



การกระจายตัวเชิงประจุและเชิงแม่เหล็กไนโทเซชันของนิวคลีออนในแบบจำลองเพอร์เทอร์เบทีฟไครัล
ควาร์ก

THE CHARGE AND MAGNETIZATION DISTRIBUTIONS OF NUCLEON IN THE
PERTURBATIVE CHIRAL QUARK MODEL

จิตติวัฒน์ ฝาสุขเมือง

บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ

2567

การกระจายตัวเชิงประจุและเชิงแมกนีไทเซชันของนิวคลีออนในแบบจำลองเพอร์เทอร์โบทีไฟไครัล
ควาร์ก



ปริญญานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตร
วิทยาศาสตร์มหาบัณฑิต สาขาวิชาฟิสิกส์
คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ
ปีการศึกษา 2567
ลิขสิทธิ์ของมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ

THE CHARGE AND MAGNETIZATION DISTRIBUTIONS OF NUCLEON IN THE
PERTURBATIVE CHIRAL QUARK MODEL



A Thesis Submitted in Partial Fulfillment of the Requirements
for the Degree of MASTER OF SCIENCE
(Physics)

Faculty of Science, Srinakharinwirot University

2024

Copyright of Srinakharinwirot University

ปริญญานิพนธ์

เรื่อง

การกระจายตัวเชิงประจุและเชิงแมกนีไทเซชันของนิวคลีออนในแบบจำลองเพอร์เทอร์เบทีฟไครัล

ควาร์ก

ของ

จิตติวัฒน์ ผาสุขเมือง

ได้รับอนุมัติจากบัณฑิตวิทยาลัยให้นับเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตร

ปริญญาวិทยาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาฟิสิกส์

ของมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ

(รองศาสตราจารย์ นายแพทย์ฉัตรชัย เอกปัญญาสกุล)

คณบดีบัณฑิตวิทยาลัย

คณะกรรมการสอบปากเปล่าปริญญานิพนธ์

ที่ปรึกษาหลัก

(รองศาสตราจารย์ ดร.ปฎิภาณ อุตยารัตน์)

ประธาน

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.ชาคริต พงษ์กิติ
วณิชกุล)

กรรมการ

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.वासुเทพ หลวง
ทิพย์)

ชื่อเรื่อง	การกระจายตัวเชิงประจุและเชิงแม่เหล็กของนิวคลีออนใน แบบจำลองเพอร์เทอร์เบทีฟไครัลควาร์ก
ผู้วิจัย	ฐิติวัฒน์ ผาสุขเมือง
ปริญญา	วิทยาศาสตร์มหาบัณฑิต
ปีการศึกษา	2567
อาจารย์ที่ปรึกษา	รองศาสตราจารย์ ดร. ปฏิภาณ อุทยานรัตน์

ผู้วิจัยได้ทำการศึกษาการกระจายตัวเชิงประจุและเชิงแม่เหล็กของนิวคลีออนในแบบจำลองเพอร์เทอร์เบทีฟไครัลควาร์ก ในแบบจำลองนี้พิจารณาให้นิวคลีออนคือระบบของควาร์กสามตัวที่ถูกกักไว้ด้วยพลังงานศักย์แบบตัวกวัดแกว่งฮาร์มอนิก โดยที่ควาร์กทั้งสามตัวถูกล้อมรอบด้วยกลุ่มหมอกเมซอน ที่เป็นผลมาจากการแตกของสมมาตรเชิงไครัลแบบทันทีทันใด ผู้วิจัยได้ทำการคำนวณฟอร์มแฟคเตอร์เชิงไฟฟ้าและเชิงแม่เหล็กของโปรตรอนและนิวตรอนโดยเพิ่มการพิจารณาตัวแผ่ของควาร์กไปถึงสถานะกระตุ้นที่ 2 ในการวิจัยครั้งนี้ได้กำหนดค่าพารามิเตอร์อิสระในแบบจำลองที่ทำให้ค่าโมเมนต์แม่เหล็กของโปรตรอนและนิวตรอนมีค่าใกล้เคียงกับค่าจากการทดลองที่สุด ซึ่งได้ว่าพารามิเตอร์อิสระที่เกี่ยวข้องกับรัศมีเชิงประจุและค่าคงที่แอกเซียลคัปปลิง $R = 0.56 \text{ fm}$. และ $\rho = 0.65$ โดยที่ค่าโมเมนต์แม่เหล็กของโปรตรอนและนิวตรอนในหน่วยนิวเคลียร์แมกนีตอนมีค่าเป็น 2.7618 และ -1.9272 ตามลำดับ เมื่อนำค่าฟอร์มแฟคเตอร์ที่ได้จากการกำหนดค่าพารามิเตอร์อิสระดังกล่าวมาทำการคำนวณความหนาแน่นเชิงประจุและเชิงแม่เหล็กของทั้งโปรตรอนและนิวตรอน พบว่าการกระจายตัวเชิงประจุไฟฟ้าและเชิงแม่เหล็กของโปรตรอนและนิวตรอนในแบบจำลองเพอร์เทอร์เบทีฟไครัลควาร์กนั้นให้ผลที่มีแนวโน้มเช่นเดียวกันผลลัพธ์ที่ได้จากการคำนวณผ่านทางการใช้แบบจำลองอื่น ๆ นอกจากนี้การกระจายตัวของประจุไฟฟ้าในนิวตรอนมีการกระจายตัวทั้งในส่วนที่เป็นบวกและลบ ถึงแม้ว่าประจุไฟฟ้ารวมของนิวตรอนจะเป็นศูนย์ก็ตาม

คำสำคัญ : ฟอร์มแฟคเตอร์แม่เหล็กไฟฟ้า, นิวคลีออน, แบบจำลองเพอร์เทอร์เบทีฟไครัลควาร์ก

Title	THE CHARGE AND MAGNETIZATION DISTRIBUTIONS OF NUCLEON IN THE PERTURBATIVE CHIRAL QUARK MODEL
Author	THITIWAT PASUKMUANG
Degree	MASTER OF SCIENCE
Academic Year	2024
Thesis Advisor	Associate Professor Dr. Patipan Utayarat

This study investigates nucleons' charge and magnetization distributions within the framework of Perturbative Chiral Quark Model (PCQM). We modeled the nucleon as a three-quark system confined by a harmonic oscillator potential, surrounded by a meson cloud arising from spontaneous chiral symmetry breaking. By calculating the electric and magnetic form factors of protons and neutrons, including up to the second excited state of quark excitations, we determined the model parameters, which relate to charge radius and axial coupling constant, $R = 0.56$ fm. and $\rho = 0.65$ that best reproduce the experimental magnetic moments of 2.7618 and -1.9272 in nuclear magnetons unit, respectively. Using these parameters, we computed protons and neutrons' charge and magnetic densities. Our results for the spatial distributions of charge and magnetization in the Perturbative Chiral Quark Model were consistent with those obtained from other theoretical models. The neutron exhibited positive and negative charge distributions despite its overall neutral charge.

Keyword : electromagnetic form factors, nucleon, perturbative chiral quark model

กิตติกรรมประกาศ

การวิจัยฉบับนี้สำเร็จลุล่วงและสมบูรณ์ได้ด้วยความช่วยเหลือจาก ดร.เข้ม พุ่มสะอาด รองศาสตราจารย์ ดร.ปฐวิภาณ อุทัยรัตน์ และ ดร.นพมณี ศุภนาม ที่ปรึกษาการวิจัย ได้ให้คำปรึกษาให้ความรู้ ตรวจสอบและแก้ไขข้อบกพร่องในขั้นตอนต่าง ๆ ของการทำวิจัย อีกทั้งยังได้ให้แนวคิดในการทำงานตลอดระยะเวลาในการศึกษาเล่าเรียนเป็นอย่างดี ผู้วิจัยรู้สึกซาบซึ้งเป็นอย่างยิ่งและขอกราบขอบพระคุณเป็นอย่างสูง ขอขอบพระคุณคณะกรรมการสอบปริญญาโทที่ได้กรุณาให้ความรู้และคำแนะนำ ตลอดจนแก้ไขข้อบกพร่องของปริญญาโทด้วยความเอาใจใส่จนทำให้ปริญญาโทฉบับนี้สำเร็จลุล่วงได้เป็นอย่างดี ขอขอบพระคุณผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.ชาคริต พงษ์กิตติวิมลกุล ที่ได้กรุณาสละเวลาอันมีค่ามาเป็นประธานคณะกรรมการสอบปากเปล่าปริญญาโท

จิตติวัฒน์ ผาสุขเมือง

สารบัญ

	หน้า
บทคัดย่อภาษาไทย	ง
บทคัดย่อภาษาอังกฤษ	จ
กิตติกรรมประกาศ.....	ฉ
สารบัญ	ช
สารบัญตาราง.....	ณ
สารบัญรูปภาพ	ญ
บทที่ 1 บทนำ.....	1
1.1 ที่มาและความสำคัญ	1
1.2 ความมุ่งหมายงานวิจัย.....	7
1.3 ความสำคัญของงานวิจัย	7
1.4 ขอบเขตของการวิจัย	8
บทที่ 2 เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง.....	9
บทที่ 3 วิธีการดำเนินงานวิจัย.....	21
3.1 ลากรางเจียดยังผล.....	21
3.2 การหารูปแบบของศักย์ยังผล V_{eff} และ ฟังก์ชันคลื่นของควาร์กที่สถานะกระตุ้นใด ๆ.....	22
3.3 ตัวแผ่ของควาร์กและเมซอน	25
3.4 การคำนวณฟอร์มแฟกเตอร์แม่เหล็กไฟฟ้าของนิวคลีออน	26
3.5 การกำหนดพารามิเตอร์อิสระของแบบจำลอง	26
3.6 การคำนวณความหนาแน่นเชิงประจุไฟฟ้าและเชิงแม่เหล็กของนิวคลีออน.....	28
บทที่ 4 ผลการวิจัย	29
4.1 ผลการคำนวณเชิงวิเคราะห์.....	29

4.1.1 ฟังก์ชันคลื่นของควาร์ก	29
4.1.2 แผนภาพทรีควาร์ก (three-quark core diagram)	30
4.1.3 แผนภาพทรีควาร์กเคาน์เตอร์เทอม (three-quark counter-term)	33
4.1.4 แผนภาพกลุ่มหมอกเมซอน (meson cloud)	34
4.1.5 แผนภาพเวอร์เทกคอเรกชัน (vertex correction)	37
4.1.6 แผนภาพเมซอนอินไฟลท์ (meson-in-flight)	39
4.2 ผลการคำนวณเชิงตัวเลข	41
4.2.1 การวิเคราะห์และการกำหนดค่าพารามิเตอร์อิสระ R และ ρ	41
4.2.2 อันตรกิริยาจากเมซอนต่อการคำนวณโมเมนต์แม่เหล็กของนิวคลีออน	43
4.2.3 การวิเคราะห์ค่าฟอร์มแฟคเตอร์แม่เหล็กไฟฟ้าจากแบบจำลอง PCQM	45
4.2.4 ความหนาแน่นเชิงประจุและเชิงแม่เหล็กของนิวคลีออน	48
บทที่ 5 สรุป อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ	57
บรรณานุกรม	61
ภาคผนวก	64
ประวัติผู้เขียน	83

สารบัญตาราง

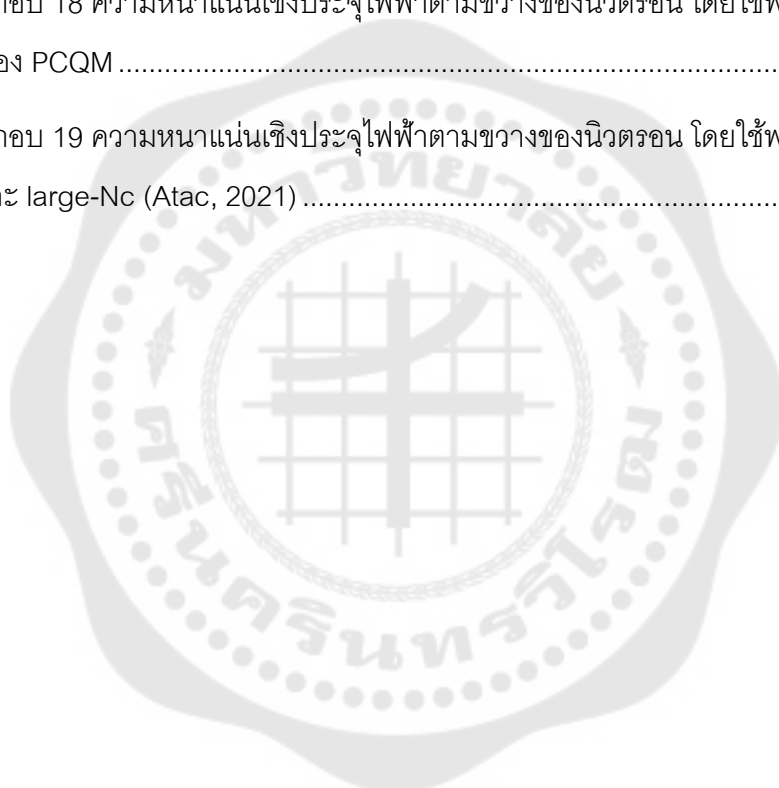
หน้า

ตาราง 1 ส่วนประกอบฟังก์ชันคลื่นของควาร์ก.....	29
ตาราง 2 การเปรียบเทียบค่าโมเมนต์แม่เหล็กจากแบบจำลอง PCQM โดยที่กำหนดค่า $R = 0.56$ fm. และ $\rho = 0.65$ และผลจากการทดลอง	42
ตาราง 3 ผลจากการเพิ่มสถานะกระตุ้นของตัวแม่ควาร์กที่มีต่อโมเมนต์แม่เหล็กของนิวคลีออน โดยผลการคำนวณได้จากการกำหนดค่าของพารามิเตอร์ให้ $R = 0.56$ fm. และ $\rho = 0.65$	43
ตาราง 4 ผลของกลุ่มหมอกเมซอนที่มีต่อค่าโมเมนต์แม่เหล็กของนิวคลีออน ในแบบจำลอง PCQM ที่ใช้ตัวแม่ของควาร์กจากสถานะพื้นถึงสถานะกระตุ้นที่ 2 โดยที่กำหนดค่าของพารามิเตอร์ $R = 0.56$ fm. และ $\rho = 0.65$	44

สารบัญรูปภาพ

	หน้า
ภาพประกอบ 1 แผนภาพพรีควาร์ก	30
ภาพประกอบ 2 แผนภาพพรีควาร์กเคาน์เตอร์ทอม	33
ภาพประกอบ 3 แผนภาพกลุ่มหมอกเมซอน	34
ภาพประกอบ 4 แผนภาพเวอร์เทกคอคเรชัน	37
ภาพประกอบ 5 แผนภาพเมซอนอินโฟลท์	40
ภาพประกอบ 6 ฟอรั่มแฟคเตอร์เชิงไฟฟ้าของโปรตอนและนิวตรอน	45
ภาพประกอบ 7 ฟอรั่มแฟคเตอร์เชิงแม่เหล็กของโปรตอนและนิวตรอน	47
ภาพประกอบ 8 ความหนาแน่นประจุไฟฟ้าของโปรตอนและนิวตรอน $\rho_E^p(r)$, $\rho_E^n(r)$ จากฟอรั่มแฟคเตอร์เชิงประจุไฟฟ้าในแบบจำลอง PCQM (3-Quark+Meson effect)	48
ภาพประกอบ 9 ความหนาแน่นประจุไฟฟ้าของโปรตอนและนิวตรอน $r^2\rho_E^p(r)$, $r^2\rho_E^n(r)$ จากฟอรั่มแฟคเตอร์เชิงประจุไฟฟ้าในแบบจำลอง PCQM (3-Quark+Meson effect)	49
ภาพประกอบ 10 ความหนาแน่นเชิงแม่เหล็กของโปรตอนและนิวตรอน $\rho_M^p(r)$, $\rho_M^n(r)$ จากฟอรั่มแฟคเตอร์เชิงแม่เหล็กในแบบจำลอง PCQM (3-Quark+Meson effect)	50
ภาพประกอบ 11 ความหนาแน่นเชิงแม่เหล็กของโปรตอนและนิวตรอน $r^2\rho_M^p(r)$, $r^2\rho_M^n(r)$ จากฟอรั่มแฟคเตอร์เชิงแม่เหล็กในแบบจำลอง PCQM (3-Quark+Meson effect)	51
ภาพประกอบ 12 ความหนาแน่นประจุไฟฟ้าของโปรตอนและนิวตรอน $\rho_E^{p,cloud}(r)$, $\rho_E^{n,cloud}(r)$ จากฟอรั่มแฟคเตอร์เชิงประจุไฟฟ้าในแบบจำลอง PCQM (Meson effect)	52
ภาพประกอบ 13 ความหนาแน่นประจุไฟฟ้าของโปรตอนและนิวตรอน $r^2\rho_E^{p,cloud}(r)$, $r^2\rho_E^{n,cloud}(r)$ จากฟอรั่มแฟคเตอร์เชิงประจุไฟฟ้าในแบบจำลอง PCQM (Meson effect)	52
ภาพประกอบ 14 ความหนาแน่นเชิงแม่เหล็กของโปรตอนและนิวตรอน $\rho_M^{p,cloud}(r)$, $\rho_M^{n,cloud}(r)$ จากฟอรั่มแฟคเตอร์เชิงแม่เหล็กในแบบจำลอง PCQM (Meson effect)	53

ภาพประกอบ 15 ความหนาแน่นเชิงแม่เหล็กของโปรตอนและนิวตรอน $r^2\rho_M^{p,cloud}$, $r^2\rho_M^{n,cloud}$ จาก ฟอร์มแฟคเตอร์เชิงแม่เหล็กในแบบจำลอง PCQM (Meson effect)	54
ภาพประกอบ 16 ความหนาแน่นเชิงประจุไฟฟ้าตามขวางของโปรตรอน โดยใช้ฟอร์มแฟคเตอร์ จากแบบจำลอง PCQM	55
ภาพประกอบ 17 ความหนาแน่นเชิงประจุไฟฟ้าตามขวางของโปรตรอน โดยใช้ฟอร์มแฟคเตอร์ จาก SU(6) และ large-Nc (Atac, 2021)	55
ภาพประกอบ 18 ความหนาแน่นเชิงประจุไฟฟ้าตามขวางของนิวตรอน โดยใช้ฟอร์มแฟคเตอร์จาก แบบจำลอง PCQM	56
ภาพประกอบ 19 ความหนาแน่นเชิงประจุไฟฟ้าตามขวางของนิวตรอน โดยใช้ฟอร์มแฟคเตอร์จาก SU(6) และ large-Nc (Atac, 2021)	56



บทที่ 1

บทนำ

1.1 ที่มาและความสำคัญ

เป็นที่ทราบกันดีว่าสารนั้นประกอบขึ้นจากหน่วยย่อยในระดับต่าง ๆ ซึ่งแนวคิดเรื่ององค์ประกอบพื้นฐานที่เล็กที่สุดของสารต่าง ๆ นั้นมีมาตั้งแต่สมัยยุคโบราณ โดยเชื่อกันว่าจะตอมเป็นหน่วยย่อยที่สุดของสาร อย่างไรก็ตามจากการทดลองต่าง ๆ ที่ผ่านมานั้นจะยืนยันได้ถึงการมีอยู่ของอะตอมของธาตุต่าง ๆ แต่อะตอมกลับไม่ใช่อนุภาคมูลฐานอย่างที่ทุกคนเคยเชื่อ เนื่องจากการค้นพบว่าอะตอมนั้นประกอบขึ้นมาจากองค์ประกอบย่อยที่เล็กกว่าอะตอม ดังนั้นบทบาทของอะตอมจึงไม่ได้เป็นหน่วยย่อยที่สุดของสารอีกต่อไป

ในปัจจุบันเราทราบดีจากการทดลองว่าอะตอมประกอบขึ้นจากอนุภาคอิเล็กตรอนซึ่งมีประจุเป็นลบและนิวเคลียสของอะตอมซึ่งมีประจุโดยรวมเป็นบวก การกระจายตัวของประจุไฟฟ้าของอะตอมจึงมีลักษณะที่มีประจุบวกอยู่ในบริเวณใกล้ ๆ นิวเคลียสและที่ระยะห่างออกไปจากนิวเคลียสจะมีประจุลบกระจายตัว อะตอมจึงเป็นสิ่งที่มีความซับซ้อนภายใน ซึ่งในทางทฤษฎีนั้นกลศาสตร์ที่ใช้ในการอธิบายอะตอมจะต้องสามารถบรรยายถึงโครงสร้างภายในของอะตอมที่สอดคล้องกับการทดลองได้ สาขาของวิชาฟิสิกส์ที่ศึกษาเกี่ยวกับโครงสร้างและสมบัติต่าง ๆ ของอะตอม รวมทั้งปรากฏการณ์ต่าง ๆ ที่เกี่ยวข้องกับอะตอมนั้น คือ ฟิสิกส์อะตอม โดยมีพื้นฐานของกลศาสตร์ที่เรียกว่ากลศาสตร์ควอนตัม ซึ่งในระดับอะตอมนั้นอันตรกิริยาพื้นฐานที่เกี่ยวข้องนั้นเป็นอันตรกิริยาแบบแม่เหล็กไฟฟ้าเป็นหลัก

เมื่อพิจารณาถึงอิเล็กตรอนและนิวเคลียสภายในอะตอม อิเล็กตรอนของอะตอมนั้นจัดเป็นหนึ่งในอนุภาคมูลฐานประเภทหนึ่ง ซึ่งอนุภาคมูลฐานนี้ก็คือองค์ประกอบหน่วยย่อยที่สุดของสารทั้งหลาย การเป็นอนุภาคมูลฐานบ่งบอกถึงการเป็นอนุภาคที่ไม่มีขนาดและรูปทรงที่เราเรียกว่าเป็นอนุภาคจุด ดังนั้นสำหรับอิเล็กตรอนแล้วจึงไม่มีสิ่งใดอยู่ภายในอิเล็กตรอน รวมทั้งอิเล็กตรอนก็ไม่มีโครงสร้างภายในด้วยเช่นกัน ในทางกลับจากการทดลองพบว่านิวเคลียสของอะตอมนั้นไม่ได้เป็นอนุภาคมูลฐาน เนื่องจากเราพบว่ามิออนูภาคที่เรียกว่าโปรตอนและนิวตรอนอยู่ภายในนิวเคลียส โดยโปรตอนมีประจุเป็นบวก ในขณะที่นิวตรอนนั้นโดยรวมแล้วมีประจุเป็นศูนย์ นั่นคือเป็นกลางทางไฟฟ้านั่นเอง ดังนั้นภายในอะตอมแม้ว่าอิเล็กตรอนจะเป็นอนุภาคมูลฐานก็ตาม แต่นิวเคลียสนั้นไม่จัดว่าเป็นอนุภาคมูลฐาน

สาขาวิชาฟิสิกส์ที่ศึกษาเกี่ยวกับสมบัติต่าง ๆ รวมทั้งโครงสร้างของนิวเคลียสนั้นมีชื่อเรียกว่า ฟิสิกส์นิวเคลียร์ ซึ่งต้องใช้กลศาสตร์ควอนตัมเป็นพื้นฐานในการศึกษาเช่นเดียวกันกับฟิสิกส์อะตอม แต่มีรายละเอียดต่าง ๆ ที่เพิ่มขึ้นมาจากการพิจารณาในฟิสิกส์อะตอม โดยในประเด็นแรก อันตรกิริยาพื้นฐานที่เกี่ยวข้องกับฟิสิกส์นิวเคลียร์นั้น นอกเหนือจากอันตรกิริยาแบบแม่เหล็กไฟฟ้าที่เกิดขึ้นระหว่างโปรตอนซึ่งมีประจุไฟฟ้าแล้ว ยังมีอันตรกิริยาแบบเข้ม (strong interaction) ซึ่งเกิดขึ้นระหว่างโปรตอนและนิวตรอนเพิ่มเติมขึ้นมาด้วย นอกจากนี้ในอีกประเด็นที่สำคัญก็คือ แม้ว่ากลศาสตร์พื้นฐานของฟิสิกส์อะตอมและฟิสิกส์นิวเคลียร์นั้นจะมาจากกลศาสตร์ควอนตัมเหมือนกัน แต่เมื่อพิจารณาร่วมกับทฤษฎีสัมพัทธภาพแล้ว ระบบในระดับอะตอมนั้นสามารถพิจารณาให้เป็นแบบที่ไม่จำเป็นต้องใช้ทฤษฎีสัมพัทธภาพมาพิจารณาร่วมกับกลศาสตร์ควอนตัม นั่นคือ เราสามารถใช้กลศาสตร์ควอนตัมแบบไม่เป็นสัมพัทธภาพมาพิจารณาในฟิสิกส์อะตอมได้ อย่างไรก็ตามในฟิสิกส์นิวเคลียร์นั้น แม้ว่าโดยพื้นฐานแล้ว ปรากฏการณ์ต่าง ๆ สามารถอธิบายได้เป็นอย่างดีโดยใช้กลศาสตร์ควอนตัมแบบไม่เป็นสัมพัทธภาพดังเช่นในกรณีของฟิสิกส์อะตอม แต่มีบางปรากฏการณ์ที่เราจำเป็นต้องใช้กลศาสตร์ควอนตัมเชิงสัมพัทธภาพในการบรรยายถึงปรากฏการณ์ดังกล่าว ดังนั้นความซับซ้อนในการคำนวณในระดับนิวเคลียสนั้นจึงมีค่อนข้างมาก และเรายังไม่สามารถบรรยายสมบัติต่าง ๆ ของนิวเคลียสได้อย่างสมบูรณ์ ด้วยเหตุนี้ฟิสิกส์นิวเคลียร์จึงยังคงเป็นปัญหาที่ยังอยู่ในระดับที่ยังต้องทำการวิจัยเพิ่มเติมกันต่อไป

เมื่อพิจารณาให้ลึกลงไปภายในระดับของนิวเคลียสซึ่งมีโปรตอนและนิวตรอนเป็นองค์ประกอบ แม้ว่าโปรตอนและนิวตรอนนั้นจะเป็นอนุภาคที่แตกต่างกัน แต่การที่มวลของอนุภาคทั้งสองนั้นมีค่าที่ใกล้เคียงกัน โดยที่ $m_p = 938.27 \text{ MeV}/c^2$ และ $m_n = 939.57 \text{ MeV}/c^2$ เป็นมวลของโปรตอนและนิวตรอน ตามลำดับ รวมทั้งมีอนุภาคทั้งสองนี้ยังมีสมบัติบางประการที่คล้ายกันอีกด้วย โดยทั่วไปเราจึงเรียกโปรตอนและนิวตรอนในชื่อรวมที่เรียกว่านิวคลีออน เราจึงกล่าวได้ว่านิวเคลียสของอะตอมนั้นประกอบขึ้นจากนิวคลีออนนั่นเอง จากผลการทดลองเป็นที่แน่ชัดว่านิวคลีออนนั้นไม่ใช่อนุภาคมูลฐาน เนื่องจากมีนิวคลีออนมีขนาดและมีโครงสร้างภายใน ดังนั้นจะต้องมีอนุภาคบางชนิดที่อยู่ภายในนิวคลีออน โดยที่อนุภาคเหล่านี้จะรวมกันและประกอบขึ้นเป็นนิวคลีออน

ในทางเคมีนั้น เราสามารถนำเอาธาตุชนิดต่าง ๆ มาจัดเรียงลงในตารางธาตุ โดยจะพบว่าแม้ว่าธาตุจะมีชนิดที่แตกต่างกัน แต่จะมีสมบัติร่วมบางประการที่เหมือนกัน ซึ่งความเข้าใจในสมบัติต่าง ๆ ของธาตุเหล่านี้มาจากความจริงที่ว่าภายในอะตอมของธาตุนั้นประกอบขึ้นมาจาก

อิเล็กตรอนและนิวเคลียส ในทำนองเดียวกัน ในช่วงปี ค.ศ. 1960 นั้นมีการค้นพบว่านอกเหนือจากอนุภาคโปรตอนและนิวตรอนซึ่งต่างก็มีสมบัติที่เรียกว่าสปิน J และแพริตี้ P เป็นแบบ $J = 1/2$ และ $P = +1$ ยังมีอนุภาคอื่น ๆ อีกหลายอนุภาคที่มีสปินและแพริตี้เหมือนกันกับโปรตอนและนิวตรอน ซึ่งอยู่ในกลุ่มที่เรียกว่า $J^P = 1/2^+$ โดยเราสามารถนำเอาอนุภาคในกลุ่มเดียวกันนี้มาวางตัวโดยให้มีรูปแบบเฉพาะของสมบัติบางประการที่เหมือนกันได้ ดังเช่นที่ปรากฏในกรณีของตารางธาตุในทางเคมี จึงมีความเชื่อที่ว่าเราจะสามารถบรรยายการมีอยู่ของรูปแบบเฉพาะดังกล่าวได้ผ่านทางการมีอยู่ขององค์ประกอบภายในอนุภาคเหล่านี้ นอกเหนือจากอนุภาคในกลุ่มของ $J^P = 1/2^+$ แล้วยังมีอนุภาคในกลุ่มอื่น ๆ อีกหลายกลุ่ม เช่น $J^P = 3/2^+$ ที่สามารถนำมาเขียนเป็นรูปแบบเฉพาะได้เช่นกัน ดังนั้นจึงเป็นไปได้ที่จะมีอนุภาคย่อยซึ่งอยู่ภายในอนุภาคเหล่านี้

ในปี ค.ศ. 1964 เมอเรียล เกลแมน (Murray Gell-mann) และจอร์จ วิก (George Zweig) ได้นำเสนอถึงความเป็นไปได้ของการมีอยู่ของอนุภาคที่มีชื่อว่า ควาร์ก (quarks) ซึ่งเป็นอนุภาคที่อยู่ภายในโปรตอนและนิวตรอน รวมทั้งอนุภาคอื่น ๆ ที่สามารถนำมาจัดเป็นรูปแบบเฉพาะได้ โดยแบบจำลองที่ใช้บรรยายอนุภาคเหล่านี้มีชื่อเรียกว่าแบบจำลองควาร์ก (quark model) ซึ่งในการทดลองนั้นควาร์กถูกค้นพบครั้งแรกโดยการทดลองจากเครื่องเร่งอนุภาค SLAC ในปี ค.ศ. 1968 ซึ่งปัจจุบันนั้นควาร์กมีทั้งหมด 6 เฟรเวอร์ (flavor) ได้แก่ อัป (up, u) ดาว์น (down, d) สเตรนจ์ (strange, s) ชาร์ม (charm, c) บอททอม (bottom, b) และท็อป (top, t) โดยที่เฟรเวอร์นั้นเป็นลักษณะนามที่ใช้เรียกชนิดของควาร์ก ด้วยเหตุนี้ในอนุภาคมูลฐานในปัจจุบันจึงจำแนกได้เป็นสองกลุ่ม ได้แก่ ควาร์กและเลปตอน (leptons) โดยที่อิเล็กตรอนนั้นจัดเป็นหนึ่งในอนุภาคที่อยู่ในกลุ่มของเลปตอน ซึ่งตามทฤษฎีควอนตัมเชิงสัมพัทธภาพนั้น ควาร์กและเลปตอนเหล่านี้จะมีอยู่ซึ่งอนุภาคที่เรียกว่าเป็นปฏิอนุภาค (antiparticles) ที่สอดคล้องกันซึ่งก็คือ ปฏิควาร์ก (antiquarks) และปฏิเลปตอน (antileptons) ปรากฏให้เห็นอยู่ในธรรมชาติด้วย

ตามแบบจำลองควาร์กนั้น สำหรับอนุภาคต่าง ๆ ที่ไม่ใช่อนุภาคมูลฐานและประกอบขึ้นมาจากควาร์ก จะถูกเรียกว่าเป็นอนุภาคแฮดรอน (hadrons) เราสามารถจำแนกออกได้เป็นสองกลุ่ม โดยกลุ่มแรก คือ แบรีออน (baryons) ซึ่งเป็นอนุภาคที่ประกอบขึ้นจากควาร์กจำนวนสามตัว และกลุ่มที่สอง คือ เมซอน (mesons) ซึ่งเป็นอนุภาคที่ประกอบขึ้นจากควาร์กและปฏิควาร์กอย่างละตัว ซึ่งนิวคลีออนนั้นจัดเป็นอนุภาคแบรีออน โดยที่โปรตอนและนิวตรอนมีควาร์กองค์ประกอบภายในเป็น uud และ udd ตามลำดับ

อันตรกิริยาที่เกี่ยวข้องระหว่างควาร์กภายในแฮดรอนนั้นมีทั้งอันตรกิริยาแม่เหล็กไฟฟ้า อันตรกิริยาแบบเข้ม และอันตรกิริยาแบบอ่อน (weak interaction) โดยมีอันตรกิริยาแบบเข้มที่มีความแรงของอันตรกิริยาที่มากที่สุด ในมุมมองของกลศาสตร์ควอนตัมนั้น อันตรกิริยาแบบเข้มระหว่างควาร์กจะถูกส่งผ่านทางอนุภาคแลกเปลี่ยนแรงที่มีชื่อว่าอนุภาคกลูออน (gluon) เป็นอนุภาคสื่อแรงนิวเคลียร์แบบเข้ม โดยทฤษฎีที่ใช้ในการอธิบายธรรมชาติของอันตรกิริยาแบบเข้มคือควอนตัมโครโมไดนามิกส์ (Quantum Chromodynamics) ซึ่งเป็นส่วนหนึ่งของทฤษฎีสนามควอนตัม (Quantum Field Theory) และมีสมมาตรแบบ SU(3) ตัวแทนสมมาตรคือ ประจุเชิงสี (color charge) มีอยู่ด้วยกันสามชนิดคือ แดง เขียว และน้ำเงิน ตัวแทนประจุเชิงสีเหล่านี้มีสมบัติเหมือนกับประจุไฟฟ้า

ทฤษฎีควอนตัมโครโมไดนามิกส์สามารถใช้ในการศึกษาคุณสมบัติของอนุภาคแฮดรอนได้เป็นอย่างดี โดยเฉพาะอย่างยิ่งเมื่อควาร์กนั้นมีระยะห่างระหว่างกันที่น้อยมาก ๆ ซึ่งในช่วงของระยะห่างดังกล่าวนี้ อันตรกิริยาระหว่างควาร์กจะมีค่าที่น้อยมาก ทำให้เราสามารถนำเอาทฤษฎีการรบกวน (perturbation theory) มาประยุกต์ใช้ในการคำนวณได้ การที่จะสามารถทำการสังเกตควาร์กเหล่านี้ซึ่งมีระยะห่างที่อยู่ใกล้กันได้นั้นจำเป็นต้องยิงอนุภาคบางชนิดที่มีพลังงานสูงเข้าไปยังแฮดรอนที่ศึกษา ซึ่งในเชิงของโมเมนตัมแล้วอนุภาคที่ยิงเข้าไปและควาร์กภายในแฮดรอนจะมีการถ่ายโอนโมเมนตัมที่ระดับสูง (high momentum transfer) ด้วยเช่นกัน อย่างไรก็ตามเมื่อควาร์กอยู่ห่างกันมาก ๆ ในระยะประมาณเดียวกันกับขนาดของนิวคลีออนซึ่งเราจัดว่าเป็นที่อนุภาคที่ยิงเข้าไปเพื่อศึกษาสมบัติและโครงสร้างของแฮดรอนนั้นมีพลังงานต่ำ และมีการถ่ายโอนโมเมนตัมที่ระดับต่ำ (low momentum transfer) จากการทดลองพบว่าอันตรกิริยาระหว่างควาร์กที่เกิดขึ้นในระยะห่างดังกล่าวจะมีค่าที่มาก จนเราไม่สามารถทำการประมาณการคำนวณโดยใช้ทฤษฎีการรบกวนได้ ทฤษฎีควอนตัมโครโมไดนามิกส์ซึ่งเป็นทฤษฎีพื้นฐานสำหรับอันตรกิริยาแบบเข้ม จึงมีปัญหามากในทางเทคนิคซึ่งมีความซับซ้อนในทางคณิตศาสตร์เข้ามาเกี่ยวข้อง ดังนั้นจึงต้องมีการพัฒนาแนวคิดอื่น ๆ เพื่อแก้ปัญหาในการศึกษาสมบัติของแฮดรอนที่ระดับพลังงานต่ำ โดยที่แนวคิดเหล่านั้นต้องสอดคล้องกับการยึดกันของควาร์กซึ่งเป็นไปตามหลักการคอนไฟน์เมนต์ (confinement) คือแรงระหว่างประจุเชิงสีของควาร์กจะมีค่ามากขึ้นเมื่อมีระยะห่างเพิ่มมากขึ้น เมื่อพยายามแยกอนุภาคควาร์กออกจากกันสนามกลูออนจะมีพลังงานมากพอในการสร้างคู่อนุภาค ควาร์ก-ปฏิควาร์ก มารวมตัวกับควาร์กเดิมที่มีอยู่กลายเป็นอนุภาคแฮดรอนตัวใหม่ จึงสามารถสรุปได้ว่าควาร์กจะไม่สามารถอยู่อย่างอิสระจากกันได้ และอะซิมโทติกฟรีดอม

(asymptotic freedom) คือ อันตรกิริยาระหว่างควาร์กจะมีค่าน้อยมาก ๆ เมื่ออนุภาคควาร์กอยู่ใกล้กัน

ปัญหาจากการที่ควอนตัมโครโมไดนามิกส์ไม่สามารถแก้ปัญหาที่ระดับพลังงานต่ำได้โดยตรงผ่านทางการใช้ทฤษฎีการรบกวนซึ่งใช้ได้เป็นอย่างดีในฟิสิกส์อะตอมและฟิสิกส์นิวเคลียร์ จึงมีการพัฒนาแนวคิดและวิธีการต่าง ๆ ขึ้นมาเพื่อใช้ในการศึกษาคุณสมบัติของควาร์กที่ระดับพลังงานต่ำ เช่น แบบจำลองควาร์กเชิงสัมพัทธภาพ (relativistic quark model), แบบจำลองควาร์กเชิงไม่สัมพัทธภาพ (non - relativistic quark model), คิวซีดีซัมรูล (QCD sum rule), แบบจำลองโซลิตอน (soliton model) และ ทฤษฎีการรบกวนเชิงไครล (chiral perturbation theory) เป็นต้น ซึ่งแต่ละวิธีนั้นมีข้อดีและข้อเสียแตกต่างกัน ในปัจจุบันยังไม่มีแบบจำลองหรือแนวคิดและวิธีการใด ๆ ที่สามารถอธิบายทุก ๆ ปรากฏการณ์ของอนุภาคฮาดรอนได้อย่างสมบูรณ์

ในแนวทางของแบบจำลองควาร์กนั้น แบบจำลองเอน์ไอทีแบ็ค (MIT bag model) เป็นแบบจำลองในยุคแรกที่ได้ทำการศึกษาสมบัติของฮาดรอนผ่านทางการพิจารณาให้ฮาดรอนนั้นประกอบขึ้นมาจากวาเลนซ์ควาร์ก (valence quarks) จำนวนสามตัว ซึ่งถูกกักไว้อยู่ภายในบริเวณหนึ่งซึ่งมีลักษณะเป็นทรงกลม แบบจำลองเอน์ไอทีแบ็คนั้นสามารถให้ผลการคำนวณที่สอดคล้องกันกับผลการทดลองได้ดีในระดับหนึ่ง โดยเฉพาะอย่างยิ่งค่าของโมเมนต์แม่เหล็ก (magnetic moments) ของฮาดรอนในกลุ่มของ $J^P = 1/2^+$ อย่างไรก็ตามสำหรับฮาดรอนนั้นยังมีสมมาตรที่สำคัญประเภทหนึ่งของอันตรกิริยาแบบเข้ม คือ สมมาตรไครล (chiral symmetry) ซึ่งสมมาตรนี้ไม่ได้มีความสมบูรณ์แบบในตัว แต่จะมีการพังทลายของสมมาตรอย่างทันทีทันใด (spontaneous symmetry breaking) เกิดขึ้น ดังนั้นเมื่อพิจารณาถึงสมบัติไครลและการพังทลายของสมมาตรที่เกิดขึ้นนั้น แบบจำลองเอน์ไอทีแบ็คจะขัดแย้งกับสมมาตรดังกล่าว เพื่อให้ระบบของฮาดรอนนั้นคงไว้ซึ่งสมมาตรไครล จึงจำเป็นที่ภายในฮาดรอนนั้นจะต้องมีอนุภาคซูโดสเกลาร์เมซอน (pseudoscalar meson) ซึ่งเป็นอนุภาคในกลุ่มของ $J^P = 0^-$ รวมอยู่ด้วย โดยการมีอยู่ของซูโดสเกลาร์เมซอนเหล่านี้เป็นผลมาจากการพังทลายของสมมาตรอย่างทันทีทันใดนั่นเอง ดังนั้นแบบจำลองควาร์กของฮาดรอนจึงต้องมีทั้งวาเลนซ์ควาร์กและกลุ่มของอนุภาคซูโดสเกลาร์เมซอนเป็นองค์ประกอบ

ต้นแบบของแบบจำลองประเภทที่พัฒนาต่อยอดจากแบบจำลองเอน์ไอทีแบ็คโดยพิจารณาถึงการพังทลายของสมมาตรไครลอย่างทันทีทันใดเข้าไปด้วยนั้น คือ แบบจำลองคลาวดี้แบ็ค (cloudy bag model) ของ โธมัส และ เทเบอร์ก (Theberge and Thomas. 1983) โดยที่

แบบจำลองคลาวด์ดีแบ็คได้เพิ่มการพิจารณาให้มีกลุ่มของอนุภาคไพออนซึ่งเป็นอนุภาคสเกลาร์เมซอนเข้าไปในการพิจารณาด้วย ซึ่งเห็นได้อย่างชัดเจนว่าผลของการคำนวณภายใต้แบบจำลองดังกล่าวนี้สามารถบรรยายสมบัติต่าง ๆ ของฮาดรอนได้ดีขึ้น รวมถึงแสดงให้เห็นถึงบทบาทสำคัญของอนุภาคสเกลาร์เมซอนด้วย เนื่องจากในบางกรณีนั้นสมบัติบางประการของฮาดรอนจะมาจากสเกลาร์เมซอนเป็นส่วนใหญ่ ต่อมาได้มีการพัฒนาแบบจำลองขึ้นอีกมากมายเพื่อต่อยอดแบบจำลองคลาวด์ดีแบ็ค โดยมีการเพิ่มศักย์ระหว่างควาร์กให้มีความทั่วไปมากยิ่งขึ้น รวมเอาผลการรบกวนจากอนุภาคเคออน (K) และ เอตาเมซอน (η) ซึ่งเป็นอนุภาคสเกลาร์เมซอนเช่นเดียวกันกับไพออนเพิ่มเข้ามาในการพิจารณาด้วย

การศึกษาในงานวิจัยนี้ เราจะทำการศึกษาถึงสมบัติเชิงแม่เหล็กไฟฟ้าของนิวคลีออนผ่านทางแบบจำลองควาร์กเชิงสัมพัทธภาพที่มีชื่อว่าแบบจำลองเพอร์เทอร์เบทีฟไครลควาร์ก (perturbative chiral quark model, PCQM) โดยแนวคิดหลักของแบบจำลองนี้ คือ วาเลนซ์ควาร์ก (valence quarks) จำนวนสามตัวนั้นจะถูกกักอยู่โดยพลังงานศักย์ระหว่างควาร์กให้อยู่ในสถานะยึดเหนี่ยว (bound state) โดยที่มีอนุภาคไพออน เคออน และเอตาเมซอน เป็นกลุ่มหมอกของอนุภาคสเกลาร์เมซอน (pseudoscalar meson) ซึ่งล้อมรอบวาเลนซ์ควาร์ก โดยจะทำการพิจารณาอันตรกิริยาระหว่างกลุ่มหมอกเมซอนและควาร์กในแบบที่สามารถใช้ทฤษฎีการรบกวนในการคำนวณที่เกี่ยวข้องได้ ซึ่งที่ผ่านมาแบบจำลอง PCQM นั้นได้ถูกนำไปใช้เพื่อศึกษาคุณสมบัติต่าง ๆ ของนิวคลีออน เช่น สมบัติเชิงแม่เหล็กไฟฟ้าของนิวคลีออน ได้แก่ โมเมนต์แม่เหล็ก รัศมีประจุเชิงไฟฟ้าและเชิงแม่เหล็ก (charge and magnetic radii) เป็นต้น ซึ่งสมบัติดังกล่าวนี้มีความเชื่อมโยงกับฟอร์มแฟกเตอร์เชิงแม่เหล็กไฟฟ้า (electromagnetic form factors)

ข้อจำกัดทางเทคนิคทำให้การคำนวณที่ผ่านมาของ PCQM นั้นต้องทำการประมาณเข้ามาเกี่ยวข้อง โดยในแง่ของตัวแผ่ของควาร์ก (quark propagator) ที่ใช้ในการคำนวณนั้น ส่วนใหญ่แล้วได้ถูกจำกัดให้ใช้เฉพาะควาร์กในสถานะพื้น (ground state) เท่านั้นในการคำนวณ อย่างไรก็ตามควาร์กในสถานะกระตุ้น (excited states) จะต้องถูกนำมาพิจารณารวมในการคำนวณด้วยอย่างหลีกเลี่ยงไม่ได้ ดังนั้นจึงได้มีการเพิ่มเติมควาร์กในสถานะกระตุ้นเข้าไปในตัวแผ่ของควาร์กซึ่งในการคำนวณของจรัสศรีวิไล (Jarassriwilai J. , 2019) นั้นได้เพิ่มสถานะกระตุ้นเข้าไปในตัวแผ่ของควาร์กจนถึงสถานะกระตุ้นที่สี่ อย่างไรก็ตามยังไม่เป็นที่แน่ชัดว่าควรเพิ่มสถานะกระตุ้นเข้าไปจนถึงระดับใดจึงจะทำให้การคำนวณที่ได้นั้นให้ผลการคำนวณที่เหมาะสม

ในงานวิจัยนี้จึงจะมุ่งเน้นไปที่การศึกษาถึงผลของการเพิ่มสถานะกระตุ้นเข้าไปในส่วนของตัวแผ่ของควาร์กในแบบจำลอง PCQM เพื่อศึกษาสมบัติพื้นฐานเชิงแม่เหล็กไฟฟ้าของนิวคลีออนโดยจะพิจารณาถึงการกระจายตัวของเชิงประจุและเชิงแม่เหล็กของควาร์กภายในนิวคลีออนเป็นหลัก

1.2 ความมุ่งหมายงานวิจัย

1. พัฒนาแบบจำลอง PCQM โดยทำการเพิ่มเติมสถานะกระตุ้นของควาร์กเข้าไปในตัวแผ่ของควาร์กเพื่อคำนวณฟอร์มแฟคเตอร์เชิงแม่เหล็กไฟฟ้าของนิวคลีออน และทำการหาพารามิเตอร์ของแบบจำลองที่เหมาะสมสำหรับแต่ละสถานะกระตุ้นที่เพิ่มเข้าไป โดยเปรียบเทียบกับค่าที่ได้จากผลการทดลองของโมเมนต์แม่เหล็กและรัศมีเชิงไฟฟ้า รวมทั้งรัศมีเชิงแม่เหล็กของนิวคลีออน โดยมุ่งหมายที่จะเข้าใจถึงบทบาทและความสำคัญของแต่ละสถานะกระตุ้นของควาร์กที่ได้เพิ่มเติมเข้าไปในการคำนวณ

2. คำนวณการกระจายตัวของเชิงประจุและเชิงแม่เหล็กของควาร์กภายในนิวคลีออน แล้วทำการเปรียบเทียบผลที่ได้กับแบบจำลองอื่น ๆ

1.3 ความสำคัญของงานวิจัย

จากงานวิจัยที่ผ่านมาแบบจำลอง PCQM ได้มีการนำเอาตัวแผ่ของควาร์กในสถานะกระตุ้นที่ 1 และ 2 มาใช้ในการคำนวณฟอร์มแฟคเตอร์แม่เหล็กไฟฟ้า และล่าสุดได้มีการขยายขอบเขตไปจนถึงสถานะกระตุ้นที่ 4 อย่างไรก็ตามที่ผ่านมาได้พิจารณาถึงผลลัพธ์ในภาพรวมหลังจากการเพิ่มสถานะกระตุ้นเข้าไปในการคำนวณ แต่ยังไม่มีการวิเคราะห์ในเชิงลึกถึงผลจากการเพิ่มสถานะกระตุ้นดังกล่าวเข้าไปในการคำนวณของแบบจำลอง PCQM ซึ่งสถานะกระตุ้นที่เพิ่มเข้าป็นนั้นจะมีผลโดยตรงต่อบทบาทของกลุ่มหมอกเมซอนในแบบจำลอง ดังนั้นจึงยังคงมีคำถามว่าเราควรเพิ่มสถานะกระตุ้นเข้าไปมากน้อยเท่าใด จึงจะเพียงพอและเหมาะสมต่อการคำนวณ เพื่อให้สอดคล้องกับผลการทดลอง และเพื่อให้สามารถนำผลจากการคำนวณที่ได้ไปเปรียบเทียบกับผลจากแบบจำลองอื่น ๆ ด้วย การศึกษาในนี้จึงมีความสำคัญเป็นอย่างยิ่งเพื่อให้มีข้อมูลที่มากพอเพื่อใช้ประกอบในการตัดสินใจเลือกแนวทางที่เหมาะสมเพื่อพัฒนาแบบจำลอง PCQM ต่อไปในอนาคต

1.4 ขอบเขตของการวิจัย

1. คำนวณฟอร์มแฟคเตอร์แม่เหล็กไฟฟ้าของนิวคลีออน รวมทั้งคำนวณการกระจายตัวเชิงไฟฟ้าและเชิงแม่เหล็กของควาร์กภายในนิวคลีออนโดยใช้แบบจำลอง PCQM

2. ทำการคำนวณปริมาณต่าง ๆ โดยใช้ตัวแผ่ของควาร์กแบบที่มีสถานะกระตุ้นของควาร์กเข้าไปในการพิจารณา โดยจะทำการเพิ่มอย่างน้อยจนถึงสถานะกระตุ้นที่ 2 โดยทำการหาพารามิเตอร์ของแบบจำลองที่เหมาะสมสำหรับในแต่ละสถานะกระตุ้นที่ได้เพิ่มเข้าไป

3. จำกัดการพิจารณาให้อยู่ในขอบเขตของค่าการถ่ายโอนโมเมนตัมในช่วงของ $Q^2 < 0.4 \text{ GeV}^2$



บทที่ 2

เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการศึกษาโครงสร้างภายในของแบริออนและการศึกษาฟิสิกส์ของอนุภาคแฮดรอนได้ถูกพัฒนามาอย่างต่อเนื่อง ทฤษฎีควอนตัมโครโมไดนามิกส์ (Quantum Chromodynamics, QCD) สามารถอธิบายธรรมชาติของอันตรกิริยาแบบเข้มได้เป็นอย่างดีที่พลังงานและการถ่ายโอนโมเมนตัมระดับสูง แต่ในขอบเขตระดับพลังงานที่ไม่สามารถทำการรบกวนได้ (non-perturbative regime) การใช้งาน QCD มีความซับซ้อนอย่างมาก ดังนั้นจึงได้มีการพัฒนาแบบจำลองและวิธีการต่าง ๆ ทั้งเชิงทฤษฎีและเชิงทดลองเพื่อศึกษาธรรมชาติของอนุภาคแฮดรอนที่ระดับพลังงานต่ำ เช่น QCD ซัมมูลส์ (QCD Sum Rules), ทฤษฎีการรบกวนเชิงไครัล (Chiral Perturbation Theory), คิวซีดีแลตทิซ (Lattice QCD) เป็นต้น

โคโดส Chodos, Jaffe, Johnson, and Thorn (1974) ได้พัฒนาแบบจำลองควาร์กเชิงสัมพัทธภาพ โดยพิจารณาว่าอนุภาคแฮดรอนถูกกักไว้ด้วยอันตรกิริยาแบบเข้ม (strong interaction) ภายใต้พื้นที่จำกัดเรียกว่า “แบ็ก” (Bag) เรียกว่าทฤษฎีแบ็ก (Bag Theory) ทฤษฎีแบ็กได้นำเอาหลักการคอนไฟน์เมนต์มาพิจารณาร่วมกับความคงรูปลอเรนซ์ (Lorentz invariance) โดยการตั้งสมมติฐานว่าแบ็กทำให้เกิดค่าความหนาแน่นพลังงาน B โดยอาศัยเทนเซอร์พลังงานภายในแบ็ก

$$T^{\mu\nu} = T_{field}^{\mu\nu} - g^{\mu\nu} B \quad (2.1)$$

โดยมีเงื่อนไขภายนอกแบ็ก $T^{\mu\nu} = 0$ และอาศัยกฎการอนุรักษ์พลังงานและโมเมนตัมในการกำหนดเงื่อนไขขอบเขตเงื่อนไขขอบเขตที่ผิวของแบ็ก สนามอนุภาคไร้มวลภายในแบ็กเป็นสนามดิแรคที่มีสปินเป็น 1/2 และพิจารณาเลขควอนตัมของควาร์ก โดยพิจารณาว่าสนามของควาร์กเป็นสนามอิสระภายในแบ็ก และความหนาแน่นพลังงาน B เป็นพารามิเตอร์อิสระซึ่งถูกกำหนดด้วยค่ามวลเฉลี่ยของ $N(928)$ และ $\Delta(1236)$ ดังนั้นพฤติกรรมของอนุภาคภายในแบ็กจึงอธิบายได้ด้วยสมการดิแรค

$$\gamma^\mu \partial_\mu \psi(x) = 0 \quad (2.2)$$

ด้วยเงื่อนไขขอบเขต static spherical boundary ที่ผิวของแบ็คครัมมี $r = R_0$ จะได้ว่า

$$-i\hat{r} \cdot \vec{\nabla} \psi_\alpha(x) = \psi_\alpha(x) \quad (2.3)$$

และ

$$-\sum_\alpha \frac{\partial}{\partial r} \bar{\psi}_\alpha(x) \psi_\alpha(x) = 2B \quad (2.4)$$

จากการกำหนดความหนาแน่นพลังงาน $B^{1/4} = 120 \text{ MeV}$. ทำให้สามารถคำนวณค่าไจโรแมกเนติกของโปรตรอน (gyromagnetic ratio) ได้เป็น $g_p = 2m_p, \mu_p = 2.6$ โดยที่ $\mu_p = 1.4$ และค่าไจโรแมกเนติกของนิวตรอนเป็น $g_n = -2 / 3g_p$ นอกจากนี้ผลของแบบจำลองควาร์กเชิงสัมพัทธภาพทำให้การคำนวณค่าประจุเชิงแอกเซียลเวกเตอร์ (axial vector charge) คำนวณได้เป็น $g_A = 1.09$ สำหรับรัศมีประจุของโปรตรอน $\langle r^2 \rangle_p = 1.04 \text{ fm}$. ซึ่งสอดคล้องกับการกำหนดค่าพารามิเตอร์ในการทดลอง และรัศมีประจุของนิวตรอน $\langle r^2 \rangle_n = 0$ อย่างไรก็ตามการกำหนดเงื่อนไขขอบเขตของพลังงานที่ผิวของแบ็คครัมมีผลของความไม่แน่นอน (uncertainty principal) เกิดขึ้น ซึ่งอาจส่งผลต่อการค่าพลังงานภายในแบ็ค

ไวน์เบิร์ก (Weinberg, 1979) ได้ใช้ลากรางเจียนเชิงปรากฏการณ์ (phenomenological Lagrangian) ศึกษาอันตรกิริยาระหว่างแบริออนและเมซอน โดยพิจารณาว่าอนุภาคไพออนทำหน้าที่เป็นโกลด์สโตนโบซอนซึ่งเกิดจากการแตกสมมาตรไครล์แบบ $SU(2) \times SU(2)$ เพื่อรักษาคุณสมบัติความคงรูปเชิงไครล์ (chiral invariant) จึงเขียนลากรางเจียนในรูปของอนุพันธ์ไควาเรียนต์เชิงไครล์ของสนามไพออน (chiral covariant derivative)

$$D_\mu \pi = \frac{1}{1 + \pi^2} (\partial_\mu \pi) \quad (2.5)$$

ลากรางเจียนเชิงปรากฏการณ์สามารถเขียนได้เป็น

$$\begin{aligned} \mathcal{L} = & -\frac{1}{2} g_2 D_\mu \pi \cdot D^\mu \pi - \frac{1}{4} g_4^{(1)} (D_\mu \pi \cdot D^\mu \pi)^2 \\ & - \frac{1}{4} g_4^{(2)} (D_\mu \pi \cdot D_\nu \pi) (D^\mu \pi \cdot D^\nu \pi) + \dots \end{aligned} \quad (2.6)$$

$g_d^{(n)}$ คือ ค่าคงตัวการคัปปลิง (coupling constant) ในแต่ละอันดับของลากรางเจียน โดยที่อันดับต่ำสุดของการเกิดอันตรกิริยาที่ $d = 2$

$$g_2 = F_\pi^2 \quad (2.7)$$

ค่า F_π คือแอมพลิจูดการสลายตัวของอนุภาคไพออน (pion decay amplitude) ซึ่งเป็นค่าที่วัดได้จากการทดลองมีค่าประมาณ 190 MeV. และเรียกลากรางเจียนที่อันดับต่ำสุดว่า ลากรางเจียนยังผล (effective Lagrangian)

$$\mathcal{L}_2 = -\frac{1}{2} g_2 D_\mu \pi \cdot D^\mu \pi \quad (2.8)$$

ชิน (Chin, 1982) ได้ศึกษาโครงสร้างของอนุภาคแฮดรอน จากการเสนอแนวคิดที่ขยายจากแบบจำลองเอ็มไอทีแบ็ค (MIT Bag Model) โดยพิจารณาถึงสมมาตรเชิงไครัลที่ผิวของแบ็คซึ่งเกิดจากการคัปปลิงระหว่างสนามไพออนกับควาร์ก ซึ่งแนวคิดนี้จะพิจารณาให้ไพออนเป็นโกลด์สโตนโบซอนจากเดิมที่มองว่าไพออนเป็นสถานะหนึ่งของแบ็ค และฟังก์ชันกรีน (Green function) ถูกนำมาใช้ในการสร้างลากรางเจียนของแบ็คโดยใช้การกระจายไอเกนโหมด (eigen modes expansion) ของควาร์กและไพออน จากงานวิจัยของโคดอส (Chodos, 1974) ลากรางเจียนที่ยังไม่มีสมมาตรเชิงไครัลของแบ็คในรูปของฟังก์ชันกรีนสามารถเขียนได้เป็น

$$\mathcal{L}_B = \left[-\frac{1}{2} \bar{\psi} \gamma^\mu \partial_\mu \psi + \partial_\mu \bar{\psi} \gamma_\mu \psi - B \right] \theta(R - r) - \frac{1}{2} \bar{\psi} \psi \delta(R - r) \quad (2.9)$$

พฤติกรรมของควาร์กอิสระภายในแบ็ค ($r < R$) เป็นไปตามสมการดิแรค (Dirac's Equation)

$$\gamma_\mu \partial_\mu \psi = 0 \quad (2.10)$$

และเงื่อนไขขอบเขตที่ผิวของแบ็ค ($r = R_0$)

$$\hat{r} \cdot \vec{\gamma} \psi = \psi \quad (2.11)$$

ในเทอมที่ประกอบด้วย $\bar{\psi}\psi$ ทำให้ลากรางเจียนไม่มีสมมาตรเชิงไครัล เพื่อให้ลากรางเจียนมีความคงรูปภายใต้การแปลงแบบไครัล จึงได้เสนอรูปแบบของลากรางเจียนเป็น

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{CB} = & \left[-\frac{1}{2} \bar{\psi} \gamma^\mu \partial_\mu \psi + \partial_\mu \bar{\psi} \gamma_\mu \psi - B \right] \theta(R-r) \\ & + \left[-\frac{1}{2} D_\mu^{ij} \pi_j D_\mu^{ik} \pi_k \right] \theta(R-r) - \frac{1}{2} \bar{\psi} \exp \left(i \gamma_5 \vec{\tau} \cdot \frac{\vec{\pi}}{f_\pi} \right) \psi \delta(R-r) \end{aligned} \quad (2.12)$$

โดยที่

$$D_\mu^{ij} = \left[\hat{\pi}_i \hat{\pi}_j + j_0 \left(\frac{|\vec{\pi}|}{f_\pi} \right) (\delta_{ij} - \hat{\pi}_i \hat{\pi}_j) \right] \partial_\mu \quad (2.13)$$

กำหนดให้ $j_0 = \frac{\sin x}{x}$ ฟังก์ชันกรีนของสนามควาร์กทั้งสามตัวได้พิจารณารวมเอาเลขควอนตัมไอโซสปิน และประจุเชิงสีโดยสมมติฐานควาร์กที่อยู่ในสถานะพื้นจะไม่มีอันตรกิริยาระหว่างกัน

$$iG^0(x, x') = \left\langle \psi_0 \left| T \left[\psi(x) \bar{\psi}(x') \right] \right| \psi_0 \right\rangle \quad (2.14)$$

และการกระจายโหมดของสนามควาร์กเขียนได้เป็น

$$G^0(x, x') = \int \frac{dw}{2\pi} e^{-iw(t-t')} G^0(rr', w) \quad (2.15)$$

การกระจายโหมดของเมซอนอยู่ในรูปของตัวแผ่ไฟน์แมน (Feynman propagator)

$$i\Delta_{ij}^0(x, x') = \left\langle 0 \left| T \left[\pi_i(x) \pi_j(x') \right] \right| 0 \right\rangle = i\delta_{ij} \Delta^0(x, x') \quad (2.16)$$

โดยที่

$$\Delta^0(x, x') = \int \frac{dw}{2\pi} e^{-iw(t-t')} \Delta^0(rr', w) \quad (2.17)$$

โอเซท (Oset, Tegen, & Weise, 1984) ได้เสนอแนวคิดแบบจำลองควาร์กเชิงไครัล (chiral quark model) ซึ่งมีแนวคิดคล้ายกับแบบจำลองจากทฤษฎีแบ็ค โอเซทได้เสนอว่า นิวคลีออน คือระบบที่ประกอบจากควาร์กซึ่งถูกกักอยู่ที่ใจกลางของระบบและถูกล้อมรอบด้วย

กลุ่มหมอกไพออนซึ่งอันตรกิริยาจากกลุ่มหมอกไพออน สร้างการรบกวนต่อควาร์ก แบบจำลองควาร์กเชิงไครล์มีพื้นฐานการคำนวณจากแบบจำลองไครล์แบ็คเชิงเส้น (the linearized chiral bag model) ซึ่งเกิดจากการคัปปลิงแบบเชิงเส้นระหว่างไพออนและควาร์ก นอกจากนี้ยังพิจารณาถึงผลจากความไม่แน่นอน (uncertainty principle) ของพลังงานที่ผิวของแบ็คโดยใช้แบบจำลองศักย์คอนไฟน์ (the confined potential model) แบบจำลองควาร์กเชิงไครล์มีบทบาทสำคัญในการศึกษาคุณสมบัติเชิงแม่เหล็กไฟฟ้าของนิวคลีออนเช่น ค่าประจุไฟฟ้า แอกเซียลฟอร์มแฟคเตอร์ (axial form factors) ในงานวิจัยนี้จะมุ่งเน้นศึกษาฟอร์มแฟคเตอร์เชิงไฟฟ้าของโปรตอน $G_E^p(q^2)$ และนิวตรอน $G_E^n(q^2)$ ผลจากการคำนวณประจุไฟฟ้าของโปรตอนสอดคล้องกับผลการทดลองที่การถ่ายโอนโมเมนตัม $|q^2|^{1/2} \leq 0.7$ GeV ค่ารากที่สองของรัศมีแบ็คเฉลี่ย 0.5 - 0.6 MeV. และผลจากการรบกวนของกลุ่มหมอกไพออนส่งผลต่อค่าประจุไฟฟ้าของโปรตอนถึง 1/3

ปี 2001 ลูโบวิตสกีจ (Lyubovitskij, Gutsche, & Faessler, 2001) ได้ขยายขอบเขตแบบจำลองควาร์กเชิงสัมพัทธภาพเพื่อศึกษาคุณสมบัติเชิงแม่เหล็กไฟฟ้าของควาร์กและเปรียบเทียบกับผลการทดลอง โดยที่แบบจำลองนี้ยังสามารถเติมเต็มข้อจำกัดเชิงไครล์ (chiral constraints) ด้วยโกลด์สโตนโบซอนซึ่งเกิดจากการแตกสมมาตรเชิงไครล์ การพัฒนาแบบจำลองเริ่มจากการใช้สมมาตรแบบ SU(3) โดยการขยายขอบเขตของกลุ่มหมอกเมซอนเป็นอนุภาค π, K และ η จากเดิมที่พิจารณาเพียงแค่นามของไพออน การทำรีโนรมัลไลเซชัน (renormalization) ถูกนำมาใช้ทั้งในระดับของควาร์กและนิวคลีออน รวมถึงอาจขยายขอบเขตสถานะของควาร์กถึงสถานะกระตุ้นต่าง ๆ ในแบบจำลองนี้ยังได้นำเอามวลของควาร์กเข้ามาพิจารณาร่วมได้จากเดิมที่ปฏิบัติกับควาร์กเสมือนว่าเป็นอนุภาคไร้มวล แบบจำลองใหม่นี้เรียกว่า เพอร์เทอร์เบทิฟไครล์ควาร์ก (Perturbative Chiral Quark Model, PCQM)

งานวิจัยนี้ได้ศึกษาแบบมุ่งเน้นศึกษาฟอร์มแฟคเตอร์เชิงแม่เหล็กไฟฟ้า $G_E^N(q^2), G_M^N(q^2)$ ของนิวคลีออน โดยที่ค่าความชันระหว่างฟอร์มแฟคเตอร์เชิงไฟฟ้าและฟอร์มแฟคเตอร์เชิงแม่เหล็กขณะที่การถ่ายโอนโมเมนตัม (momentum transfer) มีค่าเป็นศูนย์ $q^2 = 0$ จะให้ค่ารากที่สองเฉลี่ยของรัศมีไฟฟ้าและแม่เหล็ก ในขณะที่ค่าฟอร์มแฟคเตอร์เชิงแม่เหล็กและไฟฟ้าที่การถ่ายโอนโมเมนตัมมีค่าเป็นศูนย์ $q^2 = 0$ สามารถให้ค่าประจุไฟฟ้าและโมเมนต์แม่เหล็กของนิวคลีออน

แบบจำลอง PCQM ถูกสร้างขึ้นเพื่อศึกษาพฤติกรรมของควาร์กภายใต้ศักย์ยังผล V_{eff} ในแนวรัศมีซึ่งจะรวมเอาศักย์แบบสเกลาร์ $S(r)$ และศักย์แบบเวกเตอร์ $V(r)$

$$V_{eff} = S(r) + \gamma^0 V(r) \quad (2.18)$$

เมื่อ $r = |\vec{x}|$ โดยที่ศักย์ยังผลนี้จะสอดคล้องกับหลักการคอนไฟน์เมนต์ และผลของสนามกลูออนที่พิสัยสั้น ในแบบจำลองนี้จะพิจารณาให้ผลจากสนามเมซอนเป็นเพียงการรบกวนเล็กน้อย (small perturbation) ของระบบควาร์ก ซึ่งลากรางเจียนของอันตรกิริยาแบบเข้มระหว่างควาร์กและกลุ่มหมอกเมซอนเขียนได้เป็น

$$\mathcal{L}_{int}^{str} = -\bar{\psi}(x)S(r)i\gamma^5 \frac{\hat{\phi}(x)}{F}\psi(x) \quad (2.19)$$

เนื่องจากควาร์กมีสปิน 1/2 ซึ่งสามารถอธิบายได้ด้วยฟังก์ชันคลื่นของดิแรค

$$\psi_\alpha(\vec{x}) = b_\alpha u_\alpha(\vec{x}) e^{-i\varepsilon_\alpha t} \quad (2.20)$$

ที่สถานะพื้น $\alpha = 0$ ที่สถานะกระตุ้นเมื่อ $\alpha = 1, 2, 3, \dots$ ฟังก์ชันคลื่น $u_\alpha(\vec{x})$ เป็นผลเฉลยจากสมการดิแรคในศักย์ยังผล V_{eff}

$$\left[-i\vec{\alpha} \cdot \vec{\nabla} + \beta S(r) + V(r) - \varepsilon_\alpha \right] u_\alpha(\vec{x}) = 0 \quad (2.21)$$

จากผลเฉลยของสมการดิแรคภายใต้ศักย์สถิตเชิงรัศมี ฟังก์ชันคลื่นมีการกระจายตัวแบบเกาส์เซียน

$$u_\alpha(\vec{x}) = N_\alpha \exp\left(-\frac{\vec{x}^2}{2R^2}\right) \begin{pmatrix} g_\alpha(r) \\ i\vec{\sigma} \cdot \hat{x} f_\alpha(r) \end{pmatrix} \mathbf{y}_\alpha(\hat{x}) \chi_f \chi_c \quad (2.22)$$

$g_\alpha(r)$ และ $f_\alpha(r)$ คือส่วนประกอบของสปินเนอร์ของควาร์ก จากผลการศึกษาพบว่า ผลการคำนวณคุณสมบัติเชิงแม่เหล็กไฟฟ้าได้แก่ โมเมนต์แม่เหล็ก (magnetic moment) และรัศมีประจุไฟฟ้าและแม่เหล็กของโปรตรอน มีค่าสอดคล้องเป็นอย่างดีกับการทดลอง อย่างไรก็ตามคุณสมบัติของนิวตรอนที่ได้จากการคำนวณยังคงแตกต่างกับผลจากการทดลอง

ลูโบวิทสกีจ (Lyubovitskij, Gutsche, Faessler, & Drukarev, 2001) ได้ใช้แบบจำลอง PCQM วิเคราะห์พารามิเตอร์เมซอน-นิวคลีออนซิกมาเทอม (meson – nucleon sigma-term) ซึ่งมีความสำคัญอย่างมากในการศึกษาคุณสมบัติของอนุภาคแฮดรอนในระดับพลังงานต่ำ เมซอน-นิวคลีออนซิกมาเทอมเป็นพารามิเตอร์ที่เกี่ยวข้องกับการแตกสมมาตรเชิงไครัล (chiral symmetry breaking) และใช้ในการวัดการรวมตัวของควาร์กในแบรีออน ซึ่งค่าพารามิเตอร์นี้ได้จากการทดลองการกระเจิงเมซอน – นิวคลีออน (meson – nucleon scattering) ที่ระดับพลังงานต่ำ ค่าพารามิเตอร์นิวคลีออนซิกมาเทอม σ_{NN}^{ba} ได้จากการหาค่าเฉลี่ยด้วยสถานะของนิวคลีออน $|N\rangle$ ของคอมมิวเตเตอร์เชิงซ้อน (complex commutator) ระหว่างค่าประจุเชิงแอกเซียลเวกเตอร์ Q_5^a กับฮามิลโตเนียนส่วนที่แสดงถึงการแตกสมมาตรเชิงไครัล $\mathcal{H}_{\chi SB}$

$$\sigma_{NN}^{ba} = \left\langle N \left[\left[Q_5^a, \left[Q_5^b, \mathcal{H}_{\chi SB} \right] \right] \right] N \right\rangle \quad (2.23)$$

โดยที่ฮามิลโตเนียนส่วนที่แสดงถึงการแตกสมมาตรเชิงไครัลเขียนได้เป็น

$$\mathcal{H}_{\chi SB} = \bar{q} \mathcal{M} q = m_u \bar{u} u + m_d \bar{d} d + m_s \bar{s} s \quad (2.24)$$

ค่าพารามิเตอร์นิวคลีออนซิกมาเทอม σ_{NN}^{bs} เป็น

$$\sigma_{NN}^{ba} = \left\langle N \left[\left[\frac{\lambda_2^a}{2}, \left\{ \frac{\lambda_2^b}{2}, \mathcal{M} \right\} \right] \right] N \right\rangle \quad (2.25)$$

การคำนวณค่าพารามิเตอร์ในงานวิจัยนี้จำกัดขอบเขตสมมาตรแบบไอโซสปิน $m_u = m_d = \hat{m}$

$$\begin{aligned} \sigma_{\pi N} &= \sigma_{pp}^{11} = \hat{m} \langle p | \bar{u} u + \bar{d} d | p \rangle \\ \sigma_{KN}^u &= \sigma_{pp}^{44} = \frac{\hat{m} + m_s}{2} \langle p | \bar{u} u + \bar{s} s | p \rangle \\ \sigma_{KN}^d &= \sigma_{pp}^{66} = \frac{\hat{m} + m_s}{2} \langle p | \bar{d} d + \bar{s} s | p \rangle \\ \sigma_{\eta N} &= \sigma_{pp}^{88} = \frac{1}{3} \langle p | \hat{m} (\bar{u} u + \bar{d} d) + 2m_s \bar{s} s | p \rangle \end{aligned} \quad (2.26)$$

$|p\rangle$ คือสถานะของโปรตรอน ค่าพารามิเตอร์โฟตอน - นิวคลีออนชิกมาเทอม $\sigma_{\pi N}$ มีความสอดคล้องกับสเกลาร์ฟอร์มแฟคเตอร์ของนิวคลีออน $\sigma(q^2)$ ที่การถ่ายโอนโมเมนตัมเป็นศูนย์ $\sigma_{\pi N} = \sigma(0)$ ตามทฤษฎีบทของไฟน์แมน - เฮลล์มันน์ (Feynman - Hellmann Theorem)

$$\sigma_{\pi N} = \hat{m} \frac{\partial m_N}{\partial \hat{m}} \quad (2.27)$$

ผลการคำนวณค่าพารามิเตอร์โฟตอน - นิวคลีออนชิกมาเทอม สอดคล้องเป็นอย่างดีกับงานวิจัยของกาสเซอร์และคณะ (J. Gasser, H. Leutwyler, M. E. Sainio. 1991) นอกจากนี้ผลการคำนวณยังสอดคล้องกับการคำนวณโดยใช้แบบจำลองอื่นเช่น แบบจำลองคลาวดีแบ็ค (cloudy bag model), แบบจำลอง ควาร์กโซลิตอนไครัล (soliton chiral quark model) และแบบจำลองแลตทิซควีซีดี (lattice QCD)

ลูโบวิทสกีจ (Lyubovitskij, Wang, Gutsche, & Faessler, 2002) ใช้แบบจำลอง PCQM วิเคราะห์สเตรนจ์ฟอร์มแฟคเตอร์ (strange form factors) ซึ่งเป็นปริมาณที่มีความสำคัญในการทำความเข้าใจโครงสร้างภายในของนิวคลีออน เนื่องจากสเตรนจ์ฟอร์มแฟคเตอร์มีความเกี่ยวข้องกับโมเมนต์แม่เหล็กและรัศมีสเตรนจ์ของนิวคลีออน ค่าสเตรนจ์ฟอร์มแฟคเตอร์เชิงไฟฟ้า G_E^s ค่าสเตรนจ์ฟอร์มแฟคเตอร์เชิงแม่เหล็ก G_M^s และค่าสเตรนจ์ฟอร์มแฟคเตอร์แอกเซียล G_A^s สามารถหาได้จาก

$$\begin{aligned} \chi_N^\dagger \chi_N G_E^s(Q^2) &= \left\langle \phi_0 \left| -\frac{1}{2} \int \delta(t) d^4x d^4x_1 d^4x_2 e^{-iq \cdot x} \right. \right. \\ &\quad \times T \left[\mathcal{L}_{\text{int}}(x_1) \mathcal{L}_{\text{int}}(x_2) \right] V_0^s(x) \left| \phi_0 \right\rangle_c^N \\ \chi_N^\dagger \frac{i\vec{\sigma}_N \times \vec{q}}{2m_N} \chi_N G_M^s(Q^2) &= \left\langle \phi_0 \left| -\frac{1}{2} \int \delta(t) d^4x d^4x_1 d^4x_2 e^{-iq \cdot x} \right. \right. \\ &\quad \times T \left[\mathcal{L}_{\text{int}}(x_1) \mathcal{L}_{\text{int}}(x_2) \right] \vec{V}^s(x) \left| \phi_0 \right\rangle_c^N \\ \chi_N^\dagger \sigma_N^3 \chi_N G_A^s(Q^2) &= \left\langle \phi_0 \left| -\frac{1}{2} \int \delta(t) d^4x d^4x_1 d^4x_2 e^{-iq \cdot x} \right. \right. \\ &\quad \times T \left[\mathcal{L}_{\text{int}}(x_1) \mathcal{L}_{\text{int}}(x_2) \right] A_3^s(x) \left| \phi_0 \right\rangle_c^N \end{aligned} \quad (2.28)$$

$\mathcal{L}_{int}$ ลากวางเจียนอันตรกิริยาแบบเข้มระหว่างสนามเคออนและควาร์ก

$$\mathcal{L}_{int} = -\frac{S(r)}{F} \left[K^+(x) \bar{u}(x) i\gamma^5 s(x) + K^0(x) \bar{d}(x) i\gamma^5 s(x) \right] + h.c. \quad (2.29)$$

ค่าสเตรนจ์ฟอร์มแฟคเตอร์ที่ได้จากการคำนวณสอดคล้องกับผลการทดลองที่การถ่ายโอนโมเมนตัมระดับต่ำ $Q^2 \approx 0.5 \text{ GeV}^2$

งานวิจัยของชีดเกตุ (Cheedket et al., 2004) ได้ประยุกต์ใช้แบบจำลอง PCQM เพื่อวิเคราะห์โครงสร้างภายในของแบรียออนอีกเต็ท (baryon octet) งานวิจัยนี้ได้ศึกษาฟอร์มแฟคเตอร์เชิงแม่เหล็กไฟฟ้าในกรอบอ้างอิงไบรท์ (Breit frame) ซึ่งมีความคงรูปเกจ (gauge invariance) ฟอร์มแฟคเตอร์ที่ขึ้นกับการถ่ายโอนโมเมนตัมหาได้จาก

$$\begin{aligned} \left\langle B_{s'} \left(\frac{\vec{q}}{2} \right) \left| J^0(0) \right| B_s \left(-\frac{\vec{q}}{2} \right) \right\rangle &= \chi_{B_{s'}}^\dagger \chi_{B_s} G_E^B(q^2) \\ \left\langle B_{s'} \left(\frac{\vec{q}}{2} \right) \left| \vec{J}(0) \right| B_s \left(-\frac{\vec{q}}{2} \right) \right\rangle &= \chi_{B_{s'}}^\dagger \frac{\vec{\sigma}_N \times \vec{q}}{2m_B} \chi_{B_s} G_M^B(q^2) \end{aligned} \quad (2.30)$$

ดังนั้นฟอร์มแฟคเตอร์ในแบบจำลอง PCQM เขียนได้เป็น

$$\begin{aligned} \chi_{s'}^\dagger \chi_s G_E^B(q^2) &= \left\langle \phi_0 \left| \sum_{n=0}^2 \frac{i^n}{n!} \int \delta(t) d^4x d^4x_1 \dots d^4x_n e^{-iq \cdot x} \right. \right. \\ &\quad \times T \left[\mathcal{L}_r^{int}(x_1) \dots \mathcal{L}_r^{int}(x_n) J_r^0(x) \right] \left| \phi_0 \right\rangle \\ \chi_{s'}^\dagger \frac{i\vec{\sigma}_B \times \vec{q}}{m_B + m_{B'}} \chi_{B_s} G_M^B(q^2) &= \left\langle \phi_0 \left| \sum_{n=0}^2 \frac{i^n}{n!} \int \delta(t) d^4x d^4x_1 \dots d^4x_n e^{-iq \cdot x} \right. \right. \\ &\quad \times T \left[\mathcal{L}_r^{int}(x_1) \dots \mathcal{L}_r^{int}(x_n) \vec{J}_r(x) \right] \left| \phi_0 \right\rangle \end{aligned} \quad (2.31)$$

ในงานวิจัยนี้ได้ทำการศึกษาตัวแพร่ควาร์ก (quark propagator) ที่ส่งผลต่อฟอร์มแฟคเตอร์เชิงประจุไฟฟ้าของนิวตรอน พบว่า ตัวแพร่ของควาร์กในสถานะกระตุ้นและผลจากกลุ่มหมอกเมซอนช่วยพัฒนาให้การคำนวณฟอร์มแฟคเตอร์ของนิวตรอนในช่วงของการถ่ายโอนโมเมนตัมที่ระดับต่ำ (low Q^2 region) มีความแม่นยำมากยิ่งขึ้น

งานวิจัยของพุ่มสะอาด (Pumsa-ard, Lyubovitskij, Gutsche, Faessler, & Cheedket, 2003) ใช้แบบจำลอง PCQM ในกาวิเคราะห์อิเล็กโตรแมกเนติกนิวคลีออนทรานซิชัน (electromagnetic transition of nucleon) ไปเป็นแบรียออนที่สถานะกระตุ้น โดยแบบจำลองถูกใช้

ในการคำนวณหาแอมพลิจูดทรานเวิร์สเฮลิซิตี (transverse helicity amplitudes) $A_{1/2}$ และ $A_{3/2}$ ซึ่งขึ้นอยู่กับโมเมนตัม

$$\begin{aligned}
 A_{1/2}(q^2) &= -\frac{e}{\sqrt{2\omega_\gamma}} \left\langle \Delta^+, \frac{1}{2} \right| -\frac{1}{2} \int \delta(t) d^4x d^4x_1 d^4x_2 e^{-iq \cdot x} \\
 &\quad \times T \left[\mathcal{L}_{str}^r(x_1) \mathcal{L}_{str}^r(x_2) \vec{J}_r(x) \cdot \vec{\varepsilon} \right] \left| p, \frac{1}{2} \right\rangle_c \\
 A_{3/2}(q^2) &= -\frac{e}{\sqrt{2\omega_\gamma}} \left\langle \Delta^+, \frac{3}{2} \right| -\frac{1}{2} \int \delta(t) d^4x d^4x_1 d^4x_2 e^{-iq \cdot x} \\
 &\quad \times T \left[\mathcal{L}_{str}^r(x_1) \mathcal{L}_{str}^r(x_2) \vec{J}_r(x) \cdot \vec{\varepsilon} \right] \left| p, \frac{1}{2} \right\rangle_c
 \end{aligned} \tag{2.32}$$

ค่าแอมพลิจูดมีความสัมพันธ์กับอัตราการแผ่รังสี (decay rate) สำหรับ $\Delta^+ \rightarrow p\gamma$

$$\Gamma(\Delta^+ \rightarrow p\gamma) = \frac{(P^*)^2}{2\pi} \left(\frac{M_p}{M_\Delta} \right) \left[|A_{1/2}|^2 + |A_{3/2}|^2 \right] \tag{2.33}$$

โดยที่

$$P^* = \frac{M_\Delta^2 - M_p^2}{2M_\Delta} = 258.4 \text{ MeV}. \tag{2.34}$$

นอกจากนี้ยังได้ศึกษาผลของควาร์กในสถานะกระตุ้นของแผนภาพลูปเมซอน ซึ่งช่วยให้ผลการคำนวณใกล้เคียงกับผลการทดลองมากขึ้นถึง 15%

การศึกษาคูณสมบัติเชิงแม่เหล็กไฟฟ้าถูกพัฒนามาอย่างต่อเนื่อง งานวิจัยของโกศลทอง กี่ (Khosonthongkee et al., 2004) ได้ใช้แบบจำลอง PCQM ศึกษาฟอร์มแฟคเตอร์เชิงแอกเซียลของนิวคลีออน ซึ่งเป็นพื้นฐานสำคัญในการศึกษาอันตรกิริยาแบบอ่อน ลากรางเจียนอันตรกิริยาแม่เหล็กไฟฟ้าระหว่างไพออน และควาร์กสามารถเขียนได้เป็น

$$\begin{aligned}
 \mathcal{L}_{I,em}^W(x) &= -eA_\mu^{em} \bar{\psi}^r(x) Q \gamma^\mu \psi^r(x) \\
 &\quad + \frac{e}{4F^2} A_\mu^{em} \bar{\psi}^r(x) \gamma^\mu \left[\pi^2(x) \tau_3 - \pi(x) \tau \pi^0(x) \right] \psi^r(x) \\
 &\quad - eA_\mu^{em} \varepsilon_{ijk} \left[\pi_i(x) \partial_\mu \pi_j(x) - \frac{\pi_j(x)}{2F} \bar{\psi}^r(x) \gamma^\mu \gamma^5 \tau_i \psi^r(x) \right]
 \end{aligned} \tag{2.35}$$

ค่าฟอร์มแฟคเตอร์เชิงแอกเซียล $G_A(q^2)$ ของนิวคลีออน

$$\left\langle N_{s'}\left(\frac{\vec{q}}{2}\right) \left| \int d^3x e^{iq \cdot x} A_3(x) \right| N_s\left(-\frac{\vec{q}}{2}\right) \right\rangle = \chi_{N_{s'}}^\dagger \sigma_N \frac{\tau^3 N}{2} \chi_{N_s} G_A(q^2) \quad (2.36)$$

ค่าฟอร์มแฟคเตอร์เชิงแอกเซียลที่คำนวณได้เป็น $g_A = 1.19$ นอกจากนี้การประยุกต์แบบจำลอง PCQM ยังแสดงให้เห็นว่าสถานะกระตุ้นของควาร์กในแผนภาพลูปเมซอน ส่งผลต่อการกำหนดค่าพารามิเตอร์ ρ ซึ่งเป็นส่วนสำคัญในการเขียนฟังก์ชันคลื่นของควาร์ก

ในปี 2014 หลิว (Liu, 2014) ได้คำนวณคุณสมบัติเชิงแม่เหล็กไฟฟ้าของแบรียนออกเตทโดยใช้แบบจำลอง PCQM ในงานวิจัยนี้ได้ใช้ฟังก์ชันสเตอเมียน (Sturmian functions, $S_{nl}(r)$) ในการสร้างฟังก์ชันคลื่นของควาร์กเชิงสัมพัทธภาพ จากเดิมที่ฟังก์ชันคลื่นอยู่ในรูปของเกาส์เซียน (Gaussian ansatz)

$$u_0(\vec{x}) = N_0 \exp\left(-\frac{\vec{x}^2}{2R^2}\right) \left(\begin{matrix} g(r) \\ i\vec{\sigma} \cdot \hat{x}f(r) \end{matrix} \right) \chi_s \chi_f \chi_c \quad (2.37)$$

$g(r)$ และ $f(r)$ เขียนกระจายในรูปของฟังก์ชันสเตอเมียน

$$g(r) = \sum_n A_n \frac{S_{n0}(r)}{r}, \quad f(r) = r \sum_n B_n \frac{S_{n0}(r)}{r} \quad (2.38)$$

และ

$$S_{nl}(r) = \left[\frac{n!}{(n+2l+1)!} \right]^{1/2} (2br)^{l+1} e^{-br} L_n^{2l+1}(2br) \quad (2.39)$$

L_n^{2l+1} คือ พหุนามลาแกร์ (Laguerre polynomials)

จากการคำนวณฟอร์มแฟคเตอร์เชิงไฟฟ้าและรัศมีประจุของโปรตอน โดยใช้ฟังก์ชันสเตอเมียน 5 อันดับแรก $n = 0, 1, 2, 3, 4$ พบว่าผลการคำนวณสอดคล้องกับผลการทดลองเป็นอย่างดี จึงได้ขยายผลการศึกษาไปยังแบรียนออกเตทตัวอื่น ซึ่งได้ผลการคำนวณที่สอดคล้องกับการทดลองเช่นกัน อย่างไรก็ตาม ผลการคำนวณเชิงทฤษฎีของแบรียนออกเตทที่เป็นกลางทางไฟฟ้า $(n, \Sigma^0, \Lambda, \Xi^0)$ ยังไม่สอดคล้องกับผลการทดลอง

ในปี 2020 จรัสศรีวิไล และคณะ (Jarassriwilai, Pumsa-ard, & Uttayarat, 2020) ได้คำนวณคุณสมบัติเชิงแม่เหล็กไฟฟ้าของนิวคลีออน ได้แก่ ฟอร์มแฟคเตอร์แม่เหล็กไฟฟ้า

รัศมีประจุ รัศมีแม่เหล็ก และโมเมนต์แม่เหล็ก โดยใช้แบบจำลอง PCQM ซึ่งในงานวิจัยนี้ได้เพิ่มเติมควาร์กในระดับพลังงานสถานะกระตุ้นจำนวนสี่ระดับเข้าไปในตัวแม่ควาร์กร่วมกับควาร์กซึ่งอยู่ในสถานะพื้น จากผลการวิจัยพบว่า การเพิ่มควาร์กในสถานะกระตุ้นเข้าไปในตัวแม่ควาร์กนั้นมีความสำคัญเป็นอย่างยิ่ง โดยเฉพาะอย่างยิ่งในกรณีของฟอร์มแฟคเตอร์แม่เหล็กไฟฟ้าของนิวตรอน เนื่องจากช่วยให้ผลที่ได้จากการคำนวณนั้นมีค่าที่สอดคล้องกับการทดลองที่ดียิ่งขึ้น อันเป็นผลมาจากการที่ค่าของฟอร์มแฟคเตอร์ที่เกี่ยวข้องและมาจากกลุ่มหมอกเมซอนนั้นมีค่าที่เพิ่มมากขึ้นนั่นเอง

ในปี 2021 อาแทค และคณะ (Atac, Constantinou, Meziani, Paolone, & Sparveris, 2021) ได้ทำการศึกษาถึงการวิเคราะห์เพื่อหาค่าของรัศมีประจุของนิวตรอน รวมถึงบทบาทของควาร์กองค์ประกอบในนิวตรอนที่มีต่อรัศมีประจุของนิวตรอน โดยในงานวิจัยนี้ได้อาศัยพื้นฐานจากการพิจารณาข้อมูลของการเปลี่ยนแปลงสถานะจากนิวตรอนไปเป็นอนุภาคเรโซแนนซ์ Δ^0 และความจริงที่ว่าสมมาตรกลุ่มของเฟอร์มิออนและสปิน SU(6) นั้นสามารถเชื่อมโยงดังกล่าวกับฟอร์มแฟคเตอร์แม่เหล็กไฟฟ้าของนิวตรอนได้ เมื่อนำผลการคำนวณจากแบบจำลองควาร์ก และจากเทคนิคการคำนวณแบบลาร์จ N_c (large N_c) มาพิจารณาร่วมกัน รวมทั้งนำเอาข้อมูลจากผลการทดลองและจากการคำนวณโดยเทคนิคแลตทิซคิวซีดี ทำให้สามารถได้มาซึ่งรัศมีไฟฟ้าของนิวตรอนและความหนาแน่นประจุของนิวตรอนได้ และสามารถนำข้อมูลที่ได้นี้ขยายไปสู่การคำนวณความหนาแน่นประจุของโปรตอนได้อีกด้วย โดยรัศมีไฟฟ้าของนิวตรอนที่ได้จากงานวิจัยนี้สอดคล้องกับค่าที่ได้จากการทดลอง

บทที่ 3

วิธีการดำเนินงานวิจัย

ในงานวิจัยนี้แบบจำลอง PCQM จะถูกนำมาใช้ในการคำนวณสมบัติต่าง ๆ ที่เกี่ยวข้องกับนิวคลีออน โดยในการคำนวณผ่านทางการใช้แบบจำลอง PCQM นั้นจะมีองค์ประกอบ รวมถึงสิ่งต่าง ๆ ที่ต้องพิจารณา ดังนี้

3.1 ลากรางเขียนยังผล

ในแบบจำลอง PCQM นั้นนิวคลีออนจะประกอบขึ้นมาจาเลนซ์ควาร์กเชิงสัมพัทธภาพจำนวนสามตัว โดยโปรตอนจะมีองค์ประกอบของควาร์กเป็น uud และนิวตรอนจะมีองค์ประกอบของควาร์กเป็น ddu โดยเราจะมองว่าควาร์กแต่ละตัวจะเคลื่อนที่อยู๋ภายในสนามเฉลี่ย (mean field) ซึ่งเกิดขึ้นมาจากอันตรกิริยาระหว่างควาร์กทั้งสามตัวและควาร์กทั้งสามตัวนี้จะรวมกลุ่มกันภายในบริเวณหนึ่งเป็นแก่นควาร์กจำนวนสามตัว (3q-core) โดยรอบ ๆ แก่นควาร์กนี้จะมีกลุ่มหมอกเมซอน π, K, η ซึ่งก็คือโกลด์สโตนโบซอนอันเกิดจากการแตกสมมาตรเชิงไครัลแบบทันทีทันใดของระบบ โดยจะทำการพิจารณาให้อันตรกิริยาระหว่างกลุ่มหมอกเมซอนและ ควาร์กนั้นเป็นการรบกวนน้อย ๆ ลากรางเขียนยังผลของแบบจำลองจะสามารถเขียนได้เป็น

$$\mathcal{L}_{eff} = \mathcal{L}_0 + \mathcal{L}_{int}^{str} + \mathcal{L}_{\chi SB} \quad (3.1)$$

$\mathcal{L}_0$ คือ ลากรางเขียนของสนามควาร์กที่ไม่ขึ้นกับมวล $\psi(x)$ เคลื่อนที่ภายใต้ศักย์สถิตที่สอดคล้องกับหลักการคอนไฟน์เมนต์และมีรูปแบบทั่วไปเป็น $V_{eff} = S(r) + \gamma^0 V(r)$ และสนามของเมซอนที่ไม่ขึ้นกับมวล $\phi_i(x)$ โดยที่

$$\mathcal{L}_0 = \bar{\psi}(x) \left[i\gamma^\mu \partial_\mu - \gamma^0 V(r) - S(r) \right] \psi(x) + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^8 \left[\partial_\mu \phi_i(x) \right]^2 \quad (3.2)$$

ในขณะที่ $\mathcal{L}_{int}^{str}$ คือลากรางเขียนของอันตรกิริยาแบบเข้มระหว่างสนามควาร์กและเมซอนแบบเชิงเส้น

$$\mathcal{L}_{int}^{str} = -\bar{\psi}(x) S(r) i\gamma^5 \frac{\hat{\phi}(x)}{F} \psi(x) \quad (3.3)$$

โดยที่ $F = 88 \text{ MeV}$. คือ ค่าคงตัวการสลายตัวของไพออนในขอบเขตไครล์ (chiral limit) และ $\hat{\phi}(x)$ คือ เมทริกซ์ฮูโด-สเกลาร์เมซอน (pseudoscalar meson) ซึ่งเขียนได้เป็น

$$\frac{\hat{\phi}}{\sqrt{2}} = \sum_{i=1}^8 \frac{\phi_i \lambda_i}{2} \begin{pmatrix} \frac{\pi^0}{\sqrt{2}} + \frac{\eta}{\sqrt{6}} & \pi^+ & K^+ \\ \pi^- & -\frac{\pi^0}{\sqrt{2}} + \frac{\eta}{\sqrt{6}} & K^0 \\ K^- & K^0 & \frac{-2\eta}{\sqrt{6}} \end{pmatrix} \quad (3.4)$$

และ $\mathcal{L}_{\chi SB}$ คือลากรางเจียนการแตกของสมมาตรเชิงไครล์แบบชัดแจ้ง (explicit chiral symmetry breaking)

$$\mathcal{L}_{\chi SB} = -\bar{\psi}(x)\mathcal{M}\psi(x) - \frac{B}{2} \text{Tr}[\hat{\phi}^2(x)\mathcal{M}] \quad (3.5)$$

ซึ่งการแตกของสมมาตรเกิดขึ้นจากการมีอยู่ของมวลของควาร์ก $\mathcal{M}$ ซึ่งสำหรับควาร์กเบา (light quark) อันประกอบด้วย u, d และ s ควาร์กนั้น $\mathcal{M}$ จะเป็นเมทริกซ์ไดแอกโกนอลที่เกิดขึ้นจากมวลของควาร์ก $\mathcal{M} = \text{diag}[\hat{m} \quad \hat{m} \quad m_s]$ โดยจะกำหนดให้ระบบมีสมมาตรแบบไอโซสปิน $\hat{m} \equiv m_u = m_d$ ซึ่งในแบบจำลองนี้จะกำหนดค่าเริ่มต้นของมวลของ u และ d ควาร์กให้ มีค่าเป็น $\hat{m} = 7 \text{ MeV}$. และมวลของ s ควาร์กจะมีค่าเป็น $m_s = 25\hat{m}$ และค่าความหนาแน่นพลังงานจะถูกกำหนดให้มีค่าเป็น $B = 1.4 \text{ GeV}$. ซึ่งเป็นปริมาณที่เกี่ยวข้องกับความหนาแน่นของควาร์ก และมวลของเมซอนจะเขียนได้ในเทอมของมวลของควาร์กโดยมีความสัมพันธ์เป็นแบบ

$$M_\pi^2 = 2\hat{m}B, \quad M_K^2 = (\hat{m} + m_s), \quad M_\eta^2 = \frac{2}{3}(\hat{m} + 2m_s)B \quad (3.6)$$

3.2 การหารูปแบบของศักย์ยังผล V_{eff} และ ฟังก์ชันคลื่นของควาร์กที่สถานะกระตุ้นใด ๆ

ในแบบจำลอง PCQM นั้นเพื่อให้สะดวกต่อการพิจารณา ฟังก์ชันคลื่นของควาร์กที่สถานะพื้นจะถูกสมมติให้มีลักษณะเป็นผลเฉลยแบบเกาส์เซียน (Gaussian ansatz) โดยมีรูปแบบเป็น

$$u_0(\vec{x}) = N_0 \exp\left(-\frac{\vec{x}^2}{2R^2}\right) \begin{pmatrix} 1 \\ i\rho \frac{\vec{\sigma} \cdot \vec{x}}{R} \end{pmatrix} \chi_s \chi_f \chi_c \quad (3.7)$$

ภายใต้เงื่อนไขของการนอลมวลไรเซชันที่เป็นแบบ

$$\int d^3x u_0^\dagger(\vec{x}) u_0(x) = 1 \quad (3.8)$$

ซึ่งจะทำให้ได้ว่าค่าคงตัวนอลมวลไรเซชัน N_0 ขึ้นอยู่กับพารามิเตอร์อิสระจำนวนสองตัวของแบบจำลอง ได้แก่ R และ ρ โดยจะเขียนได้เป็น

$$N_0 = \left[\pi^{\frac{3}{2}} R^3 \left(1 + \frac{3\rho^2}{2} \right) \right]^{-\frac{1}{2}} \quad (3.9)$$

ฟังก์ชันคลื่นของควาร์กจึงต้องสอดคล้องกับผลเฉลยของสมการดิแรคภายใต้ศักย์สถิต

$$\left[-i\vec{\alpha} \cdot \vec{\nabla} + \beta S(r) + V(r) - \varepsilon_0 \right] u_0(\vec{x}) = 0 \quad (3.10)$$

สนามของควาร์กในสถานะพื้นแบบที่ขึ้นกับเวลาจึงเขียนได้เป็น

$$\psi_0(\vec{x}, t) = u_0(\vec{x}) e^{-i\varepsilon_0 t} \quad (3.11)$$

เมื่อ ε_0 คือ พลังงานของควาร์กในสถานะพื้น

รูปแบบของ $u_0(\vec{x})$ นั้นจะเป็นตัวที่กำหนดรูปแบบของศักย์ยังผล V_{eff} ของแบบจำลอง โดยเราคาดหวังว่าการที่ฟังก์ชันคลื่นในสถานะพื้นนั้นเป็นแบบแกสส์เซียน ศักย์ $S(r)$ และ $V(r)$ ของ V_{eff} ที่เกี่ยวข้องนั้นจึงควรที่จะมีรูปแบบที่เป็นฮาร์มอนิกฮิลเลตเตอร์ ซึ่งจากรูปแบบของ $u_0(\vec{x})$ และสมการดิแรคจะทำให้ได้ว่ารูปแบบของศักย์เหล่านี้คือ

$$S(r) = \frac{1 - 3\rho^2}{2\rho R} + \frac{\rho}{2R^3} r^2 = M_1 + c_1 r^2 \quad (3.12)$$

$$V(r) = \varepsilon_0 - \frac{1 + 3\rho^2}{2\rho R} + \frac{\rho}{2R^3} r^2 = M_2 + c_2 r^2 \quad (3.13)$$

ซึ่งจากรูปแบบเฉพาะของศักย์ข้างต้น ฟังก์ชันคลื่น $u_\alpha(\vec{x})$ ที่สถานะกระตุ้น α ใด ๆ ของควาร์กจะเป็นผลเฉลยของสมการดิแรค

$$\left[-i\vec{\alpha} \cdot \vec{\nabla} + \beta S(r) + V(r) - \varepsilon_\alpha \right] u_\alpha(\vec{x}) = 0 \quad (3.14)$$

โดยที่ ε_α คือ พลังงานของควาร์กในสถานะกระตุ้น α ซึ่งจะมีรูปแบบทั่วไปเป็น

$$u_\alpha(\vec{x}) = N_\alpha \exp\left(-\frac{\vec{x}^2}{2R_\alpha^2}\right) \begin{pmatrix} g_\alpha(r) \\ i\vec{\sigma} \cdot \hat{x} f_\alpha(r) \end{pmatrix} \mathcal{Y}_\alpha(\hat{x}) \chi_f \chi_c \quad (3.15)$$

ซึ่งฟังก์ชัน $g_\alpha(r)$ และ $f_\alpha(r)$ นั้นจะเขียนได้ในเทอมของฟังก์ชันลาแกร์ L_n^m

$$g_\alpha(r) = \left(\frac{r}{R_\alpha}\right) L_{n-1}^{l+\frac{1}{2}}\left(\frac{r^2}{R_\alpha^2}\right) e^{-\frac{r^2}{2R_\alpha^2}} \quad (3.16)$$

ส่วน $f_\alpha(r)$ ในกรณีที่โมเมนตัมเชิงมุมรวม j และโมเมนตัมเชิงมุม l มีความสัมพันธ์เป็น $j = l + \frac{1}{2}$ จะได้ว่า

$$f_\alpha(r) = \rho_\alpha \left(\frac{r}{R_\alpha}\right)^{l+1} \left[L_{n-1}^{l+3/2}\left(\frac{r^2}{R_\alpha^2}\right) + L_{n-2}^{l+3/2}\left(\frac{r^2}{R_\alpha^2}\right) \right] e^{-\frac{r^2}{2R_\alpha^2}} \quad (3.17)$$

ในขณะที่ $j = l - \frac{1}{2}$ นั้นรูปแบบของ $f_\alpha(r)$ จะเขียนได้เป็น

$$f_\alpha(r) = \rho_\alpha \left(\frac{r}{R_\alpha}\right)^{l-1} \left[\left(n + l - \frac{1}{2}\right) L_{n-1}^{l-1/2}\left(\frac{r^2}{R_\alpha^2}\right) + n L_{n-2}^{l-1/2}\left(\frac{r^2}{R_\alpha^2}\right) \right] e^{-\frac{r^2}{2R_\alpha^2}} \quad (3.18)$$

โดยที่ n คือเลขควอนตัมหลัก $n = 1, 2, \dots$ และ l คือโมเมนตัมเชิงมุม และจากการนอลมัลโรเซชันภายใต้เงื่อนไขที่ว่า $\int d^3x u_0^\dagger(\vec{x}) u_0(\vec{x}) = 1$ จะทำให้ได้ว่าค่าคงตัวนอลมัลโรเซชันที่สถานะกระตุ้น α ใด ๆ มีค่าเป็น

$$N_\alpha = \left[2^{-2\left(n+l+\frac{1}{2}\right)} \pi^{1/2} R_\alpha^3 \frac{(2n+2l)!}{(n+l)!(n-1)!} \left\{ 1 + \rho_\alpha^2 \left(2n + l - \frac{1}{2}\right) \right\} \right]^{-1/2} \quad (3.19)$$

เมื่อพารามิเตอร์ ρ_α และ R_α จะมีความสัมพันธ์ที่เชื่อมโยงกับพารามิเตอร์อิสระ ρ และ R ของแบบจำลองเป็นแบบ

$$\rho_\alpha = \rho \left(\frac{R_\alpha}{R}\right)^3 \quad (3.20)$$

$$R_\alpha = \frac{R}{(1 + \Delta\varepsilon_\alpha \rho R)^4} \quad (3.21)$$

สนามควาร์ก $\psi_\alpha(\vec{x}, t)$ และ $\bar{\psi}_\alpha(\vec{x}, t)$ ในแบบที่ขึ้นกับเวลาของควาร์กในสถานะกระตุ้น α จะมีรูปแบบเป็น

$$\psi_\alpha(\vec{x}, t) = u_\alpha(\vec{x}) e^{-i\varepsilon_\alpha t}, \quad \bar{\psi}_\alpha(\vec{x}, t) = \bar{u}_\alpha(\vec{x}) e^{i\varepsilon_\alpha t} \quad (3.22)$$

และผลต่างของระดับพลังงานของควาร์กในสถานะกระตุ้น α ใด ๆ เมื่อเทียบกับพลังงานในสถานะพื้น $\Delta\varepsilon_\alpha = \varepsilon_\alpha - \varepsilon_0$ นั้นจะเชื่อมโยงกับพารามิเตอร์อิสระ ρ, R ผ่านทางสมการที่ว่า

$$\left(\Delta\varepsilon_\alpha + \frac{3\rho}{R} \right)^2 \left(\Delta\varepsilon_\alpha + \frac{1}{\rho R} \right) = \frac{\rho}{R^3} (4n + 2l - 1)^2 \quad (3.23)$$

3.3 ตัวแผ่ของควาร์กและเมซอน

ในงานวิจัยนี้ การคำนวณที่เกี่ยวข้องจะใช้ตัวแผ่ของเมซอนอิสระที่มีรูปแบบตามทฤษฎีสนามควอนตัม นั่นคือ

$$\begin{aligned} i\Delta_{ij}(x-y) &= \langle 0 | T \{ \phi_i(x) \phi_j(y) \} | 0 \rangle \\ &= \delta_{ij} \int \frac{d^4 k}{i(2\pi)^4} \frac{e^{-ik \cdot (x-y)}}{M_\phi^2 - k^2 - i\varepsilon} \end{aligned} \quad (3.24)$$

เมื่อ M_ϕ คือ มวลของเมซอนในกลุ่มหมอกเมซอน

สำหรับตัวแผ่ของควาร์กนั้นจะเป็นตัวแผ่สำหรับอนุภาคที่ถูกกักเอาไว้ ซึ่งหากพิจารณาเฉพาะควาร์กในสถานะพื้นจะมีรูปแบบเป็น

$$iG_\psi(x, y) = u_0(\vec{x}) \bar{u}_0(\vec{y}) e^{-i\varepsilon_0(x-y)} \theta(x_0 - y_0) \quad (3.25)$$

และเมื่อพิจารณาตัวแผ่ของควาร์กในสถานะกระตุ้น α เข้าไปด้วย จะทำให้ได้ว่า

$$iG_\psi(x, y) = (x_0 - y_0) \sum_\alpha u_\alpha(\vec{x}) \bar{u}_\alpha(\vec{y}) e^{-i\varepsilon_\alpha(x-y)} \theta(x_0 - y_0) \quad (3.26)$$

3.4 การคำนวณฟอร์มแฟคเตอร์แม่เหล็กไฟฟ้าของนิวคลีออน

ในแบบจำลอง PCQM นั้นฟอร์มแฟคเตอร์แบบซัคส์ (Sachs form factors) เชิงแม่เหล็กไฟฟ้าของนิวคลีออน ซึ่งมีอยู่ด้วยกันสองฟอร์มแฟคเตอร์ ได้แก่ ฟอร์มแฟคเตอร์เชิงประจุไฟฟ้า G_E^N และฟอร์มแฟคเตอร์เชิงแม่เหล็ก G_M^N นั้นจะจำกัดไว้ที่การรบกวนอันดับที่ 2 ($n = 2$) ซึ่งเราจะใช้ความสัมพันธ์ที่ว่า

$$\chi_s^\dagger \chi_s G_E^N(Q^2) = \langle \phi_0 | \sum_{n=0}^2 \frac{i^n}{n!} \int \delta(t) d^4x d^4x_1 \dots d^4x_n e^{-iq \cdot x} \times T[\mathcal{L}_r^{int}(x_1) \dots \mathcal{L}_r^{int}(x_n) J_r^0(x)] | \phi_0 \rangle \quad (3.27)$$

และ

$$\chi_s^\dagger \frac{i\vec{\sigma}_N \times \vec{q}}{2m_N} \chi_s G_M^N(Q^2) = \langle \phi_0 | \sum_{n=0}^2 \frac{i^n}{n!} \int \delta(t) d^4x d^4x_1 \dots d^4x_n e^{-iq \cdot x} \times T[\mathcal{L}_r^{int}(x_1) \dots \mathcal{L}_r^{int}(x_n) \vec{J}_r(x)] | \phi_0 \rangle \quad (3.28)$$

ในที่นี้ χ_s และ $\chi_s^\dagger$ คือ ฟังก์ชันคลื่นเชิงสปินของควาร์กในสถานะเริ่มต้นและสถานะสุดท้ายตามลำดับของเวลา ในขณะที่ $\vec{q}$ คือ โมเมนตัมแลกเปลี่ยนที่เกิดขึ้นของโฟตอน โดยมี Q^2 เป็นโมเมนตัมแลกเปลี่ยนยกกำลังสองในสี่มิติที่สอดคล้องกัน ส่วน $\vec{\sigma}_N$ คือ เมทริกซ์เพาลีซึ่งพิจารณาสำหรับการคำนวณที่เกี่ยวข้องกับในระดับของนิวคลีออน และ $\mathcal{L}_r^{str}$ เป็นลากรางเจียนที่บรรยายถึงอันตรกิริยาระหว่างควาร์กและกลุ่มหมอกเมซอนในรูปแบบที่ผ่านการทำรีนอร์มัลไลซ์แล้ว ฟอร์มแฟคเตอร์เชิงแม่เหล็กที่ได้จากการคำนวณนี้จะทำให้ได้มาซึ่งปริมาณต่าง ๆ ได้แก่ รัศมีประจุและรัศมีแม่เหล็กของนิวคลีออน โมเมนต์แม่เหล็กของนิวคลีออน นอกจากนี้ยังสามารถนำไปคำนวณเพื่อหาความหนาแน่นประจุและความหนาแน่นแม่เหล็กของนิวคลีออนได้อีกด้วย

3.5 การกำหนดพารามิเตอร์อิสระของแบบจำลอง

จากการที่พารามิเตอร์ ρ_α และ R_α ที่ปรากฏขึ้นในสถานะกระตุ้น α ของควาร์กนั้นสามารถเขียนได้ในเทอมของพารามิเตอร์อิสระ ρ และ R ของแบบจำลอง ดังนั้นการเพิ่มเติมควาร์กในสถานะกระตุ้นเข้าไปในตัวแปรจึงไม่ได้เพิ่มพารามิเตอร์อิสระของตัวแปรแต่อย่างใด

การกำหนดค่าของพารามิเตอร์ ρ และ R ของแบบจำลองนั้นสามารถทำได้หลายวิธี ในการพิจารณาที่ผ่านมาก่อนหน้านี้ของแบบจำลอง PCQM ในช่วงแรก ๆ พารามิเตอร์อิสระ ρ

จะหาได้จากการคำนวณค่าคงตัวแอคเซียลคัปปลิง (axial coupling constant, g_A) ซึ่งในแบบจำลอง PCQM ที่จำกัดเฉพาะตัวแควาร์กในสถานะพื้นและใช้เฉพาะแผนภาพไฟน์แมนที่ไม่มีกลุ่มหมอกเมซอนเข้ามาเกี่ยวข้อง จะได้ผลลัพธ์เป็น

$$g_A = \frac{5}{3} \left(1 - \frac{3\rho^2}{1 + \frac{3}{2}\rho^2} \right) \quad (3.29)$$

โดยการกำหนดค่าของ g_A ให้มีค่าประมาณของ $g_A = 1.25$ ซึ่งเป็นค่าคงตัวคัปปลิงที่ได้จากการคำนวณของทฤษฎีการรบกวนไครล์ ดังนั้นค่าพารามิเตอร์ ρ จะมีค่าเป็น $\rho = \sqrt{2/13} \approx 0.39$ ส่วนค่าของพารามิเตอร์ R เกี่ยวข้องกับรัศมีประจุโปรตรอนในลีดดิงออเดอร์ (LO)

$$\langle r_E^2 \rangle_{LO} = \frac{3R^2}{2} \left(\frac{1 + \frac{5}{2}\rho^2}{1 + \frac{3}{2}\rho^2} \right) \quad (3.30)$$

เมื่อใช้ค่า $\rho \approx 0.39$ ที่ได้จากข้างต้น รวมทั้งพิจารณาให้ค่าของ $\langle r_E^2 \rangle_{LO}$ มีค่าอยู่ระหว่าง $0.5 - 0.7 \text{ fm}^2$ เพื่อให้ครอบคลุมขอบเขตโดยประมาณของผลการทดลอง ค่าพารามิเตอร์ R นั้นจะต้องมีค่าที่อยู่ระหว่าง $0.55 - 0.65 \text{ fm}^2$ โดยการที่ค่าพารามิเตอร์ นั้นมีค่าอยู่ในช่วงที่กำหนดจะทำให้ปริมาณต่าง ๆ ที่คำนวณได้ในทางฟิสิกส์นั้นมีค่าเป็นช่วงด้วยเช่นกัน ซึ่งมองได้ว่าเป็นการระบุถึงขอบเขตบนและขอบเขตล่างของปริมาณทางฟิสิกส์ที่คำนวณได้ในแบบจำลองนี้

ในงานวิจัยของจรัสศรีวิไล และคณะ (Jarussriwilai. 2020) ได้ทดสอบการกำหนดค่าของพารามิเตอร์อิสระของแบบจำลองด้วยวิธีใหม่ โดยการใช้การหาค่าของพารามิเตอร์ที่ทำให้ได้ค่าของโมเมนต์แม่เหล็กของนิวคลีออนที่ดีที่สุดเมื่อเทียบกับผลการทดลอง อย่างไรก็ตามในเทคนิควิธีการนี้ ค่าของพารามิเตอร์จะขึ้นอยู่กับจำนวนของควาร์กในสถานะกระตุ้นที่เพิ่มเข้าไปในตัวแผ่น ดังนั้นจึงต้องมีการทดสอบเพิ่มเติมต่อไปเพื่อตรวจสอบว่าพารามิเตอร์ที่ได้ในกรณีเช่นนี้ เมื่อนำไปใช้กับปริมาณฟิสิกส์ตัวอื่น ๆ จะให้ผลการคำนวณเป็นเช่นใด หรือควรทำการหาเทคนิคใหม่ ๆ ในการกำหนดค่าของพารามิเตอร์

3.6 การคำนวณความหนาแน่นเชิงประจุไฟฟ้าและเชิงแม่เหล็กของนิวคลีออน

การหาค่าความหนาแน่นเชิงประจุไฟฟ้าและเชิงแม่เหล็กโดยใช้ฟอร์มแฟคเตอร์เชิงแม่เหล็กไฟฟ้าแบบซัคส์ ตามงานวิจัยของเคลลี (Kelly, 2002) ค่าความหนาแน่นที่แปรผันในแนวรัศมีจากกรอบอ้างอิงที่หยุดนิ่ง (rest frame) เป็นไปตามความสัมพันธ์

$$\rho_{E,M}^N(r) = \frac{2}{\pi} \int_0^\infty dk k^2 j_0(kr) \tilde{\rho}_{E,M}^N(k) \quad (3.31)$$

จากสมการข้างต้น $j_0(kr) = \sin(kr) / kr$ และ k คือตัวแปรที่เกี่ยวข้องกับการถ่ายโอนโมเมนตัม $k^2 = Q^2(1 + \tau_N)$ โดยที่

$$\tilde{\rho}_E^N = G_E^N(Q^2)(1 - \tau_N)^{\lambda_E}, \quad \tilde{\rho}_M^N = \frac{G_M^N(Q^2)}{\mu_N}(1 - \tau_N)^{\lambda_M} \quad (3.32)$$

จากสมการที่ (3.32) ค่าคงที่ $\lambda_{E,M} = 0, 1, 2$ ซึ่งเกี่ยวข้องกับการชดเชยผลจากสัมพัทธภาพรายละเอียดตามงานวิจัย (Kelly, 2002)

นอกจากนี้มิลเลอร์และคณะ (Miller, 2007) การศึกษาความหนาแน่นเชิงประจุไฟฟ้าของนิวคลีออนในกรอบอ้างอิงอินฟินิตโมเมนตัม (infinite momentum frame) ซึ่งศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างความหนาแน่นเชิงประจุไฟฟ้ากับระยะทางตามแนวขวาง (transverse distance) เป็นไปตามสมการ

$$\rho(b) = \frac{1}{2\pi} \int_0^\infty dQ Q j_0(Qb) \frac{G_E^N(Q^2) + \tau G_M^N(Q^2)}{1 + \tau} \quad (3.33)$$

โดยที่ b คือระยะทางตามแนวขวางที่วัดจากศูนย์กลางของนิวคลีออน $j_0(Qb) = \sin(Qb) / Qb$

บทที่ 4

ผลการวิจัย

4.1 ผลการคำนวณเชิงวิเคราะห์

4.1.1 ฟังก์ชันคลื่นของควาร์ก

ในการคำนวณฟอร์มแฟคเตอร์แม่เหล็กไฟฟ้าของนิวคลีออนเกี่ยวข้องกับการคำนวณตัวแผ่ของควาร์กที่สถานะต่าง ๆ ในแบบจำลอง PCQM นั้นควาร์กแต่ละตัวจะถูกกักไว้ด้วยศักย์แบบฮาร์มอนิกออสซิลเลเตอร์ โดยมีรูปแบบของศักย์ยังผลเป็นไปตามสมการ (3.12) และ (3.13) ซึ่งจากรูปแบบของศักย์ยังผลข้างต้นทำให้เราสามารถทำการคำนวณหารูปแบบของผลเฉลยของฟังก์ชันคลื่นของควาร์กได้ โดยที่ผลเฉลยฟังก์ชันคลื่นของควาร์ก $u_\alpha(\vec{x})$ ที่สถานะพื้น ($\alpha = 0$) สถานะกระตุ้นที่หนึ่ง ($\alpha = 1, 2$) และสถานะกระตุ้นที่สอง ($\alpha = 3, 4, 5$) เป็นผลเฉลยของสมการดิแรคตามสมการ (3.14) ซึ่งอยู่ในรูปของฟังก์ชันลาแกร์ $g_\alpha(r)$ และ $f_\alpha(r)$ โดยมีรูปแบบที่สรุปได้ดังตารางที่ 1

ตาราง 1 ส่วนประกอบฟังก์ชันคลื่นของควาร์ก

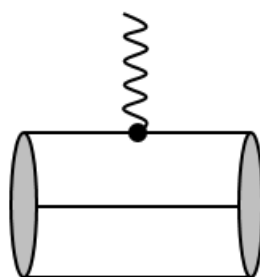
α	สัญลักษณ์	$g_\alpha(r)$	$f_\alpha(r)$
0	$1s_{1/2}$	$g_0(r) = e^{-\frac{r^2}{2R^2}}$	$f_0(r) = \frac{\rho r}{R} e^{-\frac{r^2}{2R^2}}$
1	$1p_{1/2}$	$g_1(r) = \frac{r}{R_1} e^{-\frac{r^2}{2R_1^2}}$	$f_1(r) = -\rho_1 \left(3 - \left(\frac{r}{R_1} \right)^2 \right) e^{-\frac{r^2}{2R_1^2}}$
2	$1p_{3/2}$	$g_2(r) = \frac{r}{R_2} e^{-\frac{r^2}{2R_2^2}}$	$f_2(r) = \rho_2 \left(\frac{r}{R_2} \right)^2 e^{-\frac{r^2}{2R_2^2}}$
3	$1d_{3/2}$	$g_3(r) = \left(\frac{r}{R_3} \right)^2 e^{-\frac{r^2}{2R_3^2}}$	$f_3(r) = \frac{-\rho_3 r}{R_3} \left(5 - \left(\frac{r}{R_3} \right)^2 \right) e^{-\frac{r^2}{2R_3^2}}$
4	$1d_{5/2}$	$g_4(r) = \left(\frac{r}{R_4} \right)^2 e^{-\frac{r^2}{2R_4^2}}$	$f_4(r) = \rho_4 \left(\frac{r}{R_4} \right)^3 e^{-\frac{r^2}{2R_4^2}}$

α	สัญลักษณ์	$g_\alpha(r)$	$f_\alpha(r)$
5	$2s_{1/2}$	$g_5(r) = \left(\frac{3}{2} - \left(\frac{r}{R_5} \right)^2 \right) e^{-\frac{r^2}{2R_5^2}}$	$f_5(r) = \frac{\rho_5 r}{R_5} \left(\frac{7}{2} - \left(\frac{r}{R_5} \right)^2 \right) e^{-\frac{r^2}{2R_5^2}}$

โดยที่ ρ_α และ R_α เป็นพารามิเตอร์อิสระสำหรับควาร์กที่อยู่ในสถานะ α ใด ๆ อย่างไรก็ตาม ρ_α และ R_α นั้นจะมีความสัมพันธ์ที่เชื่อมโยงกับพารามิเตอร์อิสระ ρ และ R ของควาร์กในสถานะพื้น โดยมีความสัมพันธ์ดังแสดงไว้ในสมการ (3.20) และ (3.21) ดังนั้นการคำนวณฟอร์มแฟคเตอร์ของนิวคลีออนจึงยังคงมี ρ และ R เป็นพารามิเตอร์อิสระของแบบจำลองโดยการเพิ่มขึ้นของตัวแปรของควาร์กในสถานะกระตุ้นนั้นไม่ได้ทำให้มีพารามิเตอร์อิสระของแบบจำลองเพิ่มเติมขึ้นมาแต่อย่างใด

ฟังก์ชันคลื่นของควาร์กในสถานะ α ใด ๆ นั้นจะถูกนำไปใช้เพื่อคำนวณฟอร์มแฟคเตอร์แม่เหล็กไฟฟ้าของนิวคลีออนในแผนภาพที่สามารถมีตัวแปรในสถานะกระตุ้นของควาร์กได้ โดยผลการคำนวณรูปแบบของฟอร์มแฟคเตอร์แม่เหล็กไฟฟ้าของนิวคลีออนสำหรับแต่ละแผนภาพนั้นจะแสดงให้เห็นในรายละเอียดต่อไปนี้

4.1.2 แผนภาพทรีควาร์ก (three-quark core diagram)



ภาพประกอบ 1 แผนภาพทรีควาร์ก

แผนภาพทรีควาร์กแสดงถึงอันตรกิริยาระหว่างควาร์กภายในนิวคลีออนและโฟตอนโดยตรง โดยมีแผนภาพแสดงได้ดังภาพประกอบ 1 ซึ่งเมื่อพิจารณาจากแผนภาพ แม้ว่าจะไม่เห็นว่ามียุคหมอกเมซอนเข้ามาเกี่ยวข้อง อย่างไรก็ตามเนื่องจากการคำนวณของเราในที่นี้ได้ทำการจำกัดอันดับสูงสุดของการคำนวณไว้ที่อันดับที่สอง ซึ่งในแบบจำลอง PCQM นั้นเทียบเท่ากับ

การมีอยู่ของอันตรกิริยาระหว่างควาร์กและกลุ่มหมอกเมซอนจำนวนสองเวอร์เทกในแต่ละแผนภาพ ดังนั้นฟอร์มแฟคเตอร์แม่เหล็กไฟฟ้าของแผนภาพทรีควาร์กจึงถูกแยกออกเป็นสองส่วน ได้แก่ พจน์อันดับหลัก (LO, leading-order) ของฟอร์มแฟคเตอร์ทรีควาร์กซึ่งไม่รวมผลจากการถูกรบกวนด้วยกลุ่มหมอกเมซอน และพจน์อันดับรอง (NLO, next-to leading order) ซึ่งจะรวมผลจากการที่กลุ่มหมอกเมซอนนั้นไปทำการเปลี่ยนแปลงค่าของมวลของควาร์ก เราจึงสามารถเขียนฟอร์มแฟคเตอร์แม่เหล็กไฟฟ้าในแผนภาพทรีควาร์กได้เป็น

$$G_{E,M}^N(Q^2) = G_{E,M}^N(Q^2)\Big|_{3q}^{LO} + G_{E,M}^N(Q^2)\Big|_{3q}^{NLO} \quad (4.1)$$

โดยสำหรับโปรตอนจะมีรูปแบบของฟอร์มแฟคเตอร์แม่เหล็กไฟฟ้าของแต่ละพจน์เป็นแบบ

$$G_E^p(Q^2)\Big|_{3q}^{LO} = \exp\left(-\frac{Q^2 R^2}{4}\right) \left(1 - \frac{Q^2 R^2 \rho^2}{4\left(1 + \frac{3}{2}\rho^2\right)}\right) \quad (4.2)$$

$$G_E^p(Q^2)\Big|_{3q}^{NLO} = \exp\left(-\frac{Q^2 R^2}{4}\right) \hat{m}^r \frac{Q^2 R^3 \rho}{4\left(1 + \frac{3}{2}\rho^2\right)^2} \cdot \left(\frac{1 + 7\rho^2 + \frac{15}{4}\rho^4}{1 + \frac{3}{2}\rho^2} - \frac{Q^2 R^2 \rho^2}{4}\right) \quad (4.3)$$

$$G_M^p(Q^2)\Big|_{3q}^{LO} = \exp\left(-\frac{Q^2 R^2}{4}\right) \frac{2m_N \rho R}{1 + \frac{3}{2}\rho^2} \quad (4.4)$$

$$G_M^p(Q^2)\Big|_{3q}^{NLO} = G_M^p(Q^2)\Big|_{3q}^{LO} \frac{\hat{m}^r \rho R}{1 + \frac{3}{2}\rho^2} \left(\frac{Q^2 R^2}{4} - \frac{2 - \frac{3}{2}\rho^2}{1 + \frac{3}{2}\rho^2}\right) \quad (4.5)$$

และแต่ละพจน์ของฟอร์มแฟคเตอร์แม่เหล็กไฟฟ้าของนิวตรอนในแผนภาพทรีควาร์กจะมีรูปแบบเป็น

$$G_E^n(Q^2)\Big|_{3q}^{LO} = G_E^n(Q^2)\Big|_{3q}^{NLO} = 0 \quad (4.6)$$

$$G_M^n(Q^2)\Big|_{3q}^{LO} = -\frac{2}{3} G_M^p(Q^2)\Big|_{3q}^{LO} \quad (4.7)$$

$$G_M^n(Q^2)\Big|_{3q}^{NLO} = -\frac{2}{3} G_M^p(Q^2)\Big|_{3q}^{NLO} . \quad (4.8)$$

โดยที่มวลของนิวคลีออน $m_N = 0.938$ GeV. และ $\hat{m}_r$ ที่ปรากฏในพจน์อันดับรอง คือ ค่ารีโนลมาลไรเซชันของมวล (mass renormalization) เพื่อแก้ไขค่ามวลที่เปลี่ยนแปลงไปซึ่งเกิดจากอันตรกิริยาระหว่างกลุ่มหมอกเมซอนกับควาร์ก โดยสามารถคำนวณได้จากความสัมพันธ์

$$\begin{aligned} \hat{m}^r = \hat{m} - \frac{1}{3\gamma(\pi F)^2} \sum_\alpha \int_0^\infty dp p^4 F_\alpha^\dagger(p^2) F_\alpha(p^2) \\ \times \left[\frac{9}{4} w_\pi(p^2, \Delta\varepsilon_\alpha) + \frac{3}{2} w_K(p^2, \Delta\varepsilon_\alpha) + \frac{1}{4} w_\eta(p^2, \Delta\varepsilon_\alpha) \right] \end{aligned} \quad (4.9)$$

โดยที่

$$w_{\phi,\alpha} = \frac{1}{\omega_\phi(p^2) [\omega_\phi(p^2) + \Delta\varepsilon_\alpha]} \quad (4.10)$$

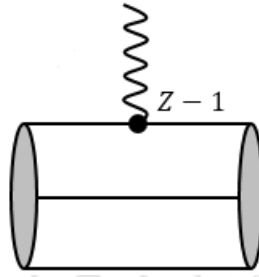
ในสมการข้างต้น ซึ่งในแบบจำลอง PCQM นั้นจะมีค่าคงตัวต่าง ๆ ที่เราเลือกใช้ในการคำนวณ ได้แก่ ค่าคงที่การแผ่รังสีของไพออนในขีดจำกัดไครล์ $F = 0.088 \text{ GeV}^{-2}$ และมวลของควาร์ก $\hat{m} = 0.007$ GeV. นอกจากนี้ $\omega_\phi = \sqrt{p^2 + M_\phi^2}$ คือ พลังงานของเมซอนและ $\Delta\varepsilon_\alpha \equiv \varepsilon_\alpha - \varepsilon_0$ คือ ผลต่างของพลังงานของควาร์กในสถานะ α เมื่อเทียบกับพลังงานในสถานะพื้น ซึ่งสามารถคำนวณได้โดยตรงจากสมการ 3.23 โดยที่ฟังก์ชัน $F_\alpha(p^2)$ ที่ปรากฏในสมการ (4.9) นั้นได้มาจากอันตรกิริยาระหว่างควาร์กและกลุ่มหมอกเมซอน โดยสามารถคำนวณได้จากความสัมพันธ์

$$F_\alpha(p^2) = iN_0 N_\alpha \sqrt{\pi} C\left(l_\alpha, 0, \frac{1}{2}, \frac{1}{2} \mid j, \frac{1}{2}\right) \times \frac{1}{p} \int_0^\infty dr r^2 \left[g_\alpha(r) f_0(r) + g_0(r) f_\alpha(r) \right] S(r) \quad (4.11)$$

$$\times \int_0^\pi d\theta \sin \theta \cos \theta e^{i p r \cos \theta} Y_{l_\alpha}^0(\theta)$$

เมื่อ $C\left(l_\alpha, 0, \frac{1}{2}, \frac{1}{2} \mid j, \frac{1}{2}\right)$ คือ สัมประสิทธิ์เคลือบส์-กอร์ดอน (Clebsch-Gordan coefficients) ที่พิจารณาในขอบเขตของนิวคลีออนสปินอัพ (spin-up nucleon) และ $Y_{l_\alpha}^0(\theta)$ คือฟังก์ชันคลื่นฮาร์มอนิกกลมทรงกลมที่มี $m_{l_\alpha} = 0$

4.1.3 แผนภาพทรีควาร์กเคาน์เตอร์เทอม (three-quark counter-term)



ภาพประกอบ 2 แผนภาพทรีควาร์กเคาน์เตอร์เทอม

การมีอยู่ของอันตรกิริยาระหว่างควาร์กและกลุ่มหมอกเมซอนนั้น นอกจากจะทำให้มวลของควาร์กมีค่าที่เปลี่ยนแปลงไปจากเดิมแล้ว แผนภาพที่เกี่ยวข้องกับกลุ่มหมอกเมซอนนั้นเมื่อนำไปรวมกับแผนภาพทรีควาร์กจะทำให้ประจุไฟฟ้าโดยรวมของนิวคลีออนนั้นมีค่าที่ไม่ถูกต้อง เราจึงจำเป็นต้องทำการรีนอร์มัลไรเซชันค่าของประจุไฟฟ้าของนิวคลีออนให้กลับมามีค่าที่ถูกต้อง โดยในแบบจำลอง PCQM นั้นเราจะใช้เทคนิคการเพิ่มแผนภาพที่เรียกว่าแผนภาพทรีควาร์กเคาน์เตอร์เทอมเข้าไป ดังแสดงในภาพประกอบ 2 ผ่านทางการใช้ค่าคงตัว $\hat{Z}$ ซึ่งเรียกว่าค่ารีนอร์มัลไรเซชันประจุไฟฟ้า และฟอร์มแฟคเตอร์แม่เหล็กไฟฟ้าของโปรตอนจะเกี่ยวข้องกับแผนภาพทรีควาร์ก ดังสมการ

$$G_{E,M}^p(Q^2) \Big|_{CT} = (\hat{Z} - 1) G_{E,M}^p(Q^2) \Big|_{3q}^{LO} \quad (4.12)$$

จากแผนภาพทรีควาร์ก ฟอรั่มแฟคเตอร์เชิงไฟฟ้าของนิวตรอนเป็นศูนย์ จึงได้ว่า

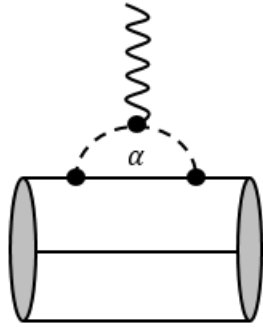
$$G_E^n(Q^2)\big|_{CT} = 0 \quad (4.13)$$

$$G_M^n(Q^2)\big|_{CT} = (\hat{Z} - 1) G_M^n(Q^2)\big|_{3q}^{LO}. \quad (4.14)$$

สำหรับค่าของ $\hat{Z}$ นั้นจะสามารถคำนวณได้จากความสัมพันธ์ที่ว่า

$$\hat{Z} = 1 - \frac{1}{(2\pi F)^2} \sum_{\alpha} \int_0^{\infty} dp p^4 F_{\alpha}^{\dagger}(p^2) F_{\alpha}(p^2) \left(\frac{3}{\omega_{\pi}(p^2) [\omega_{\pi}(p^2) + \Delta\epsilon_{\alpha}]^2} + \frac{2}{\omega_K(p^2) [\omega_K(p^2) + \Delta\epsilon_{\alpha}]^2} + \frac{1}{3 [\omega_{\eta}(p^2) (\omega_{\eta}(p^2) + \Delta\epsilon_{\alpha})^2]} \right) \quad (4.15)$$

4.1.4 แผนภาพกลุ่มหมอกเมซอน (meson cloud)



ภาพประกอบ 3 แผนภาพกลุ่มหมอกเมซอน

แผนภาพกลุ่มหมอกเมซอนพิจารณาถึงอันตรกิริยาระหว่างโฟตอนกับกลุ่มหมอกเมซอนที่ล้อมรอบควาร์ก และจากนิยามของฟอรั่มแฟคเตอร์เชิงไฟฟ้าในสมการ (3.27) จะได้ว่า

$$\begin{aligned}
G_E^N(Q^2)|_{MC,\alpha} &= \left\langle \phi_0 \left| \sum_{n=0}^2 \frac{i^n}{n!} \int \delta(t) d^4x d^4x_1 \dots d^4x_n e^{-iq \cdot x} T \left[\mathcal{L}_r^{str}(x_1) \dots \mathcal{L}_r^{str}(x_n) j_\phi^0(x) \right] \right| \phi_0 \right\rangle^N \\
&= 4 \left\langle \phi_0 \left| -\frac{1}{2} \int \delta(t) d^4x d^4x_1 d^4x_2 e^{-iq \cdot x} : \left(-\bar{\psi}(x_1) i\gamma^5 \frac{\lambda_k}{F} \phi_k(x_1) S(r) \psi_\alpha(x_1) \right) \right. \right. \\
&\quad \cdot \left(-\bar{\psi}_\alpha(x_2) i\gamma^5 \frac{\lambda_l}{F} \phi_l(x_2) S(r) \psi(x_2) \right) \times \left(f_{3ij} + \frac{f_{8ij}}{\sqrt{3}} \right) \phi_i(x) \frac{\partial \phi_j(x)}{\partial t} : \left. \right| \phi_0 \right\rangle^c \\
&\quad \cdot \left(\text{diagram with vertices and lines} \right)
\end{aligned} \tag{4.16}$$

จากการใช้ทฤษฎีบทของวิก (wick's theorem) ตัวแผ่ของควาร์ก (quark propagator) ที่ปรากฏในสมการข้างต้น ($\bullet \cdots \bullet$) จะถูกขยายขอบเขตจากควาร์กในสถานะพื้นไปจนถึงสถานะกระตุ้นที่สอง ($\alpha = 5$) และมีส่วนที่ขึ้นกับการถ่ายโอนโมเมนตัมของโฟตอน ผลจากการคำนวณจะทำให้ได้มาซึ่งฟอร์มแฟคเตอร์แม่เหล็กไฟฟ้าที่ถูกปรับแต่งด้วยตัวแผ่ของควาร์กในสถานะกระตุ้น α ใด ๆ สำหรับทั้งโปรตอนและนิวตรอน ตามลำดับ โดยมีรูปแบบเป็น

$$G_E^N(Q^2)|_{MC,\alpha} = \frac{1}{(2\pi F)^2} \sum_\alpha \int_0^\infty dp p^2 \int_{-1}^1 dx \left(p^2 + p\sqrt{Q^2}x \right) \cdot F_\alpha(p_+^2) \cdot F_\alpha^\dagger(p^2) \cdot t_E^N|_{MC,\alpha} \tag{4.17}$$

โดยที่ $x \equiv \cos \theta$ และนิยามให้ $p_+^2 \equiv |\vec{p} + \vec{q}|^2 = p^2 + Q^2 + 2p\sqrt{Q^2}x$ รวมทั้ง

$$t_E^N|_{MC,\alpha} = \begin{cases} C_\pi^\alpha + 2C_K^\alpha ; \text{ proton} \\ -C_\pi^\alpha + C_K^\alpha ; \text{ neutron} \end{cases} \tag{4.18}$$

และ

$$C_\phi^\alpha = \frac{2D_\phi^\alpha}{\omega_\phi(p^2) + \omega_\phi(p_+^2)}, \quad D_\phi^\alpha = \frac{1}{\left[\omega_\phi(p^2) + \Delta\epsilon_\alpha \right] \left[\omega_\phi(p_+^2) + \Delta\epsilon_\alpha \right]} \tag{4.19}$$

สำหรับฟอร์มแฟคเตอร์เชิงแม่เหล็กของนิวคลีออน เราจะเริ่มต้นจากนิยามของฟอร์มแฟคเตอร์เชิงแม่เหล็กในสมการ (3.28)

$$\begin{aligned}
\chi_{N_s}^\dagger \frac{i\vec{\sigma}_N \times \vec{q}}{2m_N} \chi_{N_s} G_M^N(Q^2) \Big|_{MC,\alpha} &= \left\langle \phi_0 \left| \sum_{n=0}^2 \frac{i^n}{n!} \int \delta(t) d^4x d^4x_1 d^4x_2 e^{-iq \cdot x} T \left[\mathcal{L}_r^{str}(x_1) \mathcal{L}_r^{str}(x_2) \vec{j}_\phi(x) \right] \right| \phi_0 \right\rangle_c^N \\
&= 4 \left\langle \phi_0 \left| -\frac{1}{2} \int \delta(t) d^4x d^4x_1 d^4x_2 e^{-iq \cdot x} : \left(-\bar{\psi}(x_1) i\gamma^5 \frac{\lambda_k}{F} \phi_k(x_1) S(r) \psi_\alpha(x_1) \right) \right. \right. \\
&\quad \cdot \left(-\bar{\psi}_\alpha(x_2) i\gamma^5 \frac{\lambda_l}{F} \phi_l(x_2) S(r) \psi(x_2) \right) \times \left(f_{3ij} + \frac{f_{8ij}}{\sqrt{3}} \right) \phi_i(x) \vec{\nabla} \phi_j(x) : \left. \right| \phi_0 \right\rangle_c \\
&\quad \cdot \left(\text{diagram with vertices and lines} \right) \Big|_{MC,\alpha} \quad (4.20)
\end{aligned}$$

ซึ่งผลลัพธ์โดยทั่วไปนั้นสามารถได้มาจากการคำนวณส่วนประกอบของเมทริกซ์ โดยพิจารณาให้นิวคลีออนนั้นอยู่ในสถานะที่มีสปินอัพทั้งก่อนและหลังที่จะมีอันตรกิริยากับโฟตอน ผลลัพธ์จากการคำนวณฟอร์มแฟกเตอร์เชิงแม่เหล็กสำหรับโปรตอนและนิวตรอนจึงเขียนได้เป็น

$$G_M^N(Q^2) \Big|_{MC,\alpha} = \frac{2m_N}{(2\pi F)^2} \sum_\alpha \int_0^\infty dp p^4 \int_{-1}^1 dx (1-x^2) \cdot F_\alpha(p_+^2) \cdot F_\alpha^\dagger(p^2) \cdot t_M^N \Big|_{MC,\alpha} \quad (4.21)$$

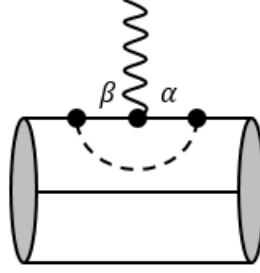
โดยที่

$$t_M^N \Big|_{MC,\alpha} = \begin{cases} \frac{5}{3} \mathbf{e}_\pi^\alpha + \frac{4}{3} \mathbf{e}_K^\alpha ; \text{ proton} \\ -\frac{5}{3} \mathbf{e}_\pi^\alpha - \frac{1}{3} \mathbf{e}_K^\alpha ; \text{ neutron} \end{cases} \quad (4.22)$$

และ

$$\mathbf{e}_\phi^\alpha = \frac{\mathcal{D}_\phi^\alpha}{\omega_\phi(p^2) \omega_\phi(p_+^2) [\omega_\phi(p^2) + \omega_\phi(p_+^2)]}, \quad \mathcal{D}_\phi^\alpha = \frac{\omega_\phi(p^2) + \omega_\phi(p_+^2) + \Delta\mathcal{E}_\alpha}{[\omega_\phi(p^2) + \Delta\mathcal{E}_\alpha] [\omega_\phi(p_+^2) + \Delta\mathcal{E}_\alpha]} \quad (4.23)$$

4.1.5 แผนภาพเวอร์เทกคออเรคชัน (vertex correction)



ภาพประกอบ 4 แผนภาพเวอร์เทกคออเรคชัน

ในแผนภาพเวอร์เทกคออเรคชัน โดยทั่วไปแล้วจะสามารถมีตัวแผ่ของควาร์กในสถานะกระตุ้นได้สองสถานะ ได้แก่ α และ β ดังแสดงในภาพประกอบ 4 โดยในแผนภาพดังกล่าว โฟตอนจากภายนอกที่เข้าจะมีอันตรกิริยากับควาร์กและถูกล้อมรอบด้วยรูปของกลุ่มหมอกเมซอน โดยฟอร์มแฟคเตอร์แม่เหล็กไฟฟ้าจะคำนวณได้จากความสัมพันธ์ที่ว่า

$$\begin{aligned}
 \chi_{N_s}^\dagger \chi_{N_s} G_E^N(Q^2) \Big|_{VC, \alpha\beta} &= \left\langle \phi_0 \left| \sum_{n=0}^2 \frac{i^n}{n!} \int \delta(t) d^4x d^4x_1 \dots d^4x_n e^{-iq \cdot x} T \left[\mathcal{L}_r^{str}(x_1) \dots \mathcal{L}_r^{str}(x_n) j_r^0(x) \right] \right| \phi_0 \right\rangle_c^N \\
 &= 2 \left\langle \phi_0 \left| -\frac{1}{2} \int \delta(t) d^4x d^4x_1 d^4x_2 e^{-iq \cdot x} : \left(-\bar{\psi}(x_1) i\gamma^5 \frac{\lambda_k}{F} \phi_i(x_1) S(r) \psi_\alpha(x_1) \right) \right. \right. \\
 &\quad \cdot \left(\bar{\psi}_\alpha(x) \gamma^0 \psi_\beta(x) \right) \left(-\bar{\psi}_\beta(x_2) i\gamma^5 \frac{\lambda_l}{F} \phi_j(x_2) S(r) \psi(x_2) \right) : \left. \left| \phi_0 \right\rangle \right. \\
 &\quad \left. \left. \begin{array}{c} \text{Diagram showing a dashed line connecting two vertices on a cylinder. The left vertex is labeled } \alpha \text{ and the right vertex is labeled } \beta. \end{array} \right. \right.
 \end{aligned} \tag{4.24}$$

โดยผลการคำนวณฟอร์มแฟคเตอร์เชิงไฟฟ้าสำหรับนิวคลีออนที่มีควาร์กอยู่ในสถานะ α และ β ใด ๆ นั้นจะเขียนได้เป็น

$$G_E^N(Q^2) \Big|_{VC, \alpha\beta} = \frac{1}{2(\pi F)^2} \sum_{\alpha, \beta} \int_0^\infty dp p^4 F_\alpha(p^2) \cdot I_E^{\alpha\beta}(Q^2) \cdot F_\beta^\dagger(p^2) \cdot t_E^N \Big|_{VC, \alpha\beta} \tag{4.25}$$

โดยเราที่นิยามให้

$$I_E^{\alpha\beta}(Q^2) = N_\alpha N_\beta \int_0^\infty dr r^2 [g_\alpha(r)g_\beta(r) + f_\alpha(r)f_\beta(r)] \int_\Omega d\Omega \left(C_\alpha^\dagger C_\beta^\dagger (Y_{l_\alpha}^0)^\dagger Y_{l_\beta}^0 + D_\alpha^\dagger D_\beta^\dagger (Y_{l_\alpha}^1)^\dagger Y_{l_\beta}^1 \right) \cdot e^{i\sqrt{Q^2}r \cos \theta} \quad (4.26)$$

ในที่นี้ $C_{\alpha,\beta}^\dagger$ และ $D_{\alpha,\beta}^\dagger$ คือ สัมประสิทธิ์เคิลล์-กอร์ดอนที่สอดคล้องกับฟังก์ชันคลื่นฮาร์มอนิกวงกลม $Y_{l_{\alpha,\beta}}^0$ ที่มี $m_{l_{\alpha,\beta}} = 0$ และฟังก์ชันคลื่นฮาร์มอนิกทรงกลม $Y_{l_{\alpha,\beta}}^1$ ที่มี $m_{l_{\alpha,\beta}} = 1$ โดยที่

$$C_{\alpha,\beta}^\dagger = C\left(l_{\alpha,\beta}, 0, \frac{1}{2}, \frac{1}{2} \middle| j, \frac{1}{2}\right) \quad D_{\alpha,\beta}^\dagger = C\left(l_{\alpha,\beta}, 1, \frac{1}{2}, -\frac{1}{2} \middle| j, \frac{1}{2}\right) \quad (4.27)$$

และนิยามของส่วนประกอบเมทริกซ์ในสมการ (4.25) คือ

$$t_E^N |_{VC,\alpha\beta} = \begin{cases} \frac{1}{2} \mathcal{W}_\pi^{\alpha\beta} - \mathcal{W}_K^{\alpha\beta} + \frac{1}{6} \mathcal{W}_\eta^{\alpha\beta} & ; \text{proton} \\ \mathcal{W}_\pi^{\alpha\beta} - \mathcal{W}_K^{\alpha\beta} & ; \text{neutron} \end{cases} \quad (4.28)$$

ซึ่ง

$$\mathcal{W}_\phi^{\alpha\beta} = \frac{1}{\omega_\phi(p^2) [\omega_\phi(p^2) + \Delta\mathcal{E}_\alpha] [\omega_\phi(p^2) + \Delta\mathcal{E}_\beta]} \quad (4.29)$$

สำหรับฟอร์มแฟคเตอร์เชิงแม่เหล็กของนิวคลีออนจะคำนวณได้จากความสัมพันธ์

$$\begin{aligned} \chi_{N_s'}^\dagger \frac{i\vec{\sigma}_N \times \vec{q}}{2m_N} \chi_{N_s} G_M^N(Q^2) \Big|_{VC,\alpha\beta} &= \left\langle \phi_0 \left| \sum_{n=0}^2 \frac{i^n}{n!} \int \delta(t) d^4x d^4x_1 \dots d^4x_n e^{-iq \cdot x} T \left[\mathcal{L}_r^{str}(x_1) \dots \mathcal{L}_r^{str}(x_n) \vec{j}_r(x) \right] \right| \phi_0 \right\rangle_c^N \\ &= 2 \left\langle \phi_0 \left| -\frac{1}{2} \int \delta(t) d^4x d^4x_1 d^4x_2 e^{-iq \cdot x} : \left(-\bar{\psi}(x_1) i\gamma^5 \frac{\lambda_k}{F} \phi_i(x_1) S(r) \psi_\alpha(x_1) \right) \right. \right. \\ &\quad \cdot \left(\mathcal{Q} \bar{\psi}_\alpha(x) \vec{\gamma} \psi_\beta(x) \right) \left(-\bar{\psi}_\beta(x_2) i\gamma^5 \frac{\lambda_l}{F} \phi_j(x_2) S(r) \psi(x_2) \right) : \left. \left. \right| \phi_0 \right\rangle \end{aligned} \quad (4.30)$$

จากสมการที่ (4.30) รูปแบบของฟอร์มแฟคเตอร์เชิงแม่เหล็กจากแผนภาพเวอร์โทคคอเรชันสำหรับตัวแผ่ของควาร์กในสถานะ α และ β ใด ๆ สามารถเขียนได้เป็น

$$G_M^N(Q^2) \Big|_{VC,\alpha\beta} = \frac{m_N^i}{2(\pi F)^2} \sum_{\alpha,\beta} \int_0^\infty dp p^4 F_\alpha(p^2) \cdot I_M^{\alpha\beta}(Q^2) \cdot F_\beta^\dagger(p^2) \cdot t_M^N \Big|_{VC,\alpha\beta} \quad (4.31)$$

โดยที่นิยามให้

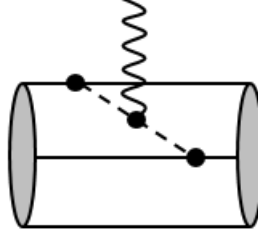
$$I_M^{\alpha\beta}(Q^2) = 2N_\alpha N_\beta \frac{\partial}{\partial Q^2} \int_0^\infty dr r^2 \left[g_\alpha(r) f_\beta(r) + g_\beta(r) f_\alpha(r) \right] \int_\Omega d \cos \theta \left(C_\alpha^\dagger C_\beta^\dagger (Y_{l_\alpha}^0)^\dagger Y_{l_\beta}^0 + D_\alpha^\dagger D_\beta^\dagger (Y_{l_\alpha}^1)^\dagger Y_{l_\beta}^1 \right) \cdot e^{i\sqrt{Q^2} r \cos \theta} \quad (4.32)$$

และส่วนประกอบเมทริกซ์ในสมการ (4.32) มีนิยามเป็น

$$t_M^N \Big|_{VC,\alpha\beta} = \begin{cases} \frac{1}{9} \mathcal{W}_\pi^{\alpha\beta} + \frac{2}{9} \mathcal{W}_K^{\alpha\beta} - \frac{1}{9} \mathcal{W}_\eta^{\alpha\beta} ; \text{ proton} \\ -\frac{4}{9} \mathcal{W}_\pi^{\alpha\beta} - \frac{2}{9} \mathcal{W}_K^{\alpha\beta} + \frac{2}{27} \mathcal{W}_\eta^{\alpha\beta} ; \text{ neutron} \end{cases} \quad (4.33)$$

4.1.6 แผนภาพเมซอนอินฟลิท (meson-in-flight)

ในแผนภาพเมซอนอินฟลิทนั้นโฟตอนจากภายนอกจะมีอันตรกิริยากับกลุ่มหมอกเมซอน โดยที่กลุ่มหมอกเมซอนก่อนและหลังที่จะมีอันตรกิริยากับโฟตอนนั้นจะมีอันตรกิริยากับควาร์กคนละตัวกัน ดังแสดงในภาพประกอบ 5 ดังนั้นในกรณีของแผนภาพเมซอนอินฟลิท จึงไม่มีตัวแผ่ของควาร์กเข้ามาเกี่ยวข้อง เราจึงไม่จำเป็นต้องพิจารณาตัวแผ่ของควาร์กในสถานะ α ใด ๆ ในการคำนวณฟอร์มแฟคเตอร์แม่เหล็กไฟฟ้าซึ่งจะหาได้จากความสัมพันธ์ที่ว่า



ภาพประกอบ 5 แผนภาพเมซอนอินโฟลท์

$$\begin{aligned}
 \chi_{N_s}^\dagger \chi_{N_s} G_E^N(Q^2) \Big|_{MF} &= \left\langle \phi_0 \left| \sum_{n=0}^2 \frac{i^n}{n!} \int \delta(t) d^4 x d^4 x_1 \dots d^4 x_n e^{-iq \cdot x} T \left[\mathcal{L}_r^{str}(x_1) \dots \mathcal{L}_r^{str}(x_n) j_\phi^0(x) \right] \right| \phi_0 \right\rangle_c^N \\
 &= 2 \left\langle \phi_0 \left| -\frac{1}{2} \int \delta(t) d^4 x d^4 x_1 d^4 x_2 e^{-iq \cdot x} : \left(-\bar{\psi}(x_1) i\gamma^5 \frac{\lambda_k}{F} \phi_k(x_1) S(r) \psi_0(x_1) \right) \right. \right. \\
 &\quad \cdot \left. \left(-\bar{\psi}_\alpha(x_2) i\gamma^5 \frac{\lambda_l}{F} \phi_l(x_2) S(r) \psi(x_2) \right) \left(f_{3ij} + \frac{f_{8ij}}{\sqrt{3}} \right) \phi_i(x) \frac{\partial \phi_j(x)}{\partial t} : \right| \phi_0 \right\rangle_c \\
 &\quad \cdot \left(f_{3ij} + \frac{f_{8ij}}{\sqrt{3}} \right) \phi_i(x) \frac{\partial \phi_j(x)}{\partial t} : \left| \phi_0 \right\rangle_c
 \end{aligned} \tag{4.34}$$

ซึ่งจะเห็นได้อย่างชัดเจนว่า เมื่อใช้ทฤษฎีบทของวิกจะปรากฏให้เห็นถึงตัวแม่ของควาร์กในสมการของฟอร์มแฟคเตอร์แม่เหล็กไฟฟ้า โดยผลจากการคำนวณ เราจะได้ว่าฟอร์มแฟคเตอร์เชิงไฟฟ้าสำหรับแผนภาพนี้มีค่าเป็นศูนย์เสมอสำหรับนิวคลีออน นั่นคือ

$$G_E^N(Q^2) \Big|_{MF} = 0 \tag{4.35}$$

สำหรับฟอร์มแฟคเตอร์เชิงแม่เหล็ก

$$\begin{aligned}
 \chi_{N_s}^\dagger \frac{i\vec{\sigma}_N \times \vec{q}}{2m_N} \chi_{N_s} G_M^N(Q^2) \Big|_{MF} &= \left\langle \phi_0 \left| \sum_{n=0}^2 \frac{i^n}{n!} \int \delta(t) d^4 x d^4 x_1 d^4 x_2 e^{-iq \cdot x} T \left[\mathcal{L}_r^{str}(x_1) \mathcal{L}_r^{str}(x_2) \vec{j}_\phi(x) \right] \right| \phi_0 \right\rangle_c^N \\
 &= 2 \left\langle \phi_0 \left| -\frac{1}{2} \int \delta(t) d^4 x d^4 x_1 d^4 x_2 e^{-iq \cdot x} : \left(-\bar{\psi}(x_1) i\gamma^5 \frac{\lambda_k}{F} \phi_k(x_1) S(r) \psi_0(x_1) \right) \right. \right. \\
 &\quad \cdot \left. \left(-\bar{\psi}_\alpha(x_2) i\gamma^5 \frac{\lambda_l}{F} \phi_l(x_2) S(r) \psi(x_2) \right) \left(f_{3ij} + \frac{f_{8ij}}{\sqrt{3}} \right) \phi_i(x) \vec{\nabla} \phi_j(x) : \right| \phi_0 \right\rangle_c \\
 &\quad \cdot \left(f_{3ij} + \frac{f_{8ij}}{\sqrt{3}} \right) \phi_i(x) \vec{\nabla} \phi_j(x) : \left| \phi_0 \right\rangle_c
 \end{aligned} \tag{4.36}$$

ซึ่งผลการคำนวณจากสมการที่ (4.36) ทำให้ได้ว่าฟอร์มแฟคเตอร์เชิงแม่เหล็กจากแผนภาพเมซอนอินโฟลท์สามารถเขียนได้เป็น

$$G_M^N(Q^2)|_{MF} = \frac{m_N}{(2\pi F)^2} \int_0^\infty dp p^4 \int_{-1}^1 dx (1-x^2) \cdot F_0(p_+^2) \cdot F_0^\dagger(p^2) \cdot t_M^N|_{MF} \quad (4.37)$$

สังเกตว่าการมีอยู่ของ $F_0(p_+^2)$ และ $F_0^\dagger(p^2)$ ในสมการข้างต้น เป็นผลมาจากความจริงที่ว่าแผนภาพเมซอนอินโฟลท์นั้นจะเกี่ยวข้องกับควาร์กที่อยู่ในสถานะพื้น ($\alpha = 0$) เท่านั้น โดยที่

$$t_M^p|_{MF} = \frac{4}{\omega_\pi^2(p^2)\omega_\pi^2(p_+^2)}, \quad t_M^n|_{MF} = -\frac{4}{\omega_\pi^2(p^2)\omega_\pi^2(p_+^2)} \quad (4.38)$$

ซึ่งผลจากการคำนวณแสดงให้เห็นว่าจะมีแต่เฉพาะโพซอนเท่านั้นที่เกี่ยวข้องกับฟอร์มแฟคเตอร์แม่เหล็กไฟฟ้าของแผนภาพเมซอนอินโฟลท์

4.2 ผลการคำนวณเชิงตัวเลข

เนื่องจากการศึกษาฟอร์มแฟคเตอร์แม่เหล็กไฟฟ้าของนิวคลีออนภายใต้แบบจำลอง PCQM ในที่นี้ เราได้ใช้เทคนิคการรบกวนด้วยพจน์ของอันตรกิริยาระหว่างควาร์กและกลุ่มหมอกเมซอน ซึ่งกลุ่มหมอกเมซอนนั้นจะอยู่ที่บริเวณผิวนอกของนิวคลีออน ดังนั้นการถ่ายโอนโมเมนตัมของโฟตอนเมื่อมีอันตรกิริยากับนิวคลีออนโดยรวมนั้นจะจำกัดเฉพาะค่าของการถ่ายโอนโมเมนตัมที่มีค่าไม่สูงมากนัก โดยในที่นี้เราจะจำกัดขอบเขตของการถ่ายโอนโมเมนตัมให้อยู่ในช่วงระหว่าง $Q^2 = 0.0 - 0.4 \text{ GeV}^2$ เท่านั้น ดังที่ได้เคยศึกษามาแล้วในงานวิจัยต่าง ๆ ของแบบจำลอง PCQM ก่อนหน้านี้ นอกจากนี้ ในแผนภาพที่เกี่ยวข้องกับตัวแผ่ของควาร์ก เราจะใช้ตัวแผ่ของควาร์กตั้งแต่สถานะพื้นจนถึงสถานะกระตุ้นที่ 2 ได้แก่ควาร์กที่อยู่ในสถานะ $1s_{1/2}, 1p_{1/2}, 1p_{3/2}, 1d_{3/2}, 1d_{5/2}$ และ $2s_{1/2}$

4.2.1 การวิเคราะห์และการกำหนดค่าพารามิเตอร์อิสระ R และ ρ

พารามิเตอร์อิสระในแบบจำลอง PCQM นั้นจะมีอยู่ด้วยกันสองตัว ได้แก่ ρ และ R เท่านั้น ซึ่งเป็นพารามิเตอร์ที่ปรากฏในฟังก์ชันคลื่นของควาร์กในสถานะพื้น แม้ว่าแต่ละสถานะกระตุ้น α ของควาร์กในตัวแผ่ของควาร์กนั้นจะทำให้มีพารามิเตอร์อิสระ R_α และ ρ_α เพิ่มเติมขึ้นมาก็ตาม แต่พารามิเตอร์เหล่านี้จะมีความสัมพันธ์กับ พารามิเตอร์อิสระ ρ และ R ของควาร์ก

ในสถานะพื้น ผ่านทางสมการ (3.20) และ (3.21) ดังที่ได้พิจารณามาแล้วก่อนหน้านี้ในหัวข้อที่ 4.1.1

ในงานวิจัยนี้เราเลือกที่จะกำหนดค่าพารามิเตอร์อิสระทั้งสองตัว ผ่านทางการคำนวณค่าโมเมนต์แม่เหล็ก μ_p และ μ_n ของนิวคลีออนที่ได้จากแบบจำลอง PCQM แล้วจึงพิจารณาค่าของ R และ ρ ที่ใกล้เคียงกับผลการทดลองมากที่สุด โดยโมเมนต์แม่เหล็กของนิวคลีออนนั้นจะได้อาจมาจากการพิจารณาฟอร์มแฟคเตอร์เชิงแม่เหล็กที่การถ่ายโอนโมเมนตัมเท่ากับศูนย์ ($Q^2 = 0$, zero recoil) ตามความสัมพันธ์ที่ว่า

$$G_M^N(0) = \mu_N \quad (4.39)$$

ผลจากการวิเคราะห์พบว่าค่าของพารามิเตอร์ที่ให้ผลการคำนวณของค่าโมเมนต์แม่เหล็กของนิวคลีออนที่ใกล้เคียงกับผลการทดลองมากที่สุด คือ $R = 0.56$ fm. และ $\rho = 0.65$ โดยค่าโมเมนต์แม่เหล็กนั้นเขียนอยู่ในหน่วยของนิวเคลียร์แมกเน็ตอน (nuclear magneton) และข้อมูลของผลการทดลองนั้นได้มาจาก Particle Data Group (PDG) (Particle Data et al., 2020) ดังที่แสดงไว้ในตาราง 2

ตาราง 2 การเปรียบเทียบค่าโมเมนต์แม่เหล็กจากแบบจำลอง PCQM โดยที่กำหนดค่า $R = 0.56$ fm. และ $\rho = 0.65$ และผลจากการทดลอง

นิวคลีออน	PCQM $1^{st}+2^{nd}$	ผลการทดลอง (PDG)	ความแตกต่าง
μ_p	2.762	2.793	- 1.11%
μ_n	-1.927	-1.913	- 0.73%

เมื่อพิจารณาข้อมูลจากตารางที่ 2 ฟอรัมแฟคเตอร์ซึ่งคำนวณจากแบบจำลอง PCQM และปรับแต่งเพิ่มเติมด้วยตัวแปรของควาร์กในสถานะกระตุ้น โดยการเพิ่มสถานะกระตุ้นเข้าไปถึงสถานะกระตุ้นที่ 2 จะให้ค่าโมเมนต์แม่เหล็กของทั้งโปรตอนและนิวตรอน ที่ใกล้เคียงกับการทดลองเป็นอย่างมากผ่านการเลือกใช้พารามิเตอร์อิสระของโมเดลดังที่ได้พิจารณาข้างต้น โดยที่ค่าโมเมนต์แม่เหล็กของโปรตอนที่ได้จากการคำนวณน้อยกว่าผลการทดลองอยู่ 1.11% และค่าโมเมนต์แม่เหล็กของนิวตรอนที่ได้น้อยกว่าผลการทดลอง 0.73%

ดังนั้นจากนี้ไปเราจะใช้ค่าของพารามิเตอร์อิสระ $R = 0.56$ fm. และ $\rho = 0.65$ ในการคำนวณปริมาณทางฟิสิกส์ต่าง ๆ ที่เกี่ยวข้องกับฟอร์มแฟคเตอร์แม่เหล็กไฟฟ้า

4.2.2 อันตรกิริยาจากเมซอนต่อการคำนวณโมเมนต์แม่เหล็กของนิวคลีออน

หากพิจารณาถึงผลของการเพิ่มสถานะกระตุ้นของควาร์กเข้าไปในตัวแม่ของควาร์ก เราสามารถทำการแยกความสำคัญของตัวแม่ของควาร์กในสถานะกระตุ้นที่มีต่อโมเมนต์แม่เหล็กของนิวคลีออนได้ ดังแสดงไว้ในตารางที่ 3

ตาราง 3 ผลจากการเพิ่มสถานะกระตุ้นของตัวแม่ควาร์กที่มีต่อโมเมนต์แม่เหล็กของนิวคลีออน โดยผลการคำนวณได้จากการกำหนดค่าของพารามิเตอร์ให้ $R = 0.56$ fm. และ $\rho = 0.65$

นิวคลีออน	สถานะพื้น 0^{th}	สถานะกระตุ้น $1^{\text{st}}+2^{\text{nd}}$	รวม	ผลของการเพิ่ม สถานะกระตุ้น (PCQM)	ผลการ ทดลอง
μ_p	2.4354	0.3264	2.762	11.8%	2.793
μ_n	-1.6921	-0.2351	-1.927	12.2%	-1.913

จากตารางจะเห็นได้ว่า เมื่อทำการแยกผลที่ได้จากการคำนวณเมื่อตัวแม่ควาร์กอยู่ในสถานะพื้นเท่านั้น (อันดับที่ 0^{th}) และผลที่ได้เมื่อเพิ่มเติมตัวแม่ควาร์กในสถานะกระตุ้นที่หนึ่งและสถานะกระตุ้นที่สอง (อันดับที่ $1^{\text{st}}+2^{\text{nd}}$) โดยใช้พารามิเตอร์อิสระของแบบจำลอง $R = 0.56$ fm. และ $\rho = 0.65$ ที่ได้จากการพิจารณาในหัวข้อที่ 4.2.1 จะเห็นได้ว่าตัวแม่ของควาร์กในสถานะพื้นนั้นเป็นส่วนสำคัญหลักของค่าโมเมนต์แม่เหล็กของนิวคลีออน เนื่องจากให้ค่าส่วนใหญ่ที่คิดเป็น 88.2% สำหรับโมเมนต์แม่เหล็กของโปรตอน และคิดเป็น 87.8% สำหรับโมเมนต์แม่เหล็กของนิวตรอน อย่างไรก็ตามสถานะกระตุ้นของตัวแม่ควาร์กนั้นก็มีความสำคัญต่อการคำนวณโมเมนต์แม่เหล็กของนิวคลีออน เนื่องจากให้ค่าประมาณ 10% ของค่าโมเมนต์แม่เหล็กทั้งหมดของนิวคลีออน ซึ่งแสดงให้เห็นถึงความจำเป็นที่เราต้องเพิ่มตัวแม่ของควาร์กในสถานะกระตุ้นเข้าไปในการคำนวณของแบบจำลอง PCQM

ในทางกลับกันหากพิจารณาถึงผลของกลุ่มหมอกเมซอนที่มีต่อค่าโมเมนต์แม่เหล็กของนิวคลีออนจะได้ว่าหากเราทำการแยกค่าของโมเมนต์แม่เหล็กที่มาจากอันตรกิริยาระหว่างโปรตอนและควาร์กเท่านั้น ซึ่งส่วนนี้จะได้มาจากพจน์อันดับหลัก (LO) ของแผนภาพทรีควาร์ก ดังนั้นส่วนที่เหลือซึ่งเกิดจากการมีอยู่ของกลุ่มหมอกเมซอน ได้แก่ส่วนที่ได้จากแผนภาพทรีควาร์กอันดับรอง (3q-NLO), แผนภาพทรีควาร์กเคาน์เตอร์เทอร์ม, แผนภาพกลุ่มหมอกเมซอน, แผนภาพเวอร์เทกคอเรคชัน และแผนภาพเมซอนอินโฟลท์ จะรวมกันทำให้เกิดส่วนของโมเมนต์แม่เหล็กของนิวคลีออนในส่วนที่มาจากการมีอยู่ของกลุ่มหมอกเมซอน โดยรายละเอียดค่าโมเมนต์แม่เหล็กที่คำนวณได้จากแผนภาพต่าง ๆ เมื่อแยกออกเป็นส่วนของควาร์กและส่วนของกลุ่มหมอกเมซอนได้แสดงไว้ในตารางที่ 4

ตาราง 4 ผลของกลุ่มหมอกเมซอนที่มีต่อค่าโมเมนต์แม่เหล็กของนิวคลีออน ในแบบจำลอง PCQM ที่ใช้ตัวแผ่ของควาร์กจากสถานะพื้นถึงสถานะกระตุ้นที่ 2 โดยที่กำหนดค่าของพารามิเตอร์ $R = 0.56$ fm. และ $\rho = 0.65$

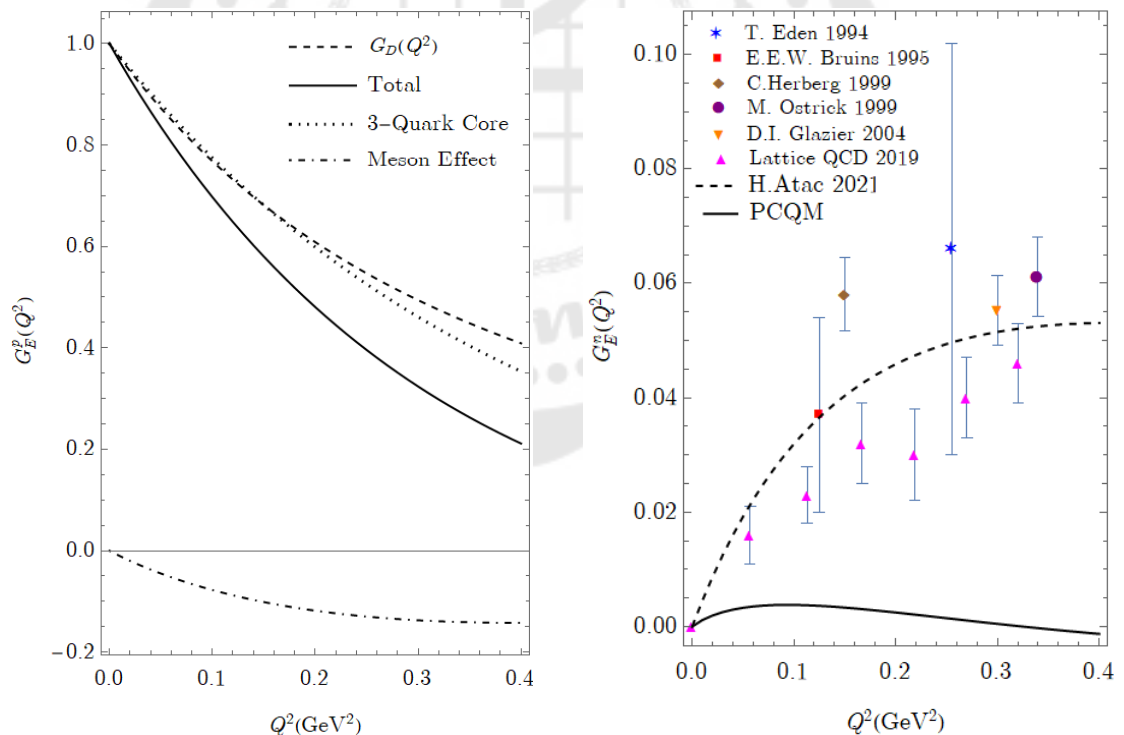
μ_N	3q-LO	ผลจากกลุ่มหมอกเมซอน					รวม
		3q-NLO	Counter term	Meson cloud	Vertex correction	Meson in flight	
μ_p	2.1185	0.3969	-0.1367	0.2575	-0.0088	0.1344	2.7618
	76.70 %	23.30 %					100 %
μ_n	-1.4123	-0.2646	0.0911	-0.2351	0.02811	-0.1344	-1.9272
	73.28 %	26.72 %					100 %

จากผลการคำนวณดังแสดงตารางข้างต้น แผนภาพทรีควาร์กในส่วนพจน์หลัก (Leading order) เป็นตัวหลักที่มีบทบาทสำคัญต่อค่าโมเมนต์แม่เหล็กของทั้งโปรตอนและนิวตรอนถึง 76.70% และ 73.28% ตามลำดับ ในส่วนของผลที่มาจากกลุ่มหมอกเมซอนนั้น พบว่ามีความสำคัญต่อค่าของโมเมนต์แม่เหล็กของนิวคลีออนเช่นกัน โดยส่งผลต่อค่าโมเมนต์แม่เหล็กของโปรตอนและนิวตรอนอยู่ที่ระดับ 23.30% และ 26.72% ตามลำดับ

4.2.3 การวิเคราะห์ค่าฟอร์มแฟคเตอร์แม่เหล็กไฟฟ้าจากแบบจำลอง PCQM

จากการกำหนดค่าพารามิเตอร์อิสระของแบบจำลองเพื่อให้ค่าโมเมนต์แม่เหล็กที่ได้จากการคำนวณด้วยแบบจำลอง PCQM ที่ใส่สถานะกระตุ้นให้กับตัวแผ่นของควาร์กไปจนถึงสถานะกระตุ้นที่ 2 สอดคล้องกับผลการทดลองก็คือ $R = 0.56$ fm. และ $\rho = 0.65$ เมื่อทำการคำนวณฟอร์มแฟคเตอร์จากทุกแผนภาพ โดยกำหนดขอบเขตการถ่ายโอนโมเมนตัมที่ระดับต่ำ Q^2 ตั้งแต่ $0.0 - 0.4 \text{ GeV}^2$ เนื่องจากในช่วงการถ่ายโอนโมเมนตัมน้อย ๆ นั้นผลจากการทดลองของค่าฟอร์มแฟคเตอร์แม่เหล็กไฟฟ้าของโปรตอนและฟอร์มแฟคเตอร์เชิงแม่เหล็กของนิวตรอนจะมีค่าที่ใกล้เคียงกับฟอร์มแฟคเตอร์ฟอร์มแฟคเตอร์แบบไดโพล (dipole form factor, $G_D(Q^2)$) ซึ่งมีรูปแบบเป็นไปดังสมการ

$$G_D(Q^2) = \frac{1}{\left(1 + \frac{Q^2}{0.71}\right)^2} \quad (4.40)$$

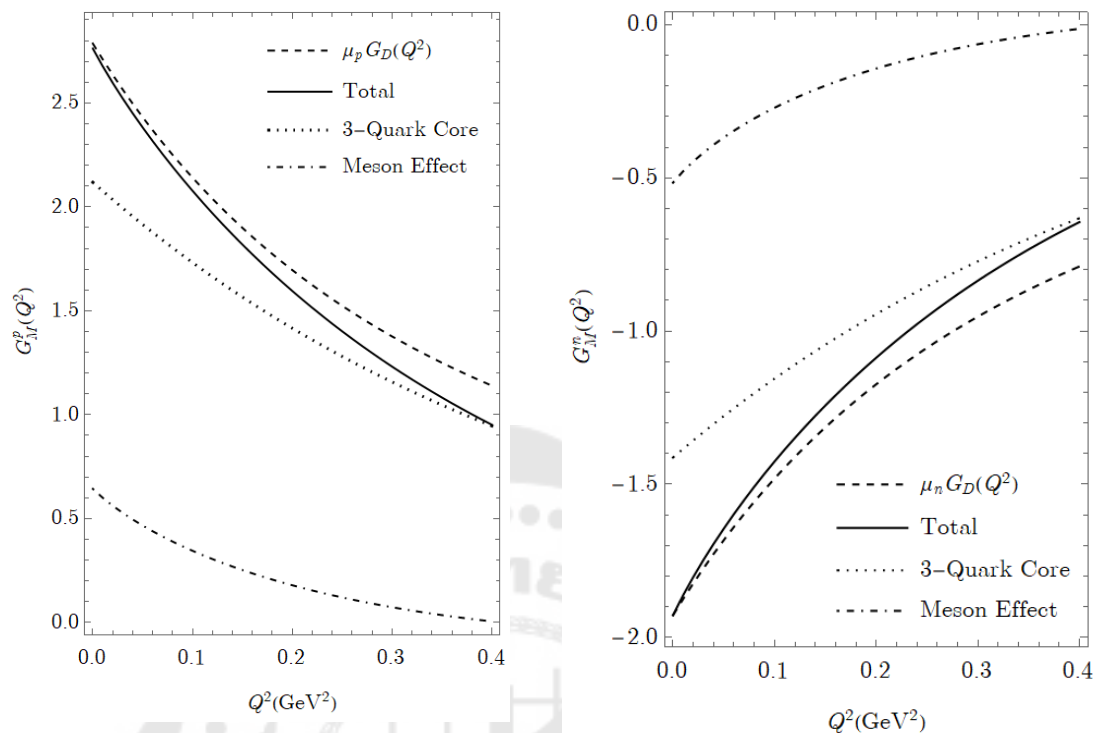


ภาพประกอบ 6 ฟอร์มแฟคเตอร์เชิงไฟฟ้าของโปรตอนและนิวตรอน

ด้วยเหตุนี้เราจึงจะทำการเปรียบเทียบผลการคำนวณฟอร์มแฟคแม่เหล็กไฟฟ้าของโปรตอนและฟอร์มแฟคเตอร์เชิงแม่เหล็กของนิวตรอนเทียบกับรูปแบบที่ได้จากฟอร์มแฟคเตอร์แบบไดโพล ดังที่ได้แสดงไว้ด้วยในภาพประกอบ 6 และภาพประกอบ 7 ตามลำดับ โดยเราได้ทำการแยกฟอร์มแฟคเตอร์เชิงไฟฟ้าของนิวตรอนซึ่งไม่สามารถเปรียบเทียบได้กับฟอร์มแฟคเตอร์แบบไดโพลเอาไว้ต่างหาก โดยแสดงไว้ในภาพประกอบ 6

จากภาพประกอบ 6 ซึ่งแสดงผลการคำนวณฟอร์มแฟคเตอร์เชิงไฟฟ้าของโปรตอน $G_E^p(Q^2)$ ที่ได้จากการคำนวณจากในแบบจำลอง PCQM ซึ่งเราได้ทำการแยกผลของฟอร์มแฟคเตอร์ที่เกิดจากควาร์กเพียงอย่างเดียว (เส้นจุด) และผลของฟอร์มแฟคเตอร์ที่เกิดจากกลุ่มหมอกเมซอน (เส้นประจุด) ออกจากกันเพื่อให้เห็นถึงความสำคัญของกลุ่มหมอกเมซอนที่มีต่อฟอร์มแฟคเตอร์เชิงไฟฟ้าของโปรตอน โดยที่ผลรวมของทั้งสองส่วนนี้แสดงไว้ในฟอร์มแฟคเตอร์เชิงไฟฟ้าทั้งหมดของโปรตอน (เส้นทึบ) เห็นได้อย่างชัดเจนว่าฟอร์มแฟคเตอร์เชิงไฟฟ้าของโปรตอนนั้นส่วนใหญ่นั้นเป็นผลมาจากอันตรกิริยาระหว่างโฟตอนและควาร์กโดยตรงแบบที่ไม่มีกลุ่มหมอกเมซอนเข้ามาเกี่ยวข้อง โดยจะให้ค่าที่ Q^2 ต่าง ๆ ที่ไม่แตกต่างจากฟอร์มแฟคเตอร์แบบไดโพล (เส้นประ) มากนัก อย่างไรก็ตามการมีอยู่ของกลุ่มหมอกเมซอนซึ่งสามารถมีอันตรกิริยาได้ทั้งกับโฟตอนและควาร์กนั้นจะทำให้ฟอร์มแฟคเตอร์เชิงไฟฟ้าของโปรตอนนั้นมีค่าลดลงตาม Q^2 เร็วกว่าฟอร์มแฟคเตอร์แบบไดโพลมาก ทั้งนี้เป็นผลมาจากรูปแบบของฟังก์ชันคลื่นของควาร์กที่มีลักษณะเป็นฟังก์ชันแบบเกาส์เซียน

ในส่วนของฟอร์มแฟคเตอร์เชิงไฟฟ้าของนิวตรอนในภาพประกอบ 6 นั้น ผลจากการที่ประจุโดยรวมของนิวตรอนนั้นมีค่าเป็นศูนย์ ส่วนของควาร์กที่มีผลต่อฟอร์มแฟคเตอร์จึงมีค่าเท่ากับศูนย์ ดังนั้นฟอร์มแฟคเตอร์ทั้งหมดจึงเป็นผลมาจากส่วนที่เกี่ยวข้องกับกลุ่มหมอกเมซอนเท่านั้น ซึ่งจากการที่เราพิจารณาอันตรกิริยาระหว่างกลุ่มหมอกเมซอนและควาร์กภายในนิวคลีออนผ่านทางกรรพวงแบบน้อย ๆ จึงส่งผลให้ฟอร์มแฟคเตอร์ที่ได้จากการคำนวณนั้นมีค่าน้อยกว่าค่าที่ได้จากการทดลองค่อนข้างมาก โดยในภาพประกอบ 6 นั้นผลการทดลองได้อ้างอิงจาก Eden et al. (1994), Bruins et al. (1995), Herberg et al. (1999), Ostrick et al. (1999), Glazier et al. (2005), Alexandrou et al. (2019)



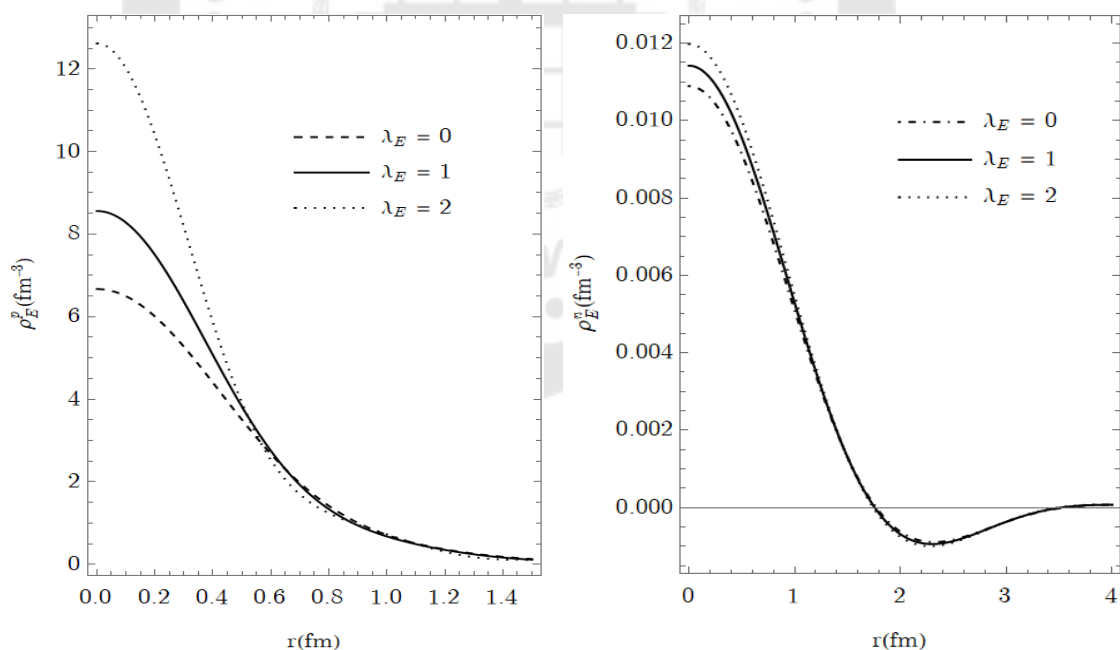
ภาพประกอบ 7 ฟอรั่มแฟคเตอร์เชิงแม่เหล็กของโปรตอนและนิวตรอน

สำหรับฟอรั่มแฟคเตอร์เชิงแม่เหล็กของโปรตอนและนิวตรอนซึ่งแสดงไว้ในภาพประกอบ 7 นั้น ผลที่ได้จากการคำนวณจากแบบจำลอง PCQM นั้นให้ผลลัพธ์ที่ไปในแนวเดียวกันกับในกรณีของฟอรั่มแฟคเตอร์เชิงไฟฟ้าของโปรตอน กล่าวคือฟอรั่มแฟคเตอร์เชิงแม่เหล็กนั้นส่วนใหญ่มาจากส่วนที่เกี่ยวข้องกับควาร์กเพียงอย่างเดียวเท่านั้น ในขณะที่ฟอรั่มแฟคเตอร์เชิงแม่เหล็กในส่วนที่เกี่ยวข้องกับกลุ่มหมอกเมซอนนั้นจะให้ค่าที่ระดับประมาณ 25% ที่ Q^2 โดยที่ฟอรั่มแฟคเตอร์ส่วนที่เกี่ยวข้องกับกลุ่มหมอกเมซอนนั้นจะมีค่าที่ลดลงเมื่อค่าของ Q^2 มีค่าเพิ่มขึ้น อย่างไรก็ตามเมื่อพิจารณาถึงผลลัพธ์โดยรวมของฟอรั่มแฟคเตอร์เชิงแม่เหล็กของโปรตอนและนิวตรอนแล้วค่าที่ได้มีลักษณะที่เป็นไปในแนวทางเดียวกันกับฟอรั่มแฟคเตอร์เชิงแม่เหล็กแบบไดโพล $\mu_p G_D(Q^2)$ และ $\mu_n G_D(Q^2)$ ตามลำดับ ลักษณะของฟังก์ชันคลื่นของควาร์กในแบบจำลอง PCQM ที่มีลักษณะเป็นแบบฟังก์ชันเกาส์เซียนนั้นทำให้ขนาดของฟอรั่มแฟคเตอร์เชิงแม่เหล็กของนิวคลีออนที่ได้จากการคำนวณมีค่าน้อยกว่าในแบบไดโพล ซึ่งให้ผลที่สอดคล้องกันกับในกรณีของฟอรั่มแฟคเตอร์เชิงไฟฟ้าของโปรตอน ดังที่ได้พิจารณามาแล้วข้างต้น

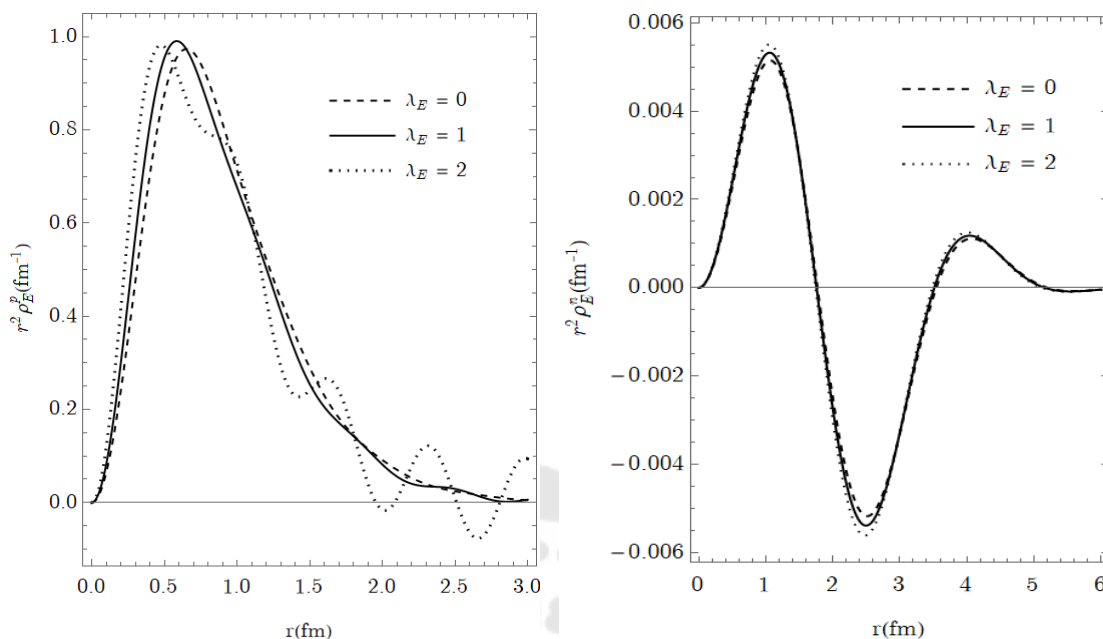
4.2.4 ความหนาแน่นเชิงประจุและเชิงแม่เหล็กของนิวคลีออน

ฟอร์มแฟคเตอร์เชิงแม่เหล็กไฟฟ้าของนิวคลีออนที่ได้จากการกำหนดพารามิเตอร์อิสระ $R = 0.56$ fm. และ $\rho = 0.65$ ในหัวข้อ 4.2.3 นั้นจะถูกนำมาใช้เพื่อคำนวณหาการกระจายตัวของควาร์กภายในนิวคลีออน ทั้งนี้จากการที่ควาร์กนั้นมีทั้งประจุไฟฟ้าและโมเมนต์แม่เหล็ก การศึกษาถึงการกระจายตัวของควาร์กจึงสามารถแยกพิจารณาได้ผ่านทางความหนาแน่นเชิงประจุไฟฟ้าและความหนาแน่นเชิงแม่เหล็กของนิวคลีออน ซึ่งจะเกี่ยวข้องกับการกระจายตัวของประจุไฟฟ้าและการกระจายตัวของโมเมนต์แม่เหล็ก ตามลำดับ

นิยามของความหนาแน่นเชิงประจุไฟฟ้าและเชิงแม่เหล็กของนิวคลีออนนั้นมียู่ด้วยกันหลายนิยาม โดยจะขึ้นอยู่กับกรอบอ้างอิงที่ทำการพิจารณา ในที่นี้เราจะเริ่มต้นโดยพิจารณาจากกรอบอ้างอิงที่นิวคลีออนนั้นอยู่นิ่ง ซึ่งเราจะใช้สมการ (3.31) และสมการ (3.32) ในการคำนวณหาความหนาแน่นดังกล่าว ซึ่งจะมีการพิจารณาถึงผลจากทฤษฎีสัมพัทธภาพผ่านทางพารามิเตอร์ λ_E และ λ_M ซึ่งจะกำหนดให้มีค่าที่เป็นไปได้จำนวน 3 ค่าได้แก่ $\lambda_{E,M} = 0, 1, 2$



ภาพประกอบ 8 ความหนาแน่นประจุไฟฟ้าของโปรตอนและนิวตรอน $\rho_E^p(r)$, $\rho_E^n(r)$
จากฟอร์มแฟคเตอร์เชิงประจุไฟฟ้าในแบบจำลอง PCQM (3-Quark+Meson effect)

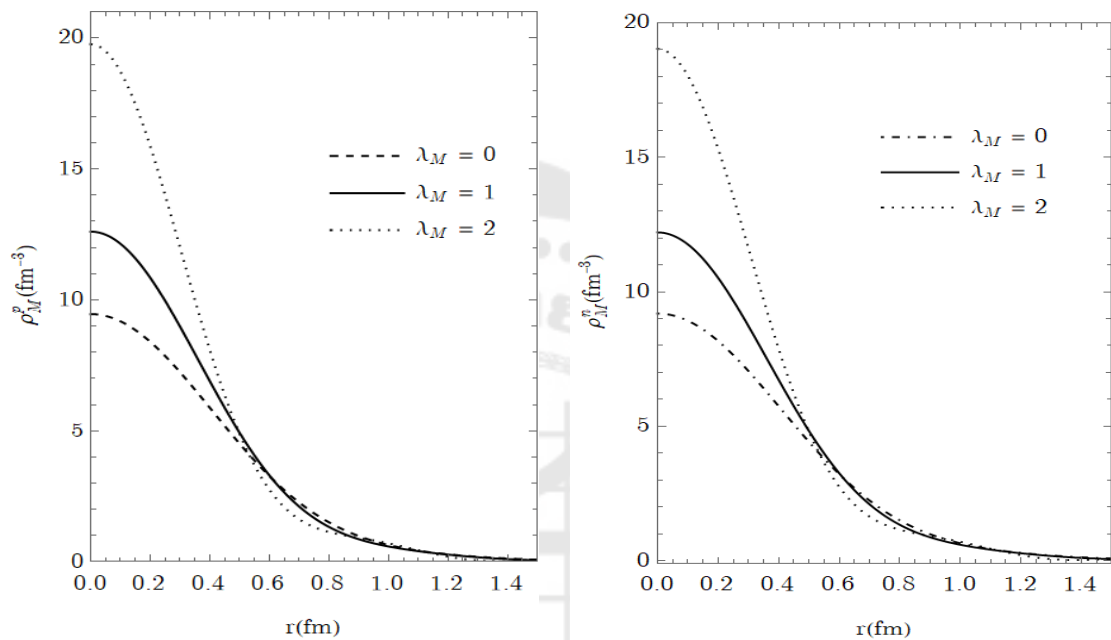


ภาพประกอบ 9 ความหนาแน่นประจุไฟฟ้าของโปรตอนและนิวตรอน $r^2 \rho_E^p(r)$, $r^2 \rho_E^n(r)$
จากฟอร์มแฟคเตอร์เชิงประจุไฟฟ้าในแบบจำลอง PCQM (3-Quark+Meson effect)

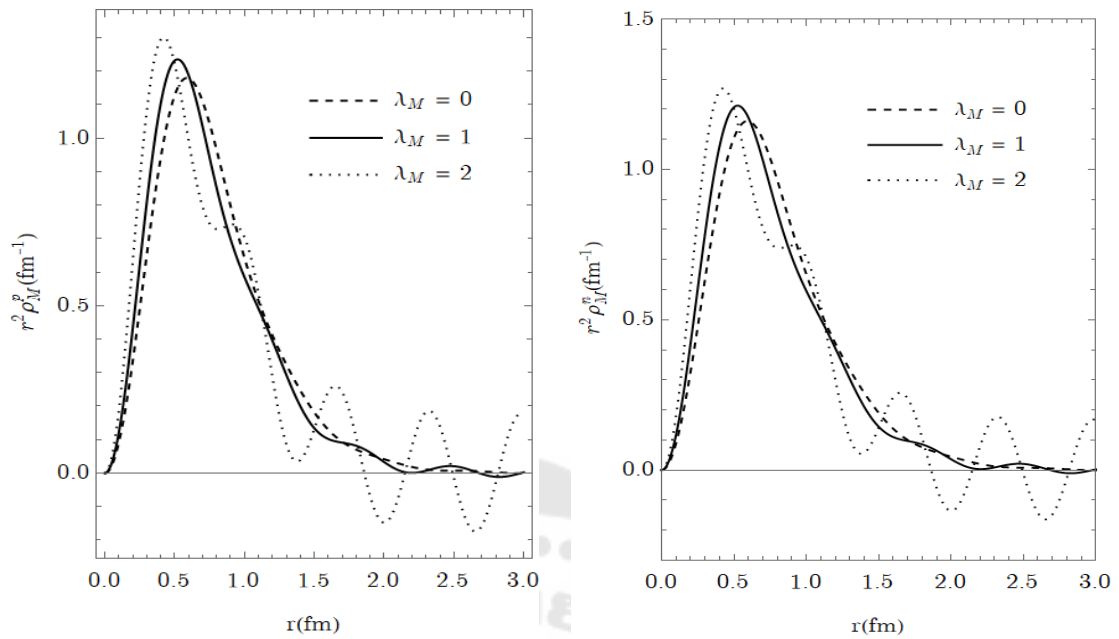
ผลจากการคำนวณความหนาแน่นเชิงประจุไฟฟ้า $\rho_E^p(r)$ ของโปรตอนและ $\rho_E^n(r)$ ของนิวตรอนแสดงไว้ในภาพประกอบ 8 จะเห็นได้ว่าผลจากการแก้ไขที่มาจากทฤษฎีสัมพัทธภาพนั้นมีผลมากที่สุดที่ค่าของ Q^2 น้อย ๆ เท่านั้น โดยเมื่อค่า Q^2 มีค่าที่มากขึ้นค่าทั้ง 3 ค่าของ λ_E นั้นแทบจะไม่ทำให้เกิดความแตกต่างของความหนาแน่น $\rho_E^p(r)$ และ $\rho_E^n(r)$ นอกจากนี้ $\rho_E^n(r)$ นั้นสามารถมีค่าที่เป็นได้ทั้งบวกและลบ ในขณะที่ $\rho_E^p(r)$ นั้นมีเฉพาะค่าที่เป็นบวกเท่านั้น ซึ่งเป็นผลมาจากการที่นิวตรอนและโปรตอนนั้นมีประจุไฟฟ้าโดยรวมเป็น $Q_n = 0$ และ $Q_p = +e$ ตามลำดับ

แนวทางเลือกอื่นในการเขียนกราฟของความหนาแน่น $\rho_E^p(r)$ และ $\rho_E^n(r)$ คือ การเขียนกราฟที่เกี่ยวข้องกันโดยเขียนให้อยู่ในรูปของ $r^2 \rho_E^p(r)$ และ $r^2 \rho_E^n(r)$ ซึ่งบอกถึงกระจายตัวของประจุในแนวรัศมี r ดังแสดงในภาพประกอบ 9 ซึ่งข้อดีของการเขียนกราฟในลักษณะนี้ก็คือพื้นที่ใต้กราฟโดยรวมจะมีค่าเท่ากับประจุไฟฟ้าของนิวคลีออน จะเห็นได้ว่าผลจากการแก้ไขจากทฤษฎีสัมพัทธภาพนั้นให้ค่าที่ไม่แตกต่างกันนัก ยกเว้นในกรณีของโปรตอนที่ค่า $\lambda_E = 0$ ซึ่งจะทำให้ค่าของ $r^2 \rho_E^p(r)$ นั้นการออัสซิลเลตจนมีโอกาที่จะให้ค่าที่เป็นลบได้ สำหรับความหนาแน่นเชิงไฟฟ้าของนิวตรอนนั้น ผลจากการคำนวณในแบบจำลอง PCQM ให้ผลในลักษณะที่การกระจาย

ตัวของประจุของนิวตรอนนั้นมีค่าเป็นบวกที่บริเวณใกล้ ๆ แกนกลางนิวตรอน โดยถัดจากนั้นไปจะมีการกระจายตัวของประจุที่มีค่าเป็นลบและกลับมาเป็นค่าบวกอีกครั้งเมื่อค่าของ r มีค่ามากขึ้น แต่โดยรวมแล้วพื้นที่ใต้กราฟของ $r^2 \rho_E^n(r)$ ทั้งนั้นจะมีค่าที่เป็นศูนย์ซึ่งสอดคล้องกับการที่นิวตรอนนั้นเป็นกลางทางไฟฟ้า

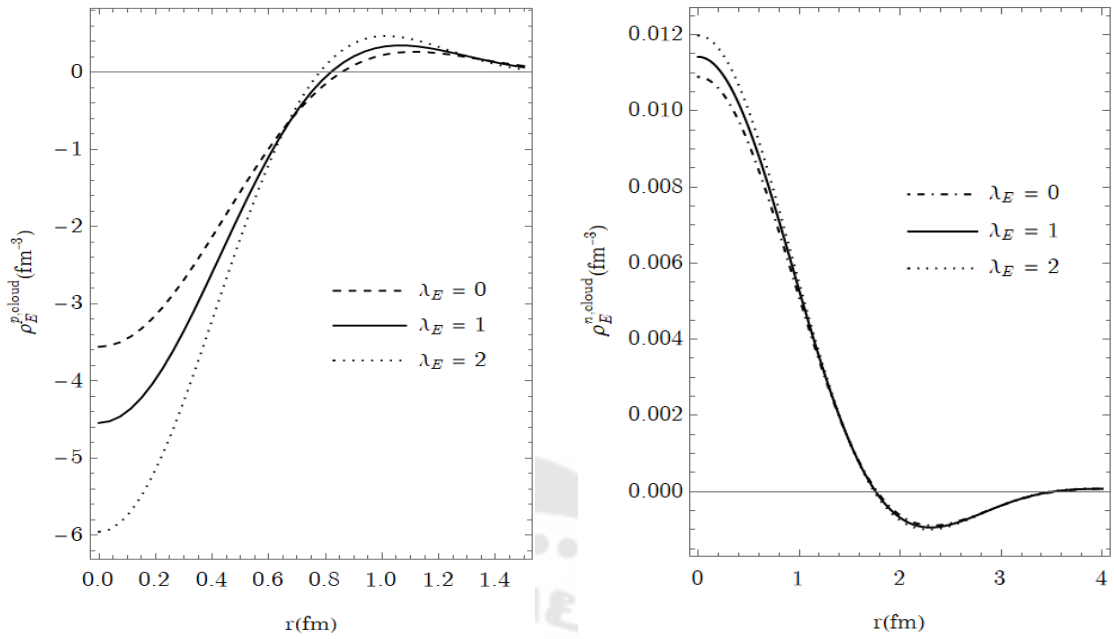


ภาพประกอบ 10 ความหนาแน่นเชิงแม่เหล็กของโปรตอนและนิวตรอน $\rho_M^p(r)$, $\rho_M^n(r)$
จากฟอร์มแฟคเตอร์เชิงแม่เหล็กในแบบจำลอง PCQM (3-Quark+Meson effect)

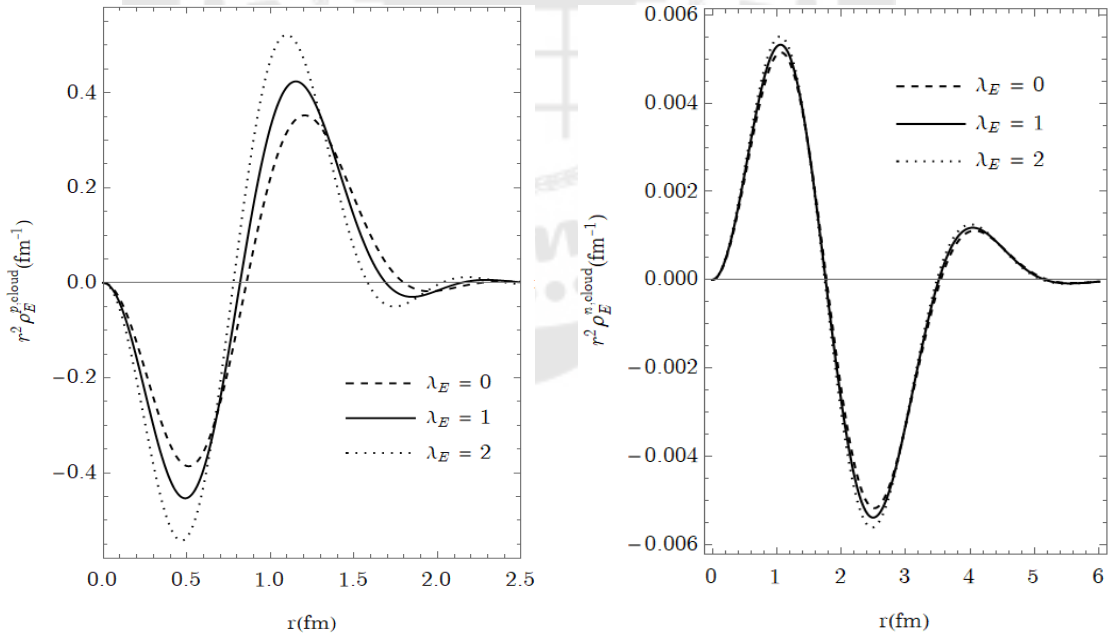


ภาพประกอบ 11 ความหนาแน่นเชิงแม่เหล็กของโปรตอนและนิวตรอน $r^2 \rho_M^p(r)$, $r^2 \rho_M^n(r)$
จากฟอร์มแฟคเตอร์เชิงแม่เหล็กในแบบจำลอง PCQM (3-Quark+Meson effect)

สำหรับในกรณีของความหนาแน่นเชิงแม่เหล็กของนิวคลีออนซึ่งบอกถึงการกระจายตัวของโมเมนต์แม่เหล็กภายในนิวคลีออน ผลการคำนวณของ $\rho_M^p(r)$ และ $\rho_M^n(r)$ ในแบบจำลอง PCQM แสดงไว้ในภาพประกอบ 10 และความหนาแน่นเชิงแม่เหล็กในแนวรัศมี $r^2 \rho_M^p(r)$ และ $r^2 \rho_M^n(r)$ ได้แสดงไว้ในภาพประกอบ 11 ผลการคำนวณที่ได้ในกรณีนี้ให้ผลลัพธ์ที่ไปในแนวทางเดียวกันกับในกรณีของความหนาแน่นเชิงไฟฟ้าของโปรตอน ดังที่แสดงในภาพประกอบ 8 และภาพประกอบ 9 นอกจากนี้ผลการแก้ไขจากทฤษฎีสัมพัทธภาพให้ให้ผลลัพธ์ในแนวทางเดียวกันกับในกรณีของการกระจายตัวของประจุไฟฟ้าของโปรตอนอีกด้วย

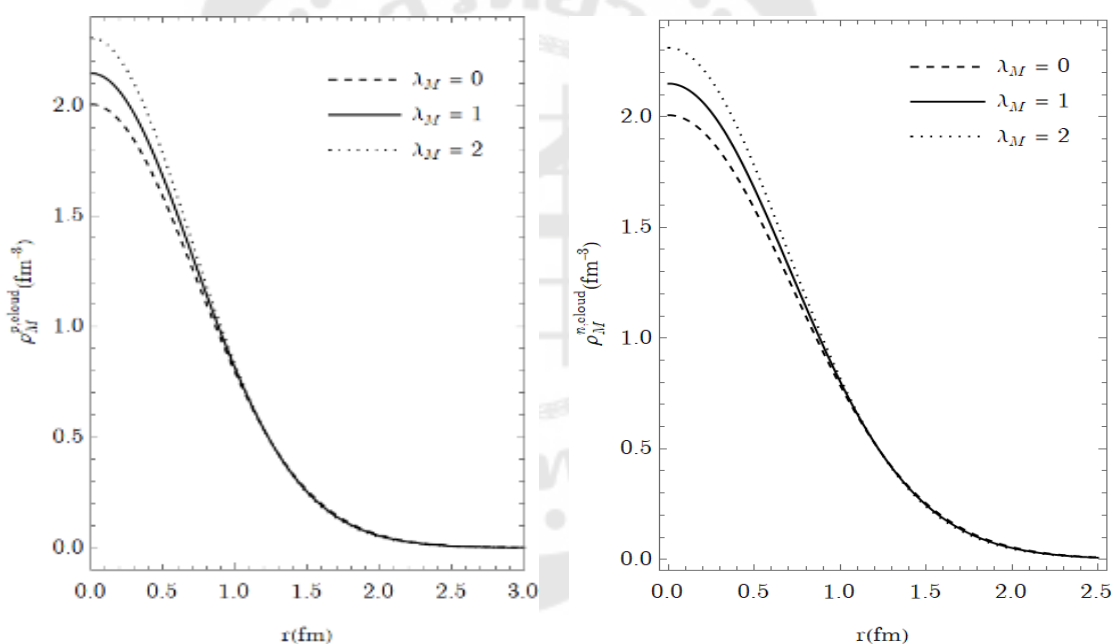


ภาพประกอบ 12 ความหนาแน่นประจุไฟฟ้าของโปรตอนและนิวตรอน $\rho_E^{p,cloud}(r)$, $\rho_E^{n,cloud}(r)$
จากฟอร์มแฟคเตอร์เชิงประจุไฟฟ้าในแบบจำลอง PCQM (Meson effect)

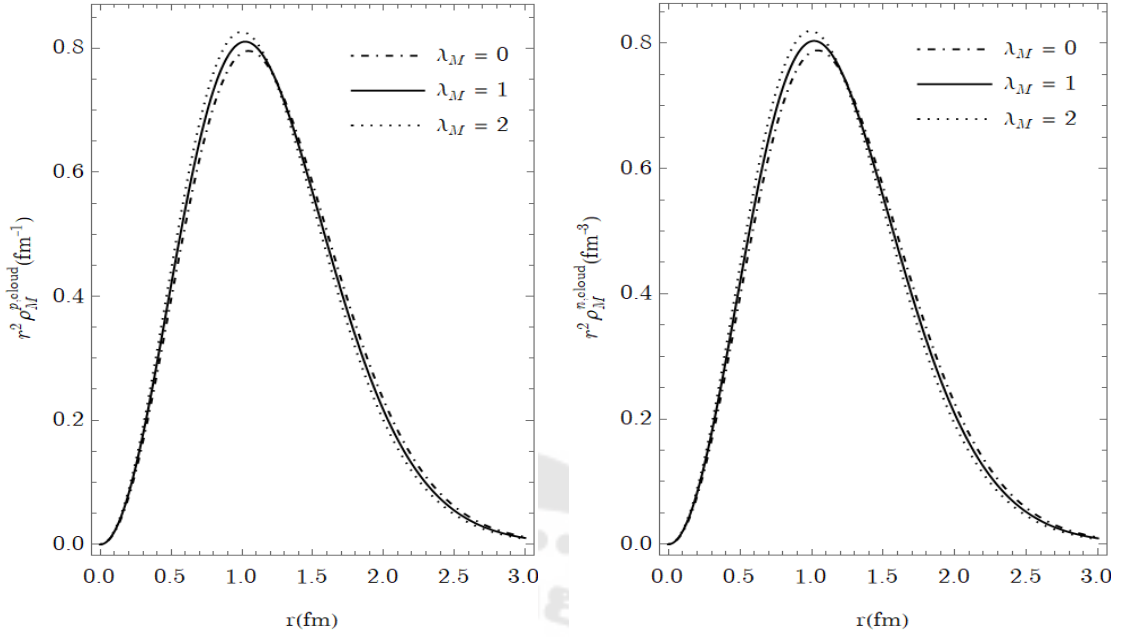


ภาพประกอบ 13 ความหนาแน่นประจุไฟฟ้าของโปรตอนและนิวตรอน $r^2 \rho_E^{p,cloud}(r)$,
 $r^2 \rho_E^{n,cloud}(r)$ จากฟอร์มแฟคเตอร์เชิงประจุไฟฟ้าในแบบจำลอง PCQM (Meson effect)

จากการที่การคำนวณฟอร์มแฟคเตอร์โดยใช้แบบจำลอง PCQM นั้นสามารถทำการแยกส่วนที่มาจากควาร์กและส่วนที่มาจากกลุ่มหมอกเมซอนออกจากกันได้ ทำให้เราสามารถศึกษาถึงผลของกลุ่มหมอกเมซอนที่มีต่อความหนาแน่นเชิงประจุไฟฟ้าและเชิงแม่เหล็กของนิวคลีออนได้ โดยผลของความหนาแน่นเชิงไฟฟ้าของโปรตอน $\rho_M^{p,cloud}(r)$ และของนิวตรอน $\rho_M^{n,cloud}(r)$ จากส่วนที่มาจากกลุ่มหมอกเมซอนนั้นได้แสดงไว้ในภาพประกอบ 12 โดยในส่วนของนิวตรอนนั้นจากการที่ฟอร์มแฟคเตอร์เชิงไฟฟ้าของนิวตรอนมาจากส่วนของกลุ่มหมอกเมซอนเพียงอย่างเดียว เราจึงได้ว่า $\rho_M^n(r) = \rho_M^{n,cloud}(r)$ รวมทั้งทำให้ $r^2 \rho_M^n(r) = r^2 \rho_M^{n,cloud}(r)$ ดังแสดงในภาพประกอบ 13 อีกด้วย ในส่วนของโปรตอนนั้นผลจากกลุ่มหมอกเมซอนจะให้ผลที่คล้ายกับในกรณีของนิวตรอน แต่จะมีเครื่องหมายที่ตรงข้ามกัน โดยจะมีเครื่องหมายเป็นลบที่รัศมี r น้อย ๆ และเปลี่ยนเครื่องหมายเป็นบวกเมื่อ r มีค่าเพิ่มขึ้น



ภาพประกอบ 14 ความหนาแน่นเชิงแม่เหล็กของโปรตอนและนิวตรอน $\rho_M^{p,cloud}(r)$, $\rho_M^{n,cloud}(r)$ จากฟอร์มแฟคเตอร์เชิงแม่เหล็กในแบบจำลอง PCQM (Meson effect)

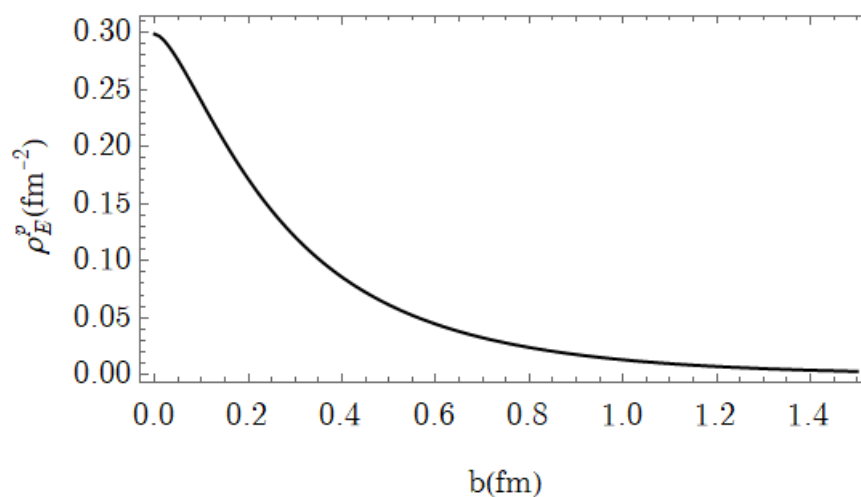


ภาพประกอบ 15 ความหนาแน่นเชิงแม่เหล็กของโปรตอนและนิวตรอน $r^2 \rho_M^{p,cloud}$, $r^2 \rho_M^{n,cloud}$ จากฟอร์มแฟคเตอร์เชิงแม่เหล็กในแบบจำลอง PCQM (Meson effect)

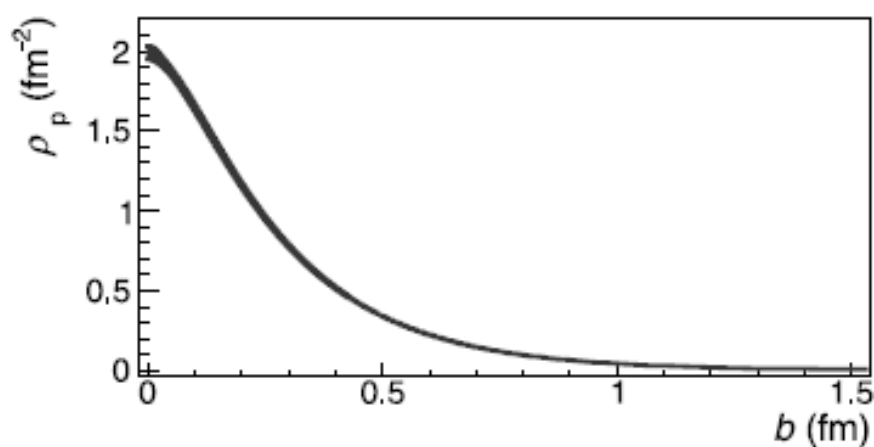
สำหรับผลการคำนวณของกลุ่มหมอกเมซอนที่มีต่อความหนาแน่นเชิงแม่เหล็ก $\rho_M^{p,cloud}(r)$ และ $\rho_M^{n,cloud}(r)$ รวมทั้ง $r^2 \rho_M^{p,cloud}(r)$ และ $r^2 \rho_M^{n,cloud}(r)$ นั้นแสดงไว้ในภาพประกอบ 14 และภาพประกอบ 15 ตามลำดับ โดยรวมแล้วจะได้สรุปได้ว่ากลุ่มหมอกเมซอนนั้นมีผลต่อ $\rho_M^{p,cloud}(r)$ และ $\rho_M^{n,cloud}(r)$ อยู่ในระดับ 10% - 20% ทั้งนี้ขึ้นอยู่กับพารามิเตอร์ λ_E ที่เราพิจารณา โดยที่ $\lambda_E = 0$ กลุ่มหมอกเมซอนจะมีอิทธิพลต่อความหนาแน่นเชิงแม่เหล็กของนิวคลีออนมากที่สุด

สุดท้ายเราได้ทำการคำนวณความหนาแน่นเชิงประจุไฟฟ้าของโปรตอนและนิวตรอนในกรอบอ้างอิงอินฟินิตโมเมนตัม โดยใช้นิยามจากสมการ (3.33) ซึ่งความหนาแน่นเชิงประจุไฟฟ้าตามขวาง (transverse charge density) ที่ขึ้นอยู่กักระยะทางตามแนวขวาง b จากการคำนวณโดยใช้แบบจำลอง PCQM จะได้กราฟดังที่แสดงไว้ในภาพประกอบ 16 ซึ่งมีลักษณะเดียวกันจากการวิเคราะห์โดยอาแทคและคณะ (Atac, 2021) ซึ่งวิเคราะห์ผ่านทางการใช้ฟอร์มแฟคเตอร์ของนิวคลีออนภายใต้กลุ่ม SU(6) ร่วมกับเงื่อนไขจากเทคนิค large- N_c ซึ่งได้ผลลัพธ์ดังแสดงในภาพประกอบ 17 โดยมีความแตกต่างกันตรงที่ค่าสูงสุดของความหนาแน่นที่ $r = 0$ ซึ่งในแบบจำลอง PCQM นั้นจะให้ค่าที่ต่ำกว่าค่าที่ได้จากการวิเคราะห์โดยอาแทคค่อนข้างมาก ในส่วน

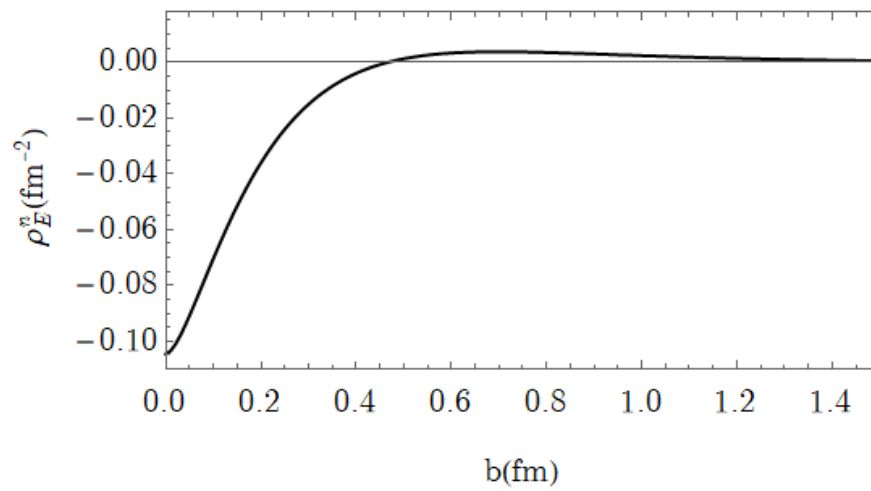
ของนิวตรอนนั้นผลจากแบบจำลอง PCQM และจากอาแทคแสดงไว้ในภาพประกอบ 18 และภาพประกอบ 19 ตามลำดับ เช่นเดียวกันกับในกรณีของโปรตอน ลักษณะของความหนาแน่นเชิงประจุตามขวางที่ได้นั้นมีลักษณะที่คล้ายคลึงกัน โดยที่ตำแหน่ง $r = 0$ นั้นขนาดของความหนาแน่นจากแบบจำลอง PCQM นั้นให้ค่าที่มากกว่าค่าที่ได้จากการวิเคราะห์ของอาแทคเล็กน้อย



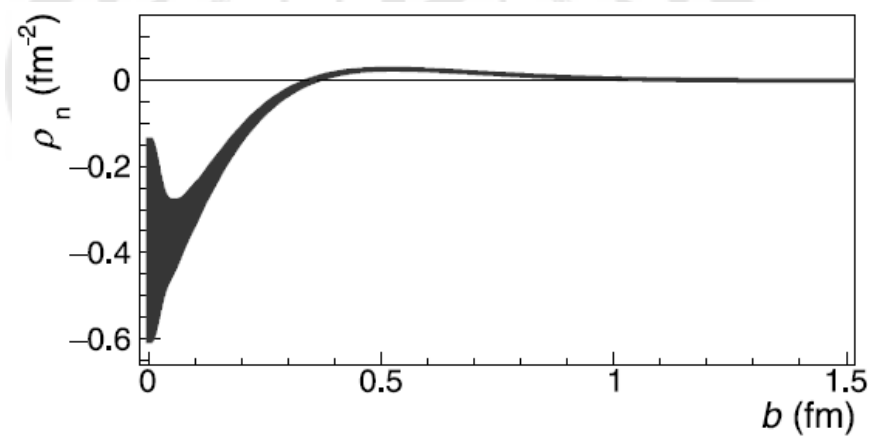
ภาพประกอบ 16 ความหนาแน่นเชิงประจุไฟฟ้าตามขวางของโปรตรอน
โดยใช้ฟอร์มแฟคเตอร์จากแบบจำลอง PCQM



ภาพประกอบ 17 ความหนาแน่นเชิงประจุไฟฟ้าตามขวางของโปรตรอน
โดยใช้ฟอร์มแฟคเตอร์จาก SU(6) และ large-Nc (Atac, 2021)



ภาพประกอบ 18 ความหนาแน่นเชิงประจุไฟฟ้าตามขวางของนิวตรอน
โดยใช้ฟอร์มแฟคเตอร์จากแบบจำลอง PCQM



ภาพประกอบ 19 ความหนาแน่นเชิงประจุไฟฟ้าตามขวางของนิวตรอน
โดยใช้ฟอร์มแฟคเตอร์จาก SU(6) และ large-Nc (Atac, 2021)

บทที่ 5

สรุป อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ

แบบจำลองเพอร์เทอร์เบทีฟไครัลควาร์กนั้นเป็นแบบจำลองที่พิจารณาให้มีแกนซึ่งประกอบของจากวาเลนซ์ควาร์กจำนวนสามตัว โดยควาร์กเหล่านี้จะถูกกักไว้ด้วยพลังงานศักย์แบบที่ไม่ขึ้นกับเวลาซึ่งมีรูปแบบเช่นเดียวกับพลังงานศักย์ของตัวกวัดแกว่งฮาร์มอนิก กลุ่มควาร์กเหล่านี้จะถูกล้อมรอบด้วยกลุ่มหมอกเมซอน ได้แก่ ไพออน เคออน และเอต้า ด้วยเหตุนี้อันตรกิริยาซึ่งมาจากสนามภายนอกของนิวคลีออนนั้นจึงสามารถมีอันตรกิริยาได้ทั้งกับควาร์กและกลุ่มหมอกเมซอน ในแบบจำลองเพอร์เทอร์เบทีฟไครัลควาร์กนี้ได้พิจารณาให้อันตรกิริยาระหว่างควาร์กและกลุ่มหมอกเมซอนมีลักษณะที่เป็นแบบการรบกวนน้อย ๆ โดยการคำนวณปริมาณทางฟิสิกส์ต่าง ๆ ที่เกี่ยวข้องนั้นจะกระทำผ่านทางรบกวนดังกล่าวจนถึงอันดับที่สองซึ่งเทียบเท่ากับการมีวงลูปปิดของเมซอนจำนวนหนึ่งลูป

แบบจำลองเพอร์เทอร์เบทีฟไครัลควาร์กนั้นได้ถูกนำไปประยุกต์ใช้ในการศึกษาและคำนวณปริมาณต่าง ๆ เช่น ไพออน-นิวคลีออนชิกมาทอม, ฟอรั่มแฟคเตอร์เชิงแม่เหล็กไฟฟ้าของนิวคลีออน, ฟอรั่มแฟคเตอร์เชิงแม่เหล็กไฟฟ้าของไฮเพอร์รอน, สเตรนจ์เนสฟอรั่มแฟคเตอร์ของนิวคลีออน, ฟอรั่มแฟคเตอร์เชิงแอกเซียลของนิวคลีออน, การเปลี่ยนแปลง N-Delta ในอันตรกิริยาแม่เหล็กไฟฟ้า เป็นต้น ซึ่งในงานวิจัยนี้เราจะนำเอาแบบจำลองเพอร์เทอร์เบทีฟไครัลควาร์กมาใช้ในการศึกษาถึงรูปแบบของการกระจายตัวเชิงประจุไฟฟ้าและเชิงแม่เหล็กของนิวคลีออน โดยปริมาณดังกล่าวนี้มีส่วนช่วยให้เกิดความเข้าใจในการกระจายตัวของประจุไฟฟ้าและแม่เหล็กคู่ชั่วภายในนิวคลีออนได้ดียิ่งขึ้น แม้ว่าจะยังไม่มีผลการทดลองที่บอกถึงการกระจายตัวดังกล่าว แต่แบบจำลองต่าง ๆ ที่ใช้ในการศึกษานิวคลีออนนั้นได้ให้ความสำคัญในการคำนวณการกระจายตัวเหล่านี้

การคำนวณการกระจายตัวเชิงประจุไฟฟ้าและเชิงแม่เหล็กของนิวคลีออนนั้นจำเป็นต้องนำเอาฟอรั่มแฟคเตอร์เชิงแม่เหล็กไฟฟ้าของนิวคลีออนมาพิจารณา ในงานวิจัยก่อนหน้านี้ของแบบจำลองเพอร์เทอร์เบทีฟไครัลควาร์กได้มีข้อจำกัดถึงการใช้ตัวแผ่ของควาร์กในการคำนวณ โดยได้จำกัดไว้เฉพาะตัวแผ่ของควาร์กที่อยู่ในสถานะพื้นเท่านั้น เหตุผลเพื่อให้เกิดความสะดวกในการคำนวณให้มากที่สุด จากนั้นได้มีการเพิ่มเติมตัวแผ่ของควาร์กในสถานะกระตุ้นเข้าไปในการพิจารณาด้วย โดยผลลัพธ์โดยทั่วไปนั้นแสดงให้เห็นถึงความสำคัญจากทั้งสองส่วนได้แก่ผลจากกลุ่มหมอกเมซอนและผลจากการเพิ่มเติมตัวแผ่ของควาร์กเข้าไปในการพิจารณา กล่าวคือ

แม้ว่าผลจากวาเลนซ์ควาร์กนั้นจะให้ผลส่วนใหญ่ของการคำนวณ แต่ผลจากกลุ่มหมอกเมซอนและการเพิ่มเติมตัวแผ่ของควาร์กเข้าไปในการพิจารณานั้นเป็นส่วนที่จำเป็นและไม่สามารถตัดทิ้งไปได้ โดยในงานวิจัยนี้ได้ทำการเพิ่มเติมสถานะกระตุ้นของควาร์กไปถึงสถานะกระตุ้นที่สองเข้าไปในตัวแผ่ของควาร์กเพื่อคำนวณฟอร์มแฟคเตอร์เชิงแม่เหล็กไฟฟ้าของนิวคลีออน และทำการหาพารามิเตอร์อิสระของแบบจำลองที่เหมาะสมสำหรับแต่ละสถานะกระตุ้นที่เพิ่มเข้าไป

พารามิเตอร์อิสระของแบบจำลองเพอร์เทอร์เบทีฟไครล์ควาร์กนั้นมีอยู่ด้วยกันสองตัวด้วยกัน ได้แก่ ρ และ R โดยทั้งสองตัวนั้นเป็นพารามิเตอร์ที่ปรากฏอยู่ในฟังก์ชันคลื่นของควาร์กในสถานะพื้นซึ่งได้มาจากการหาผลเฉลยของควาร์กในแบบสัมพัทธภาพที่ถูกกักไว้ด้วยพลังงานในรูปแบบของตัวกวดแกว่งฮาร์มอนิก การเพิ่มตัวแผ่ของควาร์กในสถานะกระตุ้นนั้นทำให้มีพารามิเตอร์สำหรับแต่ละสถานะกระตุ้นของควาร์กเพิ่มเข้ามาในแบบจำลอง อย่างไรก็ตามพารามิเตอร์ทุกตัวในสถานะกระตุ้นของควาร์กนั้นจะมีความสัมพันธ์เชื่อมโยงกับพารามิเตอร์ของควาร์กในสถานะพื้น ด้วยเหตุนี้พารามิเตอร์ของแบบจำลองจึงมีเพียงแค่สองตัวเท่านั้น นั่นคือ ρ และ R

ในงานวิจัยนี้เราจึงเริ่มจากการพิจารณาฟอร์มแฟคเตอร์แม่เหล็กไฟฟ้าของนิวคลีออน โดยมีเป้าหมายเพื่อหาค่าของพารามิเตอร์ที่เหมาะสมซึ่งให้ค่าของโมเมนต์แม่เหล็กของนิวคลีออนที่ใกล้เคียงกับผลที่ได้จากการทดลองให้มากที่สุด โดยพบว่าค่าพารามิเตอร์อิสระที่ทำให้ผลการคำนวณโมเมนต์แม่เหล็กของทั้งโปรตรอนและนิวตรอนใกล้เคียงกับผลการทดลองมากที่สุดนั้นคือ $R = 0.56$ fm. และ $\rho = 0.65$ ซึ่งค่าโมเมนต์แม่เหล็กที่คำนวณได้จะมีค่าที่สอดคล้องกันเป็น 2.762 และ -1.927 ตามลำดับ และเมื่อเปรียบเทียบกับ การคำนวณโดยใช้เพียงแค่สถานะพื้นของควาร์กตามงานวิจัยของ Cheedket, 2004 พบว่าการเพิ่มสถานะถึงสถานะกระตุ้นที่ 2 ทำให้ผลการคำนวณโมเมนต์แม่เหล็กของโปรตรอนและนิวตรอนมีใกล้เคียงผลการทดลองมากขึ้นถึง 11.8% และ 12.2% ตามลำดับ

ความสำคัญของการคำนวณฟอร์มแฟคเตอร์แม่เหล็กไฟฟ้าในแบบจำลอง PCQM คือการพิจารณาถึงอันตรกิริยาของกลุ่มหมอกเมซอนต่อระบบของวาเลนซ์ควาร์ก โดยที่อันตรกิริยาของเมซอนถูกคำนวณผ่านแผนภาพทรีควาร์กพจน์รอง (3-Quark NLO) แผนภาพเคาน์เตอร์เทอม (counter term) แผนภาพกลุ่มหมอกเมซอน (meson cloud) แผนภาพเวอร์เทกคอเรคชัน (vertex correction) และแผนภาพเมซอนอินฟลายท์ (meson in flight) ผลการคำนวณดังที่ปรากฏในตารางที่ 4 แผนภาพเมซอนมีอิทธิพลต่อค่าโมเมนต์แม่เหล็กของโปรตรอนและนิวตรอนเป็น 23.30 % และ

26.72 % ตามลำดับ ที่เห็นได้อย่างชัดเจนคือฟอร์มแฟคเตอร์ประจุไฟฟ้าของนิวตรอน ผลจากการคำนวณฟอร์มแฟคเตอร์เชิงประจุไฟฟ้าของนิวตรอนในแผนภาพทรีควาร์กพจน์หลักมีค่าเป็นศูนย์ อย่างไรก็ตามค่าฟอร์มแฟคเตอร์ของนิวตรอนนั้นกลับไม่เป็นศูนย์ดังผลการคำนวณในภาพประกอบที่ 6 ซึ่งเป็นผลมาจากแผนภาพกลุ่มหมอกเมซอนกับแผนภาพเวอร์เทกคเคอร์เรชัน แสดงให้เห็นว่าโครงสร้างเชิงแม่เหล็กไฟฟ้าภายในนิวตรอนเป็นผลมาจากกลุ่มหมอกเมซอน ถึงแม้ว่าค่าประจุของนิวตรอนจะเป็นศูนย์ก็ตาม

สำหรับฟอร์มแฟคเตอร์เชิงแม่เหล็กไฟฟ้าของนิวคลีออน $G_E^N(Q^2), G_E^M(Q^2)$ ที่ได้จากแบบจำลองเพอร์เทอร์เบทีฟไครล์ควาร์ก โดยทำการเพิ่มเติมสถานะกระตุ้นของควาร์กไปถึงสถานะกระตุ้นที่สองและใช้พารามิเตอร์อิสระ $R = 0.56 \text{ fm.}$ และ $\rho = 0.65$ เมื่อเปรียบเทียบค่าฟอร์มแฟคเตอร์ที่คำนวณได้กับฟอร์มแฟคเตอร์ไดโพล ดังภาพประกอบที่ 6 พบว่าค่าจากการคำนวณมีแนวโน้มที่เหมือนกับฟอร์มแฟคเตอร์ไดโพล แต่มีค่าลดลงที่เร็วกว่าเมื่อการถ่ายโอนโมเมนตัมสูงขึ้น เนื่องจากการใช้ผลเฉลยฟังก์ชันคลื่นของควาร์กแบบเกาส์เซียน อย่างไรก็ตามค่าฟอร์มแฟคเตอร์เชิงประจุไฟฟ้าของนิวตรอนยังคงมีค่าที่น้อยกว่าผลการทดลอง

ผลการคำนวณความหนาแน่นเชิงประจุไฟฟ้าและเชิงแม่เหล็ก $\rho_E^N(Q^2), \rho_M^N(Q^2)$ จากการ $r^2 \rho_E^N(Q^2), r^2 \rho_M^N(Q^2)$ ใช้แบบจำลองเพอร์เทอร์เบทีฟไครล์ควาร์ก ในภาพที่ 8, 9, 10 และ 11 มาจากการคำนวณฟอร์มแฟคเตอร์โดยใช้แผนภาพ 3-Quark และผลจากเมซอน (meson effect, NLO + counter term + meson cloud + vertex correction + meson in flight) ซึ่งผลการคำนวณความหนาแน่นเชิงประจุไฟฟ้าและเชิงแม่เหล็กจากการใช้ $\lambda_{E,M}$ ทั้งสามค่าให้แนวโน้มความหนาแน่นทั้งเชิงไฟฟ้าและเชิงแม่เหล็กไปในทิศทางเดียวกันเพียงแต่มีค่าที่ต่างกัน ทั้งนี้เมื่อทำการวิเคราะห์ความหนาแน่นเชิงประจุไฟฟ้าและเชิงแม่เหล็กโดยใช้เฉพาะผลจากเมซอน ดังภาพประกอบที่ 12, 13, 14 และ 15 พบว่าผลจากกลุ่มหมอกเมซอนส่งผลต่อโครงสร้างเชิงแม่เหล็กไฟฟ้าของนิวคลีออน ตัวอย่างเช่น ความหนาแน่นเชิงประจุไฟฟ้าของนิวตรอน เนื่องจากฟอร์มแฟคเตอร์เชิงประจุไฟฟ้าจากแผนภาพทรีควาร์กของนิวตรอนมีค่าเป็นศูนย์ ทำให้ฟอร์มแฟคเตอร์เชิงประจุไฟฟ้าของนิวตรอนที่ $Q^2 > 0$ เป็นผลมาจากกลุ่มหมอกเมซอนเท่านั้น เมื่อนำค่าฟอร์มแฟคเตอร์ประจุไฟฟ้าของนิวตรอนมาทำการหาค่าความหนาแน่นเชิงประจุไฟฟ้าพบว่าการกระจายตัวของประจุไฟฟ้าในนิวตรอนมีการกระจายตัวทั้งในส่วนที่เป็นบวกและลบ ถึงแม้ว่าประจุไฟฟ้ารวมของนิวตรอนจะเป็นศูนย์ก็ตาม

ผลจากการศึกษาถึงการกระจายตัวเชิงประจุไฟฟ้าและเชิงแม่เหล็กของนิวคลีออนในแบบจำลองเพอร์เทอร์เบทีฟไครัลควาร์กนั้นให้ผลที่มีแนวโน้มเช่นเดียวกันผลลัพธ์ที่ได้จากการคำนวณผ่านทางการใช้แบบจำลองอื่น ๆ นอกจากนี้ได้นั้นยังสอดคล้องกับปริมาณต่าง ๆ ที่ได้นำมาคำนวณแล้วในแบบจำลองนี้ กล่าวคือ ส่วนสำคัญของการกระจายตัวนั้นมาจากผลที่มีจากแก่นควาร์กซึ่งบรรจุวาเลนซ์ควาร์กทั้งสามตัวไว้ภายใน อย่างไรก็ตามผลจากกลุ่มหมอกเมซอนและผลจากการเพิ่มตัวแผ่นของควาร์กในสถานะกระตุ้นเข้าไปในการพิจารณานั้นมีค่ามากในระดับหนึ่งและมีความสำคัญเป็นอย่างยิ่งต่อค่าของการกระจายตัวเชิงประจุไฟฟ้าและเชิงแม่เหล็กของนิวคลีออน

ข้อเสนอแนะที่ได้จากการศึกษาวิจัยนี้ คือ ในแบบจำลองเพอร์เทอร์เบทีฟไครัลควาร์กนั้นยังคงมีคำถามอื่น ๆ ที่ตามมา เช่น จำนวนของตัวแผ่นของควาร์กในสถานะกระตุ้นที่เพิ่มเติมเข้าไปในเทคนิคการคำนวณนั้นควรจะเพิ่มเติมเข้าไปถึงระดับได้ ซึ่งในการวิจัยในครั้งนี้ไม่สามารถตอบคำถามดังกล่าวได้เนื่องจากอยู่นอกเหนือขอบเขตของงานวิจัยในครั้งนี้ ดังนั้นจึงจำเป็นต้องมีการศึกษาเพิ่มเติมโดยตรงถึงแนวโน้มและพฤติกรรมของปริมาณต่าง ๆ ที่คำนวณได้หลังจากการเพิ่มเติมตัวแผ่นของควาร์กเข้าไปในการพิจารณา

บรรณานุกรม

- Alexandrou, C., Bacchio, S., Constantinou, M., Finkenrath, J., Hadjiyiannakou, K., Jansen, K., . . . Aviles-Casco, A. V. (2019). Proton and neutron electromagnetic form factors from lattice QCD. *Physical Review D*, 100(1), 014509.
- Atac, H., Constantinou, M., Meziani, Z. E., Paolone, M., & Sparveris, N. (2021). Measurement of the neutron charge radius and the role of its constituents. *Nature Communications*, 12(1), 1759.
- Bruins, E. E. W., Bauer, T. S., Den Bok, H. W., Duif, C. P., Van Hoek, W. C., De Lange, D. J. J., . . . Arenhövel, H. (1995). Measurement of the neutron magnetic form factor. *Physical Review Letters*, 75(1), 21-24.
- Cheedket, S., Lyubovitskij, V. E., Gutsche, T., Faessler, A., Pumsa-ard, K., & Yan, Y. (2004). Electromagnetic form factors of the baryon octet in the perturbative chiral quark model. *The European Physical Journal A - Hadrons and Nuclei*, 20(2), 317-327.
- Chin, S. A. (1982). Many-body theory of confined quarks and excluded pions: A perturbative study of the chiral bag. *Nuclear Physics A*, 382(3), 355-377.
- Chodos, A., Jaffe, R. L., Johnson, K., & Thorn, C. B. (1974). Baryon structure in the bag theory. *Physical Review D*, 10(8), 2599-2604.
- Eden, T., Madey, R., Zhang, W. M., Anderson, B. D., Baldwin, A. R., Cameron, J. M., . . . Watson, J. W. (1994). Performance of a neutron polarimeter to measure the electric form factor of the neutron. *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment*, 338(2), 432-441.
- Glazier, D. I., Seimetz, M., Annand, J. R. M., Arenhövel, H., Ases Antelo, M., Ayerbe, C., . . . Weis, M. (2005). Measurement of the electric form factor of the neutron at $Q^2 = 0.3-0.8 \text{ (GeV/c)}^2$. *The European Physical Journal A - Hadrons and Nuclei*, 24(1), 101-109.
- Herberg, C., Ostrick, M., Andresen, H. G., Annand, J. R. M., Aulenbacher, K., Becker, J., .

- . . . Watson, R. (1999). Determination of the neutron electric form factor in the $D(e,e'n)p$ reaction and the influence of nuclear binding. *The European Physical Journal A - Hadrons and Nuclei*, 5(2), 131-135.
- Jarassriwilai, J., Pumsa-ard, K., & Uttayarat, P. (2020). Inclusion of the excited states quark propagator to the nucleon electromagnetic form factors in the perturbative chiral quark model. *Results in Physics*, 16, 103125.
- Kelly, J. J. (2002). Nucleon charge and magnetization densities from Sachs form factors. *Physical Review C*, 66(6), 065203.
- Khosonthongkee, K., Lyubovitskij, V. E., Th, G., Amand, F., Pumsa-ard, K., Cheedket, S., & Yan, Y. (2004). Axial form factor of the nucleon in the perturbative chiral quark model. *Journal of Physics G: Nuclear and Particle Physics*, 30(6), 793.
- Lyubovitskij, V. E., Gutsche, T., & Faessler, A. (2001). Electromagnetic structure of the nucleon in the perturbative chiral quark model. *Physical Review C*, 64(6), 065203.
- Lyubovitskij, V. E., Gutsche, T., Faessler, A., & Drukarev, E. G. (2001). Sigma-term physics in the perturbative chiral quark model. *Physical Review D*, 63(5), 054026.
- Lyubovitskij, V. E., Wang, P., Gutsche, T., & Faessler, A. (2002). Strange nucleon form factors in the perturbative chiral quark model. *Physical Review C*, 66(5), 055204.
- Oset, E., Tegen, R., & Weise, W. (1984). Nucleon charge form factors and chiral quark models. *Nuclear Physics A*, 426(3), 456-476.
- Ostrick, M., Herberg, C., Andresen, H. G., Annand, J. R. M., Aulenbacher, K., Becker, J., . . . Watson, R. (1999). Measurement of the Neutron Electric Form Factor G_E^n in the Quasifree $^2H(\vec{e},e')n$ Reaction. *Physical Review Letters*, 83(2), 276-279.
- Particle Data, G., Zyla, P. A., Barnett, R. M., Beringer, J., Dahl, O., Dwyer, D. A., . . . Zheng, W. (2020). Review of Particle Physics. *Progress of Theoretical and Experimental Physics*, 2020(8), 083C001.
- Pumsa-ard, K., Lyubovitskij, V. E., Gutsche, T., Faessler, A., & Cheedket, S. (2003).

Jarassriwilai, J., Pumsa-ard, K., & Uttayarat, P. (2020). Inclusion of the excited states quark propagator to the nucleon electromagnetic form factors in the perturbative chiral quark model. *Results in Physics*, 16, 103125.

Kelly, J. J. (2002). Nucleon charge and magnetization densities from Sachs form factors. *Physical Review C*, 66(6), 065203.

Khosonhongkee, K., Lyubovitskij, V. E., Th, G., Amand, F., Pumsa-ard, K., Cheedket, S., & Yan, Y. (2004). Axial form factor of the nucleon in the perturbative chiral quark model. *Journal of Physics G: Nuclear and Particle Physics*, 30(6), 793.

Lyubovitskij, V. E., Gutsche, T., & Faessler, A. (2001). Electromagnetic structure of the nucleon in the perturbative chiral quark model. *Physical Review C*, 64(6), 065203.

Lyubovitskij, V. E., Gutsche, T., Faessler, A., & Drukarev, E. G. (2001). Sigma-term physics in the perturbative chiral quark model. *Physical Review D*, 63(5), 054026.

Lyubovitskij, V. E., Wang, P., Gutsche, T., & Faessler, A. (2002). Strange nucleon form factors in the perturbative chiral quark model. *Physical Review C*, 66(5), 055204.

Oset, E., Tegen, R., & Weise, W. (1984). Nucleon charge form factors and chiral quark models. *Nuclear Physics A*, 426(3), 456-476.

Ostrick, M., Herberg, C., Andresen, H. G., Annand, J. R. M., Aulenbacher, K., Becker, J., . . . Watson, R. (1999). Measurement of the Neutron Electric Form Factor $\{G\}_{E,n}$ in the Quasifree

$\mathcal{H} \stackrel{\text{ens}}{\rightarrow} \{\mathbf{e}\}, \{\mathbf{e}\}^{\text{ens}} \stackrel{\text{ens}}{\rightarrow} \{\mathbf{n}\} \mathbf{p}$ Reaction. *Physical Review Letters*, 83(2), 276-279.

Particle Data, G., Zyla, P. A., Barnett, R. M., Beringer, J., Dahl, O., Dwyer, D. A., . . . Zheng, W. (2020). Review of Particle Physics. *Progress of Theoretical and Experimental Physics*. 2020(8), 083C001.

Pumsa-ard, K., Lyubovitskij, V. E., Gutsche, T., Faessler, A., & Cheedket, S. (2003).

Electromagnetic nucleon-delta transition in the perturbative chiral quark model.

Physical Review C, 68(1), 015205.

Weinberg, S. (1979). Phenomenological Lagrangians. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, 96(1), 327-340.





ภาคผนวก



ภาคผนวก ก

คุณสมบัติของกลุ่ม $SU(3)$

คุณสมบัติของกลุ่ม SU(3)

กลุ่ม SU(3) (Special Unitary) เป็นกลุ่มสมมาตรทางคณิตศาสตร์ที่มีบทบาทสำคัญในทฤษฎีควอนตัมโครโมไดนามิกส์ (Quantum Chromodynamics , QCD) ซึ่งเป็นทฤษฎีที่อธิบายถึงคุณสมบัติของควาร์ก ซึ่งเป็นอนุภาคพื้นฐานที่สร้างขึ้นเป็นแฮดรอน เช่น โปรตอนและนิวตรอน โดยที่ สมาชิกของกลุ่มคือเมทริกซ์ขนาด 3×3 ที่มีสมบัติเป็น

$$U^\dagger U = 1, \det(U) = 1 \quad (6.1)$$

ตัวสร้าง (generator) ของกลุ่ม SU(3) ที่สอดคล้องกับสมาชิกของกลุ่ม คือ เมทริกซ์เกล-แมนน์ (Gell – Mann matrix)

$$\begin{aligned} \lambda_1 &= \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \lambda_2 = \begin{pmatrix} 0 & -i & 0 \\ i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \lambda_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \\ \lambda_4 &= \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \lambda_5 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -i \\ 0 & 0 & 0 \\ i & 0 & 0 \end{pmatrix}, \lambda_6 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \\ \lambda_7 &= \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -i \\ 0 & i & 0 \end{pmatrix}, \lambda_8 = \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{pmatrix}. \end{aligned} \quad (6.2)$$

คุณสมบัติของเมทริกซ์เกล-แมนน์ สอดคล้องกับความสัมพันธ์คอมมิวเตชัน (commutation) และแอนติคอมมิวเตชัน (anti-commutation)

$$\begin{aligned} \left[\frac{\lambda_i}{2}, \frac{\lambda_j}{2} \right] &= if_{ijk} \frac{\lambda_k}{2}, \quad i, j, k = 1, 2, \dots, 8 \\ \{ \lambda_i, \lambda_j \} &= \frac{4}{3} \delta_{ij} + 2d_{ijk} \lambda_k \end{aligned} \quad (6.3)$$

โดยที่ f_{ijk} คือ ค่าคงตัวเชิงสมมาตร และ d_{ijk} คือ ค่าคงตัวเชิงสมมาตร ที่อธิบายถึงโครงสร้างของกลุ่ม

$$\begin{aligned}
 f_{123} &= 1 \\
 f_{147} &= f_{516} = f_{246} = f_{257} = f_{345} = f_{637} = \frac{1}{2} \\
 f_{458} &= f_{678} = \frac{\sqrt{3}}{2} \\
 d_{118} &= d_{228} = d_{338} = -d_{888} = \frac{1}{\sqrt{3}} \\
 d_{146} &= d_{157} = -d_{247} = d_{256} = d_{344} = d_{355} = -d_{366} = -d_{377} = \frac{1}{2} \\
 d_{448} &= d_{558} = d_{668} = d_{778} = -\frac{1}{2\sqrt{3}}
 \end{aligned} \tag{6.4}$$

เมทริกซ์เกิล-แมนน์ ที่ปรากฏในลากรางเจียนอันตรกิริยาแบบเข้มระหว่างควาร์กและเมซอนตามสมการที่ (3.3) จะดำเนินการลงบนฟังก์ชันคลื่นของควาร์กส่วนเฟรเวอร์ โดยที่เบสิสเวกเตอร์ของเฟรเวอร์สามารถเขียนได้เป็น

$$u = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, d = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, s = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \tag{6.5}$$



ภาคผนวก ข

คุณสมบัติของเมทริกซ์เพาลี

คุณสมบัติของเมทริกซ์เพาลี

สมการดิแรคที่อธิบายฟังก์ชันคลื่นของควาร์กที่ถูกกักภายใต้ศักย์ยังผลเป็นไปตามสมการที่ (3.10) โดยที่ α คือเมทริกซ์ขนาด 4×4 ที่เกี่ยวข้องกับเมทริกซ์เพาลี

$$\alpha^i = \begin{pmatrix} 0 & \sigma^i \\ \sigma^i & 0 \end{pmatrix} \quad (6.6)$$

โดยที่

$$\sigma^1 \equiv \sigma_x = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}, \sigma^2 \equiv \sigma_y = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}, \sigma^3 \equiv \sigma_z = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \quad (6.7)$$

คุณสมบัติของเมทริกซ์เพาลี สอดคล้องกับความสัมพันธ์คอมมิวเตชัน (commutation) และแอนติคอมมิวเตชัน (anti-commutation) เป็นไปตามสมการ

$$\begin{aligned} [\sigma^i, \sigma^j] &= 2i\epsilon_{ijk}\sigma^k \\ \{\sigma^i, \sigma^j\} &= 2\delta_{ij}, \end{aligned} \quad (6.8)$$

และสมบัติการคูณ

$$\sigma^i \sigma^j = \delta_{ij} + i2\epsilon_{ijk}\sigma^k \quad (6.9)$$

เมทริกซ์เพาลีจะดำเนินการลงบนฟังก์ชันคลื่นของควาร์กสปิน

$$\vec{\sigma}(1) \cdot \vec{\sigma}(2) = \sigma_x(1)\sigma_x(2) + \sigma_y(1)\sigma_y(2) + \sigma_z(1)\sigma_z(2) \quad (6.10)$$

ตัวอย่างการดำเนินการของเมทริกซ์เพาลีบนฟังก์ชันคลื่นของนิวคลีออนสปินอัฟ

$$\begin{aligned}
& \vec{\sigma}(1) \cdot \vec{\sigma}(2) \left| -\frac{1}{\sqrt{6}} [(\uparrow\downarrow + \downarrow\uparrow)\downarrow - 2\downarrow\downarrow\uparrow] \right\rangle \\
&= \left[\sigma_x(1)\sigma_x(2) + \sigma_y(1)\sigma_y(2) + \sigma_z(1)\sigma_z(2) \right] \left| -\frac{1}{\sqrt{6}} [(\uparrow\downarrow + \downarrow\uparrow)\downarrow - 2\downarrow\downarrow\uparrow] \right\rangle \\
&= \left[\sigma_x(1)\sigma_x(2) \right] \left| -\frac{1}{\sqrt{6}} [(\uparrow\downarrow + \downarrow\uparrow)\downarrow - 2\downarrow\downarrow\uparrow] \right\rangle \\
&\quad + \left[\sigma_y(1)\sigma_y(2) \right] \left| -\frac{1}{\sqrt{6}} [(\uparrow\downarrow + \downarrow\uparrow)\downarrow - 2\downarrow\downarrow\uparrow] \right\rangle \\
&\quad + \left[\sigma_z(1)\sigma_z(2) \right] \left| -\frac{1}{\sqrt{6}} [(\uparrow\downarrow + \downarrow\uparrow)\downarrow - 2\downarrow\downarrow\uparrow] \right\rangle \\
&= -\frac{1}{\sqrt{6}} |(\downarrow\uparrow + \uparrow\downarrow)\downarrow - 2\uparrow\uparrow\uparrow\rangle - \frac{1}{\sqrt{6}} |(\downarrow\uparrow + \uparrow\downarrow)\downarrow + 2\uparrow\uparrow\uparrow\rangle \\
&\quad - \frac{1}{\sqrt{6}} |(-\downarrow\uparrow - \uparrow\downarrow)\downarrow - 2\uparrow\uparrow\uparrow\rangle
\end{aligned} \tag{6.11}$$



ภาคผนวก ค

การคำนวณองค์ประกอบของเมทริกซ์นิวคลีออนสปินอัฟ

การคำนวณองค์ประกอบของเมทริกซ์

การคำนวณองค์ประกอบของเมทริกซ์จะเกี่ยวข้องกับตัวดำเนินการจากเมทริกซ์เพาลี และเมทริกซ์เกล-แมนน์ ซึ่งจะดำเนินการลงบนฟังก์ชันคลื่นในส่วนของสปินและเฟรเวอร์ตามลำดับ ดังนั้นในงานวิจัยจะนี้จะพิจารณาเฉพาะกรณีของนิวคลีออนสปินอัป ฟังก์ชันคลื่นจะถูกพิจารณาในรูปแบบของ $SU(2) \times SU(3)$ เขียนได้เป็น

$$|N \uparrow\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} |\phi_{MS}^N \chi_{MS}^\uparrow + \phi_{MA}^N \chi_{MA}^\uparrow\rangle \quad (6.12)$$

โดยที่

$$\begin{aligned} |\phi_{MS}^n\rangle &= -\frac{1}{\sqrt{6}} |(ud + du)d - 2ddu\rangle & |\phi_{MA}^n\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}} |(ud - du)d\rangle, \\ |\chi_{MS}^n\rangle &= -\frac{1}{\sqrt{6}} |(\uparrow\downarrow + \downarrow\uparrow)\downarrow - 2\downarrow\downarrow\uparrow\rangle & |\chi_{MA}^n\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}} |(\uparrow\downarrow - \downarrow\uparrow)\downarrow\rangle \\ |\phi_{MS}^p\rangle &= \frac{1}{\sqrt{6}} |(ud + du)u - 2uud\rangle & |\phi_{MA}^p\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}} |(ud - du)u\rangle \\ |\chi_{MS}^p\rangle &= \frac{1}{\sqrt{6}} |(\uparrow\downarrow + \downarrow\uparrow)\uparrow - 2\uparrow\uparrow\downarrow\rangle & |\chi_{MA}^p\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}} |(\uparrow\downarrow - \downarrow\uparrow)\uparrow\rangle \end{aligned} \quad (6.13)$$

การดำเนินการของเมทริกซ์เกล-แมนน์ λ_i บนเฟรเวอร์ของควาร์ก จาก $SU(3)$ โดยที่ $i = 1, 2, 3$ คือตัวแทนของไพออน $i = 4, 5, 6, 7$ คือตัวแทนของเคออน และ $i = 8$ คือตัวแทนของเอตา ดังปรากฏในการคำนวณฟอร์มแฟคเตอร์เชิงไฟฟ้าจากแผนภาพกลุ่มหมอกเมซอน

$$\sum_{i,j=1}^8 \left\langle N \left| \sum_{I=1}^3 \left[f_{3ij} + \frac{f_{8ij}}{\sqrt{3}} \right] \lambda_i(I) \lambda_j(I) \right| N \right\rangle \quad (6.14)$$

ความสัมพันธ์ ดังสมการที่ (6.3) ได้ว่า $\lambda_i \lambda_j = \frac{2}{3} \delta_{ij} + (d_{ijk} + if_{ijk}) \lambda_k$ จะได้ความสัมพันธ์ขององค์ประกอบเมทริกซ์เป็นตัวแทนของเมซอนดังนี้

$$\begin{aligned} \text{Pion: } 3 \sum_{i,j=1}^3 \left\langle N \left| if_{3ij} f_{ijk} \lambda_k^{(3)} \right| N \right\rangle &= 6i \left\langle N \left| \lambda_3^{(3)} \right| N \right\rangle \\ \text{Kaon: } 3 \sum_{i,j=4}^7 \left\langle N \left| \left(f_{3ij} + \frac{f_{8ij}}{\sqrt{3}} \right) if_{ijk} \lambda_k^{(3)} \right| N \right\rangle &= 3i \left\langle N \left| \left[\lambda_3^{(3)} + \sqrt{3} \lambda_8^{(3)} \right] \right| N \right\rangle \end{aligned} \quad (6.15)$$

จากนิยามฟังก์ชันคลื่นของนิวคลีออนตามสมการที่ (6.12)

$$\langle N | \lambda_{3,8}^{(3)} | N \rangle = \frac{1}{2} \left[\langle \phi_{MA}^N | \lambda_{3,8}^{(3)} | \phi_{MA}^N \rangle + \langle \phi_{MA}^N | \lambda_{3,8}^{(3)} | \phi_{MS}^N \rangle \right. \\ \left. + \langle \phi_{MS}^N | \lambda_{3,8}^{(3)} | \phi_{MA}^N \rangle + \langle \phi_{MS}^N | \lambda_{3,8}^{(3)} | \phi_{MS}^N \rangle \right] \quad (6.16)$$

สำหรับโปรตอน

$$\begin{aligned} \langle \phi_{MS}^p | \lambda_3^{(3)} | \phi_{MS}^p \rangle &= \frac{1}{6} \left[\langle udu | \lambda_3^{(3)} | udu \rangle + \langle duu | \lambda_3^{(3)} | duu \rangle + 4 \langle uud | \lambda_3^{(3)} | uud \rangle \right] = -\frac{1}{3} \\ \langle \phi_{MS}^p | \lambda_8^{(3)} | \phi_{MS}^p \rangle &= \frac{1}{6} \left[\langle udu | \lambda_8^{(3)} | udu \rangle + \langle duu | \lambda_8^{(3)} | duu \rangle + 4 \langle uud | \lambda_8^{(3)} | uud \rangle \right] = \frac{1}{\sqrt{3}} \\ \langle \phi_{MS}^p | \lambda_3^{(3)} | \phi_{MA}^p \rangle &= \frac{1}{\sqrt{12}} \left[\langle udu | \lambda_3^{(3)} | udu \rangle - \langle duu | \lambda_3^{(3)} | duu \rangle \right] = 0 \\ \langle \phi_{MS}^p | \lambda_8^{(3)} | \phi_{MA}^p \rangle &= \frac{1}{\sqrt{12}} \left[\langle udu | \lambda_8^{(3)} | udu \rangle - \langle duu | \lambda_8^{(3)} | duu \rangle \right] = 0 \\ \langle \phi_{MA}^p | \lambda_3^{(3)} | \phi_{MS}^p \rangle &= 0 \\ \langle \phi_{MA}^p | \lambda_8^{(3)} | \phi_{MS}^p \rangle &= 0 \\ \langle \phi_{MA}^p | \lambda_3^{(3)} | \phi_{MA}^p \rangle &= \frac{1}{2} \left[\langle udu | \lambda_3^{(3)} | udu \rangle + \langle duu | \lambda_3^{(3)} | duu \rangle \right] = 1 \\ \langle \phi_{MA}^p | \lambda_8^{(3)} | \phi_{MA}^p \rangle &= \frac{1}{2} \left[\langle udu | \lambda_8^{(3)} | udu \rangle + \langle duu | \lambda_8^{(3)} | duu \rangle \right] = \frac{1}{\sqrt{3}} \end{aligned} \quad (6.17)$$

สำหรับนิวตรอน

$$\begin{aligned} \langle \phi_{MS}^n | \lambda_3^{(3)} | \phi_{MS}^n \rangle &= \frac{1}{6} \left[\langle udd | \lambda_3^{(3)} | udd \rangle + \langle dud | \lambda_3^{(3)} | dud \rangle + 4 \langle ddu | \lambda_3^{(3)} | ddu \rangle \right] = \frac{1}{3} \\ \langle \phi_{MS}^n | \lambda_8^{(3)} | \phi_{MS}^n \rangle &= \frac{1}{6} \left[\langle udd | \lambda_8^{(3)} | udd \rangle + \langle dud | \lambda_8^{(3)} | dud \rangle + 4 \langle ddu | \lambda_8^{(3)} | ddu \rangle \right] = \frac{1}{\sqrt{3}} \\ \langle \phi_{MS}^n | \lambda_3^{(3)} | \phi_{MA}^n \rangle &= \frac{1}{\sqrt{12}} \left[\langle udd | \lambda_3^{(3)} | udd \rangle - \langle dud | \lambda_3^{(3)} | dud \rangle \right] = 0 \\ \langle \phi_{MS}^n | \lambda_8^{(3)} | \phi_{MA}^n \rangle &= \frac{1}{\sqrt{12}} \left[\langle udd | \lambda_8^{(3)} | udd \rangle - \langle dud | \lambda_8^{(3)} | dud \rangle \right] = 0 \\ \langle \phi_{MA}^n | \lambda_3^{(3)} | \phi_{MS}^n \rangle &= 0 \\ \langle \phi_{MA}^n | \lambda_8^{(3)} | \phi_{MS}^n \rangle &= 0 \\ \langle \phi_{MA}^n | \lambda_3^{(3)} | \phi_{MA}^n \rangle &= \frac{1}{2} \left[\langle udd | \lambda_3^{(3)} | udd \rangle + \langle dud | \lambda_3^{(3)} | dud \rangle \right] = -1 \\ \langle \phi_{MA}^n | \lambda_8^{(3)} | \phi_{MA}^n \rangle &= \frac{1}{2} \left[\langle udd | \lambda_8^{(3)} | udd \rangle + \langle dud | \lambda_8^{(3)} | dud \rangle \right] = \frac{1}{\sqrt{3}} \end{aligned} \quad (6.18)$$

จะได้ว่า

$$\begin{aligned} \text{Pion: } 3 \sum_{i,j=1}^3 \langle N | i f_{3ij} f_{ijk} \lambda_k^{(3)} | N \rangle &= \begin{cases} 2i & ; \text{ proton} \\ -2i & ; \text{ neutron} \end{cases} \\ \text{Kaon: } 3 \sum_{i,j=4}^7 \langle N | \left(f_{3ij} + \frac{f_{8ij}}{\sqrt{3}} \right) i f_{ijk} \lambda_k^{(3)} | N \rangle &= \begin{cases} 4i & ; \text{ proton} \\ 2i & ; \text{ neutron} \end{cases} \end{aligned} \quad (6.19)$$

การคำนวณฟอร์มแฟคเตอร์เชิงแม่เหล็กจากแผนภาพกลุ่มหมอกเมซอน

$$\begin{aligned} \text{Pion: } 3 \sum_{i,j=1}^3 \langle N | i f_{3ij} f_{ijk} \lambda_k^{(3)} \sigma_z^{(3)} | N \rangle &= 6i \langle N | \lambda_3^{(3)} \sigma_z^{(3)} | N \rangle \\ \text{Kaon: } 3 \sum_{i,j=4}^7 \langle N | \left(f_{3ij} + \frac{f_{8ij}}{\sqrt{3}} \right) i f_{ijk} \lambda_k^{(3)} \sigma_z^{(3)} | N \rangle &= 3i \langle N | \left[\lambda_3^{(3)} + \sqrt{3} \lambda_8^{(3)} \right] \sigma_z^{(3)} | N \rangle \end{aligned} \quad (6.20)$$

จากนิยามฟังก์ชันคลื่นของนิวคลีออนตามสมการที่ (6.12)

$$\langle N | \sigma_z^{(3)} | N \rangle = \frac{1}{2} \left[\langle \chi_{MA}^\uparrow | \sigma_z^{(3)} | \chi_{MA}^\uparrow \rangle + \langle \chi_{MA}^\uparrow | \sigma_z^{(3)} | \chi_{MS}^\uparrow \rangle + \langle \chi_{MS}^\uparrow | \sigma_z^{(3)} | \chi_{MA}^\uparrow \rangle + \langle \chi_{MS}^\uparrow | \sigma_z^{(3)} | \chi_{MS}^\uparrow \rangle \right] \quad (6.21)$$

$$\begin{aligned} \langle \chi_{MS}^\uparrow | \sigma_z^{(3)} | \chi_{MS}^\uparrow \rangle &= \frac{1}{6} \left[\langle \uparrow \downarrow \uparrow | \sigma_z^{(3)} | \uparrow \downarrow \uparrow \rangle + \langle \downarrow \uparrow \uparrow | \sigma_z^{(3)} | \downarrow \uparrow \uparrow \rangle + 4 \langle \uparrow \uparrow \downarrow | \sigma_z^{(3)} | \uparrow \uparrow \downarrow \rangle \right] = -\frac{1}{3} \\ \langle \chi_{MS}^\uparrow | \sigma_z^{(3)} | \chi_{MA}^\uparrow \rangle &= \frac{1}{\sqrt{12}} \left[\langle \uparrow \downarrow \uparrow | \sigma_z^{(3)} | \uparrow \downarrow \uparrow \rangle - \langle \downarrow \uparrow \uparrow | \sigma_z^{(3)} | \downarrow \uparrow \uparrow \rangle \right] = 0 \\ \langle \chi_{MA}^\uparrow | \sigma_z^{(3)} | \chi_{MS}^\uparrow \rangle &= 0 \\ \langle \chi_{MA}^\uparrow | \sigma_z^{(3)} | \chi_{MA}^\uparrow \rangle &= \frac{1}{2} \left[\langle \uparrow \downarrow \uparrow | \sigma_z^{(3)} | \uparrow \downarrow \uparrow \rangle + \langle \downarrow \uparrow \uparrow | \sigma_z^{(3)} | \downarrow \uparrow \uparrow \rangle \right] = 1 \end{aligned} \quad (6.22)$$

จะได้ว่า

$$\begin{aligned} \text{Pion: } 3 \sum_{i,j=1}^3 \langle N | i f_{3ij} f_{ijk} \lambda_k^{(3)} \sigma_z^{(3)} | N \rangle &= \begin{cases} \frac{10}{3} i & ; \text{ proton} \\ -\frac{10}{3} i & ; \text{ neutron} \end{cases} \\ \text{Kaon: } 3 \sum_{i,j=4}^7 \langle N | \left(f_{3ij} + \frac{f_{8ij}}{\sqrt{3}} \right) i f_{ijk} \lambda_k^{(3)} \sigma_z^{(3)} | N \rangle &= \begin{cases} \frac{8}{3} i & ; \text{ proton} \\ -\frac{2}{3} i & ; \text{ neutron} \end{cases} \end{aligned} \quad (6.23)$$



ภาคผนวก ง

การคำนวณฟอร์มแฟคเตอร์

การคำนวณฟอร์มแฟคเตอร์

ในการคำนวณฟอร์มแฟคเตอร์แต่ละแผนภาพต้องพิจารณาการหาปริพันธ์ที่เกี่ยวข้องกับฟังก์ชันคลื่นของควาร์ก

1) $I = \int d^3x_1 \bar{u}_0(\vec{x}_1) i\gamma^5 \lambda_i S(|\vec{x}_1|) u_\alpha(\vec{x}_1) e^{i\vec{p} \cdot \vec{x}_1}$ จากนิยามของฟังก์ชันคลื่นของควาร์ก ดังปรากฏในสมการ (3.15) จะได้ว่า

$$\begin{aligned}
 I &= \int d^3x_1 \left[\chi_c^\dagger \chi_f^\dagger \chi_s^\dagger \frac{N_0}{\sqrt{4\pi}} \left(g_0(x_1) - i\vec{\sigma} \cdot \hat{x}_1 f_0(x_1) \right) i\gamma^5 \lambda_i S(|\vec{x}_1|) \right] \\
 &\quad \times \left[N_\alpha \begin{pmatrix} g_\alpha(x_1) \\ i\vec{\sigma} \cdot \hat{x}_1 f_\alpha(x_1) \end{pmatrix} \mathcal{Y}_\alpha(\hat{x}) \chi_f \chi_c \right] e^{i\vec{p} \cdot \vec{x}_1} \\
 &= \chi_c^\dagger \chi_f^\dagger \chi_s^\dagger \left(\frac{-N_0 N_\alpha}{\sqrt{4\pi}} \right) \int d^3x_1 \left[g_\alpha(x_1) f_0(x_1) + g_0(x_1) f_\alpha(x_1) \right] \\
 &\quad \times \lambda_i S(|\vec{x}_1|) \mathcal{Y}_\alpha(\hat{x}) (\vec{\sigma} \cdot \hat{x}_1) e^{i\vec{p} \cdot \vec{x}_1} \chi_f \chi_c \\
 &= \chi_c^\dagger \chi_f^\dagger \chi_s^\dagger \frac{iN_0 N_\alpha}{\sqrt{4\pi}} \lambda_i \vec{\sigma} \cdot \hat{p} \frac{\partial}{\partial p} \int \frac{d^3x_1}{|\vec{x}_1|} \left[g_\alpha(x_1) f_0(x_1) + g_0(x_1) f_\alpha(x_1) \right] \\
 &\quad \times S(|\vec{x}_1|) \mathcal{Y}_\alpha(\hat{x}) e^{i\vec{p} \cdot \vec{x}_1} \chi_f \chi_c
 \end{aligned} \tag{6.24}$$

ฟังก์ชันคลื่นฮาร์มอนิกทรงกลม

$$\begin{aligned}
 \mathcal{Y}_{n l m_j}(\hat{x}_1) &= \sum_{m_l, s} C(l, m_l, \frac{1}{2}, m_s | j, m_j) Y_l^{m_l}(\hat{x}_1) \chi_s \quad ; m_j = m_l + s \\
 &= \sum_{m_l, s} C(l, m_l, \frac{1}{2}, s | j, m_j) Y_l^{m_l}(\hat{x}_1) \chi_s \delta_{m_j, m_l + s}
 \end{aligned} \tag{6.25}$$

จากการเปลี่ยน $\vec{x}_1 \rightarrow \vec{r} = (r, \theta, \phi)$

$$\begin{aligned}
 I &= \chi_c^\dagger \chi_f^\dagger \chi_s^\dagger \frac{iN_0 N_\alpha}{\sqrt{4\pi}} \lambda_i \vec{\sigma} \cdot \hat{p} \frac{\partial}{\partial p} \int \frac{d^3r}{r} \left[g_\alpha(r) f_0(r) + g_0(r) f_\alpha(r) \right] \\
 &\quad \times S(r) e^{i\vec{p} \cdot \vec{r}} \sum_{m_l, s} C(l, m_l, \frac{1}{2}, s | j, m_j) Y_l^{m_l}(\hat{r}) \delta_{m_j, m_l + s} \chi_s \chi_f \chi_c \\
 &= \chi_c^\dagger \chi_f^\dagger \chi_s^\dagger \frac{iN_0 N_\alpha}{\sqrt{4\pi}} \lambda_i \vec{\sigma} \cdot \hat{p} \frac{\partial}{\partial p} \sum_{m_l, s} C(l, m_l, \frac{1}{2}, s | j, m_j) \delta_{m_j, m_l + s} \\
 &\quad \times \int_0^\infty dr r \left[g_\alpha(r) f_0(r) + g_0(r) f_\alpha(r) \right] S(r) \int_\Omega d\theta d\phi \sin \theta e^{i\vec{p} \cdot \vec{r}} Y_l^{m_l}(\hat{r}) \chi_s \chi_f \chi_c
 \end{aligned} \tag{6.26}$$

กำหนดให้ $\int_{\Omega} d\theta d\phi \sin \theta e^{ipr \cos \theta} Y_l^{m_l}(\hat{r}) = \int_{\Omega} d\theta d\phi \sin \theta e^{ipr \cos \theta} Y_l^0(\hat{r}) \delta_{m_l,0}$ จะได้ว่า

$$\begin{aligned}
I &= \chi_c^\dagger \chi_f^\dagger \chi_s^\dagger \frac{iN_0 N_\alpha}{\sqrt{4\pi}} \lambda_i \vec{\sigma} \cdot \hat{p} \frac{\partial}{\partial p} \sum_{m_l, s} C(l, 0, \frac{1}{2}, s | j, m_j) \delta_{m_j, 0} \\
&\quad \times \int_0^\infty dr r [g_\alpha(r) f_0(r) + g_0(r) f_\alpha(r)] S(r) \\
&\quad \times \int_{\Omega} d\theta d\phi \sin \theta e^{ipr \cos \theta} Y_l^0(\theta) \chi_s \chi_f \chi_c \\
&= \chi_c^\dagger \chi_f^\dagger \chi_s^\dagger \left(-\frac{N_0 N_\alpha}{\sqrt{4\pi}} \right) \lambda_i \vec{\sigma} \cdot \hat{p} C(l, 0, \frac{1}{2}, s | j, s) \\
&\quad \times \int_0^\infty dr r^2 [g_\alpha(r) f_0(r) + g_0(r) f_\alpha(r)] S(r) 2\pi \\
&\quad \times \int_0^\pi d\theta \sin \theta \cos \theta e^{ipr \cos \theta} Y_l^0(\theta) \chi_s \chi_f \chi_c \\
&= \chi_c^\dagger \chi_f^\dagger \chi_s^\dagger i \lambda_i \vec{\sigma} \cdot \hat{p} F_\alpha(p^2) \chi_s \chi_f \chi_c
\end{aligned} \tag{6.27}$$

โดยที่

$$\begin{aligned}
F_\alpha(p^2) &= iN_0 N_\alpha \sqrt{\pi} C(l, 0, \frac{1}{2}, s | j, s) \frac{1}{p} \int_0^\infty dr r^2 [g_\alpha(r) f_0(r) + g_0(r) f_\alpha(r)] S(r) \\
&\quad \times \int_0^\pi d\theta \sin \theta \cos \theta e^{ipr \cos \theta} Y_l^0(\theta)
\end{aligned} \tag{6.28}$$

2) การคำนวณฟอร์มแฟคเตอร์จากแผนภาพกลุ่มหมอกเมซอนจะได้ฟอร์มแฟคเตอร์เชิงไฟฟ้าเป็นไปตามสมการ

$$\begin{aligned}
G_E^N(Q^2) \Big|_{\alpha, MC} &= -\frac{2}{(2\pi)^4 F^2} \langle N \uparrow | \int d^3 p \int d^3 x_1 \bar{u}_0(\vec{x}_1) i\gamma^5 S(x_1) u_\alpha(\vec{x}_1) e^{i(\vec{p}+\vec{q}) \cdot \vec{x}_1} \\
&\quad \times \int d^3 x_2 \bar{u}_\alpha(\vec{x}_2) i\gamma^5 S(x_2) u_0(\vec{x}_2) e^{i(\vec{p}+\vec{q}) \cdot \vec{x}_2} \times \left(f_{3ij} + \frac{f_{8ij}}{\sqrt{3}} \right) \lambda_i \lambda_j \\
&\quad \times \int dp_0 \frac{1}{M_\phi^2 + (\vec{p} + \vec{q})^2 - p_0^2 - i\varepsilon} \frac{p_0}{(p_0 + \Delta\varepsilon_\alpha) - i\eta} \frac{1}{M_\phi^2 + p^2 - p_0^2 - i\varepsilon} | N \uparrow \rangle
\end{aligned} \tag{6.29}$$

ในการหาปริพันธ์ส่วนสุดท้ายของสมการจะต้องใช้การหาปริพันธ์ในระนาบเชิงซ้อนโดยใช้ทฤษฎีบทของโคชี

$$\int_{-\infty}^{\infty} dp_0 \frac{1}{p_0 - \omega_\phi(\vec{p} + \vec{q}) + i\varepsilon} \cdot \frac{1}{p_0 + \omega_\phi(\vec{p} + \vec{q}) - i\varepsilon} = -2\pi i \sum_{z_0} \text{Res}[f(z_0)]$$

$$\times \frac{p_0}{p_0 + \Delta\varepsilon_\alpha - i\eta} \cdot \frac{1}{p_0 - \omega_\phi(\vec{p}) + i\varepsilon} \cdot \frac{1}{p_0 + \omega_\phi(\vec{p}) - i\varepsilon}$$
(6.30)

โดยที่ $\omega_\phi(\vec{p} + \vec{q}) \equiv \sqrt{M_\phi^2 + (\vec{p} + \vec{q})^2}$ และ $\omega_\phi(\vec{p}) \equiv \sqrt{M_\phi^2 + \vec{p}^2}$ จากสมการข้างต้นมีโพลเกิดขึ้นในระนาบเชิงซ้อนทั้งหมด 5 จุด เพื่อความง่ายต่อการคำนวณจึงเลือกพิจารณาเฉพาะโพลที่เกิดขึ้นในครึ่งระนาบส่วนล่าง (lower half plane) สำหรับที่ $z_0 = \omega_\phi(\vec{p} + \vec{q}) - i\varepsilon$

$$\text{Res}[f(z_0)] = \frac{1}{2[\omega_\phi(\vec{p} + \vec{q}) + \Delta\varepsilon_\alpha][\omega_\phi(\vec{p} + \vec{q}) - \omega_\phi(\vec{p})]^2}$$
(6.31)

สำหรับ $z_0 = \omega_\phi(\vec{p}) - i\varepsilon$

$$\text{Res}[f(z_0)] = \frac{1}{2[\omega_\phi(\vec{p}) + \Delta\varepsilon_\alpha][\omega_\phi^2(\vec{p}) - \omega_\phi^2(\vec{p} + \vec{q})]}$$
(6.32)

จะได้ว่า

$$-2\pi i \sum_{z_0} \text{Res}[f(z_0)] = \frac{\pi i}{[\omega_\phi(\vec{p}) + \omega_\phi(\vec{p} + \vec{q})][\omega_\phi(\vec{p}) + \Delta\varepsilon_\alpha][\omega_\phi(\vec{p} + \vec{q}) + \Delta\varepsilon_\alpha]}$$
(6.33)

3) การคำนวณฟอร์มแฟคเตอร์จากแผนภาพเวอร์เทกคอเร็คชันจะได้ฟอร์มแฟคเตอร์เชิงไฟฟ้าเป็นไปตามสมการ

$$G_E^N(Q^2) \Big|_{\alpha\beta, VC} = \frac{i}{(2\pi)^4 F^2} \langle N \uparrow \Big| \int d^3 p \int d^3 x_1 \bar{u}_0(\vec{x}_1) i\gamma^5 \lambda_i S(x_1) u_\alpha(\vec{x}_1) e^{i\vec{p} \cdot \vec{x}_1}$$

$$\times \int d^3 x \bar{u}_\alpha(\vec{x}_2) (\mathcal{Q}\gamma^0) u_\beta(\vec{x}_2) e^{i\vec{q} \cdot \vec{x}} \int d^3 x_2 \bar{u}_\beta(\vec{x}_2) i\gamma^5 \lambda_i S(x_2) u_0(\vec{x}_2) e^{i\vec{p} \cdot \vec{x}_2}$$

$$\times \int dp_0 \frac{1}{(p_0 + \Delta\varepsilon_\alpha) - i\eta} \cdot \frac{1}{(p_0 + \Delta\varepsilon_\beta) - i\eta}$$

$$\cdot \frac{1}{p_0 - \omega_\phi(\vec{p}) + i\varepsilon} \cdot \frac{1}{p_0 - \omega_\phi(\vec{p}) + i\varepsilon} \Big| N \uparrow \rangle$$
(6.34)

ในการหาปริพันธ์ส่วนสุดท้ายของสมการจะต้องใช้การหาปริพันธ์ในระนาบเชิงซ้อนโดยใช้ทฤษฎีบทของโคชี

$$\int_{-\infty}^{\infty} dp_0 \frac{1}{p_0 + \Delta\varepsilon_\alpha - i\eta} \cdot \frac{1}{p_0 + \Delta\varepsilon_\beta - i\eta} = -2\pi i \sum_{z_0} \text{Res}[f(z_0)]$$

$$\times \frac{p_0}{p_0 - \omega_\phi(\vec{p}) + i\varepsilon} \cdot \frac{1}{p_0 + \omega_\phi(\vec{p}) + i\varepsilon}$$
(6.35)

จากสมการข้างต้นมีโพลเกิดขึ้นในระนาบเชิงซ้อนทั้งหมด 4 จุด เพื่อความง่ายต่อการคำนวณจึงเลือกพิจารณาเฉพาะโพลที่เกิดขึ้นในครึ่งระนาบส่วนล่าง (lower half plane) สำหรับที่

$$z_0 = \omega_\phi(\vec{p})$$

$$\begin{aligned} -2\pi i \sum_{z_0} \text{Res}[f(z_0)] &= \frac{-2\pi i}{[\omega_\phi(\vec{p}) + \Delta\epsilon_\alpha][\omega_\phi(\vec{p}) + \Delta\epsilon_\alpha][2\omega_\phi(\vec{p})]} \\ &= \frac{-\pi i}{[\omega_\phi(\vec{p}) + \Delta\epsilon_\alpha][\omega_\phi(\vec{p}) + \Delta\epsilon_\alpha][\omega_\phi(\vec{p})]} \end{aligned} \quad (6.36)$$

3) การคำนวณองค์ประกอบเมทริกซ์ที่อยู่ในแผนภาพเวอร์เทกคอปเร็กซ์

$$\begin{aligned} I_{\alpha\beta} &\equiv \int d^3x \bar{u}_\alpha(\vec{x}) \gamma^0 u_\beta(\vec{x}) e^{i\vec{p}\cdot\vec{x}} = N_\alpha N_\beta \int dr r^2 \left[g_\alpha(\vec{x}) g_\beta(\vec{x}) + f_\alpha(\vec{x}) f_\beta(\vec{x}) \right] \\ &\quad \int_\Omega d\Omega \left[C_\alpha^\dagger C_\beta^\dagger Y_{l_\alpha}^0 Y_{l_\beta}^0 + D_\alpha^\dagger D_\beta^\dagger (Y_{l_\alpha}^1)^\dagger Y_{l_\beta}^1 \right] e^{i\sqrt{Q^2}r \cos\theta} \\ I_\alpha &\equiv \int d^3x_1 \bar{u}_\alpha(\vec{x}_1) i\gamma^5 \lambda_i S(|\vec{x}_1|) u_\alpha(\vec{x}_1) e^{i\vec{p}\cdot\vec{x}_1} = \chi_c^\dagger \chi_f^\dagger \chi_s^\dagger [i\lambda_i \vec{\sigma} \cdot \vec{p} F_\alpha(p^2)] \chi_s \chi_f \chi_c \\ I_\beta &\equiv \int d^3x_2 \bar{u}_\beta(\vec{x}_2) i\gamma^5 \lambda_i S(|\vec{x}_2|) u_\beta(\vec{x}_2) e^{i\vec{p}\cdot\vec{x}_2} = \chi_c^\dagger \chi_f^\dagger \chi_s^\dagger [i\lambda_i \vec{\sigma} \cdot \vec{p} F_\beta(p^2)]^\dagger \chi_s \chi_f \chi_c \end{aligned} \quad (6.37)$$

นิยามให้

$$[x_1] = i\vec{\sigma} \cdot \vec{p} \lambda_i F_\alpha, [x_2] = -i\vec{\sigma} \cdot \vec{p} \lambda_i F_\beta^\dagger \quad (6.38)$$

พิจารณาแยกเป็นสองกรณี เมื่อ $m_{j_\alpha} = \frac{1}{2}$ และ $m_{j_\alpha} = -\frac{1}{2}$ ดังนั้นฟังก์ชันคลื่นส่วนสปินจะถูกแบ่งพิจารณาเป็นสองกรณี

$$\chi_s \chi_f \chi_c = \begin{cases} C_\alpha^\dagger \left| \uparrow \right\rangle \chi_f \chi_c & ; m_{j_\alpha} = \frac{1}{2} \\ C_\alpha^\dagger \left| \downarrow \right\rangle \chi_f \chi_c & ; m_{j_\alpha} = -\frac{1}{2} \end{cases} \quad (6.39)$$

$$\chi_f^\dagger \chi_c^\dagger \chi_s^\dagger = \begin{cases} \chi_f^\dagger \chi_c^\dagger \left\langle \uparrow \right| C_\beta^\dagger & ; m_{j_\beta} = \frac{1}{2} \\ \chi_f^\dagger \chi_c^\dagger \left\langle \downarrow \right| C_\beta^\dagger & ; m_{j_\beta} = -\frac{1}{2} \end{cases}$$

เมื่อ $C_{\alpha,\beta}^\uparrow = C(l_{\alpha,\beta}, 0, \frac{1}{2}, \frac{1}{2} | j, \frac{1}{2})$ และ $C_{\alpha,\beta}^\downarrow = C(l_{\alpha,\beta}, 0, \frac{1}{2}, -\frac{1}{2} | j, -\frac{1}{2})$ การคำนวณโครงสร้างการหาปริพันธ์จะถูกแยกเป็น 2 กรณี

(i) เมื่อ $m_{j_\alpha} = m_{j_\beta} = \frac{1}{2}$

$$I_\alpha I_{\alpha\beta} I_\beta = \chi_c^\dagger \chi_f^\dagger \chi_s^\dagger [x_1] C_\alpha^\dagger \left| \uparrow \right\rangle N_\alpha N_\beta \int_0^\infty dr r^2 \left[g_\alpha(r) g_\beta(r) + f_\alpha(r) f_\beta(r) \right] \int_\Omega d\Omega \left(C_\alpha^\dagger C_\beta^\dagger Y_{l_\alpha}^0 Y_{l_\beta}^0 + D_\alpha^\dagger D_\beta^\dagger (Y_{l_\alpha}^1)^\dagger Y_{l_\beta}^1 \right) e^{i\vec{q} \cdot \vec{x}} \left\langle \uparrow \left| C_\beta^\dagger [x_2] \chi_f \chi_c \chi_s \right. \right. \quad (6.40)$$

จากคุณสมบัติ $\left| \uparrow \right\rangle \left\langle \uparrow \right| = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ จะได้ว่า

$$I_\alpha I_{\alpha\beta} I_\beta = \chi_c^\dagger \chi_f^\dagger \chi_s^\dagger [x_1] \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} N_\alpha N_\beta \int_0^\infty dr r^2 \left[g_\alpha(r) g_\beta(r) + f_\alpha(r) f_\beta(r) \right] \int_\Omega d\Omega \left[(C_\alpha^\dagger)^2 (C_\beta^\dagger)^2 Y_{l_\alpha}^0 Y_{l_\beta}^0 + C_\alpha^\dagger D_\alpha^\dagger C_\beta^\dagger D_\beta^\dagger (Y_{l_\alpha}^1)^\dagger Y_{l_\beta}^1 \right] e^{i\vec{q} \cdot \vec{x}} [x_2] \chi_f \chi_c \chi_s \quad (6.41)$$

(ii) เมื่อ $m_{j_\alpha} = m_{j_\beta} = -\frac{1}{2}$

$$I_\alpha I_{\alpha\beta} I_\beta = \chi_c^\dagger \chi_f^\dagger \chi_s^\dagger [x_1] C_\alpha^\dagger \left| \downarrow \right\rangle N_\alpha N_\beta \int_0^\infty dr r^2 \left[g_\alpha(r) g_\beta(r) + f_\alpha(r) f_\beta(r) \right] \int_\Omega d\Omega \left(C_\alpha^\dagger C_\beta^\dagger Y_{l_\alpha}^0 Y_{l_\beta}^0 + D_\alpha^\dagger D_\beta^\dagger (Y_{l_\alpha}^{-1})^\dagger Y_{l_\beta}^{-1} \right) e^{i\vec{q} \cdot \vec{x}} \left\langle \downarrow \left| C_\beta^\dagger [x_2] \chi_f \chi_c \chi_s \right. \right. \quad (6.42)$$

จากคุณสมบัติ $\left| \downarrow \right\rangle \left\langle \downarrow \right| = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ และ $Y_l^{-1} = (-1) (Y_l^1)^\dagger$ จะได้ว่า

$$I_\alpha I_{\alpha\beta} I_\beta = \chi_c^\dagger \chi_f^\dagger \chi_s^\dagger [x_1] \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} N_\alpha N_\beta \int_0^\infty dr r^2 \left[g_\alpha(r) g_\beta(r) + f_\alpha(r) f_\beta(r) \right] \int_\Omega d\Omega \left[(C_\alpha^\dagger)^2 (C_\beta^\dagger)^2 Y_{l_\alpha}^0 Y_{l_\beta}^0 + C_\alpha^\dagger D_\alpha^\dagger C_\beta^\dagger D_\beta^\dagger (Y_{l_\alpha}^1)^\dagger Y_{l_\beta}^1 \right] e^{i\vec{q} \cdot \vec{x}} [x_2] \chi_f \chi_c \chi_s \quad (6.43)$$

ค่าสัมประสิทธิ์ไคลน์-กอร์ดอน ในกรณีที่ $j = l + \frac{1}{2}$ และ $j = l - \frac{1}{2}$

j	$m_s = \frac{1}{2}$	$m_s = -\frac{1}{2}$
$l + \frac{1}{2}$	$\sqrt{\frac{l + m_l + \frac{1}{2}}{2l + 1}}$	$\sqrt{\frac{l - m_l + \frac{1}{2}}{2l + 1}}$
$l - \frac{1}{2}$	$-\sqrt{\frac{l - m_l + \frac{1}{2}}{2l + 1}}$	$\sqrt{\frac{l + m_l + \frac{1}{2}}{2l + 1}}$

จะได้ว่า

$$\begin{aligned}
 C^\uparrow &= C\left(l, 0, \frac{1}{2}, \frac{1}{2} \middle| l + \frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right) = \sqrt{\frac{l+1}{2l+1}} \\
 C^\downarrow &= C\left(l, 0, \frac{1}{2}, -\frac{1}{2} \middle| l + \frac{1}{2}, -\frac{1}{2}\right) = \sqrt{\frac{l+1}{2l+1}} \\
 D^\uparrow &= C\left(l, 1, \frac{1}{2}, -\frac{1}{2} \middle| l + \frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right) = \sqrt{\frac{l+1}{2l+1}} \\
 D^\downarrow &= C\left(l, -1, \frac{1}{2}, -\frac{1}{2} \middle| l + \frac{1}{2}, -\frac{1}{2}\right) = \sqrt{\frac{l+1}{2l+1}}
 \end{aligned} \tag{6.44}$$

ซึ่งผลคูณของค่าสัมประสิทธิ์เคิลลิบ์-กอร์ดอน ที่ปรากฏในสมการ (6.41) และ (6.43) จะถูกแบ่งพิจารณาเป็น 4 กรณี

$$\begin{aligned}
 \text{เมื่อ } j_\alpha &= l_\alpha - \frac{1}{2} \text{ และ } j_\beta = l_\beta - \frac{1}{2} \\
 (C_\alpha^\downarrow)^2 (C_\beta^\downarrow)^2 &= (-C_\alpha^\uparrow)^2 (-C_\beta^\uparrow)^2 = (C_\alpha^\uparrow)^2 (C_\beta^\uparrow)^2 \\
 C_\alpha^\downarrow D_\alpha^\downarrow C_\beta^\downarrow D_\beta^\downarrow &= (-C_\alpha^\uparrow)(-D_\alpha^\uparrow)(-C_\beta^\uparrow)(-D_\beta^\uparrow) = C_\alpha^\uparrow D_\alpha^\uparrow C_\beta^\uparrow D_\beta^\uparrow
 \end{aligned} \tag{6.45}$$

$$\begin{aligned}
 \text{เมื่อ } j_\alpha &= l_\alpha + \frac{1}{2} \text{ และ } j_\beta = l_\beta + \frac{1}{2} \\
 (C_\alpha^\downarrow)^2 (C_\beta^\downarrow)^2 &= (C_\alpha^\uparrow)^2 (C_\beta^\uparrow)^2 \\
 C_\alpha^\downarrow D_\alpha^\downarrow C_\beta^\downarrow D_\beta^\downarrow &= C_\alpha^\uparrow D_\alpha^\uparrow C_\beta^\uparrow D_\beta^\uparrow
 \end{aligned} \tag{6.46}$$

$$\begin{aligned}
 \text{เมื่อ } j_\alpha &= l_\alpha - \frac{1}{2} \text{ และ } j_\beta = l_\beta + \frac{1}{2} \\
 (C_\alpha^\downarrow)^2 (C_\beta^\downarrow)^2 &= (-C_\alpha^\uparrow)^2 (C_\beta^\uparrow)^2 = (C_\alpha^\uparrow)^2 (C_\beta^\uparrow)^2 \\
 C_\alpha^\downarrow D_\alpha^\downarrow C_\beta^\downarrow D_\beta^\downarrow &= (-C_\alpha^\uparrow)(-D_\alpha^\uparrow)C_\beta^\uparrow D_\beta^\uparrow = C_\alpha^\uparrow D_\alpha^\uparrow C_\beta^\uparrow D_\beta^\uparrow
 \end{aligned} \tag{6.47}$$

$$\begin{aligned}
 \text{เมื่อ } j_\alpha &= l_\alpha + \frac{1}{2} \text{ และ } j_\beta = l_\beta - \frac{1}{2} \\
 (C_\alpha^\downarrow)^2 (C_\beta^\downarrow)^2 &= (C_\alpha^\uparrow)^2 (-C_\beta^\uparrow)^2 = (C_\alpha^\uparrow)^2 (C_\beta^\uparrow)^2 \\
 C_\alpha^\downarrow D_\alpha^\downarrow C_\beta^\downarrow D_\beta^\downarrow &= C_\alpha^\uparrow D_\alpha^\uparrow (-C_\beta^\uparrow)(-D_\beta^\uparrow) = C_\alpha^\uparrow D_\alpha^\uparrow C_\beta^\uparrow D_\beta^\uparrow
 \end{aligned} \tag{6.48}$$

จะได้ว่า

$$\begin{aligned}
 I_\alpha I_{\alpha\beta} I_\beta &= \chi_c^\dagger \chi_f^\dagger \chi_s^\dagger [x_1] \left[\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right] N_\alpha N_\beta \int_0^\infty dr r^2 [g_\alpha(r) g_\beta(r) + f_\alpha(r) f_\beta(r)] \\
 &\quad \int_\Omega d\Omega \left[(C_\alpha^\dagger)^2 (C_\beta^\dagger)^2 Y_{l_\alpha}^0 Y_{l_\beta}^0 + C_\alpha^\dagger D_\alpha^\dagger C_\beta^\dagger D_\beta^\dagger (Y_{l_\alpha}^1)^\dagger Y_{l_\beta}^1 \right] e^{i\vec{q} \cdot \vec{x}} [x_2] \chi_f \chi_c \chi_s \\
 &= \left\{ \chi_c^\dagger \chi_f^\dagger \chi_s^\dagger [x_1] C_\alpha^\dagger \right\} N_\alpha N_\beta \int_0^\infty dr r^2 [g_\alpha(r) g_\beta(r) + f_\alpha(r) f_\beta(r)] \\
 &\quad \int_\Omega d\Omega \left[C_\alpha^\dagger C_\beta^\dagger Y_{l_\alpha}^0 Y_{l_\beta}^0 + D_\alpha^\dagger D_\beta^\dagger (Y_{l_\alpha}^1)^\dagger Y_{l_\beta}^1 \right] e^{i\vec{q} \cdot \vec{x}} \left\{ C_\beta^\dagger [x_2] \chi_f \chi_c \chi_s \right\}
 \end{aligned} \tag{6.49}$$

โดยที่จะนิยามให้

$$\begin{aligned}
 I_E^{\alpha\beta}(Q^2) &= N_\alpha N_\beta \int_0^\infty dr r^2 [g_\alpha(r) g_\beta(r) + f_\alpha(r) f_\beta(r)] \int_\Omega d\Omega \left(C_\alpha^\dagger C_\beta^\dagger (Y_{l_\alpha}^0)^\dagger Y_{l_\beta}^0 \right. \\
 &\quad \left. + D_\alpha^\dagger D_\beta^\dagger (Y_{l_\alpha}^1)^\dagger Y_{l_\beta}^1 \right) \cdot e^{i\sqrt{Q^2} r \cos \theta}
 \end{aligned} \tag{6.50}$$

จาก (6.38) จะได้ว่าโครงสร้างตัวดำเนินการในแผนภาพเวอร์เทกคอปเรชันเป็นไปตามสมการ

$$(i\vec{\sigma} \cdot \vec{p} \lambda_i F_\alpha) \hat{Q} I_{\alpha\beta}(Q^2) (-i\vec{\sigma} \cdot \vec{p} \lambda_i F_\beta^\dagger) = (\vec{\sigma} \cdot \vec{p}) (\vec{\sigma} \cdot \vec{p}) (\lambda_i \hat{Q} \lambda_i) I_{\alpha\beta}(Q^2) (F_\alpha F_\beta^\dagger) \tag{6.51}$$

ประวัติผู้เขียน

