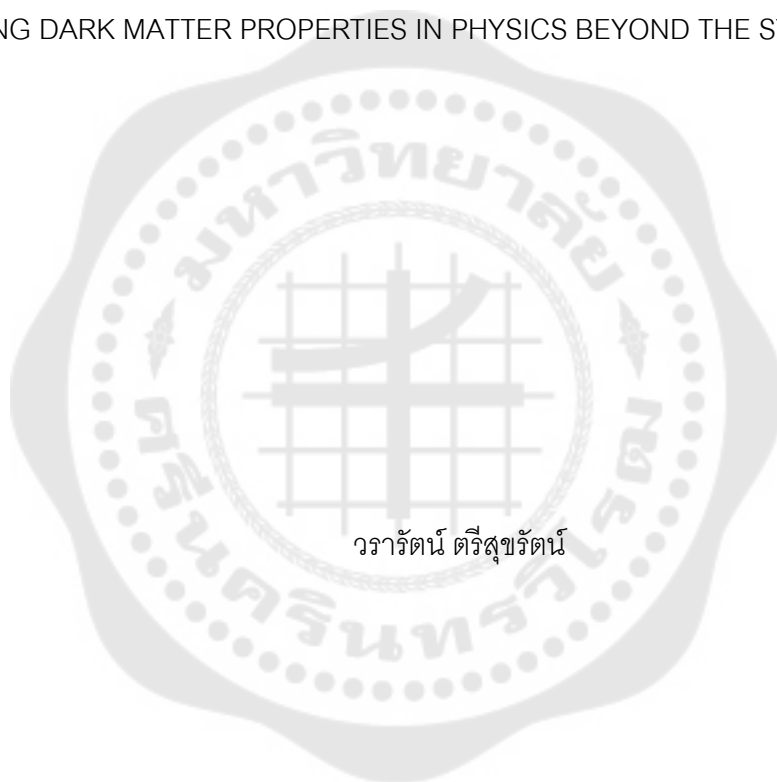




การศึกษาสมบัติของสสารมืดในฟิสิกส์นอกเหนือแบบจำลองมาตรฐาน
PROBING DARK MATTER PROPERTIES IN PHYSICS BEYOND THE STANDARD MODEL



วราวัฒน์ ตรีสุขวัฒน์

บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ

2567

การศึกษสมบัติของสารมืดในฟิสิกส์นอกเหนือแบบจำลองมาตรฐาน



วรารัตน์ ตรีสุขรัตน์

ปริญญานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตร

ปรัชญาดุษฎีบัณฑิต สาขาวิชาฟิสิกส์

คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ

ปีการศึกษา 2567

ลิขสิทธิ์ของมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ

PROBING DARK MATTER PROPERTIES IN PHYSICS BEYOND THE STANDARD MODEL



A Dissertation Submitted in Partial Fulfillment of the Requirements
for the Degree of DOCTOR OF PHILOSOPHY
(Physics)

Faculty of Science, Srinakharinwirot University

2024

Copyright of Srinakharinwirot University

ปริญญานิพนธ์
เรื่อง
การศึกษาสมบัติของสสารมืดในฟิสิกส์นอกเหนือแบบจำลองมาตรฐาน
ของ
วราวัฒน์ ตีรสุวรรณ์

ได้รับอนุมัติจากบัณฑิตวิทยาลัยให้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตร
ปริญญาปรัชญาดุษฎีบัณฑิต สาขาวิชาฟิสิกส์
ของมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ

(รองศาสตราจารย์ นายแพทย์ฉัตรชัย เอกปัญญาสกุล)
คณบดีบัณฑิตวิทยาลัย

คณะกรรมการสอบปากเปล่าปริญญานิพนธ์

..... ที่ปรึกษาหลัก
(รองศาสตราจารย์ ดร.ปฏิภาณ อุตยารัตน์)

..... ประธาน
(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.ชาคริต พงษ์กิตติวิชกุล)

..... กรรมการ
(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.वासुเทพ หลวงทิพย์)

..... กรรมการ
(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.อารียา เอี่ยมบุญ)

..... กรรมการ
(รองศาสตราจารย์ ดร.สมค์ร์ พิมานแพง)

ชื่อเรื่อง	การศึกษาสมบัติของสสารมืดในฟิสิกส์นอกเหนือแบบจำลองมาตรฐาน
ผู้วิจัย	วรารัตน์ ตริสุขรัตน์
ปริญญา	ปรัชญาดุษฎีบัณฑิต
ปีการศึกษา	2567
อาจารย์ที่ปรึกษา	รองศาสตราจารย์ ดร. ปฏิภาณ อุทัยรัตน์

การมีอยู่ของสสารมืดเป็นหลักฐานที่ได้รับการยอมรับอย่างกว้างขวางของแบบจำลองนอกเหนือแบบจำลองมาตรฐาน แบบจำลองดับเบิลเดือยถือเป็นหนึ่งแบบจำลองอย่างง่ายในแบบจำลองฟิสิกส์ใหม่ที่รองรับการมีอยู่ของสสารมืด แบบจำลองนี้มีระดับเบลตของสนามฮิกส์เพิ่มเข้ามาในขณะที่องค์ประกอบที่ไม่มีประจุสามารถเป็นตัวแทนของสสารมืดได้ สมมาตรไม่ต่อเนื่อง Z_2 ถูกกำหนดขึ้นสำหรับการแปลงของดับเบิลเดือยเพียงเท่านั้น อีกทั้งสมมาตรนี้ได้ทำให้สสารมืดมีความเสถียรและมีอันตรกิริยากับอนุภาคในแบบจำลองมาตรฐานผ่านอนุภาคฮิกส์ ดังนั้นในงานวิจัยนี้จึงนำแบบจำลองดับเบิลเดือยมาใช้ศึกษาสมบัติของสสารมืด สำหรับวิธีดำเนินงานวิจัย ขั้นแรก อนุภาคสเกลาร์ที่มีมวลเบาที่สุดจะถูกพิจารณาเป็นตัวแทนสสารมืดจากการกำหนดพารามิเตอร์กำลังสองของมวลขั้นที่สอง ภายใต้สมมติฐานแบบฟรีชเฮาท์และการประมาณที่มวลสสารมืดมีค่าสูง จะสามารถเขียนกระบวนการประลัยคู่และการประลัยคู่ร่วมในระดับต้นไม่ ในรูปที่กระชับ ที่เรียกว่า ภาคตัดขวางยังผล จากนั้น ดำเนินการวิเคราะห์เงื่อนไขความเสถียรของสุญญากาศและยูนิทารีตี ซึ่งทำให้ทราบขอบเขตของพารามิเตอร์ในแบบจำลองสำหรับผลการดำเนินงานวิจัย พบว่า ภาคตัดขวางยังผล สามารถเขียนให้อยู่ในรูปส่วนกลับของกำลังสองของมวลสสารมืด และ งานวิจัยนี้สามารถแสดงพื้นที่ของพารามิเตอร์มวลกำลังสองที่สอดคล้องกับเงื่อนไขทั้งสอง ในตอนท้าย งานวิจัยนี้แสดงผลของขอบเขตบนของมวลสสารมืดสำหรับตัวแทนสสารมืดทั้งสองที่เป็นไปได้ในแบบจำลองดับเบิลเดือย

คำสำคัญ : แบบจำลองนอกเหนือแบบจำลองมาตรฐาน, สสารมืด, ดับเบิลเดือย, สมมาตรไม่ต่อเนื่อง Z_2 , ภาคตัดขวางยังผล

Title	PROBING DARK MATTER PROPERTIES IN PHYSICS BEYOND THE STANDARD MODEL
Author	WARARAT TREESUKRAT
Degree	DOCTOR OF PHILOSOPHY
Academic Year	2024
Thesis Advisor	Associate Professor Dr. Patipan Utayarat

The existence of dark matter is widely accepted as evidence for new physics beyond the Standard Model (SM). The inert doublet model is one of the simplest new physics models that can accommodate dark matter (DM). In this doublet model, there is an extra Higgs doublet field, the inert doublet, whose neutral component serves as DM. The discrete Z_2 -symmetry is imposed on the model such that only the inert doublet is odd. This ensures that DM is a stable particle. The Z_2 -symmetry also forbids the inert doublet from developing a vacuum expectation value. As a result, DM only interacts with the SM particles through its interaction with the Higgs boson. Thus, this work applied this model to explore DM properties. For the main methodology, first, the lightest scalar was considered as a DM candidate by setting mass-squared splitting parameters. Second, under the freeze-out assumption and high DM mass approximation, annihilation and co-annihilation processes at tree-level can be expressed in a compact form called the effective cross-section. Then, the analysis of vacuum stability and unitarity constraints indicates the limitations of the parameter model. For the results, the effective cross-section is inversely proportional to the square of DM mass. By applying vacuum stability and unitarity constraints, this work shows the valid region of two mass-squared splitting parameters. Finally, the upper bound of dark matter mass for both DM candidates in inert doublet model can be examined.

Keyword : beyond the Standard Model, dark matter, inert doublet, discrete Z_2 -symmetry, effective cross-section

กิตติกรรมประกาศ

ปริญญาานิพนธ์นี้สำเร็จลุล่วงได้ด้วยความตั้งใจ ความเข้าใจในข้อจำกัดของผู้วิจัย ความเมตตาและความเอาใจใส่เป็นอย่างดีจากอาจารย์ที่ปรึกษา รองศาสตราจารย์ ดร. ปฐวิภาณ อุทัยรัตน์ ผู้ที่พร้อมให้โอกาสแลกเปลี่ยนทั้งด้านความรู้ ประสบการณ์ ทักษะคติในการทำวิจัยและการใช้ชีวิต การได้เรียนรู้กับอาจารย์นั้น ได้เติมเต็มชีวิตการเรียนปริญญาเอกของผู้วิจัย หากเปรียบแล้ว อาจารย์คงเป็นเหมือนแสงสว่างที่คอยทำให้ผู้วิจัยได้มองเห็นโลกการทำวิจัย ได้มองเห็นและได้รู้จักผู้คน ไม่เพียงแต่รู้จักในฐานะนักวิจัย หากยังรวมไปถึงรู้จักคนในฐานะคนธรรมดาคนหนึ่ง ผู้วิจัยขอกราบขอบพระคุณ มา ณ ที่นี้

ขอกราบขอบคุณคำแนะนำและกำลังใจเป็นอย่างดี จาก ผศ.ดร. ชาศิต พงษ์กิตติวณิชกุล และพี่นคร จากมหาวิทยาลัยขอนแก่น รวมถึงข้อเสนอแนะ จาก ผศ.ดร. วาสุเทพ หลวงทิพย์ และคณะกรรมการผู้ควบคุมปริญญาานิพนธ์ รวมไปถึงคณะอาจารย์ภาคฟิสิกส์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ซึ่งมีส่วนให้ปริญญาานิพนธ์มีความสมบูรณ์มากขึ้น ในช่วงการทำวิจัยนี้ ถือเป็นช่วงที่ข้าพเจ้าได้พบเจอกับประสบการณ์หลากหลายและมีคุณค่า ตัวอย่างเช่น การได้รับโอกาสไปทำวิจัยระยะสั้น ณ มหาวิทยาลัย Cincinnati ประเทศสหรัฐอเมริกา ภายใต้การดูแลของ Prof. Joachim Brod และการได้พบเจอผู้คนที่ดี เพื่อนๆ นักเรียนที่ใจดี ได้เห็นวิธีการเรียนรู้ที่หลากหลาย รวมไปถึง Ann และ Jahnvi เพื่อนร่วมบ้าน ที่ให้ประสบการณ์วัยรุ่น grad student ให้กับผู้วิจัย ถึงแม้เป็นช่วงเวลาสั้นๆที่ได้ใช้ร่วมกัน แต่ก็ทำให้ได้รู้ว่า ชีวิตยังมีความสุขอยู่รอบๆตัว ประสบการณ์ที่ต่างประเทศนี้ถือเป็นแรงผลักดันสำคัญให้กลับมาทำงานวิจัยนี้จนสำเร็จ การทำวิจัยและการเรียนระดับปริญญาเอกนี้ได้รับทุนอุดหนุนการวิจัยและนวัตกรรมจากสำนักงานการวิจัยแห่งชาติ (วช.) : NRCT5-RGJ63017-153 นอกจากนี้ ผู้วิจัยได้รับการสนับสนุนสิ่งอำนวยความสะดวกในการทำวิจัย จากหน่วยวิจัย THEPA มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ

สำหรับช่วงเวลาการทำวิจัยนี้ ถือเป็นช่วงที่ยาวนานกว่าที่ข้าพเจ้าคิดไว้ แม้จะรู้สึกเหงา โดดเดี่ยวเป็นครั้งคราว แต่หลายครั้งก็ถูกเติมเต็มของความว่างเปล่า ด้วยเพื่อนทางไกล อ้อม Good Girl Melbourne ความฝันที่อ้อมบอกกับตัวเองไว้ อย่าเพิ่งหยุดพยายามจนกว่ามันจะสำเร็จนะ, กริด เพื่อนที่อยู่ข้างๆคอยเชียร์เราเสมอ แค่ว่าเชียร์กริดอยู่ที่เคยเสมอนะ, ต้น ผู้ชี้ให้เห็นความทุกข์ กราบ, ปิง พระดังถือมีด, ใหญ่ ไอ เพื่อนคนสำคัญในชีวิตการเป็นนักเรียนปริญญาเอก ผู้สนับสนุนทุกอย่าง รวมถึง ปอนด์ ทะเล รุ่นพี่รุ่นน้องทุกคนจากทุกมหาวิทยาลัย ที่คอยส่งกำลังใจอยู่เคียงข้าง อยากรจะขอบคุณทุกคนมา ณ ที่นี้

องค์ประกอบสำคัญอีกส่วน ที่เป็นเหมือนที่ปรึกษา เพื่อนคู่คิด เพื่อนเล่น มองเห็นการเติบโตของกันและกันเสมอ พี่บูม ขอขอบคุณที่คอยรับฟัง มาในจังหวะที่สำคัญเสมอ ทำยที่สุดขอขอบคุณป้า ม้า อาม่า แบนและครอบครัว ที่เป็นส่วนสำคัญ เป็นกำลังใจ คอยสนับสนุนในทุกด้านแบบไม่มีเงื่อนไข คอยให้สิ่งที่ดีที่สุดที่พวกเขามีกับบูมเสมอ ทำยที่สุด ขอขอบคุณ วิสปี ลี คนที่คอยดูแลกัน ทั้งยามสุขและทุกข์ เติมเต็มชีวิตของกันและกันให้มีความหมาย รัก

วรวิรัตน์ ตรีสุขรัตน์



สารบัญ

	หน้า
บทคัดย่อภาษาไทย	ง
บทคัดย่อภาษาอังกฤษ	จ
กิตติกรรมประกาศ.....	ฉ
สารบัญ	ช
สารบัญตาราง.....	ฅ
สารบัญรูปภาพ	ฐ
บทที่ 1 บทนำ.....	1
ภูมิหลัง	1
ความมุ่งหมายของงานวิจัย.....	3
ความสำคัญของงานวิจัย	3
ขอบเขตของการวิจัย	3
ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับจากงานวิจัย	4
บทที่ 2 ทบทวนวรรณกรรม.....	1
2.1 ความเป็นมาโดยสังเขปและหลักฐานการมีอยู่ของสสารมืด	1
2.1.1 เลนส์โน้มถ่วง (Gravitational lensing)	6
2.1.2 การชนกันของกลุ่มกาแล็กซี (Bullet cluster)	9
2.2 การคำนวณหาปริมาณความหนาแน่นของพลังงานสสารมืดแบบมาตรฐาน	11
2.2.1 สมการโบลต์ซมันน์ (Boltzmann equation)	11
2.2.2 การ Freeze-out ของสสารมืด	15
2.2.3 ปริมาณความหนาแน่นของพลังงานสสารมืดในปัจจุบัน	17
2.3 แบบจำลองอินเนอร์ดับเบิลต (Inert doublet model)	22

บทที่ 3 วิธีดำเนินการวิจัย.....	26
3.1 ศึกษาความเป็นได้ของตัวแทนสสารมืดในแบบจำลองอินเนอร์ทดับเบลต	27
3.2 ศึกษาเงื่อนไขขอบเขตที่เกี่ยวข้องกับพารามิเตอร์ในแบบจำลองอินเนอร์ทดับเบลต.....	27
เงื่อนไข perturbativity	27
เงื่อนไข vacuum stability	28
เงื่อนไข unitarity	28
เงื่อนไขจาก electroweak oblique parameter	28
เงื่อนไข การสลายตัวของฮิกส์โบซอนไปเป็นคู่โฟตอน และการสลายตัวที่มองไม่เห็น.....	29
เงื่อนไข การทดลองอื่นๆ.....	29
3.3 คำนวณกระบวนการประลัยคู่ (pair-annihilation) สำหรับกรณีที่อนุภาคสเกลาร์ χ เป็นตัวแทนสสารมืด	30
กระบวนการ $\chi\chi \leftrightarrow hh$	30
กระบวนการ $\chi\chi \leftrightarrow W^\pm W^\pm$	30
กระบวนการ $\chi\chi \leftrightarrow ZZ$	31
กระบวนการ $\chi\chi \leftrightarrow ff$	31
3.4 ศึกษาการเกิดการประลัยร่วม (co-annihilation) ในแบบจำลองอินเนอร์ทดับเบลต	31
3.4.1 ศึกษารูปของสมการโบลต์มันน์ในกรณีการเกิดการประลัยร่วม.....	33
3.4.2 คำนวณภาคตัดขวางเพิ่มเติมสำหรับกระบวนการที่พิจารณาการเกิดการประลัยร่วม	34
3.4.3 การคำนวณปริมาณสสารมืดในรูปของพารามิเตอร์ผลต่างของมวลอนุภาคสเกลาร์	37
3.5 กำหนดเกณฑ์เปรียบเทียบของมวลอนุภาคสเกลาร์ที่สนใจ และคำนวณหาค่าของพารามิเตอร์ในแบบจำลองอินเนอร์ทดับเบลตที่สอดคล้องกับเงื่อนไขขอบเขตและปริมาณสสารมืดในปัจจุบัน.....	38

3.6 แสดงแผนภาพพารามิเตอร์ในแบบจำลองอินเนอร์ทดับเบลตที่สอดคล้องกับเงื่อนไขขอบเขต และปริมาณสสารมืดในปัจจุบัน.....	38
3.7 วิเคราะห์หาขอบเขตของมวลของสสารมืดที่มากที่สุดที่เป็นไปได้ในแบบจำลองอินเนอร์ท ดับเบลต	38
3.8 สรุปและอภิปราย	38
บทที่ 4 ผลการศึกษา	39
4.1.1 กระบวนการประลัยคู่.....	40
4.1.1.1 กระบวนการประลัยคู่ $\phi\phi$ และ AA	40
4.1.1.2 กระบวนการประลัยคู่ $\phi + \phi -$	41
4.1.2 กระบวนการประลัยร่วม	42
4.1.2.1 กระบวนการประลัยร่วมของ $\phi + \phi$	42
4.1.2.2 กระบวนการประลัยร่วมของ $\phi + A$	42
4.1.2.3 กระบวนการประลัยร่วมของ ϕA	43
4.2 ผลลัพธ์ของการศึกษาภาคตัดขวางยังผล	43
4.3.1 เงื่อนไขความเสถียรของสุญญากาศ.....	48
4.3.2 เงื่อนไข perturbativity และเงื่อนไข unitarity.....	49
บทที่ 5 สรุป อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ	57
5.1 สรุปผลการวิจัย.....	57
5.2 อภิปรายผลการวิจัยและข้อเสนอแนะ	59
บรรณานุกรม	60
ภาคผนวก.....	65
ภาคผนวก ก	66
ภาคผนวก ข	67

ภาคผนวก ค	68
ภาคผนวก ง	72
ภาคผนวก จ	75
บรรณานุกรม	76
ประวัติผู้เขียน.....	82



สารบัญตาราง

หน้า

No table of figures entries found.



สารบัญรูปภาพ

หน้า

ภาพประกอบ 1 ภาพการตรวจวัดกาแล็กซีแอนโดรเมดา	3
ภาพประกอบ 2 ตัวอย่างแผนภาพความเร็วในการโคจรจากงานวิจัยต่างๆ	5
ภาพประกอบ 3 ภาพถ่ายลักษณะภายนอกของกล้องโทรทรรศน์อวกาศฮับเบิล.....	6
ภาพประกอบ 4 ภาพถ่ายการชนกันของสองกาแล็กซีที่ถูกถ่ายโดยกล้องโทรทรรศน์อวกาศฮับเบิล	7
ภาพประกอบ 5 แผนภาพร่างเส้นทางการเดินทางของแสงที่ออกจากกาแล็กซีหนึ่งไปยังกล้อง โทรทรรศน์อวกาศฮับเบิล	7
ภาพประกอบ 6 ภาพถ่ายที่แสดงภาพที่บิดเบี้ยวของสามกาแล็กซี (วงกลมสีแดง) และของห้า ควอ ซาร์ (วงกลมสีน้ำเงิน) จากกลุ่มคลัสเตอร์ SDSS J1004+4112	8
ภาพประกอบ 7 ภาพถ่ายกลุ่มคลัสเตอร์ CI 0024+17 (ZwCI 0024+1652)	8
ภาพประกอบ 8 ภาพถ่ายคลัสเตอร์ 1E 0657-56 หรือ Bullet cluster.....	11
ภาพประกอบ 9 แผนภาพอธิบายการ freeze-out ของอนุภาค	14
ภาพประกอบ 10 แผนภาพแสดงความหนาแน่นของอนุภาคใน comoving volume	17
ภาพประกอบ 11 แผนภาพ d.o.f ของความหนาแน่นของจำนวนอนุภาค ($g * n$) และ d.o.f ของความหนาแน่นของเอนโทรปีรวม ($g * s$) ที่ขึ้นกับอุณหภูมิ	18
ภาพประกอบ 12 ตัวอย่างแผนภาพขอบเขตบนภาคตัดขวางการชนกันของสสารมืดกับนิวคลีออน	20
ภาพประกอบ 13 แผนภาพแสดงขอบเขตบนของภาคตัดขวางการชนกันของสสารมืดกับ นิวคลี ออนที่ไม่ขึ้นกับสปินของอนุภาคที่เป็นฟังก์ชันของมวล ในการทดลองอื่นๆ	20
ภาพประกอบ 14 แผนภาพแสดงขอบเขตบนของความละเอียดในการตรวจวัดโฟตอนจาก CTA และ CMB สำหรับ σ_V ของกระบวนการการประลัยคู่ของสสารมืด	21
ภาพประกอบ 15 แผนภาพรวมเงื่อนไขจากการทดลองต่างๆ สำหรับค่าคู่ควบและมวลของสสาร มืดในแบบจำลองอิเล็กโทรวีคทริคเบลตสำหรับสนามสเกลาร์จริงที่เป็นตัวแทนของสสารมืด	22

ภาพประกอบ 16 กระบวนการประลัยคู่ $\phi\phi$ และ AA ที่มีความสำคัญในช่วงที่มวลสเกลาร์มีค่าสูง	40
ภาพประกอบ 17 กระบวนการประลัยคู่ $\phi + \phi -$ ที่มีความสำคัญในช่วงที่มวลสเกลาร์มีค่าสูง	41
ภาพประกอบ 18 co-annihilation กระบวนการประลัยร่วม ϕA , $\phi\phi +$ และ $A\phi +$	42
ภาพประกอบ 19 แผนภาพลักษณะของฟังก์ชันภาคตัดขวางยังผลในอุณหภูมิจลเยื่อสำหรับกรณีที่ ϕ เป็นสสารมืดในแบบจำลองอินเนอร์ทดับเบลต โดย จุดตัดของเส้นที่เหลือง แทน บริเวณที่สอดคล้องกับภาคตัดขวางในอุณหภูมิจลเยื่อ $\sigma v_{\text{thermal}}$ ที่ทำให้ได้ปริมาณสสารมืดเท่ากับปัจจุบัน $\Omega_{\text{ch}2} \simeq 0.1200 \pm 0.0012$	47
ภาพประกอบ 20 แผนภาพระนาบ $\Delta 02 - \Delta + 2$ ที่สอดคล้องกับเงื่อนไขความเสถียรทางสุญญากาศและเงื่อนไข unitarity	52
ภาพประกอบ 21 แผนภาพลักษณะของฟังก์ชันภาคตัดขวางยังผลในอุณหภูมิจลเยื่อ สำหรับกรณีที่ ϕ เป็นสสารมืดในแบบจำลองอินเนอร์ทดับเบลต ที่สอดคล้องกับเงื่อนไขจากทฤษฎีและทำให้ได้ปริมาณสสารมืดเท่ากับปัจจุบัน	54
ภาพประกอบ 22 มวลสูงสุดของสสารมืดในแต่ละช่วงเกณฑ์ ที่ประกอบด้วย $\Delta 02 = \Delta + 2$ (สีแดง) , $\Delta 02 = (1/2) \Delta + 2$ (สีน้ำเงิน) และ $\Delta 02 = 2\Delta + 2$ (สีเขียว) โดยที่เส้นทึบ แทน เส้นที่ให้ค่าภาคตัดขวางในอุณหภูมิจลเยื่อเท่ากับ $2.6 \times 10^{-26} \text{cm}^3/\text{s}$ และ แถบสี แสดงถึงช่วงที่อยู่ในขอบเขตที่ภาคตัดขวางในอุณหภูมิจลเยื่อมีค่าตั้งแต่ $(2.2 - 3.0) \times 10^{-26} \text{cm}^3/\text{s}$	55

บทที่ 1

บทนำ

ภูมิหลัง

จากหลักฐานทางการตรวจวัดทางดาราศาสตร์และจักรวาลวิทยา เช่น การคำนวณความเร็วการโคจรของวัตถุอยู่ห่างไกลจากกาแล็กซี การตรวจวัดการเบนของแสงผ่านเมื่อเคลื่อนที่ผ่านวัตถุขนาดใหญ่ และภาพถ่ายการชนกันของคลัสเตอร์กาแล็กซี ล้วนเป็นสิ่งที่ยืนยันสมมติฐานการมีอยู่ของสสารมืด การตรวจวัดดังกล่าวได้ให้ความเข้าใจเกี่ยวกับสสารมืดว่าเป็นสสารที่ไม่เปล่งแสงและไม่สามารถมองเห็นได้ นั่นหมายความว่า สสารมืดไม่เกิดอันตรกิริยาทางแม่เหล็กไฟฟ้า และจากแบบจำลองทางด้านจักรวาลวิทยาแบบมาตรฐานที่สามารถคำนวณผลรวมของสสารทั้งหมดในปัจจุบัน ทำให้ทราบถึงค่าปริมาณของสสารมืดที่หลงเหลืออยู่ (relic abundance) ว่ามีค่าประมาณ $\Omega_c h^2 \sim 0.12$ (Aghanim, 2020) หรืออาจกล่าวได้ว่ามากกว่า 80 % ของสสารในเอกภพเป็นสสารมืด ทุกวันนี้สสารมืดยังถือเป็นองค์ประกอบสำคัญที่ช่วยในการจำลองโครงสร้างของเอกภพ (structure formation) กล่าวคือ หากไม่มีสสารมืดในเอกภพที่มีปริมาณมากพอในการยึดสสารปกติเข้าใกล้กันผ่านแรงโน้มถ่วง โครงสร้างของเอกภพอาจจะจัดกระจายออกจากกัน และไม่เป็นเหมือนภาพเอกภพปัจจุบันที่เรารู้จัก ดังนั้นความเข้าใจเกี่ยวกับอันตรกิริยาของสสารมืดจากการทดลองปัจจุบันที่ว่าสสารมืดรับรู้ถึงแรงโน้มถ่วงแต่แทบไม่ทำอันตรกิริยากับอนุภาคหรือสสารใดๆ (weakly interacting) และมีชีวิตที่ยาว (long life time) ทำให้นักฟิสิกส์มีความพยายามที่จะทำนายปรากฏการณ์ของสสารมืดผ่านแบบจำลองทางทฤษฎี และเนื่องจากสมบัติของอนุภาคในแบบจำลองมาตรฐานไม่สอดคล้องกับสมบัติของสสารมืดที่เข้าใจในปัจจุบัน ทำให้การศึกษาสสารมืดจัดเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาฟิสิกส์ที่อยู่นอกเหนือแบบจำลองมาตรฐาน (beyond the Standard Model physics)

แบบจำลองนอกเหนือแบบจำลองมาตรฐานอย่างง่ายที่สุดและเป็นต้นแบบพื้นฐานสำหรับการศึกษสมบัติของสสารมืด คือ แบบจำลองอินเนอร์ดับเบิลต (inert doublet model) (Branco, 2012; Honorez, Nezri, Oliver, และ Tytgat, 2006) แบบจำลองนี้อยู่ภายใต้สมมาตร Z_2 ประกอบด้วย ฮิกส์ดับเบิลตในแบบจำลองมาตรฐาน (The Standard Model Higgs doublet) H และดับเบิลตใหม่ที่เพิ่มเข้ามาหรืออินเนอร์ดับเบิลต ϕ ที่มีสเกลาร์ทั้งหมดสี่ตัวได้แก่สองสเกลาร์ที่เป็นกลาง χ, A และอีกสองสเกลาร์ที่มีประจุ $\phi^\pm$ โดยที่อนุภาคในแบบจำลองมาตรฐานมีการแปลงของสมมาตร Z_2 ลักษณะคู่ (Z_2 - even) และอนุภาคสเกลาร์ในอินเนอร์

ดับเบลตมีการแปลงของสมมาตร Z_2 ลักษณะคี่ (Z_2 - odd) สาเหตุที่เรียก ϕ ว่าอินเนอร์ดับเบลต เป็นเพราะค่าคาดหวังที่ว่างของ ϕ หรือ $\langle \phi \rangle_0$ มีค่าเท่ากับศูนย์ภายหลังสมมาตร $SU(2) \times U(1)$ ถูกทำลาย (Deshpande และ Ma, 1978) และหากพิจารณาอนุภาคสเกลาร์ไม่มีประจุ ที่สามารถใช้เป็นตัวแทนสสารมืดในโมเดล พบว่ามีความเป็นไปได้ที่จะเป็นทั้งสเกลาร์ χ, A ซึ่งขึ้นกับการกำหนดลำดับขนาดของมวลของสเกลาร์ทั้งสิ้น การกำหนดเกณฑ์เปรียบเทียบ (benchmark) ของมวลสเกลาร์จึงส่งผลต่อการศึกษาปรากฏการณ์สสารมืด ในงานวิจัยนี้ เราเลือกให้ χ เป็นตัวแทนของสสารมืด ฉะนั้นมวลของ χ จำเป็นต้องมีค่าต่ำสุดเพื่อให้สอดคล้องกับสมมติการณ์ชีวิตที่ยาว (Acciari, 2018) ไม่สลายตัวให้อนุภาคอื่น หรือ เป็นอนุภาคที่เสถียร (stable particles) ดังนั้นเพื่อความสะดวกในการศึกษาปรากฏการณ์ของสสารมืด การเรียงลำดับของมวลของสเกลาร์ที่เหลือจึงถูกกำหนดผ่านพารามิเตอร์ที่แสดงถึงผลต่างของมวล (mass-splitting) ได้แก่ $\Delta^0 \equiv m_A - m_\chi$ และ $\Delta^+ \equiv m_{\phi^+} - m_\chi$

ภายหลังจากการทำความเข้าใจปรากฏการณ์และอันตรกิริยาของสสารมืดในแบบจำลอง อินเนอร์ดับเบลต เราจะพิจารณาเงื่อนไขที่เกี่ยวข้องกับค่าควบคู่ (coupling) รวมถึงมวลของ อนุภาคสเกลาร์ต่าง ๆ จากทางทฤษฎี เช่น เงื่อนไข perturbativity, เงื่อนไข vacuum stability และ เงื่อนไข unitarity และจากทางการทดลอง เช่น เงื่อนไขของ electroweak oblique parameter, เงื่อนไขการสลายตัวของฮิกส์ไปเป็นคู่โฟตอน $h \rightarrow \gamma\gamma$, เงื่อนไขการสลายตัวที่มองไม่เห็น $h \rightarrow \chi\chi$ ซึ่งได้จากการทดลองของ CMS และ ATLAS ที่ LHC (Grimus, 2008) และเงื่อนไขที่ได้จากการการคำนวณภาคตัดขวางระหว่างสสารมืดและนิวคลีออนในแบบจำลองเทียบกับ ตรวจวัดสสารมืดทางตรง (direct detection) จาก XENON1T, LUX และ XENONnT (Akerib, 2017; Aprile, 2018, 2020)

นอกจากเงื่อนไขต่าง ๆ ข้างต้นแล้ว ปริมาณของสสารมืดที่ทราบในปัจจุบันถือเป็น ตัวกำหนดความหนาแน่นของจำนวนสสารมืด มวลของสสารมืด และค่าเฉลี่ยของผลคูณระหว่าง ภาคตัดขวางและความเร็วสัมพัทธ์ ผ่านการแก้สมการโบลต์ซมันน์ (Boltzmann equation) ซึ่งนำไปสู่การหาเงื่อนไขขอบเขตของ ผลต่างของมวล, ค่าควบคู่ต่าง ๆ และพารามิเตอร์อื่น ๆ ในแบบจำลองอินเนอร์ดับเบลตได้ ทั้งนี้การพิจารณาเกณฑ์เปรียบเทียบของมวลสเกลาร์ที่ผลต่าง ของมวลสเกลาร์แต่ละตัวมีค่าต่างกันเพียงเล็กน้อย ได้ส่งผลให้การคำนวณเพียงกระบวนการ ประลัยคู่ (pair-annihilation) ระหว่างตัวแทนสสารมืดกับตัวมันเองไม่เพียงพอต่อการพิจารณา ปริมาณสสารมืดให้สอดคล้องกับค่าในปัจจุบัน จึงเป็นเหตุผลให้ต้องคำนวณกระบวนการเพิ่มเติม

ที่เรียกว่า การประลัยร่วม (co-annihilation) ระหว่างตัวแทนของสสารมืดและอนุภาคสเกลาร์อื่นๆ เข้าไปด้วย

สุดท้ายแล้ว รูปของปริมาณสสารมืดที่เกี่ยวข้องกับกระบวนการประลัยร่วม สามารถ จัดรูปให้ขึ้นอยู่กับมวลของสสารมืดและค่าเฉลี่ยของผลคูณระหว่างภาคตัดขวางและความเร็วสัมพัทธ์ได้ (Griest และ Seckel, 1991) เมื่อรวมเข้ากับเงื่อนไขต่างๆก่อนหน้านี้ ภายใต้เกณฑ์เปรียบเทียบของมวลที่พิจารณาจะช่วยให้เราสามารถหาผลต่างของมวลที่สอดคล้องกับค่าคู่ควบ ที่เป็นไปได้ และนำไปสู่การคำนวณหาขอบเขตบนของมวลของสสารมืดในโมเดลอินเนอร์ทดับเบลตได้ในท้ายที่สุด

ความมุ่งหมายของงานวิจัย

1. เพื่อศึกษาสมบัติและความเป็นไปได้ของตัวแทนสสารมืดในแบบจำลองอินเนอร์ทดับเบลตในแต่ละช่วงเกณฑ์เปรียบเทียบของมวลอนุภาคสเกลาร์ และแสดงแผนภาพพารามิเตอร์ในแบบจำลองที่สอดคล้องกับเงื่อนไขต่าง ๆ และปริมาณของสสารมืดในปัจจุบัน
2. เพื่อคำนวณหามวลของสสารมืดที่มากที่สุดที่เป็นไปได้สำหรับตัวแทนสสารมืดในแบบจำลองอินเนอร์ทดับเบลต

ความสำคัญของงานวิจัย

การใช้แบบจำลองทางทฤษฎีที่อยู่เหนือแบบจำลองมาตรฐานเพื่อศึกษาสมบัติของสสารมืดนั้นจำเป็นต้องอาศัยข้อมูลของการทดลองเกี่ยวกับสสารมืดในปัจจุบันทั้งการตรวจวัดทางตรงและทางอ้อม ทั้งนี้ผลของความเป็นไปได้ของพารามิเตอร์ในแบบจำลองจะช่วยให้เราสามารถทำนายปรากฏการณ์ที่เกี่ยวข้องกับสสารมืด และนำไปสู่การกำจัดแบบจำลองของสสารมืดชนิดต่าง ๆ ที่ไม่สอดคล้องกับผลการทดลองออก สุดท้ายแล้วแบบจำลองที่ยังเหลือความเป็นไปได้ก็นำไปสู่การค้นพบสสารมืดที่การทดลองต่าง ๆ ต้องการที่จะตรวจวัดได้ในอนาคต

ขอบเขตของการวิจัย

พิจารณาความเป็นไปได้ของตัวแทนสสารมืดผ่านเกณฑ์เปรียบเทียบของมวลของอนุภาคสเกลาร์และศึกษาความเป็นไปได้ของพารามิเตอร์ต่างๆในแบบจำลองอินเนอร์ทดับเบลตโดยใช้เงื่อนไขต่าง ๆ ทั้งจากทฤษฎีและการทดลอง

ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับจากงานวิจัย

1. เข้าใจสมบัติและปรากฏการณ์ของสสารมืดในแบบจำลองอินเนอร์ทดับเบิลต
2. สามารถแสดงขอบเขตของพารามิเตอร์ต่างๆในแบบจำลองอินเนอร์ทดับเบิลต
ที่สอดคล้องกับเงื่อนไขต่างๆ และปริมาณของสสารมืดในปัจจุบัน
3. ทราบถึงค่าสูงที่สุดที่เป็นไปได้ของมวลของสสารมืดในแบบจำลองอินเนอร์ทดับเบิลต
สำหรับเกณฑ์เปรียบเทียบของมวลต่างๆ ที่สนใจศึกษา



บทที่ 2

ทบทวนวรรณกรรม

ในงานวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยได้ศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง และได้นำเสนอตามหัวข้อต่อไปนี้

2.1 ความเป็นมาโดยสังเขปและหลักฐานการมีอยู่ของสสารมืด

2.1.1 เลนส์โน้มถ่วง (Gravitational lensing)

2.1.2 การชนกันของกลุ่มกาแล็กซี (Bullet cluster)

2.2 การคำนวณหาปริมาณความหนาแน่นของพลังงานสสารมืดแบบมาตรฐาน

2.2.1 สมการโบลต์ซมันน์ (Boltzmann equation)

2.2.2 การ Freeze-out ของสสารมืด

2.2.3 ปริมาณความหนาแน่นของพลังงานสสารมืดในปัจจุบัน

2.3 แบบจำลองอินเนอร์ทึบเบลต

2.1 ความเป็นมาโดยสังเขปและหลักฐานการมีอยู่ของสสารมืด

หากย้อนไปเมื่อประมาณ 90 ปีก่อน ยุคสมัยก่อนสงครามโลกครั้งที่สอง (ค.ศ.1939 - ค.ศ.1945) นักดาราศาสตร์ชาวสวิสเซอร์แลนด์ Zwicky ได้ศึกษาการเคลื่อนที่ของกลุ่มของกาแล็กซีจำนวนมาก หรือ คลัสเตอร์ของกาแล็กซี (cluster of galaxies) ที่มีชื่อว่า คลัสเตอร์โคมา (Coma Cluster) คลัสเตอร์นี้มีระยะห่างจากโลกประมาณ 90 Mpc และมีรัศมีประมาณ 3 Mpc (Carroll, 2018; Kent, 1987) โดยส่วนใหญ่ประกอบด้วย กาแล็กซีวงรี (elliptical galaxies) อยู่บริเวณใจกลางของคลัสเตอร์ Zwicky ได้ทำการคำนวณความเร็วในแนวรัศมี (radial velocity) ของกาแล็กซีที่อยู่ภายในคลัสเตอร์โคมา ผ่านการวัดการเปลี่ยนแปลงของความถี่ที่มีค่าต่ำลง หรือ เรดชิฟ (redshift) จากปรากฏการณ์ดอปเปลอร์ (Doppler effect) และใช้ทฤษฎีบทวิเรียล (Virial Theorem) เพื่อคำนวณหาผลรวมของระบบคลัสเตอร์ ผลจากการคำนวณนี้ ถูกตีพิมพ์ในปี ค.ศ.1933 (Zwicky, 1933) โดยพบว่า ผลรวมของระบบที่คำนวณได้ มีไม่มากพอที่จะทำให้ คลัสเตอร์นี้ยังคงอยู่ได้ เนื่องจากความเร็วเฉลี่ยของกลุ่มกาแล็กซีจากการวัดเรดชิฟ มีค่าประมาณ 1000 km/sec หรือมากกว่านั้น แปลความได้ว่า ผลรวมของระบบจะต้องสูงด้วย ซึ่งจากการคำนวณความหนาแน่นเฉลี่ยของคลัสเตอร์โคมาจากสสารเปล่งแสง (luminous matter) ที่ตรวจวัดได้ ผลรวมของระบบมีค่าต่ำกว่านั้นมาก Zwicky จึงเสนอหนึ่งในความเป็นไปได้ได้ว่า อาจมี

สสารมืด (Dark matter) หรือสสารไม่เปล่งแสง (non-luminous matter) จำนวนมากกว่าสสารเปล่งแสงในคลัสเตอร์โคมา ถึงกระนั้น Zwicky ยังไม่สามารถยืนยันแนวคิดที่ได้จากงานวิจัยดังกล่าว ถัดมาในปี ค.ศ. 1936 หรือ 3 ปีหลังจากสสารมืด ถูกนำเสนอขึ้นครั้งแรก ได้มีผลการคำนวณความเร็วในแนวรัศมีในคลัสเตอร์เวอร์โก (Virgo Cluster) ที่สอดคล้องกับคลัสเตอร์โคมา โดย Smith (Smith, 1936) เขาให้ความเห็นในงานวิจัยว่า มวลเฉลี่ยของระบบที่สูงนั้นยังคงไม่สามารถอธิบายได้จนกว่าข้อมูลจะชัดเจนยิ่งขึ้น และยังไม่สามารถให้คำตอบที่ถูกต้องสำหรับปัญหานี้ได้ ณ เวลานั้น เช่นเดียวกับผลการคำนวณมวลเฉลี่ยในงานวิจัยของ Holmberg (Holmberg, 1937) ในปีถัดมา ที่ให้ข้อเสนอแนะว่า มีความเป็นไปได้ว่า มีวัตถุที่อยู่ในระบบอื่นเพิ่มเข้ามาในระบบของคลัสเตอร์เวอร์โก ผ่านการตั้งสมมติฐานที่แน่นอนบางอย่าง ตัวอย่างของงานวิจัยที่กล่าวมาข้างต้น ล้วนเป็นเรื่องราวของปัญหา มวลที่คลาดเคลื่อนไป (mass discrepancy) ในการตรวจวัดกลุ่มของกาแล็กซี

ปัญหาดังกล่าวได้รับการศึกษามากขึ้นจากการเก็บข้อมูลด้วยคลัสเตอร์ต่างชนิดกัน ในช่วงปี ค.ศ. 1950-1960 (Abell, 1955, 1959; Kahn และ Woltjer, 1959; Shane และ Wirtanen, 1958; Zwicky, 1956) และมวลที่คลาดเคลื่อนไปดังกล่าวยังคงปรากฏอยู่ อีกทั้งมีการศึกษาถึงความไม่เสถียรของคลัสเตอร์ควบคู่ไปด้วย (Burbidge และ Margaret, 1959; van den Bergh, 1961) โดยมีการตั้งสมมติฐานเพื่อใช้อธิบายความเป็นไปได้ของคลาดเคลื่อนของมวล ตัวอย่างเช่น สมมติฐานหนึ่งกล่าวว่า คลัสเตอร์อาจกำลังอยู่ในสถานะของการขยายตัว (Ambartsumian, 1958) ด้วยพลังงานค่าหนึ่งโดยที่ไม่สอดคล้องทฤษฎีบทวีเรียล และอีกสมมติฐานหนึ่งที่อธิบายว่า มวลส่วนใหญ่ของคลัสเตอร์เป็นผลมาจากการมีอยู่ของสสารในอวกาศที่ไม่ส่องสว่าง (nonluminous intergalactic matter) อย่างไรก็ตามปัญหานี้ยังนำมาสู่แนวความคิดอื่นๆ ที่เป็นไปได้ เช่น การปรากฏของกาแล็กซีแคระ (Dwarf galaxies) จำนวนมาก (Reddish, 1967) กฎทางแรงโน้มถ่วงรูปแบบอื่น (Jackson, 1970) และความหนาแน่นขนาดใหญ่ของ gravitational radiation (Field และ Saslaw, 1971) เป็นต้น

ช่วงเวลาใกล้เคียงกัน นับตั้งแต่ปี ค.ศ. 1950 ถือเป็นช่วงเวลาที่เครื่องมือตรวจวัดทางดาราศาสตร์วิทยุ (radio astronomy) มีความก้าวหน้า (de Swart, J. G.; Bertone, และ van Dongen, 2017) และด้วยผลของการค้นพบการแผ่รังสีจากอะตอมของธาตุไฮโดรเจน (21-cm radio emission line) ของ Jan Oort, Van de Hulst และ Muller (Oort, 1955) ทำให้เราสามารถคำนวณฟังก์ชันของความเร็วที่ขึ้นกับรัศมีการโคจรของวัตถุที่ห่างไกลจากใจกลางกาแล็กซีได้ ภายใต้สมมติฐานของการกระจายตัวของความหนาแน่นของสสารมืดในรูปแบบ

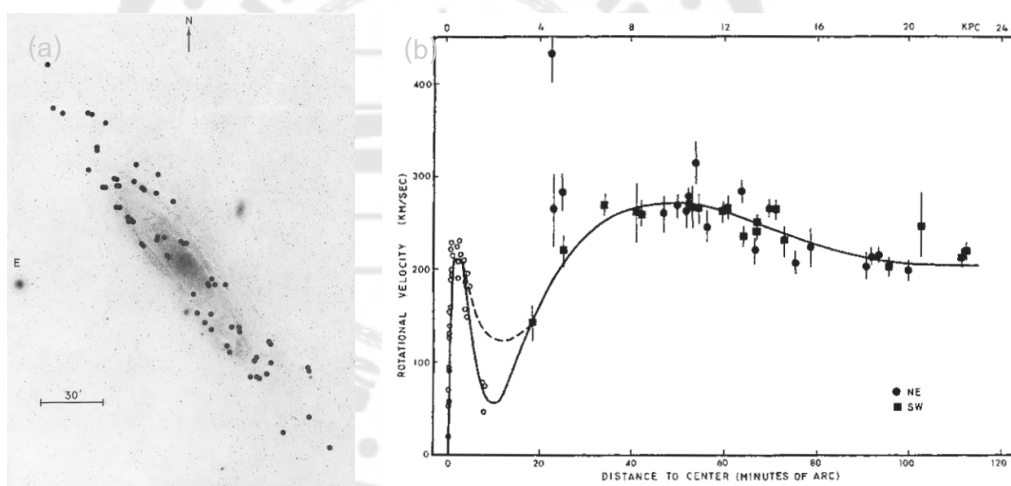
สมมาตรทรงกลม ผลการตรวจวัดได้แสดงให้เห็นว่า ที่รัศมีห่างไกลจากใจกลางกาแล็กซี ความเร็วของการโคจรมีค่าคงที่ ดังภาพประกอบ 1 ซึ่งหากนำข้อมูลมาเปรียบเทียบกับความเข้าใจทางด้านทฤษฎีของการเคลื่อนที่วงกลมภายใต้แรงโน้มถ่วง จากสมการ (2-1) ความเร็วของวัตถุที่โคจรรอบศูนย์กลางจะมีค่าลดลง เมื่อวัตถุอยู่ห่างไกลจากศูนย์กลางการเคลื่อนที่ ข้อมูลดังกล่าวจึงเป็นอีกหนึ่งความเป็นไปได้ว่า มีวัตถุบางอย่างที่ไม่สามารถตรวจจับได้อยู่บริเวณที่ห่างไกลจากใจกลางกาแล็กซี

$$\frac{v^2}{R} = \frac{GM(R)}{R^2}, v = \sqrt{\frac{GM(R)}{R}} \quad (2-1)$$

โดยที่ $M(R)$ เป็น มวลที่อยู่ภายในรัศมี R (Interior mass)

R เป็น ระยะห่างจากใจกลางกาแล็กซี

G เป็น ค่าคงที่ของนิวตัน

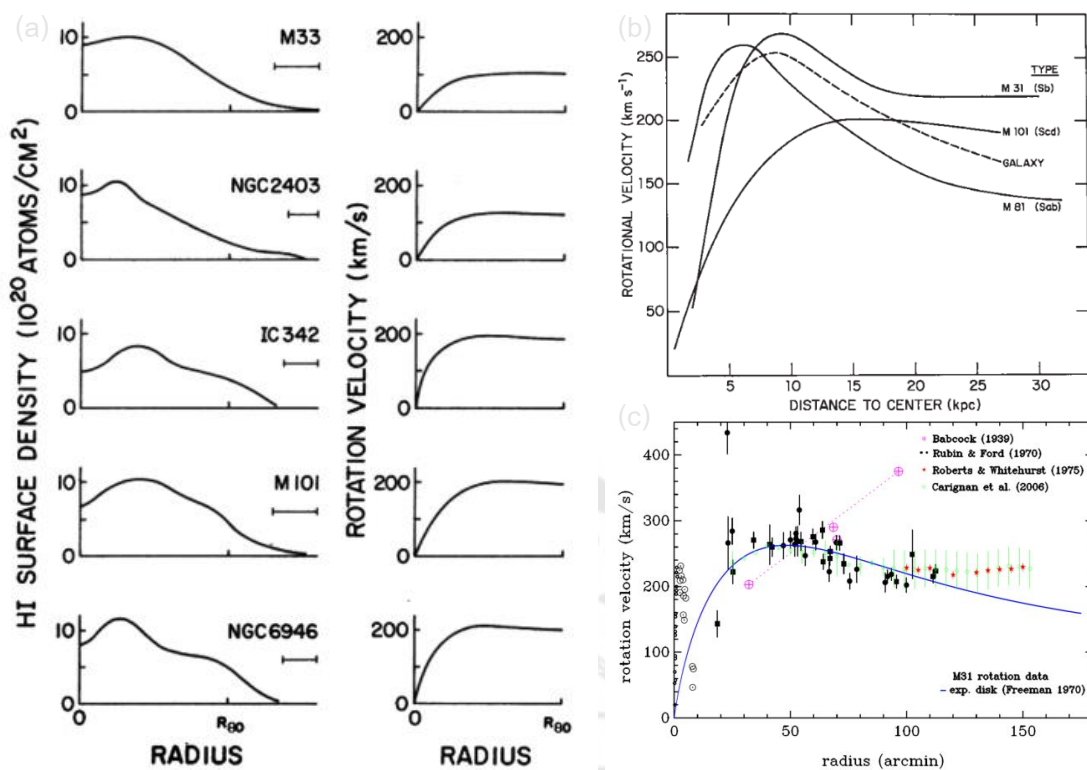


ภาพประกอบ 1 ภาพการตรวจวัดกาแล็กซีแอนโดรเมดา

(a) แผนภาพช่วงพื้นที่การแผ่รังสีของกาแล็กซีแอนโดรเมดา หรือ M31 (Messier 31) และ (b) แผนภาพความสัมพันธ์ระหว่างความเร็วการโคจรที่อยู่ห่างจากใจกลาง M31 จากการตรวจวัดการแผ่รังสีของธาตุไฮโดรเจนที่มีไอออน (ionized hydrogen) โดย Rubin และ Ford ในปี 1970

ที่มา : (Rubin และ Ford, 1970)

ต่อมาในปี ค.ศ. 1970 Rubin และ Ford ได้ทำการวิเคราะห์การหมุนของเนบิวลาแอนโดรเมดา (Andromeda nebula) ที่ระยะไกลออกไป พวกเขาพบว่า ความเร็วยังปรากฏเป็นค่าคงที่ที่ไกลออกจากรัศมีกาแล็กซี่ และยังคงไม่สามารถให้ข้อสรุปของการดำรงอยู่ของสสารมืดหรือ มวลพิเศษใดๆ ได้ ทั้งนี้ข้อขัดแย้งที่เกิดขึ้นระหว่างความเร็วการโคจรที่ตรวจวัดได้และความเร็วการโคจรจากความเข้าใจทางด้านทฤษฎี ถือเป็นหลักฐานที่สำคัญในการสนับสนุนแนวคิดของ มวลที่มีอยู่บริเวณนอกกาแล็กซี่และนำไปสู่การตรวจวัดความเร็วในกาแล็กซี่อื่นๆ ดังภาพประกอบ 2 หลังการตีพิมพ์ของ Rubin, Thonnard และ Ford ในปี ค.ศ. 1978 ทำให้ปัญหาของมวลที่คลาดเคลื่อนนี้ตกเป็นที่ถกเถียงและรู้จักในวงกว้างผ่านการคำนวณอัตราส่วนมวลต่อแสง (mass-to-light ratios) ของกาแล็กซี่ และเป็นมวลที่อยู่นอกเหนือจากมวลที่สามารถคำนวณหรือตรวจวัดได้ ในขณะเดียวกันนั้น การเพิ่มจำนวนของสถาบันทางด้านดาราศาสตร์และบุคลากรในช่วงปี ค.ศ. 1965-1975 ทำให้องค์ความรู้ที่เชื่อมโยงระหว่างฟิสิกส์และดาราศาสตร์ หรือจักรวาลวิทยา (Cosmology) มีการพัฒนาอย่างมากและนำไปสู่การตรวจวัดผ่านเลนส์โน้มถ่วง (Gravitational lensing) เพื่อยืนยันการมีอยู่ของสสารที่ไม่เปล่งแสงหรือสสารมืด



ภาพประกอบ 2 ตัวอย่างแผนภาพความเร็วในการโคจรจากงานวิจัยต่างๆ

(a) แผนภาพความเร็วในการโคจรของธาตุไฮโดรเจนในกาแล็กซีที่แตกต่างกัน โดยที่ระยะ R_{80} แสดงถึงรัศมีในบริเวณ 80% ที่มีธาตุไฮโดรเจนอาศัยอยู่ แผนภาพนี้นำเสนอโดย Rogstad และ Shostak ในปี 1972 (b) แผนภาพความเร็วการโคจรของ M31, M101, M81 และ กาแล็กซีทางช้างเผือก (the Milky Way) โดย Roberts และ Rots ในปี 1973 (c) แผนภาพที่แสดงข้อมูลความเร็วการโคจรจาก Babcock ในปี 1939 (จุดสีชมพู), จาก Rubin และ Ford ในปี 1970 (จุดสีดำ), จาก Roberts และ Whitehurst ในปี 1975 (จุดสีแดง) และจาก Carignan และคณะ ในปี 2006 (จุดสีแดง)

ที่มา : (Rogstad และ Shostak, 1972) (Roberts และ Rots, 1973) (G.Bertone.; และ D.Hooper, 2018)

2.1.1 เลนส์โน้มถ่วง (Gravitational lensing)

ตั้งแต่อดีตจนถึงปัจจุบัน การมองเห็นภาพผ่านเลนส์ประกอบชนิดต่างๆ ได้ช่วยเปิดมุมมองทางการศึกษาวิทยาศาสตร์ของมนุษยชาติมากมาย เริ่มต้นจาก ภาพสิ่งมีชีวิตขนาดเล็กที่ส่องผ่านแว่นขยายจากกาลิเลโอ กาลิเลอี ภาพห้องว่างขนาดเล็กหรือเซลล์ ของเศษไม้คอร์กจากกล้องจุลทรรศน์ของโรเบิร์ต ฮุก ไปจนถึง ภาพวัตถุบนท้องฟ้าจากกล้องโทรทรรศน์ในปัจจุบัน กล้องโทรทรรศน์หนึ่งที่เปรียบเสมือนดวงตาดวงใหม่ให้กับนักดาราศาสตร์และช่วยตอบข้อสงสัยเกี่ยวกับเอกภพ เป็นกล้องโทรทรรศน์ที่ถูกปล่อยให้โคจรอยู่นอกชั้นบรรยากาศของโลกและมีความสามารถในการตรวจวัดข้อมูลสูงที่สุดกล้องหนึ่งในโลก นั่นคือ กล้องโทรทรรศน์อวกาศฮับเบิล (Hubble space telescope) กล้องนี้มีขนาดความกว้าง 4.2 เมตร และยาว 13.2 เมตร ถูกปล่อยใช้งานครั้งแรกเมื่อปี ค.ศ.1990 และเป็นกล้องโทรทรรศน์อวกาศเพียงอันเดียวที่ออกแบบให้นักอวกาศสามารถขึ้นไปบำรุงรักษาได้ ด้วยเหตุนี้กล้องโทรทรรศน์อวกาศฮับเบิลจึงได้รับการปรับปรุงให้สอดคล้องกับเทคโนโลยีการตรวจวัดล่าสุดได้อย่างมีประสิทธิภาพ (NASA, 2021) ตัวอย่างของภาพกล้องโทรทรรศน์อวกาศฮับเบิล แสดงในภาพประกอบ 3 และตัวอย่างภาพถ่ายการชนกันของกาแล็กซีล่าสุดจากกล้องโทรทรรศน์อวกาศฮับเบิล เมื่อเดือนกุมภาพันธ์ ปี ค.ศ. 2022 ในภาพประกอบ 4 ทั้งนี้การศึกษาเลนส์โน้มถ่วงล้วนเป็นผลการตรวจวัดจากการถ่ายภาพจากกล้องโทรทรรศน์อวกาศฮับเบิล ด้วยวิธีดังภาพประกอบ 5 ที่แสดงแผนภาพการตรวจวัดแสงจากกาแล็กซีมายังกล้องโทรทรรศน์อวกาศฮับเบิล



ภาพประกอบ 3 ภาพถ่ายลักษณะภายนอกของกล้องโทรทรรศน์อวกาศฮับเบิล

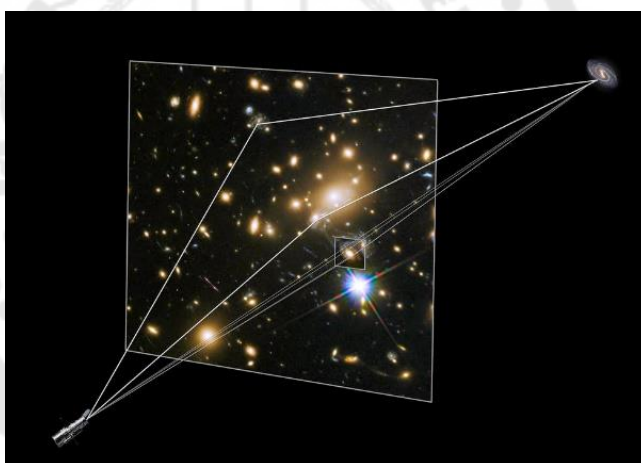
ที่ ม า : <https://www.nasa.gov/sites/default/files/thumbnails/image/sts109-730-034.jpg>



ภาพประกอบ 4 ภาพถ่ายการชนกันของสองกาแล็กซีที่ถูกถ่ายโดยกล้องโทรทรรศน์อวกาศฮับเบิล

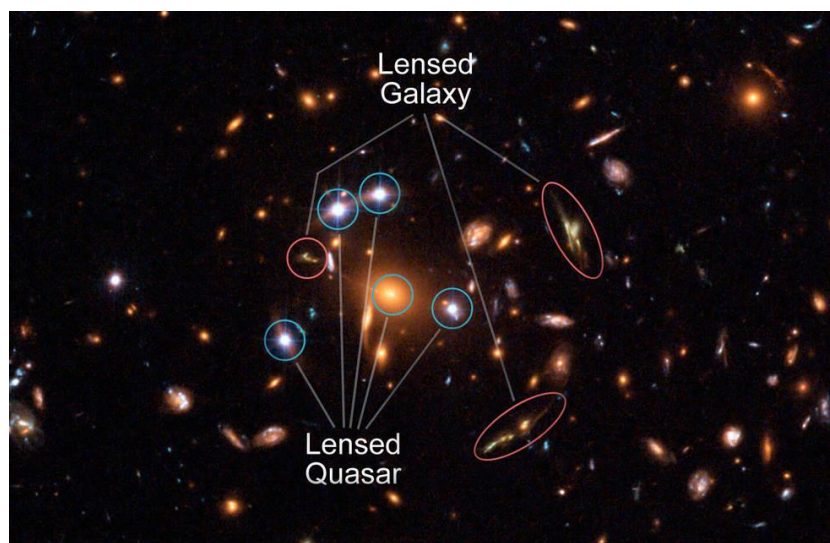
ที่มา :

<https://hubblesite.org/contents/media/images/2022/010/01F88FMDEP58N1THSM8AY644CQ?news=true>

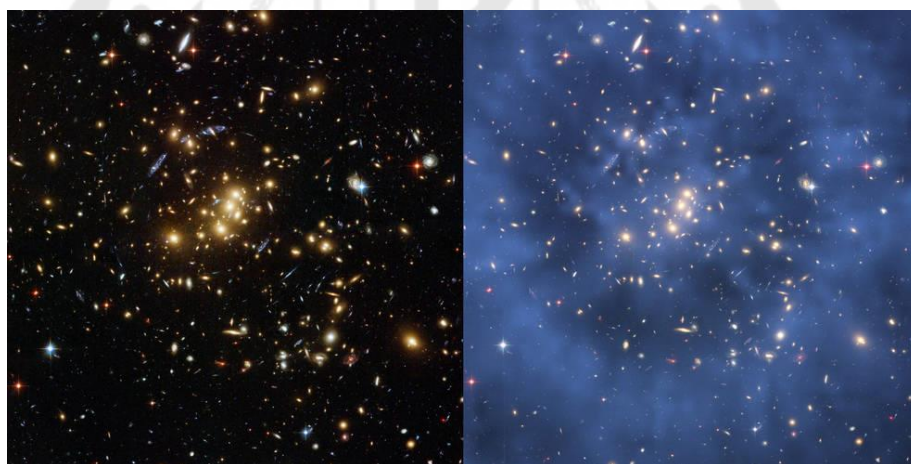


ภาพประกอบ 5 แผนภาพร่างเส้นทางการเดินทางของแสงที่ออกจากกาแล็กซีหนึ่งไปยังกล้องโทรทรรศน์อวกาศฮับเบิล

ภาพประกอบ 5 แสดงให้เห็นว่าแสงได้เคลื่อนที่ผ่านกลุ่มของกาแล็กซีจำนวนมากหรือคลัสเตอร์ทางด้านหน้า (foreground cluster) ที่อาจกล่าวได้ว่า บริเวณนั้นแสงได้เคลื่อนผ่านเลนส์โน้มถ่วง



ภาพประกอบ 6 ภาพถ่ายที่แสดงภาพที่บิดเบี้ยวของสามกาแล็กซี (วงกลมสีแดง) และของห้ควอซาร์ (วงกลมสีน้ำเงิน) จากกลุ่มคลัสเตอร์ SDSS J1004+4112



ภาพประกอบ 7 ภาพถ่ายกลุ่มคลัสเตอร์ CI 0024+17 (ZwCI 0024+1652)

(a) แสดงมุมมองที่มาจากช่วงแสงที่ตรวจจับได้และ (b) เป็นภาพที่เพิ่มสีน้ำเงินเข้าไปให้สอดคล้องกับปรากฏการณ์เนื่องจากเลนส์โน้มถ่วงผ่านการจำลองทางคณิตศาสตร์ที่ระบุตำแหน่งของสสารที่ไม่เปล่งแสง หรือ สสารมืด

ที่มา : <https://www.nasa.gov/content/discoveries-highlights-shining-a-light-on-dark-matter>

ในปี ค.ศ. 2008 กล้องโทรทรรศน์อวกาศฮับเบิลได้ถ่ายภาพการเคลื่อนที่ของควอซาร์ทั้งห้า ที่เคลื่อนที่ผ่านกลุ่มของกาแล็กซีขนาดใหญ่ ที่มีชื่อว่า SDSS J1004+4112 (E. NASA, K. Sharon, 2008) ภาพถ่ายนี้แสดงให้เห็นภาพของกลุ่มกาแล็กซีจำนวนมากที่มีลักษณะบิดเบี้ยว เช่นเดียวกับบริเวณของควอซาร์ทั้งห้าที่มีความสว่างสูง ซึ่งเป็นผลจากการเบนของแสงเมื่อเคลื่อนที่ไปบริเวณของวัตถุที่มีมวลขนาดใหญ่ โดยแสดงใน ภาพประกอบ 6 ภาพที่บิดเบี้ยวของสามกาแล็กซีและของห้าควอซาร์ จากกลุ่มคลัสเตอร์ SDSS J1004+4112 ซึ่งผลการมีอยู่ของมวลขนาดใหญ่ที่เป็นสาเหตุของการเบนของแนวแสง ดังกล่าว ถูกเรียกว่า เลนส์โน้มถ่วง (gravitational lensing) (Ellis, 2010) และหากใช้คณิตศาสตร์จำลองการมีอยู่ของมวลขนาดใหญ่ให้สอดคล้องกับภาพถ่ายกาแล็กซีที่บิดเบี้ยว จะได้ผลดังภาพประกอบ 7 ที่แสดงการเปรียบเทียบระหว่างมวลของสสารมืดและสสารปกติของกลุ่มคลัสเตอร์ Cl 0024+17 (ZwCl 0024+1652) นอกจากนี้ปรากฏการณ์นี้เป็นการยืนยันความต้องการการมีอยู่ของกลุ่มมวลขนาดใหญ่ที่ไม่สามารถมองเห็นได้ในปัจจุบันแล้ว ในอดีตปรากฏการณ์นี้ถูกใช้ยืนยันผลการทำนายพฤติกรรมของแสงจากทฤษฎีสัมพัทธภาพทั่วไปของไอน์สไตน์ กล่าวคือ การมีอยู่ของมวลขนาดใหญ่ได้ส่งผลกระทบต่อปริภูมิความโค้ง และทำให้แสงที่เคลื่อนที่ผ่านบริเวณรอบๆ มวลขนาดใหญ่เกิดการเบน ซึ่งปรากฏการณ์นี้ได้รับการตรวจวัดครั้งแรกโดย Dyson, Eddington และ Davidson ขณะเกิดสุริยุปราคาเต็มดวงในปี 1919 พวกเขาพบว่า แสงสามารถเกิดการเบนจากการเคลื่อนที่ผ่านปริภูมิความโค้งของดวงอาทิตย์ (Dyson, 1921)

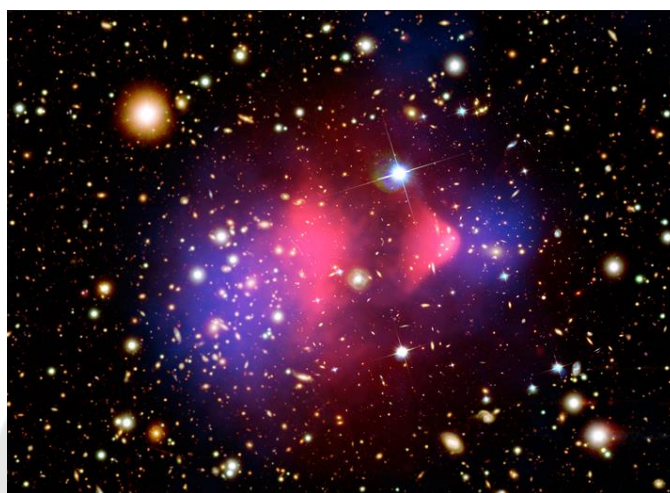
2.1.2 การชนกันของกลุ่มกาแล็กซี (Bullet cluster)

ในระยะที่ห่างจากโลกประมาณ 3.8 พันล้านปีแสง การชนกันของสองกาแล็กซีคลัสเตอร์ขนาดใหญ่ ถูกตรวจพบโดยสถานีตรวจวัดเอกซเรย์ชานดรา (Chandra X-ray observatory) ซึ่งเป็นหน่วยตรวจวัดที่มีประสิทธิภาพในย่านรังสีเอกซ์ (X-rays) โดยคลัสเตอร์ที่เกิดขึ้นหลังการชนมีชื่อว่า 1E 0657-56 หรือ Bullet cluster คลัสเตอร์ที่มีขนาดใหญ่นี้ ถูกค้นพบครั้งแรกในปี ค.ศ. 1998 โดย Tucker และคณะ (Tucker, 1998) พวกเขาได้แสดงแผนภาพความสว่างของคลัสเตอร์ 1E 0657-56 ต่อมาในปี ค.ศ 2002 Barrena และคณะ (Barrena, 2002) ได้ศึกษาหามวลที่อยู่ภายใต้สนามโน้มถ่วง (virial masses) และความสว่างรวมของคลัสเตอร์ เพื่อที่จะทำนายการเคลื่อนที่ของระบบของสองคลัสเตอร์ย่อย ผลการศึกษาของพวกเขาช่วยยืนยันว่าคลัสเตอร์ดังกล่าวเกิดจากการชนกันของสองคลัสเตอร์ย่อย ผ่านการเปรียบเทียบคุณสมบัติของคลัสเตอร์จากแผนภาพในย่านแสงที่มองเห็น (optical) และย่านรังสีเอกซ์ นอกจากนี้ ยังพบว่า

อัตราการเกิดโครงสร้างของดาวในกาแล็กซี (star forming galaxies) มีค่าต่ำกว่าที่คาดการณ์ไว้ จากปรากฏการณ์การกระจายรวมกันของสองคลัสเตอร์ขนาดใหญ่ (Starburst triggering) ในปีเดียวกันนั้น Markevitch และคณะ (Markevitch, 2002) ได้นำคลัสเตอร์ 1E 0657-56 มาวิเคราะห์ การเคลื่อนที่และอุณหภูมิของแก๊ส พบว่า บริเวณที่แก๊สมีอุณหภูมิต่ำ ณ ศูนย์กลางการชน คลัสเตอร์ย่อยที่เข้ามาชนกัน หรือ bullet ยังคงมีความหนาแน่นคล้ายเดิม ซึ่งต่างจากบริเวณขอบ นอกที่มีอุณหภูมิสูงกว่า พบว่า แก๊สมีกระจายออกจากกัน ทั้งนี้ส่งผลให้สถานะของ bullet ภายหลังการชน ถูกทำลายรูปร่างจากความไม่เสถียรของการเคลื่อนที่ของแก๊ส และแก๊สของ bullet บริเวณด้านหลังของคลัสเตอร์ย่อยจะเคลื่อนที่ได้ช้าลงซึ่งเป็นผลมาจากความดันที่หลงเหลือ จากแก๊สบริเวณใจกลางคลัสเตอร์ที่เคลื่อนที่ด้วยความเร็ว 2-3 Mach หรือ Shocked gas

อย่างไรก็ตามในปี 2004 Clowe และคณะ ได้ทำการศึกษาการกระจายมวลรวมของ Bullet cluster 1E 0657-558 ผ่านเลนส์โน้มถ่วง (Clowe, Gonzalez, และ Markevitch, 2004) พบว่า มีปริมาณกลุ่มของมวลที่อยู่นอกเหนือจากมวลแบรีออน (baryonic mass) หรือกลุ่มของ แก๊สและกลุ่มของกาแล็กซี อยู่อย่างน้อยเท่าหนึ่งของมวลของแบรีออน ที่ส่งผลต่อมวลรวม ของคลัสเตอร์ และเนื่องจากส่วนของมวลที่แยกออกไปนี้ ไม่ใช่มวลที่มองเห็นได้ งานวิจัยนี้ถือเป็นการพิสูจน์การดำรงอยู่ของสสารมืด สอดคล้องกับงานวิจัยในปี ค.ศ. 2006 ของ Bradac และคณะ (Bradac, 2006) ที่ยืนยันว่า มวลรวมของระบบของคลัสเตอร์ 1E 0657-558 ไม่ได้มีค่าเป็นไปตาม มวลแบรีออน ในเวลาถัดมาได้มีความพยายามที่จะพัฒนาแบบจำลองของมวลของคลัสเตอร์ให้มีความแม่นยำมากขึ้น ตัวอย่างเช่น งานวิจัยในปี 2016 ของ Paraficz และคณะ (Paraficz, 2016) ได้พัฒนาแบบจำลองการกระจายของมวลรวมของ Bullet cluster 1E 0657-56 ผ่านการ ประมวลผลภาพมากถึง 14 ภาพ เพื่อยืนยันการแบ่งแยกระหว่างแก๊สที่มองเห็นในย่านรังสีเอกซ์ (X-ray gas) กับ บริเวณที่มีมวลสูงหรือบริเวณที่เป็นที่อยู่ของสสารมืด นอกเหนือจากนี้งานวิจัยนี้ ได้แสดงให้เห็นว่า อัตราส่วนของมวลของกาแล็กซีเฮโล (galaxy halos) ต่อมวลรวมของระบบ มีค่าเพียง 11% ปัจจุบันภาพถ่ายของ Bullet cluster 1E 0657-56 ที่เป็นที่รู้จักของนักฟิสิกส์และนัก ดาราศาสตร์ ได้แก่ ภาพประกอบ 2-9 ภาพนี้เป็นการรวมกันของภาพในย่านรังสีเอกซ์ จากสถานี ตรวจวัดเอกซเรย์ชานดรา และภาพในย่านแสงที่มองเห็น จากกล้องโทรทรรศน์อวกาศฮับเบิล และ กล้องโทรทรรศน์มาเจลลัน (Magellan Telescope) ในประเทศชิลี บริเวณสีน้ำเงิน แทนมวลส่วนใหญ่ของคลัสเตอร์ หรือ สสารมืด บริเวณสีชมพู แทนมวลของแก๊สต่างๆ ระหว่างการชนพบว่า แก๊ส ที่มีอุณหภูมิสูง (สีชมพู) จะเคลื่อนที่ได้ช้าลงเนื่องจากมีแรงต้านระหว่างแก๊สจากคลัสเตอร์ตรงข้าม

ต่างจากสสารมืด (สีน้ำเงิน) ที่เคลื่อนผ่านได้โดยปราศจากอันตรกิริยาจากแก๊สหรือกระจุกสสารมืดด้วยกันเอง



ภาพประกอบ 8 ภาพถ่ายคลัสเตอร์ 1E 0657-56 หรือ Bullet cluster

บริเวณสีน้ำเงิน แทนมวลส่วนใหญ่ของคลัสเตอร์ หรือ สสารมืด บริเวณสีชมพู แทนมวลของแก๊สต่างๆ ระหว่างการชนพบว่า แก๊สที่มีอุณหภูมิสูง (สีชมพู) จะเคลื่อนที่ได้ช้าลงเนื่องจากมีแรงต้านระหว่างแก๊สจากคลัสเตอร์ตรงข้าม ต่างจากสสารมืด (สีน้ำเงิน) ที่เคลื่อนผ่านได้โดยปราศจากอันตรกิริยาจากแก๊สหรือกระจุกสสารมืดด้วยกันเอง

ที่มา :

https://www.nasa.gov/vision/universe/starsgalaxies/dark_matter_proven.html

2.2 การคำนวณหาปริมาณความหนาแน่นของพลังงานสสารมืดแบบมาตรฐาน

2.2.1 สมการโบลต์ซมันน์ (Boltzmann equation)

จากความเข้าใจเกี่ยวกับวิวัฒนาการของจักรวาลภายใต้สมมติฐานของ Hot Big Bang Theory ที่อุณหภูมิเป็นส่วนกลับของ scaling factor (a), $T \sim 1/a$ เราสามารถเขียนอัตราการขยายตัวของจักรวาลที่เวลาใด ๆ ผ่านตัวแปรฮับเบิล (Hubble parameter) ได้ว่า $H(t) = \dot{a}/a$ โดยที่ $\dot{a} \equiv da/dt$ เป็นการเปลี่ยนแปลงของ scaling factor ขึ้นกับเวลาและ หากพิจารณาอัตราการเกิดอันตรกิริยาของอนุภาค $\Gamma \equiv n\sigma v$ โดยที่ n เป็น ความหนาแน่นของจำนวนอนุภาค, σ เป็น ภาคตัดขวางสำหรับการเกิดอันตรกิริยา และ v เป็นความเร็วเฉลี่ยของอนุภาค การที่อนุภาคใด ๆ

ยังสามารถเกิดอันตรกิริยากับอนุภาคอื่นๆ ได้ในขณะที่จักรวาลมีการขยายตัวตลอดเวลา จะทำให้อนุภาคนั้นรักษาตัวเองให้อยู่ในสมดุลความร้อนเดียวกับอนุภาคอื่นๆ ในทางเดียวกัน เมื่อเวลาผ่านไป อุณหภูมิเฉลี่ยของจักรวาลมีค่าลดลง ทันทีที่ $\Gamma \leq H$ หรือเอกภพเกิดการขยายตัวมากกว่าที่อนุภาคใดๆ จะอยู่ใกล้กันมากพอที่จะเกิดอันตรกิริยา จะทำให้อนุภาคนั้นหลุดออกจากสมดุลความร้อนกับอนุภาคอื่นๆ และไม่สามารถเกิดอันตรกิริยาต่อไปได้ ผลของสถานการณ์ดังกล่าวได้ส่งผลต่อความหนาแน่นของจำนวนอนุภาคและเราสามารถติดตามการเปลี่ยนแปลงปริมาณความหนาแน่นของอนุภาคผ่านสมการโบสท์มันซ์ โดยหากพิจารณาความสัมพันธ์ของอันตรกิริยาของอนุภาค X กับอนุภาค Y เช่น $X + Y \leftrightarrow A + B$

$$a^{-3} \frac{d(n_X a^3)}{dt} = -\alpha n_X n_Y + \beta n_A n_B \quad (2-2)$$

สมการ (2-2) เป็นสมการโบสท์มันซ์ที่อธิบายการเปลี่ยนแปลงของความหนาแน่นของจำนวนอนุภาค X กล่าวคือ เมื่ออนุภาค X เกิดอันตรกิริยากับอนุภาค Y หรือกระบวนการไปข้างหน้า จะทำให้ความหนาแน่นของจำนวนอนุภาค X ลดลง ซึ่งสอดคล้องกับเครื่องหมายลบที่ปรากฏในเทอมแรกของฝั่งขวาสมการ (2-2) ในทางตรงข้าม เครื่องหมายบวกที่ปรากฏในเทอมที่สองของฝั่งขวาสมการ (2-2) แสดงถึงกระบวนการย้อนกลับ หรือ อนุภาค A เกิดอันตรกิริยากับอนุภาค B ที่ทำให้ความหนาแน่นของจำนวนอนุภาค X เพิ่มขึ้น โดยที่ $\alpha \equiv \langle \sigma v \rangle$ เป็นค่าเฉลี่ยของผลคูณระหว่างภาคตัดขวางกับความเร็วสัมพัทธ์ในการประลัยคู่ (thermal averaged annihilation cross section) ซึ่งได้แสดงรายละเอียดในภาคผนวก ก และ $\beta \equiv \left(\frac{n_X n_Y}{n_A n_B} \right)_{eq} \alpha$ (Daniel, 2018) ซึ่งพิจารณาจากการหักล้างกันของกระบวนการไปข้างหน้าและกระบวนการย้อนกลับเมื่ออยู่ในสมดุลทางเคมี (chemical equilibrium) ทำให้สามารถเขียนสมการโบสท์มันซ์ได้ว่า

$$a^{-3} \frac{d(n_X a^3)}{dt} = -\langle \sigma v \rangle \left\{ n_X n_Y - \left(\frac{n_X n_Y}{n_A n_B} \right)_{eq} n_A n_B \right\} \quad (2-3)$$

นอกจากนี้ หากพิจารณา ความหนาแน่นของจำนวนอนุภาคใน comoving volume (number density in comoving volume), $Y_i \equiv n_i/s$ เมื่อ s คือ ความหนาแน่นของผลรวมของ เอนโทรปี (total entropy density) ซึ่งขึ้นกับ T^3 หรือ $s \sim a^{-3}$ จะสามารถจัดรูปสมการ ได้ดังนี้

$$\begin{aligned} a^{-3} \left(a^3 \frac{dn_X}{dt} + 3n_X a^2 \dot{a} \right) &= -\langle \sigma v \rangle \left\{ n_X n_Y - \left(\frac{n_X n_Y}{n_A n_B} \right)_{\text{eq}} n_A n_B \right\}, \\ \frac{dn_X}{dt} + 3n_X H &= -\langle \sigma v \rangle \left\{ n_X n_Y - \left(\frac{n_X n_Y}{n_A n_B} \right)_{\text{eq}} n_A n_B \right\} \end{aligned} \quad (2-4)$$

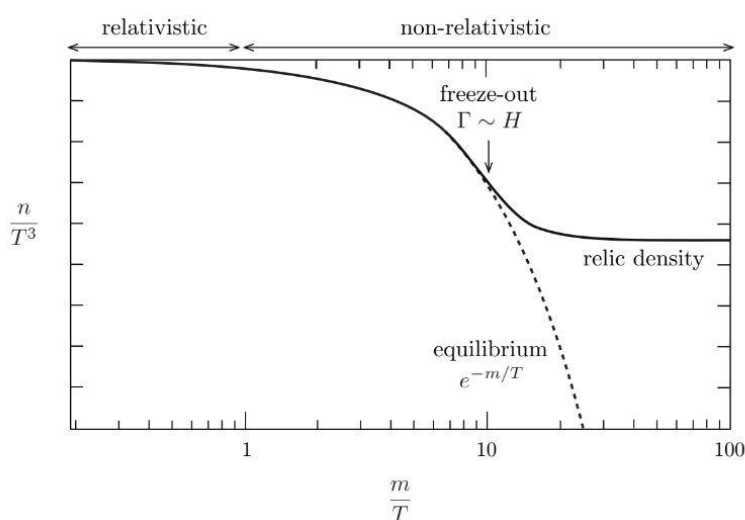
แทน $n_X = sY_X$, $H = \dot{a}/a$ และ $s/s \sim -3\dot{a}/a \sim -3H$,

$$\begin{aligned} s \frac{dY_X}{dt} + \dot{s} Y_X + 3s Y_X H &= -\langle \sigma v \rangle s^2 \left\{ Y_X Y_Y - \left(\frac{Y_X Y_Y}{Y_A Y_B} \right)_{\text{eq}} Y_A Y_B \right\}, \\ \frac{dY_X}{dt} - 3Y_X H + 3Y_X H &= -\langle \sigma v \rangle s \left\{ Y_X Y_Y - \left(\frac{Y_X Y_Y}{Y_A Y_B} \right)_{\text{eq}} Y_A Y_B \right\}, \\ \frac{dY_X}{da} \frac{da}{dt} &= -\langle \sigma v \rangle s Y_X Y_Y \left\{ 1 - \left(\frac{Y_X Y_Y}{Y_A Y_B} \right)_{\text{eq}} \frac{Y_A Y_B}{Y_X Y_Y} \right\}, \\ \frac{a}{Y_X} \frac{dY_X}{da} \frac{\dot{a}}{a} &= -\langle \sigma v \rangle s Y_Y \left\{ 1 - \left(\frac{Y_X Y_Y}{Y_A Y_B} \right)_{\text{eq}} \frac{Y_A Y_B}{Y_X Y_Y} \right\}, \\ \frac{d \ln Y_X}{d \ln a} &= -\frac{\langle \sigma v \rangle s Y_Y}{\dot{a}/a} \left\{ 1 - \left(\frac{Y_X Y_Y}{Y_A Y_B} \right)_{\text{eq}} \frac{Y_A Y_B}{Y_X Y_Y} \right\}, \\ \frac{d \ln Y_X}{d \ln a} &= -\frac{\Gamma_X}{H} \left(1 - \left(\frac{Y_X Y_Y}{Y_A Y_B} \right)_{\text{eq}} \frac{Y_A Y_B}{Y_X Y_Y} \right) \end{aligned} \quad (2-5)$$

โดยที่ $\Gamma_X \equiv \langle \sigma v \rangle n_Y$ แทนอัตราการเกิดอันตรกิริยาของอนุภาค X สมการ (2-5) แสดงให้เห็นอย่างชัดเจนว่า การเปลี่ยนแปลงของความหนาแน่นของจำนวนอนุภาค X ใน comoving volume (Y_X) ขึ้นกับ อัตราการเกิดอันตรกิริยา (Γ_X) ต่อ อัตราการขยายตัวของเอกภพ (H) และหากพิจารณาในช่วงเริ่มต้นที่ $\Gamma_X \gg H$ ระบบของอนุภาคอยู่ในสมดุลทางเคมีที่ $Y_i \sim Y_i^{\text{eq}}$ เมื่อ $i = Y, A, B$ และเมื่อกำหนดให้ $Y_X \gg Y_X^{\text{eq}}$ จะพบว่า $\frac{d \ln Y_X}{d \ln a} < 0$ ซึ่งหมายถึงการลดลงของความหนาแน่นของจำนวนอนุภาค X ใน comoving volume สอดคล้องกับกระบวนการไปข้างหน้า $X + Y \rightarrow A + B$ ที่เกิดขึ้น เช่นเดียวกัน ในกรณีที่กำหนดให้ $Y_X \ll Y_X^{\text{eq}}$ จะได้ว่า $\frac{d \ln Y_X}{d \ln a} > 0$ นั่นคือ เกิดกระบวนการย้อนกลับ $X + Y \leftarrow A + B$ ที่ทำให้ความหนาแน่นของจำนวนอนุภาค X ใน comoving volume เพิ่มขึ้น กล่าวโดยสรุปคือ ในช่วงแรกที่อัตราการเกิดอันตรกิริยามีขนาดใหญ่มากเมื่อเทียบกับ Hubble parameter สามารถทำให้กระบวนการทั้งสอง

เกิดได้อย่างสมดุล หรือ เมื่อ $\left(\frac{Y_X Y_Y}{Y_A Y_B}\right)_{eq} = \frac{Y_A Y_B}{Y_X Y_Y}$ จะได้ว่าการเปลี่ยนแปลงของความหนาแน่นของจำนวนอนุภาค X ใน comoving volume มีค่าคงที่

ตามทฤษฎีบิกแบงแล้ว ในช่วงเวลาถัดมา เอกภพจะมีอุณหภูมิเฉลี่ยลดลงและเกิดการขยายตัวอย่างรวดเร็ว ในขณะที่ $\Gamma_X \leq H$ จะทำให้ Y_X มีค่าลู่เข้าสู่ค่าคงที่หนึ่งและหลงเหลือเป็นปริมาณ ความหนาแน่นของจำนวนอนุภาค X ในปัจจุบัน (relic abundance) ดังภาพประกอบ 9 โดยการที่ปริมาณของ Y_X หลุดออกจาก Y_X^{eq} ที่ $\Gamma_X \sim H$ จะเรียกเหตุการณ์เช่นนี้ว่า การ Freeze-out ของอนุภาค อันจะกล่าวถึงไปในกรณีของสสารมืดภายใต้เงื่อนไขของสสารมืดที่มีมวลและเกิดอันตรกิริยาอย่างอ่อนกับอนุภาคอื่น หรือ WIMPs (Weakly Interaction Massive Particles)



ภาพประกอบ 9 แผนภาพอธิบายการ freeze-out ของอนุภาค

โดยในช่วงแรกที่มีอุณหภูมิสูงมากๆ $m/T \ll 1$ ปริมาณของอนุภาคยังอยู่ในสมดุล ต่อมาเมื่อเวลาผ่านไป อุณหภูมิลดลง ปริมาณของอนุภาคลงลงตาม $e^{-m/T}$ (Boltzmann-suppressed) ที่ $m/T \gg 1$ อนุภาคจะเกิดการ freeze-out เมื่อ $\Gamma \sim H$ ทำให้มีปริมาณที่หลงเหลือออกมาคงที่ (relic density) (เส้นทึบ) หรือหลุดออกจากสมดุลเดิม (เส้นประ)

ที่มา : (Daniel, 2018)

2.2.2 การ Freeze-out ของสสารมืด

หากเริ่มพิจารณาอันตรกิริยาของสสารมืดในรูปแบบการเกิด annihilation ภายใต้สมมติฐานของ WIMPs โดยให้ X แทน สสารมืดที่มีปฏิอนุภาคเป็นตัวมันเอง หรือ สเกลาร์จริง (real scalar) หากพิจารณาในกรณีอย่างง่ายที่คู่สสารมืดทำลายตัวเองแล้วทำให้เกิดคู่อนุภาค - ปฏิอนุภาค A และ $\bar{A}$ ดังกระบวนการ $X + X \leftrightarrow A + \bar{A}$, ในขณะที่อนุภาค A ($\bar{A}$) อยู่ในสมดุลความร้อน $n_{A(\bar{A})} = n_{A(\bar{A})}^{\text{eq}}$ จะสามารถเขียนสมการโบสตันซ์ จากสมการ (2-4) สำหรับเงื่อนไขดังกล่าว ได้ว่า

$$\frac{dn_X}{dt} + 3n_X H = -\langle\sigma v\rangle\{n_X^2 - (n_X^{\text{eq}})^2\} \quad (2-6)$$

หรือ หากเขียนอยู่ในรูปของความหนาแน่นของอนุภาคใน comoving volume $Y_X \equiv n_X/s$ และ $Y_X^{\text{eq}} \equiv n_X^{\text{eq}}/s$ จะได้ว่า

$$\frac{dY_X}{dt} = -\langle\sigma v\rangle s\{Y_X^2 - (Y_X^{\text{eq}})^2\} \quad (2-7)$$

และเพื่อที่จะศึกษาการเปลี่ยนแปลงที่เกิดขึ้นได้อย่างสะดวก นิยามให้ $x \equiv m_X/T$ โดยที่ $\dot{x} = -\frac{\dot{T}}{T}x = Hx$ ในเงื่อนไขที่ $H = H(m_X)/x^2$, $g_{*s} \equiv g_{*s}(m_X)$ และ $s = \frac{2\pi^2}{45}g_{*s}T^3$

$$\begin{aligned} \frac{dY_X}{dx} \dot{x} &= -\langle\sigma v\rangle \frac{2\pi^2}{45} g_{*s} T^3 \{Y_X^2 - (Y_X^{\text{eq}})^2\} \\ \frac{dY_X}{dx} &= -\langle\sigma v\rangle \frac{2\pi^2}{45} g_{*s} \frac{1}{Hx} \left(\frac{m_X}{x}\right)^3 \{Y_X^2 - (Y_X^{\text{eq}})^2\} \\ \frac{dY_X}{dx} &= -\langle\sigma v\rangle \frac{2\pi^2}{45} g_{*s} \frac{1}{H(m_X)} \frac{m_X^3}{x^2} \{Y_X^2 - (Y_X^{\text{eq}})^2\} \\ \frac{dY_X}{dx} &= -\frac{\lambda}{x^2} \{Y_X^2 - (Y_X^{\text{eq}})^2\} \end{aligned} \quad (2-8)$$

$$\text{โดยที่ } \lambda \equiv \frac{2\pi^2}{45} g_{*s} \frac{\langle\sigma v\rangle m_X^3}{H(m_X)}$$

ผลเฉลยของสมการ (2-8) จากวิธีการคำนวณเชิงตัวเลข จะทำให้เราสามารถติดตามการเปลี่ยนแปลงของ Y_X ตั้งแต่ช่วงแรกของการเกิดเอกภพมาจนถึงปัจจุบันได้ ตัวอย่างเช่น ภาพประกอบ 10 และทำให้เราสามารถหา x_f ที่แสดงถึงอุณหภูมิของการเกิด freeze-out สำหรับมวล m_X ใดๆ ได้ ซึ่งค่า x_f สามารถประมาณจาก $n^{\text{eq}}\langle\sigma v\rangle \sim H$ ณ บริเวณที่เกิด freeze-out

พบว่า $x_f \sim 25$ นอกจากนี้ถ้ากล่าวได้ว่า การที่กระบวนการทำลายและ สร้างจำนวนของสสารมืด หยุดลงในช่วงเวลาหลังจาก freeze-out ส่งผลให้ ปริมาณของ Y_X คงเหลือมากกว่า Y_X^{eq} หรือ $Y_X(x > x_f) \gg Y_X^{\text{eq}}(x > x_f)$ สมการ (2-8) สามารถลดรูปได้ดังนี้

$$\frac{dY_X}{dx} = -\frac{\lambda}{x^2} Y_X^2 \quad (2-9)$$

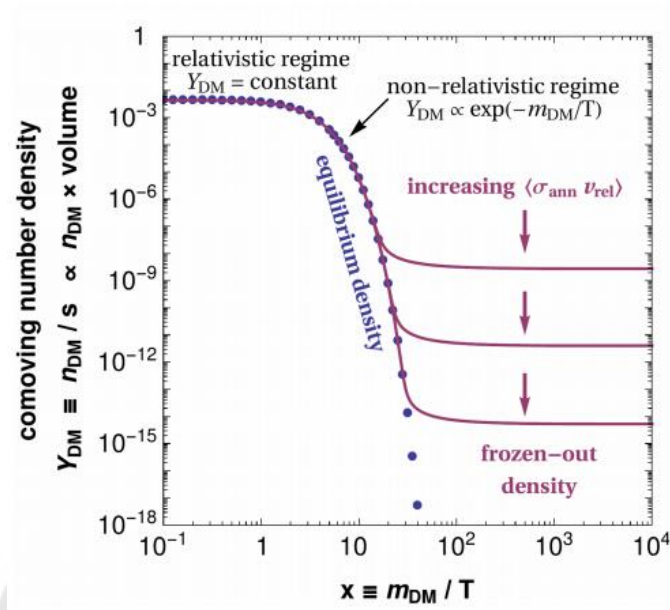
เมื่อพิจารณา Y_X ณ ปัจจุบัน หรือ $Y_X(x = \infty)$ ตั้งแต่เกิด freeze-out จะได้ว่า

$$\frac{1}{Y_X(x=\infty)} - \frac{1}{Y_X(x=x_f)} = \frac{\lambda}{x_f}$$

ด้วยเหตุผลที่ว่า $Y_X(x = \infty)$ มีค่ามากกว่า $Y_X(x = x_f)$ มาก ทำให้เราสามารถประมาณผลเฉลยอย่างง่ายของสมการโบสตันน์สำหรับสสารมืดที่อยู่ในเงื่อนไขของ WIMP ได้นั้นคือ

$$Y_X(x = \infty) \simeq \frac{x_f}{\lambda} \quad (2-10)$$

สมการ (2-10) จะถูกใช้ได้อย่างเหมาะสมก็ต่อเมื่อค่าของ x_f และ λ สอดคล้องกับสมมติฐานตั้งต้นของสสารมืดที่พิจารณา สังเกตว่า สำหรับมวล m_X ค่าหนึ่งๆ ค่าของ λ ที่ขึ้นกับขนาดของ $\langle \sigma v \rangle$ จะส่งผลต่อปริมาณ $Y_X(x = \infty)$ กล่าวคือ เมื่อ $\langle \sigma v \rangle$ มีขนาดใหญ่ขึ้น จะทำให้ปริมาณของอนุภาค X เหลือน้อยลง ดังภาพประกอบ 10



ภาพประกอบ 10 แผนภาพแสดงความหนาแน่นของอนุภาคใน comoving volume

ภาพนี้แสดงให้เห็นว่าให้ปริมาณที่เหลืออยู่ในปัจจุบันของอนุภาคจะขึ้นกับผลคูณของค่าเฉลี่ยภาคตัดขวางกับความเร็วมัธยสัมพันธ์ของกระบวนการประลัยคู่, $\langle\sigma v\rangle$ กล่าวคือ เมื่อ $\langle\sigma v\rangle$ มีขนาดใหญ่ ปริมาณของอนุภาคที่เหลือจะมีค่าน้อยลง

ที่มา : (Kalliopi, 2018)

2.2.3 ปริมาณความหนาแน่นของพลังงานสสารมืดในปัจจุบัน

สำหรับอนุภาคใดๆ ที่อยู่ในช่วงแรกของการเกิดเอกภพ กรณีที่ $m \gg T$ หรือ non-relativistic limit พลังงานของอนุภาคสามารถประมาณเป็น $E(p \ll m) \approx m + p^2/2m$ ความหนาแน่นของพลังงานเขียนได้ว่า $\rho \approx En \approx mn$ ในปัจจุบัน ปริมาณของสสารมืดถูกรายงานในรูปของอัตราส่วนของความหนาแน่นของพลังงานของสสารมืดในปัจจุบัน (ρ_X^{today}) เทียบกับ ความหนาแน่นของพลังงานวิกฤต (critical energy density, $\rho_{\text{crit}} = 3M_{\text{pl}}^2 H_0^2$) นั่นคือ

$$\Omega_X \equiv \frac{\rho_X^{\text{today}}}{\rho_{\text{crit}}}$$

$$\Omega_X = \frac{m_X n_X^{\text{today}}}{3M_{\text{pl}}^2 H_0^2} ,$$

$$\text{จาก } n_X^{\text{today}} = Y_X(x = \infty) s^{\text{today}} = \frac{x_f}{\lambda} s^{\text{today}} = \frac{2\pi^2}{45} \frac{x_f}{\lambda} g_{*s} T_{\text{today}}^3$$

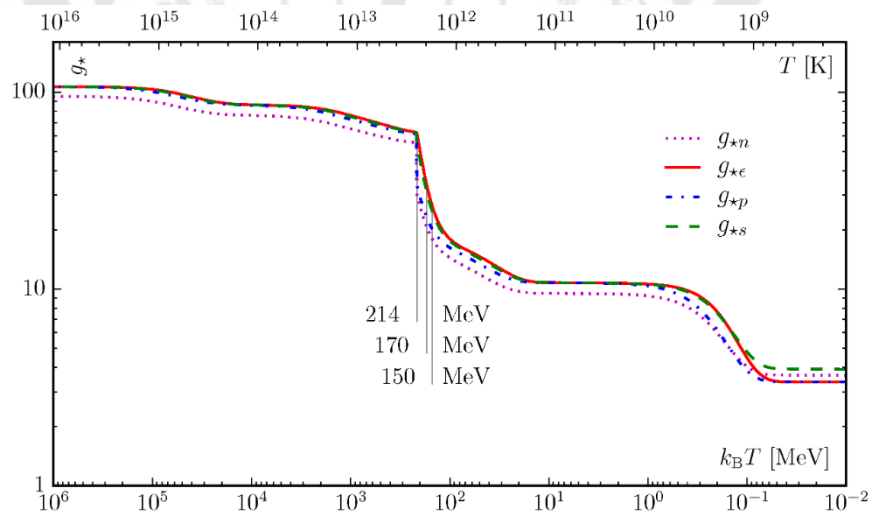
$$\text{และ นิยามของ } H(T) = \frac{\dot{a}}{a} \simeq \left(\frac{\rho_{\text{radiation}}}{3M_{\text{pl}}^2} \right)^{1/2} \simeq \frac{\pi}{3} \left(\frac{g_{*n}(T)}{10} \right)^{1/2} \frac{T^2}{M_{\text{pl}}}$$

จะได้ว่า

$$\Omega_X = \frac{H(m_X) g_{*s}(T_{\text{today}}) x_f T_{\text{today}}^3}{3M_{\text{pl}}^2 H_0^2 g_{*s}(m_X) \langle \sigma v \rangle m_X^2}$$

$$\Omega_X = \frac{\pi}{3} \left(\frac{g_{*n}(m_X)}{10} \right)^{1/2} \frac{1}{3M_{\text{pl}}^3 H_0^2} \frac{g_{*s}(T_{\text{today}}) x_f T_{\text{today}}^3}{g_{*s}(m_X) \langle \sigma v \rangle} \quad (2-11)$$

โดยที่ g_{*n} และ g_{*s} หมายถึง d.o.f. (degree of freedom) ของความหนาแน่นของจำนวนอนุภาค และ d.o.f. ของความหนาแน่นของเอนโทรปีรวม ปริมาณทั้งสองนี้เป็นฟังก์ชันของอุณหภูมิ ดังภาพประกอบ 11



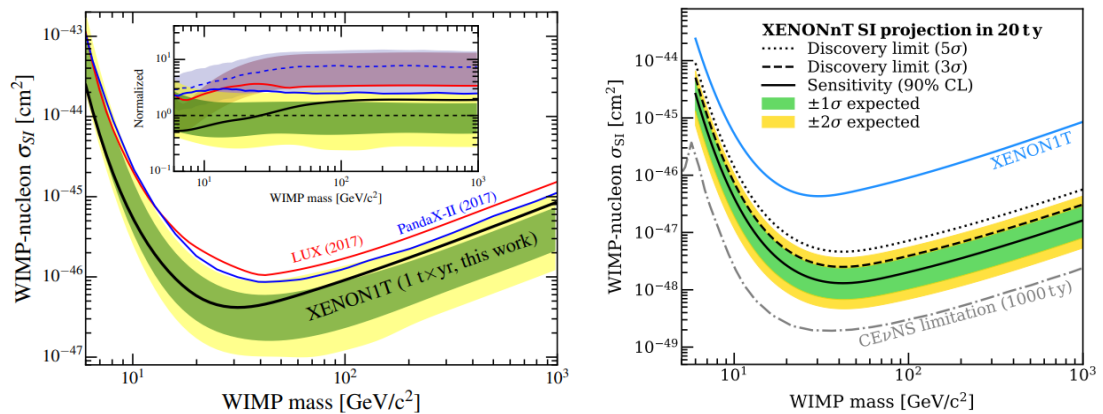
ภาพประกอบ 11 แผนภาพ d.o.f ของความหนาแน่นของจำนวนอนุภาค (g_{*n}) และ d.o.f ของความหนาแน่นของเอนโทรปีรวม (g_{*s}) ที่ขึ้นกับอุณหภูมิ

ที่มา : (Husdal, 2016)

จากข้อมูลในภาพประกอบ 12 พบว่า $g_{*n}(m_X) = g_{*s}(m_X)$ และ $g_{*s}(T_{\text{today}}) = 3.91$ ทำให้เราประมาณค่าของ $\Omega_X h^2$ ได้ดังนี้

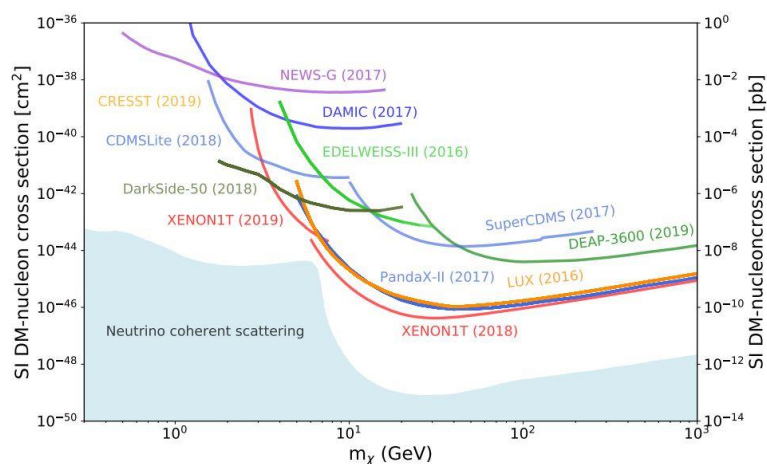
$$\Omega_X h^2 \simeq 0.12 \left(\frac{x_f}{25} \right) \left(\frac{10}{g_{*n}(m_X)} \right)^{1/2} \frac{10^{-9} \text{ GeV}^{-2}}{\langle \sigma v \rangle} \quad (2-12)$$

โดยที่ $h \equiv H_0 / (100 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1})$ จากข้อมูล Planck collaboration ในปี 2018 $\Omega_X h^2 = 0.1200 \pm 0.0012$ (68% limit) (Aghanim, 2020) เมื่อจัดรูปให้อยู่ในอัตราส่วนที่สอดคล้องกับ ค่าประมาณของ x_f และ $g_{*n}(m_X)$ จะได้ว่า $\langle \sigma v \rangle \sim 10^{-9} \text{ GeV}^{-2}$ ซึ่งหากทำการคำนวณอันตรกิริยาของสสารมืด ภายใต้สมมติฐานของ WIMPs พบว่า ค่า $\langle \sigma v \rangle_{\text{weak-scale}}$ อยู่ในช่วงใกล้เคียงกับ $\langle \sigma v \rangle$ ข้างต้น เรียกปรากฏการณ์นี้ว่า WIMPs miracle ซึ่งในปัจจุบัน การทดลองในการตรวจจับสสารมืดได้ถูกพัฒนาขึ้นโดยมีวัตถุประสงค์หนึ่งคือเพื่อทดสอบสมมติฐานการมีอยู่ของ WIMPs ตัวอย่างเช่น การตรวจจับทางตรง (Direct detection) ในการทดลอง XENON1T และ XENONnT ผ่านการชนกันของสสารมืดกับนิวคลีออนของธาตุ Xenon รายงานของการทดลองดังกล่าว แสดงถึงขอบเขตความเป็นไปได้ของช่วงมวลของสสารมืดในแต่ละค่าของ σ_{XN} (Dark matter nucleon cross-section) ดังภาพประกอบ 12 พบว่า ที่มวลต่ำช่วง $10 - 100 \text{ GeV}$ ขอบเขตของ σ_{XN} ถูกบีบให้ค่าที่เป็นไปได้มีค่าต่ำกว่าช่วงมวลสูง หรือกล่าวได้ว่าที่มวลตั้งแต่ 100 GeV ขึ้นไป เหลือความเป็นไปได้ในการเจอสสารมืดมากกว่าบริเวณที่มวลต่ำ เป็นต้น

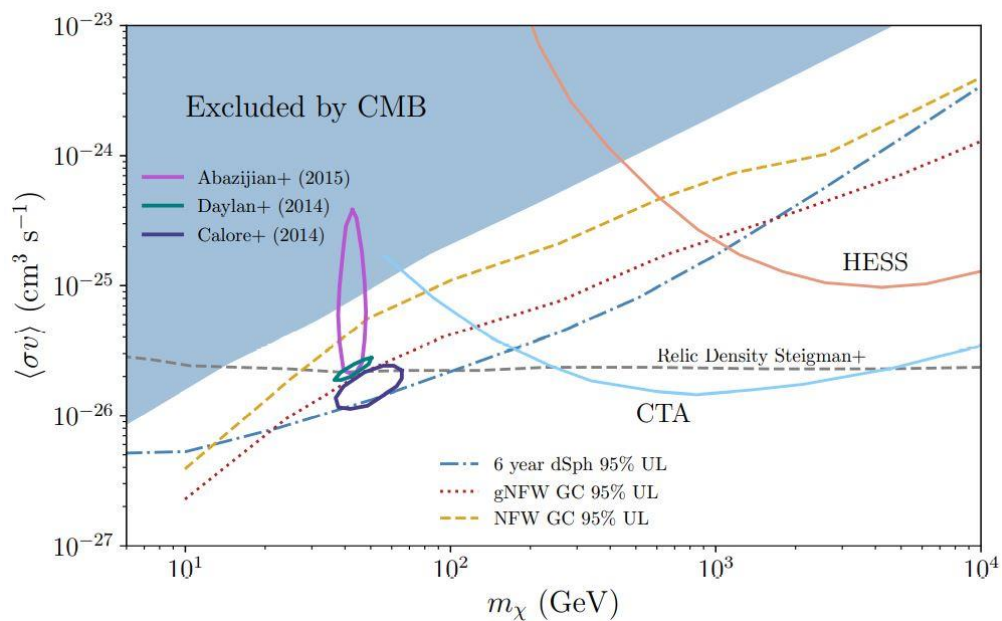


ภาพประกอบ 12 ตัวอย่างแผนภาพขอบเขตบนภาคตัดขวางการชนกันของสสารมืดกับนิวคลีออน (a) แผนภาพแสดงขอบเขตบนในการตรวจวัดค่าภาคตัดขวางการชนกันของสสารมืดกับนิวคลีออนที่ไม่ขึ้นกับสปินของอนุภาค (spin independent dark matter nucleon cross-section, σ_{SI}) ที่ 90 %CL เส้นสีดำ และช่วงความละเอียดการตรวจวัด (sensitivity band) 1σ (2σ) แสดงในพื้นที่สีเขียว (สีเหลือง) ของการทดลอง XENON1T ในปี 2018 และข้อมูลจากการทดลอง LUX และ PandaX-II ในปี 2017 และ (b) แผนภาพแสดงช่วงความละเอียดของการทดลอง XENONnT ในปี 2020 ด้วยการทำนายพื้นที่หลัง

ที่มา : (Aprile, 2018) (Aprile, 2020)



ภาพประกอบ 13 แผนภาพแสดงขอบเขตบนของภาคตัดขวางการชนกันของสสารมืดกับนิวคลีออนที่ไม่ขึ้นกับสปินของอนุภาคที่เป็นฟังก์ชันของมวล ในการทดลองอื่นๆ

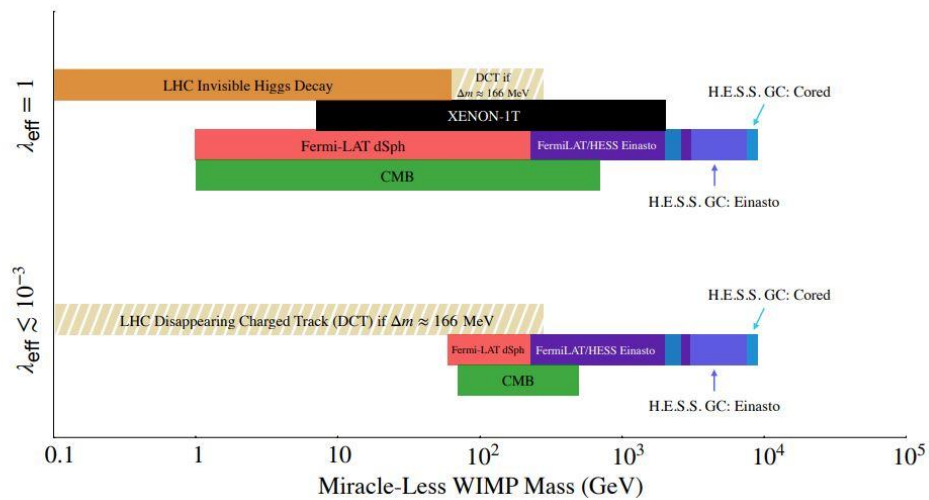


ภาพประกอบ 14 แผนภาพแสดงขอบเขตบนของความละเอียดในการตรวจวัดโฟตอนจาก CTA และ CMB สำหรับ $\langle\sigma v\rangle$ ของกระบวนการการประลัยคู่ของสสารมืด

ที่มา : (Tanabashi, 2018)

นอกจากนี้ยังมีการทดลองอื่นๆ สำหรับการตรวจจับสสารมืด ที่ช่วยจำกัดช่วงความเป็นไปได้ของการค้นพบสสารมืด สุดท้ายแล้วหากรวบรวมผลการทดลองดังกล่าวมาวิเคราะห์จะช่วยให้นักฟิสิกส์อนุภาคสามารถหาขอบเขตของพารามิเตอร์ต่างๆ ในแบบจำลองของสสารมืดที่สนใจได้ เช่น ตัวอย่างงานวิจัยของ Arakawa และ Tait ในปี 2021 (Arakawa และ Tait, 2021) ที่วิเคราะห์ความเป็นไปได้ที่หลงเหลือของ WIMPs สำหรับสสารมืดในแบบจำลองสนามสเกลาร์อิเล็กโตรวีคทริปเบลด (Electroweak triplet scalar field) ทั้งจากการทดลองทางตรงทางอ้อม และการทดลองจากเครื่องชนอนุภาค ทำให้ได้แผนภาพของความเป็นไปได้ของค่าคู่ควบจากแบบจำลองในช่วงมวลต่างๆ ดังภาพประกอบ 13

Is a Miracle-Less WIMP Ruled Out?



ภาพประกอบ 15 แผนภาพรวมเงื่อนไขจากการทดลองต่างๆ สำหรับค่าคู่ควบและมวลของสสารมืดในแบบจำลองอิเล็กโทรวีกทริบเบเลตสำหรับสนามสเกลาร์จริงที่เป็นตัวแทนของสสารมืด

ที่มา : (Arakawa และ Tait, 2021)

2.3 แบบจำลองอินเนอร์ดับเบเลต (Inert doublet model)

แบบจำลองอินเนอร์ดับเบเลต เป็นแบบจำลองอย่างง่ายที่ขยายแบบจำลองมาตรฐานด้วยการเพิ่มอิเล็กโทรวีกสเกลาร์ดับเบเลต ϕ ที่มีคุณสมบัติภายใต้สมมาตร $\mathbb{Z}_2$ แบบจำลองนี้ถูกนำเสนอครั้งแรกเมื่อปี ค.ศ. 1977 ผ่านการศึกษารูปแบบของการทำลายสมมาตรเกจ $SU(2) \times U(1)$ ของคู่อีกส์ดับเบเลต ที่พบว่ามีความเป็นไปได้ที่หนึ่งในคู่อีกส์ดับเบเลตจะมีค่าคาดหวังที่ว่าง (vacuum expectation value) เป็นศูนย์ (Deshpande และ Ma, 1978) โดยก่อนหน้านี้ได้มีการนำแบบจำลองอินเนอร์ดับเบเลตไปพัฒนาความเป็นธรรมชาติ (naturalness) ที่เกี่ยวข้องกับอีกส์ที่มีมวลสูง (heavy Higgs) (Barbieri, Hall, และ Rychkov, 2006) ซึ่งภายหลังการค้นพบอนุภาคฮิกส์โบซอน แบบจำลองอินเนอร์ดับเบเลตได้รับความสนใจในการใช้ศึกษาสมบัติสสารมืดมากขึ้น เนื่องจากสองอนุภาคสเกลาร์ในดับเบเลตที่เพิ่มเข้ามามีคุณสมบัติเหมือนสสารมืดและจำนวนของพารามิเตอร์ในแบบจำลองมีไม่มาก ตัวอย่างเช่น งานวิจัยในปี ค.ศ. 2013 ของ Goudelis และคณะ (Goudelis, 2013) ที่ได้คำนวณลูปคอเลกชัน (one-loop correction) ของอนุภาคสเกลาร์ในแบบจำลองอินเนอร์ดับเบเลตและแก้สมการกลุ่มรีนอมอลไรซ์เซชันสำหรับลำดับที่สูงขึ้นไปของค่าคู่ควบ (renormalization group equation for the quartic coupling) สุดท้าย

พวกเขาได้แสดงแผนภาพสเกลที่สูงสุดของแบบจำลองที่สอดคล้องกับเงื่อนไขต่าง ๆ นอกจากนี้ยังมีงานวิจัยที่ใช้ค่าจำกัดจากการทดลองการชนกันของอิเล็กตรอน-โพสิตรอนในเครื่องชนอนุภาคขนาดใหญ่ (Large Electron-Positron collider, LEP II) เพื่อหาขอบเขตของมวลที่เป็นไปได้สำหรับแบบจำลองดับเบิลต (Camilo Garcia-Cely, Michael Gustafsson, และ Ibarra, 2016) รวมถึงงานวิจัยอื่นๆอีกมากมายที่ใช้แบบจำลองดับเบิลตในศึกษาปรากฏการณ์ของสสารมืดและความเป็นไปได้ของพารามิเตอร์ (Camilo Garcia-Cely และคนอื่นๆ, 2016; Ethan และ Shufang, 2009; Laura Lopez Honorez และ Yaguna, 2010)

แบบจำลองอินเนอร์ทประกอบด้วยคู่ดับเบิลต H และ ϕ ทั้งสองดับเบิลตจะอยู่ภายใต้สมมาตร $\mathbb{Z}_2$ จาก $\mathbb{Z}_2 = \{1, -1\}$ หมายถึง หนึ่งในดับเบิลตจะมีการแปลงภายใต้สมมาตรเป็น $H \rightarrow H$ หรือ $\mathbb{Z}_2$ -Even และอีกชุดมีการแปลงเป็น $\phi \rightarrow -\phi$ หรือ $\mathbb{Z}_2$ -Odd สำหรับการศึกษาสสารมืดในแบบจำลองอินเนอร์ทดับเบิลต ตัวแทนของสสารมืด (dark matter candidate) จะถูกกำหนดให้อยู่ในสเกลาร์ดับเบิลต ϕ เพื่อให้สอดคล้องกับคุณสมบัติหนึ่งของสสารมืดที่หลงเหลือในปัจจุบัน นั่นคือเป็นอนุภาคที่มีความเสถียร (stable particle) และไม่ทำอันตรกิริยากับอนุภาคอื่นๆ กล่าวคือ ในขณะที่สมมาตร $\mathbb{Z}_2$ ไม่ถูกทำลาย ϕ ไม่สามารถเกิดอันตรกิริยากับอนุภาคเฟอร์มิออนได้โดยตรง โดยที่อนุภาคอื่นๆ ที่อยู่ในแบบจำลองมาตรฐานจะมีการแปลงภายใต้สมมาตร $\mathbb{Z}_2$ เช่นเดียวกับ อีกสเกลาร์ดับเบิลต H ซึ่งเราสามารถเขียน H และ ϕ ได้ดังนี้

$$H = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ v + h \end{pmatrix} \text{ และ } \phi = \begin{pmatrix} \phi^+ \\ \frac{\chi + iA}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} \quad (2-13)$$

โดยที่ $v = 246$ GeV เป็น ค่าคาดหวังที่ว่างอิเล็กโทรวีก (Electroweak vacuum expectation value), h เป็นอนุภาคฮิกส์โบซอน โดย $m_h = 125$ GeV (P.A.Zyla, 2020), ϕ^+ เป็นอนุภาคสเกลาร์ที่มีประจุ, χ และ A เป็นอนุภาคสเกลาร์ นอกจาก สมมาตร $\mathbb{Z}_2$ จะถูกกำหนดมาเพื่อป้องกันการเกิดการอันตรกิริยาระหว่าง ϕ กับอนุภาคอื่น ยกเว้นอนุภาคสเกลาร์ด้วยตัวเอง แล้ว อนุภาคสเกลาร์ที่จะเป็นตัวแทนของสสารมืด จะต้องเป็นอนุภาคมีมวลที่ต่ำที่สุดในแบบจำลองเพื่อยืนยันว่า อนุภาคสเกลาร์ดังกล่าวจะไม่สามารถสลายตัวเป็นอนุภาคสเกลาร์ตัวอื่นได้ หากพิจารณาสนามสเกลาร์ H และ ϕ อันตรกิริยาระหว่างทั้งสองสามารถศึกษาผ่าน ศักย์สเกลาร์

$$\begin{aligned}
V(H, \phi) = & \mu_1^2 H^\dagger H + \mu_2^2 \phi^\dagger \phi + \frac{\lambda_1}{2} (H^\dagger H)^2 + \frac{\lambda_2}{2} (\phi^\dagger \phi)^2 \\
& + \lambda_3 H^\dagger H \phi^\dagger \phi + \lambda_4 H^\dagger \phi \phi^\dagger H + \frac{\lambda_5}{2} ((\phi^\dagger H)^2 + \text{h.c.})
\end{aligned}
\tag{2-14}$$

เมื่อพิจารณาค่าต่ำสุดของศักย์สเกลาร์ข้างต้น ในกรณีที่เกิดการสลายสมมาตรอย่างฉับพลัน (spontaneous symmetry breaking) จากสมมาตร $SU(2)_L \times U(1)_Y$ ไปเป็นสมมาตร $U(1)_{EM}$ จะได้ว่า $\langle H \rangle_0 = v/\sqrt{2}$ สำหรับ doublet ϕ ที่เพิ่มเข้ามา สมมาตร $\mathbb{Z}_2$ ยังคงถูกรักษาไว้ทำให้ $\langle \phi \rangle_0 = 0$ ซึ่งเป็นเหตุผลที่เราเรียก ϕ ว่า แบบจำลองอินเนอร์ทดับเบต นั่นเอง จากสมการ (2-14) หากกระจายเทอมผ่านสมการ (2-13) สามารถเขียนมวลของอนุภาคฮิกส์และอนุภาคสเกลาร์อื่น ๆ ได้ดังนี้

$$\begin{aligned}
m_h^2 &= \lambda_1 v^2, \\
m_{\phi^+}^2 &= \mu_2^2 + \frac{\lambda_3}{2} v^2, \\
m_\chi^2 &= m_{\phi^+}^2 + \frac{\lambda_3 + \lambda_4 + \lambda_5}{2} v^2, \\
m_A^2 &= m_\chi^2 - \lambda_5 v^2.
\end{aligned}
\tag{2-15}$$

จากสมการ (2-15) สังเกตได้ว่า λ_2 เป็นพารามิเตอร์ในแบบจำลองเพียงตัวเดียวที่ไม่ขึ้นกับมวลของอนุภาคสเกลาร์ใดๆ และสำหรับอันตรกิริยาระหว่างสนามสเกลาร์ทั้งสี่ในแบบจำลองจากเทอมที่เหลือในศักย์สเกลาร์ (Branco, 2012) สามารถเขียนเป็น

$$\begin{aligned}
V_{\text{interactions}} = & \frac{\lambda_2}{2} \left(\phi^+ \phi^- + \frac{\chi^2 + A^2}{2} \right)^2 \\
& + \lambda_3 \left(v h + \frac{h^2}{2} \right) \left(\phi^+ \phi^- + \frac{\chi^2 + A^2}{2} \right) \\
& + \frac{\lambda_4 + \lambda_5}{2} \left(v h + \frac{h^2}{2} \right) \chi^2 \\
& + \frac{\lambda_4 - \lambda_5}{2} \left(v h + \frac{h^2}{2} \right) A^2
\end{aligned}
\tag{2-16}$$

ศักรยส์เกลาร์นี้จะช่วยให้เราสามารถเขียนแผนภาพอันตรกิริยาระหว่างอนุภาคสเกลาร์ด้วยกันเองได้อย่างครบถ้วน อย่างไรก็ตาม อนุภาคสเกลาร์ยังสามารถทำอันตรกิริยากับอนุภาคโบซอนตัวอื่นๆที่อยู่ในแบบจำลองมาตรฐาน ผ่านการกระจายเทอมอนุพันธ์ผันแปรร่วมเชิงเกจ (Covariant derivative) , D_μ ของกลุ่มเกจ SU(2) และ U(1) มีนิยามเป็น

$$D_\mu \equiv \partial_\mu - \frac{ig}{\sqrt{2}}(W_\mu^+ T^+ + W_\mu^- T^-) - i\frac{g}{\cos \theta_w} Z_\mu (T^3 - \sin^2 \theta_w Q) - ieA_\mu Q,$$

โดยที่ $W_\mu^\pm = \frac{1}{\sqrt{2}}(A_\mu^1 \pm iA_\mu^2)$ แทนสนามของอนุภาค $W^\pm$ โบซอน ที่มีมวล $m_w = gv/2$, $Z_\mu = \frac{1}{\sqrt{g^2+g'^2}}(gA_\mu^3 - g'B_\mu)$ แทนสนามของอนุภาค Z โบซอน ที่มีมวล $m_Z = \frac{\sqrt{g^2+g'^2}v}{2} = \frac{m_w}{\cos \theta_w}$, $A_\mu = \frac{1}{\sqrt{g^2+g'^2}}(gA_\mu^3 + g'B_\mu)$ แทนสนามอนุภาคโฟตอนที่ไม่มีมวล และนิยามโอเปอเรเตอร์ $T^\pm = \frac{1}{2}(\sigma^1 \pm i\sigma^2)$ เมื่อ σ^i คือเมทริกซ์เพาลี (Pauli matrix) ดังนั้น ลากรางเจียนของแบบจำลองอินเนอร์ทดับเบลด เขียนได้เป็น

$$\mathcal{L} = \mathcal{L}_{\text{SM}} + |D_\mu \phi|^2 + V_{\text{scalar masses}} + V_{\text{interactions}} \quad (2-17)$$

หากเลือกพิจารณา $\mathcal{L} \supset (D_\mu \phi)^\dagger (D_\mu \phi)$ เพื่อหาอันตรกิริยาระหว่างอนุภาคสเกลาร์ ϕ^+ , χ และ A กับอนุภาค $W^\pm, Z$ โบซอน ดังในรายละเอียดในภาคผนวก ก จะได้ว่า

$$\begin{aligned} \mathcal{L} \supset & \frac{im_w}{v} W_\mu^+ [\phi^- \partial^\mu \chi - \chi \partial^\mu \phi^- + i(\phi^- \partial^\mu A - A \partial^\mu \phi^-)] \\ & + \frac{im_w}{v} W_\mu^- [\chi \partial^\mu \phi^+ - \phi^+ \partial^\mu \chi + i(\phi^+ \partial^\mu A - A \partial^\mu \phi^+)] \\ & + \frac{im_Z}{v} Z_\mu [\phi^- \partial^\mu \phi^+ - \phi^+ \partial^\mu \phi^- + i(A \partial^\mu \chi - \chi \partial^\mu A)] \end{aligned} \quad (2-18)$$

โดยที่ $m_w = 80.4 \text{ GeV}$ และ $m_Z = 91.2 \text{ GeV}$ (P.A.Zyla, 2020)

บทที่ 3

วิธีดำเนินการวิจัย

ในการทำวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยได้ดำเนินการตามขั้นตอนดังนี้

3.1 ศึกษาความเป็นได้ของตัวแทนสสารมืดในแบบจำลองอินเนอร์ทดับเบลต

3.2 ศึกษาเงื่อนไขขอบเขตที่เกี่ยวข้องกับพารามิเตอร์ในแบบจำลองอินเนอร์ทดับเบลต

3.2.1 เงื่อนไข Perturbativity

3.2.2 เงื่อนไข Vacuum stability

3.2.3 เงื่อนไข Unitarity

3.2.4 เงื่อนไขจาก Electroweak oblique parameter

3.2.5 เงื่อนไข การสลายตัวของฮิกส์โบซอนไปเป็นคู่โฟตอน และการสลายตัวที่มองไม่เห็น

3.2.6 เงื่อนไข การทดลองอื่นๆ

3.3 คำนวณกระบวนการประลัยคู่ (Pair-annihilation) สำหรับกรณีที่อนุภาคสเกลาร์ χ เป็นตัวแทนสสารมืด

3.4 ศึกษาการเกิดการประลัยร่วมในแบบจำลองอินเนอร์ทดับเบลต

3.4.1 ศึกษารูปของสมการโบลต์มันน์ในกรณีการเกิดการประลัยร่วม

3.4.2 คำนวณภาคตัดขวางเพิ่มเติมสำหรับกระบวนการที่พิจารณาการเกิดการประลัยร่วม (Co-annihilation)

3.4.3 ศึกษาการคำนวณปริมาณสสารมืดในรูปของพารามิเตอร์ผลต่างของมวลอนุภาคสเกลาร์

3.5 กำหนดเกณฑ์เปรียบเทียบของมวลอนุภาคสเกลาร์ที่สนใจ และคำนวณหาค่าของพารามิเตอร์ในแบบจำลองอินเนอร์ทดับเบลตที่สอดคล้องกับเงื่อนไขขอบเขตและปริมาณสสารมืดในปัจจุบัน

3.6 แสดงแผนภาพพารามิเตอร์ในแบบจำลองอินเนอร์ทดับเบลตที่สอดคล้องกับเงื่อนไขขอบเขตและปริมาณสสารมืดในปัจจุบัน

3.7 วิเคราะห์หาขอบเขตของมวลของสสารมืดที่มากที่สุดที่เป็นไปได้ในแบบจำลองอินเนอร์ทดับเบลต

3.8 สรุปและอภิปรายผล

3.1 ศึกษาความเป็นไปได้ของตัวแทนสสารมืดในแบบจำลองอินเนอร์ทดับเบลต

การใช้แบบจำลองที่อยู่นอกเหนือแบบจำลองมาตรฐานเพื่อที่จะทำนายพฤติกรรมสสารมืดหรือคาดเดาความเป็นมาของปริมาณสสารมืดในปัจจุบัน จำเป็นต้องอาศัยความเข้าใจเกี่ยวกับการกำหนดคุณสมบัติเบื้องต้นของสสารมืดให้สอดคล้องผลการทดลองและทฤษฎีที่สมเหตุสมผล แบบจำลองอินเนอร์ทดับเบลต ถือเป็นแบบจำลองเริ่มต้นสำหรับการศึกษาสสารมืด สำหรับดับเบลตใหม่เพิ่มเข้ามา มีความเป็นไปได้ที่ทั้ง χ และ A จะเป็นตัวแทนของสสารมืด เพื่อความสะดวกในงานวิจัยนี้เราจะกำหนดให้ χ เป็นตัวแทนของสสารมืด อย่างไรก็ตามยังมีความอิสระในการเรียงลำดับของมวลที่แตกต่างกัน หรือการกำหนดเกณฑ์เปรียบเทียบ (benchmark) ของมวลของอนุภาค A และ ϕ^+ ซึ่งทำให้มีความเป็นไปได้ที่จะเลือกให้มวลของสเกลาร์แต่ละตัว มีค่าห่างกันค่าใดค่าหนึ่งหรือห่างกันเพียงเล็กน้อย โดยผลของเกณฑ์เปรียบเทียบของมวลที่ต่างกัน อาจส่งผลให้พฤติกรรมหรือปรากฏการณ์ของสสารมืดที่ทำนายได้มีความแตกต่างกันออกไป ดังนั้นในงานวิจัยนี้ จึงกำหนดให้พารามิเตอร์ที่ศึกษาอยู่ในรูปของผลต่างของมวลเทียบกับมวล χ โดยนิยามให้ $\Delta^0 \equiv m_A - m_\chi$ และ $\Delta^+ \equiv m_{\phi^+} - m_\chi$ ซึ่งทำให้พารามิเตอร์ที่เกี่ยวข้องของกับมวลที่ใช้ศึกษาเปลี่ยนเป็น m_χ , Δ^0 และ Δ^+ โดยการกำหนดลักษณะนี้ช่วยให้การเรียงลำดับของมวลสเกลาร์ขึ้นอยู่กับขนาดของ Δ^0 และ Δ^+

3.2 ศึกษาเงื่อนไขขอบเขตที่เกี่ยวข้องกับพารามิเตอร์ในแบบจำลองอินเนอร์ทดับเบลต

สำหรับพารามิเตอร์ทั้งหมดในแบบจำลองอินเนอร์ทดับเบลต ไม่สามารถเป็นค่าใดๆ อย่างไม่จำกัดได้ เนื่องจากพารามิเตอร์แบบจำลองจำเป็นต้องมีความสมเหตุสมผลกับทฤษฎีที่ใช้ในแบบจำลองแบบมาตรฐาน จึงต้องพิจารณาเงื่อนไขขอบเขตต่างๆ ดังนี้

เงื่อนไข perturbativity

สำหรับการกระจายเทอมของค่าคู่ควบที่ลำดับสูงขึ้นไป ค่าคู่ควบหนึ่งๆ ควรมีค่าน้อยกว่า

4π

$$|\lambda_i| \leq 4\pi$$

(3-1)

เงื่อนไข vacuum stability

สำหรับศักย์สเกลาร์ในแบบจำลอง ค่าต่ำสุดของศักย์จะต้องเป็นจุดที่มีความเสถียร หรืออาจกล่าวได้ว่าค่าต่ำสุดของศักย์สเกลาร์ไม่สามารถติดลบหรือมีค่าน้อยอย่างไม่มีที่สิ้นสุด ซึ่งจากงานวิจัยของ Ivanov (Ivanov, 2007) ที่ศึกษาจุดต่ำสุดของศักย์ที่มีความเสถียรในแบบจำลองดับเบิลของคูฮิกส์ (two Higgs doublet model, 2HDM) ซึ่งเป็นแบบจำลองที่ครอบคลุมถึงแบบจำลองอินเนอร์ดับเบิล ทำให้ได้เงื่อนไขดังนี้

$$\begin{aligned}\lambda_1 &> 0, \\ \lambda_2 &> 0, \\ \lambda_3 &> -\sqrt{\lambda_1\lambda_2}, \\ \lambda_3 + \lambda_4 - |\lambda_5| &> -\sqrt{\lambda_1\lambda_2}\end{aligned}\tag{3-2}$$

เงื่อนไข unitarity

เงื่อนไข unitarity กล่าวถึง ผลรวมแอมพลิจูดทั้งหมดสำหรับการชนกันของอนุภาคสองอนุภาคไปเป็นอนุภาคสองอนุภาค ในระดับ tree-level จะต้องไม่ขึ้นกับพลังงานและมีขอบเขตที่จำกัด จากงานวิจัยของ Ginzburg และ Ivanov (Ginzburg และ Ivanov, 2005) แสดงให้เห็นถึงค่า coupling ในแบบจำลองดับเบิลของคูฮิกส์ ที่ได้จากการคำนวณเมทริกซ์การกระเจิงระหว่างอนุภาคสเกลาร์ ทำให้ได้ว่า

$$\begin{aligned}|\lambda_3 + 2\lambda_4 + 3\lambda_5| &\leq 8\pi, \\ \frac{3(\lambda_1 + \lambda_2) + \sqrt{9(\lambda_1 + \lambda_2)^2 + 4(2\lambda_3 + \lambda_4)^2}}{\leq 16\pi}\end{aligned}\tag{3-3}$$

เงื่อนไขจาก electroweak oblique parameter

การพิจารณาผลของฟิสิกส์แบบใหม่ (new physics) หรือผลจากแบบจำลองที่อยู่ นอกเหนือแบบจำลองมาตรฐาน สามารถถูกตรวจวัดเทียบกับพารามิเตอร์ S และ T ในการทดลองได้ สองพารามิเตอร์นี้เป็นฟังก์ชันที่ขึ้นกับมวลของเกจโบซอนในแบบจำลองและมวลอนุภาคสเกลาร์ที่เพิ่มขึ้น หากนำข้อมูลจากการทดลอง $S = 0.06 \pm 0.11$ และ

$T = 0.10 \pm 0.07$ โดยมีสัมประสิทธิ์ความสัมพันธ์ระหว่างกันเป็น 0.92 (Grimus, 2008) จะทำให้เราจำกัดค่าของมวลในแบบจำลองอินเนอร์ดับเบลตได้

เงื่อนไข การสลายตัวของฮิกส์โบซอนไปเป็นคู่โฟตอน และการสลายตัวที่มองไม่เห็น

การปรากฏของอันตรกิริยาระหว่างอนุภาคฮิกส์โบซอนกับอนุภาคสเกลาร์อื่นที่มีประจุสามารถศึกษาผ่านกระบวนการการสลายตัวของฮิกส์โบซอนไปเป็นคู่โฟตอน (diphoton), $h \rightarrow \gamma\gamma$ โดยพิจารณาจากอัตราส่วนระหว่างอัตราการสลายตัวในช่องทาง $h \rightarrow \gamma\gamma$ เทียบกับอัตราการสลายตัวในทุกช่องทางของอนุภาคฮิกส์ในแบบจำลอง หรือที่เรียกว่า อัตราส่วน branching ในกรณีที่มีอนุภาคสเกลาร์อื่นที่มีประจุเพิ่มเข้ามาในแบบจำลองอินเนอร์ดับเบลตในการทดลองสามารถตรวจวัดการเปรียบเทียบ $\text{Br}^{\text{IDM}}(h \rightarrow \gamma\gamma)$ กับ อัตราส่วน branching สำหรับอนุภาคในแบบจำลองมาตรฐาน $\text{Br}^{\text{SM}}(h \rightarrow \gamma\gamma)$ ผ่านพารามิเตอร์ signal strengths $R_{\gamma\gamma} = \text{Br}^{\text{IDM}}(h \rightarrow \gamma\gamma)/\text{Br}^{\text{SM}}(h \rightarrow \gamma\gamma)$ จากการผลการทดลองของ CMS และ ATLAS ที่ LHC พบว่า $R_{\gamma\gamma} = 1.17 \pm 0.09$ (Aaboud, 2018; Aad, 2016; Sirunyan, 2019) ซึ่งทำให้ทราบถึงขอบเขตของคู่ควบระหว่างอนุภาคสเกลาร์ที่มีประจุกับอนุภาคฮิกส์โบซอนได้ และจากการสลายตัวของ $h \rightarrow \chi\chi$ ที่ไม่สามารถตรวจจับได้ ถือเป็นการสลายตัวที่มองไม่เห็น (Invisible decay) โดยจากผลการทดลองของ ATLAS ทำให้ทราบขอบเขตของอัตราส่วน branching ในช่องทาง $h \rightarrow \chi\chi$ ที่มีค่าน้อยกว่า 0.37 ที่ 95% CL (Aaboud, 2019) ซึ่งนำไปสู่การกำหนดค่าต่ำสุดของตัวแทนของสสารมืดในแบบจำลองอินเนอร์ดับเบลตได้ นั่นคือ $2m_\chi \leq m_h$

เงื่อนไข การทดลองอื่นๆ

จากการทดลองที่ตรวจวัดสสารมืดทางตรง (direct detection) อันได้แก่ XENON1T, LUX และ XENONnT (Akerib, 2017; Aprile, 2018) (Aprile, 2020) ซึ่งเป็นการศึกษาความเป็นไปได้ที่สสารมืดจะเข้ามาชนกับนิวคลีออนของธาตุหนึ่งๆ ทำให้เราสามารถกำหนดขอบเขตของค่าคู่ควบ $\lambda_{345} \equiv \lambda_3 + \lambda_4 + \lambda_5$ ผ่านการคำนวณ σ_{XN} สำหรับแบบจำลองอินเนอร์ดับเบลตที่มีเพียงอนุภาคฮิกส์ที่เป็นช่องทางการสื่อสารระหว่างสสารมืดกับอนุภาคในแบบจำลองมาตรฐาน

3.3 คำนวณกระบวนการประลัยคู่ (pair-annihilation) สำหรับกรณีท่อนุภาคสเกลาร์ χ เป็น ตัวแทนสสารมืด

หากเริ่มพิจารณาจากกระบวนการเปลี่ยนแปลงของจำนวนตัวแทนสสารมืดในแบบจำลองอินเนอร์ทดับเบลตที่ชัดเจนที่สุด คือ กระบวนการการประลัยคู่ของ $\chi\chi$ ที่ทำให้ได้อนุภาคในแบบจำลองมาตรฐาน X และ X' หรือ $\chi\chi \leftrightarrow XX'$ สามารถเขียนกระบวนการที่เป็นไปได้ และคำนวณค่าเฉลี่ยของผลคูณระหว่างภาคตัวขวางและความเร็วสัมพัทธ์ ในกระบวนการต่างๆ ดังนี้

กระบวนการ $\chi\chi \leftrightarrow hh$

$$\langle\sigma v\rangle_{hh} = \frac{1}{64\pi} \frac{\lambda_{345}^2}{m_\chi^2} \beta_h \left[1 + \frac{3m_h^2}{4m_\chi^2 - m_h^2} + \frac{2\lambda v^2}{m_h^2 - 2m_\chi^2} \right]^2 \quad (3-4)$$

เมื่อ $\lambda_{345} \equiv \lambda_3 + \lambda_4 + \lambda_5$, $\beta_h = \sqrt{1 - 4m_h^2/s}$ และ $s \simeq 4m_\chi^2$

กระบวนการ $\chi\chi \leftrightarrow W^\pm W^\pm$

$$\langle\sigma v\rangle_{W^\pm W^\pm} = \frac{1}{8\pi s} \beta_{W^\pm} \langle |M_{W^\pm W^\pm}|^2 \rangle \quad (3-5)$$

โดยที่

$$\langle |M_{W^\pm W^\pm}|^2 \rangle = \frac{16m_\chi^2}{v^4} \left[\left(1 + \frac{\lambda_{345}v^2}{4m_\chi^2 - m_h^2} \right)^2 \left(1 - r_{W^\pm} + \frac{3}{4}r_{W^\pm}^2 \right) + \frac{4m_\chi^4(r_{W^\pm} - 1)^2}{(m_{\phi^+}^2 + m_\chi^2 - m_{W^\pm}^2)^2} - \frac{2m_\chi^2}{m_{\phi^+}^2 + m_\chi^2 - m_{W^\pm}^2} \left(1 + \frac{\lambda_{345}v^2}{4m_\chi^2 - m_h^2} \right) (2 - 3r_{W^\pm} + r_{W^\pm}^2) \right],$$

เมื่อ $r_{W^\pm} = 4m_{W^\pm}^2/s$, $\beta_{W^\pm} = \sqrt{1 - 4m_{W^\pm}^2/s}$ และ $s \simeq 4m_\chi^2$

กระบวนการ $\chi\chi \leftrightarrow ZZ$

$$\langle\sigma v\rangle_{ZZ} = \frac{1}{16\pi s} \beta_Z \langle|M_{ZZ}|^2\rangle \quad (3-6)$$

โดยที่

$$\langle|M_{ZZ}|^2\rangle = \frac{16m_\chi^2}{v^4} \left[\left(1 + \frac{\lambda_{345}v^2}{4m_\chi^2 - m_h^2}\right)^2 \left(1 - r_Z + \frac{3}{4}r_Z^2\right) + \frac{4m_\chi^4(r_Z-1)^2}{(m_A^2 + m_\chi^2 - m_Z^2)^2} - \frac{2m_\chi^2}{m_A^2 + m_\chi^2 - m_{W^\pm}^2} \left(1 + \frac{\lambda_{345}v^2}{4m_\chi^2 - m_h^2}\right) (2 - 3r_Z + r_Z^2) \right],$$

เมื่อ $r_Z = 4m_Z^2/s$, $\beta_Z = \sqrt{1 - 4m_Z^2/s}$ และ $s \simeq 4m_\chi^2$

กระบวนการ $\chi\chi \leftrightarrow f\bar{f}$

$$\langle\sigma v\rangle_{f\bar{f}} = \frac{N_c}{4\pi} \frac{\lambda_{345}^2 m_f^2 \beta_f^3}{(4m_\chi^2 - m_h^2)^2} \quad (3-7)$$

เมื่อ N_c เป็น แฟคเตอร์สีของเฟอร์มิออน, $\beta_f = \sqrt{1 - 4m_f^2/s}$ และ $s \simeq 4m_\chi^2$

หมายเหตุ รายละเอียดการคำนวณข้างต้นได้แสดงใน ภาคผนวก ค

3.4 ศึกษาการเกิดการประลัยร่วม (co-annihilation) ในแบบจำลองอินเนอร์ทดับเบลต

จากการพิจารณาปริมาณของตัวแทนสสารมืดในแบบจำลองอินเนอร์ทดับเบลต ผ่านการคำนวณสมการโบลต์มันซ์แบบมาตรฐาน พบว่า ในกรณีที่เทอรัลเปรียบเทียบของมวลอนุภาคสเกลาร์ χ , A และ $\phi^\pm$ มีค่าใกล้เคียงกันในช่วง 5 -10% การคำนวณเพียงกระบวนการประลัยคู่ของ χ ไปเป็นอนุภาคในแบบจำลองมาตรฐานยังไม่เพียงพอที่จะทำให้ปริมาณของสสารมืดหลงเหลือเท่ากับปัจจุบัน ตัวอย่างเช่น การคำนวณภาคตัดขวางของกระบวนการ $\chi\chi \leftrightarrow W^\pm W^\pm$ สำหรับมวลของ χ ค่าหนึ่ง จะได้ว่า ภาคตัดขวางที่ได้มีขนาดใหญ่กว่าภาคตัดขวางในสมมติฐานของอนุภาควิมปี นั่นหมายความว่า ปริมาณของสสารมืดที่คำนวณได้จะมีค่าน้อยกว่าปริมาณของสสารมืดในปัจจุบัน เป็นต้น จึงถือได้ว่าการมีอนุภาคสเกลาร์ตัวอื่นๆ ในแบบจำลองที่มีมวลใกล้เคียงกับมวลของตัวแทนสสารมืดอาจส่งผลต่อปริมาณของสสารมืดในปัจจุบัน หรือกล่าวได้ว่า ควรจะมีกระบวนการอื่นๆ ที่จำเป็นต้องคำนวณเพิ่มเติม ซึ่งเป็น

กระบวนการที่เกี่ยวข้องกับอนุภาคสเกลาร์ทั้งสามในแบบจำลอง ตัวอย่างเช่น กระบวนการ $\chi A \leftrightarrow hZ$ และ $\chi \phi^\pm \leftrightarrow hW^\pm$ หรือ กระบวนการที่ $\chi A \leftrightarrow \chi A$ รวมไปถึงกระบวนการที่อนุภาคสเกลาร์ตัวที่หนักกว่าอนุภาคตัวแทนสสารมืดจะสามารถสลายตัวแล้วได้เป็นอนุภาคตัวแทนสสารมืด เป็นต้น กระบวนการที่ตัวแทนของสสารมืดทำอันตรกิริยากับอนุภาคสเกลาร์อื่นๆ ในแบบจำลอง ถูกเรียกว่า การประลัยร่วม (Co-annihilation) จากงานวิจัยของ Griest และ Seckel ในปี 1991 พวกเขาได้แสดงแนวความคิดการคำนวณปริมาณสสารมืดในปัจจุบันสำหรับกรณีการเกิดการประลัยร่วมในกรณีทั่วไป (Griest และ Seckel, 1991) และหากนำมาใช้กับแบบจำลองอินเนอร์ดับเบลตจะได้ว่า ภายใต้สมมาตร $\mathbb{Z}_2$ เมื่อ $\chi_i = \{\chi, A, \phi^\pm\}$ คือชนิดของอนุภาค (Class of particles) ที่อยู่นอกเหนือแบบจำลองมาตรฐาน ในกรณีที่ χ เป็นอนุภาคสเกลาร์ที่เบาที่สุด ($m_\chi \equiv m_1$) และเป็นตัวแทนสสารมืดในแบบจำลอง กระบวนการทั้งหมดที่ส่งผลต่อปริมาณของ χ_i มีดังนี้

$$\begin{aligned} \chi_i \chi_j &\leftrightarrow XX' \\ \chi_i X &\leftrightarrow \chi_j X' \\ \chi_j &\leftrightarrow \chi_i XX' \end{aligned} ,$$

โดยที่ X และ X' แทนอนุภาคใดๆ ในแบบจำลองมาตรฐาน สังเกตได้ว่า กระบวนการอื่นๆ นอกจากนี้เช่น $\chi_i \chi_j \leftrightarrow \chi_k X$ และ $\chi_i X \leftrightarrow XX'$ ไม่สามารถเกิดขึ้นได้เนื่องจากจะทำลายสมมาตร $\mathbb{Z}_2$ หากพิจารณาทั้งสามกระบวนการข้างต้น สำหรับกระบวนการ $\chi_j \leftrightarrow \chi_i XX'$ จะเกิดขึ้นได้ตลอดเวลาเมื่อ $m_i < m_j$ โดยที่ อนุภาค χ_j ใดๆ ทุกตัวสุดท้ายแล้วจะสลายตัวไปเป็น $\chi \equiv \chi_1$ นอกจากนี้ หากคำนวณอัตราการเกิดอันตรกิริยาในช่วงของการเกิด Freeze-out ของกระบวนการ $\chi_i X \leftrightarrow \chi_j X'$ และกระบวนการ $\chi_i \chi_j \leftrightarrow XX'$ ดังต่อไปนี้

$$\begin{aligned} \frac{\Gamma(\chi_i X \leftrightarrow \chi_j X')}{\Gamma(\chi_i \chi_j \leftrightarrow XX')} &= \frac{n_i n_X \sigma'_{ij}}{n_i n_j \sigma_{ij}} \approx \frac{T^{9/2} m_i^{3/2} \sigma'_{ij} e^{-m_i/T}}{T^3 m_i^{3/2} m_j^{3/2} \sigma_{ij} e^{-(m_i+m_j)/T}} \\ &\approx \left(\frac{T}{m_j} \right)^{3/2} e^{m_j/T} \end{aligned} \quad (3-8)$$

เมื่อ $\sigma'_{ij} \equiv \sigma(\chi_i X \leftrightarrow \chi_j X')$ และ $\sigma_{ij} \equiv \sigma(\chi_i \chi_j \leftrightarrow XX')$ มีค่าใกล้เคียงกัน จาก $m_1/T_f \sim 25$ ในกรณีที่มวลของอนุภาคสเกลาร์ต่างกันเพียงเล็กน้อย จะได้ว่า กระบวนการ $\chi_i X \leftrightarrow \chi_j X'$ มีอัตราการเกิดอันตรกิริยามากกว่ากระบวนการ $\chi_i \chi_j \leftrightarrow XX'$ ถึง 10^9

3.4.1 ศึกษาของสมการโบลต์มันซ์ในกรณีการเกิดการประลัยร่วม

ต่อมาเมื่อนำทั้งสามกระบวนการข้างต้นมาคำนวณหาปริมาณการเปลี่ยนแปลงของ χ_i ผ่านสมการโบลต์มันซ์จะได้ว่า

$$\frac{dn_i}{dt} = -3Hn_i - \sum_{j=1,X}^3 [\langle \sigma_{ij} v \rangle (n_i n_j - n_i^{\text{eq}} n_j^{\text{eq}}) + (\langle \sigma'_{ij} v \rangle n_i n_X - \langle \sigma'_{ji} v \rangle n_j n_{X'}) - \Gamma_{ij} (n_i - n_i^{\text{eq}})] \quad (3-9)$$

เมื่อ $\Gamma_{ij} \equiv \Gamma(\chi_j \leftrightarrow \chi_i XX')$ เนื่องจากทุกอนุภาคสเกลาร์ ภายหลังแล้วจะสามารถสลายตัวเป็น χ_1 ฉะนั้นการศึกษาการเปลี่ยนแปลงของทุกอนุภาคสเกลาร์ใน χ_i ตั้งแต่ช่วงแรกในการเกิดเอกภพจนถึงปัจจุบัน สุดท้ายแล้วถือเป็นการศึกษาการเปลี่ยนแปลงปริมาณ χ_1 ด้วยเช่นกัน ดังนั้นความหนาแน่นรวมของอนุภาค χ_i ทุกตัว ซึ่งเป็นผลจากการรวมสมการโบลต์มันซ์ของทุกๆ χ_i เขียนได้เป็น

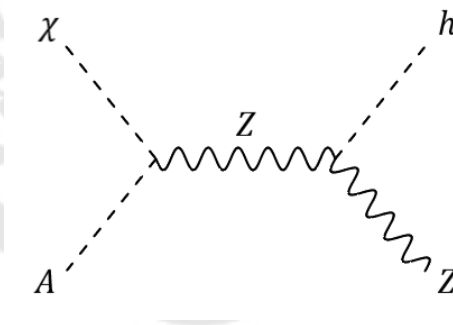
$$\begin{aligned} & \frac{d}{dt} \sum_{i=1}^3 n_i \\ &= -3H \sum_{i=1}^3 n_i \\ & - \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1,X}^3 \left[\langle \sigma_{ij} v \rangle (n_i n_j - n_i^{\text{eq}} n_j^{\text{eq}}) + (\langle \sigma'_{ij} v \rangle n_i n_X - \langle \sigma'_{ji} v \rangle n_j n_{X'}) - \Gamma_{ij} (n_i - n_i^{\text{eq}}) \right] \\ & \frac{dn}{dt} = -3Hn - \sum_{i,j=1}^3 \langle \sigma_{ij} v \rangle (n_i n_j - n_i^{\text{eq}} n_j^{\text{eq}}) \end{aligned} \quad (3-10)$$

โดยที่ $n \equiv \sum_{i=1}^3 n_i$ เนื่องจากกระบวนการ $\chi_i X \leftrightarrow \chi_j X'$ และ $\chi_j \leftrightarrow \chi_i X X'$ เป็นกระบวนการที่เปลี่ยนแปลงชนิดของอนุภาคจาก χ_i เป็น χ_j ซึ่งสุดท้ายแล้วยังคงรักษาจำนวนของอนุภาคที่อยู่นอกเหนือแบบจำลองมาตรฐานไว้ และมีเพียงกระบวนการ $\chi_i \chi_j \leftrightarrow X X'$ ที่เปลี่ยนแปลงจำนวนอนุภาคที่อยู่นอกเหนือแบบจำลองมาตรฐาน เพราะฉะนั้นการเปลี่ยนแปลงของผลรวมของความหนาแน่นจำนวนอนุภาคสเกลาร์ χ_i ขึ้นกับกระบวนการ $\chi_i \chi_j \leftrightarrow X X'$ เพียงกระบวนการเดียวเท่านั้น ดังสมการ (3-10) ดังนั้น สำหรับแบบจำลองอินเนอร์ทาบเบลดแล้ว นอกจากกระบวนการ $\chi\chi \leftrightarrow X X'$ ยังมีกระบวนการ $\chi A \leftrightarrow hZ$, $\chi\phi^\pm \leftrightarrow hW^\pm$, $A\phi^\pm \leftrightarrow hW^\pm$ และ $\phi^+\phi^- \leftrightarrow hZ$ ที่ส่งผลต่อการคำนวณความหนาแน่นของสสารมืดในปัจจุบัน

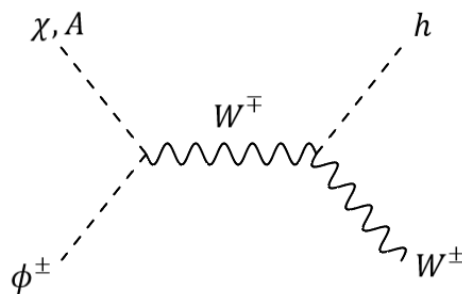
3.4.2 คำนวณภาคตัดขวางเพิ่มเติมสำหรับกระบวนการที่พิจารณาการเกิดการประลัยร่วม

จากอันตรกิริยาที่ได้จากลากรางเจียน เบื้องต้นสามารถวาดกระบวนการเพิ่มเติมที่เกี่ยวข้องกับการประลัยร่วมได้ดังนี้

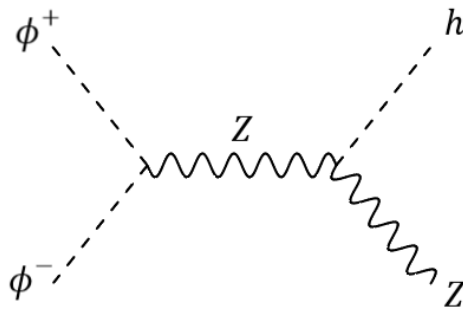
1. $\chi A \leftrightarrow hZ$



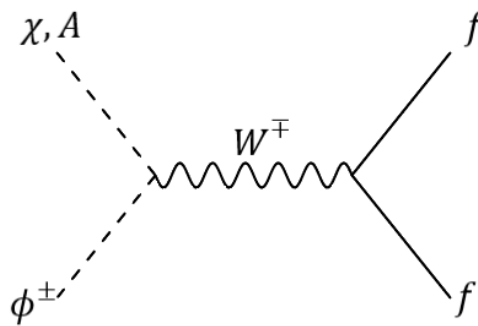
2. $\chi\phi^\pm \leftrightarrow hW^\pm$ และ $A\phi^\pm \leftrightarrow hW^\pm$



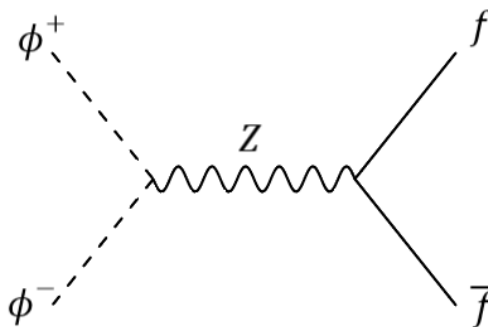
3. $\phi^+ \phi^- \leftrightarrow hZ$



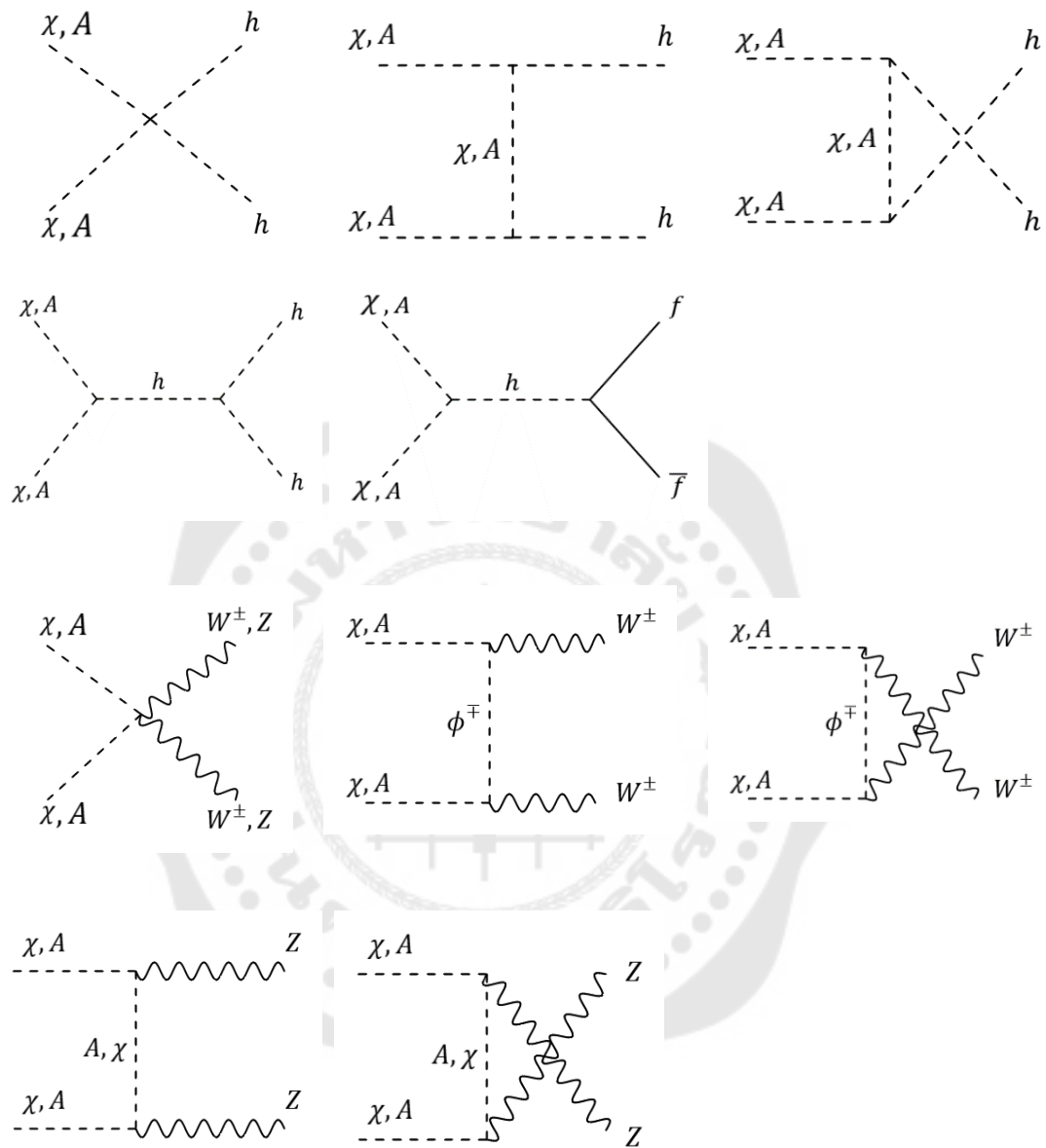
4. $\chi \phi^\pm \leftrightarrow f f' \Leftrightarrow A \phi^\pm \leftrightarrow f f'$



5. $\phi^+ \phi^- \leftrightarrow f \bar{f}$



และกระบวนการการเปลี่ยนคู่ของ AA เช่นเดียวกับ $\chi\chi \rightarrow XX'$



3.4.3 การคำนวณปริมาณสสารมืดในรูปของพารามิเตอร์ผลต่างของมวล

อนุภาคสเกลาร์

ในความเป็นจริงที่อัตราการเกิดกระบวนการ $\chi_i X \leftrightarrow \chi_j X'$ มีค่าสูงกว่ากระบวนการ $\chi_i \chi_j \leftrightarrow XX'$ มากมาตลอดนับตั้งแต่ช่วงแรกของเอกภพไปจนถึงช่วงหลังการเกิด Freeze-out ของอนุภาค χ_i ทำให้ อัตราส่วนของความหนาแน่นของจำนวนของ $\chi_i (n_i)$ เทียบกับผลรวมของความหนาแน่นของจำนวนอนุภาคที่อยู่นอกเหนือแบบจำลองมาตรฐาน (n) ยังถูกรักษาให้อยู่ในปริมาณที่สมดุลได้ กล่าวคือ $n_i/n \approx (n_i/n)^{\text{eq}}$ และเพื่อความสะดวก นิยามให้

$$r_i = \frac{n_i^{\text{eq}}}{n^{\text{eq}}} = \frac{g_i}{g_{\text{eff}}} (1 + \delta_i)^{3/2} e^{-x\delta_i} \quad (3-11)$$

เมื่อ $\delta_i = (m_i - m_1)/m_1$ และ $g_{\text{eff}} = \sum_{i=1}^3 g_i (1 + \delta_i)^{3/2} e^{-x\delta_i}$ สมการ (3-6) สามารถเขียนใหม่ได้ดังนี้

$$\begin{aligned} \frac{dn}{dt} &= -3Hn - \sum_{i,j=1}^3 \langle \sigma_{ij} v \rangle \left(\frac{nn_i^{\text{eq}}}{n^{\text{eq}}} \frac{nn_j^{\text{eq}}}{n^{\text{eq}}} - n_i^{\text{eq}} n_j^{\text{eq}} \right) \\ &= -3Hn - \sum_{i,j=1}^3 \langle \sigma_{ij} v \rangle \frac{n_i^{\text{eq}}}{n^{\text{eq}}} \frac{n_j^{\text{eq}}}{n^{\text{eq}}} (n^2 - n^{\text{eq}2}) \\ \frac{dn}{dt} &= -3Hn - \langle \sigma_{\text{eff}} v \rangle (n^2 - n^{\text{eq}2}) \end{aligned}$$

(3-12)

โดยที่

$\langle \sigma_{\text{eff}} v \rangle \equiv \sum_{i,j=1}^3 \langle \sigma_{ij} v \rangle \frac{n_i^{\text{eq}}}{n^{\text{eq}}} \frac{n_j^{\text{eq}}}{n^{\text{eq}}} = \sum_{i,j=1}^3 \langle \sigma_{ij} v \rangle \frac{g_i g_j}{g_{\text{eff}}^2} (1 + \delta_i)^{3/2} (1 + \delta_j)^{3/2} e^{-x(\delta_1 + \delta_2)}$ และ อุณหภูมิการเกิด Freeze-out (Kolb และ Turner, 1990) เขียนได้เป็น

$$x_f = \ln \frac{0.038 g_{\text{eff}} m_{\text{pl}} m_1 \langle \sigma_{\text{eff}} v \rangle}{g_*^{1/2} x_f^{1/2}} \quad (3-13)$$

และจากรูปแบบมาตรฐานของการกระจายภาคตัดขวาง $\sigma_{ij} = a_{ij} + b_{ij}v^2$, ค่าเฉลี่ยของผลคูณระหว่างภาคตัดขวางกับความเร็วสัมพัทธ์ $\langle\sigma v\rangle = a + \frac{6bT}{m}$ และอินทิกรัลของค่าเฉลี่ยของผลคูณระหว่างภาคตัดขวางกับความเร็วสัมพัทธ์ $J(x_f) = \int_{x_f}^{\infty} \frac{\langle\sigma v\rangle}{x^2} dx$ (Griest และ Seckel, 1991) โดยในงานวิจัยนี้ได้พิจารณากรณี $b = 0$ หรือเฉพาะเทอมที่ $\langle\sigma v\rangle$ ไม่ขึ้นกับอนุกรม (s-wave) กำหนดให้ $\sigma_{\text{eff}} = a_{\text{eff}}$ สามารถเขียน $J = a_{11}I_a/x_f$ เมื่อ

$$I_a = \frac{x_f}{a_{11}} \int_{x_f}^{\infty} \frac{a_{\text{eff}}}{x^2} dx, \quad (3-14)$$

ดังนั้นรูปของปริมาณสสารมืดในปัจจุบัน สามารถคำนวณได้จาก

$$\Omega h^2 = \frac{1.07 \times 10^9 x_f}{g_*^{1/2} m_{\text{pl}} (a_{11} I_a)} \quad (3-15)$$

3.5 กำหนดเกณฑ์เปรียบเทียบของมวลอนุภาคสเกลาร์ที่สนใจ และคำนวณหาค่าของพารามิเตอร์ในแบบจำลองอินเนอร์ทดับเบลตที่สอดคล้องกับเงื่อนไขขอบเขตและปริมาณสสารมืดในปัจจุบัน

3.6 แสดงแผนภาพพารามิเตอร์ในแบบจำลองอินเนอร์ทดับเบลตที่สอดคล้องกับเงื่อนไขขอบเขตและปริมาณสสารมืดในปัจจุบัน

3.7 วิเคราะห์หาขอบเขตของมวลของสสารมืดที่มากที่สุดที่เป็นไปได้ในแบบจำลองอินเนอร์ทดับเบลต

3.8 สรุปและอภิปราย

บทที่ 4

ผลการศึกษา

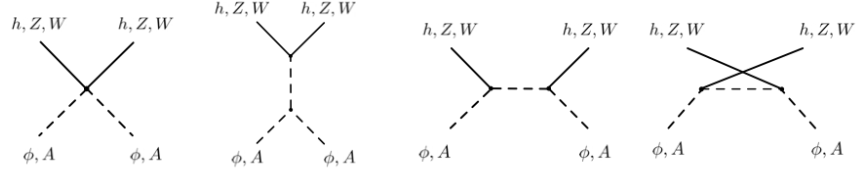
สำหรับในการศึกษาสมบัติและความเป็นไปได้ของตัวแทนสสารมืดในแบบจำลองอินเนิร์ทดับเบิลตในแต่ละช่วงเกณฑ์เปรียบเทียบ เพื่อให้บรรลุผลตามความมุ่งหมายหลักของงานวิจัย คือ การหามวลสูงสุดของตัวแทนสสารมืด ผ่านขั้นตอนตามแผนการวิจัย ผลการศึกษาในงานนี้สามารถแบ่งเป็น 4 ส่วนหลัก ดังนี้

1. ผลลัพธ์ของรูปทั่วไปของภาคตัดขวาง
2. ผลลัพธ์ของการศึกษาภาคตัดขวางยังผล
3. ผลลัพธ์ของการวิเคราะห์ขอบเขตของพารามิเตอร์อิสระ
4. ผลลัพธ์ของมวลสูงสุดของสสารมืดในแต่ละช่วงเกณฑ์

ในแบบจำลองดับเบิลตนี้มีอนุภาคสองตัวที่สามารถเป็นตัวแทนของสสารมืด อันได้แก่ ϕ และ A ที่อยู่ในดับเบิลตที่เพิ่มเข้ามา ทั้งสองนี้มีคุณสมบัติเป็นอนุภาคสเกลาร์ที่มีประจุไฟฟ้าเป็นกลาง และจากสมมาตร Z_2 อนุภาคนี้ไม่สามารถสลายตัวไปเป็นอนุภาคในแบบจำลองมาตรฐานได้ ซึ่งกระบวนการหลักที่พิจารณาในแบบจำลองนี้ แบ่งเป็นสองประเภท ได้แก่ กระบวนการการประลัยคู่ (annihilation process) และ กระบวนการประลัยร่วม (co-annihilation process) เหตุผลของการพิจารณาทั้งสองกระบวนการนี้ คือ ต้องการกระบวนการที่ทำให้ได้ปริมาณสสารมืดเท่ากับปริมาณที่วัดได้ในปัจจุบัน สำหรับช่วงที่มวลสเกลาร์มีค่าสูงนั้น มีความเป็นไปได้ของพื้นที่พารามิเตอร์อยู่มาก ทำให้เราสามารถใช้ในการกระจายที่ $m_\chi \gg v, m_{SM}$ ของภาคตัดขวางในแต่ละชนิดที่ได้ โดยเก็บเฉพาะเทอมที่มีลักษณะเป็น s-wave หรือเทอมที่เป็นอิสระต่อความเร็วสัมพัทธ์ของสสารมืด และละทิ้งเทอมที่มีขนาดเล็ก $\mathcal{O}(v^2/m_\chi^2)$ สำหรับทั้งสองกรณีของตัวแทนสสารมืดที่จะนำไปวิเคราะห์หาขอบเขตของมวลสูงสุดนั้นจะถูกพิจารณาผ่านวิธีการเดียวกัน ฉะนั้นการเขียนรูปทั่วไปของภาคตัดขวางที่ขึ้นกับมวลของสเกลาร์โดยตรง จะสามารถแสดงความสำคัญของแต่ละกระบวนการ ผ่านค่าคู่ควบ $\lambda_3, \lambda_4, \lambda_5$ และมวลของอนุภาคในแบบจำลองมาตรฐานอื่นๆ ได้ รูปทั่วไปของกระบวนการทั้งหมดในช่วงที่มวลสเกลาร์ที่มีค่าสูง มีดังนี้

4.1.1 กระบวนการประลัยคู่

4.1.1.1 กระบวนการประลัยคู่ $\phi\phi$ และ AA



ภาพประกอบ 16 กระบวนการประลัยคู่ $\phi\phi$ และ AA ที่มีความสำคัญในช่วงที่มวลสเกลาร์มีค่า

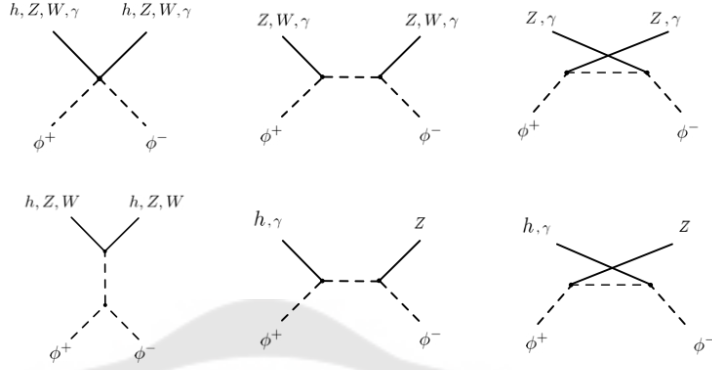
สูง

$$\begin{aligned}
 \langle \sigma v(\phi\phi \rightarrow WW) \rangle &= \frac{1}{8\pi m_\phi^2} \left[\left(\lambda_L + \frac{m_{\phi^+}^2 - m_\phi^2}{v^2} \right)^2 + \frac{2m_W^4}{v^4} \right], \\
 \langle \sigma v(\phi\phi \rightarrow ZZ) \rangle &= \frac{1}{16\pi m_\phi^2} \left[\left(\lambda_L + \frac{m_A^2 - m_\phi^2}{v^2} \right)^2 + \frac{2m_Z^4}{v^4} \right], \\
 \langle \sigma v(\phi\phi \rightarrow hh) \rangle &= \frac{\lambda_L^2}{16\pi m_\phi^2}.
 \end{aligned}
 \tag{4-1}$$

ϕ และ A มีอันตรกิริยากับอนุภาคในแบบจำลองมาตรฐานผ่านฮิกส์ในลักษณะเดียวกันต่างกันเพียงค่าคู่ควบ นั่นคือ λ_L และ λ_R ฉะนั้น การประลัยคู่ของ AA สามารถเขียนในรูปเดียวกับการประลัยคู่ของ $\phi\phi$ เพียงเปลี่ยน $\lambda_L \rightarrow \lambda_R$ และ $m_\phi \leftrightarrow m_A$

$$\begin{aligned}
 \langle \sigma v(AA \rightarrow WW) \rangle &= \frac{1}{8\pi m_A^2} \left[\left(\lambda_R + \frac{m_{\phi^+}^2 - m_A^2}{v^2} \right)^2 + \frac{2m_W^4}{v^4} \right], \\
 \langle \sigma v(AA \rightarrow ZZ) \rangle &= \frac{1}{16\pi m_A^2} \left[\left(\lambda_R + \frac{m_\phi^2 - m_A^2}{v^2} \right)^2 + \frac{2m_Z^4}{v^4} \right], \\
 \langle \sigma v(AA \rightarrow hh) \rangle &= \frac{\lambda_R^2}{16\pi m_A^2}.
 \end{aligned}
 \tag{4-2}$$

4.1.1.2 กระบวนการประลัยคู่ $\phi^+\phi^-$



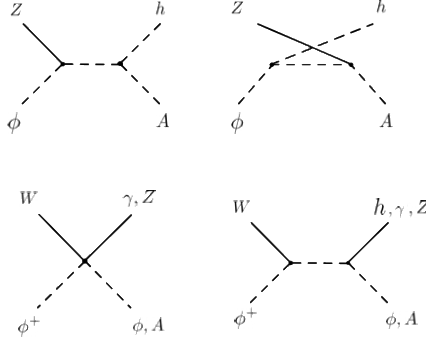
ภาพประกอบ 17 กระบวนการประลัยคู่ $\phi^+\phi^-$ ที่มีความสำคัญในช่วงที่มวลสเกลาร์มีค่าสูง

ϕ^+ เป็น อนุภาคสเกลาร์ที่มีประจุและมีอันตรกิริยากับเกจโบซอนในแบบจำลองมาตรฐานผ่าน เทอมโควาเลี่ยนเดลิเวทีฟ (co-variant derivative term) ที่แสดงใน ภาคผนวก ข และมีจำนวนกระบวนการที่เกี่ยวข้องกับการเปลี่ยนแปลงของจำนวนตัวแทนสสารมีมากกว่าจำนวนของกระบวนการการประลัยคู่ของ $\phi\phi$ และ AA ดังนี้

$$\begin{aligned}
 \langle \sigma v(\phi^+\phi^- \rightarrow WW) \rangle &= \frac{1}{8\pi m_{\phi^+}^2} \left[\left(\lambda_3 + \frac{m_A^2 - m_{\phi^+}^2}{2v^2} + \frac{m_\phi^2 - m_{\phi^+}^2}{2v^2} \right)^2 + \frac{2m_W^4}{v^4} \right], \\
 \langle \sigma v(\phi^+\phi^- \rightarrow ZZ) \rangle &= \frac{1}{16\pi m_{\phi^+}^2} \left(\frac{\lambda_3^2}{4} + 2c_{2w}^4 \frac{m_Z^4}{v^4} \right), \\
 \langle \sigma v(\phi^+\phi^- \rightarrow hh) \rangle &= \frac{1}{16\pi m_{\phi^+}^2} \left(\lambda_L + \frac{m_{\phi^+}^2 - m_\phi^2}{v^2} \right)^2, \\
 \langle \sigma v(\phi^+\phi^- \rightarrow hZ) \rangle &= \frac{c_{2w}^2 \lambda_3^2}{8\pi m_{\phi^+}^2}, \\
 \langle \sigma v(\phi^+\phi^- \rightarrow \gamma\gamma) \rangle &= \frac{s_{2w}^4}{8\pi m_{\phi^+}^2} \frac{m_Z^4}{v^4}, \\
 \langle \sigma v(\phi^+\phi^- \rightarrow \gamma Z) \rangle &= \frac{c_{2w}^2 s_{2w}^2}{4\pi m_{\phi^+}^2} \frac{m_Z^4}{v^4}.
 \end{aligned}$$

(4-3)

4.1.2 กระบวนการประลัยร่วม



ภาพประกอบ 18 co-annihilation กระบวนการประลัยร่วม ϕA , $\phi\phi^+$ และ $A\phi^+$

ที่มีความสำคัญในช่วงที่มวลสเกลาร์มีค่าสูง

4.1.2.1 กระบวนการประลัยร่วมของ $\phi^+\phi$

$$\begin{aligned}\langle\sigma v(\phi^+\phi \rightarrow Wh)\rangle &= \frac{(\lambda_3 - 2\lambda_L)^2}{8\pi(m_{\phi^+} + m_\phi)^2}, \\ \langle\sigma v(\phi^+\phi \rightarrow WZ)\rangle &= \frac{1}{8\pi(m_{\phi^+} + m_\phi)^2} \left(\frac{[(1 - c_{2w})(m_{\phi^+}^2 - m_\phi^2) - 2(m_{\phi^+}^2 - m_A^2)]^2}{4v^4} + \frac{2(1 - c_{2w})^2 m_W^2 m_Z^2}{v^4} \right), \\ \langle\sigma v(\phi^+\phi \rightarrow W\gamma)\rangle &= \frac{s_{2w}^2}{4\pi(m_{\phi^+} + m_\phi)^2} \frac{m_W^2 m_Z^2}{v^4}.\end{aligned}\tag{4-4}$$

4.1.2.2 กระบวนการประลัยร่วมของ ϕ^+A

การประลัยร่วมของ ϕ^+A สามารถเขียนได้เช่นเดียวกับ การประลัยร่วมของ $\phi^+\phi$ เพียงเปลี่ยน $\lambda_L \rightarrow \lambda_R$ และ $m_\phi \leftrightarrow m_A$

$$\begin{aligned}\langle\sigma v(\phi^+A \rightarrow Wh)\rangle &= \frac{(\lambda_3 - 2\lambda_R)^2}{8\pi(m_{\phi^+} + m_A)^2}, \\ \langle\sigma v(\phi^+A \rightarrow WZ)\rangle &= \frac{1}{8\pi(m_{\phi^+} + m_A)^2} \left(\frac{[(1 - c_{2w})(m_{\phi^+}^2 - m_A^2) - 2(m_{\phi^+}^2 - m_\phi^2)]^2}{4v^4} + \frac{2(1 - c_{2w})^2 m_W^2 m_Z^2}{v^4} \right), \\ \langle\sigma v(\phi^+A \rightarrow W\gamma)\rangle &= \frac{s_{2w}^2}{4\pi(m_{\phi^+} + m_A)^2} \frac{m_W^2 m_Z^2}{v^4}.\end{aligned}\tag{4-5}$$

4.1.2.3 กระบวนการประลัยร่วมของ ϕA

$$\langle \sigma v(\phi A \rightarrow Zh) \rangle = \frac{\lambda_5^2}{2\pi (m_\phi + m_A)^2}. \quad (4-6)$$

หัวข้อนี้ได้แสดงผลลัพธ์ของกระบวนการประลัยคู่และกระบวนการประลัยร่วมในแต่ละช่องทางที่ได้อนุภาคในแบบจำลองมาตรฐาน หัวข้อถัดไป เราจะนำข้อมูลที่ได้นี้ไปประกอบเข้ากับความเข้าใจในกระบวนการสร้างปริมาณของสสารมืดภายหลังเกิดบิกแบงผ่านสมการโบลตซ์มานน์ จากนั้นเราจะสามารถเขียนกระบวนการทั้งหมดในรูปของภาคตัดขวางยังผล (effective cross-section) เพื่อพิจารณาการเปลี่ยนแปลงของปริมาณสสารมืดในแบบจำลองนี้ตั้งแต่อดีตจนถึงปัจจุบัน

4.2 ผลลัพธ์ของการศึกษาภาคตัดขวางยังผล

จากการศึกษา (Griest และ Seckel, 1991) ปริมาณความหนาแน่นของพลังงานของสสารมืดในแบบจำลองหนึ่งๆ จะขึ้นอยู่กับอันตรกิริยาระหว่างตัวแทนของสสารมืดและอนุภาคอื่นๆ ในแบบจำลอง เราสามารถเขียน σ_{eff} ที่ขึ้นกับ พารามิเตอร์ของผลต่างของมวลของตัวแทนสสารมืด $\delta_i = (m_i - m_\phi)/m_\phi$ ได้ดังนี้

$$\sigma_{eff} = \sum_{ij} \frac{g_i g_j}{g_{eff}^2} \sigma_{ij} (1 + \delta_i)^{3/2} (1 + \delta_j)^{3/2} e^{-x(\delta_i + \delta_j)} \quad (4-7)$$

เมื่อ $g_{eff} = \sum_{ij} g_i (1 + \delta_i)^{3/2} \exp(-x\delta_i)$ เป็นจำนวนของดีกรีอิสระยังผล และ $x \equiv m/T$ โดยในช่วงที่มวลของตัวแทนสสารมืดมีค่าสูงเทียบกับ ค่าคาดหวังทางสัณฐานภาค และมวลของอนุภาคในแบบจำลองมาตรฐาน ($m_\chi \gg v, m_{SM}$) สำหรับงานวิจัยนี้ได้นิยามพารามิเตอร์ของผลต่างของกำลังสองของมวล เป็น $\Delta_i^2 = m_i^2 - m_\chi^2$ และเพื่อทำการเปรียบเทียบผลของภาคตัดขวางที่ช่วงมวลสูง ระหว่างพารามิเตอร์ในงานวิจัย Δ_i^2 กับ พารามิเตอร์ในงานวิจัยของ และคณะ พารามิเตอร์ทั้งสองสามารถจัดรูปเป็น

$$\begin{aligned}\frac{\Delta_i^2}{m_i + m_\chi} &= (m_i - m_\chi) \\ \frac{\Delta_i^2}{m_\chi(m_i + m_\chi)} &= \frac{(m_i - m_\chi)}{m_\chi} \\ &= \delta_i\end{aligned}$$

หากทำการหาลิมิตของเทอมฝั่งซ้ายที่มวลของสสารมืดมีค่าสูง จากความสัมพันธ์ข้างต้น จะได้ว่า

$$\begin{aligned}\lim_{m_\chi \rightarrow \infty} \frac{\Delta_i^2}{m_\chi(m_i + m_\chi)} &= \lim_{m_\chi \rightarrow \infty} \frac{(\sqrt{\Delta_i^2 + m_\chi^2} - m_\chi)}{m_\chi} \\ &= \lim_{m_\chi \rightarrow \infty} \sqrt{\frac{\Delta_i^2}{m_\chi^2} + 1} - 1 \\ &= 0\end{aligned}$$

ผลที่ได้ คือ $\lim_{m_\chi \rightarrow \infty} \delta_i = 0$

และ ในแบบจำลองดับเบเลตที่ประกอบด้วย อนุภาคสเกลาร์จริง (real scalar) สองตัว ϕ, A และ อนุภาคสเกลาร์เชิงซ้อน (complex scalar) หนึ่งตัว ϕ^+ จำนวนดีกรีอิสระเขียนได้เป็น $g_\phi = 1, g_\phi = 1$ และ $g_{\phi^+} = 2$ ดังนั้น ภาคตัดขวางยังผลนี้ สามารถเขียนให้อยู่ในรูปของผลรวมค่า ถ่วงน้ำหนักของ g_ϕ, g_A และ g_{ϕ^+} โดยที่ g_{eff} ลดรูป เป็นเพียงตัวเลข $1 + 1 + 2 = 4$. สำหรับกรณีที่ ϕ เป็นสสารมืด $m_\chi = m_\phi$ กำหนดให้ $m_\phi < m_A < m_{\phi^+}$ จาก ศักย์สเกลาร์ของแบบจำลองดับเบเลต พารามิเตอร์ของผลต่างของกำลังสองของมวล เขียนได้ดังนี้

$$\begin{aligned}\Delta_0^2 &\equiv m_A^2 - m_\phi^2 \\ \Delta_+^2 &\equiv m_{\phi^+}^2 - m_\phi^2\end{aligned}$$

(4-8)

และจากภาคตัดขวางจากกระบวนการประลัยคู่และกระบวนการประลัยร่วมทั้งหมดใน
หัวข้อก่อนหน้า เมื่อค่าคู่ควบ λ_R ที่เกี่ยวข้องกับอันตรกิริยาระหว่าง A และอนุภาคฮิกส์สามารถ
เขียนได้เป็น $\lambda_L + \Delta_0^2/v^2$ เราสามารถเขียน σ_{eff} ในรูปของฟังก์ชันที่เป็นส่วนกลับของกำลัง
สองของมวลของสสารมืด ได้เป็น

$$\sigma_{\text{eff}} = \frac{1}{16\pi m_\chi^2} \left[(3 + 2c_{2w}^2)\lambda_L^2 + \frac{5\Delta_0^2 + (14 + 16c_{2w}^2)\Delta_+^2}{4v^2} \lambda_L + R \right] \equiv \frac{f(\lambda_L, \Delta_0^2, \Delta_+^2)}{16\pi m_\chi^2}, \quad (4-9)$$

เมื่อ

$$Rv^4 = (45 - 2c_{2w} + c_{2w}^2) \frac{\Delta_0^4}{64} + (57 - 2c_{2w} + 65c_{2w}^2) \frac{\Delta_+^4}{32} - (1 + c_{2w})^2 \frac{\Delta_0^2 \Delta_+^2}{32} \\ + \frac{3}{2} m_W^4 + \frac{3}{4} m_Z^4 + \frac{1 - c_{2w}}{2} m_W^2 m_Z^2.$$

ทางซ้ายมือของสมการ (4-9) ค่าของ σ_{eff} เมื่อใช้การประมาณและเฉลี่ยผ่านช่วงของอนุภูมิภาค
กำหนดด้วยค่า $\langle\sigma v\rangle_{\text{thermal}} \simeq (2.2 - 3.0) \times 10^{-26} \text{ cm}^3/\text{s}$ หรือ $(1.86 - 2.54) \times 10^{-9} \text{ GeV}^{-2}$ ด้วยช่วงความละเอียดที่แตกต่างกันสำหรับการคำนวณอ้างอิงจาก
(Steigman, 2012) ค่าดังกล่าวเป็น ภาคตัดขวางการประลัยคู่ของสสารมืดที่ทำให้ได้ปริมาณความ
หนาแน่นของสสารมืด เท่ากับ ค่าที่วัดได้ทางจักรวาลวิทยาในปัจจุบัน $\Omega_\chi h^2 \simeq 0.1200 \pm 0.0012$ (Aghanim, 2020)

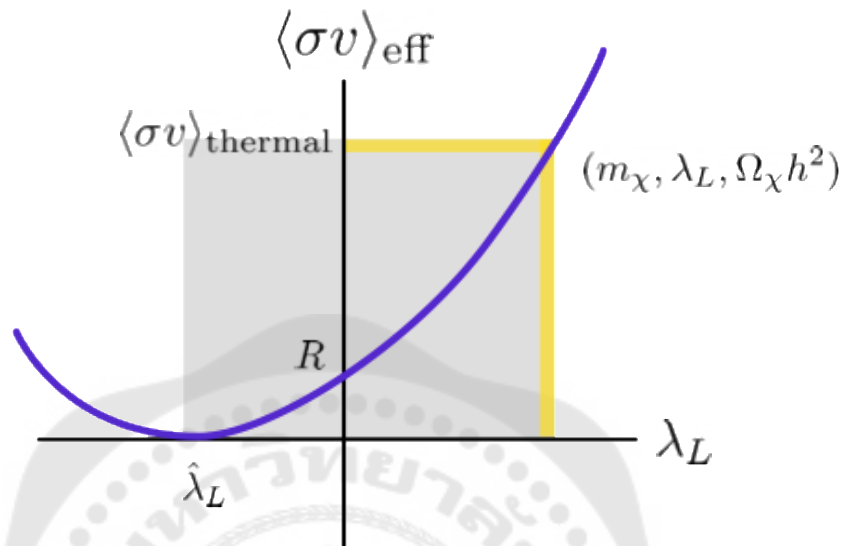
ในหัวข้อถัดไป เราใช้ค่าภาคตัดขวางเฉลี่ยของอนุภูมิภาคที่คำนวณได้ คือ $2.6 \times 10^{-26} \text{ cm}^3/\text{s}$ ด้วยวิธีคำนวณดังแผนภาพการคำนวณได้ในภาคผนวก [relic density] และ
ค่ามาตรฐานที่นิยมใช้ในงานวิจัยสสารมืดชนิด WIMPs ประกอบกับ การวิเคราะห์ขอบเขตความ
เสถียรของอนุภาค, perturbativity และ unitarity คำนวณหาค่าสูงสุดของมวลของสสารมืด
กล่าวคือ จาก

$$\sigma_{\text{eff}} = \frac{1}{16\pi m_\chi^2} f(\lambda_L, \Delta_0^2, \Delta_+^2)$$

ในทางขวาของสมการข้างต้น หากฟังก์ชัน $f(\lambda_L, \Delta_0^2, \Delta_+^2)$ มีค่ามากขึ้น พร้อมกับการเพิ่มขึ้นของมวลของตัวแทนสสารมืด และยังคงสอดคล้องกับปริมาณสสารมืดที่วัดได้ ภายใต้เงื่อนไขขอบเขตทางทฤษฎีจะสามารถกำหนดช่วงที่เป็นไปได้ของพารามิเตอร์ λ_L , Δ_0^2 และ Δ_+^2 ซึ่งทำให้เราสามารถคำนวณหามวลสูงสุดของตัวแทนสสารมืด m_χ ในแบบจำลองดับเบิลได้ อย่างไรก็ตามความเป็นไปได้ของการมีอนุภาคอยู่นั้น สามารถอธิบายผ่านความหนาแน่นของจำนวนอนุภาค เพราะฉะนั้น การอธิบายอันตรกิริยาระหว่างสสารมืดนั้น จำเป็นอธิบายผ่าน $\langle\sigma v\rangle$ ที่เป็นผลคูณของฟังก์ชันการกระจายของความเร็วและนำมาเฉลี่ยเทียบกับพลังงานในแต่ละอุณหภูมิ ทำให้เราสามารถเขียน $\langle\sigma v\rangle_{\text{eff}}$ ออกมาได้ โดยที่มาของ $\langle\sigma v\rangle$ ได้อธิบายเพิ่มเติมในภาคผนวก ง และจากสมการ (4-9) ที่เป็นฟังก์ชันลักษณะพาราโบลาหงายของพารามิเตอร์ λ_L พบว่า จุดต่ำสุดของฟังก์ชัน คือ

$$\begin{aligned} \frac{d}{d\lambda_L} \sigma_{\text{eff}} \Big|_{\lambda_L = \hat{\lambda}_L} &= 0 \\ \hat{\lambda}_L &= -\frac{5\Delta_0^2 + (14 + 16c_{2w}^2)\Delta_+^2}{8(3 + 2c_{2w}^2)v^2}, \end{aligned} \quad (4-10)$$

จุดนี้มีค่าเป็นลบเสมอ สำหรับค่า Δ_0^2 และ Δ_+^2 ใดๆ โดยลักษณะของฟังก์ชัน $\langle\sigma v\rangle_{\text{eff}}$ ที่วิเคราะห์เบื้องต้น แสดงดัง ภาพประกอบ 19 ความสำคัญของการพิจารณาจุดของค่าฟังก์ชันนี้คือ หากค่าขอบเขตของ λ_L หรือ ค่าที่น้อยที่สุดที่เป็นไปได้ของค่าคู่ควบ $\lambda_{L,\text{min}}$ ที่ได้จากเงื่อนไขทางทฤษฎีในหัวข้อถัดไป มีค่ามากกว่า $\hat{\lambda}_L$ หรือ $\lambda_{L,\text{min}} > \hat{\lambda}_L$ จะเป็นการยืนยันว่า ค่าของฟังก์ชันภาคตัดขวางยังผลนั้น จะเป็นฟังก์ชันเพิ่มตลอดช่วงที่ $\lambda_{L,\text{min}} < \lambda_L < \lambda_{L,\text{max}}$ ในทางตรงกันข้าม หากค่าที่น้อยที่สุดของค่าคู่ควบจากทฤษฎีมีค่าน้อยกว่า $\lambda_{L,\text{min}} < \hat{\lambda}_L$ จะได้ว่า ฟังก์ชันของภาคตัดขวางจะมีจุดวกกลับของฟังก์ชันเกิดขึ้น ณ จุดที่ $\lambda_L = \hat{\lambda}_L$ ซึ่งจะส่งผลต่อการคำนวณค่าที่มากที่สุดของมวลสสารมืด



ภาพประกอบ 19 แผนภาพลักษณะของฟังก์ชันภาคตัดขวางยังผลในอุณหภูมิจำลองสำหรับกรณีที่เป็นสสารมืดในแบบจำลองอินเนอร์ทดับเบลต โดย จุดตัดของเส้นที่เหลือง แทน บริเวณที่สอดคล้องกับภาคตัดขวางในอุณหภูมิจำลอง $\langle\sigma v\rangle_{\text{thermal}}$ ที่ทำให้ได้ปริมาณสสารมืดเท่ากับปัจจุบัน $\Omega_\chi h^2 \simeq 0.1200 \pm 0.0012$

จากภาพประกอบ 19 เส้นสีม่วง แสดงถึง ลักษณะฟังก์ชันภาคตัดขวางยังผล ในสมการ (4-9) พื้นที่สีเทา แสดงถึง ช่วงที่ฟังก์ชันมีค่าเพิ่มขึ้นเมื่อ $\hat{\lambda}_L$ แทน จุดที่ทำให้ฟังก์ชันมีค่าน้อยที่สุด หรือ จุดวกกลับของฟังก์ชัน จุดตัดของเส้นสีเหลือง แสดงถึง ช่วงที่ค่าคู่ควบ λ_L และค่าฟังก์ชันของภาคตัดขวางที่มีค่าใกล้เคียงค่าภาคตัดขวางของอุณหภูมิจำลองที่ทำให้ได้ปริมาณสสารมืดเท่ากับปัจจุบัน

4.3 ผลลัพธ์ของการวิเคราะห์ขอบเขตของพารามิเตอร์อิสระ

จากงานวิจัยก่อนหน้านี้ (Treesukrat และ Uttayarat, 2019; Arcadi, 2020) สำหรับตัวแทนของสสารมืดที่มีสมบัติตามอนุภาคสเกลาร์ในแบบจำลองอินเนอร์ทดับเบลต พบว่า ในช่วงที่มวลของสสารมืดมีค่าต่ำ หรือ $m_\chi < m_W$ พื้นที่ความเป็นไปได้ของสสารมืดถูกจำกัดให้แคบลงเป็นอย่างมาก ทั้งจากเงื่อนไขการสลายตัวที่มองไม่เห็นของอนุภาคฮิกส์ (Aad, 2022; Tumasyan, 2022) เงื่อนไขการตรวจจับสสารมืดทางตรง (Aalbers, 2023; Aprile, 2023) และเงื่อนไขการตรวจจับสสารมืดทางอ้อม (Ahnen, 2016) แต่สำหรับในช่วงที่มวลของสสารมืดมีค่าสูง หรือ

$m_\chi > 500 \text{ GeV}$ นั้น พื้นที่ความเป็นไปได้ของการมีอยู่ของสสารมืดจากแบบจำลองดับเบิ้ลต์ ยังคงเปิดกว้างและรอการตรวจสอบในอนาคตอันใกล้ เนื่องจากความสามารถในการตรวจจับ สสารมืดปัจจุบันยังถูกจำกัดที่มวลของสสารมืดในระดับ TeV ในขณะที่เงื่อนไขจากการทดลองยัง รอการพัฒนาให้สามารถตรวจจับที่มวลสูงขึ้นไปนั้น เงื่อนไขทางทฤษฎียังคงเป็นจริงเสมอในทุก ช่วงมวลของสสารมืด ดังนั้นในหัวนี้ เราจะทำการวิเคราะห์ขอบเขตเงื่อนไขทางทฤษฎี อันได้แก่ เงื่อนไขความเสถียรของสุญญากาศ เงื่อนไข perturbativity และเงื่อนไข unitarity ผ่านการเขียนใน รูปของพารามิเตอร์อิสระ $\lambda_2, \lambda_L, \Delta_0^2$ และ Δ_+^2 ดังนี้

4.3.1 เงื่อนไขความเสถียรของสุญญากาศ

$$\lambda_1, \lambda_2 > 0$$

$$m_h^2/v^2 > 0 \text{ และ } \lambda_2 > 0$$

(4-11)

$$\lambda_3 > -\sqrt{\lambda_1 \lambda_2}$$

$$2\lambda_L - (\lambda_4 + \lambda_5) > -\frac{m_h}{v} \sqrt{\lambda_2}$$

$$\lambda_L > -\frac{m_h}{2v} \sqrt{\lambda_2} - \frac{\Delta_+^2}{v^2}$$

(4-12)

$$\lambda_3 + \lambda_4 - |\lambda_5| > -\sqrt{\lambda_1 \lambda_2}$$

กรณีที่ ϕ เป็นตัวแทนสสารมืด จะได้ว่า $\lambda_5 < 0$ จาก $\lambda_5 = -\Delta_0^2/v^2$ เงื่อนไขนี้ เขียนเป็น

$$\lambda_3 + \lambda_4 + \lambda_5 > -\sqrt{\lambda_1 \lambda_2}$$

$$\lambda_L > -\frac{m_h}{2v} \sqrt{\lambda_2}$$

(4-13)

จากเงื่อนไขความเสถียรทางสุญญากาศข้างต้น ทำให้ได้ ขอบเขตล่างของค่าคู่ควบ λ_L ที่ขึ้นกับ λ_2 ที่มีบทบาทมากที่สุดเทียบกับขอบเขตล่างอื่น นั่นคือเงื่อนไขในสมการ (4-13) และจากเงื่อนไขในสมการ (4-11) ได้กำหนดค่าที่น้อยที่สุดของพารามิเตอร์อิสระ λ_2

4.3.2 เงื่อนไข perturbativity และเงื่อนไข unitarity

$$|\lambda_i| < 4\pi$$

(4-14)

$$3(\lambda_1 + \lambda_2) + \sqrt{9(\lambda_1 - \lambda_2)^2 + (2\lambda_3 + \lambda_4)^2} < 16\pi$$

$$\lambda_L < \frac{1}{2} \sqrt{(8\pi - 3m_h^2/v^2)(8\pi - 3\lambda_2)} - \frac{1}{4} \frac{\Delta_0^2}{v^2} - \frac{1}{2} \frac{\Delta_+^2}{v^2}$$

(4-15)

$$(\lambda_1 + \lambda_2) + \sqrt{(\lambda_1 - \lambda_2)^2 + 4\lambda_4^2} < 16\pi$$

$$\lambda_2 < 8\pi - \frac{\left(\frac{\Delta_0^2}{2v^2} - \frac{\Delta_+^2}{v^2}\right)^2}{4(8\pi - m_h^2/v^2)}$$

(4-16)

$$(\lambda_1 + \lambda_2) + \sqrt{(\lambda_1 - \lambda_2)^2 + 4\lambda_5^2} < 16\pi$$

$$\lambda_2 < 8\pi - \frac{\left(\frac{\Delta_0^2}{v^2}\right)^2}{4(8\pi - m_h^2/v^2)}$$

(4-17)

$$\lambda_3 + 2\lambda_4 \pm 3\lambda_5 < 8\pi$$

$$\lambda_L < 4\pi + \frac{1}{2} \frac{\Delta_0^2}{v^2} + \frac{\Delta_+^2}{v^2}$$

(4-18)

และ

$$\lambda_L < 4\pi - \frac{5}{2} \frac{\Delta_0^2}{v^2} + \frac{\Delta_+^2}{v^2}$$

(4-19)

$$\lambda_3 \pm \lambda_4 < 8\pi$$

$$\lambda_L < 4\pi - \frac{1}{2} \frac{\Delta_0^2}{v^2}$$

(4-20)

และ

$$\lambda_L < 4\pi + \frac{1}{2} \frac{\Delta_0^2}{v^2} - 2 \frac{\Delta_+^2}{v^2}$$

(4-21)

$$\lambda_3 \pm \lambda_5 < 8\pi$$

$$\lambda_L < 4\pi - \frac{1}{2} \frac{\Delta_0^2}{v^2} - \frac{\Delta_+^2}{v^2}$$

(4-22)

และ

$$\lambda_L < 4\pi + \frac{1}{2} \frac{\Delta_0^2}{v^2} - \frac{\Delta_+^2}{v^2}$$

(4-23)

เงื่อนไข unitarity ข้างต้น พบว่า เงื่อนไขสมการ (4-15) เป็นขอบเขตบนของค่าคู่ควบ λ_L เพียงหนึ่งเดียวที่ขึ้นกับพารามิเตอร์ λ_2 เงื่อนไขนี้ไม่เพียงแต่ทำให้ทราบค่ามากที่สุดของ λ_L ที่เป็นไปได้สำหรับค่าเฉพาะ Δ_0^2, Δ_+^2 ชุดหนึ่ง แต่ยังรวมไปถึงข้อจำกัดภายใต้เทอมของรากที่สองที่กำหนดให้ค่าของพารามิเตอร์ λ_2 ให้มีค่าจำกัดที่ $\lambda_2 \leq 8\pi/3$ และหากพิจารณาเงื่อนไขนี้รวมเข้ากับเงื่อนไขอื่นที่เกี่ยวข้องกับ λ_2 อันได้แก่ เงื่อนไขสมการ (4-11) , (4-16) และ (4-17) จะได้ว่า เงื่อนไขที่มีบทบาทต่อพารามิเตอร์ λ_2 มากที่สุด เขียนได้เป็น $0 < \lambda_2 \leq 8\pi/3$ ช่วงของค่าพารามิเตอร์อิสระ λ_2 ที่ได้นี้ ส่งผลโดยตรงต่อขอบเขตล่างของ λ_L ในเงื่อนไข (4-13) ซึ่งเป็นขอบเขตล่างที่มีอิทธิพลมากที่สุดของช่วงที่ λ_L มีค่าติดลบ หรือคือ $\lambda_{L,min}$ ที่สอดคล้องกับทุกขอบเขตล่าง และค่าต่ำสุดที่เป็นไปได้คือ

$$\lambda_{L,min} = -\frac{m_h}{2v} \sqrt{\lambda_{2,max}}$$

$$\simeq -0.74$$

(4-24)

พบว่า ค่าต่ำสุดของ $\lambda_{L,min}$ ที่ได้จากเงื่อนไข unitarity มีค่ามากกว่า จุดต่ำที่สุดของฟังก์ชันภาคตัดขวางยังผล $\hat{\lambda}_L$ หรือ $\lambda_{L,min} > \hat{\lambda}_L$ หมายความว่า ฟังก์ชัน $f(\lambda_L, \Delta_0^2, \Delta_+^2)$ ในภาคตัดขวางยังผล จะมีค่าเพิ่มขึ้นอย่างต่อเนื่อง ตลอดช่วงที่ $\lambda_{L,min} < \lambda_L < 0$ เพราะฉะนั้น หากพิจารณาค่าเฉพาะ (Δ_0^2, Δ_+^2) ใดๆ ตามเกณฑ์ที่สนใจศึกษา ค่าคู่ควบ λ_L ที่สูงที่สุดที่เป็นไปได้ที่สอดคล้องกับทุกเงื่อนไขและทำให้ปริมาณสสารมืดเท่ากับปัจจุบันนั้น จะนำไปสู่การคำนวณค่าขอบเขตบนของมวลสสารมืดในแต่ละเกณฑ์ได้

ต่อมา หากกำหนดให้ $\lambda_{L,max}$ เป็นค่าที่มากที่สุดของค่าคู่ควบ λ_L ที่เป็นขอบเขตบนของเงื่อนไข unitarity จะสามารถเขียนเงื่อนไขที่มีบทบาทมากที่สุด ที่ขึ้นกับลักษณะเกณฑ์ของค่าเฉพาะ $\Delta_0^2 - \Delta_+^2$ ที่สนใจศึกษา ดังนี้

$$\lambda_{L,max} = 4\pi - \frac{3\Delta_0^2}{2v^2} \quad \text{เมื่อ } \Delta_0^2 = \Delta_+^2$$

(4-25)

$$\lambda_{L,max} = \frac{1}{2} \sqrt{(8\pi - 3m_h^2/v^2)(8\pi - 3\lambda_2)} - \frac{1}{4} \frac{\Delta_0^2}{v^2} - \frac{1}{2} \frac{\Delta_+^2}{v^2}$$

เมื่อ $\Delta_0^2 \rightarrow 0$ และ $\Delta_+^2 \rightarrow 0$

(4-26)

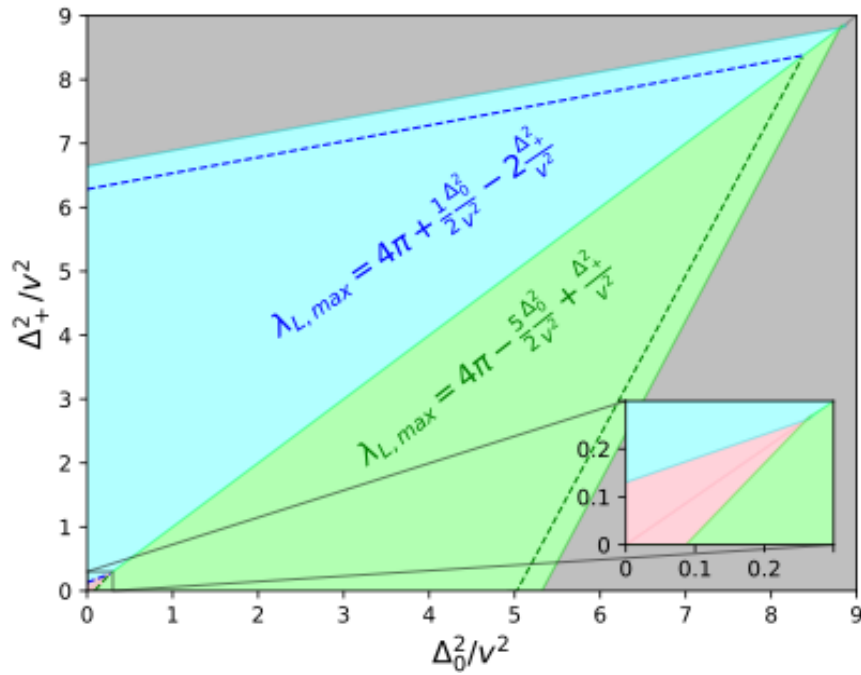
$$\lambda_{L,max} = 4\pi - \frac{5}{2} \frac{\Delta_0^2}{v^2} + \frac{\Delta_+^2}{v^2} \quad \text{เมื่อ } \Delta_0^2 > \Delta_+^2$$

(4-27)

$$\lambda_{L,max} = 4\pi + \frac{1}{2} \frac{\Delta_0^2}{v^2} - 2 \frac{\Delta_+^2}{v^2} \quad \text{เมื่อ } \Delta_0^2 < \Delta_+^2$$

(4-28)

จากสมการ (4-25) – (4-28) สามารถนำไปแสดงผลพร้อมกัน บนระนาบ $\Delta_0^2 - \Delta_+^2$ ได้ดังภาพประกอบ 20



ภาพประกอบ 20 แผนภาพระนาบ $\Delta_0^2 - \Delta_+^2$ ที่สอดคล้องกับเงื่อนไขความเสถียรทางสุญญากาศ และเงื่อนไข unitarity

ภาพประกอบ 20 มีพื้นที่ส่วนหลักสองส่วน ส่วนแรก คือ พื้นที่ที่มีสี (สีน้ำเงิน, สีเขียว และสีแดง) ซึ่งเป็นพื้นที่ส่วนใหญ่บนระนาบ $\Delta_0^2 - \Delta_+^2$ ที่สอดคล้องกับเงื่อนไขความเสถียรทางสุญญากาศ และเงื่อนไข unitarity และ ส่วนที่สอง คือ พื้นที่สีทึบ (สีเทา) ที่แสดงถึงพื้นที่ที่อยู่นอกเหนือเงื่อนไขทางทฤษฎี สำหรับองค์ประกอบแต่ละส่วนของภาพ สามารถอธิบายได้ดังนี้

เส้นประสีเขียว แทน เส้นที่ $\lambda_{L,max} = 0$ จากสมการ (4-27) หรือ $\frac{\Delta_+^2}{v^2} = \frac{5}{2} \frac{\Delta_0^2}{v^2} - 4\pi$
พื้นที่สีเขียว (พื้นที่ระหว่างเส้นประสีเขียวถึงเส้นแนวกกลาง) แทน พื้นที่ที่ $\Delta_0^2 < \Delta_+^2$ สำหรับ

$\lambda_{L,max} > 0$ ที่ทำให้ได้ขอบเขตบน $\lambda_{L,max} = 4\pi - \frac{5}{2} \frac{\Delta_0^2}{v^2} + \frac{\Delta_+^2}{v^2}$

เส้นประสีน้ำเงิน แทน เส้นที่ $\lambda_{L,max} = 0$ จากสมการ (4-28) หรือ $\frac{\Delta_+^2}{v^2} = \frac{1}{4} \frac{\Delta_0^2}{v^2} - 2\pi$

พื้นที่สีน้ำเงิน (พื้นที่ระหว่างเส้นประสีน้ำเงินถึงเส้นแนวกกลาง) แทน พื้นที่ที่ $\Delta_0^2 > \Delta_+^2$ สำหรับ

$\lambda_{L,max} > 0$ ที่ทำให้ได้ขอบเขตบน $\lambda_{L,max} = 4\pi + \frac{1}{2} \frac{\Delta_0^2}{v^2} - 2 \frac{\Delta_+^2}{v^2}$

พื้นที่ระหว่างเส้นประสีเขียวไปยังเส้นรอยต่อของพื้นที่สีเทา และ พื้นที่ระหว่างเส้นประสีน้ำเงินไปยังเส้นรอยต่อของพื้นที่สีเทา แทน พื้นที่ส่วนขยายที่เกิดขึ้นเมื่อ $\lambda_{L,max} < 0$ สำหรับ $0 <$

$\lambda_2 < 8\pi/3$ หรือ พื้นที่สำหรับเส้น $\frac{\Delta_+^2}{v^2} = \frac{5}{2} \frac{\Delta_0^2}{v^2} - 4\pi - \frac{m_h}{2v} \sqrt{\lambda_2}$ และ $\frac{\Delta_+^2}{v^2} = \frac{1}{4} \frac{\Delta_0^2}{v^2} - 2\pi + \frac{m_h}{4v} \sqrt{\lambda_2}$ ตามลำดับ

พื้นที่สีแดงที่ใกล้จุดกำเนิด แทน พื้นที่ที่จากสมการ (4-26) สำหรับ $\lambda_{L,max} > 0$ และ $\lambda_2 = 0$

ขอบเขตบน $\lambda_{L,max} = 4\pi \sqrt{(1 - 3m_h^2/8\pi v^2)} - \frac{1}{4} \frac{\Delta_0^2}{v^2} - \frac{1}{2} \frac{\Delta_+^2}{v^2}$

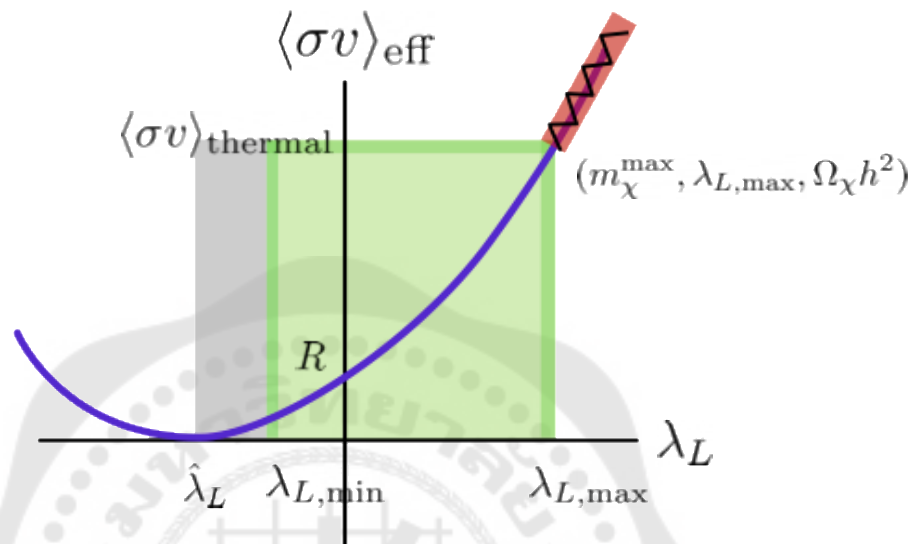
เส้นรอยต่อระหว่างพื้นที่สีแดงและพื้นที่สีเขียว แทน เส้นที่เส้นที่สมการ (4-26) เท่ากับ สมการ (4-

$$27) \text{ นั่นคือ } \frac{\Delta_+^2}{v^2} = \frac{3}{2} \frac{\Delta_0^2}{v^2} + \frac{8\pi}{3} \sqrt{(1 - 3m_h^2/8\pi v^2)} - \frac{8\pi}{3}$$

เส้นรอยต่อระหว่างพื้นที่สีแดงและพื้นที่สีน้ำเงิน แทน เส้นที่สมการ (4-26) เท่ากับ สมการ (4-28)

$$\text{นั่นคือ } \frac{\Delta_+^2}{v^2} = \frac{1}{2} \frac{\Delta_0^2}{v^2} - \frac{16\pi}{3} \sqrt{(1 - 3m_h^2/8\pi v^2)} + \frac{8\pi}{3}$$

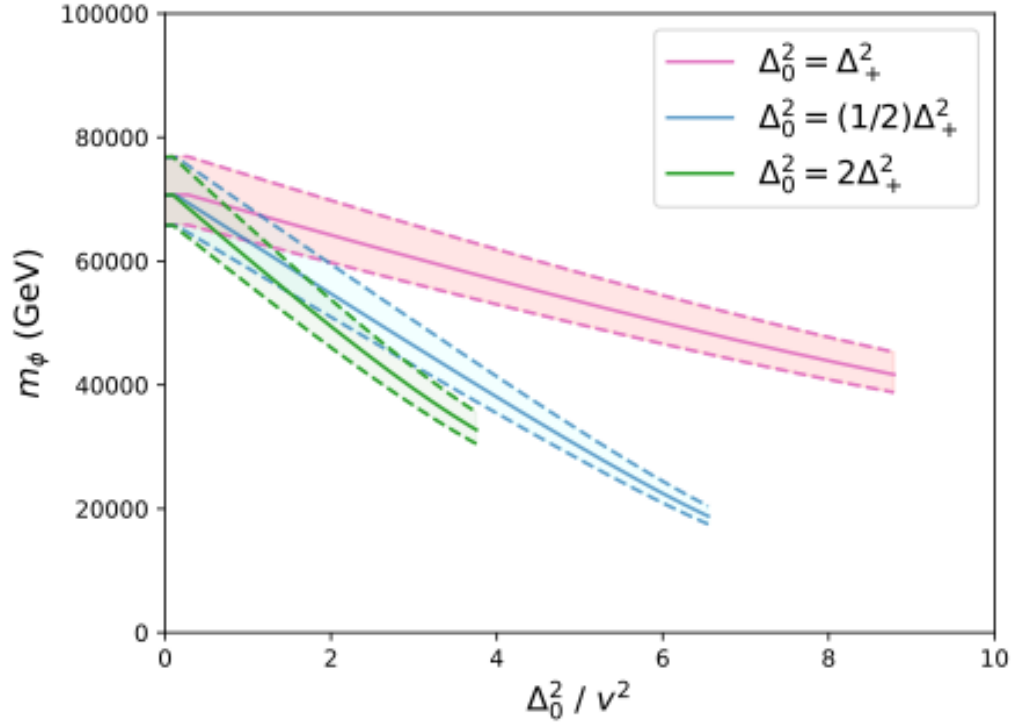
เพราะฉะนั้น หากผนวกขอบเขตพารามิเตอร์อิสระ λ_2 , λ_L , Δ_0^2 และ Δ_+^2 ที่ได้จากเงื่อนไขทางทฤษฎีในภาพประกอบ 20 เข้ากับเงื่อนไขของปริมาณสสารมืดในปัจจุบัน จะทำให้เราสามารถตีกรอบความเข้าใจของลักษณะฟังก์ชันภาคขวางยังผลในอุณหภูมิเฉลี่ยที่ขึ้นกับพารามิเตอร์อิสระ λ_L , Δ_0^2 และ Δ_+^2 ที่นำไปสู่การคำนวณหาขอบเขตบนของมวลของสสารมืดในหัวข้อถัดไปได้ ดังภาพประกอบ 21



ภาพประกอบ 21 แผนภาพลักษณะของฟังก์ชันภาคตัดขวางยังผลในอุณหภูมิลittle สำหรับกรณีที่ ϕ เป็นสสารมืดในแบบจำลองอินเนอร์ทดับเบลต ที่สอดคล้องกับเงื่อนไขจากทฤษฎีและทำให้ได้ ปริมาณสสารมืดเท่ากับปัจจุบัน

4.4 ผลลัพธ์ของมวลสูงสุดของสสารมืดในแต่ละช่วงเกณฑ์

จากผลลัพธ์ของค่าคู่ควบสูงสุด $\lambda_{L,\text{max}}$ ในแต่ละพื้นที่บนระนาบ $\Delta_0^2 - \Delta_+^2$ ในหัวข้อก่อนหน้า หากแทนเข้าไปฟังก์ชันของภาคตัดขวางยังผล เราสามารถแสดงผลของมวลสูงสุดของสสารมืด จากการรวมทุกเงื่อนไขของสสารมืดในช่วงที่มวลมีค่าสูง โดยแบ่งเกณฑ์ของพารามิเตอร์ที่สนใจศึกษาเป็น 3 ประเภท อันได้แก่ กรณีที่ $\Delta_0^2 = \Delta_+^2$, $\Delta_0^2 = (1/2) \Delta_+^2$ และ $\Delta_0^2 = 2\Delta_+^2$ ผลที่ได้ แสดงดังภาพประกอบ 22



ภาพประกอบ 22 มวลสูงสุดของสสารมืดในแต่ละช่วงเกณฑ์ ที่ประกอบด้วย $\Delta_0^2 = \Delta_+^2$ (สีแดง), $\Delta_0^2 = (1/2)\Delta_+^2$ (สีน้ำเงิน) และ $\Delta_0^2 = 2\Delta_+^2$ (สีเขียว) โดยที่ เส้นทึบ แทน เส้นที่ให้ค่าภาคตัดขวางในอนุกรมเฉลี่ยเท่ากับ $2.6 \times 10^{-26} \text{cm}^3/\text{s}$ และ แถบสี แสดงถึงช่วงที่อยู่ในขอบเขตที่ภาคตัดขวางในอนุกรมเฉลี่ยมีค่าตั้งแต่ $(2.2 - 3.0) \times 10^{-26} \text{cm}^3/\text{s}$

และสำหรับกรณีที่ A เป็นสสารมืด หรือ $m_A < m_\phi < m_{\phi+}$ หากทำการวิเคราะห์ในขั้นตอนเดียวกัน โดยใช้นิยามของพารามิเตอร์อิสระ เป็น

$$\begin{aligned}\lambda_L &= \lambda_R + \tilde{\Delta}_0^2/v^2 \\ \tilde{\Delta}_0^2 &\equiv m_\phi^2 - m_A^2 = \lambda_5 v^2 \\ \tilde{\Delta}_+^2 &\equiv m_{\phi+}^2 - m_A^2 = -\left(\frac{\lambda_4 - \lambda_5}{2}\right)v^2\end{aligned}$$

(4-29)

เมื่อ $\lambda_5 > 0$ และ $\lambda_4 < \lambda_5$ ผลลัพธ์ที่ได้จากการเขียนรูปทั่วไปของภาคตัดขวางยังผล และการวิเคราะห์ขอบเขตพารามิเตอร์อิสระจากเงื่อนไขทางทฤษฎี คือ ไม่มีความแตกต่างกันกับกรณีแรกที่กำหนดให้ ϕ เป็นสสารมืด โดยรูปแบบผลลัพธ์สามารถเขียนได้จากการเปลี่ยนพารามิเตอร์ $\lambda_L \rightarrow \lambda_R, \Delta_0^2 \rightarrow \tilde{\Delta}_0^2$ และ $\Delta_+^2 \rightarrow \tilde{\Delta}_+^2$ จากกรณีก่อนหน้านี้ เพราะฉะนั้น มวลสูงสุดที่เป็นไปได้ในแต่ละเกณฑ์ของกรณีที่ A เป็นสสารมืด สามารถแสดงได้เช่นเดียวกับภาพประกอบ 22



บทที่ 5

สรุป อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ

ในงานวิจัย เรื่อง การศึกษาสมบัติของสสารมืดในฟิสิกส์นอกเหนือแบบจำลองมาตรฐาน ได้ศึกษาสมบัติและความเป็นไปได้ของตัวแทนสสารมืดในแบบจำลองอินเนอร์ทาบเบลตในแต่ละช่วงเกณฑ์ ทั้งจากกรณี ϕ และ A เป็นสสารมืด เพื่อให้บรรลุความมุ่งหมายหลักของงานวิจัย คือ คำนวณหามวลสูงสุดของสสารมืดที่สอดคล้องกับเงื่อนไขทางทฤษฎีและเงื่อนไขของปริมาณสสารมืดในปัจจุบัน โดยจาก รูปทั่วไปของภาคตัดขวางในแต่ละกระบวนการที่เกี่ยวข้องกับตัวแทนสสารมืด, การเขียนภาคตัดขวางยังผล, การวิเคราะห์ขอบเขตของพารามิเตอร์อิสระในแบบจำลอง และ แผนภาพมวลสูงสุดของสสารมืดในแต่ละช่วงเกณฑ์ สามารถสรุปผลการดำเนินงาน โดยแบ่งเป็นหัวข้อในการสรุปผลได้ ดังต่อไปนี้

1. สรุปผลการวิจัย
2. อภิปรายผลการวิจัยและข้อเสนอแนะ

5.1 สรุปผลการวิจัย

ในงานวิจัยนี้ แบบจำลองนอกเหนือแบบจำลองมาตรฐานที่ใช้ศึกษาสมบัติและปรากฏการณ์ของสสารมืด คือ แบบจำลองอินเนอร์ทาบเบลต แบบจำลองนี้เป็นหนึ่งในแบบจำลองอย่างง่ายที่รองรับการมีอยู่ของสสารมืด อันได้แก่ คุณสมบัติที่สสารมืดมีมวล ไม่มีประจุ มีอันตรกิริยากับอนุภาคอื่นน้อยมาก และมีความเสถียร ในระดับเบลตส่วนขยายของแบบจำลองนี้ประกอบด้วย คู่ดับเบลต H และ Φ ที่มีสมมาตร $\mathbb{Z}_2$ สมมาตรนี้ส่งผลโดยตรงต่ออันตรกิริยาของอนุภาคสเกลาร์ ทำให้อนุภาคในส่วนขยายดับเบลตนี้มีความเสถียร หรือกล่าวได้ว่า ตัวแทนของสสารมืดในแบบจำลองนี้ จะไม่สามารถสลายตัวเป็นอนุภาคในแบบจำลองมาตรฐานตัวอื่นที่มีมวลต่ำกว่าได้ ภายหลังการเกิดการสลายตัวของสมมาตรเกจ มวลที่ต่ำที่สุดของอนุภาคสเกลาร์ในแบบจำลอง จะถูกเลือกเป็นตัวแทนของสสารมืด ผ่านการพิจารณาพารามิเตอร์อิสระทั้งหมด 5 ตัว พารามิเตอร์อิสระเหล่านี้สามารถจัดรูปให้อยู่ในรูปของ มวลของสสารมืด m_χ ค่าคู่ควบ λ_2, λ_L หรือ λ_R และพารามิเตอร์ของผลต่างของกำลังสองของมวลอีก 2 ตัว Δ_0^2, Δ_+^2 สำหรับพารามิเตอร์อิสระทั้ง 5 นี้ มีเพียง λ_2 ที่ไม่ส่งผลโดยตรงต่อการอธิบายปรากฏการณ์ของสสารมืดในระดับ tree-level ทั้งนี้การศึกษาปริมาณของสสารมืดในแบบจำลองใดๆ ขึ้นกับอันตรกิริยาระหว่างอนุภาคตัวแทนสสารมืดและอนุภาคอื่นๆ ในแบบจำลอง ฉะนั้นการคำนวณภาคตัดขวางของสสารมืดทั้ง

จากกระบวนการประลัยคู่และกระบวนการประลัยร่วม จึงเป็นขั้นตอนสำคัญที่เชื่อมโยงค่าความเป็นไปได้ของพารามิเตอร์ในแบบจำลองกับข้อมูลที่เกี่ยวข้องต่อการตรวจจับสสารมืดในปัจจุบัน

ต่อมา เมื่อนำเงื่อนไขของพารามิเตอร์ที่มาจากการตรวจจับสสารมืดทั้งจากเครื่องเร่งอนุภาค การตรวจจับสสารมืดทางตรงจาก XENONnT และ LUX และการตรวจจับสสารมืดทางอ้อม พบว่า ในช่วงที่มวลของตัวแทนสสารมืดมีค่ามากกว่า 500 GeV ยังคงมีความเป็นไปได้ของตัวแทนสสารมืดในแบบจำลองดับเบิลมากกว่าช่วงที่มวลต่ำ เนื่องจากในช่วงมวลต่ำนั้น พื้นที่ของพารามิเตอร์โดยส่วนใหญ่จะถูกเงื่อนไขของการสลายตัวของอนุภาคฮิกส์ และการตรวจจับสสารมืดทางตรง กำจัดความเป็นได้ออก ทั้งนี้เงื่อนไขสำคัญอย่างหนึ่งของการพิจารณาการมีอยู่ของสสารมืด คือ ปริมาณของสสารมืดที่หลงเหลือ ณ ปัจจุบัน $\Omega_\chi h^2 = 0.1200 \pm 0.0012$ ในขณะเดียวกันกับที่เทคโนโลยีการตรวจจับสสารมืดในปัจจุบันยังมีข้อจำกัดที่ไม่สามารถตรวจวัดช่วงที่มวลของสสารมืด มีขนาดมากกว่า 10 TeV ผลของข้อจำกัดทางทดลองยังคงเปิดพื้นที่ความเป็นไปได้สำหรับช่วงที่มวลสสารมืดที่มีค่าสูง จึงทำให้การพิจารณาค่าที่เป็นไปได้ของพารามิเตอร์ทั้ง 5 นี้ ถูกควบคุมจากเงื่อนไขทางทฤษฎีเท่านั้น ซึ่งเงื่อนไขดังกล่าวประกอบด้วย เงื่อนไขความเสถียรทางสุญญากาศ เงื่อนไข perturbativity และเงื่อนไข unitarity

อย่างไรก็ตาม ในแบบจำลองนี้ ทั้งอนุภาค ϕ และ A มีคุณสมบัติเพียงพอที่จะเป็นตัวแทนของสสารมืดได้ และเมื่อเริ่มศึกษากรณีนี้ที่ ϕ เป็นตัวแทนของสสารมืด เพื่อให้สอดคล้องกับช่วงมวลสูงที่ยังคงไม่ถูกจำกัดจากเงื่อนไขจากการตรวจจับประเภทต่างๆ การคำนวณกระบวนการประลัยคู่และกระบวนการประลัยร่วมในรูปทั่วไป จะเก็บเพียงเทอมที่ไม่ขึ้นกับความเร็วสัมพัทธ์และละทิ้งเทอมที่อยู่ในระดับ $\mathcal{O}(v^2/m_\chi^2)$ เมื่อ v คือ ค่าคาดหวังทางสุญญากาศ ภายหลังการประมาณดังกล่าว เราจะสามารถรวมกระบวนการแต่ละชนิดผ่านการถ่วงน้ำหนักของจำนวนดีกรีอิสระในแบบจำลอง และเขียนภาคตัดขวางยังผล σ_{eff} ออกมาได้ ต่อมา พบว่า ภาคตัดขวางยังผลนี้เป็นฟังก์ชันเพิ่มที่ขึ้นกับพารามิเตอร์ $\lambda_2, \lambda_L, \Delta_0^2, \Delta_+^2$ และเป็นส่วนกลับของกำลังสองของมวลของสสารมืด หากผนวกลักษณะฟังก์ชันของภาคตัดขวางยังผลนี้เข้ากับเงื่อนไขขอบเขตจากทฤษฎีทั้งหมด จะสามารถแสดงพื้นที่ของค่าคู่ควบที่สูงที่สุดในระนาบของ $\Delta_0^2 - \Delta_+^2$ ได้ดังภาพประกอบ 20 โดยสรุปได้ว่า ขอบเขตล่างที่มีบทบาทต่อค่าคู่ควบ λ_L มากที่สุดนั้น เป็นขอบเขตที่มาจากเงื่อนไขความเสถียรของสุญญากาศ ดังสมการ (4-25) และขอบเขตบนที่ขึ้นอยู่กับค่าของพารามิเตอร์ $\Delta_0^2 - \Delta_+^2$ ในแต่ละพื้นที่นั้น เป็นผลมาจากเงื่อนไข unitarity ดังสมการ (4-26), (4-27) และ (4-28)

จากนั้น ผลของค่าพารามิเตอร์ที่เป็นไปได้ข้างต้นที่ทำให้ได้ปริมาณสสารมืดที่สอดคล้อง
ปัจจุบัน สามารถนำไปคำนวณหาค่าสูงสุดของมวลสสารมืดในแต่ละเกณฑ์ อันได้แก่ $\Delta_0^2 = \Delta_+^2$,
 $\Delta_0^2 < \Delta_+^2$ และ $\Delta_0^2 > \Delta_+^2$ ดังภาพประกอบ 22 ในช่วงที่ค่า Δ_0^2/v^2 มีค่าน้อยๆ เกณฑ์ทั้งสามนี้
ให้ขอบเขตบนของมวลสสารมืดที่ใกล้เคียงกัน คือช่วง $60 - 80 \text{ TeV}$ และขอบเขตบนของมวล
สสารมืดที่น้อยที่สุด ได้มาจากเกณฑ์ $\Delta_0^2 = (1/2)\Delta_+^2$ โดยค่ามวลสูงสุดของสสารมืดใน
แบบจำลองดับเบิลตันนี้มีค่าลงไปต่ำถึงช่วง 20 TeV

5.2 อภิปรายผลการวิจัยและข้อเสนอแนะ

จากการวิเคราะห์เงื่อนไขทางทฤษฎีที่ส่งผลต่อพารามิเตอร์อิสระทั้ง 5 ตัว ในแบบจำลอง
ดับเบิลตัน ผลที่ได้นั้น ส่งผลโดยตรงต่อการคำนวณหาขอบเขตบนของมวลสสารมืดในช่วงที่มวลมี
ค่าสูง จากภาพประกอบ 22 พบว่าช่วงของมวลสูงสุดจากทั้งสามเกณฑ์นั้นอยู่ในระดับ TeV ด้วย
กระบวนการวิธีเดียวกันในการวิจัยนั้น พบว่า กรณีที่ A เป็นตัวแทนสสารมืด ได้ให้ผลลัพธ์สุดท้าย
เดียวกันกับกรณีที่ ϕ เป็นตัวแทนสสารมืด หรือกล่าวได้ว่า ปรากฏการณ์ที่เกิดขึ้นกับตัวแทนสสาร
มืดทั้งสองในแบบจำลองอินเนอร์ดับเบิลตันนี้ ไม่มีความแตกต่างกัน ถึงแม้ว่า ϕ จะเป็นอนุภาคส
เกลาร์ที่มีสมบัติ CP-even และ A ที่เป็น CP-odd ก็ตาม

หากย้อนกระบวนการวิคิด สำหรับการหาขอบเขตบนของสสารมืดนั้น พบว่า ความเข้าใจ
เกี่ยวกับค่าของมวลของสสารมืดในแบบจำลองดับเบิลตันในช่วงเริ่มต้นนั้น ดูเหมือนว่า มวล
สสารมืดสามารถมีขนาดใหญ่ขึ้นไปได้โดยไม่มีข้อจำกัด หากแต่ภายหลังพบว่า ปริมาณความ
หนาแน่นของพลังงานของสสารมืด สามารถเขียนให้อยู่ในรูปส่วนกลับของกำลังสองของมวลสสาร
มืดได้ ดังนั้นสำหรับเกณฑ์ของมวลสเกลาร์ต่างๆ ในแบบจำลองอินเนอร์ดับเบิลตัน เงื่อนไขทาง
ทฤษฎีต่างๆ สามารถกำหนดข้อมูลของมวลของสสารมืดและภาคตัดขวางยังผล ที่ทำให้ได้ปริมาณ
สสารมืดเท่ากับค่าที่วัดได้ในปัจจุบัน หรือกล่าวได้ว่า มวลสสารมืดไม่ควรมีค่ามากเกินไปที่จะทำให้
ค่าพารามิเตอร์ขัดแย้งกับความเข้าใจทางทฤษฎีที่เกี่ยวข้อง กระบวนการวิคิดในงานวิจัยนี้จึงมีความ
แตกต่างจากรูปแบบทั่วไปของงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการศึกษาสมบัติของสสารมืดที่จะใช้เงื่อนไข
ทั้งหมดในการหาพื้นที่ความเป็นไปได้ของพารามิเตอร์อิสระในแบบจำลองเฉพาะหนึ่งๆ

ท้ายที่สุดนี้ แบบจำลองอินเนอร์ดับเบิลตัน ถือเป็นเพียงหนึ่งในแบบจำลองเริ่มต้นของ
แบบจำลองนอกเหนือแบบจำลองมาตรฐานที่สามารถอธิบายปรากฏการณ์ที่เกี่ยวข้องกับสสารมืด
ได้ เพราะฉะนั้นการมีอยู่ของสสารมืดผ่านคุณสมบัติของสเกลาร์ที่เพิ่มเข้ามาในแบบจำลอง
ดับเบิลตันนี้ ควรสามารถพิสูจน์ทราบได้ในอนาคตอันใกล้ ผ่านการตรวจจับสสารมืดทางอ้อมของ
รังสีแกมมาที่กำลังพัฒนาระดับการตรวจจับมวลสสารมืดในช่วง 100 TeV (Acharya, 2018)

บรรณานุกรม

- Aaboud, M., et al. (2018). Measurements of Higgs boson properties in the diphoton decay channel with 36 fb^{-1} of pp collision data at $\sqrt{s}=13 \text{ TeV}$ with the ATLAS detector. *Physical Review D*, 98(5).
- Aaboud, M., et al. (2019). Search for invisible Higgs boson decays in vector boson fusion at $\sqrt{s}=13\text{TeV}$ with the ATLAS detector. *Physics Letters B*, 793, 499-519.
- Aad, G., et al. (2016). Measurements of the Higgs boson production and decay rates and constraints on its couplings from a combined ATLAS and CMS analysis of the LHC pp collision data at $\sqrt{s}=7$ and 8 TeV . *Journal of High Energy Physics*, 2016(8), 45.
- Abell, G. O. (1955). The National Geographic Society-Palomar Observatory Sky Survey. *Astronomical Society of the Pacific Leaflets*, 8(366), 121.
- Abell, G. O. (1959). *The Distribution of Rich Clusters of Galaxies*. Retrieved
- Acciari, V. A., et al. (2018). Constraining dark matter lifetime with a deep gamma-ray survey of the Perseus galaxy cluster with MAGIC. *Physics of the Dark Universe*, 22, 38-47.
- Aghanim, N., et al. (2020). Planck 2018 results: VI. Cosmological parameters. 641.
- Akerib, D. S. (2017). Results from a Search for Dark Matter in the Complete LUX Exposure. *Physical Review Letters*, 118(2), 021303.
- Ambartsumian, V. A. (1958). *Theoretical astrophysics*. London: Pergamon Pr.
- Aprile, E., et al. (2018). Dark Matter Search Results from a One Ton-Year Exposure of XENON1T. *Physical Review Letters*, 121(11), 111302.
- Aprile, E., et al. (2020). Projected WIMP sensitivity of the XENONnT dark matter experiment.
- Arakawa, J., and Tait, T. M. P. (2021). Is a Miracle-less WIMP Ruled Out? *SciPost Phys.*, 11.
- Barbieri, R., Hall, L. J., and Rychkov, V. S. (2006). Improved naturalness with a heavy Higgs boson: An alternative road to CERN LHC physics. *Physical Review D*, 74(1), 015007.

- Barrena, R., et al (2002). The dynamical status of the cluster of galaxies 1E0657-56. *Astronomy and Astrophysics Berlin* 386, 816-828.
- Bradac, M., et al. (2006). Strong and weak lensing united III : measuring the mass distribution of the merging galaxy cluster 1ES 0657-558. *Astrophysical journal.*, 652, 937-947.
- Branco, G. C., et al. (2012). Theory and phenomenology of two-Higgs-doublet models. *PLREP Physics Reports*, 516(1-2), 1-102.
- Burbidge, G. R., and Margaret, B. E. (1959). The Hercules Clusters of Nebulae. *ApJ The Astrophysical Journal*, 130, 629.
- Camilo Garcia-Cely, Michael Gustafsson, and Ibarra, A. (2016). Probing the Inert Doublet Dark Matter Model with Cherenkov Telescopes. *Journal of Cosmology and Astroparticle Physics*.
- Carroll, B. W. O. D. A. (2018). *An introduction to modern astrophysics*. Cambridge [etc.]: Cambridge University Press.
- Clowe, D., Gonzalez, A., and Markevitch, M. (2004). Weak-Lensing Mass Reconstruction of the Interacting Cluster 1E 0657–558: Direct Evidence for the Existence of Dark Matter. *Astrophysical Journal*, 604(2), 596-603.
- Daniel, B. (2018). TASI Lectures on Primordial Cosmology.
- de Swart, J. G.; Bertone, G., and van Dongen, J. (2017). How dark matter came to matter. *Nature Astronomy*.
- Deshpande, N. G., and Ma, E. (1978). Pattern of symmetry breaking with two Higgs doublets. *Physical Review D*, 18(7), 2574-2576.
- Dyson, F. W. E. A. S. D. C. (1921). A determination of the deflection of light by the sun's gravitational field, from observations made at the total eclipse of May 29, 1919. *Annual report*.
- Ellis, R. S. (2010). Gravitational lensing: a unique probe of dark matter and dark energy. *philtranmathphys Philosophical Transactions: Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, 368(1914), 967-987.

- Ethan, M. D., and Shufang, S. (2009). The Inert Dark Matter. *Phys. Rev.*, 80.
- Field, G. B., and Saslaw, W. C. (1971). Groups of Galaxies: Hidden Mass or Quick Disintegration? *Astrophysical Journal*, 170, 199-206.
- G.Bertone., and D.Hooper. (2018). History of dark matter. *Reviews of modern physics / publ. by the American Physical Society.*, 90.
- Ginzburg, I. F., and Ivanov, I. P. (2005). Tree-level unitarity constraints in the most general two Higgs doublet model. *Physical Review D*, 72(11), 115010.
- Gondolo, P. G. G. (1991). Cosmic abundances of stable particles: Improved analysis. *Nuclear Physics B Nuclear Physics B*, 360(1), 145-179.
- Goudelis, A., et al. (2013). Dark matter in the inert doublet model after the discovery of a Higgs-like boson at the LHC. *J. High Energ. Phys. Journal of High Energy Physics*, 2013(9), 1-35.
- Griest, K., and Seckel, D. (1991). Three exceptions in the calculation of relic abundances. *Phys Rev D Part Fields Physical review. D, Particles and fields*, 43(10), 3191-3203.
- Grimus, W., et al. (2008). The oblique parameters in multi-Higgs-doublet models. *Nuclear physics. B.*, 801(1), 81.
- Holmberg, E. (1937). *A study of double and multiple galaxies : together with inquiries into some general metagalactic problems : with an appendix containing a catalogue of 827 double and multiple galaxies*. Lund, Sweden: publ. by the Observatory.
- Honorez, L. L., Nezri, E., Oliver, J. F., and Tytgat, M. H. G. (2006). The Inert Doublet Model: an Archetype for Dark Matter. *Journal of Cosmology and Astroparticle Physics*.
- Husdal, L. (2016). On Effective Degrees of Freedom in the Early Universe. *Galaxies*, 4(4).
- Ivanov, I. P. (2007). Minkowski space structure of the Higgs potential in the two-Higgs-doublet model. *Physical Review D*, 75(3), 035001.

- Jackson, J. C. (1970). The Dynamics of Clusters of Galaxies in Universes with Non-Zero Cosmological Constant, and the Virial Theorem Mass Discrepancy. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 148(3), 249-260.
- Kahn, F. D., และ Waltjer, L. (1959). Intergalactic Matter and the Galaxy. *Astrophysical Journal*, 130, 705.
- Kalliopi, P. (2018). *Long-range interactions in dark matter phenomenology*.
- Kent, S. M. (1987). Dark matter in spiral galaxies. II. Galaxies with H I rotation curves. *Astronomical Journal*, 93, 816-832.
- Kolb, E. W., และ Turner, M. S. (1990). *The early universe* (69). Redwood City, Calif.: Addison-Wesley.
- Laura Lopez Honorez, และ Yaguna, C. E. (2010). The inert doublet model of dark matter revisited.
- Markevitch, M., et al. (2002). A Textbook Example of a Bow Shock in the Merging Galaxy Cluster 1E 0657-56. *ApJ The Astrophysical Journal*, 567(1), L27-L31.
- NASA. (2021). About The Hubble Space Telescope.
- NASA, E., K. Sharon. (2008). Hubble Captures A "Five-Star" Rated Gravitational Lens.
- Oort, J. H. (1955). Measures of the 21-cm line emitted by interstellar hydrogen. *Vistas in Astronomy*, 1, 607-616.
- P.A.Zyla, e. a. (2020). Review of Particle Physics. *Progress of Theoretical and Experimental Physics*, 2020(8).
- Paraficz, D., et al. (2016). The Bullet cluster at its best: Weighing stars, gas, and dark matter. *Astron. Astrophys. Astronomy and Astrophysics*, 594.
- Reddish, V. C. (1967). The evolution of galaxies. *Quarterly Journal of the Royal Astronomical Society*, , 9, 409-423.
- Roberts, M. S., และ Rots, A. H. (1973). Comparison of Rotation Curves of Different Galaxy Types. *Astronomy & astrophysics*, 26(3), 483-485.
- Rogstad, D. H., และ Shostak, G. S. (1972). Gross Properties of Five Scd Galaxies as Determined from 21-CENTIMETER Observations. *ApJ The Astrophysical Journal*, 176, 315.

- Rubin, V. C., และ Ford, W. K. (1970). Rotation of the Andromeda Nebula from a Spectroscopic Survey of Emission Regions. *Astrophys. J.*, 159, 379-403.
- Shane, C. D., และ Wirtanen, C. A. (1958). The distribution of extragalactic nebulae. *The Astronomical Journal*, 59, 285.
- Sirunyan, A. M., et al. (2019). Combined measurements of Higgs boson couplings in proton–proton collisions at $\sqrt{s}=13\,\text{TeV}$. *The European Physical Journal C*, 79(5), 421.
- Smith, S. (1936). *The mass of the Virgo cluster*. [Chicago]: [publisher not identified].
- Tanabashi, M., et al. (2018). Review of Particle Physics. *Physical Review D*, 98(3), 030001.
- Tucker, W., et al. (1998). 1E 0657-56: A Contender for the Hottest Known Cluster of Galaxies. *The Astrophysical journal.*, 496(1), L5.
- van den Bergh, S. (1961). The stability of clusters of galaxies. *The Astronomical Journal*, 66, 566.
- Zwicky, F. (1933). Republication of: The redshift of extragalactic nebulae. *General Relativity and Gravitation*, 41(1), 207-224.
- Zwicky, F. (1956). Statistics of Clusters of Galaxies. Distribution of Centers, Angular Dimensions, Structure, Luminosity Function of Member Galaxies. 3, 113-144.

ภาคผนวก



ภาคผนวก ก

ค่าคู่ควบในแบบจำลองมาตรฐาน

$$\frac{g^2}{8} = \frac{G_F m_W^2}{\sqrt{2}}$$

$$m_W = \frac{gv}{2}$$

$$v = (G_F \sqrt{2})^{-1/2}$$

$$m_Z = \sqrt{g^2 + g'^2} \frac{v}{2} = m_W \sqrt{1 + \frac{g'^2}{g^2}}$$

$$\frac{gg'}{\sqrt{g^2 + g'^2}} = eg' \equiv g \tan \theta_W$$

$$\frac{\sqrt{g^2 + g'^2}}{g} = \frac{1}{\cos \theta_W}$$

$$m_Z = \frac{m_W}{\cos \theta_W}$$

ภาคผนวก ข

สำหรับ สมมาตรเกจ $SU(2) \times U(1)$

$$D_\mu \Phi = \begin{pmatrix} \partial_\mu \phi^+ - \frac{ig}{\sqrt{2}} W_\mu^+ \left(\frac{\phi + iA}{\sqrt{2}} \right) + \frac{ig}{2c_w} (s_w^2 - c_w^2) Z_\mu \phi^+ + ieA_\mu \phi^+ \\ \partial_\mu \left(\frac{\phi + iA}{\sqrt{2}} \right) - i \frac{g}{\sqrt{2}} W_\mu^- \phi^+ + i \frac{g}{2c_w} Z_\mu \left(\frac{\phi + iA}{\sqrt{2}} \right) \end{pmatrix},$$

สามารถกระจาย ได้ดังนี้

$$\begin{aligned} |D_\mu \Phi|^2 &= \left[\partial^\mu \phi^- + \frac{im_W}{v} W^{-\mu} (\phi - iA) + i \frac{m_Z}{v} c_{2w} Z^\mu \phi^- - ieA_\mu \phi^-, \right] \\ &\times \left[\partial_\mu \phi^+ - \frac{im_W}{v} W_\mu^+ (\phi + iA) - i \frac{m_Z}{v} c_{2w} Z_\mu \phi^+ + ieA_\mu \phi^+ \right], \\ &+ \left[\partial^\mu \left(\frac{\phi - iA}{\sqrt{2}} \right) + i\sqrt{2} \frac{m_W}{v} W^{+\mu} \phi^- - \frac{im_Z}{v\sqrt{2}} Z^\mu (\phi - iA) \right] \\ &\times \left[\partial_\mu \left(\frac{\phi + iA}{\sqrt{2}} \right) - \sqrt{2} i \frac{m_W}{v} W_\mu^- \phi^+ + \frac{im_Z}{v\sqrt{2}} Z_\mu (\phi + iA) \right]. \end{aligned}$$

ภาคผนวก ค

ค่าคู่ควบของอันตรกิริยาของสสารมืดในแบบจำลองอินเนอร์ทดับเบิ้ลต แสดงใน

$$\begin{aligned}\mathcal{L}_\chi \supset & m_W^2 W^+ W^- \chi^2 + \frac{m_Z^2}{2v^2} Z^2 \chi^2 + \frac{2m_W^2}{v} W^+ W^- h + \frac{m_Z^2}{v} Z^2 h \\ & + \frac{im_W}{v} W^\pm (\phi^\mp \partial \chi - (\partial \phi^\mp) \chi) + \frac{m_Z}{v} Z (\chi \partial A - (\partial \chi) A) \\ & - \frac{\lambda_{345}}{4} \chi^2 (h + v)^2 - \lambda_3 v \phi^+ \phi^- h\end{aligned}$$

$$\text{โดยที่ } \lambda_{345} \equiv \lambda_3 + \lambda_4 + \lambda_5 = \lambda_L/2$$

กระบวนการ $\chi\chi \leftrightarrow hh$

แอมพลิจูดที่เกี่ยวข้องมีทั้งหมด 4 ช่องทาง ได้แก่ อันตรกิริยาโดยตรง อันตรกิริยาผ่านฮิกส์โบซอน ใน s-channel และอันตรกิริยาผ่านสเกลาร์ χ ใน t- และ u-channel โดยที่ $s \simeq 4m_\chi^2$ และ $t = u \simeq m_h^2 - m_\chi^2$ เพื่อความสะดวกในการจัดรูปการคำนวณในตอนท้าย กำหนดให้ $\beta_x = \sqrt{1 - 4m_\chi^2/s}$ ซึ่งเขียนได้ดังนี้

$$\begin{aligned}iM_{hh} &= (-i)\lambda_{345} \left[1 + (-i)3m_h^2 \frac{i}{s - m_h^2} \right. \\ &\quad \left. + (-i)\lambda_{345} v^2 \left(\frac{i}{t - m_\chi^2} + \frac{i}{u - m_\chi^2} \right) \right] \\ \langle |M_{hh}|^2 \rangle &= \lambda_{345}^2 \left[1 + \frac{3m_h^2}{s - m_h^2} + \lambda_{345} v^2 \left(\frac{1}{t - m_\chi^2} + \frac{1}{u - m_\chi^2} \right) \right]^2 \\ \langle |M_{hh}|^2 \rangle &= \lambda_{345}^2 \left[1 + \frac{3m_h^2}{4m_\chi^2 - m_h^2} + 2\lambda_{345} v^2 \frac{1}{m_h^2 - 2m_\chi^2} \right]^2\end{aligned}$$

จากนั้น ค่าเฉลี่ยของผลคูณระหว่างภาคตัดขวางและความเร็วสัมพัทธ์ สำหรับ $\chi\chi \leftrightarrow hh$ เขียนได้ดังนี้

$$\langle \sigma v \rangle_{hh} = \frac{1}{16\pi s} \beta_h \langle |M_{hh}|^2 \rangle$$

$$= \frac{1}{64\pi} \frac{\lambda_{345}^2}{m_\chi^2} \beta_h \left[1 + \frac{3m_h^2}{4m_\chi^2 - m_h^2} + \frac{2\lambda v^2}{m_h^2 - 2m_\chi^2} \right]^2$$

กระบวนการ $\chi\chi \leftrightarrow VV$

แอมพลิจูดที่เป็นไปได้ ประกอบด้วย อันตรกิริยาโดยตรงกับสสารมืด, อันตรกิริยาผ่านอนุภาคฮิกส์ ในช่องทาง s -channel และอันตรกิริยาผ่านอนุภาคสเกลาร์ A และ ϕ^+ ในช่องทาง t - และ s -channel โดยที่ $s \simeq 4m_\chi^2$, $t = u = m_V^2 - m_\chi^2$ และเพื่อความสะดวกกำหนดให้ $r_V = 4m_V^2/s = m_V^2/m_\chi^2$ เมื่อ V แทน อนุภาค Z โบซอนและอนุภาค W โบซอน

$$iM_{VV} = \frac{im_V^2}{v^2} \left[2\epsilon(p_3) \cdot \epsilon(p_4) + 2\lambda_{345}v^2 \frac{1}{s - m_h^2} \epsilon(p_3)\epsilon(p_4) + \frac{4p_1 \cdot \epsilon(p_3)p_2 \cdot \epsilon(p_4)}{t - m_{A(\phi^+)}^2} + \frac{4p_1 \cdot \epsilon(p_4)p_2 \cdot \epsilon(p_3)}{u - m_{A(\phi^+)}^2} \right]$$

จากนั้น คำนวณ $|M_{VV}|^2$ ด้วยการใช้เอกลักษณ์การรวมโพลาไรซ์ (the polarization sum identity)

$$\sum_{\text{polarization}} \epsilon^\mu(p) \epsilon^\nu(p) = -g^{\mu\nu} + \frac{p^\mu p^\nu}{m^2}$$

และผลคูณดังต่อไปนี้

$$\begin{aligned} (\epsilon(p_3) \cdot \epsilon(p_4))^2 &\rightarrow \frac{s^2}{4m_V^4} \left(1 - r_V + \frac{3}{4}r_V^2 \right), \\ (p_1 \cdot \epsilon(p_3))^2 (p_2 \cdot \epsilon(p_4))^2 &\rightarrow \frac{m_\chi^2}{m_V^2} (r_V - 1)^2, \\ (p_1 \cdot \epsilon(p_4))^2 (p_2 \cdot \epsilon(p_3))^2 &\rightarrow (p_1 \cdot \epsilon(p_3))^2 (p_2 \cdot \epsilon(p_4))^2, \\ (p_1 \cdot \epsilon(p_3))(p_1 \cdot \epsilon(p_4))(p_2 \cdot \epsilon(p_3))(p_2 \cdot \epsilon(p_4)) &\rightarrow (p_1 \cdot \epsilon(p_3))^2 (p_2 \cdot \epsilon(p_4))^2, \\ \epsilon(p_3) \cdot \epsilon(p_4) p_1 \cdot \epsilon(p_3) p_2 \cdot \epsilon(p_4) &\rightarrow \frac{m_\chi^6}{m_V^2} (r_V^2 - 3r_V + 2), \\ \epsilon(p_3) \cdot \epsilon(p_4) p_1 \cdot \epsilon(p_4) p_2 \cdot \epsilon(p_3) &\rightarrow \epsilon(p_3) \cdot \epsilon(p_4) p_1 \cdot \epsilon(p_3) p_2 \cdot \epsilon(p_4). \end{aligned}$$

จะได้ว่า

$$\begin{aligned}
\langle |M_{VV}|^2 \rangle &= \frac{m_V^2}{v^4} \left[16 \frac{m_\chi^4}{m_V^4} \left(1 + \frac{\lambda_{345} v^2}{4m_\chi^2 - m_h^2} \right)^2 \left(1 - r_V + \frac{3}{4} r_V^2 \right) \right. \\
&\quad + 4 \frac{16m_\chi^8}{m_V^4} \frac{(r_V - 1)^2}{(m_{A(\phi^+)}^2 + m_\chi^2 - m_V^2)^2} \\
&\quad - 8 \frac{4m_\chi^6}{m_V^4} \frac{1}{m_{A(\phi^+)}^2 + m_\chi^2 - m_V^2} \left(1 + \frac{\lambda_{345} v^2}{4m_\chi^2 - m_h^2} \right) (2 - 3r_V \\
&\quad \left. + r_V^2) \right] \\
&= \frac{16m_\chi^2}{v^4} \left[\left(1 + \frac{\lambda_{345} v^2}{4m_\chi^2 - m_h^2} \right)^2 \left(1 - r_V + \frac{3}{4} r_V^2 \right) \right. \\
&\quad + \frac{4m_\chi^4 (r_V - 1)^2}{(m_{A(\phi^+)}^2 + m_\chi^2 - m_V^2)^2} \\
&\quad \left. - \frac{2m_\chi^2}{m_{A(\phi^+)}^2 + m_\chi^2 - m_V^2} \left(1 + \frac{\lambda_{345} v^2}{4m_\chi^2 - m_h^2} \right) (2 - 3r_V + r_V^2) \right]
\end{aligned}$$

ดังนั้นค่าเฉลี่ยของผลคูณระหว่างภาคตัดขวางและความเร็วสัมพัทธ์ สำหรับกระบวนการ $\chi\chi \leftrightarrow VV$ เขียนได้ดังนี้

$$\langle \sigma v \rangle_{VV} = \frac{1}{8\pi\delta_V s} \beta_V \langle |M_{VV}|^2 \rangle$$

โดย $\delta_V = 1$ สำหรับ W^+W^- และ $\delta_V = 2$ สำหรับ ZZ

กระบวนการ $\chi\chi \leftrightarrow f\bar{f}$

แอมพลิจูดสำหรับคู่อนุภาคเฟอร์มิออนกับสสารมืด เกิดเฉพาะอันตรกิริยาผ่านอนุภาคฮิกส์ ในช่วง s -channel สามารถเขียนได้ว่า

$$\begin{aligned} iM_{f\bar{f}} &= (-i\lambda_{345})(-i)\frac{m_f}{v}i\frac{\bar{u}(p_f)v(p_{\bar{f}})}{s-m_h^2} \\ \langle |M_{f\bar{f}}|^2 \rangle &= \lambda_{345}^2 m_f^2 N_c \frac{1}{(s-m_h^2)^2} \text{Tr}[(\gamma^\mu p_{\mu,f} - m_f)(\gamma^\mu p_{\mu,\bar{f}} - m_{\bar{f}})] \\ &= \lambda_{345}^2 m_f^2 N_c \frac{4p_f \cdot p_{\bar{f}} - 4m_f^2}{(s-m_h^2)^2} \\ &= 2\lambda_{345}^2 N_c \beta_f^2 \frac{m_f^2 s}{(s-m_h^2)^2} \end{aligned}$$

โดยที่ $4p_f \cdot p_{\bar{f}} = 2s - 4m_f^2$ และ N_c เป็นแฟคเตอร์สี (color factor) ของเฟอร์มิออน เมื่อ $s \simeq 4m_\chi^2$ ค่าเฉลี่ยของผลคูณระหว่างภาคตัดขวางและความเร็วสัมพัทธ์ สำหรับ

กระบวนการ $\chi\chi \leftrightarrow f\bar{f}$ เขียนได้ดังนี้

$$\begin{aligned} \langle \sigma v \rangle_{f\bar{f}} &= \frac{1}{8\pi s} \beta_f \langle |M_{f\bar{f}}|^2 \rangle \\ &= \frac{N_c}{4\pi} \frac{\lambda_{345}^2 m_f^2 \beta_f^3}{(4m_\chi^2 - m_h^2)^2} \end{aligned}$$

ภาคผนวก ง

ในช่วงทศวรรษที่ผ่านมา ความเข้าใจในชนิดของอนุภาคมูลฐานในแบบจำลองมาตรฐาน ถูกผนวกกับความเข้าใจเกี่ยวกับเอกภพ นำไปสู่มุมมองคุณสมบัติขององค์ประกอบต่างๆในเอกภพ ฉะนั้นการอธิบายอนุภาคใดๆ ในระดับจุลภาค (microscopic) ณ ตำแหน่งหนึ่ง ในปริมาตรใด กลางตำแหน่งนั้น จำเป็นต้องอาศัยความหนาแน่นและความดัน กล่าวคือ ทั้งสสาร (matter) และการแผ่รังสี (radiation) ที่เรารู้จักนั้นเชื่อมโยงไปถึงอนุภาคชนิดต่างๆ โดยสำหรับอนุภาคชนิด S การนับจำนวนอนุภาค (number of particles) ใน an infinitesimal momentum-space element d^3p จะอาศัยฟังก์ชันการกระจายตัว (distribution functions) $f_s(x, p, t)$ แทนการมีอยู่ของอนุภาค ณ จุดนั้นๆ¹ ตัวอย่างหนึ่งของการเขียนปริมาณหนึ่งในระดับจุลภาคนี้ ได้แก่ ความหนาแน่นของพลังงานรวม

$$\rho_s(x, t) = g_s \int \frac{d^3p}{(2\pi)^3} f_s(x, p, t) E_s(p),$$

การเขียนความหนาแน่นของพลังงานรวมสำหรับอนุภาคชนิด S จำเป็นต้องรวมทุกๆ พลังงานใน phase-space elements และถ่วงน้ำหนักด้วยจำนวนอนุภาค $\sum f_s(x, p, t) E_s(p)$ จากนั้นหารออกด้วย d^3x ซึ่งแทนถึงการหาความหนาแน่นของพลังงานรวมในปริมาตรเล็กๆ

สำหรับอนุภาคชุดหนึ่งๆที่มีอันตรกิริยากันในช่วงแรกๆที่เอกภพมีการขยายตัว การศึกษาการมีอยู่ของอนุภาคจำนวนมากในส่วนปริมาตรหนึ่ง (volume element) จะศึกษาผ่านการเปลี่ยนแปลงของจำนวนอนุภาคที่เข้าและออกใน phase-space volume หรือ การเปลี่ยนแปลงของฟังก์ชันการกระจายตัวเทียบกับเวลา $df(x, p, t)/dt$ กรณีที่อนุภาคทำอันตรกิริยาต่อกันหมายถึง การที่มีอนุภาคเคลื่อนที่ออกจาก phase-space element หนึ่งไปยังอีก element หนึ่ง หรือ อธิบายได้จาก เทอมการชน (collision term)² เทอมการชนนี้รวมการกระเจิงทั้งแบบการสร้าง

¹ สำหรับ phase-space elements ในปริมาตร $d^3x d^3p$ จากหลักความไม่แน่นอนของไฮเซนเบิร์ก

Heisenberg's principle เราไม่สามารถระบุตำแหน่งของอนุภาคลงไปบน phase space ที่เล็กกว่า $(2\pi\hbar)^3$ หรือกล่าวคือเป็นขนาดของอนุภาคพื้นฐาน ดังนั้น จำนวนอนุภาคใน phase-space elements ในปริมาตร

$d^3x d^3p$ คือ $d^3x d^3p / (2\pi\hbar)^3$

² เหตุผลที่ถูกเรียกว่า เทอมการชน เป็นการอธิบายมาจาก Boltzmann equation in the homogenous expanding universe (Donelson, 2003)

อนุภาค การทำลายอนุภาค และการสลายตัวของอนุภาค และสำหรับการชนกันของอนุภาค $1 + 2 \leftrightarrow 3 + 4$ สมการการวิวัฒน์ของความหนาแน่นของจำนวนอนุภาค n_1 (Donelson, 2003) คือ

$$\begin{aligned} & a^{-3} \frac{d(n_1 a^3)}{dt} \\ &= \int \frac{d^3 p_1}{(2\pi)^3 2E_1} \int \frac{d^3 p_2}{(2\pi)^3 2E_2} \int \frac{d^3 p_3}{(2\pi)^3 2E_3} \int \frac{d^3 p_4}{(2\pi)^3 2E_4} \\ & \times (2\pi)^4 \delta^{(3)}(p_1 + p_2 - p_3 - p_4) \delta^{(1)}(E_1 + E_2 - E_3 \\ & - E_4) |M|^2 \times \{ f_3 f_4 [1 \pm f_1][1 \pm f_2] - f_1 f_2 [1 \pm f_3][1 \pm f_4] \} \end{aligned}$$

หากอันตรกิริยานั้นมากพอที่จะทำให้กลุ่มอนุภาคนั้นอยู่ในอ่างอุณหภูมิเดียวกัน (thermal bath) ภายใต้การประมาณที่ $E - \mu \gg T$ หรือ ฟังก์ชันการกระจายตัวของพลังงาน $f(E) \ll 1$

$$\begin{aligned} & \{ f_3 f_4 [1 \pm f_1][1 \pm f_2] - f_1 f_2 [1 \pm f_3][1 \pm f_4] \} \\ & \rightarrow e^{-\frac{E_1 + E_2}{T}} \{ e^{(\mu_3 + \mu_4)/T} - e^{(\mu_1 + \mu_2)/T} \} \\ & \rightarrow e^{-\frac{E_1 + E_2}{T}} \left\{ \frac{n_3 n_4}{n_3^0 n_4^0} - \frac{n_1 n_1}{n_1^0 n_2^0} \right\} \end{aligned}$$

โดยความหนาแน่นของจำนวนอนุภาคที่ขึ้นกับชนิดของอนุภาค นิยามเป็น

$$n_s = g_s e^{\mu_s/T} \int \frac{d^3 p}{(2\pi)^3} e^{-E_s(p)/T},$$

และกำหนดให้ n_s^0 เป็นความหนาแน่นของจำนวนอนุภาค เมื่อ $\mu_s = 0$ ซึ่งเทอม $e^{\mu_s/T}$ สามารถเขียนได้ในรูปของ n_s/n_s^0 ดังนั้นการอธิบายอันตรกิริยาของอนุภาคช่วงในที่เอกภพมีการขยายตัว จะสามารถเขียนได้เป็น

$$a^{-3} \frac{d(n_1 a^3)}{dt} = n_1^0 n_2^0 \langle \sigma v \rangle \left\{ \frac{n_3 n_4}{n_3^0 n_4^0} - \frac{n_1 n_1}{n_1^0 n_2^0} \right\}$$

โดยที่ $\langle \sigma v \rangle$ คือ ภาคตัดขวางในอุณหภูมิเฉลี่ย (thermal average cross-section)

$$\begin{aligned} \langle \sigma v \rangle &\equiv \frac{1}{n_1^0 n_2^0} \int \frac{d^3 p_1}{(2\pi)^3 2E_1} \int \frac{d^3 p_2}{(2\pi)^3 2E_2} \int \frac{d^3 p_3}{(2\pi)^3 2E_3} \int \frac{d^3 p_4}{(2\pi)^3 2E_4} e^{-\frac{E_1 + E_2}{T}} \\ &\times (2\pi)^4 \delta^{(3)}(p_1 + p_2 - p_3 - p_4) \delta^{(1)}(E_1 + E_2 - E_3 - E_4) |M|^2 \end{aligned}$$

และในกรณีของการประลัยคู่ของสสารมืดไปเป็นอนุภาคในแบบจำลองมาตรฐาน $\chi_1 + \chi_2 \rightarrow \text{SM}_1 + \text{SM}_2$

$$\langle \sigma v \rangle = \frac{\int d^3 p_{\chi_1} \int d^3 p_{\chi_2} \sigma v_{\chi_1 \chi_2 \rightarrow \text{SM}_1 + \text{SM}_2} e^{-(E_{\chi_1} + E_{\chi_2})/T}}{\int d^3 p_{\chi_1} \int d^3 p_{\chi_2} e^{-(E_{\chi_1} + E_{\chi_2})/T}}$$

ตัวอย่าง การเลือกใช้ฟังก์ชันการกระจายตัวของความเร็วสัมพัทธ์ กรณี non-relativistic เขียนได้เป็น (Mirco Cannoni, 2015)

$$P_{v_{rel}} = \sqrt{\frac{2}{\pi}} x^{3/2} v_{rel}^2 E^{-x} v_{rel}^2 / 4$$

จะได้ว่า $\sigma \sim a/v_{rel} + b v_{rel}^2$ และเมื่อนำไปเฉลี่ยในอุณหภูมิ

$$\langle \sigma v_{rel} \rangle = \int_0^\infty dv_{rel} P_{v_{rel}} \sigma v_{rel}$$

ผลที่ได้ เป็น $\langle \sigma v_{rel} \rangle \sim a + 6b/x$

ภาคผนวก จ

```

In[ ]:= omegaList = {};
For[k = 0, k < Length[mXlist], k++;
  xflist = {};
  Oh2Thermal = 0.12;
  mX = mXlist[[k]];
  sigmavMin =  $1 \times 10^{-9}$ ;
  sigmavMax =  $4 \times 10^{-9}$ ;
  Oh2Xnew = 0;
  precision = 0.0012;
  xsecOld = RandomReal[{sigmavMin, sigmavMax}];
  xsecNew = 0;
  (* xf *)
  xfOld = RandomReal[{10, 30}];
  xfNew = 0;
  j = 0;
  While[j < 1,
    xfNew = Log[(0.038 gs[mX / xfOld]1/2 mpl mX xsecOld) / (xfOld1/2)];

    Which[Abs[xfNew - xfOld] ≤ 10-6, j = 1, xfNew ≠ xfOld,
      xfOld = xfNew];
  i = 0;
  While[i < 1,
    xsecNew = 
$$\frac{1.07 \times 10^9 \text{ xfNew}}{(\text{Oh2Thermal}) \text{ gs}[mX / \text{xfNew}]^{1/2} \text{ mpl}}$$
;

    Which[Abs[xsecNew - xsecOld] ≤ 10-6, i = 1, xsecNew ≠ xsecOld,
      xsecOld = xsecNew];
  AppendTo[omegaList, {mX, xfNew, xsecNew, (Oh2Thermal)}]
  (*Print[{mX, " ", xfNew, " ", xsecNew, " ", (Oh2Thermal - precision)}
    ];*)
  ]
Print["Done!"]

```

บรรณานุกรม

- Aaboud, M., et al. (2018). Measurements of Higgs boson properties in the diphoton decay channel with 36 fb^{-1} of pp collision data at $\sqrt{s}=13 \text{ TeV}$ with the ATLAS detector. *Physical Review D*, 98(5).
- Aaboud, M., et al. (2019). Search for invisible Higgs boson decays in vector boson fusion at $\sqrt{s}=13\text{TeV}$ with the ATLAS detector. *Physics Letters B*, 793, 499-519.
- Aad, G., et al. (2016). Measurements of the Higgs boson production and decay rates and constraints on its couplings from a combined ATLAS and CMS analysis of the LHC pp collision data at $\sqrt{s}=7$ and 8 TeV . *Journal of High Energy Physics*, 2016(8), 45.
- Abell, G. O. (1955). The National Geographic Society-Palomar Observatory Sky Survey. *Astronomical Society of the Pacific Leaflets*, 8(366), 121.
- Abell, G. O. (1959). *The Distribution of Rich Clusters of Galaxies*. Retrieved
- Acciari, V. A., et al. (2018). Constraining dark matter lifetime with a deep gamma-ray survey of the Perseus galaxy cluster with MAGIC. *Physics of the Dark Universe*, 22, 38-47.
- Aghanim, N., et al. (2020). Planck 2018 results: VI. Cosmological parameters. 641.
- Akerib, D. S. (2017). Results from a Search for Dark Matter in the Complete LUX Exposure. *Physical Review Letters*, 118(2), 021303.
- Ambartsumian, V. A. (1958). *Theoretical astrophysics*. London: Pergamon Pr.
- Aprile, E., et al. (2018). Dark Matter Search Results from a One Ton-Year Exposure of XENON1T. *Physical Review Letters*, 121(11), 111302.
- Aprile, E., et al. (2020). Projected WIMP sensitivity of the XENONnT dark matter experiment.
- Arakawa, J., และ Tait, T. M. P. (2021). Is a Miracle-less WIMP Ruled Out? *SciPost Phys.*, 11.
- Barbieri, R., Hall, L. J., และ Rychkov, V. S. (2006). Improved naturalness with a heavy Higgs boson: An alternative road to CERN LHC physics. *Physical Review D*, 74(1),

015007.

Barrena, R., et al (2002). The dynamical status of the cluster of galaxies 1E0657-56.

Astronomy and Astrophysics Berlin

386, 816-828.

Bradac, M., et al. (2006). Strong and weak lensing united III : measuring the mass distribution of the merging galaxy cluster 1ES 0657-558. *Astrophysical journal.*, 652, 937-947.

Branco, G. C., et al. (2012). Theory and phenomenology of two-Higgs-doublet models.

PLREP Physics Reports, 516(1-2), 1-102.

Burbidge, G. R., and Margaret, B. E. (1959). The Hercules Clusters of Nebulae. *ApJ The Astrophysical Journal*, 130, 629.

Camilo Garcia-Cely, Michael Gustafsson, and Ibarra, A. (2016). Probing the Inert Doublet Dark Matter Model with Cherenkov Telescopes. *Journal of Cosmology and Astroparticle Physics*.

Carroll, B. W. O. D. A. (2018). *An introduction to modern astrophysics*. Cambridge [etc.]: Cambridge University Press.

Clowe, D., Gonzalez, A., and Markevitch, M. (2004). Weak-Lensing Mass Reconstruction of the Interacting Cluster 1E 0657–558: Direct Evidence for the Existence of Dark Matter. *Astrophysical Journal*, 604(2), 596-603.

Daniel, B. (2018). TASI Lectures on Primordial Cosmology.

de Swart, J. G.; Bertone, G., and van Dongen, J. (2017). How dark matter came to matter.

Nature Astronomy.

Deshpande, N. G., and Ma, E. (1978). Pattern of symmetry breaking with two Higgs doublets. *Physical Review D*, 18(7), 2574-2576.

Dyson, F. W. E. A. S. D. C. (1921). A determination of the deflection of light by the sun's gravitational field, from observations made at the total eclipse of May 29, 1919. *Annual report*.

Ellis, R. S. (2010). Gravitational lensing: a unique probe of dark matter and dark energy. *philtranmathphys Philosophical Transactions: Mathematical, Physical and*

- Engineering Sciences*, 368(1914), 967-987.
- Ethan, M. D., and Shufang, S. (2009). The Inert Dark Matter. *Phys. Rev.*, 80.
- Field, G. B., and Saslaw, W. C. (1971). Groups of Galaxies: Hidden Mass or Quick Disintegration? *Astrophysical Journal*, 170, 199-206.
- G.Bertone., and D.Hooper. (2018). History of dark matter. *Reviews of modern physics / publ. by the American Physical Society.*, 90.
- Ginzburg, I. F., and Ivanov, I. P. (2005). Tree-level unitarity constraints in the most general two Higgs doublet model. *Physical Review D*, 72(11), 115010.
- Gondolo, P. G. G. (1991). Cosmic abundances of stable particles: Improved analysis. *Nuclear Physics B Nuclear Physics B*, 360(1), 145-179.
- Goudelis, A., et al. (2013). Dark matter in the inert doublet model after the discovery of a Higgs-like boson at the LHC. *J. High Energ. Phys. Journal of High Energy Physics*, 2013(9), 1-35.
- Griest, K., and Seckel, D. (1991). Three exceptions in the calculation of relic abundances. *Phys Rev D Part Fields Physical review. D, Particles and fields*, 43(10), 3191-3203.
- Grimus, W., et al. (2008). The oblique parameters in multi-Higgs-doublet models. *Nuclear physics. B.*, 801(1), 81.
- Holmberg, E. (1937). *A study of double and multiple galaxies : together with inquiries into some general metagalactic problems : with an appendix containing a catalogue of 827 double and multiple galaxies*. Lund, Sweden: publ. by the Observatory.
- Honorez, L. L., Nezri, E., Oliver, J. F., and Tytgat, M. H. G. (2006). The Inert Doublet Model: an Archetype for Dark Matter. *Journal of Cosmology and Astroparticle Physics*.
- Husdal, L. (2016). On Effective Degrees of Freedom in the Early Universe. *Galaxies*, 4(4).
- Ivanov, I. P. (2007). Minkowski space structure of the Higgs potential in the two-Higgs-doublet model. *Physical Review D*, 75(3), 035001.
- Jackson, J. C. (1970). The Dynamics of Clusters of Galaxies in Universes with Non-Zero Cosmological Constant, and the Virial Theorem Mass Discrepancy. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 148(3), 249-260.

- Kahn, F. D., and Waltjer, L. (1959). Intergalactic Matter and the Galaxy. *Astrophysical Journal*, 130, 705.
- Kalliopi, P. (2018). *Long-range interactions in dark matter phenomenology*.
- Kent, S. M. (1987). Dark matter in spiral galaxies. II. Galaxies with H I rotation curves. *Astronomical Journal*, 93, 816-832.
- Kolb, E. W., and Turner, M. S. (1990). *The early universe* (69). Redwood City, Calif.: Addison-Wesley.
- Laura Lopez Honorez, and Yaguna, C. E. (2010). The inert doublet model of dark matter revisited.
- Markevitch, M., et al. (2002). A Textbook Example of a Bow Shock in the Merging Galaxy Cluster 1E 0657-56. *ApJ The Astrophysical Journal*, 567(1), L27-L31.
- NASA. (2021). About The Hubble Space Telescope.
- NASA, E., K. Sharon. (2008). Hubble Captures A "Five-Star" Rated Gravitational Lens.
- Oort, J. H. (1955). Measures of the 21-cm line emitted by interstellar hydrogen. *Vistas in Astronomy*, 1, 607-616.
- P.A.Zyla, e. a. (2020). Review of Particle Physics. *Progress of Theoretical and Experimental Physics*, 2020(8).
- Paraficz, D., et al. (2016). The Bullet cluster at its best: Weighing stars, gas, and dark matter. *Astron. Astrophys. Astronomy and Astrophysics*, 594.
- Reddish, V. C. (1967). The evolution of galaxies. *Quarterly Journal of the Royal Astronomical Society*, , 9, 409-423.
- Roberts, M. S., and Rots, A. H. (1973). Comparison of Rotation Curves of Different Galaxy Types. *Astronomy & astrophysics*, 26(3), 483-485.
- Rogstad, D. H., and Shostak, G. S. (1972). Gross Properties of Five Scd Galaxies as Determined from 21-CENTIMETER Observations. *ApJ The Astrophysical Journal*, 176, 315.
- Rubin, V. C., and Ford, W. K. (1970). Rotation of the Andromeda Nebula from a Spectroscopic Survey of Emission Regions. *Astrophys. J.*, 159, 379-403.
- Shane, C. D., and Wirtanen, C. A. (1958). The distribution of extragalactic nebulae. *The*

Astronomical Journal, 59, 285.

Sirunyan, A. M., et al. (2019). Combined measurements of Higgs boson couplings in proton–proton collisions at $\sqrt{s}=13\,\text{TeV}$. *The European Physical Journal C*, 79(5), 421.

Smith, S. (1936). *The mass of the Virgo cluster*. [Chicago]: [publisher not identified].

Tanabashi, M., et al. (2018). Review of Particle Physics. *Physical Review D*, 98(3), 030001.

Tucker, W., et al. (1998). 1E 0657-56: A Contender for the Hottest Known Cluster of Galaxies. *The Astrophysical journal.*, 496(1), L5.

van den Bergh, S. (1961). The stability of clusters of galaxies. *The Astronomical Journal*, 66, 566.

Zwicky, F. (1933). Republication of: The redshift of extragalactic nebulae. *General Relativity and Gravitation*, 41(1), 207-224.

Zwicky, F. (1956). Statistics of Clusters of Galaxies. Distribution of Centers, Angular Dimensions, Structure, Luminosity Function of Member Galaxies. 3, 113-144.

ประวัติผู้เขียน

