอย่างต่อ

3. บอก ความเหมือน และ ความต่าง ระหว่าง ชั้นวางแผนการดำเนินงาน กับ ขั้นตอนการปฏิบัติจริง  
ความเหมือน

.....

.....

.....

.....

ความต่าง

.....

.....

.....

4. ระยะเวลาที่ใช้ในการดำเนินงาน

.....

.....

5. ปัญหาและอุปสรรคที่พบ พร้อมวิธีการที่ใช้ในการแก้ปัญหานั้น ๆ

.....

.....

.....

6. บรรยากาศในการทำงาน

.....

.....

7. ข้อเสนอแนะในการทำงานครั้งต่อไป

.....

.....

.....

.....

ตัวอย่างต่อ

เอกสารประกอบการเรียนรู้ เรื่อง ความคล้าย (Exercise 3 ในส่วนที่ให้นักเรียนทำกิจกรรม)

### Problem Solving of Similarity

Exercise 3 Find the solutions.

1. เด็กหญิงนิตสูง 152 เซนติเมตร วัดเงาได้ยาว 175 เซนติเมตร ถ้าวัดเงาบ้านหลังหนึ่งได้ยาว 4.65 เมตร บ้านหลังนี้สูงกี่เมตร
2. เด็กชายน้อยสูง 1.33 เมตร เงาของเขาทอดยาวไปตามพื้นมีความยาว 1.5 เมตร ถ้าเด็กชายน้อยวัดเงาของเสาไฟฟ้าต้นหนึ่งได้ยาว 62 เมตร อยากทราบว่าเสาไฟฟ้าต้นนี้สูงกี่เมตร กี่เซนติเมตร
3. เด็กหญิงแนนใช้สามเหลี่ยมมุมฉากที่มีด้านประกอบมุมฉากยาว 10 เซนติเมตร และ 20 เซนติเมตร สองยอดตึกแห่งหนึ่ง โดยเด็กหญิงแนนยืนห่างจากตึก 200 เมตร ถ้าเด็กหญิงแนนสูงประมาณ 1.50 เมตร และระยะจากตาถึงส่วนที่สูงที่สุดของตึกคือ 11 เซนติเมตร อยากทราบว่าตึกนี้สูงประมาณกี่เมตร
4. เด็กชายนิวใช้สามเหลี่ยมมุมฉากที่มีด้านประกอบมุมฉากยาว 0.25 เมตร และ 0.35 เมตร สองยอดไม้ โดยเด็กชายนิวยืนห่างจากต้นไม้ 120 เมตร ถ้าเด็กชายนิวสูงประมาณ 1.65 เมตร และระยะจากตาถึงส่วนที่สูงที่สุดของตึกคือ 12 เซนติเมตร อยากทราบว่าต้นไม้ต้นนี้สูงประมาณกี่เมตร กี่เซนติเมตร
5. เด็กหญิงนกสูง 123 เซนติเมตร วัดเงาได้ยาว 195 เซนติเมตร ถ้าวัดเงาต้นไม้ต้นหนึ่งได้ยาว 7.5 เมตร ต้นไม้ต้นนี้สูงกี่เมตร
6. เด็กหญิงนิตสูง 1.45 เมตร ขณะที่เงาของเด็กหญิงนิตที่ทอดยาวไปตามพื้นมีความยาว 2.5 เมตร ถ้าเด็กหญิงนิตวัดเงาของต้นไม้ต้นหนึ่งได้ยาว 55 เมตร อยากทราบว่าต้นไม้ต้นนี้สูงกี่เมตร กี่เซนติเมตร
7. เงาของยอดเสาไฟฟ้าและยอดตึกหลังหนึ่งอยู่ในแนวเส้นตรงเดียวกัน เสาไฟฟ้าอยู่ห่างจากตึก 19 เมตร และเงาของเสาไฟฟ้ามีความยาว 45 เมตร ถ้าเสาไฟฟ้าสูง 16.2 เมตร ตึกสูงกี่เมตร
8. เงาของยอดเสาไฟฟ้าและยอดตึกหลังหนึ่งอยู่ในแนวเส้นตรงเดียวกัน เสาไฟฟ้าอยู่ห่างจากตึก 3 เมตร และเงาของเสาไฟฟ้ามีความยาว 12 เมตร ถ้าตึกสูง 52.7 เมตร เสาไฟฟ้าสูงกี่เมตร กี่เซนติเมตร
9. บ้านไดยาว 10 เมตร พาดอยู่กับผนังตึก ช่างทาสีคนหนึ่งขึ้นบันไดไปได้ 2 ใน 3 ของบันได เขาทำแปรงตก ถ้าจุดที่แปรงตกอยู่ห่างจากผนังตึก 4 เมตร จงหาว่าปลายบันไดห่างจากผนังตึกกี่เมตร
10. บันไดยาว 5 เมตร พาดอยู่กับผนังตึก ปลายบันไดห่างจากผนังตึก 3 เมตร ช่างทาสีคนหนึ่งขึ้นบันไดไปได้ระยะหนึ่งแล้วทำแปรงตก ถ้าจุดที่แปรงตกอยู่ห่างจากผนังตึก 2 เมตร จงหาว่าบันไดจุดที่ทำแปรงตกอยู่ห่างจากพื้น กี่เมตร กี่เซนติเมตร

จากผลการพัฒนากระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ (ฉบับร่าง 1) ในขั้นตอนที่ 1 นี้ ผู้วิจัยได้นำไปดำเนินการวิจัยเชิงทดลองในขั้นตอนที่ 2 การวิจัยเป็นวงจรซ้ำเพื่อพัฒนาต้นแบบนวัตกรรม

## ขั้นตอนที่ 2 การวิจัยเป็นวงจรซ้ำเพื่อพัฒนาต้นแบบนวัตกรรม

ในขั้นตอนของการวิจัยเป็นวงจรซ้ำเพื่อพัฒนาต้นแบบนวัตกรรมนี้ มีการดำเนินการในลักษณะเป็นวงจร จำนวน 3 รอบ ในแต่ละรอบมีกระบวนการ คือ การวนซ้ำของการวิเคราะห์ การออกแบบ การนำไปใช้และการออกแบบใหม่ จากการศึกษาทดลองใช้กระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ (ฉบับร่าง) ผู้วิจัยรวบรวมข้อมูลจากการสังเกต การวิเคราะห์เอกสารและผลที่เกิดขึ้นกับนักเรียน มาวิเคราะห์เพื่อเป็นแนวทางในการพัฒนาและปรับปรุงกระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ โดยสรุปผลการวิเคราะห์ข้อมูลจากการทดลองใช้กระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ (ฉบับร่าง) ทั้ง 3 รอบ ดังนี้

ตาราง 17 สรุปผลการวิเคราะห์ข้อมูลจากการทดลองใช้กระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ (ฉบับร่าง) ทั้ง 3 รอบ

ประเด็นการปรับปรุงพัฒนา	รอบที่ 1	รอบที่ 2	รอบที่ 3
	เพิ่มประเด็น	เพิ่มปริมาณ	เพิ่มปริมาณ
<b>ชั้นลึวงความคิด</b>			
1. การกล่าวชื่นชม ให้กำลังใจ	√		
2. การให้คำชี้แนะในการสังเกตรูปแบบ วิธีการ และประเด็นสำคัญอื่น ๆ เพื่อให้ให้นักเรียนคิด ต่อยอดจากความรู้เดิม	√	√	
3. จัดกิจกรรมให้ตรงกับความสนใจของนักเรียน	√		
4. การกระตุ้นจากครู		√	
5. การให้นักเรียนมีโอกาสในการเรียนรู้ใน สภาพแวดล้อมที่ปลอดภัย		√	
6. การให้เวลาสำหรับการคิด		√	
7. ส่งเสริมให้นักเรียนร่วมมือกันแก้ปัญหา โดยใช้การอภิปราย และวิเคราะห์ปัญหาร่วมกัน		√	√
8. การให้โอกาสนักเรียนในการแสดงความคิด เป็นจุดเริ่มต้นของการฝึกคิด		√	
<b>ชั้นสนับสนุนความคิด</b>			
1. การให้นักเรียนร่วมกันวิเคราะห์ว่าจำเป็นต้อง ใช้ความรู้พื้นฐานอื่นใดอีกบ้าง	√	√	√



ตาราง 17 (ต่อ)

ประเด็นการปรับปรุงพัฒนา	รอบที่ 1		รอบที่ 2	รอบที่ 3
	เพิ่มประเด็น	เพิ่มปริมาณ	เพิ่มปริมาณ	เพิ่มปริมาณ
2. การให้เวลานักเรียนได้คิดตาม	√			
3. การชี้แนะในจุดที่นักเรียนเข้าใจคลาดเคลื่อน	√			
4. การฝึกให้นักเรียนสังเกตในประเด็นที่สำคัญและเป็นประโยชน์	√		√	
<b>ชั้นขยายความคิด</b>				
1. การส่งเสริมให้นักเรียนเลือกใช้วิธีการแก้ปัญหาที่ตนเองถนัดและมีประสิทธิภาพจากการเรียนรู้ของนักเรียน	√			
2. การจัดกิจกรรมที่ส่งเสริมให้นักเรียนเกิดความใฝ่รู้ใฝ่เรียน	√			
3. การให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดจะต้องตรวจสอบความถูกต้องหรือให้การชี้แนะในจุดที่นักเรียนเข้าใจคลาดเคลื่อนโดยเร็ว โดยไม่ทำให้นักเรียนเกิดความรู้สึกอายหรือกลัวโทษนักเรียน	√			
4. การใช้คำถามชี้แนะให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้ด้วยตนเองหรือจากการสังเกต	√			
5. การฝึกให้นักเรียนเรียนรู้ที่จะตรวจสอบข้อมูลที่ได้	√		√	
6. การสร้างความมั่นใจในการสื่อสารให้กับนักเรียน	√		√	√
7. การส่งเสริมให้นักเรียนสามารถเขียนหลักการโดยทั่วไปของเรื่องที่เรียนได้			√	√

สรุปผลการวิเคราะห์ข้อมูลจากการทดลองใช้กระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ (ฉบับร่าง) ทั้ง 3 รอบ จากตาราง 17 พบว่า กระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์มีประเด็นที่เพิ่มเติม ดังนี้ ชั้นล้างความคิด เพิ่มประเด็นการกล่าวชื่นชม ให้กำลังใจ การให้คำชี้แนะในการสังเกตรูปแบบ วิธีการและประเด็นสำคัญอื่น ๆ

เพื่อให้ให้นักเรียนคิดต่อยอดจากความรู้เดิมและให้มีการจัดกิจกรรมที่ตรงกับความสนใจของนักเรียน  
 ชั้นต้น สนับสนุนความคิด เพิ่มประเด็นการให้นักเรียนร่วมกันวิเคราะห์ว่าจะต้องใช้ความรู้พื้นฐาน  
 อื่นใดอีกบ้าง การให้เวลานักเรียนได้คิดตาม การชี้แนะในจุดที่นักเรียนเข้าใจคลาดเคลื่อน  
 การฝึกให้นักเรียนสังเกตในประเด็นที่สำคัญและเป็นประโยชน์ และชักชวนขยายความคิด เพิ่ม  
 ประเด็นการส่งเสริมให้นักเรียนเลือกใช้วิธีการแก้ปัญหาที่ตนเองถนัดและมีประสิทธิภาพจาก  
 การเรียนรู้ของนักเรียน เพิ่มการจัดกิจกรรมที่ส่งเสริมให้นักเรียนเกิดความใฝ่รู้ใฝ่เรียน  
 ในการให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดจะต้องตรวจสอบความถูกต้องหรือให้การชี้แนะในจุดที่นักเรียน  
 เข้าใจคลาดเคลื่อนโดยเร็ว โดยไม่ทำให้นักเรียนเกิดความรู้สึกอายหรือกลัวโทษนักเรียน การใช้  
 คำถามชี้แนะให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้ด้วยตนเองหรือจากการสังเกต การฝึกให้นักเรียน  
 เรียนรู้ที่จะตรวจสอบข้อมูลที่ได้และการสร้างความมั่นใจในการสื่อสารให้กับนักเรียน นอกจากนี้  
 ประเด็นที่เพิ่มเติมแล้วยังมีประเด็นที่เพิ่มความเข้มข้นในการจัดกระบวนการเรียนการสอนเพื่อ  
 ส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ด้วย โดยสามารถจำแนกรายละเอียดของประเด็นที่เพิ่มเติมและ  
 ประเด็นที่เพิ่มความเข้มข้นในการจัดกระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการคิดเชิง  
 คณิตศาสตร์เป็น 5 ประเด็น ดังนี้ 1) การใช้คำถาม ได้แก่ ใช้คำถามเพื่อชี้แนะให้นักเรียน  
 เกิดการเรียนรู้ด้วยตนเองจากการสังเกตอย่างเป็นขั้นตอน การตอบคำถามของนักเรียน  
 ด้วยการถามคำถามย้อนกลับให้นักเรียนได้คิด พิจารณา จนเกิดการเรียนรู้ด้วยตนเอง  
 การใช้คำถามกระตุ้นเพื่อให้ได้คำตอบที่หลากหลายจากนักเรียน และการใช้เป็นคำถาม  
 ที่พัฒนาระดับความคิดของนักเรียนอย่างต่อเนื่อง 2) การร่วมกันอภิปราย แลกเปลี่ยน  
 ความคิดเห็น ได้แก่ การมีกิจกรรมให้นักเรียนได้อภิปราย แลกเปลี่ยนความคิดเห็น รับฟังผู้อื่น  
 วิเคราะห์ปัญหาพร้อมกัน การให้นักเรียนมีโอกาสในการแสดงความคิดเห็นเพื่อเป็นจุดเริ่มต้นของ  
 การฝึกคิด การให้นักเรียนร่วมกันวิเคราะห์ว่าจะต้องใช้ความรู้พื้นฐานใดบ้าง การให้นักเรียน  
 ช่วยกันทบทวนกระบวนการ ขั้นตอน วิธีการของความรู้พื้นฐานที่จะนำมาใช้ในการแก้ปัญหา  
 3) การสังเกตและการเรียนรู้ ได้แก่ การชี้แนะและฝึกให้นักเรียนสังเกตรูปแบบ วิธีการ  
 ความเหมือน-ความต่าง การเชื่อมโยงความสัมพันธ์ เปรียบเทียบ ให้คิดต่อยอดจากความคิด  
 เดิมหรือจากสิ่งที่พบ ฝึกให้สังเกตในประเด็นที่สำคัญและเป็นประโยชน์ ชี้แนะให้เรียนรู้จาก  
 ความแตกต่างและความผิดพลาด ส่งเสริมให้เลือกใช้วิธีการแก้ปัญหาที่มีประสิทธิภาพมากกว่า  
 ให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดเพื่อให้เรียนรู้และฝึกฝน ซึ่งจะต้องตรวจสอบความถูกต้องทุกครั้งและชี้แนะ  
 ในจุดที่ผิดพลาดในทันที การให้นักเรียนเรียนรู้ที่จะตรวจสอบข้อมูลที่ได้มากกว่าการเชื่อโดย  
 ไม่ไตร่ตรองก่อน และการมีกิจกรรมที่ส่งเสริมให้นักเรียนได้เขียนหลักการโดยทั่วไปของเรื่องที่เรียน

อย่างสม่ำเสมอ 4) ประเด็นด้านจิตใจความรู้สึกและสภาพแวดล้อม ได้แก่ การกล่าวชื่นชมกับคำตอบที่ได้ทุกคำตอบและการให้กำลังใจนักเรียน การสร้างความมั่นใจในการสื่อสารให้กับนักเรียน ให้สามารถสื่อสารเพื่อนำเสนอแนวคิดของตนเองได้ โดยครูต้องเป็นผู้สนับสนุนที่ดี การมีกิจกรรมที่ฝึกให้นักเรียนได้นำเสนอ สื่อสารอย่างสม่ำเสมอ ทำให้นักเรียนรู้สึกว่ายู่สภาพแวดล้อมที่ปลอดภัย สามารถแสดงความคิดเห็น สนทนา ได้ตอบได้อย่างสะดวกใจ ไม่ทำให้เกิดความรู้สึกอายหรือกลัวโทษ จัดกิจกรรมให้ตรงกับความสนใจของนักเรียน 5) เวลา ได้แก่ การให้เวลานักเรียนในการคิดอย่างเหมาะสม เพียงพอ ไม่รีบเฉลยหรือบอกคำตอบ เนื่องจากบางคำถามนักเรียนควรมีเวลาได้ไตร่ตรอง หรือเพื่อให้เวลานักเรียนได้คิดตามในสิ่งที่ได้ทบทวนไป และการเพิ่มขึ้นตอนหรือช่วงเวลาให้นักเรียนร่วมกันวิเคราะห์ ทบทวนความรู้ ทบทวนขั้นตอนกระบวนการต่าง ๆ เพื่อให้นักเรียนสามารถนำไปประยุกต์ใช้ต่อไปได้

สำหรับขั้นตอนของการวิจัยเป็นวงจรซ้ำเพื่อพัฒนาต้นแบบนวัตกรรมที่มีการดำเนินการเป็นวงจร จำนวน 3 รอบ ในแต่ละรอบมีรายละเอียดดังต่อไปนี้

### รอบที่ 1

ดำเนินการวิจัยเชิงทดลอง โดยใช้แบบวัดการคิดเชิงคณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยพัฒนาขึ้น วัดการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียนทั้งสองกลุ่ม คือ นักเรียนที่เป็นกลุ่มทดลองและนักเรียนที่เป็นกลุ่มควบคุมไม่สมดุล ก่อนการให้สิ่งทดลอง จากนั้นจึงดำเนินการทดลองโดยใช้กระบวนการเรียนการสอนแบบปกติกับนักเรียนที่เป็นกลุ่มควบคุมไม่สมดุล และใช้กระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ (ฉบับร่าง 1) จากขั้นตอนที่ 1 กับนักเรียนที่เป็นกลุ่มทดลอง ใช้เนื้อหา เรื่อง ความคล้าย ในการจัดการเรียนการสอน ระยะเวลาที่ใช้ จำนวน 14 คาบเรียน คาบเรียนละ 50 นาที จากการทดลองใช้กระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ (ฉบับร่าง 1) ผู้วิจัยรวบรวมข้อมูลจากการสังเกต การวิเคราะห์เอกสาร และผลที่เกิดขึ้นกับนักเรียน มาวิเคราะห์เพื่อเป็นแนวทางในการพัฒนาและปรับปรุงกระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ ดังนี้

ตาราง 18 ผลการวิเคราะห์ข้อมูลจากการทดลองใช้กระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ (ฉบับร่าง 1)

ประเด็นการปรับปรุงพัฒนา	แนวทางดำเนินการปรับปรุงพัฒนา
<b>ชั้นล้างความคิด</b>	
1. การกล่าวชื่นชม ให้กำลังใจ	เพิ่มประเด็น : การกล่าวชื่นชมกับคำตอบที่ได้ใน ทุกคำตอบ ไม่ว่าจะถูกหรือผิด เนื่องจากจะทำให้ นักเรียนกล้าที่จะแสดงความคิดเห็นมากขึ้นและให้ กำลังใจในความพยายามของนักเรียน
2. การให้คำชี้แนะในการสังเกต รูปแบบ วิธีการและประเด็นสำคัญ อื่น ๆ เพื่อให้ให้นักเรียนคิดต่อยอดจาก ความรู้เดิม	เพิ่มประเด็น : การให้คำชี้แนะในการสังเกตรูปแบบ วิธีการ ความเหมือน-ความต่าง การเชื่อมโยง ความสัมพันธ์ และประเด็นสำคัญอื่น ๆ เพื่อให้ให้นักเรียน คิดต่อยอดจากความรู้เดิม เมื่อนักเรียนไม่สามารถ ตอบคำถามหรือแก้ปัญหาด้วยตนเองได้
3. จัดกิจกรรมให้ตรงกับความสนใจ ของนักเรียน	เพิ่มประเด็น : การจัดกิจกรรมให้ตรงกับความสนใจ ของนักเรียน จะทำให้นักเรียนเกิดความรู้สึกต้องการ มีส่วนร่วมด้วยความเต็มใจ และพร้อมที่จะร่วมแสดง ความคิดเห็น ตอบคำถามหรือแก้ปัญหาย่างเต็ม ความสามารถ
4. การกระตุ้นจากครู	เพิ่มปริมาณ : การใช้คำถามกระตุ้นจากครูเพื่อให้ได้ คำตอบที่หลากหลายจากนักเรียน โดยคำถามที่ใช้ เป็นคำถามที่พัฒนาระดับความคิดของนักเรียน อย่างต่อเนื่อง

ตาราง 18 (ต่อ)

ประเด็นการปรับปรุงพัฒนา	แนวทางดำเนินการปรับปรุงพัฒนา
5. การให้นักเรียนมีโอกาสนในการเรียนรู้ในสภาพแวดล้อมที่ปลอดภัย	เพิ่มปริมาณ : การทำให้นักเรียนมีความรู้สึกที่สามารถแสดงความคิดเห็น หรือสนทนาได้ตอบได้อย่างสะดวกใจ ไม่มีคำกล่าวที่ทำร้ายจิตใจหรือกระทบต่อความรู้สึกที่ทำให้ไม่ต้องการร่วมกิจกรรมนี้อีก เพราะสภาพแวดล้อมที่ปลอดภัยมีส่วนสำคัญในการส่งเสริมความมั่นใจ และความกล้าแสดงออกของนักเรียน
6. การให้เวลาสำหรับการคิด	เพิ่มปริมาณ : ให้เวลานักเรียนในการคิดอย่างเหมาะสม เพียงพอ ไม่รีบเฉลยหรือบอกคำตอบ เนื่องจากบางคำถามนักเรียนควรมีเวลาได้ตรึกตรองอย่างเพียงพอ
7. ส่งเสริมให้นักเรียนร่วมมือกันแก้ปัญหา โดยใช้การอภิปราย และวิเคราะห์ปัญหาร่วมกัน	เพิ่มปริมาณ : ให้นักเรียนได้มีการอภิปราย แลกเปลี่ยนความคิดเห็น รับฟังผู้อื่นและวิเคราะห์ปัญหาร่วมกัน เพื่อให้ได้แนวทางในการแก้ปัญหาที่มีประสิทธิภาพ
8. การให้โอกาสนักเรียนในการแสดงความคิด เป็นจุดเริ่มต้นของการฝึกคิด	เพิ่มปริมาณ : ให้นักเรียนทุกคนได้มีโอกาสในการแสดงความคิดเห็นเกี่ยวกับประเด็นปัญหาต่าง ๆ เพื่อเป็นจุดเริ่มต้นของการฝึกคิด แม้ว่าคำตอบที่ได้อาจจะผิด แต่อย่างน้อยนักเรียนได้เริ่มต้นที่จะคิดและกล้าที่จะแสดงความคิดของตนออกมาให้ผู้อื่นได้รู้
<b>ขั้นสนับสนุนความคิด</b>	
1. การให้นักเรียนร่วมกันวิเคราะห์ว่าจะต้องใช้ความรู้พื้นฐานอื่นใดอีกบ้าง	เพิ่มประเด็น : ให้นักเรียนร่วมกันวิเคราะห์ว่าจะต้องใช้ความรู้พื้นฐานอื่นใดอีกบ้าง รวมถึงให้นักเรียนช่วยกันทบทวนกระบวนการ ขั้นตอน วิธีการของความรู้พื้นฐานที่จะนำมาใช้ในแก้ปัญหา

ตาราง 18 (ต่อ)

ประเด็นการปรับปรุงพัฒนา	แนวทางดำเนินการปรับปรุงพัฒนา
2. การให้เวลานักเรียนได้คิดตาม	เพิ่มประเด็น : ให้เวลานักเรียนได้คิดตามในสิ่งที่ได้ ทบทวนไป เนื่องจากบางสถานการณ์ปัญหาต้องนำ ความรู้เดิมมาประยุกต์ใช้ค่อนข้างมากและนักเรียน บางคนมีพื้นฐานความรู้เดิมมาน้อย จึงควรมีเวลาได้ ทบทวนอย่างเพียงพอ
3. การชี้แนะในจุดที่นักเรียน เข้าใจคลาดเคลื่อน	เพิ่มประเด็น : ให้การชี้แนะในจุดที่นักเรียนเข้าใจ คลาดเคลื่อนให้ถูกต้องในทันที เพื่อไม่ให้นักเรียนนำ สิ่งที่ผิดพลาดนั้นไปใช้จนเกิดความเคยชิน และจดจำ ในสิ่งที่ผิด ๆ ไปใช้
4. การฝึกให้นักเรียนสังเกตใน ประเด็นที่สำคัญ และเป็น ประโยชน์	เพิ่มประเด็น : ฝึกให้นักเรียนสังเกตในประเด็นที่ สำคัญและเป็นประโยชน์ ชี้แนะให้นักเรียนรู้จัก เรียนรู้จากความแตกต่างและความผิดพลาดเพื่อนำมา ปรับปรุงพัฒนา
<b>ชั้นขยายความคิด</b>	
1. การส่งเสริมให้นักเรียนเลือกใช้ วิธีการแก้ปัญหาที่ตนเองถนัดและมี ประสิทธิภาพ จากการเรียนรู้ของ นักเรียน	เพิ่มประเด็น : ส่งเสริมให้นักเรียนเลือกใช้วิธีการ แก้ปัญหาที่มีประสิทธิภาพมากกว่า จากการให้ นักเรียนได้เรียนรู้วิธีการที่แตกต่าง เรียนรู้ที่จะ เปรียบเทียบประสิทธิภาพของวิธีการเหล่านั้น วิเคราะห์ความเหมาะสมในการนำไปใช้ เลือกใช้ วิธีการที่ตนเองถนัดและมีประสิทธิภาพ
2. การจัดกิจกรรมที่ส่งเสริมให้ นักเรียนเกิดความใฝ่รู้ใฝ่เรียน	เพิ่มประเด็น : จัดกิจกรรมที่ตรงกับความสนใจของ นักเรียนหรือกิจกรรมที่นักเรียนได้ลงมือปฏิบัติจะทำให้ นักเรียนเกิดความใฝ่รู้ใฝ่เรียน



ตาราง 18 (ต่อ)

ประเด็นการปรับปรุงพัฒนา	แนวทางดำเนินการปรับปรุงพัฒนา
3. การให้นักเรียนทำแบบฝึกหัด จะต้องตรวจสอบความถูกต้องหรือให้การชี้แนะในจุดที่นักเรียนเข้าใจคลาดเคลื่อนโดยเร็ว โดยไม่ทำให้นักเรียนเกิดความรู้สึกอายหรือกล่าวโทษนักเรียน	เพิ่มประเด็น : เมื่อให้นักเรียนทำแบบฝึกหัด ต้องตรวจสอบความถูกต้องหรือให้การชี้แนะในจุดที่นักเรียนเข้าใจคลาดเคลื่อนให้ถูกต้องในทันทีหรือโดยเร็ว เพื่อไม่ให้นักเรียนนำสิ่งที่ผิดไปใช้จนเกิดความเคยชินและจดจำในสิ่งที่ผิด ๆ ไปใช้ โดยไม่ทำให้นักเรียนเกิดความรู้สึกอายหรือกล่าวโทษนักเรียน
4. การใช้คำถามชี้แนะให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้ด้วยตนเองหรือจากการสังเกต	เพิ่มประเด็น : ใช้คำถามช่วยชี้แนะให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้ด้วยตนเองจากการสังเกต อย่างเป็นขั้นตอน หรือตอบคำถามของนักเรียนด้วยการถามคำถามย้อนกลับให้นักเรียนได้คิด พิจารณา จนเกิดการเรียนรู้ด้วยตนเอง
5. การฝึกให้นักเรียนเรียนรู้ที่จะตรวจสอบข้อมูลที่ได้	เพิ่มประเด็น : ฝึกให้นักเรียนเรียนรู้ที่จะตรวจสอบข้อมูลที่ได้ มากกว่าการเชื่อโดยไม่ตรวจสอบหรือไตร่ตรองก่อน
6. การสร้างความมั่นใจในการสื่อสารให้กับนักเรียน	เพิ่มประเด็น : สร้างความมั่นใจในการสื่อสารให้กับนักเรียน ให้นักเรียนสามารถสื่อสารเพื่อนำเสนอแนวคิดของตนเองได้ โดยครูจะต้องเป็นผู้สนับสนุนที่ดี

จากตาราง 18 ผลการวิเคราะห์ข้อมูลจากการทดลองใช้กระบวนการเรียนการสอน เพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ (ฉบับร่าง 1) พบว่า มีประเด็นการปรับปรุงพัฒนาและแนวทางดำเนินการปรับปรุงพัฒนาที่เป็นข้อสะท้อนคิด ดังนี้

ชั้นล่างความคิด ควรมีการจัดการเรียนการสอนโดยใช้กลวิธีดังต่อไปนี้  
เพิ่มเข้ามาเพื่อให้นักเรียนได้มีส่วนร่วมมากขึ้น 1) การกล่าวชื่นชม ให้กำลังใจ ซึ่งเป็นการกล่าวชื่นชมกับคำตอบที่ได้ในทุกคำตอบ ไม่ว่าคำตอบนั้นจะถูกหรือผิด เพราะจะทำให้เด็กกล้าแสดงความคิดเห็นมากขึ้น และเป็นการให้กำลังใจในความพยายามของนักเรียน ซึ่งการกล่าวชื่นชมนี้เป็นกรกล่าวชื่นชมในส่วนของความกล้าของนักเรียนเท่านั้น ไม่เกี่ยวข้องกับคำตอบว่า ถูกต้อง

หรือไม่ 2) การให้คำชี้แนะในการสังเกตรูปแบบ วิธีการ ความเหมือน-ความต่าง การเชื่อมโยง ความสัมพันธ์ และประเด็นสำคัญอื่น ๆ เพื่อให้ให้นักเรียนคิดต่อยอดจากความรู้เดิม เมื่อนักเรียนไม่สามารถตอบคำถามหรือแก้ปัญหาด้วยตนเองได้ และ 3) การจัดกิจกรรมให้ตรงกับความสนใจของนักเรียน ซึ่งจะทำให้นักเรียนเกิดความรู้สึกต้องการมีส่วนร่วมด้วยความเต็มใจ และพร้อมที่จะร่วมแสดงความคิดเห็น ตอบคำถามหรือแก้ปัญหาอย่างเต็มความสามารถ ในส่วนของกลวิธีที่ใช้อยู่เดิม ที่ควรมีการเพิ่มความเข้มข้นหรือเพิ่มความถี่ในการใช้ให้มากยิ่งขึ้น มีดังต่อไปนี้ 1) การใช้คำถาม กระตุ้นจากครูเพื่อให้ได้คำตอบที่หลากหลาย โดยคำถามที่ใช้เป็นคำถามที่พัฒนาระดับความคิดของนักเรียนอย่างต่อเนื่อง เริ่มจากคำถามที่ง่ายและค่อย ๆ เพิ่มระดับความยากขึ้นเรื่อย ๆ ควรเป็นคำถามที่ดึงดูดความสนใจของนักเรียนได้เป็นอย่างดี ซึ่งการกระตุ้นให้นักเรียนได้แสดงความคิดเห็นของตนเองออกมานี้เป็นขั้นตอนที่ต้องใช้เวลา ใช้ความพยายามและความอดทนเป็นอย่างมาก เนื่องจากนักเรียนเกือบทั้งชั้นเรียนไม่ตอบคำถาม ไม่แสดงความคิดเห็นในช่วงต้นของการจัดการเรียนการสอน บางคนมีลักษณะท่าทางที่แสดงให้เห็นว่า ต้องการตอบคำถามแต่ไม่กล้าตอบ สิ่งที่เป็นข้อสังเกตจากปัญหาเหล่านี้ คือ สาเหตุที่ทำให้นักเรียนไม่กล้าตอบคำถาม อาจเนื่องมาจากบริบทของการจัดการเรียนการสอนที่ผ่านมาเปิดโอกาสให้นักเรียนแสดงความคิดเห็นไม่มากนัก นักเรียนจึงไม่คุ้นเคยกับวิธีการนี้ ซึ่งต้องอาศัยระยะเวลาในการปรับตัวของนักเรียนและความสม่ำเสมอของครูในการใช้คำถามในทุก ๆ คาบเรียน จนกระทั่งนักเรียนเกิดความคุ้นเคยและกล้าที่จะตอบคำถามมากขึ้น

2) การให้นักเรียนมีโอกาสในการเรียนรู้ในสภาพแวดล้อมที่ปลอดภัย ซึ่งข้อนี้เป็นอีกสาเหตุหนึ่งที่ส่งผลให้นักเรียนไม่กล้าตอบคำถามหรือแสดงความคิดเห็น เนื่องจากนักเรียนรู้สึกอาย กลัวโดนเพื่อนล้อหรือต่อว่า ดังนั้น การทำให้นักเรียนมีความรู้สึกที่สามารถแสดงความคิดเห็น หรือสนทนาโต้ตอบได้อย่างสะดวกใจ ไม่มีคำกล่าวที่ทำร้ายจิตใจหรือกระทบต่อความรู้สึกที่ทำให้ไม่ต้องการร่วมกิจกรรมนี้อีกเป็นสิ่งที่มีความจำเป็นอย่างยิ่ง เพราะสภาพแวดล้อมที่ปลอดภัยมีส่วนสำคัญในการส่งเสริมความมั่นใจและความกล้าแสดงออกของนักเรียน สำหรับวิธีการที่ใช้ เช่น การสร้างข้อตกลงเรื่องมารยาทเมื่อเพื่อนแสดงความคิดเห็น การโน้มน้ำหนักให้นักเรียนเกิดความกล้าที่จะพูดตอบคำถามหรือแสดงความคิดเห็น การแสดงให้นักเรียนเห็นว่าเมื่อนักเรียนตอบคำถามหรือแสดงความคิดเห็นไม่ว่าจะถูกหรือผิด หรือความคิดเห็นนั้นจะแตกต่างจากเพื่อนแล้วแต่เป็นสิ่งที่ดีทั้งสิ้น เนื่องจากแสดงถึงความกล้าของนักเรียนที่จะแสดงความคิดเห็นนั้นออกมา โดยทุกคำตอบของนักเรียนล้วนแต่มีความหมายทั้งสิ้น ถ้าคำตอบที่ตอบมานั้นถูกต้องก็ควรมีการกล่าวชมเชยจากครู หรือมีเสียงปรบมือจากเพื่อน ถ้าคำตอบนั้นผิดยังมีประโยชน์มากเพราะครูจะได้ทราบว่านักเรียนยังต้องได้รับการปรับปรุงพัฒนาในด้านใด หรือเพื่อนที่ยังเข้าใจผิดเช่นเดียวกันแต่ไม่กล้าตอบก็ได้

ทราบว่าสิ่งที่เข้าใจอยู่นั้นผิดและจะมีวิธีการแก้ไขอย่างไรจึงจะถูกต้อง เป็นต้น 3) การให้เวลานักเรียนในการคิดอย่างเหมาะสม เพียงพอ ไม่รีบเฉลยหรือบอกคำตอบ เนื่องจากบางคำถามนักเรียนควรมีเวลาได้คิดและตรึกตรองอย่างเพียงพอ ถ้าครูให้เวลานักเรียนในการตอบคำถามหรือการคิดน้อยเกินไปหรือเฉลยคำตอบเร็วเกินไปจะทำให้นักเรียนไม่คิดต่อและเลือกที่จะรับฟังคำตอบหรือคำอธิบายจากครูเป็นส่วนใหญ่ ซึ่งจะยิ่งส่งผลให้นักเรียนฝึกคิดด้วยตนเองน้อยลง 4) การส่งเสริมให้นักเรียนร่วมมือกันแก้ปัญหา โดยใช้การอภิปรายและวิเคราะห์ปัญหาพร้อมกัน ให้นักเรียนได้แลกเปลี่ยนความคิดเห็น รับฟังผู้อื่นเพื่อให้ได้แนวทางในการแก้ปัญหาที่มีประสิทธิภาพ การใช้กลวิธีนี้ นอกจากจะได้แลกเปลี่ยนเรียนรู้ซึ่งกันและกันแล้ว ยังช่วยให้นักเรียนได้เรียนรู้แนวทางในการแก้ปัญหาของเพื่อน ได้เรียนรู้จากความผิดพลาดของเพื่อน ได้รับรู้แนวคิดของเพื่อนและรู้จักรับฟังผู้อื่นมากขึ้น โดยนักเรียนสามารถนำมาปรับใช้ในงานของตนเองได้ นอกจากนี้ครูยังได้รับรู้ถึงความเข้าใจที่คลาดเคลื่อนของนักเรียน แนวคิด วิธีการคิด พื้นความรู้ของนักเรียน ซึ่งสามารถนำมาใช้เพื่อวางแผนการจัดการเรียนการสอนต่อไปได้ 5) การให้นักเรียนทุกคนได้มีโอกาสในการแสดงความคิดเห็นเกี่ยวกับประเด็นปัญหาต่าง ๆ เพื่อเป็นจุดเริ่มต้นของการฝึกคิด แม้ว่าคำตอบที่ได้อาจจะผิดแต่อย่างน้อยนักเรียนได้เริ่มต้นคิดและกล้าที่จะแสดงความคิดเห็นของตนออกมาให้ผู้อื่นได้รับรู้ กลวิธีนี้บางครั้งครูอาจจะต้องเป็นผู้หยิบยื่นโอกาสนั้นให้กับนักเรียน เนื่องจากนักเรียนบางคนไม่แสดงความคิดเห็นแม้แต่ครั้งเดียว ดังนั้นครูอาจใช้การซักถามแบบเจาะจง หรือสุ่มเลขที่ ที่รู้อยู่ก่อนแล้วว่าเป็นของใคร เป็นต้น เพื่อให้นักเรียนคนดังกล่าวได้ร่วมแสดงความคิดเห็นเกี่ยวกับประเด็นปัญหาต่าง ๆ พร้อมกันนี้เมื่อนักเรียนตอบแล้วครูควรให้กำลังใจหรือกล่าวชื่นชม เพื่อให้นักเรียนเกิดความภาคภูมิใจ ซึ่งการกระทำเช่นนี้บ่อย ๆ จะช่วยให้นักเรียนมีความกล้าและภาคภูมิใจในตนเองมากขึ้น อันจะนำไปสู่การที่นักเรียนร่วมแสดงความคิดเห็นกับเพื่อน และในบางครั้งแม้ว่าคำตอบของนักเรียนจะไม่ถูกต้องแต่ครูจะต้องพยายามหาด้านดีของคำตอบเพื่อให้กำลังใจนักเรียน ซึ่งอาจเป็นการเรียนรู้จากความผิดพลาดก็เป็นไปได้

ขั้นสนับสนุนความคิด ควรมีการจัดการเรียนการสอนโดยใช้กลวิธีดังต่อไปนี้  
 เพิ่มเข้ามาเพื่อเป็นการช่วยเหลือ สนับสนุนการคิดของนักเรียน ให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้ได้มากขึ้น  
 1) การให้นักเรียนร่วมกันวิเคราะห์ว่า จะต้องใช้ความรู้พื้นฐานอื่นใดอีกบ้าง รวมถึงให้นักเรียนช่วยกัน ทบทวนกระบวนการ ขั้นตอน วิธีการของความรู้พื้นฐานที่จะนำมาใช้แก้ปัญหา เนื่องจากถ้านักเรียนมีความรู้พื้นฐานน้อยจะต่อยอดความรู้อื่นได้ยากมาก ดังนั้นในขั้นตอนนี้จึงมีความสำคัญคือ เพื่อช่วยเหลือ สนับสนุนให้นักเรียนร่วมกันทบทวนความรู้เดิม สำหรับนำไปใช้ต่อยอดความรู้ ความคิดจากสิ่งที่ร่วมกันนำเสนอ ให้นักเรียนมีพื้นฐานความรู้สำหรับนำไปใช้ในการแก้ปัญหา

ให้เหตุผลหรือเชื่อมโยงไปยังสาระอื่นได้ 2) การให้เวลานักเรียนได้คิดตามในสิ่งที่ได้ทบทวนไป เนื่องจากบางสถานการณ์ปัญหาที่มีความซับซ้อน ต้องนำความรู้เดิมมาประยุกต์ใช้ค่อนข้างมาก ต้องใช้วิธีการดำเนินการในหลายขั้นตอนเพื่อให้ได้คำตอบ และนักเรียนบางคนมีพื้นฐานความรู้เดิมน้อย จึงจำเป็นต้องให้เวลานักเรียนได้คิดตามในสิ่งที่ได้ทบทวนไปอย่างเพียงพอ อีกทั้งกระบวนการในการคิดของนักเรียนแต่ละคนไม่เหมือนกัน มีความซับซ้อนแตกต่างกัน ใช้เวลาไม่เท่ากัน ดังนั้น เพื่อให้นักเรียนได้มีโอกาสในการคิด ทบทวนกระบวนการของตนเอง เวลาที่ใช้จึงสำคัญยิ่ง ถ้าครูให้เวลาในการคิดกับนักเรียนน้อยเกินไป โดยครูสรุปความรู้ให้กับนักเรียนก่อนที่นักเรียนจะคิดได้ และเมื่อครูเช่นนี้บ่อย ๆ จะทำให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้ที่จะไม่คิด เพราะทำที่สุดแล้วครูก็จะเป็นผู้สรุปความรู้ให้ 3) การชี้แนะในจุดที่นักเรียนเข้าใจคลาดเคลื่อนให้ถูกต้องในทันที เพื่อไม่ให้นักเรียนนำสิ่งที่ผิดเหล่านั้นไปใช้จนเกิดความเคยชินหรือจดจำในสิ่งที่ผิด ๆ ไปใช้ กลวิธีนี้ควรดำเนินการในทันทีที่รู้ว่านักเรียนเกิดความเข้าใจคลาดเคลื่อนในเรื่องที่เรียน โดยอาจเป็นการแก้ไขด้วยการใช้คำถามนำ เพื่อให้นักเรียนร่วมกันทบทวนในสิ่งที่ทำจนได้ข้อสรุปที่ถูกต้อง หรือเป็นการอธิบายชี้แจงจากครู หรือการชี้ให้นักเรียนเห็นความแตกต่างระหว่างวิธีการของเพื่อนกับของตนเอง เพื่อให้ นักเรียนวิเคราะห์ว่าควรทำเช่นไร และถ้านักเรียนจดจำในสิ่งที่ผิดและนำไปใช้บ่อยครั้งจนเกิดความเคยชิน ก็จะต้องแก้ไขความเข้าใจคลาดเคลื่อนนั้น อาจเป็นการแก้ไขด้วยการให้นักเรียน ดำเนินการในสิ่งนั้นซ้ำ ๆ เพื่อให้จดจำในสิ่งที่ถูกต้องให้ได้ หรือมีกิจกรรมให้นักเรียนได้ทบทวน นำไปใช้บ่อยขึ้น เพื่อให้นักเรียนได้ระลึกถึงวิธีการที่ถูกต้องและนำมาใช้จนเกิดการเรียนรู้ในสิ่งที่ถูกต้อง 4) การฝึกให้นักเรียนสังเกตในประเด็นที่สำคัญและเป็นประโยชน์ ชี้แนะให้นักเรียนรู้จักเรียนรู้ จากความแตกต่างและความผิดพลาดเพื่อนำมาปรับปรุงพัฒนา การสังเกตและเรียนรู้จากความแตกต่างและความผิดพลาดเป็นทักษะสำคัญที่นักเรียนควรมีติดตัว เนื่องจากทักษะนี้สามารถ นำไปใช้ได้หลากหลายสถานการณ์ การฝึกให้นักเรียนรู้จักสังเกต เรียนรู้จากความแตกต่างและความผิดพลาดสามารถดำเนินการได้ อาทิ การมีกิจกรรมให้นักเรียนได้ฝึกสังเกต เปรียบเทียบ ความแตกต่างระหว่างงานของตนเองและเพื่อน เรียนรู้ว่างานที่ตนเองทำนั้นผิดพลาดในส่วนใด อย่างไร และมีวิธีการแก้ไขหรือทำให้ถูกต้องได้อย่างไร หรือเรียนรู้จากความผิดพลาดของเพื่อนว่า เพื่อนทำอะไรแล้วเกิดความผิดพลาด ตนเองก็จะต้องไม่ทำผิดพลาดเช่นนั้น เป็นต้น

ขั้นขยายความคิด ควรมีการจัดการเรียนการสอนโดยใช้กลวิธีดังต่อไปนี้เพิ่มเข้ามา เพื่อรักษามาตรฐานและสิ่งที่คาดหวังจากนักเรียนทุกคนและเป็นการขยายความคิดของนักเรียน ให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้ได้มากขึ้น 1) การส่งเสริมให้นักเรียนเลือกใช้วิธีการแก้ปัญหาที่ตนเองถนัด และมีประสิทธิภาพมากกว่า จากการให้นักเรียนได้เรียนรู้ว่า วิธีการที่จะใช้ในการแก้ปัญหานั้น

มีหลากหลายวิธี แต่ละวิธีมีความแตกต่างกันอย่างไร นักเรียนจะต้องเรียนรู้ที่จะเปรียบเทียบ ประสิทธิภาพของวิธีการเหล่านั้น วิเคราะห์ความเหมาะสมในการนำไปใช้ เลือกใช้วิธีการที่ตนเองถนัด และมีประสิทธิภาพมากกว่า แต่เนื่องจากความถนัดของแต่ละบุคคลแตกต่างกัน และวิธีการ ขั้นตอน หรือกระบวนการในการแก้ปัญหาแต่ละปัญหาก็มีอยู่หลากหลายให้เลือกปฏิบัติ ดังนั้นเมื่อนักเรียนได้ เรียนรู้วิธีการต่าง ๆ เหล่านี้แล้ว นักเรียนควรรู้ว่าตนเองมีความถนัดในการแก้ปัญหานั้น ๆ ด้วยวิธีการใดแล้วจึงนำไปใช้ แน่นอนว่ามีวิธีการบางวิธีที่มีประสิทธิภาพมากกว่าวิธีการอื่น ด้วยคุณสมบัติที่ว่า ขั้นตอนการทำสั้นกว่าวิธีการอื่น ใช้พื้นที่น้อยกว่า ประหยัดเวลากว่า แต่ก็ยาก กว่าด้วยเช่นเดียวกัน ดังนั้นวิธีการนี้อาจจะไม่ใช่ว่าทุกคนที่นำไปใช้ได้ สำหรับนักเรียนบางคนก็เรียนรู้ได้ ไม่ดีนักหรือมีพื้นฐานความรู้ไม่ดีก็อาจต้องเลี่ยงไปใช้วิธีการอื่น แต่ก็มีนักเรียนอีกจำนวนไม่น้อยที่มีความสามารถในการพัฒนาตนเองให้ใช้วิธีการที่มีประสิทธิภาพมากกว่านี้ได้ ดังนั้นครูจึงต้อง จัดการเรียนการสอนให้นักเรียนได้ฝึกที่จะเรียนรู้การเลือกใช้วิธีการที่เหมาะสมกับตนเองมากที่สุด และค่อย ๆ พัฒนาไปสู่วิธีการที่มีคุณภาพมากกว่า เช่น ในการเฉลยแบบฝึกหัดเมื่อครูให้นักเรียน คนใดคนหนึ่งออกมาเฉลยแบบฝึกหัดหรือเป็นการเฉลยโดยครูผู้สอน การทำเช่นนั้นนักเรียนในห้อง จะได้เห็นวิธีการแก้ปัญหาเพียงวิธีการเดียว แต่ยังมีนักเรียนอีกบางส่วนที่ใช้วิธีการแก้ปัญหามา ของตนเองซึ่งได้คำตอบเช่นเดียวกันเพียงแต่ใช้วิธีการต่างกัน ถ้าเป็นเช่นนี้ครูควรให้นักเรียนที่ดำเนินการ แก้ปัญหาด้วยวิธีการที่แตกต่างได้ออกมานำเสนอวิธีการของตนเองด้วยเช่นกัน เพื่อให้นักเรียน ทั้งห้องเรียนได้เรียนรู้วิธีการที่หลากหลายและรู้จักเลือกใช้วิธีการที่มีประสิทธิภาพมากกว่าหรือเลือก วิธีการที่เหมาะสมกับตนเองได้ 2) การจัดกิจกรรมที่ส่งเสริมให้นักเรียนเกิดความใฝ่รู้ใฝ่เรียน โดยส่วนใหญ่กิจกรรมที่จะทำให้นักเรียนเกิดความใฝ่รู้ใฝ่เรียนได้ ต้องเป็นกิจกรรมที่นักเรียนสนใจ หรือเห็นความสำคัญในกิจกรรมนั้น ๆ ดังนั้นครูควรสังเกตว่ากิจกรรมประเภทใดที่นักเรียน ให้ความสนใจเป็นพิเศษหรือดึงดูดความสนใจของนักเรียนได้ ควรนำกิจกรรมในลักษณะดังกล่าวมา ประยุกต์ใช้ในการจัดการเรียนการสอน อีกส่วนหนึ่งคือครูควรสร้างความตระหนักถึงความสำคัญของ กิจกรรมที่จัดให้กับนักเรียน อาจเป็นการพูดเพื่อโน้มน้าวใจหรือเชื่อมโยงกิจกรรมกับประสบการณ์ใน ชีวิตประจำวันของนักเรียนที่ได้พบเจอ เพื่อที่จะทำให้นักเรียนเห็นประโยชน์และความสำคัญของ เรื่อง ที่เรียนหรือกิจกรรมที่จัดได้มากขึ้น 3) การให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดและตรวจสอบความถูกต้องหรือ ให้การชี้แนะในจุดที่นักเรียนเข้าใจคลาดเคลื่อนให้ถูกต้องในทันทีหรือโดยเร็ว เพื่อไม่ให้นักเรียนนำสิ่ง ที่ผิดไปใช้จนเกิดความเคยชินหรือจดจำในสิ่งที่ผิด ๆ โดยไม่ทำให้นักเรียนเกิดความรู้สึกอายหรือ กลัวว่าโทษนักเรียน บ่อยครั้งที่ในการตรวจสอบความถูกต้องของการทำแบบฝึกหัดของนักเรียน จะดำเนินการโดยการเฉลยให้นักเรียนทุกคนได้เห็นโดยภาพรวมของทั้งห้องเรียน ซึ่งวิธีการนี้สามารถ



กระทำได้แต่เมื่อกระทำแล้วควรมีการตรวจสอบว่า มีนักเรียนที่ทำถูกต้องบ้างหรือไม่และมีนักเรียนคนใดที่ทำผิดบ้าง โดยครูควรชมเชยนักเรียนที่ทำถูกต้องและก็ควรให้ความสำคัญกับนักเรียนที่ทำผิดและประเด็นที่เข้าใจคลาดเคลื่อนด้วย โดยใช้ความเข้าใจคลาดเคลื่อนนั้นมาอธิบายให้กระจ่างขึ้นเพื่อเป็นกรณีตัวอย่าง โดยวิธีการที่จะไม่ทำให้นักเรียนเกิดความรู้สึกอาย เช่น การใช้คำพูดในเชิงบวก การพูดให้นักเรียนเห็นว่าเมื่อมีกรณีตัวอย่างที่ผิดมาให้คุณำให้นักเรียนคนอื่นที่ทำผิดเช่นเดียวกันได้เข้าใจในสิ่งที่ถูกต้องด้วยหรือทำให้คนที่ยังไม่ได้ทำไม่ทำผิดแบบนี้อีก ซึ่งจะต้องไม่กล่าวโทษนักเรียนหรือทำให้นักเรียนขาดความมั่นใจ อีกวิธีหนึ่งที่มีประโยชน์มากแต่ก็ใช้เวลามากเช่นกัน คือ การตรวจการบ้านของนักเรียนแต่ละคนอย่างละเอียด วิธีการนี้ทำให้ทราบว่านักเรียนทำแบบฝึกหัดได้หรือไม่ ใครทำได้หรือไม่ ใครทำไม่ได้ใช้วิธีการใดบ้าง คนที่ทำไม่ได้นักเรียนเข้าใจคลาดเคลื่อนในส่วนใด มีประเด็นใดบ้างที่คุณจะต้องอธิบายเพิ่มเติมหรือจะจัดกิจกรรมการเรียนรู้ต่อไปอย่างไรเพื่อให้นักเรียนได้เรียนรู้จากสิ่งที่ผิดพลาดนี้ และไม่มีใครรู้ว่าเพื่อนคนใดทำผิดซึ่งจะไม่เกิดความรู้สึกอาย

4) การใช้คำถามชี้แนะให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้ด้วยตนเองหรือจากการสังเกตอย่างเป็นลำดับขั้นตอนหรือตอบคำถามของนักเรียนด้วยการถามคำถามย้อนกลับให้นักเรียนได้คิด พิจารณา จนเกิดการเรียนรู้ด้วยตนเอง การใช้คำถามให้เป็นประโยชน์เช่นนี้เป็นการกระตุ้น ฝึกและปลูกฝังให้นักเรียนเรียนรู้ที่จะแก้ปัญหาด้วยการคิด ไม่ใช่การหาคำตอบจากการถามผู้อื่นอยู่ร่ำไป การให้นักเรียนเรียนรู้ที่จะคิดด้วยตนเองนี้จะมีประโยชน์อย่างมากต่อนักเรียนทั้งปัจจุบันและในอนาคตข้างหน้า ทั้งในด้านการเรียน การทำงานและการใช้ชีวิต 5) การฝึกให้นักเรียนเรียนรู้ที่จะตรวจสอบข้อมูลที่ได้ มากกว่าการเชื่อโดยไม่ตรวจสอบหรือไตร่ตรองก่อน การกระทำเช่นนี้เป็นการสอนให้นักเรียนมีวิจาร์ณญาณกับทุก ๆ สิ่ง ไม่ว่าจะใครหรือเรื่องใด เพราะในชีวิตจริงนักเรียนจะต้องเผชิญกับปัญหา อุปสรรคมากมาย ดังนั้นนักเรียนจำเป็นต้องมีภูมิคุ้มกันที่ดีเพื่อให้ดำเนินชีวิตอยู่ได้อย่างมีความสุข ครูควรชี้ให้นักเรียนได้เห็นว่ถ้านักเรียนไม่รู้จักรตรวจสอบข้อมูลที่ได้แล้วผลที่ตามมาจะเป็นอย่างไร เช่น การจัดกิจกรรมหรือการให้แบบฝึกหัดที่มีความจำเป็นอย่างยิ่งที่จะต้องมีการตรวจสอบข้อมูล เป็นต้น 6) การสร้างความมั่นใจในการสื่อสารให้กับนักเรียน ให้นักเรียนสามารถสื่อสารเพื่อนำเสนอแนวคิดของตนเองได้ โดยครูจะต้องเป็นผู้สนับสนุนที่ดี ในการสร้างความมั่นใจในการสื่อสารให้กับนักเรียนเป็นสิ่งที่ฝึกฝนได้ยากและใช้เวลามากพอ ๆ กับการกระตุ้นให้นักเรียนได้แสดงความคิด ซึ่งอาจเนื่องมาจากบริบทของนักเรียนที่ไม่เน้นการสื่อสาร ขาดประสบการณ์ ขาดความมั่นใจในการสื่อสาร ไม่มั่นใจในความสามารถของตนเอง คิดว่าตนเองทำไม่ได้ กลัวความผิดพลาด กลัวเพื่อนหัวเราะ เป็นต้น สิ่งเหล่านี้ล้วนแล้วแต่เป็นอุปสรรคต่อการสื่อสารของนักเรียนทั้งสิ้น ดังนั้นครูควรลบความคิดเหล่านี้



ออกจากนักเรียนก่อน เปลี่ยนความคิดของนักเรียน สร้างความมั่นใจในตนเองให้กับนักเรียน ทำให้นักเรียนเห็นคุณค่าในตัวเอง ไม่ดูถูกตัวเอง สร้างประสบการณ์ที่ดีให้กับนักเรียนแบบค่อยเป็นค่อยไป

จากผลการวิเคราะห์ข้อมูลจากการทดลองใช้กระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ (ฉบับร่าง 1) ดังตาราง 18 และรายละเอียดของข้อมูลข้างต้น ผู้วิจัยได้นำข้อมูลดังกล่าวมาเป็นแนวทางในการปรับปรุงและพัฒนากระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ (ฉบับร่าง 1) ให้เป็นกระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ (ฉบับร่าง 2) เพื่อใช้เป็นแนวทางในการจัดทำแผนการจัดการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ต่อไป โดยได้กระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ (ฉบับร่าง 2) ดังต่อไปนี้

#### **กระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ (ฉบับร่าง 2)**

กระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ (ฉบับร่าง 2) นี้ กำหนดองค์ประกอบของกระบวนการเรียนการสอนเป็น 3 ขั้นตอน คือ 1) หลักการของกระบวนการเรียนการสอน 2) จุดมุ่งหมายของกระบวนการเรียนการสอน และ 3) ขั้นตอนของกระบวนการเรียนการสอน โดยมีรายละเอียดดังต่อไปนี้

##### **1. หลักการของกระบวนการเรียนการสอน**

ฟรายวิลลิก (Fraivillig, 2001, pp. 454-459) เสนอแนวทางในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่เน้นกระบวนการคิดของนักเรียน โดยมีเป้าหมายเพื่อช่วยให้นักเรียนสร้างความเข้าใจแนวคิดทางคณิตศาสตร์อย่างมีความหมายด้วยตัวของนักเรียนเอง ซึ่งมีลักษณะที่ให้โอกาสนักเรียนได้พัฒนาความคิด สนับสนุนการพัฒนาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์และช่วยให้เกิดความท้าทายในความคิดของนักเรียน โดยได้เสนอยุทธศาสตร์เพื่อพัฒนาการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียน (Strategies for Advancing Children's Mathematical Thinking) เพื่อเป็นแนวทางให้ครูผู้สอนออกแบบกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่มีความหมายสำหรับนักเรียน โดยได้กำหนดแนวทางการจัดกิจกรรมสำหรับพัฒนาการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียนจากการใช้หลักสูตรคณิตศาสตร์ในชีวิตประจำวัน ซึ่งแบ่งเป็น 3 ขั้นตอน ได้แก่ ขั้นล้วงความคิด (Eliciting) ขั้นสนับสนุนความคิด (Supporting) และขั้นขยายความคิด (Extending) และเพื่อให้กระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์มีความเหมาะสม สอดคล้องกับบริบทของนักเรียนไทย จึงนำการจัดการเรียนการสอนตามแนวทางของ สสวท. มาวิเคราะห์ร่วมกับแนวคิดของฟรายวิลลิก เพื่อนำมาพัฒนากระบวนการเรียนการสอนร่วมกัน เพื่อให้เป็น

กระบวนการเรียนการสอนที่สามารถพัฒนาการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียนได้อย่างเหมาะสมกับบริบทของนักเรียนไทย

## 2. จุดมุ่งหมายของกระบวนการเรียนการสอน

เพื่อพัฒนาการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียน ซึ่งมี 5 องค์ประกอบ ได้แก่ การแก้ปัญหาเชิงคณิตศาสตร์ การให้เหตุผลเชิงคณิตศาสตร์ การสื่อสารความคิดเชิงคณิตศาสตร์ การเชื่อมโยงสาระหลักเชิงคณิตศาสตร์และการนำเสนอตัวแทนความคิดเชิงคณิตศาสตร์

## 3. ขั้นตอนของกระบวนการเรียนการสอน

ขั้นตอนของกระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ แบ่งเป็น 3 ขั้นตอน ดังนี้

3.1 ขั้นล้วงความคิด (Eliciting) เป็นขั้นตอนสำคัญในการพัฒนาการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียน โดยครูเป็นผู้ชี้แนะ อำนวยความสะดวกโดยทำให้ให้นักเรียนได้อธิบายและวิเคราะห์วิธีการหาคำตอบด้วยตัวเอง ด้วยการใช้คำถามเพื่อกระตุ้นให้นักเรียนได้แสดงความคิดด้วยการพูด อธิบาย รวมทั้งใช้คำอธิบายของนักเรียนเป็นพื้นฐานในการกำหนดบทเรียน ในขั้นนี้จึงเน้นการเอาคำตอบหลาย ๆ คำตอบจากนักเรียนในปัญหาหนึ่ง ๆ โดยใช้กลวิธีดังนี้

3.1.1 ถามคำถามเพื่อกระตุ้นและล้วงเอาคำตอบจากนักเรียนหลาย ๆ คำตอบจากปัญหาหนึ่ง ๆ

3.1.2 ครูให้เวลานักเรียนได้คิดและฟังคำอธิบายวิธีการแก้ปัญหาของนักเรียน

3.1.3 ปลุกฝังให้นักเรียนได้คิดอย่างละเอียด รอบคอบ

3.1.4 สื่อให้นักเรียนได้เห็นว่าคุณยอมรับในคำอธิบาย แนวคิด ทั้งที่ถูกและผิดของนักเรียนและแสดงให้นักเรียนได้เห็นว่าคุณเห็นถึงความพยายามของนักเรียน กล่าวชื่นชมกับคำตอบที่ได้ทุกคำตอบและให้กำลังใจนักเรียน

3.1.5 ให้โอกาสและสนับสนุนให้นักเรียนเป็นผู้อธิบายแนวคิดของตนเอง นำเสนอผลงาน แสดงความคิดเห็น เพื่อเป็นตัวเลือกในการตัดสินใจ

3.1.6 ส่งเสริมให้นักเรียนร่วมมือกันแก้ปัญหา โดยใช้การอภิปรายและวิเคราะห์ปัญหาร่วมกัน

3.1.7 ชี้แนะให้นักเรียนสังเกตรูปแบบ วิธีการ ความเหมือน-ความต่าง การเชื่อมโยงความสัมพันธ์และประเด็นสำคัญอื่น ๆ เพื่อให้นักเรียนได้คิดต่อยอดจากความคิดเดิม

3.1.8 การจัดกิจกรรมให้ตรงกับความสนใจของนักเรียน จะทำให้นักเรียนเกิดความรู้สึกต้องการมีส่วนร่วมด้วยความเต็มใจและพร้อมที่จะร่วมแสดงความคิดเห็นตอบคำถามหรือแก้ปัญหาอย่างเต็มความสามารถ

3.2 ชั้นสนับสนุนความคิด (Supporting) หลังจากการล้างความคิด และได้คำตอบหลาย ๆ คำตอบจากนักเรียนแล้ว ในขั้นตอนนี้เป็นการส่งเสริม สนับสนุนการคิดของนักเรียน ทั้งคนที่ออกมารายงานแสดงความคิด คนที่ไม่ได้ออกมารายงานแสดงความคิด นักเรียนทั้งชั้นและนักเรียนที่ต้องการความช่วยเหลือเป็นพิเศษ โดยใช้กลวิธี ดังนี้

3.2.1 ใช้คำถามกระตุ้นให้นักเรียนได้ระลึกถึงสถานการณ์ปัญหาที่มีลักษณะคล้ายคลึงกัน เพื่อให้เวลานักเรียนได้คิดตามในสิ่งที่ได้ทบทวนไป

3.2.2 ทบทวนความรู้พื้นฐานที่จำเป็นต่อการแก้ปัญหา รวมถึงกระบวนการแก้ปัญหา ให้นักเรียนร่วมกันวิเคราะห์ว่าจะต้องใช้ความรู้พื้นฐานอื่นใดอีกบ้าง รวมถึงให้นักเรียนช่วยกันทบทวนกระบวนการ ขั้นตอน วิธีการของความรู้พื้นฐานที่จะนำมาใช้ในการแก้ปัญหา

3.2.3 ทบทวน อธิบายวิธีการแก้ปัญหาของนักเรียนทุกวิธีที่นำเสนออย่างช้า ๆ ตามลำดับขั้นตอน เพื่อให้เวลานักเรียนได้คิดตามในสิ่งที่ได้ทบทวนไป และเขียนสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์แทนวิธีการแก้ปัญหาแต่ละวิธีบนกระดาน

3.2.4 ช่วยเหลือ สนับสนุนนักเรียนที่คิดไม่ทันเพื่อน และนักเรียนที่คิดได้ไกล/ลึกซึ้งกว่าเพื่อน ๆ คนอื่น

3.2.5 ฝึกให้นักเรียนสังเกตในประเด็นที่สำคัญและเป็นประโยชน์ ชี้แนะให้นักเรียนรู้จักเรียนรู้จากความแตกต่างและความผิดพลาด รวมถึงชี้แนะจุดที่นักเรียนเข้าใจคลาดเคลื่อน

3.3 ชั้นขยายความคิด (Extending) เป็นขั้นตอนที่ครูรักษามาตรฐานและสิ่งทีคาดหวังสำหรับนักเรียนทุกคน โดยขยาย ปรับปัญหาเดิมหรือเปลี่ยนปัญหาใหม่ พร้อมทั้งขยายความคิดของนักเรียนด้วยการกระตุ้นให้สะท้อนความคิดทางคณิตศาสตร์และหาวิธีการอื่น ๆ โดยใช้กลวิธี ดังนี้

3.3.1 รักษามาตรฐานและสิ่งที่คาดหวังสำหรับนักเรียนทุกคน ด้วยการถามคำถามเพื่อให้นักเรียนพยายามแก้ปัญหาที่ยากขึ้นจากการปรับ ขยาย เงื่อนไขปัญหา เดิมหรือเปลี่ยนปัญหาใหม่

3.3.2 ส่งเสริมให้นักเรียนสามารถเขียนหลักการโดยทั่วไปของ เรื่องที่เรียนได้

3.3.3 เขียนวิธีการแก้ปัญหาทุกวิธีบนกระดานเพื่อสะท้อนแนวคิด

3.3.4 ครูต้องส่งเสริมให้นักเรียนเลือกใช้วิธีการแก้ปัญหาที่มี ประสิทธิภาพมากกว่า จากการให้นักเรียนได้เรียนรู้วิธีการที่แตกต่าง เรียนรู้ที่จะเปรียบเทียบ ประสิทธิภาพของวิธีการเหล่านั้น วิเคราะห์ถึงความเหมาะสมในการนำไปใช้ เลือกวิธีการ แก้ปัญหาที่ตนเองถนัดและมีประสิทธิภาพ

3.3.5 จัดกิจกรรมที่ส่งเสริมให้นักเรียนเกิดความ ใฝ่รู้ใฝ่เรียน รักความท้าทาย และพยายามหาวิธีการ คำตอบอื่น ๆ ในการแก้ปัญหา

3.3.6 ให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดและให้นักเรียนได้ฝึกฝน ซึ่งต้อง ตรวจสอบความถูกต้องทุกครั้งและชี้แนะในจุดที่ผิดพลาดในทันที โดยไม่ทำให้นักเรียน เกิดความรู้สึกอายหรือกลัวโทษนักเรียน

3.3.7 ใช้คำถามช่วยชี้แนะให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้ด้วยตนเอง จากการสังเกตอย่างเป็นขั้นตอน หรือตอบคำถามของนักเรียนด้วยการถามคำถามย้อนกลับ ให้นักเรียนได้คิด พิจารณา จนเกิดการเรียนรู้ด้วยตนเอง

3.3.8 ให้นักเรียนฝึกเรียนรู้ที่จะตรวจสอบข้อมูลที่ได้ มากกว่า การเชื่อโดยไม่ตรวจสอบหรือไตร่ตรองก่อน

3.3.9 สร้างความมั่นใจในการสื่อสารให้กับนักเรียน ให้สามารถ สื่อสารเพื่อนำเสนอแนวคิดของตนเองได้ โดยครูต้องเป็นผู้สนับสนุนที่ดี

ทั้งสามขั้นตอนมีความสัมพันธ์เกี่ยวเนื่องกัน ดังนี้

1. ขั้นล้างความคิดและขั้นสนับสนุนความคิด มีความสัมพันธ์ เกี่ยวเนื่องกันในส่วนของการที่ครูจะต้องให้เวลานักเรียนในการคิด ให้การสนับสนุนให้นักเรียน บอกเล่าแนวคิดของตนเอง และมีการซักถามเพื่อช่วยให้นักเรียนอธิบายวิธีการแก้ปัญหาของ ตนเองได้ดีขึ้น

2. ขั้นล้างความคิดและขั้นขยายความคิด มีความสัมพันธ์ เกี่ยวเนื่องกันในส่วนของการที่ครูจะต้องมีการซักถามนักเรียนทั้งชั้นอย่างทั่วถึง เพื่อเพิ่มทางเลือก

ในการแก้ปัญหา โดยใช้คำถามที่ท้าทายอย่างต่อเนื่อง ช่วยเน้นย้ำในประเด็นที่สำคัญ ให้นักเรียนใช้เวลา นักเรียนในการคิด ให้การสนับสนุนนักเรียนในการบอกเล่าแนวคิดของตนเองและให้นักเรียน ได้มีโอกาสในการเรียนรู้ในสภาพแวดล้อมที่ปลอดภัย

3. ขั้นสนับสนุนความคิดและชั้นขยายความคิด มีความสัมพันธ์ เกี่ยวเนื่องกันในส่วนของการที่ครูจะต้องมีการจัดการเรียนการสอนให้เหมาะสมกับระดับ พัฒนาการของนักเรียน มีการใช้คำถามที่ท้าทายอย่างต่อเนื่องและเป็นคำถามกระตุ้นการเรียนรู้ มีการอธิบายถึงข้อผิดพลาดหรือความเข้าใจที่คลาดเคลื่อนของนักเรียนในบางประเด็นและ มีกิจกรรมที่ส่งเสริมให้นักเรียนเกิดความใฝ่รู้ใฝ่เรียนและรักความท้าทาย

4. ขั้นล้วงความคิด ขั้นสนับสนุนความคิดและชั้นขยายความคิด มีความสัมพันธ์เกี่ยวเนื่องกันในส่วนของการที่ครูจะต้องมีการประเมินการคิดของนักเรียนอย่าง ต่อเนื่อง และปรับปรุงการสอนให้สอดคล้อง เหมาะสมกับนักเรียน และปรับการอภิปรายใน ชั้นเรียนให้เหมาะสมกับระดับพัฒนาการของนักเรียนอย่างต่อเนื่องสม่ำเสมอ

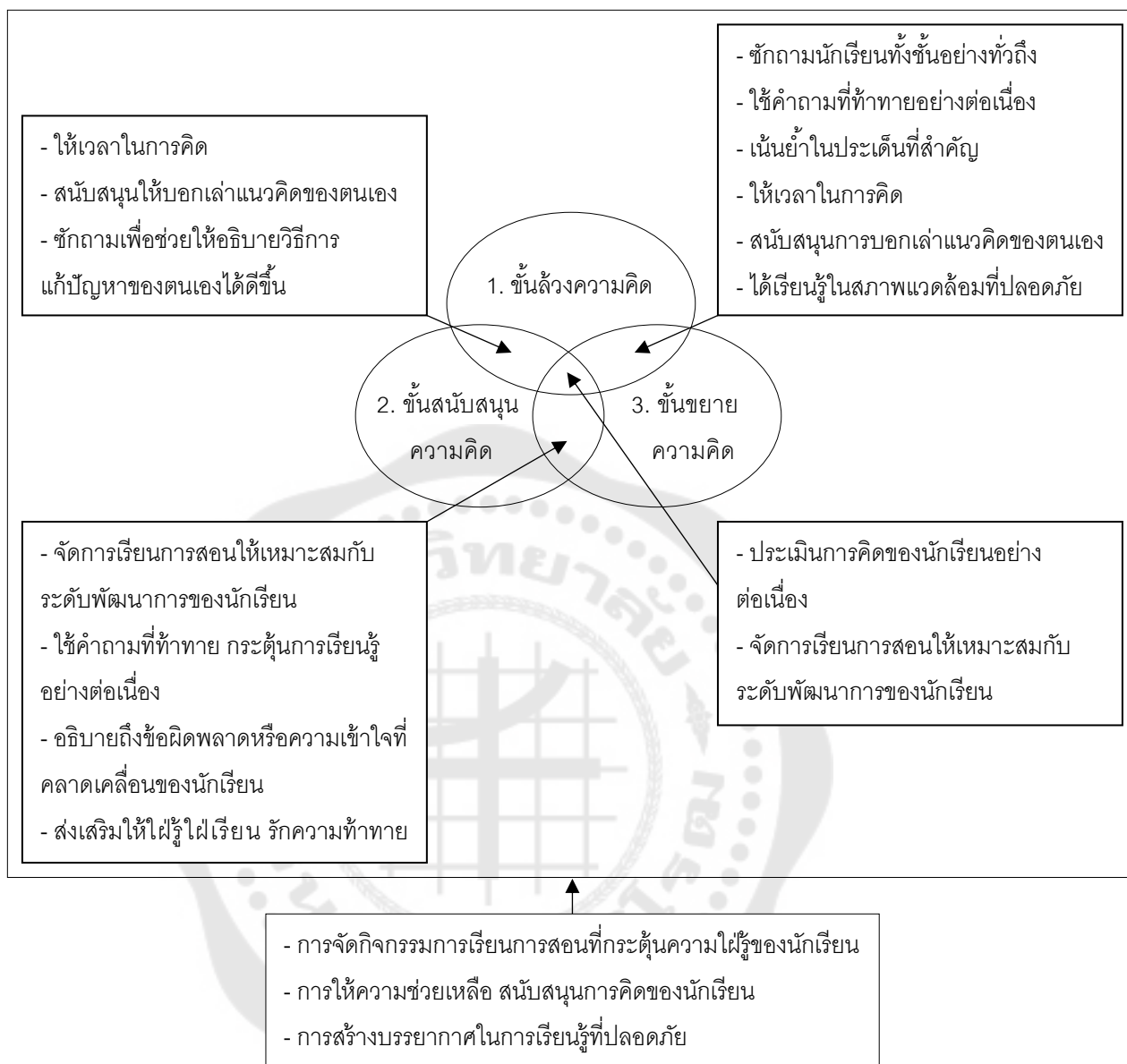
โดยทั้งหมดนี้จะต้องดำเนินการผ่านการองค์ประกอบ ต่อไปนี้

1. การจัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่กระตุ้นความใฝ่รู้ของนักเรียน
2. การให้ความช่วยเหลือ สนับสนุนการคิดของนักเรียนจาก

ครูผู้สอน

3. การสร้างบรรยากาศในการเรียนรู้ที่ปลอดภัย

ซึ่งได้พัฒนาโครงสร้างกระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการคิดเชิง คณิตศาสตร์ (ฉบับร่าง 2) ดังภาพประกอบ 9



ภาพประกอบ 9 โครงสร้างกระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ (ฉบับร่าง 2)

จากการนำกระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ (ฉบับร่าง 2) และแผนการจัดการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นเสนอต่อผู้เชี่ยวชาญ เพื่อตรวจสอบความเหมาะสมของกระบวนการเรียนการสอนในด้านองค์ประกอบของกระบวนการเรียนการสอน โดยองค์ประกอบที่ทำการประเมิน ได้แก่ หลักการของกระบวนการเรียนการสอน จุดมุ่งหมายของกระบวนการเรียนการสอนและขั้นตอนของกระบวนการเรียนการสอน ได้ผลการตรวจสอบความเหมาะสมของกระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ (ฉบับร่าง 2) ดังตาราง 19



ตาราง 19 ผลการตรวจสอบความเหมาะสมของกระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ (ฉบับร่าง 2)

องค์ประกอบของกระบวนการเรียนการสอน	M	SD	ระดับคุณภาพ
หลักการของกระบวนการเรียนการสอน	4.325	.367	เหมาะสมมาก
จุดมุ่งหมายของกระบวนการเรียนการสอน	4.167	.298	เหมาะสมมาก
ขั้นตอนของกระบวนการเรียนการสอน	4.289	.319	เหมาะสมมาก
<b>เฉลี่ยรวม</b>	<b>4.260</b>	<b>.262</b>	<b>เหมาะสมมาก</b>

จากตาราง 19 ผลการตรวจสอบความเหมาะสมของกระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ (ฉบับร่าง 2) ปรากฏว่า กระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ (ฉบับร่าง 2) มีค่าเฉลี่ยรวมในทุกองค์ประกอบเท่ากับ 4.260 และมีค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ .262 มีความเหมาะสมอยู่ในระดับมาก โดยองค์ประกอบที่มีค่าเฉลี่ยสูงสุดคือ หลักการของกระบวนการเรียนการสอน มีค่าเฉลี่ยเท่ากับ 4.325 และมีค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ .367 รองลงมาคือ ขั้นตอนของกระบวนการเรียนการสอน มีค่าเฉลี่ยเท่ากับ 4.289 และมีค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ .319 และองค์ประกอบที่มีค่าเฉลี่ยต่ำสุดคือ จุดมุ่งหมายของกระบวนการเรียนการสอน มีค่าเฉลี่ยเท่ากับ 4.167 และมีค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ .298 ซึ่งทุกองค์ประกอบมีความเหมาะสมอยู่ในระดับมาก นอกจากนี้ผู้เชี่ยวชาญยังให้ข้อเสนอแนะเพิ่มเติมเพื่อปรับปรุงแก้ไขกระบวนการเรียนการสอน ในส่วนของความเหมาะสมของเวลาที่ใช้ในการจัดการเรียนการสอน และการจัดกิจกรรมที่พัฒนาการคิดเชิงคณิตศาสตร์ในแต่ละองค์ประกอบ ซึ่งผู้วิจัยได้นำไปดำเนินการปรับปรุงแก้ไขตามคำแนะนำและนำไปทดลองใช้กับนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง โดยมีแนวทางในการจัดทำแผนการจัดการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ (ฉบับร่าง 2) ดังตัวอย่างต่อไปนี้

## ตัวอย่างแผนการจัดการเรียนรู้

### แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 8

หน่วยการเรียนรู้ที่ 3

เรื่อง สถิติ

เวลา 1 ชั่วโมง

รหัสวิชา ค23102 รายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน 6 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

\*\*\*\*\*

#### 1. มาตรฐานการเรียนรู้ / ตัวชี้วัด

##### 1.1 ตัวชี้วัด/ผลการเรียนรู้

มาตรฐาน ค5.1 เข้าใจและใช้วิธีการทางสถิติในการวิเคราะห์ข้อมูล

ตัวชี้วัด ม.3/3 นำเสนอข้อมูลในรูปแบบที่เหมาะสม

ม.3/4 อ่าน แปลความหมาย และวิเคราะห์ข้อมูลที่ได้จากการนำเสนอ

มาตรฐาน ค5.3 ใช้ความรู้เกี่ยวกับสถิติและความน่าจะเป็นช่วยในการตัดสินใจและแก้ปัญหา

ตัวชี้วัด ม.3/1 ใช้ความรู้เกี่ยวกับสถิติและความน่าจะเป็นประกอบการตัดสินใจในสถานการณ์ต่าง ๆ

มาตรฐาน ค6.1 มีความสามารถในการแก้ปัญหา การให้เหตุผล การสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และการนำเสนอ การเชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ และมีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์

ตัวชี้วัด ม.3/1 ใช้วิธีการที่หลากหลายแก้ปัญหา

ม.3/2 ใช้ความรู้ ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์และเทคโนโลยีในการแก้ปัญหาในสถานการณ์ต่าง ๆ ได้อย่างเหมาะสม

ม.3/3 ให้เหตุผลประกอบการตัดสินใจและสรุปผลได้อย่างเหมาะสม

ม.3/4 ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการสื่อสาร การสื่อความหมายและการนำเสนอได้อย่างถูกต้องชัดเจน

ม.3/5 เชื่อมโยงความรู้เนื้อหาต่าง ๆ ในคณิตศาสตร์ และนำความรู้หลักการกระบวนการ ทางคณิตศาสตร์ไปเชื่อมโยงกับศาสตร์อื่น ๆ

ม.3/6 มีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์

##### 1.2 จุดประสงค์การเรียนรู้

เพื่อให้นักเรียนสามารถอ่าน แปลความหมาย และวิเคราะห์ข้อมูลที่ได้จากการนำเสนอ

#### 2. สาระสำคัญ

การนำเสนอข้อมูลด้วยแผนภูมิรูปภาพ หลักการคือ เสนอข้อมูลอะไรก็ใช้ภาพของข้อมูลนั้น ภาพที่ใช้นิยมเป็นภาพทึบ (solid) มีหมายเหตุบอกไว้ว่า 1 ภาพใช้แทนปริมาณข้อมูลเท่าใด ถ้าแสดงข้อมูลไม่เต็มปริมาณนั้นก็ตัดภาพให้ลดลงตามส่วน

#### 3. สาระการเรียนรู้

##### 3.1 ความรู้ (K)

- สาระการเรียนรู้แกนกลาง

1) การนำเสนอข้อมูลในรูปแบบที่เหมาะสมและการนำไปใช้

ตัวอย่างต่อ

2) การใช้ความรู้เกี่ยวกับสถิติและความน่าจะเป็นประกอบการตัดสินใจในสถานการณ์ต่าง ๆ พร้อมทั้งอภิปรายถึงความคลาดเคลื่อนที่อาจเกิดขึ้นได้จากการนำเสนอข้อมูลทางสถิติ

- **สาระการเรียนรู้ท้องถิ่น**

-

### 3.2 ทักษะ/กระบวนการ (P)

- 1) การพัฒนาทักษะ/กระบวนการแก้ปัญหา
- 2) การพัฒนาทักษะ/กระบวนการให้เหตุผล
- 3) การพัฒนาทักษะ/กระบวนการสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และการนำเสนอ
- 4) การพัฒนาทักษะ/กระบวนการเชื่อมโยง

### 3.3 คุณลักษณะ (A)

- 1) ใฝ่เรียนรู้
- 2) มุ่งมั่นในการทำงาน

## 4. สมรรถนะสำคัญของผู้เรียน

- 4.1 ความสามารถในการสื่อสาร
- 4.2 ความสามารถในการคิด
  - ทักษะการคิดวิเคราะห์
  - ทักษะการคิดอย่างมีวิจารณญาณ
  - ทักษะการคิดแก้ปัญหา

4.3 ความสามารถในการแก้ปัญหา

## 5. ชิ้นงาน/ภาระงาน (รวบยอด)

-

## 6. การวัดและการประเมินผล

- 6.1 สังเกตพฤติกรรมการตอบคำถาม การแสดงความคิด
- 6.2 สังเกตพฤติกรรมการทำงานรายบุคคล
- 6.3 สังเกตพฤติกรรมการทำงานรายกลุ่ม/คู่
- 6.4 ตรวจแบบฝึกหัด
- 6.5 ประเมินผลงานนักเรียนเป็นรายบุคคล
- 6.6 ประเมินผลงานกลุ่ม/คู่

## 7. กิจกรรมการเรียนรู้

ชั่วโมงที่ 11 การนำเสนอข้อมูลด้วยแผนภูมิรูปภาพ

### ขั้นลึวงความคิด

1. ครูสนทนากับนักเรียนเกี่ยวกับการนำเสนอข้อมูลว่า นอกจากการนำเสนอข้อมูลในรูปตาราง

## ตัวอย่างต่อ

แจกแจงความถี่และฮิสโทแกรมแล้ว นักเรียนคิดว่ามีการนำเสนอข้อมูลด้วยวิธีอื่นอีกหรือไม่ ครูให้นักเรียนยกมือตอบคำถาม โดยมีการถามคำถามอย่างต่อเนื่องจากคำตอบของนักเรียนเพื่อให้นักเรียนได้แสดงความคิดเห็นได้ สื่อสารสิ่งที่ตนเองเรียนรู้ออกมาให้ได้มากที่สุด เพื่อต่อยอดจากคำตอบของเพื่อนที่สื่อสารออกมาก่อนหน้า อีกทั้งกระตุ้นให้นักเรียนได้ร่วมอภิปราย ตอบคำถาม อย่างทั่วถึง สื่อให้นักเรียนได้เห็นว่าคุณยอมรับในคำอธิบาย แนวคิด ทั้งที่ถูกและผิดของนักเรียน และแสดงให้นักเรียนได้เห็นว่าคุณเห็นถึงความพยายามของนักเรียน ให้กำลังใจกล่าวชื่นชมกับคำตอบที่ได้ทุกคำตอบ ส่งเสริมให้นักเรียนอภิปราย และวิเคราะห์ปัญหาหาคำตอบร่วมกัน

2. ครูให้นักเรียนค้นหาข้อมูลจากอินเทอร์เน็ตว่า มีการนำเสนอข้อมูลในรูปแบบใดบ้าง โดยใช้โทรศัพท์มือถือของตนเองในการค้นหาข้อมูล ครูชี้แนะให้นักเรียนสังเกตรูปแบบ วิธีการนำเสนอข้อมูล ความเหมือน-ความต่างของแต่ละรูปแบบ เพื่อให้นักเรียนได้คิดต่อยอดจากความรู้เดิม และให้นักเรียนช่วยกันบอกว่าการค้นพบการนำเสนอข้อมูลในรูปแบบใดบ้าง






3. จากที่ครูได้ให้นักเรียนค้นหาข้อมูลจากอินเทอร์เน็ตว่า มีการนำเสนอข้อมูลในรูปแบบใดบ้าง ครูให้นักเรียนช่วยกันบอกว่าคุณค่าสำคัญในการสืบค้นคืออะไร โดยครูใช้คอมพิวเตอร์และฉายขึ้นจอโปรเจคเตอร์ให้นักเรียนได้เห็น พร้อม ๆ กัน ครูทดลองใช้ค่าสำคัญที่นักเรียนเสนอมาในการค้นหาข้อมูล และให้นักเรียนเปรียบเทียบว่า ค่าสำคัญต่าง ๆ ที่ใช้ในการสืบค้นข้อมูล ได้ข้อมูลเหมือนหรือต่างกันอย่างไร และควรใช้ค่าสำคัญอะไรในการสืบค้น ชี้แนะให้นักเรียนสังเกตรูปแบบ วิธีการนำเสนอข้อมูลที่สืบค้นได้ ความเหมือน-ความต่างของแต่ละรูปแบบ การเชื่อมโยงความสัมพันธ์ และประเด็นสำคัญอื่น ๆ เพื่อให้นักเรียนได้คิดต่อยอดจากข้อมูลเดิม

### ขั้นสนับสนุนความคิด

1. ครูให้นักเรียนร่วมกันสรุปว่า วิธีการนำเสนอข้อมูลที่นักเรียนค้นพบมีวิธีการใดบ้าง แต่ละวิธีมีลักษณะอย่างไร และชี้แจงให้นักเรียนทราบว่า ในระดับชั้นนี้จะเรียนรู้วิธีการนำเสนอข้อมูลในอีก 4 รูปแบบ ได้แก่ การนำเสนอข้อมูลด้วยแผนภูมิรูปภาพ การนำเสนอข้อมูลด้วยแผนภูมิแท่ง การนำเสนอข้อมูลด้วยกราฟเส้น และการนำเสนอข้อมูลด้วยแผนภูมิวงกลม ตามลำดับ

2. ครูทบทวนความรู้พื้นฐานเกี่ยวกับการนำเสนอข้อมูลด้วยแผนภูมิรูปภาพ ด้วยการนำแผนภูมิรูปภาพมาให้ให้นักเรียนพิจารณา ดังนี้

แผนภูมิรูปภาพแสดงจำนวนผลไม้ที่มาลีซื้อจากตลาดเพื่อจัดงานเลี้ยง

ส้ม	
แอปเปิล	
แตงโม	
แคนตาลูป	
สตอเบอรี่	

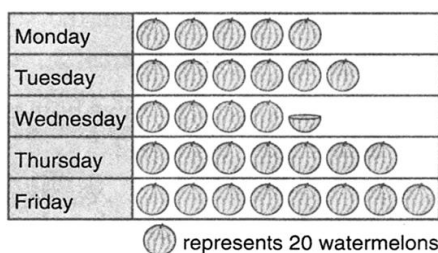
กำหนดให้รูปผลไม้ 1 รูป แทนจำนวนผลไม้ 5 ผล

ให้นักเรียนตอบคำถามต่อไปนี้

2.1 มาลีซื้อส้มมาทั้งหมดกี่ผล (ตอบ 60 ผล)

ตัวอย่างต่อ

- 2.2 มาลีซื้อผลไม้ชนิดใดมากที่สุด (ตอบ แอปเปิ้ล)
  - 2.3 มาลีซื้อผลไม้ชนิดได้น้อยที่สุด (ตอบ แตงโม)
  - 2.4 มาลีซื้อส้มมากกว่าแตงโมกี่ผล (ตอบ 15 ผล)
3. ครูนำแผนภูมิรูปภาพมาให้นักเรียนพิจารณาเป็นข้อต่อไป ดังนี้
- แผนภูมิรูปภาพแสดงจำนวนแตงโมที่เก็บในวันจันทร์ถึงวันศุกร์ที่ไร่แห่งหนึ่ง



ให้นักเรียนตอบคำถามต่อไปนี้

- 3.1 วันใดที่เก็บแตงโมได้น้อยที่สุด (ตอบ วันพุธ)
- 3.2 วันใดที่เก็บแตงโมได้มากที่สุด (ตอบ วันศุกร์)
- 3.3 วันพฤหัสบดีเก็บแตงโมได้มากกว่าวันอังคารกี่ผล (ตอบ 20 ผล)
- 3.4 ผลรวมของจำนวนแตงโมที่เก็บได้ใน 5 วัน เป็นเท่าไร (ตอบ 610 ผล)
- 3.5 ถ้าแตงโมราคาผลละ 30 บาท จะขายแตงโมได้เงินทั้งหมดกี่บาท (ตอบ 18,300 บาท)

### ขั้นขยายความคิด

1. ครูให้นักเรียนจับคู่ และให้นักเรียนแต่ละคู่ช่วยกันตอบคำถามเกี่ยวกับแผนภูมิรูปภาพจากแบบฝึกหัด ใน Exercise 7 โดยครูเป็นเดินตรวจสอบความถูกต้อง ชี้แนะ ให้คำปรึกษา แนะนำเพิ่มเติมในส่วนที่ยังไม่สมบูรณ์ ส่งเสริมให้นักเรียนเลือกใช้วิธีการแก้ปัญหาที่มีประสิทธิภาพมากกว่า
2. เมื่อเดินดูแล้วพบว่านักเรียนทำแบบฝึกหัดข้อแรกเสร็จเรียบร้อยแล้ว ครูให้นักเรียนช่วยกันเฉลยคำตอบของแบบฝึกหัดข้อแรก และเมื่อเฉลยข้อแรกเสร็จแล้ว จึงให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดต่อไปได้ และเมื่อเดินดูแล้วพบว่านักเรียนทำแบบฝึกหัดข้อต่อไปเสร็จแล้วจึงทยอยเฉลยข้อต่อ ๆ ไป เพื่อให้นักเรียนได้ทราบว่าสิ่งที่ทำไปถูกต้องหรือไม่ ถ้าไม่ถูกต้องจะได้แก้ไขในทันที และไม่ทำผิดพลาดอีกในข้อต่อไปเนื่องจากมีบทเรียนแล้ว ได้เห็นถึงจุดที่ผิดพลาดแล้ว โดยไม่ทำให้นักเรียนเกิดความรู้สึกอายหรือกลัวโทษนักเรียน แต่เป็นการให้นักเรียนได้ตรวจงานของตนเองและประเมินตนเอง การทำเช่นนี้ทำให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้ด้วยตนเองจากการสังเกต เรียนรู้จากความผิดพลาด จนเกิดการเรียนรู้ด้วยตนเอง เป็นการฝึกให้นักเรียนเรียนรู้ที่จะตรวจสอบคำตอบของตนเอง ฝึกความรอบคอบ รู้จักไตร่ตรองงานของตนเอง
3. ถ้านักเรียนทำแบบฝึกหัดไม่เสร็จให้นักเรียนนำกลับไปทำเป็นการบ้าน

## 8. สื่อ / แหล่งการเรียนรู้

### 8.1 สื่อการเรียนรู้

- 1) เอกสารประกอบการเรียนรู้ เรื่อง สถิติ (Statistics)

ตัวอย่างต่อ

8.2 แหล่งการเรียนรู้

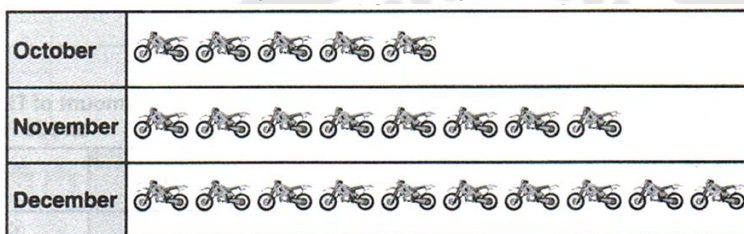
- 1) ห้องสมุดโรงเรียน
- 2) ห้องสมุดกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์
- 3) Internet

เอกสารประกอบการเรียนรู้ เรื่อง สถิติ (Exercise 7 ในส่วนที่ให้นักเรียนทำกิจกรรม)

Exercise 7


1. State the information that can be obtained from the following pictograms.

Number of Motorcycles Sold in a City



The pictogram shows the number of motorcycles sold in a city over a period of 3 months.

**Example** The fewest number of motorcycles were sold in the month of October.

 represents 20 motorcycles

- (a) Find the difference between the number of motorcycles sold in November and that sold in October. ....
- (b) The total number of motorcycles sold in October and November was ..... more than that sold in December. ....
- (c) Find the ratio of the number of motorcycles sold in November to that sold in December. ....


2. Solve the following problems based on the given pictograms.

(a) The pictogram shows the sales of a new album by a popular singer over a period of 3 months.

Sales of New Albums January through March.



**Example** How many albums were sold in March? 20,000 albums

 represents 5000 albums

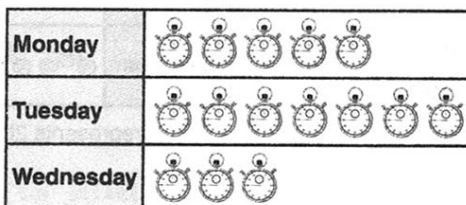
- (1) Find the ratio of the album sales in January to that in February.....
- (2) Calculate the total number of albums sold in the 3 months. ....
- (3) Express the album sales in February as a percentage of the total album sales over the 3 months. ....



ตัวอย่างต่อ

(b) The pictogram shows the amount of time Chet spent doing his homework on 3 different days.

Amount of Time Chet Spent on His Homework



represents 10 minutes

(1) How much less time did Chet spend doing homework on Wednesday compared to Monday?

.....

(2) Calculate the total time Chet spent doing homework in hours and minutes.

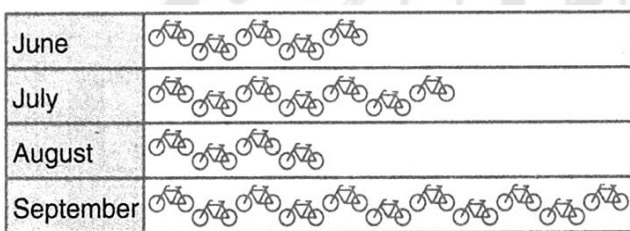
.....

(3) Express the time spent doing homework for Monday, Tuesday and Wednesday as a ratio.

.....

3. The pictogram shows the number of bicycles sold by a shop over a period of 4 months.

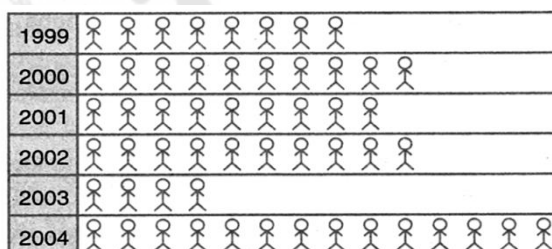
Bicycle Sales for a Shop from June to September



represents 2 bicycles

4. The pictogram shows the number of tourists to an island resort from 1999 to 2004.

Number of Tourists to an Island Resort



represents 2000 tourists

Take 3 questions from each pictogram in item 3. and item 4.

5. The table below shows the types and the respective number of cars sold over a month. The data are represented by pictograms using the symbol  $\Delta$  to represent 5 cars. How many symbols are required to represent the number of the best-selling type of car?

Type of cars	Number of cars sold
<i>S</i>	15
<i>T</i>	20
<i>U</i>	55

.....  
 .....  
 .....

จากผลการพัฒนากระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ (ฉบับร่าง 2) ในรอบที่ 1 นี้ ผู้วิจัยได้นำไปดำเนินการวิจัยเชิงทดลองในรอบที่ 2 ต่อไป

## รอบที่ 2

ดำเนินการวิจัยเชิงทดลอง จัดการเรียนการสอนโดยใช้แผนการจัดการเรียนรู้ โดยใช้กระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น จากกระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ (ฉบับร่าง 2) จากรอบที่ 1 ใช้เนื้อหาเรื่อง สถิติ ในการจัดการเรียนการสอน ระยะเวลาที่ใช้ จำนวน 20 คาบเรียน คาบเรียนละ 50 นาที จากการทดลองใช้กระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ (ฉบับร่าง 2) ผู้วิจัยรวบรวมข้อมูลจากการสังเกต การวิเคราะห์เอกสารและผลที่เกิดขึ้นกับนักเรียน มาวิเคราะห์เพื่อเป็นแนวทางในการพัฒนาและปรับปรุงกระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ ดังนี้

ตาราง 20 ผลการวิเคราะห์ข้อมูลจากการทดลองใช้กระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ (ฉบับร่าง 2)

ประเด็นการปรับปรุงพัฒนา	แนวทางดำเนินการปรับปรุงพัฒนา
<b>ชั้นล่างความคิด</b>	
1. การส่งเสริมให้นักเรียนร่วมมือกันแก้ปัญหา โดยใช้การอภิปรายและวิเคราะห์ปัญหาร่วมกัน	เพิ่มปริมาณ : มีกิจกรรมให้นักเรียนได้มีการอภิปรายแลกเปลี่ยนความคิดเห็น วิเคราะห์ปัญหาร่วมกันมากขึ้น และฝึกฝนให้นักเรียนกล้าที่จะสื่อสาร แสดงความคิดเห็นของตนเองให้ผู้อื่นได้รับรู้
2. การชี้แนะให้นักเรียนสังเกตรูปแบบ วิธีการ ความเหมือน-ความต่าง การเชื่อมโยงความสัมพันธ์ และประเด็นสำคัญอื่น ๆ เพื่อให้นักเรียนได้คิดต่อยอดจากความคิดเดิม	เพิ่มปริมาณ : ฝึกให้นักเรียนสังเกตรูปแบบ วิธีการ ความเหมือน-ความต่าง ความสัมพันธ์ของสิ่งที่นักเรียนได้เรียนรู้ และฝึกให้นักเรียนได้คิดต่อยอดจากสิ่งที่พบมากขึ้น
<b>ชั้นสนับสนุนความคิด</b>	
1. การให้นักเรียนร่วมกันวิเคราะห์ว่าจะต้องใช้ความรู้พื้นฐานอื่นใดอีกบ้าง	เพิ่มปริมาณ : เพิ่มเติมขั้นตอนหรือช่วงเวลาในการให้นักเรียนร่วมกันวิเคราะห์ว่าจะต้องใช้ความรู้พื้นฐานอื่นใดอีกบ้าง

ตาราง 20 (ต่อ)

ประเด็นการปรับปรุงพัฒนา	แนวทางดำเนินการปรับปรุงพัฒนา
2. การฝึกให้นักเรียนสังเกตในประเด็นที่สำคัญ และเป็นประโยชน์ เรียนรู้จากความแตกต่างและความผิดพลาด	เพิ่มปริมาณ : เพิ่มเต็มขั้นตอนหรือช่วงเวลาในการฝึกให้นักเรียนสังเกตประเด็นที่สำคัญ และเป็นประโยชน์ เรียนรู้จากความแตกต่างระหว่างงานของตนเองและเพื่อน และเรียนรู้จากความผิดพลาดเพื่อให้เป็นบทเรียนที่จะไม่ทำผิดพลาดซ้ำอีก
<b>ชั้นขยายความคิด</b>	
1. การส่งเสริมให้นักเรียนสามารถเขียนหลักการโดยทั่วไปของเรื่องที่เรียนได้	เพิ่มปริมาณ : มีกิจกรรมที่ส่งเสริมให้นักเรียนได้เขียนหลักการโดยทั่วไปของเรื่องที่เรียนอย่างสม่ำเสมอ และมีการตรวจสอบความถูกต้องทุกครั้ง เพื่อเป็นการฝึกฝนนักเรียนอย่างต่อเนื่อง
2. การฝึกให้นักเรียนเรียนรู้ที่จะตรวจสอบข้อมูลที่ได้	เพิ่มปริมาณ : ฝึกให้นักเรียนเรียนรู้ที่จะตรวจสอบข้อมูลที่ได้ มากกว่าการเชื่อโดยไม่ตรวจสอบหรือไตร่ตรองก่อน มีกิจกรรมที่ให้นักเรียนได้รับประสบการณ์จากการที่ไม่ตรวจสอบหรือไตร่ตรองข้อมูลก่อนซึ่งทำให้เกิดความเสียหาย
3. การสร้างความมั่นใจในการสื่อสารให้กับนักเรียน	เพิ่มปริมาณ : สร้างความมั่นใจในการสื่อสารให้กับนักเรียน มีกิจกรรมที่ฝึกให้นักเรียนได้นำเสนอ สื่อสารอยู่เสมอ โดยครูเป็นผู้สนับสนุน ช่วยเหลือ ชี้แนะ และให้กำลังใจ

จากผลการวิเคราะห์ข้อมูลการทดลองใช้กระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ (ฉบับร่าง 2) ดังตาราง 20 ผู้วิจัยได้นำผลการวิเคราะห์ข้อมูลดังกล่าวมาเป็นแนวทางในการปรับปรุงและพัฒนากระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ (ฉบับร่าง 2) โดยพบว่า ผลการวิเคราะห์ข้อมูลไม่มีการปรับเปลี่ยนในส่วนขององค์ประกอบและกลวิธีที่ใช้ในแต่ละองค์ประกอบ แต่เพิ่มความเข้มข้นของกิจกรรมและระยะเวลาที่ใช้ โดยมีประเด็นการปรับปรุงพัฒนาและแนวทางดำเนินการปรับปรุงพัฒนาที่เป็นข้อสะท้อนคิด ดังนี้

ขั้นล้วงความคิด ควรเพิ่มความเข้มข้นของกิจกรรมและระยะเวลาของกลวิธี ดังต่อไปนี้ให้มากขึ้น 1) การส่งเสริมให้นักเรียนร่วมมือกันแก้ปัญหา โดยใช้การอภิปรายและวิเคราะห์ปัญหาพร้อมกัน ควรมีกิจกรรมให้นักเรียนได้แลกเปลี่ยนความคิดเห็นและฝึกฝนให้นักเรียนกล้าที่จะสื่อสาร แสดงความคิดเห็นของตนเองให้ผู้อื่นได้รับรู้มากขึ้น ซึ่งที่ผ่านมานักเรียนกล้าที่จะสื่อสาร แสดงความคิดเห็นของตนเองมากขึ้น แต่ยังไม่เพียงพอที่จะใช้ในการอภิปรายและวิเคราะห์ปัญหาพร้อมกัน ดังนั้นจึงควรมีกิจกรรมที่ให้นักเรียนได้ฝึกฝน โดยเฉพาะกิจกรรมที่เป็นการสื่อสาร แสดงความคิดเห็นในเชิงวิชาการ ใช้การอภิปรายและวิเคราะห์ปัญหาพร้อมกันให้มากขึ้น 2) การให้คำชี้แนะและฝึกให้นักเรียนสังเกตรูปแบบ วิธีการ ความเหมือน-ความต่าง การเชื่อมโยงความสัมพันธ์ของสิ่งที่นักเรียนได้เรียนรู้และประเด็นสำคัญอื่น ๆ และฝึกให้นักเรียนได้คิดต่อยอดจากสิ่งที่พบมากขึ้น เนื่องจากการสังเกตจะเป็นจุดเริ่มต้นที่สำคัญในการเชื่อมโยงสิ่งต่าง ๆ เข้าด้วยกัน ไม่ว่าจะเป็นเนื้อหาความรู้กับการนำไปใช้หรือการต่อยอดความรู้ไปในระดับที่สูงขึ้นก็ตาม ดังนั้นกิจกรรมที่จัดควรเป็นกิจกรรมที่ให้นักเรียนได้ฝึกการสังเกต เช่น การกำหนดสถานการณ์ที่ต้องใช้การสังเกตรูปแบบ ความสัมพันธ์ หรือความเหมือน-ความต่าง เป็นต้น

ขั้นสนับสนุนความคิด ควรเพิ่มความเข้มข้นของกิจกรรมและระยะเวลาของกลวิธี ดังต่อไปนี้ให้มากขึ้น 1) เพิ่มขั้นตอนหรือช่วงเวลาในการให้นักเรียนร่วมกันวิเคราะห์ว่า จะต้องใช้ความรู้พื้นฐานอื่นใดอีกบ้าง เนื่องจากนักเรียนบางคนมีพื้นฐานความรู้มาก่อนข้างน้อย ดังนั้นจึงควรมีช่วงเวลาให้นักเรียนได้ทบทวน ซึ่งวิธีการให้นักเรียนร่วมกันวิเคราะห์ว่าจะต้องใช้ความรู้พื้นฐานใดอีกบ้างนี้ เป็นการช่วยเหลือนักเรียนที่อ่อนกว่าให้ได้รับการช่วยเหลือจากเพื่อนในห้องเรียน ให้นักเรียนได้เรียนรู้ไปพร้อม ๆ กันกับเพื่อน ได้ปรับพื้นฐานตนเองให้ดีขึ้น เพราะถ้าให้นักเรียนแต่ละคนคิดเองก็จะยิ่งทำให้นักเรียนที่มีพื้นฐานรู้น้อยลำบากมากขึ้น คิดไม่ออก และในที่สุดคือนักเรียนไม่คิด แต่ถ้ามีกิจกรรมให้ร่วมกันคิด อย่างน้อยที่สุดนักเรียนที่อ่อนก็จะได้คิดตาม 2) เพิ่มขั้นตอนหรือช่วงเวลาในการฝึกให้นักเรียนสังเกตในประเด็นที่สำคัญและเป็นประโยชน์ ชี้แนะให้นักเรียนรู้จักเรียนรู้จากความแตกต่างระหว่างงานของตนเองและเพื่อน และเรียนรู้จากความผิดพลาดเพื่อให้เป็นบทเรียนที่จะนำมาพัฒนาตนเองให้ไม่ทำผิดพลาดซ้ำอีก นักเรียนบางคนมีปัญหา คือ จดจำวิธีการบางวิธีการที่ผิดไปแล้ว ดังนั้นครูจะต้องมีกิจกรรมให้นักเรียนได้เรียนรู้วิธีการใหม่ที่ถูกต้องโดยการทำซ้ำ ๆ บ่อยครั้งมากขึ้น เพื่อให้นักเรียนคุ้นเคยกับวิธีการที่ถูกต้อง

ขั้นขยายความคิด ควรเพิ่มความเข้มข้นของกิจกรรมและระยะเวลาของกลวิธี ดังต่อไปนี้ให้มากขึ้น 1) มีกิจกรรมที่ส่งเสริมให้นักเรียนได้เขียนหลักการโดยทั่วไปของเรื่องที่เรียนได้ และมีการตรวจสอบความถูกต้องทุกครั้ง เพื่อเป็นการฝึกฝนนักเรียนอย่างต่อเนื่อง โดยกิจกรรมนี้

ควรเริ่มจากการฝึกฝนให้นักเรียนรู้จักสรุปความรู้ที่ได้ในแต่ละคาบเรียนก่อน จากนั้นจึงให้นักเรียนฝึกเขียนจากการเขียนสรุปความรู้ที่เป็นข้อความสั้น ๆ และค่อย ๆ พัฒนาเป็นข้อความที่ยาวขึ้น มีความซับซ้อนมากขึ้น เนื่องจากการเขียนหลักการโดยทั่วไปของเรื่องที่เรียนเป็นเรื่องที่ยากมากสำหรับนักเรียน ดังนั้นจะต้องมีความสม่ำเสมอในการฝึกและให้เวลากับการฝึกฝนค่อนข้างมาก โดยดำเนินการแบบค่อยเป็นค่อยไป 2) การฝึกให้นักเรียนเรียนรู้ที่จะตรวจสอบข้อมูลที่ได้ มากกว่าการเชื่อโดยไม่ตรวจสอบหรือไตร่ตรองก่อน โดยการมีกิจกรรมที่ให้นักเรียนได้รับประสบการณ์จากการที่ไม่ตรวจสอบหรือไตร่ตรองข้อมูลก่อนซึ่งทำให้เกิดความเสียหาย กิจกรรมเช่นนี้จะเป็นบทเรียนที่ทำให้นักเรียนจดจำถึงผลเสียที่เกิดขึ้นได้เป็นอย่างดี และเรียนรู้ว่าจะต้องตรวจสอบข้อมูลที่ได้ก่อนเสมอ 3) การสร้างความมั่นใจในการสื่อสารให้กับนักเรียน มีกิจกรรมที่ฝึกให้นักเรียนได้นำเสนอ สื่อสาร อยู่เสมอ โดยครูเป็นผู้สนับสนุน ช่วยเหลือ ชี้แนะและให้กำลังใจ การมีกิจกรรมในลักษณะนี้บ่อยครั้งจะทำให้นักเรียนเกิดความคุ้นเคยและมีความมั่นใจในการสื่อสารมากขึ้น นักเรียนจะสามารถสื่อสารเพื่อนำเสนอแนวคิดของตนเองได้มากขึ้น โดยครูจะต้องเป็นผู้สนับสนุนที่ดี ในการสร้างความมั่นใจในการสื่อสารให้กับนักเรียน

จากผลการวิเคราะห์ข้อมูลจากการทดลองใช้กระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ (ฉบับร่าง 2) ดังตาราง 20 และรายละเอียดของข้อมูลข้างต้น ผู้วิจัยได้นำข้อมูลดังกล่าวมาเป็นแนวทางในการปรับปรุงและพัฒนากระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ (ฉบับร่าง 2) และใช้เป็นแนวทางในการจัดทำแผนการจัดการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์เพื่อใช้ในรอบที่ 3 ต่อไป โดยมีการเพิ่มความเข้มข้นในบางกิจกรรมและปรับระยะเวลาที่ใช้ตามแนวทางผลการวิเคราะห์ข้อมูล จากนั้นจึงนำกระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ (ฉบับร่าง 2) และแผนการจัดการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นเสนอต่อผู้เชี่ยวชาญ เพื่อตรวจสอบความเหมาะสมของกระบวนการเรียนการสอนในด้านองค์ประกอบของกระบวนการเรียนการสอน โดยองค์ประกอบที่ทำการประเมิน ได้แก่ หลักการของกระบวนการเรียนการสอน จุดมุ่งหมายของกระบวนการเรียนการสอนและขั้นตอนของกระบวนการเรียนการสอน ได้ผลการตรวจสอบความเหมาะสมของกระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ (ฉบับร่าง 2) ครั้งที่ 2 ดังตาราง 21



ตาราง 21 ผลการตรวจสอบความเหมาะสมของกระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ (ฉบับร่าง 2) ครั้งที่ 2

องค์ประกอบของกระบวนการเรียนการสอน	M	SD	ระดับคุณภาพ
หลักการของกระบวนการเรียนการสอน	4.525	.267	เหมาะสมมากที่สุด
จุดมุ่งหมายของกระบวนการเรียนการสอน	4.267	.309	เหมาะสมมาก
ขั้นตอนของกระบวนการเรียนการสอน	4.444	.233	เหมาะสมมาก
<b>เฉลี่ยรวม</b>	<b>4.412</b>	<b>.226</b>	<b>เหมาะสมมาก</b>

จากตาราง 21 ผลการตรวจสอบความเหมาะสมของกระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ (ฉบับร่าง 2) ครั้งที่ 2 ปรากฏว่า กระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ (ฉบับร่าง 2) ครั้งที่ 2 มีค่าเฉลี่ยรวมในทุกองค์ประกอบเท่ากับ 4.412 และมีค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ .226 มีความเหมาะสมอยู่ในระดับมาก โดยองค์ประกอบที่มีค่าเฉลี่ยสูงสุดคือ หลักการของกระบวนการเรียนการสอน มีค่าเฉลี่ยเท่ากับ 4.525 และมีค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ .267 รองลงมาคือ ขั้นตอนของกระบวนการเรียนการสอน มีค่าเฉลี่ยเท่ากับ 4.444 และมีค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ .233 และองค์ประกอบที่มีค่าเฉลี่ยต่ำสุดคือ จุดมุ่งหมายของกระบวนการเรียนการสอน มีค่าเฉลี่ยเท่ากับ 4.267 และมีค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ .309 ซึ่งในองค์ประกอบหลักการของกระบวนการเรียนการสอนมีความเหมาะสมอยู่ในระดับมากที่สุด ส่วนองค์ประกอบจุดมุ่งหมายของกระบวนการเรียนการสอนและขั้นตอนของกระบวนการเรียนการสอนมีความเหมาะสมอยู่ในระดับมาก นอกจากนี้ผู้เชี่ยวชาญได้ให้ข้อเสนอแนะเพิ่มเติมเกี่ยวกับการปรับโครงสร้างกระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ คือ ควรพิจารณาในส่วนของข้อความในโครงสร้าง ควรปรับให้มีความชัดเจน กระชับและครอบคลุมเนื้อหาที่ต้องการสื่อความ และตรวจสอบความสัมพันธ์เกี่ยวเนื่องกันของทั้งสามขั้นตอนว่า ความสัมพันธ์เกี่ยวเนื่องกันระหว่างขั้นตอนใดบ้างที่สามารถบูรรวมกันได้ ส่วนใดที่ควรเพิ่มเติม หรือปรับถ้อยคำที่ใช้ให้มีความชัดเจน ครอบคลุมมากขึ้น ซึ่งผู้วิจัยได้นำข้อเสนอแนะนี้ไปดำเนินการปรับปรุงพัฒนาในส่วนของโครงสร้างกระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ (ฉบับร่าง 2) ต่อไป

จากผลการพัฒนากระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ (ฉบับร่าง 2) ในรอบที่ 2 นี้ ผู้วิจัยได้นำไปดำเนินการวิจัยเชิงทดลองในรอบที่ 3 ต่อไป



### รอบที่ 3

ดำเนินการวิจัยเชิงทดลอง จัดการเรียนการสอนโดยใช้แผนการจัดการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น จากกระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ (ฉบับร่าง 2) จากรอบที่ 2 ใช้เนื้อหาเรื่อง ความน่าจะเป็น ในการจัดการเรียนการสอน ระยะเวลาที่ใช้ จำนวน 12 คาบเรียน คาบเรียนละ 50 นาที จากการทดลองใช้กระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ (ฉบับร่าง 2) ผู้วิจัยรวบรวมข้อมูลจากการสังเกต การวิเคราะห์เอกสารและผลที่เกิดขึ้นกับนักเรียน มาวิเคราะห์เพื่อเป็นแนวทางในการพัฒนาและปรับปรุงกระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ ดังนี้

ตาราง 22 ผลการวิเคราะห์ข้อมูลจากการทดลองใช้กระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ (ฉบับร่าง 2) ครั้งที่ 2

ประเด็นการปรับปรุงพัฒนา	แนวทางดำเนินการปรับปรุงพัฒนา
<b>ชั้นล่างความคิด</b>	
การกระตุ้น ส่งเสริมให้นักเรียน แสดงความคิดเห็น ตอบคำถาม อภิปราย วิเคราะห์ปัญหาพร้อมกัน	เพิ่มปริมาณ : ใช้คำถามที่กระตุ้น ส่งเสริมให้นักเรียน แสดงความคิดเห็น ตอบคำถาม อภิปราย วิเคราะห์ปัญหาพร้อมกัน และฝึกฝนให้นักเรียนกล้าที่จะสื่อสาร แสดงความคิดเห็นของตนเองให้ผู้อื่นได้รับรู้
<b>ชั้นสนับสนุนความคิด</b>	
การให้เวลานักเรียนในการ วิเคราะห์ว่าจะต้องใช้ความรู้พื้นฐานใดบ้าง	เพิ่มปริมาณ : ให้เวลานักเรียนอย่างเพียงพอในการวิเคราะห์ว่าจะต้องใช้ความรู้พื้นฐานใดบ้าง และร่วมทบทวนขั้นตอน กระบวนการของความรู้พื้นฐาน เพื่อให้นักเรียนสามารถนำไปประยุกต์ใช้ต่อไปได้

ตาราง 22 (ต่อ)

ประเด็นการปรับปรุงพัฒนา	แนวทางดำเนินการปรับปรุงพัฒนา
<b>ชั้นขยายความคิด</b>	
1. ส่งเสริมให้นักเรียนสามารถเขียนหลักการโดยทั่วไปของเรื่องที่เรียนได้	เพิ่มปริมาณ : มีกิจกรรมที่ส่งเสริมให้นักเรียนได้เขียนหลักการโดยทั่วไปของเรื่องที่เรียนอย่างสม่ำเสมอ ทั้งเป็นรายบุคคลและเป็นกิจกรรมร่วมกันกับเพื่อน รวมทั้งมีการตรวจสอบความถูกต้องทุกครั้ง เพื่อเป็นการฝึกฝนนักเรียนอย่างต่อเนื่อง
2. การสร้างความมั่นใจในการสื่อสารให้กับนักเรียน	เพิ่มปริมาณ : มีกิจกรรมที่ฝึกให้นักเรียนได้นำเสนอ สื่อสารอย่างสม่ำเสมอ ทั้งเป็นรายบุคคลและเป็นกลุ่ม โดยครูเป็นผู้สนับสนุน ช่วยเหลือ ชี้แนะและให้กำลังใจ

จากผลการวิเคราะห์ข้อมูลการทดลองใช้กระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ (ฉบับร่าง 2) ครั้งที่ 2 ดังตาราง 22 ผู้วิจัยได้นำผลการวิเคราะห์ข้อมูลดังกล่าวมาเป็นแนวทางในการปรับปรุงและพัฒนากระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ (ฉบับร่าง 2) โดยพบว่า ผลการวิเคราะห์ข้อมูลไม่มีการปรับเปลี่ยนในส่วนขององค์ประกอบและกลวิธีที่ใช้ในแต่ละองค์ประกอบ แต่เพิ่มความเข้มข้นของกิจกรรมและระยะเวลาที่ใช้ โดยมีประเด็นการปรับปรุงพัฒนาและแนวทางดำเนินการปรับปรุงพัฒนาที่เป็นข้อสะท้อนคิด ดังนี้

ชั้นล้วงความคิด เพิ่มเติมในส่วนของการใช้คำถามที่กระตุ้น ส่งเสริมให้นักเรียนแสดงความคิดเห็น ตอบคำถาม อภิปราย วิเคราะห์ปัญหาพร้อมกัน และฝึกฝนให้นักเรียนกล้าที่จะสื่อสาร แสดงความคิดเห็นของตนเองให้ผู้อื่นได้รับรู้ ดังนั้นผลโดยรวมจากการทดลองใช้กระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์และดำเนินการปรับปรุงพัฒนาทั้งหมด 3 รอบ ในชั้นล้วงความคิดนี้ ครูควรเพิ่มความเข้มข้นของกิจกรรมและให้เวลากับกลวิธีต่าง ๆ ต่อไปนี้ให้มาก 1) การใช้คำถามกระตุ้นจากครูเพื่อให้ได้คำตอบที่หลากหลาย 2) การให้นักเรียนมีโอกาสในการเรียนรู้ในสภาพแวดล้อมที่ปลอดภัย 3) ให้นเวลาให้นักเรียนในการคิดอย่างเหมาะสม เพียงพอ 4) การส่งเสริมให้นักเรียนร่วมมือกันแก้ปัญหา โดยใช้การอภิปรายและวิเคราะห์ปัญหาพร้อมกัน 5) การให้โอกาสนักเรียนทุกคนได้แสดงความคิดเห็น 6) การชี้แนะให้นักเรียน

สังเกตรูปแบบ วิธีการ ความเหมือน-ความต่าง การเชื่อมโยงความสัมพันธ์ และประเด็นสำคัญอื่น ๆ เพื่อให้ให้นักเรียนได้คิดต่อยอดจากความคิดเดิม

ขั้นสนับสนุนความคิด เพิ่มเติมในส่วนของการให้เวลานักเรียนอย่างเพียงพอในการวิเคราะห์ว่า จะต้องใช้ความรู้พื้นฐานใดบ้างและร่วมทบทวนขั้นตอน กระบวนการของความรู้พื้นฐานเพื่อให้นักเรียนสามารถนำไปประยุกต์ใช้ต่อไปได้ และเป็นการช่วยเหลือ สนับสนุนนักเรียนที่มีพื้นฐานความรู้น้อย ดังนั้นผลโดยรวมจากการทดลองใช้กระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์และดำเนินการปรับปรุงพัฒนามาทั้งหมด 3 รอบ ในขั้นสนับสนุนความคิดนี้ครูควรเพิ่มความเข้มข้นของกิจกรรมและให้เวลากับกลวิธีต่าง ๆ ต่อไปนี้ให้มาก 1) การให้นักเรียนร่วมกันวิเคราะห์ว่า จะต้องใช้ความรู้พื้นฐานอื่นใดอีกบ้าง 2) การฝึกให้นักเรียนสังเกตในประเด็นที่สำคัญและเป็นประโยชน์ เรียนรู้จากความแตกต่างและความผิดพลาด

ขั้นขยายความคิด เพิ่มเติมในส่วนของการส่งเสริมให้นักเรียนสามารถเขียนหลักการโดยทั่วไปของเรื่องที่เรียนได้ โดยมีกิจกรรมที่ส่งเสริมให้นักเรียนได้เขียนหลักการโดยทั่วไปของเรื่องที่เรียนอย่างสม่ำเสมอ ทั้งเป็นรายบุคคลและเป็นกิจกรรมร่วมกันกับเพื่อน รวมทั้งมีการตรวจสอบความถูกต้องทุกครั้ง เพื่อเป็นการฝึกฝนนักเรียนอย่างต่อเนื่อง และการสร้างความมั่นใจในการสื่อสารให้กับนักเรียน โดยมีกิจกรรมที่ฝึกให้นักเรียนได้นำเสนอ สื่อสารอย่างสม่ำเสมอ ทั้งเป็นรายบุคคลและเป็นกลุ่ม โดยครูเป็นผู้สนับสนุน ช่วยเหลือ ชี้แนะและให้กำลังใจ ดังนั้นผลโดยรวมจากการทดลองใช้กระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์และดำเนินการปรับปรุงพัฒนามาทั้งหมด 3 รอบ ในขั้นขยายความคิดนี้ครูควรเพิ่มความเข้มข้นของกิจกรรมและให้เวลากับกลวิธีต่าง ๆ ต่อไปนี้ให้มาก 1) การส่งเสริมให้นักเรียนสามารถเขียนหลักการโดยทั่วไปของเรื่องที่เรียนได้ 2) การฝึกให้นักเรียนเรียนรู้ที่จะตรวจสอบข้อมูลที่ได้ 3) การสร้างความมั่นใจในการสื่อสารให้กับนักเรียนที่เหมาะสมกับบริบท

จากผลการวิเคราะห์ข้อมูลจากการทดลองใช้กระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ (ฉบับร่าง 2) ครั้งที่ 2 ดังตาราง 22 รายละเอียดของข้อมูลข้างต้น และรายละเอียดของข้อมูลจากการดำเนินการทดลองทั้ง 3 รอบ ผู้วิจัยจึงได้นำข้อมูลดังกล่าวมาเป็นแนวทางในการปรับปรุงพัฒนากระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ที่เหมาะสมกับบริบทในขั้นตอนที่ 3 การวิจัยประเมินกึ่งรวบยอดเพื่อตรวจสอบผลการพัฒนา ต่อไปและภายหลังจากการทดลองใช้กระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ (ฉบับร่าง 2) กับนักเรียนที่เป็นกลุ่มทดลอง และจัดการเรียนการสอนโดยใช้กระบวนการเรียนการสอนแบบปกติกับนักเรียนที่เป็นกลุ่มควบคุมไม่สมมูลแล้ว ผู้วิจัยนำแบบวัดการคิดเชิงคณิตศาสตร์ไปวัด

การคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียนทั้งสองกลุ่มและดำเนินการวิเคราะห์ข้อมูล เพื่อศึกษาพัฒนาการการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่เรียนโดยใช้กระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ และเพื่อเปรียบเทียบการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ระหว่างกลุ่มที่เรียนโดยใช้กระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์กับกลุ่มที่เรียนโดยใช้กระบวนการเรียนการสอนแบบปกติ ได้ผลการวิเคราะห์ข้อมูล ดังนี้

**ผลการวิเคราะห์คะแนนพัฒนาการการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่เรียนโดยใช้กระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์**

ผลการวิเคราะห์คะแนนพัฒนาการการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่เรียนโดยใช้กระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ โดยใช้วิธีการวัดคะแนนพัฒนาการสัมพัทธ์ (Relative Gain Scores) มีผลการวิเคราะห์ ดังนี้

ตาราง 23 การวิเคราะห์คะแนนพัฒนาการการคิดเชิงคณิตศาสตร์ที่เรียนโดยใช้กระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์

คนที่	คะแนนก่อนการให้สิ่งทดลอง	คะแนนหลังการให้สิ่งทดลอง	คะแนนพัฒนาการสัมพัทธ์	ระดับพัฒนาการ
1	36	53	38.636	พัฒนาการระดับกลาง
2	39	63	58.537	พัฒนาการระดับสูง
3	34	57	50.000	พัฒนาการระดับกลาง
4	43	65	59.459	พัฒนาการระดับสูง
5	36	60	54.545	พัฒนาการระดับสูง
6	38	54	38.095	พัฒนาการระดับกลาง
7	37	59	51.163	พัฒนาการระดับสูง
8	28	53	48.077	พัฒนาการระดับกลาง
9	42	62	52.632	พัฒนาการระดับสูง
10	31	52	42.857	พัฒนาการระดับกลาง

ตาราง 23 (ต่อ)

คนที่	คะแนนก่อนการ ให้สิ่งทดลอง	คะแนนหลังการ ให้สิ่งทดลอง	คะแนนพัฒนาการ สัมพัทธ์	ระดับพัฒนาการ
11	26	52	48.148	พัฒนาการระดับกลาง
12	29	56	52.941	พัฒนาการระดับสูง
13	25	49	43.636	พัฒนาการระดับกลาง
14	30	53	46.000	พัฒนาการระดับกลาง
15	29	49	39.216	พัฒนาการระดับกลาง
16	28	47	36.538	พัฒนาการระดับกลาง
17	31	53	44.898	พัฒนาการระดับกลาง
18	30	51	42.000	พัฒนาการระดับกลาง
19	28	53	48.077	พัฒนาการระดับกลาง
20	37	56	44.186	พัฒนาการระดับกลาง
21	34	53	41.304	พัฒนาการระดับกลาง
22	36	58	50.000	พัฒนาการระดับกลาง
23	37	56	44.186	พัฒนาการระดับกลาง
24	36	47	25.000	พัฒนาการระดับต้น
25	34	57	50.000	พัฒนาการระดับกลาง
26	33	47	29.787	พัฒนาการระดับกลาง
27	36	50	31.818	พัฒนาการระดับกลาง
28	34	55	45.652	พัฒนาการระดับกลาง
29	32	50	37.500	พัฒนาการระดับกลาง
30	32	54	45.833	พัฒนาการระดับกลาง
31	36	52	36.364	พัฒนาการระดับกลาง
32	27	51	45.283	พัฒนาการระดับกลาง
33	38	58	47.619	พัฒนาการระดับกลาง
34	32	58	54.167	พัฒนาการระดับสูง
คะแนน เฉลี่ย	33.353	54.206	44.828	พัฒนาการระดับกลาง

จากตาราง 23 การวิเคราะห์คะแนนพัฒนาการการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่เรียนโดยใช้กระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ ปรากฏว่า ร้อยละ 100 ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่เรียนโดยใช้กระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ มีพัฒนาการการคิดเชิงคณิตศาสตร์เพิ่มขึ้น โดยมีช่วงคะแนนพัฒนาการตั้งแต่ 25.000 ถึง 59.459 มีระดับพัฒนาการอยู่ในระดับต้นถึงพัฒนาการระดับสูง

เมื่อนำคะแนนพัฒนาการสัมพัทธ์การคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่เรียนโดยใช้กระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ มาเทียบระดับพัฒนาการ ตามเกณฑ์ของ ศิริชัย กาญจนวาสี (2556) ปรากฏผลดังนี้

ตาราง 24 คะแนนพัฒนาการสัมพัทธ์การคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียนเทียบระดับพัฒนาการ

ระดับพัฒนาการ	เกณฑ์คะแนนพัฒนาการสัมพัทธ์	คะแนนพัฒนาการสัมพัทธ์ของนักเรียน	จำนวนนักเรียน	ร้อยละ
พัฒนาการระดับสูงมาก	76 – 100	–	–	.000
พัฒนาการระดับสูง	51 – 75	51.163 – 59.459	7	20.588
พัฒนาการระดับกลาง	26 – 50	29.787 – 50.000	26	76.471
พัฒนาการระดับต้น	0 – 25	25.000	1	2.941

จากตาราง 24 การเทียบคะแนนพัฒนาการสัมพัทธ์การคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่เรียนโดยใช้กระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์กับระดับพัฒนาการ ตามเกณฑ์ของ ศิริชัย กาญจนวาสี (2556) ปรากฏว่า นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่เรียนโดยใช้กระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ มีพัฒนาการการคิดเชิงคณิตศาสตร์ในระดับกลางมากที่สุด จำนวน 26 คน จากนักเรียนทั้งหมด 34 คน คิดเป็นร้อยละ 76.471 รองลงมาคือ มีพัฒนาการระดับสูง จำนวน 7 คน คิดเป็นร้อยละ 20.588 และลำดับที่สามคือ มีพัฒนาการระดับต้น จำนวน 1 คน คิดเป็นร้อยละ 2.941 ซึ่งไม่มีนักเรียนที่มีพัฒนาการระดับสูงมาก

เมื่อนำคะแนนพัฒนาการสัมพัทธ์การคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่เรียนโดยใช้กระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ มาจำแนกตามองค์ประกอบของการคิดเชิงคณิตศาสตร์ ทั้ง 5 องค์ประกอบ ปรากฏผลดังนี้



ตาราง 25 คะแนนพัฒนาการสัมพัทธ์การคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียนเทียบระดับพัฒนาการ  
จำแนกตามองค์ประกอบของการคิดเชิงคณิตศาสตร์ ทั้ง 5 องค์ประกอบ

การคิดเชิง คณิตศาสตร์	คะแนนเฉลี่ย		คะแนน พัฒนาการ สัมพัทธ์	ระดับพัฒนาการ
	ก่อนการให้ สิ่งทดลอง	หลังการให้ สิ่งทดลอง		
1. การแก้ปัญหา	6.588	11.412	51.254	พัฒนาการระดับสูง
2. การให้เหตุผล	6.853	11.088	46.299	พัฒนาการระดับกลาง
3. การสื่อสาร ความคิดฯ	6.500	10.912	46.442	พัฒนาการระดับกลาง
4. การเชื่อมโยง สาระหลักฯ	6.382	10.059	38.230	พัฒนาการระดับกลาง
5. การนำเสนอ ตัวแทนความคิดฯ	7.029	10.735	41.311	พัฒนาการระดับกลาง
คะแนนเฉลี่ย	6.670	10.841	44.707	พัฒนาการระดับกลาง

จากตาราง 25 การเทียบคะแนนพัฒนาการสัมพัทธ์การคิดเชิงคณิตศาสตร์ของ  
นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่เรียนโดยใช้กระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการคิดเชิง  
คณิตศาสตร์กับระดับพัฒนาการ ตามเกณฑ์ของ ศิริชัย กาญจนวาสี (2556) จำแนกตามองค์ประกอบ  
ของการคิดเชิงคณิตศาสตร์ ทั้ง 5 องค์ประกอบ ปรากฏว่า นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่เรียน  
โดยใช้กระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์มีพัฒนาการการคิดเชิง  
คณิตศาสตร์ในระดับสูง จำนวน 1 องค์ประกอบ คือ การแก้ปัญหาเชิงคณิตศาสตร์ (คะแนน  
พัฒนาการสัมพัทธ์ = 51.254) และมีพัฒนาการระดับกลาง จำนวน 4 องค์ประกอบ ได้แก่  
การสื่อสารความคิดเชิงคณิตศาสตร์ การให้เหตุผลเชิงคณิตศาสตร์ การนำเสนอตัวแทนความคิดเชิง  
คณิตศาสตร์ และการเชื่อมโยงสาระหลักเชิงคณิตศาสตร์ (คะแนนพัฒนาการสัมพัทธ์ = 46.442,  
46.299, 41.311, 38.230 ตามลำดับ) และนักเรียนที่เรียนโดยใช้กระบวนการเรียนการสอนเพื่อ  
ส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์มีคะแนนพัฒนาการสัมพัทธ์เฉลี่ยทั้ง 5 องค์ประกอบ เท่ากับ 44.707  
ซึ่งมีพัฒนาการการคิดเชิงคณิตศาสตร์ในระดับกลาง

ตาราง 26 การวิเคราะห์ความแปรปรวนพหุคูณของการคิดเชิงคณิตศาสตร์รายองค์ประกอบก่อนและหลังการให้สิ่งทดลองของกลุ่มทดลอง โดยใช้สถิติ Hotelling  $T^2$

Effect	Multivariate test	Value	F	Hyphothesis df	Error df	p
ก่อนและหลัง	Pillai's Trace	.970	188.567*	5.000	29.000	.000
การให้สิ่ง	Wilks' Lambda	.030	188.567*	5.000	29.000	.000
ทดลอง	Hotelling's Trace	32.512	188.567*	5.000	29.000	.000
	Roy's Largest Root	32.512	188.567*	5.000	29.000	.000

Test of Within-Subject Contrasts						
Dependent Variable	SS	df	MS	F	p	
การแก้ปัญหา	395.529	1	395.529	330.689*	.000	
การให้เหตุผล	304.941	1	304.941	346.300*	.000	
การสื่อสารความคิด	330.882	1	330.882	247.500*	.000	
การเชื่อมโยงสาระหลัก	229.779	1	229.779	306.737*	.000	
การนำเสนอตัวแทนความคิด	233.471	1	233.471	216.849*	.000	

Hotelling  $T^2$  (จากการคำนวณ) = 1040.384, df = 29 (Hotelling  $T^2 > 2.558$  (จากการเปิดตาราง))

Bartlett's Test : Likelihood Ratio = .000,  $\chi^2 = 76.972$ , df = 2, p = .000

\* p < .05

จากตาราง 26 ผลจากทดสอบความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรตามหรือความเป็นเมทริกซ์เอกลักษณะด้วย Bartlett's Test of Sphericity พบว่า ตัวแปรการคิดเชิงคณิตศาสตร์ทั้ง 5 องค์ประกอบ มีความสัมพันธ์กันแตกต่างจากเมทริกซ์เอกลักษณะอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ( $\chi^2 = 76.972$ , df = 2, p = .000) แสดงว่า การคิดเชิงคณิตศาสตร์ทั้ง 5 องค์ประกอบมีความสัมพันธ์กัน ซึ่งเหมาะสมต่อการเปรียบเทียบความแตกต่างของค่าเฉลี่ย ด้วยวิธีการวิเคราะห์ความแปรปรวนพหุคูณได้

ผลจากการวิเคราะห์ความแปรปรวนพหุคูณของการคิดเชิงคณิตศาสตร์รายองค์ประกอบก่อนและหลังการให้สิ่งทดลองของกลุ่มทดลอง โดยใช้สถิติ Hotelling  $T^2$  พบว่า ค่าเฉลี่ยของตัวแปรการคิดเชิงคณิตศาสตร์ทั้ง 5 องค์ประกอบ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่เรียนโดยใช้กระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ (กลุ่มทดลอง) มีความแตกต่างกันระหว่างก่อนและหลังการให้สิ่งทดลองอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 (Hotelling  $T^2$  (จากการคำนวณ) = 1040.384, df = 29 (Hotelling  $T^2 > 2.558$  (จากการเปิดตาราง)),

Pillai's Trace = .970,  $F = 188.567$ ,  $df = 5, 29$ ,  $p = .000$ , Wilks' Lambda = .030,  $F = 188.567$ ,  $df = 5, 29$ ,  $p = .000$ , Hotelling's Trace = 32.512,  $F = 188.567$ ,  $df = 5, 29$ ,  $p = .000$ , Roy's Largest Root = 32.512,  $F = 188.567$ ,  $df = 5, 29$ ,  $p = .000$ ) แสดงว่า นักเรียนที่เรียนโดยใช้กระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ มีคะแนนการคิดเชิงคณิตศาสตร์ระหว่างก่อนและหลังการให้สิ่งทดลองแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และจากผลการวิเคราะห์เปรียบเทียบค่าเฉลี่ยของคะแนนการคิดเชิงคณิตศาสตร์รายองค์ประกอบ ระหว่างก่อนและหลังการให้สิ่งทดลอง พบว่า ค่าเฉลี่ยของคะแนนการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่เรียนโดยใช้กระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ระหว่างก่อนและหลังการให้สิ่งทดลอง มีความแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ทั้ง 5 องค์ประกอบ (การแก้ปัญหาเชิงคณิตศาสตร์  $F = 330.689$ ,  $df = 1$ ,  $p = .000$ , การให้เหตุผลเชิงคณิตศาสตร์  $F = 346.300$ ,  $df = 1$ ,  $p = .000$ , การสื่อสารความคิดเชิงคณิตศาสตร์  $F = 247.500$ ,  $df = 1$ ,  $p = .000$ , การเชื่อมโยงสาระหลักเชิงคณิตศาสตร์  $F = 306.737$ ,  $df = 1$ ,  $p = .000$  และการนำเสนอตัวแทนความคิดเชิงคณิตศาสตร์  $F = 216.849$ ,  $df = 1$ ,  $p = .000$ )

**ผลการวิเคราะห์ความแปรปรวนร่วมพหุคูณ เพื่อเปรียบเทียบการคิดเชิงคณิตศาสตร์รายองค์ประกอบ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ระหว่างกลุ่มที่เรียนโดยใช้กระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์กับกลุ่มที่เรียนโดยใช้กระบวนการเรียนการสอนแบบปกติ**

ผลการวิเคราะห์ความแปรปรวนร่วมพหุคูณ (Multivariate Analysis of Covariance : MANCOVA) เพื่อเปรียบเทียบการคิดเชิงคณิตศาสตร์รายองค์ประกอบ ซึ่งมีทั้งหมด 5 องค์ประกอบ ได้แก่ 1) การแก้ปัญหาเชิงคณิตศาสตร์ 2) การให้เหตุผลเชิงคณิตศาสตร์ 3) การสื่อสารความคิดเชิงคณิตศาสตร์ 4) การเชื่อมโยงสาระหลักเชิงคณิตศาสตร์ และ 5) การนำเสนอตัวแทนความคิดเชิงคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ระหว่างกลุ่มที่เรียนโดยใช้กระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์กับกลุ่มที่เรียนโดยใช้กระบวนการเรียนการสอนแบบปกติ โดยใช้โปรแกรมสำเร็จรูป มีผลการวิเคราะห์ดังนี้

ผลการวิเคราะห์ค่าเฉลี่ยเลขคณิต และค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของการคิดเชิงคณิตศาสตร์ทั้ง 5 องค์ประกอบ จำแนกตามกระบวนการเรียนการสอน แสดงดังตาราง 27

ตาราง 27 จำนวนตัวอย่าง ค่าเฉลี่ยเลขคณิต และค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของการคิดเชิงคณิตศาสตร์ทั้ง 5 องค์ประกอบ จำแนกตามกระบวนการเรียนการสอน

การคิดเชิงคณิตศาสตร์	กระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์			กระบวนการเรียนการสอนแบบปกติ		
	n	M	SD	n	M	SD
1. การแก้ปัญหาเชิงคณิตศาสตร์	34	11.412	1.234	34	9.500	2.019
2. การให้เหตุผลเชิงคณิตศาสตร์	34	11.088	1.422	34	9.941	2.014
3. การสื่อสารความคิดเชิงคณิตศาสตร์	34	10.912	1.215	34	9.941	1.705
4. การเชื่อมโยงสาระหลักเชิงคณิตศาสตร์	34	10.059	1.556	34	9.029	1.446
5. การนำเสนอตัวแทนความคิดเชิงคณิตศาสตร์	34	10.735	1.399	34	9.647	1.555

จากตาราง 27 ปรากฏว่า ค่าเฉลี่ยการคิดเชิงคณิตศาสตร์ทั้ง 5 องค์ประกอบของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่เรียนโดยใช้กระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ มีค่าตั้งแต่ 10.059 ถึง 11.412 องค์ประกอบที่มีค่าเฉลี่ยสูงสุด คือ การแก้ปัญหาเชิงคณิตศาสตร์ และองค์ประกอบที่มีค่าเฉลี่ยต่ำสุด คือ การเชื่อมโยงสาระหลักเชิงคณิตศาสตร์ และค่าเฉลี่ยการคิดเชิงคณิตศาสตร์ทั้ง 5 องค์ประกอบของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่เรียนโดยใช้กระบวนการเรียนการสอนแบบปกติ มีค่าตั้งแต่ 9.029 ถึง 9.941 องค์ประกอบที่มีค่าเฉลี่ยสูงสุด มี 2 องค์ประกอบ คือ การให้เหตุผลเชิงคณิตศาสตร์และการสื่อสารความคิดเชิงคณิตศาสตร์ สำหรับองค์ประกอบที่มีค่าเฉลี่ยต่ำสุด คือ การเชื่อมโยงสาระหลักเชิงคณิตศาสตร์

ผลการตรวจสอบข้อตกลงเบื้องต้นของการวิเคราะห์ความแปรปรวนร่วมพหุคูณ และการเปรียบเทียบความแปรปรวนร่วมพหุคูณของการคิดเชิงคณิตศาสตร์รายองค์ประกอบ จำแนกตามกระบวนการเรียนการสอน โดยใช้คะแนนจากการทดสอบวัดก่อนการให้สิ่งทดลองเป็นตัวแปรร่วม มีผลการวิเคราะห์ดังตาราง 28

ตาราง 28 การเปรียบเทียบความแปรปรวนร่วมพหุคูณของการคิดเชิงคณิตศาสตร์  
รายองค์ประกอบ จำแนกตามกระบวนการเรียนการสอน โดยใช้คะแนนจากการทดสอบวัด  
ก่อนการให้สิ่งทดลองเป็นตัวแปรร่วม

Effect	Multivariate test	Value	F	Hyphothesis df	Error df	p
กระบวนการ	Pillai's Trace	.328	5.967*	5.000	61.000	.000
การเรียนรู้	Wilks' Lambda	.672	5.967*	5.000	61.000	.000
การสอน	Hotelling's Trace	.489	5.967*	5.000	61.000	.000
	Roy's Largest Root	.489	5.967*	5.000	61.000	.000
Test of Between-Subject Effects						
Source	Dependent Variable	SS	df	MS	F	p
Corrected Model	การแก้ปัญหา	127.478	2	63.739	34.702	.000
	การให้เหตุผล	107.675	2	53.837	30.348	.000
	การสื่อสารความคิด	63.311	2	31.656	21.142	.000
	การเชื่อมโยงสาระหลัก	60.672	2	30.336	18.568	.000
	การนำเสนอตัวแทนความคิด	45.455	2	22.727	12.408	.000
Intercept	การแก้ปัญหา	34.975	1	34.975	19.042	.000
	การให้เหตุผล	23.568	1	23.568	13.285	.001
	การสื่อสารความคิด	49.922	1	49.922	33.343	.000
	การเชื่อมโยงสาระหลัก	38.871	1	38.871	23.792	.000
	การนำเสนอตัวแทนความคิด	73.512	1	73.512	40.134	.000
Pre-test	การแก้ปัญหา	65.346	1	65.346	35.577	.000
	การให้เหตุผล	85.307	1	85.307	48.087	.000
	การสื่อสารความคิด	47.296	1	47.296	31.589	.000
	การเชื่อมโยงสาระหลัก	42.658	1	42.658	26.110	.000
	การนำเสนอตัวแทนความคิด	25.323	1	25.323	13.825	.000
Teach	การแก้ปัญหา	39.930	1	39.930	21.740	.000
	การให้เหตุผล	9.068	1	9.068	5.112	.027
	การสื่อสารความคิด	7.371	1	7.371	4.923	.030
	การเชื่อมโยงสาระหลัก	9.091	1	9.091	5.564	.021
	การนำเสนอตัวแทนความคิด	12.393	1	12.393	6.766	.011

ตาราง 28 (ต่อ)

Effect	Multivariate test	Value	F	Hyphothesis df	Error df	p
Error	การแก้ปัญหา	119.389	65	1.837		
	การให้เหตุผล	115.310	65	1.774		
	การสื่อสารความคิด	97.321	65	1.497		
	การเชื่อมโยงสาระหลัก	106.195	65	1.634		
	การนำเสนอตัวแทนความคิด	119.060	65	1.832		
Total	การแก้ปัญหา	7681.000	68			
	การให้เหตุผล	7741.000	68			
	การสื่อสารความคิด	7553.000	68			
	การเชื่อมโยงสาระหลัก	6361.000	68			
	การนำเสนอตัวแทนความคิด	7227.000	68			
Corrected Total	การแก้ปัญหา	246.868	67			
	การให้เหตุผล	222.985	67			
	การสื่อสารความคิด	160.632	67			
	การเชื่อมโยงสาระหลัก	166.868	67			
	การนำเสนอตัวแทนความคิด	164.515	67			

Box's M = 22.689, F = 1.389, df1 = 15, df2 = 17538.632, p = .142  
 Levene's Test : การแก้ปัญหา F = .319, df1 = 1, df2 = 66, p = .574  
                   : การให้เหตุผล F = 1.683, df1 = 1, df2 = 66, p = .199  
                   : การสื่อสารความคิด F = .034, df1 = 1, df2 = 66, p = .855  
                   : การเชื่อมโยงสาระหลัก F = .566, df1 = 1, df2 = 66, p = .454  
                   : การนำเสนอตัวแทนความคิด F = .000, df1 = 1, df2 = 66, p = .991

\* p &lt; .05

จากตาราง 28 ผลการตรวจสอบข้อตกลงเบื้องต้นของการวิเคราะห์ความแปรปรวนร่วมพหุคูณ จากการทดสอบความเท่ากันของเมทริกซ์ความแปรปรวน – ความแปรปรวนร่วม โดยใช้สถิติทดสอบ Box's Test of Equality of Covariance Matrices พบว่า เมทริกซ์ความแปรปรวน – ความแปรปรวนร่วมของการคิดเชิงคณิตศาสตร์ทั้ง 5 องค์ประกอบ จำแนกตามกระบวนการเรียนการสอนที่ต่างกัน ได้แก่ กระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการคิดเชิง



คณิตศาสตร์และกระบวนการเรียนการสอนแบบปกติ ไม่แตกต่างกัน (Box's M = 22.689, F = 1.389, df1 = 15, df2 = 17538.632, p = .142) ซึ่งเป็นไปตามข้อตกลงเบื้องต้น จากนั้นจึงทดสอบความเท่ากันของความแปรปรวน โดยใช้สถิติทดสอบ Levene's Test of Equality of Error Variances พบว่าความแปรปรวนของการคิดเชิงคณิตศาสตร์ทั้ง 5 องค์ประกอบ ในแต่ละกระบวนการเรียนการสอน มีความแปรปรวนเท่ากัน (การแก้ปัญหาเชิงคณิตศาสตร์ F = .319, df1 = 1, df2 = 66, p = .574, การให้เหตุผลเชิงคณิตศาสตร์ F = 1.683, df1 = 1, df2 = 66, p = .199, การสื่อสารความคิดเชิงคณิตศาสตร์ F = .034, df1 = 1, df2 = 66, p = .855, การเชื่อมโยงสาระหลักเชิงคณิตศาสตร์ F = .566, df1 = 1, df2 = 66, p = .454 และการนำเสนอตัวแทนความคิดเชิงคณิตศาสตร์ F = .000, df1 = 1, df2 = 66, p = .991) ซึ่งเป็นไปตามข้อตกลงเบื้องต้น

จากการวิเคราะห์ความแปรปรวนร่วมพหุคูณของการคิดเชิงคณิตศาสตร์ ทั้ง 5 องค์ประกอบ จำแนกตามกระบวนการเรียนการสอน โดยใช้คะแนนจากการทดสอบวัดก่อนการให้สิ่งทดลองเป็นตัวแปรร่วม พบว่า เวกเตอร์ค่าเฉลี่ยของตัวแปรการคิดเชิงคณิตศาสตร์ทั้ง 5 องค์ประกอบ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 มีความแตกต่างกันระหว่างกระบวนการเรียนการสอนแต่ละกระบวนการอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 (Pillai's Trace = .328, F = 5.967, df = 5, 61, p = .000, Wilks' Lambda = .672, F = 5.967, df = 5, 61, p = .000, Hotelling's Trace = .489, F = 5.967, df = 5, 61, p = .000, Roy's Largest Root = .489, F = 5.967, df = 5, 61, p = .000) แสดงว่า กระบวนการเรียนการสอนที่ต่างกันทำให้การคิดเชิงคณิตศาสตร์ทั้ง 5 องค์ประกอบ โดยเฉลี่ยมีความแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และเมื่อวิเคราะห์เปรียบเทียบค่าเฉลี่ยของคะแนนการคิดเชิงคณิตศาสตร์รายองค์ประกอบ พบว่า ค่าเฉลี่ยของคะแนนการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่เรียนโดยใช้กระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์กับนักเรียนที่เรียนโดยใช้กระบวนการเรียนการสอนแบบปกติ มีความแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ทั้ง 5 องค์ประกอบ (การแก้ปัญหาเชิงคณิตศาสตร์ F = 21.740, df = 1, p = .000, การให้เหตุผลเชิงคณิตศาสตร์ F = 5.112, df = 1, p = .027, การสื่อสารความคิดเชิงคณิตศาสตร์ F = 4.923, df = 1, p = .030, การเชื่อมโยงสาระหลักเชิงคณิตศาสตร์ F = 5.564, df = 1, p = .021 และการนำเสนอตัวแทนความคิดเชิงคณิตศาสตร์ F = 6.766, df = 1, p = .011)

เพื่อทราบความแตกต่างของการคิดเชิงคณิตศาสตร์รายองค์ประกอบ ทั้ง 5 องค์ประกอบ จำแนกตามกระบวนการเรียนการสอน โดยใช้คะแนนจากการทดสอบวัดก่อนการให้สิ่งทดลองเป็นตัวแปรร่วม จึงเปรียบเทียบค่าเฉลี่ยของคะแนนการคิดเชิงคณิตศาสตร์รายองค์ประกอบ ทั้ง 5 องค์ประกอบ ของนักเรียนจำแนกตามกระบวนการเรียนการสอน แสดงผลดังตาราง 29

ตาราง 29 ผลการเปรียบเทียบค่าเฉลี่ยของคะแนนการคิดเชิงคณิตศาสตร์ ทั้ง 5 องค์ประกอบ จำแนกตามกระบวนการเรียนการสอน

การคิดเชิงคณิตศาสตร์	กระบวนการเรียนการสอน	M	Mean Difference (การคิดฯ - ปกติ)	p
1. การแก้ปัญหา เชิงคณิตศาสตร์	ส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์	11.235	1.557*	.000
	แบบปกติ	9.677		
2. การให้เหตุผล เชิงคณิตศาสตร์	ส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์	10.886	.742*	.027
	แบบปกติ	10.144		
3. การสื่อสารความคิด เชิงคณิตศาสตร์	ส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์	10.761	.669*	.030
	แบบปกติ	10.092		
4. การเชื่อมโยงสาระหลัก เชิงคณิตศาสตร์	ส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์	9.916	.743*	.021
	แบบปกติ	9.173		
5. การนำเสนอตัวแทน ความคิดเชิงคณิตศาสตร์	ส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์	10.625	.868*	.011
	แบบปกติ	9.757		

\*  $p < .05$

จากตาราง 29 ผลการเปรียบเทียบค่าเฉลี่ยของคะแนนการคิดเชิงคณิตศาสตร์ ทั้ง 5 องค์ประกอบ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 จำแนกตามกระบวนการเรียนการสอน โดยใช้คะแนนจากการทดสอบวัดก่อนการให้สิ่งทดลองเป็นตัวแปรร่วม พบว่า นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่เรียนโดยใช้กระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์มีค่าเฉลี่ยของคะแนนการคิดเชิงคณิตศาสตร์รายองค์ประกอบ สูงกว่านักเรียนที่เรียนโดยใช้กระบวนการเรียนการสอนแบบปกติ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ทุกองค์ประกอบ

#### ผลการสัมภาษณ์นักเรียนภายหลังจากสิ้นสุดการทดลองใช้กระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์

ผู้วิจัยนำผลการวิเคราะห์ข้อมูลจากนักเรียนในห้องเรียนที่เป็นกลุ่มทดลอง มาเรียงลำดับและคัดเลือกผู้ให้ข้อมูล ซึ่งเป็นนักเรียนที่มีคะแนนพัฒนาการสูง 10 ลำดับแรก เพื่อดำเนินการสัมภาษณ์ โดยนักเรียน 10 ลำดับแรก มีช่วงคะแนนพัฒนาการตั้งแต่ 50.000 ถึง 59.459 ผลการสัมภาษณ์ภายหลังจากสิ้นสุดการทดลองใช้กระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์กับนักเรียนที่เป็นกลุ่มทดลอง มีรายละเอียดดังนี้

1. นักเรียนให้ความหมาย และคุณค่าของการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ว่า วิชาคณิตศาสตร์ทำให้รู้จักคิดอย่างเป็นระบบ เป็นลำดับขั้นตอน รู้จักคิดวิเคราะห์ ใช้เหตุผลประกอบการคิด การตัดสินใจ รู้จักแก้ไขปัญหาอย่างมีหลักการ ฝึกการสังเกต รู้จักตั้งคำถามอย่างหลากหลาย มีความละเอียดรอบคอบ สามารถนำความรู้ที่ได้ไปใช้ในชีวิตประจำวันหรือในสถานการณ์ต่าง ๆ ได้ โดยรู้จักใช้สิ่งรอบตัวให้มีประโยชน์ และสามารถนำความรู้ทางคณิตศาสตร์ไปประยุกต์ใช้ในรายวิชาอื่น ๆ ได้

#### ตัวอย่างข้อมูล

“คณิตศาสตร์ฝึกคนให้มีความละเอียดรอบคอบ”

“คณิตศาสตร์ทำให้รู้จักการใช้เหตุผลอย่างเป็นระบบ ละเอียดรอบคอบ รู้จักการแก้ปัญหาและตั้งคำถาม”

“คณิตศาสตร์ฝึกให้เราคิดคำนวณในหลากหลายรูปแบบ วิเคราะห์เป็นขั้นเป็นตอน สามารถนำความรู้ที่ได้ไปประยุกต์ใช้ในชีวิตประจำวันได้ทุกสถานการณ์ ในแต่ละวิชาก็นำคณิตศาสตร์ไปประกอบการสอนหรือแฝงอยู่ในนั้น เราสามารถนำวิธีคิดไปคิดในแต่ละวิชาได้”

“คณิตศาสตร์เป็นการเรียนรู้เพื่อนำไปใช้ในชีวิตประจำวันหรือสถานการณ์ต่าง ๆ”

2. ประสพการณ์การเรียนรู้ที่นักเรียนได้รับจากการเรียนโดยใช้กระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ คือ

2.1 การได้แสดงความคิดเห็น ตอบคำถาม ได้พูดคุยแลกเปลี่ยนความคิดเห็นกับผู้อื่น

2.2 การได้ทำกิจกรรมที่ได้นำความรู้ทางคณิตศาสตร์ไปใช้จริง หาคำตอบด้วยการลงมือปฏิบัติ ได้ทำสิ่งที่ไม่เคยทำ มีการเรียนรู้นอกสถานที่ ได้ฝึกการคิดคำนวณ ทดลองทำสิ่งต่าง ๆ โดยใช้สิ่งที่มีอยู่รอบตัวในการหาคำตอบด้วยตนเอง

2.3 ได้ประสพการณ์ทางคณิตศาสตร์ทั้งการคิด วิเคราะห์ การพูด การปฏิบัติ การให้เหตุผล

2.4 ได้เรียนรู้เกี่ยวกับการคิดทบทวน การทำความเข้าใจในเรื่องที่เรียน

2.5 การเปลี่ยนทัศนคติที่มีต่อวิชาคณิตศาสตร์

2.6 ได้เรียนรู้การหาแนวทางในการแก้ปัญหา

2.7 ฝึกการทำงานด้วยความละเอียดรอบคอบ คิดอย่างถี่ถ้วน เป็นลำดับ

ขั้นตอน

2.8 ฝึกการคิดอย่างเป็นระบบ ทีละขั้นตอน ฝึกการแก้โจทย์ปัญหาต่าง ๆ ซึ่งทุกอย่างสามารถนำมาประยุกต์ใช้ในชีวิตประจำวันได้

2.9 เรียนรู้การมีความรับผิดชอบ ความขยันหมั่นเพียร ความมีวินัยในการทำงาน ฝึกความอดทน ความพยายาม การมีสมาธิจดจ่อในสิ่งที่เรียน

2.10 เรียนรู้การทำงานร่วมกับผู้อื่น การแก้ปัญหาร่วมกัน การช่วยเหลือกัน การเห็นความสำคัญของผู้อื่น เรียนรู้แนวทางแก้ปัญหในการทำงาน

2.11 ได้เรียนรู้ว่า ประสบการณ์ทำให้สามารถแก้ปัญหหรือกระทำสิ่งต่าง ๆ ได้อย่างมีประสิทธิภาพมากขึ้น

2.12 ได้เรียนรู้ว่า การทบทวนความรู้ทำให้มีโอกาสทำความเข้าใจมากขึ้น และสามารถนำไปใช้ได้มากขึ้น

2.13 ได้เรียนรู้ว่า การเรียนคณิตศาสตร์ให้ได้ดีต้องฝึกฝนและทำแบบฝึกหัดบ่อย ๆ

2.14 ได้เรียนรู้ว่า คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่ฝึกให้เราคิด ตีความโจทย์ปัญหาต่าง ๆ อย่างมีหลักการ

2.15 ได้เรียนรู้วิธีคิดหลากหลายรูปแบบ

2.16 ได้ประสบการณ์ในการคิดและการปฏิบัติทั้งที่ถูกและผิด เมื่อผิดก็ได้เรียนรู้ว่าควรทำอย่างไรจึงจะถูกต้อง

#### ตัวอย่างข้อมูล

“ฝึกกระบวนการคิดอย่างเป็นระบบ ทีละขั้นตอน การแก้โจทย์ปัญหาต่าง ๆ ซึ่งทุกอย่างสามารถนำมาประยุกต์ใช้ในชีวิตประจำวันได้”

“ได้เห็นเพื่อนช่วยกันแก้ปัญหตามความถนัดของแต่ละคนและรู้ว่าการออกความคิดเห็นของคนในทีมมีความสำคัญในการวางแผนต่อไป”

“เรียนรู้การมีความรับผิดชอบ ความมีวินัยในการทำงาน ประสบการณ์การทั้งคิด พูด และปฏิบัติ”

“ได้แสดงความคิดเห็น ตอบคำถาม ได้พูดคุยแลกเปลี่ยนความคิดเห็นกับเพื่อน”

“ได้เรียนรู้วิธีคิดหลาย ๆ แบบ ในการเรียนแต่ละครั้งก็จะมีประสบการณ์ต่าง ๆ ก็จะมีผิดบ้างถูกบ้าง เราก็ได้รู้ว่าทำอย่างไรถึงจะถูก”

3. ปัญหา อุปสรรคและแนวทางแก้ไขปัญหาของนักเรียนระหว่างการจัดการเรียนการสอนโดยใช้กระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ คือ

3.1 ปัญหาความไม่เข้าใจในเนื้อหาบางเรื่องที่เรียน นักเรียนมีวิธีการแก้ไข ปัญหาคือ พยายามทำความเข้าใจด้วยตนเองก่อน ถ้ายังไม่เข้าใจจึงถามครู ถามเพื่อน หรือ พยายามทำความเข้าใจด้วยการเรียนรู้เพิ่มเติม ฝึกทำแบบฝึกหัดให้มากขึ้นและหาข้อมูลเพิ่มเติม จากสื่อต่าง ๆ

3.2 ปัญหาการขาดความรอบคอบ วิธีแก้ไขปัญหาคือ พยายามเตือน ตัวเองให้คิดทบทวนคำตอบที่ได้และใช้วิธีการตรวจสอบคำตอบที่ได้เรียนรู้มา

#### ตัวอย่างข้อมูล

“ปัญหา คือ ไม่เข้าใจในบางเรื่องที่ครูสอน วิธีแก้ไขคือ ถามครูหรือไม่ก็ถามเพื่อนแล้วปรับทำความเข้าใจเรื่อย ๆ พอเริ่มเข้าใจก็มาทำแบบฝึกหัดที่ครูสั่ง ยิ่งทำมากก็จะทำให้เราเข้าใจมากขึ้นค่ะ”

“ปัญหา คือ เรียนไม่เข้าใจบางเรื่อง วิธีแก้ปัญหาคือ เอาไปถามเพื่อน ให้เพื่อนอธิบายว่าต้องทำอย่างไร ฝึกทำแล้วให้เพื่อนดูว่าพอจะถูกไหม”

“ปัญหา คือ ไม่รอบคอบ วิธีแก้ปัญหาคือ พยายามเตือนตัวเองให้ทบทวนคำตอบที่ได้ ตรวจสอบคำตอบ”

จากผลการวิเคราะห์ข้อมูลทางสถิติและผลการสัมภาษณ์ ผู้วิจัยได้นำไปใช้ร่วมกับ ข้อมูลที่รวบรวมได้จากการสังเกต การวิเคราะห์เอกสารและข้อเสนอแนะเพิ่มเติมจากผู้เชี่ยวชาญ เพื่อดำเนินการปรับปรุงพัฒนากระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ ที่เหมาะสมกับบริบทในชั้นตอนที่ 3 การวิจัยประเมินถึงรวบรวมเพื่อตรวจสอบผลการพัฒนา

#### ขั้นตอนที่ 3 การวิจัยประเมินถึงรวบรวมเพื่อตรวจสอบผลการพัฒนา

การวิจัยประเมินถึงรวบรวมเพื่อตรวจสอบผลการพัฒนาในการศึกษาวิจัยนี้ เป็นการปรับการออกแบบในวงจรการพัฒนาระบบการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการคิดเชิง คณิตศาสตร์ในขั้นตอนสุดท้าย โดยมีเป้าหมายเพื่อพัฒนาระบบการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริม การคิดเชิงคณิตศาสตร์ที่เหมาะสมกับบริบท โดยใช้ผลจากการวิเคราะห์ข้อมูลเชิงปริมาณและ ผลจากการสังเกต สัมภาษณ์ การวิเคราะห์เอกสาร มาเป็นฐานการปรับการออกแบบ รวมถึง การปรับทฤษฎีที่นำมาใช้ด้วย เพื่อให้กระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการคิดเชิง คณิตศาสตร์ที่สร้างขึ้นมีความเหมาะสมมากที่สุด ตลอดจนได้แนวทางในการนำ กระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ไปใช้ได้เหมาะสม จากการปรับปรุงพัฒนาผู้วิจัยได้กระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ ดังนี้

## กระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์

กระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์นี้ กำหนดองค์ประกอบของกระบวนการเรียนการสอนเป็น 3 ขั้นตอน คือ 1) หลักการของกระบวนการเรียนการสอน 2) จุดมุ่งหมายของกระบวนการเรียนการสอน และ 3) ขั้นตอนของกระบวนการเรียนการสอน โดยมีรายละเอียดดังต่อไปนี้

### 1. หลักการของกระบวนการเรียนการสอน

ฟรายวิลลิก (Fraivillig, 2001, pp. 454-459) เสนอแนวทางในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่เน้นกระบวนการคิดของนักเรียน โดยมีเป้าหมายเพื่อช่วยให้นักเรียนสร้างความเข้าใจแนวคิดทางคณิตศาสตร์อย่างมีความหมายด้วยตัวของนักเรียนเอง ซึ่งมีลักษณะที่ให้โอกาสนักเรียนได้พัฒนาความคิด สนับสนุนการพัฒนาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์และช่วยให้เกิดความท้าทายในความคิดของนักเรียน โดยได้เสนอยุทธศาสตร์เพื่อพัฒนาการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียน (Strategies for Advancing Children's Mathematical Thinking) เพื่อเป็นแนวทางให้ครูผู้สอนออกแบบกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่มีความหมายสำหรับนักเรียน โดยได้กำหนดแนวทางการจัดกิจกรรมสำหรับพัฒนาการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียนจากการใช้หลักสูตรคณิตศาสตร์ในชีวิตประจำวัน ซึ่งแบ่งเป็น 3 ขั้นตอน ได้แก่ ขั้นล้วงความคิด (Eliciting) ขั้นสนับสนุนความคิด (Supporting) และขั้นขยายความคิด (Extending) และเพื่อให้กระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์มีความเหมาะสม สอดคล้องกับบริบทของนักเรียนไทย จึงนำการจัดการเรียนการสอนตามแนวทางของ สสวท. มาวิเคราะห์ร่วมกับแนวคิดของฟรายวิลลิก เพื่อนำมาพัฒนากระบวนการเรียนการสอนร่วมกัน ให้เป็นกระบวนการเรียนการสอนที่สามารถพัฒนาการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียนได้อย่างเหมาะสมกับบริบทของนักเรียนไทย

### 2. จุดมุ่งหมายของกระบวนการเรียนการสอน

เพื่อพัฒนาการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียน ซึ่งมี 5 องค์ประกอบ ได้แก่ การแก้ปัญหาเชิงคณิตศาสตร์ การให้เหตุผลเชิงคณิตศาสตร์ การสื่อสารความคิดเชิงคณิตศาสตร์ การเชื่อมโยงสาระหลักเชิงคณิตศาสตร์และการนำเสนอตัวแทนความคิดเชิงคณิตศาสตร์

### 3. ขั้นตอนของกระบวนการเรียนการสอน

ขั้นตอนของกระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ แบ่งเป็น 3 ขั้นตอน ดังนี้



3.1 ชั้นล้วงความคิด (Eliciting) เป็นขั้นตอนสำคัญในการพัฒนาการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียน โดยครูเป็นผู้ชี้แนะ อำนวยความสะดวกโดยทำท่ายให้นักเรียนได้อธิบายและวิเคราะห์วิธีการหาคำตอบด้วยตัวเอง ด้วยการใช้คำถามเพื่อกระตุ้นให้นักเรียนได้แสดงความคิดด้วยการพูด อธิบาย รวมทั้งใช้คำอธิบายของนักเรียนเป็นพื้นฐานในการกำหนดบทเรียนในขั้นนี้จึงเน้นการเอาคำตอบหลาย ๆ คำตอบจากนักเรียนในปัญหาหนึ่ง ๆ โดยใช้กลวิธี ดังนี้

3.1.1 ถามคำถามเพื่อกระตุ้นและล้วงเอาคำตอบจากนักเรียนหลาย ๆ คำตอบจากปัญหาหนึ่ง ๆ

3.1.2 ครูให้เวลานักเรียนได้คิดและฟังคำอธิบายวิธีการแก้ปัญหาของนักเรียน

3.1.3 ปลุกฝังให้นักเรียนได้คิดอย่างละเอียด รอบคอบ

3.1.4 สื่อให้นักเรียนได้เห็นว่าคุณยอมรับในคำอธิบาย แนวคิดทั้งที่ถูกต้องและผิดของนักเรียน และแสดงให้นักเรียนได้เห็นว่าคุณเห็นถึงความพยายามของนักเรียน กล่าวชื่นชมกับคำตอบที่ได้ทุกคำตอบและให้กำลังใจนักเรียน

3.1.5 ให้โอกาสและสนับสนุนให้นักเรียนเป็นผู้อธิบายแนวคิดของตนเอง นำเสนอผลงาน แสดงความคิดเห็น เพื่อเป็นตัวเลือกในการตัดสินใจ

3.1.6 ส่งเสริมให้นักเรียนร่วมมือกันแก้ปัญหา โดยใช้การอภิปรายและวิเคราะห์ปัญหาร่วมกัน

3.1.7 ชี้แนะให้นักเรียนสังเกตรูปแบบ วิธีการ ความเหมือน-ความต่าง การเชื่อมโยงความสัมพันธ์และประเด็นสำคัญอื่น ๆ เพื่อให้นักเรียนได้คิดต่อยอดจากความคิดเดิม

3.1.8 การจัดกิจกรรมให้ตรงกับความสนใจของนักเรียน จะทำให้นักเรียนเกิดความรู้สึกต้องการมีส่วนร่วมด้วยความเต็มใจ และพร้อมที่จะร่วมแสดงความคิดเห็นตอบคำถามหรือแก้ปัญหาอย่างเต็มความสามารถ

3.2 ชั้นสนับสนุนความคิด (Supporting) หลังจากการล้วงความคิดและได้คำตอบหลาย ๆ คำตอบจากนักเรียนแล้ว ในขั้นตอนนี้เป็นการส่งเสริม สนับสนุนการคิดของนักเรียน ทั้งคนที่ออกมารายงานแสดงความคิด คนที่ไม่ได้ออกมารายงานแสดงความคิด นักเรียนทั้งชั้นและนักเรียนที่ต้องการความช่วยเหลือเป็นพิเศษ โดยใช้กลวิธี ดังนี้

3.2.1 ใช้คำถามกระตุ้นให้นักเรียนได้ระลึกถึงสถานการณ์ปัญหาที่มีลักษณะคล้ายคลึงกัน

3.2.2 ทบทวนความรู้พื้นฐานที่จำเป็นต่อการแก้ปัญหา รวมถึงกระบวนการแก้ปัญหา ให้นักเรียนร่วมกันวิเคราะห์ว่าจะต้องใช้ความรู้พื้นฐานอื่นใดอีกบ้าง รวมถึงให้นักเรียนช่วยกันทบทวนกระบวนการ ขั้นตอน วิธีการของความรู้พื้นฐานที่จะนำมาใช้ในการแก้ปัญหา

3.2.3 ทบทวน อธิบาย วิธีการแก้ปัญหานักเรียนทุกวิธีที่นำเสนอมาอย่างช้า ๆ ตามลำดับขั้นตอน เพื่อให้เวลานักเรียนได้คิดตามในสิ่งที่ได้ทบทวนไป และเขียนสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์แทนวิธีการแก้ปัญหแต่ละวิธีบนกระดาน

3.2.4 ช่วยเหลือ สนับสนุนนักเรียนที่คิดไม่ทันเพื่อน และนักเรียนที่คิดได้ไกล ลึกซึ้งกว่าเพื่อน ๆ คนอื่น

3.2.5 ฝึกให้นักเรียนสังเกตในประเด็นที่สำคัญและเป็นประโยชน์ ชี้แนะให้นักเรียนรู้จักเรียนรู้จากความแตกต่างและความผิดพลาด รวมถึงชี้แนะจุดที่นักเรียนเข้าใจคลาดเคลื่อน

3.3 ขยายความคิด (Extending) เป็นขั้นตอนที่ครูรักษามาตรฐานและสิ่งที่คาดหวังสำหรับนักเรียนทุกคน โดยขยาย ปรับปัญหาเดิมหรือเปลี่ยนปัญหาใหม่ พร้อมทั้งขยายความคิดของนักเรียนด้วยการกระตุ้นให้สะท้อนความคิดทางคณิตศาสตร์และหาวิธีการอื่น ๆ โดยใช้กลวิธี ดังนี้

3.3.1 รักษามาตรฐานและสิ่งที่คาดหวังสำหรับนักเรียนทุกคน ด้วยการถามคำถามเพื่อให้นักเรียนพยายามแก้ปัญหาที่ยากขึ้นจากการปรับ ขยาย เงื่อนไขปัญหาเดิมหรือเปลี่ยนปัญหาใหม่

3.3.2 ส่งเสริมให้นักเรียนสามารถเขียนหลักการโดยทั่วไปของเรื่องที่เรียนได้ หรือมีกิจกรรมที่ส่งเสริมให้นักเรียนได้เขียนหลักการโดยทั่วไปของเรื่องที่เรียนอย่างสม่ำเสมอ

3.3.3 เขียนวิธีการแก้ปัญหามethods บนกระดานเพื่อสะท้อนแนวคิด

3.3.4 ครูต้อง ส่งเสริมให้นักเรียนเลือกใช้วิธีการแก้ปัญหามีประสิทธิภาพมากกว่า จากการให้นักเรียนได้เรียนรู้วิธีการที่แตกต่าง เรียนรู้ที่จะเปรียบเทียบประสิทธิภาพของวิธีการเหล่านั้น วิเคราะห์ถึงความเหมาะสมในการนำไปใช้ เลือกวิธีการแก้ปัญหที่ตนเองถนัดและมีประสิทธิภาพ

3.3.5 จัดกิจกรรมที่ส่งเสริมให้นักเรียนเกิดความใฝ่รู้ใฝ่เรียน รักความท้าทายและพยายามหาวิธีการ คำตอบอื่น ๆ ในการแก้ปัญหา

3.3.6 ให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดและให้นักเรียนได้ฝึกฝน ซึ่งต้องตรวจสอบความถูกต้องทุกครั้งและชี้แนะในจุดที่ผิดพลาดในทันที โดยไม่ทำให้นักเรียนเกิดความรู้สึกอายหรือกลัวโทษนักเรียน

3.3.7 ใช้คำถามช่วยชี้แนะให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้ด้วยตนเองจากการสังเกตอย่างเป็นขั้นตอน หรือตอบคำถามของนักเรียนด้วยการถามคำถามย้อนกลับ ให้นักเรียนได้คิด พิจารณา จนเกิดการเรียนรู้ด้วยตนเอง

3.3.8 ให้นักเรียนฝึกเรียนรู้ที่จะตรวจสอบข้อมูลที่ได้ มากกว่าการเชื่อโดยไม่ตรวจสอบหรือไตร่ตรองก่อน

3.3.9 สร้างความมั่นใจในการสื่อสารให้กับนักเรียน ให้สามารถสื่อสารเพื่อนำเสนอแนวคิดของตนเองได้ โดยครูต้องเป็นผู้สนับสนุนที่ดี หรือมีกิจกรรมที่ฝึกให้นักเรียนได้นำเสนอ สื่อสารอย่างสม่ำเสมอ

ทั้งสามขั้นตอนมีความสัมพันธ์เกี่ยวเนื่องกัน ดังนี้

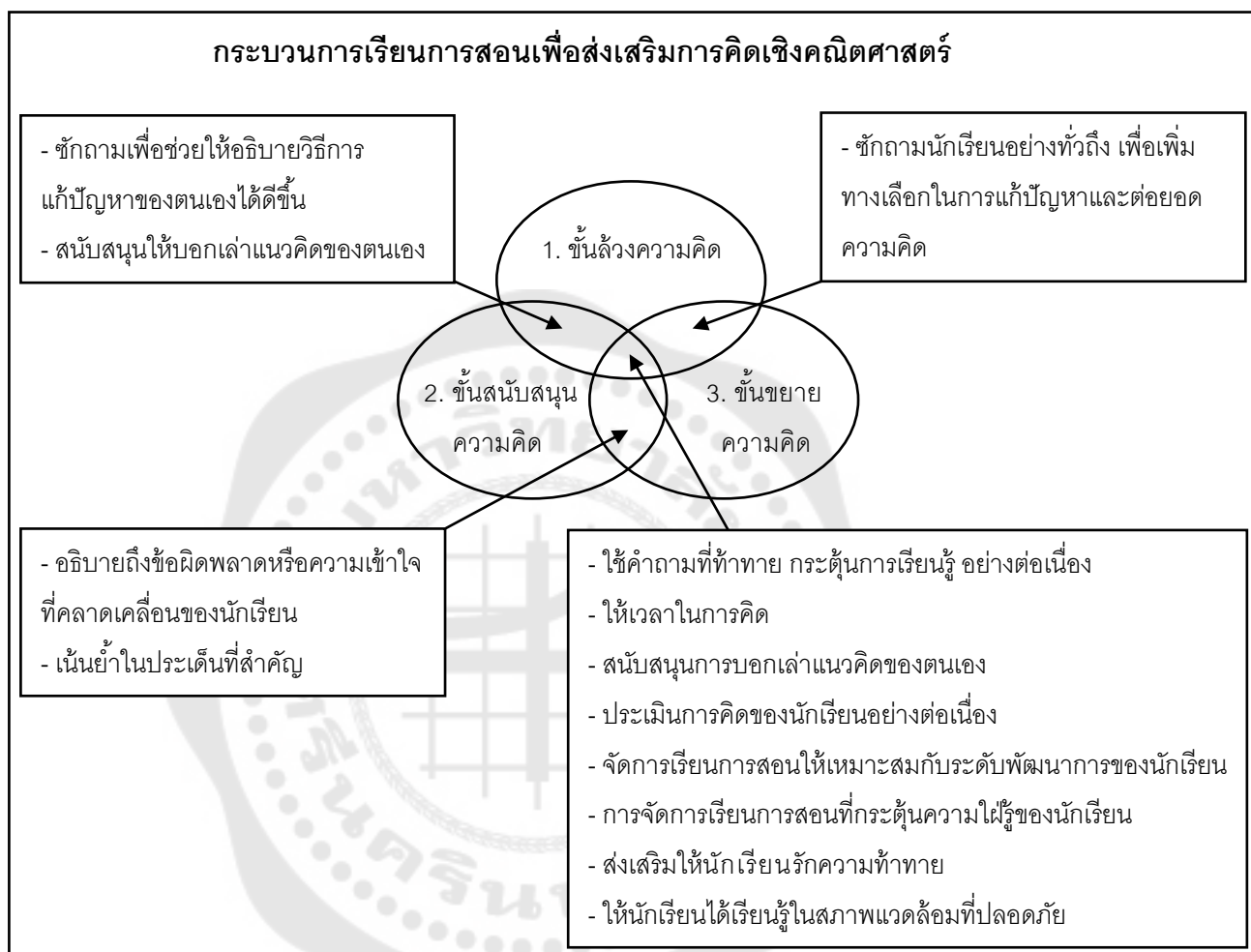
1. ขั้นลึวงความคิดและขั้นสนับสนุนความคิด มีความสัมพันธ์เกี่ยวเนื่องกันในส่วนของงานที่ครูจะต้องซักถามเพื่อช่วยให้นักเรียนอธิบายวิธีการแก้ปัญหาของตนเองได้ดีขึ้นและให้การสนับสนุนให้นักเรียนบอกเล่าแนวคิดของตนเอง

2. ขั้นลึวงความคิดและขั้นขยายความคิด มีความสัมพันธ์เกี่ยวเนื่องกันในส่วนของงานที่ครูจะต้องมีการซักถามนักเรียนทั้งชั้นอย่างทั่วถึง เพื่อเพิ่มทางเลือกในการแก้ปัญหาและต่อยอดความคิด โดยใช้คำถามที่ทำทหายอย่างต่อเนื่อง

3. ขั้นสนับสนุนความคิดและขั้นขยายความคิด มีความสัมพันธ์เกี่ยวเนื่องกันในส่วนของงานที่ครูจะต้องมีการอธิบายถึงข้อผิดพลาดหรือความเข้าใจที่คลาดเคลื่อนของนักเรียนและเน้นย้ำในประเด็นที่สำคัญ

4. ขั้นลึวงความคิด ขั้นสนับสนุนความคิดและขั้นขยายความคิด มีความสัมพันธ์เกี่ยวเนื่องกันในส่วนของงานที่ครูจะต้องมีการใช้คำถามที่ทำทหาย กระตุ้นการเรียนรู้ของนักเรียนอย่างต่อเนื่อง ให้นักเรียนในการคิดแก้ปัญหา ทบทวนความรู้และต่อยอดความรู้ อย่างเพียงพอ ต้องสนับสนุนให้นักเรียนได้บอกเล่าแนวคิดของตนเอง มีการประเมินการคิดของนักเรียนอย่างต่อเนื่องและปรับปรุงการสอนให้สอดคล้อง เหมาะสมกับระดับพัฒนาการของนักเรียน ต้องจัดการเรียนการสอนที่กระตุ้นความใฝ่รู้ของนักเรียน ส่งเสริมให้นักเรียนรักความท้าทายและให้นักเรียนได้เรียนรู้ในสภาพแวดล้อมที่ปลอดภัย

ซึ่งผู้วิจัยได้พัฒนาโครงสร้างกระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการคิดเชิง  
คณิตศาสตร์ ดังภาพประกอบ 10



ภาพประกอบ 10 โครงสร้างกระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์

## บทที่ 5

### สรุปผล อภิปรายผลและข้อเสนอแนะ

การวิจัยนี้เป็นการพัฒนากระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ โดยมีความมุ่งหมายของการวิจัย ดังนี้ 1) เพื่อสร้างและตรวจสอบคุณภาพแบบวัดการคิดเชิงคณิตศาสตร์แบบเลือกตอบชนิดตัวเลือกถูก – ผิด 2) เพื่อพัฒนากระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์โดยประยุกต์ใช้การวิจัยเชิงการออกแบบ 3) เพื่อศึกษาพัฒนาการการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่เรียนโดยใช้กระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ และ 4) เพื่อเปรียบเทียบการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ระหว่างกลุ่มที่เรียนโดยใช้กระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์กับกลุ่มที่เรียนโดยใช้กระบวนการเรียนการสอนแบบปกติ โดยมีสมมติฐานการวิจัย ดังนี้ 1) แบบวัดการคิดเชิงคณิตศาสตร์แบบเลือกตอบชนิดตัวเลือกถูก – ผิด ที่สร้างขึ้น มีความสอดคล้องกับข้อมูลเชิงประจักษ์ มีค่าความเที่ยงตรงเชิงผู้เข้า ค่าความเชื่อมั่นเชิงโครงสร้างและค่าความเที่ยงตรงเชิงจำแนกตามเกณฑ์ 2) นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่เรียนโดยใช้กระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์มีพัฒนาการการคิดเชิงคณิตศาสตร์เพิ่มขึ้น อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และ 3) นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่เรียนโดยใช้กระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์มีการคิดเชิงคณิตศาสตร์ทั้ง 5 องค์ประกอบ สูงกว่านักเรียนที่เรียนโดยใช้กระบวนการเรียนการสอนแบบปกติ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 เมื่อควบคุมอิทธิพลของคะแนนก่อนเรียน

การวิจัยครั้งนี้ แบ่งออกเป็น 2 ระยะ ได้แก่ ระยะที่ 1 การสร้างและตรวจสอบคุณภาพแบบวัดการคิดเชิงคณิตศาสตร์ด้วยการวิเคราะห์องค์ประกอบเชิงยืนยัน กลุ่มตัวอย่างที่ใช้เป็นนักเรียนในระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ปีการศึกษา 2560 ในโรงเรียนสังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา เขต 17 จำนวน 500 คน โดยใช้วิธีการสุ่มกลุ่มตัวอย่างแบบหลายขั้นตอน (multi-stage random sampling) เครื่องมือที่ใช้ในระยะนี้ คือ แบบวัดการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่พัฒนาขึ้นเพื่อใช้วัดใน 5 องค์ประกอบ ของการคิดเชิงคณิตศาสตร์ และระยะที่ 2 การพัฒนาและศึกษาผลการใช้กระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์โดยประยุกต์ใช้การวิจัยเชิงการออกแบบ กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในระยะที่ 2 นี้ เป็นนักเรียนในระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ปีการศึกษา 2560 โรงเรียนเขาสมิงวิทยาคม “จงจินต์รุจิรวงศ์อุปถัมภ์” สังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา เขต 17 จังหวัดตราด จำนวน

2 ห้องเรียน ห้องเรียนละ 34 คน มีจำนวนนักเรียนรวม 68 คน ใช้วิธีการเลือกกลุ่มตัวอย่างโดยใช้เทคนิคการสุ่มตัวอย่างแบบกลุ่ม (Cluster random sampling) เครื่องมือที่ใช้ในขณะนี้ ได้แก่ แบบวัดการคิดเชิงคณิตศาสตร์ แผนการจัดการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ แผนการจัดการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการเรียนการสอนแบบปกติ แบบสังเกตและแบบสัมภาษณ์แบบกึ่งโครงสร้าง ตัวแปรที่ศึกษา ประกอบด้วย ตัวแปรอิสระ คือ กระบวนการเรียนการสอน ได้แก่ กระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ และกระบวนการเรียนการสอนแบบปกติ ตัวแปรตาม คือ การคิดเชิงคณิตศาสตร์ (Mathematical Thinking) มี 5 องค์ประกอบ คือ การแก้ปัญหาเชิงคณิตศาสตร์ การให้เหตุผลเชิงคณิตศาสตร์ การสื่อสารความคิดเชิงคณิตศาสตร์ การเชื่อมโยงสาระหลักเชิงคณิตศาสตร์และการนำเสนอตัวแทนความคิดเชิงคณิตศาสตร์ สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล ได้แก่ การวิเคราะห์ค่าสถิติพื้นฐาน การวิเคราะห์องค์ประกอบเชิงยืนยัน (Confirmatory Factor Analysis : CFA) การวิเคราะห์ค่าความเที่ยงตรงเชิงลู่เข้า (Convergent validity) การวิเคราะห์ค่าความเชื่อมั่นเชิงโครงสร้าง (Construct reliability: CR) การวิเคราะห์ค่าความเที่ยงตรงเชิงจำแนก (Discriminant validity) การวิเคราะห์คะแนนพัฒนาการ (Gain Scores) การวิเคราะห์ Hotelling  $T^2$  และการวิเคราะห์ความแปรปรวนร่วมพหุคูณ (Multivariate Analysis of Covariance : MANCOVA) วิเคราะห์โดยใช้โปรแกรมสำเร็จรูป ซึ่งสามารถสรุปผลการวิจัย อภิปรายผลการวิจัยและมีข้อเสนอแนะ ดังนี้

### สรุปผลการวิจัย

ผู้วิจัยสรุปผลการวิจัยตามระยะของการดำเนินการวิจัย ซึ่งแบ่งออกเป็น 2 ระยะ ได้แก่ ระยะที่ 1 การสร้างและตรวจสอบคุณภาพแบบวัดการคิดเชิงคณิตศาสตร์ด้วยการวิเคราะห์องค์ประกอบเชิงยืนยัน เป็นการสรุปผลการวิจัยจากความมุ่งหมายของการวิจัยข้อที่ 1 และระยะที่ 2 การพัฒนาและศึกษาผลการใช้กระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ โดยประยุกต์ใช้การวิจัยอิงการออกแบบ เป็นการสรุปผลการวิจัยจากความมุ่งหมายของการวิจัยข้อที่ 2 – 4 ซึ่งมีรายละเอียด ดังนี้

#### ระยะที่ 1 การสร้างและตรวจสอบคุณภาพแบบวัดการคิดเชิงคณิตศาสตร์ด้วยการวิเคราะห์องค์ประกอบเชิงยืนยัน

ผลการตรวจสอบคุณภาพแบบวัดการคิดเชิงคณิตศาสตร์ด้วยการวิเคราะห์องค์ประกอบเชิงยืนยัน จากความมุ่งหมายของการวิจัยข้อที่ 1 พบว่า องค์ประกอบการคิดเชิงคณิตศาสตร์ มีจำนวน 5 องค์ประกอบ ได้แก่ การแก้ปัญหาเชิงคณิตศาสตร์ การให้เหตุผลเชิงคณิตศาสตร์ การสื่อสารความคิดเชิงคณิตศาสตร์ การเชื่อมโยงสาระหลักเชิงคณิตศาสตร์และ



การนำเสนอตัวแทนความคิดเชิงคณิตศาสตร์ การตรวจสอบความเที่ยงตรงเชิงโครงสร้างของโมเดลการคิดเชิงคณิตศาสตร์กับข้อมูลเชิงประจักษ์ ด้วยการวิเคราะห์องค์ประกอบเชิงยืนยันพบว่า โมเดลมีความสอดคล้องกับข้อมูลเชิงประจักษ์ เมื่อพิจารณาคุณภาพของโมเดล พบว่าความเที่ยงตรงเชิงสูงเข้า จากค่าเฉลี่ยความแปรปรวนที่สกัดได้ของตัวแปร (Average variance Extracted : AVE) มีค่าตั้งแต่ .500 ขึ้นไป แสดงให้เห็นว่าโมเดลการวัดมีความเที่ยงตรงเชิงสูงเข้าที่ดี และความเชื่อมั่นเชิงโครงสร้าง มีค่ามากกว่า .700 แสดงว่ามีความเชื่อมั่นเชิงโครงสร้างสูง ในส่วนของความเที่ยงตรงเชิงจำแนก พิจารณาจากค่า AVE ของแต่ละองค์ประกอบ ซึ่งมีค่าตั้งแต่ .628 ถึง .707 พบว่า ค่า AVE ของแต่ละองค์ประกอบมีค่ามากกว่าค่าความแปรปรวนร่วมระหว่างองค์ประกอบนั้น ๆ กับองค์ประกอบอื่น แสดงให้เห็นว่าโมเดลนี้มีความเที่ยงตรงเชิงจำแนก

## ระยะที่ 2 การพัฒนาและศึกษาผลการใช้กระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์โดยประยุกต์ใช้การวิจัยอิงการออกแบบ

ผลการพัฒนาและผลการใช้กระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์โดยประยุกต์ใช้การวิจัยอิงการออกแบบ ผู้วิจัยสรุปผลการวิจัยจากความมุ่งหมายของการวิจัยข้อที่ 2 – 4 ตามลำดับ ดังนี้

1. ผลการพัฒนาระบบการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์โดยประยุกต์ใช้การวิจัยอิงการออกแบบ ได้ผลการพัฒนาที่มีขั้นตอนของกระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ ที่มีความเหมาะสม สอดคล้อง กับบริบทของนักเรียนไทย ประกอบด้วย 3 ขั้นตอน ได้แก่ ขั้นล้วงความคิด (Eliciting) ขั้นสนับสนุนความคิด (Supporting) และขั้นขยายความคิด (Extending) ทั้งสามขั้นตอนมีความสัมพันธ์เกี่ยวเนื่องกัน ดังนี้ 1) ขั้นล้วงความคิดและขั้นสนับสนุนความคิด มีความสัมพันธ์เกี่ยวเนื่องกันในส่วนของ การที่ครูจะต้องซักถามเพื่อช่วยให้นักเรียนอธิบายวิธีการแก้ปัญหาของตนเองได้ดีขึ้นและให้การสนับสนุนให้นักเรียนบอกเล่าแนวคิดของตนเอง 2) ขั้นล้วงความคิดและขั้นขยายความคิด มีความสัมพันธ์เกี่ยวเนื่องกันในส่วนของ การที่ครูจะต้องมีการซักถามนักเรียนทั้งชั้นอย่างทั่วถึง เพื่อเพิ่มทางเลือกในการแก้ปัญหาและต่อยอดความคิด โดยใช้คำถามที่ทำทายอย่างต่อเนื่อง 3) ขั้นสนับสนุนความคิดและขั้นขยายความคิด มีความสัมพันธ์เกี่ยวเนื่องกันในส่วนของ การที่ครูจะต้องมีการอธิบายถึงข้อผิดพลาดหรือความเข้าใจที่คลาดเคลื่อนของนักเรียนและเน้นย้ำประเด็นที่สำคัญ และ 4) ขั้นล้วงความคิด ขั้นสนับสนุนความคิดและขั้นขยายความคิด มีความสัมพันธ์เกี่ยวเนื่องกันในส่วนของ การที่ครูจะต้องมีการใช้คำถามที่ทำทาย กระตุ้นการเรียนรู้ของนักเรียนอย่างต่อเนื่อง ให้เวลานักเรียนในการคิดแก้ปัญหา ทบทวนความรู้และต่อยอดความรู้อย่างเพียงพอ

ต้องสนับสนุนให้นักเรียนได้บอกเล่าแนวคิดของตนเอง มีการประเมินการคิดของนักเรียนอย่างต่อเนื่องและปรับปรุงการสอนให้สอดคล้อง เหมาะสมกับระดับพัฒนาการของนักเรียน ต้องจัดการเรียนการสอนที่กระตุ้นความใฝ่รู้ของนักเรียน ส่งเสริมให้นักเรียนรักความท้าทายและให้นักเรียนได้เรียนรู้ในสภาพแวดล้อมที่ปลอดภัย ผลการผลการตรวจสอบความเหมาะสมของกระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ใน 3 องค์ประกอบ ได้แก่ หลักการของกระบวนการเรียนการสอน จุดมุ่งหมายของกระบวนการเรียนการสอน และขั้นตอนของกระบวนการเรียนการสอน พบว่า กระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ มีค่าเฉลี่ยรวมในทุกองค์ประกอบเพิ่มขึ้นในแต่ละครั้งของการประเมิน ดังนี้ ครั้งที่ 1 มีค่าเฉลี่ยรวมในทุกองค์ประกอบเท่ากับ 3.968 ครั้งที่ 2 มีค่าเฉลี่ยรวมในทุกองค์ประกอบเท่ากับ 4.260 และครั้งที่ 3 มีค่าเฉลี่ยรวมในทุกองค์ประกอบเท่ากับ 4.412 โดยแต่ละครั้งมีความเหมาะสมอยู่ในระดับมาก

2. ผลการศึกษาพัฒนาการการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่เรียนโดยใช้กระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ สรุปผลการวิจัยได้ดังนี้

2.1 จากการวิเคราะห์คะแนนพัฒนาการสัมพัทธ์ (Relative Gain Scores) เพื่อศึกษาพัฒนาการการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่เรียนโดยใช้กระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ พบว่า ร้อยละ 100 ของนักเรียนที่เรียนโดยใช้กระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์มีพัฒนาการการคิดเชิงคณิตศาสตร์เพิ่มขึ้น โดยมีช่วงคะแนนพัฒนาการตั้งแต่ 25.000 ถึง 59.459 เมื่อเทียบคะแนนพัฒนาการสัมพัทธ์กับระดับพัฒนาการ ตามเกณฑ์ของ ศิริชัย กาญจนวาสี (2556) ปรากฏว่านักเรียนมีพัฒนาการการคิดเชิงคณิตศาสตร์ในระดับกลางมากที่สุด จำนวน 26 คน จากนักเรียนทั้งหมด 34 คน คิดเป็นร้อยละ 76.471 รองลงมาคือ มีพัฒนาการระดับสูง จำนวน 7 คน คิดเป็นร้อยละ 20.588 และลำดับที่สามคือ มีพัฒนาการระดับต้น จำนวน 1 คน คิดเป็นร้อยละ 2.941 โดยไม่มีนักเรียนที่มีพัฒนาการระดับสูงมาก เมื่อเทียบคะแนนพัฒนาการสัมพัทธ์จำแนกตามองค์ประกอบของการคิดเชิงคณิตศาสตร์ ทั้ง 5 องค์ประกอบ ปรากฏว่า นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่เรียนโดยใช้กระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์มีพัฒนาการการคิดเชิงคณิตศาสตร์ในระดับสูง จำนวน 1 องค์ประกอบ คือ การแก้ปัญหาเชิงคณิตศาสตร์ มีพัฒนาการระดับกลาง จำนวน 4 องค์ประกอบ ได้แก่ การสื่อสารความคิดเชิงคณิตศาสตร์ การให้เหตุผลเชิงคณิตศาสตร์ การนำเสนอตัวแทนความคิดเชิงคณิตศาสตร์และการเชื่อมโยงสาระหลักเชิงคณิตศาสตร์ และนักเรียนที่เรียนโดยใช้กระบวนการเรียนการสอนเพื่อ

ส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์มีคะแนนพัฒนาการสัมพัทธ์เฉลี่ยทั้ง 5 องค์ประกอบ เท่ากับ 44.707 ซึ่งมีพัฒนาการการคิดเชิงคณิตศาสตร์ในระดับกลาง

2.2 ผลจากการวิเคราะห์โดยใช้สถิติ Hotelling  $T^2$  พบว่า ค่าเฉลี่ยของตัวแปรการคิดเชิงคณิตศาสตร์ทั้ง 5 องค์ประกอบ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่เรียนโดยใช้กระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ (กลุ่มทดลอง) มีความแตกต่างกันระหว่างก่อนและหลังการให้สิ่งทดลอง อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 (Hotelling  $T^2$  (จากการคำนวณ) = 1040.384,  $df = 29$  (Hotelling  $T^2 > 2.558$  (จากการเปิดตาราง))) แสดงว่านักเรียนที่เรียนโดยใช้กระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ มีพัฒนาการการคิดเชิงคณิตศาสตร์เพิ่มขึ้น อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และจากผลการวิเคราะห์เปรียบเทียบค่าเฉลี่ยของคะแนนการคิดเชิงคณิตศาสตร์รายองค์ประกอบระหว่างก่อนและหลังการให้สิ่งทดลอง พบว่า ค่าเฉลี่ยของคะแนนการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่เรียนโดยใช้กระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์เพิ่มขึ้น อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ทั้ง 5 องค์ประกอบ

3. ผลการเปรียบเทียบการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ระหว่างกลุ่มที่เรียนโดยใช้กระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์กับกลุ่มที่เรียนโดยใช้กระบวนการเรียนการสอนแบบปกติ สรุปผลการวิจัยได้ดังนี้

3.1 ผลการวิเคราะห์ความแปรปรวนร่วมพหุคูณ เพื่อเปรียบเทียบการคิดเชิงคณิตศาสตร์รายองค์ประกอบ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ระหว่างกลุ่มที่เรียนโดยใช้กระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์กับกลุ่มที่เรียนโดยใช้กระบวนการเรียนการสอนแบบปกติ โดยใช้คะแนนจากการทดสอบวัดก่อนการให้สิ่งทดลองเป็นตัวแปรร่วม พบว่า เวคเตอร์ค่าเฉลี่ยของคะแนนการคิดเชิงคณิตศาสตร์ทั้ง 5 องค์ประกอบ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 จำแนกตามกระบวนการเรียนการสอน มีความแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 โดยค่าแลมบ์ดาของวิลส์ (Wilk's Lambda) เท่ากับ .672 ค่าองศาอิสระเท่ากับ 5 และค่าความน่าจะเป็นเท่ากับ .000 แสดงว่า กระบวนการเรียนการสอนที่ต่างกัน ทำให้การคิดเชิงคณิตศาสตร์ทั้ง 5 องค์ประกอบ โดยเฉลี่ยมีความแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และจากการวิเคราะห์ความแปรปรวนร่วมพหุคูณของการคิดเชิงคณิตศาสตร์รายองค์ประกอบ จำแนกตามกระบวนการเรียนการสอน โดยใช้คะแนนจากการทดสอบวัดก่อนการให้สิ่งทดลองเป็นตัวแปรร่วม พบว่า ค่าความน่าจะเป็นของการทดสอบการคิดเชิงคณิตศาสตร์ทั้ง 5

องค์ประกอบ น้อยกว่า .05 จึงสรุปว่า กระบวนการเรียนการสอนที่ต่างกันทำให้การคิดเชิงคณิตศาสตร์ทั้ง 5 องค์ประกอบ แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

3.2 ผลจากการเปรียบเทียบค่าเฉลี่ยของคะแนนการคิดเชิงคณิตศาสตร์ทั้ง 5 องค์ประกอบ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 จำแนกตามกระบวนการเรียนการสอน โดยใช้คะแนนจากการทดสอบวัดก่อนการให้สิ่งทดลองเป็นตัวแปรร่วม พบว่า นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่เรียนโดยใช้กระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ มีค่าเฉลี่ยของคะแนนการคิดเชิงคณิตศาสตร์รายองค์ประกอบ สูงกว่านักเรียนที่เรียนโดยใช้กระบวนการเรียนการสอนแบบปกติ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ทุกองค์ประกอบ

### อภิปรายผลการวิจัย

ผู้วิจัยอภิปรายผลการวิจัยตามระยะการดำเนินการวิจัย ซึ่งแบ่งออกเป็น 2 ระยะ ได้แก่ ระยะที่ 1 การสร้างและตรวจสอบคุณภาพแบบวัดการคิดเชิงคณิตศาสตร์ด้วยการวิเคราะห์องค์ประกอบเชิงยืนยัน เป็นการอภิปรายผลการวิจัยจากความมุ่งหมายของการวิจัยข้อที่ 1 และ ระยะที่ 2 การพัฒนาและศึกษาผลการใช้กระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์โดยประยุกต์ใช้การวิจัยอิงการออกแบบ ประกอบด้วย 3 ขั้นตอนย่อย ได้แก่ ขั้นตอนที่ 1 การวิจัยเบื้องต้นเพื่อพัฒนารอบแนวคิดในการวิจัย ขั้นตอนที่ 2 การวิจัยเป็นวงจรซ้ำเพื่อพัฒนาต้นแบบนวัตกรรม และขั้นตอนที่ 3 การวิจัยประเมินกึ่งรวบยอดเพื่อตรวจสอบผลการพัฒนาเป็นการอภิปรายผลการวิจัยจากความมุ่งหมายของการวิจัยข้อที่ 2 – 4 ซึ่งมีรายละเอียด ดังนี้

#### ระยะที่ 1 การสร้างและตรวจสอบคุณภาพแบบวัดการคิดเชิงคณิตศาสตร์ด้วยการวิเคราะห์องค์ประกอบเชิงยืนยัน

จากผลการสร้างและตรวจสอบคุณภาพแบบวัดการคิดเชิงคณิตศาสตร์ด้วยการวิเคราะห์องค์ประกอบเชิงยืนยัน พบว่า องค์ประกอบการคิดเชิงคณิตศาสตร์ มีจำนวน 5 องค์ประกอบ ได้แก่ การแก้ปัญหาเชิงคณิตศาสตร์ การให้เหตุผลเชิงคณิตศาสตร์ การสื่อสารความคิดเชิงคณิตศาสตร์ การเชื่อมโยงสาระหลักเชิงคณิตศาสตร์และการนำเสนอตัวแทนความคิดเชิงคณิตศาสตร์ ตามแนวคิดของแนวคิดของสมาคมครูคณิตศาสตร์แห่งสหรัฐอเมริกา (The National Council of Teachers of Mathematics : NCTM) (NCTM, 2000, pp. 52-71 อ้างถึงใน ปิยพร สีสันต์, 2554, น. 18-22) ซึ่งการคิดเชิงคณิตศาสตร์นี้ เป็นกระบวนการทางปัญญาของบุคคลในการเผชิญปัญหา โดยการใช้เครื่องมือและทักษะทางคณิตศาสตร์ที่มีอยู่ในการทำความเข้าใจ ค้นหาความสัมพันธ์ สร้างข้อสรุปและแก้ปัญหา ซึ่งมีความสำคัญต่อการดำเนินชีวิต โดยแนวคิดนี้สอดคล้องกับตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้แกนกลาง กลุ่มสาระ

การเรียนรู้คณิตศาสตร์ ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 สาระที่ 6 ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ (กระทรวงศึกษาธิการ, 2551, น. 54-56) ตลอดจนเมื่อมีการปรับหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ในปี พ.ศ. 2560 เป็นตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้แกนกลาง กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 แล้ว แม้จะไม่ได้แยกสาระด้านทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ไว้เช่นเดิม แต่ในหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐานยังคงระบุว่า ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์เป็นความสามารถที่จะนำความรู้ไปประยุกต์ใช้ในการเรียนรู้สิ่งต่าง ๆ เพื่อให้ได้มาซึ่งความรู้ และประยุกต์ใช้ในชีวิตประจำวันได้อย่างมีประสิทธิภาพ ซึ่งในหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) ยังเน้นทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ที่จำเป็นและต้องการพัฒนาให้เกิดขึ้นกับผู้เรียนเช่นเดียวกับหลักสูตรเดิม (กระทรวงศึกษาธิการ, 2560, น. 4) จึงแสดงให้เห็นว่าองค์ประกอบต่าง ๆ ของการคิดเชิงคณิตศาสตร์มีความสำคัญและจำเป็นต่อการพัฒนาให้เกิดขึ้นกับผู้เรียนอย่างยิ่ง โดยจากการตรวจสอบความเที่ยงตรงเชิงโครงสร้างของโมเดลการคิดเชิงคณิตศาสตร์กับข้อมูลเชิงประจักษ์ ด้วยการวิเคราะห์หองค์ประกอบเชิงยืนยัน พบว่า โมเดลมีความสอดคล้องกับข้อมูลเชิงประจักษ์ คือนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 และเมื่อพิจารณาคูณภาพของโมเดล พบว่า โมเดลการวัดมีความเที่ยงตรงเชิงผู้เข้าที่ดี มีความเชื่อมั่นเชิงโครงสร้างสูงและมีความเที่ยงตรงเชิงจำแนก แสดงให้เห็นว่า แบบวัดการคิดเชิงคณิตศาสตร์ที่สร้างขึ้นนี้มีความเหมาะสมในการนำไปใช้วัดการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ในระยะต่อไปได้ ทั้งนี้อาจเนื่องมาจากแบบวัดการคิดเชิงคณิตศาสตร์ที่สร้างขึ้นนี้เป็นแบบวัดการคิดเชิงคณิตศาสตร์แบบเลือกตอบชนิดตัวเลือกถูก – ผิด โดยใช้การวัดความรู้บางส่วน (Partial Knowledge) ซึ่งข้อสอบแบบเลือกตอบนั้นสามารถวัดความรู้ ความสามารถและผลสัมฤทธิ์ได้อย่างกว้างขวาง ประกอบกับมีความเป็นปรนัยในการตรวจให้คะแนน ผลการวิเคราะห์ข้อสอบสามารถนำมาวินิจฉัยปัญหาการเรียนรู้ได้ แต่ข้อสอบแบบเลือกตอบก็ยังมีจุดอ่อนที่สำคัญคือ เปิดโอกาสให้มีการตอบถูกโดยการเดา ปัญหาการตอบแบบเดาสุ่มจึงเป็นแหล่งความคลาดเคลื่อนในการวัด นอกจากนี้ผลการวัดที่ได้ ไม่สามารถให้สารสนเทศที่เพียงพอที่จะจำแนกผู้ตอบในระดับต่าง ๆ ของความรู้ ระหว่างผู้รู้จริง (Full Knowledge) ผู้ที่มีความรู้บางส่วน (Partial Knowledge) และผู้ที่ไม่มีความรู้ (Absence of Knowledge) ดังนั้นการใช้การวัดความรู้บางส่วนจึงเป็นวิธีการแก้ปัญหาข้อจำกัดของแบบทดสอบแบบเลือกตอบโดยลดโอกาสในการเดา เนื่องจากการวัดความรู้บางส่วนของผู้ตอบแสดงถึงตำแหน่งจริงของความรู้



ของผู้ตอบ ซึ่งมีส่วนช่วยลดความคลาดเคลื่อนจากแหล่งการเดาสุ่มของผู้ตอบลง ทำให้คะแนนมีความเชื่อมั่นมากขึ้น ในขณะที่เดียวกันก็ส่งผลต่อความตรงของกระบวนการวัดด้วย (Frery, 1980 อ้างถึงใน พรทิพย์ ไชยโส, 2533) ซึ่งในที่นี้ผู้วิจัยใช้การวัดความรู้บางส่วนแบบการเปลี่ยนแปลงโครงสร้างของข้อสอบ (Changing the Item Structure) โดยข้อสอบที่ใช้เป็นแบบวัดการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่พัฒนาขึ้นเพื่อใช้สำหรับวัดใน 5 องค์ประกอบของการคิดเชิงคณิตศาสตร์ ประกอบด้วย 18 มาตรฐาน ตามแนวคิดของสมาคมครูคณิตศาสตร์แห่งสหรัฐอเมริกา (The National Council of Teachers of Mathematics : NCTM) มีลักษณะเป็นแบบทดสอบเลือกตอบชนิดตัวเลือกถูก – ผิด (Multiple True – False : MTF) มาตรฐานละ 1 ข้อ ในแต่ละข้อมี 4 ข้อย่อย ในแต่ละข้อย่อยเป็นการเลือกตอบชนิดตัวเลือกถูก – ผิด ซึ่งทั้ง 4 ข้อย่อย และจะใช้ข้อมูลเดียวกันในการตอบคำถาม โดยคำถามที่ใช้จะแตกต่างกัน ซึ่งจากงานวิจัยของ จาวิด (Javid, 2014) ที่ทำการเปรียบเทียบความน่าเชื่อถือของการทดสอบสองรูปแบบ ได้แก่ แบบทดสอบแบบเลือกตอบ (Multiple-Choice : MC) และแบบทดสอบเลือกตอบชนิดตัวเลือกถูก – ผิด (Multiple True – False : MTF) ในการเรียนรู้คำศัพท์ของนักเรียน พบว่าแบบทดสอบเลือกตอบชนิดตัวเลือกถูก – ผิด มีความน่าเชื่อถือของการทดสอบมากกว่าแบบทดสอบแบบเลือกตอบ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ ซึ่งสอดคล้องกับคำกล่าวของ วูด (Wood, 2003, as cited in Bender, 2003) และฮาร์เปอร์ (Harper, 2003, as cited in Bender, 2003) ที่กล่าวว่า แบบทดสอบเลือกตอบชนิดตัวเลือกถูก – ผิด มีข้อได้เปรียบแบบทดสอบแบบเลือกตอบคือ นักเรียนจะต้องประเมินแต่ละคำตอบที่เป็นไปได้แทนที่จะเลือกคำตอบข้อที่ถูกต้องเพียงข้อเดียว เพราะในแต่ละข้อนักเรียนจะต้องประเมินคำตอบที่เป็นไปได้ทุกข้อย่อย นั่นคือนักเรียนจะต้องทดสอบสี่ถึงห้าครั้งต่อหนึ่งข้อ นอกจากนี้การเปลี่ยนหรือปรับคำถามในแต่ละข้อย่อยเพื่อทำให้ข้อความที่เป็นจริงกลายเป็นเท็จ (หรือกลับกัน) จะช่วยยับยั้งการตอบคำถามจากการท่องจำของนักเรียน เนื่องจากลักษณะคำถามเหล่านี้จะต้องอาศัยความเข้าใจจึงจะสามารถตอบคำถามได้

## ระยะที่ 2 การพัฒนาและศึกษาผลการใช้กระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์โดยประยุกต์ใช้การวิจัยอิงการออกแบบ

จากผลการพัฒนาและผลการใช้กระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์โดยประยุกต์ใช้การวิจัยอิงการออกแบบ ผู้วิจัยอภิปรายผลการวิจัยจากความมุ่งหมายของการวิจัยข้อที่ 2 – 4 ตามลำดับ ดังนี้

1. จากผลการพัฒนากระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์โดยประยุกต์ใช้การวิจัยอิงการออกแบบ พบว่า กระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการคิดเชิง



คณิตศาสตร์ที่มีความเหมาะสม สอดคล้อง กับบริบทของนักเรียนไทย ซึ่งประกอบด้วย 3 ขั้นตอน ได้แก่ ขั้นล้วงความคิด (Eliciting) ขั้นสนับสนุนความคิด (Supporting) และขั้นขยายความคิด (Extending) เป็นไปตามแนวคิดของ ฟร่ายวิลลิก (Fraivillig, 2001, pp. 454-459) ที่ได้เสนอแนวทางในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่เน้นการพัฒนาการคิดเชิงคณิตศาสตร์ โดยมีเป้าหมายเพื่อช่วยให้นักเรียนสร้างความเข้าใจแนวคิดทางคณิตศาสตร์อย่างมีความหมายด้วยตัวของนักเรียนเอง ให้โอกาสนักเรียนได้พัฒนาความคิด สนับสนุนการพัฒนาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์และช่วยให้เกิดความท้าทายในความคิดของนักเรียน โดยผู้วิจัยได้ผสมผสานกับแนวคิดในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ของฟร่ายวิลลิก กับการจัดการเรียนการสอนตามแนวทางของ สสวท. เพื่อให้กระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์มีความเหมาะสม สอดคล้อง กับบริบทของนักเรียนไทย ซึ่งพบว่า ในส่วนของขั้นตอนของกระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ยังคงประกอบด้วย 3 ขั้นตอน ดังที่กล่าวข้างต้น แต่มีการปรับรายละเอียดในแต่ละขั้นตอนให้เหมาะสมกับบริบทของนักเรียนไทยมากขึ้น ซึ่งเมื่อนำไปทดลองใช้แล้ว พบว่านักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่เรียนโดยใช้กระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์มีพัฒนาการการคิดเชิงคณิตศาสตร์เพิ่มขึ้น และนักเรียนที่เรียนโดยใช้กระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์มีการคิดเชิงคณิตศาสตร์โดยรวมและรายองค์ประกอบสูงกว่านักเรียนที่เรียนโดยใช้กระบวนการเรียนการสอนแบบปกติ โดยผลที่เกิดขึ้นอาจเนื่องมาจากขั้นตอนที่ใช้ในการพัฒนากระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์เป็นการประยุกต์ใช้การวิจัยอิงการออกแบบตามแนวคิดของ แอลกามดิ และ ลี (Alghamdi & Li, 2003 อ้างถึงใน กนิษฐ์ ศรีเคลือบ, 2557) ที่มีขั้นตอนสำคัญของการวิจัยอิงการออกแบบ ประกอบด้วย 3 ขั้นตอน คือ การวิจัยเบื้องต้นเพื่อพัฒนารอบแนวคิดในการวิจัย การวิจัยเป็นวงจรซ้ำเพื่อพัฒนาต้นแบบนวัตกรรม และการวิจัยประเมินกึ่งรวบยอดเพื่อตรวจสอบผลการพัฒนา ซึ่งเป็นการวิจัยที่เป็นวงจรซ้ำเพื่อพัฒนากระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ โดยมีการปรับปรุงกระบวนการเรียนการสอนให้เหมาะสมกับบริบทจริงและมุ่งพัฒนาการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มเป้าหมายเป็นหลัก โดยทำการศึกษาเอกสารทฤษฎีและงานวิจัยที่ผ่านมาในอดีต เพื่อใช้เป็นฐานในการออกแบบ มีการวิเคราะห์ข้อมูลในสภาพจริง และใช้ผลจากการวิเคราะห์ข้อมูลมาเป็นฐานในการปรับการออกแบบ รวมถึงการปรับทฤษฎีที่นำมาใช้ด้วย เพื่อให้กระบวนการเรียนการสอนที่สร้างขึ้นมีความเหมาะสมกับบริบทของนักเรียนไทยมากที่สุด จากกระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ (ฉบับร่าง 1) ที่พัฒนาขึ้นและนำไปทดลองใช้ตามขั้นตอนของการวิจัยอิงการออกแบบ ซึ่งในระหว่าง

การทดลองในแต่ละรอบมีการปรับรายละเอียดในแต่ละขั้นตอนให้เหมาะสมกับบริบทของนักเรียนไทยมากยิ่งขึ้น มีประเด็นการปรับปรุงพัฒนาและแนวทางดำเนินการปรับปรุงพัฒนาที่เป็นข้อสะท้อนคิด กระทั่งได้กระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ที่ความเหมาะสมกับบริบทของนักเรียนไทยในขั้นตอนสุดท้าย โดยจำแนกรายละเอียดของประเด็นที่มีการเพิ่มเติมขึ้นมา และประเด็นที่มีการเพิ่มความเข้มข้นในการจัดกระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์เป็น 5 ประเด็น ดังนี้ 1) การใช้คำถาม ได้แก่ ใช้คำถามเพื่อชี้แนะให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้ด้วยตนเองจากการสังเกตอย่างเป็นขั้นตอน การตอบคำถามของนักเรียนด้วยการถามคำถามย้อนกลับให้นักเรียนได้คิด พิจารณา จนเกิดการเรียนรู้ด้วยตนเอง การใช้คำถามกระตุ้นเพื่อให้ได้คำตอบที่หลากหลายจากนักเรียนและ การใช้เป็นคำถามที่พัฒนาระดับความคิดของนักเรียนอย่างต่อเนื่อง ซึ่งสอดคล้องกับแนวคิดของทิสนา แชมมณี (2545 อ้างถึงใน ดวงดาว กীরติกานนท์, 2557, น. 243-244) ที่กล่าวว่า การตั้งคำถาม การใช้คำถาม เป็นกิจกรรมสำคัญในการเรียนการสอนที่มีประสิทธิภาพ เป็นกลวิธีการสอนที่ก่อให้เกิดการเรียนรู้ที่พัฒนาทักษะการคิด การตีความ การไตร่ตรอง การถ่ายทอดความคิด เป็นกระบวนการเรียนรู้ที่มุ่งพัฒนาระบวนการทางความคิดของผู้เรียน ผู้สอนควรจะบั่นคำถามในลักษณะต่าง ๆ ที่เป็นคำถามที่ดี สามารถพัฒนาความคิดผู้เรียน ถามเพื่อให้ผู้เรียนใช้ความคิดเชิงเหตุผล วิเคราะห์ วิวิจารณ์ สังเคราะห์ หรือการประเมินค่า เพื่อจะตอบคำถามเหล่านั้น และยังสอดคล้องกับแนวคิดของ ระพีพัฒน์ แก้วอ่ำ (2559, น. 436-448) ที่กล่าวว่า ในการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ การใช้คำถามในชั้นเรียนมีส่วนสำคัญอย่างมาก เพราะคำถามที่ดีจะกระตุ้นความสนใจของนักเรียนให้กล้าคิด กล้าแสดงออก ถ้าเป็นคำถามปลายเปิดจะเป็นคำถามที่เปิดโอกาสให้มีคำตอบได้หลากหลายมากกว่า 1 คำตอบ และดึงเอาแนวคิดที่แตกต่างของนักเรียนออกมา ทำให้นักเรียนสามารถแสดงความคิดได้อย่างอิสระ พัฒนาทักษะการคิด การแก้ปัญหา การให้เหตุผล และเน้นให้นักเรียนได้สื่อสาร สื่อถึงแนวความคิด ทำให้ครูเข้าใจความคิดของนักเรียน ทำให้เกิดบรรยากาศในการเรียนรู้ แลกเปลี่ยนความคิดเห็น ซึ่งกันและกัน และทำให้การเรียนการสอนเป็นไปอย่างมีประสิทธิภาพ 2) การร่วมกันการอภิปราย แลกเปลี่ยนความคิดเห็น ได้แก่ การมีกิจกรรมให้นักเรียนได้อภิปราย แลกเปลี่ยนความคิดเห็น รับฟังผู้อื่น วิเคราะห์ปัญหาร่วมกันเพื่อให้ได้แนวทางในการแก้ปัญหาที่มีประสิทธิภาพ การให้นักเรียนมีโอกาสในการแสดงความคิดเห็นเกี่ยวกับประเด็นปัญหาต่าง ๆ เพื่อเป็นจุดเริ่มต้นของการฝึกคิด การให้นักเรียนร่วมกันวิเคราะห์ว่าจะต้องใช้ความรู้พื้นฐานใดบ้าง ให้นักเรียนช่วยกันทบทวนกระบวนการ ขั้นตอน วิธีการของความรู้พื้นฐานที่จะนำมาใช้ในการแก้ปัญหา ซึ่งสอดคล้องกับแนวคิดของทิสนา แชมมณี (2545 อ้างถึงใน ดวงดาว กীরติกานนท์, 2557, น. 243-244) ที่กล่าวว่า

การอภิปราย เป็นวิธีการที่มุ่งให้ผู้เรียนมีส่วนร่วมในกิจกรรมการเรียนรู้อย่างทั่วถึง มีโอกาสแสดงความคิดเห็นและแลกเปลี่ยนประสบการณ์ อันจะช่วยให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้ในเรื่องที่เรียนกว้างขึ้น

3) การสังเกตและการเรียนรู้ ได้แก่ การชี้แนะและฝึกให้นักเรียนสังเกตรูปแบบ วิธีการ ความเหมือน-ความต่าง การเชื่อมโยงความสัมพันธ์ เพื่อให้ นักเรียนได้คิดต่อยอดจากความคิดเดิมหรือคิดต่อยอดจากสิ่งที่พบ การฝึกให้นักเรียนสังเกตในประเด็นที่สำคัญและเป็นประโยชน์ ชี้แนะให้นักเรียนรู้จักเรียนรู้จากความแตกต่าง และความผิดพลาด ชี้แนะจุดที่นักเรียนเข้าใจคลาดเคลื่อน เพื่อให้เป็นบทเรียนที่จะไม่ทำผิดพลาดซ้ำ การส่งเสริมให้นักเรียนเลือกใช้วิธีการแก้ปัญหาที่มีประสิทธิภาพมากกว่า เรียนรู้ที่จะเปรียบเทียบประสิทธิภาพของวิธีการเหล่านั้นและวิเคราะห์ถึงความเหมาะสมในการนำไปใช้ เลือกวิธีการแก้ปัญหาที่ตนเองถนัดและมีประสิทธิภาพ ให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดเพื่อให้นักเรียนได้เรียนรู้และฝึกฝน ซึ่งจะต้องมีการตรวจสอบความถูกต้อง ทุกครั้งและชี้แนะในจุดที่ผิดพลาดในทันที การให้นักเรียนเรียนรู้ที่จะตรวจสอบข้อมูลที่ได้มากกว่า การเชื่อโดยไม่ตรวจสอบหรือไตร่ตรองก่อน และการมีกิจกรรมที่ส่งเสริมให้นักเรียนได้เขียนหลักการโดยทั่วไปของเรื่องที่เรียนอย่างสม่ำเสมอ ซึ่งสอดคล้องกับผลการวิจัยของ สุวรรณา จุ้ยทอง (2559, น. 189) ที่พบว่า การให้นักเรียนได้ปฏิบัติจริง ร่วมกันเรียนรู้ มีส่วนร่วมในการทำกิจกรรมกับผู้อื่น โดยเน้นการมีปฏิสัมพันธ์ระหว่างนักเรียนกับนักเรียน นักเรียนกับครูผู้สอน มีการอภิปราย แลกเปลี่ยนความคิดเห็นซึ่งกันและกัน วิธีการเหล่านี้เป็นการกระตุ้นนักเรียนอ่อนให้พัฒนาการคิด ให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้ได้เป็นอย่างดี นอกจากนี้กระบวนการเรียนการสอนที่เน้นให้นักเรียนมี โอกาสแสดงความคิดเห็น แลกเปลี่ยนวิธีการและคำตอบในการคิดคำนวณ การแก้โจทย์ปัญหาทาง คณิตศาสตร์อย่างมีเหตุผล ประเมิน ตรวจสอบวิธีการและคำตอบของตนเองตลอดเวลา ให้นักเรียนได้ เรียนรู้ซึ่งกันและกัน จะช่วยพัฒนาผลการเรียนรู้ได้เป็นอย่างดี 4) ประเด็นด้านจิตใจ ความรู้สึกและ สภาพแวดล้อม ได้แก่ การกล่าวชื่นชมกับคำตอบที่ได้ทุกคำตอบและการให้กำลังใจนักเรียน การสร้างความมั่นใจในการสื่อสารให้กับนักเรียน ให้สามารถสื่อสารเพื่อนำเสนอแนวคิดของตนเอง ได้ โดยครูต้องเป็นผู้สนับสนุนที่ดี การมีกิจกรรมที่ฝึกให้นักเรียนได้นำเสนอ สื่อสารอย่างสม่ำเสมอ การทำให้นักเรียนรู้สึกว่ายู่สภาพแวดล้อมที่ปลอดภัย รู้สึกว่าสามารถแสดงความคิดเห็น หรือ สนทนาได้ตอบได้อย่างสะดวกใจ ไม่มีคำกล่าวที่ทำร้ายจิตใจหรือกระทบต่อความรู้สึก ไม่ทำให้นักเรียนเกิดความรู้สึกอายหรือกลัวโทษนักเรียน เพราะสภาพแวดล้อมที่ปลอดภัยมีส่วนสำคัญ ในการส่งเสริมความมั่นใจและความกล้าแสดงออกของนักเรียน การจัดกิจกรรมให้ตรงกับ ความสนใจของนักเรียน เนื่องจากจะทำให้ นักเรียนเกิดความรู้สึกต้องการมีส่วนร่วมด้วยความเต็มใจ และพร้อมที่จะร่วมแสดงความคิดเห็น ตอบคำถามหรือแก้ปัญหาอย่างเต็มความสามารถ ซึ่ง

สอดคล้องกับผลการวิจัยของ กนิษฐ์ ศรีเคลือบ (2557, น. 197) ที่พบว่า การเสริมสร้างบรรยากาศการเรียนรู้ของครู ทำให้นักเรียนรับรู้ถึงบรรยากาศการเรียนรู้และจะส่งผลทำให้เกิดความยืดหยุ่นผูกพัน และมีผลการเรียนรู้ที่ดีขึ้น โดยหลักการเสริมสร้างบรรยากาศการเรียนรู้ประกอบด้วย 4 หลักการ คือ การตอบสนองของความต้องการของผู้เรียน การสร้างความตระหนักในการเรียนรู้ร่วมกับผู้อื่น การสร้างการมีส่วนร่วมในการเรียนรู้และการส่งเสริมการเรียนรู้อย่างต่อเนื่อง และยังคงสอดคล้องกับผลการวิจัยของ เกษตรชัย และหิม (2550, น. 436-448) ที่พบว่า บรรยากาศในชั้นเรียนและการปฏิสัมพันธ์ระหว่างนักเรียนกับครูมีความสัมพันธ์ทางบวกกับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน และสามารถพยากรณ์ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนได้ ซึ่งบรรยากาศในชั้นเรียน หมายถึง สภาพแวดล้อมในห้องเรียนและสถานการณ์ต่าง ๆ ที่เกิดขึ้นในชั้นเรียน และ 5) เวลา ได้แก่ การให้เวลานักเรียนในการคิดอย่างเหมาะสม เพียงพอ ไม่รีบเฉลยหรือบอกคำตอบ เนื่องจากบางคำถามนักเรียนควรมีเวลาได้ไตร่ตรอง หรือเพื่อให้เวลานักเรียนได้คิดตามในสิ่งที่ได้ทบทวนไป การเพิ่มขึ้นตอนหรือช่วงเวลาให้นักเรียนร่วมกันวิเคราะห์ ทบทวนความรู้ ทบทวนขั้นตอน กระบวนการต่าง ๆ เพื่อให้นักเรียนสามารถนำไปประยุกต์ใช้ต่อไปได้ อีกส่วนหนึ่งที่อาจส่งผลต่อผลการวิจัยคือ การปรับกระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ เนื่องจากผู้วิจัยทดลองใช้กระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ จำนวน 3 รอบ โดยในแต่ละรอบใช้เนื้อหาในการจัดการเรียนการสอนแตกต่างกัน โดยในรอบที่ 1 ใช้เนื้อหา เรื่อง ความคล้าย จำนวน 14 คาบเรียน รอบที่ 2 ใช้เนื้อหา เรื่อง สถิติ จำนวน 20 คาบเรียน และรอบที่ 3 ใช้เนื้อหา เรื่อง ความน่าจะเป็น จำนวน 12 คาบเรียน ดังนั้น ในส่วนของเนื้อหาอาจเป็นตัวแปรแทรกซ้อนหนึ่งที่ส่งผลต่อการปรับกระบวนการเรียนการสอนเพื่อให้เหมาะสมกับเนื้อหาดังกล่าวก็เป็นได้ เนื่องจาก การพัฒนาและปรับปรุงกระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ในแต่ละครั้ง ใช้การรวบรวมข้อมูลจากการสังเกต การวิเคราะห์เอกสารและผลที่เกิดขึ้นกับนักเรียน มาวิเคราะห์เพื่อเป็นแนวทางในการพัฒนาและปรับปรุงเพื่อให้เหมาะสมกับบริบท ดังนั้น ในการปรับกระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ในแต่ละครั้งเนื้อหาที่ใช้ อาจเป็นส่วนหนึ่งที่ส่งผลให้รูปแบบเปลี่ยนไป

2. จากผลการศึกษาพัฒนาการการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่เรียนโดยใช้กระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ พบว่า ร้อยละ 100 ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่เรียนโดยใช้กระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์มีพัฒนาการการคิดเชิงคณิตศาสตร์เพิ่มขึ้น โดยมีช่วงคะแนนพัฒนาการตั้งแต่ 25.000 ถึง 59.459 และค่าเฉลี่ยของคะแนนการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่เรียนโดยใช้

กระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ระหว่างก่อนและหลังการให้สิ่งทดลอง มีความแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ทั้ง 5 องค์ประกอบ ซึ่งสอดคล้องกับ สมมติฐานการวิจัยที่ว่า นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่เรียนโดยใช้กระบวนการเรียนการสอน เพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์มีพัฒนาการการคิดเชิงคณิตศาสตร์เพิ่มขึ้น อย่างมีนัยสำคัญ ทางสถิติที่ระดับ .05 ผลการศึกษาสอดคล้องกับงานวิจัยของ เกษณีย์ ยอดไพอินทร์ (2556, น. 100-108) ที่พบว่า ความสามารถในการให้เหตุผลและการนิยามทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน กลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลเฟสเมททีออดคอมปิเนชันและยุทธวิธีการ พัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์มีพัฒนาการที่ดีขึ้น และยังสอดคล้องกับผลการวิจัยของ พิทักษ์ รักษาชาติ (2557, น. 184) ที่พบว่า นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่เรียนตามแนวทาง ของพรายวิลลิก ในวิชาคณิตศาสตร์ มีการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่า ก่อนเรียน และงานวิจัยของ สุวนิตย์ ดอกบัว (2558, น. 138-143) ที่พบว่า ชุดกิจกรรมการเรียนรู้ คณิตศาสตร์โดยประยุกต์กรอบแนวคิดของพรายวิลลิก สามารถนำมาใช้ในการจัดการเรียนรู้ได้ อย่างมีประสิทธิภาพ โดยนักเรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงขึ้นหลังการเรียนด้วยชุดกิจกรรม การเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยประยุกต์กรอบแนวคิดของพรายวิลลิก และมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน หลังเรียนสูงกว่าเกณฑ์ที่กำหนด และเมื่อเทียบคะแนนพัฒนาการสัมพัทธ์ของนักเรียนชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่เรียนโดยใช้กระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์กับ ระดับพัฒนาการ ตามเกณฑ์ของ ศิริชัย กาญจนวาสี (2556) ปรากฏว่า นักเรียนมีพัฒนาการการคิด เชิงคณิตศาสตร์ในระดับกลางมากที่สุด คิดเป็นร้อยละ 76.471 รองลงมาคือ มีพัฒนาการระดับสูง คิดเป็นร้อยละ 20.588 อาจเนื่องมาจากการพัฒนาการคิดเชิงคณิตศาสตร์ต้องอาศัยระยะเวลาใน การฝึกฝนให้เกิดความชำนาญหรือเกิดประสบการณ์การเรียนรู้ที่นักเรียนจะสามารถนำไปประยุกต์ใช้ หรือเชื่อมโยงกับศาสตร์อื่น หรือแม้กระทั่งการเชื่อมโยงในศาสตร์เดียวกันได้ ดังนั้นในระยะเวลาเพียง 46 คาบเรียน อาจยังไม่เพียงพอที่จะพัฒนานักเรียนให้มีพัฒนาการระดับสูงหรือระดับสูงมาก นอกจากนี้พื้นฐานความรู้เดิมมีส่วนสำคัญในการพัฒนาการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียน เนื่องจากในขั้นต้นสนับสนุนความคิดเมื่อดำเนินการจัดการเรียนรู้แล้วพบว่า จะต้องมีการทบทวนพื้นฐานความรู้ให้กับนักเรียนเป็นอย่างมากเพื่อให้นักเรียนสามารถพัฒนาการคิดเชิงคณิตศาสตร์ทั้ง 5 องค์ประกอบได้ ไม่ว่าจะเป็นการแก้ปัญหาเชิงคณิตศาสตร์ที่ต้องมีพื้นฐานความรู้เดิมเพื่อนำไป ประยุกต์ใช้ การให้เหตุผลเชิงคณิตศาสตร์ที่ต้องมีพื้นฐานความรู้เดิมเพื่อใช้ในการแสดงให้เห็นถึง ความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ อธิบายปรากฏการณ์ที่เกิดขึ้นหรือให้เหตุผลได้ การสื่อสารความคิดเชิง คณิตศาสตร์ที่ต้องมีพื้นฐานความรู้เดิมเพื่อใช้ในการแสดงให้เห็นถึงความเข้าใจทางคณิตศาสตร์



การสื่อสารแนวความคิดทางคณิตศาสตร์ที่ชัดเจนไปสู่บุคคลอื่น การเชื่อมโยงสาระหลักเชิงคณิตศาสตร์ที่ต้องมีพื้นฐานความรู้เดิมเพื่อใช้ในการเชื่อมโยงระหว่างแนวคิดที่ใช้ในคณิตศาสตร์ ในการทำความเข้าใจความสัมพันธ์ของแนวคิดเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ที่ก่อให้เกิดความสมบูรณ์ของเรื่องราวที่สอดคล้องกัน และประยุกต์ใช้กับศาสตร์อื่น ๆ นอกเหนือจากคณิตศาสตร์ และการนำเสนอตัวแทนความคิดเชิงคณิตศาสตร์ที่ต้องมีพื้นฐานความรู้เดิมเพื่อใช้ในการสร้างและการนำเสนอสิ่งที่สร้างขึ้นเพื่อเป็นตัวแทนความคิดหรือบันทึกการเชื่อมโยงแนวความคิดทางคณิตศาสตร์และศาสตร์อื่น ๆ ดังนั้นในขั้นสนับสนุนความคิดแก่นักเรียนมีพื้นฐานความรู้เดิมในเรื่องนั้น ๆ อยู่มากแล้วครูจะสามารถให้เวลากับการพัฒนาส่วนอื่นได้มากขึ้น แต่ถ้านักเรียนมีพื้นฐานความรู้เดิมในเรื่องนั้น ๆ อยู่น้อย ก็จะต้องจัดสรรเวลาให้กับการทบทวนความรู้เดิมเพิ่มขึ้น โดยที่การพัฒนาในส่วนอื่นก็จะต้องลดลงไปตามอัตราส่วนและตามความเหมาะสม

3. จากผลจากการวิเคราะห์ความแปรปรวนร่วมพหุคูณ เพื่อเปรียบเทียบการคิดเชิงคณิตศาสตร์รายองค์ประกอบ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 พบว่า กระบวนการเรียนการสอนที่ต่างกันทำให้การคิดเชิงคณิตศาสตร์ทั้ง 5 องค์ประกอบ ได้แก่ การแก้ปัญหาเชิงคณิตศาสตร์ การให้เหตุผลเชิงคณิตศาสตร์ การสื่อสารความคิดเชิงคณิตศาสตร์ การเชื่อมโยงสาระหลักเชิงคณิตศาสตร์และการนำเสนอตัวแทนความคิดเชิงคณิตศาสตร์ แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และจากผลการเปรียบเทียบค่าเฉลี่ยของคะแนนการคิดเชิงคณิตศาสตร์ทั้ง 5 องค์ประกอบ พบว่า นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่เรียนโดยใช้กระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์มีค่าเฉลี่ยของคะแนนการคิดเชิงคณิตศาสตร์รายองค์ประกอบ สูงกว่านักเรียนที่เรียนโดยใช้กระบวนการเรียนการสอนแบบปกติ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ทั้ง 5 องค์ประกอบ ซึ่งสอดคล้องกับสมมติฐานการวิจัยที่ว่า นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่เรียนโดยใช้กระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์มีการคิดเชิงคณิตศาสตร์ทั้ง 5 องค์ประกอบ สูงกว่านักเรียนที่เรียนโดยใช้กระบวนการเรียนการสอนแบบปกติ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 เมื่อควบคุมอิทธิพลของคะแนนก่อนเรียน จากผลการวิจัยดังกล่าวแสดงให้เห็นว่า กระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ที่พัฒนาขึ้น สามารถพัฒนาการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียนได้ ทั้งการพัฒนาการคิดเชิงคณิตศาสตร์โดยภาพรวมและการพัฒนาการคิดเชิงคณิตศาสตร์เป็นรายองค์ประกอบ ซึ่งสอดคล้องกับงานวิจัยของ เบญจมาศ ฉิมมาลี (2550, น. 164-172) ที่พบว่า นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ได้รับการจัดกิจกรรมคณิตศาสตร์โดยใช้คำถามระดับสูงประกอบแนวทางการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ของฟรายนิลลิก มีความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์สูงกว่า



นักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมแบบปกติ นอกจากนี้ยังสอดคล้องกับงานวิจัยของ เกษณีย์ ยอดไพอินทร์ (2556, น. 100-108) ที่พบว่า นักเรียนกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลเฟสเมทีดคอมปิเนชันและยุทธศาสตร์การพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ มีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการนี้ภาพทางคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน และนักเรียนกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลเฟสเมทีดคอมปิเนชันและยุทธศาสตร์การพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ มีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการนี้ภาพทางคณิตศาสตร์สูงกว่ากลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ ทั้งนี้เพราะกระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ที่พัฒนาขึ้นนั้นเกิดจากการออกแบบกิจกรรมการเรียนการสอนโดยครูผู้สอน นำเอาแนวคิดของฟรายวิลลิค (Fraivillig, 2001, pp. 454-459) ที่ได้เสนอยุทธศาสตร์เพื่อพัฒนาการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียนมาเป็นแนวทางในการออกแบบกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ โดยมีเป้าหมายเพื่อให้นักเรียนสร้างความเข้าใจแนวคิดทางคณิตศาสตร์อย่างมีความหมายด้วยตัวของนักเรียนเอง คือ ให้นักเรียนได้เห็นคุณค่าและเห็นประโยชน์ในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ได้เรียนรู้จากการนำศาสตร์ทางคณิตศาสตร์ที่เป็นนามธรรมสู่การปฏิบัติที่เป็นรูปธรรม ในรูปแบบของกิจกรรมที่สามารถลงมือปฏิบัติและนำไปใช้ได้จริง ให้โอกาสนักเรียนได้พัฒนาความคิด สนับสนุนการพัฒนาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน โดยใช้กิจกรรมที่ท้าทายความคิดของนักเรียน ให้โอกาสนักเรียนได้แสดงความคิดบนพื้นที่ที่ปลอดภัย ซึ่งกิจกรรมและกระบวนการเรียนรู้ที่พัฒนาขึ้นเป็นไปตามลำดับขั้นตอน 3 ขั้นตอน ได้แก่ ขั้นปลุกความคิด (Eliciting) ขั้นสนับสนุนความคิด (Supporting) และขั้นขยายความคิด (Extending) ร่วมกับการจัดการเรียนการสอนตามแนวทางของ สสวท. ที่ออกแบบกระบวนการเรียนการสอนที่มีความเหมาะสม สอดคล้องกับบริบทของนักเรียนไทย เพื่อพัฒนาการคิดเชิงคณิตศาสตร์ตามแนวคิดของสมาคมครูคณิตศาสตร์แห่งสหรัฐอเมริกาใน 5 องค์ประกอบ คือ การแก้ปัญหาเชิงคณิตศาสตร์ การให้เหตุผลเชิงคณิตศาสตร์ การสื่อสารความคิดเชิงคณิตศาสตร์ การเชื่อมโยงสาระหลักเชิงคณิตศาสตร์ และการนำเสนอตัวแทนความคิดเชิงคณิตศาสตร์ (NCTM, 2000, pp. 52-71 อ้างถึงใน ปิยพร สีสันต์, 2554, น. 18-22) ซึ่งเป็นกระบวนการทางปัญญาของบุคคลในการเผชิญปัญหา โดยการใช้เครื่องมือทางคณิตศาสตร์และทักษะทางคณิตศาสตร์ที่มีอยู่ในการทำความเข้าใจ ค้นหาความสัมพันธ์ สร้างข้อสรุปและแก้ปัญหาสิ่งต่าง ๆ รอบตัว ซึ่งมีความสำคัญต่อการดำเนินชีวิต โดยใช้การวิจัยอิงการออกแบบตามแนวคิดของ แอลกามดิ และ ลี (Alghamdi & Li, 2003 อ้างถึงใน กนิษฐ์ ศรีเคลือบ, 2557) ที่มีขั้นตอนสำคัญของการวิจัยอิงการออกแบบ ประกอบด้วย 3 ขั้นตอน คือ การวิจัยเบื้องต้นเพื่อพัฒนารอบแนวคิด

ในการวิจัย การวิจัยเป็นวงจรรู้เพื่อพัฒนาต้นแบบนวัตกรรม และการวิจัยประเมินถึงรอยยอด เพื่อตรวจสอบผลการพัฒนา ซึ่งเป็นการวิจัยที่เป็นวงจรรู้เพื่อพัฒนาระบบการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ โดยมีการปรับปรุงกระบวนการเรียนการสอนให้เหมาะสมกับบริบทจริงและมุ่งพัฒนาการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มเป้าหมายเป็นหลัก โดยทำการศึกษาเอกสารทฤษฎีและงานวิจัยที่ผ่านมาในอดีต เพื่อใช้เป็นฐานในการออกแบบสิ่งต่าง ๆ มีการวิเคราะห์ข้อมูลในสภาพจริง และใช้ผลจากการวิเคราะห์ข้อมูลมาเป็นฐานการปรับการออกแบบ รวมถึงการปรับทฤษฎีที่นำมาใช้ด้วย เพื่อให้กระบวนการเรียนการสอนที่สร้างขึ้นมีความเหมาะสมมากที่สุด

## ข้อเสนอแนะ

### ข้อเสนอแนะในการนำผลวิจัยไปใช้

1. จากผลการพัฒนาระบบการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ โดยประยุกต์ใช้การวิจัยเชิงการออกแบบ พบว่า กระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ที่มีความเหมาะสม สอดคล้อง กับบริบทของนักเรียนไทย ประกอบด้วย 3 ขั้นตอน ได้แก่ ขั้นล้างความคิด ขั้นสนับสนุนความคิดและขั้นขยายความคิด ดังนั้นครูผู้สอนคณิตศาสตร์ที่สนใจสามารถนำกระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์นี้ไปจัดทำแผนการจัดการเรียนรู้เพื่อใช้ในการจัดการเรียนการสอนหรือนำไปใช้เป็นแนวทางในการจัดทำแผนการจัดการเรียนรู้ให้เหมาะสมกับบริบทของตนเอง เพื่อใช้พัฒนาการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียนให้สูงขึ้นและมีองค์ประกอบของการคิดเชิงคณิตศาสตร์ครบทั้ง 5 องค์ประกอบ ได้แก่ การแก้ปัญหาเชิงคณิตศาสตร์ การให้เหตุผลเชิงคณิตศาสตร์ การสื่อสารความคิดเชิงคณิตศาสตร์ การเชื่อมโยงสาระหลักเชิงคณิตศาสตร์และการนำเสนอตัวแทนความคิดเชิงคณิตศาสตร์ เพื่อให้ นักเรียนมีพื้นฐานทางคณิตศาสตร์ที่เข้มแข็งและสามารถนำไปประยุกต์ใช้ในชีวิตประจำวันได้

2. จากผลการวิจัยในครั้งนี้ทำให้ได้แบบวัดการคิดเชิงคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ดังนั้นครูผู้สอนคณิตศาสตร์ที่สนใจสามารถนำแบบวัดการคิดเชิงคณิตศาสตร์ไปใช้ทดสอบการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียนในความรับผิดชอบของตนเองหรือนำไปประยุกต์ใช้ได้ ทั้งนี้ควรเป็นการทดสอบเพื่อพัฒนา คือ ทดสอบเพื่อเป็นข้อมูลว่านักเรียนมีการคิดเชิงคณิตศาสตร์โดยรวมและรายองค์ประกอบเป็นอย่างไร ควรได้รับการพัฒนาการคิดเชิงคณิตศาสตร์ในด้านใดอย่างเร่งด่วน หรือทดสอบเพื่อเป็นการวิเคราะห์นักเรียนในเบื้องต้นเพื่อเป็นข้อมูลในการวางแผนการจัดการเรียนรู้ เตรียมการสอนหรือเพื่อพัฒนานักเรียนให้เหมาะสมกับความรู้ ความสามารถและทักษะของนักเรียน

3. ครูผู้สอนคณิตศาสตร์หรือครูผู้สอนในรายวิชาอื่น ๆ สามารถนำแนวทางของการวิจัยเชิงการออกแบบไปใช้ในการทำวิจัยในชั้นเรียนเพื่อพัฒนาการจัดการเรียนการสอนให้มีคุณภาพตามระเบียบวิธีวิจัย โดยแบ่งขั้นตอนของการวิจัยตามหลักการวิจัยเชิงการออกแบบ ซึ่งประกอบด้วย 3 ขั้นตอน คือ ขั้นตอนที่ 1 การวิจัยเบื้องต้นเพื่อพัฒนารอบแนวคิดในการวิจัย ขั้นตอนที่ 2 การวิจัยเป็นวงจรรู้เพื่อพัฒนาต้นแบบนวัตกรรม และขั้นตอนที่ 3 การวิจัยประเมินถึงรวบรวมเพื่อตรวจสอบผลการพัฒนา

4. จากผลการพัฒนากระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ มีประเด็นที่ควรเพิ่มเติมและควรเพิ่มความเข้มข้นในการจัดกระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ 5 ประเด็น ได้แก่ 1) การใช้คำถาม 2) การร่วมกันการอภิปรายและแลกเปลี่ยนความคิดเห็น 3) การสังเกตและการเรียนรู้ 4) ประเด็นด้านจิตใจ ความรู้สึกและสภาพแวดล้อม และ 5) เวลา ดังนั้นครูผู้สอนที่สนใจกระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ไปใช้ในการพัฒนาการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียนควรให้ความสำคัญกับการใช้คำถาม การจัดกิจกรรมที่เน้นการให้นักเรียนร่วมกันการอภิปรายและแลกเปลี่ยนความคิดเห็น การฝึกให้นักเรียนได้สังเกตและเรียนรู้ด้วยตนเอง การให้ความสนใจ ใส่ใจกับความรู้สึกของนักเรียน การสร้างสภาพแวดล้อมที่ปลอดภัยและการให้เวลานักเรียนอย่างเพียงพอในการคิด พิจารณา ไตร่ตรอง

5. จากผลการพัฒนากระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ ในชั้นล้วงความคิดปัญหาที่พบมากคือ นักเรียนไม่กล้าตอบคำถามหรือแสดงความคิดเห็น อาจเนื่องด้วยบริบทของสังคมไทยหรือประสบการณ์ที่นักเรียนเคยพบมา ดังนั้นวิธีการหนึ่งที่จะทำให้ให้นักเรียนมีความกล้ามากขึ้นคือ การทำให้นักเรียนรักเรา(ครู) โดยเริ่มจากทำให้นักเรียนรู้สึกไว้ในห้องเรียนนี้ปลอดภัย นักเรียนสามารถพูดกับครูได้ทุกเรื่อง ทำให้นักเรียนไว้ใจและเชื่อใจครู ซึ่งสิ่งเหล่านี้จะเกิดขึ้นได้ก็ต่อเมื่อครูให้ความรักที่จริงใจกับนักเรียนด้วยเช่นกัน

6. จากผลการพัฒนากระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ ในชั้นสนับสนุนความคิด ในชั้นตอนนี้ปัญหาที่พบคือ นักเรียนขาดความรู้พื้นฐานที่เพียงพอในการนำไปประยุกต์ใช้ วิธีการแก้ไขคือ ครูจะต้องให้ความรู้พื้นฐานแก่นักเรียน วิธีการที่น่าสนใจคือการให้นักเรียนได้ถ่ายทอดความรู้ที่มีจากเพื่อนสู่เพื่อน เนื่องจากบางครั้งคำพูดที่ครูใช้อาจเป็นคำพูดที่ยากเกินไปสำหรับนักเรียน แต่คำพูดของคนที่อยู่ในวัยเดียวกันจะทำให้เข้าใจได้ง่ายกว่า

7. จากผลการพัฒนากระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ ในชั้นขยายความคิด สิ่งหนึ่งที่เป็นเป้าหมายของชั้นตอนนี้คือ การส่งเสริมให้นักเรียนเลือกใช้วิธีการ

แก้ปัญหาที่มีประสิทธิภาพมากกว่า แต่สิ่งหนึ่งที่ครูจะลืมไม่ได้คือ ความถนัดและศักยภาพที่แตกต่างกันของแต่ละบุคคล ดังนั้นการส่งเสริมให้นักเรียนเลือกใช้วิธีการแก้ปัญหาที่มีประสิทธิภาพมากกว่าจะต้องหันกลับมามองในมุมของนักเรียนด้วยว่า เป็นวิธีการที่นักเรียนมีความถนัดหรือสามารถทำได้หรือไม่ ดังนั้นเมื่อให้นักเรียนได้เรียนรู้วิธีการต่าง ๆ แล้ว นักเรียนควรรู้ว่าตนเองมีความถนัดในการแก้ปัญหาด้วยวิธีการใดแล้วจึงนำไปใช้และค่อย ๆ พัฒนาศักยภาพให้สูงขึ้นจากสิ่งที่ตนเองถนัด

### ข้อเสนอแนะในการวิจัยครั้งต่อไป

1. จากการพัฒนาระบบการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์พบว่า ในขั้นสนับสนุนความคิดนั้น ครูต้องใช้เวลากับการทบทวนความรู้เดิมของนักเรียนค่อนข้างมากทำให้ลดทอนเวลาในส่วนอื่นไป ดังนั้นความรู้เดิมจึงอาจเป็นปัจจัยหนึ่งที่ส่งผลต่อการพัฒนาการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียนและอาจมีปัจจัยอื่นอีกที่เป็นปัจจัยที่ส่งผลต่อการพัฒนาการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียนด้วยเช่นกัน ดังนั้นจึงควรมีการศึกษาปัจจัยที่ส่งผลต่อการพัฒนาการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียนก่อนเพื่อนำปัจจัยเหล่านั้นมาวิเคราะห์วางแผนเพื่อพัฒนารูปแบบในการพัฒนาระบบการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียนต่อไป

2. จากการพัฒนาระบบการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์โดยประยุกต์ใช้แนวคิดของฟรายวิลลิก ร่วมกับการจัดการเรียนการสอนตามแนวทางของ สสวท. นั้น พบว่า ยังมีประเด็นที่ควรเพิ่มเติมในขั้นตอนต่าง ๆ เช่น การใช้คำถาม หรือประเด็นด้านจิตใจ ความรู้สึกและสภาพแวดล้อม เป็นต้น ดังนั้นจึงควรมีการผสมผสานวิธีการเหล่านี้ในกระบวนการเรียนการสอนให้นักเรียนได้เรียนรู้ผ่านกระบวนการเรียนการสอนที่เหมาะสมและมีประสิทธิภาพมากยิ่งขึ้น เช่น การพัฒนาการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียนโดยผสมผสานกระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์กับกลยุทธ์การถามคำถาม (questioning strategies) หรือการพัฒนาการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียนโดยผสมผสานกระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์กับการสร้างสิ่งแวดล้อมทางจิตวิทยาเชิงบวก เป็นต้น

3. ในส่วนของการวางแผนดำเนินการวิจัยเชิงทดลอง ผู้วิจัยทดลองใช้การวิจัยเชิงการออกแบบเพื่อพัฒนาระบบการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ จำนวน 3 รอบ โดยในแต่ละรอบใช้เนื้อหาในการจัดการเรียนการสอนที่แตกต่างกันในการแบ่งรอบ ดังนี้

รอบที่ 1 ใช้เนื้อหา เรื่อง ความคล้าย จำนวน 14 คาบเรียน รอบที่ 2 ใช้เนื้อหา เรื่อง สถิติ จำนวน 20 คาบเรียน และรอบที่ 3 ใช้เนื้อหา เรื่อง ความน่าจะเป็น จำนวน 12 คาบเรียน ซึ่งตัวแปรเกี่ยวกับเนื้อหาอาจเป็นปัจจัยที่ส่งผลต่อการพัฒนากระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ได้ ดังนั้น ในการวิจัยครั้งต่อไปอาจปรับเปลี่ยนสิ่งที่ใช้ในการแบ่งรอบของการวิจัยอิงการออกแบบ เช่น การใช้ช่วงเวลาในการแบ่งรอบ เป็นรอบละ 1 หรือ 2 สัปดาห์ เป็นต้น



## บรรณานุกรม

- Abdullah, H. (2010). *A Review on Teaching Thinking Skills to Enhance Learning: University Sains Islam Malaysia (USIM) Experience and Suggestions*. Retrieved from [http://www.academia.edu/487716/THINKING\\_SKILLS\\_TO\\_ENHANCE\\_LEARNING](http://www.academia.edu/487716/THINKING_SKILLS_TO_ENHANCE_LEARNING)
- Bender, D. A. (2003). MCQ, EMSQ or multiple true/false questions ?. *Bioscience Education*, 2(1), 1-3. Retrieved from <http://dx.doi.org/10.3108/beej.2003.02000009>
- Borromeo, F. R. (2012). *Mathematical Thinking Styles and Their Influence on Teaching and Learning Mathematics*. Retrieved from [http://www.icme12.org/upload/submission/1905\\_f.pdf](http://www.icme12.org/upload/submission/1905_f.pdf)
- Brendefur, J. L., Thiede, K., Strother, S., Bunning, K., & Peck, D. (2013). Developing Mathematical Thinking: Changing Teachers' Knowledge and Instruction. *Journal of Curriculum and Teaching*, 2(2), 62-75. Retrieved from <http://www.sciedu.ca/journal/index.php/jct/article/viewFile/2880/2014>
- Bruner, J. S., Olver, R. R., & Greenfield, P. M. (1966). *Study in Cognitive Growth*. New York: John Wiley & Son.
- Cengiz, N., Kline, K., & Grant, T. J. (2011, October). Extending Students' Mathematical Thinking during Whole-Group Discussions. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 14(5), 355-374. Retrieved from <http://eric.ed.gov/?q=mathematical+AND+thinking&id=EJ941282>
- Chapman, O. (2013). *A Self-Directed Professional Development Approach to Transforming Teachers' Practice to Support Mathematical Thinking*. Retrieved from [http://dspace.ucalgary.ca/bitstream/1880/49746/3/UPN-UC\\_2013\\_Memorias\\_Proceedings.pdf#page=107](http://dspace.ucalgary.ca/bitstream/1880/49746/3/UPN-UC_2013_Memorias_Proceedings.pdf#page=107)
- Comrey, A. L., & Lee, H. B. (1992). *A First Course in Factor Analysis* (2th ed.). New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates.



- Design-Based Research Collective. (2003). Design-Based Research: An Emerging Paradigm for Educational Inquiry. *Educational Researcher*, 32(1), 5-8.  
Retrieved from <http://www.designbasedresearch.org/reppubs/DBRC2003.pdf>
- Fraenkel, J. R., & Wallen, N. E. (2000). *How to Design and Evaluate Research in Education* (4th ed.). Boston: McGraw Hill.
- Fraivillig, J., Lauren, A., & Karen, C. F. (1999, March). Advancing Children's Mathematical Thinking in Everyday Mathematics Classroom. *Journal for Research in Mathematics Education*, 30(2), 148-170.
- Fraivillig, J. (2001, April). Strategies For Advancing Children's Mathematical Thinking. *Teaching Children Mathematics*, 8(7), 454-459.
- Greenwood, J. J. (1993, November). On the Nature of Teaching and Assessing 'Mathematical Power' and 'Mathematical Thinking'. *Arithmetic Teacher*, 41(3), 144-152.
- Gut, J., Heckmann, C., Meyer, C. S., Schmid, M., & Grob, A. (2012, June). Language Skills, Mathematical Thinking, and Achievement Motivation in Children with ADHD, Disruptive Behavior Disorders, and Normal Controls. *Learning and Individual Differences*, 22(3), 375-379. Retrieved from <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1041608011001695>
- Hair, J. F., Black, W. C., Babin, B. J., & Anderson, R. E. (2010). *Multivariate Data Analysis* (7th ed.). New Jersey: Prentice Hall.
- Hartman, G. L. (2012). *Helping Prospective Teachers to Understand Children's Mathematical Thinking*. Retrieved from <http://eric.ed.gov/?q=mathematical+AND+thinking&id=ED536587>
- Henderson, P. B. (2002). *Materials Development in Support of Mathematical Thinking*. Indiana: Department of Computer Science and Software Engineering Bulter University.

- Hunting, R. P., Mousley, J. A., & Perry, B. (2012, March). A Study of Rural Preschool Practitioners' Views on Young Children's Mathematical Thinking. *Mathematics Education Research Journal*, 24(1), 39-57. Retrieved from <http://eric.ed.gov/?q=mathematical+AND+thinking&id=EJ959522>
- Jacobs, V. R., Lamb, L. L. C., & Philipp, R. A. (2010). Professional Noticing of Children's Mathematical Thinking. *Journal for Research in Mathematics Education*, 41(2), 169-202. Retrieved from [http://descartes.ajusco.upn.mx/sube\\_baja/raggi/Jacobs,Lamb%26Philipp\\_JR ME2010-03-169\\_202.pdf](http://descartes.ajusco.upn.mx/sube_baja/raggi/Jacobs,Lamb%26Philipp_JR ME2010-03-169_202.pdf)
- James, D. (2001). *Mathematical thinking*. Retrieved from <http://www.mste.uiuc.edu/courses/ic431sp02/students/jdunlap/WhitepaperII.doc>
- Javid, L. (2014). The Comparison between Multiple-choice (MC) and Multiple True-false (MTF) Test Formats in Iranian Intermediate EFL Learners' Vocabulary Learning. *Procedia - Social and Behavioral Sciences*, 98, 784-788. Retrieved from <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1877042814025737>
- Klados, M. A., Lithari, C., Antoniou, I., Semertzidou, A., Bratsas, C., Micheloyannis, S., & Bamidis, P. D. (2012). *Towards a graph theoretical approach to study gender lateralization effect in mathematical thinking*. Retrieved from [http://ieeexplore.ieee.org/xpl/login.jsp?tp=&arnumber=6399746&url=http%3A%2F%2Fieeexplore.ieee.org%2Fxppls%2Fabs\\_all.jsp%3Farnumber%3D6399746](http://ieeexplore.ieee.org/xpl/login.jsp?tp=&arnumber=6399746&url=http%3A%2F%2Fieeexplore.ieee.org%2Fxppls%2Fabs_all.jsp%3Farnumber%3D6399746)
- Kosko, K. W. (2014, May). What Students Say about Their Mathematical Thinking When They Listen. *School Science and Mathematics*, 114(5), 214-223. Retrieved from <http://eric.ed.gov/?q=mathematical+AND+thinking&pg=3&id=EJ1028794>
- Kostos, K., & Shin, E. (2010, April). Using Math Journals to Enhance Second Graders' Communication of Mathematical Thinking. *Early Childhood Education Journal*, 38, 223-231. Retrieved from [http://d20uo2axdbh83k.cloudfront.net/20130918/d2d3afe749ca874\\_ac5e275e8bd7ab8ce.pdf](http://d20uo2axdbh83k.cloudfront.net/20130918/d2d3afe749ca874_ac5e275e8bd7ab8ce.pdf)
- Kriegler, S. (2004). *Just What is Algebraic Thinking*. Retrieved from <http://www.math.ucla.edu/~kriegler/>

- Maher, C. A. (2011). *Supporting the Development of Mathematical Thinking Through Problem Solving and Reasoning*. Retrieved from <http://www.rbdil.org/articles/conference/PME35-SupportingTheDevelopment.pdf>
- Mason, J., & Stacey, K. (1994). *Thinking Mathematically* (Rev. ed.). London: Addison-Wesley.
- McNeil, E. B. (1974). *The Psychology of Being Human*. San Francisco: Canfield.
- National Council of Teachers of Mathematics. (2000). *Principle and Standards for School Mathematics*. USA: NCTM.
- NRICH. (2003). *Using Question to Stimulate Mathematical Thinking*. Retrieved from [http://www.nrich.maths.org/public/viewer.php?obj\\_id=2473&part](http://www.nrich.maths.org/public/viewer.php?obj_id=2473&part)
- O'Daffer, P. G., & Thornquist, B. A. (1993). Critical Thinking, Mathematical Reasoning, and Proof. In Wilson, P. S. (Ed.), *Research Ideas for the Classroom: High School Mathematics* (pp. 39-56). New York: MacMillan.
- Özdil, U. (2012). *A Multilevel Structural Model of Mathematical Thinking in Derivative Concept*. Retrieved from <http://etd.lib.metu.edu.tr/upload/12614000/index.pdf>
- Paterson, J., & Sneddon, J. (2011). Conversations about Curriculum Change: Mathematical Thinking and Team-Based Learning in a Discrete Mathematics Course. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 42(7), 879-889. Retrieved from <http://eric.ed.gov/?q=mathematical+AND+thinking&pg=2&id=EJ952806>
- Petrone, M. M., Bruni, F., Cofrancesco, P., & Caldirola, E. (2011). Instructional Process and Digital Resources. *Instructional Process and Digital Resources*. Retrieved from <http://didamatica2011.polito.it/content/download/253/1053/version/1/file/Full+Paper+COFRANCESCO.pdf>
- Piaget, J. (1977). *The Origin of Intelligence in the child*. New York: Penguin Books.
- Pirie, S. E. B., & Kieren, T. E. (1992). Watching Sandy's Understanding Grow. In *Journal of Mathematical Behavior*, 11, 243-257.

- Schoenfeld, A. (1992). Learning to think mathematically: Problem solving, metacognition, and sense making in Mathematics. In Grouws, D. A. (Ed.), *Handbook of research on Mathematics teaching and learning* (pp. 334-370). New York: MacMillan.
- Sleep, L., & Boerst, T. A. (2012, October). Preparing beginning teachers to elicit and interpret students' mathematical thinking. *Teaching and Teacher Education*, 28(7), 1038-1048. Retrieved from <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0742051X12000686>
- Thalheimer, W., & Cook, S. (2002, August). *How to calculate effect sizes from published research articles: A simplified methodology*. Retrieved from [http://work-learning.com/effect\\_sizes.htm](http://work-learning.com/effect_sizes.htm)
- Wang, F., & Hannafin, M. J. (2005). Design-Based Research and Technology-Enhanced Learning Environments. *Educational Technology Research and Development*, 53(4), 5-23. Retrieved from <http://www.jstor.org/stable/30221206>
- Wood, T., Williams, G., & McNeal, B. (2006). Children's Mathematical Thinking in Different Classroom Cultures. *Journal for Research in Mathematics Education*, 37(3), 222-255. Retrieved from <https://dro.deakin.edu.au/eserv/DU:30009088/williams-childrensmathematical-2006.pdf>
- Yoon, C., Thomas, M. O. J., & Dreyfus, T. (2011, May). Gestures and insight in advanced mathematical thinking. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 42(7), 891-901. Retrieved from <http://www.tandfonline.com/doi/abs/10.1080/0020739X.2011.608861#.VEUFpo30HIQ>
- กนิษฐศรีเคลือบ. (2557). *การพัฒนาโมเดลเสริมสร้างบรรยากาศการเรียนรู้ที่มีประสิทธิผล: การวิจัยเชิงการออกแบบและการวิเคราะห์เอ็มเอ็มเอสอีเอ็ม* (วิทยานิพนธ์ปริญญา ดุษฎีบัณฑิต, จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, กรุงเทพฯ). สืบค้นจาก <http://ezproxy.car.chula.ac.th:2074/handle/123456789/45622>

- กระทรวงศึกษาธิการ. (2551). *ตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้แกนกลาง กลุ่มสาระการเรียนรู้  
คณิตศาสตร์ ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551*. กรุงเทพฯ:  
โรงพิมพ์ชุมนุมสหกรณ์การเกษตรแห่งประเทศไทย.
- กระทรวงศึกษาธิการ. (2551). *หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551*. กรุงเทพฯ:  
โรงพิมพ์ชุมนุมสหกรณ์การเกษตรแห่งประเทศไทย.
- กระทรวงศึกษาธิการ. (2560). *ตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้แกนกลาง กลุ่มสาระการเรียนรู้  
คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษา  
ขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551*. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์ชุมนุมสหกรณ์การเกษตรแห่ง  
ประเทศไทย จำกัด.
- กาญจนา บุญส่ง. (2542). *หลักการสอน*. เพชรบุรี: สถาบันราชภัฏเพชรบุรี.
- เกษณีย์ ยอดไพอินทร์. (2556). *ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดล  
เฟสเมทอดคอมปิเนชันและยุทธศาสตร์พัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ที่มีต่อความสามารถ  
ในการให้เหตุผลและการนิรนัยทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3  
(วิทยานิพนธ์ปริญญาโทมหาบัณฑิต, จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, กรุงเทพฯ)*. สืบค้นจาก  
<http://cuir.car.chula.ac.th/handle/123456789/4430>
- เกษตรชัย และหิม. (2550, กรกฎาคม-กันยายน). องค์ประกอบในการพยากรณ์ผลสัมฤทธิ์  
ทางการเรียนของนักเรียน โรงเรียนเอกชนสอนศาสนาอิสลามในสามจังหวัดชายแดน  
ภาคใต้. *Songklanakar J. of Social Science & Humanities*, 13(3), 436-453.  
สืบค้นจาก [http://kaekae.oas.psu.ac.th/ojs/psuhsej/include/getdoc.php?  
id=1162&article=460 &mode=pdf](http://kaekae.oas.psu.ac.th/ojs/psuhsej/include/getdoc.php?id=1162&article=460 &mode=pdf)
- ไกรยส ภัทราวาท. 2557. *เจาะลึกการสอนในเอเชีย 1*. สืบค้นจาก [http://campus.sanook.com/  
1370546/](http://campus.sanook.com/1370546/)
- ชนาธิป พรกุล. (2554). *การสอนกระบวนการคิด: ทฤษฎีและการนำไปใช้* (พิมพ์ครั้งที่ 2). กรุงเทพฯ:  
สำนักพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- ชาย โปธิสิตา. (2556). *ศาสตร์และศิลป์แห่งการวิจัยเชิงคุณภาพ* (พิมพ์ครั้งที่ 6). กรุงเทพฯ:  
อมรินทร์พริ้นติ้งฯ.

- ดวงดาว กীরติกานนท์. (2557, พฤษภาคม-สิงหาคม). การเสริมสร้างทักษะการให้เหตุผลในการเรียนการสอนโดยใช้หลักการทางปรัชญา. *วารสารวิจัย มสค สาขามนุษยศาสตร์และสังคมศาสตร์*, 10(2), 235-252. สืบค้นจาก <https://research.dusit.ac.th/new/upload/file/8a0189e5d1cc50bd0a2629dfbd793aab.pdf>
- ตะวัน เทวอักษร. (2556). *การพัฒนาทักษะการคิด*. สืบค้นจาก [http://www.aksorn.com/sif\\_pics/2556/73/SIF13%20-%20Thinking%20Skills-1.pdf](http://www.aksorn.com/sif_pics/2556/73/SIF13%20-%20Thinking%20Skills-1.pdf)
- ติศนา แคมมณี. (2555). *ศาสตร์การสอน : องค์ความรู้เพื่อการจัดกระบวนการเรียนรู้ที่มีประสิทธิภาพ* (พิมพ์ครั้งที่ 16). กรุงเทพฯ: สำนักพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- ธนิศย์ สุวรรณเจริญ. (2550). *วัฒนธรรมไทย "อุปสรรค" ของการ "คิดเป็น"*. สืบค้นจาก <http://www.gotoknow.org/posts/103654>
- นงลักษณ์ วิรัชชัย. (2542). *โมเดลลิสเรล: สถิติวิเคราะห์สำหรับการวิจัย* (พิมพ์ครั้งที่ 3). กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- บรรจง อมรชีวิน. (2554). *Thinking School สอนให้คิด*. กรุงเทพฯ: ภาพพิมพ์.
- บุญชม ศรีสะอาด. (2545). *การวิจัยเบื้องต้น* (พิมพ์ครั้งที่ 7). กรุงเทพฯ: สุวีริยาสาส์น.
- บุญธรรม กิจปรีดาบริสุทธิ์. (2542). *เทคนิคการสร้างเครื่องมือรวบรวมข้อมูลสำหรับการวิจัย* (พิมพ์ครั้งที่ 5). กรุงเทพฯ: เจริญดีการพิมพ์.
- เบญจมาศ ฉิมมาลี. (2550). *ผลการจัดกิจกรรมคณิตศาสตร์โดยใช้คำถามระดับสูงประกอบแนวทางพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ของพรายวิลลิกที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์และการคิดอย่างมีวิจารณญาณของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3* (วิทยานิพนธ์ปริญญาโทมหาบัณฑิต, จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, กรุงเทพฯ). สืบค้นจาก <http://cuir.car.chula.ac.th/handle/123456789/42282>
- ปิยพร สีสันต์. (2554). *การศึกษาปัจจัยบางประการที่ส่งผลต่อความสามารถในการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 สังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษาศรีสะเกษ เขต 4* (ปริญญาโทปริญญาโทมหาบัณฑิต). มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ, กรุงเทพฯ.
- พรทิพย์ ไชยโส. (2533). *การพัฒนาสูตรการให้คะแนนแบบเลือกตอบสำหรับความรู้บางส่วนของผู้ตอบ : ประยุกต์ใช้วิธีการอาร์โนลด์และวิธีของแฮมดาน* (วิทยานิพนธ์ปริญญาโทมหาบัณฑิต). จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, กรุงเทพฯ.



- พิทักษ์ รักษาชาติ. (2557, ธันวาคม). ผลการประยุกต์ใช้ทฤษฎีของฟรอยด์ในการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ เรื่อง พาราโบลาของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3. *วารสารการวัดผลการศึกษา มหาวิทยาลัยมหาสารคาม*, 20(2), 179-190.  
สืบค้นจาก [https://edu.msu.ac.th/jem/home/journal\\_show.php?ID=29](https://edu.msu.ac.th/jem/home/journal_show.php?ID=29)
- พิมพ์พันธ์ เดชะคุปต์. (2558). เสริมสร้างทักษะการคิดด้วยกระบวนการเรียนรู้ 5 ขั้นตอน. ใน *ไพฑูรย์ สีนลารัตน์* (252), *ศาสตร์การคิด*. กรุงเทพฯ: มหาวิทยาลัยธุรกิจบัณฑิต.
- พิสนุ ฟองศรี. (2554). *การสร้างและพัฒนาเครื่องมือวิจัย* (พิมพ์ครั้งที่ 3). กรุงเทพฯ: ด้านสุทธาการพิมพ์.
- แพรวไหม สามารถ. (2556). การพัฒนาการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2 โดยใช้กระบวนการคิดให้เป็นคณิตศาสตร์. *An Online Journal of Education*, 8(1), 701-714. สืบค้นจาก <http://www.edu.chula.ac.th/ojed/doc/V81/v81d0054.pdf>
- ไพฑูรย์ สีนลารัตน์. (2558). *ศาสตร์การคิด*. กรุงเทพฯ: มหาวิทยาลัยธุรกิจบัณฑิต.
- ระพีพัฒน์ แก้วอ่ำ. (2559, มกราคม-มิถุนายน). การใช้คำถามปลายเปิดในการสอนคณิตศาสตร์. *วารสารศรีนครินทรวิโรฒวิจัยและพัฒนา (สาขามนุษยศาสตร์และสังคมศาสตร์)*, 8(15), 206-211. สืบค้นจาก <http://ejournals.swu.ac.th/index.php/swurd/article/view/7458/6852>
- รุ่งทิภา นานำรุ่ง. (2550). *วิถีธรรมชาติแห่งการคิดเชิงคณิตศาสตร์เรื่องการคูณและการหารของเด็กที่มีอายุตั้งแต่ 7 – 10 ปี* (ปริญญาานิพนธ์ปริญญาดุษฎีบัณฑิต). มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ, กรุงเทพฯ.
- วิไลลักษณ์ ลังกา. (2554). *การศึกษาอิทธิพลทางสังคมและปัจจัยภายในต่อการเรียนรู้การสร้างสรรค์ทางวิทยาศาสตร์ของนักเรียนที่มีความสามารถพิเศษทางวิทยาศาสตร์ในระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนปลาย* (ปริญญาานิพนธ์ปริญญาดุษฎีบัณฑิต). มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ, กรุงเทพฯ.
- ศิริชัย กาญจนวาสี. (2556). *ทฤษฎีการทดสอบแบบดั้งเดิม* (พิมพ์ครั้งที่ 7). กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- สถาบันทดสอบทางการศึกษาแห่งชาติ. (2559). *ระบบประกาศและรายงานผลสอบโอเน็ต*. สืบค้นจาก <http://www.onetresult.niets.or.th/AnnouncementWeb/Login.aspx>
- สมคิด สร้อยน้ำ. (2542). *หลักการสอน*. อุตรธานี: สำนักส่งเสริมวิชาการ สถาบันราชภัฏอุตรธานี.

- สุนิตย์ ดอกบัว. (2558, กรกฎาคม-กันยายน). การพัฒนาชุดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ โดยประยุกต์กรอบแนวคิดของฟรายวิลลิค เรื่อง ระบบจำนวนจริง สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4. *วารสารศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยนเรศวร*, 17(3), 138-143. สืบค้นจาก [https://www.tci-thaijo.org/index.php/edujournal\\_nu/article/download/39229/32495/](https://www.tci-thaijo.org/index.php/edujournal_nu/article/download/39229/32495/)
- สุวรรณ จั๋งทอง. (2559, กันยายน-ธันวาคม). ผลของการพัฒนารูปแบบการจัดการเรียนรู้ตามแนวการสอนของครูผู้สอนคณิตศาสตร์ดีเด่น ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6. *วารสารบัณฑิตศึกษา มหาวิทยาลัยราชภัฏวไลยอลงกรณ์ ในพระบรมราชูปถัมภ์*, 10(3), 178-191. สืบค้นจาก [http://grad.vru.ac.th/pdf-journal/Journal%2010\\_3/JournalGrad%2010\\_3.pdf](http://grad.vru.ac.th/pdf-journal/Journal%2010_3/JournalGrad%2010_3.pdf)
- สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา เขต 17. (2559). *จำนวนครู นักเรียนและห้องเรียน จำแนกตามชั้นเรียนและเพศรายโรงเรียน ปีการศึกษา 2559*. สืบค้นจาก <http://www.sesa17.go.th/site/รายการเนื้อหา/นโยบายและแผน/794-10-2559>
- เสรี ชัดเข้ม. (2547). การวิเคราะห์องค์ประกอบเชิงยืนยัน: Confirmatory Factor Analysis. *วารสารวิจัยและวัดผลการศึกษา*, 2(1), 15-42. สืบค้นจาก <https://www.tci-thaijo.org/index.php/RMCS/article/view/46781/39310>
- แสงรุ่ง พูลสุวรรณ. (2556). การพัฒนาทักษะการคิดของนักเรียนใน ศตวรรษที่ 21. สืบค้นจาก [http://www.aksorn.com/sif\\_pics/2556/73/SIF13%20-%20Thinking%20Skills-1.pdf](http://www.aksorn.com/sif_pics/2556/73/SIF13%20-%20Thinking%20Skills-1.pdf)
- อนุวัติ คุณแก้ว. (2558). *การวัดผลและประเมินผลการศึกษาแนวใหม่*. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- อิทธิเทพ นวาระสุจิตร์. (2548). *ชุดการเรียนรู้การสอนที่เน้นการคิดเชิงคณิตศาสตร์ด้านกระบวนการทำให้เหตุผล ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 (ปริญญาโทบริหารศึกษามหาบัณฑิต)*. มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ, กรุงเทพฯ.
- อุทุมพร(ทองอุไทย) จามรมาน. (2545). *ข้อสอบ: การสร้างและการพัฒนา (พิมพ์ครั้งที่ 4)*. กรุงเทพฯ: ฟีนีქซ์พับลิชชิ่ง.
- อุษณีย์ อนุรุทธ์วงศ์. (2555). *ทักษะความคิด : พัฒนาอย่างไร*. กรุงเทพฯ: อินทร์ณน.



ภาคผนวก



ภาคผนวก ก  
คุณภาพเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

ตาราง 30 ค่าความสอดคล้องของข้อคำถามเป็นรายข้อกับนิยามที่ต้องการวัด (Item Objective Congruence : IOC) ของแบบวัดการคิดเชิงคณิตศาสตร์

องค์ประกอบการคิดเชิงคณิตศาสตร์	ผู้เชี่ยวชาญ					IOC
	1	2	3	4	5	
<b>การแก้ปัญหาเชิงคณิตศาสตร์</b>						
ข้อคำถามข้อที่ 1	1	1	1	0	1	.800
ข้อคำถามข้อที่ 2	1	0	1	1	1	.800
ข้อคำถามข้อที่ 3	1	0	1	1	0	.600
ข้อคำถามข้อที่ 4	1	1	1	1	1	1.000
<b>การให้เหตุผลเชิงคณิตศาสตร์</b>						
ข้อคำถามข้อที่ 5	1	1	1	1	1	1.000
ข้อคำถามข้อที่ 6	1	1	1	1	1	1.000
ข้อคำถามข้อที่ 7	1	1	1	0	1	.800
ข้อคำถามข้อที่ 8	1	1	1	1	1	1.000
<b>การสื่อสารความคิดเชิงคณิตศาสตร์</b>						
ข้อคำถามข้อที่ 9	1	1	1	1	1	1.000
ข้อคำถามข้อที่ 10	1	1	1	1	1	1.000
ข้อคำถามข้อที่ 11	1	1	1	1	0	.800
ข้อคำถามข้อที่ 12	1	1	1	1	0	.800
<b>การเชื่อมโยงสาระหลักเชิงคณิตศาสตร์</b>						
ข้อคำถามข้อที่ 13	1	1	1	1	1	1.000
ข้อคำถามข้อที่ 14	1	1	1	1	1	1.000
ข้อคำถามข้อที่ 15	1	1	1	1	1	1.000
ข้อคำถามข้อที่ 16	1	1	1	1	1	1.000
<b>การนำเสนอตัวแทนความคิดเชิงคณิตศาสตร์</b>						
ข้อคำถามข้อที่ 17	1	1	1	1	1	1.000
ข้อคำถามข้อที่ 18	1	0	1	1	0	.600
ข้อคำถามข้อที่ 19	1	1	1	1	1	1.000
ข้อคำถามข้อที่ 20	1	1	1	1	1	1.000

ตาราง 31 ค่าความยากง่าย ค่าอำนาจจำแนก และค่าความเชื่อมั่น ของแบบวัดการคิดเชิงคณิตศาสตร์

ข้อคำถามข้อที่	ค่าความยากง่าย	ค่าอำนาจจำแนก
1	.625	.400
2	.488	.375
3	.650	.300
4	.713	.275
5	.713	.425
6	.575	.450
7	.338	.275
8	.350	.400
9	.525	.300
10	.625	.500
11	.375	.300
12	.413	.425
13	.600	.350
14	.538	.475
15	.700	.350
16	.463	.375
17	.563	.525
18	.550	.350
19	.613	.475
20	.550	.350
ค่าความเชื่อมั่น = .885		



ตาราง 32 ผลการตรวจสอบความเหมาะสมของกระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการคิดเชิง  
คณิตศาสตร์ (ฉบับร่าง 1)

องค์ประกอบของ กระบวนการเรียนการสอน	ความคิดเห็นผู้เชี่ยวชาญ					M	SD
	คนที่ 1	คนที่ 2	คนที่ 3	คนที่ 4	คนที่ 5		
<b>หลักการของกระบวนการเรียนการสอน</b>							
1. กระบวนการเรียนการสอนเน้น กระบวนการคิดของนักเรียน	4	4	3	5	4	4.00	.63
2. กระบวนการเรียนการสอนสามารถพัฒนา ความเข้าใจทางคณิตศาสตร์	4	4	4	5	4	4.20	.40
3. กระบวนการเรียนการสอนช่วยให้นักเรียน สร้างความเข้าใจแนวคิดทางคณิตศาสตร์ ด้วยตัวของนักเรียนเอง	4	4	3	3	4	3.60	.49
4. กระบวนการเรียนการสอนให้โอกาส นักเรียนได้พัฒนาความคิด	4	5	4	5	4	4.40	.49
5. กระบวนการเรียนการสอนท้าทายให้ นักเรียนได้คิด	3	4	4	4	4	3.80	.40
6. กระบวนการเรียนการสอน แบ่งเป็น 3 ขั้นตอน ได้แก่ ขั้นลวงความคิด ขั้นสนับสนุน ความคิด และขั้นขยายความคิด	4	5	4	4	5	4.40	.49
7. กระบวนการเรียนการสอนสามารถนำไป ปฏิบัติได้จริง	5	5	4	4	4	4.40	.49
8. กระบวนการเรียนการสอนเหมาะสมกับ บริบทของนักเรียนไทย	4	5	4	4	4	4.20	.40
<b>ค่าเฉลี่ย</b>	<b>4</b>	<b>4.5</b>	<b>3.75</b>	<b>4.25</b>	<b>4.13</b>	<b>4.13</b>	<b>.25</b>
<b>จุดมุ่งหมายของกระบวนการเรียน การสอน</b>							
1. กระบวนการเรียนการสอนสามารถ พัฒนาการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียน	4	4	3	4	4	3.80	.40
2. กระบวนการเรียนการสอนสามารถพัฒนา ความสามารถในการแก้ปัญหาของนักเรียน	3	4	3	4	4	3.60	.49

ตาราง 32 (ต่อ)

องค์ประกอบของ กระบวนการเรียนการสอน	ความคิดเห็นผู้เชี่ยวชาญ					M	SD
	คนที่ 1	คนที่ 2	คนที่ 3	คนที่ 4	คนที่ 5		
3. กระบวนการเรียนการสอนสามารถพัฒนา ความสามารถในการให้เหตุผลเชิง คณิตศาสตร์ของนักเรียน	3	3	3	5	4	3.60	.80
4. กระบวนการเรียนการสอนสามารถพัฒนา ความสามารถในการสื่อสารความคิดเชิง คณิตศาสตร์ของนักเรียน	3	4	4	4	4	3.80	.40
5. กระบวนการเรียนการสอนสามารถพัฒนา ความสามารถในการเชื่อมโยงสาระหลักเชิง คณิตศาสตร์ของนักเรียน	3	4	4	5	4	4.00	.63
6. กระบวนการเรียนการสอนสามารถพัฒนา ความสามารถในการนำเสนอตัวแทน ความคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียน	3	4	3	4	4	3.60	.49
<b>ค่าเฉลี่ย</b>	<b>3.17</b>	<b>3.83</b>	<b>3.33</b>	<b>4.33</b>	<b>4.00</b>	<b>3.73</b>	<b>.43</b>
<b>ขั้นตอนของกระบวนการเรียนการสอน</b>							
1. ขั้นตอนของกระบวนการเรียนการสอน ชัดเจน	4	5	4	5	4	4.40	.49
2. แผนการจัดการเรียนรู้สอดคล้องกับ โครงสร้างหน่วยการเรียนรู้ที่กำหนดไว้	5	4	4	5	5	4.60	.49
3. แผนการจัดการเรียนรู้มีองค์ประกอบ สำคัญครบถ้วนตามแนวทางของ กระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการ คิดเชิงคณิตศาสตร์	4	5	4	4	4	4.20	.40
4. แผนการจัดการเรียนรู้มีการดำเนินการ เป็นลำดับขั้นตอนที่เหมาะสม	4	4	4	4	5	4.20	.40
5. กิจกรรมการเรียนรู้สอดคล้องกับมาตรฐาน การเรียนรู้และเนื้อหาสาระ	4	4	3	4	4	3.80	.40
6. กิจกรรมการเรียนรู้เหมาะสมกับเวลา	4	3	3	4	4	3.60	.49

ตาราง 32 (ต่อ)

องค์ประกอบของ กระบวนการเรียนการสอน	ความคิดเห็นผู้เชี่ยวชาญ					M	SD
	คนที่ 1	คนที่ 2	คนที่ 3	คนที่ 4	คนที่ 5		
7. กิจกรรมการเรียนรู้เหมาะสมกับระดับชั้น ของนักเรียน	5	4	4	5	4	4.40	.49
8. การวัดและประเมินผลที่สอดคล้องกับ จุดประสงค์การเรียนรู้	4	3	3	4	4	3.60	.49
9. การวัดและการประเมินผลครอบคลุม ตัวชี้วัด	4	3	3	4	4	3.60	.49
<b>ค่าเฉลี่ย</b>	<b>4.22</b>	<b>3.89</b>	<b>3.56</b>	<b>4.33</b>	<b>4.22</b>	<b>4.04</b>	<b>.29</b>

ตาราง 33 ผลการตรวจสอบความเหมาะสมของกระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการคิดเชิง  
คณิตศาสตร์ (ฉบับร่าง 2) รอบที่ 1

องค์ประกอบของ กระบวนการเรียนการสอน	ความคิดเห็นผู้เชี่ยวชาญ					M	SD
	คนที่ 1	คนที่ 2	คนที่ 3	คนที่ 4	คนที่ 5		
<b>หลักการของกระบวนการเรียนการสอน</b>							
1. กระบวนการเรียนการสอนเน้น กระบวนการคิดของนักเรียน	4	4	4	5	4	4.20	.40
2. กระบวนการเรียนการสอนสามารถพัฒนา ความเข้าใจทางคณิตศาสตร์	4	5	4	5	4	4.40	.49
3. กระบวนการเรียนการสอนช่วยให้นักเรียน สร้างความเข้าใจแนวคิดทางคณิตศาสตร์ ด้วยตัวของนักเรียนเอง	4	4	3	4	4	3.80	.40
4. กระบวนการเรียนการสอนให้โอกาส นักเรียนได้พัฒนาความคิด	5	5	4	5	4	4.60	.49
5. กระบวนการเรียนการสอนท้าทายให้ นักเรียนได้คิด	4	4	4	5	4	4.20	.40
6. กระบวนการเรียนการสอน แบ่งเป็น 3 ขั้นตอน ได้แก่ ขั้นล้างความคิด ขั้นสนับสนุน ความคิด และขั้นขยายความคิด	4	5	4	5	5	4.60	.49

ตาราง 33 (ต่อ)

องค์ประกอบของ กระบวนการเรียนการสอน	ความคิดเห็นผู้เชี่ยวชาญ					M	SD
	คนที่ 1	คนที่ 2	คนที่ 3	คนที่ 4	คนที่ 5		
7. กระบวนการเรียนการสอนสามารถนำไปปฏิบัติได้จริง	4	5	4	5	4	4.40	.49
8. กระบวนการเรียนการสอนเหมาะสมกับบริบทของนักเรียนไทย	4	5	4	5	4	4.40	.49
<b>ค่าเฉลี่ย</b>	<b>4.13</b>	<b>4.63</b>	<b>3.88</b>	<b>4.88</b>	<b>4.13</b>	<b>4.33</b>	<b>.37</b>
<b>จุดมุ่งหมายของกระบวนการเรียนการสอน</b>							
1. กระบวนการเรียนการสอนสามารถพัฒนาการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียน	4	4	4	5	4	4.20	.40
2. กระบวนการเรียนการสอนสามารถพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาของนักเรียน	4	4	4	5	4	4.20	.40
3. กระบวนการเรียนการสอนสามารถพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียน	4	3	4	5	4	4.00	.63
4. กระบวนการเรียนการสอนสามารถพัฒนาความสามารถในการสื่อสารความคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียน	4	4	4	4	5	4.20	.40
5. กระบวนการเรียนการสอนสามารถพัฒนาความสามารถในการเชื่อมโยงสาระหลักเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียน	4	4	4	5	4	4.20	.40
6. กระบวนการเรียนการสอนสามารถพัฒนาความสามารถในการนำเสนอตัวแทนความคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียน	4	4	4	4	5	4.20	.40
<b>ค่าเฉลี่ย</b>	<b>4.00</b>	<b>3.83</b>	<b>4.00</b>	<b>4.67</b>	<b>4.33</b>	<b>4.17</b>	<b>.30</b>
<b>ขั้นตอนของกระบวนการเรียนการสอน</b>							
1. ขั้นตอนของกระบวนการเรียนการสอนชัดเจน	5	5	4	5	4	4.60	.49
2. แผนการจัดการเรียนรู้สอดคล้องกับโครงสร้างหน่วยการเรียนรู้ที่กำหนดไว้	5	5	4	5	5	4.80	.40

ตาราง 33 (ต่อ)

องค์ประกอบของ กระบวนการเรียนการสอน	ความคิดเห็นผู้เชี่ยวชาญ					M	SD
	คนที่ 1	คนที่ 2	คนที่ 3	คนที่ 4	คนที่ 5		
3. แผนการจัดการเรียนรู้มีองค์ประกอบ สำคัญครบถ้วนตามแนวทางของ กระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการ คิดเชิงคณิตศาสตร์	5	5	4	4	4	4.40	.49
4. แผนการจัดการเรียนรู้มีการดำเนินการ เป็นลำดับขั้นตอนที่เหมาะสม	4	5	4	4	5	4.40	.49
5. กิจกรรมการเรียนรู้สอดคล้องกับมาตรฐาน การเรียนรู้และเนื้อหาสาระ	4	4	4	4	5	4.20	.40
6. กิจกรรมการเรียนรู้เหมาะสมกับเวลา	4	4	3	4	4	3.80	.40
7. กิจกรรมการเรียนรู้เหมาะสมกับระดับชั้น ของนักเรียน	5	5	4	5	4	4.60	.49
8. การวัดและประเมินผลที่สอดคล้องกับ จุดประสงค์การเรียนรู้	4	4	3	5	4	4.00	.63
9. การวัดและการประเมินผลครอบคลุม ตัวชี้วัด	4	4	3	4	4	3.80	.40
<b>ค่าเฉลี่ย</b>	<b>4.44</b>	<b>4.56</b>	<b>3.67</b>	<b>4.44</b>	<b>4.33</b>	<b>4.29</b>	<b>.32</b>

ตาราง 34 ผลการตรวจสอบความเหมาะสมของกระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการคิดเชิง  
คณิตศาสตร์ (ฉบับร่าง 2) รอบที่ 2

องค์ประกอบของ กระบวนการเรียนการสอน	ความคิดเห็นผู้เชี่ยวชาญ					M	SD
	คนที่ 1	คนที่ 2	คนที่ 3	คนที่ 4	คนที่ 5		
<b>หลักการของกระบวนการเรียนการสอน</b>							
1. กระบวนการเรียนการสอนเน้น กระบวนการคิดของนักเรียน	4	5	4	5	4	4.40	.49
2. กระบวนการเรียนการสอนสามารถพัฒนา ความเข้าใจทางคณิตศาสตร์	4	5	4	5	5	4.60	.49
3. กระบวนการเรียนการสอนช่วยให้นักเรียน สร้างความเข้าใจแนวคิดทางคณิตศาสตร์ ด้วยตัวของนักเรียนเอง	4	4	4	4	5	4.20	.40
4. กระบวนการเรียนการสอนให้โอกาส นักเรียนได้พัฒนาความคิด	5	5	5	5	4	4.80	.40
5. กระบวนการเรียนการสอนท้าทายให้ นักเรียนได้คิด	5	4	4	5	4	4.40	.49
6. กระบวนการเรียนการสอน แบ่งเป็น 3 ขั้นตอน ได้แก่ ขั้นลวงความคิด ขั้นสนับสนุน ความคิด และขั้นขยายความคิด	5	5	4	5	5	4.80	.40
7. กระบวนการเรียนการสอนสามารถนำไป ปฏิบัติได้จริง	4	5	4	5	5	4.60	.49
8. กระบวนการเรียนการสอนเหมาะสมกับ บริบทของนักเรียนไทย	4	5	4	5	4	4.40	.49
<b>ค่าเฉลี่ย</b>	<b>4.38</b>	<b>4.75</b>	<b>4.13</b>	<b>4.88</b>	<b>4.50</b>	<b>4.53</b>	<b>.27</b>
<b>จุดมุ่งหมายของกระบวนการเรียน การสอน</b>							
1. กระบวนการเรียนการสอนสามารถ พัฒนาการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียน	4	4	4	5	4	4.20	.40
2. กระบวนการเรียนการสอนสามารถพัฒนา ความสามารถในการแก้ปัญหาของนักเรียน	4	4	4	5	5	4.40	.49



ตาราง 34 (ต่อ)

องค์ประกอบของ กระบวนการเรียนการสอน	ความคิดเห็นผู้เชี่ยวชาญ					M	SD
	คนที่ 1	คนที่ 2	คนที่ 3	คนที่ 4	คนที่ 5		
3. กระบวนการเรียนการสอนสามารถพัฒนา ความสามารถในการให้เหตุผลเชิง คณิตศาสตร์ของนักเรียน	4	3	4	5	4	4.00	.63
4. กระบวนการเรียนการสอนสามารถพัฒนา ความสามารถในการสื่อสารความคิดเชิง คณิตศาสตร์ของนักเรียน	5	4	4	4	5	4.40	.49
5. กระบวนการเรียนการสอนสามารถพัฒนา ความสามารถในการเชื่อมโยงสาระหลักเชิง คณิตศาสตร์ของนักเรียน	5	4	4	5	4	4.40	.49
6. กระบวนการเรียนการสอนสามารถพัฒนา ความสามารถในการนำเสนอตัวแทน ความคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียน	4	4	4	4	5	4.20	.40
<b>ค่าเฉลี่ย</b>	<b>4.33</b>	<b>3.83</b>	<b>4.00</b>	<b>4.67</b>	<b>4.50</b>	<b>4.27</b>	<b>.31</b>
<b>ขั้นตอนของกระบวนการเรียนการสอน</b>							
1. ขั้นตอนของกระบวนการเรียนการสอน ชัดเจน	5	5	4	5	4	4.60	.49
2. แผนการจัดการเรียนรู้สอดคล้องกับ โครงสร้างหน่วยการเรียนรู้ที่กำหนดไว้	5	5	4	5	5	4.80	.40
3. แผนการจัดการเรียนรู้มีองค์ประกอบ สำคัญครบถ้วนตามแนวทางของ กระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมการ คิดเชิงคณิตศาสตร์	5	5	4	5	4	4.60	.49
4. แผนการจัดการเรียนรู้มีการดำเนินการ เป็นลำดับขั้นตอนที่เหมาะสม	4	5	4	5	5	4.60	.49
5. กิจกรรมการเรียนรู้สอดคล้องกับมาตรฐาน การเรียนรู้และเนื้อหาสาระ	4	4	4	4	5	4.20	.40
6. กิจกรรมการเรียนรู้เหมาะสมกับเวลา	4	4	4	4	5	4.20	.40

ตาราง 34 (ต่อ)

องค์ประกอบของ กระบวนการเรียนการสอน	ความคิดเห็นผู้เชี่ยวชาญ					M	SD
	คนที่ 1	คนที่ 2	คนที่ 3	คนที่ 4	คนที่ 5		
7. กิจกรรมการเรียนรู้เหมาะสมกับระดับชั้น ของนักเรียน	5	5	4	5	4	4.60	.49
8. การวัดและประเมินผลที่สอดคล้องกับ จุดประสงค์การเรียนรู้	4	4	4	5	4	4.20	.40
9. การวัดและการประเมินผลครอบคลุม ตัวชี้วัด	4	4	4	4	5	4.20	.40
<b>ค่าเฉลี่ย</b>	<b>4.44</b>	<b>4.56</b>	<b>4.00</b>	<b>4.67</b>	<b>4.56</b>	<b>4.44</b>	<b>.23</b>



ภาคผนวก ข

การวิเคราะห์องค์ประกอบเชิงยืนยันโมเดลการวัดการคิดเชิงคณิตศาสตร์

การวิเคราะห์องค์ประกอบเชิงยืนยันโมเดลการวัดการคิดเชิงคณิตศาสตร์

DATE: 4/23/2019

TIME: 22:08

L I S R E L 8.52

BY

Karl G. Jöreskog & Dag Sörbom

This program is published exclusively by

Scientific Software International, Inc.

7383 N. Lincoln Avenue, Suite 100

Lincolnwood, IL 60712, U.S.A.

Phone: (800)247-6113, (847)675-0720, Fax: (847)675-2140

Copyright by Scientific Software International, Inc., 1981-2002

Use of this program is subject to the terms specified in the

Universal Copyright Convention.

Website: [www.ssicentral.com](http://www.ssicentral.com)

The following lines were read from file E:\30 CFA MT\2CFA MT.LPJ:

TI 2CFA MT

Mathematical Thinking

!DA NI=18 NO=500 NG=1 MA=CM

SY='D:\#USER#\Desktop\30 CFA MT\CFA MT.dsf' NG=1

SE

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 /

MO NY=18 NK=1 NE=5 LY=FU,FI BE=FU,FI GA=FU,FI PH=SY,FR PS=DI,FR TE=SY

LE

PB RS CM CN RP

LK

MT

FI PH(1,1)

FR LY(2,1) LY(3,1) LY(4,1) LY(5,2) LY(7,2) LY(8,2) LY(9,3) LY(10,3) LY(11,3)

FR LY(13,4) LY(15,4) LY(17,5) LY(18,5) GA(1,1) GA(2,1) GA(3,1)

FR GA(4,1) GA(5,1)

VA 0.79 LY(1,1)

VA 0.71 LY(6,2)

VA 0.67 LY(12,3)

VA 0.71 LY(14,4)

VA 0.76 LY(16,5)

VA 1.00 PH(1,1)

FR TE(7,6) TE(14,1) TE(15,7)

PD

OU ME=ML AM RS FS SC IT=250 ND=3 AD=OFF





ภาควิชาคหกรรมศาสตร์  
เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย



## ตัวอย่างแบบวัดการคิดเชิงคณิตศาสตร์

### แบบวัดการคิดเชิงคณิตศาสตร์

#### นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

#### คำชี้แจง

- แบบวัดฉบับนี้เป็นข้อคำถามวัดความสามารถในการคิดเชิงคณิตศาสตร์ จำนวน 20 ข้อ แบ่งออกเป็น 5 ตอน ตอนละ 4 ข้อ ดังนี้
  - ตอนที่ 1 ข้อคำถามวัดความสามารถในการแก้ปัญหาเชิงคณิตศาสตร์
  - ตอนที่ 2 ข้อคำถามวัดความสามารถในการให้เหตุผลเชิงคณิตศาสตร์
  - ตอนที่ 3 ข้อคำถามวัดความสามารถในการสื่อสารความคิดเชิงคณิตศาสตร์
  - ตอนที่ 4 ข้อคำถามวัดความสามารถในการเชื่อมโยงสาระหลักเชิงคณิตศาสตร์
  - ตอนที่ 5 ข้อคำถามวัดความสามารถในการนำเสนอตัวแทนความคิดเชิงคณิตศาสตร์
- ข้อคำถามแต่ละข้อประกอบด้วยข้อย่อยจำนวน 4 ข้อ ให้นักเรียนตอบข้อย่อยทั้ง 4 ข้อ โดยเลือกตอบจากตัวเลือกที่กำหนดให้ ในการตอบข้อคำถามแต่ละข้อให้นักเรียนอ่านคำชี้แจงและดำเนินการตามคำชี้แจงในแต่ละข้อ เนื่องจากคำชี้แจงในแต่ละข้อคำถามจะมีความแตกต่างกัน เช่น

**คำชี้แจง** จากข้อมูลข้างต้น จงเขียนวงกลมล้อมรอบคำว่า “ถูก” หรือ “ไม่ถูก” ในแต่ละข้อต่อไปนี้

ข้อความ	ถูก หรือ ไม่ถูก
0) จากสูตรแสดงให้ทราบว่า ปริซึมและพีระมิดที่มีพื้นที่ฐานและความสูงเท่ากัน พีระมิดจะมีปริมาตรเป็น 3 เท่าของปริซึม ดังนั้น จะต้องใช้พีระมิดตวงน้ำจากปริซึม จำนวน 6 ครั้ง น้ำจึงจะหมด	ถูก / <input checked="" type="radio"/> ไม่ถูก

- ข้อคำถามแต่ละข้อมีคะแนนเต็ม 4 คะแนน คือ ข้อย่อยละ 1 คะแนน รวมทั้งฉบับมีคะแนนเต็ม 80 คะแนน
- นักเรียนสามารถคิดคำนวณ ชีตเขียน หรือทดเลขเพื่อหาคำตอบ ลงในกระดาษข้อสอบได้

ตอนที่ 1 ข้อคำถามวัดความสามารถในการแก้ปัญหาเชิงคณิตศาสตร์

ข้อ 1 ข้อความที่กำหนดให้ในแต่ละข้อเป็นข้อความที่ถูกหรือไม่

คำชี้แจง จงเขียนวงกลมล้อมรอบคำว่า “ถูก” หรือ “ไม่ถูก” ในแต่ละข้อต่อไปนี้

ข้อความ	ถูก หรือ ไม่ถูก
1) ความชันของกราฟเส้นตรงที่ผ่านจุด (2, 4) และ (1, 6) เท่ากับ 2	ถูก / ไม่ถูก
2) ถ้ากราฟเส้นตรงของสมการ $y = 2x + b$ ผ่านจุด (-2, 3) ค่าของ $b$ คือ -1	ถูก / ไม่ถูก
3) ถ้าความชันของกราฟเส้นตรงเส้นหนึ่งเท่ากับ -3 และเส้นตรงนี้ผ่านจุด (0, 4) จะเขียนสมการของกราฟเส้นตรงนี้ได้ว่า $y = -3x + 4$	ถูก / ไม่ถูก
4) กราฟเส้นตรงของสมการ $y = x - 2$ มีความชันเป็น 1 และผ่านจุด (-4, -6)	ถูก / ไม่ถูก

ตอนที่ 2 ข้อคำถามวัดความสามารถในการให้เหตุผลเชิงคณิตศาสตร์

ข้อ 8 ข้อความที่กำหนดให้ในแต่ละข้อเป็นข้อความที่ถูกต้อง ใช่หรือไม่

คำชี้แจง จงเขียนวงกลมล้อมรอบคำว่า “ใช่” หรือ “ไม่ใช่” ในแต่ละข้อต่อไปนี้

ข้อความ	ใช่ หรือ ไม่ใช่
1) เด็กชายเอและเด็กหญิงบีมีเงินไม่เท่ากัน เมื่อนับดูพบว่าเด็กชายเอมีเงินมากกว่าเด็กหญิงบีไม่ถึง 5 บาท แสดงว่า ผลต่างของจำนวนเงินของเด็กทั้งสองคนจะต้องไม่เกิน 5 บาท	ใช่ / ไม่ใช่
2) เด็กชายแดงสะสมแสตมป์ไว้ 3 ชนิด มีมูลค่ารวมกันไม่น้อยกว่า 450 บาท แสดงว่า มูลค่าของแสตมป์ที่เด็กชายแดงมี มีมูลค่ามากกว่า 450 บาท ขึ้นไป	ใช่ / ไม่ใช่
3) เด็กหญิงดาวมีหนังสือมากกว่า 50 เล่ม แต่ไม่เกิน 57 เล่ม แสดงว่า เด็กหญิงดาวมีหนังสืออย่างน้อย 51 เล่ม แต่ไม่ถึง 58 เล่ม	ใช่ / ไม่ใช่
4) ชื้อส้มมาจำนวนหนึ่ง รับประทานไป 4 ผล เหลือส้มอยู่ไม่ถึง 6 ผล เดิมซื้อส้มมาน้อยกว่า 10 ผล	ใช่ / ไม่ใช่

ตอนที่ 3 ข้อคำถามวัดความสามารถในการสื่อสารความคิดเชิงคณิตศาสตร์

ข้อ 9 ผลต่างของสองในสามของจำนวนเต็มจำนวนหนึ่งกับ 25 ไม่เกิน 14 สามารถหาค่าของจำนวนเต็มจำนวนนั้น ได้ดังนี้

กำหนดให้  $x$  แทน จำนวนเต็มจำนวนหนึ่ง

สามารถเขียนอสมการเพื่อหาค่าของจำนวนเต็มจำนวนนั้น ได้ดังนี้

$$\frac{2}{3}x - 14 \leq 25 \quad \text{บรรทัดที่ 1}$$

$$3\left(\frac{2}{3}x - 14\right) \leq 25(3) \quad \text{บรรทัดที่ 2}$$

$$2x - 42 \leq 75 \quad \text{บรรทัดที่ 3}$$

$$2x - 42 + 42 \leq 75 + 42 \quad \text{บรรทัดที่ 4}$$

$$2x \leq 117 \quad \text{บรรทัดที่ 5}$$

$$\frac{2x}{2} \leq \frac{117}{2} \quad \text{บรรทัดที่ 6}$$

$$x \leq 58.5 \quad \text{บรรทัดที่ 7}$$

ดังนั้นจำนวนจำนวนนั้นมีค่าเป็นจำนวนเต็มใด ๆ ที่น้อยกว่า 58.5

**คำชี้แจง** จากข้อมูลข้างต้น จงเขียนวงกลมล้อมรอบคำว่า “ใช่” หรือ “ไม่ใช่” ในแต่ละข้อต่อไปนี้

ข้อความ	ใช่ หรือ ไม่ใช่
1) ในบรรทัดที่ 2 ใช้สมบัติการคูณด้วยจำนวนที่เท่ากัน คือ คูณด้วย 3 ซึ่งสามารถใช้สมบัติการบวกด้วยจำนวนที่เท่ากันแทนได้ ดังนี้ $\frac{2}{3}x - 14 + 14 \leq 25 + 14$	ใช่ / ไม่ใช่
2) ในบรรทัดที่ 4 ใช้สมบัติการบวกด้วยจำนวนที่เท่ากัน คือ บวกด้วย 42 ซึ่งสามารถใช้สมบัติการคูณด้วยจำนวนที่เท่ากันแทนได้ ดังนี้ $\frac{2x}{2} - \frac{42}{2} \leq \frac{75}{2}$	ใช่ / ไม่ใช่
3) ในบรรทัดที่ 6 ใช้สมบัติการคูณด้วยจำนวนที่เท่ากัน คือ คูณด้วย $\frac{1}{2}$ ซึ่งสามารถใช้สมบัติการบวกด้วยจำนวนที่เท่ากันแทนได้ ดังนี้ $2x + 2 \leq 117 + 2$	ใช่ / ไม่ใช่

ข้อความ	ใช่ หรือ ไม่ใช่
4) ในบรรทัดสุดท้าย สามารถสรุปได้อีกแบบหนึ่งว่า จำนวนจำนวนนั้น คือ จำนวนเต็มใด ๆ ที่มีค่าตั้งแต่ 58 ลงไป	ใช่ / ไม่ใช่

#### ตอนที่ 4 ข้อคำถามวัดความสามารถในการเชื่อมโยงสาระหลักเชิงคณิตศาสตร์

ข้อ 16 จากแนวทางการจัดแบ่งพื้นที่ตามแนวเกษตรทฤษฎีใหม่ ต้องจัดแบ่งแปลงที่ดินเพื่อให้เกิด

ประโยชน์สูงสุดคือ จัดแบ่งแปลงที่ดินในอัตราส่วน

$$30 : 30 : 30 : 10 = \text{สระน้ำ} : \text{ที่อยู่อาศัย} : \text{ปลูกพืช} : \text{นาข้าว} :$$

แต่ถ้ามีพื้นที่มากหรือน้อยกว่านี้ก็สามารถปรับใช้ได้ ถ้านักเรียนมีที่ดินเป็นของตนเอง และต้องการจัดแบ่งพื้นที่ตามแนวเกษตรทฤษฎีใหม่ นักเรียนจะจัดแบ่งอย่างไร

เมื่อกำหนดมาตราส่วนใน 1,600 ตารางเมตร = 400 ตารางวา = 1 ไร่

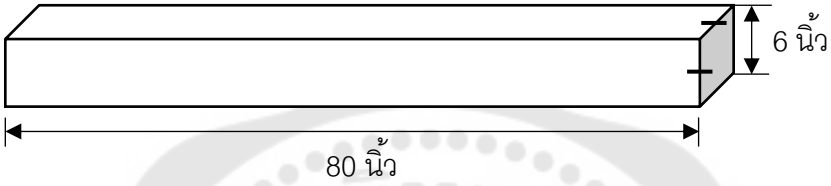
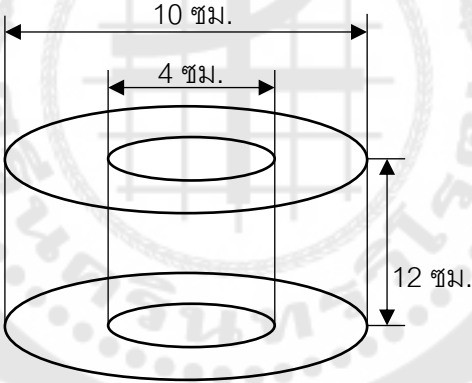
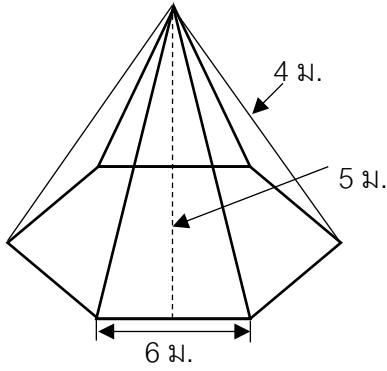
คำชี้แจง จากข้อมูลข้างต้น จงเขียนวงกลมล้อมรอบคำว่า “ใช่” หรือ “ไม่ใช่” ในแต่ละข้อต่อไปนี้

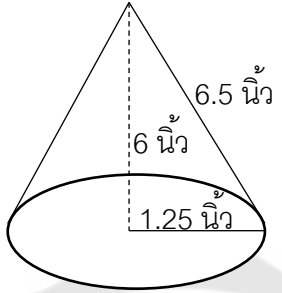
ข้อความ	ใช่ หรือ ไม่ใช่
1) ถ้านักเรียนมีที่ดินแปลงหนึ่งเป็นรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า กว้าง 80 เมตร ยาว 200 เมตร ต้องการจัดแบ่งที่ดินตามแนวเกษตรทฤษฎีใหม่ จะต้องแบ่งเป็นนาข้าว 3 ไร่	ใช่ / ไม่ใช่
2) ถ้านักเรียนมีที่ดินแปลงหนึ่งเป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส มีความยาวด้านละ 40 เมตร ต้องการจัดแบ่งที่ดินตามแนวเกษตรทฤษฎีใหม่ จะต้องแบ่งเป็นที่อยู่อาศัย 1 ไร่	ใช่ / ไม่ใช่
3) ถ้านักเรียนมีที่ดินแปลงหนึ่งเป็นรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า กว้าง 40 วา ยาว 100 วา ต้องการจัดแบ่งที่ดินตามแนวเกษตรทฤษฎีใหม่ จะต้องแบ่งเป็นสระน้ำ 3 ไร่	ใช่ / ไม่ใช่
4) ถ้านักเรียนมีที่ดินแปลงหนึ่งเป็นรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า กว้าง 20 วา ยาว 300 วา ต้องการจัดแบ่งที่ดินตามแนวเกษตรทฤษฎีใหม่ จะต้องแบ่งเป็นอัตราส่วน สระน้ำ : นาข้าว : ปลูกพืช : ที่อยู่อาศัย = 4.5 : 4.5 : 4.5 : 1.5 ไร่	ใช่ / ไม่ใช่

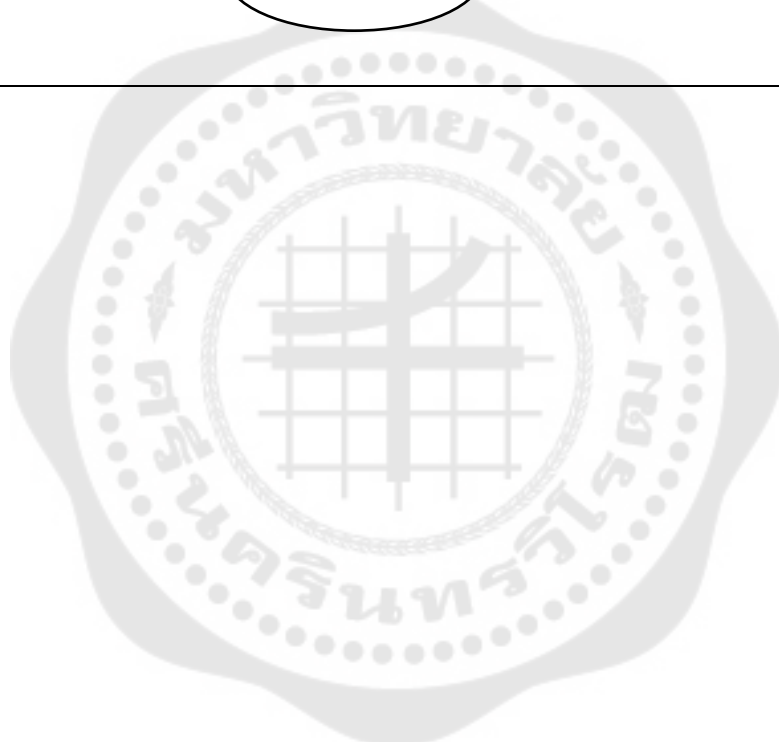
ตอนที่ 5 ข้อคำถามวัดความสามารถในการนำเสนอตัวแทนความคิดเชิงคณิตศาสตร์

ข้อ 18 ภาพที่แสดงในแต่ละข้อสามารถสื่อให้เห็นถึงสิ่งที่โจทย์กล่าวถึงได้อย่างถูกต้องใช่หรือไม่

คำชี้แจง จงเขียนวงกลมล้อมรอบคำว่า “ใช่” หรือ “ไม่ใช่” ในแต่ละข้อต่อไปนี้

ข้อความ	ใช่ หรือ ไม่ใช่
<p>1) เสาต้นหนึ่งหน้าตัดเป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสยาวด้านละ 6 นิ้ว เสาต้นนี้มีความสูง 80 นิ้ว สามารถแสดงได้ดังภาพต่อไปนี้</p> 	ใช่ / ไม่ใช่
<p>2) ม้วนกระดาษชำระมีรัศมีภายนอก 10 เซนติเมตร รัศมีของแกนภายใน 4 เซนติเมตร และสูง 12 เซนติเมตร สามารถแสดงได้ดังภาพต่อไปนี้</p> 	ใช่ / ไม่ใช่
<p>3) ยอดโดมแห่งหนึ่งมีลักษณะเป็นพีระมิดตรงฐานหกเหลี่ยมด้านเท่า ฐานของพีระมิดยาวด้านละ 6 เมตร สันของพีระมิดยาว 5 เมตร สูงเอียงยาว 4 เมตร สามารถแสดงได้ดังภาพต่อไปนี้</p> 	ใช่ / ไม่ใช่

ข้อความ	ใช่ หรือ ไม่ใช่
<p>4) กรวยกระดาศสำหรับใช้ดื่มน้ำ มีรัศมี 2.5 นิ้ว สูง 6 นิ้ว สูงเอียง 6.5 นิ้ว สามารถแสดงได้ดังภาพต่อไปนี้</p>  <p>The diagram shows a cone with a circular base. A vertical dashed line from the apex to the center of the base is labeled '6 นิ้ว' (6 inches), representing the height. A solid line from the apex to the edge of the base is labeled '6.5 นิ้ว' (6.5 inches), representing the slant height. A horizontal line from the center of the base to the edge is labeled '1.25 นิ้ว' (1.25 inches), representing the radius.</p>	ใช่ / ไม่ใช่





**ตัวอย่างแผนการจัดการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริม  
การคิดเชิงคณิตศาสตร์**

**แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 4**

หน่วยการเรียนรู้ที่ 4

เรื่อง ความน่าจะเป็น

เวลา 1 ชั่วโมง

รหัสวิชา ค23102 รายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน 6 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

\*\*\*\*\*

**1. มาตรฐานการเรียนรู้ ตัวชี้วัด**

**มาตรฐาน ค5.2** ใช้วิธีการทางสถิติและความรู้เกี่ยวกับความน่าจะเป็นในการคาดการณ์ได้อย่างสมเหตุสมผล

**ตัวชี้วัด ม.3/1** หาความน่าจะเป็นของเหตุการณ์จากการทดลองสุ่มที่ผลแต่ละตัวมีโอกาสเกิดขึ้นเท่า ๆ กัน และใช้ความรู้เกี่ยวกับความน่าจะเป็นในการคาดการณ์ได้อย่างสมเหตุสมผล

**มาตรฐาน ค6.1** มีความสามารถในการแก้ปัญหา การให้เหตุผล การสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอ การเชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ และมีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์

**ตัวชี้วัด ม.3/1** ใช้วิธีการที่หลากหลายแก้ปัญหา

**ม.3/2** ใช้ความรู้ ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์และเทคโนโลยีในการแก้ปัญหาในสถานการณ์ต่าง ๆ ได้อย่างเหมาะสม

**ม.3/3** ให้เหตุผลประกอบการตัดสินใจและสรุปผลได้อย่างเหมาะสม

**ม.3/4** ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการสื่อสาร การสื่อความหมายและการนำเสนอได้อย่างถูกต้องชัดเจน

**ม.3/5** เชื่อมโยงความรู้เนื้อหาต่าง ๆ ในคณิตศาสตร์ และนำความรู้หลักการ กระบวนการทางคณิตศาสตร์ไปเชื่อมโยงกับศาสตร์อื่น ๆ

**ม.3/6** มีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์

**2. สาระสำคัญ**

การทดลองสุ่ม (Random experiment) คือ การทดลองที่เราไม่สามารถบอกล่วงหน้าได้ว่าผลลัพธ์ที่เกิดขึ้นจากแต่ละการกระทำจะเป็นอะไร แต่สามารถบอกได้ว่ามีผลลัพธ์อะไรบ้างที่จะเกิดขึ้นได้

**3. สาระการเรียนรู้**

**3.1 ความรู้ (K)**

**สาระการเรียนรู้แกนกลาง -**

การทดลองสุ่มและเหตุการณ์

**สาระการเรียนรู้ท้องถิ่น -**

-

### 3.2 ทักษะ กระบวนการ(P)

- 1) การพัฒนาทักษะกระบวนการแก้ปัญหา/
- 2) การพัฒนาทักษะกระบวนการให้เหตุผล/
- 3) การพัฒนาทักษะกระบวนการสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอ
- 4) การพัฒนาทักษะกระบวนการเชื่อมโยง/

### 3.3 คุณลักษณะ (A)

- 1) ใฝ่เรียนรู้
- 2) มุ่งมั่นในการทำงาน

## 4. สมรรถนะสำคัญของผู้เรียน

- 4.1 ความสามารถในการสื่อสาร
- 4.2 ความสามารถในการคิด
  - ทักษะการคิดวิเคราะห์ -
  - ทักษะการคิดอย่างมีวิจารณญาณ -
  - ทักษะการคิดแก้ปัญหา -
- 4.3 ความสามารถในการแก้ปัญหา

## 5. ชิ้นงานภาระงาน/ (รวบยอด)

### 6. การวัดและการประเมินผล

- 6.1 สังเกตพฤติกรรมการตอบคำถาม การแสดงความคิด
- 6.2 สังเกตพฤติกรรมการทำงานรายบุคคล
- 6.3 สังเกตพฤติกรรมการทำงานรายกลุ่ม/คู่/
- 6.4 ตรวจสอบแบบฝึกหัด
- 6.5 ประเมินผลงานกลุ่ม/คู่

## 7. กิจกรรมการเรียนรู้

ชั่วโมงที่ 4 การทดลองสุ่ม (Random experiment)(ต่อ)

### ขั้นล้วงความคิด

1. ครูกำหนดสถานการณ์ ดังนี้ “โยนเหรียญบาท และเหรียญ 5 บาท อย่างละ 1 อัน” ให้นักเรียน ร่วมกันสนทนาว่า ผลที่เกิดขึ้นจากการโยนเหรียญจะเป็นแบบใดบ้าง โดยครูมีอุปกรณ์วางไว้ให้นักเรียน สามารถออกมาทดสอบโยนได้ ให้นักเรียนอธิบายเหตุผลประกอบคำตอบ

2. ครูถามคำถามเพื่อกระตุ้นและล้วงเอาคำตอบจากนักเรียนหลาย ๆ คำตอบ สื่อให้นักเรียนได้เห็นว่าคุณครูยอมรับในคำอธิบายของนักเรียน และแสดงให้เห็นว่า ครูเห็นถึงความพยายามของนักเรียน กล่าวชื่นชมกับคำตอบที่ได้ทุกคำตอบและให้กำลังใจนักเรียน

3. ครูสุ่มนักเรียน 1 คน ให้นักเรียนเขียนคำตอบที่ได้บนกระดาน

4. ครูกำหนดสถานการณ์ที่สอง ดังนี้ “ครอบครัวหนึ่ง มีบุตร 3 คน” ให้นักเรียนร่วมกันสนทนาว่า เพศของบุตรทั้ง 3 คน จะเป็นแบบใดได้บ้าง ให้อธิบายเหตุผลประกอบคำตอบ ครูให้เวลานักเรียนได้คิดและฟัง คำอธิบายคำตอบของนักเรียน ปลุกฝังให้นักเรียนได้คิดอย่างละเอียด รอบคอบ เพื่อให้หาคำตอบเพิ่มเติมได้ครบถ้วนและส่งเสริมให้นักเรียนอภิปรายและวิเคราะห์ปัญหาพร้อมกัน

5. ครูสุ่มนักเรียน 1 คน ให้นักเรียนเขียนคำตอบที่ได้บนกระดาน

6. ครูชี้แนะให้นักเรียนสังเกตรูปแบบ วิธีการ การเชื่อมโยงความสัมพันธ์ เพื่อให้นักเรียนได้คิดต่อยอดจากคำตอบที่เพื่อนเขียน

### ขั้นสนับสนุนความคิด

1. จากคำตอบที่ให้นักเรียนเขียนบนกระดาน ครูให้นักเรียนศึกษาวิธีการเขียนแผนภูมิแสดงผลลัพธ์ทั้งหมดของการทดลองสุ่มจากเอกสารประกอบการเรียนรู้ เรื่อง ความน่าจะเป็น ในข้อแรกโดยให้นักเรียนร่วมกันพิจารณาว่า เหตุใดจึงมีการเขียนแผนภูมิแสดงผลลัพธ์เช่นนั้น และการเขียนในแต่ละส่วนมีที่มาที่ไปอย่างไร

2. เมื่อนักเรียนพิจารณาข้อแรกแล้ว ครูฉายแผนภูมิแสดงผลลัพธ์ทั้งหมดของการทดลองสุ่มจากเอกสารประกอบการเรียนรู้ เรื่อง ความน่าจะเป็น ในข้อแรกนี้ขึ้นบนกระดานเพื่ออธิบายเน้นย้ำความเข้าใจของนักเรียนให้กระจ่างและถูกต้องมากขึ้นพร้อม ๆ กับให้นักเรียนร่วมกันพิจารณาและซักถามข้อสงสัยในส่วนต่าง ๆ

3. ครูให้นักเรียนศึกษาวิธีการเขียนแผนภูมิแสดงผลลัพธ์ทั้งหมดของการทดลองสุ่มจากเอกสารประกอบการเรียนรู้ เรื่อง ความน่าจะเป็น ในข้อที่สองโดยให้นักเรียนร่วมกันพิจารณาว่า เหตุใดจึงมีการเขียนแผนภูมิแสดงผลลัพธ์เช่นนั้น และการเขียนในแต่ละส่วนมีที่มาที่ไปอย่างไร

4. เมื่อนักเรียนพิจารณาแล้ว ครูฉายแผนภูมิแสดงผลลัพธ์ทั้งหมดของการทดลองสุ่มจากเอกสารประกอบการเรียนรู้ เรื่อง ความน่าจะเป็น ในข้อที่สองนี้ขึ้นบนกระดานเพื่ออธิบายเน้นย้ำความเข้าใจของนักเรียนให้กระจ่างและถูกต้องมากขึ้นพร้อม ๆ กับให้นักเรียนร่วมกันพิจารณาและซักถามข้อสงสัยในส่วนต่าง ๆ เพื่อช่วยเหลือนักเรียนที่คิดไม่ทันเพื่อน รวมถึงให้นักเรียนสังเกตในประเด็นที่สำคัญ และจุดที่นักเรียนเข้าใจคลาดเคลื่อน

### ขั้นขยายความคิด

1. ครูให้นักเรียนจับคู่เพื่อช่วยกันเขียนแผนภูมิแสดงผลลัพธ์ทั้งหมดของการทดลองสุ่มจากโจทย์ต่อไป “หยิบลูกบิงปอง 2 ลูก พร้อมกัน จากถุงที่มีลูกบิงปอง สีขาว 2 ลูก สีส้ม 3 ลูก” แจกกระดาษ A4 ให้นักเรียนแต่ละคู่ และให้เวลานักเรียน 10 นาที โดยครูมีอุปกรณ์วางไว้ให้นักเรียนสามารถออกมาทดสอบหยิบได้

2. ให้นักเรียนแต่ละคู่แลกเปลี่ยนกระดาษที่ทำเรียบร้อยแล้วกับเพื่อนคู่อื่น และร่วมกันพิจารณาว่า วิธีทำของเพื่อนเหมือนหรือแตกต่างจากของตนเองอย่างไร โดยให้นักเรียนได้แลกเปลี่ยนความคิดเห็นซึ่งกันและกันและร่วมกันพิจารณาว่า สุดท้ายแล้วเลือกวิธีการใด

3. จากสองคู่ที่ร่วมกันพิจารณางานที่ครูให้นักเรียนทำและตัดสินใจเลือกวิธีการใดวิธีการหนึ่งแล้ว ให้ถือว่าสองคู่นั้นคือกลุ่มเดียวกัน กลุ่มละ 4 คน (ให้แต่ละกลุ่มนำงานไปเปรียบเทียบกับกลุ่มอื่น ถ้างานเหมือนกัน ให้นักเรียนอยู่กลุ่มเดียวกัน ถ้าแตกต่างกัน ให้นักเรียนร่วมกันพิจารณาว่า วิธีทำของเพื่อนเหมือนหรือแตกต่างจากของตนเองอย่างไร โดยให้นักเรียนได้แลกเปลี่ยนความคิดเห็นซึ่งกันและกันและร่วมกันพิจารณาว่า สุดท้ายแล้วเลือกวิธีการใดหรือเลือกงานชิ้นที่นักเรียนคิดว่าสมบูรณ์มากที่สุด

4. ทำเช่นนี้จนในห้องเหลือคำตอบเพียงคำตอบเดียวคือ งานชิ้นที่นักเรียนทุกคนในห้องร่วมกันพิจารณาแล้วว่าจะถูกต้องและสมบูรณ์มากที่สุด

5. ให้นักเรียนที่เป็นตัวแทนของกลุ่มที่เพื่อนเลือกออกมาเขียนเพื่อนำเสนอผลงานบนกระดานและให้นักเรียนอธิบายวิธีการคิดของตนเอง โดยครูเป็นผู้สนับสนุนที่ดีและสร้างความมั่นใจในการสื่อสารให้กับนักเรียน ให้สามารถสื่อสารเพื่อนำเสนอแนวคิดของตนเองได้

6. ระหว่างนี้ครูเก็บงานของนักเรียนมาตรวจเพื่อให้เห็นแนวคิดของนักเรียน

7. ให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดที่ 1 ข้อ 1 – 3

## 8. สื่อ แหล่งการเรียนรู้ /

### 8.1 สื่อการเรียนรู้

- 1) เอกสารประกอบการเรียนรู้ เรื่อง ความน่าจะเป็น (Probability)
- 2) เหรียญบาท
- 3) ลูกเต๋า
- 4) ลูกบ๊องปอง

### 8.2 แหล่งการเรียนรู้

- 1) ห้องสมุดโรงเรียน
- 2) ห้องสมุดกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์
- 3) [http://www.myfirstbrain.com/student\\_view.aspx?ID=78566](http://www.myfirstbrain.com/student_view.aspx?ID=78566)

## ตัวอย่างแผนการจัดการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการเรียนการสอนแบบปกติ

### แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3

หน่วยการเรียนรู้ที่

เรื่อง ความน่าจะเป็น

เวลา 1 ชั่วโมง

รหัสวิชา ค23102 รายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน 6 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

\*\*\*\*\*

#### 1. มาตรฐานการเรียนรู้ ตัวชี้วัด /

มาตรฐาน ค5.2 ใช้วิธีการทางสถิติและความรู้เกี่ยวกับความน่าจะเป็นในการคาดการณ์ได้อย่างสมเหตุสมผล

ตัวชี้วัด ม.3/1 หาความน่าจะเป็นของเหตุการณ์จากการทดลองสุ่มที่ผลแต่ละตัวมีโอกาสเกิดขึ้นเท่า ๆ กัน และใช้ความรู้เกี่ยวกับความน่าจะเป็นในการคาดการณ์ได้อย่างสมเหตุสมผล

มาตรฐาน ค6.1 มีความสามารถในการแก้ปัญหา การให้เหตุผล การสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอ การเชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ และมีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์

ตัวชี้วัด ม.3/1 ใช้วิธีการที่หลากหลายแก้ปัญหา

ม.3/2 ใช้ความรู้ ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์และเทคโนโลยีในการแก้ปัญหาในสถานการณ์ต่าง ๆ ได้อย่างเหมาะสม

ม.3/3 ให้เหตุผลประกอบการตัดสินใจและสรุปผลได้อย่างเหมาะสม

ม.3/4 ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการสื่อสาร การสื่อความหมายและการนำเสนอได้อย่างถูกต้องชัดเจน

ม.3/5 เชื่อมโยงความรู้เนื้อหาต่าง ๆ ในคณิตศาสตร์ และนำความรู้หลักการ กระบวนการทางคณิตศาสตร์ไปเชื่อมโยงกับศาสตร์อื่น ๆ

ม.3/6 มีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์

#### 2. สาระสำคัญ

การทดลองสุ่ม (Random experiment) คือ การทดลองที่เราไม่สามารถบอกล่วงหน้าได้ว่าผลลัพธ์ที่เกิดขึ้นจากแต่ละการกระทำจะเป็นอะไร แต่สามารถบอกได้ว่ามีผลลัพธ์อะไรบ้างที่จะเกิดขึ้นได้

##### 3.1 ความรู้ (K)

-สาระการเรียนรู้แกนกลาง

การทดลองสุ่มและเหตุการณ์

สาระการเรียนรู้ท้องถิ่น -

-

##### 3.2 ทักษะ กระบวนการ/(P)

1) การพัฒนาทักษะกระบวนการแก้ปัญหา/

- 2) การพัฒนาทักษะกระบวนการให้เหตุผล/
- 3) การพัฒนาทักษะกระบวนการสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และการนำเสนอ/
- 4) การพัฒนาความคิดริเริ่มสร้างสรรค์

### 3.3 คุณลักษณะ (A)

- 1) ใฝ่เรียนรู้
- 2) มุ่งมั่นในการทำงาน

## 4. สมรรถนะสำคัญของผู้เรียน

- 4.1 ความสามารถในการสื่อสาร
- 4.2 ความสามารถในการคิด
  - ทักษะการคิดวิเคราะห์ -
  - ทักษะการคิดอย่างมีวิจารณญาณ -
  - ทักษะการคิดแก้ปัญหา -
- 4.3 ความสามารถในการแก้ปัญหา

## 5. ชิ้นงานภาระงาน/ (รวบยอด)

### 6. การวัดและการประเมินผล

- 6.1 การประเมินผลก่อนเรียน
  - การถาม-ตอบ -
- 6.2 การประเมินผลระหว่างจัดกิจกรรมการเรียนรู้
  - 1) สังเกตพฤติกรรมการทำงานรายบุคคล
  - 2) การถาม-ตอบ
- 6.3 การประเมินเมื่อสิ้นสุดการจัดการเรียนรู้
  - 1) ตรวจจ Exercise 1
  - 2) การถาม-ตอบ
- 6.4 การประเมินชิ้นงาน(รวบยอด) ภาระงาน/

## 7. กิจกรรมการเรียนรู้

### ชั่วโมงที่ 3 การทดลองสุ่ม (Random experiment)

#### ขั้นนำเข้าสู่บทเรียน

1. ครูกำหนดสถานการณ์ โดยกำหนดของขั้วเหรียญที่จะจับได้จากสลากต่างๆ "การจับสลากของขั้วเหรียญ" และร่วมกันสนทนากับนักเรียนเกี่ยวกับการสุ่มจับสลากของขั้วเหรียญว่านักเรียนอยากได้ของขั้วเหรียญชนิดใด
2. จากนั้นให้นักเรียนตอบคำถามกระตุ้นความคิด
 

นักเรียนคิดว่านักเรียนจะสามารถจับสลากได้รางวัลที่นักเรียนต้องการหรือไม่ -      จงอธิบายเหตุผล (ตอบ ไม่ เพราะมีสลากหลายใบ)
3. ครูสุ่มนักเรียน 3 คน ออกมาจับสลาก โดยก่อนที่จะจับ ครูให้นักเรียนบอกว่า นักเรียนอยากได้ของขั้วเหรียญชนิดใด แล้วจึงให้นักเรียนจับสลากขึ้นมา จากนั้นให้นักเรียนตอบคำถามกระตุ้นความคิด



เพราะเหตุใด สิ่งของที่จับสลากได้จึงตรงตามความต้องการของผู้จับบ้าง ไม่ตรงตาม -  
ความต้องการของผู้จับบ้าง (ตอบ เพราะผู้ที่จับสลากมองไม่เห็นตัวเลขในสลากนั้น)

### ขั้นสอนฝึกปฏิบัติ/

1. ครูนำเหรียญบาท 1 เหรียญ จากนั้น สุ่มตัวแทนนักเรียน 1 คน (ตามความสมัครใจให้ตัวแทน (นักเรียนโยนเหรียญบาท 1 ครั้ง จากนั้นครูสุ่มถามนักเรียนอีก (ยังไม่ดูว่าเหรียญหงายหน้าอะไร) 1 คน ให้นักเรียนทายว่าเหรียญจะหงายหน้าอะไร (ซึ่งนักเรียนอาจจะทายถูกหรือทายผิด)

2. ครูและนักเรียนร่วมกันอภิปรายว่าทำไมถึงทายถูกหรือผิดจนได้ข้อสรุปว่า โยนเหรียญบาท 1 เหรียญ 1 ครั้ง หน้าที่จะหงายขึ้นอาจจะออกหัวหรือก้อย



ออกหัว



ออกก้อย

3. เพื่อให้นักเรียนเข้าใจมากขึ้น ครูนำลูกเต๋า 1 ลูก ให้ตัวแทนนักเรียนทอดลูกเต๋า 1 ครั้ง ครูสุ่มนักเรียน 1 คน ให้ทายว่าลูกเต๋าคะออกแต้มอะไร (ซึ่งนักเรียนอาจจะทายถูกหรือทายผิด) จากนั้นครูตั้งคำถามกระตุ้นความคิด

ตอบ อาจเป็นแต้ม) นักเรียนคิดว่าลูกเต๋าคะออกแต้มอะไรได้บ้าง - 1, 2, 3, 4, 5 หรือ 6(

4. ครูและนักเรียนร่วมกันสรุป ทอดลูกเต๋า 1 ลูก 1 ครั้ง หน้าที่จะหงายขึ้นอาจเป็นแต้ม 1, 2, 3, 4, 5 หรือ 6



5. จากกิจกรรมข้างต้นทั้งสองกิจกรรม เราไม่สามารถบอกล่วงหน้าได้ว่าผลลัพธ์ที่เกิดขึ้นจะเป็นอะไร แต่สามารถบอกได้ว่ามีผลลัพธ์อะไรบ้างที่จะเกิดขึ้นได้ เรียกการกระทำนี้ว่า "การทดลองสุ่ม"

6. ให้นักเรียนร่วมกันพิจารณาว่าการกระทำต่อไปนี้เป็นการทดลองสุ่มหรือไม่

การออกรางวัลหอยบนดินเนอร์ - สุบอล (ตอบ เป็น)

(ตอบ เป็น) การเสี่ยงเซียมซี -

(ตอบ ไม่เป็น) การเดินทางไปโรงเรียน -

(ตอบ เป็น) การจับสลากของขวัญปีใหม่ -

(ตอบ เป็น) การสำรวจเพศของบุตรในครอบครัวหนึ่ง -

(ไม่เป็น ตอบ) การถอนเงินจากธนาคาร -

- การชื้อสลากบาสเกตบอล 1 ลูก 1 ครั้ง (ตอบ เป็น)

(ตอบ เป็น) การจับสลากไปดำไบแดงในการเกณฑ์ทหาร -

- การผสมสีน้ำเงินกับสีเหลืองในปริมาณที่เท่ากัน (ตอบ ไม่เป็น)

(ตอบ ไม่เป็น) การบวกเลข -

### ขั้นสรุปการเรียนรู้

1. ครูและนักเรียนร่วมกันสรุป การทดลองสุ่ม (Random experiment) คือ การทดลองที่เราไม่สามารถบอกล่วงหน้าได้ว่าผลลัพธ์ที่เกิดขึ้นจากแต่ละการกระทำจะเป็นอะไร แต่สามารถบอกได้ว่ามีผลลัพธ์อะไรบ้างที่จะเกิดขึ้นได้ ตัวอย่างเช่น ถ้าโยนเหรียญบาท ครั้ง และผลลัพธ์ทั้งหมดที่ได้จากการท 1 เหรียญ 1 ดลองสุ่มเรียกว่า ซึ่งผลลัพธ์ทั้งหมดที่อาจเกิดขึ้นได้จากการทดลองสุ่มอาจใช้แผนภาพต้นไม้หรือ "ผลการทดลองสุ่ม" ตารางช่วยในการหาผลลัพธ์

2. ให้นักเรียนศึกษาตัวอย่างอื่นๆ เพิ่มเติม จากเอกสารประกอบการเรียนรู้ เรื่อง ความน่าจะเป็น (Probability) จากหนังสือเรียนวิชาคณิตศาสตร์ชั้น ม.3 หรือจากอินเทอร์เน็ต และทำ Exercise 1 เป็นการบ้าน

### 8. สื่อ แหล่งการเรียนรู้ /

#### 8.1 สื่อการเรียนรู้

- 1) เอกสารประกอบการเรียนรู้ เรื่อง ความน่าจะเป็น (Probability)
- 2) เหรียญบาท
- 3) ลูกเต๋า

#### 8.2 แหล่งการเรียนรู้

- 1) ห้องสมุดโรงเรียน
- 2) ห้องสมุดกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์
- 3) [http://www.myfirstbrain.com/student\\_view.aspx?ID=78566](http://www.myfirstbrain.com/student_view.aspx?ID=78566)

## ตัวอย่างแบบสังเกต

## แบบสังเกต

สถานที่ : โรงเรียนเขาสมิงวิทยาคม "จงจินต์รุจิรวงศ์อุปถัมภ์" อาคาร 3 ห้อง 324

เวลา : เวลาที่ใช้ทั้งสิ้น 20 ชั่วโมง ในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2560

รายวิชา : คณิตศาสตร์พื้นฐาน 6 รหัสวิชา ค23102 กลุ่มสาระการเรียนรู้ คณิตศาสตร์

ระดับชั้น : มัธยมศึกษาปีที่ 3

เรื่อง : ความน่าจะเป็น

ผู้สังเกต : นางสาวปัทมา อนันต์

ชั่วโมงที่ 1

บันทึกรายละเอียดสิ่งที่เกิดขึ้น	บันทึกมุมมองของครูผู้สอน
ชั้นล้วงความคิด	
ชั้นสนับสนุนความคิด	
ชั้นขยายความคิด	





ภาคผนวก ง  
รายชื่อผู้เชี่ยวชาญ

## รายชื่อผู้เชี่ยวชาญ

### รายชื่อผู้เชี่ยวชาญตรวจสอบคุณภาพแบบวัดการคิดเชิงคณิตศาสตร์

1. ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.กาญจนา ภัทราวิวัฒน์. อาจารย์ประจำสถาบันพฤติกรรมศาสตร์  
มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ
2. ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.อรอุมา เจริญสุข หัวหน้าภาควิชาการวัดผลและวิจัยการศึกษา  
คณะศึกษาศาสตร์  
มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ
3. ดร. สุมาลี มีสกุล ครูชำนาญการพิเศษ  
โรงเรียนวิเศษไชยชาญ(ตันติวิทยานูมิ)  
จังหวัดอ่างทอง
4. นางสาวบุญล้อม ภิรมย์ภักดี ข้าราชการบำนาญ
5. นางสาวอรอุมา วรานุสาสน์ ครูชำนาญการพิเศษ  
โรงเรียนวัดหนองจอก  
กรุงเทพมหานคร



## รายชื่อผู้เชี่ยวชาญ

### รายชื่อผู้เชี่ยวชาญตรวจสอบคุณภาพแผนการจัดการเรียนรู้

1. ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.กาญจนา ภัทราวิวัฒน์. อาจารย์ประจำสถาบันพฤติกรรมศาสตร์  
มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ
2. ดร.คงรัฐ นวลแปง อาจารย์ประจำภาควิชาการจัดการเรียนรู้  
คณะศึกษาศาสตร์  
มหาวิทยาลัยบูรพา
3. นางสาวบุญล้อม ภิรมย์ภักดี ข้าราชการบำนาญ
4. นางสาวอรอุมา วรานุสาสน์ ครูชำนาญการพิเศษ  
โรงเรียนวัดหนองจอก  
กรุงเทพมหานคร
5. นางสาวสุนิสา รุ่งเรือง ครูชำนาญการพิเศษ  
โรงเรียนตราษตระการคุณ  
จังหวัดตราด

## ประวัติผู้เขียน

ชื่อ-สกุล	ปัทมา อนันต์
วัน เดือน ปี เกิด	31 มกราคม 2524
สถานที่เกิด	ตราด
วุฒิการศึกษา	พ.ศ. 2546 การศึกษาระดับบัณฑิต (กศ.บ.) สาขาวิทยาศาสตร์-คณิตศาสตร์ จาก มหาวิทยาลัยบูรพา พ.ศ. 2551 วิทยาศาสตรมหาบัณฑิต (วท.ม.) สาขาเทคโนโลยีวิทยาการจัดการศึกษา จาก มหาวิทยาลัยบูรพา พ.ศ. 2562 ปรัชญาดุษฎีบัณฑิต สาขาวิชาการวิจัยและพัฒนาศักยภาพมนุษย์ จาก มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ
ที่อยู่ปัจจุบัน	64/1 หมู่ 3 ตำบลตะกวาง อำเภอเมือง จังหวัดตราด 23000