การพัฒนากิจกรรมการเรียนการสอนที่เสริมสร้างความสามารถในการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ ผ่านการแก้ปัญหาและการตั้งปัญหาทางเรขาคณิต สำหรับนักเรียนห้องเรียนพิเศษวิทยาศาสตร์ ระดับมัธยมศึกษาตอนต้น

THE DEVELOPMENT OF INSTRUCTIONAL ACTIVITIES TO ENHANCE MATHEMATICAL CREATIVE PROBLEM SOLVING ABILITY THROUGH PROBLEM SOLVING AND PROBLEM POSING IN GEOMETRY FOR ENRICHMENT SCIENCE CLASSROOM STUDENTS IN LOWER SECONDARY SCHOOL

ธีรเชษฐ์ เรืองสุขอนันต์

บัณฑิตวิทยาลัยมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ

2561

การพัฒนากิจกรรมการเรียนการสอนที่เสริมสร้างความสามารถในการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ ผ่านการแก้ปัญหาและการตั้งปัญหาทางเรขาคณิต สำหรับนักเรียนห้องเรียนพิเศษวิทยาศาสตร์ ระดับมัธยมศึกษาตอนต้น

ธีรเชษฐ์ เรืองสุขอนันต์

ปริญญานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตร
การศึกษาดุษฎีบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์
คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ
ปีการศึกษา 2561
ลิขสิทธิ์ของมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ

THE DEVELOPMENT OF INSTRUCTIONAL ACTIVITIES TO ENHANCE MATHEMATICAL CREATIVE PROBLEM SOLVING ABILITY THROUGH PROBLEM SOLVING AND PROBLEM POSING IN GEOMETRY FOR ENRICHMENT SCIENCE CLASSROOM STUDENTS IN LOWER SECONDARY SCHOOL

TEERACHAT RUEANGSUKANAN

A Dissertation Submitted in partial Fulfillment of Requirements

for DOCTOR OF EDUCATION (Mathematics)

Faculty of Science Srinakharinwirot University

2018

Copyright of Srinakharinwirot University

ปริญญานิพนธ์

เรื่อง

การพัฒนากิจกรรมการเรียนการสอนที่เสริมสร้างความสามารถในการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ ผ่านการแก้ปัญหาและการตั้งปัญหาทางเรขาคณิต สำหรับนักเรียนห้องเรียนพิเศษวิทยาศาสตร์ ระดับมัธยมศึกษาตอนต้น

ของ

ธีรเชษฐ์ เรืองสุขอนันต์

ได้รับอนุมัติจากบัณฑิตวิทยาลัยให้นับเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตร
ปริญญาการศึกษาดุษฎีบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์
ของมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ

.... คณบดีบัณฑิตวิทยาลัย
(รองศาสตราจารย์ นายแพทย์ฉัตรชัย เอกปัญญาสกุล)

....

คณะกรรมการสอบปากเปล่าปริญญานิพนธ์

.... ที่ปรึกษาหลัก	.... ประธาน
(อาจารย์ ดร.รุ่งฟ้า จันท์จารุภรณ์)	(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.พงศ์รัศมิ์ เฟื่องฟู)
.... ที่ปรึกษาร่วม	.... กรรมการ
(อาจารย์ ดร.สุกัญญา หะยีสาและ)	(อาจารย์ ดร.ขวัญ เพียซ้าย)

ชื่อเรื่อง	การพัฒนากิจกรรมการเรียนการสอนที่เสริมสร้างความสามารถในการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ ผ่านการแก้ปัญหาและการตั้งปัญหาทางเราขาคณิต สำหรับนักเรียนห้องเรียนพิเศษวิทยาศาสตร์ ระดับมัธยมศึกษาตอนต้น
ผู้วิจัย	ธีรเชษฐ์ เรืองสุขอนันต์
ปริญญา	การศึกษาดุษฎีบัณฑิต
ปีการศึกษา	2561
อาจารย์ที่ปรึกษา	อาจารย์ ดร. รุ่งฟ้า จันท์จารุภรณ์

ความมุ่งหมายของงานวิจัย ได้แก่ (1) เพื่อศึกษาสภาพการเรียนการสอนเรขาคณิตที่เกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ของครูและนักเรียนห้องเรียนพิเศษวิทยาศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตอนต้น (2) เพื่อพัฒนากิจกรรมการเรียนการสอนเรขาคณิตที่เสริมสร้างความสามารถในการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนห้องเรียนพิเศษวิทยาศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตอนต้นให้มีประสิทธิภาพตามเกณฑ์ 60/60 (3) เพื่อศึกษาความสามารถในการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนห้องเรียนพิเศษวิทยาศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตอนต้นที่เรียนด้วยกิจกรรมการเรียนการสอนเรขาคณิตที่เสริมสร้างความสามารถในการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ (4) เพื่อศึกษาพฤติกรรมการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนห้องเรียนพิเศษวิทยาศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตอนต้นที่เรียนด้วยกิจกรรมการเรียนกา รสอนเรขาคณิตที่เสริมสร้างความสามารถในการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ โดยมีกลุ่มเป้าหมายเป็นนักเรียนและครูห้องเรียนพิเศษวิทยาศาสตร์ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ของโรงเรียนสาธิตแห่งมหาวิทยาลัยรามคำแหง และโรงเรียนสาธิตมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร (ฝ่ายมัธยม) ที่ได้จากการเลือกแบบเจาะจง และมีนักเรียน 4 คนเป็นนักเรียนเป้าหมายเพื่อศึกษาเชิงลึก ผลการวิจัย พบว่า (1) สภาพการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ของนักเรียนและครูห้องเรียนพิเศษวิทยาศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตอนต้น (1.1) ครูและนักเรียนมีคะแนนเฉลี่ยของความเชื่อที่เกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์อยู่ในระดับมาก โดยมีคะแนนเฉลี่ยของความเชื่อที่เกี่ยวกับคณิตศาสตร์ ความเชื่อที่เกี่ยวกับการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ทางเรขาคณิต และความเชื่อที่เกี่ยวกับการเรียนการสอนการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ทางเรขาคณิตอยู่อยู่ในระดับมา ก (1.2) นักเรียนมีประสบการณ์น้อยในการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ ทำให้นักเรียนไม่ปรากฏการคิดหาผลเฉลยและรูปแบบของผลเฉลย โดยคิดหาผลเฉลยได้เพียงผลเฉลยเดียว เมื่อนักเรียนส่วนใหญ่คิดหาผลเฉลยหรือรูปแบบผลเฉลยใดผลเฉลยหนึ่งได้แล้วนักเรียนจะหยุดคิดหาผลเฉลยอื่น ๆ ในทันที ด้านความคิดยืดหยุ่น นักเรียนไม่ปรากฏการเขียนเกณฑ์การจัดกลุ่มของผลเฉลยทำให้การจัดกลุ่มมีความซ้ำซ้อน ด้านความคิดริเริ่มและความคิดละเอียดลออ นักเรียนไม่ปรากฏการคิดสร้างสถานการณ์ปัญหาที่มีผลเฉลยและรูปแบบของผลเฉลยแปลกใหม่แตกต่างจากผลเฉลยเดิม (1.3) หลักสูตรเรขาคณิตและการจัดการเรียนการสอนของครูสำหรับนักเรียนห้องเรียนพิเศษวิทยาศาสตร์นั้นไม่ได้มุ่งเน้นทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์รวมทั้งการแก้ปัญหาอย่างสร้างส รรค์ ทำให้นักเรียนขาดประสบการณ์ในการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ (2) กิจกรรมการเรียนการสอนเรขาคณิตที่เสริมสร้างความสามารถในการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนห้องเรียนพิเศษวิทยาศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตอนต้น มีประสิทธิภาพเท่ากับ 68.62/67.34 ซึ่งเป็นไปตามเกณฑ์ 60/60(3) นักเรียนห้องเรียนพิเศษวิทยาศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตอนต้นที่เรียนด้วยกิจกรรมการเรียนการสอนที่เสริมสร้างความสามารถในการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ผ่านการแก้ปัญหาและการตั้งปัญหาทางเรขาคณิต มีความสามารถในการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 60 ของคะแนนเต็มมีจำนวนมากกว่าร้อยละ 60 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด ที่ระดับนัยสำคัญ .01 และ (4) เมื่อนักเรียนมีประสบการณ์ในการแก้ปัญหาและการตั้งปัญหามากขึ้น ด้านความคิดคล่อง นักเรียนสามารถคิดหาผลเฉลยได้จำนวนมากในเวลาที่กำหนดและคิดหาผลเฉลยได้หลายรูปแบบที่แตกต่างกัน ด้านความคิดยืดหยุ่น นักเรียนสามารถคิดสร้างเกณฑ์และเขียนคำอธิบายเกณฑ์การจัดกลุ่มของผลเฉลยที่ชัดเจนขึ้น ด้านความคิดริเริ่ม นักเรียนสามารถสร้างสถานการณ์ปัญหาที่มีผลเฉลยแปลกใหม่แตกต่างจากผลเฉลยเดิมและมีรูปแบบผลเฉลยแปลกใหม่แตกต่างจากรูปแบบเดิมได้และด้านความคิดละเอียดลออ นักเรียนสามารถสร้างสถานการณ์ปัญหาที่มีรายละเอียดของสถานการณ์ปัญหาที่ครบถ้วนและชัดเจนมากขึ้น และมีผลเฉลยจำนวนมากที่แตกต่างกันและมีหลากหลายรูปแบบมากขึ้น

คำสำคัญ : กิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์, การแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ทางเรขาคณิต, การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์, การตั้งปัญหาทางคณิตศาสตร์

Title	THE DEVELOPMENT OF INSTRUCTIONAL ACTIVITIES TO ENHANCE MATHEMATICAL CREATIVE PROBLEM SOLVING ABILITY THROUGH PROBLEM SOLVING AND PROBLEM POSING IN GEOMETRY FOR ENRICHMENT SCIENCE CLASSROOM STUDENTS IN LOWER SECONDARY SCHOOL
Author	TEERACHAT RUEANGSUKANAN
Degree	DOCTOR OF EDUCATION
Academic Year	2018
Thesis Advisor	Dr. Rungfa Janjaruporn

The purposes of this research were as follows (1) to study the status of mathematics instruction related to creative problem solving for geometry students and teachers in the enriched science classroom for lower secondary level students; (2) to develop instructional activities to enhance mathematical creative problem solving ability through problem solving and posing in geometry for enriched science classroom students in lower secondary school with an efficiency according to a criteria of 60/60; (3) to study the effects on mathematical creative problem solving ability and then (4) to study the effects on the performance of students in terms of mathematical creative problem solving. The target group consisted of Mattayomsuksa III students and math teachers at Ramkhamhaeng University Demonstration School and Srinakharinwirot University Prasarnmit Demonstration School (Secondary). They were selected using the purposive sampling method and then four of the participants were as selected as target students for the case study. The results of the study were as follows: (1) In studying the status of mathematics instruction related to creative problem solving for geometry students and teachers in an enriched science classroom for lower secondary students, (1.1) beliefs related to mathematical creative problem-solving among students and teachers at a high level. Furthermore, the beliefs associated with mathematics, mathematical creative problem -solving and teaching and learning in mathematical creative problem solving at high level. (1.2) Students lacked problem-solving experience. The students could not solve a problems using more than one solution and problems with more than one category of solutions. On the aspect of flexibility, students could not provide appropriate rules to classify the solutions. In terms of the aspect of originality and elaboration, students could not create situations with more than one solution and a variety of solution types; (1.3) the geometry curriculum and mathematics teachers in enrichment science classroom did not focus on mathematics skills and processes and mathematical creative problem-solving. Also, Students had misconceptions about mathematical creative problem solving; (2) the efficiency criterion of the instructional activities to enhance mathematical creative problem-solving in an enriched science classroom of Mattayomsuksa III students was 60/60 and had an average of 68.62/67.34; (3) based on their scores on the test and tasks, it was found that the number of students who scored higher than sixty percent was more than sixty percent of the total number of students at a statistical of .01; and (4) when instructional activities were conducted, there was evidence that the students worked on more problems. In term of fluency, students had the ability to solve problems with more than one solution, or more than one category of solutions. In term of flexibility, students had the ability to select the solution or group of solutions such that they felt corresponded with the given situation or conditions, and provide appropriate rules for the categories of solutions. In term of originality, students crated situations with more than one solution and a variety of solution types. In term of elaboration, students crated the situations with more than one possibility, for example, providing clear details. These performances supported the findings that students with experience of geometry instructional activities could develop their mathematical creative problem-solving ability.

Keyword : Mathematics Instructional Activities, Geometric Creative Problem Solving, Mathematical Problem Solving, Mathematical Problem Posing

กิตติกรรมประกาศ

ปริญญานิพนธ์นี้สำเร็จได้ด้วยดีเป็นเพราะผู้วิจัยได้รับความกรุณาอย่างยิ่งจาก อาจารย์ ดร.รุ่งฟ้า จันท์จารุภรณ์ อาจารย์ที่ปรึกษาหลัก และอาจารย์ ดร.สุกัญญา หะยีสาและ อาจารย์ที่ปรึกษาร่วม ท่านทั้งสองได้เสียสละเวลาอันมีค่าเพื่อให้คำปรึกษาแนะนำในการจัดทำ งานวิจัยนี้ทุกขั้นตอน ผู้วิจัยขอกราบขอบพระคุณเป็นอย่างสูงไว้ ณ ที่นี้

ขอกราบขอบพระคุณผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.ทรงชัย อักษรคิด ผู้ช่วยศาสตราจารย์ชวลิต สูงใหญ่ และอาจารย์ ดร.ขวัญ เพียซ้าย ที่กรุณาเป็นผู้เชี่ยวชาญในการให้คำแนะนำและตรวจแก้เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

ขอกราบขอบพระคุณผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.พงศ์รัศมิ์ เฟื่องฟู ประธานสอบปากเปล่า ที่ได้ให้ข้อคิดเห็นที่เป็นประโยชน์ต่อผู้วิจัย ทำให้ปริญญานิพนธ์ฉบับนี้สมบูรณ์ยิ่งขึ้น

ขอกราบขอบพระคุณอาจารย์ในภาควิชาคณิตศาสตร์ คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ทุกท่านที่ให้คำนำแนะในการเรียน และการทำปริญญานิพนธ์

ขอกราบขอบพระคุณผู้อำนวยการและคณะอาจารย์กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ โรงเรียนสาธิตมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร (ฝ่ายมัธยม) และโรงเรียนสาธิตมหาวิทยาลัยรามคำแหง ที่ให้ความช่วยเหลือและอำนวยความสะดวกในการทดลองใช้เครื่องมือ

ขอขอบคุณอาจารย์จิราวรรณ เทพจินดา อาจารย์จิตติมา ชอบเอียด อาจารย์ธัชพล พลรัตน์ อาจารย์อิสริยา ปรมัตถากร อาจารย์จีระศักดิ์ ดีสะเมาะ อาจารย์นันทชัย นวลสะอาด และอาจารย์ศิรัชชรินทร์ ยศวรินทร์ ที่ช่วยเหลือในการเก็บรวบรวมข้อมูล การวิเคราะห์ข้อมูล และให้คำปรึกษาในการทำวิจัย

ขอกราบขอบพระคุณ คุณพ่อสินศักดิ์ และคุณแม่นัยรัตน์ เรืองสุขอนันต์ และครอบครัวที่ได้ให้ทั้งกำลังใจและกำลังทรัพย์สนับสนุน การศึกษาของผู้วิจัยมาโดยตลอด และขอขอบคุณพี่ ๆ เพื่อน ๆ น้อง ๆ ปริญญาโทและปริญญาเอก สาขาคณิตศาสตร์ ทุกคนที่ให้กำลังใจ และความช่วยเหลือจนทำให้ปริญญานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จด้วยดี

คุณค่าและประโยชน์ของปริญญานิพนธ์เล่มนี้ ขอมอบเป็นเครื่องบูชา พระคุณบิดา มารดาและครูอาจารย์ทุกท่าน ที่ได้อบรมสั่งสอนประสิทธิ์ประสาทความรู้ทั้งปวงแก่ผู้วิจัย และขอยกคุณความดีนี้ให้แก่ผู้มีพระคุณ หรือผู้ที่เกี่ยวข้องในการทำปริญญานิพนธ์นี้ทุก ๆ ท่าน

ธีรเชษฐ์ เรืองสุขอนันต์

สารบัญ

หน้า

บทคัดย่อภาษาไทย .... ง

บทคัดย่อภาษาอังกฤษ .... จ

กิตติกรรมประกาศ .... ฉ

สารบัญ .... ช

สารบัญตาราง .... ฏ

สารบัญรูปภาพ .... ฑ

บทที่ 1 บทนำ 1

ภูมิหลัง 1

คำถามการวิจัย 7

ความมุ่งหมายของการวิจัย 7

ความสำคัญของการวิจัย 8

ขอบเขตของการวิจัย 8

1. สำหรับการศึกษาสภาพการเรียนการสอนเรขาคณิตที่เกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ของครูและนักเรียน 8

2. สำหรับการพัฒนากิจกรรมการเรียนการสอนที่เสริมสร้างความสามารถในการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์สำหรับนักเรียน และหาคุณภาพของเครื่องมือ 9

3. สำหรับการศึกษาความสามารถและพฤติกรรมในการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน 9

ระยะเวลาที่ใช้ในการวิจัย 10

เนื้อหาที่ใช้ในการวิจัย 10

แบบแผนการวิจัย 10

ตัวแปรที่ศึกษา 10
นิยามศัพท์เฉพาะ 11
สมมติฐานในการวิจัย 15
กรอบแนวคิดการวิจัย 16
บทที่ 2 เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง 17
ตอนที่ 1 สภาพการเรียนการสอนเรขาคณิตที่เกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ 17
ตอนที่ 2 แนวคิดเกี่ยวกับการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ 17
ตอนที่ 3 แนวการจัดการเรียนการสอนการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ 17
ตอนที่ 4 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ 17
ตอนที่ 1 สภาพการเรียนการสอนที่เกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ 18
1.1 การประเมินผลระดับชาติและนานาชาติเกี่ยวกับการแก้ปัญหาทางเรขาคณิต 18
1.2 การประเมินผลระดับชาติและนานาชาติเกี่ยวกับการคิดสร้างสรรค์ 20
1.3 มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนของครูและนักเรียนเกี่ยวกับการจัดการเรียนการสอนในสาระเรขาคณิต 22
ตอนที่ 2 แนวคิดเกี่ยวกับการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ 27
2.1 ความหมายของการแก้ปัญหา ความคิดสร้างสรรค์และการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ 27
2.2 กระบวนการแก้ปัญหาและการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ 35
2.3 ยุทธวิธีในการแก้ปัญหา 39
2.4 แนวการพัฒนาการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ 43
ตอนที่ 3 แนวการจัดการเรียนการสอนการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ 47
3.1 แนวการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนผ่านการแก้ปัญหา 47

3.2 แนวการประเมินผลการแก้ปัญหา 50

3.3 แนวการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนผ่านการตั้งปัญหา 56

3.4 แนวการประเมินผลการตั้งปัญหา 58

3.5 แนวการหาประสิทธิภาพของกิจกรรมการเรียนการสอน 61

ตอนที่ 4 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ 67

4.1 งานวิจัยในประเทศ 67

4.2 งานวิจัยต่างประเทศ 69

บทที่ 3 วิธีดำเนินการวิจัย 71

ระยะที่ 1 การศึกษาสภาพการเรียนการสอนเรขาคณิตที่เกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ของครูและนักเรียน 74

1.1 การกำหนดเป้าหมายสำหรับศึกษาสภาพการเรียนการสอน 74

1.2 การกำหนดกรอบแนวคิดในการศึกษาสภาพการเรียนการสอนเรขาคณิตที่เกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ของครูและนักเรียน 74

1.3 การสร้างและหาคุณภาพเครื่องมือ 79

1.4 การเก็บรวบรวมข้อมูล 82

1.5 การวิเคราะห์ข้อมูล 82

ระยะที่ 2 การพัฒนากิจกรรมการเรียนการสอนที่เสริมสร้างความสามารถในการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์สำหรับนักเรียน และหาคุณภาพของเครื่องมือ 83

2.1 การกำหนดกลุ่มนำร่อง 83

2.2 การกำหนดกรอบแนวคิดในการพัฒนากิจกรรมการเรียนการสอนที่เสริมสร้างความสามารถในการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์สำหรับนักเรียนและหาคุณภาพของเครื่องมือ 83

2.3 การสร้างและหาคุณภาพเครื่องมือ 94

2.4 การหาประสิทธิภาพของของกิจกรรมการเรียนการสอนและหาคุณภาพของเครื่องมือ 103
ระยะที่ 3 การศึกษาความสามารถและพฤติกรรมในการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน 104
3.1 การกำหนดกลุ่มเป้าหมาย 104
3.2 การกำหนดกรอบแนวคิดในการศึกษาความสามารถและพฤติกรรมในการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน 104
3.3 การดำเนินการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนและเก็บรวบรวมข้อมูล 105
3.4 การวิเคราะห์ข้อมูล 106
บทที่ 4 ผลการวิเคราะห์ข้อมูล 108
ระยะที่ 1 การศึกษาสภาพการเรียนการสอนเรขาคณิตที่เกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ 108
ตอนที่ 1 ความเชื่อที่เกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ทางเรขาคณิต 109
ตอนที่ 2 ความสามารถในการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ทางเรขาคณิต 117
ระยะที่ 2 การพัฒนากิจกรรมการเรียนการสอนเรขาคณิตที่เสริมสร้างความสามารถในการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนห้องเรียนพิเศษวิทยาศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตอนต้น 126
ระยะที่ 3 การศึกษาความสามารถและพฤติกรรมในการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนห้องเรียนพิเศษวิทยาศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตอนต้นที่เรียนด้วยกิจกรรมการเรียนการสอนเรขาคณิตที่เสริมสร้างความสามารถในการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ 132
บทที่ 5 สรุปผล อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ 183
ความมุ่งหมาย สมมติฐานและวิธีดำเนินการวิจัยโดยสังเขป 183
สรุปและอภิปรายผลการวิจัย 192
ข้อเสนอแนะ 203

บรรณานุกรม 205

ภาคผนวก 212

ภาคผนวก ก การหาคุณภาพของเครื่องมือ 213

ภาคผนวก ข ข้อมูลที่ได้จากการวิจัย และการทดสอบสมมติฐานของการวิจัย 222

ภาคผนวก ค ตัวอย่างแผนการจัดการเรียนรู้ 225

ภาคผนวก ง ตัวอย่างแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ 311

ภาคผนวก จ รายนามผู้เชี่ยวชาญ 340

ประวัติผู้เขียน 342

สารบัญตาราง

หน้า

ตาราง 1 ร้อยละของนักเรียนที่ทำข้อสอบถูกจำแนกตามเนื้อหาระหว่าง PISA 2012 กับ PISA 2015 19

ตาราง 2 แสดงมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและมโมทัศน์ที่ถูกต้องในสาระเรขาคณิต 23

ตาราง 3 แสดงการเปรียบเทียบความหมายและองค์ประกอบของการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ 34

ตาราง 4 ตัวอย่างการให้คะแนนแบบวิเคราะห์ 53

ตาราง 5 ตัวอย่างการให้คะแนนแบบองค์รวม 54

ตาราง 6 ระดับความซับซ้อนของปัญหา 59

ตาราง 7 กำหนดเกณฑ์การให้คะแนนการตั้งปัญหาแบบองค์รวม 61

ตาราง 8 ร้อยละของนักเรียนที่ทำข้อสอบถูกจำแนกตามเนื้อหาระหว่าง PISA 2012 กับ PISA 2015 75

ตาราง 9 กิจกรรมการเรียนการสอนที่เสริมสร้างความสามารถในการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ผ่านการแก้ปัญหาและการตั้งปัญหาทางเรขาคณิต สำหรับนักเรียนห้องเรียนพิเศษวิทยาศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตอนต้น 87

ตาราง 10 การให้คะแนนแบบวิเคราะห์ด้านการแก้ปัญหาของกิจกรรมการเรียนการสอนที่เสริมสร้างความสามารถในการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ผ่านการแก้ปัญหาการตั้งปัญหาทางเรขาคณิตสำหรับนักเรียนห้องเรียนพิเศษวิทยาศาสตร์ ระดับมัธยมศึกษาตอนต้น. 95

ตาราง 11 การให้คะแนนแบบวิเคราะห์ด้านการตั้งปัญหาของกิจกรรมการเรียนการสอนที่เสริมสร้างความสามารถในการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ผ่านการแก้ปัญหาการตั้งปัญหาทางเรขาคณิตสำหรับนักเรียนห้องเรียนพิเศษวิทยาศาสตร์ ระดับมัธยมศึกษาตอนต้น. 98

ตาราง 12 ค่าเฉลี่ยเลขคณิตและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนจากแบบสอบถามความเชื่อที่เกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหาของนักเรียน 109

ตาราง 13 ค่าเฉลี่ยเลขคณิตและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนจากแบบสอบถามความเชื่อที่เกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ทางเรขาคณิตของครู 112

ตาราง 14 ผลการวิเคราะห์การหาประสิทธิภาพรายบุคคลของกิจกรรมการเรียนการสอนเรขาคณิตที่เสริมสร้างความสามารถในการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนห้องเรียนพิเศษวิทยาศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตอนต้น 127

ตาราง 15 ผลการวิเคราะห์การหาประสิทธิภาพเป็นกลุ่มย่อยของกิจกรรมการเรียนการสอนเรขาคณิตที่เสริมสร้างความสามารถในการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนห้องเรียนพิเศษวิทยาศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตอนต้น 128

ตาราง 16 ผลการวิเคราะห์การหาประสิทธิภาพภาคสนามของกิจกรรมการเรียนการสอนเรขาคณิตที่เสริมสร้างความสามารถในการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ สำหรับนักเรียนห้องเรียนพิเศษวิทยาศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตอนต้น 130

ตาราง 17 ค่าเฉลี่ยเลขคณิต และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนจากใบกิจกรรมรายบุคคลครั้งที่ 1 – 3 (คาบเรียนที่ 5 - 6, 11 - 12 และ 17 - 18) และแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนกลุ่มเป้าหมาย 132

ตาราง 18 ผลการทดสอบสมมติฐานของการวิจัย 133

ตาราง 19 จำนวนและร้อยละของผลเฉลยที่นักเรียนหาได้ จากจำนวนผลเฉลยทั้งหมด 137

ตาราง 20 รูปแบบของผลเฉลยในกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 9 “การหาปริมาตรของทรงเรขาคณิตเพื่อเพิ่มปริมาณน้ำในตู้ปลา” 147

ตาราง 21 รูปแบบของผลเฉลยในกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 9 “การหาปริมาตรของทรงกลมในกล่องทรงสี่เหลี่ยมมุมฉาก” 151

ตาราง 22 ดัชนีความสอดคล้องของแบบสอบถามความเชื่อที่เกี่ยวกับการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ทางเรขาคณิตสำหรับครูและนักเรียน 215

ตาราง 23 ดัชนีความสอดคล้องของแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ในระยะที่ 1 216

ตาราง 24 ดัชนีความสอดคล้องของกิจกรรมการเรียนการสอนและเครื่องมือ ในระยะที่ 2 217

ตาราง 25 ดัชนีความสอดคล้องของแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ในระยะที่ 2 218

ตาราง 26 คะแนนการหาประสิทธิภาพของกิจกรรมการเรียนการสอนที่เสริมสร้างความสามารถในการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์สำหรับนักเรียนในระยะที่ 2 219

ตาราง 27 ค่าความยากง่าย (p) และค่าอำนาจจำแนก (r) ของแบบทดสอบ 220

ตาราง 28 คะแนนของนักเรียนกลุ่มเป้าหมายที่เรียนโดยใช้กิจกรรมการเรียนการสอนที่เสริมสร้างความสามารถในการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ของนักเรียนห้องเรียนพิเศษวิทยาศาสตร์ ระดับมัธยมศึกษาตอนต้น 223

สารบัญรูปภาพ

หน้า

ภาพประกอบ 1 กรอบแนวคิดการวิจัย 16

ภาพประกอบ 2 กระบวนการแก้ปัญหาเป็นแนวเส้นตรง 36

ภาพประกอบ 3 กระบวนการแก้ปัญหาที่เป็นพลวัต 37

ภาพประกอบ 4 ผลการตั้งปัญหาของนักเรียน ตามแนวคิดของซิลเวอร์ และไซ 58

ภาพประกอบ 5 ระยะและขั้นตอนในการดำเนินการวิจัย 73

ภาพประกอบ 6 กระบวนการแก้ปัญหาที่เป็นพลวัต ตามแนวคิดของวิลสันและคณะ 85

ภาพประกอบ 7 ขั้นตอนที่ 1 การจัดกิจกรรมการแก้ปัญหาในแต่ละคาบเรียน 90

ภาพประกอบ 8 ขั้นตอนที่ 2 การจัดกิจกรรมการตั้งปัญหาในแต่ละคาบเรียน 91

ภาพประกอบ 9 การกำหนดแนวทางในการพัฒนากิจกรรมการเรียนการสอน 92

ภาพประกอบ 10 ผลเฉลยเพียงผลเฉลยเดียวในการแก้ปัญหาข้อที่ 1 118

ภาพประกอบ 11 ผลเฉลยเพียงผลเฉลยเดียวในการแก้ปัญหาข้อที่ 2 118

ภาพประกอบ 12 การคิดสร้างเกณฑ์การจัดกลุ่มของผลเฉลยที่ไม่ซับซ้อน และจัดกลุ่มของผลเฉลยได้เพียง 2 กลุ่มเท่านั้น ในการแก้ปัญหาข้อที่ 1 ของนักเรียน 120

ภาพประกอบ 13 การคิดสร้างเกณฑ์การจัดกลุ่มของผลเฉลยที่ไม่ซับซ้อน เขียนเพียงวลีหรือประโยคสั้นๆ และจัดกลุ่มของผลเฉลยได้เพียง 2 กลุ่มเท่านั้น ในการแก้ปัญหาข้อที่ 2 ของนักเรียน 120

ภาพประกอบ 14 ร่องรอยการคิดหาผลเฉลยของกลุ่มเป้าหมายด้วยยุทธวิธีเดาและตรวจสอบในกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 1 “การหาพื้นที่ของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากบนกระดาษจุด” 139

ภาพประกอบ 15 ร่องรอยการคิดหาผลเฉลยของกลุ่มเป้าหมายด้วยยุทธวิธีการสร้างตารางในกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 9 “การหาปริมาตรของทรงเรขาคณิตเพื่อเพิ่มปริมาณน้ำในตู้ปลา” 140

ภาพประกอบ 16 ร่องรอยการคิดหาผลเฉลยของกลุ่มเป้าหมายด้วยยุทธวิธีการสร้างตารางการเขียนภาพในกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 15 “การหาปริมาตรของทรงกลมในกล่องทรงสี่เหลี่ยมมุมฉาก” 141

ภาพประกอบ 17 รูปแบบของผลเฉลยในกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 1 “การหาพื้นที่ของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากบนกระดาษจุด” 143

ภาพประกอบ 18 ตัวอย่างรูปแบบของผลเฉลยในกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 1 "การหาพื้นที่ของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากบนกระดาษจุด" ของ ยุ้งข้าว 144
ภาพประกอบ 19 ตัวอย่างรูปแบบของผลเฉลยในกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 1 "การหาพื้นที่ของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากบนกระดาษจุด" ของ ขวัญข้าว 145
ภาพประกอบ 20 ตัวอย่างรูปแบบของผลเฉลยในกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 1 146
ภาพประกอบ 21 ตัวอย่างรูปแบบของผลเฉลยในกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 9 "การหาปริมาตรของทรงเรขาคณิตเพื่อเพิ่มปริมาณน้ำในตู้ปลา" ของ ขวัญข้าว 149
ภาพประกอบ 22 ตัวอย่างรูปแบบของผลเฉลยในกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 9 "การหาปริมาตรของทรงเรขาคณิตเพื่อเพิ่มปริมาณน้ำในตู้ปลา" ของ รวงข้าว 150
ภาพประกอบ 23 ตัวอย่างรูปแบบของผลเฉลยในกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 15 "การหาปริมาตรของทรงกลมในกล่องทรงสี่เหลี่ยมมุมฉาก" ของ รวงข้าว 153
ภาพประกอบ 24 ตัวอย่างรูปแบบของผลเฉลยในกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 15 "การหาปริมาตรของทรงกลมในกล่องทรงสี่เหลี่ยมมุมฉาก" ของ ขวัญข้าว 154
ภาพประกอบ 25 ร่องรอยการคิดหาผลเฉลยในกระดาษทดของกลุ่มเป้าหมายด้วยยุทธวิธีเดาและตรวจสอบในกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 1"การหาพื้นที่ของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากบนกระดาษจุด"..... 156
ภาพประกอบ 26 ร่องรอยการคิดหาผลเฉลยของกลุ่มเป้าหมายในกระดาษคำตอบด้วยยุทธวิธีการสร้างตารางในกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 9 "การหาปริมาตรของทรงเรขาคณิต เพื่อเพิ่มปริมาณน้ำในตู้ปลา" 157
ภาพประกอบ 27 ร่องรอยการคิดหาผลเฉลยของกลุ่มเป้าหมายในกระดาษคำตอบด้วยยุทธวิธีการสร้างตารางในกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 15 158
ภาพประกอบ 28 ร่องรอยเกณฑ์ที่ 1 การพิจารณาการสร้างรูปสามเหลี่ยมมุมฉากหน้าจั่วที่มีด้านประกอบมุมฉากขนานกับเส้นขอบ (รูปแนวตั้ง) และรูปสามเหลี่ยมมุมฉากหน้าจั่ว ที่มีด้านประกอบมุมฉากไม่ขนานกับเส้นขอบ (รูปแนวดิ่ง) ของ ยุ้งข้าว 160
ภาพประกอบ 29 ร่องรอยเกณฑ์ที่ 2 การพิจารณาความยาวด้านประกอบมุมฉาก เป็นจำนวนเต็มและไม่เป็นจำนวนเต็มของ ต้นข้าว 160
ภาพประกอบ 30 ร่องรอยเกณฑ์ที่ 1 การพิจารณาเกณฑ์การพิจารณาจากจำนวนวัตถุทรงเรขาคณิต (ปริซึมฐานสี่เหลี่ยม) ซึ่งที่มีปริมาตรมากที่สุด (300 ลูกบาศก์หน่วย) ของ ขวัญข้าว 162
ภาพประกอบ 31 ร่องรอยเกณฑ์ที่ 2 การพิจารณาจำนวน(ชิ้น) ของวัตถุชนิดที่ 1 วัตถุชนิดที่ 2 และวัตถุชนิดที่ 3 ที่มีจำนวนชิ้นแตกต่างกัน ของ กลุ่มต้นข้าว 162

ภาพประกอบ 32 ร่องรอยเกณฑ์ที่ 3 การพิจารณาจำนวน(ชิ้น) ของวัตถุชนิดที่ 1 วัตถุชนิดที่ 2 และวัตถุชนิดที่ 3 ที่มีจำนวนชิ้นที่รวมกันแล้วเป็นจำนวนคู่ หรือจำนวนคี่ ของกลุ่มรวงข้าว 163
ภาพประกอบ 33 ร่องรอยเกณฑ์ที่ 1 การพิจารณาจากลูกบอลทรงกลมชนิดที่ 1 มีรัศมี 10.5 หน่วย ซึ่งมีจำนวนชิ้นมากที่สุด 3 ชิ้น 2 ชิ้น และ 1 ชิ้น ของกลุ่มยุ้งข้าว 164
ภาพประกอบ 34 ร่องรอยการปรับเปลี่ยนเงื่อนไขของสถานการณ์ปัญหาคาบเรียนที่ 2 เพื่อสร้างสถานการณ์ปัญหาที่มีผลเฉลยแปลกใหม่แตกต่างจากผลเฉลยเดิม ของ ขวัญข้าว 168
ภาพประกอบ 35 ร่องรอยการปรับเปลี่ยนเงื่อนไข (2) ของสถานการณ์ปัญหาคาบเรียนที่ 2 เพื่อสร้างสถานการณ์ปัญหาที่มีผลเฉลยแปลกใหม่แตกต่างจากผลเฉลยเดิม ของ ต้นข้าว 169
ภาพประกอบ 36 ร่องรอยการปรับเปลี่ยนเงื่อนไข (1) ของสถานการณ์ปัญหาคาบเรียนที่ 10 เพื่อสร้างสถานการณ์ปัญหาที่มีผลเฉลยแปลกใหม่แตกต่างจากผลเฉลยเดิม ของกลุ่มขวัญข้าว 170
ภาพประกอบ 37 ร่องรอยการปรับเปลี่ยนเงื่อนไข (2) ของสถานการณ์ปัญหาคาบเรียนที่ 10 เพื่อสร้างสถานการณ์ปัญหาที่มีผลเฉลยแปลกใหม่แตกต่างจากผลเฉลยเดิม ของกลุ่มต้นข้าว 171
ภาพประกอบ 38 ร่องรอยการปรับเปลี่ยนเงื่อนไขของสถานการณ์ปัญหาคาบเรียนที่ 16 เพื่อสร้างสถานการณ์ปัญหาที่มีผลเฉลยแปลกใหม่แตกต่างจากผลเฉลยเดิม ของกลุ่มรวงข้าว............. 172
ภาพประกอบ 39 ร่องรอยการปรับเปลี่ยนเงื่อนไขของสถานการณ์ปัญหาคาบเรียนที่ 16 เพื่อสร้างสถานการณ์ปัญหาที่มีผลเฉลยแปลกใหม่แตกต่างจากผลเฉลยเดิม ของกลุ่มยุ้งข้าว 173
ภาพประกอบ 40 ร่องรอยการสร้างสถานการณ์และการแก้ปัญหาใหม่ที่มีผลเฉลยจำนวนมาก ที่แตกต่างกันและมีหลากหลายรูปแบบมากขึ้นในคาบเรียนที่ 2 ของกลุ่มต้นข้าว 179
ภาพประกอบ 41 ร่องรอยการสร้างสถานการณ์และการแก้ปัญหาใหม่ที่มีผลเฉลยจำนวนมาก ที่แตกต่างกันและมีหลากหลายรูปแบบมากขึ้นในคาบเรียนที่ 10 ของกลุ่มยุ้งข้าว 180
ภาพประกอบ 42 ร่องรอยการสร้างสถานการณ์และการแก้ปัญหาใหม่ที่มีผลเฉลยจำนวนมาก 181

บทที่ 1
บทนำ

ภูมิหลัง

ในชีวิตประจำวันกิจกรรมที่เราทำอยู่เป็นประจำก็คือ “การแก้ปัญหา” ปัญหาที่เราแก้นั้นมีทั้งปัญหาที่แก้ได้ง่ายโดยใช้เพียงความรู้หรือประสบการณ์เดิม และปัญหาที่มีความยุ่งยากซับซ้อนจนเราไม่สามารถแก้ปัญหาได้ในทันที เราจึงต้องอาศัยความรู้ ทักษะและกระบวนการร่วมกับเทคนิควิธีที่หลากหลายในการแก้ปัญหาซับซ้อนเหล่านั้น (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2555c, น. 6) โดยเฉพาะปัญหาที่มีความซับซ้อนบางปัญหา เมื่อแก้ปัญหาได้แล้วจะส่งผลให้เกิดนวัตกรรมที่เป็นประโยชน์ต่อมนุษย์ในวงกว้าง เช่น ปัญหาข้อจำกัดของเครื่องมือ/อุปกรณ์ที่ใช้ศึกษาวิจัยระบบขนาดเล็กในระดับอะตอมทางวิทยาศาสตร์ ด้วยขีดจำกัดของกล้องจุลทรรศน์เชิงแสง (Optical Microscope) ที่ไม่สามารถศึกษาในระบบที่ต่ำกว่าเซลล์ได้ นักคณิตศาสตร์และวิทยาศาสตร์จึงพยายามแก้ปัญหาและสร้างนวัตกรรมเพื่อศึกษาระบบที่มีขนาดเล็กในระดับนาโน (Nano) คือกล้องจุลทรรศน์อิเล็กตรอน (Electron Microsope) จนนำไปสู่การวิจัยและพัฒนาในสาขานาโนเทคโนโลยีที่สร้างสรรค์นวัตกรรมอันเป็นประโยชน์มากมาย เช่น การสร้างหุ่นยนต์นาโนเซลล์เม็ดเลือดแดงเทียม (Respirocyte) และนาโนคอมพิวเตอร์ดีเอ็นเอ (DNA Nanocomputer) ที่นำมาใช้แก้ปัญหาด้านชีวเคมีและวิทยาศาสตร์การแพทย์ เป็นต้น (โครงการสารานุกรมไทยสำหรับเยาวชน โดยพระราชประสงค์ในพระบาทสมเด็จพระเจ้าอยู่หัว, 2554, น. 250-262) กระบวนการสร้างสรรค์นวัตกรรมดังกล่าวล้วนเกิดจากความสามารถในการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ของมนุษย์ทั้งสิ้น

การแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ (Creative Problem Solving) เป็นกระบวนการทำงานของสมองอย่างเป็นขั้นตอนที่สามารถคิดแก้ปัญหาได้สำเร็จ ซึ่งเป็นการรวบรวมความคิดที่หลากหลาย แปลกใหม่เพื่อตั้งเป็นสมมติฐาน แล้วนำผลที่ได้จากการทดสอบสมมติฐานไปใช้เป็นแนวคิดและแนวทางในการแก้ปัญหาต่อไป เรียกกระบวนการลักษณะนี้ว่า การแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ (The Creative Problem Solving Process) (อารี พันธ์มณี, 2547, น. 6-7 อ้างอิงจาก Torrance, 1962) การแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ประกอบด้วยกระบวนการที่สำคัญ 2 กระบวนการ คือ การแก้ปัญหาและการคิดริเริ่มสร้างสรรค์ โดยการแก้ปัญหานั้น โพลยา (Polya, 1957, pp. 5-19) นักการศึกษาชาวอเมริกันได้ทำการศึกษากระบวนการแก้ปัญหาและอธิบายขั้นตอนสำคัญ 4 ขั้นตอนของกระบวนการแก้ปัญหา ดังนี้ ขั้นที่ 1 ทำความเข้าใจปัญหา ขั้นตอนนี้เป็นขั้นเริ่มต้นของการแก้ปัญหาที่ต้องการให้นักเรียนคิดเกี่ยวกับปัญหา และตัดสินว่าอะไรคือสิ่งที่ต้องการค้นหา

นักเรียนต้องทำความเข้าใจปัญหาและระบุส่วนสำคัญของปัญหา ขั้นที่ 2 วางแผนแก้ปัญหา ขั้นตอนนี้ต้องการให้นักเรียนค้นหาความเชื่อมโยงหรือความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลและตัวไม่รู้ค่า แล้วนำความสัมพันธ์นั้นมาผสมผสานกับประสบการณ์ในการแก้ปัญหา เพื่อกำหนดแนวทางหรือแผนในการแก้ปัญหา และเลือกยุทธวิธีในการแก้ปัญหา ขั้นที่ 3 ดำเนินการตามแผน ขั้นตอนนี้ต้องการให้นักเรียนลงมือปฏิบัติตามแนวทางหรือแผนที่วางไว้ โดยเริ่มจากการตรวจสอบความเป็นไปได้ของแผน เพิ่มเติมรายละเอียดต่าง ๆ ของแผนให้ชัดเจน แล้วลงมือปฏิบัติจนกระทั่งสามารถหาคำตอบได้ ขั้นที่ 4 ตรวจสอบผล ขั้นตอนนี้ต้องการให้นักเรียนมองย้อนกลับไปยังคำตอบที่ได้มา โดยเริ่มจากการตรวจสอบความถูกต้อง ความสมเหตุสมผลและยุทธวิธีในการแก้ปัญหาที่ใช้ สำหรับการคิดริเริ่มสร้างสรรค์ กิลฟอร์ด (Guilford, 1967, pp. 145-151) นักจิตวิทยาชาวอเมริกัน ได้ทำการศึกษาวิจัยการวิเคราะห์ตัวประกอบ (factor analysis) ของสติปัญญาอย่างต่อเนื่องมานานกว่า 20 ปี ในการศึกษากิลฟอร์ดได้เสนอแบบจำลองโครงสร้างของสมรรถภาพทางสมอง หรือแบบจำลองโครงสร้างทางสติปัญญา (The structure of intellect model) ซึ่งเป็นแบบจำลองที่ครอบคลุมสมรรถภาพทางสมองต่าง ๆ และอธิบายว่า ในบรรดาสมรรถภาพทางสมองเหล่านั้น ความคิดริเริ่มสร้างสรรค์เป็นความสามารถทางสมองที่คิดได้กว้างไกลหลายทิศทางที่เรียกว่าลักษณะการคิดอเนกนัยหรือการคิดแบบกระจาย (divergent thinking) ประกอบด้วย ความคิดคล่อง (fluency) ความคิดยืดหยุ่น (flexibility) ความคิดริเริ่ม (originality) และความคิดละเอียดลออ (elaboration)

เพื่อให้ตระหนักถึงความสำคัญของการแก้ปัญหาและความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ สภาครูคณิตศาสตร์แห่งชาติของสหรัฐอเมริกา (National Council of Teachers of Mathematics (NCTM)) ได้กำหนดให้การแก้ปัญหาเป็นมาตรฐานหนึ่งในทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ที่ควรส่งเสริมให้ผู้เรียนเรียนรู้อย่างต่อเนื่อง และได้กล่าวถึงจุดเน้นสำคัญของการแก้ปัญหาว่า การแก้ปัญหาต้องเป็นจุดมุ่งหมายและกระบวนการสำคัญในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ระดับโรงเรียน (National Council of Teacher of Mathematics, 2000, p. 52) นอกจากนี้ ครูลิกและรูดนิก (Krulik & Rudnick) ได้กล่าวไว้ในหนังสือ ประจำปี ค.ศ. 1999: Developing Mathematical Reasoning in Grades K–12 ของสภาครูคณิตศาสตร์แห่งชาติของสหรัฐอเมริกาว่า การสอนให้คิด โดยเฉพาะอย่างยิ่งการคิดอย่างมีวิจารณญาณและการคิดริเริ่มสร้างสรรค์ต้องเป็นจุดเน้นสำคัญของการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในระดับโรงเรียน (Krulik & Rudnick, 1999, pp. 138-139) สำหรับประเทศไทยพระราชบัญญัติการศึกษาแห่งชาติ พุทธศักราช 2542 แก้ไขเพิ่มเติม (ฉบับที่ 2) พ.ศ. 2545 และแก้ไขเพิ่มเติม (ฉบับที่ 3) พ.ศ. 2553

ได้ให้ความสำคัญกับแนวทางการจัดกระบวนการเรียนรู้ที่มุ่งเน้นให้ผู้เรียนฝึกทักษะ กระบวนการคิด และการประยุกต์ความรู้เพื่อใช้ในการแก้ปัญหา โดยกำหนดไว้ในมาตรา 24 หมวดที่ 4 ว่าด้วยการจัดกระบวนการเรียนรู้ ซึ่ง 2 ใน 6 ข้อ คือ (1) ฝึกทักษะ กระบวนการคิด การจัดการ การเผชิญสถานการณ์ และการประยุกต์ความรู้มาใช้เพื่อป้องกันและแก้ไขปัญหา และ (2) จัดกิจกรรมให้ผู้เรียนได้เรียนรู้จากประสบการณ์จริง ฝึกการปฏิบัติให้คิดเป็น ทำเป็น รักการอ่านและเกิดการใฝ่รู้อย่างต่อเนื่อง (สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาแห่งชาติ, 2553, น. 9) เพื่อให้บรรลุผลตามเป้าหมายของพระราชบัญญัติการศึกษาแห่งชาติ พุทธศักราช 2542 หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 ได้กำหนดสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่จำเป็นสำหรับผู้เรียนทุกคนไว้ 6 สาระ ซึ่งได้แก่ (1) จำนวนและการดำเนินการ (2) การวัด (3) เรขาคณิต (4) พีชคณิต (5) การวิเคราะห์ข้อมูลและความน่าจะเป็น และ (6) ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ (สำนักวิชาการและมาตรฐานการศึกษา, 2551, น. 2-3) สำหรับสาระที่ 6 ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ได้กำหนดมาตรฐานการเรียนรู้ไว้ดังนี้ มาตรฐาน 6.1 มีความสามารถในการแก้ปัญหา การให้เหตุผล การสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และการนำเสนอ การเชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์และการเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ และมีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์

จากความสำคัญของการแก้ปัญหาและความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ทีกล่าวถึงในหลักสูตรคณิตศาสตร์ของประเทศไทย การแก้ปัญหาและความคิดริเริ่มสร้างสรรค์เป็นสิ่งที่นักเรียนควรเรียนรู้ ฝึกฝนและพัฒนาให้เกิดขึ้น แต่ในการจัดการเรียนการสอนที่ผ่านมา ครูส่วนใหญ่มุ่งเน้นที่เนื้อหาคณิตศาสตร์ จึงทำให้ไม่คุ้นเคยกับการจัดการเรียนการสอนที่ส่งเสริม ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ สภาพปัญหาดังกล่าวสะท้อนได้จากรายงานผลการประเมิน PISA 2012 และ PISA 2015 ใน Phase II สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2560, น. 15-32) พบว่า คะแนนเฉลี่ยคณิตศาสตร์ PISA 2012 ของนักเรียนไทย (427 คะแนน) ต่ำกว่าค่าเฉลี่ย (494 คะแนน) และมีนักเรียนประมาณครึ่งหนึ่งยังรู้เรื่องคณิตศาสตร์ไม่ถึงระดับพื้นฐาน และคะแนนเฉลี่ยคณิตศาสตร์ PISA 2015 ของนักเรียนไทย (415 คะแนน) ต่ำกว่าค่าเฉลี่ย (490 คะแนน) เช่นกัน โดยภาพรวมทั้งประเทศมีนักเรียนหนึ่งในสาม (32.2%) ตอบข้อสอบถูก และอีกสองในสาม ตอบผิดหรือไม่ตอบ ในจำนวนนี้มีนักเรียนมากกว่าครึ่งที่ตอบผิด (64.6%) เมื่อวิเคราะห์ผลการประเมินด้านการแก้ปัญหาที่เกี่ยวข้องกับเนื้อหาคณิตศาสตร์ PISA 2015 ยังคงเหมือนกับเนื้อหาการประเมินใน PISA 2012 กล่าวคือ ประกอบด้วย 4 เนื้อหา ได้แก่ การเปลี่ยนแปลงและความสัมพันธ์ ปริภูมิและทรงเรขาคณิต ปริมาณและความไม่แน่นอนและข้อมูล

ผลการตอบข้อสอบพบว่า เนื้อหาที่นักเรียนทำได้มากที่สุด คือ ปริมาณ (40.1%) รองลงมา คือ ความไม่แน่นอนและข้อมูล (32.8%) ส่วนเนื้อหาที่นักเรียนตอบได้น้อยที่สุด คือ ปริภูมิและทรงเรขาคณิต (25.7%) เมื่อเปรียบเทียบกับ PISA 2012 พบว่าในเกือบทุกเนื้อหาคณิตศาสตร์ สัดส่วนนักเรียนที่ตอบถูกใน PISA 2015 มีสัดส่วนที่น้อยลง ยกเว้นเนื้อหาเรื่องการเปลี่ยนแปลงและความสัมพันธ์ สำหรับ PISA 2015 เนื้อหาเรื่องปริภูมิและทรงเรขาคณิต พบว่านักเรียนทำข้อสอบได้น้อยที่สุด สอดคล้องกับผลการประเมินผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนระดับมัธยมศึกษาในโครงการศึกษาแนวโน้มการจัดการศึกษาคณิตศาสตร์และวิทยาศาสตร์ พ.ศ. 2554 (Trends in International Mathematics and Science Study 2011; TIMSS 2011) พบว่า คะแนนเฉลี่ยจำแนกตามเนื้อหาวิชาในสาระเรขาคณิต (415 คะแนน) ของนักเรียนไทยอยู่ในระดับต่ำสุดเช่นกันเมื่อเทียบกับสาระจำนวน (425 คะแนน) พีชคณิต (425 คะแนน) และข้อมูลและโอกาส (431 คะแนน) (โครงการ TIMSS 2011 THAILAND สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี , 2556, น. 3-4)

สำหรับความคิดริเริ่มสร้างสรรค์นั้น ผลการประเมินมาตรฐานการศึกษาของสำนักงานรับรองมาตรฐานและประเมินคุณภาพการศึกษาของประเทศไทยรอบที่สอง พบว่า มาตรฐานที่ 4 นักเรียนมีความสามารถในการคิดวิเคราะห์ คิดสังเคราะห์ มีวิจารณญาณ มีความคิดสร้างสรรค์ คิดไตร่ตรองและมีวิสัยทัศน์ เป็นมาตรฐานที่มีค่าเฉลี่ยจากของการประเมินน้อยที่สุด (สำนักงานรับรองมาตรฐานและประเมินคุณภาพการศึกษา, 2557) และผลการศึกษาเกี่ยวกับพัฒนาการด้านความคิดเริ่มสร้างสรรค์ของนักเรียนระดับมัธยมศึกษาที่ศึกษาโดยทอแรนซ์และยามาโมโต (Torrance and Yamamoto) พบว่า ความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ของนักเรียนจะลดลงอย่างต่อเนื่องในช่วงระหว่างชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 จนถึงชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 และจะมีพัฒนาการคงที่จนจบชั้นมัธยมศึกษา (Torrance, 1962, pp. 97-98) ซึ่งสอดคล้องกับผลการศึกษาของ โรบินสัน ที่พบว่าเด็กนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้น (อายุ 13-15 ปี) มีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์เพียงร้อยละ 10 ซึ่งต่ำกว่านักเรียนชั้นประถมศึกษา (อายุ 8-10 ปี) และเด็ก (อายุ 3-5 ปี) ที่มีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ร้อยละ 32 และร้อยละ 98 ตามลำดับ (ไพฑูรย์ สินลารัตน์ และคนอื่น ๆ, 2558, น. 95)

จากผลการศึกษาที่ผ่านมาพบว่า นักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้นมีความสามารถในการแก้ปัญหาทางเรขาคณิตและพัฒนาการด้านความคิดริเริ่มสร้างสรรค์อยู่ในระดับต่ำ จึงเป็นสิ่งสำคัญที่ครูควรให้ความสนใจและเสริมสร้างให้เกิดขึ้นกับนักเรียน ซึ่งการแก้ปัญหาและความคิดริเริ่มสร้างสรรค์เป็นกระบวนการที่ซับซ้อนและต้องอาศัยองค์ประกอบสำคัญหลายด้านในการเกื้อหนุน จึงจำเป็นอย่างยิ่งที่ต้องมีกระบวนการฝึกฝนและพัฒนาที่เหมาะสม โดยนักการศึกษา

และนักวิจัยได้พยายามศึกษา ค้นคว้าและหาวิธีพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาและความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ดังจะเห็นได้จากผลการศึกษาของ สิริวรรณ จันทร์กูล (2554, น. 212-215) ได้ทำการสังเคราะห์งานวิจัยทางการศึกษาคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ซึ่งเผยแพร่ตั้งแต่ปี พ.ศ. 2532 ถึง พ.ศ. 2551 จำนวน 147 เล่ม จาก 8 มหาวิทยาลัย จากการสังเคราะห์เชิงปริมาณด้านวัตถุประสงค์การวิจัย พบว่า ส่วนใหญ่เป็นงานวิจัยเชิงปริมาณที่มุ่งศึกษาเปรียบเทียบความสามารถของกลุ่มทดลองกับกลุ่มปกติ และจากการสังเคราะห์เชิงคุณภาพด้านการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ พบว่า ส่วนใหญ่เป็นงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหาโดยใช้สื่อสิ่งพิมพ์เพื่อพัฒนาการแก้ปัญหาตามลำดับขั้นตอนและมีการใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟและเครื่องคิดเลขเพื่อแก้ปัญหา ส่วนการสังเคราะห์เชิงคุณภาพด้านความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ พบว่า งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ มีการพัฒนาหลักสูตรที่เสริมสร้างความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ ใช้สื่อสิ่งพิมพ์ในการแสดงความหลากหลายของคำตอบและพบลักษณะของนักเรียนที่มีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์สูง คือ นักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูง จากจุดเน้นของวัตถุประสงค์การวิจัยและแนวคิดในการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาและความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ดังกล่าว งานวิจัยส่วนใหญ่ใช้การวิเคราะห์ข้อมูลเชิงปริมาณเป็นหลักเพื่อตอบคำถามการวิจัย แต่ในทางกลับกันงานวิจัยที่ใช้การวิเคราะห์ข้อมูลเชิงคุณภาพในการอธิบายลักษณะของพฤติกรรมหรือปรากฏการณ์อย่างลุ่มลึกอาจยังไม่เป็นจุดเน้นสำคัญเท่าที่ควร เพราะฉะนั้นการศึกษาความสามารถในการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์จึงควรใช้วิธีการเชิงปริมาณและเชิงคุณภาพเพื่อให้ได้ข้อมูลเชิงปริมาณในภาพกว้างและข้อมูลเชิงคุณภาพที่ลุ่มลึกในการตอบคำถามวิจัย ซึ่งวิธีการแบบผสมผสานนี้จะนำผลจากการวิจัยมาวิเคราะห์เปรียบเทียบและหาข้อสรุปร่วมกัน นอกจากนี้นักการศึกษายังได้เสนอแนะแนวทางในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่ช่วยเสริมสร้างความสามารถในการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ โดยครูนิกและรูดนิกได้เสนอแนะไว้ว่าการเสริมสร้างความสามารถในการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ ครูควรกระตุ้นกระบวนการคิดอย่างมีวิจารณญาณและการคิดริเริ่มสร้างสรรค์โดยการขยายการจัดกิจกรรมการเรียนรู้การแก้ปัญหาไปสู่การสร้างสถานการณ์ปัญหาใหม่ (Krulik & Rudnick, 1999, p. 139) กระบวนการดังกล่าวเป็นการขยายแนวคิดการแก้ปัญหาไปสู่ตั้งปัญหานั่นเอง ซึ่งสอดคล้องกับผลการวิจัยของ วรรณพร เลิศอาวาส (2554, น. 102-104) ที่พบว่าเมื่อนักเรียนมีประสบการณ์ในการแก้ปัญหาและการตั้งปัญหามากขึ้นนักเรียนมีพัฒนาการด้านความคิดคล่องและความคิดยืดหยุ่นซึ่งเป็นองค์ประกอบพื้นฐานสำคัญของความคิดริเริ่มสร้างสรรค์สูงขึ้นตามลำดับ เช่นเดียวกับผลการวิจัยของ อาพันธ์ชนิต เจนจิต (2546, น. 61-65)

ที่พบว่าผลการใช้กิจกรรมการเรียนการสอนเรขาคณิตโดยใช้การแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ช่วยให้นักเรียนมีพฤติกรรมการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ที่ประกอบด้วยความคิดยืดหยุ่น ความคิดริเริ่มและความคิดละเอียดลออออยู่ในระดับดี นอกจากนี้ยังมีผลการวิจัยต่างประเทศที่ช่วยสนับสนุนความสัมพันธ์ระหว่างการแก้ปัญหาและการตั้งปัญหาคือ โบนอตโตและซานโต (Bonotto & Santo, 2015, p. 121) พบว่า การแก้ปัญหาและการตั้งปัญหามีความสัมพันธ์กับความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ โดยการแก้ปัญหาและการตั้งปัญหาจะช่วยพัฒนาความคิดริเริ่มสร้างสรรค์และความรู้ทางคณิตศาสตร์ไปพร้อม ๆ กัน สอดคล้องกับซิงเกอร์และวอลกา (Singer & Voica, 2015, pp. 166-168) ที่พบว่า การแก้ปัญหาและการตั้งปัญหาเป็นกระบวนการที่มีความสัมพันธ์กัน ซึ่งการตั้งปัญหา/การขยายหรือปรับเปลี่ยนสถานการณ์ปัญหาจะช่วยพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ได้

ด้วยเหตุผลและความสำคัญดังกล่าวทำให้ผู้วิจัยสนใจที่จะพัฒนากิจกรรมการเรียนการสอนที่เสริมสร้างความสามารถในการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ ผ่านการแก้ปัญหาและการตั้งปัญหาทางเรขาคณิต สำหรับนักเรียนห้องเรียนพิเศษวิทยาศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตอนต้น โดยใช้แนวทางการศึกษาจากการพัฒนากรอบแนวคิดในการแก้ปัญหาของโพลยา และขั้นตอน/วิธีการแก้ปัญหาที่เป็นพลวัตตามแนวคิดของวิลสันและคณะ (Wilson; et al, 1993, p. 6) ซึ่งมีจุดเน้นสำคัญอยู่ที่ความเป็นพลวัตและมีลำดับขั้นตอนไม่ตายตัวสามารถพิจารณากลับไปยังขั้นตอนก่อนหน้าได้ และพัฒนากรอบแนวคิดในการตั้งปัญหาจากบราวน์และวอลเทอร์ (Brown & Walter, 2005, pp. 64-65) ซึ่งมีจุดเน้นสำคัญอยู่ที่กระบวนการสร้างสถานการณ์ใหม่ที่เป็นลำดับขั้นสามารถนำไปใช้ตั้งปัญหาได้ทั้งปัญหาที่เกิดจากการขยายปัญหาเดิมที่เคยแก้มาแล้ว/ปัญหาที่สร้างสรรค์ขึ้นมาใหม่ ซึ่งเป็นกระบวนการวิจัยแบบผสมผสานระหว่างวิธีการเชิงปริมาณในการศึกษาความสามารถในการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์และวิธีการเชิงคุณภาพในการศึกษาพฤติกรรมเชิงลึกของการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ เพื่อนำผลการวิจัยมาวิเคราะห์เชิงปริมาณและเชิงคุณภาพตลอดจนเปรียบเทียบและหาข้อสรุปในการแปลผลข้อมูลร่วมกัน

คำถามการวิจัย

1. สภาพการเรียนการสอนเรขาคณิตที่เกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ของครูและนักเรียนห้องเรียนพิเศษวิทยาศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตอนต้น เป็นอย่างไร

2. กิจกรรมการเรียนการสอนเรขาคณิตที่เสริมสร้างความสามารถในการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนห้องเรียนพิเศษวิทยาศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตอนต้น ควรเป็นอย่างไร

3. ความสามารถในการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนห้องเรียนพิเศษวิทยาศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตอนต้นที่เรียนด้วยกิจกรรมการเรียนการสอนเรขาคณิตที่เสริมสร้างความสามารถในการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ เป็นอย่างไร

4. พฤติกรรมการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนห้องเรียนพิเศษวิทยาศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตอนต้นที่เรียนด้วยกิจกรรมการเรียนการสอนเรขาคณิตที่เสริมสร้างความสามารถในการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ เป็นอย่างไร

ความมุ่งหมายของการวิจัย

1. เพื่อศึกษาสภาพการเรียนการสอนเรขาคณิตที่เกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ของครูและนักเรียนห้องเรียนพิเศษวิทยาศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตอนต้น

2. เพื่อพัฒนากิจกรรมการเรียนการสอนเรขาคณิตที่เสริมสร้างความสามารถในการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนห้องเรียนพิเศษวิทยาศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตอนต้นให้มีประสิทธิภาพตามเกณฑ์ 60/60

3. เพื่อศึกษาความสามารถในการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนห้องเรียนพิเศษวิทยาศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตอนต้นที่เรียนด้วยกิจกรรมการเรียนการสอนเรขาคณิตที่เสริมสร้างความสามารถในการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์

4. เพื่อศึกษาพฤติกรรมการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนห้องเรียนพิเศษวิทยาศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตอนต้นที่เรียนด้วยกิจกรรมการเรียนการสอนเรขาคณิตที่เสริมสร้างความสามารถในการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์

ความสำคัญของการวิจัย

1. ได้แนวทางในการศึกษาสภาพปัญหาการเรียนการสอนเรขาคณิตที่เกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์สำหรับครูและนักเรียนห้องเรียนพิเศษวิทยาศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตอนต้น

2. ได้แนวทางในการพัฒนากิจกรรมการเรียนการสอนเรขาคณิตที่เสริมสร้างความสามารถในการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนห้องเรียนพิเศษวิทยาศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตอนต้น

3. ได้แนวทางสำหรับครูในการเสริมสร้างความสามารถและพฤติกรรมการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนห้องเรียนพิเศษวิทยาศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตอนต้น

4. ได้แนวทางสำหรับนักวิจัยในการสร้างกิจกรรมการเรียนการสอนที่เสริมสร้างความสามารถในการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ สำหรับเนื้อหาคณิตศาสตร์อื่น ๆ

ขอบเขตของการวิจัย

1. สำหรับการศึกษาสภาพการเรียนการสอนเรขาคณิตที่เกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ของครูและนักเรียน

กลุ่มเป้าหมายสำหรับศึกษาสภาพการเรียนการสอน คือ นักเรียนห้องเรียนพิเศษวิทยาศาสตร์ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนสาธิตมหาวิทยาลัยรามคำแหง และโรงเรียนสาธิตมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒประสานมิตร (ฝ่ายมัธยม) ซึ่งเป็นโรงเรียนที่มีการส่งเสริมห้องเรียนพิเศษวิทยาศาสตร์ ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2560 ได้จากการเลือกแบบเจาะจง จำนวน 18 คน โดยทำการศึกษาสภาพการเรียนการสอนเรขาคณิตของนักเรียนใน 2 ด้านประกอบด้วย (1) ด้านความเชื่อที่เกี่ยวกับการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ทางเรขาคณิตของนักเรียน และ (2) ด้านความสามารถในการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ทางเรขาคณิตของนักเรียน

ครูผู้สอนระดับมัธยมศึกษาตอนต้นในสาระเรขาคณิต โรงเรียนสาธิตมหาวิทยาลัยรามคำแหง และโรงเรียนสาธิตมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒประสานมิตร (ฝ่ายมัธยม) ซึ่งเป็นโรงเรียนที่มีการส่งเสริมห้องเรียนพิเศษวิทยาศาสตร์ ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2560 ได้จากการเลือกแบบเจาะจง จำนวน 6 คน โดยทำการศึกษาสภาพการเรียนการสอนเรขาคณิตของครูใน 2 ด้าน ประกอบด้วย (1) ด้านความเชื่อที่เกี่ยวกับการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ทางเรขาคณิตของครู และ (2) ด้านการจัดการเรียนการสอนที่เกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ทางเรขาคณิตของครู

2. สำหรับการพัฒนากิจกรรมการเรียนการสอนที่เสริมสร้างความสามารถในการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์สำหรับนักเรียน และหาคุณภาพของเครื่องมือ

กลุ่มนำร่อง

กลุ่มนำร่อง คือ นักเรียนห้องเรียนพิเศษวิทยาศาสตร์ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนสาธิตมหาวิทยาลัยรามคำแหง จำนวน 21 คน โดยเป็นเวลานอกเหนือจากเวลาเรียนปกติ ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2561 โดยพิจารณาจากคะแนนดิบของนักเรียนในรายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน แล้วแบ่งออกเป็น 3 กลุ่ม คือ กลุ่มที่มีระดับคะแนนสูง ปานกลาง และต่ำ โดยแบ่งนักเรียนในการพัฒนากิจกรรมการเรียนการสอนที่เสริมสร้างความสามารถในการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ และหาคุณภาพของเครื่องมือ 3 ครั้งดังนี้

2.1 **การหาประสิทธิภาพรายบุคคล** เพื่อตรวจสอบความเป็นปรนัยและหาประสิทธิภาพของกิจกรรมการเรียนการสอนที่เสริมสร้างความสามารถในการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ ใช้นักเรียนจำนวน 3 คน ที่ได้จากการเลือกแบบเจาะจงจากนักเรียนทั้ง 3 กลุ่ม กลุ่มละ 1 คน

2.2 **การหาประสิทธิภาพกลุ่มย่อย** เพื่อตรวจสอบความเป็นปรนัยและหาประสิทธิภาพของกิจกรรมการเรียนการสอนที่เสริมสร้างความสามารถในการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ ใช้นักเรียน จำนวน 6 คน ที่ได้จากการเลือกแบบเจาะจงจากนักเรียนทั้ง 3 กลุ่ม กลุ่มละ 2 คน

2.3 **การหาประสิทธิภาพภาคสนาม** เพื่อตรวจสอบความเป็นปรนัยและหาประสิทธิภาพของกิจกรรมการเรียนการสอนที่เสริมสร้างความสามารถในการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ ใช้นักเรียน จำนวน 12 คน ที่ไม่ใช่กลุ่มหาประสิทธิภาพรายบุคคลและกลุ่มย่อย

3. สำหรับการศึกษาความสามารถและพฤติกรรมในการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน

กลุ่มเป้าหมาย คือ นักเรียนห้องเรียนพิเศษวิทยาศาสตร์ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนสาธิตมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒประสานมิตร (ฝ่ายมัธยม) จำนวน 1 ห้องเรียน 20 คน ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2561 โดยได้จากการเลือกแบบเจาะจง

นอกจากนั้นผู้วิจัยเลือกนักเรียนเป้าหมาย (Target Student) เพื่อศึกษาเชิงลึกเกี่ยวกับพฤติกรรมการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ ซึ่งได้จากสัมภาษณ์ครูประจำชั้นของนักเรียนที่เป็นกลุ่มตัวอย่างเกี่ยวกับความกล้าแสดงออก การสื่อสารและนำเสนอแนวคิดของนักเรียนแต่ละคน และใช้การพิจารณาจากงานเขียน การสัมภาษณ์ แบบสังเกตพฤติกรรมการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์จากช่วงแรกของกิจกรรมการเรียนการสอน ซึ่งนักเรียนเป้าหมายนี้ได้จากการเลือกแบบเจาะจง

จำนวน 4 คน จากกลุ่มตัวอย่าง 20 คน แบ่งเป็นนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์สูง 1 คน นักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ปานกลาง 2 คน และที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ต่ำ 1 คน เพื่อศึกษาเชิงลึกเกี่ยวกับพฤติกรรมการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ด้านความคิดคล่อง ความคิดยืดหยุ่น ความคิดริเริ่ม และความคิดละเอียดลออ โดยผู้วิจัยใช้กล้องวิดีโอช่วยในการบันทึกรายละเอียดของพฤติกรรม ขณะลงมือแก้ปัญหาและตั้งปัญหา และสัมภาษณ์กระบวนการแก้ปัญหาและตั้งปัญหาของนักเรียนเป้าหมายแต่ละคน หลังสิ้นสุดคาบเรียนแต่ละครั้ง

ระยะเวลาที่ใช้ในการวิจัย

เวลาที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ คือ ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2561 จำนวน 22 คาบเรียน แบ่งเป็นระยะเวลาที่ใช้ในการดำเนินการทดลองการแก้ปัญหาสลับกับการตั้งปัญหา 18 คาบเรียน และระยะเวลาในการทดสอบหลังเรียน 4 คาบเรียน คาบเรียนละ 90 นาที โดยเป็นเวลานอกเหนือจากเวลาเรียนปกติ

เนื้อหาที่ใช้ในการวิจัย

เนื้อหาที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ เป็นเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง เรขาคณิต ไม่เกินระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

แบบแผนการวิจัย

การเก็บรวมรวมข้อมูลของงานวิจัยครั้งนี้ใช้แบบแผนการวิจัย แบบกลุ่มเดียวมีการทดสอบหลังการทดลอง (One Group Posttest-Only Design) ซึ่งเป็นแบบแผนการวิจัยที่เลือกใช้กลุ่มตัวอย่างเพียงกลุ่มเดียว มีการให้ตัวแปรอิสระกับกลุ่มเป้าหมาย และทำการทดสอบหลังการทดลอง แล้วพิจารณาผลการทดลอง โดยใช้การวิเคราะห์ข้อมูลเชิงปริมาณและการวิเคราะห์ข้อมูลเชิงคุณภาพกับข้อมูลที่ได้จากผลการทดลอง

ตัวแปรที่ศึกษา

ตัวแปรอิสระ คือ การจัดกิจกรรมการเรียนการสอนผ่านการแก้ปัญหาและการตั้งปัญหาทางเรขาคณิตสำหรับนักเรียนห้องเรียนพิเศษวิทยาศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตอนต้น

ตัวแปรตาม ได้แก่

1. ความสามารถในการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์
2. พฤติกรรมการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ ประกอบด้วย
    2.1 พฤติกรรมด้านความคิดคล่อง
    2.2 พฤติกรรมด้านความคิดยืดหยุ่น

2.3 พฤติกรรมด้านความคิดริเริ่ม

2.4 พฤติกรรมด้านความคิดละเอียดลออ

นิยามศัพท์เฉพาะ

1. **ปัญหาทางคณิตศาสตร์** หมายถึง สถานการณ์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เรขาคณิต ซึ่งนักเรียนเผชิญอยู่และต้องการค้นหาผลเฉลย โดยที่ยังไม่รู้วิธีการหรือขั้นตอนที่จะได้ผลเฉลยของสถานการณ์นั้นในทันที

2. **การแก้ปัญหา** หมายถึง กระบวนการในการประยุกต์ความรู้ทางคณิตศาสตร์ กระบวนการแก้ปัญหา ยุทธวิธีในการแก้ปัญหาและประสบการณ์ที่มีอยู่ เพื่อใช้ในการค้นหาผลเฉลยของปัญหาทางคณิตศาสตร์

3. **กระบวนการแก้ปัญหา** หมายถึง ขั้นตอน/วิธีการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ตามแนวคิดของโพลยา และขั้นตอน/วิธีการแก้ปัญหาที่เป็นพลวัตตามแนวคิดของวิลสันและคณะ ซึ่งประกอบด้วย 4 ขั้นตอน ได้แก่ การทำความเข้าใจปัญหา การวางแผนแก้ปัญหา การดำเนินการตามแผน และการตรวจสอบผล

4. **การตั้งปัญหา** หมายถึง กระบวนการในการคิดสถานการณ์หรือปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยอาศัยข้อมูลหรือเงื่อนไขที่กำหนดให้ ซึ่งสถานการณ์หรือปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ได้อาจมีหลายขั้นตอน มีความซับซ้อน หรือใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ง่าย ยากแตกต่างกัน

5. **กระบวนการตั้งปัญหา** หมายถึง ขั้นตอน/วิธีการตั้งปัญหาทางคณิตศาสตร์ ตามแนวคิดของบราวน์และวอลเทอร์ ซึ่งเป็นกระบวนการที่นำไปใช้ตั้งปัญหาได้ทั้งปัญหาที่เกิดจากการขยายปัญหาเดิมที่เคยแก้มาแล้ว/ปัญหาที่สร้างสรรค์ขึ้นมาใหม่ ประกอบด้วย 5 ขั้นตอน ได้แก่ การคัดเลือกประเด็นสถานการณ์เริ่มต้น การหาลักษณะ/เงื่อนไขของประเด็นสถานการณ์เริ่มต้น การเปลี่ยนเงื่อนไขของประเด็นสถานการณ์ การสร้างสถานการณ์ปัญหา และการวิเคราะห์ปัญหา

6. **การแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์** หมายถึง กระบวนการประยุกต์ความรู้ทางคณิตศาสตร์ กระบวนการแก้ปัญหา ยุทธวิธีในการแก้ปัญหา ประสบการณ์ที่มีอยู่และกระบวนการคิดสร้างสรรค์ ซึ่งเป็นความคิดหลายทิศทางที่สามารถเปลี่ยนวิธีการแก้ปัญหาได้ ตลอดจนการนำไปสู่ผลผลิตทางความคิดหรือคิดหายุทธวิธี/ผลเฉลยได้อย่างหลากหลาย ลุ่มลึก และแปลกใหม่ โดยมีองค์ประกอบที่สำคัญ 4 องค์ประกอบตามทฤษฎีโครงสร้างทางสติปัญญาของ กิลฟอร์ด ดังนี้

6.1 **ความคิดคล่อง** หมายถึง ความสามารถในการคิดหายุทธวิธี/ผลเฉลยได้อย่างคล่องแคล่ว รวดเร็ว ในปริมาณที่มากและแตกต่างกันภายในเวลาที่จำกัด ซึ่งในที่นี้พิจารณาจาก

ความสามารถในการแก้ปัญหาของนักเรียนในด้านการคิดหาผลเฉลยในการแก้ปัญหาได้จำนวนมากในเวลาที่กำหนด

6.2 **ความคิดยืดหยุ่น** หมายถึง ความสามารถในการคิดปรับเปลี่ยนตามสถานการณ์ คิดแล้วเลือกนำไปใช้ให้ตรงกับสถานการณ์หรือเงื่อนไขที่กำหนดหรือจัดหมวดหมู่ของยุทธวิธี/ผลเฉลยให้มีความแปลกแตกต่างกันออกไปและไม่มีการซ้ำซ้อนกัน ซึ่งในที่นี้พิจารณาจากความสามารถในการแก้ปัญหาของนักเรียนในด้านการคิดแล้วจัดหมวดหมู่ของผลเฉลยให้มีความแปลกแตกต่างกันออกไปและไม่มีการซ้ำซ้อน

6.3 **ความคิดริเริ่ม** หมายถึง ความสามารถในการคิดเพื่อให้ได้ยุทธวิธี/ผลเฉลยของปัญหาที่มีลักษณะแปลกใหม่แตกต่างจากแนวคิดเดิม ซึ่งในที่นี้พิจารณาจากความสามารถในการตั้งปัญหาของนักเรียนในด้านการคิดสร้างสถานการณ์ปัญหาที่มีผลเฉลยแปลกใหม่แตกต่างจากผลเฉลยเดิม

6.4 **ความคิดละเอียดลออ** หมายถึง ความสามารถในการคิดเพื่อให้ได้ความคิดที่มีรายละเอียดอย่างลุ่มลึก หลายแง่มุมของยุทธวิธี/ผลเฉลยของปัญหา ซึ่งในที่นี้พิจารณาจากความสามารถในการตั้งปัญหาของนักเรียนในด้านการคิดสร้างสถานการณ์ปัญหาที่มีผลเฉลยในการแก้ปัญหาที่มีความหลากหลาย/ครบถ้วน ละเอียดชัดเจน

7. **ความสามารถในการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์** หมายถึง ความสามารถของนักเรียนในด้านต่าง ๆ ดังนี้ ด้านความคิดคล่อง ด้านความคิดยืดหยุ่น ด้านความคิดริเริ่ม และด้านความคิดละเอียดลออ โดยพิจารณาจาก

7.1 คะแนนจากใบกิจกรรมรายบุคคลระหว่างเรียน ซึ่งแบ่งกิจกรรมรายบุคคลออกเป็น 3 ระยะ ระยะที่ 1-3 ระยะละ 20 คะแนน (รวม 3 ระยะคิดเป็นร้อยละ 60 ของคะแนนเต็ม)

7.2 คะแนนจากแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์หลังเรียน ร้อยละ 40 ของคะแนนเต็ม

8. **พฤติกรรมการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์** หมายถึง การแสดงออกของนักเรียนในด้านต่าง ๆ ดังนี้

8.1 พฤติกรรมด้านความคิดคล่อง

8.2 พฤติกรรมด้านความคิดยืดหยุ่น

8.3 พฤติกรรมด้านความคิดริเริ่ม

8.4 พฤติกรรมด้านความคิดละเอียดลออ

โดยพิจารณาจากงานเขียนของนักเรียนในการแก้ปัญหาและตั้งปัญหา และผลการสังเกตของผู้วิจัยและผู้ช่วยวิจัยเกี่ยวกับการแก้ปัญหาและตั้งปัญหา โดยมีแบบสังเกตพฤติกรรมและแบบสัมภาษณ์การแก้ปัญหาและการตั้งปัญหาช่วยในการเก็บรวบรวมข้อมูล

9. **สภาพการเรียนการสอนเรขาคณิตที่เกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ของครูและนักเรียน** หมายถึง ข้อมูลตามสภาพจริงเกี่ยวกับการเรียนการสอนของครูและนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้นในสาระเรขาคณิต ห้องเรียนพิเศษวิทยาศาสตร์ โดยศึกษาสภาพการเรียนการสอนเรขาคณิตของครูและนักเรียนใน 3 ด้าน ประกอบด้วย (1) ความเชื่อที่เกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ทางเรขาคณิต (2) ความสามารถในการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ทางเรขาคณิต และ (3) การจัดการเรียนการสอนที่เกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ทางเรขาคณิต

10. **กิจกรรมการเรียนการสอนที่เสริมสร้างความสามารถในการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ผ่านการแก้ปัญหาและการตั้งปัญหาทางเรขาคณิต** หมายถึง กิจกรรมการเรียนรู้ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น สำหรับนักเรียนห้องเรียนพิเศษวิทยาศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตอนต้นโดยมีจุดมุ่งหมายหลักคือ เพื่อเสริมสร้างความสามารถในการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ ประกอบด้วย แผนการจัดการเรียนรู้ จำนวน 18 แผน ซึ่งเป็นแผนการจัดการเรียนรู้ด้านการแก้ปัญหาจำนวน 9 แผน สลับกับแผนการจัดการเรียนรู้ด้านการตั้งปัญหาจำนวน 9 แผน แผนละ 1 คาบเรียน คาบเรียนละ 90 นาที ซึ่งแต่ละแผนการจัดการเรียนรู้ประกอบด้วย จุดประสงค์การเรียนรู้ สาระการเรียนรู้ สื่อการเรียนรู้ กิจกรรมการเรียนรู้ การวัดและประเมินผลการเรียนรู้ ในกิจกรรมการเรียนรู้ นักเรียนจะได้เรียนรู้กระบวนการแก้ปัญหาตามแนวคิดของโพลยา/กระบวนการแก้ปัญหาที่เป็นพลวัตตามแนวคิดของวิลสันและคณะ และกระบวนการตั้งปัญหาตามแนวคิดของบราวน์และวอลเทอร์ ในระหว่างลงมือปฏิบัติกิจกรรม นักเรียนจะได้มีการแลกเปลี่ยนแนวคิดในการแก้ปัญหาและตั้งปัญหา ตลอดจนได้ฝึกฝนประสบการณ์ในการแก้ปัญหาที่ไม่คุ้นเคย (non-routine problem) ซึ่งแต่ละปัญหามียุทธวิธีมากกว่าหนึ่งยุทธวิธี/ผลเฉลยมากกว่าหนึ่งผลเฉลย โดยใช้เนื้อหาเรขาคณิตในการดำเนินการแก้ปัญหาและตั้งปัญหาไม่เกินชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 นอกจากนั้นนักเรียนได้ฝึกฝนและมีประสบการณ์ในการค้นหายุทธวิธีและผลเฉลยของปัญหาทางคณิตศาสตร์มากกว่าหนึ่งยุทธวิธีและมากกว่าหนึ่งผลเฉลยในเวลาที่กำหนด หายุทธวิธี/ผลเฉลยของปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่สอดคล้องกับสถานการณ์หรือเงื่อนไขที่กำหนดและฝึกการตั้งปัญหาเพื่อขยายความคิดในการแก้ปัญหา ภายหลังการแก้ปัญหาและตั้งปัญหานักเรียนได้มีส่วนร่วมในการนำเสนอผลการแก้ปัญหาและตั้งปัญหา อภิปรายผลหน้าชั้นเรียน โดยมีครูเป็นผู้เปิดประเด็นอภิปรายเกี่ยวกับผลการแก้ปัญหาและตั้งปัญหา

11. แบบสังเกตพฤติกรรมการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ หมายถึง แบบบันทึกที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น เพื่อบันทึกพฤติกรรมด้านความคิดคล่อง ความคิดยืดหยุ่น ความคิดริเริ่มและความคิดละเอียดลออ ของนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้นขณะลงมือแก้ปัญหาและตั้งปัญหาทางคณิตศาสตร์ ซึ่งประกอบด้วย แบบตรวจสอบรายการ (check list) และแบบบันทึกภาคสนาม (field note) ในแต่ละคาบเรียนผู้วิจัยและผู้ช่วยวิจัย จำนวน 2 คน ทำหน้าที่เป็นผู้สังเกตและผู้บันทึกพฤติกรรมด้านความคิดคล่อง ความคิดยืดหยุ่น ความคิดริเริ่มและความคิดละเอียดลออของนักเรียนขณะลงมือแก้ปัญหาและตั้งปัญหา นอกจากนั้นยังมีกล้องวิดีโอช่วยในบันทึกรายละเอียดบรรยากาศการทำกิจกรรม บทสนทนาและพฤติกรรมด้านความคิดคล่อง ความคิดยืดหยุ่น ความคิดริเริ่มและความคิดละเอียดลออของนักเรียนขณะลงมือแก้ปัญหาและตั้งปัญหา

12. แบบสัมภาษณ์การแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ หมายถึง แบบสัมภาษณ์ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นเพื่อสอบถามเชิงลึกเกี่ยวกับการแก้ปัญหาและการตั้งปัญหาของนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้นที่เป็นนักเรียนเป้าหมายแต่ละคน หลังสิ้นสุดคาบเรียนการแก้ปัญหาและการตั้งปัญหาแต่ละครั้ง โดยผู้วิจัยทำหน้าที่เป็นผู้สัมภาษณ์นักเรียนเป้าหมายแต่ละคนหลังสิ้นสุดคาบเรียนแต่ละครั้ง

13. แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ หมายถึง แบบทดสอบอัตนัยที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น เพื่อตรวจสอบความสามารถในการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ทั้ง 4 ด้านคือ ด้านความคิดคล่อง ความคิดยืดหยุ่น ความคิดริเริ่มและความคิดละเอียดลออ ของนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้นที่เรียนด้วยกิจกรรมการเรียนการสอนผ่านการแก้ปัญหาและการตั้งปัญหาทางเรขาคณิต ซึ่งแบบทดสอบอัตนัยเป็นปัญหาที่ไม่คุ้นเคยที่ใช้ความรู้เรขาคณิตไม่เกินชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 จำนวน 4 ข้อ โดยแบ่งเป็นการแก้ปัญหา จำนวน 2 ข้อ และการตั้งปัญหา จำนวน 2 ข้อ โดยแต่ละข้อมีเกณฑ์การให้คะแนนแบบรูบริก (Rubric Scoring)

14. ประสิทธิภาพของกิจกรรมการเรียนการสอน หมายถึง คุณภาพของกิจกรรมการเรียนการสอนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น เมื่อนำไปใช้ในชั้นเรียนแล้วทำให้นักเรียนสามารถบรรลุจุดมุ่งหมายของกิจกรรมการเรียนการสอนที่กำหนดไว้ ในงานวิจัยนี้ใช้ E_1/E_2 โดยคิดค่า E_1 เป็นค่าเฉลี่ยร้อยละของคะแนนที่นักเรียนได้จากใบกิจกรรมรายบุคคลระหว่างเรียนจำนวน 3 ครั้ง และ E_2 เป็นค่าเฉลี่ยร้อยละของคะแนนที่นักเรียนได้จากการทำแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์หลังเรียน โดยมีเกณฑ์การตัดสิน E_1/E_2 เป็น 60/60 สำหรับการพิจารณาตรวจสอบ

สมมติฐานในการวิจัย

1. กิจกรรมการเรียนการสอนที่เสริมสร้างความสามารถในการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ผ่านการแก้ปัญหาและการตั้งปัญหาทางเรขาคณิต สำหรับนักเรียนห้องเรียนพิเศษวิทยาศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตอนต้น มีประสิทธิภาพเป็นไปตามเกณฑ์ 60/60

2. นักเรียนห้องเรียนพิเศษวิทยาศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตอนต้นที่เรียนด้วยกิจกรรมการเรียนการสอนที่เสริมสร้างความสามารถในการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ผ่านการแก้ปัญหาและการตั้งปัญหาทางเรขาคณิต มีความสามารถในการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 60 ของคะแนนเต็มมีจำนวนมากกว่าร้อยละ 60 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด

กรอบแนวคิดการวิจัย

การพัฒนากิจกรรมการเรียนการสอนที่เสริมสร้างความสามารถในการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ผ่านการแก้ปัญหาและการตั้งปัญหาทางเรขาคณิต สำหรับนักเรียนห้องเรียนพิเศษวิทยาศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตอนต้น ผู้วิจัยมีกรอบแนวคิดดังนี้

ภาพประกอบ 1 กรอบแนวคิดการวิจัย

บทที่ 2
เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

ในการพัฒนากิจกรรมการเรียนการสอนที่เสริมสร้างความสามารถในการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ ผ่านการแก้ปัญหาและการตั้งปัญหาทางเรขาคณิต สำหรับนักเรียนห้องเรียนพิเศษวิทยาศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตอนต้น ผู้วิจัยได้ศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องแล้วนำเสนอในหัวข้อต่อไปนี้

ตอนที่ 1 สภาพการเรียนการสอนเรขาคณิตที่เกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์

1.1 การประเมินผลระดับชาติและนานาชาติเกี่ยวกับการแก้ปัญหาทางเรขาคณิต

1.2 การประเมินผลระดับชาติและนานาชาติเกี่ยวกับการคิดสร้างสรรค์

1.3 มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนของครูและนักเรียนเกี่ยวกับการจัดการเรียนการสอนในสาระเรขาคณิต

ตอนที่ 2 แนวคิดเกี่ยวกับการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์

2.1 ความหมายของการแก้ปัญหา ความคิดสร้างสรรค์และการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์

2.2 กระบวนการแก้ปัญหาและการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์

2.3 ยุทธวิธีในการแก้ปัญหา

2.4 แนวการพัฒนาการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์

ตอนที่ 3 แนวการจัดการเรียนการสอนการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์

3.1 แนวการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนผ่านการแก้ปัญหา

3.2 แนวการประเมินผลการแก้ปัญหา

3.3 แนวการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนผ่านการตั้งปัญหา

3.4 แนวการประเมินผลการตั้งปัญหา

3.5 แนวการหาประสิทธิภาพของกิจกรรมการเรียนการสอน

ตอนที่ 4 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์

4.1 งานวิจัยในประเทศ

4.2 งานวิจัยต่างประเทศ

ตอนที่ 1 สภาพการเรียนการสอนที่เกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์

1.1 การประเมินผลระดับชาติและนานาชาติเกี่ยวกับการแก้ปัญหาทางเรขาคณิต

โครงการประเมินผลนักเรียนร่วมกับนานาชาติ (Programme for International Student Assessment หรือ PISA) มีวัตถุประสงค์เพื่อประเมินคุณภาพระบบการศึกษาของประเทศสมาชิกและประเทศร่วมโครงการ PISA ประเมินความรู้และทักษะของนักเรียนที่มีอายุ 15 ปี ในด้าน การอ่าน คณิตศาสตร์ และวิทยาศาสตร์ ถือว่าเป็นสิ่งจำเป็นสำหรับการเรียนรู้ตลอดชีวิต และเป็นสิ่งที่ประชากรจำเป็นต้องมีเพื่อการพัฒนาและการแข่งขันทางเศรษฐกิจของประเทศ ประเทศไทยเข้าร่วมการประเมินผลมาตั้งแต่แรกโดยการประเมินรอบแรก (Phase I : PISA 2000 PISA 2003 และ PISA 2006) และการประเมินรอบสอง (Phase II : PISA 2009 PISA 2012 และ PISA 2015) ซึ่งผลการประเมิน PISA 2012 และ PISA 2015 ใน Phase II สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2560, น. 15-32) พบว่า คะแนนเฉลี่ยคณิตศาสตร์ PISA 2012 ของนักเรียนไทย (427 คะแนน) ต่ำกว่าค่าเฉลี่ย (494 คะแนน) และมีนักเรียนประมาณครึ่งหนึ่งยังรู้เรื่องคณิตศาสตร์ไม่ถึงระดับพื้นฐาน และคะแนนเฉลี่ยคณิตศาสตร์ PISA 2015 ของนักเรียนไทย (415 คะแนน) ต่ำกว่าค่าเฉลี่ย (490 คะแนน) เช่นกัน โดยภาพรวมทั้งประเทศมีนักเรียนหนึ่งในสาม (32.2%) ตอบข้อสอบถูก และอีกสองในสาม ตอบผิดหรือไม่ตอบ ในจำนวนนี้มีนักเรียนมากกว่าครึ่งที่ตอบผิด (64.6%) จากผลคะแนนเฉลี่ยคณิตศาสตร์ PISA 2012 และ PISA 2015 ที่ผ่านมาสะท้อนให้เห็นว่านักเรียนรู้เรื่องคณิตศาสตร์มีแนวโน้มลดลง

เมื่อวิเคราะห์ผลการประเมินด้านการแก้ปัญหาที่เกี่ยวข้องกับเนื้อหาคณิตศาสตร์ PISA 2015 ยังคงเหมือนกับเนื้อหาการประเมินใน PISA 2012 กล่าวคือ ประกอบด้วย 4 เนื้อหา ได้แก่ การเปลี่ยนแปลงและความสัมพันธ์ ปริภูมิและทรงเรขาคณิต ปริมาณและความไม่แน่นอนและข้อมูล ผลการตอบข้อสอบพบว่า เนื้อหาที่นักเรียนทำได้มากที่สุด คือ ปริมาณ (40.1%) รองลงมา คือ ความไม่แน่นอนและข้อมูล (32.8%) ส่วนเนื้อหาที่นักเรียนตอบได้น้อยที่สุด คือ ปริภูมิและทรงเรขาคณิต (25.7%) เมื่อเปรียบเทียบกับ PISA 2012 จะเห็นว่า ในเกือบทุกเนื้อหาคณิตศาสตร์ สัดส่วนนักเรียนที่ตอบถูกใน PISA 2015 มีสัดส่วนที่น้อยลง ยกเว้นเนื้อหาเรื่องการเปลี่ยนแปลงและความสัมพันธ์ ทั้งใน PISA 2012 และ PISA 2015 เนื้อหาเรื่องปริมาณเป็นเนื้อหาที่นักเรียนทำข้อสอบได้มากที่สุด ส่วน PISA 2015 เนื้อหาเรื่องปริภูมิและทรงเรขาคณิต นักเรียนทำข้อสอบได้น้อยที่สุด ต่างจาก PISA 2012 ที่นักเรียนทำข้อสอบเนื้อหาเรื่องการเปลี่ยนแปลงและความสัมพันธ์ได้น้อยที่สุด ดังตาราง 1 ร้อยละของนักเรียนที่ทำข้อสอบถูก จำแนกตามเนื้อหาระหว่าง PISA 2012 กับ PISA 2015

ตาราง 1 ร้อยละของนักเรียนที่ทำข้อสอบถูกจำแนกตามเนื้อหาระหว่าง PISA 2012 กับ PISA 2015

เนื้อหา	PISA 2012	PISA 2015
การเปลี่ยนแปลงและความสัมพันธ์	28.2	29.4
ปริภูมิและทรงเรขาคณิต	28.8	25.7
ปริมาณ	43.0	40.1
ความไม่แน่นอนและข้อมูล	41.7	32.8
เฉลี่ยรวม	35.5	32.2

ที่มา: สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2560). สรุปข้อมูลเบื้องต้น PISA 2015: 31

นอกจากนี้โครงการ TIMSS (Trends in International Mathematics and Science Study) ซึ่งเป็นโครงการประเมินผลในระดับนานาชาติที่ประเมินผลนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 และชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ในวิชาคณิตศาสตร์และวิทยาศาสตร์ โดยมี IEA (International Association for the Evaluation of Educational Achievement) เป็นองค์กรที่ดำเนินการเรื่องการประเมินผลสัมฤทธิ์ทางการศึกษาในระดับนานาชาติ การประเมินผลวิชาคณิตศาสตร์ครอบคลุมทั้งด้านเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์และด้านพฤติกรรมการเรียนรู้รวมทั้งกระบวนการคิดที่นักเรียนใช้ในการเรียนรู้เนื้อหาคณิตศาสตร์นั้น ๆ เนื้อหาวิชาที่ประเมินสำหรับชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 และมัธยมศึกษาปีที่ 2 มีความแตกต่างกัน แต่พฤติกรรมการเรียนรู้ที่ถูกประเมินจะเหมือนกันทั้ง 2 ระดับชั้น คือ ความรู้ การแก้ปัญหา และการใช้ (ให้) เหตุผล โดยมีช่วงคะแนน 0 – 1,000 และกำหนดให้ค่ากลางของการประเมินคือ 500 คะแนน นอกจากนี้ยังได้จัดกำหนดเกณฑ์ความสามารถ เพื่อจำแนกนักเรียนเป็น 4 กลุ่ม ดังนี้

(1) ระดับ 4 หรือระดับก้าวหน้า (Advanced International Benchmark) มีระดับคะแนนตั้งแต่ 625 คะแนนขึ้นไป

(2) ระดับ 3 หรือระดับสูง (High International Benchmark) มีระดับคะแนนตั้งแต่ 550 - 624 คะแนน

(3) ระดับ 2 หรือระดับปานกลาง (Intermediate International Benchmark) มีระดับคะแนนตั้งแต่ 475 - 549 คะแนน

(4) ระดับ 1 หรือระดับต่ำ (Low International Benchmark) มีระดับคะแนนตั้งแต่ 400 - 474 คะแนน

โครงการ TIMSS 2011 THAILAND สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2556, น. 11) พบว่าคะแนนเฉลี่ยวิชาคณิตศาสตร์โครงการ TIMSS 2011 ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 (427 คะแนน) ต่ำกว่าค่ากลางของการประเมิน (500 คะแนน) และเมื่อพิจารณาคะแนนเฉลี่ยจำแนกตามเนื้อหาวิชา พบว่าคะแนนเฉลี่ยในสาระเรขาคณิต (415 คะแนน) ของนักเรียนไทยอยู่ในระดับต่ำสุดเมื่อเทียบกับสาระจำนวน (425 คะแนน) พีชคณิต (425 คะแนน) และข้อมูลและโอกาส (431 คะแนน) และเฉลี่ยวิชาคณิตศาสตร์ในโครงการ TIMSS 2015 ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 (431 คะแนน) ต่ำกว่าค่ากลางของการประเมิน (500 คะแนน) เช่นกัน ผลคะแนนจัดอยู่ในอันดับที่ 26 ของประเทศที่เข้าร่วมการประเมินจากทั้งหมด 39 ประเทศ จำนวนนักเรียนแสดงเป็นร้อยละจำแนกตามระดับความสามารถทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ของประเทศที่มีคะแนนสูงสุด 10 อันดับแรก และประเทศไทย โดยประเทศที่มีคะแนนเฉลี่ยสูงเป็นอันดับต้น ๆ นักเรียนส่วนใหญ่มีความสามารถทางการเรียนคณิตศาสตร์อยู่ในระดับก้าวหน้า และมีนักเรียนที่มีความสามารถทางการเรียนคณิตศาสตร์ในระดับต่ำเล็กน้อย ในทางกลับกันประเทศไทยนักเรียนส่วนใหญ่มีความสามารถทางการเรียนคณิตศาสตร์อยู่ในระดับต่ำ และมีนักเรียนที่มีความสามารถทางการเรียนคณิตศาสตร์ในระดับก้าวหน้าอยู่เพียงเล็กน้อย (โครงการ TIMSS 2015 THAILAND สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2558, น. 4)

จากผลการประเมินระดับนานาชาติ PISA 2012, PISA 2015, TIMSS 2011 และ TIMSS 2015 ที่ผ่านมานักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้นของประเทศไทยมีผลการประเมินด้านการแก้ปัญหาอยู่ในระดับต่ำ และเมื่อพิจารณาถึงสาระการเรียนรู้ที่มีคะแนนเฉลี่ยน้อยที่สุดก็คือสาระเรขาคณิตนั่นเอง

1.2 การประเมินผลระดับชาติและนานาชาติเกี่ยวกับการคิดสร้างสรรค์

ผลการศึกษาเกี่ยวกับพัฒนาการด้านความคิดเริ่มสร้างสรรค์ของนักเรียนระดับมัธยมศึกษาในต่างประเทศ ทอแรนซ์ทอแรนซ์และยามาโมโต (Torrance and Yamamoto) พบว่าความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ของนักเรียนจะลดลงอย่างต่อเนื่องในช่วงระหว่างชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 จนถึงชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 และจะมีพัฒนาการคงที่จนจบชั้นมัธยมศึกษา (Torrance, 1962, pp.

97-98) ซึ่งสอดคล้องกับผลการศึกษาของ โรบินสัน ที่พบว่าเด็กนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้น (อายุ 13-15 ปี) มีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์เพียงร้อยละ 10 ซึ่งต่ำกว่านักเรียนชั้นประถมศึกษา (อายุ 8-10 ปี) และเด็ก (อายุ 3-5 ปี) ที่มีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ร้อยละ 32 และร้อยละ 98 ตามลำดับ (ไพฑูรย์ สินลารัตน์ และคนอื่น ๆ, 2558, น. 95)

สำหรับประเทศไทย อารี พันธ์มณี (2547, น. 70-71; อ้างอิงจาก อารี รังสินันท์ และคณะ, 2552) ได้ทำการศึกษาความคิดสร้างสรรค์ของเด็กชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 - 6 และมัธยมศึกษาปีที่ 1, 2 และ 3 จำนวน 2,918 คน พบว่า

(1) พัฒนาการความคิดคล่องตัวในชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 ถึงชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 มีลักษณะคงที่ในชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 - 6 จะพัฒนาสูงสุดในชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 และจะลดลงต่ำสุดในชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 และเริ่มสูงขึ้นในชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

(2) พัฒนาการความคิดริเริ่ม เริ่มพัฒนาสูงขึ้นระหว่างชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 - 6 และจะต่ำลงในชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 และพัฒนาในระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

(3) พัฒนาการความคิดตกแต่งค่อนข้างจะคงที่ในชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 - 6 และพัฒนาสูงขึ้นในชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 และลดต่ำสุดในชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 และมีการพัฒนาในชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

นอกจากนี้ผลการประเมินมาตรฐานการศึกษาของสำนักงานรับรองมาตรฐานและประเมินคุณภาพการศึกษาของประเทศไทยยังสะท้อนให้เห็นว่าพัฒนาการด้านความคิดของเด็กไทยโดยเฉพาะความคิดสร้างสรรค์ยังอยู่ในระดับต่ำ เนื่องจากมาตรฐานที่ 4 นักเรียนมีความสามารถในการคิดวิเคราะห์ คิดสังเคราะห์ มีวิจารณญาณ มีความคิดสร้างสรรค์ คิดไตร่ตรองและมีวิสัยทัศน์ เป็นมาตรฐานการประเมินที่มีค่าเฉลี่ยน้อยที่สุด (สำนักงานรับรองมาตรฐานและประเมินคุณภาพการศึกษา, 2557)

จากผลการประเมินระดับชาติและนานาชาติเกี่ยวกับความคิดสร้างสรรค์ที่ผ่านมาพบว่าพัฒนาการของความคิดสร้างสรรค์จะค่อย ๆ ลดลงหรือพัฒนาได้ช้าเมื่ออายุเพิ่มขึ้น นั่นคือความคิดสร้างสรรค์จะแปรผกผันกับอายุ โดยมีนักจิตวิทยา ริบอท (Torrance, 1962, pp. 95-96; อ้างอิงจาก Ribot, 1906) ให้เหตุผลและอธิบายประกอบว่า พัฒนาการและความแตกต่างระหว่างจินตนาการและเหตุผลเป็นองค์ประกอบสำคัญ เนื่องจากในวัยเด็กเราจะมีจินตนาการสูงแต่การใช้เหตุผลจะอยู่ในระดับต่ำ และเมื่ออายุถึงจุด ๆ หนึ่งจินตนาการและการใช้เหตุผลจะอยู่ในระดับเดียวกัน หลังจากนั้นการใช้เหตุผลจะสูงขึ้นแต่จินตนาการก็จะเริ่มลดลง นั่นคือเราจะไม่สามารถคิดอะไรที่แปลกใหม่หรือใช้จินตนาการได้หลากหลายหลังจากที่ผ่านพ้นช่วงวัยรุ่นไปแล้วนั่นเอง

1.3 มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนของครูและนักเรียนเกี่ยวกับการจัดการเรียนการสอนในสาระเรขาคณิต

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2555b, น. 61-80) ได้กล่าวถึงลักษณะความคลาดเคลื่อนของครูและนักเรียนในประเด็นต่าง ๆ ดังนี้

ประเด็นที่ 1 มโนทัศน์ที่ครูและนักเรียนมักเข้าใจคลาดเคลื่อน ประเด็นนี้ครอบคลุมเนื้อหาคณิตศาสตร์ บทนิยาม ทฤษฎี กฎ สูตร ข้อเท็จจริง และการดำเนินการทางคณิตศาสตร์

ประเด็นที่ 2 การสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอที่อาจทำให้เกิดความคลาดเคลื่อน ทั้งที่ครูอาจมีมโนทัศน์ที่ถูกต้อง แต่การสื่อสารกับนักเรียนอาจไม่ชัดเจนพอทำให้เข้าใจผิด หรือไม่มีการสื่อความหมายที่ลึกซึ้งในทางคณิตศาสตร์ที่มากพอ ทำให้นักเรียนเข้าใจไม่ชัดเจน จนอาจเป็นความเข้าใจที่คลาดเคลื่อนในบางครั้ง

ประเด็นที่ 3 มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับความหมายของคำที่ใช้ในคณิตศาสตร์ในหนังสือเรียนคณิตศาสตร์ช่วงชั้นที่ 3 บางเนื้อหามีความจำเป็นที่จะต้องให้นักเรียนยอมรับข้อตกลงหรือความหมายของคำบางคำและนำไปใช้ก่อน โดยยังไม่ได้ให้ความรู้ความเข้าใจที่ชัดเจน เนื่องจากมีข้อจำกัดทางความรู้พื้นฐานของนักเรียน และลำดับขั้นตอนเนื้อหาที่ต้องจัดให้เหมาะสมกับนักเรียน

ประเด็นที่ 4 ความคลาดเคลื่อนในลักษณะอื่น ๆ ความคลาดเคลื่อนในประเด็นนี้ไม่อยู่ใน 3 ประเด็นที่กล่าวไว้ข้างต้น แต่เป็นความคลาดเคลื่อนที่อาจเป็นอุปสรรคต่อการเรียนรู้หรือแก้ปัญหาคณิตศาสตร์

ในส่วนของเนื้อหาสาระเรขาคณิต พบว่า ครูและนักเรียนยังมีความเข้าใจคลาดเคลื่อนเกี่ยวกับการใช้สัญลักษณ์ของส่วนของเส้นตรงและมุม เมื่อใช้สื่อความหมายในแง่ของการเรียกชื่อ และในแง่ของขนาด นอกจากนั้นครูยังขาดความเข้าใจเกี่ยวกับการเรียงลำดับของเนื้อหาที่ต้องมีความต่อเนื่องและการให้เหตุผล เช่น มักมีคำถามว่าทำไมไม่สอนสมบัติที่นำไปสู่ความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยมให้ครบทุกความสัมพันธ์ในคราวเดียวกันคือ ด.ม.ด., ม.ด.ม., ด.ด.ด., ม.ม.ด., และ ฉ.ด.ด. ในการเรียนการสอน เป็นต้น สำหรับมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและพบบ่อยแสดงได้ดังตารางต่อไปนี้

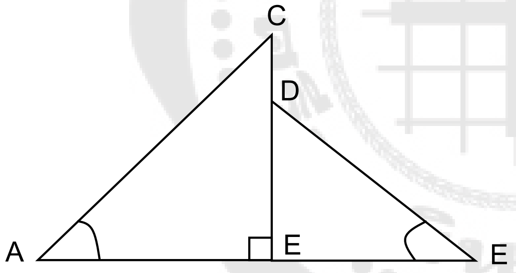
ตาราง 2 แสดงมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและมโมทัศน์ที่ถูกต้องในสาระเรขาคณิต

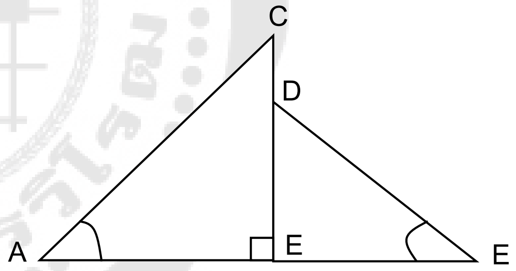
มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน	มโนทัศน์ที่ถูกต้อง
1. สับสนเกี่ยวกับการใช้สัญลักษณ์ เช่น AB , $\overline{AB}$, $m(\overline{AB})$ และ $\overleftrightarrow{AB}$	1. สัญลักษณ์เหล่านี้เกี่ยวข้องกับส่วนของเส้นตรง และเส้นตรง โดยใช้ดังนี้ $\overleftrightarrow{AB}$ แทนเส้นตรง AB (ใช้เมื่อต้องการเรียกชื่อเส้นตรงนั้น ๆ) $\overline{AB}$ แทนส่วนของเส้นตรง AB หรือใช้แทนด้านของรูปสามเหลี่ยม เช่น $\overline{AB}$ แทนด้าน AB $m(\overline{AB})$ แทนความยาวของส่วนของเส้นตรง AB AB แทนความยาวของส่วนของเส้นตรง AB เช่นกัน
2. ขาดความเข้าใจเกี่ยวกับในข้อตกลงเกี่ยวกับการใช้สัญลักษณ์แทนมุม และขนาดของมุม เช่น $A\hat{B}C$ และ $m(A\hat{B}C)$	2. ในชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 มีข้อตกลงใช้สัญลักษณ์ เช่น $A\hat{B}C$ แทนมุม B ที่มี $\overrightarrow{BA}$ และ $\overrightarrow{BC}$ เป็นแขนของมุม และใช้ $m(A\hat{B}C)$ แทนขนาดของ $A\hat{B}C$ แต่เพื่อความสะดวกในการนำไปใช้เกี่ยวกับขนาดของมุม $A\hat{B}C$ แทนการเรียกชื่อ $A\hat{B}C$ และแทนขนาดของ $A\hat{B}C$ ด้วย ดังนั้นในการเรียนการสอน ทั้งครูและนักเรียนจะต้องอ่าน เขียน หรือเรียกชื่อของมุมให้ถูกต้องตามสถานการณ์ เช่น เมื่อเขียนว่า $A\hat{B}C = C\hat{D}E$ ต้องอ่านว่า ขนาดของมุม $A\hat{B}C$ เท่ากับขนาดของมุม $C\hat{D}E$ ซึ่งข้อความ $A\hat{B}C = C\hat{D}E$ มีความหมายอย่างเดียวกับ $m(A\hat{B}C) = m(C\hat{D}E)$
3. ครูขาดความเข้าใจในการสอนเนื้อหา โดยสอนรูปสามเหลี่ยมสองรูปที่เท่ากันทุกประการ ซึ่งมีความสัมพันธ์แบบ ม.ม.ด. ไปพร้อม ๆ กับความสัมพันธ์ ด.ม.ด., ม.ด.ม., ด.ด.ด. ในคราวเดียวกัน	3. การสอนรูปสามเหลี่ยมสองรูปที่เท่ากันทุกประการซึ่งมีความสัมพันธ์แบบ ม.ด.ม. ควรสอนหลังจากที่รักเรียนได้พิสูจน์แล้วว่า “ผลบวกมุมภายในของรูปสามเหลี่ยมเท่ากับ 180^{o}” ซึ่งทฤษฎีบทนี้ต้องเรียนรู้ผ่านเนื้อหาเรื่องเส้นขนานก่อน ครูไม่ควรสอนนักเรียนแบบให้จดจำสมบัติทางเรขาคณิตโดยปราศจากการให้เหตุผลที่สมเหตุสมผล ตามพื้นฐานความรู้ของนักเรียน

ตาราง (2) ต่อ

มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน	มโนทัศน์ที่ถูกต้อง
4. สับสนในการใช้เครื่องหมาย = และ $\cong$ ลักษณะการใช้ที่ไม่ถูกต้อง เช่น $\overline{AB} = \overline{CD}$ และเขียน $\Delta ABC = \Delta DEF$	4. ในเรขาคณิตเครื่องหมาย "=" แทนการเท่ากันในเชิงปริมาณ หรือต้องการสื่อว่าเป็นรูปเรขาคณิตเดียวกัน ในขณะที่เครื่องหมาย "$\cong$" แทนความเท่ากันทุกประการของรูปเรขาคณิต โดยรูปเรขาคณิตสองรูปเท่ากันทุกประการ ก็ต่อเมื่อเคลื่อนที่รูปหนึ่งไปทับอีกรูปหนึ่งได้สนิท ตัวอย่างเช่น (1) เมื่อส่วนของเส้นตรง AB และส่วนของเส้นตรง CD ยาวเท่ากันเขียนแสดงได้เป็น AB = CD หรือ $\overline{AB} \cong \overline{CD}$ ในขณะที่ถ้าเขียนว่า $\overline{AB} = \overline{CD}$ ยังถือว่าใช้ถูกต้องแต่ไม่ค่อยนิยมเขียนกัน และนิยมเขียนเป็น AB = AB และ $\overline{AB} \cong \overline{AB}$ (2) เมื่อ $A\hat{B}C$ และ $D\hat{E}F$ ที่มีขนาดเท่ากันเขียนแสดงได้เป็น $m(A\hat{B}C) = m(D\hat{E}F)$ หรือ $A\hat{B}C \cong D\hat{E}F$ อย่างไรก็ตามในหนังสือเรียน ได้อนุโลมว่าเมื่อนักเรียนได้เรียนเรื่องความเท่ากันทุกประการของมุมแล้ว ก็ให้เขียน $A\hat{B}C = D\hat{E}F$ ได้โดยต้องระมัดระวังในการอ่านให้ถูกต้องตามสถานการณ์ด้วย (3) เมื่อมี ΔABC และ ΔDEF เท่ากันทุกประการเขียนแสดงได้เป็น $\Delta ABC \cong \Delta DEF$ ในขณะที่ถ้าเขียนว่า $\Delta ABC = \Delta DEF$ ยังถือว่าใช้ถูกต้องแต่ไม่นิยมใช้ และนิยมเขียนเป็น $\Delta ABC \cong \Delta DEF$
5. ไม่สามารถเชื่อมโยงมโนทัศน์เกี่ยวกับรูปสี่เหลี่ยมที่เป็นรูปสี่เหลี่ยมด้านขนานได้ เช่น ไม่ทราบว่ารูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส รูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก และรูปสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูนเป็นรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน	5. พิจารณาจากบริบทของรูปสี่เหลี่ยมด้านขนานที่ว่ารูปสี่เหลี่ยมด้านขนานคือ รูปสี่เหลี่ยมที่มีด้านขนานกันสองคู่ ดังนั้นจะได้ว่ารูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าและรูปสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูน เป็นรูปสี่เหลี่ยมด้านขนานด้วย เพียงแต่ว่ารูปสี่เหลี่ยมด้านขนานที่ด้านทั้งสี่ยาวเท่ากันและมีมุมทุกมุม

ตาราง (2) ต่อ

<table>
<tr><th>มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน</th><th>มโนทัศน์ที่ถูกต้อง</th></tr>
<tr><td></td><td>เป็นมุมฉากเรียกว่ารูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส สำหรับรูปสี่เหลี่ยมที่ด้านขนานที่ด้านทั้งสี่ยาวเท่ากันและทุกมุมไม่เป็นมุมฉาก เรียกว่ารูปสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูน และรูปสี่เหลี่ยมด้านขนานที่ด้านตรงข้ามยาวเท่ากันและทุกมุมเป็นมุมฉาก เรียกว่ารูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก ในทำนองเดียวกันจากบทนิยามของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากจะได้ว่ารูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสและรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าเป็นรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากด้วย</td></tr>
<tr><td>6. มีความคลาดเคลื่อนเกี่ยวกับการเขียนสัญลักษณ์แทนรูปสามเหลี่ยมสองรูปที่คล้ายกัน หรือเท่ากันทุกประการ กล่าวคือ ไม่ตระหนักถึงการเป็นด้านคู่ที่สมนัยกัน หรือมุมคู่ที่สมนัยกัน เช่น


เขียนเป็น $\Delta ABC \sim \Delta DBE$</td><td>6. เมื่อกำหนดรูปสามเหลี่ยมสองรูปที่คล้ายกัน หรือเท่ากันทุกประการ จะต้องเขียนสัญลักษณ์แทนรูปสามเหลี่ยมโดยลำดับตัวอักษรตามด้านคู่ที่สมนัยหรือมุมคู่ที่สมนัยกัน เช่น


โจทย์กำหนดให้ $\overline{CB} \perp \overline{AE}$ ที่จุด B
และ $C\hat{A}B = D\hat{E}B$ ซึ่งจะทำให้ได้ว่า
$A\hat{C}B = E\hat{D}B$ ในการสรุปเป็นรูปสามเหลี่ยมที่คล้ายกันที่ถูกต้อง จะต้องเขียนแสดงเป็น
$\Delta ABC \sim \Delta EBD$
$\overline{AB}$ สมนัยกับ $\overline{EB}$
$\overline{BC}$ สมนัยกับ $\overline{BD}$
$\overline{AC}$ สมนัยกับ $\overline{ED}$</td></tr>
</table>

สำหรับมโนทัศน์ที่คลาดคลื่อนของนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้นในสาระเรขาคณิตเกี่ยวกับเรื่องความเท่ากันทุกประการของ นวลศรี ชำนาญกิจ (2544, น. 359-360) พบผลการวิจัยที่สอดคล้องกับสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยีข้างต้น ซึ่งสามารถขยายความเพิ่มเติมได้ดังนี้ นักเรียนมีความเข้าใจที่คลาดเคลื่อนกับกับลักษณะของ ด.ม.ด., ม.ม.ด. ว่าเป็นลักษณะที่แสดงด้านสองด้านหรือมุมหนึ่งมุมของรูปสามเหลี่ยม โดยจะเป็นด้านหรือมุมใดก็ได้ นอกจากนี้นักเรียนบางส่วนยังเข้าใจว่ารูปสามเหลี่ยมสองรูปที่มีด้านยาวเท่ากันสองคู่และมุมเท่ากันหนึ่งมุมย่อมเท่ากันทุกประการเสมอ ซึ่งมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนดังกล่าวยังมีความเชื่อมโยงกับเรื่องการวัด การหาพื้นที่ของรูปเรขาคณิตเนื่องจากนักเรียนมีความสับสนเกี่ยวกับการใช้สัญลักษณ์ และการหาส่วนสูงของรูปเรขาคณิต โดยอัมพร ม้าคนอง (2557, น. 117-118) ได้ให้ข้อเสนอแนะเกี่ยวกับมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในสาระเรขาคณิต เรื่องของเส้นตรงกับความยาว มุมที่เท่ากัน และส่วนสูงของรูปสามเหลี่ยม ดังนี้

(1) มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับเส้นตรงกับความยาว “เส้นตรงที่วัดความยาวได้เท่ากันเป็นเส้นตรงที่เท่ากัน” เช่น เส้นตรง AB เท่ากับเส้นตรง MN ความคลาดเคลื่อนนี้ เกิดจากความเข้าใจผิดที่ว่า เส้นตรงมีความยาวจำกัด จึงสามารถวัดความยาวของเส้นตรงเป็นค่าคงตัวได้ ทำให้นำค่าคงตัวเหล่านี้มาใช้ในการเปรียบเทียบความยาวของเส้นตรง โดยมโนทัศน์ที่ถูกต้อง คือ เส้นตรงมีความยาวไม่จำกัด เราสามารถต่อเส้นตรงออกไปได้เรื่อย ๆ อย่างไม่สิ้นสุดทั้งสองข้าง จึงไม่สามารถวัดความยาวของเส้นตรงเป็นค่าใดค่าหนึ่งได้ ด้วยเหตุผลดังกล่าว จึงไม่มีการเปรียบเทียบความยาวของเส้นตรง ซึ่งแตกต่างจากส่วนของเส้นตรงที่เป็นส่วนหนึ่งของเส้นตรงที่มีจุดปลายสองข้าง จึงสามารถวัดความยาวของส่วนของเส้นตรงและนำมาเปรียบเทียบกันได้ เช่น ความยาวของส่วนของเส้นตรง CD เท่ากับ 5 เซนติเมตร ความยาวของส่วนของเส้นตรง EF เท่ากับ 5 เซนติเมตร ส่วนของเส้นตรง CD จึงยาวเท่ากับส่วนของเส้นตรง EF

(2) มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับมุมที่เท่ากัน “มุมบางคู่ที่แขนของมุมทับกันสนิทจะเป็นมุมเดียวกัน” เช่น มุมที่มีขนาด 0 องศา กับมุมที่มีขนาด 360 องศา หรือมุมที่มีขนาด 60 องศา กับมุมที่มีขนาด 300 องศา ความคลาดเคลื่อนนี้เกิดจากการพิจารณาว่าแขนทั้งสองของขนาดมุม 0 องศา กับแขนทั้งสองของมุมขนาด 360 องศา อยู่ในตำแหน่งเดียวกันและทับกันสนิท เช่นเดียวกันกับแขนทั้งสองคู่ของมุมที่มีขนาด 60 องศา กับมุมที่มีขนาด 300 องศา ที่ทับกันสนิท ซึ่งแสดงถึงความไม่เข้าใจเกี่ยวกับมุมที่เท่ากัน บางครั้งความคลาดเคลื่อนนี้ยังเกิดจากการนำความรู้เรื่องฟังก์ชันตรีโกณมิติมาใช้ในการให้เหตุผลอย่างไม่ถูกต้อง เช่น $\sin 0^\circ$ เท่ากับ $\sin 360^\circ$ ดังนั้น มุมที่มีขนาด 60 องศา กับมุมที่มีขนาด 360 องศา จึงเป็นมุมที่เท่ากัน

โดยมโนทัศน์ที่ถูกต้องเป็นดังนี้ มุมที่มีขนาด 0 องศา กับมุมที่มีขนาด 360 องศา ไม่ใช่มุมเดียวกัน เพราะแขนทั้งสองของมุมที่มีขนาด 0 องศา ทำมุมกัน 0 องศา ในขณะที่แขนของมุมที่มีขนาด 360 องศา ทำมุมกัน 360 องศา หรืออาจอธิบายโดยใช้ภาษาอย่างไม่เป็นทางการได้ว่า มุมที่มีขนาด 0 องศาแขนทั้งสองอยู่ในตำแหน่งเดียวกันโดยไม่มีการหมุน แต่มุมที่มีขนาด 360 องศา มีแขนหนึ่งแขนหมุนรอบจุดศูนย์กลางไปหนึ่งรอบ แล้วจึงมาอยู่ในตำแหน่งเดียวกับอีกแขนที่เหลือ สำหรับความคลาดเคลื่อนที่อธิบายว่า sin 0° เท่ากับ sin 360° ดังนั้น ดังนั้นมุมที่มีขนาด 0 องศากับมุมที่มีขนาด 360 องศา เป็นมุมเดียวกัน อาจอธิบายได้ว่า ฟังก์ชันไซน์ไม่ใช่ฟังก์ชันหนึ่งต่อหนึ่ง ดังนั้น อาจมีมุมอื่นอีกมากมายที่ไม่เท่ากับ 0 องศา แต่มีค่าของฟังก์ไซน์เท่ากับค่าของ sin 0° เช่น มุมที่มีขนาด 180 องศา มุมที่มีขนาด 540 องศา มโนทัศน์ดังกล่าวข้างต้น สามารถใช้อธิบายในทำนองเดียวกันได้ว่า มุมที่มีขนาด 60 องศา กับมุมที่มีขนาด 360 องศา ไม่ใช่มุมเดียวกัน

(3) มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับส่วนสูงของรูปสามเหลี่ยม ความคลาดเคลื่อนส่วนใหญ่เกิดจากความคุ้นเคยของรูปสามเหลี่ยมที่มีความสูงอยู่ภายในรูป โดยไม่จำเป็นต้องสร้างเพิ่มเติม โดยมโนทัศน์ที่ถูกต้องนั้นต้องพิจารณาส่วนสูงของรูปสามเหลี่ยมต้องตั้งฉากกับส่วนที่ลากต่อจากฐานของรูปเดิม

ตอนที่ 2 แนวคิดเกี่ยวกับการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์

2.1 ความหมายของการแก้ปัญหา ความคิดสร้างสรรค์และการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์

สภาครูคณิตศาสตร์แห่งชาติของสหรัฐอเมริกา ได้ระบุไว้ในหนังสือประจำปี ค.ศ. 1980: การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ระดับโรงเรียน (Problem Solving in School Mathematics) ว่า “การแก้ปัญหาต้องเป็นจุดเน้นที่สำคัญของการเรียนการสอนคณิตศาสตร์” ซึ่งสิ่งนี้ทำให้นักการศึกษาทั่วโลกหันมาสนใจศึกษาการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ในทุกระดับชั้น ในบรรดานักการศึกษาเหล่านั้น มีนักการศึกษาสำคัญหลายคนได้ให้ความหมายของ “ปัญหา” และ “การแก้ปัญหา” ไว้ดังนี้

แฟรงค์ เลสเตอร์ (Frank Lester, 1978, p. 54) ได้ให้คำจำกัดความของ “ปัญหา” (problem) ว่าเป็น “สถานการณ์ที่บุคคลหรือกลุ่มบุคคลได้กระทำต่องานนั้นเพื่อให้ได้วิธีหาคำตอบที่สมบูรณ์” ซึ่งคำจำกัดความดังกล่าวได้รับการสนับสนุนจาก เรย์ ซัยแดม และลินด์ควิสท์ (Reys, Suydam, & Lindquist, 2004, p. 98) ซึ่งให้คำจำกัดความไว้ว่า “ปัญหาเป็นสถานการณ์ที่บุคคลต้องการบางสิ่ง แต่ไม่รู้ทันทีว่าอะไรที่ต้องทำเพื่อให้ได้สิ่งนั้นมา” นอกจากนั้น โพซาเมนเทียและ

ครูลิก (Posamentier & Krulik, 1998, p. 1) ได้ให้คำจำกัดความว่า "ปัญหาเป็นสถานการณ์ที่บุคคลเผชิญและต้องการค้นหาคำตอบโดยวิถีทางการหาคำตอบยังไม่รู้ในทันที" ขณะที่ ครูลิกและรูนด์นิก (Krulik & Rudnick, 1993, p. 6) ยังได้ให้คำจำกัดความเช่นเดียวกันว่า "ปัญหาเป็นสถานการณ์ที่บุคคลหรือกลุ่มบุคคลต้องการที่จะค้นหาคำตอบ แต่ยังไม่มีวิถีทางที่จะหาคำตอบ"

สำหรับประเทศไทย สมเดช บุญประจักษ์ (2543, น. 2) กล่าวว่า "ปัญหาทางคณิตศาสตร์ หมายถึง สถานการณ์ปัญหาที่ต้องใช้ความรู้และวิธีการทางคณิตศาสตร์ในการหาคำตอบ" ส่วน เอนก จันทรจรูญ (2545, น. 6) กล่าวว่า "ปัญหาทางคณิตศาสตร์ หมายถึง คำถามหรือสถานการณ์ที่ต้องการคำตอบ โดยที่ผู้แก้ปัญหาส่วนใหญ่ไม่สามารถหาคำตอบได้ทันที ต้องใช้ความรู้และทักษะในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ช่วยหาคำตอบของคำถามหรือสถานการณ์นั้น ๆ "

นอกจากนี้ รุ่งฟ้า จันท์จารุภรณ์ (Rungfa Janjaruporn, 2005, p. 5) และ สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2555a, น. 7) กล่าวในทำนองเดียวกันว่า "ปัญหาทางคณิตศาสตร์ หมายถึง สถานการณ์ที่เกี่ยวกับคณิตศาสตร์ซึ่งเผชิญอยู่และต้องการค้นหาคำตอบ โดยที่ยังไม่รู้ขั้นตอน/วิธีการที่จะได้คำตอบของสถานการณ์นั้นในทันที"

นักการศึกษาข้างต้นต่างเห็นว่า "ปัญหาเป็นสถานการณ์ที่บุคคลหรือกลุ่มบุคคลต้องการค้นหาคำตอบแต่ยังไม่รู้ทันทีว่าอะไรที่ต้องทำเพื่อให้ได้คำตอบนั้นมา" ถ้าปัญหานั้นง่ายเกินไปจนบุคคลรู้วิธีการหาคำตอบหรือคำตอบทันทีแล้วปัญหานั้นก็ไม่ใช่ปัญหาอีกต่อไป และปัญหาสำหรับผู้เรียนคนหนึ่งอาจไม่ใช่ปัญหาสำหรับผู้เรียนอีกคนหนึ่งก็ได้

นอกจากความหมายของปัญหา นักการศึกษายังได้ให้คำจำกัดความของ "การแก้ปัญหา" อีกในหลากหลายความหมาย เช่น แฟรงค์ เลสเตอร์ (Frank Lester, 1978, p. 54) ได้ให้คำจำกัดความว่า "การแก้ปัญหา (Problem Solving) เป็นเซตของการกระทำที่มีต่องานของการแก้ปัญหา" ขณะที่ โพลยา (Polya, 1981, p. ix) ได้ให้คำจำกัดความว่า "การแก้ปัญหาเป็นการค้นหาแนวทางการหลบหลีกความยากลำบากและอุปสรรค เพื่อให้บรรลุจุดมุ่งหมายที่ไม่สามารถสำเร็จได้ในทันที" ส่วนครูลิกและรูนด์นิก (Krulik & Rudnick, 1987, p. 4) ได้ให้คำจำกัดความว่า "การแก้ปัญหาเป็นกระบวนการซึ่งบุคคลใช้ทักษะและความเข้าใจที่มีอยู่ในการแก้ปัญหาหรือสถานการณ์ที่ไม่คุ้นเคย" ขณะที่ สภาครูคณิตศาสตร์แห่งชาติของสหรัฐอเมริกา (National Council of Teacher of Mathematics, 2000, p. 52) ได้ให้คำจำกัดความว่า "การแก้ปัญหาเป็นการดำเนินการต่องานที่วิธีการหาคำตอบยังไม่รู้มาก่อน"

สำหรับประเทศไทย ปรีชา เนาว์เย็นผล (2537, น. 62) ได้ให้คำจำกัดความว่า “การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ หมายถึง การหาวิธีการเพื่อให้ได้คำตอบ ซึ่งผู้แก้ปัญหาจะต้องใช้ความรู้ ความคิด และประสบการณ์เดิมประมวลเข้ากับสถานการณ์ใหม่ที่กำหนดให้ในปัญหา” นอกจากนี้ รุ่งฟ้า จันท์จารุภรณ์(Rungfa Janjaruporn, 2005, p. 5) และสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2555a, น. 7) กล่าวในทำนองเดียวกันว่า “การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ หมายถึง กระบวนการในการประยุกต์ความรู้ทางคณิตศาสตร์ ขั้นตอน/กระบวนการแก้ปัญหา ยุทธวิธีในการแก้ปัญหา และประสบการณ์ที่มีอยู่ไปใช้ในการค้นหาคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์”

สำหรับงานวิจัยนี้ ผู้วิจัยให้ความหมายของปัญหาทางคณิตศาสตร์ และการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ดังนี้

ปัญหาทางคณิตศาสตร์ หมายถึง สถานการณ์ทางคณิตศาสตร์ซึ่งนักเรียนเผชิญอยู่และต้องการค้นหาผลเฉลย โดยที่ยังไม่รู้วิธีการหรือขั้นตอนที่จะได้คำตอบของสถานการณ์นั้นในทันที

การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ หมายถึง กระบวนการในการประยุกต์ความรู้ทางคณิตศาสตร์ กระบวนการแก้ปัญหา ยุทธวิธีในการแก้ปัญหาและประสบการณ์ที่มีอยู่ เพื่อใช้ในการค้นหาผลเฉลยของปัญหาทางคณิตศาสตร์

สำหรับความคิดริเริ่มสร้างสรรค์นั้น กิลฟอร์ด (Guilford, 1967, pp. 145-151) ซึ่งเป็นนักจิตวิทยาชาวอเมริกันและคณะ ได้ทำการศึกษาและวิจัยการวิเคราะห์ตัวประกอบ (Factor Analysis) ของสติปัญญาอย่างต่อเนื่องมานานกว่า 20 ปี โดยเน้นศึกษาเรื่องความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ ความมีเหตุมีผลและการแก้ปัญหา ในการศึกษากิลฟอร์ดได้นำเสนอ แบบจำลองโครงสร้างของสมรรถภาพทางสมอง หรือแบบจำลองโครงสร้างทางสติปัญญา (The structure of intellect model ที่เรียกว่า SI) ซึ่งแบบจำลองนี้ได้ครอบคลุมสมรรถภาพทางสมองต่าง ๆ

ความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ เป็นสมรรถภาพทางสมองหนึ่งของมนุษย์ เป็นความสามารถทางสมองที่คิดได้กว้างไกลหลายทิศทาง หรือที่เรียกว่า ความคิดอเนกนัยหรือความคิดแบบกระจาย (Divergent thinking) ซึ่งประกอบด้วย ความคิดคล่อง (fluency) ความคิดยืดหยุ่น (flexibility) ความคิดริเริ่ม (originality) และความคิดละเอียดลออ (elaboration)

กิลฟอร์ดได้ให้ความหมายของความคิดคล่องและความคิดยืดหยุ่น ดังนี้

ความคิดคล่อง เป็นความสามารถของบุคคลในการคิดหาผลเฉลย (solution) ได้อย่างคล่องแคล่ว รวดเร็ว และมีผลเฉลยในปริมาณที่มากในเวลาที่จำกัด ซึ่งกิลฟอร์ดเชื่อว่า ผู้ที่มีความคิดคล่องมากจะมีโอกาสสร้างผลเฉลยที่แปลกและเฉียบคมได้มากกว่าผู้ที่มีความคิดคล่องน้อยกว่า โดยแบ่งความคิดคล่องออกเป็น

(1) ความคิดคล่องแคล่วทางด้านถ้อยคำ (Word Fluency) ซึ่งเป็นความสามารถในการใช้ถ้อยคำอย่างคล่องแคล่ว

(2) ความคิดคล่องแคล่วทางด้านการโยงสัมพันธ์ (Associational Fluency) ซึ่งเป็นความสามารถที่จะคิดหาถ้อยคำที่เหมือนกันหรือคล้ายกันได้มากที่สุดเท่าที่จะมากได้ภายในเวลาที่กำหนด

(3) ความคล่องแคล่วทางด้านการแสดงออก (Expressional Fluency) ซึ่งเป็นความสามารถในการใช้วลีหรือประโยค กล่าวคือ สามารถที่จะนำคำมาเรียงกันอย่างรวดเร็วเพื่อให้ได้ประโยคที่ต้องการ

(4) ความคล่องแคล่วในการคิด (Ideational Fluency) ซึ่งเป็นความสามารถที่จะคิดสิ่งที่ต้องการภายในเวลาที่กำหนด

ความคิดยืดหยุ่น เป็นความสามารถของบุคคลในการคิดหาผลเฉลยได้หลายประเภทและหลายทิศทาง ซึ่งกิลฟอร์ดเชื่อว่า ผู้ที่มีความคิดยืดหยุ่นสูงจะมีโอกาสสร้างสรรค์สิ่งใหม่ ๆ ได้มากกว่าผู้ที่คิดซ้ำ ๆ อยู่ในแนวทางเดิมตลอดเวลา โดยแบ่งความคิดยืดหยุ่นออกเป็น

(1) ความคิดยืดหยุ่นที่เกิดขึ้นทันที (Spontaneous Flexibility) เป็นความสามารถที่จะพยายามคิดได้หลายอย่าง อย่างอิสระ

(2) ความคิดยืดหยุ่นทางด้านการดัดแปลง (Adaptive Flexibility) เป็นความสามารถที่จะคิดได้หลากหลายและสามารถคิดดัดแปลงจากสิ่งหนึ่งไปเป็นหลายสิ่งได้

ความคิดริเริ่ม เป็นความสามารถในการสร้างสิ่งใหม่ และแนวคิดแปลกใหม่ที่เกิดขึ้นของตนเอง ลักษณะความคิดที่แปลกใหม่แตกต่างจากความคิดธรรมดา หรือความคิดง่าย ๆ ความคิดริเริ่ม หรือที่เรียกว่า Wild Idea เป็นความคิดที่เป็นประโยชน์ต่อตนเองและสังคม ความคิดริเริ่มอาจเกิดจากการนำเอาความรู้เดิมมาคิดดัดแปลงและประยุกต์ให้เกิดสิ่งใหม่ขึ้นมา เช่น การคิดประดิษฐ์เครื่องบินได้สำเร็จก็ได้จากกแนวคิดการทำเครื่องร่อนเป็นต้น

ความคิดริเริ่มจึงเป็นลักษณะความคิดที่เกิดขึ้นเป็นครั้งแรกเป็นความคิดที่แปลกแตกต่างจากความคิดเดิม และอาจไม่เคยมีใครคิดหรือนึกถึงมาก่อน ความคิดริเริ่มจำต้อง

อาศัยลักษณะความกล้าคิด กล้าทดลองเพื่อทดสอบความคิดของตน บ่อยครั้งที่ความคิดริเริ่มจำเป็นต้องอาศัยความคิดจินตนาการ คิดเรื่องและคิดฝันจากจินตนาการหรือที่เรียกว่าเป็นความคิดจินตนาการประยุกต์ คือไม่ใช่คิดเพียงอย่างเดียวแต่จำเป็นต้องสร้างผลงานให้เกิดคู่กัน

ความคิดละเอียดลออ เป็นความสามารถในการจัดระบบความคิดเพื่อให้เกิดความคิดที่มีรายละเอียด ลุ่มลึก ทุกแง่มุมของกระบวนการการแก้ปัญหาที่เผชิญอยู่จนกระทั่งทำให้ผลงานที่กำลังดำเนินการประสบความสำเร็จ

จากแนวคิดของกิลฟอร์ดข้างต้น อารี พันธ์มณี (2547, น. 39-41) ยังได้กล่าวเสริมว่า ความคิดคล่องนับว่าเป็นความสามารถอันดับแรกในการที่จะพยายามเลือกเฟ้นให้ได้ความคิดที่ดีและเหมาะสมที่สุด ก่อนอื่นจึงจำเป็นต้องคิด คิดออกมาให้ได้มาก หลาย ๆ อย่างและแตกต่างกัน แล้วจึงนำเอาความคิดที่ได้ทั้งหมดมาพิจารณาแต่ละอย่างเปรียบเทียบกันว่าความคิดอันใดจะเป็นความคิดที่ดีที่สุดและให้ประโยชน์คุ้มค่ามากที่สุด โดยคำนึงถึงหลักเกณฑ์ในการพิจารณา เช่น ประโยชน์ที่ใช้ เวลา การลงทุน ความยากง่าย บุคลากรเป็นต้น ส่วนความคิดยืดหยุ่นจะเป็นเสริมให้ความคิดคล่องมีความแปลกแตกต่างกันออกไป หลีกเลี่ยงการซ้ำซ้อน หรือเพิ่มคุณภาพความคิดให้มากขึ้นด้วยการจัดเป็นหมวดหมู่และหลักเกณฑ์ยิ่งขึ้น นับได้ว่าความคิดคล่องและความคิดยืดหยุ่น เป็นความคิดพื้นฐานที่จะนำไปสู่ความคิดสร้างสรรค์ได้หลายหมวดหมู่หลายประเภท ตลอดจนสามารถเตรียมทางเลือกไว้หลาย ๆ ทาง ความคิดยืดหยุ่นจึงเป็นความคิดเสริมคุณภาพให้ดีขึ้น และแม้ว่าลักษณะความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ประกอบด้วยลักษณะความคิดหลายลักษณะเช่น ความคิดคล่อง ความคิดยืดหยุ่น ความคิดริเริ่ม แต่ลักษณะความคิดละเอียดลออก็จะขาดเสียมิได้ หากปราศจากความคิดละเอียดลออแล้วก็ไม่อาจทำให้เกิดผลงานหรือผลผลิตสร้างสรรค์ขึ้นมาได้ และตรงจุดนี้ที่เป็นจุดสำคัญของความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ที่มุ่งเน้นผลผลิตสร้างสรรค์เป็นสำคัญด้วย

นอกจากนี้ สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2555a, น. 116-122) ได้กล่าวสนับสนุนว่า “ความคิดคล่องเป็นความสามารถในการคิดเพื่อให้ได้ผลเฉลยจำนวนมากที่แตกต่างกันหรือหลากหลายวิธี การคิดให้ได้ผลเฉลยจำนวนมากที่แตกต่างกันหรือวิธีที่หลากหลายเป็นตัวบ่งบอกถึงความเข้าใจและความคล่องแคล่วของสมองของนักเรียนที่จะกลั่นเอาผลเฉลยของปัญหาออกมา” ในด้านของ “ความคิดยืดหยุ่นนั้นเป็นความสามารถในการคิดปรับเปลี่ยนตามสถานการณ์ คิดแล้วเลือก/นำไปใช้ให้ตรงกับสถานการณ์หรือเงื่อนไขที่กำหนด ความคิดยืดหยุ่นจึงเป็นตัวเสริมให้ความคิดคล่องมีความแปลกแตกต่างกันออกไป จึงนับได้ว่าทั้งความคิดคล่องและความคิดยืดหยุ่นต่างก็เป็นพื้นฐานที่นำไปสู่ความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ ซึ่งใน

ความคิดคล่องที่มีการคิดให้ได้ผลเฉลยจำนวนมากที่แตกต่างกัน ผู้ที่มีความคิดยืดหยุ่นยังต้องจัดหมวดหมู่ของผลเฉลยให้มีความแปลกแตกต่างกันออกไปและไม่มีการซ้ำซ้อนกัน จากนั้นจึงนำเอาความคิดที่ได้ทั้งหมดมาพิจารณาเปรียบเทียบกันว่า ความคิดใดจะเป็นความคิดที่ดีที่สุดและให้ประโยชน์คุ้มค่าโดยคำนึงถึงหลักเกณฑ์ในการพิจารณา เช่น ประโยชน์ที่ได้ เวลา การลงทุน ความยากง่าย" ในขณะที่ "ความคิดริเริ่ม เป็นความสามารถในการคิดเพื่อให้ได้ความคิดที่มีลักษณะแปลกใหม่แตกต่างจากความคิดพื้น ๆ เป็นความคิดที่เกิดขึ้นครั้งแรกแตกต่างจากความคิดพื้น ๆ ที่มีอยู่เดิมและอาจไม่เคยมีใครมีใครคิดหรือนึกมาก่อน ผู้ที่มีความคิดริเริ่มจะต้องมีความคิดนอกกรอบ กล้าลองเพื่อทดสอบความคิดของตน และย่อยครั้งที่ต้องอาศัยความคิดจินตนาการในการประยุกต์ กล่าวคือ ต้องคิดสร้างและหาทางทำให้เกิดผลงานด้วย ดังเช่นนักคณิตศาสตร์ที่สร้างสรรค์ผลงานให้คนรุ่นต่อ ๆ มาได้ศึกษา เกิดเป็นองค์ความรู้ใหม่" และ "ความคิดละเอียดลออเป็นความสามารถในการคิดเพื่อให้ได้ความคิดที่มีรายละเอียดอย่างลุ่มลึกหลายแง่มุมของคำตอบแต่ละปัญหาจนกระทั่งสามารถสร้างผลงานหรือชิ้นงานได้สำเร็จ ความคิดละเอียดลออเป็นส่วนเสริมให้องค์ประกอบสำคัญสามข้อข้างต้นมีความสมบูรณ์ นำไปสู่ความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ที่มีประสิทธิภาพ"

สำหรับงานวิจัยนี้ ผู้วิจัยให้ความหมายของความคิดคล่อง ความคิดยืดหยุ่น ความคิดริเริ่มและความคิดละเอียดลออ ดังนี้

ความคิดคล่อง หมายถึง ความสามารถในการคิดหายุทธวิธี/ผลเฉลยได้อย่างคล่องแคล่ว รวดเร็ว ในปริมาณที่มากและแตกต่างกันภายในเวลาที่จำกัด ซึ่งในที่นี้พิจารณาจากความสามารถในการแก้ปัญหาของนักเรียนในด้านการคิดหาผลเฉลยในการแก้ปัญหาได้จำนวนมากในเวลาที่กำหนด

ความคิดยืดหยุ่น หมายถึง ความสามารถในการคิดปรับเปลี่ยนตามสถานการณ์ คิดแล้วเลือกนำไปใช้ให้ตรงกับสถานการณ์หรือเงื่อนไขที่กำหนดหรือจัดหมวดหมู่ของยุทธวิธี/ผลเฉลยให้มีความแปลกแตกต่างกันออกไปและไม่มีการซ้ำซ้อนกัน ซึ่งในที่นี้พิจารณาจากความสามารถในการแก้ปัญหาของนักเรียนในด้านการคิดแล้วจัดหมวดหมู่ของผลเฉลยให้มีความแปลกแตกต่างกันออกไปและไม่มีการซ้ำซ้อน

ความคิดริเริ่ม หมายถึง ความสามารถในการคิดเพื่อให้ได้ยุทธวิธี/ผลเฉลยของปัญหาที่มีลักษณะแปลกใหม่แตกต่างจากแนวคิดเดิม ซึ่งในที่นี้พิจารณาจากความสามารถในการตั้งปัญหาของนักเรียนในด้านการคิดสร้างสถานการณ์ปัญหาที่มีผลเฉลยแปลกใหม่แตกต่างจากผลเฉลยเดิม

ความคิดละเอียดลออ หมายถึง ความสามารถในการคิดเพื่อให้ได้ความคิดที่มีรายละเอียดอย่างลุ่มลึก หลายแง่มุมของยุทธวิธี/ผลเฉลยของปัญหา ซึ่งในที่นี้พิจารณาจากความสามารถในการตั้งปัญหาของนักเรียนในด้านการคิดสร้างสถานการณ์ปัญหาที่มีผลเฉลยในการแก้ปัญหาที่มีความหลากหลาย/ครบถ้วน ละเอียดชัดเจน

สำหรับการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ พบว่า การแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์เป็นกระบวนการที่ถูกพัฒนาขึ้นมากว่า 50 ปี โดยเป็นกระบวนการที่มีความสัมพันธ์กับความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ ซึ่งเป็นเป้าหมายหนึ่งของการพัฒนาเด็กที่มีความสามารถพิเศษ และยังเป็นจุดเริ่มต้นของการสอน "กระบวนการคิด" ที่ถูกนำไปขยายต่อและนำไปใช้กับการเรียนการสอนทั่วไป (Treffinger & et al., 2005b)

โดยมีนักการศึกษาได้สรุปความหมายของการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ไว้ดังนี้ เทรฟฟิงเกอร์และคนอื่น ๆ (Treffinger & et al., 2006) ได้ให้ความหมายว่า การแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์เป็นกระบวนการที่ใช้ในการพัฒนาศักยภาพด้านความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ของนักเรียนโดยผ่านกรอบทฤษฎีการพัฒนาและการวิเคราะห์การแก้ปัญหา ซึ่งสอดคล้องกับ ทอแรนซ์ (อารี พันธ์มณี, 2547, น. 6-7; อ้างอิงจาก Torrance, 1965) ที่กล่าวว่า การแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์เป็นกระบวนการทำงานของสมองอย่างเป็นขั้นตอน และสามารถคิดแก้ปัญหาได้สำเร็จ ซึ่งเป็นกระบวนการไวต่อปัญหาหรือสิ่งที่บกพร่องขาดหายไป แล้วจึงรวบรวมความคิดขั้นต้นเป็นสมมติฐานขั้น ต่อจากนั้นก็ทำการรวบรวมข้อมูลต่าง ๆ เพื่อทดสอบสมมติฐานที่ตั้งขึ้นต่อไป จึงเป็นการรายงานผลที่ได้รับจากการทดสอบสมมติฐาน เพื่อเป็นแนวคิดและแนวทางใหม่ต่อไป นอกจากนี้ เลวินและรีด (สิทธิ ชัย ชมพูพาทย์, 2554, น. 12; อ้างอิงจาก Lewin & Reed, 1998) ยังได้กล่าวสนับสนุนเพิ่มเติมว่า การแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์เป็นกระบวนการที่ผสานกันระหว่างความคิดริเริ่มสร้างสรรค์และความคิดวิจารณญาณเพื่อใช้ในการแก้ปัญหา

สำหรับประเทศไทย อาพันธ์ชนิต เจนจิต (2546, น. 7) ได้ให้ความหมายไว้ว่า การแก้ปัญหาที่ใช้กระบวนการคิดในการทำความเข้าใจปัญหาโดยการคิดหาข้อเท็จจริงและปัญหาหาแนวคิด/วิธีการแก้ปัญหาที่หลากหลาย แล้วพิจารณาตัดสินใจเลือกวิธีการแก้ปัญหาที่มีประสิทธิภาพที่สุดและเป็นแนวคิดที่แปลกใหม่ เป็นของตนเอง มีการนำเสนอแนวคิด/วิธีการแก้ปัญหาและคำตอบของปัญหาได้อย่างละเอียดชัดเจน เป็นที่ยอมรับและสามารถนำไปใช้ในการแก้ปัญหาต่อ ๆ ไป และเกรียงศักดิ์ เจริญวงศ์ศักดิ์ ได้ระบุเพิ่มเติมว่า การแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์เป็นกระบวนการของความคิดสร้างสรรค์ที่ประกอบด้วยความคิดที่หลากหลาย เพื่อช่วยขยายกรอบความคิด ส่วนการคิดอย่างมีวิจารณญาณ คือการเชื่อมโยงเหตุผลเพื่อนำมาเปรียบเทียบหา

ผลกระทบและทางเลือกที่เหมาะสมที่สุดเพื่อใช้ในการแก้ปัญหา (สิทธิชัย ชมพูพาทย์, 2554, น.12; อ้างอิงจาก เกรียงศักดิ์ เจริญวงศ์ศักดิ์, 2552) จากความหมายของการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ของนักการศึกษาข้างต้นสามารถแสดงการเปรียบเทียบองค์ประกอบที่ใช้ในการให้ความหมายของการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ได้ดังตารางต่อไปนี้

ตาราง 3 แสดงการเปรียบเทียบความหมายและองค์ประกอบของการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์

นักการศึกษา/นักวิจัย	องค์ประกอบของการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์		
	องค์ประกอบด้านการแก้ปัญหา	องค์ประกอบด้านความคิด	
		คิดริเริ่มสร้างสรรค์	คิดวิจารณญาณ
เทรฟฟิงเกอร์ (Treffinger)	✓	✓	-
ทอแรนซ์ (Torrance)	✓	✓	-
เลวินและรีด (Lewin & Reed)	✓	✓	✓
อาพันธ์ชนิต เจนจิต	✓	✓	-
เกรียงศักดิ์ เจริญวงศ์ศักดิ์	✓	✓	✓

จากการเปรียบเทียบความหมายและองค์ประกอบของการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์พบว่าการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ เป็นกระบวนการที่ผสานเชื่อมโยงกันระหว่าง 2 กระบวนการที่สำคัญคือ กระบวนการแก้ปัญหาและกระบวนการคิดริเริ่มสร้างสรรค์

สำหรับงานวิจัยนี้ได้ให้ความหมายของการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์และองค์ประกอบดังนี้

การแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ หมายถึง กระบวนการประยุกต์ความรู้ทางคณิตศาสตร์ กระบวนการแก้ปัญหา ยุทธวิธีในการแก้ปัญหา ประสบการณ์ที่มีอยู่และกระบวนการคิดสร้างสรรค์ ซึ่งเป็นความคิดหลายทิศทางที่สามารถเปลี่ยนวิธีการแก้ปัญหาได้ ตลอดจนการนำไปสู่ผลผลิตทางความคิดหรือคิดหายุทธวิธี/ผลเฉลยได้อย่างหลากหลาย ลุ่มลึก และแปลกใหม่ โดยมีองค์ประกอบที่สำคัญ 4 องค์ประกอบตามทฤษฎีโครงสร้างทางสติปัญญาของ กิลฟอร์ด คือ ความคิดคล่อง ความคิดยืดหยุ่น ความคิดริเริ่ม และความคิดละเอียดลออ

2.2 กระบวนการแก้ปัญหาและการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์

กระบวนการแก้ปัญหาและกระบวนการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์มีรายละเอียดและขั้นตอนที่แตกตางกันดังนี้

กระบวนการแก้ปัญหา

เนื่องจากการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เป็นทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์อย่างหนึ่งที่นักเรียนจะต้องฝึกฝนพัฒนาให้เกิดขึ้น แต่มีนักเรียนจำนวนมากไม่รู้ว่าจะต้องดำเนินการแก้ปัญหานั้นอย่างไร หรือมีกระบวนการแก้ปัญหาอย่างไร เพื่อให้นักเรียนประสบผลสำเร็จในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ครูควรปลูกฝังให้นักเรียนเข้าใจ กระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ สำหรับกระบวนการแก้ปัญหาที่ยอมรับและนำมาใช้กันอย่างแพร่หลาย คือ กระบวนการแก้ปัญหาตามแนวคิดของโพลยา (Polya, 1957, pp. 5-19) ซึ่งประกอบด้วยขั้นตอนสำคัญ 4 ขั้นตอน ดังนี้

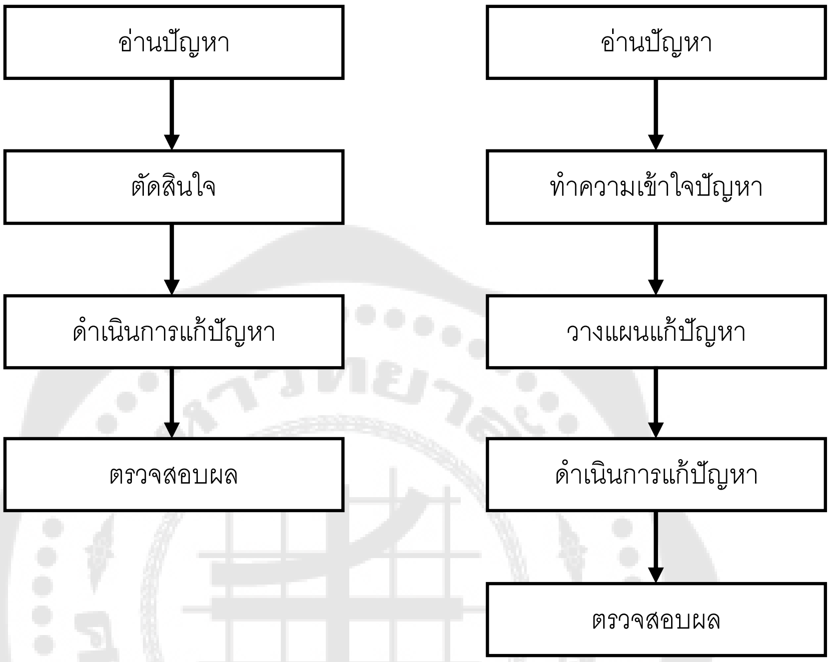
ขั้นที่ 1 ทำความเข้าใจปัญหา ขั้นตอนนี้เป็นขั้นเริ่มต้นของการแก้ปัญหาที่ต้องการให้นักเรียนคิดเกี่ยวกับปัญหา และตัดสินว่าอะไรคือสิ่งที่ต้องการค้นหา นักเรียนต้องทำความเข้าใจปัญหาและระบุส่วนสำคัญของปัญหา ซึ่งได้แก่ ตัวไม่รู้ค่า ข้อมูลและเงื่อนไข ในการทำความเข้าใจปัญหานักเรียนต้องพิจารณาส่วนสำคัญของปัญหาอย่างถี่ถ้วน พิจารณาซ้ำไปซ้ำมาพิจารณาหลากหลายมุมมอง หรืออาจใช้วิธีต่าง ๆ ช่วยในการทำความเข้าใจปัญหา เช่น การเขียนภาพ การเขียนแผนภูมิ หรือการเขียนสาระของปัญหาด้วยถ้อยคำของตนเอง

ขั้นที่ 2 วางแผนแก้ปัญหา ขั้นตอนนี้ต้องการให้นักเรียนค้นหาความเชื่อมโยงหรือความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลและตัวไม่รู้ค่า แล้วนำความสัมพันธ์นั้นมาผสมผสานกับประสบการณ์ในการแก้ปัญหา เพื่อกำหนดแนวทางหรือแผนในการแก้ปัญหา และเลือกยุทธวิธีในการแก้ปัญหา

ขั้นที่ 3 ดำเนินการตามแผน ขั้นตอนนี้ต้องการให้นักเรียนลงมือปฏิบัติตามแนวทางหรือแผนที่วางไว้ โดยเริ่มจากการตรวจสอบความเป็นไปได้ของแผน เพิ่มเติมรายละเอียดต่าง ๆ ของแผนให้ชัดเจน แล้วลงมือปฏิบัติจนกระทั่งสามารถหาคำตอบได้ ถ้าแผนหรือยุทธวิธีในการแก้ปัญหาที่เลือกไว้ไม่สามารถแก้ปัญหาได้ นักเรียนต้องค้นหาแผนหรือยุทธวิธีในการแก้ปัญหาใหม่

ขั้นที่ 4 ตรวจสอบผล ขั้นตอนนี้ต้องการให้นักเรียนมองย้อนกลับไปยังคำตอบที่ได้มา โดยเริ่มจากการตรวจสอบความถูกต้อง ความสมเหตุสมผลและยุทธวิธีในการแก้ปัญหาที่ใช้ แล้วพิจารณาว่ามีคำตอบหรือมียุทธวิธีในการแก้ปัญหาอย่างอื่นอีกหรือไม่

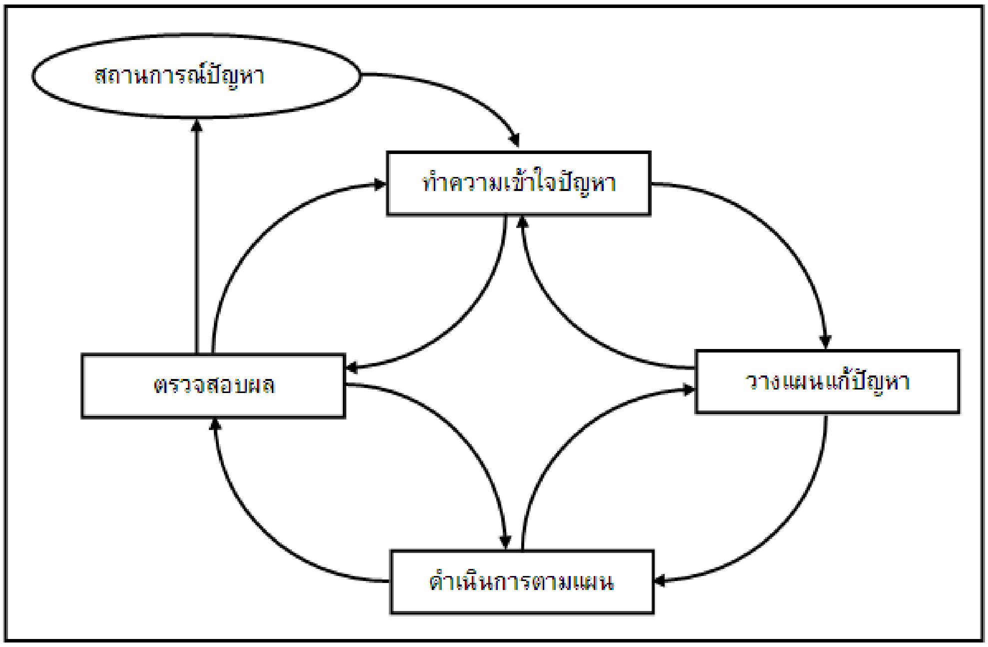
เนื่องจากคนส่วนใหญ่มองว่ากระบวนการแก้ปัญหาตามแนวคิดของโพลยา จะต้องดำเนินการตามขั้นตอนเป็นแนวเส้นตรง โดยไม่มีการกระทำย้อนกลับ ซึ่ง รุ่งฟ้า จันท์จารุภรณ์ (Rungfa Janjaruporn, 2005, p. 14) ได้แสดงไว้ ดังภาพประกอบ 2



ภาพประกอบ 2 กระบวนการแก้ปัญหาเป็นแนวเส้นตรง

ที่มา : Rungfa Janjaruporn. (2005). The Development of a Problem-Solving Instructional Program to Develop Preservice Teachers' Competence in Solving Mathematical Problems and Their Beliefs Related to Problem Solving. p. 14.

วิลสัน และคณะ (Wilson; et al, 1993, pp. 60-62) จึงเสนอแนะกระบวนการแก้ปัญหาที่เป็นพลวัต (Dynamic Problem–Solving Process) ซึ่งเป็นกระบวนการแก้ปัญหาที่สนับสนุนกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยาในรูปแบบที่แสดงความเป็นพลวัต มีลำดับไม่ตายตัว สามารถวนไปเวียนมาได้ ซึ่ง รุ่งฟ้า จันท์จารุภรณ์ (Rungfa Janjaruporn, 2005, p. 15) ได้แสดงไว้ ดังภาพประกอบ 3



ภาพประกอบ 3 กระบวนการแก้ปัญหาที่เป็นพลวัต

ที่มา: Rungfa Janjaruporn. (2005). The Development of a Problem-Solving Instructional Program to Develop Preservice Teachers' Competence in Solving Mathematical Problems and Their Beliefs Related to Problem Solving. p. 15.

จากกระบวนการแก้ปัญหาที่เป็นพลวัตในภาพประกอบ อธิบายได้ดังนี้ เมื่อต้องเผชิญกับสถานการณ์ที่เป็นปัญหา นักเรียนจะต้องเริ่มทำความเข้าใจกับปัญหาก่อน หลังจากนั้นวางแผนแก้ปัญหา ดำเนินการตามแผนที่วางไว้ จนกระทั่งหาคำตอบได้ สุดท้ายตรวจสอบผลพิจารณาความถูกต้อง ความสมเหตุสมผลของคำตอบที่ได้

สำหรับทิศทางของลูกศรนั้น เป็นการพิจารณาหรือตัดสินใจที่จะเคลื่อนการกระทำจากขั้นตอนหนึ่งไปสู่อีกขั้นตอนหนึ่ง หรือพิจารณาย้อนกลับไปขั้นตอนก่อนหน้าเมื่อมีปัญหาหรือข้อสงสัย เช่น เมื่อนักเรียนทำความเข้าใจปัญหา และคิดว่ามีความเข้าใจปัญหาดีแล้ว ก็เคลื่อนการกระทำไปสู่ขั้นวางแผนแก้ปัญหา และดำเนินการแก้ปัญหาตามแผนที่วางไว้ แต่ไม่สามารถหาคำตอบได้ นักเรียนก็อาจจะย้อนกลับไปวางแผนใหม่ หรืออาจต้องกลับไปทำความเข้าใจปัญหาใหม่ เพื่อปรับปรุงวิธีการแก้ปัญหาให้ดียิ่งขึ้น

สำหรับงานวิจัยนี้ ผู้วิจัยให้ความหมายของกระบวนการแก้ปัญหา ดังนี้

กระบวนการตั้งปัญหา หมายถึง ขั้นตอน/วิธีการตั้งปัญหาทางคณิตศาสตร์ตามแนวคิดของบราวน์และวอลเทอร์ ซึ่งเป็นกระบวนการที่นำไปใช้ตั้งปัญหาได้ทั้งปัญหาที่เกิดจากการขยายปัญหาเดิมที่เคยแก้มาแล้ว/ปัญหาที่สร้างสรรค์ขึ้นมาใหม่ ประกอบด้วย 5 ขั้นตอน ได้แก่ การคัดเลือกประเด็นสถานการณ์เริ่มต้น การหาเงื่อนไขของประเด็นสถานการณ์เริ่มต้น การเปลี่ยนเงื่อนไขของประเด็นสถานการณ์ การสร้างสถานการณ์/ปัญหา และการวิเคราะห์ปัญหา

กระบวนการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์

กระบวนการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์เป็นขั้นตอน/วิธีในการคิดหายุทธวิธีและผลเฉลยได้อย่างหลากหลาย แปลกใหม่ โดยมีนักการศึกษาแบ่งรายละเอียดและขั้นตอนไว้ดังนี้

ทอแรนซ์และเมเยอร์ (อารี พันธ์มณี, 2547, น.7-8; อ้างอิงจาก Torrance & Mymer, 1972) ได้อธิบายกระบวนการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์แบ่งออกเป็นขั้นตอนดังนี้

ขั้นที่ 1 การพบความจริง (Fact-Finding) ในขั้นนี้เริ่มต้นตั้งแต่ความรู้สึกกังวลใจ มีความสับสนวุ่นวาย(Mess) เกิดขึ้นในจิตใจแต่ไม่สามารถบอกได้ว่าเป็นอะไร จากจุดนี้ก็พยายามตั้งสติและพิจารณาดูว่า ความยุ่งยาก วุ่นวาย สับสน หรือสิ่งที่ทำให้กังวลใจนั่นคืออะไร

ขั้นที่ 2 การค้นพบปัญหา (Problem-Finding) ขั้นนี้เกิดต่อจากขั้นที่ 1 เมื่อได้พิจารณาโดยรอบคอบแล้ว จึงสรุปว่า ความกังวลใจ ความสับสนวุ่นวายในใจนั้นก็คือการมีปัญหาเกิดขั้นนั่นเอง

ขั้นที่ 3 การตั้งสมมติฐาน (Idea-Finding) ขั้นนี้ก็ต่อจากขั้นที่ 2 เมื่อรู้ว่ามีปัญหาเกิดขึ้นก็จะพยายามคิดและตั้งสมมติฐานขึ้นและรวบรวมข้อมูลต่าง ๆ เพื่อนำไปใช้ในการทดสอบสมมติฐานในขั้นต่อไป

ขั้นที่ 4 การค้นพบคำตอบ (Solution-Finding) ในขั้นนี้ก็จะพบคำตอบจากการทดสอบสมมติฐานในขั้นที่ 3

ขั้นที่ 5 ยอมรับผลจากการค้นพบ (Acceptance-Finding) ขั้นนี้เป็นการยอมรับคำตอบที่ได้จากการพิสูจน์เรียบร้อยแล้วที่จะแก้ปัญหาให้สำเร็จได้อย่างไร และต่อจากจุดนี้การแก้ปัญหาหรือการค้นพบยังไม่จบตรงนี้แต่ที่ได้จากการค้นพบจะนำไปสู่หนทางที่จะเกิดแนวคิดหรือสิ่งใหม่ต่อไปเรียกว่า New Challenges

นอกจากนี้เทรฟฟิงเกอร์ (Treffinger & et al., 2005a, pp. 19-20) ยังเสนอกระบวนการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ (CPS Version 6.1™) ไว้ดังนี้

ขั้นที่ 1 การเข้าใจความท้าทาย (Understanding the Challenges) ประกอบด้วยการตรวจสอบชี้แจง กำหนดเป้าหมาย โอกาสหรือความท้าทายต่อการแก้ปัญหา เน้นหลักหรือกระบวนการคิดโดยตรง โดยอาจใช้เพียงขั้นตอนเดียว หรือ 3 ขั้นตอนย่อย ประกอบด้วยการสร้างโอกาส การสำรวจข้อมูล และการวางกรอบของปัญหา

ขั้นที่ 2 การหาทางเลือกในการแก้ปัญหา (Generating Idea) ซึ่งมีขั้นตอนเดียวประกอบด้วยการสร้างทางเลือกที่น่าจะเป็นไปได้ในการแก้ปัญหา โดยการระดมสมอง ซึ่งเป๋นส่วนสำคัญในการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ การสร้างความคิดใหม่โดยใช้ความคิดสร้างสรรค์ คือ คิดอย่างคล่องแคล่ว คิดยืดหยุ่น คิดหลากหลาย คิดแปลกใหม่รวมถึงการปรับปรุงแนวคิดจากการรับฟังผู้อื่น ซึ่งจะช่วยให้หลุดกรอบจากความคิดเดิม ๆ

ขั้นที่ 3 ขั้นเตรียมการแก้ปัญหา (Preparing for Action) คือการสำรวจวิธีการที่ทำให้ทางเลือกที่สร้างขึ้นในขั้นที่ 2 เป็นไปได้ในการแก้ปัญหาจริง ๆ และเตรียมการแก้ไขจะนำไปสู่ความสำเร็จได้ดดยใช้ขั้นตอนใดขั้นตอนหนึ่งหรือขั้นตอนย่อยดังนี้ การพัฒนาวิธีการแก้ปัญหา หรือการสร้างการยอมรับ

จากกระบวนการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ข้างต้นในงานวิจัยนี้ผู้วิจัยได้นำมาประยุกต์กับกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ตามแนวคิดของโพลยา และกระบวนการแก้ปัญหาที่เป็นพลวัตตามแนวคิดของวิลสันและคณะ ซึ่งประกอบด้วย 4 ขั้นตอน ได้แก่ การทำความเข้าใจปัญหา การวางแผนแก้ปัญหา การดำเนินการตามแผน และการตรวจสอบผล โดยใช้กระบวนการกลุ่มในการร่วมมือแก้ปัญหาเพื่อเป็นการแลกเปลี่ยนแนวคืดในการแก้ปัญหา และเกิดการยอมรับแนวคิดใหม่ ๆ อันจะนำไปสู่ยุทธวิธีและผลเฉลยในการแก้ปัญหาที่แปลกใหม่และหลากหลาย

2.3 ยุทธวิธีในการแก้ปัญหา

ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ นอกจากความรู้เกี่ยวกับเนื้อหาคณิตศาสตร์และความเข้าใจในกระบวนการแก้ปัญหาแล้ว สิ่งสำคัญอีกประการหนึ่งที่ผู้แก้ปัญหาจะต้องรู้ คือ ยุทธวิธีในการแก้ปัญหา เพราะถ้าผู้แก้ปัญหาคุ้นเคยกับยุทธวิธีในการแก้ปัญหาก็จะเป็นประโยชน์ในการนำ ยุทธวิธีในการแก้ปัญหาเหล่านั้น ไปใช้แก้ปัญหาได้อย่างมีประสิทธิภาพ ยุทธวิธีในการแก้ปัญหาที่ใช้แก้ปัญหาได้ดีและพบได้บ่อยในคณิตศาสตร์ มีดังนี้

การค้นหาแบบรูป เป็นการวิเคราะห์ปัญหา และค้นหาความสัมพันธ์ของข้อมูลที่มีลักษณะเป็นระบบ หรือเป็นแบบรูปในสถานการณ์ปัญหานั้น ๆ แล้วคาดเดาคำตอบ ซึ่งคำตอบที่ได้จะยอมรับว่าเป็นคำตอบที่ถูกต้อง เมื่อผ่านการตรวจสอบยืนยัน การค้นหาแบบรูปไม่เพียงแต่

เป็นเครื่องมือที่ช่วยในการแก้ปัญหาเท่านั้น หากแต่ยังช่วยให้ผู้แก้ปัญหา ได้พัฒนาความรู้สึกเชิงจำนวน (Number sense) และทักษะการสื่อสาร ซึ่งเป็นทักษะที่ช่วยให้นักเรียนสามารถประมาณและคาดคะเนคำตอบก่อนจะคิดคำนวณจริง ตลอดจนสามารถสะท้อนความรู้ ความเข้าใจในแนวคิดทางคณิตศาสตร์ และกระบวนการคิดของตนเองได้ (Posamentier & Krulik, 1998, p. 41; Reys, Suydam & Lindquist, 2004, p. 34; สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2555a, น. 12)

การสร้างตาราง เป็นการนำข้อมูลที่โจทย์กำหนดให้สรุปลงในตาราง เพื่อช่วยให้ผู้แก้ปัญหาสามารถวิเคราะห์หา ค้นหาความสัมพันธ์ของข้อมูล อันจะนำไปสู่การค้นพบแบบรูปหรือข้อชี้แนะอื่น ๆ ตลอดจน ช่วยไม่ให้หลงลืม หรือสับสนในกรณีใดกรณีหนึ่ง เมื่อต้องแสดงกรณีที่เป็นไปได้ทั้งหมดของปัญหา (Reys, Suydam & Lindquist, 2004, p. 34; สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2555a, น. 13)

การเขียนภาพหรือแผนภาพ เป็นการอธิบายสถานการณ์ และแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูลต่าง ๆ ของปัญหาด้วยภาพหรือแผนภาพ ยุทธวิธีนี้ผู้แก้ปัญหาจะต้องนำข้อมูลในสถานการณ์ปัญหา วาดออกมาเป็นภาพที่สัมพันธ์กัน การวาดภาพจะช่วยบรรยายสถานการณ์ได้ชัดเจนยิ่งขึ้นและง่ายต่อการทำความเข้าใจ ภาพที่วาดนั้นไม่จำเป็นต้องใส่รายละเอียดให้ครบถ้วนวาดเฉพาะส่วนที่เกี่ยวข้องกับปัญหาเท่านั้น (Posamentier & Krulik, 1998, p. 139; Reys, Suydam & Lindquist, 2004, p. 34; สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2555a, น. 16)

การแจงกรณีที่เป็นไปได้ทั้งหมด เป็นการพิจารณาทุกกรณีที่เป็นไปได้อย่างมีระบบโดยอาจจะแบ่งออกเป็นกรณีย่อย ๆ แล้วค่อยขจัดบางกรณีที่เป็นไปไม่ได้ออก หลังจากนั้นค่อยพิจารณากรณีที่เหลือ ในบางครั้งอาจใช้ยุทธวิธีนี้ร่วมกับยุทธวิธีการค้นหาแบบรูปและยุทธวิธีการสร้างตาราง (Posamentier & Krulik, 1998, 187; Reys, Suydam & Lindquist, 2004, p.35; สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2555a, น. 17)

การคาดเดาและตรวจสอบ เป็นการพิจารณาข้อมูลและเงื่อนไขต่าง ๆ ที่ปัญหากำหนดมาให้ ผสมผสานกับประสบการณ์เดิมที่เกี่ยวข้องมาสร้างข้อความคาดการณ์ แล้วตรวจสอบความถูกต้องของข้อความคาดการณ์นั้น ถ้าการคาดเดาไม่ถูกต้องก็คาดเดาใหม่โดยอาศัยประโยชน์จากความไม่ถูกต้องของการคาดเดาในครั้งแรก ๆ เป็นกรอบในการคาดเดาคำตอบของปัญหาครั้งต่อไป ผู้แก้ปัญหาควรคาดเดาอย่างมีเหตุผลและมีทิศทาง เพื่อให้สิ่งที่คาดเดานั้นใกล้เคียงคำตอบที่ต้องการมากที่สุด โอกาสที่จะประสบความสำเร็จในการใช้ยุทธวิธีนี้ขึ้นอยู่กับ

ข้อมูลที่ได้จากการเดาเมื่อครั้งก่อนหน้า (Posamentier & Krulik, 1998, p. 165; Reys, Suydam & Lindquist, 2004, p. 36; สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2555a, น. 21)

การเขียนสมการ เป็นการแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูลที่ปัญหากำหนดให้อยู่ในรูปของสมการ หรือบางครั้งอาจเป็นอสมการก็ได้ ในการใช้ยุทธวิธีนี้ผู้แก้ปัญหาต้องวิเคราะห์สถานการณ์ปัญหา เพื่อหาว่าข้อมูลและเงื่อนไขที่โจทย์กำหนดมาให้มีอะไรบ้าง และสิ่งที่ต้องการหาคืออะไร หลังจากนั้นกำหนดตัวแปรแทนสิ่งที่ต้องการหา หรือแทนสิ่งที่เกี่ยวข้องกับข้อมูลที่กำหนดมาให้แล้วเขียนสมการ หรืออสมการแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูลเหล่านั้น หลังจากนั้นใช้สมบัติของการเท่ากันเพื่อแก้สมการ และหลังจากสิ้นสุดการแก้สมการ ต้องตรวจคำตอบของสมการตามเงื่อนไขของปัญหา ถ้าเป็นไปตามเงื่อนไขของปัญหา ถือว่าคำตอบที่ได้เป็นคำตอบที่ถูกต้อง โดยทั่วไปแล้วยุทธวิธีนี้มักใช้ในทางพีชคณิต (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2555a, น. 21-22)

การคิดแบบย้อนกลับ เป็นการวิเคราะห์ปัญหาที่พิจารณาจากผลย้อนกลับไปสู่เหตุโดยเริ่มจากข้อมูลที่ได้ในขั้นตอนสุดท้าย แล้วคิดย้อนขั้นตอนกลับมาสู่ข้อมูลที่ได้ในขั้นตอนเริ่มต้นการคิดแบบย้อนกลับใช้ได้ดีกับการแก้ปัญหาที่ต้องการอธิบายถึงขั้นตอนการได้มาซึ่งคำตอบยุทธวิธีในการแก้ปัญหาส่วนใหญ่จะเริ่มจากนำข้อมูลที่โจทย์กำหนดมาให้ แล้วดำเนินการไปจนกระทั่งได้คำตอบ แต่สำหรับยุทธวิธีการคิดแบบย้อนกลับ ผู้แก้ปัญหาจะต้องเปลี่ยนมุมมองที่มีต่อปัญหาเสียใหม่ โดยพิจารณาปัญหาโดยรวมจากการทำย้อนกลับ ยุทธวิธีนี้จะใช้เมื่อทราบผลลัพธ์ของสถานการณ์ปัญหา แต่ไม่ทราบจุดเริ่มต้นของสถานการณ์ปัญหา (Posamentier & Krulik, 1998, p. 17; Reys, Suydam & Lindquist, 2004, p. 36; สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2555a, น. 24)

การเปลี่ยนมุมมอง เป็นการเปลี่ยนการคิด หรือมุมมองให้แตกต่างไปจากที่คุ้นเคยหรือที่ต้องทำตามขั้นตอนทีละขั้น เพื่อให้แก้ปัญหาได้ง่ายขึ้น ยุทธวิธีนี้มักใช้ในกรณีที่แก้ปัญหาด้วยยุทธวิธีอื่นได้ยาก สิ่งสำคัญของยุทธวิธีนี้ก็คือ การเปลี่ยนมุมมองที่แตกต่างไปจากเดิม (Posamentier & Krulik, 1998, p. 70; Reys, Suydam & Lindquist, 2004, p. 38; สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2555a, น. 29)

การแบ่งเป็นปัญหาย่อย เป็นการแบ่งปัญหาใหญ่ หรือปัญหาที่มีความซับซ้อนหลายขั้นตอนออกเป็นปัญหาย่อย หรือเป็นส่วน ๆ ซึ่งในการแบ่งเป็นปัญหาย่อยนั้นผู้แก้ปัญหาอาจลดจำนวนของข้อมูลลง หรือเปลี่ยนข้อมูลให้อยู่ในรูปที่คุ้นเคยและไม่ซับซ้อน หรือเปลี่ยนให้เป็นปัญหาที่คุ้นเคย เช่น ปัญหาเดิมประกอบด้วยตัวเลขหลายหลัก หรือมีรูปแบบที่ยุ่งยากซับซ้อน

ดังนั้นวิธีการแก้ปัญหาจึงไม่ชัดเจน การแบ่งปัญหาออกเป็นปัญหาย่อย ๆ ที่คล้ายคลึงกับปัญหาเดิมจะช่วยให้สามารถหาวิธีแก้ปัญหาได้ง่ายยิ่งขึ้น (Posamentier & Krulik, 1998, p. 97; Reys, Suydam & Lindquist, 2004, p. 37; สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2555a, น. 31)

การให้เหตุผลทางตรรกศาสตร์ เป็นการอธิบายข้อความ หรือข้อมูลที่ปรากฏอยู่ในปัญหานั้นว่าเป็นจริง โดยใช้เหตุผลทางตรรกศาสตร์ช่วยในการแก้ปัญหา บางปัญหาใช้การให้เหตุผลทางตรรกศาสตร์ร่วมกับการคาดเดาและตรวจสอบ และ การเขียนภาพหรือแผนภาพ จนทำให้ไม่สามารถแยกการให้เหตุผลทางตรรกศาสตร์ออกจากยุทธวิธีในการแก้ปัญหาอื่นได้ชัดเจน (Posamentier & Krulik, 1998, p. 17; สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2555a, น. 32)

การให้เหตุผลทางอ้อม ยุทธวิธีนี้ผู้แก้ปัญหาจะต้องแสดงให้ได้ว่า เป็นไปไม่ได้ที่ข้อความ จะเป็นเท็จ โดยการสมมติว่า ข้อความ ดังกล่าวเป็นเท็จ แล้วทำให้เกิดข้อขัดแย้ง หรือนำไปสู่สิ่งที่เป็นไปไม่ได้ ดังนั้นจึงสรุปว่า ข้อความ ดังกล่าวเป็นจริง (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2555a, น. 35)

ยุทธวิธีในการแก้ปัญหา เปรียบเสมือนเครื่องมือที่ช่วยให้ผู้แก้ปัญหาประสบความสำเร็จในการแก้ปัญหา ยุทธวิธีในการแก้ปัญหาเหล่านี้จะช่วยให้ผู้แก้ปัญหาสามารถแก้ปัญหาได้อย่างมีประสิทธิภาพ การช่วยให้นักเรียนได้เรียนรู้และใช้ยุทธวิธีในการแก้ปัญหาเหล่านี้ได้ดีนั้นครูควรจัดหาปัญหาหลาย ๆ แบบให้นักเรียนได้ฝึกแก้ปัญหา

สำหรับการวิจัยนี้ **ยุทธวิธีในการแก้ปัญหา** หมายถึง วิธีที่ใช้ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้อย่างมีประสิทธิภาพ เช่น การสร้างตาราง การแจงกรณีที่เป็นไปได้ทั้งหมด การเขียนภาพหรือแผนภาพ การค้นหาแบบรูป การเขียนสมการ การคาดเดาและตรวจสอบ การคิดแบบย้อนกลับและอื่น ๆ

2.4 แนวการพัฒนาการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์

การเสริมสร้างและพัฒนาการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์มีความจำเป็นอย่างยิ่งที่ต้องให้การส่งเสริมกระบวนการคิดเพื่อให้เกิดกระบวนการคิดที่หลากหลาย ลุ่มลึก ทุกแง่ทุกมุมเพื่อช่วยให้การแก้ปัญหาเป็นไปอย่างมีประสิทธิภาพและเกิดผลลัพธ์ที่แปลกใหม่ แตกต่าง และเป็นประโยชน์ โดยการเสริมสร้างการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์เป็นสิ่งจำเป็นในสังคมปัจจุบัน เพราะสังคมเปลี่ยนแปลงไปอย่างรวดเร็ว และมีปัญหาใหม่ ๆ เกิดขึ้นตลอดเวลา การฝึกให้ผู้เรียนได้เรียนรู้จากกระบวนการและวิธีการคิดใหม่ ๆ เพื่อแก้ปัญหานั้นเป็นสิ่งที่จำเป็นเพราะสังคมกำลังต้องการบุคคลที่มีการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์มาช่วยกันแก้ปัญหาของชุมชน โดยมีสมมติฐานเบื้องต้นเกี่ยวกับการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ (Basic Assumtion) ดังนี้

(1) ทุกคนย่อมมีขีดความสามารถในการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์

(2) การฝึกอบรมสามารถเพิ่มพูนเสริมสร้างการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์

(3) กระบวนการของการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์เหมือนกันหมดในกิจกรรมทุกแขนงและในสาขาวิชา (วิชัย วงษ์ใหญ่, 2523, น. 9)

สมมติฐานดังกล่าวสอดคล้องกับแนวคิดของทอแรนซ์ (อารี พันธ์มณี, 2547, น. 89 อ้างอิงจาก Torrance, 1965) ที่กล่าวว่า การแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์สามารถพัฒนาได้ด้วยการสอน ฝึกฝนและการฝึกปฏิบัติที่ถูกวิธี นอกจากนี้โรเจอร์ส (อารี พันธ์มณี, 2547, น. 89 อ้างอิงจาก Rogers, 1959) ก็ให้ความเห็นเช่นเดียวกันกับนักการศึกษาท่านอื่นดังนี้ “การแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ไม่สามารถบังคับให้เกิดขึ้นได้ แต่สามารถส่งเสริมให้เกิดขึ้นได้” การฝึกฝนความคิดริเริ่มสร้างสรรค์จะช่วยให้นักเรียนมีแนวทางการคิดที่หลากหลาย มีกระบวนการคิด จินตนาการในการประยุกต์ที่จะนำไปสู่การคิดค้นสิ่งประดิษฐ์ที่แปลกใหม่ที่คนส่วนใหญ่คาดคิดไม่ถึงหรือมองข้ามตลอดจนส่งเสริมให้นักเรียนมีนิสัยกระตือรือร้น ไม่ย่อท้อ อยากรู้อยากเห็น อยากค้นคว้าและทดลองสิ่งใหม่ ๆ อยู่เสมอ (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2555a, น. 13) ดังนั้นการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์จึงควรได้รับการเสริมสร้างหรือพัฒนาให้เกิดขึ้นในตัวนักเรียนและถือเป็นเป้าหมายหลักที่พ่อแม่ ครู และหน่วยงานที่เกี่ยวข้องกับนักเรียนพึงตระหนักถึงความสำคัญ ให้ความสนใจอย่างจริงจังและสนับสนุนเป็นพิเศษ เพื่อให้เด็กมีโอกาสพัฒนาความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ของตนอย่างเต็มที่ จะได้เจริญเติบโตเป็นเด็กที่มีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์และเป็นผู้ใหญ่ที่มีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ อันเป็นสิ่งที่ประเทศชาติต้องการยิ่ง

ทอร์แรนซ์ (อารี พันธ์มณี, 2547, น. 91-92 อ้างอิงจาก Torrance, 1959) ซึ่งเป็นนักจิตวิทยาและนักการศึกษาชาวอเมริกัน ได้ทำการศึกษาและวิจัยเกี่ยวกับการแก้ปัญหาอย่าง

สร้างสรรค์และการเรียนการสอน ในการศึกษาทอร์แรนซ์ได้เสนอ หลักในการส่งเสริมหรือเสริมสร้างการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ที่เน้นการปฏิสัมพันธ์ระหว่างครูกับนักเรียนเป็นสำคัญไว้หลายประการ ดังนี้

(1) ครูควรส่งเสริมให้นักเรียนถามและให้ความสนใจต่อคำถามแปลก ๆ ของนักเรียน โดยไม่ควรมุ่งเน้นคำตอบที่ถูกแต่เพียงอย่างเดียว ในการแก้ปัญหาแม้นักเรียนจะใช้วิธีเดาและตรวจสอบ ครูควรจะยอมแล้วกระตุ้นให้นักเรียนได้วิเคราะห์ ค้นหา ใช้การสังเกตและประสบการณ์ที่มีอยู่เพื่อพิสูจน์การเดาของตน

(2) ครูควรตั้งใจฟังและเอาใจใส่ต่อความคิดแปลก ๆ ของนักเรียนด้วยใจเป็นกลาง เมื่อนักเรียนแสดงความคิดเห็นในเรื่องใด แม้จะเป็นความคิดที่ยังไม่เคยได้ยินมาก่อน ครูก็อย่าเพิ่งตัดสินใจและลิดรอนความคิดนั้น แต่ควรรับฟังไว้ก่อน

(3) ครูควรกระตือรือร้นต่อคำถามแปลก ๆ ของนักเรียนด้วยการตอบคำถามอย่างมีชีวิตชีวา หรือชี้แนะให้นักเรียนหาคำตอบจากแหล่งต่าง ๆ ด้วยตนเอง

(4) ครูควรแสดงให้นักเรียนเห็นว่าความคิดของนักเรียนนั้นมีคุณค่าและนำไปใช้ให้เกิดประโยชน์ได้ เช่น จากภาพที่นักเรียนวาด ครูอาจนำไปเป็นลวดลายถ้วยชามหรือภาชนะเป็นปฏิทิน บัตร ส.ค.ส. เป็นต้น ซึ่งจะทำให้นักเรียนเกิดความภูมิใจและมีกำลังใจที่จะคิดสร้างสรรค์ต่อไป

(5) ครูควรกระตุ้นและส่งเสริมให้นักเรียนเรียนรู้ด้วยตนเอง ควรให้โอกาสและเตรียมการให้นักเรียนเรียนรู้ด้วยตนเอง และยกย่องนักเรียนที่มีการเรียนรู้ด้วยตนเอง ครูอาจเปลี่ยนบทบาทเป็นผู้ชี้แนะ ลดการอธิบายและการบรรยายลงบ้าง แต่เพิ่มการให้นักเรียนมีส่วนริเริ่มกิจกรรมด้วยตนเองมากขึ้น

(6) ครูควรเปิดโอกาสให้นักเรียนเรียนรู้ ค้นคว้าอย่างต่อเนื่องอยู่เสมอ โดยไม่ต้องใช้วิธีขู่ด้วยคะแนน หรือการสอบ การตรวจสอบ เป็นต้น

(7) ครูควรพึงระลึกว่าการพัฒนาความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ในนักเรียนจะต้องใช้เวลาพัฒนาอย่างค่อยเป็นค่อยไป

(8) ครูควรส่งเสริมให้นักเรียนใช้จินตนาการของตนเอง และยกย่องชมเชย เมื่อนักเรียนมีจินตนาการที่แปลกและมีคุณค่า

นอกจากนี้ วอล์ลาซ (Gallagher & Gallagher, 1994, p. 328 อ้างอิงจาก Wallas, 1926)

ได้นำเสนอกระบวนการพัฒนาความคิดที่นำไปสู่การแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ ซึ่งประกอบด้วยขั้นตอนสำคัญ 4 ขั้นตอน ดังนี้

(1) ขั้นเตรียม (Preparation) เป็นขั้นเตรียมข้อมูลที่จะนำมาใช้ในการแก้ปัญหา

(2) ขั้นฟักตัว (Incubation) เป็นขั้นตอนที่อยู่ในความสับสนวุ่นวายทั้งข้อมูลเก่าและใหม่ ซึ่งยังไม่ได้นำมาจัดระบบความคิดใหม่

(3) ขั้นความคิดกระจ่าง (Illumination) เป็นขั้นของการจัดระบบแนวคิดหรือกระบวนการแก้ปัญหาได้อย่างชัดเจน

(4) ขั้นทดสอบความคิดหรือพิสูจน์ให้เห็นจริง (Verification) เป็นขั้นที่ได้รับความคิด 3 ขั้นข้างต้น เพื่อพิสูจน์ว่าความคิดนี้เป็นจริง

ขณะที่ ทอร์แรนซ์ (อารี พันธ์มณี, 2547, น. 6-8 อ้างอิงจาก Torrance & Myers, 1972) ได้จำแนกกระบวนการเกิดการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์เป็น 5 ขั้นตอน คือ

(1) การค้นหาความจริง เป็นการพิจารณาหาคำตอบอันเกิดจากความรู้สึกกังวลหรือสับสนวุ่นวายในจิตใจแต่ไม่สามารถบอกได้ว่าเกิดขึ้นได้อย่างไร จากสาเหตุอะไร ต้องพิจารณาดูว่าสิ่งที่ทำให้เกิดความรู้สึกเหล่านั้นคืออะไร

(2) การค้นพบปัญหาเป็นการเข้าใจปัญหาที่เกิดขึ้นหรือมองเห็นปัญหาเมื่อได้พิจารณาโดยรอบคอบแล้ว

(3) การตั้งสมมติฐาน เป็นการรวบรวมความคิดและตั้งสมมติฐานแล้วรวมรวมข้อมูลต่าง ๆ เพื่อทดสอบสมมุติฐานนั้น

(4) การค้นพบคำตอบ เป็นการค้นพบคำตอบหลังจากที่ทดสอบแนวคิดและสมมติฐาน

(5) การยอมรับผลจากการค้นพบ เป็นการยอมรับคำตอบที่ได้จากการพิสูจน์และพัฒนาแนวคิดต่อไปว่าสิ่งที่ค้นพบจะนำไปสู่การเกิดแนวคิดและข้อค้นพบใหม่ต่อไปที่เรียกว่าสิ่งใหม่ที่ท้าทาย

วิชัย วงษ์ใหญ่ (2523, น. 5-6) ได้เสนอแนวคิดเกี่ยวกับขั้นตอนการพัฒนาความคิดของนักเรียนเพื่อนำไปสู่การแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์มีขั้นตอนดังนี้

(1) เปิดใจกว้าง (Receptivity openness) การเปิดใจกว้างต้องอาศัยที่ตนเองเป็นหลักใหญ่ 2 ประการคือ ต้องพัฒนาจิตใจของตนเองให้เป็นบุคคลที่มีใจกว้างขวาง และมีความมั่นใจและความเชื่อมั่นว่าจะทำอะไร

(2) การให้เวลาพักความคิด (Incubation) ความคิดจะเกิดขึ้นได้ดีนั้นขึ้นอยู่กับการยั่วยุอันเป็นพื้นฐานอันดับแรก แต่จะเกิดความคิดสร้างสรรค์ต่อไปได้อย่างดีนั้น ควรจะมีการพักความคิดเพื่อที่จะรวบรวมสิ่งต่าง ๆ อันจะเป็นหนทางไปสู่การพัฒนา ซึ่งจะช่วยให้ได้มีอิสรภาพเสรี ในการแสดงออกจากการนึกคิดที่ดูดซึมจากสิ่งกระตุ้น

(3) การมีอิสระเสรีในการแสดงออก (Freedom to Made of Expression) การคิดได้มีการพักดูดซึมจากสิ่งที่กระตุ้นและพร้อมที่จะแสดงออก แต่ถ้าความคิดนี้ขาดอิสระเสรีในการแสดงออก หรือถูกขีดจำกัดวงโดยเฉพาะในการแสดงออก จะทำให้ความคิดสร้างสรรค์หยุดชักและไม่พรั่งพรูออกมาเท่าที่ควร เพราะฉนั้นการสร้างบรรยากาศในการแสดงออกให้มีอิสระเสรีนั้นเป็นองค์ประกอบที่สำคัญ

(4) บรรยากาศที่จะช่วยอำนวยต่อความคิดสร้างสรรค์และการประเมินผลขึ้นอยู่กับต้นคิดของแต่ละบุคคล (A Climate with External to Evaluate for Creative Worker Expression) การสร้างเสริมบรรยากาศที่จะช่วยอำนวยต่อความคิดสร้างสรรค์เป็นสิ่งจำเป็นยิ่งที่จะต้องคำนึงถึง การประเมินผลความคิดสร้างสรรค์นั้นขึ้นอยู่กับ ต้นคิดของแต่ละบุคคล โปรดระลึกว่าต้นคิดของแต่ละบุคคลเป็นสิ่งมีค่า ไม่ควรนำเอาต้นคิด (Originality) ไปเปรียบเทียบกับมาตรฐานอื่นเพื่อการประเมินผล

พงษ์เทพ บุญศรีโรจน์ (2546, น. 13-18) ได้เสนอแนวคิดเกี่ยวกับขั้นตอนการพัฒนาความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ ดังนี้

(1) คิดกำหนดปัญหาให้ชัดเจน เป็นขั้นเริ่มต้นของกระบวนการคิดเพื่อกำหนดเป้าหมายของการคิดให้ชัดเจน จะช่วยให้กระบวนการคิดมีลำดับขั้นและเป็นไปอย่างถูกทิศทาง

(2) คิดหาคำตอบที่หลากหลาย เป็นขั้นที่ต้องการให้นักเรียนคิดหาคำตอบที่น่าจะเป็นไปได้ให้มากที่สุด และหลากหลายแนวทางหลังจากที่ประเด็นปัญหามีความชัดเจนแล้ว

(3) คิดพิจารณาไตร่ตรอง วิเคราะห์อย่างถี่ถ้วน รอบคอบและสมเหตุสมผล เป็นขั้นที่ต้องการให้นักเรียนนำความรู้เดิมหรือประสบการณ์มาช่วยในการพิจารณา แล้ววิเคราะห์ความเหมาะสมและความสมเหตุสมผลของคำตอบที่ได้

(4) ตัดสินใจ เป็นขั้นที่ต้องการให้นักเรียนตัดสินใจเลือกใช้คำตอบหรือแนวทางในการแก้ปัญหา และสามารถกลับไปดูคำตอบแล้วตัดสินใจเลือกคำตอบ หรือแนวทางในการแก้ปัญหาใหม่ได้ ถ้าคำตอบหรือแนวทางที่เลือกไว้ไม่สามารถแก้ปัญหาได้

ในการจัดการเรียนการสอนเพื่อพัฒนาการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ให้ได้ผลจริงนั้น นอกจากจากบทบาทและขั้นตอนการพัฒนาความคิดของนักเรียนเพื่อนำไปสู่ความคิดริเริ่ม

สร้างสรรค์ของครู โรงเรียนจะต้องคำนึงถึงการจัดบรรยากาศในโรงเรียนและในห้องเรียน การจัดและเลือกใช้วัสดุอุปกรณ์การเรียนการสอนหรือสื่อการสอนประเภทต่าง ๆ ด้วย บรรยากาศที่ก่อให้เกิดความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ ได้แก่ บรรยากาศที่เต็มไปด้วยการยอมรับและการกระตุ้นให้แสดงความคิดเห็นอย่างอิสระ ไม่ว่าจะเป็นการอภิปราย หรืองานวิทยาศาสตร์ นักเรียนต้องมีอิสระที่จะสร้างสรรค์ได้ตามความพอใจ

ตอนที่ 3 แนวการจัดการเรียนการสอนการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์

3.1 **แนวการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนผ่านการแก้ปัญหา**

ในการดำเนินกิจกรรมการเรียนการสอนผ่านการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ครูควรจะมีความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับการจัดการเรียนการสอนการแก้ปัญหา ดังนี้

วิธีสอนการแก้ปัญหา

ในการสอนการแก้ปัญหา ครูควรรู้ว่าจะต้องสอนวิธีใดและสอนอย่างไร ชอร์เดอร์และเลสเทอร์ และบารูดี (สมเดช บุญประจักษ์, 2543, น. 32 อ้างอิงจาก Schroeder & Lester, 1989, pp. 31-33; Baroody, 1993, pp. 2-31) แนะนำวิธีสอนการแก้ปัญหาไว้ 3 วิธี ดังนี้

(1) การสอนเกี่ยวกับการแก้ปัญหา (Teaching about Problem Solving) เป็นการสอนที่เน้นกระบวนการแก้ปัญหาและยุทธวิธีในการแก้ปัญหา โดยทั่วไปมักใช้กระบวนการแก้ปัญหาตามแนวคิดของโพลยา

(2) การสอนการแก้ปัญหา (Teaching for Problem Solving) เป็นการสอนที่เน้นการนำความรู้ทางคณิตศาสตร์ไปประยุกต์ใช้แก้ปัญหา โดยมีความเชื่อว่าการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของนักเรียนจะเกิดขึ้นได้ ถ้านักเรียนได้นำความรู้และทักษะที่เรียนไปประยุกต์ใช้แก้ปัญหาในชีวิตจริง

(3) การสอนโดยใช้การแก้ปัญหา (Teaching via Problem Solving) แนวทางนี้จะใช้ปัญหาเป็นสื่อในการเรียนรู้แนวคิดใหม่ เชื่อมโยงแนวคิด พัฒนาทักษะและสร้างความรู้ทางคณิตศาสตร์ กล่าวคือ ใช้ปัญหาในการศึกษาเนื้อหาคณิตศาสตร์ โดยการแสดงความสัมพันธ์ของเนื้อหาคณิตศาสตร์กับโลกที่เป็นจริง ใช้ปัญหาในการแนะนำและทำความเข้าใจเนื้อหา บางครั้งใช้ปัญหาในการกระตุ้นให้เกิดการอภิปรายเกี่ยวกับการใช้ความรู้ในการแก้ปัญหา

การสอนกระบวนการแก้ปัญหา

การสอนกระบวนการแก้ปัญหาจะให้ความสำคัญกับกระบวนการแก้ปัญหา โดยในที่นี้จะยึดกระบวนการแก้ปัญหาตามแนวคิดของโพลยา และกระบวนการแก้ปัญหาที่เป็นพลวัตตามแนวคิดของวิลสันและคณะเป็นหลัก โดยครูจะแนะนำให้นักเรียนรู้จักกระบวนการแก้ปัญหา

ทั้งสองแบบในคาบแรกของการเรียนการสอนการแก้ปัญหา หลังจากนั้นจะส่งเสริมให้นักเรียนตระหนักถึงความก้าวหน้าในการใช้กระบวนการแก้ปัญหาของตนเองในขณะที่กำลังแก้ปัญหา การทำเช่นนี้ไม่เพียงแต่นักเรียนจะได้รับประสบการณ์ในการแก้ปัญหาเท่านั้น แต่ยังได้ร่วมกันอภิปรายเกี่ยวกับวิธีแก้ปัญหาอีกด้วย ต่อไปนี้เป็นข้อแนะนำการสอนการแก้ปัญหาในแต่ละขั้น

(1) ขั้นทำความเข้าใจปัญหา ในขั้นนี้ครูควรถามนักเรียน หรือเป็นผู้นำการอภิปรายเกี่ยวกับสถานการณ์ปัญหา เพื่อช่วยให้นักเรียนเข้าใจสถานการณ์ปัญหาได้ดียิ่งขึ้น เป็นต้นว่า โจทย์ถามหาอะไร โจทย์กำหนดข้อมูลอะไรมาให้บ้าง มีเงื่อนไขอะไรบ้างที่นักเรียนจะต้องพิจารณา การทำปัญหาให้น่าสนใจโดยทำให้เป็นรูปธรรม การให้นักเรียนเล่าสถานการณ์ปัญหาด้วยภาษาของนักเรียนเอง สิ่งเหล่านี้จะช่วยให้นักเรียนเข้าใจปัญหาได้ดียิ่งขึ้น

(2) ขั้นวางแผนแก้ปัญหา ครูควรกระตุ้นให้นักเรียนเลือกยุทธวิธีในการแก้ปัญหาที่มีโอกาสนำไปใช้แก้ปัญหาได้จริง โดยการเปิดโอกาสให้นักเรียนได้อภิปราย ในขั้นนี้นักเรียนควรมองหาแนวคิดหลัก (Key Concept) เพื่อช่วยในการตัดสินใจเลือกยุทธวิธีในการแก้ปัญหา หรือทำปัญหานั้นให้สัมพันธ์กับปัญหาอื่นที่นักเรียนคุ้นเคยอยู่ก่อนแล้ว หรือสำรวจข้อมูลที่โจทย์กำหนดมาให้อย่างถี่ถ้วน (Polya, 1957, p. 10)

(3) ขั้นดำเนินการตามแผน ในขั้นดำเนินการตามแผน หรือในขณะที่นักเรียนกำลัง แก้ปัญหา ครูควรเดินสำรวจและคอยซักถามนักเรียนเกี่ยวกับการแก้ปัญหาที่นักเรียนกำลังดำเนินการอยู่ควบคู่ไปกับตั้งใจฟังนักเรียน ครูควรให้นักเรียนเป็นทั้งผู้แก้ปัญหาและเป็นผู้อธิบายเกี่ยวกับการแก้ปัญหาด้วยตนเอง ในขั้นนี้โพลยาแนะนำคำถามที่เป็นประโยชน์ ดังนี้ (Polya, 1957, pp. 12-13)

(4) ขั้นตรวจสอบ ในขั้นนี้ครูควรนำนักเรียนอภิปรายหลังจากที่ได้แก้ปัญหาแล้ว โดยอภิปรายเกี่ยวกับยุทธวิธีในการแก้ปัญหาอื่น ๆ ที่เกี่ยวข้องกับปัญหานี้ ความยากง่ายของปัญหา และกระบวนการแก้ปัญหา เป็นต้น ในขั้นนี้โพลยาแนะนำดังนี้ (Polya, 1957, pp. 14-15) ให้นักเรียนตรวจคำตอบ หรือในบางกรณีอาจต้องให้นักเรียนพิสูจน์คำตอบ ให้นักเรียนเขียนอธิบายคำตอบที่สอดคล้องกับคำถามโจทย์และตรวจสอบว่าคำตอบนั้นสมเหตุสมผลหรือไม่ ตอบในสิ่งที่โจทย์ถามหรือไม่ และพิจารณาว่ามีวิธีการอื่นที่จะหาคำตอบได้อีกหรือไม่ และถ้าเป็นไปได้ให้นักเรียนพิจารณาปัญหาอื่น ๆ ที่สัมพันธ์กันซึ่งสามารถนำวิธีการแก้ปัญหาแบบเดียวกันนี้ไปใช้ได้

การสอนยุทธวิธีในการแก้ปัญหา

การจัดการเรียนการสอนแบบนี้จะให้ความสำคัญกับ ยุทธวิธีในการแก้ปัญหาที่หลากหลาย ประสบการณ์จากการใช้ยุทธวิธีในการแก้ปัญหาหลาย ๆ แบบจะช่วยให้นักเรียนเข้าใจกระบวนการแก้ปัญหา และสามารถเลือกใช้ยุทธวิธีในการแก้ปัญหาได้ดีขึ้น ดังนั้นครูควรเลือกปัญหาที่นักเรียนส่วนใหญ่สามารถใช้ยุทธวิธีในการแก้ปัญหาได้อย่างเป็นธรรมชาติ ที่มีติดตัวมาตั้งแต่เด็ก และเมื่อนักเรียนเรียนในระดับชั้นที่สูงขึ้นพวกเขาจะเข้าใจยุทธวิธีในการแก้ปัญหาได้ดีมากยิ่งขึ้น และมีทักษะในการแก้ปัญหาที่ดีขึ้นด้วย เมื่อมาถึงขั้นนี้ครูควรแนะนำยุทธวิธีในการแก้ปัญหาใหม่ ๆ ที่เหมาะสมกับวัยของนักเรียน (Charles, Lester, & O’Daffer, 1987, pp. 9-10) ในการสอนยุทธวิธีในการแก้ปัญหา ครูควรเปิดโอกาสให้นักเรียนเลือกยุทธวิธีในการแก้ปัญหาได้หลากหลาย หลังจากนักเรียนแก้ปัญหาเสร็จ ครูควรนำนักเรียนอภิปรายเกี่ยวกับคำตอบที่ได้และยุทธวิธีในการแก้ปัญหาที่ใช้ หลังจากการอภิปรายควรให้นักเรียนตัดสินใจว่ายุทธวิธีในการแก้ปัญหาใดมีประสิทธิภาพและเหมาะสมสำหรับการแก้ปัญหาข้อนั้นมากที่สุด

การจัดกิจกรรมการเรียนรู้การแก้ปัญหา

NCTM (National Council of Teacher of Mathematics, 1989, pp. 75-76) แนะนำว่า ในการจัดการเรียนการสอนการแก้ปัญหาควรให้นักเรียนได้เรียนรู้ร่วมกันเป็นกลุ่มเล็ก ๆ เพราะการเรียนรู้ร่วมกันเป็นกลุ่มจะช่วยให้ (1) นักเรียนได้แก้ปัญหาร่วมกันเป็นกลุ่ม ซึ่งแต่ละคนในกลุ่มต่างก็มีจุดมุ่งหมายอย่างเดียวกัน (2) นักเรียนสามารถพูดคุยเกี่ยวกับปัญหาภายใต้เงื่อนไขสถานการณ์ที่กำหนด อภิปรายถึงยุทธวิธีในการแก้ปัญหา อภิปรายถึงความสมเหตุสมผลของคำตอบ ตรวจสอบกระบวนการแก้ปัญหาและแบ่งปันคำถามกับนักเรียนในกลุ่มตนเองและนักเรียนในห้องเรียน และ (3) นักเรียนสามารถอภิปรายกันในกลุ่มของตัวเอง สามารถถามคำถามข้อสงสัยของแต่ละคน ออกความเห็น รับฟังความคิดของสมาชิกคนอื่น ๆ ในกลุ่ม ค้นหาข้อบกพร่องของคนอื่น ๆ พร้อมทั้งเขียนสรุป สิ่งที่ค้นพบเป็นงานของกลุ่ม กล่าวโดยสรุปก็คือการเรียนรู้ร่วมกันเป็นกลุ่มมีประโยชน์อย่างยิ่งต่อการเรียนการสอนการแก้ปัญหา เพราะนักเรียนแต่ละคนจะได้บูรณาการความรู้เก่าของตัวเองเข้ากับความรู้ใหม่ที่ได้จากการอภิปราย ทั้งภายในกลุ่มและภายในห้องเรียน ทำให้นักเรียนได้รับความรู้ใหม่และแก้ปัญหาได้ดียิ่งขึ้น นอกจากนี้การเรียนรู้เป็นกลุ่มยังช่วยส่งเสริมการคิดอย่างมีวิจารณญาณ การคิดในระดับสูงและช่วยพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาของนักเรียนได้เป็นอย่างดี

3.2 แนวการประเมินผลการแก้ปัญหา

เนื่องจากการแก้ปัญหาเกี่ยวข้องกับการระลึกถึงข้อเท็จจริง (Recall of fact) การใช้ทักษะและขั้นตอนวิธีในการแก้ปัญหาที่หลากหลาย ความสามารถในการประเมินความคิด และความก้าวหน้าของตนเองในขณะที่กำลังแก้ปัญหาและความสามารถในด้านอื่น ๆ อีกหลายด้าน ดังนั้นการประเมินผลการแก้ปัญหาจึงเป็นงานที่ซับซ้อน ครูจะต้องรู้ว่าจะประเมินความก้าวหน้าในการแก้ปัญหาของนักเรียนได้อย่างไร โดยทั่วไปแล้วจะประเมินความก้าวหน้าในการแก้ปัญหาของนักเรียน 2 ด้าน ได้แก่ ด้านพฤติกรรมการใช้ทักษะและยุทธวิธีในการแก้ปัญหาที่หลากหลาย และด้านเจตคติและความเชื่อเกี่ยวกับการแก้ปัญหา

ชาร์เลส เลสเทอร์และโอแดฟเฟอร์ (Charles, Lester, & O'Daffer, 1987, pp. 15-61) แนะนำวิธีประเมินผลการแก้ปัญหาไว้ 4 วิธี ได้แก่ (1) การสังเกตและการถามคำถามนักเรียน (2) การประเมินโดยใช้ข้อมูลจากการประเมินตนเองของนักเรียน (3) การให้คะแนนแบบรูบริก และ (4) การใช้แบบทดสอบ

การสังเกตและการถามคำถามนักเรียน

การสังเกตและการถามคำถามนักเรียนเป็นวิธีการประเมินที่มีคุณค่ามาก สามารถใช้ประเมินในขณะที่นักเรียนแก้ปัญหาเป็นรายบุคคล หรือแก้ปัญหาเป็นกลุ่ม โดยครูจะประเมินในขณะที่เดินตรวจตราไปยังกลุ่มต่าง ๆ ขณะที่นักเรียนกำลังลงมือแก้ปัญหา ข้อมูลที่ได้จากการประเมินทำให้ครูทราบถึงระดับความสามารถ ความเชื่อและเจตคติเกี่ยวกับการแก้ปัญหาของนักเรียน ในขณะที่ครูสังเกตและถามคำถามนักเรียน ครูจะต้องบันทึกข้อมูลที่ได้ย่อ ๆ และบันทึกให้ตรงประเด็น การบันทึกควรกระทำทันทีที่ได้ข้อมูล เครื่องมือที่ครูใช้ในการบันทึกข้อมูลประกอบด้วยแบบบันทึกผลการสังเกต (Comment Card) แบบตรวจสอบรายการ (Checklist) และ มาตราการประเมิน (Rating Scale)

ก่อนเริ่มประเมิน ครูควรเตรียมเลือกประเด็นที่ต้องการประเมินและเจตคติที่ต้องการประเมินไว้ล่วงหน้า พร้อมทั้งเตรียมเครื่องมือที่จะใช้ในการบันทึกข้อมูลจากการประเมิน เช่น แบบบันทึกผลการสังเกต แบบตรวจสอบรายการและมาตราการประเมิน เป็นต้น และเตรียมเลือกนักเรียนที่ต้องการประเมินไว้ด้วย ในการเลือกนักเรียนที่จะประเมินนั้นครูไม่ควรเลือกครั้งละหลายคน ในการทำกิจกรรมครั้งหนึ่งไม่ควรเกิน 4 คน เมื่อพร้อมแล้วครูก็สามารถประเมินนักเรียนเป้าหมายได้ในขณะที่พวกเขาแก้ปัญหา ในขั้นตอนนี้ครูสามารถสังเกตพฤติกรรมการแก้ปัญหาตั้งใจฟังการพูดคุยของนักเรียนเป้าหมาย ทั้งการพูดคุยกับครูและการพูดคุยกับเพื่อน ๆ ด้วยกันเอง และครูสามารถถามคำถามนักเรียนเป้าหมายในสิ่งที่ต้องการจะประเมินด้วยก็ได้ หลังจากได้ข้อมูล

ครูควรบันทึกข้อมูลย่อ ๆ หรือทำเครื่องหมายไว้และควรจะบันทึกทันทีที่ได้ข้อมูลไม่ควรปล่อยทิ้งไว้นานเพราะอาจลืมได้ (Charles, Lester, & O'Daffer, 1987, p. 20)

การประเมินโดยใช้ข้อมูลจากการประเมินตนเองของนักเรียน

การประเมินตนเองเป็นอีกวิธีหนึ่งที่ใช้ในการประเมินผลการแก้ปัญหา การประเมินด้วยวิธีนี้จะได้รับประโยชน์มากน้อยแค่ไหนขึ้นอยู่กับสิ่งที่นักเรียนเขียนสะท้อนเกี่ยวกับความรู้สึก ความเชื่อ ความตั้งใจ รูปแบบการคิดและอื่น ๆ ที่เกี่ยวกับการแก้ปัญหาออกมามากน้อย และตรงตามความเป็นจริงแค่ไหน การประเมินตนเองแบ่งออกเป็น 2 แบบ ได้แก่ (1) การให้นักเรียนเขียนสะท้อนความคิดเห็นต่อการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และ (2) การให้นักเรียนประเมินผลการรายงาน ซึ่งมีรายละเอียดดังนี้

(1) การให้นักเรียนเขียนสะท้อนความคิดเห็นต่อการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ การประเมินตนเองแบบนี้ทำได้โดย หลังจากนักเรียนแก้ปัญหาเสร็จใหม่ ๆ ให้นักเรียนหวนนึกถึงประสบการณ์ขณะที่กำลังแก้ปัญหา แล้วเขียนอธิบายว่าตนเองคิดอย่างไรในขณะที่กำลังแก้ปัญหา แนวคำถามที่เป็นประโยชน์ต่อการเขียนสะท้อนความคิดเห็นต่อการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน

ก่อนจะใช้วิธีนี้ประเมินการแก้ปัญหา ครูควรบอกนักเรียนให้เขียนตามความเป็นจริง และเขียนให้มากที่สุด เพราะสิ่งเหล่านี้จะเป็นข้อมูลทำให้ครูทราบถึงระดับความสามารถในการแก้ปัญหาของนักเรียนแต่ละคน เพื่อครูจะได้หาทางช่วยเหลือ หรือส่งเสริมให้แต่ละคนเป็นนักแก้ปัญหาที่ดีได้ต่อไป

(2) การให้นักเรียนประเมินผลการรายงาน แบบประเมินผลการรายงานหรือการบันทึกประสบการณ์การแก้ปัญหา เป็นชุดของข้อคำถามที่ให้นักเรียนตรวจสอบความสามารถในการแก้ปัญหาและเจตคติต่อการแก้ปัญหาของตนเอง

การให้คะแนนแบบรูบริก

เนื่องจาก ในการแก้ปัญหานักเรียนจะต้องเขียนอธิบายขั้นตอนการคิด ดังนั้นการประเมินความก้าวหน้าจากงานเขียนของนักเรียน จึงเป็นอีกวิธีหนึ่งที่ครูต้องศึกษาให้เข้าใจ การให้คะแนนแบบรูบริก เป็นการให้คะแนนที่ประเมินผลจากงานที่นักเรียนทำ หรือพฤติกรรมที่นักเรียนแสดงออก มีการกำหนดระดับคะแนนพร้อมระบุรายละเอียดของผลงาน หรือพฤติกรรมของนักเรียนไว้อย่างชัดเจน และเป็นรูปธรรม ซึ่งการให้คะแนนแบบรูบริกที่นิยมใช้ในการประเมินงานเขียนมี 2 แบบ คือ การให้คะแนนแบบวิเคราะห์ และการให้คะแนนแบบองค์รวม ซึ่งมีรายละเอียดดังนี้

(1) การให้คะแนนแบบวิเคราะห์ (Analytic Scoring) เป็นการให้คะแนนตามองค์ประกอบของสิ่งที่ต้องการประเมิน เช่น เมื่อต้องการประเมินความสามารถในการแก้ปัญหาอาจแยกพิจารณาเป็น ความสามารถในการทำความเข้าใจปัญหา ยุทธวิธีที่ใช้ในการแก้ปัญหาและการสรุปคำตอบของปัญหา ในการให้คะแนนจะกำหนดเกณฑ์ของคะแนนในแต่ละด้านแล้วรายงานผล โดยจำแนกเป็นด้าน ๆ และอาจสรุปรวมคะแนนทุกด้านด้วยก็ได้ การให้คะแนนแบบวิเคราะห์มักนำมาใช้ในการประเมินผลที่มีวัตถุประสงค์เพื่อวินิจฉัยหาจุดเด่น หรือจุดด้อยของนักเรียนในแต่ละด้าน แล้วนำผลการประเมินที่ได้ไปส่งเสริมจุดเด่น หรือแก้ไขจุดด้อยเหล่านั้น การประเมินผลโดยการให้คะแนนแบบวิเคราะห์ จะมีประสิทธิภาพมากขึ้นเมื่อใช้ร่วมกับวิธีการประเมินผลอย่างอื่น เช่น การสังเกตและการใช้คำถาม ตัวอย่างการให้คะแนนแบบวิเคราะห์

ตาราง 4 ตัวอย่างการให้คะแนนแบบวิเคราะห์

ขั้นตอนที่พิจารณา	**คะแนน**	**ลักษณะที่ปรากฏในงานเขียนของนักเรียน**
ขั้นการทำความเข้าใจปัญหา	0	นักเรียนเข้าใจปัญหาผิดทั้งหมด
	1	นักเรียนเข้าใจปัญหาผิดบางส่วน
	2	นักเรียนเข้าใจปัญหาถูกต้องทั้งหมด
ขั้นวางแผนแก้ปัญหา	0	นักเรียนไม่ได้พยายามวางแผนแก้ปัญหา หรือ วางแผนไม่เหมาะสม
	1	แผนการแก้ปัญหาบางส่วนเหมาะสมและใช้แก้ปัญหาได้
	2	วางแผนได้เหมาะสมและสามารถใช้แก้ปัญหาได้
ขั้นได้คำตอบ	0	ไม่มีคำตอบ หรือ คำตอบผิดอันเป็นผลมาจากการวางแผนที่ไม่เหมาะสม
	1	ผิดพลาดในขั้นคำนวณคำตอบ หรือตอบคำถามถูกต้องแต่ไม่ครบถ้วน
	2	ตอบคำถามและระบุหน่วยคำตอบได้ครบถ้วนและถูกต้อง

ที่มา: Charles, Lester, & O'Daffer. (1987). *How to Evaluate Progress in Problem Solving*. p. 30.

(2) การให้คะแนนแบบองค์รวม (Holistic Scoring) เป็นการให้คะแนนที่ประเมินผลงานของนักเรียน โดยการกำหนดระดับคะแนนพร้อมระบุรายละเอียดของผลงาน หรือพฤติกรรมของนักเรียนที่ควรมีเป็นภาพรวมของการทำงานทั้งหมด ไม่ต้องแยกแยะเป็นด้าน ๆ การให้คะแนนแบบองค์รวมมักนำมาใช้ในการประเมินผลที่มีวัตถุประสงค์เพื่อตัดสิน หรือสรุปผลการเรียนของนักเรียนเป็นการประเมินที่เหมาะสำหรับการประเมินที่มีพิสัยกว้าง ๆ และต้องการผลที่เป็นภาพรวมกว้าง ๆ การประเมินผลด้วยวิธีนี้จะมีประสิทธิภาพมากขึ้นเมื่อใช้ร่วมกับวิธีการประเมินผลอย่างอื่น เช่น การสังเกตและการใช้คำถาม

การใช้แบบทดสอบ

แบบทดสอบที่ใช้ในการประเมินผลการแก้ปัญหามี 2 ประเภท ได้แก่

(1) แบบทดสอบชนิดเลือกตอบ (Multiple-Choice Test) แบบทดสอบชนิดเลือกตอบประกอบด้วยข้อคำถาม ซึ่งแต่ละคำถามจะมีตัวเลือกหลาย ๆ ตัวเลือกให้นักเรียนเลือกที่คิดว่าถูกต้องที่สุดเพียงตัวเลือกเดียว

(2) แบบทดสอบชนิดเติมคำตอบ (Completion Test) แบบทดสอบชนิดเติมคำตอบเป็นแบบทดสอบที่ประกอบด้วยข้อสอบที่เว้นช่องว่างเอาไว้เพื่อให้นักเรียนเติม คำ ตัวเลข ชุดของสัญลักษณ์ หรือ ประโยค ที่คิดว่าถูกต้องลงในช่องว่าง

ในการใช้วิธีข้างต้นเพื่อประเมินความก้าวหน้าของการแก้ปัญหาของนักเรียน ชาร์เลส เลสเทอร์และโอแดฟเฟอร์ (Charles, Lester, & O'Daffer, 1987, p. 15) แนะนำว่าควรจะขึ้นอยู่กับ ปัจจัยต่อไปนี้ ผลลัพธ์ที่ได้จากการแก้ปัญหา หรือทักษะที่ต้องการจะวัด จำนวนนักเรียนที่ต้องการประเมินในขณะนั้น ระยะเวลาที่ใช้ในการประเมิน ประสบการณ์ในการสอนและการประเมินการแก้ปัญหาของครู ความตั้งใจของครูที่จะนำเอาผลการประเมินไปใช้ต่อ และวัสดุอุปกรณ์ในการประเมินที่สามารถหาได้ในเวลานั้น

ตาราง 5 ตัวอย่างการให้คะแนนแบบองค์รวม

กำหนดเกณฑ์การให้คะแนนแบบองค์รวม	
คะแนน	**ลักษณะที่ปรากฏในงานเขียนของนักเรียน**
0	- นักเรียนส่งกระดาษเปล่า - นักเรียนลอกโจทย์ซ้ำ โดยไม่ปรากฏร่องรอยการนำข้อมูลมาดำเนินการแต่อย่างใด - นักเรียนเขียนเฉพาะคำตอบ แต่เป็นคำตอบที่ผิดโดยไม่ปรากฏวิธีทำ
1	- นักเรียนแสดงวิธีทำหลังจากเขียนข้อมูลที่โจทย์กำหนดให้ซึ่งมีร่องรอยแสดงให้เห็นว่านักเรียนเข้าใจปัญหา แต่วิธีหาคำตอบไม่ถูกต้อง - นักเรียนเลือกใช้ยุทธวิธีในการแก้ปัญหาได้เหมาะสมแต่ไม่สามารถหาคำตอบได้ และไม่มีร่องรอยว่าเปลี่ยนไปใช้ยุทธวิธีในการแก้ปัญหาอื่น - นักเรียนพยายามแก้ปัญหาย่อยแต่ไม่สำเร็จ

ตาราง 5 (ต่อ)

กำหนดเกณฑ์การให้คะแนนแบบองค์รวม	
คะแนน	**ลักษณะที่ปรากฏในงานเขียนของนักเรียน**
2	- นักเรียนเลือกใช้ยุทธวิธีในการแก้ปัญหาไม่เหมาะสมและไม่ได้คำตอบที่ถูกต้อง แต่มีร่องรอยแสดงให้เห็นว่านักเรียนเข้าใจปัญหา - นักเรียนเลือกใช้ยุทธวิธีในการแก้ปัญหาได้เหมาะสม แต่ (1) ไม่ได้คำตอบ หรือ (2) นำยุทธวิธีในการแก้ปัญหาไปใช้ผิดทำให้ได้คำตอบผิด - นักเรียนสามารถแก้ปัญหาย่อยได้ แต่ไม่มีร่องรอยว่าทำได้มากกว่านั้น - นักเรียนหาคำตอบได้ถูกต้อง แต่ (1) ครูไม่เข้าใจวิธีการที่นักเรียนเขียนอธิบาย หรือ (2) ไม่แสดงวิธีทำ
3	- นักเรียนเลือกยุทธวิธีในการแก้ปัญหาที่สามารถนำไปสู่การหาคำตอบที่ถูกต้องได้ แต่เข้าใจปัญหาบางส่วนผิด หรือละเลยเงื่อนไขบางอย่างในสถานการปัญหา - นักเรียนเลือกยุทธวิธีในการแก้ปัญหาถูกต้อง แต่ (1) ตอบปัญหาผิดโดยไม่มีเหตุผลปรากฏ หรือ (2) ตัวเลขบางส่วนในคำตอบถูกต้อง แต่ไม่ได้เขียนคำตอบ หรือเขียนคำตอบผิด หรือ (3) ไม่ปรากฏคำตอบ - นักเรียนเขียนคำตอบถูกต้อง และมีร่องรอยว่าเลือกยุทธวิธีในการแก้ปัญหาได้เหมาะสม แต่วิธีที่ใช้ไม่สมบูรณ์
4	- นักเรียนเลือกยุทธวิธีในการแก้ปัญหาถูกต้อง (แต่ไม่สมบูรณ์) ซึ่งไม่ส่งผลต่อการเข้าใจปัญหาผิดหรือ เลือกยุทธวิธีในการแก้ปัญหาผิดแต่อาจผิดจากการลอกโจทย์ผิด หรือคิดคำนวณผิด - เลือกยุทธวิธีในการแก้ปัญหาได้ถูกต้อง และได้คำตอบที่ถูกต้อง

ที่มา: Charles, Lester, & O'Daffer. (1987). How to Evaluate Progress in Problem Solving. p. 35.

3.3 แนวการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนผ่านการตั้งปัญหา

ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ นอกจากกิจกรรมการแก้ปัญหาแล้ว ครูสามารถจัดกิจกรรมการตั้งปัญหา (Problem Posing หรือ Posing a Problem) ได้อีกด้วย ซึ่ง อิงลิช (English, 1997, p. 173) กล่าวว่า การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ผ่านการตั้งปัญหาในชั้นเรียน จะช่วยส่งเสริมให้นักเรียนเกิดความอยากรู้อยากเห็น มีความคิดคล่องและความคิดยืดหยุ่นมีความรับผิดชอบในการเรียนรู้ มีเจตคติที่ดีต่อคณิตศาสตร์ ลดความกลัวและความวิตกกังวลในการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ตลอดจนทำให้ครูและนักเรียนตระหนักถึงการรับรู้ความเข้าใจที่คลาดเคลื่อนและความคิดที่มีอยู่ เสริมสร้างความสามารถในการแก้ปัญหาและพัฒนาความรู้พื้นฐานของนักเรียนได้

ซิลเวอร์ (Silver & Cai, 1997) ได้กล่าวเสริมอีกว่า การตั้งปัญหาและการแก้ปัญหาเป็นหัวใจของคณิตศาสตร์และการคิดเชิงคณิตศาสตร์ อีกทั้งเป็นลักษณะหนึ่งของกิจกรรมที่เกี่ยวข้องกับความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ หรือผู้ที่มีความสามารถพิเศษในสาขาอื่น ๆ ซึ่งสิ่งนี้ทำให้นักการศึกษาทั่วโลกหันมาสนใจศึกษาการแก้ปัญหาและการตั้งปัญหาทางคณิตศาสตร์ในทุกระดับชั้น ในบรรดานักการศึกษาเหล่านั้น มีนักการศึกษาสำคัญหลายท่านได้ให้ความหมายของ “การตั้งปัญหา” ไว้ดังนี้

สภาครูคณิตศาสตร์แห่งชาติของสหรัฐอเมริกา (National Council of Teacher of Mathematics, 1991, p. 95) กล่าวว่า การตั้งปัญหาเป็นการเปิดโอกาสให้นักเรียนได้สร้างปัญหาจากสถานการณ์ที่กำหนด และการสร้างปัญหาใหม่โดยการปรับเปลี่ยนเงื่อนไขของปัญหาที่กำหนดให้ ซึ่งสอดคล้องกับ ซิลเวอร์ (Lowrie, 2002 อ้างอิงจาก Silver, 1994) ที่กล่าวว่า การตั้งปัญหามี 2 ลักษณะ คือ การสร้างปัญหาใหม่ และการปรับเปลี่ยนปัญหาจากสถานการณ์ที่กำหนด

สำหรับหลักการของมอสส์ (Moses) และคณะ (ทรงชัย อักษรคิด, 2555, น. 43 อ้างอิงจาก Reys & et al., 2004, pp. 77- 78) ซึ่งช่วยให้นักเรียนเรียนรู้การตั้งปัญหามีหลักการที่สำคัญ 4 ข้อดังนี้

(1) ให้นักเรียนมุ่งความสนใจไปที่ชนิดของข้อมูลและเงื่อนไขแบบต่าง ๆ ที่เกี่ยวข้องกับปัญหา โดยแบ่งข้อมูลที่เกี่ยวข้องกับปัญหาแบ่งเป็น 3 แบบ ได้แก่

ข้อมูลที่ให้นักเรียนโดยตรง (สิ่งที่นักเรียนรู้แล้ว)

ข้อมูลที่ให้มุ่งหมายให้นักเรียนค้นหา (สิ่งที่นักเรียนยังไม่รู้)

ข้อมูลที่ให้แบบจำกัดที่สัมพันธ์กับคำตอบ (เงื่อนไข)

(2) เริ่มจากหัวข้อเรื่องหรือแนวคิดทางคณิตศาสตร์ที่นักเรียนสนใจ

(3) ส่งเสริมให้นักเรียนใช้สิ่งที่คลุมเครือขณะที่นักเรียนแก้ปัญหาไปยังการสร้างปัญหาใหม่

(4) ให้นักเรียนขยายหรือจำกัดขอบเขตของปัญหา

นอกจากนี้บราวน์และวอลเทอร์ (Brown & Walter, 2005, pp. 64-65) ยังได้เสนอแนะกระบวนการตั้งปัญหา ซึ่งมีขั้นตอนในการจัดกิจกรรมดังนี้

ขั้นที่ 1 การคัดเลือกประเด็นสถานการณ์เริ่มต้น (Choosing a Starting Point)

ขั้นที่ 2 การหาลักษณะ/เงื่อนไขของประเด็นสถานการณ์เริ่มต้น (Listing Attributes)

ขั้นที่ 3 การเปลี่ยนเงื่อนไขของประเด็นสถานการณ์ (What-If-Not-Ing)

ขั้นที่ 4 การสร้างสถานการณ์ปัญหา (Question Asking or Problem Posing)

ขั้นที่ 5 การวิเคราะห์ปัญหา (Analyzing the Problem)

สำหรับประเทศไทย เครือวัลย์ ไวแสง (2549, น. 6) ให้ความหมายของการตั้งปัญหาว่าหมายถึง การยอมรับปัญหาและการท้าทายปัญหาทางคณิตศาสตร์ตามกรอบทฤษฎีของบราว์และวอลเทอร์ ซึ่งการตั้งปัญหาแบ่งออกเป็น 2 ระยะ ได้แก่ ระยะที่ 1 คือการยอมรับปัญหา (accepting) ว่าเป็นปัญหาของตนเอง เมื่อเป็นปัญหาของตนเองจึงอยากจะแก้ปัญหา พฤติกรรมที่แสดงออกว่ามีการยอมรับปัญหา คือ มีการพูดถึงเงื่อนไขที่โจทย์กำหนดให้ ตีความโจทย์ปัญหา มีความพยายามที่จะหาคำตอบ เสี่ยงตั้งคำถามโดยที่อาจจะไม่มีวิธีการหาคำตอบเลย มีการตีความหมายของคณิตศาสตร์ ระยะที่ 2 คือ การท้าทายปัญหา (Challenging) ได้แก่ การเปลี่ยนแปลงเงื่อนไขของปัญหา การตั้งคำถามเชิง “ถ้าเป็นอย่างนี้แล้วจะเป็นอย่างไร (What if…)” หรือ “ถ้าไม่เป็นอย่างนั้นแล้วจะเป็นอย่างไร (What if not…)”

สำหรับงานวิจัยนี้ ผู้วิจัยให้ความหมาย การตั้งปัญหาและกระบวนการตั้งปัญหาทางคณิตศาสตร์ดังนี้

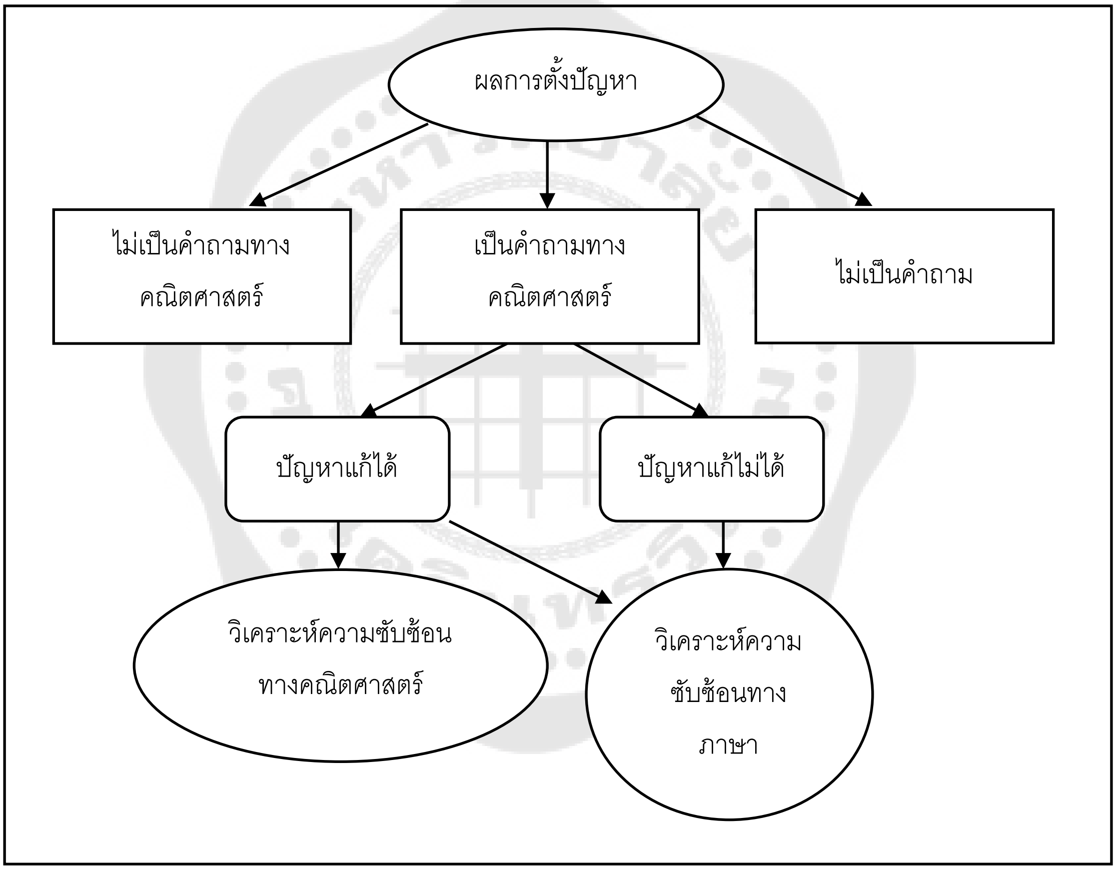
การตั้งปัญหา หมายถึง กระบวนการในการคิดสถานการณ์หรือปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยอาศัยข้อมูลหรือเงื่อนไขที่กำหนดให้ ซึ่งสถานการณ์หรือปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ได้อาจมีหลายขั้นตอน มีความซับซ้อน หรือใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ง่าย ยากแตกต่างกัน

กระบวนการตั้งปัญหา หมายถึง ขั้นตอน/วิธีการตั้งปัญหาทางคณิตศาสตร์ตามแนวคิดของบราวน์และวอลเทอร์ ซึ่งเป็นกระบวนการที่นำไปใช้ตั้งปัญหาได้ทั้งปัญหาที่เกิดจากการขยายปัญหาเดิมที่เคยแก้มาแล้ว/ปัญหาที่สร้างสรรค์ขึ้นมาใหม่ ประกอบด้วย 5 ขั้นตอน ได้แก่ การคัดเลือกประเด็นสถานการณ์เริ่มต้น การหาลักษณะ/เงื่อนไขของประเด็นสถานการณ์

เริ่มต้น การเปลี่ยนเงื่อนไขของประเด็นสถานการณ์ การสร้างสถานการณ์ปัญหา และการวิเคราะห์ปัญหา

3.4 แนวการประเมินผลการตั้งปัญหา

การประเมินผลการตั้งปัญหาของนักเรียนอาจประเมินได้จากการวิเคราะห์การตั้งปัญหา เช่น ในการประเมินการตั้งปัญหาของนักเรียน ซิลเวอร์ และไซ (Silver & Cai, 1996, p. 526) ได้สรุปวิธีการวิเคราะห์ผลการตั้งปัญหาของนักเรียนไว้ ดังภาพประกอบ 4



ภาพประกอบ 4 ผลการตั้งปัญหาของนักเรียน ตามแนวคิดของซิลเวอร์ และไซ

ที่มา: Silver, E. A. & Cai J. (1996). An analysis of arithmetic problem posing by middle school student. Journal for Research in Mathematics Education. 27(5): p. 526.

ในทำนองเดียวกัน ลัง และ ซิลเวอร์ (Leung, 1997, p. 83 อ้างอิงจาก Leung & Silver. 1997) ได้ประเมินการตั้งปัญหาของนักเรียนจาก 2 องค์ประกอบ คือ

(1) ประเภทของปัญหา ซึ่งพิจารณา 3 ด้าน ดังนี้

ด้านเนื้อหา (Content) ประกอบด้วย ปัญหาที่เกี่ยวข้องกับคณิตศาสตร์ และปัญหาที่ไม่เกี่ยวข้องกับคณิตศาสตร์

ด้านความเป็นไปได้ (Feasibility of Initial State) ประกอบด้วย ปัญหาที่มีเหตุผล และปัญหาที่ไม่มีเหตุผล

ด้านข้อมูลที่ใช้ในการแก้ปัญหา (Data Required in Solving) ประกอบด้วย ปัญหาที่ให้ข้อมูลไม่เพียงพอ ปัญหาที่ให้ข้อมูลเพียงพอ และปัญหาที่ให้ข้อมูลเกินความต้องการต่อการแก้ปัญหา

(2) ความซับซ้อนทางด้านภาษาและโครงสร้างของปัญหา ซึ่งพิจารณาจากข้อกำหนด (assignment) ความสัมพันธ์ และ ข้อเท็จจริงหรือเงื่อนไขที่กำหนด

นอกจากนี้ เควก มีก ลิน และลาย ไว ลัง (Kwek Meek Lin; & Lye Wai Leng, 2007) ได้เสนอเกณฑ์การประเมินการตั้งปัญหาของนักเรียน โดยแบ่งระดับความซับซ้อนของปัญหาไว้เป็น 3 ระดับ ดังนี้

ตาราง 6 ระดับความซับซ้อนของปัญหา

ความซับซ้อนต่ำ	ความซับซ้อนปานกลาง	ความซับซ้อนสูง
ในระดับนี้ จะใช้เพียงความจำและใช้ความรู้ที่เรียนมาแล้ว ใช้วิธีการแก้ปัญหาที่คุ้นเคยอย่างอัตโนมัติ โดยไม่ใช้ความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ในการแก้ปัญหาลักษณะบางประการของความซับซ้อนต่ำ คือ	ในระดับนี้ ต้องอาศัยความคิดยืดหยุ่น และมีแนวทางที่หลากหลายมากกว่าความซับซ้อนต่ำ ใช้วิธีการคิดหลายขั้นตอน ผู้แก้ปัญหาต้องตัดสินใจว่าจะทำอะไร โดยใช้วิธีที่ไม่เป็นทางการในการให้เหตุผลและยุทธวิธีในการแก้ปัญหาลักษณะบางประการของความซับซ้อนปานกลาง คือ	ในระดับนี้ ต้องอาศัยทักษะขั้นสูง คือ การให้เหตุผล การวางแผน การวิเคราะห์ การตัดสินใจ และความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ คำตอบที่เป็นที่ยอมรับ จะต้องอาศัยการคิดอย่างเป็นนามธรรมและสง่างามลักษณะบางประการของความซับซ้อนสูง คือ

ตาราง 6 (ต่อ)

ความซับซ้อนต่ำ	ความซับซ้อนปานกลาง	ความซับซ้อนสูง
- จดจำข้อเท็จจริงหรือสมบัติได้ - คำนวณผลบวก ผลต่าง ผลคูณหรือผลหารได้ - แก้ปัญหาตามขั้นตอนอย่างเฉพาะเจาะจง - แก้ปัญหาขั้นตอนเดียว - ใช้ข้อมูลจากกราฟ ตาราง หรือรูปภาพ	- นำเสนอสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์มากกว่าหนึ่งแนวทาง - แสดงเหตุผลในแต่ละขั้นตอนของการแก้ปัญหา - แปลความหมายของการนำเสนอ - แก้ปัญหาหลายขั้นตอน - ขยายแบบรูป - ใช้ข้อมูลจากกราฟ ตาราง หรือรูปภาพในการแก้ปัญหา - แปลความหมายของการอภิปรายอย่างง่ายได้	- อธิบายการนำเสนอที่แตกต่างและสามารถนำไปใช้แก้ปัญหาได้ - ใช้การแก้ปัญหาหลายขั้นตอนและมีหลายจุดที่ต้องตัดสินใจ - ใช้รูปทั่วไปของแบบรูป - แก้ปัญหาได้มากกว่าหนึ่งวิธี - อธิบายและแสดงเหตุผลในการแก้ปัญหา - อธิบาย เปรียบเทียบ และความแตกต่างของวิธีการแก้ปัญหา - วิเคราะห์เงื่อนไขจากคำตอบ - เกิดการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

ที่มา: Kwek Meek Lin; & Lye Wai Leng. (2007). *Using problem-posing as an assessment tool.* (Online).

การให้คะแนนการตั้งปัญหา โดยแนวคิดเกี่ยวกับการวิเคราะห์งานการตั้งปัญหาและการแบ่งระดับความซับซ้อนทางคณิตศาสตร์ของปัญหาสามามรถเขียนเป็นเกณฑ์การให้คะแนนแบบองค์รวมสำหรับการตั้งปัญหาได้ดังนี้ (ทรงชัย อักษรคิด, 2555, น. 99-100)

ตาราง 7 กำหนดเกณฑ์การให้คะแนนการตั้งปัญหาแบบองค์รวม

กำหนดเกณฑ์การให้คะแนนแบบองค์รวม	
คะแนน	ลักษณะที่ปรากฏในงานเขียนของนักเรียน
4 ยอดเยี่ยม	ตั้งปัญหาที่มีความซับซ้อนระดับสูง
3 ดี	ตั้งปัญหาที่มีความซับซ้อนระดับปานกลาง
2 พอใช้	ตั้งปัญหาที่มีความวับซ้อนระดับต่ำ
1 ยังต้องปรับปรุง	แสดงการตั้งปัญหาไม่เป็นคำถามหรือปัญหาทางคณิตศาสตร์ หรือเป็นปัญหาที่เป็นไปไม่ได้/หาคำตอบไม่ได้เพราะเงื่อนไขไม่สมบูรณ์
0 ยังไม่พยายาม	ไม่แสดงการตั้งปัญหา(เสนอกระดาษเปล่า) หรือเพียงคัดลอกข้อมูลจากข้อมูลที่กำหนด

จากแนวคิดเกี่ยวกับการประเมินผลการตั้งปัญหาดังกล่าว สรุปได้ว่า ครูอาจประเมินผลการตั้งปัญหาของนักเรียนในขั้นแรก โดยตรวจสอบว่าเป็นปัญหาหรือคำถามทางคณิตศาสตร์หรือไม่ ขั้นที่สองตรวจสอบดูว่าเป็นปัญหาที่แก้ได้/มีความเป็นไปได้หรือไม่ และขั้นที่สามตรวจสอบดูว่าเป็นปัญหาที่ตั้งมานั้นมีความซับซ้อนทางคณิตศาสตร์อยู่ในระดับใด ซึ่งในงานวิจัยนี้แบ่งลักษณะของปัญหาที่ตั้งขึ้นออกเป็น (1) ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่มี 1 เงื่อนไข และ 1 ขั้นตอน (2) ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่มีมากกว่า 1 เงื่อนไข และ 1 ขั้นตอน (3) ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่มี 1 เงื่อนไข และ มากกว่า 1 ขั้นตอน และ (4) ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่มีมากกว่า 1 เงื่อนไข และมากกว่า 1 ขั้นตอน

3.5 แนวการหาประสิทธิภาพของกิจกรรมการเรียนการสอน

การหาประสิทธิภาพของกิจกรรมการเรียนการสอนเป็นกระบวนการสำคัญที่ช่วยให้สื่อหรือชุดการสอนที่นำไปใช้บรรลุตามวัตถุประสงค์ที่ตั้งไว้ โดยชัยยงค์ พรหมวงศ์ (2556, น. 7-20) ได้ให้ความหมายของประสิทธิภาพ ความหมายของการทดสอบประสิทธิภาพ ความจำเป็นที่ต้องหาประสิทธิภาพ การกำหนดเกณฑ์ประสิทธิภาพ วิธีการคำนวณหาประสิทธิภาพ การ

ตีความหมายผลการคำนวณ ขั้นตอนการทดสอบประสิทธิภาพ และการเลือกนักเรียนมาทดสอบประสิทธิภาพไว้ดังนี้

ประสิทธิภาพ (Eifficiency) หมายถึง สภาวะหรือคุณภาพของสมรรถนะในการดำเนินงานเพื่อให้งานมีความสำเร็จโดยใช้เวลา ความพยายามและค่าใช้จ่ายคุ้มค่าที่สุดตามจุดมุ่งหมายที่กำหนดไว้เพื่อให้ได้ผลลัพธ์ โดยกำหนดเป็นอัตราส่วนหรือร้อยละระหว่างปัจจัยนำเข้า กระบวนการ และผลลัพธ์ (Ratio between input, process and output) ประสิทธิภาพเน้นการดำเนินการที่ถูกต้อง หรือกระทำสิ่งใด ๆ อย่างถูกวิธี (Doing the thing right) คำว่าประสิทธิภาพมักสลับกับคำว่า ประสิทธิผล (Effectiveness) ซึ่งเป็นคำที่คลุมเครือไม่เน้นปริมาณและมุ่งให้บรรลุวัตถุประสงค์ และเน้นการทำสิ่งที่ถูกที่ควร (Doing the thing right) ดังนั้นสองคำนี้จึงมักใช้คู่กัน คือประสิทธิภาพและประสิทธิผล

การทดสอบประสิทธิภาพ หมายถึง การนำสื่อหรือชุดการสอนไปทดสอบด้วยกระบวนการสองขั้นตอน คือ การทดสอบประสิทธิภาพใช้เบื้องต้น (Try Out) และทดสอบประสิทธิภาพสอนจริง (Trail Run) เพื่อหาคุณภาพของสื่อตามขั้นตอนที่กำหนดใน 3 ประเด็น คือ การทำให้ผู้เรียนมีความรู้เพิ่มขึ้น การช่วยให้ผู้เรียนผ่านกระบวนการเรียนและทำแบบประเมินสุดท้ายได้ดี และการทำให้ผู้เรียนมีความพึงพอใจ นำผลที่ได้มาปรับปรุงแก้ไข

การทดสอบประสิทธิภาพใช้เบื้องต้น เป็นการนำสื่อหรือชุดการสอนที่ผลิตขึ้นเป็นต้นแบบ (Prototype) แล้วไปทดสอบประสิทธิภาพใช้ตามขั้นตอนที่กำหนดไว้ในแต่ละระบบ เพื่อปรับปรุงประสิทิภาพเพื่อปรับปรุงชุดสื่อการสอนให้เท่ากับเกณฑ์ที่กำหนดไว้ และปรับปรุงจนถึงเกณฑ์

การทดสอบประสิทธิภาพสอนจริง หมายถึงการนำสื่อหรือชุดการสอนที่ได้ทดสอบประสิทธิภาพใช้และปรับปรุงจนได้คุณภาพถึงเกณฑ์แล้วแต่ละหน่วย ทุกหน่วยในแต่ละวิชาไปสอนจริงในชั้นเรียนหรือในสถานการณ์การเรียนที่แท้จริงในช่วงเวลาหนึ่ง อาทิ 1 ภาคการศึกษาเป็นอย่างน้อย เพื่อตรวจสอบคุณภาพเป็นครั้งสุดท้าย เพื่อตรวจสอบคุณภาพเป็นครั้งสุดท้ายก่อนนำไปเผยแพร่และผลิตออกมาเป็นจำนวนมาก การทดสอบประสิทธิภาพทั้ง 2 ขั้นตอนจะต้องผ่ายการวิจัยเชิงวิจัยและพัฒนา (Research and Development-R&D) โดยต้องดำเนินการวิจัยในขั้นทดสอบประสิทธิภาพเบื้องต้น และอาจทดสอบประสิทธิภาพซ้ำในขั้นทดสอบประสิทธิภาพใช้จริงด้วยก็ได้ เพื่อประกันคุณภาพของสถาบันการศึกษาทางไกลนานาชาติ

ความจำเป็นที่ต้องหาประสิทธิภาพ การทดสอบประสิทธิภาพของสื่อหรือชุดการสอนมีความจำเป็นด้วยเหตุผล 3 ประการ คือ

สำหรับหน่วยงานผลิตสื่อหรือชุดการสอน การทดสอบประสอบประสิทธิภาพช่วยประกันคุณภาพของสื่อหรือชุดการสอนว่าอยู่ในขั้นสูง เหมาะสมที่จะลงทุนผลิตออกมาเป็นจำนวนมาก

สำหรับผู้ใช้สื่อหรือชุดการสอน สื่อหรือชุดการสอนที่ผ่านการทดสอบประสิทธิภาพจำทำหน้าที่เป็นเครื่องมือช่วยสอนได้ดี ในการสร้างสภาพการเรียนรู้ให้ผู้เรียนได้เปลี่ยนแปลงพฤติกรรมตามที่มุ่งหวัง

สำหรับผู้ผลิตสื่อหรือชุดการสอน การทดสอบประสิทธิภาพจะทำให้ผู้ผลิตมั่นใจได้ว่าเนื้อหาสาระที่บรรจุลงในสื่อหรือชุดการสอนมีความเหมาะสม ง่ายต่อการเข้าใจ อันจะช่วยให้ผู้ผลิตมีความชำนาญสูงขึ้น เป็นการประหยัดแรงสมองแรงงาน เวลาและเงินทองในการเตรียมต้นแบบ

การกำหนดเกณฑ์ประสิทธิภาพ

ความหมายของเกณฑ์ประสิทธิภาพ หมายถึง ระดับประสิทธิภาพของสื่อหรือชุดการสอนที่จะช่วยให้ผู้เรียนเกิดความเปลี่ยนแปลงพฤติกรรม เป็นระดับที่ผลิตสื่อหรือชุดการสอนจะพึงพอใจว่า หากสื่อหรือชุดการสอนมีประสิทธิภาพถึงระดับนั้นแล้ว สื่อหรือชุดการสอนนั้นก็มีคุณค่าที่จะนำไปสอนนักเรียนและคุ้มแก่การผลิตออกมาเปนจำนวนมาก

การกำหนดเกณฑ์ประสิทธิภาพกระทำได้โดยการประเมินผลพฤติกรรมของผู้เรียน 2 ประเภท คือ พฤติกรรมต่อเนื่อง (กระบวนการ) กำหนดค่าประสิทธิภาพเป็น E_1 = Efficiency of Process (ประสิทธิภาพของกระบวนการ) และพฤติกรรมสุดท้าย (ผลลัพธ์) กำหนดค่าประสิทธิภาพเป็น E_2 = Efficiency of Product (ประสิทธิภาพของผลลัพธ์)

ประเมินพฤติกรรมต่อเนื่อง (Transitional Behavior) คือ ประเมินผลต่อเนื่อง ซึ่งประกอบด้วยพฤติกรรมย่อยของผู้เรียน เรียกว่า “กระบวนการ” (Process) ที่เกิดจากการประกอบกิจกรรมกลุ่ม ได้แก่ การทำโครงงาน การทำรายงานเป็นกลุ่ม และรายบุคคล ได้แก่งานที่มอบหมายและกิจกรรมอื่นใดที่ผู้สอนกำหนด

ประเมินพฤติกรรมสุดท้าย (Terminal Behavior) คือประเมินผลลัพธ์ (Product) ของผู้เรียน โดยพิจารณาจากการสอบหลังเรียนและการสอยไล่ ประสิทธิภาพของสื่อหรือชุดการสอนจะกำหนดเป็นเกณฑ์ที่ผู้สอนคาดหมายว่าผู้เรียนจะเปลี่ยนแปลงพฤติกรรมเป็นที่พึงพอใจ โดยกำหนดให้ผลเฉลี่ยของคะแนนการทำงาน และประกอบกิจกรรมของผู้เรียนทั้งหมดต่อร้อยละของผลการประเมินหลังเรียนทั้งหมด นั่นคือ E_1/E_2 = เท่ากับประสิทธิภาพของกระบวนการ/ประสิทธิภาพของผลลัพธ์

วิธีการคำนวณหาประสิทธิภาพ

วิธีการคำนวณหาประสิทธิภาพกระทำได้ 2 วิธี คือ โดยใช้สูตรและการคำนวณธรรมดา

ก. โดยใช้สูตร กระได้โดยใช้สูตรต่อไปนี้

สูตรที่ 1 $$E_1 = \frac{\frac{\sum x}{N}}{A} \times 100 \text{ หรือ } \frac{\bar{x}}{A} \times 100$$

เมื่อ E_1 คือ ประสิทธิภาพของกระบวนการ

$\sum x$ คือ คะแนนรวมของแบบฝึกปฏิบัติกิจกรรมหรืองานที่ทำระหว่างเรียนทั้งที่เป็นกิจกรรมในห้องเรียน นอกห้องเรียนหรือออนไลน์

A คือ คะแนนเต็มของแบบฝึกปฏิบัติ ทุกชิ้นรวมกัน

N คือ จำนวนผู้เรียน

สูตรที่ 2 $$E_2 = \frac{\frac{\sum F}{N}}{B} \times 100 \text{ หรือ } \frac{\bar{F}}{B} \times 100$$

เมื่อ E_2 คือ ประสิทธิภาพของผลลัพธ์

$\sum F$ คือ คะแนนเต็ม

B คือ คะแนนเต็มของการประเมินสุดท้ายของแต่ละหน่วยประกอบด้วยผลการสอบหลังเรียนและคะแนนจากการประเมินงานสุดท้าย

N คือ จำนวนผู้เรียน

ข. โดยใช้วิธีการคำนวณโดยไม่ใช้สูตร หากจำสูตรไม่ได้หรือไม่อยากใช้สูตร ผู้ผลิตสื่อหรือชุดการสอนก็ตามก็สามารถใช้วิธีการคำนวณธรรมดาหาค่า E_1 และ E_2 ได้ ด้วยวิธีการคำนวณธรรมดา สำหรับ E_1 คือค่าประสิทธิภาพของงาน และแบบฝึกปฏิบัติ กระทำได้โดยการนำคะแนนงานทุกชิ้นของนักเรียนในแต่ละกิจกรรม แต่ละคนมารวมกัน และหาค่าเฉลี่ยและเทียบส่วนโดยเป็นร้อยละ สำหรับ E_2 คือค่าประสิทธิภาพผลลัพธ์ของการประเมินหลังเรียนของแต่ละสื่อหรือชุดการสอน กระทำได้โดยการเอาคะแนนจากการสอบหลังเรียน และคะแนนจากงานสุดท้ายของนักเรียนทั้งหมดรวมกันหาค่าเฉลี่ย แล้วเทียบส่วนร้อย เพื่อหาค่าร้อยละ

การตีความผลการคำนวณ

หลังจากคำนวณหาค่า E_1 และ E_2 ได้แล้วผู้หาประสิทธิภาพต้องตีความหมายของผลลัพธ์ โดยยึดหลักการและแนวทางดังนี้

ความคลาดเคลื่อนของผลลัพธ์ ให้มีความคลาดเคลื่อนหรือความแปรปรวนของผลลัพธ์ได้ไม่เกิน .05 (ร้อยละ 5) จากช่วงต่ำไปสูง = $\pm$2.5 นั้นให้ผลลัพธ์ของค่า E_1 หรือ E_2 ที่ถือว่าเป็นไปตามเกณฑ์ มีค่าต่ำกว่าเกณฑ์ไม่เกิน 2.5%

หากคะแนน E_1 หรือ E_2 ห่างกันเกิน 5% แสดงว่า กิจกรรมที่ให้นักเรียนทำกับการสอบหลังเรียนไม่สมดุลกัน เช่น ค่า E_1 มากกว่า E_2 แสดงว่างานที่มอบหมายอาจจะง่ายกว่าการสอบ หรือหากค่า E_2 มากกว่าค่า E_1 แสดงว่าการสอบง่ายกว่าหรือไม่สมดุลกับงานที่มอบหมายให้ทำจำเป็นท่จะต้องปรับแก้ หากสื่อหรือชุดการสอนได้รับการออกแบบและพัฒนาอย่างดีมีคุณภาพ ค่า E_1 หรือ E_2 ที่คำนวณได้จากการทดสอบประสิทธิภาพ จะต้องใกล้เคียงกันและห่างกันไม่เกิน 5% ซึ่งเป็นตัวชี้ที่จะยืนยันว่านักเรียนได้มีการเปลี่ยนพฤติกรรมต่อเนื่องตามลำดับขั้น หรือไม่ก่อนที่จะมีการเปลี่ยนพฤติกรรมขั้นสุดท้าย หรืออีกนัยหนึ่งต้องประกันได้ว่านักเรียนมีความรู้จริงไม่ใช่ทำกิจกรรมหรือทำสอบได้เพราะการเดา

ขั้นตอนการทดสอบประสิทธิภาพ

การทดสอบประสิทธิภาพแบบเดี่ยว (1:1) เป็นการทดสอบประสิทธิภาพที่ผู้สอน 1 คนทดสอบประสิทธิภาพสื่อหรือชุดการสอนกับผู้เรียน 1-3 คน โดยใช้เด็ก อ่อน ปานกลาง และเก่ง โดยระหว่างการทดสอบต้องสังเกตพฤติกรรม นำคะแนนที่คำนวณมาหาประสิทธิภาพ หากไม่ถึงเกณฑ์ต้องปรับปรุงเนื้อหาสาระและกิจกรรมระหว่างเรียนและแบบทดสอบหลังเรียนให้ดีขึ้น

การทดสอบประสิทธิภาพแบบกลุ่ม (1:10) เป็นการทดสอบประสิทธิภาพที่ผู้สอน 1 คน ทดสอบประสิทธิภาพสื่อหรือชุดการสอนกับผู้เรียน 6 -10 คน (คละผู้เรียนที่เก่ง ปานกลางและอ่อน) โดยระหว่างการทดสอบต้องสังเกตพฤติกรรม นำคะแนนที่คำนวณมาหาประสิทธิภาพ หากไม่ถึงเกณฑ์ต้องปรับปรุงเนื้อหาสาระและกิจกรรมระหว่างเรียนและแบบทดสอบหลังเรียนให้ดีขึ้น

โดยระหว่างการทดสอบต้องสังเกตพฤติกรรม นำคะแนนที่คำนวณมาหาประสิทธิภาพ หากไม่ถึงเกณฑ์ต้องปรับปรุงเนื้อหาสาระและกิจกรรมระหว่างเรียนและแบบทดสอบหลังเรียนให้ดีขึ้น แล้วนำไปทดสอบประสิทธิภาพภาคสนามซ้ำกับนักเรียนต่างกลุ่มอาจทดสอบประสิทธิภาพ 2-3 ครั้งจนได้ค่าประสิทธิภาพถึงเกณฑ์ขั้นต่ำ

การเลือกนักเรียนมาทดสอบประสิทธิภาพสื่อหรือชุดการสอน

การทดสอบประสิทธิภาพแบบเดี่ยว (1:1) เป็นการทดสอบประสิทธิภาพที่ผู้สอน 1 คนทดสอบประสิทธิภาพสื่อหรือชุดการสอนกับผู้เรียน 1-3 คน ให้ทดสอบประสิทธิภาพกับเด็กอ่อนเสียก่อน แล้วทำการทดสอบกับเด็กปานกลาง และเด็กเก่งตามลำดับ

การทดสอบประสิทธิภาพแบบกลุ่ม (1:10) เป็นการทดสอบประสิทธิภาพที่ผู้สอน 1 คน ทดสอบประสิทธิภาพสื่อหรือชุดการสอนกับผู้เรียน 6 -10 คน โดยให้ผู้เรียนคละกันทั้งเด็กเก่งปานกลางและอ่อน

การทดสอบประสิทธิภาพภาคสนาม (1:100) เป็นการทดสอบประสิทธิภาพที่ผู้สอน 1 คน ทดสอบประสิทธิภาพสื่อหรือชุดการสอนกับผู้เรียนทั้งชั้น กับนักเรียน 30-40 คน หรือ 100 คน สำหรับสื่อหรือชุดการสอนรายบุคคล (ชัยยงค์ พรหมวงศ์, 2556, น. 7-20)

สำหรับงานวิจัยนี้ผู้วิจัยพิจารณาเกณฑ์การตัดสิน E_1/E_2 เป็น 60/60 และกลุ่มนำร่องที่ใช้ในการทดสอบประสิทธิภาพ คือ นักเรียนห้องเรียนพิเศษวิทยาศาสตร์ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนสาธิตมหาวิทยาลัยรามคำแหง จำนวน 21 คน โดยเป็นเวลานอกเหนือจากเวลาเรียนปกติ ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2561 โดยพิจารณาจากคะแนนดิบของนักเรียนในรายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน แล้วแบ่งออกเป็น 3 กลุ่ม คือ กลุ่มที่มีระดับคะแนนสูง ปานกลาง และต่ำ โดยแบ่งนักเรียนในการพัฒนากิจกรรมการเรียนการสอนที่เสริมสร้างความสามารถในการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ และหาคุณภาพของเครื่องมือ 3 ครั้ง ดังนี้

การหาประสิทธิภาพรายบุคคล เพื่อตรวจสอบความเป็นปรนัยและหาประสิทธิภาพของกิจกรรมการเรียนการสอนที่เสริมสร้างความสามารถในการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ ใช้นักเรียนจำนวน 3 คน ที่ได้จากการเลือกแบบเจาะจงจากนักเรียนทั้ง 3 กลุ่ม กลุ่มละ 1 คน

การหาประสิทธิภาพกลุ่มย่อย เพื่อตรวจสอบความเป็นปรนัยและหาประสิทธิภาพของกิจกรรมการเรียนการสอนที่เสริมสร้างความสามารถในการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ ใช้นักเรียน จำนวน 6 คน ที่ได้จากการเลือกแบบเจาะจงจากนักเรียนทั้ง 3 กลุ่ม กลุ่มละ 2 คน

การหาประสิทธิภาพภาคสนาม เพื่อตรวจสอบความเป็นปรนัยและหาประสิทธิภาพของกิจกรรมการเรียนการสอนที่เสริมสร้างความสามารถในการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ ใช้นักเรียน จำนวน 12 คน ที่ไม่ใช่กลุ่มหาประสิทธิภาพรายบุคคลและกลุ่มย่อย

ตอนที่ 4 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์

4.1 งานวิจัยในประเทศ

อาพันธ์ชนิต เจนจิต (2546) ได้พัฒนากิจกรรมการเรียนการสอนเรขาคณิตโดยใช้การแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ สำหรับนักเรียนระดับประถมศึกษาตอนปลายที่มีความสามารถพิเศษทางคณิตศาสตร์และศึกษาผลการใช้กิจกรรมการเรียนการสอนเรขาคณิตที่พัฒนาขึ้นกับนักเรียนดังกล่าว ในด้านความสามารถในการแก้ปัญหาทางเรขาคณิตอย่างสร้างสรรค์และด้านพฤติกรรมการคิดแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ ที่ประกอบด้วย ความคิดยืดหยุ่น ความคิดริเริ่มและความคิดละเอียดลออ ผลการวิจัยพบว่ากิจกรรมการเรียนการสอนเรขาคณิตโดยใช้การแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ อาจนำไปใช้ได้กับนักเรียนระดับประถมศึกษาตอนปลายที่มีความสามารถพิเศษทางคณิตศาสตร์ของทุกโรงเรียนที่เข้าร่วมโครงการนำร่องศูนย์พัฒนาอัจฉริยภาพเด็กและเยาวชนมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ เมื่อพิจารณาจาก (1) นักเรียนที่มีความสามารถพิเศษทางคณิตศาสตร์ที่เรียนด้วยกิจกรรมการเรียนการสอนเรขาคณิตโดยใช้การ แก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์สามารถสอบผ่านเกณฑ์ 75 มากกว่าร้อยละ 75 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด ที่ระดับ นัยสำคัญ .10 (2) นักเรียนในกลุ่มตัวอย่างที่เรียนด้วยกิจกรรมการเรียนการสอนเรขาคณิตโดยใช้การแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ มีพฤติกรรมการคิดแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์หลังเรียนที่ประกอบด้วย ความคิดยืดหยุ่น ความคิดริเริ่มและความคิดละเอียดลออ อยู่ในระดับดีทุกด้าน

รุจิอาภา รุจิยาปนนท์ (2550) ได้พัฒนากิจกรรมการสอนคณิตศาสตร์โดยใช้การแก้ปัญหาปลายเปิดเพื่อศึกษาความสามารถในการคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 โดยใช้การทดสอบด้วยแบบวัดความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ การสังเกตพฤติกรรมความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์และการสัมภาษณ์ ผลการศึกษาพบว่า นักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ที่ปฏิบัติด้วยกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์โดยใช้การแก้ปัญหาปลายเปิดมีคะแนนความสามารถในการคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ผ่านเกณฑ์ตั้งแต่ร้อยละ 60 ขึ้นไปของคะแนนเต็ม เป็นจำนวนไม่มากกว่าร้อยละ 50 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมดที่ระดับนัยสำคัญ .05

สมพร หลิมเจริญ (2552) ได้พัฒนาหลักสูตรเสริมเพื่อส่งเสริมความคิดสร้างสรรค์สำหรับนักเรียนช่วงชั้นที่ 2 และประเมินประสิทธิภาพเสริมฯ โดยมีขั้นตอนการดำเนินงาน 4 ขั้นตอน คือ ขั้นตอนที่ 1 การศึกษาและวิเคราะห์ข้อมูลพื้นฐานเพื่อเป็นแนวทางการพัฒนาหลักสูตร ขั้นตอนที่ 2 การพัฒนาหลักสูตร และประเมินคุณภาพของหลักสูตรโดยผู้ทรงคุณวุฒิ ขั้นตอนที่ 3 การตรวจสอบประสิทธิภาพของหลักสูตร ผลการศึกษา ได้องค์ประกอบของความคิดสร้างสรรค์ให้นักเรียนเกิดความคิดสร้างสรรค์ประกอบด้วยคุณลักษณะ 2 มิติ คือ 1) มิติด้านการคิด ได้แก่

ความคิดคล่องแคล่ว ความคิดยืดหยุ่น ความคิดริเริ่ม และ 2) มิติด้านจิตใจและบุคลิกภาพได้แก่ ความอยากรู้อยากเห็นและความเชื่อมั่นในตนเอง หลักสูตรเสริมสำหรับส่งเสริมความคิดสร้างสรรค์สำหรับนักเรียนช่วงชั้นที่ 2 ที่พัฒนาขึ้นในครั้งนี้เป็นหลักสูตรที่ไม่ยึดเนื้อหาเป็นหลัก (Content Free) ผลการวิจัยพบว่านักเรียนกลุ่มทดลองมีค่าเฉลี่ยคะแนนความคิดสร้างสรรค์สูงกว่านักเรียนกลุ่มควบคุมอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และนักเรียนกลุ่มทดลองมีระดับการคิดเห็นต่อหลักสูตรเสริมอยู่ในระดับดีมาก ผลการประเมินหลักสูตรเสริมพบว่าประสิทธิภาพตามเกณฑ์ที่กำหนด หลังการทดลองผู้วิจัยได้ดำเนินการปรับปรุงแผนการสอน ด้านระยะเวลา ด้านภาษาในคำชี้แจงในแผนการสอนบางหน่วยเพื่อให้เหมาะสมยิ่งขึ้น แล้วจัดทำ เป็นหลักสูตรเสริมเพื่อส่งเสริมความคิดสร้างสรรค์ฉบับสมบูรณ์

สิทธิชัย ชมพูพาทย์ (2554) ได้พัฒนาพฤติกรรมการเรียนการสอนเพื่อการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ของครูและนักเรียนในโรงเรียนส่งเสริมนักเรียนที่มีความสามารถพิเศษทางวิทยาศาสตร์โดยใช้การวิจัยปฏิบัตการเชิงวิพากษ์ โดยใช้ระเบียบวิธีวิจัยเชิงคุณภาพ และการวิจัยปฏิบัติการเชิงวิพากษ์ ผลการวิจัยพบว่า หลังเข้าร่วมการวิจัยเพื่อพัฒนาพฤติกรรมการเรียนการสอนเพื่อการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ด้านภาษาและวาทกรรม กิจกรรมและการปฏิบัติความสัมพันธ์และสังคมดีขึ้น ครูและนักเรียนมีพฤติกรรมการเรียนการสอนเพื่อการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์เพิ่มขึ้นในแต่ละวงรอบของการวิจัย หลังยุติการวิจัยแล้วครูยังจัดกิจกรรมการเรียนการสอนเพื่อการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ และนักเรียนยังใช้การแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ในการเรียนรู้อย่างต่อเนื่อง รูปแบบกิจกรรมการเรียนการสอนเพื่อการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ที่ได้รับการพัฒนามี 5 ขั้นตอน ได้แก่ ขั้นรับรู้ปัญหา ขั้นระดมความคิด ขั้นวางแผน ขั้นปฏิบัติ และขั้นสรุปและกรองความคิด โดยแต่ละขั้นมีกลวิธีที่ใช้ในการจัดกิจกรรมการสอน ได้แก่ การเร้าความสนใจ การวางเป้าหมาย เน้นความคิดระดับสูง เน้นการอภิปรายและแลกเปลี่ยนเรียนรู้ กำกับติดตาม ใช้แหล่งข้อมูลที่หลากหลาย สอนแบบตั้งคำถาม การให้ข้อมูลย้อนกลับ และการบันทึก

ศิริพร แก้วอ่อน (2557) ได้ศึกษาความสามารถในการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ เปรียบเทียบผลต่างคะแนนแก้ปัญหาอย่างสร้งสรรค์และเจตคติต่อการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ของกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม ก่อนและหลังเข้าร่วมโปรแกรมพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนปลายในโครงการห้องเรียนพิเศษวิทยาศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 จำนวน 26 คน ผลการวิจัยพบว่า

นักเรียนกลุ่มทดลองมีความสามารถในการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์มากกว่าก่อนเข้าร่วมการทดลองอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

นักเรียนกลุ่มควบคุมมีความสามารถในการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์น้อยกว่าก่อนเข้าร่วมการทดลองอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

นักเรียนกลุ่มทดลองมีเจตคติต่อการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์มากกว่าก่อนเข้าร่วมการทดลองอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

นักเรียนกลุ่มควบคุมมีเจตคติต่อการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ไม่แตกต่างจากก่อนเข้าร่วมการทดลอง

นักเรียนกลุ่มทดลองมีผลต่างคะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์มากกว่ากลุ่มควบคุมอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .005

นักเรียนกลุ่มทดลองมีเจตคติต่อการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์มากกว่ากลุ่มควบคุมอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .005

4.2 งานวิจัยต่างประเทศ

เฮย์ล็อก (Haylock, 1987) ได้ศึกษาการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนอายุ 11-12 ปี ในประเทศอังกฤษ จำนวน 280 คน โดยมีวัตถุประสงค์ คือ เพื่อทำความเข้าใจและประเมินลักษณะการแก้ปัญหาและความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน เครื่องมือที่ใช้ประกอบด้วย แบบทดสอบวัดความสามารถในการเอาชนะความไม่ยืดหยุ่นของการคิด แบบทดสอบวัดความสามารถในการคิดแบบอเนกนัย และแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ โดยแบ่งนักเรียนเป็น 4 กลุ่มตามคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ คือ กลุ่มสูงมาก (Very High) กลุ่มสูง (Above Average) กลุ่มปานกลาง (Average) และกลุ่มต่ำ (Below Average) พบว่า นักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูงมีคะแนนเฉลี่ยของความสามารถในการเอาชนะความไม่ยืดหยุ่นของการคิดและความสามารถในการคิดแบบอเนกนัยสูงกว่า กลุ่มที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ต่ำ

วาร์เนอร์ และคณะ (Warner & et al., 2003) ได้ทำการศึกษาว่า ความคิดยืดหยุ่นทางคณิตศาสตร์มีส่วนช่วยในการพัฒนาความรู้ความเข้าใจอย่างไร โดยมีวัตถุประสงค์ คือ เพื่อศึกษาความคิดยืดหยุ่นทางคณิตศาสตร์และการพัฒนาความรู้ความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนเกรด 6 และเกรด 7 จำนวน 10 คน ซึ่งเป็นนักเรียนที่มีระดับความสามารถคละความสามารถกันและเป็นอาสามัครเข้าร่วมกิจกรรมนี้ โดยใช้เวลานอกเวลาเรียน จำนวน 12 สัปดาห์ ในการดำเนินกิจกรรมผู้วิจัยแบ่งนักเรียนเป็นกลุ่มจำนวน 3-5 คน เพื่อนำเสนอและอภิปรายผล ผลการวิเคราะห์ข้อมูลจาก วีดิโอเทป ความสามารถในการแก้ปัญหา และการสัมภาษณ์ พบว่า นักเรียนมี

พัฒนาการด้านความรู้ความเข้าใจทางคณิตศาสตร์สูงขึ้น และความรู้ความเข้าใจทางคณิตศาสตร์มีความสัมพันธ์กับความคิดยืดหยุ่นทางคณิตศาสตร์

ไลฟน์ (Livne, Livne, & Wight, 2008) ได้ศึกษาความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ผ่านการแก้ปัญหาปลายเปิดซึ่งมีผลเฉลยหลายผลเฉลย ในการศึกษาครั้งนี้ได้ใช้โปรแกรม RUReady ซึ่งเป็นโปรแกรมที่ช่วยพัฒนาทักษะทางคณิตศาสตร์ในด้านพีชคณิตผ่านทางการแก้ปัญหาปลายเปิด และกลุ่มตัวอย่างที่เข้าร่วม คือ นักเรียนในระดับมัธยมศึกษา เกรด 11 และเกรด 12 จำนวน 112 คน (ชาย 47 คน หญิง 65 คน) ประเทศสหรัฐอเมริกา โดยมีวัตถุประสงค์หลักของการศึกษา คือ 1) ศึกษาความสามารถของนักเรียนในการหาผลเฉลยทั้ง 2 ประเภทคือ ผลเฉลยโดยตรง และผลเฉลยที่แปลกใหม่ แตกต่างกันหรือไม่ 2) ศึกษาความสามารถของนักเรียนในการหาผลเฉลยด้านผลเฉลยโดยตรง และผลเฉลยที่แปลกใหม่ ผ่านการใช้โปรแกมคอมพิวเตอร์หลังทดลองสูงกว่าก่อนการทดลองหรือไม่ โดยผลการศึกษาพบว่า

1) ความสามารถในการหาผลเฉลยที่แตกต่างกัน ทั้ง 2 ประเภทก่อนและหลังการทดลองไม่แตกต่างกัน

2) ความสามารถในการหาผลเฉลยโดยตรงหลังการทดลองสูงกว่าก่อนการทดลองและความสามารถในการหาผลเฉลยที่แปลกใหม่หลังการทดลองสูงกว่าก่อนการทดลองเช่นกัน

อิสร็อก อัตตุน และเทอร์ลีนา (Isrok'atun & Tiurlina, 2014) ได้ศึกษาความสามารถในการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ผ่านการเรียนรู้โดยใช้สถานการณ์จริง (Situation-Based Learning) ซึ่งผลการวิจัยพบว่า นักเรียนในกลุ่มทดลองที่ได้รับการจัดการเรียนการสอนที่เน้นกระบวนการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ ประกอบด้วย การค้นหาวัตถุประสงค์ (Objective Finding) การค้นหาความจริง (Fact-Finding) การค้นพบปัญหา (Problem-Finding) การตั้งสมมติฐาน (Idea-Finding) การค้นพบคำตอบ (Solution-Finding) การยอมรับผลจากการค้นพบ (Acceptance Finding) มีความสามารถในการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์สูงกว่ากลุ่มควบคุมที่ได้รับการจัดการเรียนการสอนปกติ นอกจากนี้ผลการวิจัยยังระบุอีกว่าขั้นตอนที่มีความสำคัญที่สุดในการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ คือ ขั้นการค้นหาความจริง ซึ่งเป็นขั้นการพิจารณาหาคำตอบอันเกิดจากความรู้สึกกังวลหรือสับสนวุ่นวายในจิตใจแต่ไม่สามารถบอกได้ว่าเกิดขึ้นได้อย่างไร จากสาเหตุอะไร และขั้นตอนที่ส่งผลกระทบน้อยที่สุดต่อการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ คือ ขั้นการยอมรับผลจากการค้นพบ ซึ่งเป็นขั้นของการยอมรับคำตอบที่ได้จากการพิสูจน์ และพัฒนาแนวคิดต่อไปว่าสิ่งที่ค้นพบจะนำไปสู่การเกิดแนวคิดและข้อค้นพบใหม่ต่อไป

บทที่ 3
วิธีดำเนินการวิจัย

ความมุ่งหมายของการวิจัยครั้งนี้ คือ เพื่อศึกษาสภาพการเรียนการสอนเรขาคณิตที่เกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ของครูและนักเรียน และพัฒนากิจกรรมการเรียนการสอนที่เสริมสร้างความสามารถในการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ผ่านการแก้ปัญหาและการตั้งปัญหาทางเรขาคณิต แล้วศึกษาความสามารถและพฤติกรรมการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ผ่านการแก้ปัญหาและการตั้งปัญหาทางเรขาคณิตของนักเรียนห้องเรียนพิเศษวิทยาศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตอนต้น ข้อมูลที่เก็บรวบรวมจากการศึกษาความสามารถและพฤติกรรมการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์นำมาวิเคราะห์ทั้งเชิงปริมาณและเชิงคุณภาพ การวิเคราะห์ข้อมูลเชิงปริมาณนั้นใช้ในการประเมินความสามารถในการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ และการวิเคราะห์ข้อมูลเชิงคุณภาพใช้ในการประเมินพฤติกรรมการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ โดยผู้วิจัยแบ่งการดำเนินการเป็น 3 ระยะดังนี้

ระยะที่ 1 การศึกษาสภาพการเรียนการสอนเรขาคณิตที่เกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ของครูและนักเรียน

1.1 การกำหนดกลุ่มเป้าหมายสำหรับศึกษาสภาพการเรียนการสอน

1.2 การกำหนดกรอบแนวคิดในการศึกษาสภาพการเรียนการสอนเรขาคณิตที่เกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ของครูและนักเรียน

1.3 การสร้างและหาคุณภาพเครื่องมือ

1.4 การเก็บรวบรวมข้อมูล

1.5 การวิเคราะห์ข้อมูล

ระยะที่ 2 การพัฒนากิจกรรมการเรียนการสอนที่เสริมสร้างความสามารถในการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์สำหรับนักเรียน และหาคุณภาพของเครื่องมือ

2.1 การกำหนดกลุ่มนำร่อง

2.2 การกำหนดกรอบแนวคิดในการพัฒนากิจกรรมการเรียนการสอนที่เสริมสร้างความสามารถในการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์สำหรับนักเรียนและหาคุณภาพของเครื่องมือ

2.3 การสร้างและหาคุณภาพเครื่องมือ

2.4 การหาประสิทธิภาพของกิจกรรมการเรียนการสอนและหาคุณภาพของเครื่องมือ

ระยะที่ 3 การศึกษาความสามารถและพฤติกรรมในการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน

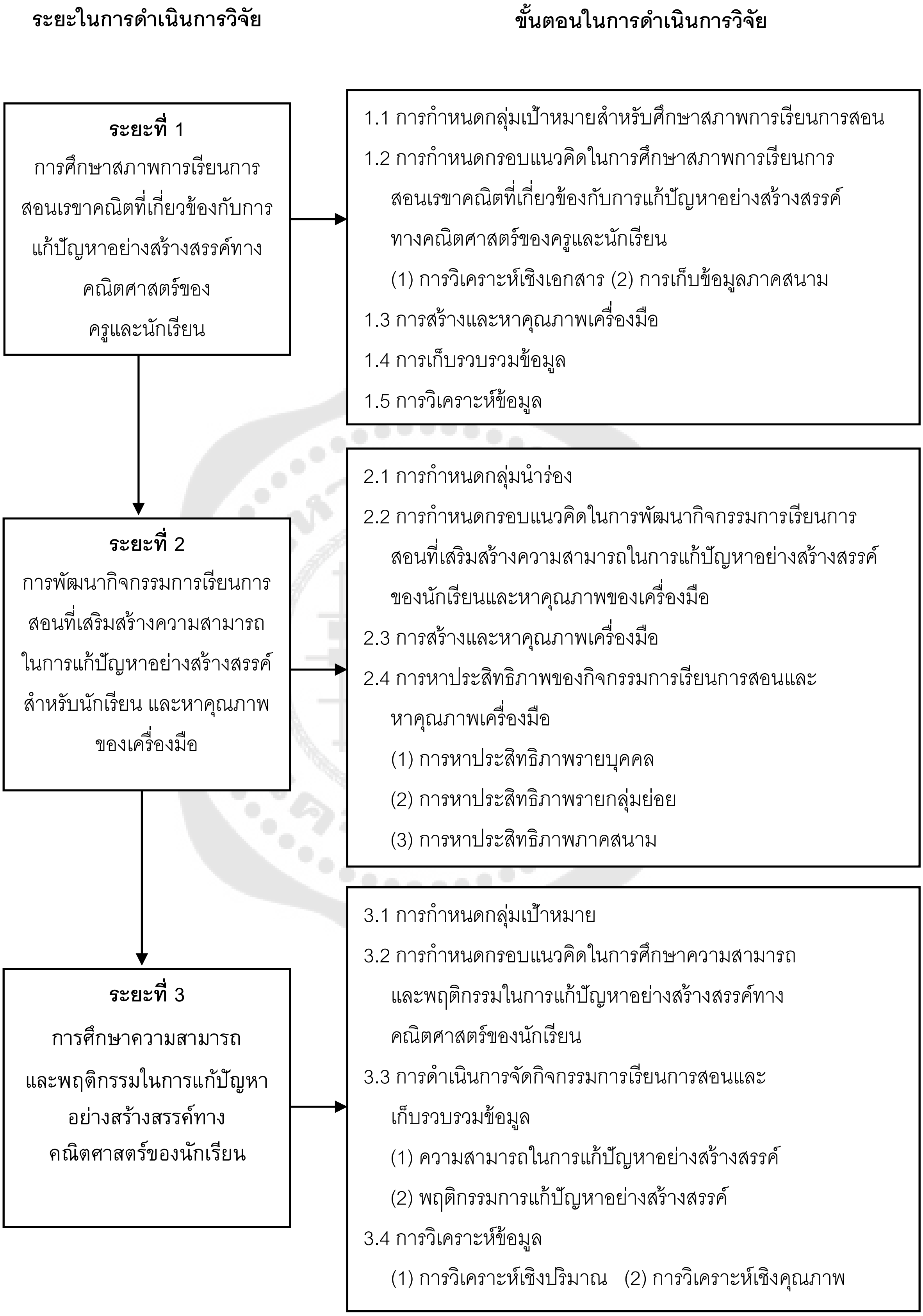
3.1 การกำหนดกลุ่มเป้าหมาย

3.2 การกำหนดกรอบแนวคิดในการศึกษาความสามารถและพฤติกรรมในการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน

3.3 การดำเนินการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนและเก็บรวบรวมข้อมูล

3.4 การวิเคราะห์ข้อมูล

โดยการดำเนินการใน 3 ระยะดังกล่าวสามารถแสดงความสัมพันธ์และรายละเอียดของขั้นตอนการวิจัย ดังภาพประกอบต่อไป



ภาพประกอบ 5 ระยะและขั้นตอนในการดำเนินการวิจัย

ระยะที่ 1 การศึกษาสภาพการเรียนการสอนเรขาคณิตที่เกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ของครูและนักเรียน

ในระยะที่ 1 การศึกษาสภาพการเรียนการสอนเรขาคณิตที่เกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ของครูและนักเรียนมีขั้นตอนในการดำเนินการดังนี้

1.1 การกำหนดเป้าหมายสำหรับศึกษาสภาพการเรียนการสอน

กลุ่มเป้าหมายสำหรับศึกษาสภาพการเรียนการสอน คือ นักเรียนห้องเรียนพิเศษวิทยาศาสตร์ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนสาธิตมหาวิทยาลัยรามคำแหง และโรงเรียนสาธิตมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒประสานมิตร (ฝ่ายมัธยม) ซึ่งเป็นโรงเรียนที่มีการส่งเสริมห้องเรียนพิเศษวิทยาศาสตร์ ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2560 ได้จากการเลือกแบบเจาะจง จำนวน 18 คน โดยทำการศึกษาสภาพการเรียนการสอนเรขาคณิตของนักเรียนใน 2 ด้านประกอบด้วย (1) ด้านความเชื่อที่เกี่ยวกับการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ทางเรขาคณิตของนักเรียน และ (2) ด้านความสามารถในการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ทางเรขาคณิตของนักเรียน

ครูผู้สอนระดับมัธยมศึกษาตอนต้นในสาระเรขาคณิต โรงเรียนสาธิตมหาวิทยาลัยรามคำแหง และโรงเรียนสาธิตมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒประสานมิตร (ฝ่ายมัธยม) ซึ่งเป็นโรงเรียนที่มีการส่งเสริมห้องเรียนพิเศษวิทยาศาสตร์ ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2560 ได้จากการเลือกแบบเจาะจง จำนวน 6 คน โดยทำการศึกษาสภาพการเรียนการสอนเรขาคณิตของครูใน 2 ด้าน ประกอบด้วย (1) ด้านความเชื่อที่เกี่ยวกับการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ทางเรขาคณิตของครู และ (2) ด้านการจัดการเรียนการสอนที่เกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ทางเรขาคณิตของครู

1.2 การกำหนดกรอบแนวคิดในการศึกษาสภาพการเรียนการสอนเรขาคณิตที่เกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ของครูและนักเรียน

การกำหนดกรอบแนวคิดในการศึกษาสภาพการเรียนการสอนเรขาคณิตที่เกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ของครูและนักเรียนได้ ผู้วิจัยดำเนินการดังนี้ 1.2.1 การวิเคราะห์เชิงเอกสาร และ 1.2.2 การสำรวจและเก็บรวบรวมข้อมูลภาคสนาม

1.2.1 การวิเคราะห์เชิงเอกสาร

วัตถุประสงค์ของการดำเนินการในขั้นตอนนี้ คือ เพื่อวิเคราะห์และสังเคราะห์เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับสภาพการเรียนการสอนเรขาคณิตของครูและนักเรียนที่เกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ เอกสารและงานวิจัยนำมาวิเคราะห์และสังเคราะห์ มีดังนี้

รายงานการประเมินผลระดับชาติและนานาชาติที่เกี่ยวกับการแก้ปัญหาทางเรขาคณิต

ในงานวิจัยนี้ผู้วิจัยวิเคราะห์และสังเคราะห์คะแนนเฉลี่ยที่เกี่ยวข้องกับความรู้ความเข้าใจ เรื่องเรขาคณิตของนักเรียนแต่ละประเทศที่เข้าร่วมโครงการ รวมทั้งประเทศไทย จากรายงานโครงการประเมินผลนักเรียนร่วมกับนานาชาติ (Programme for International Student Assessment หรือ PISA) PISA 2012 และ PISA 2015 เมื่อวิเคราะห์ผลการประเมินด้านการแก้ปัญหาที่เกี่ยวข้องกับเนื้อหาคณิตศาสตร์ PISA 2015 ประกอบด้วย 4 เนื้อหา ได้แก่ การเปลี่ยนแปลงและความสัมพันธ์ ปริภูมิและทรงเรขาคณิต ปริมาณและความไม่แน่นอนและข้อมูล พบว่าเนื้อหาที่นักเรียนทำได้มากที่สุด คือ ปริมาณ (40.1%) รองลงมา คือ ความไม่แน่นอนและข้อมูล (32.8%) ส่วนเนื้อหาที่นักเรียนตอบได้น้อยที่สุด คือ ปริภูมิและทรงเรขาคณิต (25.7%) และเมื่อเปรียบเทียบกับ PISA 2012 พบว่า ในเกือบทุกเนื้อหาคณิตศาสตร์ สัดส่วนนักเรียนที่ตอบถูกใน PISA 2015 มีสัดส่วนที่น้อยลง ยกเว้นเนื้อหาเรื่องการเปลี่ยนแปลงและความสัมพันธ์ ทั้งใน PISA 2012 และ PISA 2015 เนื้อหาเรื่องปริมาณเป็นเนื้อหาที่นักเรียนทำข้อสอบได้มากที่สุด ส่วน PISA 2015 เนื้อหาเรื่องปริภูมิและทรงเรขาคณิต นักเรียนทำข้อสอบได้น้อยที่สุด ต่างจาก PISA 2012 ที่นักเรียนทำข้อสอบเนื้อหาเรื่องการเปลี่ยนแปลงและความสัมพันธ์ได้น้อยที่สุด ดังตาราง 8

ตาราง 8 ร้อยละของนักเรียนที่ทำข้อสอบถูกจำแนกตามเนื้อหาระหว่าง PISA 2012 กับ PISA 2015

เนื้อหา	PISA 2012	PISA 2015
การเปลี่ยนแปลงและความสัมพันธ์	28.2	29.4
ปริภูมิและทรงเรขาคณิต	28.8	25.7
ปริมาณ	43.0	40.1
ความไม่แน่นอนและข้อมูล	41.7	32.8
เฉลี่ยรวม	35.5	32.2

ที่มา: สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2560). สรุปข้อมูลเบื้องต้น PISA 2015: 31.

รายงานผลการประเมินโครงการศึกษาแนวโน้มการจัดการศึกษาคณิตศาสตร์และวิทยาศาสตร์ (Trends in International Mathematics and Science Study) TIMSS 2011 และ TIMSS 2015 พบว่าคะแนนเฉลี่ยวิชาคณิตศาสตร์โครงการ TIMSS 2011 ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 (427 คะแนน) ต่ำกว่าค่ากลางของการประเมิน (500 คะแนน) และเมื่อพิจารณาคะแนนเฉลี่ยจำแนกตามเนื้อหาวิชา พบว่าคะแนนเฉลี่ยในสาระเรขาคณิต (415 คะแนน) ของนักเรียนไทยอยู่ในระดับต่ำสุดเมื่อเทียบกับสาระจำนวน (425 คะแนน) พีชคณิต (425 คะแนน) และข้อมูลและโอกาส (431 คะแนน) และเฉลี่ยวิชาคณิตศาสตร์ในโครงการ TIMSS 2015 ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 (431 คะแนน) ต่ำกว่าค่ากลางของการประเมิน (500 คะแนน) เช่นกัน ผลคะแนนจัดอยู่ในอันดับที่ 26 ของประเทศที่เข้าร่วมการประเมินจากทั้งหมด 39 ประเทศ จำนวนนักเรียนแสดงเป็นร้อยละจำแนกตามระดับความสามารถทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ของประเทศที่มีคะแนนสูงสุด 10 อันดับแรก โดยประเทศที่มีคะแนนเฉลี่ยสูงเป็นอันดับต้น ๆ นักเรียนส่วนใหญ่มีความสามารถทางการเรียนคณิตศาสตร์อยู่ในระดับก้าวหน้า และมีนักเรียนที่มีความสามารถทางการเรียนคณิตศาสตร์ในระดับต่ำเล็กน้อย ในทางกลับกันประเทศไทยนักเรียนส่วนใหญ่มีความสามารถทางการเรียนคณิตศาสตร์อยู่ในระดับต่ำ และมีนักเรียนที่มีความสามารถทางการเรียนคณิตศาสตร์ในระดับก้าวหน้าอยู่เพียงเล็กน้อย (โครงการ TIMSS 2015 THAILAND สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2558, น. 4)

จากผลการประเมินระดับนานาชาติ PISA 2012, PISA 2015, TIMSS 2011 และ TIMSS 2015 ที่ผ่านมานักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้นของประเทศไทยมีค่าเฉลี่ยผลการประเมินด้านการแก้ปัญหา PISA 2012 และ PISA 2015 ที่ลดลง และผลการประเมิน TIMSS 2011 และTIMSS 2015 ลดลงเช่นกัน ซึ่งเมื่อพิจารณาถึงสาระการเรียนรู้ที่มีคะแนนเฉลี่ยน้อยที่สุดก็คือ สาระเรขาคณิตนั่นเอง

รายงานการประเมินผลระดับชาติและนานาชาติเกี่ยวกับการคิดสร้างสรรค์

ในงานวิจัยนี้ผู้วิจัยวิเคราะห์และสังเคราะห์คะแนนเฉลี่ยที่เกี่ยวข้องกับกระบวนการคิดสร้างสรรค์ โดยผลการศึกษาเกี่ยวกับพัฒนาการด้านความคิดเริ่มสร้างสรรค์ของนักเรียนระดับมัธยมศึกษาในต่างประเทศ ทอแรนซ์และยามาโมโต (Torrance and Yamamoto) พบว่า ความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ของนักเรียนจะลดลงอย่างต่อเนื่องในช่วงระหว่างชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 จนถึงชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 และจะมีพัฒนาการคงที่จนจบชั้นมัธยมศึกษา (Torrance, 1962, pp. 97-98) ซึ่งสอดคล้องกับผลการศึกษาของ โรบินสัน ที่พบว่าเด็กนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้น

(อายุ 13-15 ปี) มีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์เพียงร้อยละ 10 ซึ่งต่ำกว่านักเรียนชั้นประถมศึกษา (อายุ 8-10 ปี) และเด็ก (อายุ 3-5 ปี) ที่มีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ร้อยละ 32 และร้อยละ 98 ตามลำดับ (ไพฑูรย์ สินลารัตน์ และคนอื่น ๆ, 2558, น. 95) นอกจากนี้ผลการประเมินมาตรฐานการศึกษาของสำนักงานรับรองมาตรฐานและประเมินคุณภาพการศึกษาของประเทศไทยยังสะท้อนให้เห็นว่าพัฒนาการด้านความคิดของเด็กไทยโดยเฉพาะความคิดสร้างสรรค์ยังอยู่ในระดับต่ำ เนื่องจากมาตรฐานที่ 4 นักเรียนมีความสามารถในการคิดวิเคราะห์ คิดสังเคราะห์ มีวิจารณญาณ มีความคิดสร้างสรรค์ คิดไตร่ตรองและมีวิสัยทัศน์ เป็นมาตรฐานการประเมินที่มีค่าเฉลี่ยน้อยที่สุด (สำนักงานรับรองมาตรฐานและประเมินคุณภาพการศึกษา, 2557)

จากผลการประเมินระดับชาติและนานาชาติเกี่ยวกับความคิดสร้างสรรค์ที่ผ่านมาพบว่าพัฒนาการของความคิดสร้างสรรค์จะค่อย ๆ ลดลงหรือพัฒนาได้ช้าเมื่ออายุเพิ่มขึ้น นั่นคือความคิดสร้างสรรค์จะแปรผกผันกับอายุ โดยมีนักจิตวิทยา ริบอท (Torrance, 1962, pp. 95-96 อ้างอิงจาก Ribot, 1906) ให้เหตุผลและอธิบายประกอบว่า พัฒนาการและความแตกต่างระหว่างจินตนาการและเหตุผลเป็นองค์ประกอบสำคัญ เนื่องจากในวัยเด็กเราจะมีจินตนาการสูงแต่การใช้เหตุผลจะอยู่ในระดับต่ำ และเมื่ออายุถึงจุด ๆ หนึ่งจินตนาการและการใช้เหตุผลจะอยู่ในระดับเดียวกัน หลังจากนั้นการใช้เหตุผลจะสูงขึ้นแต่จินตนาการก็จะเริ่มลดลง นั่นคือเราจะไม่สามารถคิดอะไรที่แปลกใหม่หรือใช้จินตนาการได้หลากหลายหลังจากที่ผ่านพ้นช่วงวัยรุ่นไปแล้วนั่นเอง

มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนของครูและนักเรียนเกี่ยวกับการจัดการเรียนการสอนในสาระเรขาคณิต

ในงานวิจัยนี้ผู้วิจัยวิเคราะห์และสังเคราะห์มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนของครูและนักเรียนในการเรียนการสอนเรขาคณิต จากเอกสารของสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2555b, น. 61-80) นวลศรี ชำนาญกิจ (2544, น. 359-360) และอัมพร ม้าคนอง (2557, น. 117-118) พบว่าลักษณะความคลาดเคลื่อนของครูและนักเรียนในประเด็นต่าง ๆ ดังนี้

ประเด็นที่ 1 มโนทัศน์ที่ครูและนักเรียนมักเข้าใจคลาดเคลื่อน ประเด็นนี้ครอบคลุมเนื้อหาคณิตศาสตร์ บทนิยาม ทฤษฎี กฎ สูตร ข้อเท็จจริง และการดำเนินการทางคณิตศาสตร์

ประเด็นที่ 2 การสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอที่อาจทำให้เกิดความคลาดเคลื่อน ทั้งที่ครูอาจมีมโนทัศน์ที่ถูกต้อง แต่การสื่อสารกับนักเรียนอาจไม่ชัดเจนพอทำให้เข้าใจผิด หรือไม่มีการสื่อความหมายที่ลึกซึ้งในทางคณิตศาสตร์ที่มากพอ ทำให้นักเรียนเข้าใจไม่ชัดเจน จนอาจเป็นความเข้าใจที่คลาดเคลื่อนในบางครั้ง

ประเด็นที่ 3 มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับความหมายของคำที่ใช้ในคณิตศาสตร์ ในหนังสือเรียนคณิตศาสตร์ช่วงชั้นที่ 3 บางเนื้อหามีความจำเป็นที่จะต้องให้นักเรียนยอมรับข้อตกลงหรือความหมายของคำบางคำและนำไปใช้ก่อน โดยยังไม่ได้ให้ความรู้ความเข้าใจที่ชัดเจน เนื่องจากมีข้อจำกัดทางความรู้พื้นฐานของนักเรียน และลำดับขั้นตอนเนื้อหาที่ต้องจัดให้เหมาะสมกับนักเรียน

ประเด็นที่ 4 ความคลาดเคลื่อนในลักษณะอื่น ๆ ความคลาดเคลื่อนในประเด็นนี้ไม่อยู่ใน 3 ประเด็นที่กล่าวไว้ข้างต้น แต่เป็นความคลาดเคลื่อนที่อาจเป็นอุปสรรคต่อการเรียนรู้หรือแก้ปัญหาคณิตศาสตร์

ในส่วนของเนื้อหาสาระเรขาคณิต พบว่า ครูและนักเรียนยังมีความเข้าใจคลาดเคลื่อนเกี่ยวกับการใช้สัญลักษณ์ของส่วนของเส้นตรงและมุม เมื่อใช้สื่อความหมายในแง่ของการเรียกชื่อ และในแง่ของขนาด นอกจากนั้นครูยังขาดความเข้าใจเกี่ยวกับการเรียงลำดับของเนื้อหาที่ต้องมีความต่อเนื่องและการให้เหตุผล เช่น มักมีคำถามว่าทำไมไม่สอนสมบัติที่นำไปสู่ความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยมให้ครบทุกความสัมพันธ์ในคราวเดียวกันคือ ด.ม.ด., ม.ด.ม., ด.ด.ด., ม.ม.ด., และ ฉ.ด.ด. ในการเรียนการสอน ครูสับสนเกี่ยวกับการใช้สัญลักษณ์ เช่น AB, $\overline{AB}$, $m(\overline{AB})$ และ $\overleftrightarrow{AB}$ ขาดความเข้าใจเกี่ยวกับในข้อตกลงเกี่ยวกับการใช้สัญลักษณ์แทนมุมและขนาดของมุม เช่น $A\hat{B}C$ และ $m(A\hat{B}C)$ และไม่สามารถเชื่อมโยงมโนทัศน์เกี่ยวกับรูปสี่เหลี่ยมที่เป็นรูปสี่เหลี่ยมด้านขนานได้ ซึ่งมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนดังกล่าวยังมีความเชื่อมโยงกับเรื่องการวัด การหาพื้นที่ของรูปเรขาคณิตเนื่องจากนักเรียนมีความสับสนเกี่ยวกับการใช้สัญลักษณ์และการหาส่วนสูงของรูปเรขาคณิต

1.2.2 การสำรวจและเก็บรวบรวมข้อมูลภาคสนาม

วัตถุประสงค์ของการดำเนินการในขั้นตอนนี้ คือ เพื่อสำรวจและเก็บรวบรวมข้อมูลภาคสนามเกี่ยวกับสภาพการเรียนการสอนเรขาคณิตที่เกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ของครูและนักเรียน มีรายละเอียดดังนี้

การสำรวจและเก็บรวบรวมข้อมูลภาคสนามจากครู

ในการสำรวจและเก็บรวบรวมข้อมูลภาคสนามจากครู กลุ่มเป้าหมายเป็นครูคณิตศาสตร์ที่สอนเนื้อหาเรขาคณิตระดับมัธยมศึกษาตอนต้นในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2560 จำนวน 6 คน จากโรงเรียนสาธิตมหาวิทยาลัยรามคำแหง และโรงเรียนสาธิตมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒประสานมิตร (ฝ่ายมัธยม) ซึ่งทั้งสองโรงเรียนเป็นโรงเรียนที่มีการส่งเสริมห้องเรียนพิเศษวิทยาศาสตร์ กลุ่มเป้าหมายทั้ง 6 คน ได้จากการเลือกแบบเจาะจงโรงเรียนละ 3 คน เพื่อสอบถามและสัมภาษณ์สภาพการเรียนการสอนของครูใน 2 ด้าน ได้แก่ (1) ด้านความเชื่อที่เกี่ยวกับการ

แก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ทางเรขาคณิตของครู และ (2) ด้านการจัดการเรียนการสอนที่เกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ทางเรขาคณิตของครู

การสำรวจและเก็บรวบรวมข้อมูลภาคสนามจากนักเรียน

ในการสำรวจและเก็บรวบรวมข้อมูลภาคสนามจากนักเรียน กลุ่มเป้าหมายเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2560 จำนวน 18 คน จากโรงเรียนสาธิตมหาวิทยาลัยและโรงเรียนสาธิตมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒประสานมิตร (ฝ่ายมัธยม) ซึ่งทั้งสองโรงเรียนเป็นโรงเรียนที่มีการส่งเสริมห้องเรียนพิเศษวิทยาศาสตร์ กลุ่มเป้าหมายทั้ง 18 คน ได้จากการเลือกแบบเจาะจงโรงเรียนละ 9 คน เพื่อสอบถามและทดสอบความสามารถของนักเรียน ได้แก่ (1) ด้านความเชื่อที่เกี่ยวกับการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ทางเรขาคณิตของนักเรียน และ (2) ด้านความสามารถในการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ทางเรขาคณิตของนักเรียน

1.3 การสร้างและหาคุณภาพเครื่องมือ

การสร้างและหาคุณภาพของเครื่องมือวิจัยที่ใช้ในการศึกษาสภาพการเรียนการสอนเรขาคณิตที่เกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์แบ่งออกเป็น 1.3.1 การสร้างและหาคุณภาพเครื่องมือที่ใช้ในการสำรวจและเก็บรวบรวมข้อมูลภาคสนามจากครู และ 1.3.2 การสร้างและหาคุณภาพเครื่องมือที่ใช้ในการสำรวจและเก็บรวบรวมข้อมูลภาคสนามจากนักเรียน ดังนี้

1.3.1 การสร้างและหาคุณภาพเครื่องมือที่ใช้ในการสำรวจและเก็บรวบรวมข้อมูลภาคสนามจากครู

เครื่องมือที่ใช้ในการสำรวจและเก็บรวบรวมข้อมูลภาคสนามจากครู ประกอบด้วย

1) แบบสอบถามความเชื่อที่เกี่ยวกับการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ทางเรขาคณิตสำหรับครู เป็นแบบสอบถามที่ดัดแปลงมาจากรุ่งฟ้า จันท์จารุภรณ์ (Rungfa Janjaruporn, 2005, pp. 127-130) เพื่อสำรวจและตรวจสอบความเชื่อที่เกี่ยวกับการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ทางเรขาคณิตของครูที่สอนห้องเรียนพิเศษวิทยาศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตอนต้น โดยแบบสอบถามความเชื่อแบ่งออกเป็น 3 ด้าน ได้แก่ (1) ด้านความเชื่อที่เกี่ยวกับคณิตศาสตร์ (2) ด้านความเชื่อที่เกี่ยวกับการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ทางเรขาคณิต และ (3) ด้านความเชื่อที่เกี่ยวกับการเรียนการสอนการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ทางเรขาคณิต แบบสอบถามฉบับนี้มีจำนวน 30 ข้อ มีลักษณะเป็นมาตราส่วนแบบประมาณค่า (rating scale) 4 ระดับ ซึ่งแต่ละข้อสามารถเลือกแสดงความเชื่อได้ 4 ลักษณะ คือ เห็นด้วยอย่างยิ่ง เห็นด้วย ไม่เห็นด้วย ไม่เห็นด้วยอย่างยิ่ง

โดยกำหนดเกณฑ์การให้คะแนน 4 3 2 และ 1 ตามลำดับถ้าความเชื่อนั้นเป็นความเชื่อทางบวก ในขณะที่กำหนดเกณฑ์การให้คะแนน 1 2 3 และ 4 ถ้าความเชื่อนั้นเป็น

ความเชื่อทางลบ สำหรับเกณฑ์การแปลผลดัดแปลงมาจากสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี โดยกำหนดคะแนนความเชื่อดังนี้

ถ้ามีค่าเฉลี่ยเลขคณิต	3.50 – 4.00	ระดับมากที่สุด
ถ้ามีค่าเฉลี่ยเลขคณิต	2.50 – 3.49	ระดับมาก
ถ้ามีค่าเฉลี่ยเลขคณิต	1.50 – 2.49	ระดับน้อย
ถ้ามีค่าเฉลี่ยเลขคณิต	1.00 – 1.49	ระดับน้อยที่สุด

2) แบบสัมภาษณ์เกี่ยวกับสภาพการเรียนการสอนเรขาคณิตและความรู้เกี่ยวกับศาสตร์การสอนในเนื้อหาสำหรับครู เป็นแบบสัมภาษณ์ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น เพื่อศึกษาเชิงลึกเกี่ยวกับแนวการเรียนการสอนเรขาคณิตและความรู้เกี่ยวกับศาสตร์การสอนในเนื้อหาสำหรับครูที่สอนห้องเรียนพิเศษวิทยาศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตอนต้น โดยแบบสัมภาษณ์แบ่งออกเป็น 2 ด้าน ดังนี้ ด้านสภาพการเรียนการสอนเรขาคณิต และด้านความรู้เกี่ยวกับศาสตร์การสอนในเนื้อหา แบบสัมภาษณ์ฉบับนี้มีจำนวน 15 ข้อ ซึ่งประเด็นการสัมภาษณ์เปิดโอกาสให้ครูผู้สอนแสดงแนวคิดในการตอบคำถามอย่างอิสระ

การสร้างและหาคุณภาพของเครื่องมือที่ใช้ในการสำรวจและเก็บรวบรวมข้อมูลภาคสนามจากครู ผู้วิจัยสร้างแบบสอบถามความเชื่อที่เกี่ยวกับการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ทางเรขาคณิตที่มีข้อคำถามจำนวน 36 ข้อ และแบบสัมภาษณ์เกี่ยวกับสภาพการเรียนการสอนเรขาคณิตและความรู้เกี่ยวกับศาสตร์การสอนในเนื้อหาสำหรับครู มีข้อความจำนวน 20 ข้อ เสนอต่อคณะกรรมการควบคุมปริญญานิพนธ์เพื่อพิจารณาปรับปรุงแก้ไข เมื่อปรับปรุงแก้ไขตามคำแนะนำจนผ่านการพิจารณาแล้ว จึงนำเสนอต่อผู้เชี่ยวชาญ 3 ท่าน เพื่อตรวจสอบความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหา และความเหมาะสมของภาษาที่ใช้ หลังจากนั้นผู้วิจัยคัดเลือกข้อความที่มีค่าดัชนีความสอดคล้อง (Index of Objective Congruence (IOC)) ตั้งแต่ 0.5 ขึ้นไป และนำมาปรับปรุงแก้ไขตามข้อเสนอแนะของผู้เชี่ยวชาญเพื่อให้ได้แบบสอบถามและแบบสัมภาษณ์ตามที่กำหนด

1.3.2 การสร้างและหาคุณภาพเครื่องมือที่ใช้ในการสำรวจและเก็บรวบรวมข้อมูลภาคสนามจากนักเรียน

เครื่องมือที่ใช้ในการสำรวจและเก็บรวบรวมข้อมูลภาคสนามจากนักเรียนประกอบด้วย

1) แบบสอบถามความเชื่อที่เกี่ยวกับการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ทางเรขาคณิตสำหรับนักเรียน เป็นแบบสอบถามที่ดัดแปลงมาจากรุ่งฟ้า จันท์จารุภรณ์ (Rungfa Janjaruporn, 2005, pp. 127-130) เพื่อสำรวจและตรวจสอบความเชื่อที่เกี่ยวกับการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์

ทางเราคณิตของนักเรียน โดยแบบสอบถามความเชื่อแบ่งออกเป็น 3 ด้าน ได้แก่ (1) ด้านความเชื่อที่เกี่ยวกับคณิตศาสตร์ (2) ด้านความเชื่อที่เกี่ยวกับการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ทางเราคณิต และ (3) ด้านความเชื่อที่เกี่ยวกับการเรียนการสอนการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ทางเราคณิต แบบสอบถามฉบับนี้มีจำนวน 30 ข้อ มีลักษณะเป็นมาตราส่วนแบบประมาณค่า (Rating Scale) 4 ระดับ ซึ่งแต่ละข้อสามารถเลือกแสดงความเชื่อได้ 4 ลักษณะ คือ เห็นด้วยอย่างยิ่ง เห็นด้วย ไม่เห็นด้วย ไม่เห็นด้วยอย่างยิ่ง

โดยกำหนดเกณฑ์การให้คะแนน 4 3 2 และ 1 ตามลำดับถ้าความเชื่อนั้นเป็นความเชื่อทางบวก ในขณะที่กำหนดเกณฑ์การให้คะแนน 1 2 3 และ 4 ถ้าความเชื่อนั้นเป็นความเชื่อทางลบ สำหรับเกณฑ์การแปลผลดัดแปลงมาจากสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี โดยกำหนดคะแนนความเชื่อดังนี้

ถ้ามีค่าเฉลี่ยเลขคณิต	3.50 – 4.00	ระดับมากที่สุด
ถ้ามีค่าเฉลี่ยเลขคณิต	2.50 – 3.49	ระดับมาก
ถ้ามีค่าเฉลี่ยเลขคณิต	1.50 – 2.49	ระดับน้อย
ถ้ามีค่าเฉลี่ยเลขคณิต	1.00 – 1.49	ระดับน้อยที่สุด

2) แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ทางเราคณิต เป็นแบบทดสอบที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น เพื่อสำรวจและตรวจสอบความสามารถในการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ทางเราคณิตพื้นฐานผ่านการแก้ปัญหาและการตั้งปัญหา ซึ่งเป็นแบบทดสอบอัตนัย จำนวน 2 ข้อ โดยแต่ละข้อแบ่งออกเป็น 2 ตอนดังนี้ ตอนที่ 1 การแก้ปัญหาทางเราคณิต สำหรับวัดความสามารถในการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ ด้านความคิดคล่อง และความคิดยืดหยุ่น และตอนที่ 2 การตั้งปัญหาทางเราคณิต สำหรับวัดความสามารถในการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ด้านความคิดริเริ่ม และความคิดละเอียดลออ

การสร้างและหาคุณภาพเครื่องมือที่ใช้ในการสำรวจและเก็บรวบรวมข้อมูลภาคสนามจากนักเรียน ผู้วิจัยสร้างแบบสอบถามความเชื่อที่เกี่ยวกับการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ทางเราคณิตทีมีข้อคำถามจำนวน 36 ข้อ และแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ทางเราคณิต มีข้อคำถามจำนวน 4 ข้อ เสนอต่อคณะกรรมการควบคุมปริญญานิพนธ์เพื่อพิจารณาปรับปรุงแก้ไข เมื่อปรับปรุงแก้ไขตามคำแนะนำจนผ่านการพิจารณาแล้ว จึงนำเสนอต่อผู้เชี่ยวชาญ 3 ท่าน เพื่อตรวจสอบความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหา และความเหมาะสมของภาษาที่ใช้ หลังจากนั้นผู้วิจัยคัดเลือกข้อความที่มีค่าดัชนีความสอดคล้อง IOC ตั้งแต่ 0.5 ขึ้นไป

และนำมาปรับปรุงแก้ไขตามข้อเสนอแนะของผู้เชี่ยวชาญเพื่อให้ได้แบบสอบถามและแบบทดสอบตามที่กำหนด

1.4 การเก็บรวบรวมข้อมูล

การเก็บรวบรวมข้อมูลที่ใช้ในการศึกษาสภาพการเรียนการสอนเราขาคณิตที่เกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์แบ่งออกเป็น 1.4.1 การเก็บรวบรวมข้อมูลภาคสนามจากครู และ 1.4.2 การเก็บรวบรวมข้อมูลภาคสนามจากนักเรียน ดังนี้

1.4.1 การเก็บรวบรวมข้อมูลภาคสนามจากครู

1) ผู้วิจัยนำแบบสอบถามความเชื่อที่เกี่ยวกับการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ทางเรขาคณิตไปเก็บรวบรวมข้อมูลกับครูที่เป็นกลุ่มเป้าหมาย

2) สัมภาษณ์ครูที่เป็นกลุ่มเป้าหมายโดยใช้แบบสัมภาษณ์เกี่ยวกับสภาพการเรียนการสอนเรขาคณิตและความรู้เกี่ยวกับศาสตร์การสอนในเนื้อหา

1.4.2 การเก็บรวบรวมข้อมูลภาคสนามจากนักเรียน

ผู้วิจัยนำแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ทางเรขาคณิต และแบบสอบถามความเชื่อที่เกี่ยวกับการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ทางเรขาคณิตไปเก็บรวบรวมข้อมูลกับนักเรียนที่เป็นกลุ่มเป้าหมาย

1.5 การวิเคราะห์ข้อมูล

การวิเคราะห์ข้อมูลที่ใช้ในการศึกษาสภาพการเรียนการสอนเรขาคณิตที่เกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์แบ่งออกเป็น 1.5.1 การวิเคราะห์ข้อมูลภาคสนามจากครู และ 1.5.2 การวิเคราะห์ข้อมูลภาคสนามจากนักเรียน ดังนี้

1.5.1 การวิเคราะห์ข้อมูลภาคสนามจากครู

1) นำแบบสอบถามความเชื่อที่เกี่ยวกับการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ทางเรขาคณิตของครูมาวิเคราะห์ข้อมูลเชิงปริมาณ โดยใช้ค่าสถิติพื้นฐาน ได้แก่ ค่าเฉลี่ยเลขคณิต ($\bar{x}$) และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (S.D.)

2) นำผลการสัมภาษณ์เกี่ยวกับสภาพการเรียนการสอนเรขาคณิตและความรู้เกี่ยวกับศาสตร์การสอนในเนื้อหาของครูมาวิเคราะห์ข้อมูลเชิงคุณภาพ

1.5.2 การวิเคราะห์ข้อมูลภาคสนามจากนักเรียน

นำแบบสอบถามความเชื่อที่เกี่ยวกับการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ทางเรขาคณิตและแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ทางเรขาคณิตของนักเรียนมาวิเคราะห์ข้อมูลเชิงปริมาณ โดยใช้ค่าสถิติพื้นฐาน ได้แก่ ค่าเฉลี่ยเลขคณิต ($\bar{x}$) และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (S.D.)

ระยะที่ 2 การพัฒนากิจกรรมการเรียนการสอนที่เสริมสร้างความสามารถในการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์สำหรับนักเรียน และหาคุณภาพของเครื่องมือ

ในระยะที่ 2 การพัฒนากิจกรรมการเรียนการสอนที่เสริมสร้างความสามารถในการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ของนักเรียน และหาคุณภาพของเครื่องมือ มีขั้นตอนการดำเนินการดังนี้

2.1 การกำหนดกลุ่มนำร่อง

กลุ่มนำร่อง คือ นักเรียนห้องเรียนพิเศษวิทยาศาสตร์ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนสาธิตมหาวิทยาลัยรามคำแหง จำนวน 21 คน โดยเป็นเวลานอกเหนือจากเวลาเรียนปกติ ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2561 โดยพิจารณาจากคะแนนดิบของนักเรียนในรายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน แล้วแบ่งออกเป็น 3 กลุ่ม คือ กลุ่มที่มีระดับคะแนนสูง ปานกลาง และต่ำ โดยแบ่งนักเรียนในการพัฒนากิจกรรมการเรียนการสอนที่เสริมสร้างความสามารถในการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ และหาคุณภาพของเครื่องมือ 3 ครั้งดังนี้

2.1.1 **การหาประสิทธิภาพรายบุคคล** เพื่อตรวจสอบความเป็นปรนัยและหาประสิทธิภาพของกิจกรรมการเรียนการสอนที่เสริมสร้างความสามารถในการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ ใช้นักเรียนจำนวน 3 คน ที่ได้จากการเลือกแบบเจาะจงจากนักเรียนทั้ง 3 กลุ่ม กลุ่มละ 1 คน

2.1.2 **การหาประสิทธิภาพกลุ่มย่อย** เพื่อตรวจสอบความเป็นปรนัยและหาประสิทธิภาพของกิจกรรมการเรียนการสอนที่เสริมสร้างความสามารถในการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ ใช้นักเรียน จำนวน 6 คน ที่ได้จากการเลือกแบบเจาะจงจากนักเรียนทั้ง 3 กลุ่ม กลุ่มละ 2 คน

2.1.3 **การหาประสิทธิภาพภาคสนาม** เพื่อตรวจสอบความเป็นปรนัยและหาประสิทธิภาพของกิจกรรมการเรียนการสอนที่เสริมสร้างความสามารถในการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ ใช้นักเรียน จำนวน 12 คน ที่ไม่ใช่กลุ่มหาประสิทธิภาพรายบุคคลและกลุ่มย่อย

2.2 การกำหนดกรอบแนวคิดในการพัฒนากิจกรรมการเรียนการสอนที่เสริมสร้างความสามารถในการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์สำหรับนักเรียนและหาคุณภาพของเครื่องมือ

ในการวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยได้นำผลที่ได้จากการศึกษาสภาพการเรียนการสอนเรขาคณิตที่เกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ของครูและนักเรียน ทฤษฎีโครงสร้างทางสติปัญญาของกิลฟอร์ด ด้านความคิดคล่อง ความคิดยืดหยุ่น ความคิดริเริ่ม และความคิดละเอียดลออ กระบวนการแก้ปัญหาของโพลยา/วิลสันและคณะ กระบวนการตั้งปัญหาของบราวน์และวอลเทอร์ และแนวทางการวัดผลประเมินผลมากำหนดกรอบแนวคิดของกิจกรรมการเรียนการสอนดังนี้

2.2.1 จุดมุ่งหมายของกิจกรรมการเรียนการสอนที่เสริมสร้างความสามารถในการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ผ่านการแก้ปัญหาและการตั้งปัญหาทางเรขาคณิต

กิจกรรมการเรียนการสอนผ่านการแก้ปัญหาและการตั้งปัญหาทางเรขาคณิตสำหรับนักเรียนห้องเรียนพิเศษวิทยาศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตอนต้นมีจุดมุ่งหมายหลัก คือ เพื่อเสริมสร้างความสามารถในการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ในด้านต่าง ๆ ดังนี้ (1) ด้านความคิดคล่อง (2) ด้านความคิดยืดหยุ่น (3) ด้านความคิดริเริ่ม และ (4) ด้านความคิดละเอียดลออ

2.2.2 ขอบเขตของกิจกรรมการเรียนการสอนที่เสริมสร้างความสามารถในการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ผ่านการแก้ปัญหาและการตั้งปัญหาทางเรขาคณิต

กิจกรรมการเรียนการสอนที่เสริมสร้างความสามารถในการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ผ่านการแก้ปัญหาและการตั้งปัญหาทางเรขาคณิต สำหรับนักเรียนห้องเรียนพิเศษวิทยาศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตอนต้น ประกอบด้วย แผนการจัดการเรียนรู้จำนวน 18 แผน แบ่งเป็นระยะเวลาที่ใช้ในการดำเนินการทดลองการแก้ปัญหา 9 แผน สลับกับการตั้งปัญหา 9 แผน และระยะเวลาในการทดสอบหลังเรียน 4 คาบเรียน คาบเรียนละ 90 นาที โดยเป็นเวลานอกเหนือจากเวลาเรียนปกติ ซึ่งแต่ละแผนการจัดการเรียนรู้ประกอบด้วย จุดประสงค์การเรียนรู้ สาระการเรียนรู้ สื่อการเรียนรู้ กิจกรรมการเรียนรู้ การวัดและประเมินผลการเรียนรู้ ในกิจกรรมการเรียนการสอน นักเรียนจะได้เรียนรู้กระบวนการแก้ปัญหาตามแนวคิดของโพลยา กระบวนการแก้ปัญหาที่เป็นพลวัตตามแนวคิดของวิลสันและคณะ และการตั้งปัญหาซึ่งในระหว่างลงมือปฏิบัติกิจกรรม นักเรียนจะได้มีการแลกเปลี่ยนแนวคิดในการแก้ปัญหาโดยได้เรียนรู้กระบวนการแก้ปัญหาตามแนวคิดของโพลยา กระบวนการแก้ปัญหาที่เป็นพลวัตตามแนวคิดของวิลสันและคณะ ซึ่งกระบวนการแก้ปัญหาตามแนวคิดของโพลยาเป็นกระบวนการแก้ปัญหาที่ได้รับการยอมรับและแพร่หลายทั่วโลก ประกอบด้วย 4 ขั้นตอน ได้แก่

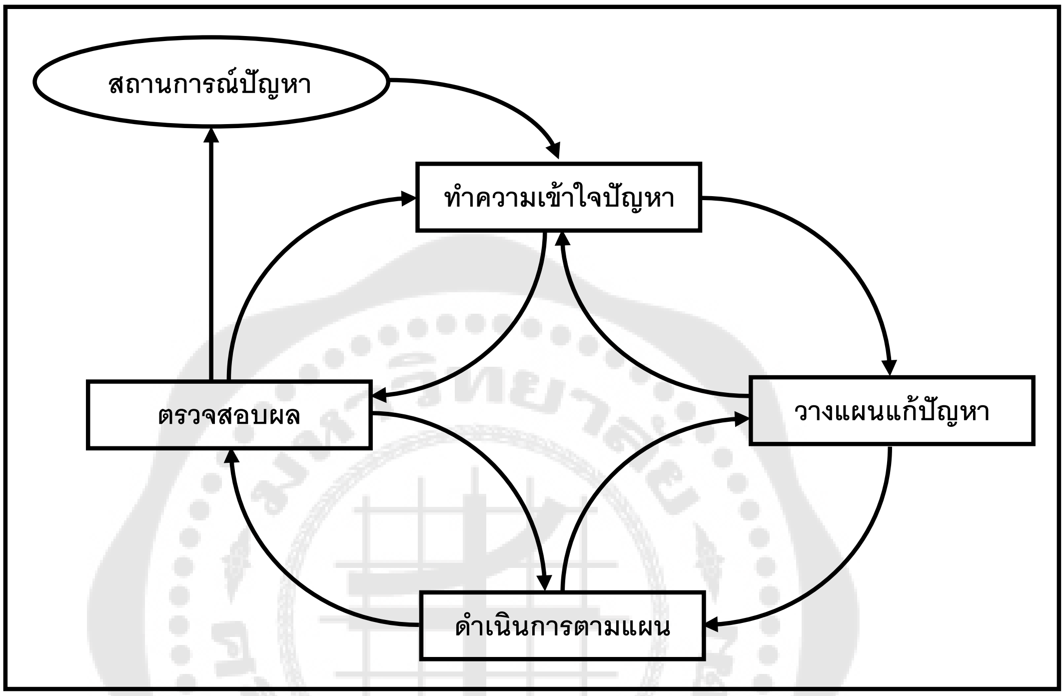
ขั้นที่ 1 ทำความเข้าใจปัญหา (Understanding the Problem)

ขั้นที่ 2 วางแผนแก้ปัญหา (Devising a Plan)

ขั้นที่ 3 ดำเนินการตามแผน (Carry Out a Plan)

ขั้นที่ 4 ตรวจสอบผล (Looking Back)

สำหรับกระบวนการแก้ปัญหาที่เป็นพลวัตตามแนวคิดของวิลสันและคณะเป็นกระบวนการแก้ปัญหาที่สนับสนุนกระบวนการแก้ปัญหาตามแนวคิดของโพลยาในรูปแบบที่แสดงความเป็นพลวัต มีลำดับไม่ตายตัว สามารถวนไปเวียนมาได้ ดังภาพประกอบ



ภาพประกอบ 6 กระบวนการแก้ปัญหาที่เป็นพลวัต ตามแนวคิดของวิลสันและคณะ

ที่มา: Wilson and et al. (1993). Mathematical Problem Solving. P. 60.

ตลอดจนได้ฝึกฝนประสบการณ์ในการแก้ปัญหาที่ไม่คุ้นเคย (non-routine problem) ซึ่งแต่ละปัญหามียุทธวิธี/ผลเฉลยมากกว่าหนึ่งผลเฉลย โดยใช้เนื้อหาคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหา เรื่อง เรขาคณิต ที่ไม่เกินชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 นักเรียนได้ฝึกฝนและมีประสบการณ์ในการค้นหายุทธวิธี/ผลเฉลยของปัญหาทางคณิตศาสตร์มากกว่าหนึ่งยุทธวิธี/ผลเฉลยในเวลาที่กำหนด หายุทธวิธี/ผลเฉลยหรือกลุ่มของยุทธวิธี/ผลเฉลยของปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่สอดคล้องกับสถานการณ์หรือเงื่อนไขที่กำหนด

นอกจากนั้นนักเรียนยังได้มีโอกาสฝึกการตั้งปัญหาเพื่อขยายความคิดในการแก้ปัญหาตามแนวคิดของบราวน์และวอลเทอร์ (Brown & Walter, 2005, pp. 64-65) ซึ่งมีจุดเน้นสำคัญอยู่ที่กระบวนการสร้างสถานการณ์ใหม่ที่เป็นลำดับขั้นสามารถนำไปใช้ตั้งปัญหาได้ทั้ง

ปัญหาที่เกิดจากการขยายปัญหาเดิมที่เคยแก้มาแล้วและปัญหาที่สร้างสรรค์ขึ้นมาใหม่ มีขั้นตอนในการจัดกิจกรรมดังนี้

ขั้นที่ 1 การคัดเลือกประเด็นสถานการณ์เริ่มต้น (Choosing a Starting Point)

ขั้นที่ 2 การหาลักษณะ/เงื่อนไขของประเด็นสถานการณ์เริ่มต้น (Listing Attributes)

ขั้นที่ 3 การเปลี่ยนเงื่อนไขของประเด็นสถานการณ์ (What-If-Not-Ing)

ขั้นที่ 4 การสร้างสถานการณ์ปัญหา (Question Asking or Problem Posing)

ขั้นที่ 5 การวิเคราะห์ปัญหา (Analyzing the Problem)

ในระหว่างการปฏิบัติกิจกรรมแก้ปัญหาและตั้งปัญหานักเรียนได้มีส่วนร่วมในการเรียนรู้แบบร่วมมือ (Cooperative learning) โดยนักเรียนต้องแก้ปัญหาและตั้งปัญหาเป็นกลุ่ม ซึ่งในแต่ละกลุ่มประกอบด้วยนักเรียน 4 คน แบบคละความสามารถ กล่าวคือ นักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์สูง 1 คน นักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ปานกลาง 2 คน และที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ต่ำ 1 คน โดยนักเรียนแต่ละคนต้องมีส่วนร่วมในการแก้ปัญหาและตั้งปัญหาของกลุ่ม

ภายหลังการแก้ปัญหาและตั้งปัญหานักเรียนได้มีส่วนร่วมในการนำเสนอผลการแก้ปัญหาและตั้งปัญหา ซึ่งการอภิปรายผลหน้าชั้นเรียน ได้แก่ กระบวนการแก้ปัญหา ยุทธวิธีในการแก้ปัญหา ลักษณะยุทธวิธี/ผลเฉลยและเกณฑ์ในการจัดกลุ่มยุทธวิธี/ผลเฉลย โครงสร้างของปัญหาที่แปลกใหม่ วิธีการที่แปลกใหม่ และความซับซ้อนของปัญหา จากนั้นให้นักเรียนมีส่วนร่วมในการอภิปรายผลการแก้ปัญหาและตั้งปัญหาเหล่านั้น และเพื่อให้มีความเข้าใจตรงกันครูและนักเรียนจะร่วมกันสรุปผลการแก้ปัญหาที่ถูกต้องอีกครั้ง

2.2.3 แนวการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่เสริมสร้างความสามารถในการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ผ่านการแก้ปัญหาและการตั้งปัญหาทางเรขาคณิต

กิจกรรมการเรียนการสอนที่เสริมสร้างความสามารถในการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ผ่านการแก้ปัญหาและการตั้งปัญหาทางเรขาคณิต สำหรับนักเรียนห้องเรียนพิเศษวิทยาศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตอนต้น ประกอบด้วย แผนการจัดการเรียนรู้จำนวน 18 แผน แบ่งเป็นระยะเวลาที่ใช้ในการดำเนินการทดลองการแก้ปัญหา 9 แผน สลับกับการตั้งปัญหา 9 แผน และระยะเวลาในการทดสอบหลังเรียน 2 คาบเรียน คาบเรียนละ 90 นาที ซึ่งผู้วิจัยทำหน้าที่เป็นครูผู้สอน โดยใช้การจัดกิจกรรมการเรียนการสอนผ่านการแก้ปัญหา (Problem Solving Approach) และการขยายแนวคิดการแก้ปัญหาผ่านการตั้งปัญหา

เพื่อศึกษาความสามารถและการศึกษาเชิงลึกเกี่ยวกับพฤติกรรมในการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ ผู้วิจัยได้แบ่งกิจกรรมการเรียนการสอนออกเป็น 3 ช่วง ดังนี้

ตาราง 9 กิจกรรมการเรียนการสอนที่เสริมสร้างความสามารถในการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ผ่านการแก้ปัญหาและการตั้งปัญหาทางเรขาคณิต สำหรับนักเรียนห้องเรียนพิเศษวิทยาศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตอนต้น

ช่วงที่	คาบเรียน	กิจกรรมการเรียนการสอน
ช่วงที่ 1	1	- การแนะนำกระบวนการแก้ปัญหา - นักเรียนลงมือแก้ปัญหาเป็นกลุ่มผ่านการแก้ปัญหาอย่าง่าย
	2	- การแนะนำกระบวนการตั้งปัญหา - นักเรียนลงมือตั้งปัญหาและแก้ปัญหาเป็นกลุ่มผ่านสถานการณ์ที่มีเงื่อนไขไม่ซับซ้อน
	3 - 4	- การฝึกฝนกระบวนการแก้ปัญหาและตั้งปัญหา - นักเรียนลงมือแก้ปัญหาสลับการตั้งปัญหาเป็นกลุ่ม
	5	- นักเรียนลงมือแก้ปัญหาเป็นรายบุคคล - เพื่อตรวจสอบและสะท้อนความคิดเห็นต่อการแก้ปัญหา
	6	- นักเรียนลงมือตั้งปัญหาเป็นรายบุคคล - เพื่อตรวจสอบและสะท้อนความคิดเห็นต่อการตั้งปัญหา
ช่วงที่ 2	7 - 10	- การฝึกฝนกระบวนการแก้ปัญหาและตั้งปัญหา - นักเรียนลงมือแก้ปัญหาสลับการตั้งปัญหาเป็นกลุ่มผ่านสถานการณ์ที่มีเงื่อนไข ซับซ้อน
	11	- นักเรียนลงมือแก้ปัญหาเป็นรายบุคคล - เพื่อตรวจสอบและสะท้อนความคิดเห็นต่อการแก้ปัญหา
	12	- นักเรียนลงมือตั้งปัญหาเป็นรายบุคคล - เพื่อตรวจสอบและสะท้อนความคิดเห็นต่อการตั้งปัญหา

ตาราง 9 (ต่อ)

ช่วงที่	คาบเรียน	กิจกรรมการเรียนการสอน
ช่วงที่ 3	13 - 16	- การฝึกฝนกระบวนการแก้ปัญหาและตั้งปัญหา - นักเรียนลงมือแก้ปัญหาสลับการตั้งปัญหาเป็นกลุ่มผ่านสถานการณ์ที่มีเงื่อนไขซับซ้อน
	17	- นักเรียนลงมือแก้ปัญหาเป็นรายบุคคล - เพื่อตรวจสอบและสะท้อนความคิดเห็นต่อการแก้ปัญหา
	18	- นักเรียนลงมือตั้งปัญหาเป็นรายบุคคล - เพื่อตรวจสอบและสะท้อนความคิดเห็นต่อการตั้งปัญหา

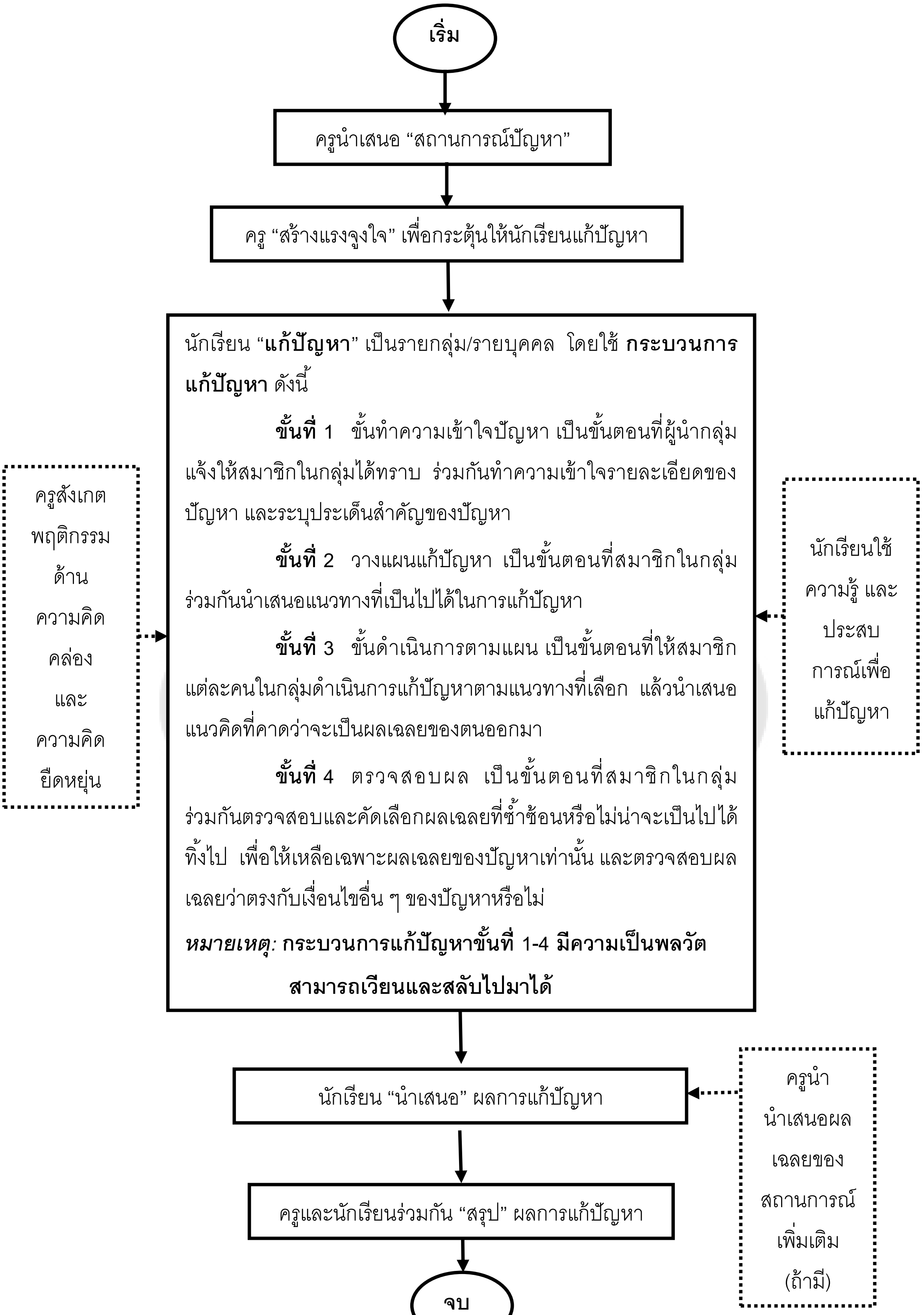
ช่วงที่ 1 (คาบเรียน 1 - 6) กิจกรรมการเรียนรู้ในคาบเรียนที่ 1 - 2 เป็นการแนะนำแนวคิดเกี่ยวกับกระบวนการแก้ปัญหาและการตั้งปัญหาเพื่อสำรวจความคิดคล่อง ความคิดยืดหยุ่น ความคิดริเริ่ม และความคิดละเอียดลออของนักเรียนที่มีอยู่เดิม โดยนักเรียนลงมือแก้ปัญหาที่ไม่คุ้นเคยอย่างง่าย ไม่ซับซ้อนและตั้งปัญหาร่วมกันเป็นกลุ่ม ในคาบเรียนที่ 3 - 4 เป็นการฝึกฝนกระบวนการแก้ปัญหาและตั้งปัญหา โดยให้นักเรียนลงมือแก้ปัญหาและตั้งปัญหาเป็นกลุ่ม สำหรับคาบเรียนที่ 5 – 6 เป็นการตรวจสอบความสามารถในการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ผ่านการแก้ปัญหาและการตั้งปัญหาเป็นรายบุคคล

ช่วงที่ 2 (คาบเรียน 7 – 12) กิจกรรมการเรียนรู้ในคาบเรียน 7 – 9 เป็นการเปิดโอกาสให้นักเรียนได้เรียนรู้และมีประสบการณ์มากขึ้นในการแก้ปัญหาและตั้งปัญหา โดยให้นักเรียนลงมือแก้ปัญหาที่ไม่คุ้นเคย มีความซับซ้อนมากยิ่งขึ้นและตั้งปัญหาร่วมกันเป็นกลุ่ม เพื่อเสริมสร้างความคิดคล่อง ความคิดยืดหยุ่น ความคิดริเริ่ม และความคิดละเอียดลออของนักเรียน สำหรับคาบเรียนที่ 11 – 12 เป็นการตรวจสอบความสามารถในการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ผ่านการแก้ปัญหาและการตั้งปัญหาเป็นรายบุคคล

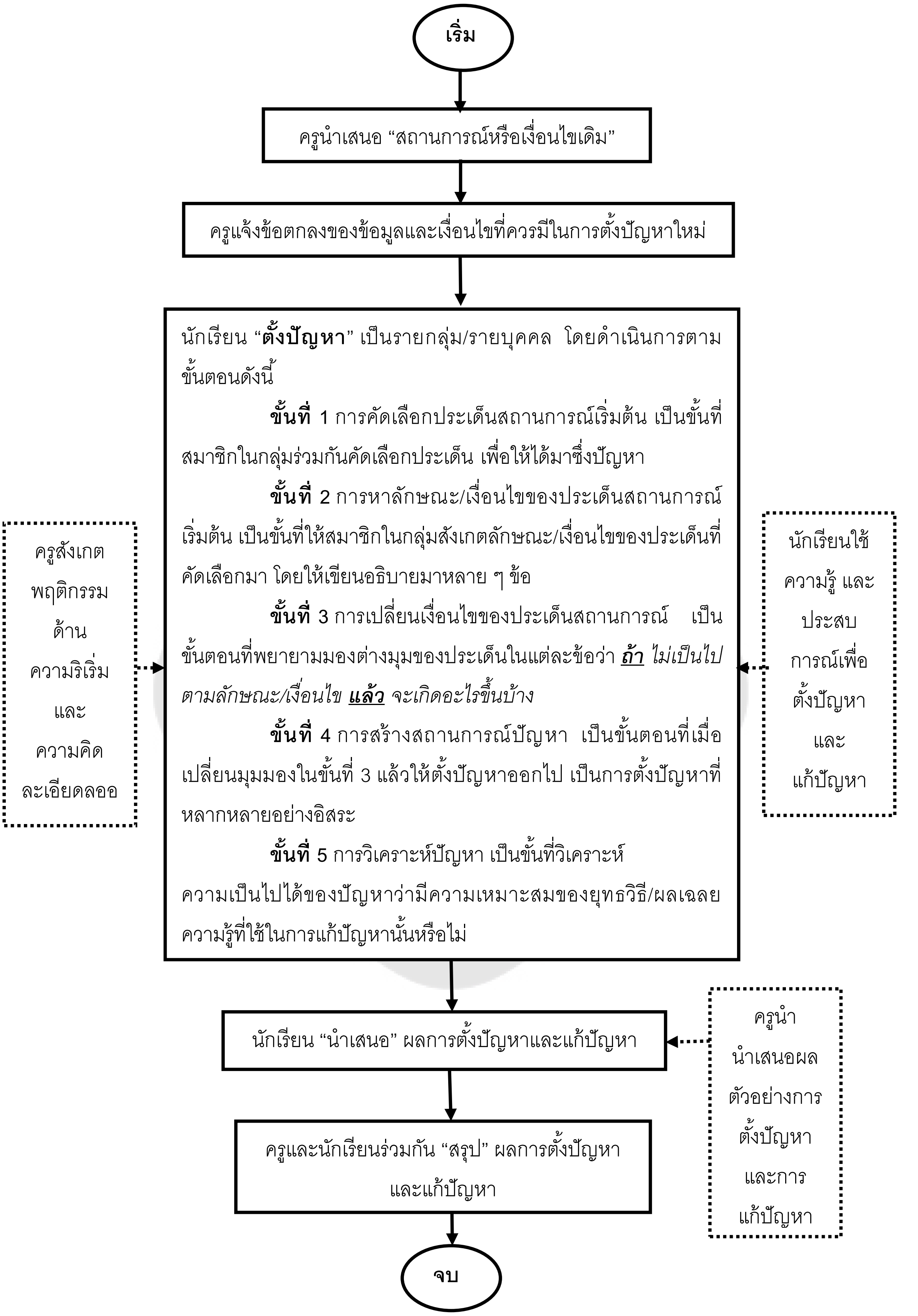
ช่วงที่ 3 (คาบเรียน 13 – 18) ซึ่งเป็นช่วงสุดท้ายของกิจกรรมการเรียนการสอน ในคาบเรียนที่ 13 – 16 ยังคงเป็นการเปิดโอกาสให้นักเรียนได้เรียนรู้และมีประสบการณ์มากขึ้นในการแก้ปัญหาและตั้งปัญหา โดยให้นักเรียนลงมือแก้ปัญหาที่ไม่คุ้นเคย มีความซับซ้อนมากยิ่งขึ้นและตั้งปัญหาร่วมกันเป็นกลุ่ม เพื่อเสริมสร้างความคิดคล่อง ความคิดยืดหยุ่น ความคิดริเริ่ม และ

ความคิดละเอียดลออของนักเรียน สำหรับคาบเรียนที่ 17 – 18 เป็นการตรวจสอบความสามารถในการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ผ่านการแก้ปัญหาและการตั้งปัญหาเป็นรายบุคคล

สำหรับขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนในแต่ละคาบเรียนได้ดัดแปลงมาจากแนวคิดของรุ่งฟ้า จันท์จารุภรณ์ (Rungfa Janjaruporn, 2005, p. 53) โดยการจัดกิจกรรมแต่ละคาบเรียนผู้วิจัยแบ่งเป็น 2 ขั้นตอน ประกอบด้วย การจัดกิจกรรมการเรียนการสอนผ่านการแก้ปัญหา และการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนผ่านการตั้งปัญหา ดังภาพประกอบ 7-8

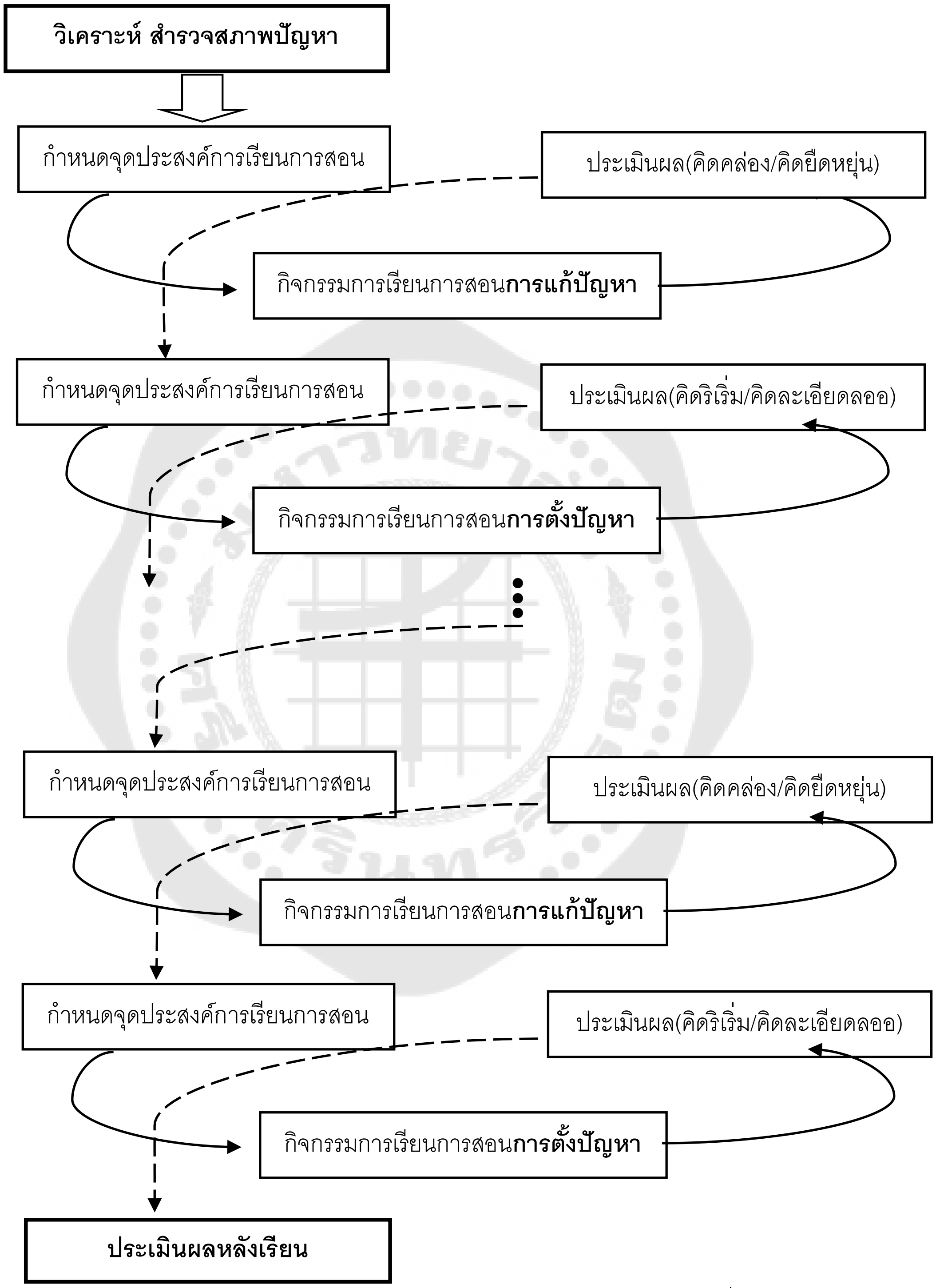


ภาพประกอบ 7 ขั้นตอนที่ 1 การจัดกิจกรรมการแก้ปัญหาในแต่ละคาบเรียน



ภาพประกอบ 8 ขั้นตอนที่ 2 การจัดกิจกรรมการตั้งปัญหาในแต่ละคาบเรียน

2.2.4 การกำหนดแนวทางในการพัฒนากิจกรรมการเรียนการสอนผ่านการแก้ปัญหาและการตั้งปัญหาทางเรขาคณิต



หมายเหตุ : การจัดลำดับของกิจกรรมในแต่ละคาบเรียนสามารถปรับเปลี่ยนได้
ตามความเหมาะสมและศักยภาพของผู้เรียน

ภาพประกอบ 9 การกำหนดแนวทางในการพัฒนากิจกรรมการเรียนการสอน

2.2.5 บทบาทของครูในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนผ่านการแก้ปัญหาและการตั้งปัญหาทางเราขาคณิต

ในแต่ละคาบเรียนของการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน ครูมีบทบาทสำคัญในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนดังนี้

(1) จัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบร่วมมือ เพื่อเปิดโอกาสให้นักเรียนได้ฝึกกระบวนการคิดและทำงานร่วมกันเป็นกลุ่ม และแลกเปลี่ยนแนวคิดในการแก้ปัญหาและตั้งปัญหาที่หลากหลาย

(2) เปิดโอกาสให้นักเรียนมีส่วนร่วมในการแก้ปัญหาและตั้งปัญหา ให้นักเรียนอธิบายแนวคิดของตนเอง

(3) สร้างแรงจูงใจให้นักเรียนอยากแก้ปัญหาและตั้งปัญหา เช่น การเชื่อมโยงให้นักเรียนเห็นความสำคัญของการแก้ปัญหากับชีวิตจริง เป็นต้น

(4) ยอมรับฟังความคิดเห็นของนักเรียนไม่ว่านักเรียนจะแก้ปัญหาหรือตั้งปัญหาได้ถูกต้องหรือไม่

(5) สนับสนุนให้นักเรียนคิดหายุทธวิธีที่หลากหลาย และผลเฉลยด้วยตนเองก่อน

(6) สนับสนุนให้นักเรียนลงมือแก้ปัญหาตามขั้นตอนและกระบวนการแก้ปัญหา

(7) สนับสนุนให้นักเรียนขยายแนวคิด หรือจำกัดขอบเขตของการตั้งปัญหา

(8) สังเกตพฤติกรรมการแก้ปัญหาและตั้งปัญหาของนักเรียน

(9) ตั้งคำถามกระตุ้นเพื่อให้นักเรียนลงมือแก้ปัญหาและตั้งปัญหา

(10) นำเสนอยุทธวิธี ผลการแก้ปัญหา ผลการตั้งปัญหาที่แตกต่างจากนักเรียน

(11) นำอภิปรายร่วมกับนักเรียนในประเด็นการแก้ปัญหาและตั้งปัญหา

2.2.6 บทบาทของนักเรียนในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนผ่านการแก้ปัญหาและการตั้งปัญหาทางเราขาคณิต

ในแต่ละคาบเรียนของกิจกรรมการเรียนการสอน นักเรียนมีบทบาทสำคัญในกิจกรรมการเรียนการสอนดังนี้

(1) นักเรียนลงมือแก้ปัญหา และตั้งปัญหาด้วยตนเอง

(2) มีส่วนร่วมในกลุ่มด้วยการนำเสนอยุทธวิธี และผลเฉลยของการแก้ปัญหา

(3) มีส่วนร่วมในกลุ่มด้วยการนำเสนอแนวคิด และผลการตั้งปัญหา

(4) ใช้ยุทธวิธีที่หลากหลาย และแก้ปัญหาตามขั้นตอนและกระบวนการแก้ปัญหา

(5) ยอมรับฟังความคิดเห็นที่แตกต่างของสมาชิกในกลุ่ม

(6) รวมกันตรวจสอบผลการแก้ปัญหาและตั้งปัญหาของสมาทกชิกในกลุ่ม และในชั้นเรียน

(7) มีส่วนร่วมในการอภิปรายกับครูเกี่ยวกับการแก้ปัญหาและการตั้งปัญหาระหว่างการลงมือปฏิบัติกิจกรรมการเรียนรู้ และช่วงท้ายของกิจกรรมการเรียนรู้

2.3 การสร้างและหาคุณภาพเครื่องมือ

การสร้างและหาเครื่องมือที่เสริมสร้างความสามารถในการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ของนักเรียน ผู้วิจัยแบ่งออกเป็น 2.3.1 เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย และ 2.3.2 ขั้นตอนในการสร้างเครื่องมือ ดังนี้

2.3.1 **เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย**

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ แบ่งเป็น 2 ประเภท ได้แก่ (1) เครื่องมือสำหรับจัดกิจกรรมการเรียนการสอนผ่านการแก้ปัญหาและการตั้งปัญหาทางเรขาคณิตสำหรับนักเรียนห้องเรียนพิเศษวิทยาศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตอนต้น และ (2) เครื่องมือสำหรับการวัดผลประเมินผลการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์สำหรับนักเรียนห้องเรียนพิเศษวิทยาศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตอนต้น

(1) เครื่องมือสำหรับจัดกิจกรรมการเรียนการสอนผ่านการแก้ปัญหาและการตั้งปัญหาทางเรขาคณิตสำหรับนักเรียนห้องเรียนพิเศษวิทยาศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตอนต้น

เครื่องมือสำหรับจัดกิจกรรมการเรียนการสอนผ่านการแก้ปัญหาและการตั้งปัญหาทางเรขาคณิตสำหรับนักเรียนห้องเรียนพิเศษวิทยาศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตอนต้นประกอบด้วย แผนการจัดการเรียนรู้ จำนวน 18 แผน ซึ่งเป็นแผนการจัดการเรียนรู้ด้านการแก้ปัญหาจำนวน 9 แผน สลับกับแผนการจัดการเรียนรู้ด้านการตั้งปัญหาจำนวน 9 แผน แผนละ 1 คาบเรียน คาบเรียนละ 90 นาที ซึ่งแต่ละแผนการจัดการเรียนรู้ประกอบด้วย จุดประสงค์การเรียนรู้ สาระการเรียนรู้ สื่อการเรียนรู้ กิจกรรมการเรียนรู้ การวัดและประเมินผลการเรียนรู้

ในกิจกรรมการเรียนรู้ นักเรียนจะได้เรียนรู้กระบวนการแก้ปัญหาตามแนวคิดของโพลยา/กระบวนการแก้ปัญหาที่เป็นพลวัตตามแนวคิดของวิลสันและคณะ และกระบวนการตั้งปัญหาตามแนวคิดของบราวน์และวอลเทอร์ ซึ่งในระหว่างลงมือปฏิบัติกิจกรรม นักเรียนจะได้มีการแลกเปลี่ยนแนวคิดในการแก้ปัญหาและตั้งปัญหา ตลอดจนได้ฝึกฝนประสบการณ์ในการแก้ปัญหาที่ไม่คุ้นเคย (non-routine problem) ซึ่งแต่ละปัญหามียุทธวิธีมากกว่าหนึ่งยุทธวิธี/

ผลเฉลยมากกว่าหนึ่งผลเฉลย โดยใช้เนื้อหาคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหาและตั้งปัญหาเรื่องเรขาคณิต ที่ไม่เกินระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

(2) **เครื่องมือสำหรับการวัดผลประเมินผลความสามารถและพฤติกรรมการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์สำหรับนักเรียนห้องเรียนพิเศษวิทยาศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตอนต้น**

เครื่องมือสำหรับการวัดผลประเมินผลการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์สำหรับนักเรียนห้องเรียนพิเศษวิทยาศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตอนต้น ประกอบด้วย แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ทาง แบบสังเกตพฤติกรรมการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ และแบบสัมภาษณ์กระบวนการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ มีรายละเอียดดังนี้

แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์

แบบทดสอบอัตนัยที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น เพื่อตรวจสอบความสามารถในการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ทั้ง 4 ด้าน คือ ด้านความคิดคล่อง ความคิดยืดหยุ่น ความคิดริเริ่มและความคิดละเอียดลออ ของนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้นที่เรียนด้วยกิจกรรมการเรียนการสอนผ่านการแก้ปัญหาและการตั้งปัญหาทางเรขาคณิต ซึ่งแบบทดสอบอัตนัยเป็นปัญหาที่ไม่คุ้นเคยที่ใช้ความรู้เรขาคณิตไม่เกินชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 จำนวน 4 ข้อ โดยแบ่งเป็นการแก้ปัญหา จำนวน 2 ข้อ และการตั้งปัญหา จำนวน 2 ข้อ โดยแต่ละข้อมีเกณฑ์การให้คะแนนแบบรูบริก (Rubric Scoring) และมีเกณฑ์การให้คะแนนแบบวิเคราะห์ดังตาราง 10 – 11

ตาราง 10 การให้คะแนนแบบวิเคราะห์ด้านการแก้ปัญหาของกิจกรรมการเรียนการสอนที่เสริมสร้างความสามารถในการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ผ่านการแก้ปัญหาการตั้งปัญหาทางเรขาคณิตสำหรับนักเรียนห้องเรียนพิเศษวิทยาศาสตร์ ระดับมัธยมศึกษาตอนต้น

ด้านที่ 1 การทำความเข้าใจปัญหา	คะแนน
● ระบุข้อมูลและเงื่อนไขของสถานการณ์ปัญหาได้ถูกต้อง ครบถ้วน	2
● ระบุข้อมูลและเงื่อนไขของสถานการณ์ปัญหาได้ถูกต้อง เพียงบางส่วน	1
● ระบุข้อมูลและเงื่อนไขของสถานการณ์ปัญหาไม่ถูกต้อง	0

ตาราง 10 (ต่อ)

ด้านที่ 2 การวางแผนแก้ปัญหา	คะแนน
● อธิบายความรู้ที่จะนำไปใช้ในการแก้ปัญหา และ ขั้นตอน/ยุทธวิธีที่จะนำไปใช้ในการแก้ปัญหาได้ถูกต้อง ครบถ้วน	2
● อธิบายความรู้ที่จะนำไปใช้ในการแก้ปัญหา หรือ ความรู้ที่จะนำไปใช้ในการแก้ปัญหา ได้ถูกต้อง เพียงบางส่วน	1
● อธิบายความรู้ที่จะนำไปใช้ในการแก้ปัญหา หรือ ความรู้ที่จะนำไปใช้ในการแก้ปัญหา ไม่ถูกต้อง	0
ด้านที่ 3 การดำเนินการตามแผน กรณีที่ 1 ผลเฉลยมีจำนวนจำกัด (ความสามารถในการคิดคล่อง)	**คะแนน**
● แสดงผลเฉลยที่ได้จากการแก้ปัญหา ถูกต้อง และ ครบถ้วน	8
● แสดงผลเฉลยที่ได้จากการแก้ปัญหา ถูกต้อง แต่ไม่ ครบถ้วน	6
● แสดงผลเฉลยที่ได้จากการแก้ปัญหา ถูกต้องเพียงบางส่วน	4
● แสดงผลเฉลยที่ได้จากการแก้ปัญหา ไม่ถูกต้อง	2
● ไม่แสดงผลเฉลยที่ได้จากการแก้ปัญหา	0
ด้านที่ 1 การทำความเข้าใจปัญหา	**คะแนน**
● ระบุข้อมูลและเงื่อนไขของสถานการณ์ปัญหาได้ถูกต้อง ครบถ้วน	2
● ระบุข้อมูลและเงื่อนไขของสถานการณ์ปัญหาได้ถูกต้อง เพียงบางส่วน	1
● ระบุข้อมูลและเงื่อนไขของสถานการณ์ปัญหาไม่ถูกต้อง	0
ด้านที่ 2 การวางแผนแก้ปัญหา	**คะแนน**
● อธิบายความรู้ที่จะนำไปใช้ในการแก้ปัญหา และ ขั้นตอน/ยุทธวิธีที่จะนำไปใช้ในการแก้ปัญหาได้ถูกต้อง ครบถ้วน	2
● อธิบายความรู้ที่จะนำไปใช้ในการแก้ปัญหา หรือ ความรู้ที่จะนำไปใช้ในการแก้ปัญหา ได้ถูกต้อง เพียงบางส่วน	1
● อธิบายความรู้ที่จะนำไปใช้ในการแก้ปัญหา หรือ ความรู้ที่จะนำไปใช้ในการแก้ปัญหา ไม่ถูกต้อง	0

ตาราง 10 (ต่อ)

ด้านที่ 3 การดำเนินการตามแผน กรณีที่ 1 ผลเฉลยมีจำนวนจำกัด (ความสามารถในการคิดคล่อง)	**คะแนน**
● แสดงผลเฉลยที่ได้จากการแก้ปัญหา ถูกต้อง และ ครบถ้วน	8
● แสดงผลเฉลยที่ได้จากการแก้ปัญหา ถูกต้อง แต่ไม่ ครบถ้วน	6
● แสดงผลเฉลยที่ได้จากการแก้ปัญหา ถูกต้องเพียงบางส่วน	4
● แสดงผลเฉลยที่ได้จากการแก้ปัญหา ไม่ถูกต้อง	2
● ไม่แสดงผลเฉลยที่ได้จากการแก้ปัญหา	0
ด้านที่ 3 การดำเนินการตามแผน กรณีที่ 2 ผลเฉลยมีจำนวนไม่จำกัด (ความสามารถในการคิดคล่อง)	**คะแนน**
● แสดงผลเฉลยที่ได้จากการแก้ปัญหา ถูกต้อง มากกว่า 14 ผลฉลย*	8
● แสดงผลเฉลยที่ได้จากการแก้ปัญหา ถูกต้อง จำนวน 8- 14 ผลเฉลย*	6
● แสดงผลเฉลยที่ได้จากการแก้ปัญหา ถูกต้อง จำนวน 1- 7 ผลเฉลย*	4
● แสดงผลเฉลยที่ได้จากการแก้ปัญหา ไม่ถูกต้อง	2
● ไม่แสดงผลเฉลยที่ได้จากการแก้ปัญหา	0
ด้านที่ 3 การดำเนินการตามแผน (ความสามารถในการคิดยืดหยุ่น)	**คะแนน**
● เขียนอธิบายเกณฑ์การจัดหมวดหมู่ของผลเฉลยได้ เป็นระบบ และ ชัดเจน	6
● เขียนอธิบายเกณฑ์การจัดหมวดหมู่ของผลเฉลยได้ เป็นระบบ แต่ ไม่ชัดเจน พอสื่อให้เข้าใจได้	4
● เขียนอธิบายเกณฑ์การจัดหมวดหมู่ของผลเฉลย ไม่เป็นระบบ	2
● ไม่เขียนอธิบายเกณฑ์การจัดหมวดหมู่ของผลเฉลย	0

หมายเหตุ : เกณฑ์การให้คะแนน* ด้านความคิดคล่องสามารถปรับเปลี่ยนได้ตามจำนวนผลเฉลยของแต่ละกิจกรรม

ตาราง 10 (ต่อ)

ด้านที่ 4 การสรุปคำตอบ	คะแนน
● สรุปคำตอบ ถูกต้อง และ ครบถ้วน	2
● สรุปคำตอบ ถูกต้อง เพียงบางส่วน	1
● สรุปคำตอบ ไม่ถูกต้อง	0

ตาราง 11 การให้คะแนนแบบวิเคราะห์ด้านการตั้งปัญหาของกิจกรรมการเรียนการสอนที่เสริมสร้างความสามารถในการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ผ่านการแก้ปัญหาการตั้งปัญหาทางเรขาคณิตสำหรับนักเรียนห้องเรียนพิเศษวิทยาศาสตร์ ระดับมัธยมศึกษาตอนต้น

ด้านที่ 1 การคัดเลือกประเด็นปัญหา	คะแนน
● ระบุประเด็นปัญหาเริ่มต้นและแสดงการคัดเลือกประเด็นเริ่มต้นได้ถูกต้อง และ ครบถ้วน	2
● ระบุประเด็นปัญหาเริ่มต้นและแสดงการคัดเลือกประเด็นเริ่มต้นได้ถูกต้องบางส่วน	1
● ไม่ระบุหรือแสดงการคัดเลือกประเด็นเริ่มต้น	0
ด้านที่ 2 การหาลักษณะ/เงื่อนไขของประเด็นสถานการณ์เริ่มต้น	**คะแนน**
● ระบุข้อมูลและเงื่อนไขของสถานการณ์ปัญหาที่เลือกมาได้ถูกต้อง และ ครบถ้วน	2
● ระบุข้อมูลและเงื่อนไขของสถานการณ์ปัญหาที่เลือกมาได้ถูกต้องเพียงบางส่วน	1
● ระบุข้อมูลและเงื่อนไขของสถานการณ์ปัญหาที่เลือกมาไม่ถูกต้อง **หรือ**ไม่ระบุข้อมูลและเงื่อนไขของสถานการณ์ปัญหา	0
ด้านที่ 3 การดำเนินการเปลี่ยนเงื่อนไข	**คะแนน**
● แสดงการปรับเปลี่ยนข้อมูล/เงื่อนไขของสถานการณ์ปัญหาได้ถูกต้อง และ ครบถ้วน	2
● แสดงการปรับเปลี่ยนข้อมูล/เงื่อนไขของสถานการณ์ปัญหาได้ถูกต้องเพียงบางส่วน	1
● แสดงการปรับเปลี่ยนข้อมูล/เงื่อนไขของสถานการณ์ปัญหาไม่ถูกต้อง **หรือ**ไม่แสดงการปรับเปลี่ยนข้อมูล/เงื่อนไขของสถานการณ์ปัญหา	0

ตาราง 11 (ต่อ)

ด้านที่ 4 การสร้างสถานการณ์ปัญหาใหม่ (ความสามารถในการคิดริเริ่ม)	**คะแนน**
● สร้างสถานการณ์ปัญหาใหม่ที่มีมากกว่า 2 เงื่อนไข และขั้นตอนในการแก้ปัญหามากกว่า 2 ขั้นตอน	6
● สร้างสถานการณ์ปัญหาใหม่ที่มีมากกว่า 2 เงื่อนไข และขั้นตอนในการแก้ปัญหา 2 ขั้นตอน **<u>หรือ</u>** สร้างสถานการณ์ปัญหาใหม่ที่มี 2 เงื่อนไข และขั้นตอนในการแก้ปัญหามากกว่า 2 ขั้นตอน	5
● สร้างสถานการณ์ปัญหาใหม่ที่มีมากกว่า 2 เงื่อนไข และขั้นตอนในการแก้ปัญหา 1 ขั้นตอน **<u>หรือ</u>** สร้างสถานการณ์ปัญหาใหม่ที่มี 1 เงื่อนไข และขั้นตอนในการแก้ปัญหามากกว่า 2 ขั้นตอน **<u>หรือ</u>** สร้างสถานการณ์ปัญหาใหม่ที่มี 2 เงื่อนไข และขั้นตอนในการแก้ปัญหา 2 ขั้นตอน	4
● สร้างสถานการณ์ปัญหาใหม่ที่มี 1 เงื่อนไข และขั้นตอนในการแก้ปัญหา 2 ขั้นตอน **<u>หรือ</u>** สร้างสถานการณ์ปัญหาใหม่ที่มี 2 เงื่อนไข และขั้นตอนในการแก้ปัญหา 1 ขั้นตอน	3
● สร้างสถานการณ์ปัญหาใหม่ที่มี 1 เงื่อนไขและขั้นตอนในการแก้ปัญหา 1 ขั้นตอน	1
● <u>ไม่แสดง</u>การสร้างสถานการณ์ปัญหาใหม่	0
ด้านที่ 5 การวิเคราะห์แนวทางแก้ปัญหา (ความสามารถในการคิดละเอียดลออ)	**คะแนน**
● แสดงผลเฉลยที่ได้จากการแก้ปัญหาใหม่ <u>ถูกต้อง</u> และ <u>ครบถ้วนทุกกรณี</u>	4
● แสดงผลเฉลยที่ได้จากการแก้ปัญหาใหม่ <u>ถูกต้อง</u> แต่ <u>ไม่ครบถ้วนทุกรณี</u>	3
● แสดงผลเฉลยที่ได้จากการแก้ปัญหาใหม่ <u>ถูกต้อง</u>เพียงบางส่วน	2
● แสดงผลเฉลยที่ได้จากการแก้ปัญหาใหม่ <u>ไม่ถูกต้อง</u>	1
● ไม่แสดงผลเฉลยที่ได้จากการแก้ปัญหาใหม่	0

แบบสังเกตพฤติกรรมการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์

แบบสังเกตพฤติกรรมการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ เป็นแบบบันทึกที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นเพื่อบันทึกพฤติกรรมด้านความคิดคล่อง ความคิดยืดหยุ่น ความคิดริเริ่มและความคิดละเอียดลออ ของนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้นขณะลงมือแก้ปัญหาและตั้งปัญหาทางคณิตศาสตร์ ซึ่งประกอบด้วย แบบตรวจสอบรายการ และแบบบันทึกภาคสนาม

แบบสัมภาษณ์การแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์

แบบสัมภาษณ์กระบวนการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ เป็นแบบสัมภาษณ์ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นเพื่อสอบถามเชิงลึกเกี่ยวกับกระบวนการแก้ปัญหาและตั้งปัญหาของนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้นที่เป็นนักเรียนเป้าหมายแต่ละคน หลังสิ้นสุดคาบเรียนการแก้ปัญหาและตั้งปัญหาแต่ละครั้ง

2.3.2 **ขั้นตอนในการสร้างเครื่องมือ**

ขั้นตอนในการสร้างเครื่องมือศึกษาความสามารถและพฤติกรรมการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์มีดังนี้

(1) **กำหนดจุดมุ่งหมายและขอบเขตของเครื่องมือแต่ละชนิด**

กำหนดจุดมุ่งหมายของเครื่องมือสำหรับจัดกิจกรรมการเรียนการสอนผ่านการแก้ปัญหาและการตั้งปัญหาทางเรขาคณิตสำหรับนักเรียนห้องเรียนพิเศษวิทยาศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตอนต้น และเครื่องมือสำหรับการวัดผลประเมินผลการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์สำหรับนักเรียนห้องเรียนพิเศษวิทยาศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตอนต้น

(2) **ดำเนินการสร้างเครื่องมือสำหรับจัดกิจกรรมการเรียนการสอนผ่านการแก้ปัญหาและการตั้งปัญหาทางเรขาคณิตสำหรับนักเรียนห้องเรียนพิเศษวิทยาศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตอนต้น**

สร้างแผนการจัดการเรียนรู้ โดยเริ่มจากการรวบรวมสถานการณ์ทางเรขาคณิตที่น่าสนใจ และสามารถแก้ปัญหาและตั้งปัญหาจากสถานการณ์ดังกล่าวได้ หลังจากนั้นนำมาปรับเปลี่ยนเงื่อนไขให้เหมาะสมกับความสามารถของนักเรียน แล้วแสดงกระบวนการในการค้นหาผลเฉลย/ยุทธวิธีที่เป็นไปได้ สุดท้ายเขียนแผนการจัดการเรียนรู้ จำนวน 18 แผน ซึ่งเป็นแผนการจัดการเรียนรู้ด้านการแก้ปัญหาจำนวน 9 แผน สลับกับแผนการจัดการเรียนรู้ด้านการตั้งปัญหาจำนวน 9 แผน แผนละ 1 คาบเรียน ซึ่งแต่ละแผนการจัดการเรียนรู้ประกอบด้วย จุดประสงค์การเรียนรู้ สาระการเรียนรู้ สื่อการเรียนรู้ กิจกรรมการเรียนรู้ การวัดและประเมินผลการเรียนรู้

นำแผนการจัดการเรียนรู้เสนอต่อคณะกรรมการควบคุมปริญญานิพนธ์เพื่อพิจารณาปรับปรุงแก้ไข เมื่อปรับปรุงแก้ไขตามคำแนะนำจนผ่านการพิจารณาจากคณะกรรมการควบคุมปริญญานิพนธ์แล้ว จึงนำเสนอต่อผู้เชี่ยวชาญ 3 ท่าน เพื่อตรวจสอบความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหาและความเหมาะสมของภาษาที่ใช้ หลังจากนั้นผู้วิจัยคัดเลือกแผนการสอนที่มีค่าดัชนีความสอดคล้อง IOC ตั้งแต่ 0.5 ขึ้นไป และนำมาปรับปรุงแก้ไขตามข้อเสนอแนะของผู้เชี่ยวชาญเพื่อให้ได้แผนการจัดการเรียนรู้ตามที่กำหนด

นำแผนการจัดการเรียนรู้ไปทดลองกับกลุ่มนำร่องจำนวน 21 คน ซึ่งเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ห้องเรียนพิเศษวิทยาศาสตร์ ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2561 โรงเรียนสาธิตมหาวิทยาลัยรามคำแหง

หลังจากทดลองใช้กับกลุ่มนำร่องแล้วปรับแผนการจัดการเรียนรู้ให้มีความเหมาะสมเพื่อนำไปใช้กับกลุ่มทดลองต่อไป

(3) **ดำเนินการสร้างเครื่องมือสำหรับการวัดผลประเมินผลการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์สำหรับนักเรียนห้องเรียนพิเศษวิทยาศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตอนต้น**

การสร้างเครื่องมือสำหรับการวัดผลประเมินผลการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์สำหรับนักเรียนห้องเรียนพิเศษวิทยาศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตอนต้น ประกอบด้วย แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ แบบสังเกตพฤติกรรมการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ และแบบสัมภาษณ์การแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์

สร้างแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์

สร้างแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ ซึ่งเป็นแบบทดสอบอัตนัยที่ใช้ความรู้เรขาคณิตไม่เกินชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 จำนวน 4 ข้อ โดยแบ่งเป็นการแก้ปัญหา จำนวน 2 ข้อ และการตั้งปัญหา จำนวน 2 ข้อ

นำแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์เสนอต่อคณะกรรมการควบคุมปริญญานิพนธ์เพื่อพิจารณาปรับปรุงแก้ไข เมื่อปรับปรุงแก้ไขตามคำแนะนำจนผ่านการพิจารณาจากคณะกรรมการควบคุมปริญญานิพนธ์แล้ว จึงนำเสนอต่อผู้เชี่ยวชาญ 3 ท่าน เพื่อตรวจสอบความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหา และความเหมาะสมของภาษาที่ใช้ หลังจากนั้นผู้วิจัยคัดเลือกแบบทดสอบที่มีค่าดัชนีความสอดคล้อง IOC ตั้งแต่ 0.5 ขึ้นไป และนำมาปรับปรุงแก้ไขตามข้อเสนอแนะของผู้เชี่ยวชาญเพื่อให้ได้แบบทดสอบตามที่กำหนด

นำแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ไปใช้กับกลุ่มนำร่องจำนวน 21 คน ซึ่งเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ห้องเรียนพิเศษวิทยาศาสตร์ ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2561 โรงเรียนสาธิตมหาวิทยาลัยรามคำแหง เพื่อวิเคราะห์หาค่าความยากง่าย (p) และค่าอำนาจจำแนก (r) เป็นรายข้อ แล้วคัดเลือกข้อที่มีความยากง่ายตั้งแต่ 0.20 – 0.80 และอำนาจจำแนกตั้งแต่ 0.20 ขึ้นไป จำนวน 4 ข้อ

หาค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ โดยการหาค่าสัมประสิทธิ์แอลฟา (α - Coeffcient)

สร้างแบบสังเกตพฤติกรรมการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์

สร้างแบบสังเกตพฤติกรรมการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ ซึ่งประกอบด้วย แบบตรวจสอบรายการ (check list) และแบบบันทึกภาคสนาม (field note)

นำแบบสังเกตพฤติกรรมการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์เสนอต่อคณะกรรมการควบคุมปริญญานิพนธ์เพื่อพิจารณาปรับปรุงแก้ไข เมื่อปรับปรุงแก้ไขตามคำแนะนำจนผ่านการพิจารณาจากคณะกรรมการควบคุมปริญญานิพนธ์แล้ว จึงนำเสนอต่อผู้เชี่ยวชาญ 3 ท่าน เพื่อตรวจสอบความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหา และความเหมาะสมของภาษาที่ใช้ หลังจากนั้นผู้วิจัยคัดเลือกแบบสังเกตพฤติกรรมที่มีค่าดัชนีความสอดคล้อง IOC ตั้งแต่ 0.5 ขึ้นไป และนำมาปรับปรุงแก้ไขตามข้อเสนอแนะของผู้เชี่ยวชาญเพื่อให้ได้แบบสังเกตพฤติกรรมตามที่กำหนด

สร้างแบบสัมภาษณ์การแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์

สร้างแบบสัมภาษณ์การแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ เพื่อสอบถามเชิงลึกเกี่ยวกับการแก้ปัญหาและตั้งปัญหาของนักเรียน

นำแบบสัมภาษณ์การแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์เสนอต่อคณะกรรมการควบคุมปริญญานิพนธ์เพื่อพิจารณาปรับปรุงแก้ไข เมื่อปรับปรุงแก้ไขตามคำแนะนำจนผ่านการพิจารณาจากคณะกรรมการควบคุมปริญญานิพนธ์แล้ว จึงนำเสนอต่อผู้เชี่ยวชาญ 3 ท่าน เพื่อตรวจสอบความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหา และความเหมาะสมของภาษาที่ใช้ หลังจากนั้นผู้วิจัยคัดเลือกแบบสัมภาษณ์ที่มีค่าดัชนีความสอดคล้อง IOC ตั้งแต่ 0.5 ขึ้นไป และนำมาปรับปรุงแก้ไขตามข้อเสนอแนะของผู้เชี่ยวชาญเพื่อให้ได้แบบสัมภาษณ์ตามที่กำหนด

2.4 การหาประสิทธิภาพของของกิจกรรมการเรียนการสอนและหาคุณภาพของเครื่องมือ

ในการหาประสิทธิภาพของของกิจกรรมการเรียนการสอนและหาคุณภาพของเครื่องมือ ผู้วิจัยได้ดำเนินการใช้กับกลุ่มนำร่องดังนี้

2.4.1 **การหาประสิทธิภาพรายบุคคล** เพื่อตรวจสอบความเป็นปรนัยและหาประสิทธิภาพของกิจกรรมการเรียนการสอนที่เสริมสร้างความสามารถในการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ ใช้นักเรียนจำนวน 3 คน ที่ได้จากการเลือกแบบเจาะจง โดยให้นักเรียนทำความเข้าใจสถานการณ์ปัญหาและข้อคำถาม แล้วลงมือปฏิบัติกิจกรรม เพื่อหาประสิทธิภาพของกิจกรรมการเรียนการสอนและหาคุณภาพเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย จากนั้นนำข้อมูลมาหาประสิทธิภาพ E_1/E_2 แล้วเทียบกับเกณฑ์ที่กำหนด ถ้าไม่เป็นไปตามเกณฑ์ที่กำหนด ผู้วิจัยดำเนินการปรับปรุงแก้ไขเพื่อใช้ในการทดลองขั้นต่อไป

2.4.2 **การการหาประสิทธิภาพกลุ่มย่อย** เพื่อตรวจสอบความเป็นปรนัยและหาประสิทธิภาพของกิจกรรมการเรียนการสอนที่เสริมสร้างความสามารถในการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ ใช้นักเรียนจำนวน 6 คน ที่ได้จากการเลือกแบบเจาะจง โดยให้นักเรียนทำความเข้าใจสถานการณ์ปัญหาและข้อคำถาม แล้วลงมือปฏิบัติกิจกรรม เพื่อหาประสิทธิภาพของกิจกรรมการเรียนการสอนและหาคุณภาพเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย จากนั้นนำข้อมูลมาหาประสิทธิภาพ E_1/E_2 แล้วเทียบกับเกณฑ์ที่กำหนด ถ้าไม่เป็นไปตามเกณฑ์ที่กำหนด ผู้วิจัยดำเนินการปรับปรุงแก้ไขเพื่อใช้ในการทดลองขั้นต่อไป

2.4.3 **การหาประสิทธิภาพภาคสนาม** เพื่อตรวจสอบความเป็นปรนัยและหาประสิทธิภาพของกิจกรรมการเรียนการสอนที่เสริมสร้างความสามารถในการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ ใช้นักเรียนจำนวน 12 คน ที่ได้จากการเลือกแบบเจาะจง โดยให้นักเรียนทำความเข้าใจสถานการณ์ปัญหาและข้อคำถาม แล้วลงมือปฏิบัติกิจกรรม เพื่อหาประสิทธิภาพของกิจกรรมการเรียนการสอนและหาคุณภาพเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย จากนั้นนำข้อมูลมาหาประสิทธิภาพ E_1/E_2 แล้วเทียบกับเกณฑ์ที่กำหนด ถ้าไม่เป็นไปตามเกณฑ์ที่กำหนด ผู้วิจัยดำเนินการปรับปรุงแก้ไขเพื่อใช้ในการทดลองขั้นต่อไป

ระยะที่ 3 การศึกษาความสามารถและพฤติกรรมในการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน

ในระยะที่ 3 การศึกษาความสามารถและพฤติกรรมในการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมีขั้นตอนในการดำเนินการ ดังนี้

3.1 การกำหนดกลุ่มเป้าหมาย

กลุ่มเป้าหมาย คือ นักเรียนห้องเรียนพิเศษวิทยาศาสตร์ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนสาธิตมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒประสานมิตร (ฝ่ายมัธยม) จำนวน 1 ห้องเรียน 20 คน ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2561 ได้จากการเลือกแบบเจาะจง ซึ่งระยะเวลาในการทดลองเป็นเวลานอกเหนือจากเวลาเรียนปกติ

นอกจากนั้นผู้วิจัยเลือกนักเรียนเป้าหมาย (Target Student) เพื่อศึกษาเชิงลึกเกี่ยวกับพฤติกรรมการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ ซึ่งได้จากสัมภาษณ์ครูประจำชั้นของนักเรียนที่เป็นกลุ่มตัวอย่างเกี่ยวกับความกล้าแสดงออก การสื่อสารและนำเสนอแนวคิดของนักเรียนแต่ละคน และใช้การพิจารณาจากงานเขียน การสัมภาษณ์ แบบสังเกตพฤติกรรมการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์จากช่วงแรกของกิจกรรมการเรียนการสอน ซึ่งนักเรียนเป้าหมายนี้ได้จากการเลือกแบบเจาะจง จำนวน 4 คน จากกลุ่มตัวอย่าง 20 คน แบ่งเป็นนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์สูง 1 คน นักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ปานกลาง 2 คน และที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ต่ำ 1 คน เพื่อศึกษาเชิงลึกเกี่ยวกับพฤติกรรมการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ด้านความคิดคล่อง ความคิดยืดหยุ่น ความคิดริเริ่ม และความคิดละเอียดลออ โดยผู้วิจัยใช้กล้องวิดีโอช่วยในการบันทึกรายละเอียดของพฤติกรรม ขณะลงมือแก้ปัญหาและตั้งปัญหา และสัมภาษณ์กระบวนการแก้ปัญหาและตั้งปัญหาของนักเรียนเป้าหมายแต่ละคน หลังสิ้นสุดคาบเรียนแต่ละครั้ง

3.2 การกำหนดกรอบแนวคิดในการศึกษาความสามารถและพฤติกรรมในการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน

การกำหนดกรอบแนวคิดในการศึกษาความสามารถและพฤติกรรมในการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน ผู้วิจัยศึกษากรอบแนวคิดการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ตามทฤษฎีโครงสร้างทางสติปัญญาของกิลฟอร์ด ด้าน (1) ความคิดคล่อง (2) ความคิดยืดหยุ่น (3) ความคิดริเริ่ม และ (4) ความคิละเอียดลออ และกรอบแนวคิดการแก้ปัญหาของโพลยา/วิลสันและคณะ ซึ่งประกอบด้วย 4 ขั้นตอน ได้แก่ การทำความเข้าใจปัญหา การวางแผนแก้ปัญหา การดำเนินการตามแผน และการตรวจสอบผล นอกจากนี้ยังได้ศึกษากรอบแนวคิดใน

การตั้งปัญหาของบราวน์และวอลเทอร์ ประกอบด้วย 5 ขั้นตอน ได้แก่ การคัดเลือกประเด็นสถานการณ์เริ่มต้น การหาลักษณะ/เงื่อนไขของประเด็นสถานการณ์เริ่มต้น การเปลี่ยนเงื่อนไขของประเด็นสถานการณ์ การสร้างสถานการณ์ปัญหา และการวิเคราะห์ปัญหา กรอบแนวคิดดังกล่าวนำมากำหนดกรอบแนวคิดในการศึกษาความสามารถและพฤติกรรมการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ดังนี้

ความสามารถในการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความสามารถของนักเรียนในด้านต่าง ๆ ดังนี้ ด้านความคิดคล่อง ด้านความคิดยืดหยุ่น ด้านความคิดริเริ่ม และด้านความคิดละเอียดลออ โดยพิจารณาจาก

คะแนนจากใบกิจกรรมรายบุคคลระหว่างเรียน ซึ่งแบ่งกิจกรรมรายบุคคลออกเป็น 3 ระยะ ระยะที่ 1 - 3 ระยะละ 20 คะแนน (รวม 3 ระยะคิดเป็นร้อยละ 60 ของคะแนนเต็ม)

คะแนนจากแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์หลังเรียน ร้อยละ 40 ของคะแนนเต็ม

พฤติกรรมการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ หมายถึง การแสดงออกของนักเรียนในด้านต่าง ๆ ดังนี้ พฤติกรรมด้านความคิดคล่อง พฤติกรรมด้านความคิดยืดหยุ่น พฤติกรรมด้านความคิดริเริ่ม และพฤติกรรมด้านความคิดละเอียดลออ

โดยพิจารณาจากงานเขียนของนักเรียนในการแก้ปัญหา (ด้านความคิดคล่องและความคิดยืดหยุ่น) และตั้งปัญหา (ด้านความคิดริเริ่มและความคิดละเอียดลออ) และผลการสังเกตของผู้วิจัยและผู้ช่วยวิจัยเกี่ยวกับการแก้ปัญหาและตั้งปัญหา โดยมีแบบสังเกตพฤติกรรมและแบบสัมภาษณ์การแก้ปัญหาและตั้งปัญหาช่วยในการเก็บรวบรวมข้อมูล

3.3 การดำเนินการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนและเก็บรวบรวมข้อมูล

การดำเนินการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนและเก็บรวบรวมข้อมูล ผู้วิจัยแบ่งออกเป็น 3.3.1 แบบแผนการวิจัย และ 3.3.2 การดำเนินการทดลอง ซึ่งมีรายละเอียดดังนี้

3.3.1 แบบแผนการวิจัย

การเก็บรวมรวมข้อมูลของงานวิจัยครั้งนี้ใช้แบบแผนการวิจัย แบบกลุ่มเดียวมีการทดสอบหลังการทดลอง (One Group Posttest-Only Design) ซึ่งเป็นแบบแผนการวิจัยที่เลือกใช้กลุ่มทดลองเพียงกลุ่มเดียว มีการให้ตัวแปรอิสระกับกลุ่มตัวอย่าง และทำการทดสอบหลังการทดลอง แล้วพิจารณาผลการทดลอง โดยใช้การวิเคราะห์ข้อมูลเชิงปริมาณและการวิเคราะห์ข้อมูลเชิงคุณภาพกับข้อมูลที่ได้จากผลการทดลอง

3.3.2 การดำเนินการทดลอง

ผู้วิจัยใช้เวลาในการดำเนินการทดลองทั้งหมด 20 คาบเรียน คาบเรียนเรียนละ 90 นาที โดยแบ่งเป็นเวลาในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนผ่านการแก้ปัญหาสลับกับการตั้งปัญหาทางเรขาคณิตจำนวน 18 คาบเรียน และเวลาในการทดสอบหลังเรียน 4 คาบเรียน ซึ่งมีรายละเอียดในการดำเนินการทดลองดังนี้

ผู้วิจัยดำเนินการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนผ่านการแก้ปัญหาและการตั้งปัญหาทางเรขาคณิต ในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2561 โดยใช้เวลานอกเหนือจากเวลาเรียนปกติ ในแต่ละคาบเรียนผู้วิจัยทำหน้าที่เป็นผู้สอนและผู้สังเกตการณ์ โดยมีนิสิตปริญญาเอกสาขาคณิตศาสตร์จำนวน 2 คน ทำหน้าที่เป็นผู้ช่วยวิจัย บันทึกพฤติกรรมในการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ของนักเรียนเป้าหมายและสมาชิกในกลุ่มขณะลงมือแก้ปัญหาและตั้งปัญหา ในระหว่างการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนมีการใช้กล้องวิดีโอเพื่อบันทึกรายละเอียดของการจัดกิจกรรมและสัมภาษณ์นักเรียนเป้าหมายหลังสิ้นสุดกิจกรรม

ผู้วิจัยให้นักเรียนทำแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์เพื่อตรวจสอบความสามารถในการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ทั้ง 4 ด้าน คือ ด้านความคิดคล่องความคิดยืดหยุ่น ความคิดริเริ่มและความคิดละเอียดลออ ของนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้นที่เรียนด้วยกิจกรรมการเรียนการสอนผ่านการแก้ปัญหาและการตั้งปัญหาทางเรขาคณิตหลังสิ้นสุดการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน

3.4 การวิเคราะห์ข้อมูล

ในการวิเคราะห์ข้อมูลเกี่ยวกับความสามารถและพฤติกรรมในการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ ผู้วิจัยแบ่งออกเป็น 3.4.1 การวิเคราะห์ข้อมูลจากการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่เสริมสร้างความสามารถในการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ผ่านการแก้ปัญหาและการตั้งปัญหาทางเรขาคณิต และ 3.4.2 สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล ซึ่งมีรายละเอียดดังนี้

3.4.1 การวิเคราะห์ข้อมูลจากการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่เสริมสร้างความสามารถในการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ผ่านการแก้ปัญหาและการตั้งปัญหาทางเรขาคณิต

การวิเคราะห์ข้อมูลจากการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่เสริมสร้างความสามารถในการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ผ่านการแก้ปัญหาและการตั้งปัญหาทางเรขาคณิตมีขั้นตอนดังนี้

(1) นำคะแนนจากใบกิจกรรมรายบุคคลและคะแนนแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ หลังเรียนมาหาค่าเฉลี่ยเลขคณิตและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน

(2) หาจำนวนนักเรียนที่มีความสามารถในการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ มากกว่าร้อยละ 60 ขึ้นไปของคะแนนเต็ม

(3) ทดสอบสมมติฐานที่ว่านักเรียนห้องเรียนพิเศษวิทยาศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตอนต้นที่เรียนด้วยกิจกรรมการเรียนการสอนผ่านการแก้ปัญหาและการตั้งปัญหาทางเรขาคณิตมีความสามารถในการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 60 ของคะแนนเต็มมีจำนวนมากกว่าร้อยละ 60 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด โดยการทดสอบทวินาม

(4) นำแบบสังเกตพฤติกรรม แบบสัมภาษณ์และงานเขียนของนักเรียนมาวิเคราะห์พฤติกรรมในการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ ในด้านความคิดคล่อง ความคิดยืดหยุ่น ความคิดริเริ่มและความคิดละเอียดลออ โดยใช้การวิเคราะห์ข้อมูลเชิงคุณภาพ

3.4.2 สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล

(1) สถิติที่ใช้ในการตรวจสอบคุณภาพเครื่องมือ ได้แก่ ดัชนีความสอดคล้อง ค่าความยากง่าย ค่าอำนาจจำแนก และค่าความเชื่อมั่นโดยวิธีสัมประสิทธิ์แอลฟา

(2) สถิติพื้นฐาน ได้แก่ ค่าเฉลี่ยเลขคณิต ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน และค่าร้อยละ

(3) การทดสอบสมมติฐานการวิจัย คือ การทดสอบทวินาม

บทที่ 4
ผลการวิเคราะห์ข้อมูล

ความมุ่งหมายของการวิจัยครั้งนี้ คือ เพื่อศึกษาสภาพการเรียนการสอนเรขาคณิตที่เกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ของครูและนักเรียนห้องเรียนพิเศษวิทยาศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตอนต้น และพัฒนากิจกรรมการเรียนการสอนเรขาคณิตที่เสริมสร้างความสามารถในการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนห้องเรียนพิเศษวิทยาศาสตร์ แล้วศึกษาความสามารถและพฤติกรรมในการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนห้องเรียนพิเศษวิทยาศาสตร์ที่เรียนด้วยกิจกรรมการเรียนการสอนที่ผู้วิจัยพัฒนาขึ้น ข้อมูลที่ได้จากการเก็บรวบรวมผู้วิจัยนำมาวิเคราะห์ทั้งเชิงปริมาณและคุณภาพ แล้วนำเสนอผลการวิเคราะห์ข้อมูลเป็น 3 ระยะ ได้แก่ **ระยะที่** 1 การศึกษาสภาพการเรียนการสอนเรขาคณิตที่เกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ **ระยะที่** 2 การพัฒนากิจกรรมการเรียนการสอนเรขาคณิตที่เสริมสร้างความสามารถในการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนห้องเรียนพิเศษวิทยาศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตอนต้น และ**ระยะที่** 3 การศึกษาความสามารถและพฤติกรรมในการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนห้องเรียนพิเศษวิทยาศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตอนต้นที่เรียนด้วยกิจกรรมการเรียนการสอนเรขาคณิตที่เสริมสร้างความสามารถในการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์

ระยะที่ 1 การศึกษาสภาพการเรียนการสอนเรขาคณิตที่เกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์

ในการศึกษาสภาพการเรียนการสอนเรขาคณิตที่เกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ของครูและนักเรียนห้องเรียนพิเศษวิทยาศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตอนต้น ผู้วิจัยได้ศึกษา (1) ความเชื่อที่เกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ทางเรขาคณิต (2) ความสามารถในการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ทางเรขาคณิต และ (3) การจัดการเรียนการสอนที่เกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ทางเรขาคณิต ผลการศึกษามีดังนี้

ตอนที่ 1 ความเชื่อที่เกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ทางเรขาคณิต

ผู้วิจัยศึกษาความเชื่อ 3 ด้าน ได้แก่ (1) ความเชื่อที่เกี่ยวกับคณิตศาสตร์ (2) ความเชื่อที่เกี่ยวกับการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ทางเรขาคณิต และ (3) ความเชื่อที่เกี่ยวกับการเรียนการสอนการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ทางเรขาคณิตของนักเรียนและครู

ผลการวิจัยพบว่า ค่าเฉลี่ยเลขคณิตและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนจากแบบสอบถามความเชื่อที่เกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ทางเรขาคณิตของนักเรียนและครู ในแต่ละข้อ แต่ละด้านและทั้งฉบับปรากฏผลดังตาราง 12 และตาราง 13

ตาราง 12 ค่าเฉลี่ยเลขคณิตและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนจากแบบสอบถามความเชื่อที่เกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหาของนักเรียน

ข้อ	ความเชื่อเกี่ยวกับคณิตศาสตร์	$\overline{X}$	S.D.	ระดับ
1	คณิตศาสตร์มีความซับซ้อน และเป็นวิชาที่เกี่ยวกับการท่องจำการทำตามขั้นตอนการคิดคำนวณ	1.89	0.47	น้อย
2	คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่สามารถนำไปใช้แก้ปัญหาประกอบการตัดสินใจในชีวิตประจำวัน	3.22	0.55	มาก
3	ผลลัพธ์ในวิชาคณิตศาสตร์อาจยืดหยุ่นปรับเปลี่ยนได้ตามยุทธวิธี	3.06	0.64	มาก
4	การท่องจำสูตร ทำตามขั้นตอนที่ตายตัว การคิดคำนวณเป็นสิ่งที่สำคัญที่สุดในวิชาคณิตศาสตร์	1.83	0.71	น้อย
5	คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่ช่วยเสริมสร้างให้ผู้เรียนเป็นคนที่มีเหตุผล มีการคิดอย่างมีวิจารณญาณ และการคิดอย่างเป็นระบบ	3.28	0.75	มาก
6	ผลลัพธ์ในวิชาคณิตศาสตร์มีความเที่ยงตรงแม่นยำ และตายตัวเสมอ	2.71	0.86	มาก
7	คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่เกี่ยวกับการดำเนินการเลขคณิต ประกอบด้วย บวก ลบ คูณ หาร	2.06	0.73	น้อย
8	คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่ช่วยเสริมสร้างให้ผู้เรียนคิดคำนวณได้อย่างรวดเร็วเท่านั้น	2.94	0.80	มาก
9	คณิตศาสตร์เป็นวิชาเชิงสร้างสรรค์ที่ว่าด้วยเหตุผลความจริง กระบวนการคิดและการแก้ปัญหา	3.44	0.51	มาก
10	คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่มีความรู้ตายตัว ไม่สามารถสร้างเพิ่มใหม่ได้	3.50	0.51	มาก
	สรุปผลด้านความเชื่อเกี่ยวกับคณิตศาสตร์	**2.74**	**0.91**	**มาก**

ตาราง 12 (ต่อ)

ข้อ	ความเชื่อที่เกี่ยวกับการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ทางเรขาคณิต	$\overline{X}$	S.D.	ระดับ
11	การแก้ปัญหาทางเรขาคณิตเป็นกระบวนการที่มีลำดับขั้นตอนแน่นอนตายตัวและมียุทธวิธีที่เหมาะสมกับการแก้ปัญหานั้น ๆ เพียงยุทธวิธีเดียว	1.72	0.46	น้อย
12	การแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ช่วยให้เกิดนวัตกรรมหรือสิ่งประดิษฐ์ที่แปลกใหม่	3.22	0.94	มาก
13	การแก้ปัญหาทางเรขาคณิตสามารถแก้ได้มากกว่าหนึ่งยุทธวิธี	1.94	0.87	น้อย
14	การแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ทางเรขาคณิตเป็นกระบวนที่สามารถฝึกฝนและพัฒนาได้	3.22	1.06	มาก
15	การมุ่งเน้นให้ผู้เรียนแสวงหาคำตอบที่ถูกต้องของสถานการณ์/ปัญหาทางคณิตศาสตร์ช่วยเสริมสร้างความสามารถในการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์	1.89	0.96	น้อย
16	การแก้ปัญหาทางเรขาคณิตที่ดีที่สุดควรมีวิธีเดียวเท่านั้น	1.44	0.51	น้อยที่สุด
17	การแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ทางเรขาคณิตไม่สามารถเรียนรู้และพัฒนาได้	3.44	0.51	มาก
18	การแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์เป็นกระบวนการที่มีประโยชน์และนำไปใช้ในชีวิตจริงได้	3.22	0.43	มาก
19	ในการแก้ปัญหาทางเรขาคณิตควรใช้กระบวนการคิดสร้างสรรค์เข้ามาช่วยเพื่อหายุทธวิธีที่ แปลกใหม่ เหมาะสมกับการแก้ปัญหานั้น ๆ	3.28	0.57	มาก
20	การแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์เป็นกระบวนการที่มีประโยชน์สูงสุดในห้องเรียนเท่านั้น	1.94	0.73	น้อย
	สรุปผลด้านความเชื่อที่เกี่ยวกับการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ทางเรขาคณิต	**2.53**	**1.05**	**มาก**

ตาราง 12 (ต่อ)

ข้อ	ความเชื่อที่เกี่ยวกับการเรียนการสอนการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ทางเรขาคณิต	$\overline{X}$	S.D.	ระดับ
21	การจัดกิจกรรมการเรียนการสอนควรใช้สถานการณ์ปัญหาที่นักเรียนคุ้นเคย	1.89	0.47	น้อย
22	แบบวัดผลสัมฤทธิ์เป็นเครื่องมือสำคัญในการวัดความสามารถในการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์	2.22	0.73	น้อย
23	กิจกรรมที่เสริมสร้างความสามารถในการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ควรมีลักษณะเฉพาะเจาะจง และสอดคล้องกับกระบวนการคิดสร้างสรรค์	2.89	0.47	มาก
24	การจัดกิจกรรมการเรียนการสอนเป็นรายกลุ่มช่วยให้นักเรียนเกิดการแลกเปลี่ยนเรียนรู้และมีความคิดสร้างสรรค์ได้	3.33	0.59	มาก
25	การจัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่ส่งเสริมให้นักเรียนค้นหาวิธีการหาคำตอบที่หลากหลาย และขยายแนวคิดของปัญหาจะช่วยพัฒนาความสร้างสรรค์ได้	3.44	0.62	มาก
26	กิจกรรมที่เสริมสร้างความสามารถในการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์นั้นควรมีลักษณะหลากหลาย ซึ่งไม่จำเป็นต้องสอดคล้องกับกระบวนคิดสร้างสรรค์ก็ได้	3.39	0.61	มาก
27	การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่มุ่งเน้นเฉพาะรายบุคคลและให้ค้นหาคำตอบเพียงอย่างเดียวจะช่วยให้นักเรียนมีความคิดสร้างสรรค์ได้	2.44	0.70	น้อย
28	การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่มุ่งเน้นให้นักเรียนแสวงหาคำตอบจะช่วยให้นักเรียนเกิดความคิดสร้างสรรค์ได้	2.00	0.84	น้อย
29	การจัดกิจกรรมการเรียนการสอนควรใช้สถานการณ์ปัญหาที่แก้ได้มากกว่าหนึ่งยุทธวิธี	2.11	0.58	น้อย
30	แบบวัดการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ควรมีข้อคำถามเฉพาะและสอดคล้องกับกระบวนคิดสร้างสรรค์	3.17	0.94	มาก
	สรุปผลด้านความเชื่อที่เกี่ยวกับการเรียนการสอนการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ทางเรขาคณิต	2.69	0.85	**มาก**
	รวมทั้งฉบับ	2.65	0.94	**มาก**

ตาราง 13 ค่าเฉลี่ยเลขคณิตและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนจากแบบสอบถามความเชื่อที่เกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ทางเรขาคณิตของครู

ข้อ	ความเชื่อเกี่ยวกับคณิตศาสตร์	$\overline{X}$	S.D.	ระดับ
1	คณิตศาสตร์มีความซับซ้อน และเป็นวิชาที่เกี่ยวกับการท่องจำ การทำตามขั้นตอนการคิดคำนวณ	3.00	0.63	มาก
2	คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่สามารถนำไปใช้แก้ปัญหาประกอบการตัดสินใจในชีวิตประจำวัน	3.67	0.52	มากที่สุด
3	ผลลัพธ์ในวิชาคณิตศาสตร์อาจยืดหยุ่นปรับเปลี่ยนได้ตามยุทธวิธี	2.83	0.98	มาก
4	การท่องจำสูตร ทำตามขั้นตอนที่ตายตัว การคิดคำนวณเป็นสิ่งที่สำคัญที่สุดในวิชาคณิตศาสตร์	2.67	0.52	มาก
5	คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่ช่วยเสริมสร้างให้ผู้เรียนเป็นคนที่มีเหตุผล มีการคิดอย่างมีวิจารณญาณ และการคิดอย่างเป็นระบบ	4.00	0.00	มากที่สุด
6	ผลลัพธ์ในวิชาคณิตศาสตร์มีความเที่ยงตรงแม่นยำ และตายตัวเสมอ	2.33	0.52	น้อย
7	คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่เกี่ยวกับการดำเนินการเลขคณิต ประกอบด้วย บวก ลบ คูณ หาร	3.00	0.00	มาก
8	คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่ช่วยเสริมสร้างให้ผู้เรียนคิดคำนวณได้อย่างรวดเร็วเท่านั้น	3.67	0.52	มากที่สุด
9	คณิตศาสตร์เป็นวิชาเชิงสร้างสรรค์ที่ว่าด้วยเหตุผลความจริง กระบวนการคิดและการแก้ปัญหา	3.33	0.52	มาก
10	คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่มีความรู้ตายตัว ไม่สามารถสร้างเพิ่มใหม่ได้	3.33	0.52	มาก
	สรุปผลด้านความเชื่อเกี่ยวกับคณิตศาสตร์	**3.18**	**0.70**	**มาก**

ตาราง 13 (ต่อ)

ข้อ	ความเชื่อที่เกี่ยวกับการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ทางเรขาคณิต	$\overline{X}$	S.D.	ระดับ
11	การแก้ปัญหาทางเรขาคณิตเป็นกระบวนการที่มีลำดับขั้นตอนแน่นอน ตายตัวและมียุทธวิธีที่เหมาะสมกับการแก้ปัญหานั้น ๆ เพียงยุทธวิธีเดียว	3.33	0.52	มาก
12	การแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ช่วยให้เกิดนวัตกรรมหรือสิ่งประดิษฐ์ที่แปลกใหม่	3.33	0.52	มาก
13	การแก้ปัญหาทางเรขาคณิตสามารถแก้ได้มากกว่าหนึ่งยุทธวิธี	3.00	0.89	มาก
14	การแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ทางเรขาคณิตเป็นกระบวนที่สามารถฝึกฝนและพัฒนาได้	3.67	0.52	มากที่สุด
15	การมุ่งเน้นให้ผู้เรียนแสวงหาคำตอบที่ถูกต้องของสถานการณ์/ปัญหาทางคณิตศาสตร์ช่วยเสริมสร้างความสามารถในการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์	1.67	0.52	น้อย
16	การแก้ปัญหาทางเรขาคณิตที่ดีที่สุดควรมีวิธีเดียวเท่านั้น	3.33	0.52	มาก
17	การแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ทางเรขาคณิตไม่สามารถเรียนรู้และพัฒนาได้	4.00	0.00	มากที่สุด
18	การแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์เป็นกระบวนการที่มีประโยชน์และนำไปใช้ในชีวิตจริงได้	3.67	0.52	มากที่สุด
19	ในการแก้ปัญหาทางเรขาคณิตควรใช้กระบวนการคิดสร้างสรรค์เข้ามาช่วยเพื่อหายุทธวิธีที่ แปลกใหม่ เหมาะสมกับการแก้ปัญหานั้น ๆ	3.00	0.00	มาก
20	การแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์เป็นกระบวนการที่มีประโยชน์สูงสุดในห้องเรียนเท่านั้น	2.67	1.37	มาก
	สรุปผลด้านความเชื่อที่เกี่ยวกับการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ทางเรขาคณิต	**3.17**	**0.87**	**มาก**

ตาราง 13 (ต่อ)

ข้อ	ความเชื่อที่เกี่ยวกับการเรียนการสอนการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ทางเรขาคณิต	$\overline{X}$	S.D.	ระดับ
21	การจัดกิจกรรมการเรียนการสอนควรใช้สถานการณ์ปัญหาที่นักเรียนคุ้นเคย	3.00	0.89	มาก
22	แบบวัดผลสัมฤทธิ์เป็นเครื่องมือสำคัญในการวัดความสามารถในการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์	1.67	0.52	น้อย
23	กิจกรรมที่เสริมสร้างความสามารถในการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ควรมีลักษณะเฉพาะเจาะจง และสอดคล้องกับกระบวนการคิดสร้างสรรค์	2.33	1.03	น้อย
24	การจัดกิจกรรมการเรียนการสอนเป็นรายกลุ่มช่วยให้นักเรียนเกิดการแลกเปลี่ยนเรียนรู้และมีความคิดสร้างสรรค์ได้	3.00	0.00	มาก
25	การจัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่ส่งเสริมให้นักเรียนค้นหาวิธีการหาคำตอบที่หลากหลาย และขยายแนวคิดของปัญหาจะช่วยพัฒนาความสร้างสรรค์ได้	3.00	0.00	มาก
26	กิจกรรมที่เสริมสร้างความสามารถในการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์นั้นควรมีลักษณะหลากหลาย ซึ่งไม่จำเป็นต้องสอดคล้องกับกระบวนคิดสร้างสรรค์ก็ได้	2.67	0.52	มาก
27	การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่มุ่งเน้นเฉพาะรายบุคคลและให้ค้นหาคำตอบเพียงอย่างเดียวจะช่วยให้นักเรียนมีความคิดสร้างสรรค์ได้	2.67	0.52	น้อย
28	การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่มุ่งเน้นให้นักเรียนแสวงหาคำตอบจะช่วยให้นักเรียนเกิดความคิดสร้างสรรค์ได้	2.33	0.52	น้อย
29	การจัดกิจกรรมการเรียนการสอนควรใช้สถานการณ์ปัญหาที่แก้ได้มากกว่าหนึ่งยุทธวิธี	3.33	0.52	มาก
30	แบบวัดการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ควรมีข้อคำถามเฉพาะและสอดคล้องกับกระบวนคิดสร้างสรรค์	2.67	0.79	มาก
	สรุปผลด้านความเชื่อที่เกี่ยวกับการเรียนการสอนการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ทางเรขาคณิต	2.67	0.71	**มาก**
	รวมทั้งฉบับ	3.01	0.64	**มาก**

จากตาราง 12 ข้างต้น เมื่อพิจารณาความเชื่อของนักเรียนทั้งฉบับคะแนนของความเชื่อที่เกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ทางเรขาคณิตมีค่าเฉลี่ยเลขคณิตเท่ากับ 2.65 และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน 0.94 แสดงว่านักเรียนมีคะแนนเฉลี่ยของความเชื่อที่เกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ทางเรขาคณิตอยู่ในระดับมาก และเมื่อพิจารณาความเชื่อของนักเรียนแต่ละด้าน คะแนนของความเชื่อที่เกี่ยวกับคณิตศาสตร์มีค่าเฉลี่ยเลขคณิตเท่ากับ 2.74 และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน 0.91 ในขณะที่คะแนนของความเชื่อที่เกี่ยวกับการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ทางเรขาคณิตมีค่าเฉลี่ยเลขคณิตเท่ากับ 2.53 และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน 1.05 สำหรับคะแนนของความเชื่อที่เกี่ยวกับการเรียนการสอนการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ทางเรขาคณิตมีค่าเฉลี่ยเลขคณิตเท่ากับ 2.69 และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน 0.85 ซึ่งแสดงว่านักเรียนมีคะแนนเฉลี่ยความเชื่อทั้งสามด้านอยู่ในระดับมาก เช่นกัน

อย่างไรก็ตาม เมื่อพิจารณาความเชื่อของนักเรียนแต่ละข้อ พบว่า คะแนนของความเชื่อที่มีค่าเฉลี่ยเลขคณิตน้อยที่สุด 2 อันดับแรกซึ่งเป็นความเชื่อที่มีค่าเฉลี่ยอยู่ในระดับน้อยที่สุดและระดับน้อย ได้แก่ (1) ความเชื่อที่ว่า “การแก้ปัญหาทางเรขาคณิตที่ดีที่สุดควรมีวิธีเดียวเท่านั้น” ซึ่งมีค่าเฉลี่ยเลขคณิตเท่ากับ 1.44 และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน 0.51 และ (2) ความเชื่อที่ว่า “การแก้ปัญหาทางเรขาคณิตเป็นกระบวนการที่มีลำดับขั้นตอนแน่นอน ตายตัวและมียุทธวิธีที่เหมาะสมกับการแก้ปัญหานั้น ๆ เพียงยุทธวิธีเดียว” มีค่าเฉลี่ยเลขคณิตเท่ากับ 1.72 และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน 0.96 ซึ่งทั้งสองเป็นความเชื่อที่เกี่ยวกับการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ทางเรขาคณิต สาเหตุที่นักเรียนมีคะแนนเฉลี่ยของความเชื่ออยู่ในระดับน้อยที่สุดและระดับน้อย อาจเนื่องมาจากนักเรียนไม่คุ้นเคยกับการแก้ปัญหาที่มีหลายผลเฉลยและใช้ยุทธวิธีแก้ปัญหาได้มากกว่าหนึ่งยุทธวิธี ซึ่งสอดคล้องกับผลการสัมภาษณ์ครูที่ให้ข้อมูลว่า “ในการจัดการเรียนการสอนสำหรับนักเรียนห้องเรียนพิเศษวิทยาศาสตร์นั้น ครูต้องกระชับเวลาในการสอน จึงมุ่งเน้นให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดในแบบเรียนเพียงอย่างเดียว และแบบฝึกหัดในแบบเรียนส่วนใหญ่มีคำตอบเพียงคำตอบเดียวและใช้ยุทธวิธีเพียงยุทธวิธีเดียวในการแก้ปัญหาเท่านั้น” จึงส่งผลให้นักเรียนมีความเชื่อเช่นนั้น

สำหรับตาราง 13 เมื่อพิจารณาความเชื่อของครูทั้งฉบับคะแนนของความเชื่อที่เกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ทางเรขาคณิตมีค่าเฉลี่ยเลขคณิตเท่ากับ 3.01 และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน 0.64 ซึ่งแสดงว่าครูมีความเชื่อที่เกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ทางเรขาคณิตอยู่ในระดับมาก และเมื่อพิจารณาความเชื่อของครูแต่ละด้าน คะแนนของความเชื่อที่เกี่ยวกับคณิตศาสตร์มีค่าเฉลี่ยเลขคณิตเท่ากับ 3.18 และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน 0.70 ในขณะที่

คะแนนของความเชื่อที่เกี่ยวกับการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ทางเรขาคณิตมีค่าเฉลี่ยเลขคณิตเท่ากับ 3.17และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน 0.87 และคะแนนของความเชื่อที่เกี่ยวกับการเรียนการสอนการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ทางเรขาคณิตมีค่าเฉลี่ยเลขคณิตเท่ากับ 2.67 และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน 0.71 ซึ่งแสดงว่าครูมีความเชื่อทั้งสามด้านอยู่ในระดับมากเช่นกัน

อย่างไรก็ตาม เมื่อพิจารณาความเชื่อของครูแต่ละข้อ พบว่า คะแนนของความเชื่อที่มีค่าเฉลี่ยเลขคณิตน้อยที่สุด 2 อันดับแรก ซึ่งเป็นความเชื่อที่มีคะแนนเฉลี่ยอยู่ในระดับน้อย ได้แก่ (1) ความเชื่อที่ว่า “การมุ่งเน้นให้ผู้เรียนแสวงหาคำตอบที่ถูกต้องของสถานการณ์/ปัญหาทางคณิตศาสตร์ช่วยเสริมสร้างความสามารถในการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์” มีค่าเฉลี่ยเลขคณิตเท่ากับ 1.67 และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน 0.52 และ (2) ความเชื่อที่ว่า “แบบวัดผลสัมฤทธิ์เป็นเครื่องมือสำคัญในการวัดความสามารถในการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์” มีค่าเฉลี่ยเลขคณิตเท่ากับ 1.67และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน 0.52 โดยทั้งสองความเชื่อเป็นความเชื่อที่เกี่ยวกับการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ทางเรขาคณิตและความเชื่อที่เกี่ยวกับการเรียนการสอนการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ทางเรขาคณิต ตามลำดับ

สาเหตุที่ครูมีคะแนนเฉลี่ยของความเชื่ออยู่ในระดับน้อย อาจเนื่องมาจากในการจัดการเรียนการสอนครูมุ่งเน้นให้นักเรียนค้นหาผลเฉลยของสถานการณ์ปัญหามากกว่าการส่งเสริมให้นักเรียนใช้ยุทธวิธีที่หลากหลายในการแก้ปัญหาและใช้แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์เพื่อการตัดสินผลการเรียน ซึ่งสอดคล้องกับผลการสัมภาษณ์ครูที่ให้ข้อมูลว่า “ในการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนห้องเรียนพิเศษวิทยาศาสตร์ ครูส่วนใหญ่จะใช้แบบฝึกหัด และแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ที่อยู่ในแบบเรียน ซึ่งเน้นการคิดคำนวณให้ได้คำตอบที่ถูกต้องเป็นสำคัญ” จึงส่งผลให้ครูมีความเชื่อเช่นนั้น

จากผลการวิเคราะห์ความเชื่อที่เกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ของนักเรียนและครูข้างต้น แม้ว่านักเรียนและครูจะมีความเชื่ออยู่ในระดับมาก แต่มีความเชื่อบางความเชื่อที่ต้องปรับปรุง ซึ่งล้วนเป็นความเชื่อที่เกี่ยวกับการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ทางเรขาคณิต สำหรับนักเรียนห้องเรียนพิเศษวิทยาศาสตร์ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 มีความเชื่อที่เกี่ยวกับการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ทางเรขาคณิตที่ต้องปรับปรุง ทั้งนี้เนื่องมาจากการจัดการเรียนการสอนของครูไม่ได้มุ่งเน้นทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์รวมทั้งการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ ซึ่งสอดคล้องกับผลการสัมภาษณ์ครูผู้สอนที่ให้ข้อมูลตรงกันว่า “ครูส่วนใหญ่จัดการเรียนการสอนสำหรับนักเรียนห้องเรียนพิเศษวิทยาศาสตร์โดยมุ่งเน้นที่เนื้อหาสาระเรขาคณิตเพียงอย่างเดียว

ไม่ได้จัดการเรียนการสอนที่เสริมสร้างทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์รวมทั้งการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ทางเรขาคณิตเลย”

ตอนที่ 2 ความสามารถในการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ทางเรขาคณิต

ผู้วิจัยศึกษาความสามารถในการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ 4 ด้าน ได้แก่ (1) ความคิดคล่อง (2) ความคิดยืดหยุ่น (3) ความคิดริเริ่ม และ (4) ความคิดละเอียดลออ โดยพิจารณาจากผลงานการแก้ปัญหาและตั้งปัญหาในแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ทางเรขาคณิต

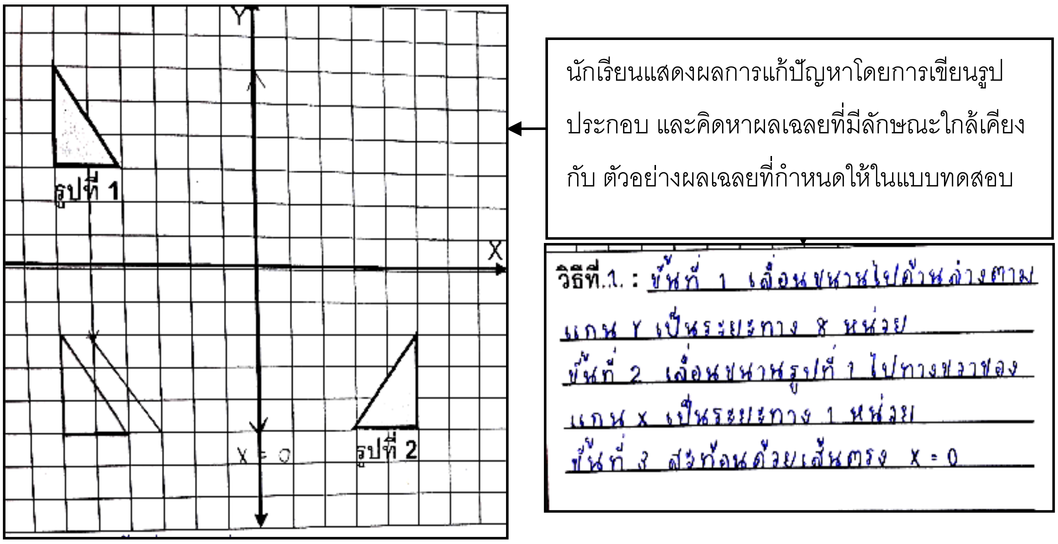
2.1 ความคิดคล่อง

ในการศึกษาความคิดคล่อง ผู้วิจัยพิจารณาความคล่องแคล่วของนักเรียนในการคิดหาผลเฉลยของปัญหาจำนวนมากที่แตกต่างกันและมีหลายรูปแบบขณะลงมือแก้ปัญหาที่กำหนดภายในเวลาที่จำกัด ผลการวิจัยพบว่า พฤติกรรมที่นักเรียนแสดงออกมี 2 ลักษณะ ได้แก่ (1) นักเรียนส่วนใหญ่คิดหาผลเฉลยได้เพียงผลเฉลยเดียวเท่านั้น และ (2) นักเรียนส่วนใหญ่คิดหารูปแบบของผลเฉลยได้เพียงรูปแบบเดียว ซึ่งมีรายละเอียดดังนี้

(1) นักเรียนส่วนใหญ่คิดหาผลเฉลยได้เพียงผลเฉลยเดียวเท่านั้น

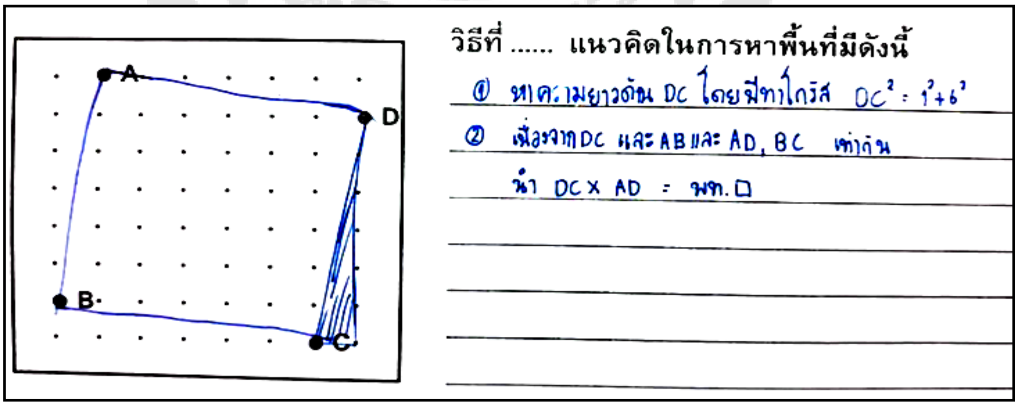
ในการคิดหาผลเฉลยของปัญหาจำนวนมาก ที่แตกต่างกันภายในเวลาที่จำกัดนั้น นักเรียนส่วนใหญ่คิดหาผลเฉลยของปัญหาในข้อที่ 1 และข้อที่ 2 ได้เพียงผลเฉลยเดียวเท่านั้น กล่าวคือ เมื่อนักเรียนคิดหาผลเฉลยแรกได้แล้วนักเรียนจะหยุดคิดหาผลเฉลยอื่น ๆ ในทันที

ตัวอย่างเช่น ในการแก้ปัญหาข้อที่ 1 เรื่องการแปลงทางเรขาคณิต (Geometric transformation) ซึ่งเป็นปัญหาที่ต้องการให้นักเรียนใช้ความรู้เรื่องการแปลงทางเรขาคณิต คิดหาผลเฉลยเกี่ยวกับความสัมพันธ์ของรูปเรขาคณิตสองรูปที่แตกต่างกันให้ได้จำนวนความสัมพันธ์มากที่สุด ซึ่งปัญหานี้มีผลเฉลยไม่จำกัด แต่ในระยะเวลา 20 นาที นักเรียนส่วนใหญ่คิดหาผลเฉลยได้เพียงผลเฉลยเดียวเท่านั้น ดังภาพประกอบ 10



ภาพประกอบ 10 ผลเฉลยเพียงผลเฉลยเดียวในการแก้ปัญหาข้อที่ 1

ในการแก้ปัญหาข้อที่ 2 เรื่อง ปัญหาการหาพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมบนกระดาษจุด ซึ่งเป็นปัญหาที่ต้องการให้นักเรียนคิดหาผลเฉลยเกี่ยวกับวิธีการหาพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมเมื่อกำหนดจุดมุมทั้ง 4 จุดมุม บนกระดาษจุดขนาด 7x7 ตารางหน่วย ที่แตกต่างกันให้ได้จำนวนวิธีการมากที่สุด ในระยะเวลา 20 นาที นักเรียนส่วนใหญ่คิดหาผลเฉลยได้เพียงผลเฉลยเดียวเช่นกัน ดังภาพประกอบ 11



ภาพประกอบ 11 ผลเฉลยเพียงผลเฉลยเดียวในการแก้ปัญหาข้อที่ 2

(2) นักเรียนคิดหารูปแบบของผลเฉลยได้เพียงรูปแบบเดียว

ในการคิดหาผลเฉลยของปัญหาที่มีหลากหลายรูปแบบและแตกต่างกันภายในเวลาที่กำหนดนั้น เนื่องจากนักเรียนคิดหาผลเฉลยได้เพียงผลเฉลยเดียว จึงทำให้มีรูปแบบของผลเฉลยเพียงรูปแบบเดียวเท่านั้น ดังภาพประกอบ 10 และ ภาพประกอบ 11 ข้างต้น ทั้งนี้สาเหตุที่ทำให้นักเรียนมีพฤติกรรมดังกล่าวอาจเนื่องมาจาก นักเรียนส่วนใหญ่ใช้วิธีการแก้ปัญหาที่คุ้นเคยและเลียนแบบวิธีการจากการแก้ปัญหาของผลเฉลยที่ให้ไว้เป็นตัวอย่าง โดยไม่คิดหาผลเฉลยที่แปลกใหม่ นอกจากนี้นักเรียนยังใช้ความรู้คณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหาเฉพาะในระดับชั้นที่นักเรียนกำลังศึกษา และขาดการเชื่อมโยงความรู้อื่น ๆ ในการแก้ปัญหา

จากพฤติกรรมของนักเรียนข้างต้น พบว่า นักเรียนไม่ปรากฏการคิดหาผลเฉลยของปัญหาจำนวนมากที่แตกต่างกัน และมีหลายรูปแบบได้ ซึ่งสอดคล้องผลการศึกษาความเชื่อของนักเรียนที่พบว่า นักเรียนส่วนใหญ่มีความเชื่อว่า “การแก้ปัญหาทางเรขาคณิตที่ดีที่สุดควรมีผลเฉลยหรือยุทธวิธีเดียวเท่านั้น” จึงทำให้นักเรียนไม่พยายามคิดหาผลเฉลยอื่นอีกหลังจากหาผลเฉลยแรกได้แล้ว สาเหตุที่ทำให้นักเรียนมีพฤติกรรมดังกล่าวสะท้อนจากผลการสัมภาษณ์ของครูที่ให้ข้อมูลว่า “ในการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนห้องเรียนพิเศษวิทยาศาสตร์นั้น ครูจะมุ่งเน้นการแก้ปัญหาเพื่อค้นหาผลเฉลยที่ถูกต้องเพียงผลเฉลยเดียว และในการนำเสนอผลเฉลยของการแก้ปัญหาดังกล่าวครูจะเป็นผู้นำเสนอยุทธวิธีที่เหมาะสมเพียงยุทธวิธีเดียวเช่นกัน”

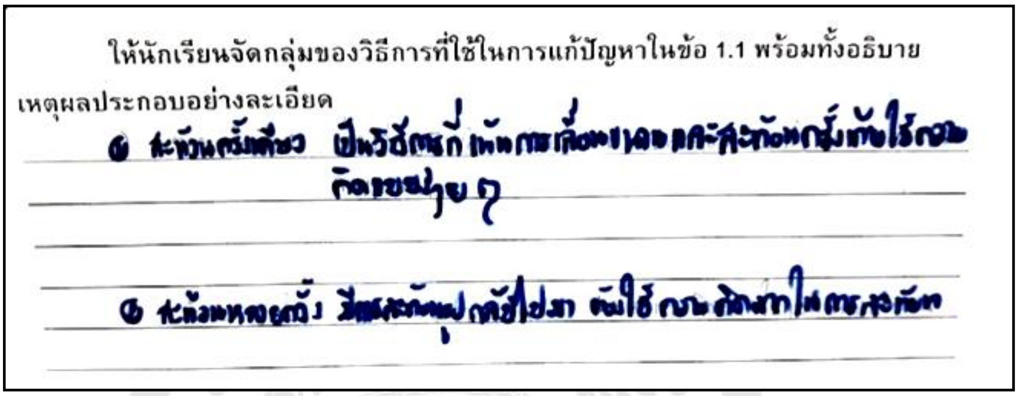
2.2 ความคิดยืดหยุ่น

ในการศึกษาความคิดยืดหยุ่น ผู้วิจัยพิจารณาความสามารถของนักเรียนในการคิดสร้างเกณฑ์การจัดกลุ่มของผลเฉลย และความชัดเจนของคำอธิบายเกณฑ์การจัดกลุ่มของผลเฉลยขณะลงมือแก้ปัญหาที่กำหนด ผลการวิจัยพบว่า พฤติกรรมที่นักเรียนแสดงออกมี 2 ลักษณะ ได้แก่ (1) นักเรียนส่วนใหญ่ไม่ปรากฏการคิดสร้างเกณฑ์การจัดกลุ่มของผลเฉลยได้ และ (2) นักเรียนส่วนใหญ่ไม่มีคำอธิบายเกณฑ์การจัดกลุ่มของผลเฉลยที่ชัดเจน ซึ่งรายละเอียดมีดังนี้

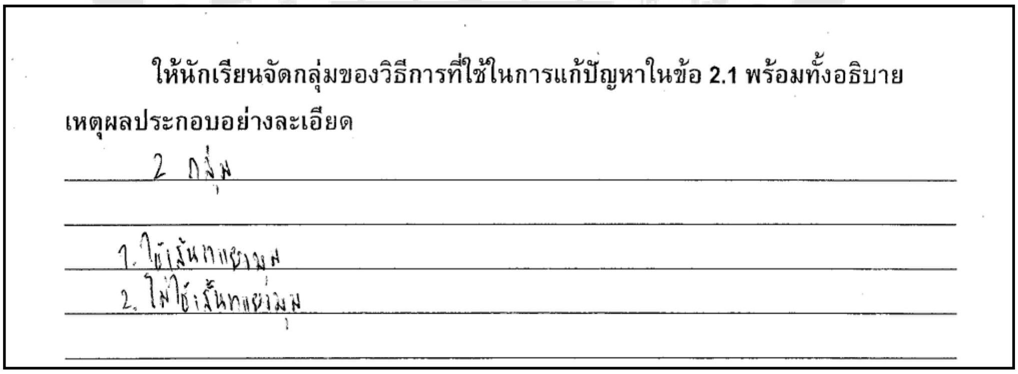
(1) นักเรียนส่วนใหญ่ไม่ปรากฏการคิดสร้างเกณฑ์การจัดกลุ่มของผลเฉลยได้

ในการคิดสร้างเกณฑ์การจัดกลุ่มของผลเฉลยนั้นนักเรียนส่วนใหญ่ไม่ปรากฏการคิดสร้างเกณฑ์การจัดกลุ่มของผลเฉลยได้ และไม่แสดงร่องรอยการเขียนคำอธิบายเกณฑ์การจัดกลุ่มของ ผลเฉลยของปัญหาในข้อที่ 1 และข้อ 2 แม้ว่ามีนักเรียนบางคนสามารถคิดและเขียนคำอธิบายเกณฑ์การจัดกลุ่มของผลเฉลยได้แต่เป็นเกณฑ์ที่ไม่ซับซ้อน และสามารถจัดกลุ่มของผลเฉลยได้เพียง 2 กลุ่มเท่านั้น ตัวอย่างเช่น ในการแก้ปัญหาข้อที่ 1 และข้อที่ 2 เมื่อนักเรียนคิดหาผล

เฉลยได้แล้ว นักเรียนต้องคิดสร้างเกณฑ์การจัดกลุ่มของผลเฉลยที่มีอยู่ นักเรียนส่วนใหญ่ไม่สามารถคิดสร้างเกณฑ์การจัดกลุ่มของผลเฉลยได้เลย แต่มีนักเรียนบางคนสามารถคิดและเขียนคำอธิบายเกณฑ์การจัดกลุ่มของผลเฉลยได้ แต่เป็นเกณฑ์ที่ไม่ซับซ้อน ทำให้จัดกลุ่มของผลเฉลยได้เพียง 2 กลุ่มเท่านั้น ดังภาพประกอบ 12 - 13


ให้นักเรียนจัดกลุ่มของวิธีการที่ใช้ในการแก้ปัญหาในข้อ 1.1 พร้อมทั้งอธิบาย
เหตุผลประกอบอย่างละเอียด

ภาพประกอบ 12 การคิดสร้างเกณฑ์การจัดกลุ่มของผลเฉลยที่ไม่ซับซ้อน และจัดกลุ่มของผลเฉลยได้เพียง 2 กลุ่มเท่านั้น ในการแก้ปัญหาข้อที่ 1 ของนักเรียน


ให้นักเรียนจัดกลุ่มของวิธีการที่ใช้ในการแก้ปัญหาในข้อ 2.1 พร้อมทั้งอธิบาย
เหตุผลประกอบอย่างละเอียด
2 กลุ่ม
1. ใช้เส้นทแยงมุม
2. ไม่ใช้เส้นทแยงมุม

ภาพประกอบ 13 การคิดสร้างเกณฑ์การจัดกลุ่มของผลเฉลยที่ไม่ซับซ้อน เขียนเพียงวลีหรือประโยคสั้นๆ และจัดกลุ่มของผลเฉลยได้เพียง 2 กลุ่มเท่านั้น ในการแก้ปัญหาข้อที่ 2 ของนักเรียน

(2) นักเรียนส่วนใหญ่ไม่มีคำอธิบายเกณฑ์การจัดกลุ่มของผลเฉลยที่ชัดเจน

ในการเขียนคำอธิบายเกณฑ์การจัดกลุ่มของผลเฉลยนั้นนักเรียนส่วนใหญ่เขียนคำอธิบายเกณฑ์การจัดกลุ่มของผลเฉลยแบบสั้น ๆ เป็นเพียงวลีหรือประโยคสั้น ๆ ซึ่งไม่ได้มีการอธิบายหรือขยายความของคำเหล่านั้น ทำให้เกณฑ์การจัดกลุ่มของผลเฉลยไม่ชัดเจนและขาด

ความหลากหลายส่งผลให้จัดกลุ่มของผลเฉลยได้จำนวนน้อยเพียง 2 กลุ่มเท่านั้น ดังภาพประกอบ 12 – 13 จากพฤติกรรมข้างต้น พบว่า นักเรียนส่วนใหญ่ไม่ปรากฏการคิดสร้างเกณฑ์การจัดกลุ่มของผลเฉลย และไม่ปรากฏการเขียนคำอธิบายเกณฑ์การจัดกลุ่มของผลเฉลย แสดงให้เห็นว่านักเรียนขาดประสบการณ์ในการสร้างเกณฑ์การจัดกลุ่มของผลเฉลย ซึ่งสอดคล้องกับผลการสัมภาษณ์ของครูผู้สอนที่พบว่า “ในการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนห้องเรียนพิเศษวิทยาศาสตร์ ครูคณิตศาสตร์ส่วนใหญ่มุ่งเน้นการให้ความรู้ความเข้าใจในเนื้อหา การทำข้อสอบแข่งขันที่เป็นข้อสอบปรนัยเพื่อกระชับเวลาในการสอน มากกว่ามุ่งเน้นการส่งเสริมให้นักเรียนทำข้อสอบอัตนัยและการเขียนแสดงแนวคิดในการแก้ปัญหาที่ต้องใช้เวลาในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนดังกล่าวเป็นระยะเวลานาน

2.3 ความคิดริเริ่ม

ในการศึกษาความคิดริเริ่มผู้วิจัยพิจารณาความสามารถของนักเรียนในการสร้างสถานการณ์ให้มีผลเฉลยแปลกใหม่ แตกต่างกันและมีหลากหลายรูปแบบขณะลงมือตั้งปัญหาเป็นรายบุคคล ผลการวิจัยพบว่า พฤติกรรมที่นักเรียนแสดงออกมี 2 ลักษณะ ได้แก่ (1) นักเรียนส่วนใหญ่ไม่ปรากฏการสร้างสถานการณ์ปัญหาที่มีผลเฉลยแปลกใหม่ที่แตกต่างจากผลเฉลยเดิม และ (2) นักเรียนส่วนใหญ่ไม่ปรากฏการสร้างสถานการณ์ปัญหาที่มีรูปแบบของผลเฉลยแปลกใหม่ที่แตกต่างจากรูปแบบเดิม ซึ่งรายละเอียดมีดังนี้

(1) นักเรียนส่วนใหญ่ไม่ปรากฏการสร้างสถานการณ์ปัญหาที่มีผลเฉลยแปลกใหม่ที่แตกต่างจากผลเฉลยเดิม

ในการคิดสร้างสถานการณ์ปัญหาให้มีผลเฉลยแปลกใหม่และแตกต่างจากผลเฉลยเดิมนั้น นักเรียนส่วนใหญ่ไม่แสดงร่อยรอยการสร้างสถานการณ์ปัญหา จึงทำให้ไม่สามารถสร้างสถานการณ์ปัญหาที่มีผลเฉลยแปลกใหม่และแตกต่างจากผลเฉลยเดิมได้ ทั้งนี้อาจเนื่องจากนักเรียนไม่คุ้นเคยกับการสร้างสถานการณ์ปัญหาเพื่อขยายแนวคิดของการแก้ปัญหาด้วยกระบวนการตั้งปัญหา ซึ่งสอดคล้องกับผลการสัมภาษณ์ครูและผลการศึกษาความเชื่อของนักเรียนที่เชื่อว่า “การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่มุ่งเน้นให้ผู้เรียนแสวงหาคำตอบจะช่วยให้เกิดความคิดสร้างสรรค์ได้” สะท้อนให้เห็นว่าในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ของครูส่วนใหญ่มุ่งเน้นที่การหาคำตอบของสถานการณ์ปัญหาเป็นสำคัญ ขาดการขยายแนวคิดในการแก้ปัญหาผ่านกระบวนการตั้งปัญหา ทำให้นักเรียนไม่สามารถระบุเงื่อนไขที่จำเป็นและพอเพียงในการสร้างสถานการณ์ใหม่เพื่อให้ได้ผลเฉลยที่แปลกใหม่และแตกต่างจากผลเฉลยเดิม

(2) นักเรียนไม่ปรากฏการสร้างสถานการณ์ปัญหาที่มีรูปแบบของผลเฉลยแปลกใหม่ที่แตกต่างจากรูปแบบเดิม

ในการคิดสร้างสถานการณ์ปัญหาให้มีรูปแบบของผลเฉลยแปลกใหม่ที่แตกต่างจากรูปแบบเดิมนั้นนักเรียนส่วนใหญ่ไม่แสดงร่อยรอยการสร้างสถานการณ์ปัญหาเลยจึงทำให้ไม่สามารถสร้างสถานการณ์ปัญหาที่มีรูปแบบของผลเฉลยที่แปลกใหม่แตกต่างจากรูปแบบเดิมได้ ทั้งนี้อาจเนื่องมาจากนักเรียนไม่คุ้นเคยกับการขยายแนวคิดในการแก้ปัญหาด้วยกระบวนการตั้งปัญหา ซึ่งสอดคล้องกับผลการสัมภาษณ์ของครูที่ให้ข้อมูลว่า “ในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ของครูส่วนใหญ่มุ่งเน้นการแก้ปัญหาที่เป็นข้อสอบแข่งขันที่มีเพียงคำตอบเดียวหรือวิธีการแก้ปัญหาเพียงวิธีเดียว” นอกจากนี้ผลการสัมภาษณ์ครูยังให้ข้อมูลเพิ่มเติมว่า “ครูส่วนใหญ่ยังไม่เคยจัดกิจกรรมการเรียนการสอนผ่านการตั้งปัญหาเพื่อขยายแนวคิดของการแก้ปัญหาในชั้นเรียน เพราะครูผู้สอนไม่ทราบว่าการแก้ปัญหาและการตั้งปัญหาเป็นกระบวนการที่มีความสัมพันธ์และส่งเสริมซึ่งกันและกัน” ซึ่งผลการสัมภาษณ์ดังกล่าวสะท้อนให้เห็นว่าการจัดการเรียนการสอนเรขาคณิตของครูส่งผลต่อการเรียนรู้ของนักเรียนทำให้นักเรียนขาดการฝึกประสบการณ์ในการแก้ปัญหาและตั้งปัญหา จึงไม่สามารถสร้างสถานการณ์ปัญหาที่มีรูปแบบของผลเฉลยที่แปลกใหม่แตกต่างจากรูปแบบเดิมได้

2.4 ความคิดละเอียดลออ

ในการศึกษาความคิดละเอียดลออของนักเรียน ผู้วิจัยพิจารณาความคิดละเอียดลออของนักเรียนในการคิดสร้างสถานการณ์ปัญหาใหม่ที่มีรายละเอียดของปัญหาที่ครบถ้วนและมีความชัดเจนและเป็นสถานการณ์ปัญหาใหม่ที่มีผลเฉลยจำนวนมากที่แตกต่างกันและมีหลากหลายรูปแบบ ซึ่งผลการวิจัยพบว่า พฤติกรรมที่นักเรียนแสดงออกมี 2 ลักษณะ ได้แก่ (1) นักเรียนส่วนใหญ่ไม่ปรากฏการสร้างสถานการณ์ปัญหาใหม่ที่มีรายละเอียดของปัญหาที่ครบถ้วนและมีความชัดเจนได้ และ (2) นักเรียนส่วนใหญ่ไม่ปรากฏการสร้างสถานการณ์ปัญหาใหม่ที่มีผลเฉลยจำนวนมากที่แตกต่างกันและมีหลากหลายรูปแบบได้ ซึ่งรายละเอียดมีดังนี้

(1) นักเรียนส่วนใหญ่ไม่ปรากฏการสร้างสถานการณ์ปัญหาที่มีรายละเอียดของปัญหาที่ครบถ้วนและชัดเจนได้

ในการคิดสร้างสถานการณ์ปัญหาที่มีรายละเอียดของปัญหาที่ครบถ้วนและมีความชัดเจนนั้น นักเรียนส่วนใหญ่ไม่แสดงร่อยรอยการสร้างสถานการณ์ปัญหา จึงทำให้ไม่สามารถสร้างสถานการณ์ปัญหาที่มีมีรายละเอียดของปัญหาที่ครบถ้วนและมีความชัดเจนทั้งนี้อาจเนื่องมาจากนักเรียนส่วนใหญ่ไม่คุ้นเคยกับกระบวนการตั้งปัญหาที่ให้นักเรียนคิดสร้างสถานการณ์ปัญหาด้วยตนเองซึ่งสอดคล้องกับผลการสัมภาษณ์ครูเกี่ยวกับการจัดการเรียนการ

สอนคณิตศาสตร์และการแก้ปัญหาทางเรขาคณิตที่ให้ข้อมูลว่า “ปัญหาที่ครูใช้ในการจัดการเรียนการสอนส่วนใหญ่เป็นโจทย์ที่พบในแบบเรียนซึ่งมีวิธีการแก้ปัญหาเพียงวิธีเดียวหรือเป็นการพิสูจน์แค่วิธีเดียวเท่านั้น”

(2) **นักเรียนส่วนใหญ่ไม่ปรากฏการสร้างสถานการณ์ปัญหาใหม่ที่มีผลเฉลยจำนวนมากที่แตกต่างกันและมีหลากหลายรูปแบบได้**

ในการคิดสร้างสถานการณ์ปัญหาใหม่ที่ผลเฉลยจำนวนมากที่แตกต่างกันและมีหลากหลายรูปแบบนั้น นักเรียนส่วนใหญ่ไม่แสดงร่อยรอยการสร้างสถานการณ์ปัญหาใหม่เลย จึงทำให้ไม่สามารถสร้างสถานการณ์ปัญหาที่ที่ผลเฉลยของปัญหาจำนวนมากที่แตกต่างกันและมีหลากหลายรูปแบบได้ ซึ่งลักษณะของพฤติกรรมของนักเรียนที่พบนั้น ใกล้เคียงกับพฤติกรรมด้านการคิดสร้างสถานการณ์ปัญหาที่มีผลเฉลยในการแก้ปัญหาที่มีความหลากหลาย/ครบถ้วนละเอียดชัดเจนเนื่องจากนักเรียนส่วนใหญ่ไม่คุ้นเคยกับกระบวนการตั้งปัญหาและการแก้ปัญหาที่มีผลเฉลยมากกว่าหนึ่งผลเฉลย สอดคล้องกับผลการสัมภาษณ์ครูเกี่ยวกับการจัดการเรียนการสอนการแก้ปัญหาทางเรขาคณิตที่พบว่า “ปัญหาที่ครูใช้ในการจัดการเรียนการสอนส่วนใหญ่เป็นโจทย์ที่พบในแบบเรียนซึ่งมีวิธีการแก้ปัญหาเพียงวิธีเดียวหรือเป็นการพิสูจน์แค่วิธีเดียวเท่านั้น” เช่นกัน

ตอนที่ 3 การจัดการเรียนการสอนที่เกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ทางเรขาคณิต

ในการศึกษาแนวการจัดการเรียนการสอนที่เกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ทางเรขาคณิตของครูผู้วิจัยพิจารณาความรู้ความเข้าใจและประสบการณ์การสอนของครูที่เป็นกลุ่มเป้าหมาย จำนวน 4 ด้าน ได้แก่ (1) ด้านหลักสูตร (2) ด้านครู (3) ด้านนักเรียน และ (4) ด้านศาสตร์การสอนในเนื้อหาของครู ผลการวิเคราะห์มีรายละเอียดดังนี้

3.1 **ด้านหลักสูตร**

ผลจากการสัมภาษณ์ครูที่เป็นกลุ่มเป้าหมาย ครูให้ข้อมูลเกี่ยวกับหลักสูตรเรขาคณิตที่ใช้สอนนักเรียนห้องเรียนพิเศษวิทยาศาสตร์ดังนี้

(1) หลักสูตรเรขาคณิตที่ใช้สอนเป็นหลักสูตรที่ไม่ได้มุ่งเน้นทักษะและกระบวนการการทางคณิตศาสตร์ มุ่งเน้นแต่เนื้อหาเรขาคณิตเป็นหลัก โดยให้นักเรียน เรียนรู้ทฤษฎีบท กฎ สูตร และบทนิยามเพิ่มเติมจากหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐานเท่านั้น

(2) หลักสูตรเรขาคณิตที่ใช้สอนเป็นหลักสูตรที่ไม่มุ่งเน้นการเชื่อมโยงระหว่างเนื้อหาและการประยุกต์ใช้ มุ่งเน้นแต่การพิสูจน์ทฤษฎีบท และการทำข้อสอบแข่งขันเท่านั้น

(3) หลักสูตรเรขาคณิตที่ใช้สอนเป็นหลักสูตรที่ไม่มุ่งเน้นการบูรณาการกับเนื้อหาวิชาอื่น ส่งผลให้นักเรียนไม่เห็นความสำคัญของเนื้อหาเรขาคณิต ไม่สามารถนำความรู้ไปแก้ปัญหาร่วมกับเนื้อหาวิชาอื่นได้

3.2 ด้านครู

ผลจากการสัมภาษณ์ครูที่เป็นกลุ่มเป้าหมาย ครูให้ข้อมูลเกี่ยวกับความรู้ความเข้าใจและประสบการณ์การสอนนักเรียนห้องเรียนพิเศษวิทยาศาสตร์ดังนี้

(1) ครูใช้วิธีสอนแบบบรรยายและยกตัวอย่างประกอบการบรรยาย ไม่ได้ใช้วิธีสอนหรือรูปแบบการสอนที่ช่วยส่งเสริมระดับการคิดทางเรขาคณิตเนื่องจากผู้สอนขาดความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับรูปแบบ วิธีการสอน และเทคนิคในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนเรขาคณิตในระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น

(2) ครูใช้แบบเรียนหรือข้อสอบแข่งขันซึ่งเป็นปัญหาที่นักเรียนคุ้นเคยและมีคำตอบหรือยุทธวิธีเดียวในการแก้ปัญหา เนื่องจากผู้สอนขาดความรู้ความเข้าใจในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนเรขาคณิตเพื่อเสริมสร้างทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ โดยเฉพาะด้านการแก้ปัญหาและความคิดริเริ่มสร้างสรรค์

(3) ครูไม่ได้จัดกิจกรรมที่เสริมสร้างการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ เนื่องจากผู้สอนขาดความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่เสริมสร้างความคิดสร้างสรรค์ทางเรขาคณิตผ่านการแก้ปัญหาและการตั้งปัญหา

(4) ครูใช้แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ในการตัดสินผลการเรียนเท่านั้น เนื่องจากผู้สอนขาดความรู้ความเข้าใจในการวัดและประเมินผลเกี่ยวกับทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ โดยเฉพาะด้านการแก้ปัญหาและความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ทางเรขาคณิต

(5) ครูมักให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดในแบบเรียนเพียงอย่างเดียว เพื่อกระชับเวลาในการจัดการเรียนการสอนสำหรับนักเรียนห้องเรียนพิเศษวิทยาศาสตร์

(6) ครูมีภาระงานที่นอกเหนือจากการสอนจำนวนมาก ทำให้มีเวลาไม่เพียงพอต่อการสร้างหรือ พัฒนากิจกรรมการเรียนการสอนที่เสริมสร้างทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์

3.3 ด้านนักเรียน

ผลจากการสัมภาษณ์ครูที่เป็นกลุ่มเป้าหมาย ครูให้ข้อมูลเกี่ยวกับความรู้ความสามารถของนักเรียนห้องเรียนพิเศษวิทยาศาสตร์ดังนี้

(1) นักเรียนมีความเข้าในที่คลาดเคลื่อนในการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ ทำให้นักเรียนไม่สามารถหาคำตอบที่แตกต่างกันจำนวนมาก หรือเลือกใช้ยุทธวิธีที่หลากหลายในการแก้ปัญหาได้

(2) นักเรียนไม่ดำเนินการแก้ปัญหาตามขั้นตอนกระบวนการแก้ปัญหา จึงทำให้ไม่สามารถแก้โจทย์ปัญหาทางเรขาคณิตได้

3.4 ด้านศาสตร์การสอนในเนื้อหาของครู

ผลจากการสัมภาษณ์ครูที่เป็นกลุ่มเป้าหมาย ครูให้ข้อมูลเกี่ยวกับศาสตร์การสอนในเนื้อหาเราขาคณิต ดังนี้

(1) ครูมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับเรขาคณิตระดับสูง ทำให้ไม่สามารถถ่ายทอดความรู้ให้นักเรียนได้อย่างเต็มที่

(2) ครูมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในการออกแบบกิจกรรมการเรียนการสอนที่เสริมสร้างทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ทำให้ไม่สามารถพัฒนากิจกรรมการเรียนการสอนที่เสริมสร้างทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์

ระยะที่ 2 การพัฒนากิจกรรมการเรียนการสอนเรขาคณิตที่เสริมสร้างความสามารถในการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนห้องเรียนพิเศษวิทยาศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตอนต้น

ในการพัฒนากิจกรรมการเรียนการสอนเรขาคณิตที่เสริมสร้างความสามารถในการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนห้องเรียนพิเศษวิทยาศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตอนต้น ผู้วิจัยได้นำผลที่ได้จากการศึกษาสภาพการเรียนการสอนเรขาคณิตที่เกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ของครูและนักเรียน ทฤษฎีโครงสร้างทางสติปัญญาของกิลฟอร์ด ด้านความคิดคล่อง ความคิดยืดหยุ่น ความคิดริเริ่ม และความคิดละเอียดลออ กระบวนการแก้ปัญหาของโพลยา/วิลสันและคณะ กระบวนการตั้งปัญหาของบราวน์และวอลเทอร์ และแนวทางการวัดผลประเมินผลมากำหนดกรอบแนวคิดเพื่อสร้างกิจกรรมการเรียนการสอน และทดลองหาประสิทธิภาพของกิจกรรมการเรียนการสอน โดยการกำหนดกลุ่มนำร่องในการพัฒนาและหาประสิทธิภาพของกิจกรรมการเรียนการสอน 3 ครั้ง ซึ่งกลุ่มนำร่องเป็นนักเรียนห้องเรียนพิเศษวิทยาศาสตร์ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนสาธิตมหาวิทยาลัยรามคำแหง จำนวน 21 คน ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2561 โดยพิจารณาจากคะแนนดิบของนักเรียนในรายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน แล้วแบ่งออกเป็น 3 กลุ่ม คือกลุ่มที่มีระดับสูง ปานกลาง ต่ำ โดยผลการพัฒนาและหาประสิทธิภาพของกิจกรรมการเรียนการสอนแบ่งออกเป็น 3 ตอน ดังนี้

ตอนที่ 1 การทดลองหาประสิทธิภาพรายบุคคล

ในการทดลองหาประสิทธิภาพรายบุคคล มีความมุ่งหมายเพื่อหาประสิทธิภาพของกิจกรรมการเรียนการสอนและเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย ใช้นักเรียนจำนวน 3 คน ที่ได้จากการเลือกแบบเจาะจงจากนักเรียนทั้ง 3 กลุ่ม กลุ่มละ 1 คน โดยให้นักเรียนลงมือแก้ปัญหาและตั้งปัญหาในแต่ละกิจกรรมการเรียนการสอนเป็นกลุ่ม และนำคะแนนจากใบกิจกรรมรายบุคคลครั้งที่ 1 – 3 และคะแนนจากแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ไปวิเคราะห์เปรียบเทียบกับเกณฑ์ โดยคิดค่า E_1 เป็นค่าเฉลี่ยร้อยละของคะแนนที่นักเรียนได้จากกิจกรรมรายบุคคลระหว่างเรียนจำนวน 3 ครั้ง และ E_2 เป็นค่าเฉลี่ยร้อยละของคะแนนที่นักเรียนได้จากการทำแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์หลังเรียน โดยมีเกณฑ์การตัดสิน E_1/E_2 เป็น 60/60 ผลการวิเคราะห์ข้อมูลแสดงดังตาราง 14

ตาราง 14 ผลการวิเคราะห์การหาประสิทธิภาพรายบุคคลของกิจกรรมการเรียนการสอน เรขาคณิตที่เสริมสร้างความสามารถในการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนห้องเรียนพิเศษวิทยาศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตอนต้น

E_1	E_2	E_1/E_2
61.24	60.50	61.24/60.50

จากตาราง 14 พบว่า กิจกรรมการเรียนการสอน เรขาคณิตที่เสริมสร้างความสามารถในการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนห้องเรียนพิเศษวิทยาศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตอนต้น มีประสิทธิภาพเท่ากับ 61.24/60.50 ซึ่งเป็นไปตามเกณฑ์ 60/60 แสดงว่า กิจกรรมการเรียนการสอน เรขาคณิตที่เสริมสร้างความสามารถในการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนห้องเรียนพิเศษวิทยาศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตอนต้นมีประสิทธิภาพตามเกณฑ์ 60/60 ผลจากการทดลองหาประสิทธิภาพรายบุคคล มีข้อค้นพบในการปรับปรุง ดังนี้

1. ควรปรับปรุงภาษาที่ใช้ในการอธิบายสถานการณ์ปัญหารายกลุ่ม เช่น เงื่อนไขที่ขาดความรัดกุมของสถนการณ์ปัญหาข้อที่ 1 เกี่ยวกับการสร้างรูปสามเหลี่ยมมุมหน้าจั่ว และมีบางสถานการณ์ปัญหาที่มีประโยคที่ซ้ำซ้อน และขาดความสัมพันธ์เชื่อมโยงกัน เป็นต้น

2. ควรปรับปรุงภาษาและข้อคำถามในใบกิจกรรมการรายบุคคล เช่น ประโยคคำถามให้นักเรียนหายุทธวิธีที่หลากหลายในการสร้างรูปเรขาคณิต (แก้ไขเป็นหาผลเฉลยที่หลากหลาย) และปรับปรุงข้อคำถามของแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ จำนวน 4 ข้อ ให้กระชับขึ้น เป็นต้น

นอกจากนี้ยังมีข้อเสนอแนะ/ข้อค้นพบในการปรับปรุง ดังนี้ การแก้ปัญหาที่ไม่คุ้นเคยในกิจกรรมการเรียนรู้ระยะที่ 2 แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 7 และ 9 รายกลุ่ม ที่มีจำนวนเฉลยมากเกินไป ซึ่งควรปรับจำนวนของผลเฉลยให้มีความเหมาะสมกับระยะเวลาที่ใช้ในการแก้ปัญหา

ตอนที่ 2 การทดลองหาประสิทธิภาพกลุ่มย่อย

ในการทดลองหาประสิทธิภาพกลุ่มย่อย เพื่อหาประสิทธิภาพของกิจกรรมการเรียนการสอนและเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย ผู้วิจัยใช้นักเรียน จำนวน 6 คน ที่ไม่ใช่กลุ่มที่ได้จากการหาประสิทธิภาพรายบุคคล ได้จากการเลือกแบบเจาะจงจากนักเรียนทั้ง 3 กลุ่ม กลุ่มละ 2 คน โดยให้นักเรียนลงมือแก้ปัญหาและตั้งปัญหาในแต่ละกิจกรรมการเรียนการสอนเป็นกลุ่ม และนำคะแนนจากใบกิจกรรมรายบุคคลครั้งที่ 1 – 3 และคะแนนจากแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ไปวิเคราะห์เปรียบเทียบกับเกณฑ์ โดยคิดค่า E_1 เป็นค่าเฉลี่ยร้อยละของคะแนนที่นักเรียนได้จากกิจกรรมรายบุคคลระหว่างเรียนจำนวน 3 ครั้ง และ E_2 เป็นค่าเฉลี่ยร้อยละของคะแนนที่นักเรียนได้จากการทำแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์หลังเรียน โดยมีเกณฑ์การตัดสิน E_1/E_2 เป็น 60/60 ผลการวิเคราะห์ข้อมูลแสดงดังตาราง 15

ตาราง 15 ผลการวิเคราะห์การหาประสิทธิภาพเป็นกลุ่มย่อยของกิจกรรมการเรียนการสอนเรขาคณิตที่เสริมสร้างความสามารถในการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนห้องเรียนพิเศษวิทยาศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตอนต้น

E_1	E_2	E_1/E_2
64.14	63.50	64.14/63.50

จากตาราง 15 พบว่า กิจกรรมการเรียนการสอน เรขาคณิตที่เสริมสร้างความสามารถในการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนห้องเรียนพิเศษวิทยาศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตอนต้น มีประสิทธิภาพเท่ากับ 64.14/63.50 ซึ่งเป็นไปตามเกณฑ์ 60/60 แสดงว่ากิจกรรมการเรียนการสอน เรขาคณิตที่เสริมสร้างความสามารถในการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนห้องเรียนพิเศษวิทยาศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตอนต้นมีประสิทธิภาพตามเกณฑ์ 60/60 ผลจากการทดลองหาประสิทธิภาพเป็นกลุ่มย่อย มีข้อค้นพบในการปรับปรุง ดังนี้

2.1 **ช่วงที่ 1 (กิจกรรมการเรียนรู้ 1 - 6)** นักเรียนได้ให้ข้อคิดเห็นเกี่ยวกับระยะเวลาในการอ่านและทำความเข้าใจใบกิจกรรมการแก้ปัญหาและตั้งปัญหาควรมีมากขึ้นเนื่องจากต้องใช้เวลาในการอภิปรายกลุ่ม และภาษาที่ใช้ เนื้อหา/ข้อความในบางกิจกรรมยาว

เกินไป โดยผู้วิจัยปรับความเหมาะสมของภาษาที่ใช้และความชัดเจนของข้อคำถามสำหรับใบกิจกรรมรายกลุ่มและบุคคล และขยายระยะเวลาในช่วงกิจกรรมที่ 1- 2 ให้มากขึ้นเพื่อให้นักเรียนสร้างความคุ้นเคยในการทำกิจกรรมรายกลุ่ม ตลอดจนปรับจำนวนผลเฉลยในใบกิจกรรมย่อยรายบุคคล คาบเรียนที่ 5 – 6 ให้เหมาะสมและสอดคล้องกับแนวคิดในการแก้ปัญหาและตั้งปัญหาในช่วงที่ 1 คาบเรียนที่ 1 – 4

2.2 ช่วงที่ 2 (กิจกรรมการเรียนรู้ 7 - 12) นักเรียนได้ให้ข้อคิดเห็นเกี่ยวกับภาษาที่ใช้ในสถานการณ์ปัญหา การใช้คำถามกระตุ้นของผู้วิจัยมีความสำคัญในการคิดหาผลเฉลย ตลอดจนความสำคัญการได้เรียนรู้กระบวนการแก้ปัญหาของนักเรียนกลุ่มอื่น ซึ่งผู้วิจัยปรับความเหมาะสมของภาษาที่ใช้และความชัดเจนของข้อคำถาม การใช้คำถามกระตุ้นในแผนการจัดการเรียนรู้ และเพิ่มระยะเวลาในการนำเสนอผลการแก้ปัญหาและตั้งปัญหาสำหรับกลุ่มที่คิดหาผลเฉลยที่หลากหลาย แปลกใหม่ หรือสามารถสร้างสถานการณ์ที่แปลกใหม่ แตกต่างจากสถานการณ์เดิม ตลอดจนปรับเกณฑ์การให้คะแนนแบบรูบริกและจำนวนผลเฉลยในใบกิจกรรมย่อยรายบุคคล คาบเรียนที่ 11 – 12 ให้เหมาะสมและสอดคล้องกับแนวคิดในการแก้ปัญหาและตั้งปัญหาในช่วงที่ 2 คาบเรียนที่ 7 – 10

2.3 ช่วงที่ 3 (กิจกรรมการเรียนรู้ 13 – 18) นักเรียนได้ให้ข้อคิดเห็นเกี่ยวกับภาษาที่ใช้ในสถานการณ์ปัญหา และการจัดลำดับความยากง่ายของกิจกรรมการเรียนรู้ในช่วงที่ 3 โดยผู้วิจัยปรับความเหมาะสมของภาษาที่ใช้และความชัดเจนของข้อคำถามสำหรับใบกิจกรรม และการใช้คำถามกระตุ้นในแผนการจัดการเรียนรู้เพื่อช่วยให้นักเรียนสามารถแสดงแนวคิดในการแก้ปัญหา/ตั้งปัญหา ตลอดจนปรับเกณฑ์การให้คะแนนแบบรูบริกและจำนวนผลเฉลยในใบกิจกรรมย่อยรายบุคคล คาบเรียนที่ 17 – 18 ให้เหมาะสมและสอดคล้องกับแนวคิดในการแก้ปัญหาและตั้งปัญหาในช่วงที่ 3 คาบเรียนที่ 13 – 16 นอกจากนี้ผู้วิจัยยังปรับข้อความ/ข้อคำถามในแบบทดสอบให้มีความเป็นปรนัยรัดกุม มากยิ่งขึ้น

ตอนที่ 3 การทดลองหาประสิทธิภาพภาคสนาม

ในการทดลองหาประสิทธิภาพภาคสนาม เพื่อหาประสิทธิภาพของกิจกรรมการเรียนการสอนและเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยอีกครั้ง ผู้วิจัยใช้นักเรียน จำนวน 12 คน ที่ไม่ใช่กลุ่มทดลองรายบุคคลและกลุ่มย่อย โดยผู้วิจัยให้นักเรียนลงมือแก้ปัญหาและตั้งปัญหาในแต่ละกิจกรรมการเรียนการสอนเป็นกลุ่ม และนำคะแนนจากใบกิจกรรมรายบุคคลครั้งที่ 1 – 3 และคะแนนจากแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ไปวิเคราะห์เปรียบเทียบกับเกณฑ์ โดยคิดค่า E_1 เป็นค่าเฉลี่ยร้อยละของคะแนนที่นักเรียนได้จากกิจกรรมรายบุคคลระหว่างเรียนจำนวน 3 ครั้ง และ E_2 เป็นค่าเฉลี่ยร้อยละของคะแนนที่นักเรียนได้จากการทำแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์หลังเรียน โดยมีเกณฑ์การตัดสิน E_1/E_2 เป็น 60/60 เช่นเดียวกับการหาประสิทธิภาพรายกลุ่มย่อย ซึ่งผลการวิเคราะห์ข้อมูลแสดงดังตาราง 16

ตาราง 16 ผลการวิเคราะห์การหาประสิทธิภาพภาคสนามของกิจกรรมการเรียนการสอนเรขาคณิตที่เสริมสร้างความสามารถในการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ สำหรับนักเรียนห้องเรียนพิเศษวิทยาศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตอนต้น

E_1	E_2	E_1/E_2
68.62	67.34	68.62/67.34

จากตาราง 16 พบว่า ประสิทธิภาพของกิจกรรมการเรียนการสอนเรขาคณิตที่เสริมสร้างความสามารถในการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนห้องเรียนพิเศษวิทยาศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตอนต้น มีประสิทธิภาพเท่ากับ 68.62/67.34 ซึ่งเป็นไปตามเกณฑ์ 60/60 แสดงว่า กิจกรรมการเรียนการสอน เรขาคณิตที่เสริมสร้างความสามารถในการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนห้องเรียนพิเศษวิทยาศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตอนต้นมีประสิทธิภาพตามเกณฑ์ 60/60 ผลจากการทดลองหาประสิทธิภาพเป็นกลุ่มย่อย มีข้อค้นพบในการปรับปรุง ดังนี้

3.1 **ช่วงที่ 1 (กิจกรรมการเรียนรู้ 1 - 6)** นักเรียนได้ให้ข้อคิดเห็นเกี่ยวกับการจัดกิจกรรมการเรียนสอนที่ผู้วิจัยควรให้คำแนะนำหรือคำถามกระตุ้น และการสรุปความรู้ที่ได้ว่านำไปใช้ในชีวิตประจำวันได้อย่างไร โดยผู้วิจัยปรับความเหมาะสมของภาษา และข้อคำถาม

กระตุ้นในแผนการจัดการเรียนรู้เพื่อกระตุ้นให้นักเรียนค้นหาผลเฉลยได้อย่างหลากหลาย และใช้ยุทธวิธีที่หลากหลายในการแก้ปัญหา

3.2 **ช่วงที่** 2 (**กิจกรรมการเรียนรู้** 7 - 12) นักเรียนได้ให้ข้อคิดเห็นเกี่ยวกับการนำเสนอผลการแก้ปัญหาควรให้ทุกกลุ่มได้ออกมานำเสนอผลการแก้ปัญหาและตั้งปัญหา เพื่อแลกเปลี่ยนยุทธวิธีการแก้ปัญหา ซึ่งนักเรียนสามารถเรียนรู้ยุทธวิธีจากสมาชิกกลุ่มอื่น เพื่อใช้ในการแก้ปัญหาอื่น ๆ ต่อไป ผู้วิจัยได้นำข้อคิดเห็นดังกล่าวไปขยายเวลาในการนำเสนอเพื่อให้ทุกกลุ่มได้มีโอกาสนำเสนอผลการแก้ปัญหาและตั้งปัญหา

3.3 **ช่วงที่** 3 (**กิจกรรมการเรียนรู้** 13 – 18) นักเรียนได้ให้ข้อคิดเห็นเกี่ยวกับประโยชน์ของกระบวนการกลุ่มที่ช่วยกันแก้ปัญหาหรือตั้งปัญหาที่มีความซับซ้อน โดยผู้วิจัยนำข้อคิดเห็นของนักเรียนไปใช้เพื่อขยายระยะเวลาในการแก้ปัญหาร่วมกันเป็นกลุ่มในช่วงที่ 3 เพิ่มมากขึ้น และนำผลที่ได้จากการลงมือปฏิบัติกิจกรรมและการทำแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์มาปรับเกณฑ์การให้คะแนนแบบรูบริกของกิจกรรมที่มีจำนวนเฉลยไม่จำกัดให้มีความเหมาะสมมากยิ่งขึ้น

ระยะที่ 3 การศึกษาความสามารถและพฤติกรรมในการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนห้องเรียนพิเศษวิทยาศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตอนต้นที่เรียนด้วยกิจกรรมการเรียนการสอนเรขาคณิตที่เสริมสร้างความสามารถในการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์

ในการศึกษาความสามารถและพฤติกรรมในการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนห้องเรียนพิเศษวิทยาศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตอนต้นที่เรียนด้วยกิจกรรมการเรียนการสอนเรขาคณิตที่เสริมสร้างความสามารถในการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ ผู้วิจัยนำข้อมูลที่ได้จากการเก็บรวบรวมมาวิเคราะห์ทั้งเชิงปริมาณและเชิงคุณภาพ และนำเสนอผลการวิเคราะห์ข้อมูลออกเป็น 2 ตอน ได้แก่ **ตอนที่ 1** ความสามารถในการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ และ**ตอนที่ 2** พฤติกรรมในการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ ดังนี้

ตอนที่ 1 ความสามารถในการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์

1.1 การวิเคราะห์ความสามารถในการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์

ในการวิเคราะห์ความสามารถในการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน ผู้วิจัยนำคะแนนจากใบกิจกรรมรายบุคคลครั้งที่ 1 – 3 (คาบเรียนที่ 5 - 6, 11 - 12 และ 17 - 18) และแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์มาหาค่าเฉลี่ยเลขคณิตและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ผลการวิเคราะห์ข้อมูลแสดงดังตาราง 17

ตาราง 17 ค่าเฉลี่ยเลขคณิต และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนจากใบกิจกรรมรายบุคคลครั้งที่ 1 – 3 (คาบเรียนที่ 5 - 6, 11 - 12 และ 17 - 18) และแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนกลุ่มเป้าหมาย

แหล่งที่มาของคะแนน	คะแนนเต็ม	ค่าเฉลี่ยเลขคณิต ($\bar{x}$)	ค่าเฉลี่ยเลขคณิตคิดเป็นร้อยละของคะแนนเต็ม	ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (S.D.)
1. ใบกิจกรรมย่อยรายบุคคล	60	41.16	68.60	6.31
2. แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์	40	28.18	70.45	2.32
รวม	100	69.34	68.88	7.93

จากตาราง 17 พบว่า ค่าเฉลี่ยเลขคณิตของคะแนนจากใบกิจกกรมย่อยรายบุคคลเท่ากับ 41.16 คิดเป็นร้อยละ 68.60 ของคะแนนเต็ม โดยมีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 6.31 ในขณะที่ค่าเฉลี่ยเลขคณิตของคะแนนจากแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์เท่ากับ 28.18 คิดเป็นร้อยละ 70.45 ของคะแนนเต็ม โดยมีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 2.32 ส่งผลให้ค่าเฉลี่ยเลขคณิตของคะแนนจากใบกิจกรรมย่อยรายบุคคลและแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์เท่ากับ 68.68 คิดเป็นร้อยละ 68.88 ของคะแนนเต็ม โดยมีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 7.93

1.2 การทดสอบสมมติฐานการวิจัย

เพื่อทดสอบสมมติฐานการวิจัยที่ว่า นักเรียนห้องเรียนพิเศษวิทยาศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตอนต้นที่เรียนด้วยกิจกรรมการเรียนการสอนที่เสริมสร้างความสามารถในการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ผ่านการแก้ปัญหาและการตั้งปัญหาทางเรขาคณิตมีความสามารถในการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 60 ของคะแนนเต็มมีจำนวนมากกว่าร้อยละ 60 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด ผู้วิจัยได้รวมคะแนนจากใบกิจกรรมรายบุคคลและคะแนนจากแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ แล้วหาจำนวนนักเรียนที่มีความสามารถในการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ตั้งแต่ร้อยละ 60 ขึ้นไปของคะแนนเต็ม หลังจากนั้นทำการทดสอบสมมติฐานของการวิจัย แสดงผลการวิเคราะห์ข้อมูลดังตาราง 18

ตาราง 18 ผลการทดสอบสมมติฐานของการวิจัย

กลุ่มเป้าหมาย	จำนวนนักเรียน (คน)	จำนวนนักเรียนที่มีความความสามารถในการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ สูงกว่าเกณฑ์ (ร้อยละ)	P-Value
กลุ่มเป้าหมายที่ใช้ในการทดลอง	20	18 (90.00)	0.0036**

**ที่ระดับนัยสำคัญ .01

จากตาราง 18 พบว่า นักเรียนห้องเรียนพิเศษวิทยาศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตอนต้นที่เรียนด้วยกิจกรรมการเรียนการสอนที่เสริมสร้างความสามารถในการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ผ่านการแก้ปัญหาและการตั้งปัญหาทางเรขาคณิต มีความสามารถในการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 60 ของคะแนนเต็มมีจำนวนมากกว่าร้อยละ 60 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด ที่ระดับนัยสำคัญ .01

ตอนที่ 2 พฤติกรรมในการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์

ในการวิเคราะห์พฤติกรรมในการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนห้องเรียนพิเศษวิทยาศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตอนต้นที่เรียนด้วยกิจกรรมการเรียนการสอนที่เสริมสร้างความสามารถในการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ผ่านการแก้ปัญหาและการตั้งปัญหาทางเรขาคณิต ผู้วิจัยและผู้ช่วยวิจัยจำนวน 2 คน ได้ร่วมกันวิเคราะห์ (1) **ผลงานเขียนของกลุ่มเป้าหมาย**ในการแก้ปัญหาและตั้งปัญหาทางเรขาคณิต (2) **ผลการสังเกตพฤติกรรมของนักเรียนเป้าหมาย**ขณะลงมือแก้ปัญหาและตั้งปัญหาทางเรขาคณิต (3) **ผลการสัมภาษณ์**ระหว่างผู้วิจัยและนักเรียนเป้าหมายเกี่ยวกับกระบวนการแก้ปัญหาและตั้งปัญหาทางเรขาคณิต โดยมีแบบสังเกตพฤติกรรมการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ แบบสัมภาษณ์กระบวนการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ และกล้องวีดิทัศน์ในการบันทึกรายละเอียดของการลงมือแก้ปัญหาและตั้งปัญหาทางเรขาคณิต

สำหรับพฤติกรรมในการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ ผู้วิจัยพิจารณาการแสดงออกของนักเรียนในด้านต่าง ๆ ดังนี้ (1) พฤติกรรมด้านความคิดคล่อง (2) พฤติกรรมด้านความคิดยืดหยุ่น (3) พฤติกรรมด้านความคิดริเริ่ม และ (4) พฤติกรรมด้านความคิดละเอียดลออขณะลงมือแก้ปัญหาและตั้งปัญหาทางเรขาคณิต

การนำเสนอผลการวิเคราะห์พฤติกรรมในการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ ผู้วิจัยอธิบายพฤติกรรมของนักเรียนทั้งชั้นเรียน และนักเรียนเป้าหมายจำนวน 4 คน ซึ่งได้แก่ ยุ้งข้าว ขวัญข้าว ต้นข้าว และรวงข้าว (นามสมมติ) โดยที่ยุ้งข้าวเป็นนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูง มีความมั่นใจในตนเอง มีความเป็นผู้นำ ชอบความท้าทาย ชอบซักถามและอธิบายแนวคิดต่าง ๆ ให้เพื่อน ๆ ฟัง ขวัญข้าวและต้นข้าวเป็นนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนปานกลาง มีความมั่นใจในตนเอง ชอบซักถามและพูดคุยกับเพื่อน ส่วนรวงข้าวเป็นนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนต่ำ ชอบฟังเพื่อนแสดงความคิดเห็น และมีความตั้งใจในการทำงาน

เพื่ออธิบายพฤติกรรมในการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนห้องเรียนพิเศษวิทยาศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตอนต้นที่เรียนด้วยกิจกรรมการเรียนการสอนที่เสริมสร้างความสามารถในการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ผ่านการแก้ปัญหาและการตั้งปัญหาทางเรขาคณิตแต่ละด้าน ผู้วิจัยแบ่งกิจกรรมการเรียนการสอนออกเป็น 3 ช่วง ดังนี้

ช่วงที่ 1 คาบเรียนที่ 1 – 6

ช่วงที่ 2 คาบเรียนที่ 7 - 12

ช่วงที่ 3 คาบเรียนที่ 13 - 18

ในแต่ละช่วงของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ ผู้วิจัยเลือกคาบเรียนที่นักเรียนมีพฤติกรรมการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์**เด่นชัด** มาอธิบายรายละเอียดของพฤติกรรมของนักเรียน ดังนี้

ช่วงที่ 1 ผู้วิจัยเลือกคาบเรียนที่ 1 และคาบเรียนที่ 2 มาอธิบายว่าพฤติกรรมในการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ของนักเรียนที่มีอยู่เดิมผ่านการแก้ปัญหาที่ไม่คุ้นเคยอย่างง่ายและการตั้งปัญหาเป็นว่ามีลักษณะอย่างไรบ้าง

ช่วงที่ 2 ผู้วิจัยเลือกคาบเรียนที่ 9 และคาบเรียนที่ 10 มาอธิบายว่าพฤติกรรมในการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ของนักเรียนผ่านการแก้ปัญหาที่ไม่คุ้นเคยและการตั้งปัญหาว่ามีอะไรบ้างที่เปลี่ยนแปลง และเปลี่ยนแปลงไปอย่างไร

ช่วงที่ 3 ผู้วิจัยเลือกคาบเรียนที่ 15 และคาบเรียนที่ 16 มาอธิบายว่าพฤติกรรมในการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ของนักเรียนผ่านการแก้ปัญหาที่ไม่คุ้นเคยและการตั้งปัญหาว่ามีอะไรบ้างที่เปลี่ยนแปลงในช่วงที่ 2 และยังแสดงอยู่อย่างสม่ำเสมอในช่วงที่ 3

2.1 พฤติกรรมด้านความคิดคล่อง

ในการศึกษาพฤติกรรมด้านความคิดคล่องของนักเรียนห้องเรียนพิเศษวิทยาศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตอนต้น ผู้วิจัยพิจารณาความสามารถของนักเรียนในการคิดหาผลเฉลยได้จำนวนมากในเวลาที่กำหนด และการคิดหาผลเฉลยได้หลายรูปแบบที่แตกต่างกัน ขณะนักเรียนลงมือแก้ปัญหาทางเรขาคณิต ซึ่งผลการวิจัยพบว่า พฤติกรรมที่นักเรียนแสดงออกมี 2 ด้าน ได้แก่ ด้านการคิดหาผลเฉลยได้จำนวนมากในเวลาที่กำหนด และด้านการคิดหาผลเฉลยได้หลายรูปแบบที่แตกต่างกัน

2.1.1 ด้านการคิดหาผลเฉลยได้จำนวนมากในเวลาที่กำหนด

ในการศึกษาพฤติกรรมการคิดหาผลเฉลยได้จำนวนมากในเวลาที่กำหนด ขณะนักเรียนลงมือแก้ปัญหาทางเรขาคณิต ซึ่งเป็นสถานการณ์ปัญหาที่ไม่คุ้นเคยและมีผลเฉลยมากกว่าหนึ่งผลเฉลย จากการวิเคราะห์ผลงานเขียนของนักเรียน ผลการสังเกตพฤติกรรมของนักเรียนเป้าหมายของผู้วิจัยและผู้ช่วยวิจัย และผลการสัมภาษณ์ระหว่างผู้วิจัยและนักเรียน

เป้าหมายเกี่ยวกับกระบวนการแก้ปัญหา พบว่า นักเรียนมีพฤติกรรมด้านการคิดหาผลเฉลยได้จำนวนมากในเวลาที่กำหนดอยู่ 2 ลักษณะ ได้แก่ นักเรียนคิดหาผลเฉลยได้จำนวนมากขึ้นในเวลาที่กำหนด และนักเรียนคิดหาผลเฉลยแต่ละผลเฉลยได้เร็วขึ้น มีรายละเอียดดังนี้

(1) นักเรียนคิดหาผลเฉลยได้จำนวนมากขึ้นในเวลาที่กำหนด

ในช่วงแรกของกิจกรรมการเรียนรู้ คาบเรียนที่ 1 เมื่อนักเรียนได้รับใบกิจกรรม "การหาพื้นที่ของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากบนกระดาษจุด" ซึ่งเป็นปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ต้องการให้นักเรียนสร้างรูปสามเหลี่ยมมุมฉากลงในกระดาษจุดให้มีพื้นที่แตกต่างกันมากที่สุด โดยกำหนดขนาดของกระดาษจุดแต่ละรูปและเงื่อนไขในการสร้างมาให้และมีเวลาในการแก้ปัญหาเพื่อคิดหาผลเฉลย 30 นาที ซึ่งสถานการณ์ปัญหานี้มีทั้งหมด 18 ผลเฉลย (ดูรายละเอียดสถานการณ์ปัญหาและผลเฉลยในภาคผนวก) นักเรียนส่วนใหญ่คิดหาผลเฉลยได้ประมาณ 10 ผลเฉลย (ร้อยละ 55.55 ของจำนวนผลเฉลยทั้งหมด) มีนักเรียนบางคนได้ผลเฉลยน้อยสุด 7 ผลเฉลย (ร้อยละ 38.89 ของจำนวนผลเฉลยทั้งหมด) และมีนักเรียนได้มากที่สุด 15 ผลเฉลย (ร้อยละ 83.33 ของจำนวนผลเฉลยทั้งหมด) สำหรับนักเรียนเป้าหมาย ยุ้งข้าว คิดหาผลเฉลยได้ 15 ผลเฉลย (ร้อยละ 83.33 ของจำนวนผลเฉลยทั้งหมด) ขวัญข้าว และต้นข้าว คิดหาผลเฉลยได้ 10 ผลเฉลย (ร้อยละ 55.56 ของจำนวนผลเฉลยทั้งหมด) ในขณะที่ รวงข้าว คิดหาผลเฉลยได้ 7 ผลเฉลย (ร้อยละ 38.89 ของจำนวนผลเฉลยทั้งหมด)

ในช่วงที่ 2 ของกิจกรรมการเรียนรู้ คาบเรียนที่ 9 เมื่อนักเรียนได้รับใบกิจกรรม "การหาปริมาตรของทรงเรขาคณิตเพื่อเพิ่มปริมาณน้ำในตู้ปลา" ซึ่งเป็นปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ต้องการหาปริมาตรของทรงเรขาคณิตที่แตกต่างกัน 3 แบบแล้วเติมลงในตู้ปลาเพื่อทำให้มีความจุของน้ำในตู้ปลาตามความจุที่ต้องการ โดยกำหนดลักษณะของตู้ปลาทรงสี่เหลี่ยมมุมฉากและเงื่อนไขของทรงเรขาคณิตที่แตกต่างกัน 3 แบบ และมีเวลาในการแก้ปัญหาเพื่อคิดหาผลเฉลย 30 นาที ซึ่งสถานการณ์ปัญหานี้มีทั้งหมด 24 ผลเฉลย นักเรียนส่วนใหญ่คิดหาผลเฉลยได้ประมาณ 20 ผลเฉลย (ร้อยละ 83.33 ของจำนวนผลเฉลยทั้งหมด) มีนักเรียนบางคนได้ผลเฉลยน้อยสุด 10 ผลเฉลย (ร้อยละ 41.67 ของจำนวนผลเฉลยทั้งหมด) และมีนักเรียนได้มากที่สุด 24 ผลเฉลย (ร้อยละ 100 ของจำนวนผลเฉลยทั้งหมด) สำหรับนักเรียนเป้าหมาย ยุ้งข้าว และ ขวัญข้าว คิดหาผลเฉลยได้ 100 ผลเฉลย (ร้อยละ 100 ของจำนวนผลเฉลยทั้งหมด) ในขณะที่ ต้นข้าว คิดหาผลเฉลยได้ 20 ผลเฉลย (ร้อยละ 83.33 ของจำนวนผลเฉลยทั้งหมด) และรวงข้าว คิดหาผลเฉลยได้ 14 ผลเฉลย (ร้อยละ 58.33 ของจำนวนผลเฉลยทั้งหมด)

ในช่วงที่ 3 ของกิจกรรมการเรียนรู้ คาบเรียนที่ 15 เมื่อนักเรียนได้รับใบกิจกรรม "การหาปริมาตรของทรงกลมในกล่องทรงสี่เหลี่ยมมุมฉาก" ซึ่งเป็นปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ต้องการหาปริมาตรของทรงกลมซึ่งมีความสัมพันธ์กันเพื่อจัดวางลงในกล่องทรงสี่เหลี่ยมมุมฉาก โดยกำหนดเงื่อนไขของการวางและปริมาตรของทรงกลมที่แตกต่างกัน 3 แบบ และมีเวลาในการแก้ปัญหาเพื่อคิดหาผลเฉลย 30 นาที ซึ่งสถานการณ์ปัญหานี้มีทั้งหมด 45 ผลเฉลย นักเรียนส่วนใหญ่คิดหาผลเฉลยได้ประมาณ 40 ผลเฉลย (ร้อยละ 88.89 ของจำนวนผลเฉลยทั้งหมด) มีนักเรียนบางคนได้ผลเฉลยน้อยสุด 30 ผลเฉลย (ร้อยละ 66.67 ของจำนวนผลเฉลยทั้งหมด) และมีนักเรียนได้มากที่สุด 45 ผลเฉลย (ร้อยละ 100 ของจำนวนผลเฉลยทั้งหมด) สำหรับนักเรียนเป้าหมาย ยุ้งข้าว คิดหาผลเฉลยได้ 43 ผลเฉลย (ร้อยละ 95.56 ของจำนวนผลเฉลยทั้งหมด) ในขณะที่ ขวัญข้าว คิดหาผลเฉลยได้ 45 ผลเฉลย (ร้อยละ 100 ของจำนวนผลเฉลยทั้งหมด) ต้นข้าว คิดหาผลเฉลยได้ 40 ผลเฉลย (ร้อยละ 88.89 ของจำนวนผลเฉลยทั้งหมด) และรวงข้าว คิดหาผลเฉลยได้ 31 ผลเฉลย (ร้อยละ 68.89 ของจำนวนผลเฉลยทั้งหมด)

จากรายละเอียดของข้อมูลทั้ง 3 ช่วงในกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 1, 9 และ 15 สามารถสรุปเป็นตารางได้ดังนี้

ตาราง 19 จำนวนและร้อยละของผลเฉลยที่นักเรียนหาได้ จากจำนวนผลเฉลยทั้งหมด

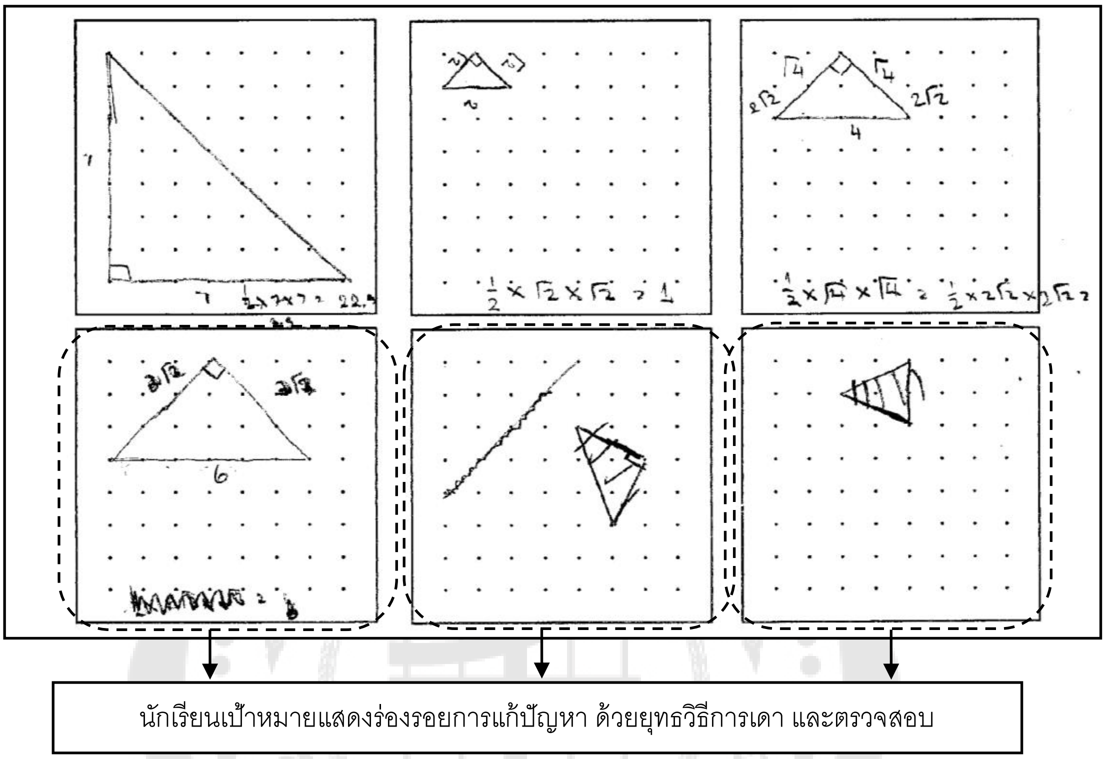
กิจกรรมการเรียนรู้		จำนวนของผลเฉลยทั้งหมด	จำนวนของผลเฉลยที่นักเรียนหาได้ (ร้อยละ)			จำนวนของผลเฉลยที่นักเรียนเป้าหมายหาได้ (ร้อยละ)			
ช่วงที่	คาบเรียน		น้อยที่สุด	มากที่สุด	โดยเฉลี่ย	ยุ้งข้าว	ขวัญข้าว	ต้นข้าว	รวงข้าว
1	1	18 ผลเฉลย	10 (38.89)	15 (83.33)	10 (55.55)	15 (83.33)	10 (55.56)	10 (55.56)	7 (38.89)
2	9	24 ผลเฉลย	10 (41.67)	24 (100)	20 (83.33)	24 (100)	24 (100)	20 (83.33)	14 (58.33)
3	15	45 ผลเฉลย	30 (66.67)	45 (100)	40 (88.89)	43 (95.56)	45 (100)	40 (88.89)	31 (68.89)

จากตาราง 19 สรุปได้ว่า ในช่วงแรกของกิจกรรมการเรียนรู้ นักเรียนส่วนใหญ่คิดหาผลเฉลยได้ประมาณร้อยละ 50 ของจำนวนผลเฉลยทั้งหมด ต่อมาในช่วงที่ 2 เมื่อนักเรียนได้ลงมือแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์มากขึ้น ทำให้นักเรียนมีประสบการณ์ สามารถคัดเลือกประเด็นสำคัญและเลือกใช้ยุทธวิธีที่เหมาะสมในการแก้ปัญหา ดังนั้นนักเรียนส่วนใหญ่จึงคิดหาผลเฉลยได้มากขึ้นเช่นกัน ซึ่งนักเรียนยังคงคิดหาผลเฉลยได้มากขึ้นจนสิ้นสุดกิจกรรมการเรียนรู้ในช่วงที่ 3 สำหรับนักเรียนเป้าหมาย ในช่วงแรก ต้นข้าว และรวงข้าว คิดหาผลเฉลยได้น้อยกว่าร้อยละ 50 ของจำนวนผลเฉลยทั้งหมด ต่อมาในช่วงที่ 2 เมื่อ ต้นข้าว และรวงข้าว ได้ลงมือแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์มากขึ้น ต้นข้าว และรวงข้าว คิดหาผลเฉลยได้มากขึ้นอย่างสม่ำเสมอจนสิ้นสุดกิจกรรมการเรียนรู้ในช่วงที่ 3 ในขณะที่ช่วงแรก ยุ้งข้าว และขวัญข้าว คิดหาผลเฉลยได้มากกว่าร้อยละ 50 ของจำนวนผลเฉลยทั้งหมด และยังคงคิดหาผลเฉลยได้มากขึ้นอย่างสม่ำเสมอจนสิ้นสุดกิจกรรมการเรียนรู้ในช่วงที่ 3 ซึ่งสอดคล้องกับผลการสัมภาษณ์ของนักเรียนเป้าหมายทั้ง 4 คน ที่พบว่าสาเหตุที่ทำให้สามารถคิดหาผลเฉลยได้จำนวนมากขึ้นนั้นเนื่องมาจากนักเรียนมีประสบการณ์ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่มีผลเฉลยมากกว่า 1 ผลเฉลย และได้แลกเปลี่ยนยุทธวิธีในการแก้ปัญหาจากสมาชิกในกลุ่ม/การนำเสนอผลเฉลยและยุทธวิธีจากเพื่อนต่างกลุ่มหน้าชั้นเรียน จึงทำให้นักเรียนได้เรียนรู้กระบวนการแก้ปัญหาและเลือกใช้ยุทธวิธีในการแก้ปัญหาได้อย่างเหมาะสม

(2) นักเรียนคิดหาผลเฉลยแต่ละผลเฉลยได้เร็วขึ้น

ในช่วงแรกของกิจกรรมการเรียนรู้ คาบเรียนที่ 1 เมื่อนักเรียนได้รับใบกิจกรรม "การหาพื้นที่ของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากบนกระดาษจุด" นักเรียนส่วนใหญ่ใช้เวลาประมาณ 3 - 5 นาทีในการคิดหาผลเฉลยแรก ใช้เวลาประมาณ 30 วินาทีในการคิดหาผลเฉลยที่ 2 และใช้เวลาประมาณ 30 วินาทีในการคิดหาผลเฉลยที่ 3 และผลเฉลยอื่น ๆ ซึ่งผลเฉลยที่นักเรียนส่วนใหญ่คิดหาได้นั้นจะอยู่ในรูปแบบเดียวกัน สำหรับนักเรียนเป้าหมาย ยุ้งข้าว และขวัญข้าวใช้เวลาประมาณ 3 นาทีในการคิดหาผลเฉลยแรก และใช้เวลาประมาณ 20 วินาทีในการคิดหาผลเฉลยที่ 2 จากนั้นใช้เวลาประมาณ 20 วินาทีในการคิดหาผลเฉลยที่ 3 และผลเฉลยอื่น ๆ ในขณะที่ ต้นข้าว และรวงข้าว ใช้เวลามากกว่า 5 นาที ในการคิดหาผลเฉลยแรก และใช้เวลาประมาณ 30 วินาทีในการคิดหาผลเฉลยที่ 2 จากนั้นใช้เวลาประมาณ 30 วินาทีในการคิดหาผลเฉลยที่ 3 และผลเฉลยอื่น ๆ ซึ่งเป็นผลเฉลยที่อยู่ในรูปแบบเดียวกัน นอกจากนั้นเมื่อสิ้นสุดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 1 ผู้วิจัยสัมภาษณ์เกี่ยวกับกระบวนการแก้ปัญหาและยุทธวิธีที่ใช้ในการแก้ปัญหาของนักเรียนเป้าหมายทั้ง 4 คน

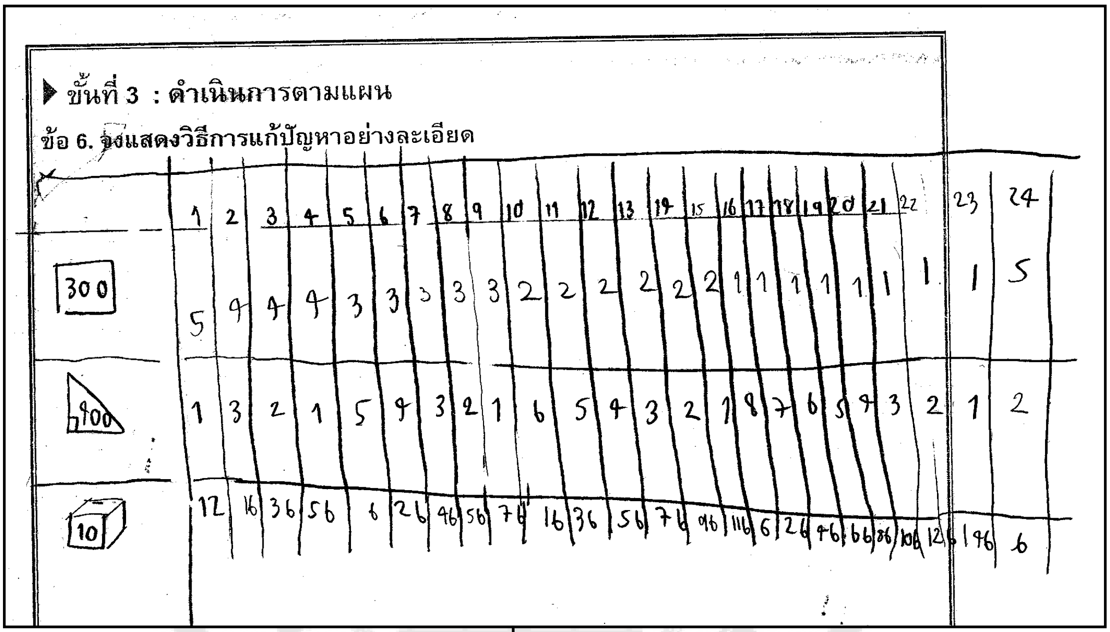
พบว่า นักเรียนเป้าหมายใช้ยุทธวิธีเดาและตรวจสอบจึงทำให้ใช้ระยะเวลานานในการคิดหาผลผลเฉลยแรกและผลเฉลยอื่น ๆ ที่สอดคล้องกับเงื่อนไขที่กำหนด ดังภาพประกอบ 14



ภาพประกอบ 14 ร่องรอยการคิดหาผลเฉลยของกลุ่มเป้าหมายด้วยยุทธวิธีเดาและตรวจสอบในกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 1 “การหาพื้นที่ของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากบนกระดาษจุด”

ในช่วงที่ 2 ของกิจกรรมการเรียนรู้ คาบเรียนที่ 9 เมื่อนักเรียนได้รับใบกิจกรรม “การหาปริมาตรของทรงเรขาคณิตเพื่อเพิ่มปริมาณน้ำในตู้ปลา” นักเรียนส่วนใหญ่ใช้เวลาประมาณ 3 นาทีในการคิดหาผลเฉลยแรก ใช้เวลาประมาณ 30 วินาทีในการคิดหาผลเฉลยที่ 2 และใช้เวลาประมาณ 30 วินาทีในการคิดหาผลเฉลยที่ 3 และผลเฉลยอื่น ๆ ซึ่งผลเฉลยที่นักเรียนส่วนใหญ่คิดหาได้นั้นจะมีรูปแบบของผลเฉลยที่แตกต่างกัน สำหรับนักเรียนเป้าหมาย ยุ้งข้าว และขวัญข้าวใช้เวลาประมาณ 3 นาทีในการคิดหาผลเฉลยแรก และใช้เวลาประมาณ 20 วินาทีในการคิดหาผลเฉลยที่ 2 จากนั้นใช้เวลาประมาณ 20 วินาที ในการคิดหาผลเฉลยที่ 3 และผลเฉลยอื่น ๆ ในขณะที่ ต้นข้าว และรวงข้าว ใช้เวลาน้อยกว่า 5 นาที ในการคิดหาผลเฉลยแรก และใช้เวลาประมาณ 30 วินาทีในการคิดหาผลเฉลยที่ 2 จากนั้นใช้เวลาประมาณ 30 วินาที

ในการคิดหาผลเฉลยที่ 3 และผลเฉลยอื่น ๆ ซึ่งเป็นผลเฉลยที่มีรูปแบบแตกต่างกัน นอกจากนั้น เมื่อสิ้นสุดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 9 ผู้วิจัยสัมภาษณ์เกี่ยวกับกระบวนการแก้ปัญหาและยุทธวิธีที่ใช้ในการแก้ปัญหาของนักเรียนเป้าหมายทั้ง 4 คน พบว่า นักเรียนเป้าหมายใช้ยุทธวิธีการสร้างตารางในการคิดหาผลผลเฉลยแรกและผลเฉลยอื่น ๆ ที่สอดคล้องกับเงื่อนไขที่กำหนด ซึ่งทำให้นักเรียนคิดหาผลเฉลยแต่ละผลเฉลยได้เร็วขึ้น ดังภาพประกอบ 15

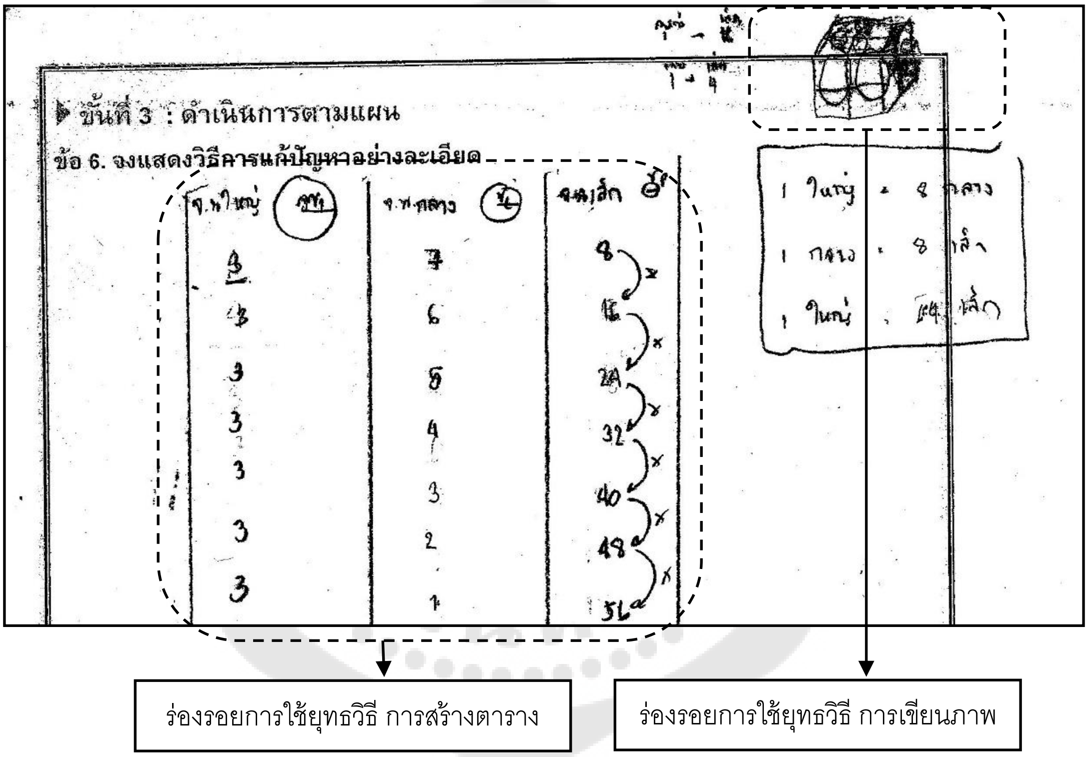


นักเรียนเป้าหมายแสดงร่องรอยการแก้ปัญหา ด้วยยุทธวิธีการสร้างตาราง

ภาพประกอบ 15 ร่องรอยการคิดหาผลเฉลยของกลุ่มเป้าหมายด้วยยุทธวิธีการสร้างตารางในกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 9 "การหาปริมาตรของทรงเรขาคณิตเพื่อเพิ่มปริมาณน้ำในตู้ปลา"

ในช่วงที่ 3 ของกิจกรรมการเรียนรู้ คาบเรียนที่ 15 เมื่อนักเรียนได้รับใบกิจกรรม "การหาปริมาตรของทรงกลมในกล่องทรงสี่เหลี่ยมมุมฉาก" นักเรียนส่วนใหญ่ใช้เวลาประมาณ 3 นาทีในการคิดหาผลเฉลยแรก ใช้เวลาประมาณ 20 วินาทีในการคิดหาผลเฉลยที่ 2 และใช้เวลาน้อยกว่า 20 วินาทีในการคิดหาผลเฉลยที่ 3 และผลเฉลยอื่น ๆ ซึ่งนักเรียนส่วนใหญ่ยังคงคิดหาผลเฉลยได้หลายรูปแบบแตกต่างกัน สำหรับนักเรียนเป้าหมาย ยุ้งข้าว และขวัญข้าวใช้เวลาน้อยกว่า 3 นาทีในการคิดหาผลเฉลยแรก และใช้เวลาน้อยกว่า 20 วินาทีในการคิดหาผลเฉลยที่ 2 ผลเฉลยที่ 3 และผลเฉลยอื่น ๆ ในขณะที่ ต้นข้าว และรวงข้าว ใช้เวลาน้อยกว่า 5 นาที

ในการคิดหาผลเฉลยแรก และใช้เวลาประมาณ 30 วินาทีในการคิดหาผลเฉลยที่ 2 จากนั้นใช้เวลาน้อยกว่า 30 วินาทีในการคิดหาผลเฉลยที่ 3 และผลเฉลยอื่น ๆ ซึ่งเป็นผลเฉลยที่มีรูปแบบแตกต่างกัน นอกจากนั้นเมื่อสิ้นสุดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 15 ผู้วิจัยสัมภาษณ์เกี่ยวกับกระบวนการแก้ปัญหาและยุทธวิธีที่ใช้ในการแก้ปัญหาของนักเรียนเป้าหมายทั้ง 4 คน พบว่า นักเรียนเป้าหมายยังคงเลือกใช้ยุทธวิธีการสร้างตาราง รวมกับการเขียนภาพ ในการคิดหาผลผลเฉลยแรกและผลเฉลยอื่น ๆ ที่สอดคล้องกับเงื่อนไขที่กำหนด ซึ่งเป็นยุทธวิธีที่เหมาะสมและทำให้นักเรียนคิดหาผลเฉลยแต่ละผลเฉลยได้เร็วขึ้น ดังภาพประกอบ 16



ภาพประกอบ 16 ร่องรอยการคิดหาผลเฉลยของกลุ่มเป้าหมายด้วยยุทธวิธีการสร้างตารางการเขียนภาพในกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 15 “การหาปริมาตรของทรงกลมในกล่องทรงสี่เหลี่ยมมุมฉาก”

จากข้อมูลข้างต้น สรุปได้ว่า นักเรียนส่วนใหญ่ใช้เวลาประมาณ 3 - 5 นาทีในการคิดหาผลเฉลยแรก ใช้เวลาประมาณ 30 วินาทีในการคิดหาผลเฉลยที่ 2 และใช้เวลาประมาณ 30 วินาทีในการคิดหาผลเฉลยที่ 3 และผลเฉลยอื่น ๆ ซึ่งผลเฉลยที่นักเรียนส่วนใหญ่คิดหาได้นั้นจะอยู่ในรูปแบบเดียวกัน ต่อมาในช่วงที่ 2 เมื่อนักเรียนมีประสบการณ์ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์มากขึ้น ทำให้นักเรียนสามารถเลือกใช้ยุทธวิธีที่หลากหลายและเหมาะสมกับการ

แก้ปัญหา ส่งผลให้นักเรียนส่วนใหญ่ใช้เวลาเร็วขึ้นโดยเฉลี่ยประมาณ 3 นาที ในการคิดหาผลเฉลยแรก ใช้เวลาประมาณ 30 วินาทีในการคิดหาผลเฉลยที่ 2 ผลเฉลยที่ 3 และผลเฉลยอื่น ๆ ซึ่งผลเฉลยที่นักเรียนส่วนใหญ่คิดหาได้นั้นจะมีรูปแบบของผลเฉลยที่แตกต่างกัน สำหรับในช่วงที่ 3 นักเรียนส่วนใหญ่ยังคงใช้เวลาเร็วขึ้นในการคิดหาผลเฉลย โดยใช้เวลาประมาณ 3 นาทีในการคิดหาผลเฉลยแรก ใช้เวลาประมาณ 20 วินาทีในการคิดหาผลเฉลยที่ 2 และใช้เวลาน้อยกว่า 20 วินาทีในการคิดหาผลเฉลยที่ 3 และผลเฉลยอื่นๆ ซึ่งสอดคล้องกับผลการสัมภาษณ์ของนักเรียนเป้าหมายทั้ง 4 คน ที่พบว่าสาเหตุที่ทำให้นักเรียนคิดหาผลเฉลยแต่ละผลเฉลยได้เร็วขึ้นนั้นเนื่องมาจากนักเรียนมีประสบการณ์ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์มากขึ้น และได้แลกเปลี่ยนยุทธวิธีในการแก้ปัญหาจากสมาชิกในกลุ่ม/การนำเสนอผลเฉลยและยุทธวิธีจากเพื่อนต่างกลุ่มหน้าชั้นเรียน จึงทำให้นักเรียนสามารถปรับเปลี่ยนและเลือกใช้ยุทธวิธีในการแก้ปัญหาได้อย่างเหมาะสม เช่น ยุทธวิธีการสร้างตาราง การเขียนภาพ เป็นต้น ทำให้คิดหาผลเฉลยได้เร็วขึ้นและหลากหลายรูปแบบ

2.1.2 ด้านการคิดหาผลเฉลยได้หลายรูปแบบที่แตกต่างกัน

ในการศึกษาการคิดหาผลเฉลยได้หลายรูปแบบที่แตกต่างกันของนักเรียน ผู้วิจัยพิจารณาจำนวนรูปแบบของผลเฉลยที่นักเรียนหาได้ ลักษณะของผลเฉลยในแต่ละรูปแบบ และขั้นตอนในการคิดหาผลเฉลย ซึ่งปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ใช้ในกิจกรรมการเรียนรู้นี้แต่ละปัญหามีรูปแบบของผลเฉลยมากกว่าหนึ่งรูปแบบ (มีอย่างน้อยสามรูปแบบ) จากการวิเคราะห์ผลงานเขียนของนักเรียนในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และผลการสังเกตพฤติกรรมการแก้ปัญหาของผู้วิจัยและผู้ช่วยวิจัย พบว่า นักเรียนคิดหาผลเฉลยที่มีรูปแบบแตกต่างกันได้จำนวนมากขึ้น และนักเรียนมีขั้นตอนในการคิดหาผลเฉลยที่กระชับขึ้น มีรายละเอียดดังนี้

(1) นักเรียนคิดหาผลเฉลยที่มีรูปแบบแตกต่างกันได้จำนวนมากขึ้น

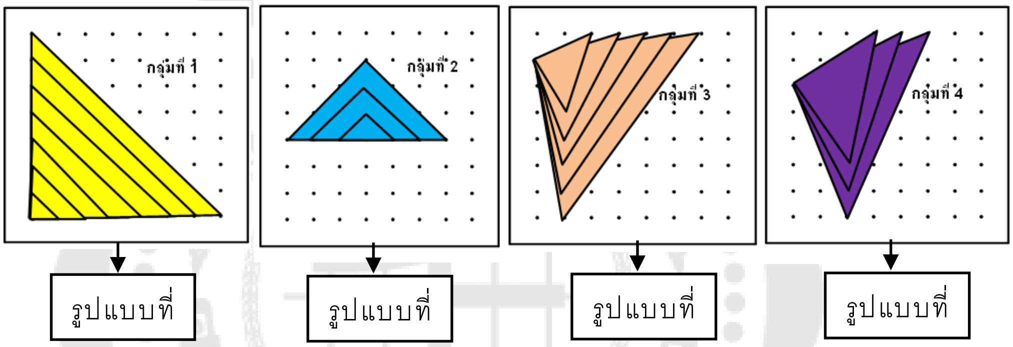
ในช่วงแรกของกิจกรรมการเรียนรู้ คาบเรียนที่ 1 เมื่อนักเรียนได้รับใบกิจกรรม “การหาพื้นที่ของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากบนกระดาษจุด” โดยนักเรียนจะต้องสร้างรูปสามเหลี่ยมมุมฉากลงในกระดาษจุดให้มีพื้นที่แตกต่างกันมากที่สุด ซึ่งปัญหานี้ถ้าพิจารณารูปแบบของผลเฉลยจากลักษณะของมุมที่ฐานของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากกับด้านของกระดาษจุด มีรูปแบบของผลเฉลยทั้งหมด 4 รูปแบบ ซึ่งได้แก่

รูปแบบที่ 1 ด้านของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากขนานกับด้านของกระดาษจุด ดังภาพประกอบ 17 (กลุ่มที่ 1)

รูปแบบที่ 2 ด้านของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากทำมุม 45 องศา กับด้านของกระดาษจุด ดังภาพประกอบ 17 (กลุ่มที่ 2)

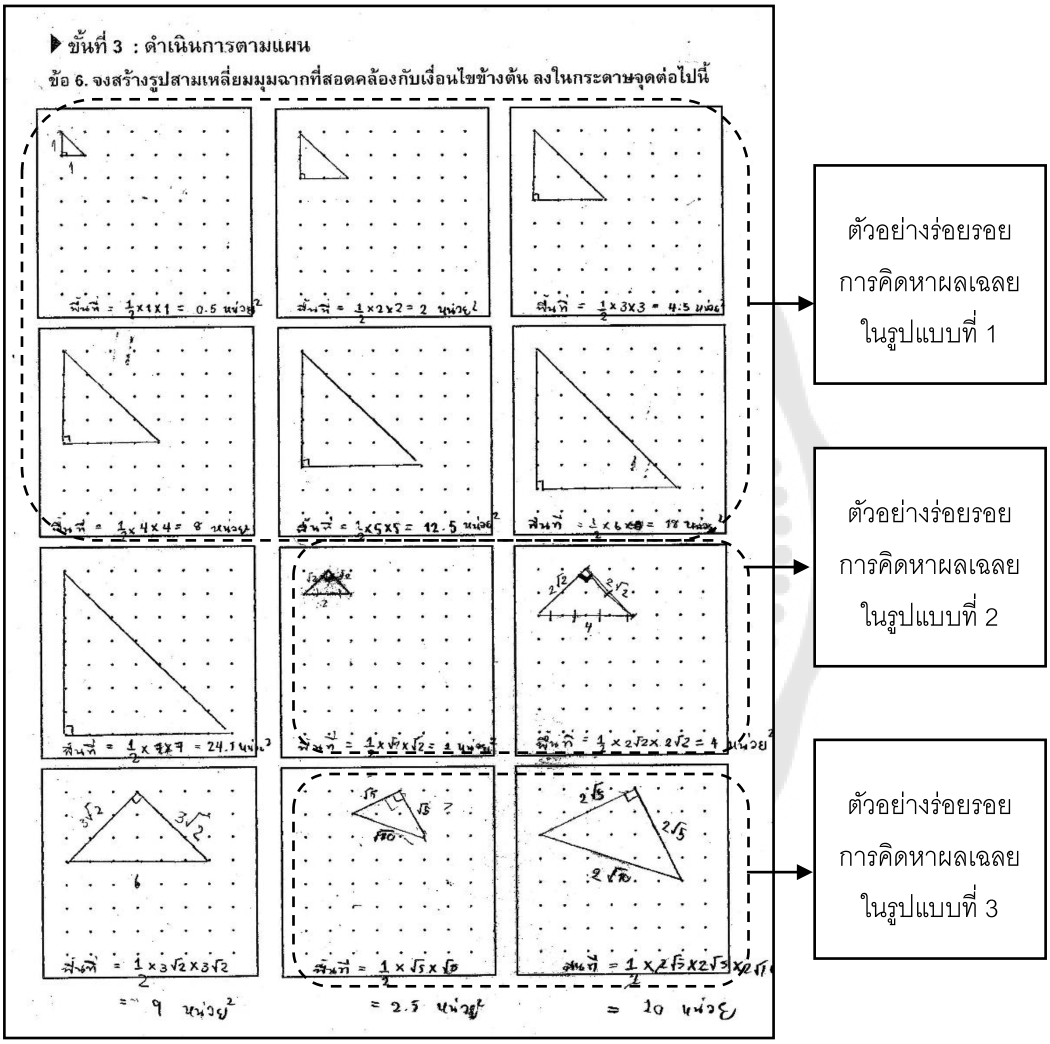
รูปแบบที่ 3 ด้านของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากทำมุมระหว่าง 0 องศาถึง 45 องศากับด้านของกระดาษจุด ดังภาพประกอบ 17 (กลุ่มที่ 3)

รูปแบบที่ 4 ด้านของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากทำมุมระหว่าง 45 องศาถึง 90 องศากับด้านของกระดาษจุด ดังภาพประกอบ 17 (กลุ่มที่ 4)



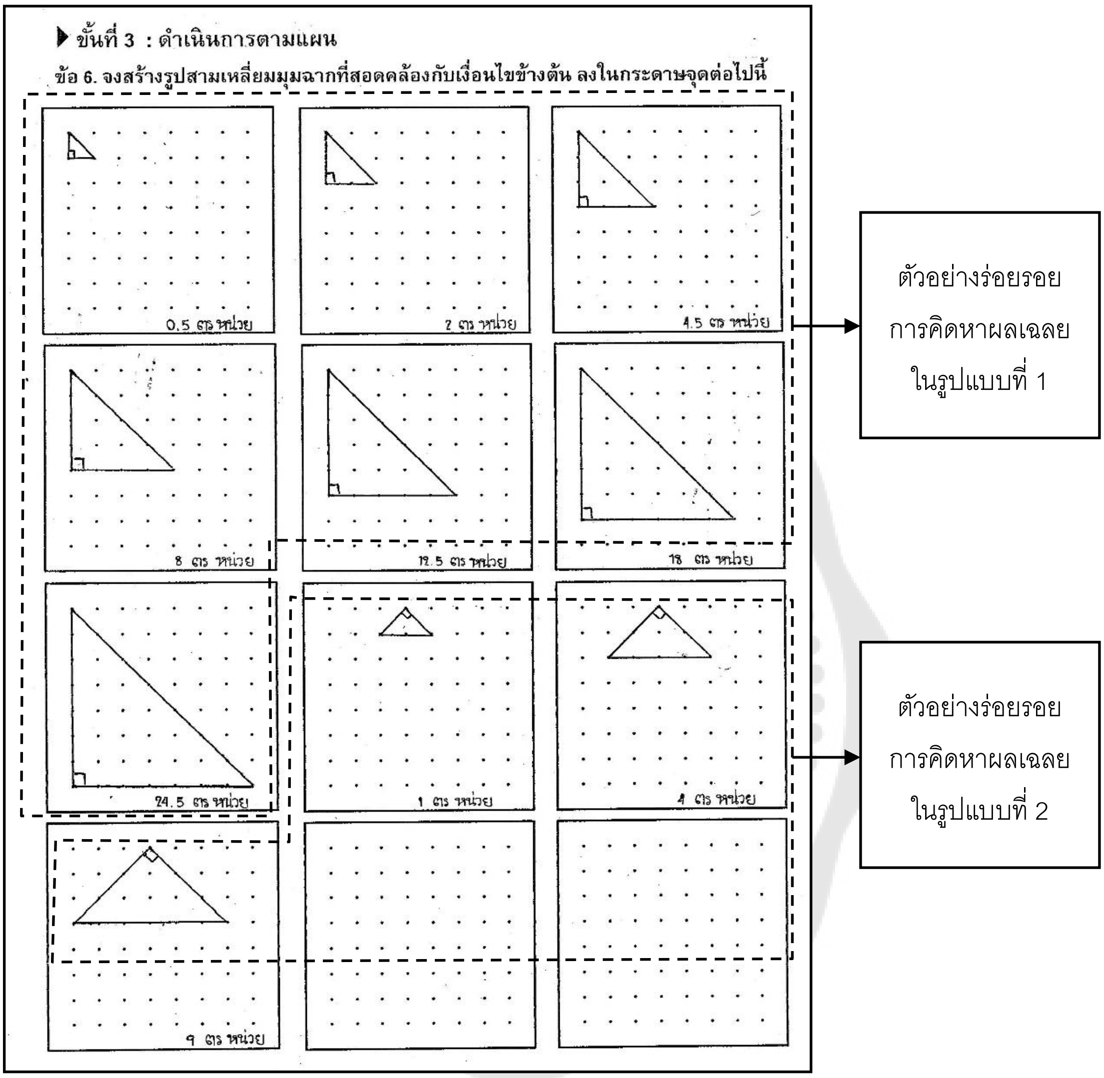
ภาพประกอบ 17 รูปแบบของผลเฉลยในกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 1
“การหาพื้นที่ของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากบนกระดาษจุด”

จากการวิเคราะห์ผลงานเขียนของนักเรียนในการแก้ปัญหากิจกรรมการเรียนรู้ที่ 1 และผลการสังเกตของผู้วิจัยและผู้ช่วยวิจัย พบว่า นักเรียนส่วนใหญ่คิดหารูปแบบของผลเฉลยได้ 2 รูปแบบเท่านั้น ได้แก่ รูปแบบที่ 1 และรูปแบบที่ 2 สำหรับนักเรียนเป้าหมาย ยุ้งข้าว คิดหารูปแบบของผลเฉลยได้ 3 รูปแบบ ได้แก่ รูปแบบที่ 1 รูปแบบที่ 2 และรูปแบบที่ 3 ดังภาพประกอบ 18



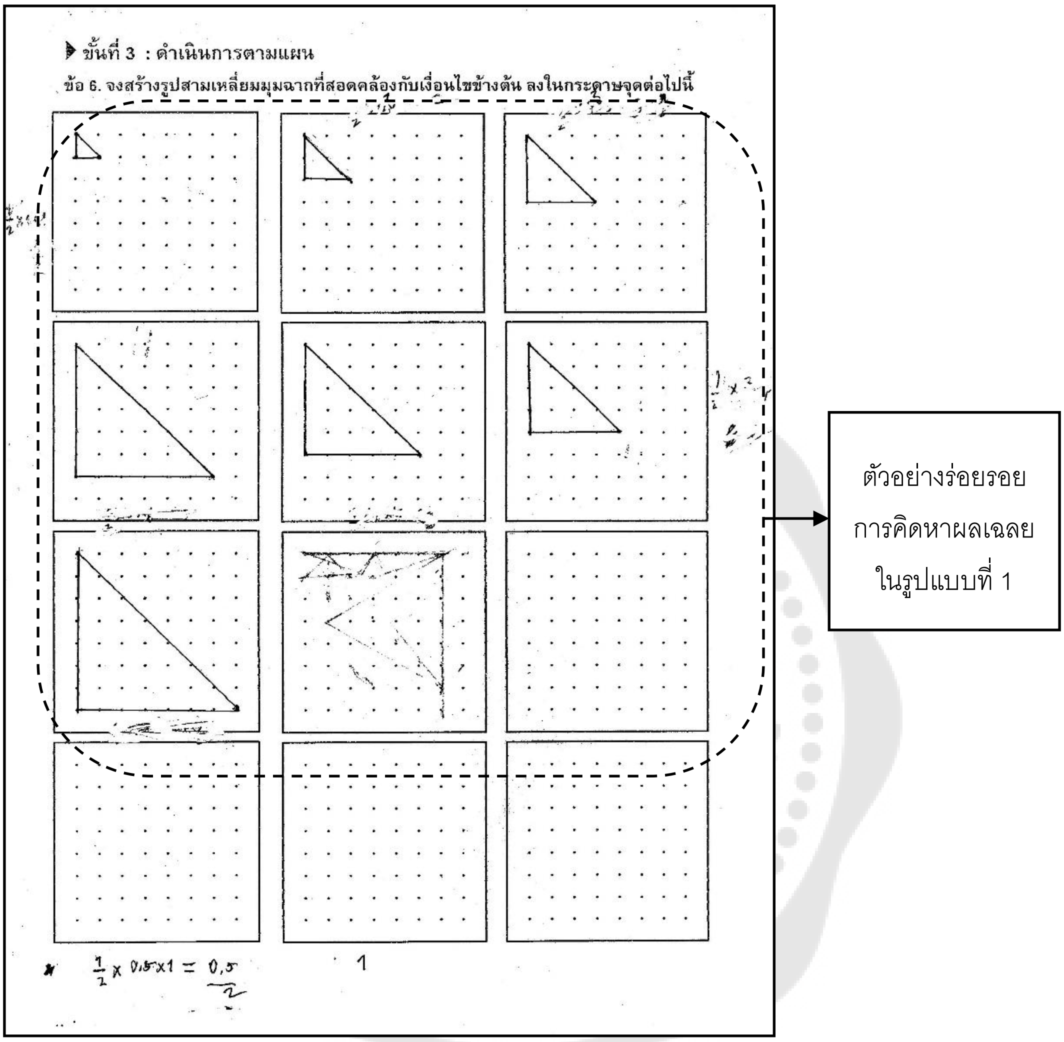
ภาพประกอบ 18 ตัวอย่างรูปแบบของผลเฉลยในกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 1
“การหาพื้นที่ของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากบนกระดาษจุด” ของ ยุ้งข้าว

ในขณะที่ ขวัญข้าว และต้นข้าว คิดหารูปแบบของผลเฉลยได้ 2 รูปแบบ ได้แก่ รูปแบบที่ 1 และรูปแบบที่ 2 ดังภาพประกอบที่ 19



ภาพประกอบ 19 ตัวอย่างรูปแบบของผลเฉลยในกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 1
“การหาพื้นที่ของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากบนกระดาษจุด” ของ ขวัญข้าว

สำหรับ รวงข้าว คิดหารูปแบบของผลเฉลยได้ 1 รูปแบบ ดังภาพประกอบที่ 20



ภาพประกอบ 20 ตัวอย่างรูปแบบของผลเฉลยในกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 1
“การหาพื้นที่ของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากบนกระดาษจุด” ของ รวงข้าว

ในช่วงที่ 2 ของกิจกรรมการเรียนรู้ คาบเรียนที่ 9 เมื่อนักเรียนได้รับใบกิจกรรม “การหาปริมาตรของทรงเรขาคณิตเพื่อเพิ่มปริมาณน้ำในตู้ปลา” โดยนักเรียนจะต้องหาวิธีการในการเติมทรงเรขาคณิตที่แตกต่างกัน 3 แบบให้ได้หลากหลายรูปแบบตามเงื่อนไขที่กำหนด ซึ่งปัญหานี้ถ้าพิจารณารูปแบบของผลเฉลยจากจำนวนชิ้นของวัตถุชนิดที่ 1 ที่มีปริมาตรมากที่สุดแล้วพบว่ามีรูปแบบของผลเฉลยทั้งหมด 5 รูปแบบ ได้แก่

รูปแบบที่ 1 จำนวน(ชิ้น) ของวัตถุชนิดที่ 1 ที่มีปริมาตรมากที่สุด (300 ลบ.หน่วย) จำนวน 5 ชิ้น

รูปแบบที่ 2 จำนวน(ชิ้น) ของวัตถุชนิดที่ 1 ที่มีปริมาตรมากที่สุด (300 ลบ.หน่วย) จำนวน 4 ชิ้น

รูปแบบที่ 3 จำนวน(ชิ้น) ของวัตถุชนิดที่ 1 ที่มีปริมาตรมากที่สุด (300 ลบ.หน่วย) จำนวน 3 ชิ้น

รูปแบบที่ 4 จำนวน(ชิ้น) ของวัตถุชนิดที่ 1 ที่มีปริมาตรมากที่สุด (300 ลบ.หน่วย) จำนวน 2 ชิ้น

รูปแบบที่ 5 จำนวน(ชิ้น) ของวัตถุชนิดที่ 1 ที่มีปริมาตรมากที่สุด (300 ลบ.หน่วย) จำนวน 1 ชิ้น

ดังตาราง 20

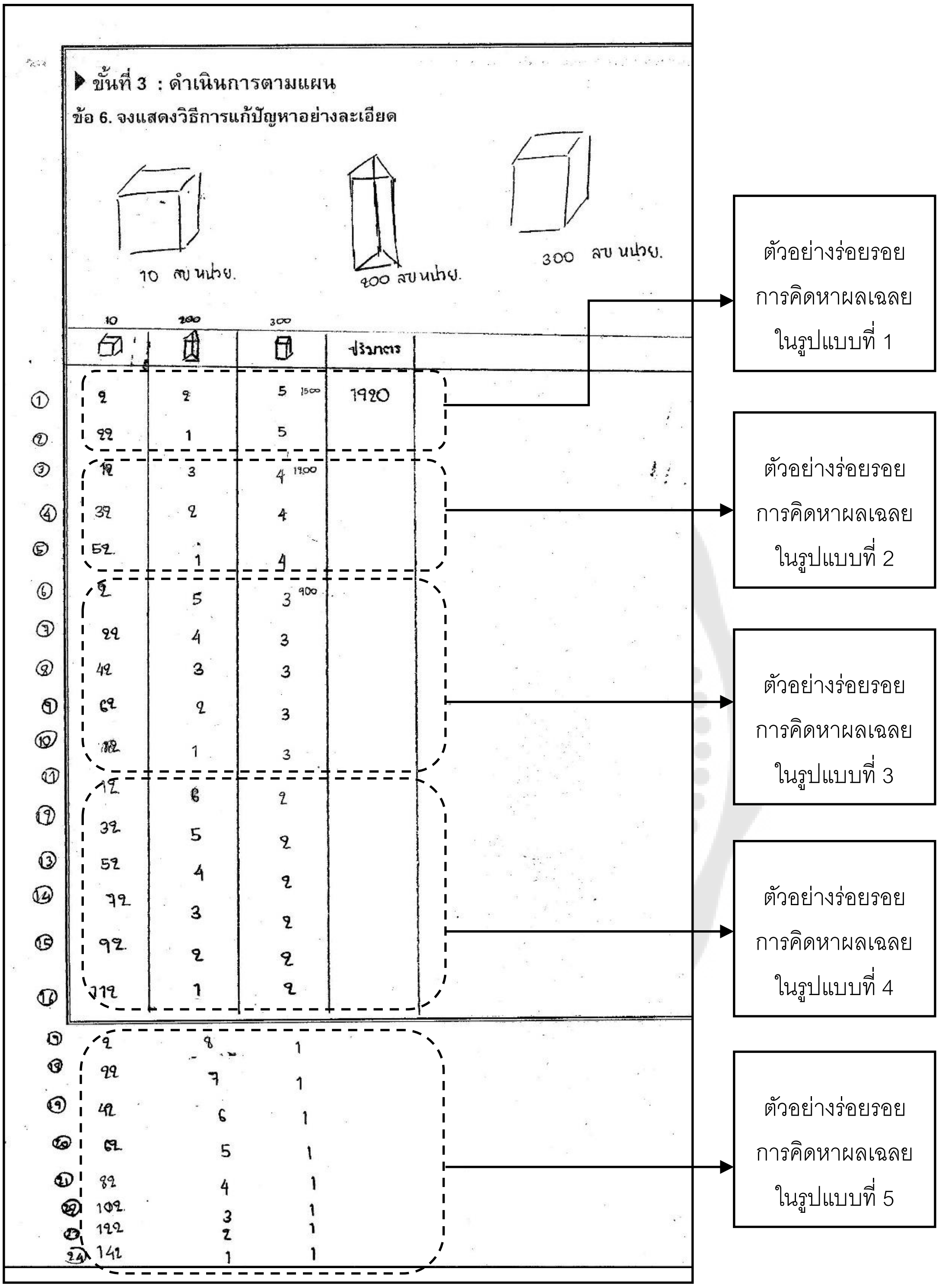
ตาราง 20 รูปแบบของผลเฉลยในกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 9 “การหาปริมาตรของทรงเรขาคณิตเพื่อเพิ่มปริมาณน้ำในตู้ปลา”

รูปแบบของผลเฉลย	**ผลเฉลยที่**	**จำนวน(ชิ้น)ของวัตถุชนิดที่ 1 (300 ลบ.หน่วย)**	**จำนวน(ชิ้น)ของวัตถุชนิดที่ 2 (200 ลบ.หน่วย)**	**จำนวน(ชิ้น) ของ วัตถุชนิดที่ 3 (10 ลบ.หน่วย)**	**รวมปริมาตรของวัตถุทั้ง 3 ชนิด (ลบ.หน่วย)**
รูปแบบที่ 1	1	5	2	2	1,920
	2	5	1	22	1,920
รูปแบบที่ 2	3	4	3	12	1,920
	4	4	2	32	1,920
	5	4	1	52	1,920

ตาราง 20 (ต่อ)

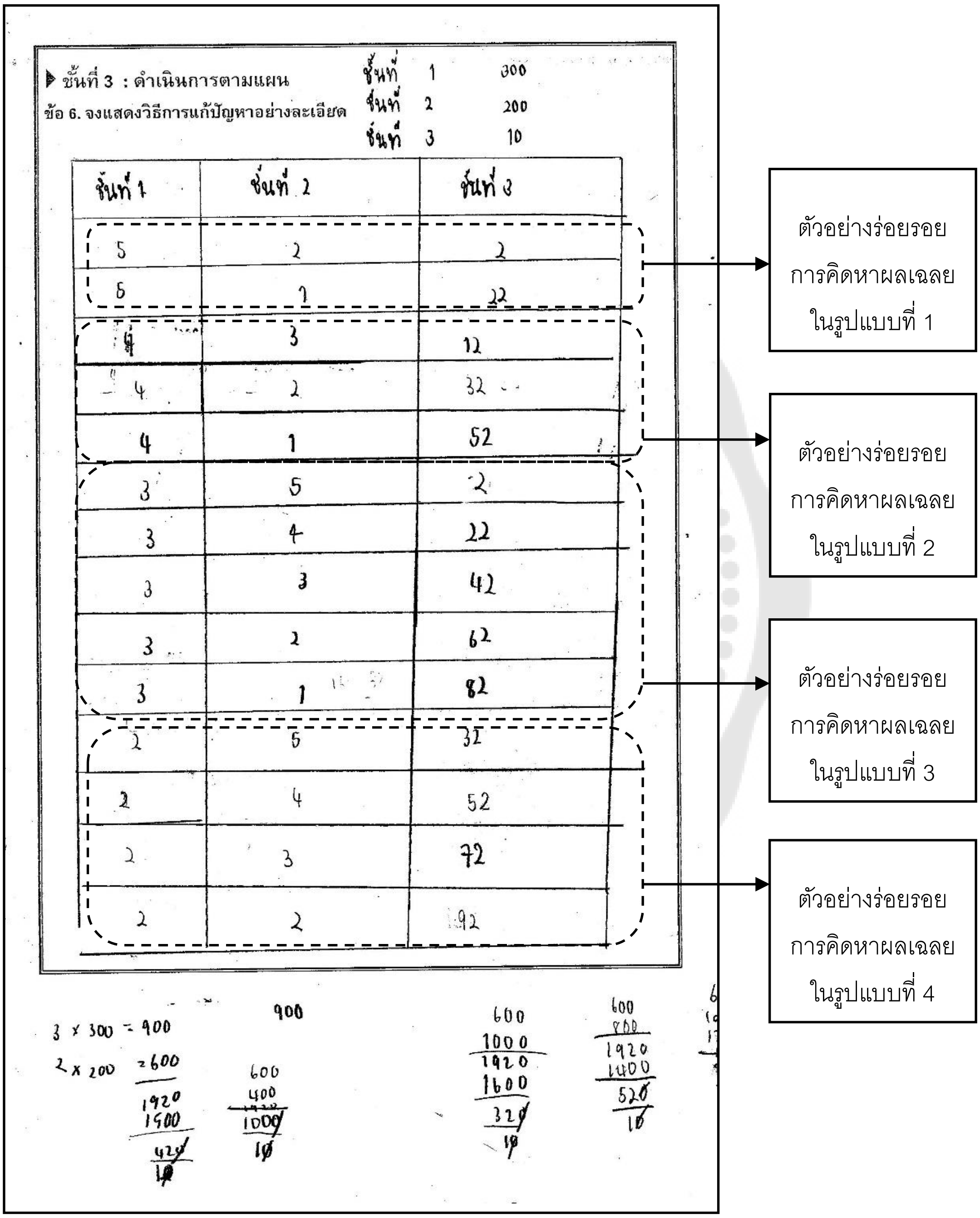
รูปแบบ ที่ 3	6	3	5	2	1,920
	7	3	4	22	1,920
	8	3	3	42	1,920
	9	3	2	62	1,920
	10	3	1	82	1,920
รูปแบบ ที่ 4	11	2	6	12	1,920
	12	2	5	32	1,920
	13	2	4	52	1,920
	14	2	3	72	1,920
	15	2	2	92	1,920
	16	2	1	112	1,920
รูปแบบ ที่ 5	17	1	8	2	1,920
	18	1	7	22	1,920
	19	1	6	42	1,920
	20	1	5	62	1,920
	21	1	4	82	1,920
	22	1	3	102	1,920
	23	1	2	122	1,920
	24	1	1	142	1,920

จากการวิเคราะห์ผลงานเขียนของนักเรียนในการแก้ปัญหากิจกรรมการเรียนรู้ที่ 9 และผลการสังเกตของผู้วิจัยและผู้ช่วยวิจัย พบว่า นักเรียนส่วนใหญ่คิดหารูปแบบของผลเฉลยได้ 5 รูปแบบ แต่มีบางรูปแบบที่ได้จำนวนของผลเฉลยไม่ครบ สำหรับนักเรียนเป้าหมาย ยุ้งข้าว ขวัญข้าว คิดหารูปแบบของผลเฉลยได้ 5 รูปแบบและจำนวนผลเฉลยครบ 24 ผลเฉลย ดังภาพประกอบ 21 ในขณะที่ต้นข้าว คิดหารูปแบบของผลเฉลยได้ 5 รูปแบบเช่นกัน แต่ได้ผลเฉลยเพียง 20 ผลเฉลย



ภาพประกอบ 21 ตัวอย่างรูปแบบของผลเฉลยในกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 9
“การหาปริมาตรของทรงเรขาคณิตเพื่อเพิ่มปริมาณน้ำในตู้ปลา” ของ ขวัญข้าว

ในขณะที่ รวงข้าว คิดหารูปแบบของผลเฉลยได้ 4 รูปแบบ ได้แก่ รูปแบบที่ 1 รูปแบบที่ 2 รูปแบบที่ 3 และรูปแบบที่ 4 ดังภาพประกอบที่ 22



▶ ขั้นที่ 3 : ดำเนินการตามแผน

ข้อ 6. จงแสดงวิธีการแก้ปัญหาอย่างละเอียด

ชั้นที่ 1 300
ชั้นที่ 2 200
ชั้นที่ 3 10

ชั้นที่ 1	ชั้นที่ 2	ชั้นที่ 3
5	2	2
5	1	22
4	3	12
4	2	32
4	1	52
3	5	2
3	4	22
3	3	42
3	2	62
3	1	82
2	5	32
2	4	52
2	3	72
2	2	92

3 × 300 = 900
2 × 200 = 600

ภาพประกอบ 22 ตัวอย่างรูปแบบของผลเฉลยในกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 9
“การหาปริมาตรของทรงเรขาคณิตเพื่อเพิ่มปริมาณน้ำในตู้ปลา” ของ รวงข้าว

ในช่วงที่ 3 ของกิจกรรมการเรียนรู้ คาบเรียนที่ 15 เมื่อนักเรียนได้รับใบกิจกรรม “การหาปริมาตรของทรงกลมในกล่องทรงสี่เหลี่ยมมุมฉาก” โดยนักเรียนจะต้องหาปริมาตรของทรงกลมซึ่งมีความสัมพันธ์กันเพื่อจัดวางลงในกล่องทรงสี่เหลี่ยมมุมฉากตามเงื่อนไขที่กำหนด ซึ่งปัญหานี้ถ้าพิจารณารูปแบบของผลเฉลยจากจำนวนลูกบอลทรงกลมชนิดที่ 1 ที่มีรัศมีมากที่สุดแล้วพบว่ามีรูปแบบของผลเฉลยทั้งหมด 3 รูปแบบ ดังตาราง 21 ได้แก่

รูปแบบที่ 1 จำนวนลูกบอลทรงกลมชนิดที่ 1 ที่มีรัศมีมากที่สุดจำนวน 3 ลูก

รูปแบบที่ 2 จำนวนลูกบอลทรงกลมชนิดที่ 1 ที่มีรัศมีมากที่สุดจำนวน 2 ลูก

รูปแบบที่ 3 จำนวนลูกบอลทรงกลมชนิดที่ 1 ที่มีรัศมีมากที่สุดจำนวน 1 ลูก

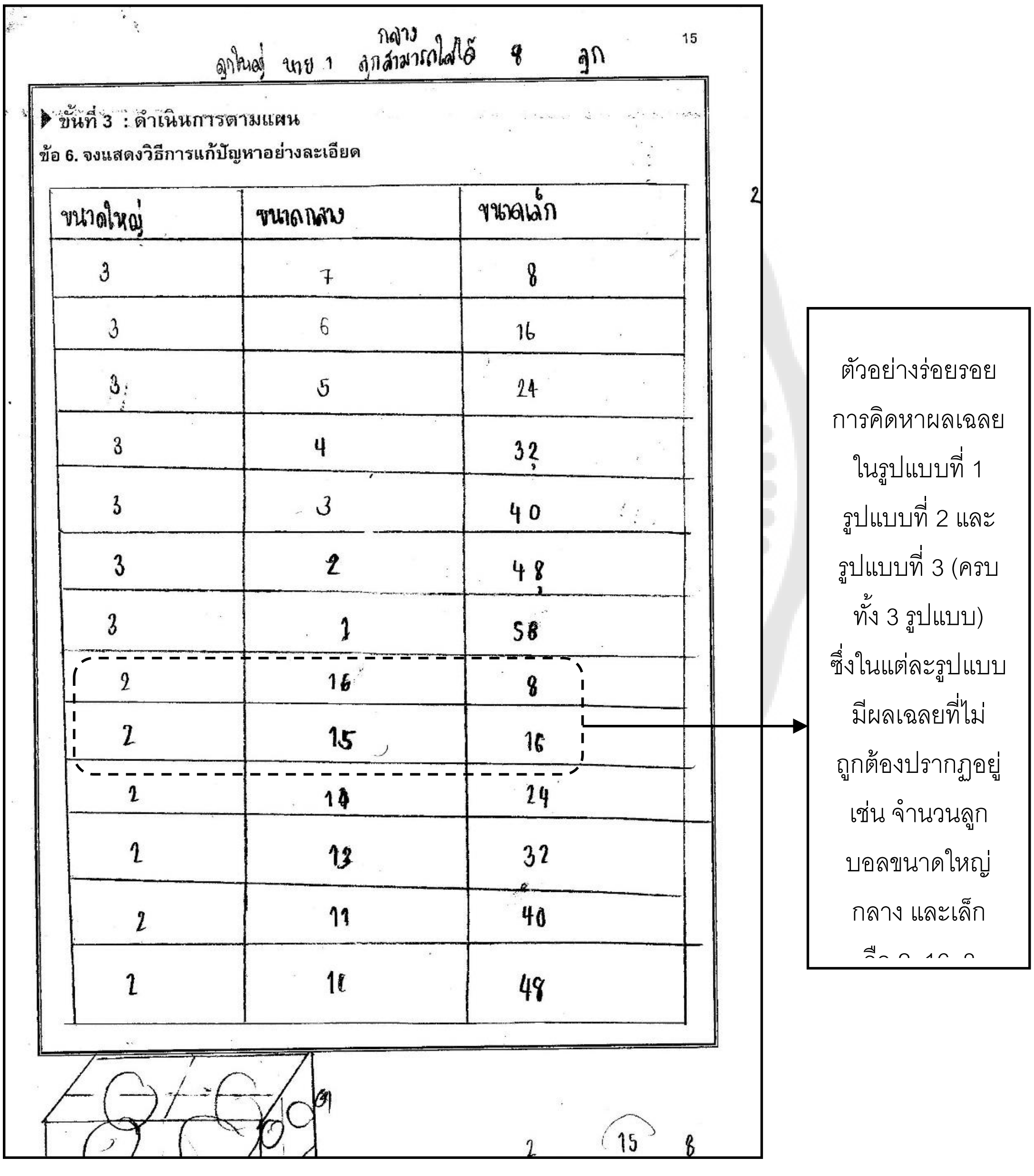
ตาราง 21 รูปแบบของผลเฉลยในกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 9 “การหาปริมาตรของทรงกลมในกล่องทรงสี่เหลี่ยมมุมฉาก”

รูปแบบผลเฉลยที่	**ผลเฉลยที่**	**จำนวนลูกบอลชนิดที่ 1 (รัศมี 10.5 หน่วย)**	**จำนวนลูกบอลชนิดที่ 2 (รัศมี 5.25 หน่วย)**	**จำนวนลูกบอลชนิดที่ 3 (รัศมี 2.625 หน่วย)**
รูปแบบที่ 1	1	3	7	8
	2	3	6	16
	3	3	5	24
	4	3	4	32
	5	3	3	40
	6	3	2	48
	7	3	1	56
รูปแบบที่ 2	8	2	15	8
	9	2	14	16
	10	2	13	24
	11	2	12	32
	12	2	11	40
	13	2	10	48
	14	2	9	56
	15	2	8	64
	16	2	7	72

ตาราง 21 (ต่อ)

รูปแบบผลเฉลยที่	ผลเฉลยที่	จำนวนลูกบอลชนิดที่ 1 (รัศมี 10.5 หน่วย)	จำนวนลูกบอลชนิดที่ 2 (รัศมี 5.25 หน่วย)	จำนวนลูกบอลชนิดที่ 3 (รัศมี 2.625 หน่วย)
รูปแบบที่ 2	17	2	6	80
	18	2	5	88
	19	2	4	96
	20	2	3	104
	21	2	2	112
	22	2	1	120
รูปแบบที่ 3	23	1	23	8
	24	1	22	16
	25	1	21	24
	26	1	20	32
	27	1	19	40
	28	1	18	48
	29	1	17	56
	30	1	16	64
	31	1	15	72
	32	1	14	80
	33	1	13	88
	34	1	12	96
	35	1	11	104
	36	1	10	112
	37	1	9	120
	38	1	8	128
	39	1	7	136
	40	1	6	144
	41	1	5	152
	42	1	4	160
	43	1	3	168
	44	1	2	176
	45	1	1	184

จากการวิเคราะห์ผลงานเขียนของนักเรียนในการแก้ปัญหากิจกรรมการเรียนรู้ที่ 9 และผลการสังเกตของผู้วิจัยและผู้ช่วยวิจัย พบว่า นักเรียนส่วนใหญ่คิดหารูปแบบของผลเฉลยได้ 3 รูปแบบ แต่มีบางรูปแบบที่ได้จำนวนของผลเฉลยไม่ครบ สำหรับนักเรียนเป้าหมาย ยุ้งข้าว ต้นข้าว และรวงข้าว คิดหารูปแบบของผลเฉลยได้ 3 รูปแบบ แต่มีบางรูปแบบที่ได้จำนวนผลเฉลยไม่ครบหรือไม่ถูกต้อง ดังภาพประกอบที่ 23



15

ลูกใหญ่ หาย 1 ลูกกลางสามารถใส่ได้ 8 ลูก

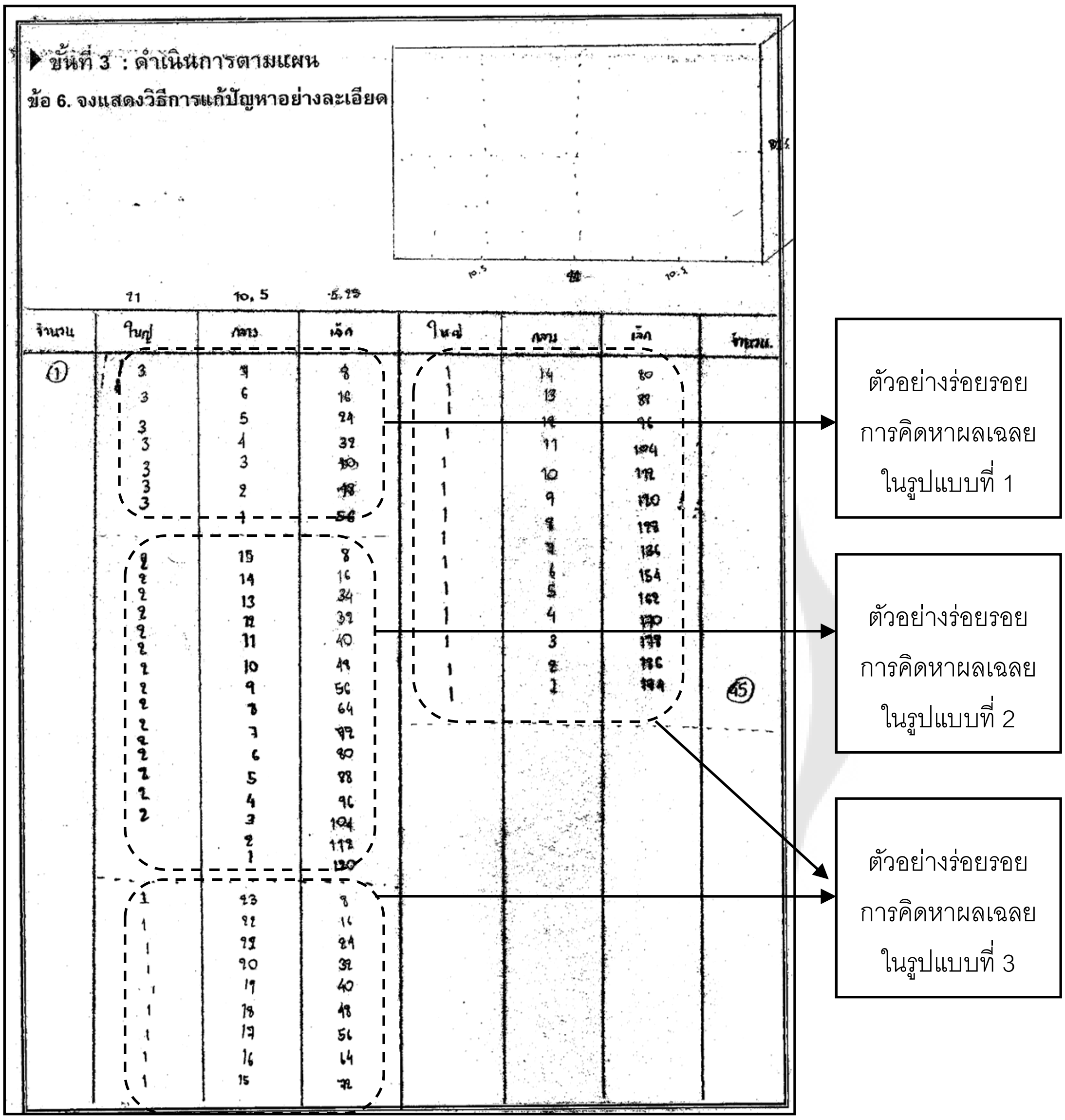
▶ ขั้นที่ 3 : ดำเนินการตามแผน

ข้อ 6. จงแสดงวิธีการแก้ปัญหาอย่างละเอียด

ขนาดใหญ่	ขนาดกลาง	ขนาดเล็ก
3	7	8
3	6	16
3	5	24
3	4	32
3	3	40
3	2	48
3	1	56
2	16	8
2	15	16
2	14	24
2	13	32
2	11	40
2	10	48

ภาพประกอบ 23 ตัวอย่างรูปแบบของผลเฉลยในกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 15
“การหาปริมาตรของทรงกลมในกล่องทรงสี่เหลี่ยมมุมฉาก” ของ รวงข้าว

ในขณะที่ ขวัญข้าว คิดหารูปแบบของผลเฉลยได้ 3 รูปแบบ และมีจำนวนผลเฉลยครบถ้วน ดังภาพประกอบ 24

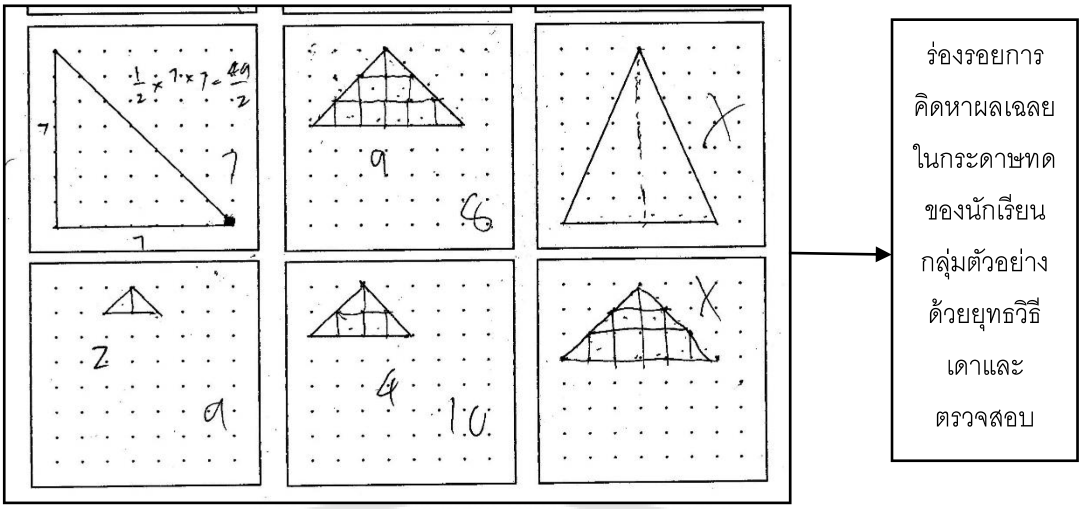


ภาพประกอบ 24 ตัวอย่างรูปแบบของผลเฉลยในกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 15 “การหาปริมาตรของทรงกลมในกล่องทรงสี่เหลี่ยมมุมฉาก” ของ ขวัญข้าว

จากข้อมูลข้างต้น สรุปได้ว่า ในช่วงแรกของกิจกรรมการเรียนรู้ นักเรียนส่วนใหญ่คิดหารูปแบบของผลเฉลยได้ประมาณร้อยละ 50 ของจำนวนรูปแบบของผลเฉลยทั้งหมด ต่อมาในช่วงที่ 2 เมื่อนักเรียนมีประสบการณ์ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์มากขึ้น ทำให้นักเรียนสามารถเลือกใช้ยุทธวิธีที่หลากหลายและเหมาะสมกับการแก้ปัญหา ส่งผลให้นักเรียนคิดหารูปแบบของผลเฉลยมากขึ้น กล่าวคือ ในคาบเรียนที่ 9 นักเรียนส่วนใหญ่คิดหารูปแบบของผลเฉลยได้ครบถ้วน ซึ่งนักเรียนยังคงคิดหารูปแบบของผลเฉลยได้มากขึ้นจนสิ้นสุดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 3 สอดคล้องกับผลการสัมภาษณ์ของนักเรียนเป้าหมายทั้ง 4 คน ที่พบว่าสาเหตุที่ทำให้นักเรียนคิดหารูปแบบของผลเฉลยได้จำนวนมากขึ้นนั้น เนื่องมาจากนักเรียนมีประสบการณ์ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์มากขึ้น และได้แลกเปลี่ยนยุทธวิธีในการแก้ปัญหาจากสมาชิกในกลุ่ม/การนำเสนอผลเฉลยและยุทธวิธีจากเพื่อนต่างกลุ่มหน้าชั้นเรียน จึงทำให้นักเรียนสามารถปรับเปลี่ยนและเลือกใช้ยุทธวิธีในการแก้ปัญหาได้อย่างเหมาะสม ทำให้คิดหาผลเฉลยได้หลากหลายรูปแบบมากขึ้น

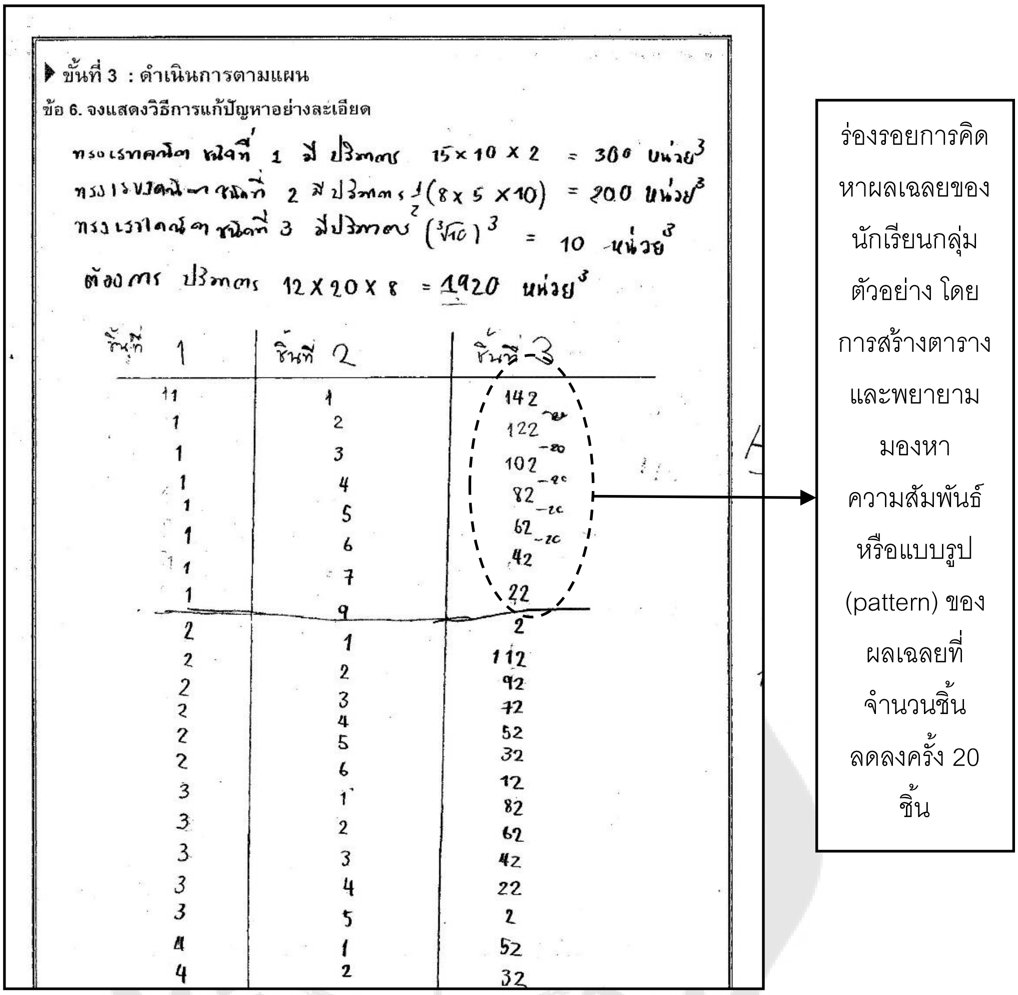
(2) นักเรียนมีขั้นตอนในการคิดหาผลเฉลยที่กระชับขึ้น

ในช่วงแรกของกิจกรรมการเรียนรู้ คาบเรียนที่ 1 เมื่อนักเรียนได้รับใบกิจกรรม “การหาพื้นที่ของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากบนกระดาษจุด” นักเรียนส่วนใหญ่ใช้เวลามากในการคิดหาผล เนื่องจากนักเรียนใช้ยุทธวิธีการเดาและตรวจสอบ รวมทั้งคิดหาผลเฉลยทั้งหมดในกระดาษทดแล้วตอบในกระดาษคำตอบ ทำให้เมื่อใกล้เวลาที่กำหนดนักเรียนต้องรีบเขียนผลเฉลยในกระดาษคำตอบ ซึ่งบางครั้งทำให้เขียนผลเฉลยได้ไม่ครบ สำหรับนักเรียนกลุ่มเป้าหมายทั้ง 4 คน ยุ้งข้าว ขวัญข้าว ต้นข้าว และรวงข้าว ใช้ระยะเวลาในการคิดหาผลเฉลยแรกนานกว่าผลเฉลยอื่น ๆ โดยคิดหาผลเฉลยทั้งหมดในกระดาษทดแล้วตอบในกระดาษคำตอบ ดังภาพประกอบ 25



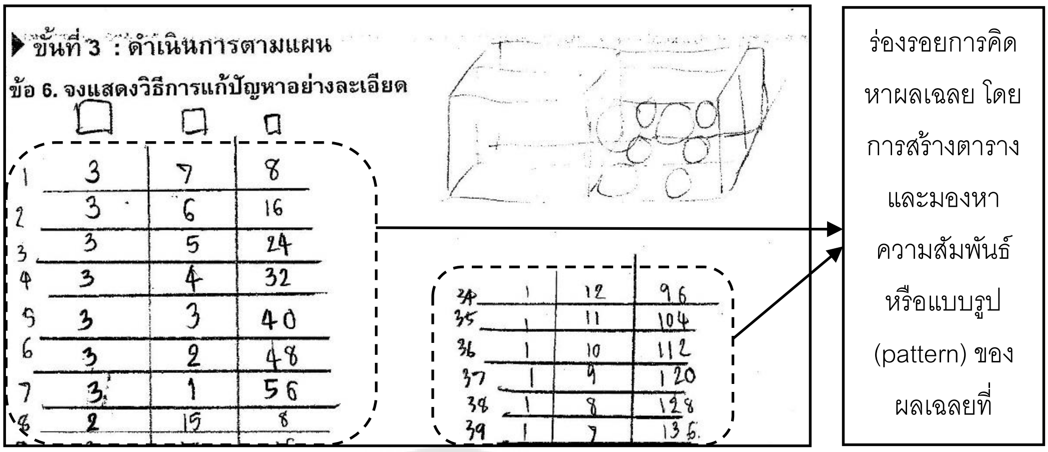
ภาพประกอบ 25 ร่องรอยการคิดหาผลเฉลยในกระดาษทดของกลุ่มเป้าหมายด้วยยุทธวิธีเดาและตรวจสอบในกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 1“การหาพื้นที่ของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากบนกระดาษจุด”

ในช่วงที่ 2 ของกิจกรรมการเรียนรู้ คาบเรียนที่ 9 เมื่อนักเรียนได้รับใบกิจกรรม “การหาปริมาตรของทรงเรขาคณิตเพื่อเพิ่มปริมาณน้ำในตู้ปลา” นักเรียนส่วนใหญ่ใช้เวลาในการคิดหาผลเฉลยน้อยลงกว่าช่วงแรก เนื่องจากนักเรียนปรับเปลี่ยนยุทธวิธีการสร้างตาราง ซึ่งช่วยให้นักเรียนเห็นความสัมพันธ์หรือแบบรูป (pattern) ของผลเฉลย ทำให้สามารถคิดหาผลเฉลยได้อย่างเป็นขั้นตอนและกระชับขึ้น นอกจากนี้นักเรียนยังแสดงการคิดคำนวณควบคู่ไปกับการค้นหาเฉลยแต่ละผลเฉลย ส่งผลให้นักเรียนใช้เวลาน้อยลงกว่าช่วงแรกของกิจกรรมการเรียนรู้ดังภาพประกอบ 26



ภาพประกอบ 26 ร่องรอยการคิดหาผลเฉลยของกลุ่มเป้าหมายในกระดาษคำตอบด้วยยุทธวิธีการสร้างตารางในกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 9 “การหาปริมาตรของทรงเรขาคณิตเพื่อเพิ่มปริมาณน้ำในตู้ปลา”

ในช่วงที่ 3 ของกิจกรรมการเรียนรู้ คาบเรียนที่ 15 เมื่อนักเรียนได้รับใบกิจกรรม “การหาปริมาตรของทรงกลมในกล่องทรงสี่เหลี่ยมมุมฉาก” นักเรียนส่วนใหญ่รวมทั้งนักเรียนเป้าหมายยังคงใช้เวลาในการคิดหาผลเฉลยน้อยลงกว่าช่วงแรก เนื่องจากนักเรียนปรับเปลี่ยนยุทธวิธีการสร้างตาราง ซึ่งช่วยให้นักเรียนเห็นความสัมพันธ์หรือแบบรูป (pattern) ของผลเฉลยเช่นกัน ทำให้สามารถคิดหาผลเฉลยได้อย่างเป็นขั้นตอนและกระชับขึ้น ดังภาพประกอบ 27



ภาพประกอบ 27 ร่องรอยการคิดหาผลเฉลยของกลุ่มเป้าหมายในกระดาษคำตอบด้วยยุทธวิธีการสร้างตารางในกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 15

จากข้อมูลข้างต้น สรุปได้ว่า ในช่วงแรกของกิจกรรมการเรียนรู้นักเรียนส่วนใหญ่ใช้เวลามากในการคิดหาผล เนื่องจากนักเรียนใช้ยุทธวิธีการเดาและตรวจสอบ รวมทั้งคิดหาผลเฉลยทั้งหมดในกระดาษทด แล้วตอบในกระดาษคำตอบ ทำให้เมื่อใกล้เวลาที่กำหนดนักเรียนต้องรีบเขียนผลเฉลยในกระดาษคำตอบ ซึ่งบางครั้งทำให้เขียนผลเฉลยได้ไม่ครบ ต่อมาในช่วงที่ 2 เมื่อนักเรียนมีประสบการณ์ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์มากขึ้น ทำให้นักเรียนสามารถเลือกใช้ยุทธวิธีที่หลากหลายและเหมาะสมกับการแก้ปัญหา ส่งผลให้นักเรียนส่วนใหญ่และนักเรียนเป้าหมายจึงใช้เวลาน้อยลงกว่าช่วงแรกในการคิดหาผลเฉลย ซึ่งนักเรียนคิดไปเขียนไป และรู้จักปรับเปลี่ยนในการแก้ปัญหา เช่น ยุทธวิธีการสร้างตาราง การแจงกรณีที่เป็นไปได้ เป็นต้น ซึ่งช่วยให้นักเรียนเห็นความสัมพันธ์หรือแบบรูป (pattern) ของผลเฉลยทำให้คิดหาผลเฉลยได้รวดเร็วเป็นขั้นตอน และกระชับมากขึ้น โดยยังคงแสดงพฤติกรรมเช่นนี้จนสิ้นสุดกิจกรรมการเรียนรู้ในช่วงที่ 3 ซึ่งสอดคล้องกับผลการสัมภาษณ์นักเรียนเป้าหมายทั้ง 4 คนเกี่ยวกับขั้นตอนในการคิดหาผลเฉลยที่กระชับขึ้น ที่พบว่า สาเหตุที่ทำให้นักเรียนคิดหาผลเฉลยที่เป็นขั้นตอนและกระชับขึ้นนั้นเนื่องมาจากนักเรียนมีประสบการณ์ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์มากขึ้น และได้แลกเปลี่ยนยุทธวิธีในการแก้ปัญหาจากสมาชิกในกลุ่ม/การนำเสนอผลเฉลยและยุทธวิธีจากเพื่อนต่างกลุ่มหน้าชั้นเรียน จึงทำให้นักเรียนสามารถปรับเปลี่ยนและเลือกใช้ยุทธวิธีในการแก้ปัญหาได้อย่างเหมาะสม ทำให้คิดหาผลเฉลยได้อย่างเป็นขั้นตอน และกระชับมากขึ้น

2.2 พฤติกรรมด้านความคิดยืดหยุ่น

ในการศึกษาความคิดยืดหยุ่น ผู้วิจัยพิจารณาความสามารถของนักเรียนในการคิดสร้างเกณฑ์การจัดกลุ่มของผลเฉลย และความชัดเจนของคำอธิบายเกณฑ์การจัดกลุ่มของผลเฉลยขณะลงมือแก้ปัญหาที่กำหนด ซึ่งผลการวิจัยพบว่า พฤติกรรมที่นักเรียนแสดงออกมี 2 ด้าน ได้แก่ ด้านการคิดสร้างเกณฑ์การจัดกลุ่มของผลเฉลยที่ชัดเจนขึ้น และด้านการเขียนคำอธิบายเกณฑ์การจัดกลุ่มของผลเฉลยที่ชัดเจนขึ้น

2.2.1 ด้านการคิดสร้างเกณฑ์การจัดกลุ่มของผลเฉลยที่ชัดเจนขึ้น

ในการศึกษาพฤติกรรมการคิดสร้างเกณฑ์การจัดกลุ่มของผลเฉลย ขณะนักเรียนลงมือแก้ปัญหาทางเรขาคณิต ซึ่งเป็นสถานการณ์ปัญหาที่ไม่คุ้นเคยและมีผลเฉลยมากกว่าหนึ่งผลเฉลย จากการวิเคราะห์ผลงานเขียนของนักเรียน ผลการสังเกตพฤติกรรมของนักเรียนเป้าหมายของผู้วิจัยและผู้ช่วยวิจัยในช่วงกิจกรรมพัฒนาความคิดยืดหยุ่น พบพฤติกรรมของนักเรียนส่วนใหญ่รวมทั้งนักเรียนเป้าหมายสามารถคิดสร้างเกณฑ์การจัดกลุ่มของผลเฉลยได้ชัดเจนขึ้น มีรายละเอียดดังนี้

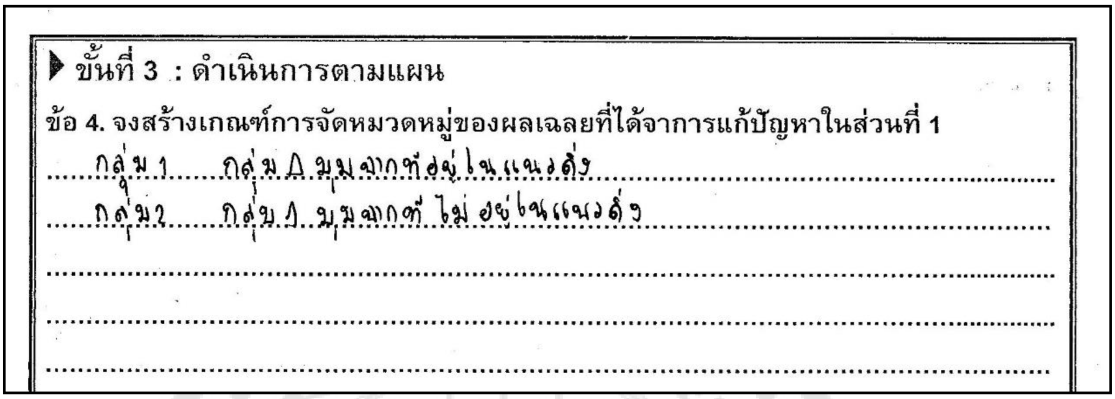
ในช่วงแรกของกิจกรรมการเรียนรู้ คาบเรียนที่ 1 เมื่อนักเรียนได้รับใบกิจกรรม “การหาพื้นที่ของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากบนกระดาษจุด” ช่วงกิจกรรมพัฒนาความคิดยืดหยุ่น ในการสร้างเกณฑ์การจัดกลุ่มของผลเฉลย ในกิจกรรมนี้นักเรียนส่วนใหญ่สามารถจัดกลุ่มและสร้างเกณฑ์การจัดกลุ่มของผลเฉลยได้ แต่เป็นเกณฑ์ที่ไม่ซับซ้อนสามารถจัดกลุ่มของผลเฉลยออกเป็น 2 กลุ่มเท่านั้น ซึ่งเกณฑ์การจัดกลุ่มของผลเฉลยที่พบมี 2 ลักษณะ ได้แก่

เกณฑ์ที่ 1 การพิจารณาการสร้างรูปสามเหลี่ยมมุมฉากหน้าจั่วที่มีด้านประกอบมุมฉากขนานกับเส้นขอบ (รูปแนวตั้ง) และรูปสามเหลี่ยมมุมฉากหน้าจั่วที่มีด้านประกอบมุมฉากไม่ขนานกับเส้นขอบ (รูปแนวดิ่ง)

เกณฑ์ที่ 2 การพิจารณาความยาวด้านประกอบมุมฉากเป็นจำนวนเต็มและไม่เป็นจำนวนเต็ม

ในขณะที่มีนักเรียนบางส่วนไม่สามารถจัดกลุ่มและสร้างเกณฑ์การจัดกลุ่มของผลเฉลยได้ สำหรับนักเรียนเป้าหมาย ยุ้งข้าว และขวัญข้าว สามารถจัดกลุ่มผลเฉลยได้ โดยใช้เกณฑ์ที่ 1 ในการจัดกลุ่มของผลเฉลย ต้นข้าว สามารถจัดกลุ่มผลเฉลยได้เช่นกัน โดยใช้เกณฑ์ที่ 2 ในการจัดกลุ่มของผลเฉลย ในขณะที่รวงข้าวไม่สามารถจัดกลุ่มและสร้างเกณฑ์การจัดกลุ่มของผลเฉลยได้

จากเกณฑ์การจัดกลุ่มของผลเฉลยข้างต้น พบว่า มีนักเรียน 12 คน (ร้อยละ 60 ของกลุ่มเป้าหมาย) รวมถึงนักเรียนเป้าหมาย ได้แก่ ยุ้งข้าว และขวัญข้าว ใช้เกณฑ์ที่ 1 การพิจารณาการสร้างรูปสามเหลี่ยมมุมฉากหน้าจั่วที่มีด้านประกอบมุมฉากขนานกับเส้นขอบ (รูปแนวตั้ง) และรูปสามเหลี่ยมมุมฉากหน้าจั่วที่มีด้านประกอบมุมฉากไม่ขนานกับเส้นขอบ (รูปแนวดิ่ง) ในการจัดกลุ่มผลเฉลย ดังภาพประกอบที่ 28



▶ ขั้นที่ 3 : ดำเนินการตามแผน

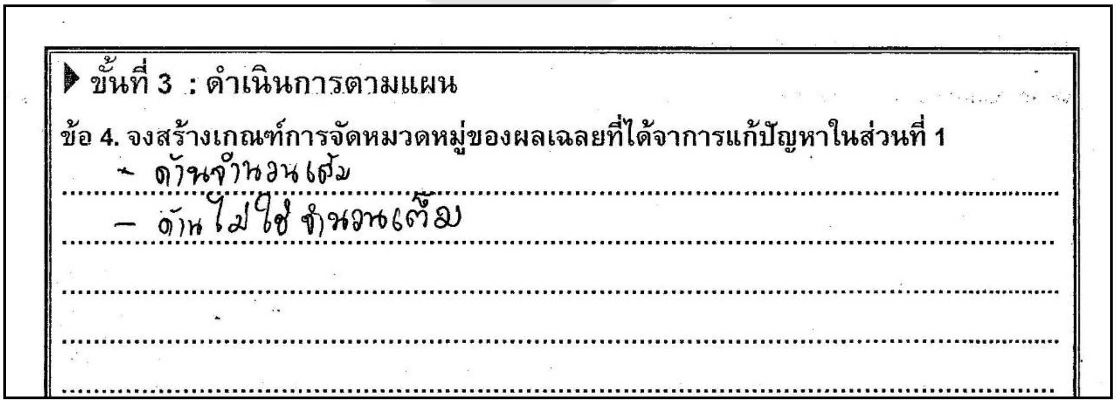
ข้อ 4. จงสร้างเกณฑ์การจัดหมวดหมู่ของผลเฉลยที่ได้จากการแก้ปัญหาในส่วนที่ 1

กลุ่ม 1 กลุ่ม Δ มุมฉากที่อยู่ในแนวตั้ง

กลุ่ม 2 กลุ่ม Δ มุมฉากที่ไม่อยู่ในแนวดิ่ง

ภาพประกอบ 28 ร่องรอยเกณฑ์ที่ 1 การพิจารณาการสร้างรูปสามเหลี่ยมมุมฉากหน้าจั่วที่มีด้านประกอบมุมฉากขนานกับเส้นขอบ (รูปแนวตั้ง) และรูปสามเหลี่ยมมุมฉากหน้าจั่วที่มีด้านประกอบมุมฉากไม่ขนานกับเส้นขอบ (รูปแนวดิ่ง) ของ ยุ้งข้าว

สำหรับเกณฑ์ที่ 2 การพิจารณาความยาวด้านประกอบมุมฉากเป็นจำนวนเต็มและไม่เป็นจำนวนเต็ม พบว่า มีนักเรียน 4 คน (ร้อยละ 20 ของกลุ่มเป้าหมาย) รวมถึงนักเรียนเป้าหมาย คือ ต้นข้าว ใช้เกณฑ์ที่ 2 ในการจัดกลุ่มของผลเฉลย ดังภาพประกอบที่ 29



▶ ขั้นที่ 3 : ดำเนินการตามแผน

ข้อ 4. จงสร้างเกณฑ์การจัดหมวดหมู่ของผลเฉลยที่ได้จากการแก้ปัญหาในส่วนที่ 1

- ด้านจำนวนเต็ม

- ด้านไม่ใช่จำนวนเต็ม

ภาพประกอบ 29 ร่องรอยเกณฑ์ที่ 2 การพิจารณาความยาวด้านประกอบมุมฉากเป็นจำนวนเต็มและไม่เป็นจำนวนเต็มของ ต้นข้าว

ในขณะที่มีนักเรียนบางส่วนจำนวน 4 คน (ร้อยละ 20 ของกลุ่มเป้าหมาย) รวมถึงนักเรียนเป้าหมาย คือ รวงข้าว ไม่สามารถจัดกลุ่มและสร้างเกณฑ์การจัดกลุ่มของผลเฉลยได้

ในช่วงที่ 2 ของกิจกรรมการเรียนรู้ คาบเรียนที่ 9 เมื่อนักเรียนได้รับใบกิจกรรม "การหาปริมาตรของทรงเรขาคณิตเพื่อเพิ่มปริมาณน้ำในตู้ปลา" ช่วงกิจกรรมพัฒนาความคิดยืดหยุ่น ในการสร้างเกณฑ์การจัดกลุ่มของผลเฉลย ในกิจกรรมนี้นักเรียนส่วนใหญ่สามารถจัดกลุ่มและสร้างเกณฑ์การจัดกลุ่มของผลเฉลยได้ ซึ่งเกณฑ์การจัดกลุ่มของผลเฉลยที่พบมี 3 ลักษณะ ได้แก่

เกณฑ์ที่ 1 การพิจารณาเกณฑ์จากจำนวนวัตถุทรงเรขาคณิต (ปริซึมฐานสี่เหลี่ยม)ซึ่งที่มีปริมาตรมากที่สุด (300 ลูกบาศก์หน่วย)

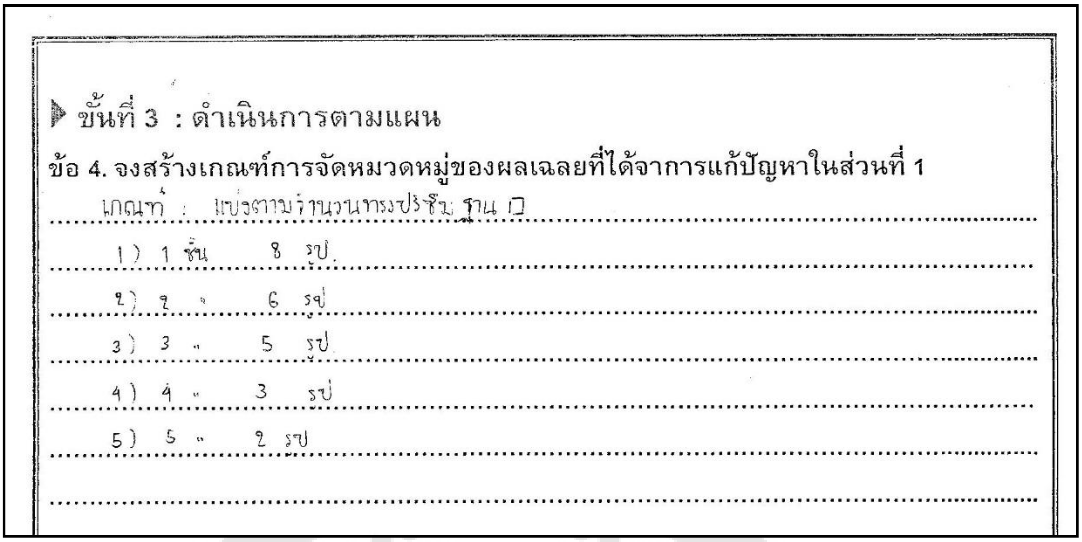
กลุ่มที่ 1 : จำนวน(ชิ้น)ของวัตถุชนิดที่ 1 ปริซึมฐานสี่เหลี่ยม 5ชิ้น
กลุ่มที่ 2 : จำนวน(ชิ้น)ของวัตถุชนิดที่ 1 ปริซึมฐานสี่เหลี่ยม 4ชิ้น
กลุ่มที่ 3 : จำนวน(ชิ้น)ของวัตถุชนิดที่ 1 ปริซึมฐานสี่เหลี่ยม 3ชิ้น
กลุ่มที่ 4 : จำนวน(ชิ้น)ของวัตถุชนิดที่ 1 ปริซึมฐานสี่เหลี่ยม 2ชิ้น
กลุ่มที่ 5 : จำนวน(ชิ้น)ของวัตถุชนิดที่ 1 ปริซึมฐานสี่เหลี่ยม 1ชิ้น

เกณฑ์ที่ 2 การพิจารณาจำนวน(ชิ้น) ของวัตถุชนิดที่ 1 วัตถุชนิดที่ 2 และวัตถุชนิดที่ 3 ที่มีจำนวนชิ้นแตกต่างกัน

เกณฑ์ที่ 3 การพิจารณาจำนวน(ชิ้น) ของวัตถุชนิดที่ 1 วัตถุชนิดที่ 2 และวัตถุชนิดที่ 3 ที่มีจำนวนชิ้นที่รวมกันแล้วเป็นจำนวนคู่หรือจำนวนคี่

สำหรับนักเรียนเป้าหมาย ยุ้งข้าว ขวัญข้าว สามารถจัดกลุ่มผลเฉลยได้ โดยใช้เกณฑ์ที่ 1 ในการจัดกลุ่มของผลเฉลย ต้นข้าว สามารถจัดกลุ่มผลเฉลยได้เช่นกัน โดยใช้เกณฑ์ที่ 2 ในการจัดกลุ่มของผลเฉลย ในขณะที่รวงข้าวสามารถจัดกลุ่มและสร้างเกณฑ์การจัดกลุ่มของผลเฉลยได้เช่นกัน โดยใช้เกณฑ์ที่ 3 ในการจัดกลุ่มของผลเฉลย

จากเกณฑ์การจัดกลุ่มของผลเฉลยข้างต้น พบว่า มีนักเรียน 8 คน (ร้อยละ 40 ของกลุ่มเป้าหมาย) รวมถึงนักเรียนเป้าหมาย ได้แก่ ยุ้งข้าว และขวัญข้าว ใช้เกณฑ์ที่ 1 การพิจารณาจากจำนวนวัตถุทรงเรขาคณิต (ปริซึมฐานสี่เหลี่ยม) ซึ่งที่มีปริมาตรมากที่สุด (300 ลูกบาศก์หน่วย) ดังภาพประกอบที่ 30



▶ **ขั้นที่ 3 : ดำเนินการตามแผน**

ข้อ 4. จงสร้างเกณฑ์การจัดหมวดหมู่ของผลเฉลยที่ได้จากการแก้ปัญหาในส่วนที่ 1

เกณฑ์ : แบ่งตามจำนวนทรงปริซึมฐาน ▢

1) 1 ชิ้น 8 รูป

2) 2 " 6 รูป

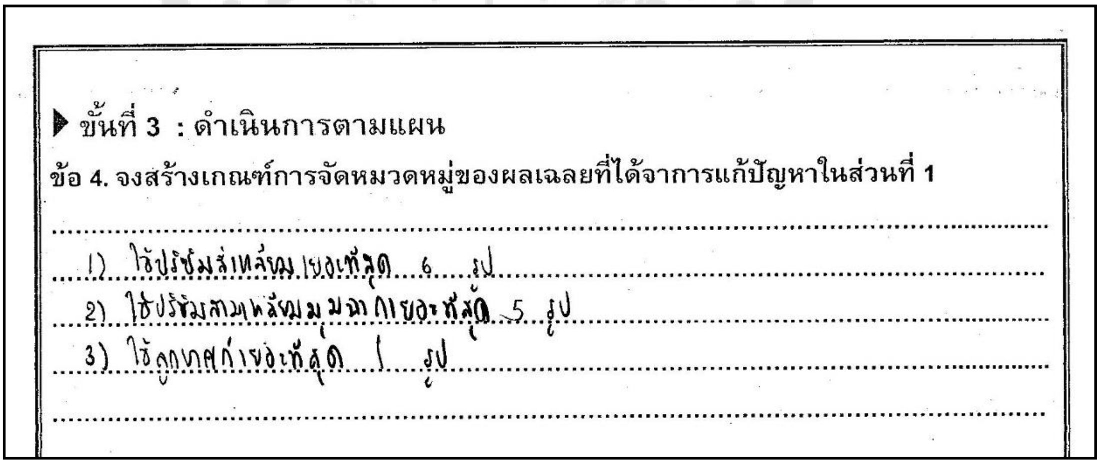
3) 3 " 5 รูป

4) 4 " 3 รูป

5) 5 " 2 รูป

ภาพประกอบ 30 ร่องรอยเกณฑ์ที่ 1 การพิจารณาเกณฑ์การพิจารณาจากจำนวนวัตถุทรงเรขาคณิต (ปริซึมฐานสี่เหลี่ยม) ซึ่งที่มีปริมาตรมากที่สุด (300 ลูกบาศก์หน่วย) ของ ขวัญข้าว

สำหรับเกณฑ์ที่ 2 การพิจารณาจำนวน(ชิ้น) ของวัตถุชนิดที่ 1 วัตถุชนิดที่ 2 และวัตถุชนิดที่ 3 ที่มีจำนวนชิ้นแตกต่างกัน พบว่า มีนักเรียน 4 คน (ร้อยละ 20 ของกลุ่มเป้าหมาย) รวมถึงนักเรียนเป้าหมาย คือ ต้นข้าวใช้เกณฑ์ที่ 2 ในการจัดกลุ่มของผลเฉลยดังภาพประกอบที่ 31



▶ **ขั้นที่ 3 : ดำเนินการตามแผน**

ข้อ 4. จงสร้างเกณฑ์การจัดหมวดหมู่ของผลเฉลยที่ได้จากการแก้ปัญหาในส่วนที่ 1

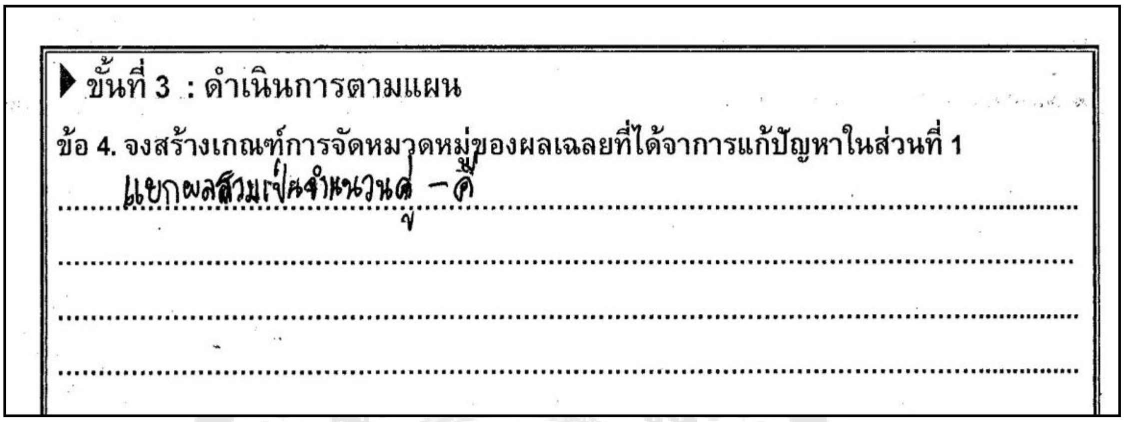
1) ใช้ปริซึมสี่เหลี่ยมเยอะที่สุด 6 รูป

2) ใช้ปริซึมสามเหลี่ยมมุมฉากเยอะที่สุด 5 รูป

3) ใช้ลูกบาศก์เยอะที่สุด 1 รูป

ภาพประกอบ 31 ร่องรอยเกณฑ์ที่ 2 การพิจารณาจำนวน(ชิ้น) ของวัตถุชนิดที่ 1 วัตถุชนิดที่ 2 และวัตถุชนิดที่ 3 ที่มีจำนวนชิ้นแตกต่างกัน ของ กลุ่มต้นข้าว

ในขณะที่มีนักเรียนบางส่วนจำนวน 4 คน (ร้อยละ 20 ของกลุ่มเป้าหมาย) รวมถึงนักเรียนเป้าหมาย คือ รวงข้าว ใช้เกณฑ์ที่ 3 การพิจารณาจำนวน(ชิ้น) ของวัตถุชนิดที่ 1 วัตถุชนิดที่ 2 และวัตถุชนิดที่ 3 ที่มีจำนวนชิ้นที่รวมกันแล้วเป็นจำนวนคู่ หรือจำนวนคี่ ในการจัดกลุ่มของผลเฉลย ดังภาพประกอบที่ 32



ภาพประกอบ 32 ร่องรอยเกณฑ์ที่ 3 การพิจารณาจำนวน(ชิ้น) ของวัตถุชนิดที่ 1 วัตถุชนิดที่ 2 และวัตถุชนิดที่ 3 ที่มีจำนวนชิ้นที่รวมกันแล้วเป็นจำนวนคู่ หรือจำนวนคี่ ของกลุ่มรวงข้าว

ในช่วงที่ 3 ของกิจกรรมการเรียนรู้ คาบเรียนที่ 15 เมื่อนักเรียนได้รับใบกิจกรรม “การหาปริมาตรของทรงกลมในกล่องทรงสี่เหลี่ยมมุมฉาก” ช่วงกิจกรรมพัฒนาความคิดยืดหยุ่น ในการสร้างเกณฑ์การจัดกลุ่มของผลเฉลย ในกิจกรรมนี้นักเรียนส่วนใหญ่สามารถจัดกลุ่มและสร้างเกณฑ์การจัดกลุ่มของผลเฉลยได้ ซึ่งเกณฑ์การจัดกลุ่มของผลเฉลยที่พบมี 1 ลักษณะคือ

เกณฑ์ที่ 1 การพิจารณาจากลูกบอลทรงกลมชนิดที่ 1 มีรัศมี 10.5 หน่วย ซึ่งมีจำนวนชิ้นมากที่สุด 3 ชิ้น 2 ชิ้น และ 1 ชิ้น

กลุ่มที่ 1 : จำนวน(ชิ้น)ของลูกบอลชนิดที่ 1 จำนวน 3 ชิ้น

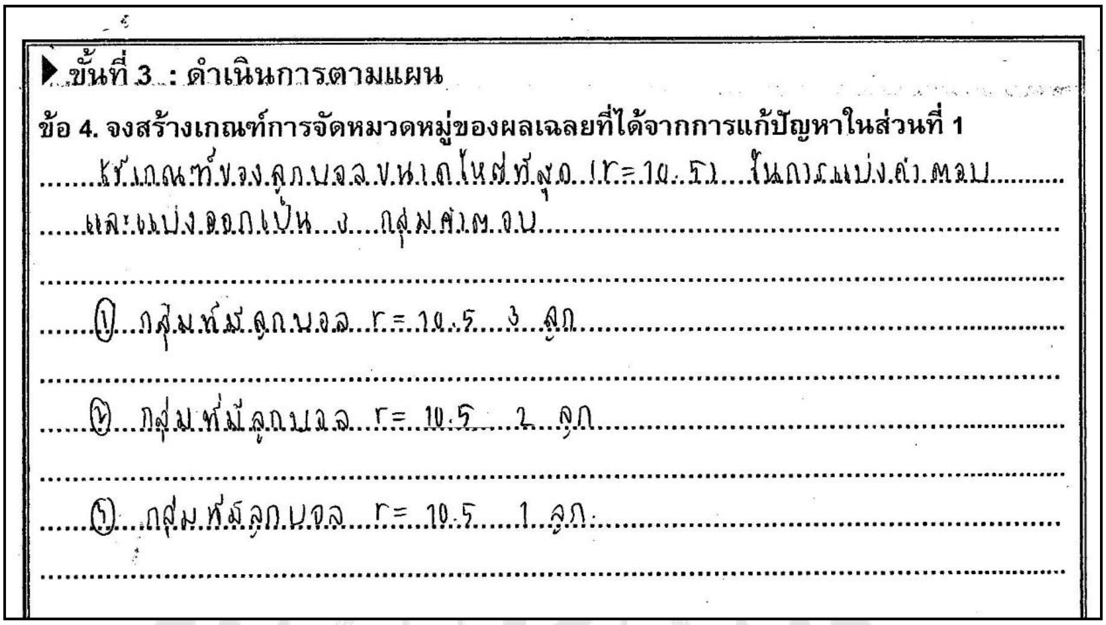
กลุ่มที่ 2 : จำนวน(ชิ้น)ของลูกบอลชนิดที่ 1 จำนวน 2 ชิ้น

กลุ่มที่ 3 : จำนวน(ชิ้น)ของลูกบอลชนิดที่ 1 จำนวน 1 ชิ้น

สำหรับนักเรียนเป้าหมาย ยุ้งข้าว ขวัญข้าว ต้นข้าว และรวงข้าว สามารถจัดกลุ่มผลเฉลยได้ โดยใช้เกณฑ์ที่ 1 ในการจัดกลุ่มของผลเฉลย

จากเกณฑ์การจัดกลุ่มของผลเฉลยข้างต้น พบว่า มีนักเรียน 20 คน (ร้อยละ 100 ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง) รวมถึงนักเรียนเป้าหมายทั้ง 4 คน ใช้เกณฑ์ที่ 1 การพิจารณาจาก

ลูกบอลทรงกลมชนิดที่ 1 มีรัศมี 10.5 หน่วยซึ่งมีจำนวนชิ้นมากที่สุด 3 ชิ้น 2 ชิ้น และ 1 ชิ้น ดังภาพประกอบที่ 33



▶ ขั้นที่ 3 : ดำเนินการตามแผน

ข้อ 4. จงสร้างเกณฑ์การจัดหมวดหมู่ของผลเฉลยที่ได้จากการแก้ปัญหาในส่วนที่ 1

ใช้เกณฑ์ของลูกบอลขนาดใหญ่ที่สุด (r = 10.5) ในการแบ่งคำตอบ และแบ่งออกเป็น 3 กลุ่มคำตอบ

(1) กลุ่มที่มีลูกบอล r = 10.5 3 ลูก

(2) กลุ่มที่มีลูกบอล r = 10.5 2 ลูก

(3) กลุ่มที่มีลูกบอล r = 10.5 1 ลูก

ภาพประกอบ 33 ร่องรอยเกณฑ์ที่ 1 การพิจารณาจากลูกบอลทรงกลมชนิดที่ 1 มีรัศมี 10.5 หน่วย ซึ่งมีจำนวนชิ้นมากที่สุด 3 ชิ้น 2 ชิ้น และ 1 ชิ้น ของกลุ่มยุ้งข้าว

จากข้อมูลข้างต้น สรุปได้ว่า ในช่วงแรกของกิจกรรมการเรียนรู้นักเรียนส่วนใหญ่ใช้เกณฑ์ที่แตกต่างกันทั้งหมด 3 เกณฑ์ และเมื่อพิจารณาเกณฑ์ดังกล่าว พบว่า ลักษณะของเกณฑ์ที่ใช้ไม่มีความซับซ้อน ซึ่งแต่ละเกณฑ์สามารถจัดกลุ่มของผลเฉลยได้เพียง 2 กลุ่มย่อยเท่านั้น ต่อมาในช่วงที่ 2 เมื่อนักเรียนมีประสบการณ์ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์มากขึ้น ทำให้นักเรียนสามารถพิจารณาและค้นหาความสัมพันธ์ของรูปแบบผลเฉลย ส่งผลให้นักเรียนส่วนใหญ่ใช้เกณฑ์ที่มีความแตกต่างมากกว่าในช่วงแรก ซึ่งแต่ละเกณฑ์สามารถจัดกลุ่มของผลเฉลยได้มากกว่า 2 กลุ่มย่อย และไม่มีความซ้ำซ้อนกัน โดยยังคงแสดงพฤติกรรมเช่นนี้จนสิ้นสุดกิจกรรมการเรียนรู้ในช่วงที่ 3 ซึ่งสอดคล้องกับผลการสัมภาษณ์นักเรียนเป้าหมายทั้ง 4 คนเกี่ยวกับการสร้างเกณฑ์การจัดกลุ่มของผลเฉลย ที่พบว่า สาเหตุที่ทำให้นักเรียนสามารถสร้างเกณฑ์การจัดกลุ่มของผลเฉลยที่ชัดเจนขึ้นนั้น เนื่องมาจากนักเรียนมีประสบการณ์ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์มากขึ้น และได้แลกเกณฑ์การจัดกลุ่มของผลเฉลยจากสมาชิกในกลุ่ม/การนำเสนอเกณฑ์การจัดกลุ่มของผลเฉลยจากเพื่อนต่างกลุ่มหน้าชั้นเรียน จึงทำให้นักเรียนสามารถปรับเปลี่ยนและเลือกใช้เกณฑ์การจัดกลุ่มของผลเฉลยในการแก้ปัญหาได้อย่างเหมาะสมและชัดเจนมากขึ้น

2.2.2 ด้านการเขียนคำอธิบายเกณฑ์การจัดกลุ่มของผลเฉลยที่ชัดเจนขึ้น

ในการศึกษาพฤติกรรมการเขียนคำอธิบายเกณฑ์การจัดกลุ่มของผลเฉลย ขณะนักเรียนลงมือแก้ปัญหาทางเรขาคณิต ซึ่งเป็นสถานการณ์ปัญหาที่ไม่คุ้นเคยและมีผลเฉลยมากกว่าหนึ่งผลเฉลย จากการวิเคราะห์ผลงานเขียนของนักเรียน ผลการสังเกตพฤติกรรมของนักเรียนเป้าหมายของผู้วิจัยและผู้ช่วยวิจัยในช่วงกิจกรรมพัฒนาความคิดยืดหยุ่น พบพฤติกรรมของนักเรียนส่วนใหญ่รวมทั้งนักเรียนเป้าหมายสามารถเขียนคำอธิบายเกณฑ์การจัดกลุ่มของผลเฉลยได้ชัดเจนขึ้น มีรายละเอียดดังนี้

ในช่วงแรกของกิจกรรมการเรียนรู้ คาบเรียนที่ 1 เมื่อนักเรียนได้รับใบกิจกรรม "การหาพื้นที่ของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากบนกระดาษจุด" ช่วงกิจกรรมพัฒนาความคิดยืดหยุ่น นักเรียนส่วนใหญ่สามารถสร้างเกณฑ์การจัดกลุ่มของผลเฉลยได้ แต่เกณฑ์การจัดของผลเฉลยส่วนใหญ่ใช้คำอธิบายที่สั้น เป็นเพียงวลีหรือประโยคสั้น ๆ แสดงรายละเอียดเป็นรายข้อเพียง 1 – 2 ข้อ โดยแต่ละข้อขาดการอธิบายที่ชัดเจน สอดคล้องกับพฤติกรรมของนักเรียนเป้าหมาย ยุ้งข้าว ขวัญข้าว และต้นข้าว ที่เขียนคำอธิบายเกณฑ์การจัดกลุ่มของผลเฉลยเป็นเพียงวลีหรือประโยคสั้น ๆ ในขณะที่มีนักเรียนบางส่วน รวมถึงนักเรียนเป้าหมาย รวงข้าว ที่ไม่เขียนคำอธิบายเกณฑ์การจัดกลุ่มของผลเฉลย เนื่องจากนักเรียนไม่สามารถสร้างเกณฑ์การจัดกลุ่มของผลได้

ในช่วงที่ 2 ของกิจกรรมการเรียนรู้ คาบเรียนที่ 9 เมื่อนักเรียนได้รับใบกิจกรรม "การหาปริมาตรของทรงเรขาคณิตเพื่อเพิ่มปริมาณน้ำในตู้ปลา" ช่วงกิจกรรมพัฒนาความคิดยืดหยุ่น นักเรียนส่วนใหญ่ สามารถสร้างเกณฑ์การจัดกลุ่มของผลเฉลยได้ และเขียนคำอธิบายเกณฑ์การจัดกลุ่มของผลเฉลยได้ชัดเจนขึ้น โดยเกณฑ์การจัดกลุ่มส่วนใหญ่สามารถจัดกลุ่มของผลเฉลยได้มากกว่า 2 กลุ่ม อีกทั้งนักเรียนยังเขียนคำอธิบายเกณฑ์การจัดกลุ่มผลเฉลยที่กระชับขึ้น สอดคล้องกับพฤติกรรมของนักเรียนเป้าหมายทั้ง 4 คน ยุ้งข้าว ขวัญข้าว ต้นข้าว และรวงข้าว ที่เขียนอธิบายเกณฑ์การจัดกลุ่มของผลเฉลยได้กระชับและแสดงรายละเอียดได้ชัดเจนขึ้น อีกทั้งยังสามารถจัดกลุ่มของผลเฉลยออกเป็น 2 กลุ่ม หรือได้มากกว่า 2 กลุ่ม

ในช่วงที่ 3 ของกิจกรรมการเรียนรู้ คาบเรียนที่ 15 เมื่อนักเรียนได้รับใบกิจกรรม "การหาปริมาตรของทรงกลมในกล่องทรงสี่เหลี่ยมมุมฉาก" ช่วงกิจกรรมพัฒนาความคิดยืดหยุ่น นักเรียนส่วนใหญ่ สามารถสร้างเกณฑ์การจัดกลุ่มของผลเฉลยได้ และเขียนคำอธิบายเกณฑ์การจัดกลุ่มของผลเฉลยได้ชัดเจนขึ้น โดยเกณฑ์การจัดกลุ่มส่วนใหญ่สามารถจัดกลุ่มของผลเฉลยได้มากกว่า 2 กลุ่ม อีกทั้งนักเรียนยังเขียนคำอธิบายเกณฑ์การจัดกลุ่มผลเฉลยที่กระชับขึ้น สอดคล้องกับพฤติกรรมของนักเรียนเป้าหมายทั้ง 4 คน ยุ้งข้าว ขวัญข้าว ต้นข้าว และรวงข้าว ที่

เขียนอธิบายเกณฑ์การจัดกลุ่มของผลเฉลยได้กระชับและแสดงรายละเอียดได้ชัดเจนขึ้น อีกทั้งยังสามารถจัดกลุ่มของผลเฉลยได้มากกว่า 2 กลุ่ม เช่นกัน

จากข้อมูลข้างต้น สรุปได้ว่า ในช่วงแรกของกิจกรรมการเรียนรู้นักเรียนสามารถสร้างเกณฑ์การจัดกลุ่มของผลเฉลยได้ แต่เกณฑ์การจัดของผลเฉลยส่วนใหญ่ใช้คำอธิบายที่สั้นเป็นเพียงวลีหรือประโยคสั้น ๆ แสดงรายละเอียดเป็นรายข้อเพียง 1 – 2 ข้อ โดยแต่ละข้อขาดการอธิบายที่ชัดเจน ต่อมาในช่วงที่ 2 เมื่อนักเรียนมีประสบการณ์ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์มากขึ้น ทำให้นักเรียนสามารถเขียนคำอธิบายเกณฑ์การจัดกลุ่มของผลเฉลยได้กระชับและชัดเจนขึ้น ไม่มีเกณฑ์การจัดกลุ่มของผลเฉลยใดที่ทำให้เกิดผลเฉลยซ้ำซ้อน เนื่องจากนักเรียนเขียนคำอธิบายได้ชัดเจนขึ้น ซึ่งเกณฑ์ดังกล่าวยังสามารถจัดกลุ่มของผลเฉลยได้มากกว่า 2 กลุ่ม โดยนักเรียนยังคงแสดงพฤติกรรมเช่นนี้จนสิ้นสุดกิจกรรมการเรียนรู้ในช่วงที่ 3 ซึ่งสอดคล้องกับผลการสัมภาษณ์นักเรียนเป้าหมายทั้ง 4 คนเกี่ยวกับการสร้างเกณฑ์การจัดกลุ่มของผลเฉลย ที่พบว่าสาเหตุที่ทำให้นักเรียนเขียนคำอธิบายเกณฑ์การจัดกลุ่มของผลเฉลยได้ชัดเจนขึ้นนั้น เนื่องมาจากนักเรียนมีประสบการณ์ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์มากขึ้น และได้แลกเกณฑ์การจัดกลุ่มของผลเฉลยจากสมาชิกในกลุ่ม/การนำเสนอเกณฑ์การจัดกลุ่มของผลเฉลยจากเพื่อนต่างกลุ่มหน้าชั้นเรียน จึงทำให้นักเรียนสามารถเขียนคำอธิบายเกณฑ์การจัดกลุ่มของผลเฉลยได้กระชับและชัดเจนมากขึ้น

2.3 พฤติกรรมด้านความคิดริเริ่ม

ในการศึกษาความคิดริเริ่มผู้วิจัยพิจารณาความสามารถของนักเรียนในการสร้างสถานการณ์ให้มีผลเฉลยแปลกใหม่ แตกต่างกันและมีหลากหลายรูปแบบขณะลงมือตั้งปัญหา ซึ่งผลการวิจัยพบว่า พฤติกรรมที่นักเรียนแสดงออกมี 2 ด้าน ได้แก่ ด้านการสร้างสถานการณ์ปัญหาที่มีผลเฉลยแปลกใหม่แตกต่างจากผลเฉลยเดิม และด้านการสร้างสถานการณ์ปัญหาที่มีรูปแบบผลเฉลยแปลกใหม่แตกต่างจากรูปแบบเดิม

2.3.1 ด้านการสร้างสถานการณ์ปัญหาที่มีผลเฉลยแปลกใหม่แตกต่างจากผลเฉลยเดิม

ในการศึกษาพฤติกรรมการสร้างสถานการณ์ปัญหาที่มีผลเฉลยแปลกใหม่แตกต่างจากผลเฉลยเดิม ขณะนักเรียนลงมือตั้งปัญหาทางเรขาคณิต จากการวิเคราะห์ผลงานเขียนของนักเรียน ผลการสังเกตพฤติกรรมของนักเรียนเป้าหมายของผู้วิจัยและผู้ช่วยวิจัยในช่วงกิจกรรมพัฒนาความคิดริเริ่ม พบพฤติกรรมของนักเรียนส่วนใหญ่รวมทั้งนักเรียนเป้าหมายในการสร้างสถานการณ์ปัญหาที่มีผลเฉลยแปลกใหม่แตกต่างจากผลเฉลยเดิม มีรายละเอียดดังนี้

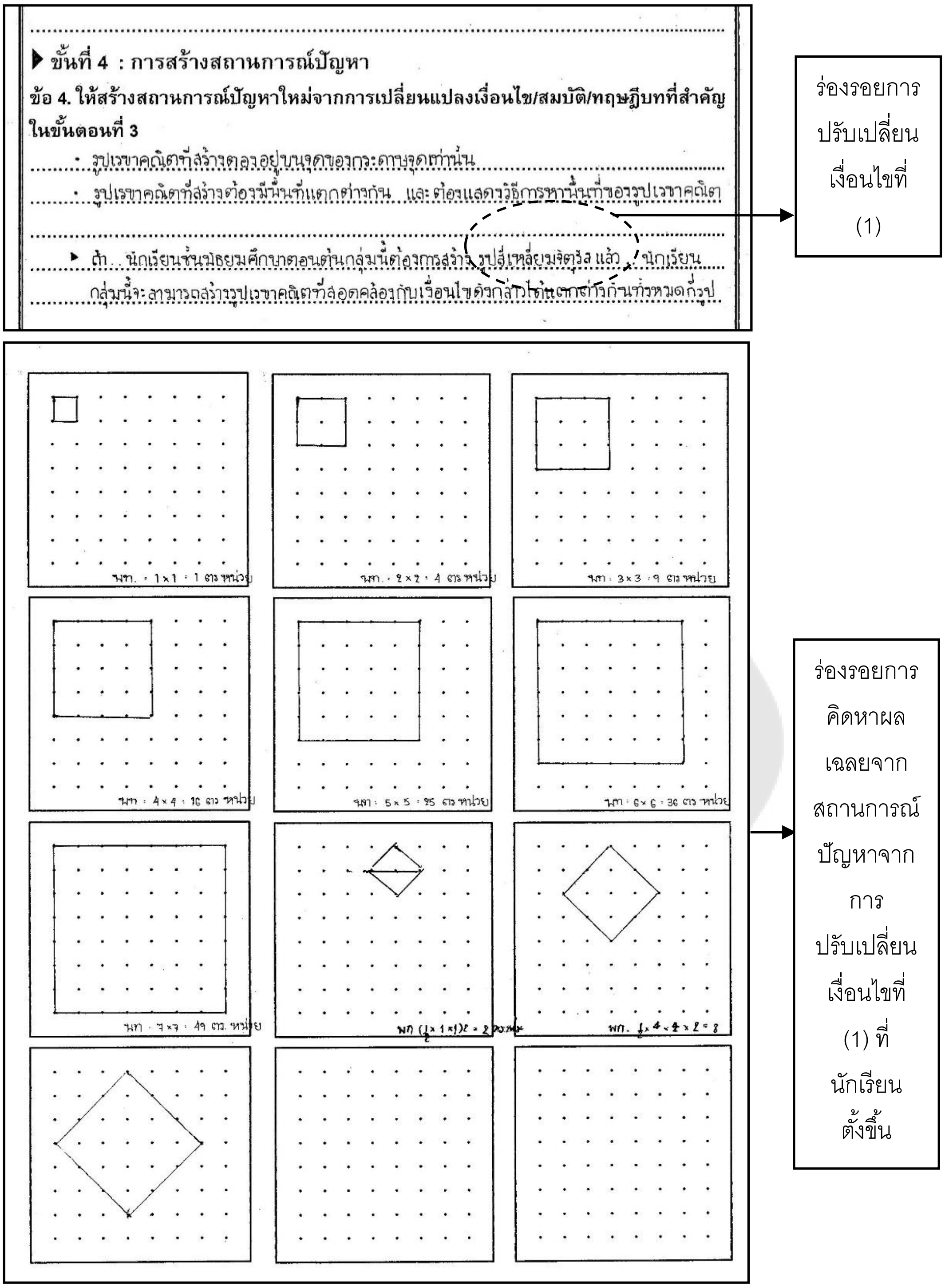
ในช่วงแรกของกิจกรรมการเรียนรู้ คาบเรียนที่ 2 เมื่อนักเรียนได้รับใบกิจกรรมการตั้งปัญหา “การหาพื้นที่ของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากบนกระดาษจุด” นักเรียนส่วนใหญ่ รวมถึงนักเรียนเป้าหมาย ยุ้งข้าว ขวัญข้าว และต้นข้าว จำนวน 16 คน (คิดเป็นร้อยละ 80 ของกลุ่มเป้าหมาย) สร้างสถานการณ์ปัญหาที่มีโครงสร้าง ประกอบด้วย เงื่อนไข 1 เงื่อนไข และขั้นตอนในการแก้ปัญหามากกว่า 1 ขั้นตอน โดยมีการปรับเปลี่ยนเงื่อนไขในการสร้างรูปเรขาคณิต 2 ลักษณะ ได้แก่

(1) การปรับเปลี่ยนเงื่อนไขในการสร้างรูปสามเหลี่ยมมุมฉากหน้าจั่ว เป็นการสร้างรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส

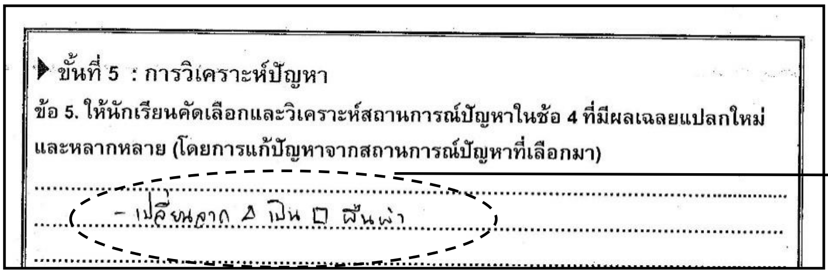
(2) การปรับเปลี่ยนเงื่อนไขในการสร้างรูปสามเหลี่ยมมุมฉากหน้าจั่ว เป็นการสร้างรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า

จึงทำให้นักเรียนส่วนใหญ่ รวมถึงนักเรียนเป้าหมาย ยุ้งข้าว ขวัญข้าว และต้นข้าวสามารถสร้างสถานการณ์ปัญหาที่มีผลเฉลยแปลกใหม่แตกต่างจากผลเฉลยเดิม ดังภาพประกอบ 34 - 35

ในขณะที่นักเรียนบางส่วน รวมถึงนักเรียนเป้าหมาย คือ รวงข้าว จำนวน 4 คน (คิดเป็นร้อยละ 20 ของกลุ่มเป้าหมาย) ไม่สามารถสร้างสถานการณ์ปัญหาที่มีผลเฉลยแปลกใหม่แตกต่างจากผลเฉลยเดิม



ภาพประกอบ 34 ร่องรอยการปรับเปลี่ยนเงื่อนไขของสถานการณ์ปัญหาคาบเรียนที่ 2 เพื่อสร้างสถานการณ์ปัญหาที่มีผลเฉลยแปลกใหม่แตกต่างจากผลเฉลยเดิม ของ ขวัญข้าว

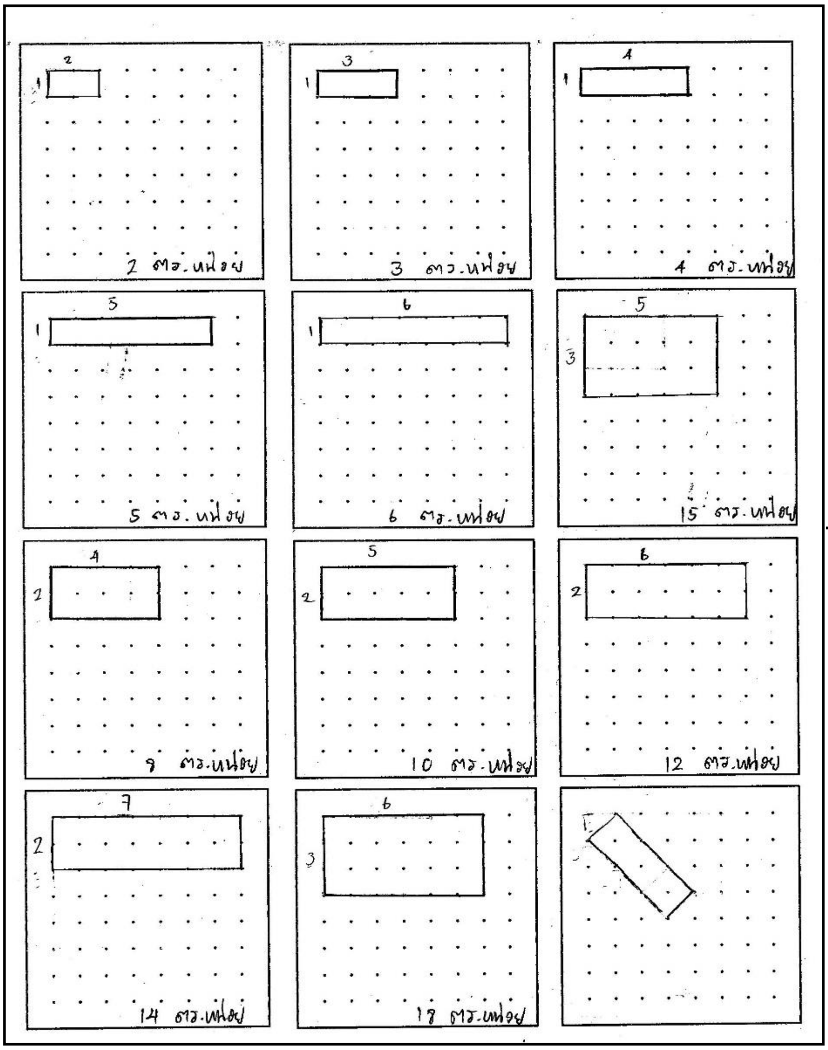


▶ ขั้นที่ 5 : การวิเคราะห์ปัญหา

ข้อ 5. ให้นักเรียนคัดเลือกและวิเคราะห์สถานการณ์ปัญหาในข้อ 4 ที่มีผลเฉลยแปลกใหม่และหลากหลาย (โดยการแก้ปัญหาจากสถานการณ์ปัญหาที่เลือกมา)

- เปลี่ยนจาก △ เป็น □ ผืนผ้า

ร่องรอยการปรับเปลี่ยนเงื่อนไขที่ (2)



ร่องรอยการคิดหาผลเฉลยจากสถานการณ์ปัญหาจากการปรับเปลี่ยนเงื่อนไขที่ (2) ที่นักเรียนตั้งขึ้น

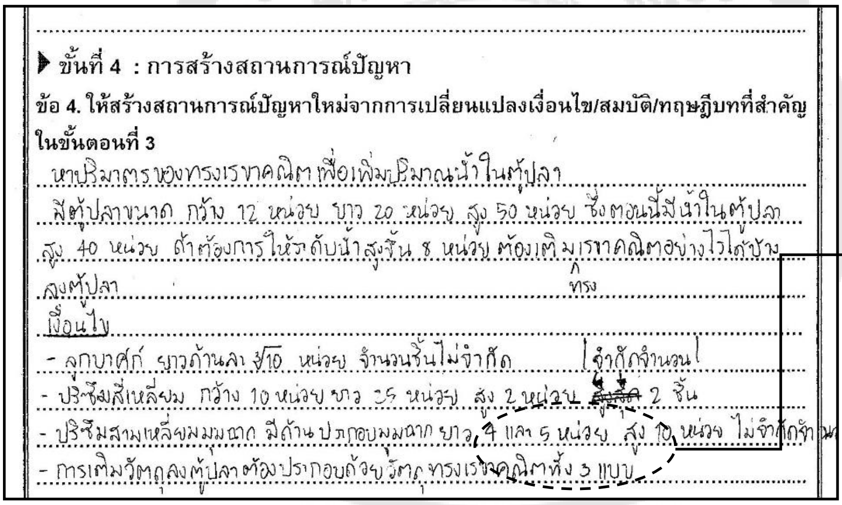
ภาพประกอบ 35 ร่องรอยการปรับเปลี่ยนเงื่อนไข (2) ของสถานการณ์ปัญหาคาบเรียนที่ 2 เพื่อสร้างสถานการณ์ปัญหาที่มีผลเฉลยแปลกใหม่แตกต่างจากผลเฉลยเดิม ของ ต้นข้าว

ในช่วงที่ 2 ของกิจกรรมการเรียนรู้ คาบเรียนที่ 10 เมื่อนักเรียนได้รับใบกิจกรรมการตั้งปัญหา “การหาปริมาตรของทรงเรขาคณิตเพื่อเพิ่มปริมาณน้ำในตู้ปลา” นักเรียนส่วนใหญ่รวมถึงนักเรียนเป้าหมาย ยุ้งข้าว ขวัญข้าว และต้นข้าว จำนวน 20 คน (คิดเป็นร้อยละ 100 ของกลุ่มเป้าหมาย) สร้างสถานการณ์ปัญหาที่มีโครงสร้าง ประกอบด้วย เงื่อนไขมากกว่า 1 เงื่อนไข และขั้นตอนในการแก้ปัญหามากกว่า 1 ขั้นตอน โดยมีการปรับเปลี่ยนเงื่อนไขของสถานการณ์ปัญหา 2 ลักษณะ ได้แก่

(1) การปรับเปลี่ยนปริมาตรทรงเรขาคณิตของวัตถุทั้ง 3 ชนิด

(2) การปรับเปลี่ยนจำนวนของวัตถุทรงเรขาคณิตที่ใช้โดยไม่ต้องครบทั้ง 3 แบบ

จึงทำให้นักเรียนกลุ่มตัวอย่าง รวมถึงนักเรียนเป้าหมาย ยุ้งข้าว ขวัญข้าว ต้นข้าว และรวงข้าว สามารถสร้างสถานการณ์ปัญหาที่มีผลเฉลยแปลกใหม่แตกต่างจากผลเฉลยเดิม ดังภาพประกอบที่ 36 - 37


▶ ขั้นที่ 4 : การสร้างสถานการณ์ปัญหา

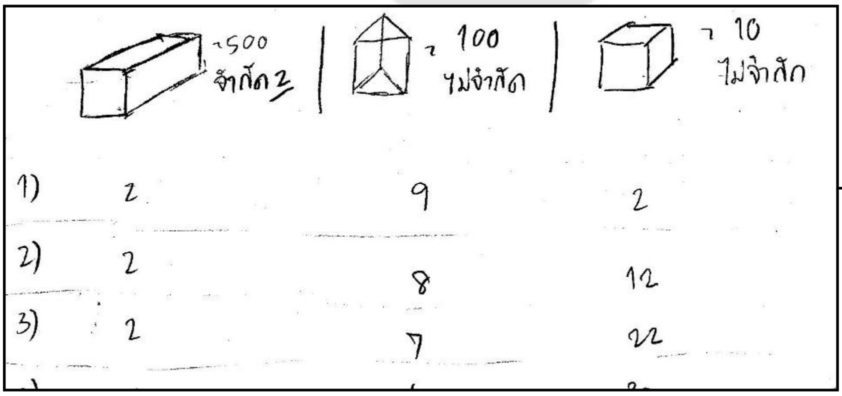
ข้อ 4. ให้สร้างสถานการณ์ปัญหาใหม่จากการเปลี่ยนแปลงเงื่อนไข/สมบัติ/ทฤษฎีบทที่สำคัญในขั้นตอนที่ 3

หาปริมาตรของทรงเรขาคณิต เพื่อเพิ่มปริมาณน้ำในตู้ปลา มีตู้ปลาขนาด กว้าง 12 หน่วย ยาว 20 หน่วย สูง 50 หน่วย ซึ่งตอนนี้มีน้ำในตู้ปลา สูง 40 หน่วย ถ้าต้องการให้ระดับน้ำสูงขึ้น 8 หน่วย ต้องเติมทรงเรขาคณิตอย่างไรได้บ้าง ลงตู้ปลา

เงื่อนไข

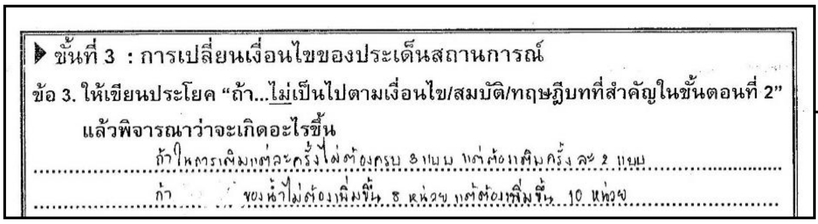
- ลูกบาศก์ ยาวด้านละ 10 หน่วย จำนวนชิ้นไม่จำกัด | จำกัดจำนวน |
- ปริซึมสี่เหลี่ยม กว้าง 10 หน่วย ยาว 25 หน่วย สูง 2 หน่วย 2 ชิ้น
- ปริซึมสามเหลี่ยมมุมฉาก มีด้านประกอบมุมฉาก ยาว 4 และ 5 หน่วย สูง 10 หน่วย ไม่จำกัดจำนวน
- การเติมวัตถุลงตู้ปลาต้องประกอบด้วยวัตถุทรงเรขาคณิตทั้ง 3 แบบ

ร่องรอยการปรับเปลี่ยนปริมาตรแต่ยังคงใช้จำนวนวัตถุทั้ง 3 ที่เติมในตู้ปลา ดังเงื่อนไขที่ (1)



ตัวอย่างร่องรอยการคิดหาผลเฉลยจากการปรับเปลี่ยนเงื่อนไขที่ (1)

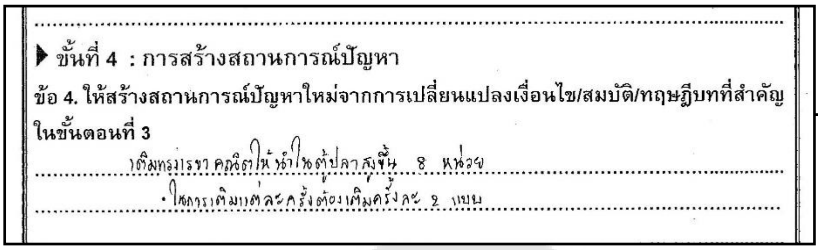
ภาพประกอบ 36 ร่องรอยการปรับเปลี่ยนเงื่อนไข (1) ของสถานการณ์ปัญหาคาบเรียนที่ 10 เพื่อสร้างสถานการณ์ปัญหาที่มีผลเฉลยแปลกใหม่แตกต่างจากผลเฉลยเดิม ของกลุ่มขวัญข้าว


▶ ขั้นที่ 3 : การเปลี่ยนเงื่อนไขของประเด็นสถานการณ์

ข้อ 3. ให้เขียนประโยค "ถ้า...ไม่เป็นไปตามเงื่อนไข/สมบัติ/ทฤษฎีบทที่สำคัญในขั้นตอนที่ 2" แล้วพิจารณาว่าจะเกิดอะไรขึ้น

ถ้าให้การเติมแต่ละครั้งไม่ต้องครบ 3 แบบ แต่ต้องเติมครั้งละ 2 แบบ

ถ้า ... ของน้ำไม่ต้องเพิ่มขึ้น 8 หน่วย แต่ต้องเพิ่มขึ้น 10 หน่วย


▶ ขั้นที่ 4 : การสร้างสถานการณ์ปัญหา

ข้อ 4. ให้สร้างสถานการณ์ปัญหาใหม่จากการเปลี่ยนแปลงเงื่อนไข/สมบัติ/ทฤษฎีบทที่สำคัญในขั้นตอนที่ 3

เติมทรงเรขาคณิตให้น้ำในตู้ปลาสูงขึ้น 8 หน่วย

• ให้การเติมแต่ละครั้งต้องเติมครั้งละ 2 แบบ

ร่องรอยการปรับเปลี่ยนจำนวนของวัตถุทรงเรขาคณิตที่ใช้โดยไม่ต้องครบทั้ง 3 แบบ ดังเงื่อนไขที่ (2)

▶ ขั้นที่ 5 : การวิเคราะห์ปัญหา

ข้อ 5. ให้นักเรียนคัดเลือกและวิเคราะห์สถานการณ์ปัญหาในข้อ 4 ที่มีผลเฉลยแปลกใหม่และหลากหลาย (โดยการแก้ปัญหาจากสถานการณ์ปัญหาที่เลือกมา)

	ทรงปริซึมสี่เหลี่ยม	ทรงปริซึมสามเหลี่ยม	ลูกบาศก์
1.	0	9 × 200 = 1800	16 × 10 = 160
2.	0	8 × 200 = 1600	36 × 10 = 360
3.	5 × 300 = 1500	0	46 × 10 = 460
4.	0	7 × 200 = 1400	56 × 10 = 560
5.	0	6 × 200 = 1200	76 × 10 = 760
6.	4 × 300 = 1200	0	76 × 10 = 760
7.	6 × 300 = 1800	0	16 × 10 = 160
8.	3 × 300 = 900	0	106 × 10 = 1060
9.	0	5 × 200 = 1000	96 × 10 = 960
10.	0	4 × 200 = 800	116 × 10 = 1160
11.	0	2 × 200 = 400	156 × 10 = 1560
12.	2 × 300 = 600	0	136 × 10 = 1360
13.	1 × 300 = 300	0	166 × 10 = 1660
14.	0	1 × 200 = 200	176 × 10 = 1760
15	0	3 × 200 = 600	136 × 10 = 1360

ร่องรอยการคิดหาผลเฉลยจากการปรับเปลี่ยนเงื่อนไขที่ (2)

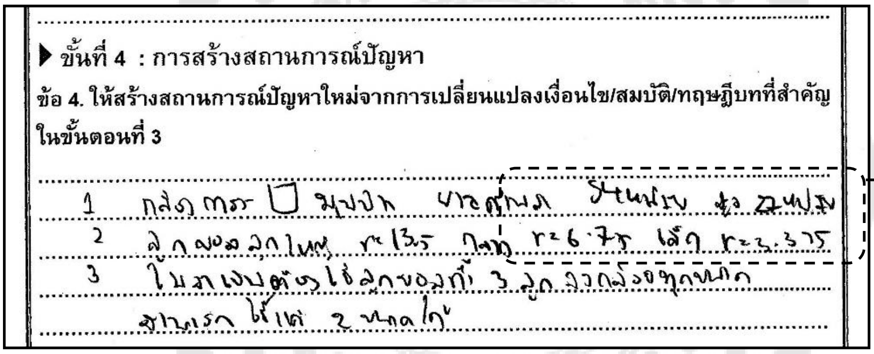
ภาพประกอบ 37 ร่องรอยการปรับเปลี่ยนเงื่อนไข (2) ของสถานการณ์ปัญหาคาบเรียนที่ 10 เพื่อสร้างสถานการณ์ปัญหาที่มีผลเฉลยแปลกใหม่แตกต่างจากผลเฉลยเดิม ของกลุ่มต้นข้าว

ในช่วงที่ 3 ของกิจกรรมการเรียนรู้ คาบเรียนที่ 16 เมื่อนักเรียนได้รับใบกิจกรรมการตั้งปัญหา “การหาปริมาตรของทรงกลมในกล่องทรงสี่เหลี่ยมมุมฉาก” นักเรียนส่วนใหญ่ รวมถึงนักเรียนเป้าหมาย ยุ้งข้าว ขวัญข้าว และต้นข้าว จำนวน 20 คน (คิดเป็นร้อยละ 100 ของกลุ่มเป้าหมาย) สร้างสถานการณ์ปัญหาที่มีโครงสร้าง ประกอบด้วย เงื่อนไขมากกว่า 1 เงื่อนไข และขั้นตอนในการแก้ปัญหามากกว่า 1 ขั้นตอน โดยมีการปรับเปลี่ยนเงื่อนไขของสถานการณ์ปัญหา 3 ลักษณะ ได้แก่

(1) การปรับเปลี่ยนปริมาตรของทรงกลมทั้ง 3 ชนิด

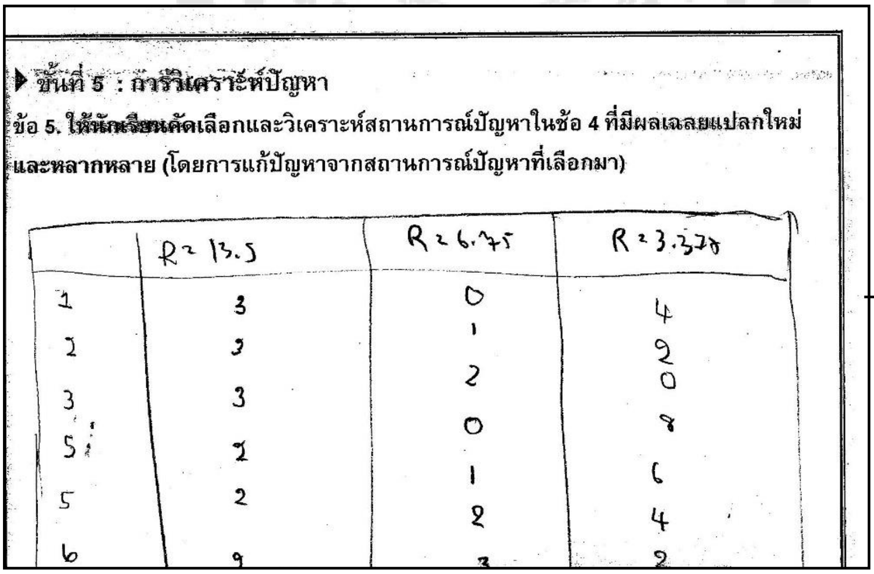
(2) การปรับเปลี่ยนจำนวน และปริมาตรของทรงกลม 3 ชนิด

จึงทำให้นักเรียนกลุ่มตัวอย่าง รวมถึงนักเรียนเป้าหมาย ยุ้งข้าว ขวัญข้าว ต้นข้าว และรวงข้าว สามารถสร้างสถานการณ์ปัญหาที่มีผลเฉลยแปลกใหม่แตกต่างจากผลเฉลยเดิม ดังภาพประกอบที่ 38 - 39


▶ ขั้นที่ 4 : การสร้างสถานการณ์ปัญหา

ข้อ 4. ให้สร้างสถานการณ์ปัญหาใหม่จากการเปลี่ยนแปลงเงื่อนไข/สมบัติ/ทฤษฎีบทที่สำคัญในขั้นตอนที่ 3

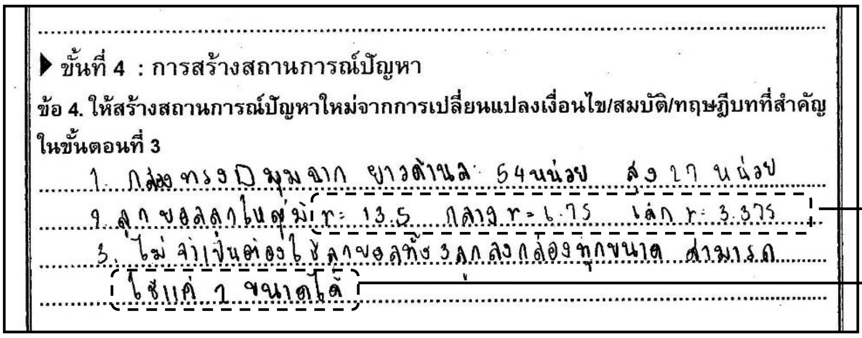
ร่องรอยการปรับเปลี่ยนรัศมีของทรงกลม ดังเงื่อนไขที่ (1)


▶ ขั้นที่ 5 : การวิเคราะห์ปัญหา

ข้อ 5. ให้นักเรียนคัดเลือกและวิเคราะห์สถานการณ์ปัญหาในข้อ 4 ที่มีผลเฉลยแปลกใหม่และหลากหลาย (โดยการแก้ปัญหาจากสถานการณ์ปัญหาที่เลือกมา)

ร่องรอยการคิดหาผลเฉลยจากการปรับเปลี่ยนเงื่อนไขที่ (1)

ภาพประกอบ 38 ร่องรอยการปรับเปลี่ยนเงื่อนไขของสถานการณ์ปัญหาคาบเรียนที่ 16 เพื่อสร้างสถานการณ์ปัญหาที่มีผลเฉลยแปลกใหม่แตกต่างจากผลเฉลยเดิม ของกลุ่มรวงข้าว

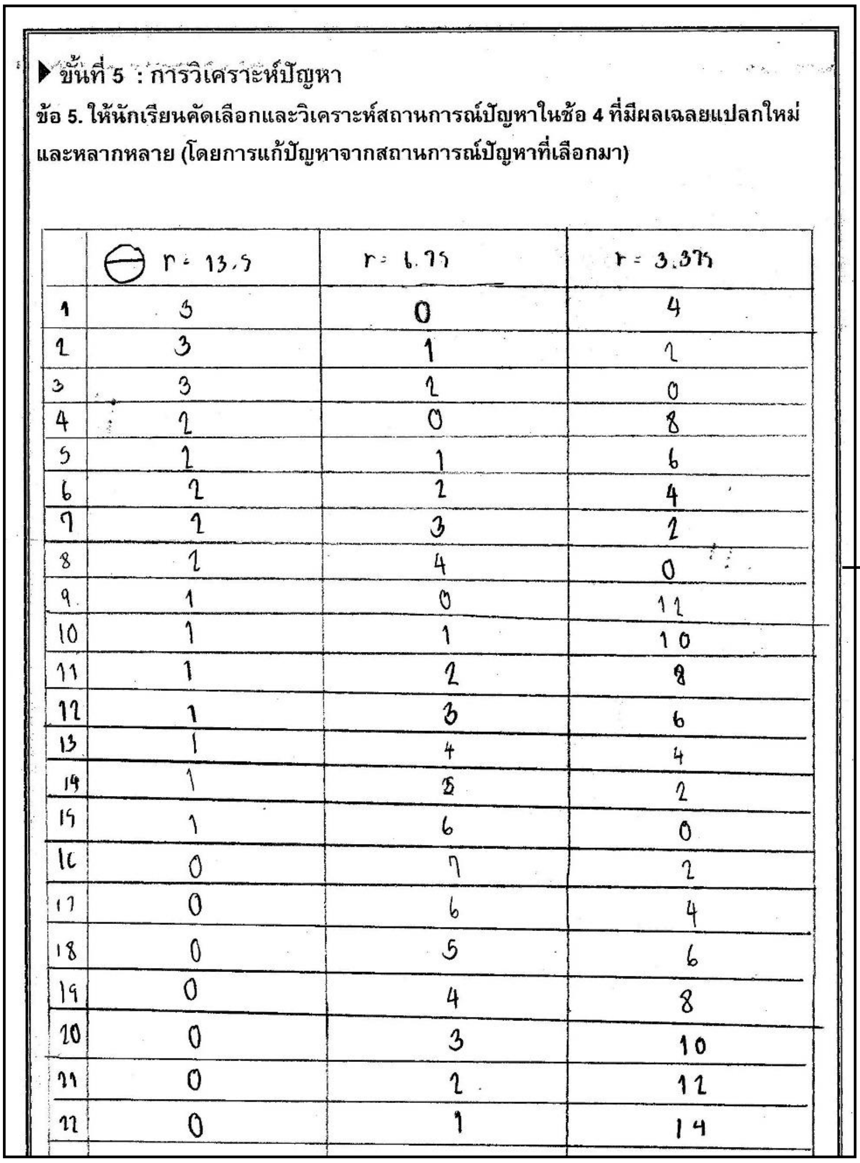


▶ ขั้นที่ 4 : การสร้างสถานการณ์ปัญหา

ข้อ 4. ให้สร้างสถานการณ์ปัญหาใหม่จากการเปลี่ยนแปลงเงื่อนไข/สมบัติ/ทฤษฎีบทที่สำคัญในขั้นตอนที่ 3

1. กล่องทรง ▢ มุมฉาก ยาวด้านละ 54 หน่วย สูง 27 หน่วย
2. ลูกบอลลูกในสุ่ม r = 13.5 กลาง r = 6.75 เล็ก r = 3.375
3. ไม่จำเป็นต้องใช้ลูกบอลทั้ง 3 ลูกลงกล่องทุกขนาด สามารถใช้แค่ 2 ขนาดได้

ร่องรอยการปรับเปลี่ยนรัศมีและจำนวนชิ้นดังเงื่อนไขที่ (2)



▶ ขั้นที่ 5 : การวิเคราะห์ปัญหา

ข้อ 5. ให้นักเรียนคัดเลือกและวิเคราะห์สถานการณ์ปัญหาในข้อ 4 ที่มีผลเฉลยแปลกใหม่และหลากหลาย (โดยการแก้ปัญหาจากสถานการณ์ปัญหาที่เลือกมา)

	⊖ r = 13.5	r = 6.75	r = 3.375
1	3	0	4
2	3	1	2
3	3	2	0
4	2	0	8
5	2	1	6
6	2	2	4
7	2	3	2
8	2	4	0
9	1	0	12
10	1	1	10
11	1	2	8
12	1	3	6
13	1	4	4
14	1	5	2
15	1	6	0
16	0	7	2
17	0	6	4
18	0	5	6
19	0	4	8
20	0	3	10
21	0	2	12
22	0	1	14

ร่องรอยการคิดหาผลเฉลยจากการปรับเปลี่ยนเงื่อนไขที่ (2) ซึ่งทำให้ได้ผลเฉลยที่แปลกใหม่และรูปแบบผลเฉลยที่เพิ่มมากขึ้น

ภาพประกอบ 39 ร่องรอยการปรับเปลี่ยนเงื่อนไขของสถานการณ์ปัญหาคาบเรียนที่ 16 เพื่อสร้างสถานการณ์ปัญหาที่มีผลเฉลยแปลกใหม่แตกต่างจากผลเฉลยเดิม ของกลุ่มยุ้งข้าว

จากข้อมูลข้างต้น สรุปได้ว่า ในช่วงแรกของกิจกรรมการเรียนรู้ นักเรียนส่วนใหญ่จำนวน 16 คน (คิดเป็นร้อยละ 80 ของกลุ่มเป้าหมาย) สามารถสร้างสถานการณ์ปัญหาที่มีผลเฉลยแปลกใหม่แตกต่างจากผลเฉลยเดิม ซึ่งสถานการณ์ดังกล่าวมีโครงสร้าง ประกอบด้วยเงื่อนไข 1 เงื่อนไข และขั้นตอนในการแก้ปัญหามากกว่า 1 ขั้นตอน ในขณะที่นักเรียนบางส่วนจำนวน 4 คน (คิดเป็นร้อยละ 20 ของกลุ่มเป้าหมาย) ไม่สามารถสร้างสถานการณ์ปัญหาที่มีผลเฉลยแปลกใหม่แตกต่างจากผลเฉลยเดิมได้ ต่อมาในช่วงที่ 2 เมื่อนักเรียนมีประสบการณ์ในการคัดเลือกประเด็นปัญหา พิจารณาลักษณะ/เงื่อนไขปัญหา และเปลี่ยนแปลงเงื่อนไขของปัญหาส่งผลให้นักเรียนกลุ่มเป้าหมาย จำนวน 20 คน (คิดเป็นร้อยละ 100 ของกลุ่มเป้าหมาย) สามารถสร้างสถานการณ์ปัญหาที่มีผลเฉลยแปลกใหม่แตกต่างจากผลเฉลยเดิมได้ โดยนักเรียนกลุ่มเป้าหมาย จำนวน 20 คน (คิดเป็นร้อยละ 100 ของกลุ่มเป้าหมาย) ยังคงแสดงพฤติกรรมสม่ำเสมอจนสิ้นสุดกิจกรรมการเรียนรู้ในช่วงที่ 3 ซึ่งสอดคล้องกับผลการสัมภาษณ์ของนักเรียนเป้าหมายทั้ง 4 คน ที่พบว่าสาเหตุที่ทำให้นักเรียนสามารถสร้างสถานการณ์ปัญหาที่มีผลเฉลยแปลกใหม่แตกต่างจากผลเฉลยเดิมนั้น เนื่องมาจากนักเรียนมีประสบการณ์ในการคัดเลือกประเด็นปัญหา พิจารณาลักษณะ/เงื่อนไขปัญหา และเปลี่ยนแปลงเงื่อนไขของปัญหา ตลอดจนได้อภิปรายแลกเปลี่ยนร่วมกันในกลุ่ม/การนำเสนอผลการตั้งปัญหาของเพื่อนต่างกลุ่ม จึงทำให้สามารถสร้างสถานการณ์ปัญหาที่มีผลเฉลยแปลกใหม่แตกต่างจากผลเฉลยเดิมได้

2.3.3 **ด้านการสร้างสถานการณ์ปัญหาที่มีรูปแบบผลเฉลยแปลกใหม่แตกต่างจากรูปแบบเดิม**

ในการศึกษาพฤติกรรมการสร้างสถานการณ์ปัญหาที่มีรูปแบบผลเฉลยแปลกใหม่แตกต่างจากรูปแบบเดิม ขณะนักเรียนลงมือตั้งปัญหาทางเรขาคณิต จากการวิเคราะห์ผลงานเขียนของนักเรียน ผลการสังเกตพฤติกรรมของนักเรียนเป้าหมายของผู้วิจัยและผู้ช่วยวิจัยในช่วงกิจกรรมพัฒนาความคิดริเริ่ม พบพฤติกรรมของนักเรียนส่วนใหญ่รวมทั้งนักเรียนเป้าหมายในการสร้างสถานการณ์ปัญหาที่มีรูปแบบผลเฉลยแปลกใหม่แตกต่างจากรูปแบบเดิม มีรายละเอียดดังนี้

ในช่วงแรกของกิจกรรมการเรียนรู้ คาบเรียนที่ 2 เมื่อนักเรียนได้รับใบกิจกรรมการตั้งปัญหา “การหาพื้นที่ของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากบนกระดาษจุด” นักเรียนบางส่วน รวมถึงนักเรียนเป้าหมาย ต้นข้าว จำนวน 4 คน (คิดเป็นร้อยละ 20 ของกลุ่มเป้าหมาย) สามารถสร้างสถานการณ์ปัญหาที่มีรูปแบบผลเฉลยแปลกใหม่แตกต่างจากรูปแบบเดิม เนื่องจากนักเรียนปรับเปลี่ยนเงื่อนไขของสถานการณ์ปัญหาในการสร้างรูปสามเหลี่ยมมุมฉากหน้าจั่ว เป็นการสร้างรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า จึงทำให้รูปแบบของผลเฉลยเปลี่ยนแปลงไป ในขณะที่นักเรียนส่วนใหญ่ รวมถึง

นักเรียนเป้าหมาย ยุ้งข้าว ขวัญข้าว และรวงข้าว จำนวน 16 คน (คิดเป็นร้อยละ 80 ของกลุ่มเป้าหมาย) ไม่สามารถสร้างสถานการณ์ปัญหาที่มีรูปแบบผลเฉลยแปลกใหม่แตกต่างจากรูปแบบเดิม เนื่องจากนักเรียนปรับเปลี่ยนเงื่อนไขของสถานการณ์ปัญหาในการสร้างรูปสามเหลี่ยมมุมฉากหน้าจั่ว เป็นการสร้างรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส ซึ่งมีลักษณะของรูปแบบผลเฉลยเหมือนกับสถานการณ์ปัญหาในคาบเรียนที่ 1

ในช่วงที่ 2 ของกิจกรรมการเรียนรู้ คาบเรียนที่ 10 เมื่อนักเรียนได้รับใบกิจกรรมการตั้งปัญหา “การหาปริมาตรของทรงเรขาคณิตเพื่อเพิ่มปริมาณน้ำในตู้ปลา” นักเรียนบางส่วนรวมถึงนักเรียนเป้าหมาย ยุ้งข้าว และต้นข้าว จำนวน 8 คน (คิดเป็นร้อยละ 40 ของกลุ่มเป้าหมาย) สามารถสร้างสถานการณ์ปัญหาที่มีรูปแบบผลเฉลยแปลกใหม่แตกต่างจากรูปแบบเดิม เนื่องจากนักเรียนปรับเปลี่ยนเงื่อนไขของสถานการณ์ปัญหา โดยการปรับเปลี่ยนจำนวนของวัตถุทรงเรขาคณิตที่ใช้ ซึ่งไม่ต้องครบทั้ง 3 แบบ จึงทำให้รูปแบบของผลเฉลยเปลี่ยนแปลงไป ในขณะที่นักเรียนส่วนใหญ่ รวมถึงนักเรียนเป้าหมาย ขวัญข้าว และรวงข้าว จำนวน 12 คน (คิดเป็นร้อยละ 60 ของกลุ่มเป้าหมาย) ไม่สามารถสร้างสถานการณ์ปัญหาที่มีรูปแบบผลเฉลยแปลกใหม่แตกต่างจากรูปแบบเดิม เนื่องจากนักเรียนปรับเปลี่ยนเงื่อนไขปริมาตรทรงเรขาคณิตของวัตถุทั้ง 3 ชนิดเท่านั้น ซึ่งมีลักษณะของรูปแบบผลเฉลยเหมือนกับสถานการณ์ปัญหาในคาบเรียนที่ 9

ในช่วงที่ 3 ของกิจกรรมการเรียนรู้ คาบเรียนที่ 16 เมื่อนักเรียนได้รับใบกิจกรรมการตั้งปัญหา “การหาปริมาตรของทรงกลมในกล่องทรงสี่เหลี่ยมมุมฉาก” นักเรียนบางส่วน รวมถึงนักเรียนเป้าหมาย ยุ้งข้าว และขวัญข้าว จำนวน 8 คน (คิดเป็นร้อยละ 40 ของกลุ่มเป้าหมาย) สามารถสร้างสถานการณ์ปัญหาที่มีรูปแบบผลเฉลยแปลกใหม่แตกต่างจากรูปแบบเดิม เนื่องจากนักเรียนปรับเปลี่ยนเงื่อนไขของสถานการณ์ปัญหา โดยการปรับเปลี่ยนจำนวน และขนาดของทรงกลมทั้ง 3 ชนิด จึงทำให้รูปแบบของผลเฉลยเปลี่ยนแปลงไป ในขณะที่นักเรียนส่วนใหญ่ รวมถึงนักเรียนเป้าหมาย ต้นข้าว และรวงข้าว จำนวน 12 คน (คิดเป็นร้อยละ 60 ของกลุ่มเป้าหมาย) ไม่สามารถสร้างสถานการณ์ปัญหาที่มีรูปแบบผลเฉลยแปลกใหม่แตกต่างจากรูปแบบเดิม ซึ่งมีลักษณะของรูปแบบผลเฉลยเหมือนกับสถานการณ์ปัญหาในคาบเรียนที่ 15

จากข้อมูลข้างต้น สรุปได้ว่า ในช่วงแรกของกิจกรรมการเรียนรู้ นักเรียนจำนวน 4 คน (คิดเป็นร้อยละ 20 ของกลุ่มเป้าหมาย) สามารถสร้างสถานการณ์ปัญหาที่มีรูปแบบผลเฉลยแปลกใหม่แตกต่างจากรูปแบบเดิม ต่อมาในช่วงที่ 2 เมื่อนักเรียนมีประสบการณ์ในการคัดเลือกประเด็นปัญหา พิจารณาลักษณะ/เงื่อนไขปัญหา และเปลี่ยนแปลงเงื่อนไขของปัญหา ส่งผลให้นักเรียน จำนวน 8 คน (คิดเป็นร้อยละ 40 ของกลุ่มเป้าหมาย) ซึ่งมีจำนวนเพิ่มขึ้น สามารถสร้าง

สถานการณ์ปัญหาที่มีรูปแบบผลเฉลยแปลกใหม่แตกต่างจากรูปแบบเดิมได้ โดยนักเรียนจากกลุ่มเป้าหมาย ยังคงแสดงพฤติกรรมอย่างสม่ำเสมอจนสิ้นสุดกิจกรรมการเรียนรู้ในช่วงที่ 3 ซึ่งสอดคล้องกับผลการสัมภาษณ์ของนักเรียนเป้าหมายทั้ง 4 คน ที่พบว่าสาเหตุที่ทำให้นักเรียนสามารถสร้างสถานการณ์ปัญหาที่มีรูปแบบผลเฉลยแปลกใหม่แตกต่างจากรูปแบบเดิมนั้นเนื่องมาจากนักเรียนมีประสบการณ์ในการคัดเลือกประเด็นปัญหา พิจารณาลักษณะ/เงื่อนไขปัญหา และเปลี่ยนแปลงเงื่อนไขของปัญหา ตลอดจนได้อภิปรายแลกเปลี่ยนร่วมกันในกลุ่ม/การนำเสนอผลการตั้งปัญหาของเพื่อนต่างกลุ่ม จึงทำให้สามารถสร้างสถานการณ์ปัญหาที่มีรูปแบบผลเฉลยแปลกใหม่แตกต่างจากรูปแบบเดิมได้

2.4 พฤติกรรมด้านความคิดละเอียดลออ

ในการศึกษาพฤติกรรมด้านความคิดละเอียดลออ ผู้วิจัยพิจารณาความคิดละเอียดลออของนักเรียนในการคิดสร้างสถานการณ์ปัญหาใหม่ที่มีรายละเอียดของปัญหาที่ครบถ้วนและมีความชัดเจน และเป็นสถานการณ์ปัญหาใหม่ที่มีผลเฉลยจำนวนมากที่แตกต่างกันและมีหลากหลายรูปแบบ ซึ่งผลการวิจัยพบว่า พฤติกรรมที่นักเรียนแสดงออกมี 2 ด้าน ได้แก่ ด้านการคิดสร้างสถานการณ์ปัญหาใหม่ที่มีรายละเอียดของสถานการณ์ปัญหาที่ครบถ้วนและมีความชัดเจนมากขึ้น และด้านการคิดสร้างสถานการณ์ปัญหาใหม่ที่มีผลเฉลยจำนวนมากที่แตกต่างกันและมีหลากหลายรูปแบบมากขึ้น

2.4.1 ด้านการสร้างสถานการณ์ปัญหาที่มีรายละเอียดของสถานการณ์ปัญหาที่ครบถ้วนและชัดเจนมากขึ้น

ในการศึกษาพฤติกรรมการสร้างสถานการณ์ปัญหาที่มีรายละเอียดของปัญหาที่ครบถ้วนและชัดเจน ขณะนักเรียนลงมือตั้งปัญหาทางเรขาคณิต จากการวิเคราะห์ผลงานเขียนของนักเรียน ผลการสังเกตพฤติกรรมของนักเรียนเป้าหมายของผู้วิจัยและผู้ช่วยวิจัยในช่วงกิจกรรมพัฒนาความคิดละเอียดลออ พบพฤติกรรมของนักเรียนส่วนใหญ่รวมทั้งนักเรียนเป้าหมายในการสร้างสถานการณ์ปัญหาที่มีรายละเอียดของปัญหาที่ครบถ้วนและชัดเจน มีรายละเอียดดังนี้

ในช่วงแรกของกิจกรรมการเรียนรู้ คาบเรียนที่ 2 เมื่อนักเรียนได้รับใบกิจกรรมการตั้งปัญหา “การหาพื้นที่ของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากบนกระดาษจุด” นักเรียนส่วนใหญ่สามารถสร้างสถานการณ์ปัญหาได้ แต่สถานการณ์ปัญหาที่สร้างขึ้นส่วนใหญ่เป็นเพียงคำอธิบายที่สั้น เป็นเพียงวลีหรือประโยคสั้น ๆ แสดงรายละเอียดเป็นรายข้อเพียง 1 – 2 ข้อ โดยแต่ละข้อขาดการอธิบายที่ชัดเจน สอดคล้องกับพฤติกรรมของนักเรียนเป้าหมาย ยุ้งข้าว ขวัญข้าว และต้นข้าว ที่สร้าง

สถานการณ์ปัญหาเป็นเพียงวลีหรือประโยคสั้น ๆ ในขณะที่มีนักเรียนบางส่วน รวมถึงนักเรียนเป้าหมาย รวงข้าว ไม่สามารถสร้างสถานการณ์ปัญหาที่นำไปสู่การหาผลเฉลยได้

ในช่วงที่ 2 ของกิจกรรมการเรียนรู้ คาบเรียนที่ 10 เมื่อนักเรียนได้รับใบกิจกรรมการตั้งปัญหา “การหาปริมาตรของทรงเรขาคณิตเพื่อเพิ่มปริมาณน้ำในตู้ปลา” นักเรียนส่วนใหญ่สามารถสร้างสถานการณ์ปัญหาได้ และสถานการณ์ปัญหาที่สร้างมีความกระชับ ชัดเจน แสดงรายละเอียดเงื่อนไขที่สำคัญมากขึ้น สอดคล้องกับพฤติกรรมของนักเรียนเป้าหมาย ยุ้งข้าว ขวัญข้าว ต้นข้าว และรวงข้าว ที่สามารถสร้างสถานการณ์ปัญหาได้ โดยสถานการณ์ปัญหาที่สร้างมีความกระชับ ชัดเจน และแสดงรายละเอียดเงื่อนไขที่สำคัญมากขึ้นเช่นกัน

ในช่วงที่ 3 ของกิจกรรมการเรียนรู้ คาบเรียนที่ 16 เมื่อนักเรียนได้รับใบกิจกรรมการตั้งปัญหา “การหาปริมาตรของทรงกลมในกล่องทรงสี่เหลี่ยมมุมฉาก” นักเรียนส่วนใหญ่ยังสามารถสร้างสถานการณ์ปัญหาได้ โดยสถานการณ์ปัญหาที่สร้างมีความกระชับ ชัดเจน แสดงรายละเอียดเงื่อนไขที่สำคัญมากขึ้น อีกทั้งยังมีภาพประกอบเพื่อขยายความสถานการณ์ปัญหาสอดคล้องกับพฤติกรรมของนักเรียนเป้าหมาย ยุ้งข้าว ขวัญข้าว ต้นข้าว และรวงข้าว ที่สามารถสร้างสถานการณ์ปัญหาได้ โดยสถานการณ์ปัญหาที่สร้างมีความกระชับ ชัดเจน แสดงรายละเอียดเงื่อนไขที่สำคัญมากขึ้น อีกทั้งยังมีภาพประกอบเพื่อขยายความสถานการณ์ปัญหาที่สร้างขึ้นเช่นกัน

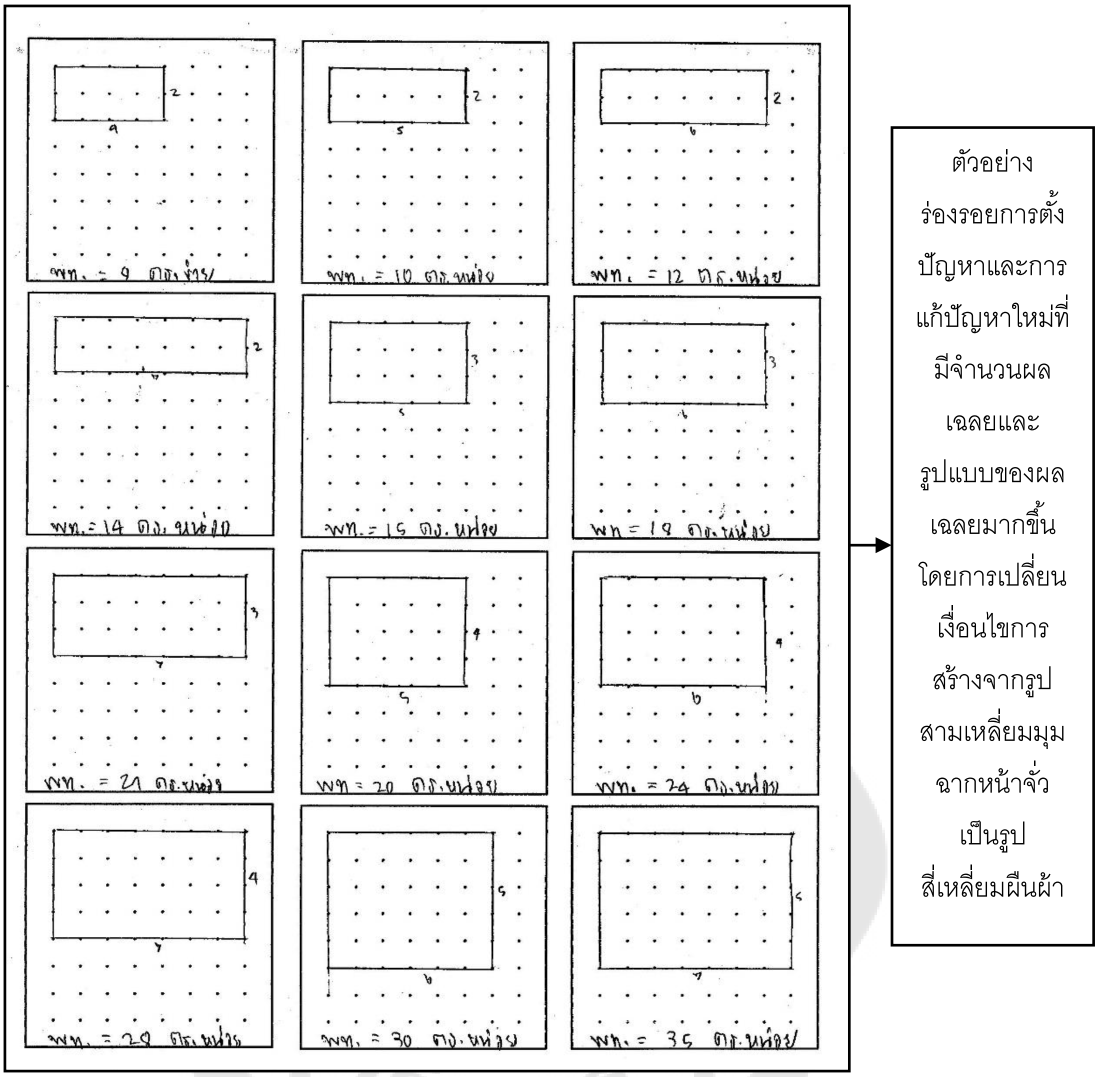
จากข้อมูลข้างต้น สรุปได้ว่า ในช่วงแรกของกิจกรรมการเรียนรู้ นักเรียนส่วนใหญ่สามารถสร้างสถานการณ์ปัญหาได้ แต่สถานการณ์ปัญหาที่สร้างขึ้นส่วนใหญ่เป็นเพียงคำอธิบายที่สั้น เป็นเพียงวลีหรือประโยคสั้น ๆ แสดงรายละเอียดเป็นรายข้อเพียง 1 – 2 ข้อ โดยแต่ละข้อขาดการอธิบายที่ชัดเจน ต่อมาในช่วงที่ 2 เมื่อนักเรียนมีประสบการณ์ในการคัดเลือกประเด็นปัญหา พิจารณาลักษณะ/เงื่อนไขปัญหา และเปลี่ยนแปลงเงื่อนไขของปัญหา ส่งผลให้นักเรียนกลุ่มเป้าหมายส่วนใหญ่ สามารถสร้างสถานการณ์ปัญหาได้ และสถานการณ์ปัญหาที่สร้างมีความกระชับ ชัดเจน แสดงรายละเอียดเงื่อนไขที่สำคัญมากขึ้น โดยนักเรียนกลุ่มเป้าหมายส่วนใหญ่ ยังคงแสดงพฤติกรรมอย่างสม่ำเสมอจนสิ้นสุดกิจกรรมการเรียนรู้ในช่วงที่ 3 ซึ่งสอดคล้องกับผลการสัมภาษณ์ของนักเรียนเป้าหมายทั้ง 4 คน ที่พบว่าสาเหตุที่ทำให้นักเรียนสามารถสร้างสถานการณ์ปัญหาที่มีรายละเอียดของปัญหาที่ครบถ้วนและชัดเจนมากขึ้นนั้น เนื่องมาจากนักเรียนมีประสบการณ์ในการคัดเลือกประเด็นปัญหา พิจารณาลักษณะ/เงื่อนไขปัญหา และเปลี่ยนแปลงเงื่อนไขของปัญหา ตลอดจนได้อภิปรายแลกเปลี่ยนร่วมกันในกลุ่ม/การนำเสนอผล

การตั้งปัญหาของเพื่อนต่างกลุ่ม จึงทำให้สามารถสร้างสถานการณ์ปัญหาที่มีรายละเอียดของปัญหาที่ครบถ้วนและชัดเจนมากขึ้นได้

2.4.2 ด้านการคิดสร้างสถานการณ์ปัญหาใหม่ที่มีผลเฉลยจำนวนมากที่แตกต่างกันและมีหลากหลายรูปแบบมากขึ้น

ในการศึกษาพฤติกรรมการคิดสร้างสถานการณ์ปัญหาใหม่ที่มีผลเฉลยจำนวนมากที่แตกต่างกันและมีหลากหลายรูปแบบมากขึ้น ขณะนักเรียนลงมือตั้งปัญหาทางเรขาคณิต จากการวิเคราะห์ผลงานเขียนของนักเรียน ผลการสังเกตพฤติกรรมของนักเรียนเป้าหมายของผู้วิจัยและผู้ช่วยวิจัยในช่วงกิจกรรมพัฒนาความคิดละเอียดลออ พบพฤติกรรมของนักเรียนส่วนใหญ่รวมทั้งนักเรียนเป้าหมายในการคิดสร้างสถานการณ์ปัญหาใหม่ที่มีผลเฉลยจำนวนมากที่แตกต่างกันและมีหลากหลายรูปแบบมากขึ้น มีรายละเอียดดังนี้

ในช่วงแรกของกิจกรรมการเรียนรู้ คาบเรียนที่ 2 เมื่อนักเรียนได้รับใบกิจกรรมการตั้งปัญหา “การหาพื้นที่ของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากบนกระดาษจุด” นักเรียนกลุ่มตัวอย่าง รวมถึงนักเรียนเป้าหมาย ต้นข้าว จำนวน 4 คน (ร้อยละ 20 ของกลุ่มเป้าหมาย)สามารถสร้างสถานการณ์ปัญหาที่มีผลเฉลยจำนวนมากที่แตกต่างกันและมีหลากหลายรูปแบบมากขึ้น ดังภาพประกอบที่ 47 สำหรับนักเรียนส่วนใหญ่ รวมถึงนักเรียนเป้าหมาย ยุ้งข้าว และขวัญข้าว ไม่สามารถสร้างสถานการณ์ปัญหาที่มีผลเฉลยจำนวนมากที่แตกต่างกันและมีหลากหลายรูปแบบมากขึ้น ในขณะที่ นักเรียนเป้าหมาย รวงข้าว ไม่สามารถสร้างสถานการณ์ปัญหาและค้าหาผลเฉลยได้สำเร็จ



ภาพประกอบ 40 ร่องรอยการสร้างสถานการณ์และการแก้ปัญหาใหม่ที่มีผลเฉลยจำนวนมาก ที่แตกต่างกันและมีหลากหลายรูปแบบมากขึ้นในคาบเรียนที่ 2 ของกลุ่มต้นข้าว

ในช่วงที่ 2 ของกิจกรรมการเรียนรู้ คาบเรียนที่ 10 เมื่อนักเรียนได้รับใบกิจกรรม การตั้งปัญหา “การหาปริมาตรของทรงเรขาคณิตเพื่อเพิ่มปริมาณน้ำในตู้ปลา” นักเรียนกลุ่มตัวอย่าง รวมถึงนักเรียนเป้าหมาย ยุ้งข้าว และต้นข้าว จำนวน 8 คน (ร้อยละ 40 ของกลุ่มเป้าหมาย) ที่มีจำนวนเพิ่มขึ้น สามารถสร้างสถานการณ์ปัญหาที่มีผลเฉลยจำนวนมากที่แตกต่างกันและมีหลากหลายรูปแบบมากขึ้น

▶ ขั้นที่ 4 : การสร้างสถานการณ์ปัญหา

ข้อ 4. ให้สร้างสถานการณ์ปัญหาใหม่จากการเปลี่ยนแปลงเงื่อนไข/สมบัติ/ทฤษฎีบทที่สำคัญในขั้นตอนที่ 3

- วัตถุทรงปริซึมฐาน □ มีปริมาตร 500 ลบ.หน่วย
- วัตถุทรงปริซึมฐาน △ มีปริมาตร 250 ลบ.หน่วย
- วัตถุทรงลูกบาศก์ มีปริมาตร 10 ลบ.หน่วย
- ไม่จำเป็นต้องใช้ทั้ง 3 แบบ
- ใส่ในตู้ปลาให้ได้ปริมาตร 1000 ลบ.หน่วย

→ ตัวอย่างร่องรอยการการเปลี่ยนเงื่อนไขในการตั้งปัญหา

1000

▶ ขั้นที่ 5 : การวิเคราะห์ปัญหา

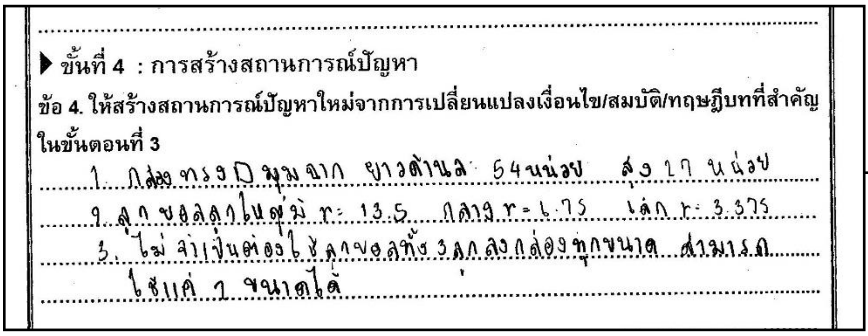
ข้อ 5. ให้นักเรียนคัดเลือกและวิเคราะห์สถานการณ์ปัญหาในข้อ 4 ที่มีผลเฉลยแปลกใหม่และหลากหลาย (โดยการแก้ปัญหาจากสถานการณ์ปัญหาที่เลือกมา)

500	250	10	
1	1	25	
2	0	0	
1	0	50	
0	4	0	
0	3	25	
0	2	50	
0	1	75	
0	0	100	

→ ตัวอย่างร่องรอยการตั้งปัญหาและการแก้ปัญหาใหม่ที่มีจำนวนรูปแบบของผลเฉลยมากขึ้นโดยการเปลี่ยนเงื่อนไขการการใช้วัตถุทรงเรขาคณิตทั้ง 3 แบบ

ภาพประกอบ 41 ร่องรอยการสร้างสถานการณ์และการแก้ปัญหาใหม่ที่มีผลเฉลยจำนวนมากที่แตกต่างกันและมีหลากหลายรูปแบบมากขึ้นในคาบเรียนที่ 10 ของกลุ่มยุ้งข้าว

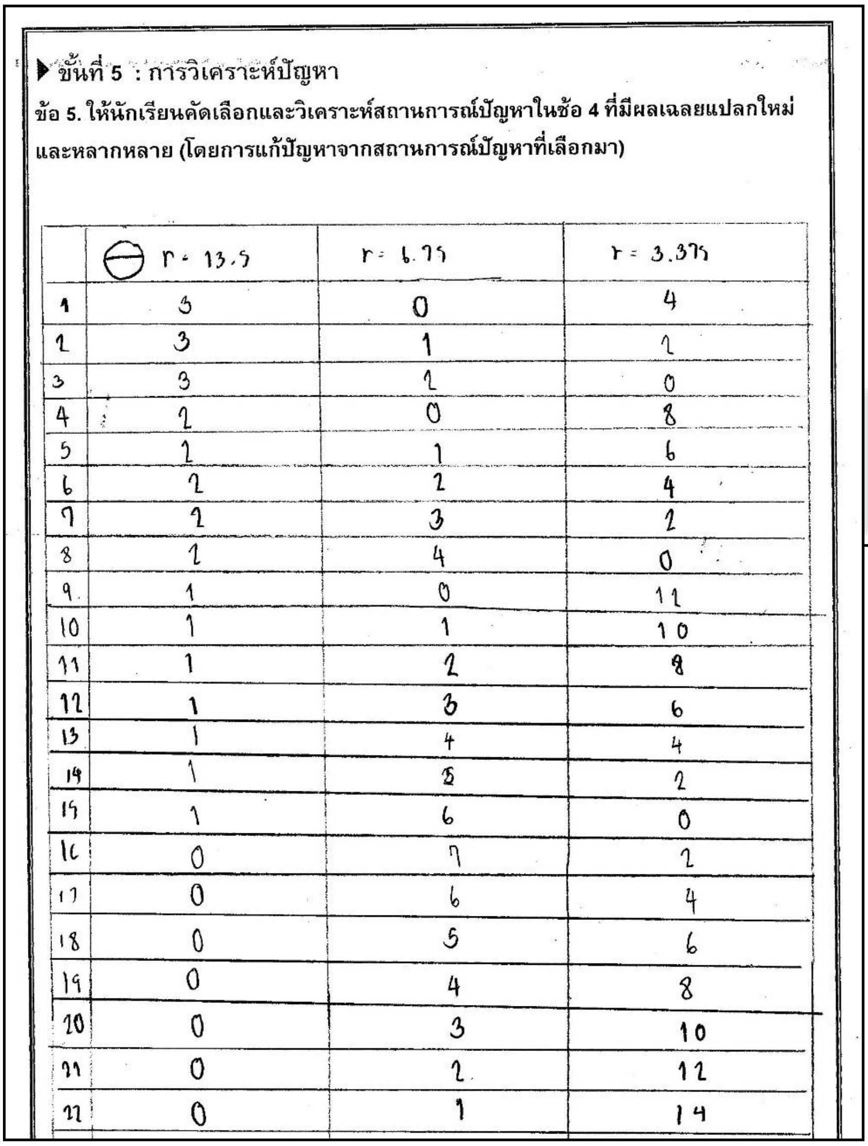
ในช่วงที่ 3 ของกิจกรรมการเรียนรู้ คาบเรียนที่ 16 เมื่อนักเรียนได้รับใบกิจกรรมการตั้งปัญหา “การหาปริมาตรของทรงกลมในกล่องทรงสี่เหลี่ยมมุมฉาก” นักเรียนกลุ่มตัวอย่างรวมถึงนักเรียนเป้าหมาย ยุ้งข้าว ขวัญข้า ต้นข้าว และรวงข้าว จำนวน 20 คน (ร้อยละ 100 ของกลุ่มเป้าหมาย) สามารถสร้างสถานการณ์ปัญหาที่มีผลเฉลยจำนวนมากที่แตกต่างกันและมีหลากหลายรูปแบบมากขึ้น


▶ ขั้นที่ 4 : การสร้างสถานการณ์ปัญหา

ข้อ 4. ให้สร้างสถานการณ์ปัญหาใหม่จากการเปลี่ยนแปลงเงื่อนไข/สมบัติ/ทฤษฎีบทที่สำคัญในขั้นตอนที่ 3

1. กล่องทรง ▢ มุมฉาก ยาวด้านละ 54 หน่วย สูง 27 หน่วย
2. ลูกบอลลูกใหญ่มี r= 13.5 กลาง r= 6.75 เล็ก r= 3.375
3. ไม่จำเป็นต้องใช้ลูกบอลทั้ง 3 ลูกลงกล่องทุกขนาด สามารถใช้แค่ 2 ขนาดได้

ตัวอย่างร่องรอยการเปลี่ยนเงื่อนไขในการตั้งปัญหา


▶ ขั้นที่ 5 : การวิเคราะห์ปัญหา

ข้อ 5. ให้นักเรียนคัดเลือกและวิเคราะห์สถานการณ์ปัญหาในข้อ 4 ที่มีผลเฉลยแปลกใหม่และหลากหลาย (โดยการแก้ปัญหาจากสถานการณ์ปัญหาที่เลือกมา)

	⊖ r = 13.5	r = 6.75	r = 3.375
1	3	0	4
2	3	1	2
3	3	2	0
4	2	0	8
5	2	1	6
6	2	2	4
7	2	3	2
8	2	4	0
9	1	0	12
10	1	1	10
11	1	2	8
12	1	3	6
13	1	4	4
14	1	5	2
15	1	6	0
16	0	7	2
17	0	6	4
18	0	5	6
19	0	4	8
20	0	3	10
21	0	2	12
22	0	1	14

ตัวอย่างร่องรอยการตั้งปัญหาและการแก้ปัญหาใหม่ที่มีจำนวนรูปแบบของผลเฉลยมากขึ้นโดยการเปลี่ยนเงื่อนไขการการใช้ทรงกลมทั้ง 3 แบบ

ภาพประกอบ 42 ร่องรอยการสร้างสถานการณ์และการแก้ปัญหาใหม่ที่มีผลเฉลยจำนวนมากที่แตกต่างกันและมีหลากหลายรูปแบบมากขึ้นในคาบเรียนที่ 16 ของนักเรียนตัวอย่าง

จากข้อมูลข้างต้น สรุปได้ว่า นักเรียนจำนวน 4 คน (ร้อยละ 20 ของกลุ่มเป้าหมาย) สามารถสร้างสถานการณ์ปัญหาที่มีผลเฉลยจำนวนมากที่แตกต่างกันและมีหลากหลายรูปแบบ ต่อมาในช่วงที่ 2 เมื่อนักเรียนมีประสบการณ์ในการคัดเลือกประเด็นปัญหา พิจารณาลักษณะ/เงื่อนไขปัญหา และเปลี่ยนแปลงเงื่อนไขของปัญหา ส่งผลให้นักเรียนจากกลุ่มเป้าหมายสามารถสร้างสถานการณ์ปัญหาที่มีผลเฉลยจำนวนมากที่แตกต่างกันและมีหลากหลายรูปแบบมากขึ้น โดยนักเรียนจากกลุ่มเป้าหมาย ยังคงแสดงพฤติกรรมอย่างสม่ำเสมอจนสิ้นสุดกิจกรรมการเรียนรู้ในช่วงที่ 3 ซึ่งสอดคล้องกับผลการสัมภาษณ์ของนักเรียนเป้าหมายทั้ง 4 คน ที่พบว่าสาเหตุที่ทำให้นักเรียนสามารถสร้างสถานการณ์ปัญหาที่มีผลเฉลยจำนวนมากที่แตกต่างกันและมีหลากหลายรูปแบบมากขึ้นนั้น เนื่องมาจากนักเรียนมีประสบการณ์ในการคัดเลือกประเด็นปัญหา พิจารณาลักษณะ/เงื่อนไขปัญหา และเปลี่ยนแปลงเงื่อนไขของปัญหา ตลอดจนได้อภิปรายแลกเปลี่ยนร่วมกันในกลุ่ม/การนำเสนอผลการตั้งปัญหาของเพื่อนต่างกลุ่ม จึงทำให้สามารถสร้างสถานการณ์ปัญหาที่มีผลเฉลยจำนวนมากที่แตกต่างกันและมีหลากหลายรูปแบบมากขึ้นได้

บทที่ 5
สรุปผล อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ

ความมุ่งหมาย สมมติฐานและวิธีดำเนินการวิจัยโดยสังเขป

ความมุ่งหมายของการวิจัย

1. เพื่อศึกษาสภาพการเรียนการสอนเรขาคณิตที่เกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ของครูและนักเรียนห้องเรียนพิเศษวิทยาศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตอนต้น

2. เพื่อพัฒนากิจกรรมการเรียนการสอนเรขาคณิตที่เสริมสร้างความสามารถในการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนห้องเรียนพิเศษวิทยาศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตอนต้นให้มีประสิทธิภาพตามเกณฑ์ 60/60

3. เพื่อศึกษาความสามารถในการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนห้องเรียนพิเศษวิทยาศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตอนต้นที่เรียนด้วยกิจกรรมการเรียนการสอนเรขาคณิตที่เสริมสร้างความสามารถในการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์

4. เพื่อศึกษาพฤติกรรมการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนห้องเรียนพิเศษวิทยาศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตอนต้นที่เรียนด้วยกิจกรรมการเรียนการสอนเรขาคณิตที่เสริมสร้างความสามารถในการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์

สมมติฐานการวิจัย

1. กิจกรรมการเรียนการสอนที่เสริมสร้างความสามารถในการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ผ่านการแก้ปัญหาและการตั้งปัญหาทางเรขาคณิต สำหรับนักเรียนห้องเรียนพิเศษวิทยาศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตอนต้น มีประสิทธิภาพเป็นไปตามเกณฑ์ 60/60

2. นักเรียนห้องเรียนพิเศษวิทยาศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตอนต้นที่เรียนด้วยกิจกรรมการเรียนการสอนที่เสริมสร้างความสามารถในการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ผ่านการแก้ปัญหาและการตั้งปัญหาทางเรขาคณิต มีความสามารถในการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 60 ของคะแนนเต็มมีจำนวนมากกว่าร้อยละ 60 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด

วิธีดำเนินการวิจัย

การดำเนินการวิจัยแบ่งเป็น 3 ระยะ ประกอบด้วย ระยะที่ 1 การศึกษาสภาพการเรียนการสอนเรขาคณิตที่เกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ของครูและนักเรียน ระยะที่ 2 การพัฒนากิจกรรมการเรียนการสอนที่เสริมสร้างความสามารถในการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์สำหรับนักเรียน และหาคุณภาพของเครื่องมือ และระยะที่ 3 การศึกษาความสามารถและพฤติกรรมในการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน

ระยะที่ 1 การศึกษาสภาพการเรียนการสอนเรขาคณิตที่เกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ของครูและนักเรียน

ในระยะที่ 1 การศึกษาสภาพการเรียนการสอนเรขาคณิตที่เกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ของครูและนักเรียนมีขั้นตอนในการดำเนินการดังนี้

1.1 **การกำหนดกลุ่มเป้าหมายสำหรับศึกษาสภาพการเรียนการสอน**

กลุ่มเป้าหมายสำหรับศึกษาสภาพการเรียนการสอน คือ นักเรียนห้องเรียนพิเศษวิทยาศาสตร์ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนสาธิตมหาวิทยาลัยรามคำแหง และโรงเรียนสาธิตมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒประสานมิตร (ฝ่ายมัธยม) ซึ่งเป็นโรงเรียนที่มีการส่งเสริมห้องเรียนพิเศษวิทยาศาสตร์ ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2560 ได้จากการเลือกแบบเจาะจง จำนวน 18 คน โดยทำการศึกษาสภาพการเรียนการสอนเรขาคณิตของนักเรียนใน 2 ด้านประกอบด้วย (1) ด้านความเชื่อที่เกี่ยวกับการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ทางเรขาคณิตของนักเรียน และ (2) ด้านความสามารถในการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ทางเรขาคณิตของนักเรียน

ครูผู้สอนระดับมัธยมศึกษาตอนต้นในสาระเรขาคณิต โรงเรียนสาธิตมหาวิทยาลัยรามคำแหง และโรงเรียนสาธิตมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒประสานมิตร (ฝ่ายมัธยม) ซึ่งเป็นโรงเรียนที่มีการส่งเสริมห้องเรียนพิเศษวิทยาศาสตร์ ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2560 ได้จากการเลือกแบบเจาะจง จำนวน 6 คน โดยทำการศึกษาสภาพการเรียนการสอนเรขาคณิตของครูใน 2 ด้าน ประกอบด้วย (1) ด้านความเชื่อที่เกี่ยวกับการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ทางเรขาคณิตของครู และ (2) ด้านการจัดการเรียนการสอนที่เกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ทางเรขาคณิตของครู

1.2 การกำหนดกรอบแนวคิดในการศึกษาสภาพการเรียนการสอนเรขาคณิตที่เกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ของครูและนักเรียน

การกำหนดกรอบแนวคิดในการศึกษาสภาพการเรียนการสอนเรขาคณิตที่เกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ของครูและนักเรียนได้ ผู้วิจัยดำเนินการดังนี้ (1) การวิเคราะห์เชิงเอกสาร เพื่อวิเคราะห์และสังเคราะห์เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับสภาพการเรียนการสอนเรขาคณิตของครูและนักเรียนที่เกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ และ (2) การสำรวจและเก็บรวบรวมข้อมูลภาคสนาม เพื่อสอบถามและสัมภาษณ์สภาพการเรียนการสอนของครูใน 2 ด้าน ได้แก่ ด้านความเชื่อที่เกี่ยวกับการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ทางเรขาคณิตของครู และด้านการจัดการเรียนการสอนที่เกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ทางเรขาคณิตของครู และเพื่อสอบถามและทดสอบความสามารถของนักเรียน ได้แก่ ด้านความเชื่อที่เกี่ยวกับการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ทางเรขาคณิตของนักเรียน และด้านความสามารถในการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ทางเรขาคณิตของนักเรียน

1.3 การสร้างและหาคุณภาพเครื่องมือ

การสร้างและหาคุณภาพของเครื่องมือวิจัยที่ใช้ในการศึกษาสภาพการเรียนการสอนเรขาคณิตที่เกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์แบ่งออกเป็น (1) เครื่องมือที่ใช้ในการสำรวจและเก็บรวบรวมข้อมูลภาคสนามจากครู ได้แก่ แบบสอบถามความเชื่อที่เกี่ยวกับการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ทางเรขาคณิตสำหรับครู เพื่อสำรวจและตรวจสอบความเชื่อที่เกี่ยวกับการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ทางเรขาคณิตของครูที่สอนห้องเรียนพิเศษวิทยาศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตอนต้น และแบบสัมภาษณ์เกี่ยวกับการจัดการเรียนการสอนที่เกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ทางเรขาคณิตของครู เพื่อศึกษาเชิงลึกเกี่ยวกับแนวการเรียนการสอนเรขาคณิตและความรู้เกี่ยวกับศาสตร์การสอนในเนื้อหาสำหรับครูที่สอนห้องเรียนพิเศษวิทยาศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตอนต้น และ (2) เครื่องมือที่ใช้ในการสำรวจและเก็บรวบรวมข้อมูลภาคสนามจากนักเรียน ได้แก่ แบบสอบถามความเชื่อที่เกี่ยวกับการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ทางเรขาคณิตสำหรับนักเรียน และแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ทางเรขาคณิต เป็นแบบทดสอบที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น

หลังจากที่สร้างเครื่องมือเสร็จเรียบร้อยแล้ว ผู้วิจัยนำเครื่องมือวิจัยทั้งหมดเสนอต่อคณะกรรมการควบคุมปริญญานิพนธ์เพื่อพิจารณาปรับปรุงแก้ไข เมื่อปรับปรุงแก้ไขตามคำแนะนำจนผ่านการพิจารณาแล้ว จึงนำเสนอต่อผู้เชี่ยวชาญ 3 ท่าน เพื่อตรวจสอบความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหา และความเหมาะสมของภาษาที่ใช้ หลังจากนั้นผู้วิจัยคัดเลือกข้อความที่มีค่า

ดัชนีความสอดคล้อง (Index of Objective Congruence (IOC)) ตั้งแต่ 0.5 ขึ้นไป และนำมาปรับปรุงแก้ไขตามข้อเสนอแนะของผู้เชี่ยวชาญเพื่อให้ได้เครื่องมือวิจัยตามที่กำหนด

1.4 การเก็บรวบรวมข้อมูล

การเก็บรวบรวมข้อมูลที่ใช้ในการศึกษาสภาพการเรียนการสอนเรขาคณิตที่เกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์แบ่งออกเป็น (1) การเก็บรวบรวมข้อมูลภาคสนามจากครู โดยผู้วิจัยนำแบบสอบถามความเชื่อที่เกี่ยวกับการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ทางเรขาคณิตไปเก็บรวบรวมข้อมูลกับครูที่เป็นกลุ่มเป้าหมาย และสัมภาษณ์ครูที่เป็นกลุ่มเป้าหมายโดยใช้แบบสัมภาษณ์เกี่ยวกับสภาพการเรียนการสอนเรขาคณิตและความรู้เกี่ยวกับศาสตร์การสอนในเนื้อหา และ (2) การเก็บรวบรวมข้อมูลภาคสนามจากนักเรียน ผู้วิจัยนำแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ทางเรขาคณิต และแบบสอบถามความเชื่อที่เกี่ยวกับการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ทางเรขาคณิตไปเก็บรวบรวมข้อมูลกับนักเรียนที่เป็นกลุ่มเป้าหมาย

1.5 การวิเคราะห์ข้อมูล

การวิเคราะห์ข้อมูลที่ใช้ในการศึกษาสภาพการเรียนการสอนเรขาคณิตที่เกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์แบ่งออกเป็น (1) การวิเคราะห์ข้อมูลภาคสนามจากครู โดยนำแบบสอบถามความเชื่อที่เกี่ยวกับการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ทางเรขาคณิตของครูมาวิเคราะห์ข้อมูลเชิงปริมาณ โดยใช้ค่าสถิติพื้นฐาน ได้แก่ ค่าเฉลี่ยเลขคณิต ($\bar{x}$) และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (S.D.) และนำผลการสัมภาษณ์ของครูมาวิเคราะห์ข้อมูลเชิงคุณภาพ และ (2) การวิเคราะห์ข้อมูลภาคสนามจากนักเรียน โดยนำแบบสอบถามความเชื่อที่เกี่ยวกับการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ทางเรขาคณิตและแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ทางเรขาคณิตของนักเรียนมาวิเคราะห์ข้อมูลเชิงปริมาณ โดยใช้ค่าสถิติพื้นฐาน ได้แก่ ค่าเฉลี่ยเลขคณิตและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน

ระยะที่ 2 การพัฒนากิจกรรมการเรียนการสอนที่เสริมสร้างความสามารถในการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์สำหรับนักเรียน และหาคุณภาพของเครื่องมือ

ในระยะที่ 2 การพัฒนากิจกรรมการเรียนการสอนที่เสริมสร้างความสามารถในการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์สำหรับนักเรียน และหาคุณภาพของเครื่องมือมีขั้นตอนการดำเนินการดังนี้

2.1 การกำหนดกลุ่มนำร่อง

กลุ่มนำร่อง คือ นักเรียนห้องเรียนพิเศษวิทยาศาสตร์ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนสาธิตมหาวิทยาลัยรามคำแหง จำนวน 21 คน โดยเป็นเวลานอกเหนือจากเวลาเรียนปกติ ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2561 โดยพิจารณาจากคะแนนดิบของนักเรียนในรายวิชาคณิตศาสตร์

พื้นฐาน แล้วแบ่งออกเป็น 3 กลุ่ม คือ กลุ่มที่มีระดับคะแนนสูง ปานกลาง และต่ำ โดยแบ่งนักเรียนในการพัฒนากิจกรรมการเรียนการสอนที่เสริมสร้างความสามารถในการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ และหาคุณภาพของเครื่องมือ 3 ครั้งดังนี้

2.1.1 **การหาประสิทธิภาพรายบุคคล** เพื่อตรวจสอบความเป็นปรนัยและหาประสิทธิภาพของกิจกรรมการเรียนการสอนที่เสริมสร้างความสามารถในการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ ใช้นักเรียนจำนวน 3 คน ที่ได้จากการเลือกแบบเจาะจงจากนักเรียนทั้ง 3 กลุ่ม กลุ่มละ 1 คน

2.1.2 **การหาประสิทธิภาพกลุ่มย่อย** เพื่อตรวจสอบความเป็นปรนัยและหาประสิทธิภาพของกิจกรรมการเรียนการสอนที่เสริมสร้างความสามารถในการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ ใช้นักเรียน จำนวน 6 คน ที่ได้จากการเลือกแบบเจาะจงจากนักเรียนทั้ง 3 กลุ่ม กลุ่มละ 2 คน

2.1.3 **การหาประสิทธิภาพภาคสนาม** เพื่อตรวจสอบความเป็นปรนัยและหาประสิทธิภาพของกิจกรรมการเรียนการสอนที่เสริมสร้างความสามารถในการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ ใช้นักเรียน จำนวน 12 คน ที่ไม่ใช่กลุ่มหาประสิทธิภาพรายบุคคลและกลุ่มย่อย

2.2 การกำหนดกรอบแนวคิดในการพัฒนากิจกรรมการเรียนการสอนที่เสริมสร้างความสามารถในการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์สำหรับนักเรียนและหาคุณภาพของเครื่องมือ

ในการกำหนดกรอบแนวคิด ผู้วิจัยได้นำผลที่ได้จากการศึกษาสภาพการเรียนการสอนเรขาคณิตที่เกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ของครูและนักเรียน ทฤษฎีโครงสร้างทางสติปัญญาของกิลฟอร์ด ด้านความคิดคล่อง ความคิดยืดหยุ่น ความคิดริเริ่ม และความคิดละเอียดลออ กระบวนการแก้ปัญหาของโพลยา/วิลสันและคณะ กระบวนการตั้งปัญหาของบราวน์และวอลเทอร์ และแนวทางการวัดผลประเมินผลมากำหนดกรอบแนวคิดของกิจกรรมการเรียนการสอน โดยกิจกรรมการเรียนการสอนที่เสริมสร้างความสามารถในการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ผ่านการแก้ปัญหาและการตั้งปัญหาทางเรขาคณิต สำหรับนักเรียนห้องเรียนพิเศษวิทยาศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตอนต้น ประกอบด้วย แผนการจัดการเรียนรู้ จำนวน 18 แผน แบ่งเป็นระยะเวลาที่ใช้ในการดำเนินการทดลองการแก้ปัญหา 9 แผน สลับกับการตั้งปัญหา 9 แผน และระยะเวลาในการทดสอบหลังเรียน 2 คาบเรียน คาบเรียนละ 90 นาที โดยเป็นเวลานอกเหนือจากเวลาเรียนปกติ ซึ่งมีจุดมุ่งหมายหลัก คือ เพื่อเสริมสร้างความสามารถในการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ (1) ด้านความคิดคล่อง (2) ด้านความคิดยืดหยุ่น (3) ด้านความคิดริเริ่ม และ (4) ด้านความคิดละเอียดลออ ในกิจกรรมการเรียนการสอน นักเรียนจะได้

เรียนรู้กระบวนการแก้ปัญหาตามแนวคิดของโพลยา กระบวนการแก้ปัญหาที่เป็นพลวัตตามแนวคิดของวิลสันและคณะ และกระบวนการตั้งปัญหาตามแนวคิดของบราวน์และวอลเทอร์ ตลอดจนได้ฝึกฝนประสบการณ์ในการแก้ปัญหาที่ไม่คุ้นเคย (non-routine problem) ซึ่งแต่ละปัญหามียุทธวิธี/ผลเฉลยมากกว่าหนึ่งผลเฉลย โดยใช้เนื้อหาคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหาเรื่องเรขาคณิต ที่ไม่เกินชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ในระหว่างการปฏิบัติกิจกรรมแก้ปัญหาและตั้งปัญหา นักเรียนได้มีส่วนร่วมในการเรียนรู้แบบร่วมมือ (Cooperative learning) การนำเสนอผลการแก้ปัญหาและตั้งปัญหา และการอภิปรายผลหน้าชั้นเรียน

2.3 การสร้างและหาคุณภาพเครื่องมือ

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ ได้แก่ (1) แผนการจัดการเรียนรู้ด้านการแก้ปัญหาและการตั้งปัญหาจำนวน 18 แผน แผนละ 1 คาบเรียน คาบเรียนละ 90 นาที ซึ่งแต่ละแผนการจัดการเรียนรู้ประกอบด้วย จุดประสงค์การเรียนรู้ สาระการเรียนรู้ สื่อการเรียนรู้ กิจกรรมการเรียนรู้ การวัดและประเมินผลการเรียนรู้ และ (2) แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ เป็นแบบทดสอบที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น เพื่อตรวจสอบความสามารถในการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ทั้ง 4 ด้าน คือ ด้านความคิดคล่อง ความคิดยืดหยุ่น ความคิดริเริ่มและความคิดละเอียดลออ ของนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้นที่เรียนด้วยกิจกรรมการเรียนการสอนผ่านการแก้ปัญหาและการตั้งปัญหาทางเรขาคณิต (3) แบบสังเกตพฤติกรรมการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ เป็นแบบบันทึกที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น เพื่อบันทึกพฤติกรรมด้านความคิดคล่อง ความคิดยืดหยุ่น ความคิดริเริ่มและความคิดละเอียดลออ ของนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้นขณะลงมือแก้ปัญหาและตั้งปัญหาทางคณิตศาสตร์ ซึ่งประกอบด้วย แบบตรวจสอบรายการ และแบบบันทึกภาคสนาม และ (4) แบบสัมภาษณ์กระบวนการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ เป็นแบบสัมภาษณ์ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น เพื่อสอบถามเชิงลึกเกี่ยวกับกระบวนการแก้ปัญหาและตั้งปัญหาของนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้นที่เป็นนักเรียนเป้าหมายแต่ละคน หลังสิ้นสุดคาบเรียนการแก้ปัญหาและตั้งปัญหาแต่ละครั้ง

หลังจากที่สร้างเครื่องมือเสร็จเรียบร้อยแล้ว ผู้วิจัยนำเครื่องมือวิจัยทั้งหมดเสนอต่อคณะกรรมการควบคุมปริญญานิพนธ์เพื่อพิจารณาปรับปรุงแก้ไข เมื่อปรับปรุงแก้ไขตามคำแนะนำจนผ่านการพิจารณาแล้ว จึงนำเสนอต่อผู้เชี่ยวชาญ 3 ท่าน เพื่อตรวจสอบความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหา และความเหมาะสมของภาษาที่ใช้ หลังจากนั้นผู้วิจัยคัดเลือกข้อความที่มีค่าดัชนีความสอดคล้อง (Index of Objective Congruence (IOC)) ตั้งแต่ 0.5 ขึ้นไป และนำมาปรับปรุงแก้ไขตามข้อเสนอแนะของผู้เชี่ยวชาญเพื่อให้ได้เครื่องมือวิจัยตามที่กำหนด

2.4 การหาประสิทธิภาพของของกิจกรรมการเรียนการสอนและหาคุณภาพของเครื่องมือ

ในการหาประสิทธิภาพของของกิจกรรมการเรียนการสอนและหาคุณภาพของเครื่องมือ ผู้วิจัยได้ดำเนินการใช้กับกลุ่มนำร่อง ซึ่งเป็นนักเรียนห้องเรียนพิเศษวิทยาศาสตร์ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนสาธิตมหาวิทยาลัยรามคำแหง จำนวน 21 คน ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2561 ดังนี้

2.4.1 การหาประสิทธิภาพรายบุคคล เพื่อตรวจสอบความเป็นปรนัยและหาประสิทธิภาพของกิจกรรมการเรียนการสอนที่เสริมสร้างความสามารถในการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ ใช้นักเรียนจำนวน 3 คน ที่ได้จากการเลือกแบบเจาะจง โดยให้นักเรียนทำความเข้าใจสถานการณ์ปัญหาและข้อคำถาม แล้วลงมือปฏิบัติกิจกรรม เพื่อหาประสิทธิภาพของกิจกรรมการเรียนการสอนและหาคุณภาพเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย จากนั้นนำข้อมูลมาหาประสิทธิภาพ E_1/E_2 แล้วเทียบกับเกณฑ์ที่กำหนด ถ้าไม่เป็นไปตามเกณฑ์ที่กำหนด ผู้วิจัยดำเนินการปรับปรุงแก้ไขเพื่อใช้ในการทดลองขั้นต่อไป

2.4.2 การการหาประสิทธิภาพกลุ่มย่อย เพื่อตรวจสอบความเป็นปรนัยและหาประสิทธิภาพของกิจกรรมการเรียนการสอนที่เสริมสร้างความสามารถในการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ ใช้นักเรียนจำนวน 6 คน ที่ได้จากการเลือกแบบเจาะจง โดยให้นักเรียนทำความเข้าใจสถานการณ์ปัญหาและข้อคำถาม แล้วลงมือปฏิบัติกิจกรรม เพื่อหาประสิทธิภาพของกิจกรรมการเรียนการสอนและหาคุณภาพเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย จากนั้นนำข้อมูลมาหาประสิทธิภาพ E_1/E_2 แล้วเทียบกับเกณฑ์ที่กำหนด ถ้าไม่เป็นไปตามเกณฑ์ที่กำหนด ผู้วิจัยดำเนินการปรับปรุงแก้ไขเพื่อใช้ในการทดลองขั้นต่อไป

2.4.3 การหาประสิทธิภาพภาคสนาม เพื่อตรวจสอบความเป็นปรนัยและหาประสิทธิภาพของกิจกรรมการเรียนการสอนที่เสริมสร้างความสามารถในการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ ใช้นักเรียนจำนวน 12 คน ที่ได้จากการเลือกแบบเจาะจง โดยให้นักเรียนทำความเข้าใจสถานการณ์ปัญหาและข้อคำถาม แล้วลงมือปฏิบัติกิจกรรม เพื่อหาประสิทธิภาพของกิจกรรมการเรียนการสอนและหาคุณภาพเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย จากนั้นนำข้อมูลมาหาประสิทธิภาพ E_1/E_2 แล้วเทียบกับเกณฑ์ที่กำหนด ถ้าไม่เป็นไปตามเกณฑ์ที่กำหนด ผู้วิจัยดำเนินการปรับปรุงแก้ไขเพื่อใช้ในการทดลองขั้นต่อไป

ระยะที่ 3 การศึกษาความสามารถและพฤติกรรมในการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน

ในระยะที่ 3 การศึกษาความสามารถและพฤติกรรมในการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมีขั้นตอนในการดำเนินการดังนี้

3.1 การกำหนดกลุ่มเป้าหมาย

กลุ่มเป้าหมาย คือ นักเรียนห้องเรียนพิเศษวิทยาศาสตร์ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนสาธิตมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒประสานมิตร (ฝ่ายมัธยม) จำนวน 1 ห้องเรียน 20 คน ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2561 ได้จากการเลือกแบบเจาะจง ซึ่งระยะเวลาในการทดลองเป็นเวลานอกเหนือจากเวลาเรียนปกติ

นอกจากนั้นผู้วิจัยเลือกนักเรียนเป้าหมาย (Target Student) เพื่อศึกษาเชิงลึกเกี่ยวกับพฤติกรรมการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ ซึ่งได้จากสัมภาษณ์ครูประจำชั้นของนักเรียนที่เป็นกลุ่มตัวอย่างเกี่ยวกับความกล้าแสดงออก การสื่อสารและนำเสนอแนวคิดของนักเรียนแต่ละคน และใช้การพิจารณาจากงานเขียน การสัมภาษณ์ แบบสังเกตพฤติกรรมการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์จากช่วงแรกของกิจกรรมการเรียนการสอน ซึ่งนักเรียนเป้าหมายนี้ได้จากการเลือกแบบเจาะจงจำนวน 4 คน จากกลุ่มตัวอย่าง 20 คน แบ่งเป็นนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์สูง 1 คน นักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ปานกลาง 2 คน และที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ต่ำ 1 คน เพื่อศึกษาเชิงลึกเกี่ยวกับพฤติกรรมการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ด้านความคิดคล่อง ความคิดยืดหยุ่น ความคิดริเริ่ม และความคิดละเอียดลออ โดยผู้วิจัยใช้กล้องวิดีโอช่วยในการบันทึกรายละเอียดของพฤติกรรม ขณะลงมือแก้ปัญหาและตั้งปัญหา และสัมภาษณ์กระบวนการแก้ปัญหาและตั้งปัญหาของนักเรียนเป้าหมายแต่ละคน หลังสิ้นสุดคาบเรียนแต่ละครั้ง

3.2 การกำหนดกรอบแนวคิดในการศึกษาความสามารถและพฤติกรรมในการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน

การกำหนดกรอบแนวคิดในการศึกษาความสามารถและพฤติกรรมในการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน ผู้วิจัยศึกษากรอบแนวคิดการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ตามทฤษฎีโครงสร้างทางสติปัญญาของกิลฟอร์ด ด้าน (1) ความคิดคล่อง (2) ความคิดยืดหยุ่น (3) ความคิดริเริ่ม และ (4) ความคิดละเอียดลออ และกรอบแนวคิดการแก้ปัญหาของโพลยา/วิลสันและคณะ ซึ่งประกอบด้วย 4 ขั้นตอน ได้แก่ การทำความเข้าใจปัญหา การวางแผนแก้ปัญหา การดำเนินการตามแผน และการตรวจสอบผล นอกจากนี้ยังได้ศึกษากรอบแนวคิดในการตั้งปัญหาของบราวน์และวอลเทอร์ ประกอบด้วย 5 ขั้นตอน ได้แก่ การคัดเลือก

ประเด็นสถานการณ์เริ่มต้น การหาลักษณะ/เงื่อนไขของประเด็นสถานการณ์เริ่มต้น การเปลี่ยนเงื่อนไขของประเด็นสถานการณ์ การสร้างสถานการณ์ปัญหา และการวิเคราะห์ปัญหา

3.3 การดำเนินการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนและเก็บรวบรวมข้อมูล

การดำเนินการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนและเก็บรวบรวมข้อมูล ผู้วิจัยแบ่งออกเป็น (1) แบบแผนการวิจัย โดยการเก็บรวมรวมข้อมูลของงานวิจัยครั้งนี้ใช้แบบแผนการวิจัยแบบกลุ่มเดียวมีการทดสอบหลังการทดลอง (One Group Posttest-Only Design) ซึ่งเป็นแบบแผนการวิจัยที่เลือกใช้กลุ่มทดลองเพียงกลุ่มเดียว มีการให้ตัวแปรอิสระกับกลุ่มตัวอย่าง และทำการทดสอบหลังการทดลอง แล้วพิจารณาผลการทดลอง โดยใช้การวิเคราะห์ข้อมูลเชิงปริมาณและการวิเคราะห์ข้อมูลเชิงคุณภาพกับข้อมูลที่ได้จากผลการทดลอง และ (2) การดำเนินการทดลอง ใช้เวลาในการดำเนินการทดลองทั้งหมด 20 คาบเรียน คาบเรียนเรียนละ 90 นาที โดยแบ่งเป็นเวลาในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนผ่านการแก้ปัญหาสลับกับการตั้งปัญหาทางเรขาคณิตจำนวน 18 คาบเรียน และการทดสอบหลังเรียน 4 คาบเรียน ในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2561 โดยใช้เวลานอกเหนือจากเวลาปกติ ในแต่ละคาบเรียนผู้วิจัยทำหน้าที่เป็นผู้สอนและผู้สังเกตการณ์ โดยมีนิสิตปริญญาเอกสาขาคณิตศาสตร์ จำนวน 2 คน ทำหน้าที่เป็นผู้ช่วยวิจัย บันทึกพฤติกรรมในการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ของนักเรียนเป้าหมายและสมาชิกในกลุ่มขณะลงมือแก้ปัญหาและตั้งปัญหา ในระหว่างการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนมีการใช้กล้องวิดีโอเพื่อบันทึกรายละเอียดของการจัดกิจกรรมและสัมภาษณ์นักเรียนเป้าหมายหลังสิ้นสุดกิจกรรม

3.4 การวิเคราะห์ข้อมูล

ในการวิเคราะห์ข้อมูลเกี่ยวกับความสามารถและพฤติกรรมในการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ ผู้วิจัยแบ่งออกเป็น (1) การวิเคราะห์ข้อมูลจากการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่เสริมสร้างความสามารถในการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ผ่านการแก้ปัญหาและการตั้งปัญหาทางเรขาคณิต ในการวิเคราะห์ข้อมูลเชิงปริมาณ ผู้วิจัยนำคะแนนจากใบกิจกรรมรายบุคคลและคะแนนแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ หลังเรียนมาหาค่าเฉลี่ยเลขคณิตและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน แล้วหาจำนวนนักเรียนที่มีความสามารถในการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์มากกว่าร้อยละ 60 ขึ้นไปของคะแนนเต็ม จากนั้นทดสอบสมมติฐานที่ว่านักเรียนห้องเรียนพิเศษวิทยาศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตอนต้นที่เรียนด้วยกิจกรรมการเรียนการสอนผ่านการแก้ปัญหาและการตั้งปัญหาทางเรขาคณิต มีความสามารถในการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 60 ของคะแนนเต็มมีจำนวนมากกว่าร้อยละ 60 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด โดยการทดสอบทวินาม สำหรับการวิเคราะห์ข้อมูลเชิงคุณภาพ ผู้วิจัยพิจารณาจากงานเขียน พฤติกรรมการแสดงออกขณะ

ลงมือแก้ปัญหาและตั้งปัญหาของนักเรียน โดยนำแบบสังเกตพฤติกรรม แบบสัมภาษณ์และงานเขียนของนักเรียนมาวิเคราะห์พฤติกรรมในการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ ในด้านความคิดคล่อง ความคิดยืดหยุ่น ความคิดริเริ่มและความคิดละเอียดลออ และ (2) สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล สำหรับสถิติที่ใช้ในการตรวจสอบคุณภาพเครื่องมือ ได้แก่ ดัชนีความสอดคล้อง ค่าความยากง่าย ค่าอำนาจจำแนก และค่าความเชื่อมั่นโดยวิธีสัมประสิทธิ์แอลฟา สถิติพื้นฐาน ได้แก่ ค่าเฉลี่ยเลขคณิต ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ค่าร้อยละ และการทดสอบสมมติฐานการวิจัย คือ การทดสอบทวินาม

สรุปและอภิปรายผลการวิจัย

สรุปและอภิปรายผลการวิจัยแบ่งเป็น 3 ระยะ ตามวิธีการดำเนินการวิจัย ประกอบด้วย ระยะที่ 1 การศึกษาสภาพการเรียนการสอนเรขาคณิตที่เกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ของครูและนักเรียน ระยะที่ 2 การพัฒนากิจกรรมการเรียนการสอนที่เสริมสร้างความสามารถในการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์สำหรับนักเรียน และหาคุณภาพของเครื่องมือ และระยะที่ 3 การศึกษาความสามารถและพฤติกรรมในการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน

ระยะที่ 1 การศึกษาสภาพการเรียนการสอนเรขาคณิตที่เกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ของครูและนักเรียน

ในการศึกษาสภาพการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ทางเรขาคณิตของนักเรียนห้องเรียนพิเศษวิทยาศาสตร์และครูระดับมัธยมศึกษาตอนต้น ผู้วิจัยศึกษา (1) ความเชื่อที่เกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ทางเรขาคณิตของนักเรียนและครู (2) ความสามารถในการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ทางเรขาคณิตของนักเรียน และ (3) การจัดการเรียนการสอนที่เกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ทางเรขาคณิตของครู

1.1 ความเชื่อที่เกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ทางเรขาคณิตของนักเรียนและครู

นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ห้องเรียนพิเศษวิทยาศาสตร์มีคะแนนเฉลี่ยของความเชื่อที่เกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ทางเรขาคณิตของอยู่ในระดับมาก เมื่อพิจารณาความเชื่อแต่ละด้าน พบว่าคะแนนเฉลี่ยของความเชื่อที่เกี่ยวกับคณิตศาสตร์ ความเชื่อที่เกี่ยวกับการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ทางเรขาคณิต และความเชื่อที่เกี่ยวกับการเรียนการสอนการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ทางเรขาคณิตอยู่ในระดับมากเช่นกัน อย่างไรก็ตาม เมื่อพิจารณาความเชื่อของนักเรียนแต่ละข้อ คะแนนของความเชื่อที่มีค่าเฉลี่ยเลขคณิตน้อยที่สุด 2 อันดับแรกซึ่งเป็น

ความเชื่อที่มีค่าเฉลี่ยอยู่ในระดับน้อยที่สุดและระดับน้อย ได้แก่ (1) ความเชื่อที่ว่า “การแก้ปัญหาทางเรขาคณิตที่ดีที่สุดควรมีวิธีเดียวเท่านั้น” และ (2) ความเชื่อที่ว่า “การแก้ปัญหาทางเรขาคณิตเป็นกระบวนการที่มีลำดับขั้นตอนแน่นอน ตายตัวและมียุทธวิธีที่เหมาะสมกับการแก้ปัญหานั้น ๆ เพียงยุทธวิธีเดียว” ซึ่งความเชื่อทั้งสองเป็นความเชื่อที่เกี่ยวกับการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ทางเรขาคณิต ทั้งนี้อาจเนื่องมาจากนักเรียนไม่คุ้นเคยกับการแก้ปัญหาที่มีหลายผลเฉลย และสามารถใช้ยุทธวิธีแก้ปัญหาได้มากกว่าหนึ่งยุทธวิธี สอดคล้องกับผลการสัมภาษณ์ครูที่กล่าวว่าในการจัดการเรียนการสอนของนักเรียนห้องเรียนพิเศษวิทยาศาสตร์ครูต้องกระชับเวลาในการสอน จึงมุ่งเน้นให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดในแบบเรียนเพียงอย่างเดียว และแบบฝึกหัดในแบบเรียนส่วนใหญ่มีคำตอบเพียงคำตอบเดียวและใช้ยุทธวิธีเพียงยุทธวิธีเดียวในการแก้ปัญหาเท่านั้น ความเชื่อที่ต้องปรับปรุงหรือควรปรับปรุงดังกล่าวจะส่งผลต่อการเรียนรู้ของนักเรียน สอดคล้องกับผลการวิจัยของ อารีย์ คงสวัสดิ์ (2544, น. 58) ที่พบว่า ความเชื่อเกี่ยวกับการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ส่งผลต่อ ความสามารถและผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียน

ในขณะที่ครูห้องเรียนพิเศษวิทยาศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตอนต้น มีความเชื่อที่เกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ทางเรขาคณิตของอยู่ในระดับมาก เมื่อพิจารณาความเชื่อแต่ละด้าน พบว่า คะแนนเฉลี่ยของความเชื่อที่เกี่ยวกับคณิตศาสตร์ ความเชื่อที่เกี่ยวกับการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ทางเรขาคณิต และความเชื่อที่เกี่ยวกับการเรียนการสอนการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ทางเรขาคณิตอยู่ในระดับมากเช่นกัน อย่างไรก็ตาม เมื่อพิจารณาความเชื่อของครูแต่ละข้อ คะแนนของความเชื่อที่มีค่าเฉลี่ยเลขคณิตน้อยที่สุด 2 อันดับแรก ซึ่งเป็นความเชื่อที่มีคะแนนเฉลี่ยอยู่ในระดับน้อย ได้แก่ (1) ความเชื่อที่ว่า “การมุ่งเน้นให้ผู้เรียนแสวงหาคำตอบที่ถูกต้องของสถานการณ์/ปัญหาทางคณิตศาสตร์ช่วยเสริมสร้างความสามารถในการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์” และ (2) ความเชื่อที่ว่า “แบบวัดผลสัมฤทธิ์เป็นเครื่องมือสำคัญในการวัดความสามารถในการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์” ซึ่งความเชื่อทั้งสองเป็นความเชื่อที่เกี่ยวกับการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ทางเรขาคณิตและความเชื่อที่เกี่ยวกับการเรียนการสอนการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ทางเรขาคณิต ทั้งนี้อาจเนื่องมาจากในการจัดการเรียนการสอนครูที่มุ่งเน้นให้นักเรียนค้นหาผลเฉลยของสถานการณ์ปัญหามากกว่าการส่งเสริมให้นักเรียนใช้ยุทธวิธีที่หลากหลายในการแก้ปัญหาและใช้แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์เพื่อการตัดสินผลการเรียน สอดคล้องกับผลการสัมภาษณ์ครูที่กล่าวว่า ในการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ของนักเรียนส่วนใหญ่ ครูจะใช้แบบฝึกหัด และแบบทดสอบวัดผลสำฤทธิ์ที่อยู่ในแบบเรียน ซึ่งเน้นการคิดคำนวณให้ได้คำตอบที่ถูกต้องเป็นสำคัญ ดังนั้นความเชื่อที่เกี่ยวกับการเรียนการสอนการ

แก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ ซึ่งเป็นความเชื่อของครูที่อยู่ในระดับต่ำจะส่งผลต่อการเรียนการสอน สอนของนักเรียน สอดคล้องกับผลการศึกษาของ ชุติมา คำธะนี (2551, น. 47) ที่พบว่า ครูที่มีความเชื่อโน้มเอียงตามทฤษฎีการจัดการเรียนรู้ใด จะส่งผลต่อการจัดการเรียนรู้ของครู ซึ่งสะท้อนผลไปสู่นักเรียน

1.2 ความสามารถในการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ทางเรขาคณิตของนักเรียน

นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ห้องเรียนพิเศษวิทยาศาสตร์ไม่ปรากฏการคิดหาผลเฉลยและรูปแบบของผลเฉลย โดยคิดหาผลเฉลยได้เพียงผลเฉลยเดียว เมื่อนักเรียนส่วนใหญ่คิดหาผลเฉลยหรือรูปแบบผลเฉลยใดผลเฉลยหนึ่งได้แล้วนักเรียนจะหยุดคิดหาผลเฉลยอื่น ๆ ในทันที ด้านความคิดยืดหยุ่น พบว่า นักเรียนไม่ปรากฏการเขียนเกณฑ์การจัดกลุ่มของผลเฉลยทำให้การจัดกลุ่มมีความซ้ำซ้อน ด้านความคิดริเริ่มและความคิดละเอียดลออ พบว่า นักเรียนไม่ปรากฏการคิดสร้างสถานการณ์ปัญหาที่มีผลเฉลยและรูปแบบของผลเฉลยแปลกใหม่แตกต่างจากผลเฉลยเดิม จากผลการศึกษาดังกล่าวสะท้อนให้เห็นว่ากระบวนการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ของนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้นยังอยู่ในระดับต่ำ สอดคล้องกับผลการศึกษาของ Simpson (1922, อ้างใน อารี พันธ์มณี, 2547, น. 58) ที่พบว่า ความคิดสร้างสร้างด้านการจินตนาการจะลดลงในระดับมัธยมศึกษาตอนต้น เมื่อย่างเข้าสู่ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 และลดลงเรื่อย ๆ จนถึงชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

1.3 การจัดการเรียนการสอนที่เกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ทางเรขาคณิตของครู

ครูมีประสบการณ์น้อยในการออกแบบกิจกรรมการเรียนการสอนที่เสริมสร้างการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ ส่งผลให้หลักสูตรเรขาคณิตสำหรับนักเรียนห้องเรียนพิเศษวิทยาศาสตร์ไม่ได้มุ่งเน้นทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์รวมทั้งการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ ทำให้นักเรียนขาดประสบการณ์ในการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ ทั้งนี้อาจเนื่องมาจากหลักสูตรเรขาคณิตสำหรับนักเรียนห้องเรียนพิเศษวิทยาศาสตร์ไม่ได้ถูกออกแบบในการเสริมสร้างความสามารถในการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์โดยตรง สอดคล้องกับสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2555b, น. 129) ที่พบว่า ครูส่วนใหญ่ขาดความรู้ความเข้าใจในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่ส่งเสริมการคิด โดยมุ่งเน้นที่เนื้อหา และทักษะการคิดคำนวณ บอกวิธีทำและให้นักเรียนแก้ปัญหาตามตัวอย่างที่กำหนด ส่งผลให้นักเรียนมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและขาดทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์

ระยะที่ 2 การพัฒนากิจกรรมการเรียนการสอนที่เสริมสร้างความสามารถในการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์สำหรับนักเรียน และหาคุณภาพของเครื่องมือ

การพัฒนากิจกรรมการเรียนการสอนที่เสริมสร้างความสามารถในการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์สำหรับนักเรียน และหาคุณภาพของเครื่องมือ พบว่า กิจกรรมการเรียนการสอนเรขาคณิตที่เสริมสร้างความสามารถในการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนห้องเรียนพิเศษวิทยาศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตอนต้น มีประสิทธิภาพเท่ากับ 68.62/67.34 ซึ่งเป็นไปตามเกณฑ์ 60/60 แสดงว่า กิจกรรมการเรียนการสอน เรขาคณิตที่เสริมสร้างความสามารถในการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนห้องเรียนพิเศษวิทยาศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตอนต้นมีประสิทธิภาพตามเกณฑ์ 60/60 ทั้งนี้อาจเนื่องมาจากกิจกรรมการเรียนการสอนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น เพื่อพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ ได้สร้างขึ้นตามแนวคิดกระบวนการแก้ปัญหาของ โพลยา วิลสัน และคณะ ซึ่งมีจุดเน้นสำคัญอยู่ที่ความเป็นพลวัตและมีลำดับขั้นตอนไม่ตายตัวสามารถพิจารณากลับไปยังขั้นตอนก่อนหน้าได้ และกระบวนการตั้งปัญหาของบราวน์และวอลเทอร์ ซึ่งมีจุดเน้นสำคัญอยู่ที่กระบวนการสร้างสถานการณ์ใหม่ที่เป็นลำดับขั้นสามารถนำไปใช้ตั้งปัญหา ได้ทั้งปัญหาที่เกิดจากการขยายปัญหาเดิมที่เคยแก้มาแล้ว/ปัญหาที่สร้างสรรค์ขึ้นมาใหม่ ซึ่งกระบวนการแก้ปัญหาและการตั้งปัญหาดังกล่าวเป็นกระบวนการที่สัมพันธ์เชื่อมโยงกัน สอดคล้องกับผลการวิจัยของ วรรณพร เลิศอาวาส (2554, น. 102-104) ที่พบว่า เมื่อนักเรียนมีประสบการณ์ในการแก้ปัญหาและการตั้งปัญหามากขึ้น นักเรียนจะมีพัฒนาการด้านความคิดคล่องและความคิดยืดหยุ่นซึ่งเป็นองค์ประกอบพื้นฐานสำคัญของความคิดริเริ่มสร้างสรรค์สูงขึ้น และการศึกษาของ ซิงเกอร์และวอลกา (Singer & Voica, 2015, pp. 166-168) ยังช่วยสนับสนุนว่า การแก้ปัญหาและการตั้งปัญหาเป็นกระบวนการที่มีความสัมพันธ์กัน โดยการตั้งปัญหา/การขยายหรือปรับเปลี่ยนสถานการณ์ปัญหาจะช่วยพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ได้

ตลอดจนได้มีการศึกษาสภาพการเรียนการสอนเรขาคณิตที่เกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ของครูและนักเรียนในระยะที่ 1 เพื่อใช้เป็นกรอบแนวคิดในการศึกษาพฤติกรรมการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ และเป็นแนวทางในการสร้างเกณฑ์การให้คะแนนแบบวิเคราะห์รายด้าน ซึ่งช่วยให้กิจกรรมการเรียนการสอนที่พัฒนาขึ้นสามารถเสริมสร้างความสามารถและพฤติกรรมการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ได้

นอกจากนี้ในระหว่างการปฏิบัติกิจกรรมแก้ปัญหาและตั้งปัญหา นักเรียนได้มีส่วนร่วมในการเรียนรู้แบบร่วมมือ (Cooperative learning) และการนำเสนอผลการแก้ปัญหาและตั้งปัญหา

ร่วมกัน ซึ่งสอดคล้องกับผลการวิจัยของ ฮุตแมนและโรตัน (อารี พันธ์มณี, 2547, น. 132-133 อ้างอิงจาก Houtman & Rowton, 1976) ที่พบว่า นักเรียนที่ครูอนุญาตให้อภิปรายแนวคิดในการแก้ปัญหาร่วมกันจะมีความคิดสร้างสรรค์สูงกว่านักเรียนที่ไม่ได้รับอนุญาตให้อภิปรายแนวคิดดังกล่าว

ระยะที่ 3 การศึกษาความสามารถและพฤติกรรมในการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน

ในการศึกษาความสามารถและพฤติกรรมในการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนห้องเรียนพิเศษวิทยาศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตอนต้นที่เรียนด้วยกิจกรรมการเรียนการสอนเรขาคณิตที่เสริมสร้างความสามารถในการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ทาง แบ่งออกเป็น 2 ตอน ได้แก่ ตอนที่ 1 ความสามารถในการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ และตอนที่ 2 พฤติกรรมในการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ ดังนี้

ตอนที่ 1 ความสามารถในการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์

นักเรียนห้องเรียนพิเศษวิทยาศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตอนต้นที่เรียนด้วยกิจกรรมการเรียนการสอนที่เสริมสร้างความสามารถในการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ผ่านการแก้ปัญหาและการตั้งปัญหาทางเรขาคณิต มีความสามารถในการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 60 ของคะแนนเต็มมีจำนวนมากกว่าร้อยละ 60 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด ที่ระดับนัยสำคัญ .01 ซึ่งสอดคล้องกับผลการวิจัยของ อาพันธ์ชนิต เจนจิต (2546, น. 49) ที่พบว่า นักเรียนที่มีความสามารถพิเศษทางคณิตศาสตร์ที่เรียนด้วยกิจกรรมการเรียนการสอนโดยใช้การแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ สามารถสอบผ่านเกณฑ์ 75 มากกว่าร้อยละ 75 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด ที่ระดับนัยสำคัญ .01 ทั้งนี้อาจเนื่องมาจากกิจกรรมการเรียนการสอนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น ได้สร้างตามคิดกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยา วิลสันและคณะ และกระบวนการตั้งปัญหาของบราวน์และวอลเทอร์ ซึ่งเป็นกิจกรรมการเรียนการสอนที่นักเรียนได้เรียนรู้กระบวนการแก้ปัญหาและการตั้งปัญหา ตลอดจนได้ฝึกฝนประสบการณ์ในการแก้ปัญหาที่ไม่คุ้นเคย (non-routine problem) ซึ่งแต่ละปัญหามียุทธวิธี/ผลเฉลยมากกว่าหนึ่งผลเฉลย ในระหว่างการปฏิบัติกิจกรรมแก้ปัญหาและ ตั้งปัญหา นักเรียนได้มีส่วนร่วมในการเรียนรู้แบบร่วมมือ (Cooperative learning) การนำเสนอผลการแก้ปัญหาและตั้งปัญหา และการอภิปรายผลหน้าชั้นเรียน

ตอนที่ 2 พฤติกรรมในการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์

จากการวิเคราะห์งานเขียนของนักเรียนในกิจกรรมการเรียนการสอน ผลการสังเกตของผู้วิจัยและผู้ช่วยวิจัย และผลการสัมภาษณ์เกี่ยวกับกระบวนการแก้ปัญหาและตั้งปัญหา พบว่า เมื่อนักเรียนมีประสบการณ์ในการแก้ปัญหาและตั้งปัญหามากขึ้น นักเรียนสามารถพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ ด้านความคิดคล่อง ด้านความคิดยืดหยุ่น ด้านความคิดริเริ่ม และด้านความคิดละเอียดลออ มีรายละเอียดดังนี้

2.1 **พฤติกรรมด้านความคิดคล่อง**

ในการศึกษาพฤติกรรมด้านความคิดคล่องของนักเรียนห้องเรียนพิเศษวิทยาศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตอนต้น ผู้วิจัยพิจารณาความสามารถของนักเรียนในการคิดหาผลเฉลยได้จำนวนมากในเวลาที่กำหนด และการคิดหาผลเฉลยได้หลายรูปแบบที่แตกต่างกัน ขณะนักเรียนลงมือแก้ปัญหาทางเรขาคณิต ซึ่งผลการวิจัยพบว่า พฤติกรรมที่นักเรียนแสดงออกมี 2 ด้าน ได้แก่ ด้านการคิดหาผลเฉลยได้จำนวนมากในเวลาที่กำหนด และด้านการคิดหาผลเฉลยได้หลายรูปแบบที่แตกต่างกัน

2.1.1 **ด้านการคิดหาผลเฉลยได้จำนวนมากในเวลาที่กำหนด**

ในการศึกษาพฤติกรรมการคิดหาผลเฉลยได้จำนวนมากในเวลาที่กำหนดขณะนักเรียนลงมือแก้ปัญหาทางเรขาคณิต ซึ่งเป็นสถานการณ์ปัญหาที่ไม่คุ้นเคยและมีผลเฉลยมากกว่าหนึ่งผลเฉลย จากการวิเคราะห์ผลงานเขียนของนักเรียน ผลการสังเกตพฤติกรรมของนักเรียนเป้าหมายของผู้วิจัยและผู้ช่วยวิจัย และผลการสัมภาษณ์ระหว่างผู้วิจัยและนักเรียนเป้าหมายเกี่ยวกับกระบวนการแก้ปัญหา พบว่า นักเรียนมีพฤติกรรมด้านการคิดหาผลเฉลยได้จำนวนมากในเวลาที่กำหนดอยู่ 2 ลักษณะ ได้แก่ นักเรียนคิดหาผลเฉลยได้จำนวนมากขึ้นในเวลาที่กำหนด และนักเรียนคิดหาผลเฉลยแต่ละผลเฉลยได้เร็วขึ้น มีรายละเอียดดังนี้

(1) **นักเรียนคิดหาผลเฉลยได้จำนวนมากขึ้นในเวลาที่กำหนด**

ผลการวิเคราะห์งานเขียนของนักเรียนในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ผลการสังเกตของผู้วิจัยและผู้ช่วยวิจัย และผลการสัมภาษณ์ของผู้วิจัยเกี่ยวกับการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนในด้านการคิดหาผลเฉลยได้จำนวนมากขึ้นในเวลาที่กำหนด พบว่า เมื่อนักเรียนได้ลงมือแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์มากขึ้น ทำให้นักเรียนมีประสบการณ์ สามารถคัดเลือกประเด็นสำคัญและเลือกใช้ยุทธวิธีที่เหมาะสมในการแก้ปัญหา ดังนั้นนักเรียนส่วนใหญ่จึงคิดหาผลเฉลยได้มากขึ้น ซึ่งสอดคล้องกับ วรรณพร เลิศอาวาส (2554, น. 102) ที่พบว่า เมื่อนักเรียนมีประสบการณ์ในการแก้ปัญหามากขึ้น นักเรียนสามารถคิดหาผลเฉลยได้จำนวนมากขึ้นในเวลาที่กำหนด

(2) นักเรียนคิดหาผลเฉลยแต่ละผลเฉลยได้เร็วขึ้น

ผลการวิเคราะห์งานเขียนของนักเรียนในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ผลการสังเกตของผู้วิจัยและผู้ช่วยวิจัย และผลการสัมภาษณ์ของผู้วิจัยเกี่ยวกับการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนในด้านคิดหาผลเฉลยแต่ละผลเฉลยได้เร็วขึ้น พบว่า เมื่อนักเรียนมีประสบการณ์ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์มากขึ้น ทำให้นักเรียนสามารถเลือกใช้ยุทธวิธีที่หลากหลายและเหมาะสมกับการแก้ปัญหา จากในช่วงแรกของกิจกรรมการเรียนการสอนที่ใช้ยุทธวิธีเดาและตรวจสอบนักเรียนได้ปรับเปลี่ยนให้เหมาะสมกับสถานการณ์ปัญหาในช่วงที่ 2 และช่วงที่ 3 คือการใช้ยุทธวิธีการเขียนภาพ และการสร้างตาราง ส่งผลให้นักเรียนส่วนใหญ่ใช้เวลาในการคิดหาผลเฉลยแต่ละผลเฉลยเร็วขึ้น ซึ่งสอดคล้องกับ ณัฏฐพงษ์ เจริญทิพย์ (2542, น. 147) ที่กล่าวว่า ความไวต่อปัญหาเป็นพฤติกรรมที่แสดงถึงการเกิดขึ้นอย่างฉับพลัน เนื่องจากการได้รับรู้หรือการได้ประสบกับเหตุการณ์ในด้านต่าง ๆ

2.1.2 ด้านการคิดหาผลเฉลยได้หลายรูปแบบที่แตกต่างกัน

ในการศึกษาการคิดหาผลเฉลยได้หลายรูปแบบที่แตกต่างกันของนักเรียน ผู้วิจัยพิจารณาจำนวนรูปแบบของผลเฉลยที่นักเรียนหาได้ ลักษณะของผลเฉลยในแต่ละรูปแบบ และขั้นตอนในการคิดหาผลเฉลย ซึ่งปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ใช้ในกิจกรรมการเรียนรู้นี้แต่ละปัญหามีรูปแบบของผลเฉลยมากกว่าหนึ่งรูปแบบ (มีอย่างน้อยสามรูปแบบ) จากการวิเคราะห์ผลงานเขียนของนักเรียนในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และผลการสังเกตพฤติกรรมการแก้ปัญหาของผู้วิจัยและผู้ช่วยวิจัย พบว่า นักเรียนคิดหาผลเฉลยที่มีรูปแบบแตกต่างกันได้จำนวนมากขึ้น และนักเรียนมีขั้นตอนในการคิดหาผลเฉลยที่กระชับขึ้น มีรายละเอียดดังนี้

(1) นักเรียนคิดหาผลเฉลยที่มีรูปแบบแตกต่างกันได้จำนวนมากขึ้น

ผลการวิเคราะห์งานเขียนของนักเรียนในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ผลการสังเกตของผู้วิจัยและผู้ช่วยวิจัย และผลการสัมภาษณ์ของผู้วิจัยเกี่ยวกับการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนในด้านคิดหาผลเฉลยที่มีรูปแบบแตกต่างกันได้จำนวนมากขึ้น พบว่า ในช่วงแรกของกิจกรรมการเรียนรู้ นักเรียนส่วนใหญ่คิดหาผลเฉลยที่มีรูปแบบแตกต่างกันได้เพียงบางส่วน เมื่อนักเรียนมีประสบการณ์ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์มากขึ้น ทำให้นักเรียนสามารถเลือกใช้ยุทธวิธีที่หลากหลายและเหมาะสมกับการแก้ปัญหา ตลอดจนการได้แลกเปลี่ยนกระบวนการแก้ปัญหากับเพื่อนในกลุ่ม/หน้าชั้นเรียน ซึ่งนักเรียนได้เรียนรู้การแจงกรณีที่เป็นไปได้ของรูปแบบผลเฉลยทั้งหมด ส่งผลให้นักเรียนคิดหารูปแบบของผลเฉลยมากขึ้น ซึ่งพฤติกรรมดังกล่าว ณัฏฐพงษ์ เจริญทิพย์ (2542, น. 147) เรียกว่า ความคิดแหวกแนว เป็นพฤติกรรมในการ

คิดหาผลเฉลยของนักเรียนบางคนนักเรียนบางคนที่แตกต่างจากนักเรียนคนอื่น และเป็นผลเฉลยหรือรูปแบบผลเฉลยที่มีความแปลกใหม่ ไม่เหมือนใคร

(2) นักเรียนมีขั้นตอนในการคิดหาผลเฉลยที่กระชับขึ้น

ผลการวิเคราะห์งานเขียนของนักเรียนในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ผลการสังเกตของผู้วิจัยและผู้ช่วยวิจัย และผลการสัมภาษณ์ของผู้วิจัยเกี่ยวกับการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนในด้านการมีขั้นตอนในการคิดหาผลเฉลยที่กระชับขึ้น พบว่า ในช่วงแรกของกิจกรรมการเรียนรู้นักเรียนส่วนใหญ่ใช้เวลามากในการคิดหาผล เนื่องจากนักเรียนใช้ยุทธวิธีการเดาและตรวจสอบ รวมทั้งคิดหาผลเฉลยทั้งหมดในกระดาษทด แล้วตอบในกระดาษคำตอบ ทำให้เมื่อใกล้เวลาที่กำหนดนักเรียนต้องรีบเขียนผลเฉลยในกระดาษคำตอบ ซึ่งบางครั้งทำให้เขียนผลเฉลยได้ไม่ครบ เมื่อนักเรียนมีประสบการณ์ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์มากขึ้น ทำให้นักเรียนสามารถเลือกใช้ยุทธวิธีที่หลากหลายและเหมาะสมกับการแก้ปัญหา ส่งผลให้นักเรียนส่วนใหญ่และนักเรียนเป้าหมายจึงใช้เวลาน้อยลงกว่าช่วงแรกในการคิดหาผลเฉลย ซึ่งนักเรียนคิดไปเขียนไป และรู้จักปรับเปลี่ยนในการแก้ปัญหา เช่น ยุทธวิธีการสร้างตาราง การแจงกรณีที่เป็นไปได้ เป็นต้น ซึ่งช่วยให้นักเรียนเห็นความสัมพันธ์หรือแบบรูป (pattern) ของผลเฉลย ทำให้คิดหาผลเฉลยได้รวดเร็ว เป็นขั้นตอน และกระชับมากขึ้น สอดคล้องกับ ธีรเชษฐ์ เรืองสุขอนันต์ (2554, น. 107) เมื่อนักเรียนได้ลงมือแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ทำให้นักเรียนมีประสบการณ์ในการกำหนดและพิจารณาปัญหา ทบทวนประเด็นและคัดเลือกปัญหา นักเรียนจึงใช้เวลาน้อยลงในการคิดหาผลเฉลยและปรับขั้นตอนในการคิกหาผลเฉลยให้กระชับขึ้น

2.2 พฤติกรรมด้านความคิดยืดหยุ่น

ในการศึกษาความคิดยืดหยุ่น ผู้วิจัยพิจารณาความสามารถของนักเรียนในการคิดสร้างเกณฑ์การจัดกลุ่มของผลเฉลย และความชัดเจนของคำอธิบายเกณฑ์การจัดกลุ่มของผลเฉลยขณะลงมือแก้ปัญหาที่กำหนด ซึ่งผลการวิจัยพบว่า พฤติกรรมที่นักเรียนแสดงออกมี 2 ด้าน ได้แก่ ด้านการคิดสร้างเกณฑ์การจัดกลุ่มของผลเฉลยที่ชัดเจนขึ้น และด้านการเขียนคำอธิบายเกณฑ์การจัดกลุ่มของผลเฉลยที่ชัดเจนขึ้น

2.2.1 ด้านการคิดสร้างเกณฑ์การจัดกลุ่มของผลเฉลยที่ชัดเจนขึ้น

ผลการวิเคราะห์งานเขียนของนักเรียนในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ผลการสังเกตของผู้วิจัยและผู้ช่วยวิจัย และผลการสัมภาษณ์ของผู้วิจัยเกี่ยวกับการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนในด้านการคิดสร้างเกณฑ์การจัดกลุ่มของผลเฉลยที่ชัดเจนขึ้น พบว่า เมื่อนักเรียนมีประสบการณ์ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์มากขึ้น ทำให้นักเรียนสามารถพิจารณาและค้นหาความสัมพันธ์ของรูปแบบผลเฉลย ส่งผลให้นักเรียนส่วนใหญ่ใช้เกณฑ์ที่มีความแตกต่าง

มากกว่าในช่วงแรก ซึ่งแต่ละเกณฑ์มีสามารถจัดกลุ่มของผลเฉลยได้มากกว่า 2 กลุ่มย่อย และไม่มีความซ้ำซ้อนกัน โดยในการสร้างเกณฑ์การจัดกลุ่มดังกล่าวยังมีส่วนช่วยให้นักเรียนพยายามค้นหาผลเฉลยในแต่ละเกณฑ์มากยิ่งขึ้น สอดคล้องกับ อารี พันธ์มณี (2547, น. 40-41) ที่พบว่าความคิดยืดหยุ่นจะเป็นตัวเสริมให้ความคิดคล่องมีความแปลกแตกต่างออกไป หลีกเลี่ยงความซ้ำซ้อน หรือเพิ่มคุณภาพความคิดให้มากขึ้นด้วยการจัดเป็นหมวดหมู่และหลักเกณฑ์ยิ่งขึ้น

2.2.2 ด้านการเขียนคำอธิบายเกณฑ์การจัดกลุ่มของผลเฉลยที่ชัดเจนขึ้น

ผลการวิเคราะห์งานเขียนของนักเรียนในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ผลการสังเกตของผู้วิจัยและผู้ช่วยวิจัย และผลการสัมภาษณ์ของผู้วิจัยเกี่ยวกับการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนในด้านการเขียนคำอธิบายเกณฑ์การจัดกลุ่มของผลเฉลยที่ชัดเจนขึ้น พบว่า ในช่วงแรกของกิจกรรมการเรียนรู้ นักเรียนสามารถสร้างเกณฑ์การจัดกลุ่มของผลเฉลยได้ แต่เกณฑ์การจัดของผลเฉลยส่วนใหญ่ใช้คำอธิบายที่สั้น เป็นเพียงวลีหรือประโยคสั้น ๆ แสดงรายละเอียดเป็นรายข้อเพียง 1 – 2 ข้อ โดยแต่ละข้อขาดการอธิบายที่ชัดเจน เมื่อนักเรียนมีประสบการณ์ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์มากขึ้น ทำให้นักเรียนสามารถเขียนคำอธิบายเกณฑ์การจัดกลุ่มของผลเฉลยได้กระชับและชัดเจนขึ้น ไม่มีเกณฑ์การจัดกลุ่มของผลเฉลยใดที่ทำให้เกิดผลเฉลยซ้ำซ้อน สอดคล้องกับธีรเชษฐ์ เรืองสุขอนันต์ (2554, น. 109) เมื่อนักเรียนได้ลงมือแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ทำให้นักเรียนมีประสบการณ์ในการกำหนดและพิจารณาปัญหา ทบทวนประเด็นและคัดเลือกปัญหา นักเรียนสามารถใช้เกณฑ์การจัดกลุ่มของผลเฉลยที่หลากหลายและกระชับมากขึ้น และอธิบายความหมายของประโยคเหล่านั้นได้ชัดเจนมากขึ้นเช่นกัน

2.3 พฤติกรรมด้านความคิดริเริ่ม

ในการศึกษาความคิดริเริ่มผู้วิจัยพิจารณาความสามารถของนักเรียนในการสร้างสถานการณ์ให้มีผลเฉลยแปลกใหม่ แตกต่างกันและมีหลากหลายรูปแบบขณะลงมือตั้งปัญหา ซึ่งผลการวิจัยพบว่า พฤติกรรมที่นักเรียนแสดงออกมี 2 ด้าน ได้แก่ ด้านการสร้างสถานการณ์ปัญหาที่มีผลเฉลยแปลกใหม่แตกต่างจากผลเฉลยเดิม และด้านการสร้างสถานการณ์ปัญหาที่มีรูปแบบผลเฉลยแปลกใหม่แตกต่างจากรูปแบบเดิม

2.3.1 **ด้านการสร้างสถานการณ์ปัญหาที่มีผลเฉลยแปลกใหม่แตกต่างจากผลเฉลยเดิม**

ผลการวิเคราะห์งานเขียนของนักเรียนในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ผลการสังเกตของผู้วิจัยและผู้ช่วยวิจัย และผลการสัมภาษณ์ของผู้วิจัยเกี่ยวกับการตั้งปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนในด้านการสร้างสถานการณ์ปัญหาที่มีผลเฉลยแปลกใหม่แตกต่างจากผลเฉลยเดิม พบว่า ในช่วงแรกของกิจกรรมการเรียนรู้นักเรียนส่วนใหญ่ สามารถสร้างสถานการณ์ปัญหาที่มีผลเฉลยแปลกใหม่แตกต่างจากผลเฉลยเดิม ซึ่งสถานการณ์ดังกล่าวมีโครงสร้างประกอบด้วย เงื่อนไข 1 เงื่อนไข และขั้นตอนในการแก้ปัญหามากกว่า 1 ขั้นตอน เมื่อนักเรียนมีประสบการณ์ในการคัดเลือกประเด็นปัญหา พิจารณาลักษณะ/เงื่อนไขปัญหา และเปลี่ยนแปลงเงื่อนไขของปัญหา ส่งผลให้นักเรียนสร้างสถานการณ์ปัญหาที่มีผลเฉลยแปลกใหม่แตกต่างจากผลเฉลยเดิมได้ ซึ่งสถานการณ์ดังกล่าวมีโครงสร้าง ประกอบด้วย เงื่อนไขมากกว่า 1 เงื่อนไข และขั้นตอนในการแก้ปัญหามากกว่า 1 ขั้นตอน ซึ่งสอดคล้องกับ วรรณพร เลิศอาวาส (2554, น. 103) ที่พบว่า เมื่อนักเรียนมีประสบการณ์ในการตั้งปัญหามากขึ้น นักเรียนสามารถตั้งสถานการณ์ที่สอดคล้องกับสถานการณ์หรือเงื่อนไขที่กำหนดได้หลายโครงสร้างที่แตกต่างกัน

2.3.3 **ด้านการสร้างสถานการณ์ปัญหาที่มีรูปแบบผลเฉลยแปลกใหม่แตกต่างจากรูปแบบเดิม**

ผลการวิเคราะห์งานเขียนของนักเรียนในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ผลการสังเกตของผู้วิจัยและผู้ช่วยวิจัย และผลการสัมภาษณ์ของผู้วิจัยเกี่ยวกับการตั้งปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนในด้านการสร้างสถานการณ์ปัญหาที่มีรูปแบบผลเฉลยแปลกใหม่แตกต่างจากรูปแบบเดิมพบว่า เมื่อนักเรียนมีประสบการณ์ในการคัดเลือกประเด็นปัญหา พิจารณาลักษณะ/เงื่อนไขปัญหา และเปลี่ยนแปลงเงื่อนไขของปัญหา ตลอดจนการได้แลกเปลี่ยนกระบวนการตั้งปัญหากับเพื่อนในกลุ่ม/หน้าชั้นเรียน ซึ่งนักเรียนได้เรียนรู้จากการปรับเปลี่ยนเงื่อนไขของสถานการณ์ปัญหา และการแจงกรณีที่เป็นไปได้ของรูปแบบผลเฉลยทั้งหมด ส่งผลให้นักเรียนสามารถสร้างสถานการณ์ปัญหาที่มีรูปแบบผลเฉลยแปลกใหม่แตกต่างจากรูปแบบเดิมได้ สอดคล้องกับกรมวิชาการ (2534, น. 15) และอารี พันธ์มณี (2547, น. 37) ที่พบว่า นักเรียนที่มีความคิดริเริ่ม จะมีพฤติกรรมที่ชอบการปรับปรุง เปลี่ยนแปลงสิ่งต่าง ๆ ให้งาน มีความแปลกใหม่กว่าเดิม

2.4 **พฤติกรรมด้านความคิดละเอียดลออ**

ในการศึกษาพฤติกรรมด้านความคิดละเอียดลออ ผู้วิจัยพิจารณาความคิดละเอียดลออของนักเรียนในการคิดสร้างสถานการณ์ปัญหาใหม่ที่มีรายละเอียดของปัญหา

ที่ครบถ้วนและมีความชัดเจน และเป็นสถานการณ์ปัญหาใหม่ที่มีผลเฉลยจำนวนมากที่แตกต่างกันและมีหลากหลายรูปแบบ ซึ่งผลการวิจัยพบว่า พฤติกรรมที่นักเรียนแสดงออกมี 2 ด้าน ได้แก่ ด้านการคิดสร้างสถานการณ์ปัญหาใหม่ที่มีรายละเอียดของสถานการณ์ปัญหาที่ครบถ้วนและมีความชัดเจนมากขึ้น และด้านการคิดสร้างสถานการณ์ปัญหาใหม่ที่มีผลเฉลยจำนวนมากที่แตกต่างกันและมีหลากหลายรูปแบบมากขึ้น

2.4.1 ด้านการสร้างสถานการณ์ปัญหาที่มีรายละเอียดของสถานการณ์ปัญหาที่ครบถ้วนและชัดเจนมากขึ้น

ผลการวิเคราะห์งานเขียนของนักเรียนในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ผลการสังเกตของผู้วิจัยและผู้ช่วยวิจัย และผลการสัมภาษณ์ของผู้วิจัยเกี่ยวกับการตั้งปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนในด้านการสร้างสถานการณ์ปัญหาที่มีรายละเอียดของสถานการณ์ปัญหาที่ครบถ้วนและชัดเจนมากขึ้น พบว่า ในช่วงแรกของกิจกรรมการเรียนรู้นักเรียนส่วนใหญ่สามารถสร้างสถานการณ์ปัญหาได้ แต่สถานการณ์ปัญหาที่สร้างขึ้นส่วนใหญ่เป็นเพียงคำอธิบายที่สั้น เป็นเพียงวลีหรือประโยคสั้น ๆ แสดงรายละเอียดเป็นรายข้อเพียง 1 – 2 ข้อ โดยแต่ละข้อขาดการอธิบายที่ชัดเจน ต่อมาในช่วงที่ 2 เมื่อนักเรียนมีประสบการณ์ในการคัดเลือกประเด็นปัญหา พิจารณาลักษณะ/เงื่อนไขปัญหา และเปลี่ยนแปลงเงื่อนไขของปัญหา ส่งผลให้นักเรียนสามารถสร้างสถานการณ์ปัญหาได้ และสถานการณ์ปัญหาที่สร้างมีความกระชับ ชัดเจน แสดงรายละเอียดเงื่อนไขที่สำคัญมากขึ้น

2.4.2 ด้านการคิดสร้างสถานการณ์ปัญหาใหม่ที่มีผลเฉลยจำนวนมากที่แตกต่างกันและมีหลากหลายรูปแบบมากขึ้น

ผลการวิเคราะห์งานเขียนของนักเรียนในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ผลการสังเกตของผู้วิจัยและผู้ช่วยวิจัย และผลการสัมภาษณ์ของผู้วิจัยเกี่ยวกับการตั้งปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนในด้านการคิดสร้างสถานการณ์ปัญหาใหม่ที่มีผลเฉลยจำนวนมากที่แตกต่างกันและมีหลากหลายรูปแบบมากขึ้น พบว่า เมื่อนักเรียนมีประสบการณ์ในการคัดเลือกประเด็นปัญหา พิจารณาลักษณะ/เงื่อนไขปัญหา และเปลี่ยนแปลงเงื่อนไขของปัญหา ส่งผลให้นักเรียนกลุ่มตัวอย่างสามารถสร้างสถานการณ์ปัญหาที่มีผลเฉลยจำนวนมากที่แตกต่างกันและมีหลากหลายรูปแบบมากขึ้น สอดคล้องกับผลการศึกษาของอุษณีย์ อนุรุทธ์วงศ์ (2555, น. 173) คุณลักษณะทางความคิดหรือพฤติกรรมของความคิดสร้างสรรค์ที่เกิดขึ้นนั้น ต้องมีความละเอียดลออ มีแง่มุมทางความคิดที่แตกต่างจากคนอื่น

ข้อเสนอแนะ

1. ข้อเสนอแนะสำหรับการเรียนการสอน

ในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่เสริมสร้างความสามารถในการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ ครูต้องเข้าใจบทบาทระหว่างการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน เช่น ควรส่งเสริมพฤติกรรมของนักเรียนในการแก้ปัญหาที่ท้าทาย มีหลายผลเฉลย หลายยุทธวิธี และเปิดโอกาสให้นักเรียนร่วมแสดงความคิดเห็นอย่างอิสระ ไม่ปิดกั้นการแสดงความคิดเห็นการสื่อสารของนักเรียน เป็นต้น ซึ่งเป็นการเสริมสร้างพฤติกรรมพื้นฐานของนักคิดสร้างสรรค์ นอกจากนี้ในการจัดกรรมการเรียนการสอนครูต้องสร้างข้อตกลงกับนักเรียนเกี่ยวกับการไม่วิพากษ์วิจารณ์การคิดแก้ปัญหาหรือการหาผลเฉลยอื่น ๆ ของเพื่อนในห้อง อีกทั้งยังนำแนวการจัดกิจกรรมไปใช้ในการพัฒนากิจกรรมการเรียนการสอนที่เสริมสร้างทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ในด้านอื่น ๆ ได้

2. ข้อเสนอแนะสำหรับการวิจัยครั้งต่อไป

ในการสำรวจและศึกษาสภาพการเรียนการสอนที่เกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ของครู พบว่า ครูมีความเชื่อและความเข้าใจที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับศาสตร์การสอนในเนื้อหาเพื่อพัฒนาทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน ดังนั้นในการวิจัยครั้งต่อไป นักวิจัยควรพัฒนาหลักสูตรฝึกอบรมครูเกี่ยวกับการจัดการเรียนการสอนที่เสริมสร้างทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ โดยเฉพาะอย่างยิ่งความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ ซึ่งเป็นทักษะการคิดขั้นสูง

สำหรับการศึกษาความสามารถและพฤติกรรมในการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน เป็นการศึกษาความสามารถและพฤติกรรมผ่านการแก้ปัญหาและการตั้งปัญหาทางเรขาคณิต พบว่า ในช่วงการแก้ปัญหา เพื่อพัฒนาความคิดคล่องและความคิดยืดหยุ่น นักเรียนสามารถคิดหาผลเฉลยได้จำนวนมากที่แตกต่างกันในเวลาที่กำหนด และสามารถสร้างเกณฑ์การจัดกลุ่มของผลเฉลยที่ชัดเจนขึ้น แต่ในช่วงการตั้งปัญหา เพื่อพัฒนาความคิดริเริ่มและความคิดละเอียดลออ แม้ว่านักเรียนจะสามารถค้นผลผลเฉลยที่แปลกใหม่แตกต่างจากผลเฉลยเดิมได้ แต่เมื่อพิจารณารูปแบบของผลเฉลย แต่รูปแบบของผลเฉลยไม่แตกต่างจากรูปแบบเดิม จึงส่งผลให้คะแนนความคิดริเริ่มและความคิดละเอียดลออ ต่ำกว่าคะแนนความคิดคล่องและความคิดยืดหยุ่น ดังนั้นในการวิจัยครั้งต่อไปควรพัฒนาความคิดริเริ่มและความคิดละเอียดลออ ที่มุ่งเน้นการคิดสร้างทั้งผลเฉลย และรูปแบบของผลเฉลยที่แปลกใหม่แตกต่างจากผลเฉลยเดิมให้มากขึ้น นอกจากนี้ในช่วงกระบวนการพัฒนาความคิดริเริ่มและความคิดละเอียดลออ นักเรียนต้องใช้ระยะเวลาในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนมากกว่าความคิดคล่องและความคิดยืดหยุ่นที่

เป็นความคิดพื้นฐาน ในการพัฒนาความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ โดยการขยายหรือเพิ่มช่วยเวลาในค้นหาผลเฉลย และรูปแบบของผลเฉลยที่แปลกใหม่แตกต่างจากเดิม ซึ่งคาดว่าพฤติกรรมด้านความคิดละเอียดลออที่นักเรียนแสดงออกจะชัดเจนขึ้น นอกจากนี้การความคิดริเริ่มและความคิดละเอียดลออ

บรรณานุกรม

Bonotto, C., & Santo, L. D. (2015). *On the Relationship between Problem Posing, Problem Solving, and Creativity in the Primary School. In Mathematical Problem Posing From Reasearch to Effective Practice*. New York: Spinger Science+Bussiness Media New York.

Brown, S. I., & Walter, M. I. (2005). *The Art of Problem Posing* (3th ed). Mahwah, New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates.

Charles, R., Lester, F., & O'Daffer, P. (1987). *How to Evaluate Progress in Problem Solving*. Reston, Virginia: Thenational Council of Teacher of Mathematics.

English, L. D. (1997). Promoting a problem-posing classroom. *Teaching children mathematics, 4*(3), 172-173.

Gallagher, J. J., & Gallagher, S. A. (1994). *Teaching the Gifted Child* (4th). Boston: Allyn and Bacon.

Guilford, J. P. (1967). *The Nature of Human Intelligence*. New York: McGraw-Hill.

Haylock, D. W. (1987). Mathematical creativity in schoolchildren. *The journal of creative behavior, 21*(1), 48-59.

Isrok'atun, & Tiurlina. (2014). Enhancing Students' Mathematical Creative Problem Solving Ability Through Situation-Based Learning. *Mathematical Theory and Modeling, 11*(4), 44-49.

Krulik, S., & Rudnick, J. A. (1987). *Problem Solving. A Handbook for Teachers* (2nd ed). Boston: Allyn and Bacon,Inc.

Krulik, S., & Rudnick, J. A. (1993). *Reasoning and Problem Solving : A Handbook for Elementary School Teachers*. Needham Heights, Massachusetts: Allyn and Bacon.

Krulik, S., & Rudnick, J. A. (1999). *Innovative tasks to improve critical and creative thinking skill. In Lee V. Stiff & Frances R. Curcio (Eds.) Development Mathematics Reasoning in Grade K–12 : 1999 Yearbook.* Reston, Virginia: National Council of Teachers of Mathematics.

Kwek, M. L., & Lye, W. L. (2007). Using Problem-Posing as an Assessment Too. http://hkage.org.hk/en/events/080714%20APCG/02-%20Curriculum%20%26%20Instruction/2.14%20Kwek%20%26%20Lye_Using%20Problem-Posing%20as%20an%20Assessment%20Tool.pdf

Lester, F. (1978). *Mathematical Problem Solving in the Elementary School : Some Educational and Psychological Considerations. In L. L. Hatfield; & D. A. Bradbard (Eds.), Mathematical Problem Solving : Papers from a Research Workshop*. Columbus, Ohio: ERIC / SMEAC.

Leung, S. S. (1997). On the role of creative thinking in problem posing. *ZDM, 29*(3), 81-85.

Livne, N. L., Livne, O. E., & Wight, C. A. (2008). Enhancing mathematical creativity through multiple solution to open-ended problems online. https://www.researchgate.net/publication/228862669_ENHANCING_MATHEMATICAL_CREATIVITY_THROUGH_MULTIPLE_SOLUTIONS_TO_OPEN-ENDED_PROBLEMS_ONL

Lowrie, T. (2002). Designing a Framework for Problem Posing: young children generating open-ended tasks. *Contemporary Issues in Early Childrenhood, 3*(3), 354-364.

National Council of Teacher of Mathematics. (1989). *Curriculum and Evaluation Standard for School Mathematics*. Reston, Virginia: National Council of Teacher of Mathematics.

National Council of Teacher of Mathematics. (1991). *Curriculum and Evaluation Standard for School Mathematics*. Reston, Virginia: National Council of Teacher of Mathematics.

National Council of Teacher of Mathematics. (2000). *Principles and Standards for School Mathematics*. Reston, Virginia: National Council of Teacher of Mathematics.

Polya, G. (1957). *How to Solve It*. Princeton, New Jersey: Princeton University Press.

Polya, G. (1981). *Mathematical Discovery : On Understand, Learning, and Teaching Problem Solving*. New York: John Wiley & Son.

Posamentier, A., & Krulik, S. (1998). *Problem-Solving Strategies for Efficient and Elegant*

Solutions. Thousand Oaks, California: Corwin Press.

Reys, R. E., Suydam, M. N., & Lindquist, M. M. (2004). *Helping Children Learn Mathematics* (7th Ed). New Jersey: John Wiley & Sons.

Rungfa Janjaruporn. (2005). *The Development of a Problem-Solving Instructional Program to Develop Preservice Teachers' Competence in Solving Mathematical Problems and Their Beliefs Related to Problem Solving.* Graduate School, Srinakharinwirot University, Bangkok. (Dissertation, Ed.D. (Mathematics Education)).

Silver, E. A., & Cai, J. (1996). An analysis of arithemetic problem posing by middle school student. *Jounal for Research in Mathematics Education, 27*(5), 521-539.

Silver, E. A., & Cai, J. (1997). Fostering Creativity through Instruction Rich in Mathematical Problem Solving and Problem Posing. *ZDM, 29*(3), 75-80.

Singer, M. F., & Voica, C. (2015). *Is Problem Posing a Tool for Identifying and Developing Mathematical Creativity?. In Mathematical Problem Posing From Reasearch to Effective Practice. Edited by Singer,F.S; Ellerton,N.F; & Cai,J.* New York: Spinger Science+Bussiness Media New York.

Torrance, E. P. (1962). *Guiding Creative Talent*. Englewood Cliffs, N.J.: Princeton Hall.

Treffinger, D. J., & et al. (2005a). *Creative Problem Solving : an Introduction* (4th ed). Waco, TX: Prufrock Press.

Treffinger, D. J., & et al. (2005b). Creative Problem Solving(CPS Version 6.1) A Contemporary Framwork for Managing Change. Center for Creative Learning. Inc. and Creative Problem Solving Group, Inc. https://www.cpsb.com

Treffinger, D. J., & et al. (2006). *The CPS Kit*. Waco, TX: Prufrock Press.

Warner, L. B., & et al. (2003). How does flexible mathematical thinking contribute to the growth of understanding?. In Proceeding of the 27th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education held jointly with the 25th Conference of PME-NA, V.4. pp. 371-378. HI: International Group for the Psychology of Mathematics Education.
https://www.researchgate.net/publication/267208648_How_does_flexible_mathema

tical_thinking_contribute_to_the_growth_of_understanding

Wilson, & et al. (1993). *Mathematical Problem Solving. In Research Ideas for the Classroom: High School Mathematics. Edited by Wilson, P.S.* New York: Macmillan Publish Company.

Wilson; et al. (1993). *Mathematical Problem Solving. In Research Ideas for the Classroom: High School Mathematics. Edited by Wilson, P.S.* New York: Macmillan Publish Company.

เครือวัลย์ ไวแสง. (2549). บทบาทของการสร้างปัญหาที่มีต่อกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน. บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยขอนแก่น, ขอนแก่น. (วิทยานิพนธ์ ศษ.บ.(คณิตศาสตรศึกษา)).

เอนก จันทรจรูญ. (2545). การพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ *6* โดยใช้ชุดการเรียนการสอน. บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ, กรุงเทพฯ. (ปริญญานิพนธ์ กศ.ม. (คณิตศาสตร์)).

โครงการ TIMSS 2011 THAILAND สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2556). รายงานผลการวิจัยโครงการ TIMSS 2011 วิชาคณิตศาสตร์. http://timssthailand.ipst.ac.th/

โครงการ TIMSS 2015 THAILAND สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2558). รายงานผลการวิจัยโครงการ TIMSS 2015 วิชาคณิตศาสตร์. http://timssthailand.ipst.ac.th/

โครงการสารานุกรมไทยสำหรับเยาวชน โดยพระราชประสงค์ในพระบาทสมเด็จพระเจ้าอยู่หัว. (2554). สารานุกรมไทยสำหรับเยาวชน โดยพระราชประสงค์ในพระบาทสมเด็จพระเจ้าอยู่หัว เล่ม ๓๒ (พิมพ์ครั้งที่ 5). กรุงเทพฯ.

ไพฑูรย์ สินลารัตน์ และคนอื่น ๆ. (2558). ศาสตร์การคิดรวมบทความเรื่องการคิดและการสอนคิด. กรุงเทพฯ: สำนักพิมพ์มหาวิทยาลัยธุรกิจบัณฑิตย์.

กรมวิชาการ. (2534). ความคิดสร้างสรรค์ (พิมพ์ครั้งที่ 1). กรุงเทพฯ: คุรุสภาลาดพร้าว.

ชัยยงค์ พรหมวงศ์. (2556). การทดสอบประสิทธิภาพสื่อหรือชุดการสอน. วารสารศิลปากรศึกษาศาสตร์วิจัย, *5*(1), 7-19.

ชานนท์ จันทรา. (2554). การประเมินความสามารถทางคณิตศาสตร์ของผู้เรียน ประมวลสาระชุดรายวิชา การจัดประสบการณ์การเรียนรู้คณิตศาสตร์ หน่วยที่ *9-15*. นนทบุรี: โรงพิมพ์

มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช.

ชุติมา คำธะนี. (2551). อิทธิพลของความเชื่อทางคณิตศาสตร์ของครูที่มีต่อการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ในชั้นเรียนคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษา. วารสารศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยขอนแก่น, *2*(ฉบับพิเศษ), 40-49.

ณัฏฐพงษ์ เจริญทิพย์. (2542). การพัฒนาความคิดสร้างสรรค์ทางวิทยาศาสตร์ : ทัศนะแบบองค์รวม. กรุงเทพฯ: บริษัท เซ็นเตอร์ดิสคัฟเวอรี.

ทรงชัย อักษรคิด. (2555). การแก้ปัญหาและการตั้งปัญหาทางคณิตศาสตร์. กรุงเทพฯ: มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์.

ธีรเชษฐ์ เรืองสุขอนันต์. (2554). การศึกษาพฤติกรรมด้านความคิดคล่องและความคิดยืดหยุ่น เรื่องเรขาคณิตของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ *1* ผ่านกิจกรรมการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และการระดมสมอง. บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ, กรุงเทพฯ. (ปริญญานิพนธ์ กศ.ม. (คณิตศาสตร์)).

นวลศรี ชำนาญกิจ. (2544). การพัฒนาตัวแบบเพื่อสร้างสมรรถภาพการสอนภาพลักษณ์มโนทัศน์ทางเรขาคณิตสำหรับนักศึกษาครู. บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ, กรุงเทพฯ. (ปริญญานิพนธ์ กศ.ด. (คณิตศาสตรศึกษา)).

ปรีชา เนาว์เย็นผล. (2537). “การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์”. วารสารคณิตศาสตร์, *38*(434–435), 62–74.

พงษ์เทพ บุญศรีโรจน์. (2546). สอนให้คิด (พิมพ์ครั้งที่ 3). กรุงเทพฯ: คอมม่า ดีไซน์แอนด์พริ้นจำกัด.

รุจิอาภา รุจิยาปนนท์. (2550). กิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์โดยใช้การแก้ปัญหาปลายเปิดเพื่อศึกษาความสามารถในการคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ *6*. บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ, กรุงเทพฯ. (ปริญญานิพนธ์ กศ.ม. (คณิตศาสตร์)).

วรรณพร เลิศอาวาส. (2554). การศึกษาพฤติกรรมด้านความคิดคล่องและความคิดยืดหยุ่น เรื่อง จำนวน ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ *5* ผ่านกิจกรรมการแก้ปัญหาและการตั้งปัญหาทางคณิตศาสตร์. บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ, กรุงเทพฯ. (ปริญญานิพนธ์ กศ.ม. (คณิตศาสตร์)).

วิชัย วงษ์ใหญ่. (2523). กิจกรรมสร้างสรรค์สำหรับเด็กวัยก่อนเรียน. กรุงเทพฯ: ภาควิชาหลักสูตรและการสอน คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.

ศิริพร แก้วอ่อน. (2557). การพัฒนาความสามารถและเจตคติในการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนปลายในโครงการห้องเรียนพิเศษวิทยาศาสตร์. บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ, กรุงเทพฯ. (ปริญญานิพนธ์ วท.ม. (การวิจัยพฤติกรรมศาสตร์ประยุกต์)).

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2555a). การวัดผลประเมินผลคณิตศาสตร์. กรุงเทพฯ: บริษัท วี.พริ้น (1991) จำกัด.

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2555b). ครูคณิตศาสตร์มืออาชีพ เส้นทางสู่ความสำเร็จ. กรุงเทพฯ: บริษัท 3 คิวมีเดีย จำกัด.

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2555c). ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ (พิมพ์ครั้งที่ 3). กรุงเทพฯ: บริษัท 3 คิวมีเดีย จำกัด.

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2560). สรุปข้อมูลเบื้องต้น PISA 2015. http://pisathailand.ipst.ac.th/pisa/reports/2015

สมเดช บุญประจักษ์. (2543). การพัฒนาศักยภาพทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ *1* โดยใช้การเรียนแบบร่วมมือ. บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ, กรุงเทพฯ. (ปริญญานิพนธ์ กศ.ด. (คณิตศาสตรศึกษา)).

สมพร หลิมเจริญ. (2552). การพัฒนาหลักสูตรเสริมเพื่อส่งเสริมความคิดสร้างสรรค์สำหรับนักเรียนช่วงชั้นที่ *2*. บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ, กรุงเทพมหานคร. (ปริญญานิพนธ์ กศ.ด. (การวิจัยและพัฒนาหลักสูตร)).

สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาแห่งชาติ. (2553). พระราชบัญญัติการศึกษาแห่งชาติ พ.ศ. *2542* แก้ไขเพิ่มเติม ฉบับที่ *2* พ.ศ. *2545* และฉบับที่ *3* พ.ศ. *2553*.

สำนักงานรับรองมาตรฐานและประเมินคุณภาพการศึกษา. (2557). ผลการสังเคราะห์ผลการประเมินคุณภาพภายนอกระดับการศึกษาปฐมวัยและการศึกษาขั้นพื้นฐานรอบสอง (พ.ศ. 2549 -2553). http://www.onesqa.or.th/th/contentlist-view/934/284/

สำนักวิชาการและมาตรฐานการศึกษา. (2551). ตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้แกนกลาง กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช ๒๕๕๑. กรุงเทพฯ: ชุมนุมสหกรณ์การเกษตรแห่งประเทศไทย.

สิทธิชัย ชมพูพาทย์. (2554). การพัฒนาพฤติกรรมการเรียนการสอนเพื่อแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ของครูและนักเรียนในโรงเรียนส่งเสริมนักเรียนที่มีความสามารถพิเศษทางวิทยาศาสตร์โดยใช้การวิจัยเชิงปฏิบัติการเชิงวิพากษ์. บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ,

กรุงเทพฯ. (ปริญญานิพนธ์ วท.ด. (การวิจัยพฤติกรรมศาสตร์ประยุกต์)).

สิริวรรณ จันทร์กูล. (2554). การสังเคราะห์วิทยานิพนธ์ทางการศึกษาคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์. บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, กรุงเทพฯ. (วิทยานิพนธ์ ค.ม. (การศึกษาคณิตศาสตร์)).

อัมพร ม้าคนอง. (2557). คณิตศาสตร์สำหรับครูมัธยม. กรุงเทพฯ: จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

อาพันธ์ชนิต เจนจิต. (2546). กิจกรรมการเรียนการสอนเรขาคณิตโดยใช้การแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ สำหรับนักเรียนระดับประถมศึกษาตอนปลายที่มีความสามารถพิเศษทางคณิตศาสตร์. บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ, กรุงเทพฯ. (ปริญญานิพนธ์ กศ.ด. (คณิตศาสตรศึกษา)).

อารี พันธ์มณี. (2547). ฝึกให้คิดเป็น คิดให้สร้างสรรค์ (พิมพ์ครั้งที่ 3). กรุงเทพฯ: ใยไหม.

อารีย์ คงสวัสดิ์. (2544). การศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างความเชื่อในการเรียนคณิตศาสตร์กับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3. บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ, กรุงเทพฯ. (ปริญญานิพนธ์ กศ.ม. (การวัดผลการศึกษา)).

อุษณีย์ อนุรุทธ์วงศ์. (2555). ทักษะความคิด : พัฒนาอย่างไร. กรุงเทพฯ: อินทร์ณน.

ภาคผนวก

ภาคผนวก ก

การหาคุณภาพของเครื่องมือ

การหาคุณภาพของเครื่องมือ

1. เครื่องมือสำหรับศึกษาสภาพการเรียนการสอนเรขาคณิตที่เกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ของครูและนักเรียนห้องเรียนพิเศษวิทยาศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตอนต้น

เครื่องมือสำหรับศึกษาสภาพการเรียนการสอนเรขาคณิตที่เกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ของครูและนักเรียนห้องเรียนพิเศษวิทยาศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตอนต้นในการวิจัยครั้งนี้ ประกอบด้วย (1) แบบสอบถามความเชื่อที่เกี่ยวกับการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ทางเรขาคณิตสำหรับครู (2) แบบสัมภาษณ์เกี่ยวกับสภาพการเรียนการสอนเรขาคณิตและความรู้เกี่ยวกับศาสตร์การสอนในเนื้อหาสำหรับครู (3) แบบสอบถามความเชื่อที่เกี่ยวกับการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ทางเรขาคณิตสำหรับนักเรียน (4) แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ทางเรขาคณิตสำหรับนักเรียน
โดยผู้วิจัยดำเนินการหาคุณภาพของเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย ดังนี้

1.1 วิเคราะห์ความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหา ความเหมาะสมของภาษาที่ใช้และความชัดเจนของข้อคำถาม โดยใช้ค่าดัชนีความสอดคล้อง (IOC) ของเครื่องมือวิจัยสำหรับการศึกษาสภาพการเรียนการสอนเรขาคณิต ซึ่งผู้วิจัยดำเนินการดังนี้

1. วิเคราะห์ความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหา โดยใช้ดัชนีความสอดคล้อง(IOC) ของกิจกรรมการเรียนรู้ ซึ่งผู้วิจัยดำเนินการดังนี้

คะแนน +1 สำหรับข้อสอบที่ผู้เชี่ยวชาญเห็นว่ามีความเที่ยงตรงเชิงเนื้อ

คะแนน 0 สำหรับข้อสอบที่ผู้เชี่ยวชาญไม่แน่ใจว่ามีความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหาหรือไม่

คะแนน -1 สำหรับข้อสอบที่ผู้เชี่ยวชาญเห็นว่าไม่มีความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหา

คำนวณค่า IOC ของแต่ละกิจกรรมการเรียนรู้แล้วเลือกกิจกรรมการเรียนรู้ที่มีค่า IOC (ชานนท์ จันทรา, 2554, น. 14-54 - 14-55) ตั้งแต่ .05 ขึ้นไป

โดยใช้สูตรการคำนวณ IOC คือ $\text{IOC} = \dfrac{\sum R}{N}$

เมื่อ IOC คือ ดัชนีความสอดคล้อง

$\sum R$ คือ ผลรวมของคะแนนที่ได้จากการพิจารณาของผู้เชี่ยวชาญ

N คือ จำนวนผู้เชี่ยวชาญทั้งหมด

ตาราง 22 ดัชนีความสอดคล้องของแบบสอบถามความเชื่อที่เกี่ยวกับการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ทางเรขาคณิตสำหรับครูและนักเรียน

ข้อที่	ผลการพิจารณาของผู้เชี่ยวชาญ			รวม	IOC	แปลผล
	คนที่ 1	คนที่ 2	คนที่ 3			
1	+1	+1	+1	3	1.00	ใช้ได้
2	+1	+1	+1	3	1.00	ใช้ได้
3	+1	+1	+1	3	1.00	ใช้ได้
4	+1	+1	+1	3	1.00	ใช้ได้
5	+1	+1	+1	3	1.00	ใช้ได้
6	+1	+1	+1	3	1.00	ใช้ได้
7	+1	+1	+1	3	1.00	ใช้ได้
8	+1	+1	+1	3	1.00	ใช้ได้
9	+1	+1	+1	3	1.00	ใช้ได้
10	+1	+1	+1	3	1.00	ใช้ได้
11	+1	+1	+1	3	1.00	ใช้ได้
12	+1	+1	+1	3	1.00	ใช้ได้
13	+1	+1	+1	3	1.00	ใช้ได้
14	+1	+1	+1	3	1.00	ใช้ได้
15	+1	+1	+1	3	1.00	ใช้ได้
16	+1	+1	+1	3	1.00	ใช้ได้
17	+1	+1	+1	3	1.00	ใช้ได้
18	+1	+1	+1	3	1.00	ใช้ได้
19	+1	+1	+1	3	1.00	ใช้ได้
20	+1	+1	+1	3	1.00	ใช้ได้
21	+1	+1	+1	3	1.00	ใช้ได้
22	+1	+1	+1	3	1.00	ใช้ได้
23	+1	+1	+1	3	1.00	ใช้ได้
24	+1	+1	+1	3	1.00	ใช้ได้
25	+1	+1	+1	3	1.00	ใช้ได้
26	+1	+1	+1	3	1.00	ใช้ได้
27	+1	+1	+1	3	1.00	ใช้ได้
28	+1	+1	+1	3	1.00	ใช้ได้

ตาราง 22 (ต่อ)

ข้อที่	ผลการพิจารณาของผู้เชี่ยวชาญ			รวม	IOC	แปลผล
	คนที่ 1	คนที่ 2	คนที่ 3			
29	+1	+1	+1	3	1.00	ใช้ได้
30	+1	+1	+1	3	1.00	ใช้ได้

ตาราง 23 ดัชนีความสอดคล้องของแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ในระยะที่ 1

ข้อที่	ผลการพิจารณาของผู้เชี่ยวชาญ			รวม	IOC	แปลผล
	คนที่ 1	คนที่ 2	คนที่ 3			
1	+1	+1	+1	3	1.00	ใช้ได้
2	+1	+1	+1	3	1.00	ใช้ได้

2. เครื่องมือสำหรับการพัฒนากิจกรรมการเรียนการสอนที่เสริมสร้างความสามารถในการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์สำหรับนักเรียน

เครื่องมือสำหรับการพัฒนากิจกรรมการเรียนการสอนที่เสริมสร้างความสามารถในการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์สำหรับนักเรียน ในการวิจัยครั้งนี้ ประกอบด้วย กิจกรรมการเรียนการสอน เครื่องมือวิจัย และแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ โดยผู้วิจัยดำเนินการหาคุณภาพของเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย ดังนี้

2.1 วิเคราะห์ความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหา ความเหมาะสมของภาษาที่ใช้และความชัดเจนของข้อคำถาม โดยใช้ดัชนีความสอดคล้อง (IOC) ของเครื่องมือวิจัยสำหรับกิจกรรมการเรียนการสอนและหาประสิทธิภาพของเครื่องมือที่เสริมสร้างความสามารถในการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ของนักเรียนห้องเรียนพิเศษวิทยาศาสตร์ ระดับมัธยมศึกษาตอนต้น และแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ซึ่งผู้วิจัยดำเนินการดังนี้

1. วิเคราะห์ความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหา โดยใช้ดัชนีความสอดคล้อง (IOC) ของกิจกรรมการเรียนรู้ ซึ่งผู้วิจัยดำเนินการดังนี้

คะแนน +1 สำหรับข้อสอบที่ผู้เชี่ยวชาญเห็นว่ามีความเที่ยงตรงเชิงเนื้อ

คะแนน 0 สำหรับข้อสอบที่ผู้เชี่ยวชาญไม่แน่ใจว่ามีความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหาหรือไม่

คะแนน -1 สำหรับข้อสอบที่ผู้เชี่ยวชาญเห็นว่าไม่มีความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหา คำนวณค่า IOC ของแต่ละกิจกรรมการเรียนรู้แล้วเลือกกิจกรรมการเรียนรู้ที่มีค่า IOC ตั้งแต่ .05 ขึ้นไป โดยใช้สูตรการคำนวณ IOC คือ $IOC = \frac{\sum R}{N}$

เมื่อ IOC คือ ดัชนีความสอดคล้อง

$\sum R$ คือ ผลรวมของคะแนนที่ได้จากการพิจารณาของผู้เชี่ยวชาญ

N คือ จำนวนผู้เชี่ยวชาญทั้งหมด

ตาราง 24 ดัชนีความสอดคล้องของกิจกรรมการเรียนการสอนและเครื่องมือ ในระยะที่ 2

แผนที่	ผลการพิจารณาของผู้เชี่ยวชาญ			รวม	IOC	แปลผล
	คนที่ 1	คนที่ 2	คนที่ 3			
1	+1	+1	+1	1	1.00	ใช้ได้
2	+1	+1	+1	3	1.00	ใช้ได้
3	+1	+1	+1	3	1.00	ใช้ได้
4	+1	+1	+1	3	1.00	ใช้ได้
5	+1	+1	+1	3	1.00	ใช้ได้
6	+1	+1	+1	3	1.00	ใช้ได้
7	+1	+1	+1	3	1.00	ใช้ได้
8	+1	+1	+1	3	1.00	ใช้ได้
9	+1	+1	+1	3	1.00	ใช้ได้
10	+1	+1	+1	3	1.00	ใช้ได้
11	+1	+1	+1	3	1.00	ใช้ได้
12	+1	+1	+1	3	1.00	ใช้ได้
13	+1	+1	+1	3	1.00	ใช้ได้
14	+1	+1	+1	3	1.00	ใช้ได้
15	+1	+1	+1	3	1.00	ใช้ได้
16	+1	+1	+1	3	1.00	ใช้ได้
17	+1	+1	+1	3	1.00	ใช้ได้
18	+1	+1	+1	3	1.00	ใช้ได้

ตาราง 25 ดัชนีความสอดคล้องของแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ในระยะที่ 2

ข้อที่	ผลการพิจารณาของผู้เชี่ยวชาญ			รวม	IOC	แปลผล
	คนที่ 1	คนที่ 2	คนที่ 3			
1	+1	+1	+1	3	1.00	ใช้ได้
2	+1	+1	+1	3	1.00	ใช้ได้
3	+1	+1	+1	3	1.00	ใช้ได้
4	+1	+1	+1	3	1.00	ใช้ได้

2.2 วิเคราะห์หาประสิทธิภาพของกิจกรรมการเรียนการสอนและเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น ผู้วิจัยได้ดำเนินการทดลองกับกลุ่มนำร่องสำหรับการพัฒนากิจกรรมการเรียนการสอนที่เสริมสร้างความสามารถในการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ ดังนี้

2.2.1 การหาประสิทธิภาพรายบุคคล เพื่อตรวจสอบความเป็นปรนัยและหาประสิทธิภาพของกิจกรรมการเรียนการสอนที่เสริมสร้างความสามารถในการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ ใช้นักเรียนจำนวน 3 คน ที่ได้จากการเลือกแบบเจาะจงจากนักเรียนทั้ง 3 กลุ่ม กลุ่มละ 1 คน

2.2.2 การหาประสิทธิภาพกลุ่มย่อย เพื่อตรวจสอบความเป็นปรนัยและหาประสิทธิภาพของกิจกรรมการเรียนการสอนที่เสริมสร้างความสามารถในการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ ใช้นักเรียน จำนวน 6 คน ที่ได้จากการเลือกแบบเจาะจง

2.2.3 การหาประสิทธิภาพภาคสนาม เพื่อตรวจสอบความเป็นปรนัยและหาประสิทธิภาพของกิจกรรมการเรียนการสอนที่เสริมสร้างความสามารถในการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ ใช้นักเรียน จำนวน 12 คน ที่ไม่ใช่กลุ่มหาประสิทธิภาพรายบุคคลและกลุ่มย่อย ซึ่งสูตรการคำนวณหาประสิทธิภาพ คือ

สูตรที่ 1 $$E_1 = \frac{\frac{\sum x}{N}}{A} \times 100 \text{ หรือ } \frac{\bar{x}}{A} \times 100$$

เมื่อ E_1 คือ ประสิทธิภาพของกระบวนการ

$\sum x$ คือ คะแนนรวมของแบบฝึกปฏิบัติกิจกรรมหรืองานที่ทำระหว่างเรียนทั้งที่เป็นกิจกรรมในห้องเรียน นอกห้องเรียนหรือออนไลน์

A คือ คะแนนเต็มของแบบฝึกปฏิบัติ ทุกชิ้นรวมกัน

N คือ จำนวนผู้เรียน

สูตรที่ 2 $$E_2 = \frac{\frac{\sum F}{N}}{B} \times 100 \text{ หรือ } \frac{\bar{F}}{B} \times 100$$

เมื่อ E_2 คือ ประสิทธิภาพของผลลัพธ์

$\sum F$ คือ คะแนนเต็ม

B คือ คะแนนเต็มของการประเมินสุดท้ายของแต่ละหน่วย ประกอบด้วยผลการสอบหลังเรียนและคะแนนจากการประเมินงานสุดท้าย

N คือ จำนวนผู้เรียน

(ชัยยงค์ พรหมวงศ์, 2556, น. 10)

ตาราง 26 คะแนนการหาประสิทธิภาพของกิจกรรมการเรียนการสอนที่เสริมสร้างความสามารถในการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์สำหรับนักเรียนในระยะที่ 2

การหาประสิทธิภาพ	E_1	E_2	E_1/E_2
ครั้งที่ 1	61.24	60.50	61.24/60.50
ครั้งที่ 2	64.14	63.50	64.14/63.50
ครั้งที่ 3	68.62	67.34	68.62/67.34

2.3 วิเคราะห์หาค่าความยากง่ายและค่าอำนาจจำแนกของแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์เป็นรายข้อ โดยใช้ค่าความยาก (Difficulty index: p) และค่าอำนาจจำแนก (Discrimination index: D หรือ r) ของแบบทดสอบ ซึ่งดำเนินการโดยการนำแบบทดสอบที่ได้จากการทดลองกับนักเรียนภาคสนามมาคำนวณค่าความยากและค่าอำนาจจำแนกแล้วคัดเลือกข้อสอบที่มีค่าความยากตั้งแต่ 0.20-0.80 และมีค่าอำนาจจำแนกตั้งแต่ 0.20 ขึ้นไป จำนวน 4 ข้อ โดยใช้สูตรการคำนวณคือ

ค่าความยากง่าย

$$p = \frac{S_u + S_l - (2NX_{min})}{2N(X_{max} - X_{min})}$$

เมื่อ p คือ ค่าความยากง่าย

S_U คือ ผลรวมของคะแนนนักเรียนในกลุ่มสูง

S_l คือ ผลรวมของคะแนนนักเรียนในกลุ่มต่ำ

N คือ จำนวนนักเรียนทั้งหมดในกลุ่มต่ำหรือกลุ่มสูง

X_{max} คือ คะแนนที่นักเรียนทำได้สูงสุด

X_{min} คือ คะแนนที่นักเรียนทำได้ต่ำสุด

ดัชนีอำนาจจำแนก

$$r = \frac{S_u - S_l}{N(X_{max} - X_{min})}$$

เมื่อ r คือ ค่าอำนาจจำแนก

S_U คือ ผลรวมของคะแนนนักเรียนในกลุ่มสูง

S_l คือ ผลรวมของคะแนนนักเรียนในกลุ่มต่ำ

N คือ จำนวนนักเรียนทั้งหมดในกลุ่มต่ำหรือกลุ่มสูง

X_{max} คือ คะแนนที่นักเรียนทำได้สูงสุด

X_{min} คือ คะแนนที่นักเรียนทำได้ต่ำสุด

(ชานนท์ จันทรา, 2554, น. 14-56 - 14-57)

ตาราง 27 ค่าความยากง่าย (p) และค่าอำนาจจำแนก (r) ของแบบทดสอบ

ข้อที่	p	r
1	0.58	0.48
2	0.36	0.43
3	0.50	0.45
4	0.34	0.40

2.4 วิเคราะห์หาความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์โดย การหาค่าสัมประสิทธิ์แอลฟา (α–Coefficient) ของครอนบัค ค่าความเชื่อมั่นคือ

$$\alpha = \frac{k}{k-1}\left(1-\frac{\sum_{i=1}^{k} S_i^2}{S^2}\right)$$

เมื่อ α คือ สัมประสิทธิ์ค่าความเชื่อมั่น

k คือ จำนวนข้อในแบบทดสอบ

S_i^2 คือ ความแปรปรวนของข้อมูลแต่ละข้อ

S^2 คือ ความแปรปรวนของข้อมูลทั้งหมด

(ชานนท์ จันทรา, 2554, น. 14-57)

โดยค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ คำนวณโดยวิธีหาสัมประสิทธิ์แอลฟา (α–Coefficient) ของครอนบัค (Cronbach) เท่ากับ 0.78

ภาคผนวก ข

ข้อมูลที่ได้จากการวิจัย และการทดสอบสมมติฐานของการวิจัย

ตาราง 28 คะแนนของนักเรียนกลุ่มเป้าหมายที่เรียนโดยใช้กิจกรรมการเรียนการสอนที่เสริมสร้างความสามารถในการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ของนักเรียนห้องเรียนพิเศษวิทยาศาสตร์ ระดับมัธยมศึกษาตอนต้น

คนที่	**คะแนน ใบกิจกรรมรายบุคคล (คะแนนเต็ม 60)**	**คะแนนแบบทดสอบ (คะแนนเต็ม 40)**	**คะแนนรวม (คะแนนเต็ม 100)**
1	40.55	28.50	69.05
2	49.50	30.00	79.50
3	30.24	24.50	54.74
4	52.18	32.50	84.68
5	36.25	25.50	61.75
6	40.25	26.50	66.75
7	55.25	28.00	83.25
8	48.12	26.50	74.62
9	36.25	28.00	64.25
10	35.67	28.00	63.67
11	32.52	24.00	56.52
12	35.85	26.50	62.35
13	42.50	30.50	73.00
14	41.62	29.00	70.62
15	38.45	25.50	63.95
16	42.68	29.50	72.18
17	41.55	30.50	72.05
18	40.54	31.00	71.54
19	39.82	28.50	68.32
20	43.50	30.50	74.00

การทดสอบสมมติฐานของการวิจัย

การทดสอบสมมติฐานเกี่ยวกับนักเรียนห้องเรียนพิเศษวิทยาศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตอนต้นที่เรียนด้วยกิจกรรมการเรียนการสอนที่เสริมสร้างความสามารถในการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ผ่านการแก้ปัญหาและการตั้งปัญหาทางเรขาคณิต โดยใช้สถิติทดสอบทวินาม (Binomial test) ดังนี้

จากคะแนนของนักเรียน 20 คน ให้เครื่องหมายบวกแทนคะแนนที่มากกว่า 60 และให้เครื่องหมายลบแทนคะแนนที่น้อยกว่า 60 ส่วนคะแนนที่เท่ากับ 60 ตัดทิ้ง จะได้ว่า

ให้ x แทน จำนวนเครื่องหมายบวก

n แทน จำนวนเครื่องหมายทั้งหมด

ดังนั้น $x = 18$ และ $n = 20$

1) สมมติฐานของการทดสอบ คือ

$H_0 : p \leq 0.60$

$H_1 : p > 0.60$

2) ตัวสถิติทดสอบคือ Pr ($x \geq 18$ เมื่อ $p = 0.60$)

3) ขอบเขตวิกฤติ คือ ปฏิเสธ H_0 ถ้า Pr ($x \geq 18$ เมื่อ $p = 0.60$) $< \alpha$ เมื่อ $\alpha = .01$

4) ฟังก์ชันความน่าจะเป็น (Probability function) ของตัวแปรสุ่ม x ที่มีการแจกแจงทวินาม คือ

$$f(x) = \begin{cases} \binom{20}{x}(0.6)^x(1-0.6)^{n-x} & \text{เมื่อ } x = 18, 19, 20 \\ 0 & \text{เมื่อ } x \text{ อื่น} \end{cases}$$

จะได้ Pr ($x \geq 18$ เมื่อ $p = 0.60$) = $f(18) + f(19) + f(20) = 0.0036$

เนื่องจาก $0.0036 < 0.01$ เพราะฉะนั้นจึงปฏิเสธ H_0

นั่นคือ นักเรียนห้องเรียนพิเศษวิทยาศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตอนต้นที่เรียนด้วยกิจกรรมการเรียนการสอนที่เสริมสร้างความสามารถในการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ผ่านการแก้ปัญหาและการตั้งปัญหาทางเรขาคณิต มีความสามารถในการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 60 ของคะแนนเต็มมีจำนวนมากกว่าร้อยละ 60 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด ที่ระดับนัยสำคัญ .01

ภาคผนวก ค

ตัวอย่างแผนการจัดการเรียนรู้

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1 รายกลุ่ม (โครงสร้างที่ 1)

กิจกรรมการเรียนรู้ : **การแก้ปัญหาทางเรขาคณิต** **ชั้นมัธยมศึกษาปีที่** 3

เรื่อง การหาพื้นที่ของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากบนกระดาษจุด **เวลา 90 นาที**

กิจกรรมการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง "การหาพื้นที่ของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากบนกระดาษจุด" เป็นกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่มีจุดประสงค์การเรียนรู้หลัก ***เพื่อเสริมสร้างความคิดคล่องและความคิดยืดหยุ่น ผ่านการแก้ปัญหาทางเรขาคณิต*** ซึ่งจะทำให้นักเรียนตระหนักและเข้าใจถึงความสำคัญของกระบวนการแก้ปัญหาตามแนวคิดของโพลยา (Polya) และขั้นตอน/วิธีการแก้ปัญหาตามแนวคิดของวิลสันและคณะ(Wilson; et al.) ตลอดจนมีประสบการณ์ในการแก้ปัญหาที่ไม่คุ้นเคย (non-routine problem) ซึ่งเป็นปัญหาที่สามารถหาผลเฉลยได้มากกว่าหนึ่งผลเฉลยและใช้ความรู้ทางเรขาคณิตในการแก้ปัญหา

ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ใช้ในคาบเรียนนี้ คือ ปัญหา "การหาพื้นที่ของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากบนกระดาษจุด" ซึ่งเป็นปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ต้องการให้นักเรียนสร้างรูปสามเหลี่ยมมุมฉากลงในกระดาษจุดให้มีพื้นที่แตกต่างกันมากที่สุด (สิ่งที่ต้องการหา) โดยกำหนดขนาดของกระดาษจุดแต่ละรูปและเงื่อนไขในการสร้างมาให้ (สิ่งที่กำหนดมาให้) ซึ่งนักเรียนจะต้องสร้างรูปสามเหลี่ยมมุมฉากลงในกระดาษจุดให้มีพื้นที่แตกต่างกันมากที่สุด แล้วสร้างเกณฑ์ในการจัดกลุ่มของผลเฉลยให้สมเหตุสมผลและสอดคล้องกับเงื่อนไข

1. จุดประสงค์การเรียนรู้

1.1 **ด้านความรู้ทางคณิตศาสตร์** : เพื่อให้นักเรียน

1.1.1 อธิบายความหมายของปัญหาทางคณิตศาสตร์และการแก้ปัญหาได้

1.1.2 อธิบายกระบวนการแก้ปัญหาตามแนวคิดของโพลยาและขั้นตอน/วิธีการแก้ปัญหาตามแนวคิดของวิลสันและคณะ

1.1.3 อธิบายหลักการ แนวคิดในการสร้างรูปสามเหลี่ยมมุมฉากบนกระดาษจุดขนาด 7 x 7 ตารางหน่วย และหาพื้นที่ของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากเหล่านั้นได้

1.1.4 อธิบายสมบัติ/ทฤษฎีบทที่เกี่ยวข้องกับรูปสามเหลี่ยมมุมฉากที่นำไปใช้ในการแก้ปัญหาได้

1.2 ด้านทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ : เพื่อให้นักเรียน

1.2.1 มีความคิดคล่องในการหาผลเฉลยจำนวนมากที่แตกต่างกัน ภายในเวลาที่กำหนด

1.2.2 มีความคิดยืดหยุ่นในการจัดหมวดหมู่ของผลเฉลย พร้อมเขียนคำอธิบายเกณฑ์การจัดหมวดหมู่ของผลเฉลย

1.2.3 สื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และนำเสนอผลเฉลยและเกณฑ์การจัดหมวดหมู่ของผลเฉลยได้

1.3 ด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์ : เพื่อให้นักเรียน

1.3.1 มีส่วนร่วมและความรับผิดชอบในการแก้ปัญหาทางเรขาคณิตเป็นรายกลุ่ม

1.3.2 มีส่วนร่วมและความรับผิดชอบในการอภิปรายผลการแก้ปัญหาทางเรขาคณิตในชั้นเรียน

2. สาระการเรียนรู้

2.1 แนวคิดเกี่ยวกับปัญหาทางคณิตศาสตร์ การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ กระบวนการแก้ปัญหา และยุทธวิธีในการแก้ปัญหา

ปัญหาทางคณิตศาสตร์ หมายถึง สถานการณ์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เรขาคณิต ซึ่งนักเรียนเผชิญอยู่และต้องการค้นหาผลเฉลย โดยที่ยังไม่รู้วิธีการหรือขั้นตอนที่จะได้ผลเฉลยของสถานการณ์นั้นในทันที

การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ หมายถึง กระบวนการในการประยุกต์ความรู้ทางคณิตศาสตร์ กระบวนการแก้ปัญหา ยุทธวิธีในการแก้ปัญหาและประสบการณ์ที่มีอยู่ เพื่อใช้ในการค้นหาผลเฉลยของปัญหาทางคณิตศาสตร์

กระบวนการแก้ปัญหา หมายถึง ขั้นตอน/วิธีการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ตามแนวคิดของโพลยา และขั้นตอน/วิธีการแก้ปัญหาที่เป็นพลวัตตามแนวคิดของวิลสันและคณะ ซึ่งประกอบด้วย 4 ขั้นตอน ได้แก่ การทำความเข้าใจปัญหา การวางแผนแก้ปัญหา การดำเนินการตามแผน และการตรวจสอบผล

ขั้นที่ 1 ทำความเข้าใจปัญหา ขั้นตอนนี้เป็นขั้นเริ่มต้นของการแก้ปัญหาที่ต้องการให้นักเรียนคิดเกี่ยวกับปัญหา และตัดสินว่าอะไรคือสิ่งที่ต้องการค้นหา นักเรียนต้องทำความเข้าใจปัญหาและระบุส่วนสำคัญของปัญหา ซึ่งได้แก่ ตัวไม่รู้ค่า ข้อมูลและเงื่อนไข ในการทำความเข้าใจปัญหานักเรียนต้องพิจารณาส่วนสำคัญของปัญหาอย่างถี่ถ้วน พิจารณาซ้ำไปซ้ำมา พิจารณา

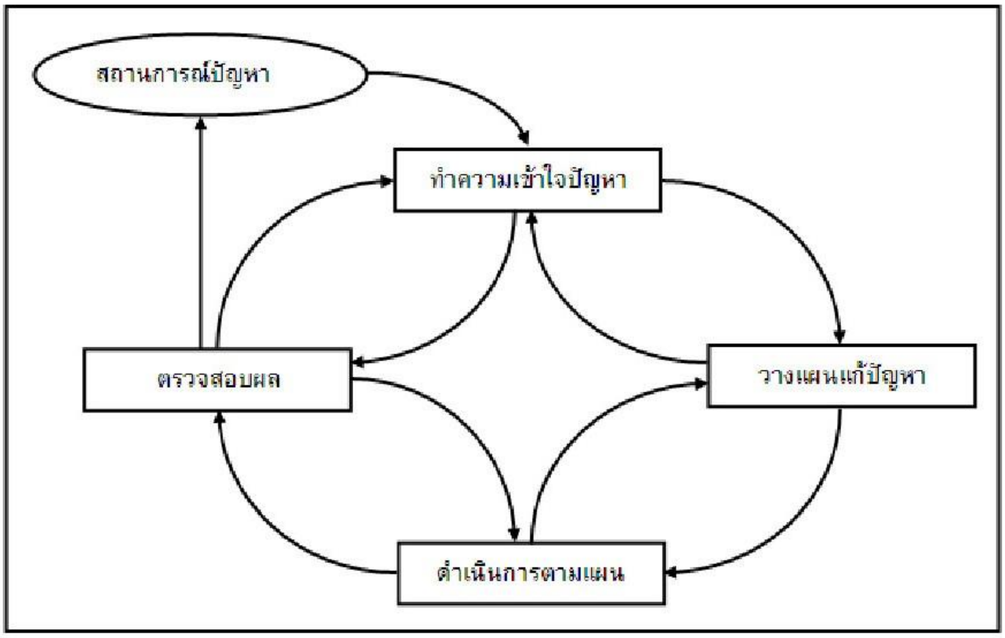
หลากหลายมุมมอง หรืออาจใช้วิธีต่าง ๆ ช่วยในการทำความเข้าใจปัญหา เช่น การเขียนภาพ การเขียนแผนภูมิ หรือการเขียนสาระของปัญหาด้วยถ้อยคำของตนเอง

ขั้นที่ 2 วางแผนแก้ปัญหา ขั้นตอนนี้ต้องการให้นักเรียนค้นหาความเชื่อมโยงหรือความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลและตัวไม่รู้ค่า แล้วนำความสัมพันธ์นั้นมาผสมผสานกับประสบการณ์ในการแก้ปัญหา เพื่อกำหนดแนวทางหรือแผนในการแก้ปัญหา และเลือกยุทธวิธีในการแก้ปัญหา

ขั้นที่ 3 ดำเนินการตามแผน ขั้นตอนนี้ต้องการให้นักเรียนลงมือปฏิบัติตามแนวทางหรือแผนที่วางไว้ โดยเริ่มจากการตรวจสอบความเป็นไปได้ของแผน เพิ่มเติมรายละเอียดต่าง ๆ ของแผนให้ชัดเจน แล้วลงมือปฏิบัติจนกระทั่งสามารถหาคำตอบได้ ถ้าแผนหรือยุทธวิธีในการแก้ปัญหาที่เลือกไว้ไม่สามารถแก้ปัญหาได้ นักเรียนต้องค้นหาแผนหรือยุทธวิธีในการแก้ปัญหาใหม่

ขั้นที่ 4 ตรวจสอบผล ขั้นตอนนี้ต้องการให้นักเรียนมองย้อนกลับไปยังคำตอบที่ได้มาโดยเริ่มจากการตรวจสอบความถูกต้อง ความสมเหตุสมผลและยุทธวิธีในการแก้ปัญหาที่ใช้ แล้วพิจารณาว่ามีคำตอบหรือมียุทธวิธีในการแก้ปัญหาอย่างอื่นอีกหรือไม่

สำหรับกระบวนการแก้ปัญหาที่เป็นพลวัตตามแนวคิดของวิลสันและคณะ เป็นกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่สนับสนุนกระบวนการแก้ปัญหาตามแนวคิดของโพลยาในรูปแบบที่แสดงความเป็นพลวัต ดังภาพประกอบ



ภาพประกอบ 1 กระบวนการแก้ปัญหาที่เป็นพลวัตตามแนวคิดของวิลสันและคณะ

ยุทธวิธีในการแก้ปัญหา

ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ นอกจากความรู้เกี่ยวกับเนื้อหาคณิตศาสตร์และความเข้าใจในกระบวนการแก้ปัญหาแล้ว สิ่งสำคัญอีกประการหนึ่งที่ผู้แก้ปัญหาจะต้องรู้ คือ ยุทธวิธีในการแก้ปัญหา เพราะถ้าผู้แก้ปัญหาคุ้นเคยกับยุทธวิธีในการแก้ปัญหาก็จะเป็นประโยชน์ในการนำยุทธวิธีในการแก้ปัญหาเหล่านั้น ไปใช้แก้ปัญหาได้อย่างมีประสิทธิภาพ ยุทธวิธีในการแก้ปัญหาที่ใช้แก้ปัญหาได้ดีและพบได้บ่อยในคณิตศาสตร์ มีดังนี้

การค้นหาแบบรูป เป็นการวิเคราะห์ปัญหา และค้นหาความสัมพันธ์ของข้อมูลที่มีลักษณะเป็นระบบ หรือเป็นแบบรูปในสถานการณ์ปัญหานั้น ๆ แล้วคาดเดาคำตอบ ซึ่งคำตอบที่ได้จะยอมรับว่าเป็นคำตอบที่ถูกต้อง เมื่อผ่านการตรวจสอบยืนยัน การค้นหาแบบรูปไม่เพียงแต่เป็นเครื่องมือที่ช่วยในการแก้ปัญหาเท่านั้น หากแต่ยังช่วยให้ผู้แก้ปัญหา ได้พัฒนาความรู้สึกเชิงจำนวน(Number sense) และทักษะการสื่อสาร ซึ่งเป็นทักษะที่ช่วยให้นักเรียนสามารถประมาณและคาดคะเนคำตอบก่อนจะคิดคำนวณจริง ตลอดจนสามารถสะท้อนความรู้ ความเข้าใจในแนวคิดทางคณิตศาสตร์ และกระบวนการคิดของตนเองได้

การสร้างตาราง เป็นการนำข้อมูลที่โจทย์กำหนดให้สรุปลงในตาราง เพื่อช่วยให้ผู้แก้ปัญหาสามารถวิเคราะห์หา ค้นหาความสัมพันธ์ของข้อมูล อันจะนำไปสู่การค้นพบแบบรูป หรือข้อชี้แนะอื่น ๆ ตลอดจน ช่วยไม่ให้หลงลืม หรือสับสนในกรณีใดกรณีหนึ่ง เมื่อต้องแสดงกรณีที่เป็นไปได้ทั้งหมดของปัญหา

การเขียนภาพหรือแผนภาพ เป็นการอธิบายสถานการณ์ และแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูลต่าง ๆ ของปัญหาด้วยภาพหรือแผนภาพ ยุทธวิธีนี้ผู้แก้ปัญหาจะต้องนำข้อมูลในสถานการณ์ปัญหา วาดออกมาเป็นภาพที่สัมพันธ์กัน การวาดภาพจะช่วยบรรยายสถานการณ์ได้ชัดเจนยิ่งขึ้นและง่ายต่อการทำความเข้าใจ ภาพที่วาดนั้นไม่จำเป็นต้องใส่รายละเอียดให้ครบถ้วน วาดเฉพาะส่วนที่เกี่ยวข้องกับปัญหาเท่านั้น

การแจงกรณีที่เป็นไปได้ทั้งหมด เป็นการพิจารณาทุกกรณีที่เป็นไปได้อย่างมีระบบ โดยอาจจะแบ่งออกเป็นกรณีย่อย ๆ แล้วค่อยขจัดบางกรณีที่เป็นไปไม่ได้ออก หลังจากนั้นค่อยพิจารณากรณีที่เหลือ ในบางครั้งอาจใช้ยุทธวิธีนี้ร่วมกับยุทธวิธีการค้นหาแบบรูปและยุทธวิธีการสร้างตาราง

การคาดเดาและตรวจสอบ เป็นการพิจารณาข้อมูลและเงื่อนไขต่าง ๆ ที่ปัญหากำหนดมาให้ ผสมผสานกับประสบการณ์เดิมที่เกี่ยวข้องมาสร้างข้อความคาดการณ์ แล้วตรวจสอบความถูกต้องของข้อความคาดการณ์นั้น ถ้าการคาดเดาไม่ถูกต้องก็คาดเดาใหม่โดยอาศัยประโยชน์จาก

ความไม่ถูกต้องของการคาดเดาในครั้งแรก ๆ เป็นกรอบในการคาดเดาคำตอบของปัญหาครั้งต่อไป ผู้แก้ปัญหาควรคาดเดาอย่างมีเหตุผลและมีทิศทาง เพื่อให้สิ่งที่คาดเดานั้นใกล้เคียงคำตอบที่ต้องการมากที่สุด โอกาสที่จะประสบความสำเร็จในการใช้ยุทธวิธีนี้ขึ้นอยู่กับข้อมูลที่ได้จากการเดาเมื่อครั้งก่อนหน้า

การเขียนสมการ เป็นการแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูลที่ปัญหากำหนดให้อยู่ในรูปของสมการ หรือบางครั้งอาจเป็นอสมการก็ได้ ในการใช้ยุทธวิธีนี้ผู้แก้ปัญหาต้องวิเคราะห์สถานการณ์ปัญหา เพื่อหาว่าข้อมูลและเงื่อนไขที่โจทย์กำหนดมาให้มีอะไรบ้าง และสิ่งที่ต้องการหาคืออะไร หลังจากนั้นกำหนดตัวแปรแทนสิ่งที่ต้องการหา หรือแทนสิ่งที่เกี่ยวข้องกับข้อมูลที่กำหนดมาให้ แล้วเขียนสมการ หรืออสมการแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูลเหล่านั้น หลังจากนั้นใช้สมบัติของการเท่ากันเพื่อแก้สมการ และหลังจากสิ้นสุดการแก้สมการ ต้องตรวจคำตอบของสมการตามเงื่อนไขของปัญหา ถ้าเป็นไปตามเงื่อนไขของปัญหา ถือว่าคำตอบที่ได้เป็นคำตอบที่ถูกต้อง โดยทั่วไปแล้วยุทธวิธีนี้มักใช้ในทางพีชคณิต

การคิดแบบย้อนกลับ เป็นการวิเคราะห์ปัญหาที่พิจารณาจากผลย้อนกลับไปสู่เหตุโดยเริ่มจากข้อมูลที่ได้ในขั้นตอนสุดท้าย แล้วคิดย้อนขั้นตอนกลับมาสู่ข้อมูลที่ได้ในขั้นตอนเริ่มต้นการคิดแบบย้อนกลับใช้ได้ดีกับการแก้ปัญหาที่ต้องการอธิบายถึงขั้นตอนการได้มาซึ่งคำตอบ ยุทธวิธีในการแก้ปัญหาส่วนใหญ่จะเริ่มจากนำข้อมูลที่โจทย์กำหนดมาให้ แล้วดำเนินการไปจนกระทั่งได้คำตอบ แต่สำหรับยุทธวิธีการคิดแบบย้อนกลับ ผู้แก้ปัญหาจะต้องเปลี่ยนมุมมองที่มีต่อปัญหาเสียใหม่ โดยพิจารณาปัญหาโดยรวมจากการทำย้อนกลับ ยุทธวิธีนี้จะใช้เมื่อทราบผลลัพธ์ของสถานการณ์ปัญหา แต่ไม่ทราบจุดเริ่มต้นของสถานการณ์ปัญหา

การเปลี่ยนมุมมอง เป็นการเปลี่ยนการคิด หรือมุมมองให้แตกต่างไปจากที่คุ้นเคยหรือที่ต้องทำตามขั้นตอนทีละขั้น เพื่อให้แก้ปัญหาได้ง่ายขึ้น ยุทธวิธีนี้มักใช้ในกรณีที่แก้ปัญหาด้วยยุทธวิธีอื่นได้ยาก สิ่งสำคัญของยุทธวิธีนี้ก็คือ การเปลี่ยนมุมมองที่แตกต่างไปจากเดิม

การแบ่งเป็นปัญหาย่อย เป็นการแบ่งปัญหาใหญ่ หรือปัญหาที่มีความซับซ้อนหลายขั้นตอนออกเป็นปัญหาย่อย หรือเป็นส่วน ๆ ซึ่งในการแบ่งเป็นปัญหาย่อยนั้นผู้แก้ปัญหาอาจลดจำนวนของข้อมูลลง หรือเปลี่ยนข้อมูลให้อยู่ในรูปที่คุ้นเคยและไม่ซับซ้อน หรือเปลี่ยนให้เป็นปัญหาที่คุ้นเคย เช่น ปัญหาเดิมประกอบด้วยตัวเลขหลายหลัก หรือมีรูปแบบที่ยุ่งยากซับซ้อน ดังนั้นวิธีการแก้ปัญหาจึงไม่ชัดเจน การแบ่งปัญหาออกเป็นปัญหาย่อย ๆ ที่คล้ายคลึงกับปัญหาเดิมจะช่วยให้สามารถหาวิธีแก้ปัญหาได้ง่ายยิ่งขึ้น

การให้เหตุผลทางตรรกศาสตร์ เป็นการอธิบายข้อความ หรือข้อมูลที่ปรากฏอยู่ในปัญหานั้นว่าเป็นจริง โดยใช้เหตุผลทางตรรกศาสตร์ช่วยในการแก้ปัญหา บางปัญหาใช้การให้เหตุผลทางตรรกศาสตร์ร่วมกับการคาดเดาและตรวจสอบ และ การเขียนภาพหรือแผนภาพ จนทำให้ไม่สามารถแยกการให้เหตุผลทางตรรกศาสตร์ออกจากยุทธวิธีในการแก้ปัญหาอื่นได้ชัดเจน

การให้เหตุผลทางอ้อม ยุทธวิธีนี้ผู้แก้ปัญหาจะต้องแสดงให้ได้ว่า เป็นไปไม่ได้ที่ *ข้อความ* จะเป็นเท็จ โดยการสมมติว่า *ข้อความ* ดังกล่าวเป็นเท็จ แล้วทำให้เกิดข้อขัดแย้ง หรือนำไปสู่สิ่งที่เป็นไปไม่ได้ ดังนั้นจึงสรุปว่า *ข้อความ* ดังกล่าวเป็นจริง

2.2 แนวคิดเกี่ยวกับสาระเรขาคณิตและการวัด

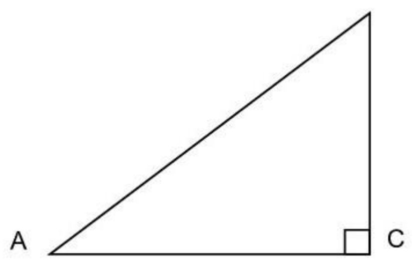
แนวคิดเกี่ยวกับสาระเรขาคณิตและการวัดที่ใช้ในการแก้ปัญหาเพื่อเสริมสร้างความคิดคล่อง และความคิดยืดหยุ่น ประกอบด้วย แนวคิดเกี่ยวกับรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก การหาพื้นที่ของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ทฤษฎีบท/สมบัติที่เกี่ยวข้องกับรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก การสร้างทางเรขาคณิต มุม และการวัดขนาดของมุม ดังนี้

รูปหลายเหลี่ยม (Polygon) หมายถึง รูปบนระนาบซึ่งประกอบด้วยส่วนของเส้นตรงตั้งแต่ 3 เส้นขึ้นไป โดยที่ส่วนของเส้นตรงเหล่านั้นประกอบกันทำให้เกิดบริเวณปิดเพียงบริเวณเดียว ทั้งนี้จุดที่ส่วนของเส้นตรงพบกันเกิดจากส่วนของเส้นตรงเพียงสองเส้นเท่านั้น และพบกันที่ปลายส่วนของเส้นตรง เรียกส่วนของเส้นตรงนั้นว่า **ด้าน** (side) และเรียกจุดที่ส่วนของเส้นตรงพบกันว่า **จุดยอด** (Vertex)

รูปสามเหลี่ยม (triangle) หมายถึง รูปหลายเหลี่ยมที่มีด้าน 3 ด้าน

รูปสามเหลี่ยมมุมฉาก (right triangle) หมายถึง รูปสามเหลี่ยมที่มีมุมฉากหนึ่งมุม

ตัวอย่าง : พิจารณารูปสามเหลี่ยม ABC ที่มีมุม C เป็นมุมฉาก



เรียก $\overline{AB}$ ว่า ด้านตรงข้ามมุมฉาก

เรียก $\overline{AC}$ และ $\overline{BC}$ ว่า ด้านประกอบมุมฉาก

ตัวอย่าง : การหาพื้นที่ของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก คือ $\frac{1}{2}$ x ความยาวฐาน x ความสูง

มุม (angle) หมายถึง รูปเรขาคณิตซึ่งเกิดจากรังสีสองเส้น ที่มีจุดเริ่มต้นร่วมกัน เรียกรังสีสองเส้นนี้ว่า แขนของมุม (arm: arm of and angle; side of and angle) และเรียกจุดเริ่มต้นที่ร่วมกันว่า จุดยอด (vertex)

มุมฉาก (right angle) หมายถึง มุมที่มีขนาด 90 องศา

ทฤษฎีบท/สมบัติที่เกี่ยวข้องกับรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

ทฤษฎีบทพีทาโกรัส : ในรูปสามเหลี่ยมมุมฉากใด ๆ พื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสบนด้านตรงข้ามมุมฉาก เท่ากับผลบวกพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสบนด้านประกอบมุมฉาก

บทกลับทฤษฎีบทพีทาโกรัส : สำหรับรูปสามเหลี่ยมใด ๆ ถ้ากำลังสองของความยาวของด้านด้านหนึ่ง เท่ากับผลบวกของกำลังสองของความยาวของด้านอีกสองด้าน แล้วรูปสามเหลี่ยมนั้นเป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

3. **สื่อการเรียนรู้ / แหล่งการเรียนรู้**

3.1 ใบความรู้และใบตรวจสอบความรู้ : แนวคิดเกี่ยวกับปัญหาทางคณิตศาสตร์ การแก้ปัญหา กระบวนการแก้ปัญหา และยุทธวิธีในการแก้ปัญหา (สำหรับนักเรียนคนละหนึ่งชุด)

3.2 ใบกิจกรรมที่ 1 : การแก้ปัญหา “การหาพื้นที่ของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากบนกระดาษจุด” (สำหรับนักเรียนคนละหนึ่งชุด)

3.3 กระดาษจุดขนาด 7×7 ตารางเซนติเมตร (สำหรับนักเรียนกลุ่มละหนึ่งชุด)

3.4 ผลเฉลย : การหาพื้นที่ของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากบนกระดาษจุด (สำหรับครูผู้สอน)

3.5 เกณฑ์การให้คะแนนแบบรูบริก สำหรับกิจกรรม : การหาพื้นที่ของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากบนกระดาษจุด (สำหรับครูผู้สอน)

3.6 กล่องกระดาษผลเฉลย ซึ่งประกอบด้วย ปากกาเคมี จำนวน 3 ด้าม กระดาษชานอ้อยจำนวน 1 แผ่น สำหรับติดผลเฉลย เครื่องมือวัดมุม (สำหรับนักเรียนกลุ่มละหนึ่งชุด)

3.7 แบบสังเกตพฤติกรรมการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ ซึ่งได้แก่แบบตรวจสอบรายการและแบบบันทึกภาคสนาม (สำหรับครูผู้สอน)

4. กิจกรรมการเรียนรู้

กิจกรรมการเรียนรู้แบ่งออกเป็น 4 ช่วง ได้แก่ ช่วงที่ 1 แนวคิดเบื้องต้นเกี่ยวกับการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และการชี้แจงแนวปฏิบัติในชั้นเรียน ช่วงที่ 2 การแก้ปัญหาทางเรขาคณิตเพื่อพัฒนาความคิดคล่อง ช่วงที่ 3 การแก้ปัญหาทางเรขาคณิตเพื่อพัฒนาความคิดยืดหยุ่น และ ช่วงที่ 4 การนำเสนอและอภิปรายผลการแก้ปัญหาทางเรขาคณิตของนักเรียน

4.1 แนวคิดเบื้องต้นเกี่ยวกับการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และการชี้แจงแนวปฏิบัติในชั้นเรียน ใช้เวลาประมาณ 15 นาที ซึ่งมีรายละเอียดดังนี้

4.1.1 ครูนำเข้าสู่บทเรียน เรื่อง แนวคิดเบื้องต้นเกี่ยวกับการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยอธิบาย “ความสำคัญของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์”

[ในชีวิตประจำวันกิจกรรมที่เราทำอยู่เป็นประจำอย่างก็คือ การแก้ปัญหาที่เกิดขึ้นในชีวิตจริง เช่น ปัญหาการเดินทาง ปัญหาการเรียน ปัญหาการทำงานเป็นต้น ในบรรดาปัญหาเหล่านั้นมีทั้งปัญหาที่เราสามารถแก้ได้โดยง่าย โดยใช้ความรู้หรือประสบการณ์เดิม ๆ และปัญหาที่มีความยุ่งยากซับซ้อนมากจนเรานั้นไม่สามารถแก้ปัญหานั้นได้ในทันที ต้องอาศัยความรู้ ทักษะและกระบวนการ ร่วมกับเทคนิควิธีหลายอย่างในการแก้ปัญหา ซึ่งถ้าเรามีความรู้หรือแหล่งเรียนรู้ที่เพียงพอ เข้าใจขั้นตอน/กระบวนการในการแก้ปัญหา มีเทคนิคยุทธวิธีในการแก้ปัญหาที่เหมาะสม ตลอดจนมีประสบการณ์ในการแก้ปัญหามาก่อน เราก็สามารถแก้ปัญหานั้นได้ดีและมีประสิทธิภาพ]

4.1.2 เพื่อให้นักเรียนเห็นความสำคัญของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ กระบวนการแก้ปัญหา และยุทธวิธีการแก้ปัญหา มากยิ่งขึ้น ครูแนะนำกระบวนการแก้ปัญหาตามแนวคิดของโพลยา และยุทธวิธีในการแก้ปัญหาที่มีประสิทธิภาพให้นักเรียนร่วมกันอภิปราย ดังรายละเอียดในสาระการเรียนรู้ หัวข้อ 2.1 (ใบความรู้ : แนวคิดเกี่ยวกับปัญหาทางคณิตศาสตร์ การแก้ปัญหา กระบวนการแก้ปัญหา และยุทธวิธีในการแก้ปัญหา)

4.1.3 เพื่อตรวจสอบความเข้าใจความหมายของปัญหาทางคณิตศาสตร์ การแก้ปัญหา กระบวนการแก้ปัญหาตามแนวคิดของโพลยา และยุทธวิธีการแก้ปัญหา ครูให้นักเรียนร่วมกันอภิปราย แสดงความคิดเห็น และตอบคำถามเป็นกลุ่ม ดังนี้

(1) ปัญหาทางคณิตศาสตร์ มีลักษณะเป็นอย่างไร

[นักเรียนควรตอบว่า สถานการณ์ทางคณิตศาสตร์ ซึ่งนักเรียนเผชิญอยู่และต้องการค้นหาผลเฉลย โดยที่ยังไม่รู้วิธีการหรือขั้นตอนที่จะได้ผลเฉลยของสถานการณ์นั้นในทันที]

(2) การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ มีลักษณะเป็นอย่างไร

[นักเรียนควรตอบว่า เป็นกระบวนการในการประยุกต์ความรู้ทางคณิตศาสตร์ กระบวนการแก้ปัญหา ยุทธวิธีในการแก้ปัญหาและประสบการณ์ที่มีอยู่ เพื่อใช้ในการค้นหาผลเฉลยของปัญหาทางคณิตศาสตร์]

(3) กระบวนการแก้ปัญหาตามแนวคิดของโพลยา และขั้นตอน/วิธีการแก้ปัญหาที่ตามแนวคิดของวิลสันและคณะ มีลักษณะ/ขั้นตอนวิธีอย่างไร

[นักเรียนควรตอบว่า เป็นขั้นตอน/วิธีการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ตามแนวคิดของโพลยา และขั้นตอน/วิธีการแก้ปัญหาที่เป็นพลวัตตามแนวคิดของวิลสันและคณะ ซึ่งประกอบด้วย 4 ขั้นตอน ได้แก่ การทำความเข้าใจปัญหา การวางแผนแก้ปัญหา การดำเนินการตามแผน และการตรวจสอบผล ขั้นตอนดังกล่าวสามารถวนไปหรือย้อนกลับมาขั้นตอนก่อนหน้าได้]

(4) ยุทธวิธีการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่สำคัญ และพบได้บ่อยในวิชาคณิตศาสตร์ มีอะไรบ้าง

[นักเรียนควรตอบว่า เช่น การค้นหาแบบรูป การสร้างตาราง การเขียนภาพหรือแผนภาพ การแจงกรณีที่เป็นไปได้ทั้งหมด การคาดเดาและตรวจสอบ การเขียนสมการ การคิดแบบย้อนกลับ การเปลี่ยนมุมมอง การแบ่งเป็นปัญหาย่อย การให้เหตุผลทางตรรกศาสตร์ การให้เหตุผลทางอ้อม เป็นต้น]

4.1.4 ครูจัดนักเรียนเป็นกลุ่มย่อย กลุ่มละ 4 คน โดยแต่ละกลุ่มเป็นนักเรียนที่คละความสามารถ โดยแต่ละกลุ่มประกอบด้วยนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูง 1 คน ปานกลาง 2 คน และต่ำ 1 คน เพื่อร่วมกันแก้ปัญหาเป็นกลุ่มย่อย

4.1.5 ครูชี้แจงแนวปฏิบัติในชั้นเรียนเกี่ยวกับการแก้ปัญหาร่วมกันเป็นกลุ่ม ซึ่งได้แก่

(1) การลงมือปฏิบัติการแก้ปัญหาร่วมกันเป็นกลุ่มย่อย โดยดำเนินการตามขั้นตอนและกระบวนการของโพลยา

(2) การสรุปและอภิปรายกระบวนการแก้ปัญหาร่วมกัน โดยสมาชิกในกลุ่มร่วมกันอภิปรายอย่างอิสระ

(3) การเขียนผลเฉลย การจัดหมวดหมู่ของผลเฉลย และกระบวนการแก้ปัญหาลงในใบกิจกรรมอย่างละเอียด

(4) การนำเสนอกระบวนการแก้ปัญหาหน้าชั้นเรียน โดยเน้นย้ำว่า “สมาชิกทุกคนในกลุ่มจะต้องเข้าใจแนวคิดในการแก้ปัญหาของผลเฉลย และสามารถอธิบายได้” หลังจากนั้นครูให้นักเรียนซักถามข้อสงสัย (ถ้ามี)

4.2 การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เพื่อพัฒนาความคิดคล่อง ใช้เวลาประมาณ 30 นาที ซึ่งมีรายละเอียดดังนี้

4.2.1 ครูแจกใบกิจกรรม ส่วนที่ 1 ด้านการคิดหาผลเฉลยได้จำนวนมากในเวลาที่กำหนดและการคิดหาผลเฉลยได้หลายรูปแบบที่แตกต่างกัน เรื่อง การหาพื้นที่ของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากบนกระดาษจุดและกล่องกระดาษผลเฉลย ซึ่งประกอบด้วย ปากกาเคมี จำนวน 3 ด้าม กระดาษชานอ้อยจำนวน 1 แผ่น สำหรับติดผลเฉลย เครื่องมือวัดมุม ให้นักเรียนกลุ่มละ 1 ชุด

4.2.2 เพื่อดำเนินการตามกระบวนการแก้ปัญหาในช่วงที่ 2 โดยใช้กระบวนการแก้ปัญหาของโพลยา/วิลสันและคณะ ในขั้นที่ 1 ขั้นทำความเข้าใจปัญหานั้น ครูนำเสนอสถานการณ์ปัญหา ตลอดจนสร้างแรงจูงใจให้นักเรียนอยากแก้ปัญหา แล้วให้นักเรียนแต่ละคนอ่านและทำความเข้าใจสถานการณ์ปัญหาในใบกิจกรรมด้วยตนเองอีกครั้ง โดยเน้นย้ำว่าขณะอ่านและทำความเข้าใจปัญหานักเรียนสามารถขีดเขียนในใบกิจกรรมได้ตามความต้องการ

4.2.3 เพื่อตรวจสอบความเข้าใจและการทบทวนประเด็นปัญหาของนักเรียน ครูตั้งประเด็นคำถามให้นักเรียนแสดงความคิดเห็น เช่น

(1) สถานการณ์ปัญหานี้เป็นสถานการณ์ปัญหาเกี่ยวกับเรื่องอะไร

[นักเรียนควรตอบว่า สถานการณ์ปัญหาเกี่ยวกับการหาพื้นที่ของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากบนกระดาษจุด]

(2) ข้อมูลหรือเงื่อนไขที่สถานการณ์ปัญหากำหนดมาให้มีอะไรบ้าง

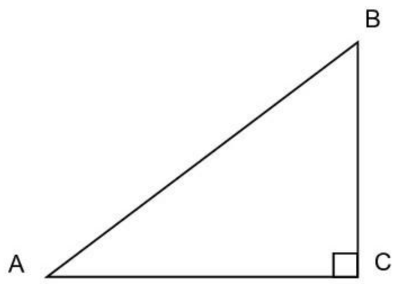
[นักเรียนควรตอบว่า กระดาษจุดขนาด 7 x 7 ตารางหน่วย และการสร้างรูปสามเหลี่ยมมุมฉากที่มีด้านประกอบมุมฉากยาวเท่ากันให้มีพื้นที่แตกต่างกันมาที่สุด โดยจุดยอดมุมของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากต้องอยู่บนจุดของกระดาษจุดขนาด 7 x 7 เท่านั้น]

(3) สิ่งที่สถานการณ์ปัญหาต้องการคืออะไร

[นักเรียนควรตอบว่า การสร้างและการคำนวณหาพื้นที่ของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากที่มีด้านประกอบมุมฉากยาวเท่ากันให้ได้ผลเฉลยแตกต่างกันมากที่สุด ภายในเวลาที่กำหนด]

(4) นักเรียนคิดว่ารูปสามเหลี่ยมมุมฉากมีลักษณะและส่วนประกอบอะไรบ้าง

[นักเรียนควรตอบว่า รูปสามเหลี่ยมมุมฉาก เป็นรูปสามเหลี่ยมที่มีมุมฉากหนึ่งมุม โดยมุมฉากเป็นมุมที่มีขนาด 90 องศา เช่น รูปสามเหลี่ยม ABC ที่มีมุม C เป็นมุมฉาก



เรียก $\overline{AB}$ ว่า ด้านตรงข้ามมุมฉาก

เรียก $\overline{AC}$ และ $\overline{BC}$ ว่า ด้านประกอบมุมฉาก]

(5) นักเรียนคิดว่าจะหาพื้นที่ของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากได้อย่างไร

[นักเรียนควรตอบว่า การหาพื้นที่ของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก คือ $\frac{1}{2}$ x ความยาวฐาน x ความสูง]

4.2.4 เมื่อนักเรียนเข้าใจสถานการณ์ปัญหาที่กำหนดแล้ว ครูให้นักเรียนแต่ละคน วางแผนการแก้ปัญหา ตามขั้นที่ 2 ขั้นวางแผนการแก้ปัญหา โดยใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้อง ผสานกับประสบการณ์ในการแก้ปัญหา (ถ้ามี) ด้วยตนเอง โดยไม่ต้องปรึกษาสมาชิกในกลุ่ม (ใช้เวลาประมาณ 2 - 3 นาที)

4.2.5 เพื่อตรวจสอบการวางแผนการแก้ปัญหาของนักเรียน ครูตั้งประเด็นคำถามให้นักเรียนแสดงความคิดเห็น เช่น

(1) ความรู้คณิตศาสตร์ที่นำมาใช้ในการแก้ปัญหามีอะไรบ้าง

[นักเรียนควรตอบว่า การสร้างรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก รูปสามเหลี่ยมมุมฉาก การหาพื้นที่ของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก จากสูตร $\frac{1}{2}$ x ความยาวฐาน x ความสูง]

(2) นักเรียนคิดว่ามีทฤษฎีบทหรือสมบัติอะไรบ้างที่เกี่ยวข้องกับรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก และนำมาใช้ในการแก้สถานการณ์ปัญหานี้อย่างไร

[นักเรียนควรตอบว่า ทฤษฎีบทพีทาโกรัส: ในรูปสามเหลี่ยมมุมฉากใด ๆ พื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสบนด้านตรงข้ามมุมฉาก เท่ากับผลบวกพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสบนด้านประกอบมุมฉาก และบทกลับทฤษฎีบทพีทาโกรัส : สำหรับรูปสามเหลี่ยมใด ๆ ถ้ากำลังสองของความยาวของด้านด้านหนึ่ง เท่ากับผลบวกของกำลังสองของความยาวของด้านอีกสองด้าน แล้วรูปสามเหลี่ยมนั้นเป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก โดยทฤษฎีบทดังกล่าวนำมาใช้ในการหาความสัมพันธ์ของด้านของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ซึ่งจะเป็นประโยชน์ในการหาพื้นที่ต่อไป]

(3) นักเรียนคิดว่าจำเป็นหรือไม่ที่วิธีการ/ยุทธวิธีที่นำมาใช้ในการแก้ปัญหานี้มีเพียงวิธีเดียว

[นักเรียนควรตอบว่า ไม่จำเป็นเพราะการสร้างรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก และการหาพื้นที่ของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากสามารถทำได้หลากหลายวิธี]

4.2.6 หลังจากที่นักเรียนได้ทำความเข้าใจปัญหา และวางแผนการแก้ปัญหาเป็นรายบุคคลแล้ว ครูเปิดโอกาสให้นักเรียนนำแนวคิดในการแก้ปัญหาของตนมาแลกเปลี่ยนกับเพื่อนสมาชิกภายในกลุ่ม (อาจเริ่มจากแลกเปลี่ยนกัน 2 คนก่อน แล้วค่อยอภิปรายร่วมกันทั้งกลุ่ม) จนกระทั่งสามารถหาข้อสรุปเป็นแนวคิดในการแก้ปัญหาของกลุ่มได้

4.2.7 ครูแนะนำให้นักเรียนแต่ละกลุ่มร่วมกันลงมือแก้ปัญหา ตามกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยา วิลสันและคณะขั้นที่ 3 ขั้นดำเนินการตามแผน ในการคิดหาผลเฉลยตามแนวทางหรือยุทธวิธีในการแก้ปัญหาที่เลือกไว้ โดยให้ร่วมกันหาผลเฉลยที่เป็นไปได้ให้มากที่สุดในเวลาที่กำหนด

4.2.8 ถ้ามีนักเรียนกลุ่มใดมีข้อสงสัยหรือไม่สามารถคิดหาผลเฉลยในรูปแบบอื่น ๆ ได้ ครูอาจช่วยนักเรียน โดยการตั้งคำถามให้นักเรียนตอบและแสดงความคิดเห็น ดังนี้

(1) กรณีที่นักเรียนสร้างรูปสามเหลี่ยมมุมฉากที่มีฐานทำมุมตรงหรือขนานกับเส้นขอบของกระดาษจุดเท่านั้น: ครูตั้งคำถามดังนี้ นักเรียนคิดว่ารูปสามเหลี่ยมมุมฉากที่นักเรียนสร้างและหาพื้นที่ได้นั้นส่วนใหญ่มีลักษณะอย่างไร

[นักเรียนควรตอบว่า รูปสามเหลี่ยมมุมฉากที่สร้างและหาพื้นได้เกิดจากรูปสามเหลี่ยมมุมฉากที่มีฐานทำมุมตรงหรือขนานกับเส้นขอบของกระดาษจุดเท่านั้น]

ครูตั้งคำถามเพิ่มเติม นักเรียนคิดว่าฐานของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากที่นักเรียนสร้างจำเป็นต้องทำมุมตรงหรือขนานกับเส้นขอบของกระดาษจุดหรือไม่ สามารถทำมุมเอียงได้หรือไม่

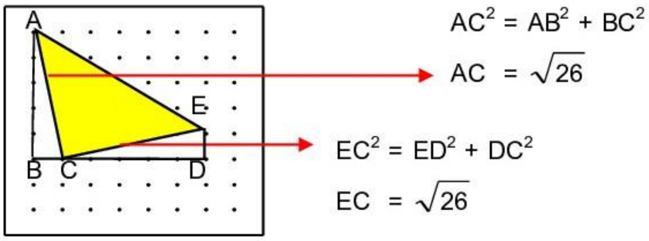
[นักเรียนควรตอบว่า สามารถสร้างรูปสามเหลี่ยมมุมฉากที่มีฐานทำมุมเฉียงในลักษณะอื่น ๆ กับเส้นขอบของกระดาษจุดได้]

(2) กรณีที่นักเรียนสร้างรูปสามเหลี่ยมมุมฉากที่มีฐานทำมุมเอียงกับเส้นขอบของกระดาษจุดได้แต่ไม่สามารถคำนวณหาพื้นที่ของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก: ครูตั้งคำถามดังนี้ นักเรียนคิดว่าวิธีการคำนวณหาพื้นที่ของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากมีวิธีเดียวหรือไม่

[นักเรียนควรตอบว่า วิธีการคำนวณหาพื้นที่ของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากมีมากกว่าหนึ่งวิธี]

ครูตั้งคำถามเพิ่มเติม นักเรียนคิดว่าความรู้เกี่ยวกับสมบัติ/ทฤษฎีบทที่เกี่ยวข้องกับรูปสามเหลี่ยมมุมฉากเรื่องอะไรบ้างที่ช่วยให้ในการหาพื้นที่ของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากเหล่านี้ได้

[นักเรียนควรตอบว่า ทฤษฎีบทพีทาโกรัส: และบทกลับทฤษฎีบทพีทาโกรัส: โดยทฤษฎีบทดังกล่าวนำมาใช้ในการหาความสัมพันธ์ของด้านของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ซึ่งจะเป็นประโยชน์ในการหาพื้นที่ของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากที่ต้องการ] ตัวอย่างเช่น



4.2.9 ครูแนะนำให้นักเรียนคัดเลือกผลเฉลยและเขียนอธิบายยุทธวิธีในการแก้ปัญหาที่เป็นไปได้แล้วเขียนลงในกระดาษจุดที่เตรียมไว้ พร้อมเขียนหมายเลขกำกับผลเฉลยเรียงลำดับ แล้วให้นักเรียนนำแผ่นกระดาษที่เขียนผลเฉลยติดบนกระดาษชานอ้อยของแต่ละกลุ่ม

4.2.10 ขณะที่นักเรียนแก้ปัญหาเพื่อคิดหาผลเฉลย ครู (และผู้ช่วยวิจัย 2 คน) จะสังเกตพฤติกรรมการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ ด้านความคิดคล่องของนักเรียน (เฉพาะนักเรียนเป้าหมาย) แล้วบันทึกพฤติกรรมเหล่านั้นลงในแบบตรวจสอบรายการและแบบบันทึกภาคสนาม และเมื่อเสร็จสิ้นการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ครูจะบันทึกจำนวนผลเฉลยพร้อมทั้งเก็บกระดาษทดทั้งหมดเพื่อนำไปใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูลเชิงปริมาณและเชิงคุณภาพต่อไป

4.2.11เพื่อตรวจสอบผลในการแก้ปัญหาตามขั้นที่ 4 ขั้นการตรวจสอบผล ครูตั้งประเด็นคำถาม ให้นักเรียนแสดงความคิดเห็นร่วมกันเพื่อตรวจสอบความถูกต้องของผลเฉลยดังนี้

(1) นักเรียน แน่ใจหรือไม่ว่ารูปสามเหลี่ยมที่สร้างนั้นเป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

[นักเรียนควรตอบว่า รูปสามเหลี่ยมที่สร้างนั้นเป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ซึ่งรูปสามเหลี่ยมนั้นมีมุมฉากที่กาง 90 องศา หนึ่งมุม]

(2) นักเรียนใช้วิธีการการตรวจสอบอย่างไรว่ามุมของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากที่สร้างนั้นเป็นมุมฉากที่แท้จริง

[นักเรียนควรตอบว่า ใช้อุปกรณ์ช่วยในการวัดขนาดของมุม หรือใช้การพิสูจน์มุมภายในของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก]

(3) นักเรียนคิดว่าผลเฉลยที่ได้นั้นสอดคล้องกับเงื่อนไขที่กำหนดให้หรือไม่อย่างไร

[นักเรียนควรตอบว่า สอดคล้องกับเงื่อนไขดังนี้รูปสามเหลี่ยมที่สร้างแต่ละรูปต้องเป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉากที่มีพื้นที่แตกต่างกัน และมีจุดยอดมุมเป็นจุดที่อยู่ในกระดาษจุดขนาด 7 x 7 ตารางหน่วย]

4.2.12 ในระหว่างการดำเนินการแก้ปัญหาตามกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยาวิลสันและคณะยังไม่สำเร็จลุล่วงแล้ว นักเรียนสามารถดำเนินการตามขั้นตอนที่เป็นพลวัตรในการคิดย้อนกลับไปยังขั้นตอนก่อนหน้าได้ เพื่อให้ได้ผลเฉลยที่ครบถ้วนตามยุทธวิธีที่วางไว้

4.3 การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เพื่อพัฒนาความคิดยืดหยุ่น ใช้เวลาประมาณ 30 นาที มีรายละเอียดดังนี้

4.3.1 ครูแจกใบกิจกรรม ส่วนที่ 2 ด้านการคิดแล้วจัดหมวดหมู่ของผลเฉลยให้มีความแปลกแตกต่างกันออกไปและไม่มีการซ้ำซ้อน เรื่อง การหาพื้นที่ของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากบนกระดาษจุดและกล่องกระดาษผลเฉลย ซึ่งประกอบด้วย ปากกาเคมี จำนวน 3 ด้าม กระดาษชานอ้อยจำนวน 1 แผ่น สำหรับติดผลเฉลย เครื่องมือวัดมุม ให้นักเรียนกลุ่มละ 1 ชุด

4.3.2 เพื่อดำเนินการตามกระบวนการแก้ปัญหาในช่วงที่ 3 โดยใช้กระบวนการแก้ปัญหาของโพลยา/วิลสันและคณะ ในขั้นที่ 1 ขั้นทำความเข้าใจปัญหานั้น ครูนำเสนอสถานการณ์ปัญหา ตลอดจนสร้างแรงจูงใจให้นักเรียนอยากแก้ปัญหา แล้วให้นักเรียนแต่ละคนอ่านและทำความเข้าใจสถานการณ์ปัญหาในใบกิจกรรมด้วยตนเองอีกครั้ง โดยเน้นย้ำว่าขณะอ่านและทำความเข้าใจปัญหานักเรียนสามารถขีดเขียนในใบกิจกรรมได้ตามความต้องการ

4.3.3 เพื่อตรวจสอบความเข้าใจและการทบทวนประเด็นปัญหาของนักเรียน ครูตั้งประเด็นคำถามให้นักเรียนแสดงความคิดเห็น เช่น

(1) สิ่งที่สถานการณ์ปัญหานี้ต้องการคืออะไร

[นักเรียนควรตอบว่า สถานการณ์ปัญหานี้ต้องการให้จัดกลุ่ม/หมวดหมู่ของผลเฉลยไม่ให้มีความซ้ำซ้อนกันในแต่ละหมวดหมู่]

(2) ข้อมูลหรือเงื่อนไขที่สถานการณ์ปัญหากำหนดมาให้มีอะไรบ้าง

[นักเรียนควรตอบว่า ให้นำผลเฉลย (ผลเฉลยที่หลากหลาย) ที่แต่ละกลุ่มค้นหาได้ในใบกิจกรรม ส่วนที่ 1 ด้านความคิดคล่องมาสร้างเกณฑ์การจัดหมวดหมู่ที่สมเหตุสมผลและไม่มีความซ้ำซ้อน]

4.3.4 เมื่อนักเรียนเข้าใจสถานการณ์ปัญหาที่กำหนดแล้ว ครูให้นักเรียนแต่ละคนวางแผนการแก้ปัญหา ตามขั้นที่ 2 ขั้นวางแผนการแก้ปัญหา โดยใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้อง ผสานกับประสบการณ์ในการแก้ปัญหา (ถ้ามี) ด้วยตนเอง โดยไม่ต้องปรึกษาสมาชิกในกลุ่ม (ใช้เวลาประมาณ 2 - 3 นาที)

4.3.5 เพื่อตรวจสอบการวางแผนการแก้ปัญหาของนักเรียน ครูตั้งประเด็นคำถามให้นักเรียนแสดงความคิดเห็น เช่น

(1) นักเรียนคิดว่าผลเฉลยที่ได้จะสามารถแยกประเภทหรือจัดกลุ่มได้หรือไม่เพราะเหตุใด

[นักเรียนควรตอบว่า ผลเฉลยที่ได้ในส่วนที่ 1 สามารถแยกประเภท/จัดกลุ่มได้ เนื่องจากผลเฉลยที่ได้นั้นมีขนาดของพื้นที่ที่แตกต่างกัน และยุทธวิธีในการหาพื้นที่ของผลเฉลยก็แตกต่างกันด้วยเช่นกัน]

(2) ความรู้คณิตศาสตร์ที่นำมาใช้เป็นเกณฑ์ในการแก้ปัญหามีอะไรบ้าง

[นักเรียนควรตอบว่า ความรู้เกี่ยวกับการหาพื้นที่ของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ความรู้เกี่ยวกับการสร้างรูปสามเหลี่ยมมุมฉากที่มีลักษณะของฐานทำมุมแตกต่างกันกับเส้นขอบของกระดาษจุด]

(3) นักเรียนคิดว่าจำเป็นหรือไม่ที่เกณฑ์การจัดหมวดหมู่ของผลเฉลยที่นำมาใช้นี้มีเพียงเกณฑ์เดียว

[นักเรียนควรตอบว่า ไม่จำเป็นเพราะเกณฑ์การจัดหมวดหมู่ของผลเฉลยที่สมเหตุสมผลขึ้นอยู่กับเนื้อหา/ความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่แตกต่างกัน]

4.3.6 หลังจากที่นักเรียนได้ทำความเข้าใจปัญหา และวางแผนการแก้ปัญหาเป็นรายบุคคลแล้ว ครูเปิดโอกาสให้นักเรียนนำแนวคิดในการสร้างเกณฑ์จัดหมวดหมู่ผลเฉลยของตนมาแลกเปลี่ยนกับเพื่อนสมาชิกภายในกลุ่ม (อาจเริ่มจากแลกเปลี่ยนกัน 2 คนก่อน แล้วค่อยอภิปรายร่วมกันทั้งกลุ่ม) จนกระทั่งสามารถหาข้อสรุปเป็นแนวคิดในการแก้ปัญหาของกลุ่มได้

4.3.7 ครูแนะนำให้นักเรียนแต่ละกลุ่มร่วมกันลงมือแก้ปัญหา ตามกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยา วิลสันและคณะขั้นที่ 3 ขั้นดำเนินการตามแผน ในการคิดสร้างเกณฑ์การจัดกลุ่มของผลเฉลยตามแนวทางหรือยุทธวิธีในการแก้ปัญหาที่เลือกไว้

4.3.8 ถ้ามีนักเรียนกลุ่มใดมีข้อสงสัยหรือไม่สามารถสร้างเกณฑ์การจัดกลุ่มของผลได้ ครูอาจช่วยนักเรียน โดยการตั้งคำถามให้นักเรียนตอบและแสดงความคิดเห็น ดังนี้

(1) นักเรียนคิดว่ารูปสามเหลี่มมุมฉากที่นักเรียนสร้างได้แต่ละรูปนั้นมีสมบัติ/ลักษณะภายนอก เช่น มุม ความยาวด้านประกอบมุมฉาก ความยาวด้านตรงข้ามมุมฉากที่เหมือนแตกต่างกันอย่างไรบ้าง

[นักเรียนควรตอบว่า รูปสามเหลี่ยมมุมฉากที่สร้างนั้น มีมุมฉาก 1 มุม เหมือนกัน แต่มีความยาวของของด้านประกอบมุมฉาก และด้านตรงข้ามมุมฉากที่แตกต่างกัน ซึ่งสามารถนำมาสร้างเกณฑ์ที่สมเหตุสมผลได้]

(2) นักเรียนคิดว่ารูปสามเหลี่ยมมุมฉากที่นักเรียนสร้างได้แต่ละรูปนั้นมีวิธีการในการหาพื้นที่ที่เหมือนหรือแตกต่างกันอย่างไร

[นักเรียนควรตอบว่า รูปสามเหลี่ยมมุมฉากที่สร้างนั้น มีวิธีการหาพื้นที่ที่แตกต่างกัน เช่น ใช้ทฤษฎีบทพีทาโกรัส ใช้การคำนวณจากความยาวรอบรูป ใช้การแบ่งออกเป็นพื้นย่อย ซึ่งสามารถนำมาสร้างเกณฑ์ที่สมเหตุสมผลได้]

4.3.9 ครูแนะนำให้นักเรียนคัดเลือกเกณฑ์การจัดหมวดหมู่ของผลเฉลยและเขียนอธิบายเกณฑ์ลงในใบกิจกรรมส่วนที่ 2 แล้วให้นักเรียนนำแผ่นกระดาษที่เขียนอธิบายเกณฑ์ติดบนกระดาษชานอ้อยของแต่ละกลุ่ม

4.3.10 ขณะที่นักเรียนแก้ปัญหาเพื่อสร้างเกณฑ์การจัดหมวดหมู่ของผลเฉลย ครู (และผู้ช่วยวิจัย 2 คน) จะสังเกตพฤติกรรมการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ ด้านความคิดยืดหยุ่นของนักเรียน (เฉพาะนักเรียนเป้าหมาย) แล้วบันทึกพฤติกรรมเหล่านั้นลงในแบบตรวจสอบรายการและแบบบันทึกภาคสนาม เพื่อนำไปใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูลเชิงปริมาณและเชิงคุณภาพต่อไป

4.3.11 เพื่อตรวจสอบผลในการแก้ปัญหาตามขั้นที่ 4 ขั้นการตรวจสอบผล ครูตั้งประเด็นคำถาม ให้นักเรียนแสดงความคิดเห็นร่วมกันเพื่อตรวจสอบความถูกต้องของเกณฑ์การจัดหมวดหมู่ของผลเฉลย ดังนี้

(1) นักเรียน แน่ใจได้อย่างไรว่าผลเฉลยในแต่ละกลุ่มไม่มีความซ้ำซ้อนกัน

[นักเรียนควรตอบว่า ต้องมีการตรวจสอบสมบัติและเงื่อนไขของเกณฑ์ที่สร้างตามความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่เลือกมาใช้ แล้วพิจารณาผลเฉลยให้รอบคอบ]

(2) นักเรียนคิดว่าเกณฑ์การจัดหมวดหมู่ที่ใช้นั้น ควรมีกี่เกณฑ์ เพราะเหตุใด

[นักเรียนควรตอบว่า เกณฑ์การจัดหมวดหมู่ของผลเฉลยจะมีกี่เกณฑ์ก็ได้ แต่เกณฑ์ที่ใช้ต้องสมเหตุสมผล และทำให้ผลเฉลยไม่ซ้ำซ้อนกัน]

4.3.12 ในระหว่างการดำเนินการแก้ปัญหาตามกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยา วิลสันและคณะยังไม่สำเร็จลุล่วงแล้ว นักเรียนสามารถดำเนินการตามขั้นตอนที่เป็นพลวัตรในการคิดย้อนกลับไปยังขั้นตอนก่อนหน้าได้ เพื่อให้ได้ผลเฉลยที่ครบถ้วนตามยุทธวิธีที่วางไว้

4.3 การนำเสนอและอภิปรายผลการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน ใช้เวลาประมาณ 15 นาที มีรายละเอียดดังนี้

4.3.1 ให้นักเรียนแต่ละกลุ่มร่วมกันอภิปรายและรายงานกระบวนการแก้ปัญหา เรื่อง การหาพื้นที่ของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากบนกระดาษจุด ซึ่งประกอบด้วย แนวคิดและผลเฉลยที่ได้ในคำถามส่วนที่ 1 หน้าชั้นเรียนแล้วให้นักเรียนในกลุ่มอื่น ๆ นำเสนอแนวคิดและผลเฉลยที่แตกต่างกัน (ถ้ามี)

4.3.2 ครูและนักเรียนทุกกลุ่มร่วมกันสรุป อภิปรายแนวคิดและผลเฉลยที่ได้ในคำถามส่วนที่ 1 ซึ่งประเด็นในการอภิปรายมีดังนี้

(1) กระบวนการแก้ปัญหาในส่วนที่ 1 ขั้นตอนใดเป็นขั้นตอนที่มีความยุ่งยากซับซ้อนมากที่สุด

(2) เนื้อหา/ความรู้ ที่จำเป็นต้องใช้ในการแก้ปัญหาครั้งนี้ ประกอบด้วยเรื่องอะไรบ้าง

(3) วิธีการ/ยุทธวิธี ที่ใช้ในการแก้ปัญหาครั้งนี้ ประกอบด้วยวิธีการ/ยุทธวิธีอะไรบ้าง

(4) ผลเฉลยของนักเรียนที่ได้ในการแก้ปัญหาครังนี้กลุ่มใดได้ผลเฉลยมากที่สุดแล้วกลุ่มนั้นใช้วิธีการ/ยุทธวิธีอะไรในการแก้ปัญหา

(5) ผลเฉลยอื่น ๆ (ถ้ามี) ที่ได้ในการแก้ปัญหาครั้งนี้

4.3.3 ให้นักเรียนแต่ละกลุ่มร่วมกันอภิปรายและรายงานกระบวนการแก้ปัญหา เรื่อง การหาพื้นที่ของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากบนกระดาษจุด ซึ่งประกอบด้วยแนวคิดและเกณฑ์ในการจัดหมวดหมู่ของผลเฉลยที่ได้ในคำถามส่วนที่ 2 หน้าชั้นเรียน แล้วให้นักเรียนในกลุ่มอื่น ๆ นำเสนอแนวคิดและเกณฑ์ที่แตกต่างกัน (ถ้ามี)

4.3.4 ครูและนักเรียนทุกกลุ่มร่วมกันสรุป อภิปรายแนวคิดและเกณฑ์ในการจัดกลุ่มของผลเฉลยที่ได้ในคำถามส่วนที่ 2 ซึ่งประเด็นในการอภิปรายมีดังนี้

(1) ความรู้ทางคณิตศาสตร์เรื่องใดบ้างที่นำมาใช้เป็นเกณฑ์ ในการจัดหมวดหมู่ของผลเฉลย

(2) เกณฑ์การจัดหมวดหมู่ของผลเฉลยในแต่ละกลุ่มมีความสมเหตุสมผลหรือไม่อย่างไร

(3) ผลเฉลยที่อยู่ในแต่ละเกณฑ์นั้นมีความซ้ำซ้อนหรือไม่อย่างไร

(4) นักเรียนคิดว่าเกณฑ์การจัดหมวดหมู่ของกลุ่มใดที่มีความสร้างสรรค์สมเหตุสมผลมากที่สุด เพราะเหตุใด และมีเกณฑ์อื่น ๆ อีกหรือไม่

5. การวัดและประเมินผลการเรียนรู้

การวัดและประเมินผลการเรียนรู้ตามจุดประสงค์การเรียนรู้ มีดังนี้

จุดประสงค์การเรียนรู้ที่ต้องการวัดและประเมินผล	**การวัดผล**	**การประเมินผล**
<u>ด้านความรู้ทางคณิตศาสตร์</u> : 1. อธิบายความหมายของปัญหาทางคณิตศาสตร์และการแก้ปัญหาได้ 2. อธิบายกระบวนการแก้ปัญหาตามแนวคิดของโพลยาและขั้นตอน/วิธีการแก้ปัญหาตามแนวคิดของวิลสันและคณะ	**<u>วิธีวัดผล</u>** : พิจารณาความถูกต้องของคำตอบของนักเรียน ในใบตรวจสอบความรู้ เรื่อง แนวคิดเกี่ยวกับปัญหาทางคณิตศาสตร์ การแก้ปัญหา กระบวนการแก้ปัญหา และยุทธวิธีในการแก้ปัญหา **<u>เครื่องวัดผล</u>** : ใบตรวจสอบความรู้ เรื่อง แนวคิดเกี่ยวกับปัญหาทางคณิตศาสตร์ การแก้ปัญหา กระบวนการแก้ปัญหา และยุทธวิธีในการแก้ปัญหา (มีคำถามทั้งหมด 4 ข้อ)	**<u>เกณฑ์การให้คะแนน</u>** : - ถ้า นักเรียน <u>ตอบได้ถูกต้อง</u> จะได้ คะแนน 1 คะแนน - ถ้า นักเรียน <u>ตอบไม่ถูกต้อง</u> จะได้ คะแนน 0 คะแนน **<u>เกณฑ์การประเมิน</u>** : - ถ้า นักเรียน ได้คะแนนมากกว่า 2 คะแนนขึ้นไป ถือว่าผ่าน
3. อธิบายหลักการ แนวคิดในการสร้างรูปสามเหลี่ยมมุมฉากบนกระดาษจุดขนาด 7 x 7 ตารางหน่วย และหาพื้นที่ของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากเหล่านั้นได้ 4. อธิบายสมบัติ/ทฤษฎีบทที่เกี่ยวข้องกับรูปสามเหลี่ยมมุม	**<u>วิธีวัดผล</u>** : พิจารณาความถูกต้องของคำตอบของนักเรียน ในใบกิจกรรม : การหาพื้นที่ของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากบนกระดาษจุด ส่วนที่ 1	**<u>เกณฑ์การให้คะแนน</u>** : - ถ้า นักเรียน <u>ตอบได้ถูกต้องครบถ้วน</u> จะได้ คะแนน 2 คะแนน - ถ้า นักเรียน <u>ตอบได้ถูกต้องบางส่วน</u> จะได้ คะแนน 1 คะแนน - ถ้า นักเรียน <u>ตอบไม่ถูกต้อง</u> จะได้ คะแนน 0 คะแนน

จุดประสงค์การเรียนรู้ ที่ต้องการวัดและประเมินผล	การวัดผล	การประเมินผล
ฉากที่นำไปใช้ในการแก้ปัญหาได้	**<u>เครื่องวัดผล</u>** : ใบกิจกรรม : การหาพื้นที่ของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากบนกระดาษจุด ส่วนที่ 1 .(มีคำถามทั้งหมด 2 ข้อ)	**<u>เกณฑ์การประเมิน</u>** : - ถ้า นักเรียน ได้คะแนนมากกว่า 2 คะแนนขึ้นไป ถือว่าผ่าน
<u>ด้านทางทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์:</u> 5. มีความคิดคล่องในการหาผลเฉลยจำนวนมากที่แตกต่างกันภายในเวลาที่กำหนด 6. มีความคิดยืดหยุ่นในการจัดหมวดหมู่ของผลเฉลย พร้อมเขียนคำอธิบายเกณฑ์การจัดหมวดหมู่ของผลเฉลย	**<u>วิธีวัดผล</u>** : พิจารณาความถูกต้องของคำตอบของนักเรียนในใบกิจกรรม : การหาพื้นที่ของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากบนกระดาษจุด ส่วนที่ 1 และส่วนที่ 2 **<u>เครื่องวัดผล</u>** : ใบกิจกรรม : การหาพื้นที่ของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากบนกระดาษจุด	**<u>เกณฑ์การให้คะแนน</u>** : ใช้เกณฑ์การให้คะแนนแบบรูบริกแบบวิเคราะห์ ซึ่งมีคะแนนเต็ม 20 คะแนน **<u>เกณฑ์การประเมิน</u>** : - ถ้า นักเรียน ได้คะแนนมากกว่า 12 คะแนนขึ้นไป ถือว่าผ่าน
7. สื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และนำเสนอผลเฉลยและเกณฑ์การจัดหมวดหมู่ของผลเฉลยได้	**<u>วิธีวัดผล</u>** : พิจารณา<u>ความถูกต้องชัดเจน</u> ของการอธิบายและนำเสนอกระบวนการแก้ปัญหา **<u>เครื่องวัดผล</u>** : แบบสังเกตพฤติกรรมการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ ด้านความคิดคล่องและความคิดยืดหยุ่น	**<u>เกณฑ์การให้คะแนน</u>** : ใช้เกณฑ์การให้คะแนนดังนี้ - ถ้านักเรียนอธิบายและนำเสนอผลการแก้ปัญหาได้<u>ถูกต้องชัดเจน</u> จะได้ 3 คะแนน - ถ้านักเรียนอธิบายและนำเสนอผลการแก้ปัญหาได้<u>พอสื่อให้เข้าใจได้ครบถ้วน</u> จะได้ 2 คะแนน - ถ้านักเรียนอธิบายและนำเสนอผลการแก้ปัญหาได้<u>พอสื่อให้เข้าใจได้บางส่วน</u> จะได้ 1 คะแนน - ถ้านักเรียน<u>ไม่อธิบายและนำเสนอ</u>ผลการแก้ปัญหาเลย จะได้ 0 คะแนน **<u>เกณฑ์การประเมิน</u>** : - ถ้า นักเรียน ได้คะแนนมากกว่า 1 คะแนนขึ้นไป ถือว่าผ่าน

จุดประสงค์การเรียนรู้ที่ต้องการวัดและประเมินผล	การวัดผล	การประเมินผล
<u>**ด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์**</u>: 8. มีส่วนร่วมและความรับผิดชอบในการแก้ปัญหาทางเรขาคณิตเป็นรายกลุ่ม 9. มีส่วนร่วมและความรับผิดชอบในการอภิปรายผลการแก้ปัญหาทางเรขาคณิตในชั้นเรียน	<u>**วิธีวัดผล**</u> : พิจารณาพฤติกรรมการแสดงออกของนักเรียน ขณะร่วมอภิปราย ตอบคำถาม หรือลงมือแก้ปัญหา โดยมีนักวิจัยและผู้ช่วยวิจัยเป็นผู้สังเกตการณ์ แล้วบันทึกลงในแบบสังเกตพฤติกรรมการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ ด้านความคิดคล่องและความคิดยืดหยุ่น <u>**เครื่องวัดผล**</u> : แบบสังเกตพฤติกรรมการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ ด้านความคิดคล่องและความคิดยืดหยุ่น	<u>**เกณฑ์การให้คะแนน**</u> : พิจารณารายข้อของแบบสังเกตพฤติกรรม - ถ้า นักเรียน <u>แสดงออกชัดเจน</u> จะได้ 2 คะแนน - ถ้า นักเรียน <u>แสดงออกเพียงบางส่วน</u> จะได้ 1 คะแนน - ถ้า นักเรียน <u>ไม่แสดงออกเลย</u> จะได้ 0 คะแนน <u>**เกณฑ์การประเมิน**</u> : - ถ้า นักเรียน ได้คะแนนมากกว่า 2 คะแนนขึ้นไป ถือว่าผ่าน

6. บันทึกหลังการจัดกิจกรรมการเรียนรู้

6.1 ด้านนักเรียน

(ระบุ : พฤติกรรมที่แสดงออกด้านความรู้/ทักษะและกระบวนการ/คุณลักษณะที่พบ)

……………………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………………

6.2 ด้านผู้สอน

(ระบุ : ปัญหาที่พบระหว่างการจัดกิจกรรมการเรียนรู้/ข้อค้นพบ/ข้อเสนอแนะในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ครั้งต่อไป)

……………………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………………

6.3 ด้านอื่น ๆ

(ถ้ามี)

……………………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………………

ใบความรู้ เรื่อง แนวคิดเกี่ยวกับปัญหาทางคณิตศาสตร์ การแก้ปัญหา กระบวนการแก้ปัญหา และยุทธวิธีในการแก้ปัญหา

▶ ความสำคัญของการแก้ปัญหา

ในชีวิตประจำวันกิจกรรมที่เราทำอยู่เป็นประจำอย่างก็คือ **การแก้ปัญหาที่เกิดขึ้นในชีวิตจริง** เช่น ปัญหาการเดินทาง ปัญหาการเรียน ปัญหาการทำงาน เป็นต้น ในบรรดาปัญหาเหล่านั้น มีทั้งปัญหาที่เราสามารถแก้ได้โดยง่าย โดยใช้ความรู้หรือประสบการณ์เดิมๆ และปัญหาที่มีความยุ่งยากซับซ้อนมากจนเรานั้นไม่สามารถแก้ปัญหานั้นได้ในทันที ต้องอาศัยความรู้ ทักษะและกระบวนการ ร่วมกับเทคนิควิธีหลายอย่างในการแก้ปัญหา ซึ่งถ้าเรามีความรู้หรือแหล่งเรียนรู้ที่เพียงพอ เข้าใจขั้นตอน/กระบวนการในการแก้ปัญหา มีเทคนิคยุทธวิธีในการแก้ปัญหาที่เหมาะสม ตลอดจนมีประสบการณ์ในการแก้ปัญหามาก่อน เราก็สามารถแก้ปัญหานั้นได้ดีและมีประสิทธิภาพ

▶ **ปัญหาทางคณิตศาสตร์** หมายถึง สถานการณ์ทางคณิตศาสตร์ ซึ่งนักเรียนเผชิญอยู่และต้องการค้นหาผลเฉลย โดยที่ยังไม่รู้วิธีการหรือขั้นตอนที่จะได้ผลเฉลยของสถานการณ์นั้นในทันที

▶ **การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์** หมายถึง กระบวนการในการประยุกต์ความรู้ทางคณิตศาสตร์ กระบวนการแก้ปัญหา ยุทธวิธีในการแก้ปัญหาและประสบการณ์ที่มีอยู่ เพื่อใช้ในการค้นหาผลเฉลยของปัญหาทางคณิตศาสตร์

▶ **กระบวนการแก้ปัญหา** หมายถึง ขั้นตอน/วิธีการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ตามแนวคิดของโพลยา และขั้นตอน/วิธีการแก้ปัญหาที่เป็นพลวัตตามแนวคิดของวิลสันและคณะ ซึ่งประกอบด้วย 4 ขั้นตอน ได้แก่ การทำความเข้าใจปัญหา การวางแผนแก้ปัญหา การดำเนินการตามแผน และการตรวจสอบผล

● **ขั้นที่ 1 ทำความเข้าใจปัญหา**

ขั้นตอนนี้เป็นขั้นเริ่มต้นของการแก้ปัญหาที่ต้องการให้นักเรียนคิดเกี่ยวกับปัญหา และตัดสินว่าอะไรคือสิ่งที่ต้องการค้นหา นักเรียนต้องทำความเข้าใจปัญหาและระบุส่วนสำคัญของปัญหา ซึ่งได้แก่ ตัวไม่รู้ค่า ข้อมูลและเงื่อนไข ในการทำความเข้าใจปัญหานักเรียนต้องพิจารณาส่วนสำคัญของปัญหาอย่างถี่ถ้วน พิจารณาซ้ำไปซ้ำมา พิจารณาหลากหลายมุมมอง หรืออาจใช้วิธีต่าง ๆ ช่วยในการทำความเข้าใจปัญหา เช่น การเขียนภาพ การเขียนแผนภูมิ หรือการเขียนสาระของปัญหาด้วยถ้อยคำของตนเอง

● **ขั้นที่ 2 วางแผนแก้ปัญหา**

ขั้นตอนนี้ต้องการให้นักเรียนค้นหาความเชื่อมโยงหรือความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลและตัวไม่รู้ค่า แล้วนำความสัมพันธ์นั้นมาผสมผสานกับประสบการณ์ในการแก้ปัญหา เพื่อกำหนดแนวทางหรือแผนในการแก้ปัญหา และเลือกยุทธวิธีในการแก้ปัญหา

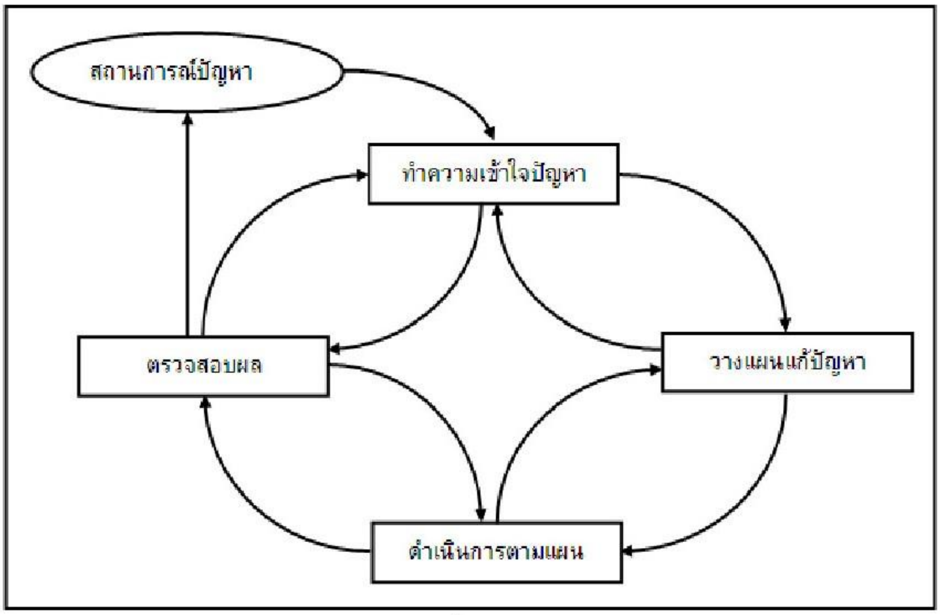
● **ขั้นที่ 3 ดำเนินการตามแผน**

ขั้นตอนนี้ต้องการให้นักเรียนลงมือปฏิบัติตามแนวทางหรือแผนที่วางไว้ โดยเริ่มจากการตรวจสอบความเป็นไปได้ของแผน เพิ่มเติมรายละเอียดต่าง ๆ ของแผนให้ชัดเจน แล้วลงมือปฏิบัติจนกระทั่งสามารถหาคำตอบได้ ถ้าแผนหรือยุทธวิธีในการแก้ปัญหาที่เลือกไว้ไม่สามารถแก้ปัญหาได้ นักเรียนต้องค้นหาแผนหรือยุทธวิธีในการแก้ปัญหาใหม่

● **ขั้นที่ 4 ตรวจสอบผล**

ขั้นตอนนี้ต้องการให้นักเรียนมองย้อนกลับไปยังคำตอบที่ได้มา โดยเริ่มจากการตรวจสอบความถูกต้อง ความสมเหตุสมผลและยุทธวิธีในการแก้ปัญหาที่ใช้ แล้วพิจารณาว่ามีคำตอบหรือมียุทธวิธีในการแก้ปัญหาอย่างอื่นอีกหรือไม่

สำหรับกระบวนการแก้ปัญหาที่เป็นพลวัตตามแนวคิดของวิลสันและคณะ เป็นกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่สนับสนุนกระบวนการแก้ปัญหาตามแนวคิดของโพลยาในรูปแบบที่แสดงความเป็นพลวัต ดังภาพประกอบ



ภาพประกอบ : กระบวนการแก้ปัญหาที่เป็นพลวัตตามแนวคิดของวิลสันและคณะ

ที่มา : Wilson; et al. (1993). Mathematical Problem Solving. P. 60.

▶ ยุทธวิธีในการแก้ปัญหา

ยุทธวิธีในการแก้ปัญหาที่ใช้แก้ปัญหาได้ดีและพบได้บ่อยในคณิตศาสตร์ มีดังนี้

● **การค้นหาแบบรูป** เป็นการวิเคราะห์ปัญหา และค้นหาความสัมพันธ์ของข้อมูลที่มีลักษณะเป็นระบบ หรือเป็นแบบรูปในสถานการณ์ปัญหานั้น ๆ แล้วคาดเดาคำตอบ ซึ่งคำตอบที่ได้จะยอมรับว่าเป็นคำตอบที่ถูกต้อง เมื่อผ่านการตรวจสอบยืนยัน การค้นหาแบบรูปไม่เพียงแต่เป็นเครื่องมือที่ช่วยในการแก้ปัญหาเท่านั้น หากแต่ยังช่วยให้ผู้แก้ปัญหา ได้พัฒนาความรู้สึกเชิงจำนวน(Number sense) และทักษะการสื่อสาร ซึ่งเป็นทักษะที่ช่วยให้นักเรียนสามารถประมาณ และคาดคะเนคำตอบก่อนจะคิดคำนวณจริง ตลอดจนสามารถสะท้อนความรู้ ความเข้าใจในแนวคิด
ทางคณิตศาสตร์ และกระบวนการคิดของตนเองได้

● **การสร้างตาราง** เป็นการนำข้อมูลที่โจทย์กำหนดให้สรุปลงในตาราง เพื่อช่วยให้ผู้แก้ปัญหาสามารถวิเคราะห์หา ค้นหาความสัมพันธ์ของข้อมูล อันจะนำไปสู่การค้นพบแบบรูป หรือข้อชี้แนะอื่น ๆ ตลอดจน ช่วยไม่ให้หลงลืม หรือสับสนในกรณีใดกรณีหนึ่ง เมื่อต้องแสดงกรณีที่เป็นไปได้ทั้งหมดของปัญหา

● **การเขียนภาพหรือแผนภาพ** เป็นการอธิบายสถานการณ์ และแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูลต่าง ๆ ของปัญหาด้วยภาพหรือแผนภาพ ยุทธวิธีนี้ผู้แก้ปัญหาจะต้องนำข้อมูลในสถานการณ์ปัญหาวาดออกมาเป็นภาพที่สัมพันธ์กัน การวาดภาพจะช่วยบรรยายสถานการณ์ได้ชัดเจนยิ่งขึ้นและง่ายต่อการทำความเข้าใจ ภาพที่วาดนั้นไม่จำเป็นต้องใส่รายละเอียดให้ครบถ้วนวาดเฉพาะส่วนที่เกี่ยวข้องกับปัญหาเท่านั้น

● **การแจงกรณีที่เป็นไปได้ทั้งหมด** เป็นการพิจารณาทุกกรณีที่เป็นไปได้อย่างมีระบบ โดยอาจจะแบ่งออกเป็นกรณีย่อย ๆ แล้วค่อยขจัดบางกรณีที่เป็นไปไม่ได้ออก หลังจากนั้นค่อยพิจารณากรณีที่เหลือ ในบางครั้งอาจใช้ยุทธวิธีนี้ร่วมกับยุทธวิธีการค้นหาแบบรูปและยุทธวิธีการสร้างตาราง

● **การคาดเดาและตรวจสอบ** เป็นการพิจารณาข้อมูลและเงื่อนไขต่าง ๆ ที่ปัญหากำหนดมาให้ผสมผสานกับประสบการณ์เดิมที่เกี่ยวข้องมาสร้างข้อความคาดการณ์ แล้วตรวจสอบความถูกต้องของข้อความคาดการณ์นั้น ถ้าการคาดเดาไม่ถูกต้องก็คาดเดาใหม่โดยอาศัยประโยชน์จากความไม่ถูกต้องของการคาดเดาในครั้งแรก ๆ เป็นกรอบในการคาดเดาคำตอบของปัญหาครั้งต่อไป ผู้แก้ปัญหาควรคาดเดาอย่างมีเหตุผลและมีทิศทาง เพื่อให้สิ่งที่คาดเดานั้นใกล้เคียงคำตอบที่ต้องการมากที่สุด โอกาสที่จะประสบความสำเร็จในการใช้ยุทธวิธีนี้ขึ้นอยู่กับข้อมูลที่ได้จากการเดาเมื่อครั้งก่อนหน้า

● **การเขียนสมการ** เป็นการแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูลที่ปัญหากำหนดให้อยู่ในรูปของสมการ หรือบางครั้งอาจเป็นอสมการก็ได้ ในการใช้ยุทธวิธีนี้ผู้แก้ปัญหาต้องวิเคราะห์สถานการณ์ปัญหา เพื่อหาว่าข้อมูลและเงื่อนไขที่โจทย์กำหนดมาให้มีอะไรบ้าง และสิ่งที่ต้องการหาคืออะไร หลังจากนั้นกำหนดตัวแปรแทนสิ่งที่ต้องการหา หรือแทนสิ่งที่เกี่ยวข้องกับข้อมูลที่กำหนดมาให้แล้วเขียนสมการ หรืออสมการแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูลเหล่านั้น หลังจากนั้นใช้สมบัติของการเท่ากันเพื่อแก้สมการ และหลังจากสิ้นสุดการแก้สมการ ต้องตรวจคำตอบของสมการตามเงื่อนไขของปัญหา ถ้าเป็นไปตามเงื่อนไขของปัญหา ถือว่าคำตอบที่ได้เป็นคำตอบที่ถูกต้อง โดยทั่วไปแล้วยุทธวิธีนี้มักใช้ในทางพีชคณิต

● **การคิดแบบย้อนกลับ** เป็นการวิเคราะห์ปัญหาที่พิจารณาจากผลย้อนกลับไปสู่เหตุโดยเริ่มจากข้อมูลที่ได้ในขั้นตอนสุดท้าย แล้วคิดย้อนขั้นตอนกลับมาสู่ข้อมูลที่ได้ในขั้นตอนเริ่มต้นการคิดแบบย้อนกลับใช้ได้ดีกับการแก้ปัญหาที่ต้องการอธิบายถึงขั้นตอนการได้มาซึ่งคำตอบ

ยุทธวิธีในการแก้ปัญหาส่วนใหญ่จะเริ่มจากนำข้อมูลที่โจทย์กำหนดมาให้ แล้วดำเนินการไปจนกระทั่งได้คำตอบ แต่สำหรับยุทธวิธีการคิดแบบย้อนกลับ

ผู้แก้ปัญหาจะต้องเปลี่ยนมุมมองที่มีต่อปัญหาเสียใหม่ โดยพิจารณาปัญหาโดยรวมจากการทำย้อนกลับ ยุทธวิธีนี้จะใช้เมื่อทราบผลลัพธ์ของสถานการณ์ปัญหา แต่ไม่ทราบจุดเริ่มต้นของสถานการณ์ปัญหา

- **การเปลี่ยนมุมมอง** เป็นการเปลี่ยนการคิด หรือมุมมองให้แตกต่างไปจากที่คุ้นเคยหรือที่ต้องทำตามขั้นตอนทีละขั้น เพื่อให้แก้ปัญหาได้ง่ายขึ้น ยุทธวิธีนี้มักใช้ในกรณีที่แก้ปัญหาด้วยยุทธวิธีอื่นได้ยาก สิ่งสำคัญของยุทธวิธีนี้ก็คือ การเปลี่ยนมุมมองที่แตกต่างไปจากเดิม

- **การแบ่งเป็นปัญหาย่อย** เป็นการแบ่งปัญหาใหญ่ หรือปัญหาที่มีความซับซ้อนหลายขั้นตอนออกเป็นปัญหาย่อย หรือเป็นส่วน ๆ ซึ่งในการแบ่งเป็นปัญหาย่อยนั้นผู้แก้ปัญหาอาจลดจำนวนของข้อมูลลง หรือเปลี่ยนข้อมูลให้อยู่ในรูปที่คุ้นเคยและไม่ซับซ้อน หรือเปลี่ยนให้เป็นปัญหาที่คุ้นเคย เช่น ปัญหาเดิมประกอบด้วยตัวเลขหลายหลัก หรือมีรูปแบบที่ยุ่งยากซับซ้อน ดังนั้นวิธีการแก้ปัญหาจึงไม่ชัดเจน การแบ่งปัญหาออกเป็นปัญหาย่อย ๆ ที่คล้ายคลึงกับปัญหาเดิมจะช่วยให้สามารถหาวิธีแก้ปัญหาได้ง่ายยิ่งขึ้น

- **การให้เหตุผลทางตรรกศาสตร์** เป็นการอธิบายข้อความ หรือข้อมูลที่ปรากฏอยู่ในปัญหานั้นว่าเป็นจริง โดยใช้เหตุผลทางตรรกศาสตร์ช่วยในการแก้ปัญหา บางปัญหาใช้การให้เหตุผลทางตรรกศาสตร์ร่วมกับการคาดเดาและตรวจสอบ และ การเขียนภาพหรือแผนภาพ จนทำให้ไม่สามารถแยกการให้เหตุผลทางตรรกศาสตร์ออกจากยุทธวิธีในการแก้ปัญหาอื่นได้ชัดเจน

- **การให้เหตุผลทางอ้อม** ยุทธวิธีนี้ผู้แก้ปัญหาจะต้องแสดงให้ได้ว่า เป็นไปไม่ได้ที่ ข้อความ จะเป็นเท็จ โดยการสมมติว่า ข้อความ ดังกล่าวเป็นเท็จ แล้วทำให้เกิดข้อขัดแย้ง หรือนำไปสู่สิ่งที่เป็นไปไม่ได้ ดังนั้นจึงสรุปว่า ข้อความ ดังกล่าวเป็นจริง

ที่มา : สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี(สสวท.). 2555. ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์. พิมพ์ครั้งที่ 3. กรุงเทพฯ: 3-คิว มีเดีย.

กิจกรรมการแก้ปัญหา จากค่ายคณิตศาสตร์

ใบตรวจสอบความรู้ เรื่อง แนวคิดเกี่ยวกับปัญหาทางคณิตศาสตร์
การแก้ปัญหา กระบวนการแก้ปัญหา และยุทธวิธีในการแก้ปัญหา

ชื่อ..ชั้น.............เลขที่.........

คำชี้แจง : ให้นักเรียนเขียนอธิบายคำตอบอย่างละเอียด

ข้อ 1. "ปัญหาทางคณิตศาสตร์" มีลักษณะอย่างไร

....

....

....

....

ข้อ 2. "การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์" มีลักษณะ/กระบวนการที่สำคัญอย่างไร

....

....

....

....

ข้อ 3. "กระบวนการแก้ปัญหาตามแนวคิดของโพลยา" ประกอบด้วยขั้นตอนสำคัญอะไรบ้าง

....

....

....

....

....

....

ข้อ 4. "ยุทธวิธีในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์" ที่สำคัญประกอบด้วยยุทธวิธีใดบ้าง

....

....

....

....

....

....

เฉลยใบตรวจสอบความรู้ เรื่อง แนวคิดเกี่ยวกับปัญหาทางคณิตศาสตร์ การแก้ปัญหา กระบวนการแก้ปัญหา และยุทธวิธีในการแก้ปัญหา

ชื่อ...**ชั้น**..............**เลขที่**..........

คำชี้แจง : ให้นักเรียนเขียนอธิบายคำตอบอย่างละเอียด

ข้อ 1. "ปัญหาทางคณิตศาสตร์" มีลักษณะอย่างไร

ตอบ ปัญหาทางคณิตศาสตร์ หมายถึง สถานการณ์ทางคณิตศาสตร์ ซึ่งนักเรียนเผชิญอยู่และต้องการค้นหาผลเฉลย โดยที่ยังไม่รู้วิธีการหรือขั้นตอนที่จะได้ผลเฉลยของสถานการณ์นั้นในทันที

ข้อ 2. "การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์" มีลักษณะ/กระบวนการที่สำคัญอย่างไร

ตอบ การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ หมายถึง กระบวนการในการประยุกต์ความรู้ทางคณิตศาสตร์ กระบวนการแก้ปัญหา ยุทธวิธีในการแก้ปัญหาและประสบการณ์ที่มีอยู่ เพื่อใช้ในการค้นหาผลเฉลยของปัญหาทางคณิตศาสตร์

ข้อ 3. "กระบวนการแก้ปัญหาตามแนวคิดของโพลยา" ประกอบด้วยขั้นตอนสำคัญอะไรบ้าง

ตอบ กระบวนการแก้ปัญหา หมายถึง ขั้นตอน/วิธีการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ตามแนวคิดของโพลยา และขั้นตอน/วิธีการแก้ปัญหาที่เป็นพลวัตตามแนวคิดของวิลสันและคณะ ซึ่งประกอบด้วย 4 ขั้นตอน ได้แก่

- ขั้นที่ 1 ทำความเข้าใจปัญหา
- ขั้นที่ 2 วางแผนแก้ปัญหา
- ขั้นที่ 3 ดำเนินการตามแผน
- ขั้นที่ 4 ตรวจสอบผล

ข้อ 4. "ยุทธวิธีในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์" ที่สำคัญประกอบด้วยยุทธวิธีใดบ้าง

ตอบ ยุทธวิธีในการแก้ปัญหาที่ใช้แก้ปัญหาได้ดีและพบได้บ่อยในคณิตศาสตร์ มีดังนี้

- การค้นหาแบบรูป
- การเขียนภาพหรือแผนภาพ
- การคาดเดาและตรวจสอบ
- การคิดแบบย้อนกลับ
- การแบ่งเป็นปัญหาย่อย
- การสร้างตาราง
- การแจงกรณีที่เป็นไปได้ทั้งหมด
- การเขียนสมการ
- การเปลี่ยนมุมมอง
- การให้เหตุผลทางตรรกศาสตร์
- การให้เหตุผลทางอ้อม

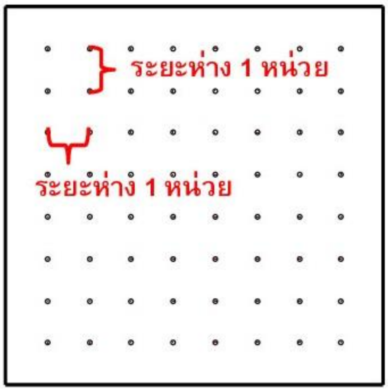
กิจกรรมที่ 1 : การแก้ปัญหา

เรื่อง "การหาพื้นของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากบนกระดาษจุด"

ชื่อ..**ชั้น**.............**เลขที่**..........**กลุ่มที่**.........

สถานการณ์ : การหาพื้นที่ของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากบนกระดาษจุด

▶ ในการประกวดโครงงานคณิตศาสตร์ของโรงเรียนแห่งหนึ่ง นักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้นที่มีความสนใจในวิชาคณิตศาสตร์ต้องการนำความทางเรขาคณิตมาใช้ในการออกแบบและสร้างสรรค์รูปเรขาคณิตบนกระดาษจุดขนาด 7 x 7 ตารางหน่วย (กระดาษจุดมีรายละเอียดดังภาพ)



โดยในการออกแบบรูปเรขาคณิตบนกระดาษจุดขนาด 7 x 7 ตารางหน่วย มีเงื่อนไข ดังนี้

เงื่อนไขของสถานการณ์ : มีเงื่อนไข ดังนี้

- รูปเรขาคณิตที่สร้างต้องมีจุดยอดมุมอยู่บนจุดของกระดาษจุดเท่านั้น
- รูปเรขาคณิตแต่ละรูปที่สร้างต้องมีพื้นที่แตกต่างกัน และต้องแสดงวิธีการหาพื้นที่ของรูปเรขาคณิตที่สร้าง

▶ ถ้า...**นักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้นกลุ่มนี้ต้องการสร้างรูปสามเหลี่ยมมุมฉากที่มีความยาวด้านเท่ากัน 1 คู่** แล้ว...**นักเรียนกลุ่มนี้จะสามารถสร้างรูปเรขาคณิตที่สอดคล้องกับเงื่อนไขดังกล่าวได้แตกต่างกันทั้งหมดกี่รูป**

ส่วนที่1: แบบรายงานผลการปฏิบัติกิจกรรม(การแก้ปัญหา)
เรื่อง “การหาพื้นของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากบนกระดาษจุด”

ชื่อ...ชั้น..............เลขที่..........กลุ่มที่.........

▶ ขั้นที่ 1 : ทำความเข้าใจปัญหา

ข้อ 1. สิ่งที่สถานการณ์ปัญหาต้องการ มีอะไรบ้าง

....

....

....

ข้อ 2. เงื่อนไข/สิ่งที่สถานการณ์ปัญหากำหนดมาให้ มีอะไรบ้าง

....

....

....

....

▶ ขั้นที่ 2 : วางแผนแก้ปัญหา

ข้อ 3. ความรู้/แนวคิดทางคณิตศาสตร์ที่นำมาใช้ในการแก้ปัญหามีอะไรบ้าง

....

....

....

ข้อ 4. รูปสามเหลี่ยมมุมฉากในการแก้ปัญหานี้มีลักษณะ/สมบัติอย่างไร และสามารถหาพื้นที่ได้อย่างไร

....

....

....

ข้อ 5. สมบัติ/ทฤษฎีบทที่เกี่ยวข้องกับรูปสามเหลี่ยมมุมฉากที่นำไปใช้ในการแก้ปัญหานี้มีอะไรบ้าง

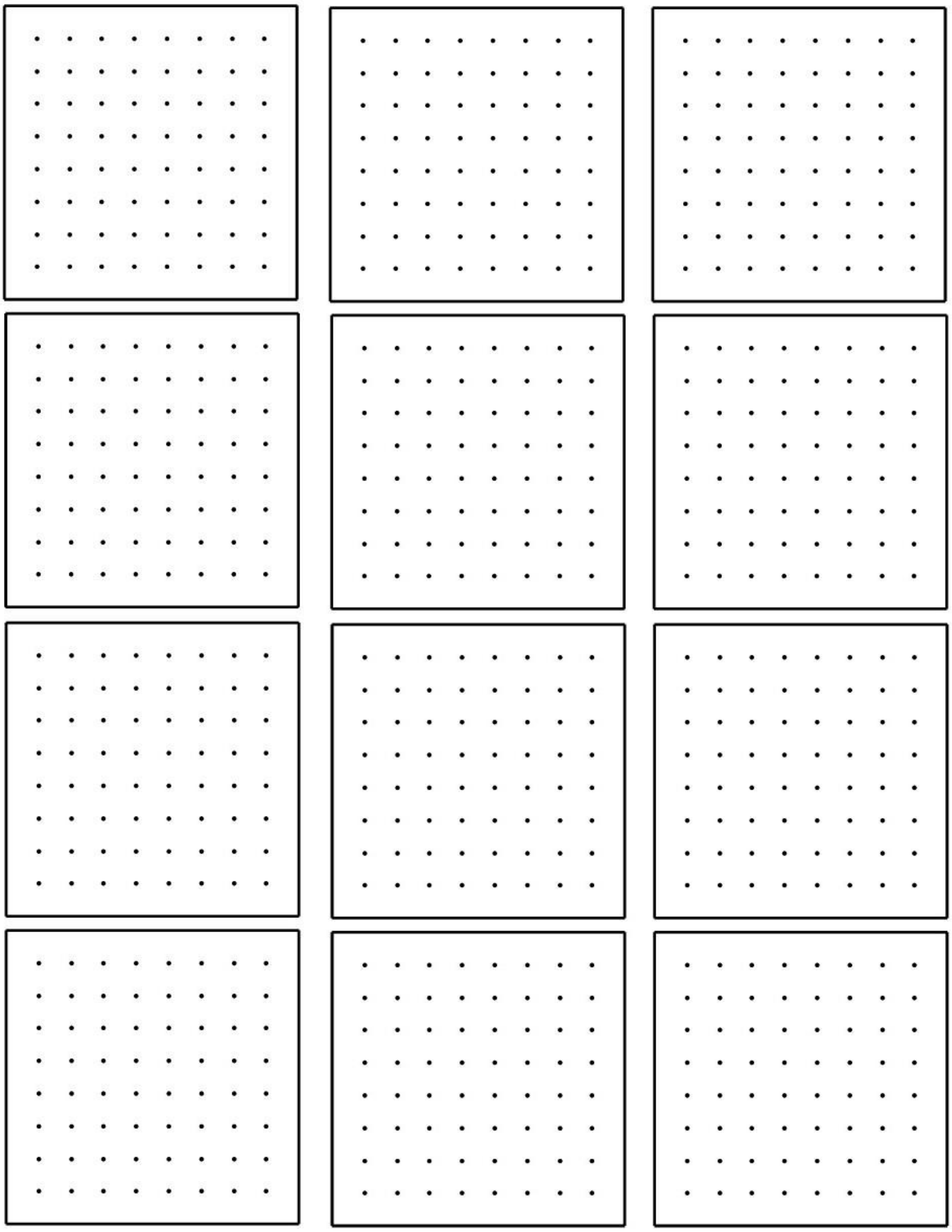
....

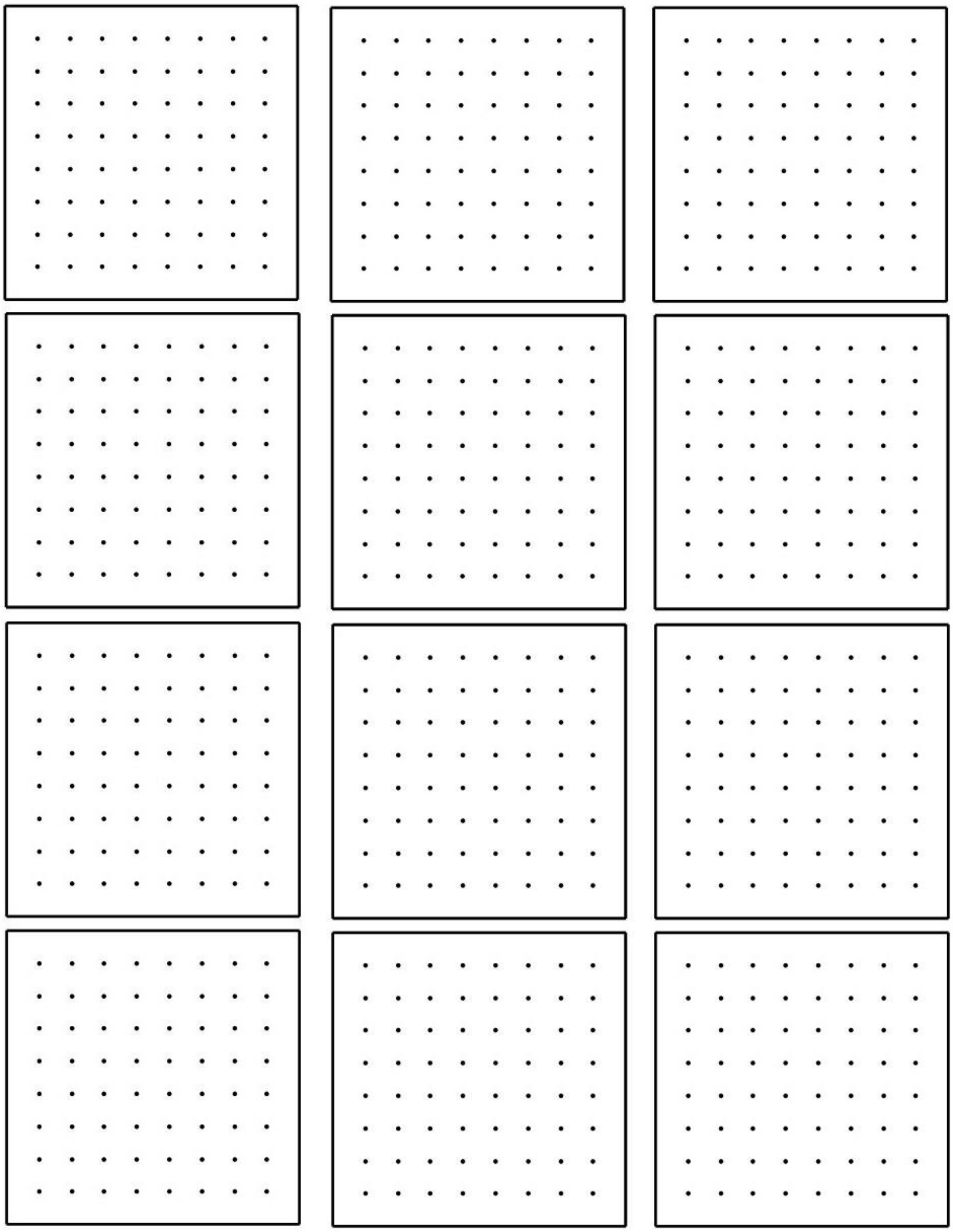
....

....

▶ ขั้นที่ 3 : ดำเนินการตามแผน

ข้อ 6. จงสร้างรูปสามเหลี่ยมมุมฉากที่สอดคล้องกับเงื่อนไขข้างต้น ลงในกระดาษจุดต่อไปนี้





▶ ขั้นที่ 4 : ขั้นตรวจสอบผล

ข้อ 7. นักเรียนสามารถสร้างรูปเรขาคณิตที่สอดคล้องกับเงื่อนไขข้างต้นได้ทั้งหมดกี่รูป

………

………

………

ข้อ 8. นักเรียนทราบได้อย่างไรว่านักเรียนสามารถหาคำตอบ (ผลเฉลยของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก)ได้ครบถ้วนแล้ว

………

………

………

………

………

………

………

………

………

………

………

………

สำหรับบันทึกเพิ่มเติม :

ส่วนที่ 2 : แบบรายงานผลการปฏิบัติกิจกรรม(การแก้ปัญหา)
เรื่อง "การหาพื้นของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากบนกระดาษจุด"

ชื่อ...ชั้น.............เลขที่..........กลุ่มที่.........

สถานการณ์ : การหาพื้นที่ของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากบนกระดาษจุด

▶ ถ้า...ต้องการให้นักเรียนสร้างเกณฑ์การจัดหมวดหมู่ของผลเฉลยที่ได้จากสถานการณ์ปัญหาในส่วนที่ 1 โดยใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์เป็นเกณฑ์การจัดหมวดหมู่ แล้ว...นักเรียนจะมีวิธีการจัดหมวดหมู่ของผลเฉลยเหล่านั้นอย่างไร

▶ ขั้นที่ 1 : ทำความเข้าใจปัญหา

ข้อ 1. สิ่งที่สถานการณ์ปัญหาต้องการ มีอะไรบ้าง

....

....

....

ข้อ 2. เงื่อนไข/สิ่งที่สถานการณ์ปัญหากำหนดมาให้ มีอะไรบ้าง

....

....

....

▶ ขั้นที่ 2 : วางแผนแก้ปัญหา

ข้อ 3. ความรู้/แนวคิดทางคณิตศาสตร์ที่นำมาใช้ในการแก้ปัญหามีอะไรบ้าง

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

▶ ขั้นที่ 3 : ดำเนินการตามแผน

ข้อ 4. จงสร้างเกณฑ์การจัดหมวดหมู่ของผลเฉลยที่ได้จากการแก้ปัญหาในส่วนที่ 1

....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....

▶ ขั้นที่ 4 : ขั้นตรวจสอบผล

ข้อ 5. นักเรียนมีวิธีการตรวจสอบอย่างไรว่าผลเฉลยในแต่ละกลุ่มไม่มีการซ้ำซ้อนกัน

....
....
....
....
....
....

เฉลยส่วนที่1: แบบรายงานผลการปฏิบัติกิจกรรม
เรื่อง "การหาพื้นของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากบนกระดาษจุด"

▶ ขั้นที่ 1 : ทำความเข้าใจปัญหา

ข้อ 1. สิ่งที่สถานการณ์ปัญหาต้องการ มีอะไรบ้าง

- นักเรียนจะสามารถสร้างรูปสามเหลี่ยมมุมฉากที่มีความยาวด้านเท่ากัน 1 คู่ บนกระดาษจุด ได้แตกต่างกันมากที่สุดทั้งหมดกี่รูป

ข้อ 2. เงื่อนไข/สิ่งที่สถานการณ์ปัญหากำหนดมาให้ มีอะไรบ้าง

- รูปสามเหลี่ยมมุมฉากที่สร้างต้องมีจุดยอดมุมอยู่บนจุดของกระดาษจุดเท่านั้น
- รูปเรขาคณิตแต่ละรูปที่สร้างต้องมีพื้นที่แตกต่างกัน และต้องแสดงวิธีการหาพื้นที่ของรูปเรขาคณิตที่สร้าง

▶ ขั้นที่ 2 : วางแผนแก้ปัญหา

ข้อ 3. ความรู้/แนวคิดทางคณิตศาสตร์ที่นำมาใช้ในการแก้ปัญหามีอะไรบ้าง

- รูปสามเหลี่ยมมุมฉาก (right triangle) หมายถึง รูปสามเหลี่ยมที่มีมุมฉากหนึ่งมุม
- แนวคิดเกี่ยวกับการหาพื้นที่ของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากที่หลากหลาย

ข้อ 4. รูปสามเหลี่ยมมุมฉากในการแก้ปัญหานี้มีลักษณะ/สมบัติอย่างไร และสามารถหาพื้นที่ได้อย่างไร

- รูปสามเหลี่ยมมุมฉากที่ทีความยาวด้านเท่ากัน 1 คู่

ตัวอย่าง : การหาพื้นที่ของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก คือ $\frac{1}{2}$ x ความยาวฐาน x ความสูง

ข้อ 5. สมบัติ/ทฤษฎีบทที่เกี่ยวข้องกับรูปสามเหลี่ยมมุมฉากที่นำไปใช้ในการแก้ปัญหานี้มีอะไรบ้าง

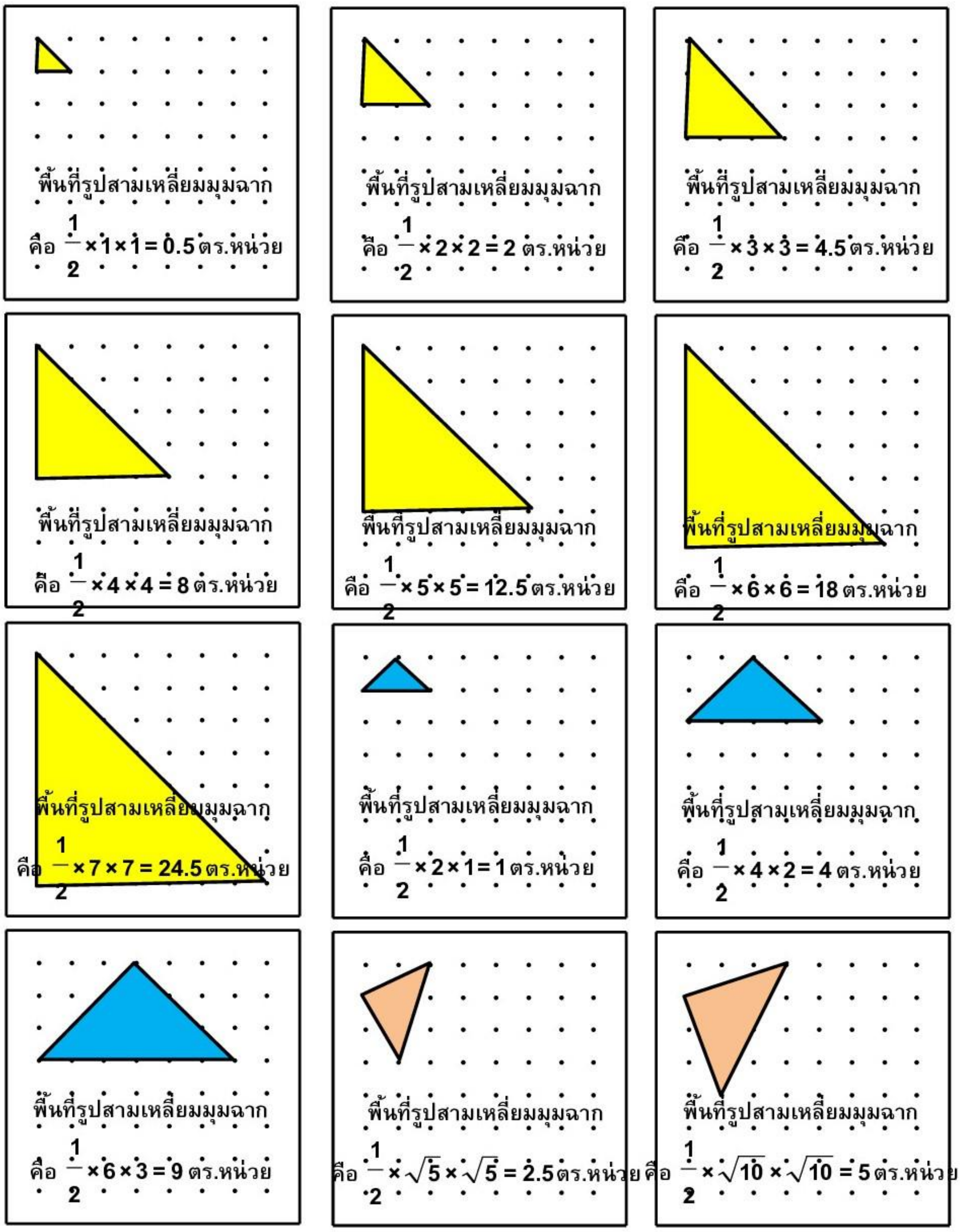
- ทฤษฎีบท/สมบัติที่เกี่ยวข้องกับรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

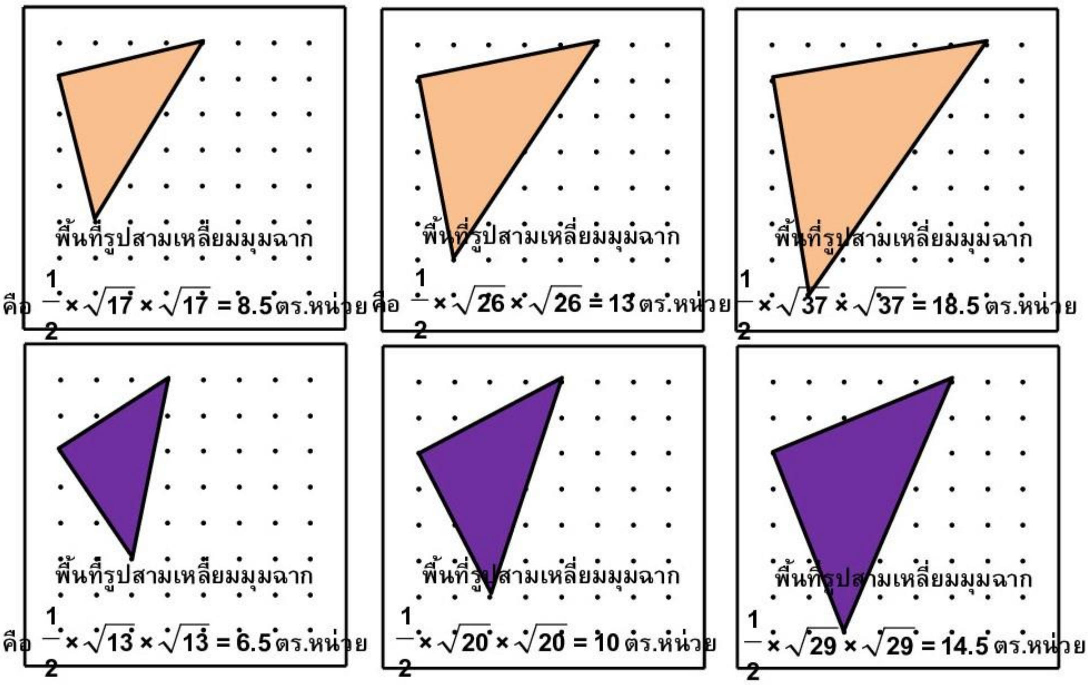
ทฤษฎีบทพีทาโกรัส : ในรูปสามเหลี่ยมมุมฉากใด ๆ พื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสบนด้านตรงข้ามมุมฉาก เท่ากับผลบวกพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสบนด้านประกอบมุมฉาก

บทกลับทฤษฎีบทพีทาโกรัส : สำหรับรูปสามเหลี่ยมใด ๆ ถ้ากำลังสองของความยาวของด้านด้านหนึ่ง เท่ากับผลบวกของกำลังสองของความยาวของด้านอีกสองด้าน แล้วรูปสามเหลี่ยมนั้นเป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

▶ ขั้นที่ 3 : ดำเนินการตามแผน

ข้อ 6. จงสร้างรูปสามเหลี่ยมมุมฉากที่สอดคล้องกับเงื่อนไขข้างต้น ลงในกระดาษจุดต่อไปนี้





▶ **ขั้นที่ 4 : ขั้นตรวจสอบผล**

ข้อ 7. นักเรียนสามารถสร้างรูปเรขาคณิตที่สอดคล้องกับเงื่อนไขข้างต้นได้ทั้งหมดกี่รูป -

- รูปสามเหลี่ยมมุมฉากที่มีความยาวด้านเท่ากัน 1 คู่ ซึ่งมีพื้นที่แตกต่างกันทั้งหมด 18 รูป

ข้อ 8. นักเรียนทราบได้อย่างไรว่านักเรียนสามารถหาคำตอบ (ผลเฉลยของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก)ได้ครบถ้วนแล้ว

- ใช้การเขียนภาพและแจงกรณีที่เป็นไปได้ทั้งหมด โดยรูปสามเหลี่ยมมุมฉากที่ทีความยาวด้านเท่ากัน 1 คู่ และมีพื้นที่ดังนี้ 0.5 ตารางหน่วย, 2 ตารางหน่วย, 3 ตารางหน่วย, 8 ตารางหน่วย, 12.5 ตารางหน่วย, 18 ตารางหน่วย, 24.5 ตารางหน่วย, 1 ตารางหน่วย, 4 ตารางหน่วย, 9 ตารางหน่วย, 2.5 ตารางหน่วย, 5 ตารางหน่วย, 8.5 ตารางหน่วย, 13 ตารางหน่วย, 18.5 ตารางหน่วย, 6.5 ตาราง หน่วย, 10 ตารางหน่วย และ 14.5 ตารางหน่วย

เฉลยส่วนที่ 2 : แบบรายงานผลการปฏิบัติกิจกรรม
เรื่อง "การหาพื้นของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากบนกระดาษจุด"

สถานการณ์_: การหาพื้นที่ของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากบนกระดาษจุด

▶ **ถ้า...ต้องการให้นักเรียนสร้างเกณฑ์การจัดหมวดหมู่ของผลเฉลยที่ได้จากสถานการณ์ปัญหาในส่วนที่ 1 โดยใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์เป็นเกณฑ์การจัดหมวดหมู่ แล้ว...นักเรียนจะมีวิธีการจัดหมวดหมู่ของผลเฉลยเหล่านั้นอย่างไร**

▶ ขั้นที่ 1 : ทำความเข้าใจปัญหา

ข้อ 1. สิ่งที่สถานการณ์ปัญหาต้องการ มีอะไรบ้าง

- ให้นักเรียนสร้างเกณฑ์การจัดหมวดหมู่ของผลเฉลยที่ได้จากสถานการณ์ปัญหาในส่วนที่ 1 ซึ่งเป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉากที่มีด้านยาวเท่ากัน 1 คู่และมีพื้นที่แตกต่างกัน

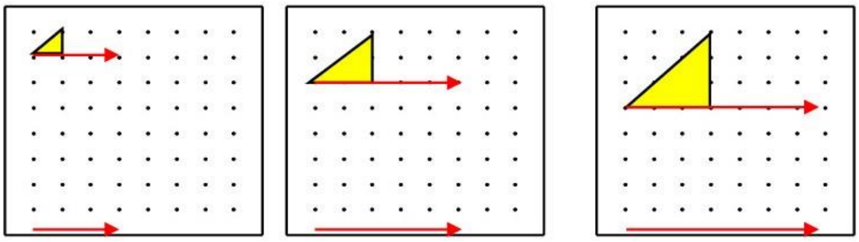
ข้อ 2. เงื่อนไข/สิ่งที่สถานการณ์ปัญหากำหนดมาให้ มีอะไรบ้าง

- ใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์เป็นเกณฑ์ในการจัดหมวดหมู่ของผลเฉลยในส่วนที่ 1 โดยให้แต่ละหมวดหมู่มีผลเฉลยที่แตกต่างและไม่ซ้ำซ้อนกัน

▶ ขั้นที่ 2 : วางแผนแก้ปัญหา

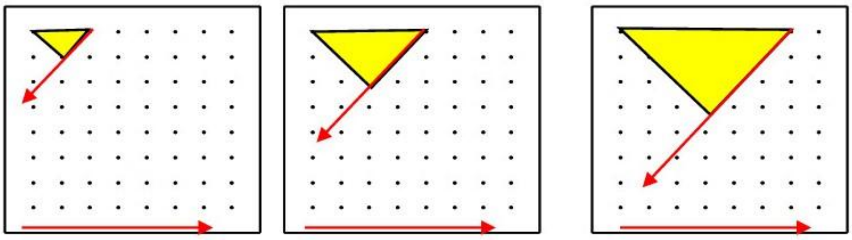
ข้อ 3. ความรู้/แนวคิดทางคณิตศาสตร์ที่นำมาใช้ในการแก้ปัญหามีอะไรบ้าง

- ความรู้/แนวคิดทางคณิตศาสตร์ที่นำมาใช้เป็นเกณฑ์การจัดหมวดหมู่ของผลเฉลยในส่วนที่ 1 คือลักษณะการสร้างรูปสามเหลี่ยมมุมฉากที่ที่ด้านทำมุมแตกต่างกัน เช่น



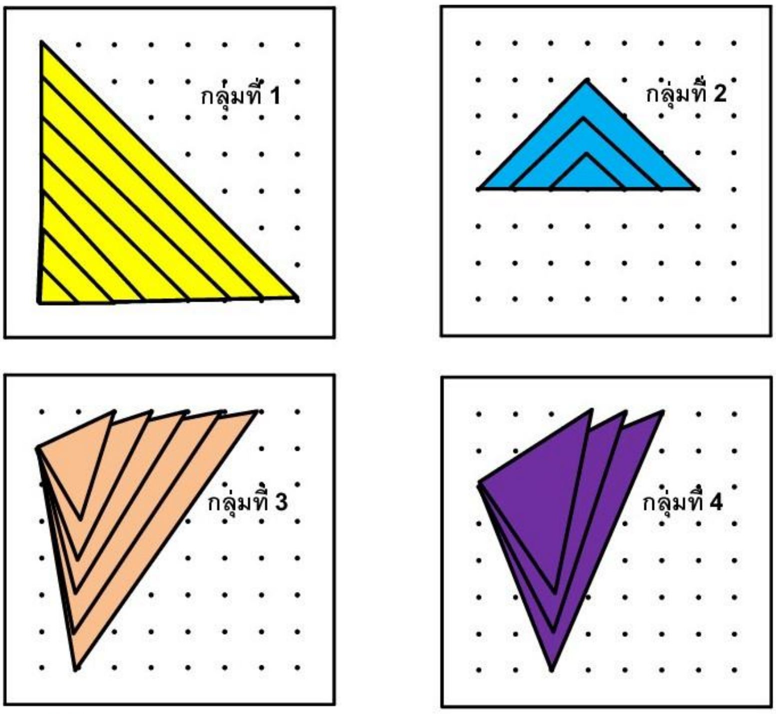
กรณีที่ ฐานของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากที่นักเรียนสร้างทำมุมตรงหรือขนานกับเส้นขอบของกระดาษจุด

หรือกรณีที่ ฐานทำมุมเฉียงในลักษณะอื่น ๆ กับเส้นขอบของกระดาษจุดได้ เช่น



▶ ขั้นที่ 3 : ดำเนินการตามแผน

ข้อ 4. จงสร้างเกณฑ์การจัดหมวดหมู่ของผลเฉลยที่ได้จากการแก้ปัญหาในส่วนที่ 1



▶ ขั้นที่ 4 : ขั้นตรวจสอบผล

ข้อ 5. นักเรียนมีวิธีการตรวจสอบอย่างไรว่าผลเฉลยในแต่ละกลุ่มไม่มีการซ้ำซ้อนกัน

- ใช้การเขียนภาพและแจงกรณีที่เป็นไปได้ทั้งหมด แบ่งออกเป็น 4 กลุ่ม ดังนี้ กลุ่มที่ 1 มีพื้นที่ 0.5, 2, 3, 8, 12.5, 18 และ 24.5 ตารางหน่วย กลุ่มที่ 2 พื้นที่ 1, 4, 9 ตารางหน่วย กลุ่มที่ 3 พื้นที่ 2.5, 5, 8.5, 13, 18.5 ตารางหน่วย กลุ่มที่ 4 พื้นที่ 6.5, 10 และ 14.5 ตารางหน่วย ตามลำดับ

แบบสังเกตพฤติกรรมการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์

วันที่ : .... **เวลา** ....

ชื่อกิจกรรม : ....

ชื่อนักเรียน : 1. ....

2...

3...

4...

พฤติกรรมการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์		นักเรียนคนที่				ข้อสังเกตเพิ่มเติม
		1	2	3	4	
01	มีความกระตือรือร้น/ซักถามครู/ผู้อื่นในการแก้ปัญหา					
02	แสดงร่องรอยการขีดเขียน/วาดรูปขณะทำความเข้าใจปัญหา					
03	ระบุสิ่งที่สถานการณ์ปัญหากำหนดได้ถูกต้อง					
04	ระบุข้อมูลเงื่อนไขของสถานการณ์ปัญหาได้ถูกต้อง					
05	ระบุสิ่งที่สถานการณ์ปัญหาต้องการได้ถูกต้อง					
06	อธิบายแนวคิดทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหาได้ถูกต้อง					
07	เลือกใช้แนวคิดทางคณิตศาสตร์ในแก้ปัญหาที่หลากหลาย/เหมาะสม					
08	อธิบายวิธีการ/ยุทธวิธีที่ใช้ในการแก้ปัญหาได้ถูกต้อง					
09	เลือกใช้วิธีการ/ยุทธวิธีในแก้ปัญหาที่หลากหลาย/เหมาะสม					
10	มีการวางแผน/การคิดอย่างเป็นระบบ/มีขั้นตอน					
11	สามารถค้นหาผลเฉลย/รูปแบบของผลเฉลยได้อย่างหลากหลาย					
12	สามารถค้นหาผลเฉลย/รูปแบบของผลเฉลยที่แปลกใหม่แตกต่างจากผู้อื่น					
13	สามารถเลือกใช้เกณฑ์การจัดกลุ่มได้อย่างเหมาะสม					
14	สามารถเลือกใช้เกณฑ์การจัดกลุ่มที่แปลกใหม่แตกต่างจากผู้อื่น					
15	ลงมือแก้ปัญหาได้อย่างเป็นระบบหรือมีการปรับเปลี่ยนวิธีการคิดใหม่เมื่อวิธีการเดิมไม่ได้ผล					
16	มีการเปรียบเทียบ/ตรวจสอบความถูกต้อง ความสมเหตุสมผลของผลเฉลย					
17	การเปรียบเทียบ/ตรวจสอบความถูกต้อง ความสมเหตุสมผลของเกณฑ์การจัดกลุ่มของผลเฉลย					
18	มีความกระตือรือร้นในการอยากรู้ผลเฉลย/เกณฑ์การจัดกลุ่มของผู้อื่น					
19	มีส่วนร่วมและความรับผิดชอบในการแก้ปัญหาทางเรขาคณิตเป็นรายกลุ่ม					
20	มีส่วนร่วมและความรับผิดชอบในการอภิปรายผลการแก้ปัญหาทางเรขาคณิตในชั้นเรียน					

การให้คะแนน 0 คือ ไม่แสดงพฤติกรรม 1 คือ แสดงพฤติกรรมน้อย 2 คือ แสดงพฤติกรรมมาก

แบบสังเกตพฤติกรรมการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์

วันที่ : .... **เวลา** ....

ชื่อกิจกรรม : ....

ชื่อนักเรียน : 1. ....

2. ....

3. ....

4. ....

พฤติกรรมการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์
1. การทำความเข้าใจปัญหา (ระบุ : สิ่งที่สถานการณ์ปัญหากำหนด/เงื่อนไข ข้อมูลที่จำเป็น/สิ่งที่สถานการณ์ปัญหาต้องการ) ....
2. การวางแผนแก้ปัญหา (ระบุ : แนวคิดทางคณิตศาสตร์ที่ใช้ในการแก้ปัญหา แนวคิด/ยุทธวิธีในการแก้ปัญหา) ....
3. การดำเนินการตามแผน (แก้ปัญหา/ค้นหาผลเฉลย/เลือกเกณฑ์การจัดกลุ่มที่แปลกใหม่ หลากหลาย) ....
4. การตรวจสอบผล (เปรียบเทียบ/ตรวจสอบความถูกต้อง ความสมเหตุสมผลของผลเฉลย เกณฑ์การจัดกลุ่มของผลเฉลย) ....
5. พฤติกรรมอื่น ๆ ....

แบบสัมภาษณ์การแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์

วันที่ : .... **เวลา** ....

ชื่อกิจกรรม : **การหาพื้นที่ของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากบนกระดาษจุด**

ชื่อนักเรียน : ....

ประเด็นในการสัมภาษณ์	บันทึกคำตอบของนักเรียน
01. สิ่งที่สถานการณ์ปัญหากำหนดมีอะไรบ้าง	....
02. เงื่อนไขที่สำคัญของสถานการณ์ปัญหามีอะไรบ้าง	....
03. สิ่งที่สถานการณ์ปัญหาต้องการมีอะไรบ้าง	....
04. รูปสามเหลี่ยมมุมฉากมีลักษณะอย่างไร และหาพื้นที่ได้อย่างไร	....
05. ทฤษฎีบท/สมบัติที่เกี่ยวข้องกับรูปสามเหลี่ยมมุมที่ใช้ในการแก้ปัญหาครั้งนี้มีอะไรบ้าง	....
06. วิธีการ/ยุทธวิธีที่ใช้ในการแก้ปัญหามีอะไรบ้าง	....
07. นักเรียนเริ่มต้นแก้ปัญหานี้อย่างไร	....
08. นักเรียนคิดว่ามีคำตอบ(ผลเฉลย) ที่แตกต่างจากคำตอบของตนเองอีกหรือไม่ อย่างไร	....
09. นักเรียนทราบได้อย่างไรว่าคำตอบครบถ้วนแล้ว	....
10. เกณฑ์การจัดกลุ่มผลเฉลยของนักเรียนที่คิดไว้มีอะไรบ้าง และแต่ละเกณฑ์ที่คิดไว้ดีหรือไม่อย่างไร	....
11. นักเรียนคิดว่ายังมีเกณฑ์การจัดกลุ่มอื่นๆ อีกหรือไม่	....
12. นักเรียนและสมาชิกแต่ละคนในกลุ่มมีส่วนร่วมแก้ปัญหานี้อย่างไร	....
13. นักเรียนได้เรียนรู้อะไรบ้างจากการแก้ปัญหานี้	....

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2 รายกลุ่ม (โครงสร้างที่ 2)

กิจกรรมการเรียนรู้ : การตั้งปัญหาทางเรขาคณิต **ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3**
เรื่อง การหาพื้นที่ของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากบนกระดาษจุด **เวลา 90 นาที**

กิจกรรมการตั้งปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง "การหาพื้นที่ของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากบนกระดาษจุด" เป็นกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่มีจุดประสงค์การเรียนรู้หลัก ***เพื่อเสริมสร้างความคิดริเริ่มและความคิดละเอียดลออ ผ่านการตั้งปัญหาทางเรขาคณิต*** ซึ่งจะทำให้นักเรียนตระหนักและเข้าใจถึงความสำคัญของกระบวนการตั้งปัญหาตามแนวคิดของบราวน์และวอลเทอร์ ตลอดจนมีประสบการณ์ในการตั้งปัญหา ซึ่งมีเงื่อนไข/ข้อมูลจากปัญหาเดิมที่นักเรียนเคยแก้มาแล้วโดยปัญหาดังกล่าวเป็นปัญหาที่มีหาผลเฉลยมากกว่าหนึ่งผลเฉลยและใช้ความรู้ทางเรขาคณิตในการแก้ปัญหา

การตั้งปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ใช้ในคาบเรียนนี้ คือ ปัญหา "การหาพื้นที่ของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากบนกระดาษจุด" ซึ่งเป็นปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ต้องการให้นักเรียนสร้างรูปสามเหลี่ยมมุมฉากลงในกระดาษจุดให้มีพื้นที่แตกต่างกันมากที่สุด (สิ่งที่ต้องการหา) โดยกำหนดขนาดของกระดาษจุดแต่ละรูปและเงื่อนไขในการสร้างมาให้ (สิ่งที่กำหนดมาให้) ซึ่งนักเรียนจะต้องตั้งสถานการณ์ปัญหาที่มีผลเฉลยแปลกใหม่ แตกต่างจากผลเฉลยเดิม และมีรายละเอียดอย่างลุ่มลึก หลายแง่มุมของผลเฉลยที่แตกต่างจากปัญหาเดิม

1. จุดประสงค์การเรียนรู้

1.1 ด้านความรู้ทางคณิตศาสตร์ : เพื่อให้นักเรียน

1.1.1 อธิบายความหมายของการตั้งปัญหาได้

1.1.2 อธิบายกระบวนการตั้งปัญหาตามขั้นตอน/วิธีการตั้งปัญหาทางคณิตศาสตร์ ตามแนวคิดของบราวน์และวอลเทอร์ได้

1.1.3 อธิบายแนวคิด/สมบัติ/ทฤษฎีบทที่เกี่ยวข้องกับรูปเรขาคณิตที่นำไปใช้ในการตั้งปัญหาได้

1.2 ด้านทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ : เพื่อให้นักเรียน

1.2.1 มีความคิดริเริ่มในการสร้างสถานการณ์ใหม่ที่มีเงื่อนไขแตกต่างและแปลกใหม่จากสถานการณ์ที่กำหนด

1.2.2 มีความคิดละเอียดลออในการสร้างสถานการณ์ใหม่ที่มีเงื่อนไขซับซ้อนหลายแง่หลายมุมได้

1.2.3 สื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และนำเสนอสถานการณ์ใหม่พร้อมแนวการค้นหาผลเฉลย

1.3 **ด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์** : เพื่อให้นักเรียน

1.3.1 มีส่วนร่วมและความรับผิดชอบในการตั้งปัญหาทางเรขาคณิตเป็นรายกลุ่ม

1.3.2 มีส่วนร่วมและความรับผิดชอบในการอภิปรายผลการตั้งปัญหาทางเรขาคณิตในชั้นเรียน

2. **สาระการเรียนรู้**

2.1 แนวคิดเกี่ยวกับการตั้งปัญหา และกระบวนการตั้งปัญหา

การตั้งปัญหา หมายถึง กระบวนการในการคิดสถานการณ์หรือปัญหาทางคณิตศาสตร์โดยอาศัยข้อมูลหรือเงื่อนไขที่กำหนดให้ ซึ่งสถานการณ์หรือปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ได้อาจมีหลายขั้นตอน มีความซับซ้อน หรือใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ง่าย ยากแตกต่างกัน

กระบวนการตั้งปัญหา หมายถึง ขั้นตอน/วิธีการตั้งปัญหาทางคณิตศาสตร์ ตามแนวคิดของบราวน์และวอลเทอร์ ซึ่งเป็นกระบวนการที่นำไปใช้ตั้งปัญหาได้ทั้งปัญหาที่เกิดจากการขยายปัญหาเดิมที่เคยแก้มาแล้ว/ปัญหาที่สร้างสรรค์ขึ้นมาใหม่ ประกอบด้วย 5 ขั้นตอน ได้แก่ การคัดเลือกประเด็นสถานการณ์เริ่มต้น การหาลักษณะ/เงื่อนไขของประเด็นสถานการณ์เริ่มต้น การเปลี่ยนเงื่อนไขของประเด็นสถานการณ์ การสร้างสถานการณ์ปัญหา และการวิเคราะห์ปัญหา ซึ่งแต่ละขั้นตอนมีรายละเอียดดังนี้

ขั้นที่ 1 การคัดเลือกประเด็นสถานการณ์เริ่มต้น (Choosing a Starting Point)

การคัดเลือกประเด็นของสถานการณ์เริ่มต้นเพื่อให้ได้มาซึ่งสถานการณ์ปัญหาสามารถเป็นสิ่งใดก็ได้ เช่น รูปภาพ สื่อ วัสดุ อุปกรณ์ ข้อมูลต่าง ๆ ความรู้ ข้อเท็จจริง ทฤษฎีบท หรือสถานการณ์ปัญหาต่าง ๆ ที่เคยแก้มาแล้วก็ได้

ขั้นที่ 2 การหาลักษณะ/เงื่อนไขของประเด็นสถานการณ์เริ่มต้น (Listing Attributes)

การหาลักษณะ/เงื่อนไขของประเด็นสถานการณ์เริ่มต้นนั้น เมื่อคัดเลือกประเด็นเริ่มต้นเพื่อให้ได้มาซึ่งสถานการณ์ปัญหาแล้ว ให้พิจารณาสังเกต นึกถึงสมบัติ ทฤษฎีบทต่าง ๆ ที่เกี่ยวข้องกับประเด็นสถานการณ์ที่คัดเลือกมา โดยเขียนอธิบายเป็นประเด็นรายข้อ

ขั้นที่ 3 การเปลี่ยนเงื่อนไขของประเด็นสถานการณ์ (What-If-Not-Ing)

การเปลี่ยนเงื่อนไขของประเด็นสถานการณ์ เมื่อเราเขียนสมบัติหรือข้อสังเกตที่เราเห็นหรือวิเคราะห์ได้จากขั้นที่ 2 เรียบร้อยแล้ว ให้เราพยายามเปลี่ยนมุมมองของสมบัติหรือประเด็นในแต่ละข้อโดยมีวิธีการดังนี้ "**ถ้า**...**ไม่**เป็นไปตามสมบัติหรือเงื่อนไขนั้นๆ**แล้ว**...จะเกิดอะไรขึ้นได้บ้าง"

ขั้นที่ 4 การสร้างสถานการณ์ปัญหา (Question Asking or Problem Posing)

การสร้างสถานการณ์ปัญหา เมื่อเราเปลี่ยนมุมมองของสมบัติหรือประเด็นในแต่ละข้อจากขั้นที่ 3 แล้ว ให้ลองตั้งปัญหาออกไป โดยที่ยังไม่ต้องคำนึงว่าสถานการณ์ปัญหานั้นจะหาผลเฉลยได้หรือไม่ หรือใช้ยุทธวิธีใดในการแก้ปัญหา ซึ่งเป็นการสร้างสถานการณ์ปัญหาอย่างอิสระ

ขั้นที่ 5 การวิเคราะห์ปัญหา (Analyzing the Problem)

การวิเคราะห์ปัญหา เป็นการวิเคราะห์ความเป็นไปได้ของสถานการณ์ปัญหาที่ได้จากขั้นตอนที่ 4 โดยวิเคราะห์จากความรู้พื้นฐานที่ใช้ในการแก้ปัญหา ความเหมาะสมและการทดลองแก้ปัญหานั้น ๆ

2.2 แนวคิดเกี่ยวกับสาระเรขาคณิตและการวัด

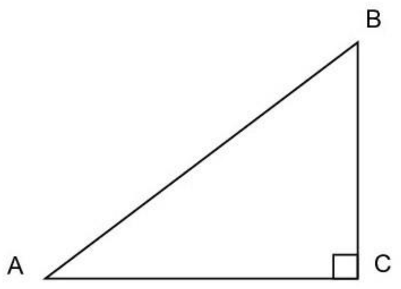
แนวคิดเกี่ยวกับสาระเรขาคณิตและการวัดที่ใช้ในการแก้ปัญหาเพื่อเสริมสร้างความคิดคล่อง และความคิดยืดหยุ่น ประกอบด้วย แนวคิดเกี่ยวกับรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก การหาพื้นที่ของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ทฤษฎีบท/สมบัติที่เกี่ยวข้องกับรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก การสร้างทางเรขาคณิต มุม และการวัดขนาดของมุม ดังนี้

รูปหลายเหลี่ยม (Polygon) หมายถึง รูปบนระนาบซึ่งประกอบด้วยส่วนของเส้นตรงตั้งแต่ 3 เส้นขึ้นไป โดยที่ส่วนของเส้นตรงเหล่านั้นประกอบกันทำให้เกิดบริเวณปิดเพียงบริเวณเดียว ทั้งนี้จุดที่ส่วนของเส้นตรงพบกันเกิดจากส่วนของเส้นตรงเพียงสองเส้นเท่านั้น และพบกันที่ปลายส่วนของเส้นตรง เรียกส่วนของเส้นตรงนั้นว่า **ด้าน** (side) และเรียกจุดที่ส่วนของเส้นตรงพบกันว่า **จุดยอด** (Vertex)

รูปสามเหลี่ยม (triangle) หมายถึง รูปหลายเหลี่ยมที่มีด้าน 3 ด้าน

รูปสามเหลี่ยมมุมฉาก (right triangle) หมายถึง รูปสามเหลี่ยมที่มีมุมฉากหนึ่งมุม

ตัวอย่าง : พิจารณารูปสามเหลี่ยม ABC ที่มีมุม C เป็นมุมฉาก



เรียก $\overline{AB}$ ว่า ด้านตรงข้ามมุมฉาก

เรียก $\overline{AC}$ และ $\overline{BC}$ ว่า ด้านประกอบมุมฉาก

ตัวอย่าง : การหาพื้นที่ของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก คือ $\frac{1}{2}$ x ความยาวฐาน x ความสูง

มุม (angle) หมายถึง รูปเรขาคณิตซึ่งเกิดจากรังสีสองเส้น ที่มีจุดเริ่มต้นร่วมกัน เรียกรังสีสองเส้นนี้ว่า แขนของมุม (arm: arm of and angle; side of and angle) และเรียกจุดเริ่มต้นที่ร่วมกันว่า จุดยอด (vertex)

มุมฉาก (right angle) หมายถึง มุมที่มีขนาด 90 องศา

ทฤษฎีบท/สมบัติที่เกี่ยวข้องกับรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

ทฤษฎีบทพีทาโกรัส : ในรูปสามเหลี่ยมมุมฉากใด ๆ พื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสบนด้านตรงข้ามมุมฉาก เท่ากับผลบวกพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสบนด้านประกอบมุมฉาก

บทกลับทฤษฎีบทพีทาโกรัส : สำหรับรูปสามเหลี่ยมใด ๆ ถ้ากำลังสองของความยาวของด้านด้านหนึ่ง เท่ากับผลบวกของกำลังสองของความยาวของด้านอีกสองด้าน แล้วรูปสามเหลี่ยมนั้นเป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

3. **สื่อการเรียนรู้ / แหล่งการเรียนรู้**

3.1 ใบความรู้และใบตรวจสอบความรู้: แนวคิดเกี่ยวกับการตั้งปัญหา และกระบวนการตั้งปัญหา (สำหรับนักเรียนคนละหนึ่งชุด)

3.2 ใบกิจกรรม: การตั้งปัญหา “การหาพื้นที่ของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากบนกระดาษจุด” (สำหรับนักเรียนคนละหนึ่งชุด)

3.3 กระดาษจุดขนาด 7×7 ตารางเซนติเมตร (สำหรับนักเรียนกลุ่มละหนึ่งชุด)

3.4 ผลเฉลย: การตั้งปัญหา “การหาพื้นที่ของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากบนกระดาษจุด” (สำหรับครูผู้สอน)

3.5 เกณฑ์การให้คะแนนแบบรูบริก สำหรับกิจกรรม: การหาพื้นที่ของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากบนกระดาษจุด (สำหรับครูผู้สอน)

3.6 กล่องกระดาษผลเฉลย ซึ่งประกอบด้วย ปากกาเคมี จำนวน 3 ด้าม กระดาษชานอ้อยจำนวน 1 แผ่น สำหรับติดผลเฉลยเครื่องมือวัดมุม (สำหรับนักเรียนกลุ่มละหนึ่งชุด)

3.7 แบบสังเกตพฤติกรรมการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ ซึ่งได้แก่แบบตรวจสอบรายการและแบบบันทึกภาคสนาม (สำหรับครูผู้สอน)

4. กิจกรรมการเรียนรู้

กิจกรรมการเรียนรู้แบ่งออกเป็น 3 ช่วง ได้แก่ ช่วงที่ 1 แนวคิดเบื้องต้นเกี่ยวกับการตั้งปัญหาและการชี้แจงแนวปฏิบัติในชั้นเรียน ช่วงที่ 2 การตั้งปัญหาทางเรขาคณิตเพื่อพัฒนาความคิดริเริ่มและความคิดละเอียดลออ ช่วงที่ 3 การนำเสนอและอภิปรายผลการตั้งปัญหาทางเรขาคณิตของนักเรียน

4.1 แนวคิดเบื้องต้นเกี่ยวกับการตั้งปัญหาและการชี้แจงแนวปฏิบัติในชั้นเรียน ใช้เวลาประมาณ 15 นาที ซึ่งมีรายละเอียดดังนี้

4.1.1 ครูนำเข้าสู่บทเรียน เรื่อง แนวคิดเบื้องต้นเกี่ยวกับการตั้งปัญหา โดยอธิบาย "ความสำคัญของการตั้งปัญหาทางคณิตศาสตร์"

[ในสถานการณ์ปัจจุบันกิจกรรมต่าง ๆ ที่เราต้องทำเป็นเป็นจำคือการแก้ปัญหา ซึ่งปัญหาที่เราต้องพบเจอเป็นประจำ เช่น ปัญหาการเดินทาง ปัญหาการเรียน ปัญหาค่าใช้จ่าย เป็นต้น ซึ่งการแก้ปัญหาเหล่านั้นนับได้ว่าเป็นกระบวนการสำคัญของมนุษย์ที่ต้องเผชิญอยู่ตลอดเวลา จากความสำคัญ ดังกล่าวนักแก้ปัญหาจึงพยายามแสวงหาวิธีการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาของมนุษย์ให้เอาชนะอุปสรรคต่าง ๆ ได้โดยง่าย ซึ่งพบว่า การตั้งปัญหาเป็นกระบวนการที่เกี่ยวข้องและสัมพันธ์เชื่อมโยงกับการแก้ปัญหา โดยการตั้งปัญหาจะช่วยขยายแนวคิดของการแก้ปัญหา ไม่ว่าจะเป็นการสร้างแนวคิด/ยุทธวิธีที่หลากหลาย การพัฒนาเจตคติในการแก้ปัญหาหรือการพัฒนาองค์ความรู้ใหม่ ๆ ก็ตาม ดังนั้นการตั้งปัญหาจึงเป็นกระบวนการที่สำคัญที่ช่วยขยายแนวคิดในการแก้ปัญหาและเกิดความคิดสร้างสรรค์ในการพัฒนาสิ่งใหม่ ๆ ได้]

4.1.2 เพื่อให้นักเรียนเห็นความสำคัญของการตั้งปัญหาทางคณิตศาสตร์ และกระบวนการตั้งปัญหามากยิ่งขึ้น ครูแนะนำกระบวนการตั้งปัญหาตามแนวคิดของบราวน์และวอลเทอร์ที่มีประสิทธิภาพให้นักเรียนร่วมกันอภิปราย ดังรายละเอียดในสาระการเรียนรู้ หัวข้อ 2.1 (ใบความรู้: แนวคิดเกี่ยวกับการตั้งปัญหา และกระบวนการตั้งปัญหา)

4.1.3 เพื่อตรวจสอบความเข้าใจความหมายของการตั้งปัญหา และกระบวนการตั้งปัญหา ครูให้นักเรียนร่วมกันอภิปราย แสดงความคิดเห็น และตอบคำถามเป็นกลุ่ม ดังนี้

(1) การตั้งปัญหาคืออะไร/มีลักษณะเป็นอย่างไร

[นักเรียนควรตอบว่า กระบวนการในการคิดสถานการณ์หรือปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยอาศัยข้อมูลหรือเงื่อนไขที่กำหนดให้ ซึ่งสถานการณ์หรือปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ได้อาจมีหลายขั้นตอน มีความซับซ้อน หรือใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ง่าย ยากแตกต่างกัน]

(2) กระบวนการตั้งปัญหาตามแนวคิดของบราวน์และวอลเทอร์ มีขั้นตอนและรายละเอียดอย่างไรบ้าง

[ขั้นตอน/วิธีการตั้งปัญหาทางคณิตศาสตร์ ตามแนวคิดของบราวน์และวอลเทอร์ ซึ่งเป็นกระบวนการที่นำไปใช้ตั้งปัญหาได้ทั้งปัญหาที่เกิดจากการขยายปัญหาเดิมที่เคยแก้มาแล้ว/ปัญหาที่สร้างสรรค์ขึ้นมาใหม่ ประกอบด้วย 5 ขั้นตอน ได้แก่ การคัดเลือกประเด็นสถานการณ์เริ่มต้น การหาลักษณะ/เงื่อนไขของประเด็นสถานการณ์เริ่มต้น การเปลี่ยนเงื่อนไขของประเด็นสถานการณ์ การสร้างสถานการณ์ปัญหา และการวิเคราะห์ปัญหา]

4.1.4 ครูจัดนักเรียนเป็นกลุ่มย่อย กลุ่มละ 4 คน โดยแต่ละกลุ่มเป็นนักเรียนที่คละความสามารถ โดยแต่ละกลุ่มประกอบด้วยนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูง 1 คน ปานกลาง 2 คน และต่ำ 1 คน เพื่อร่วมกันแก้ปัญหาเป็นกลุ่มย่อย

4.1.5 ครูชี้แจงแนวปฏิบัติในชั้นเรียนเกี่ยวกับการตั้งปัญหาร่วมกันเป็นกลุ่ม ซึ่งได้แก่

(1) การลงมือปฏิบัติการตั้งปัญหาร่วมกันเป็นกลุ่มย่อย โดยดำเนินการตามขั้นตอนและกระบวนการของตามแนวคิดของบราวน์และวอลเทอร์

(2) การสรุปและอภิปรายกระบวนการตั้งปัญหาร่วมกัน โดยสมาชิกในกลุ่มร่วมกันอภิปรายอย่างอิสระ

(3) การเขียนผลการตั้งปัญหา และผลการแก้ปัญหาลงในใบกิจกรรมของตนเองและใบกิจกรรมของกลุ่มอย่างละเอียด

(4) การนำเสนอผลการตั้งปัญหาปัญหาหน้าชั้นเรียน โดยเน้นย้ำว่า "สมาชิกทุกคนในกลุ่มจะต้องเข้าใจแนวคิดในการตั้งปัญหา และสามารถอธิบายได้" หลังจากนั้นครูให้นักเรียนซักถามข้อสงสัย (ถ้ามี)

4.2 การตั้งปัญหาทางคณิตศาสตร์เพื่อพัฒนาความคิดริเริ่มและความคิดละเอียดลออ ใช้เวลาประมาณ 60 นาที ซึ่งมีรายละเอียดดังนี้

4.2.1 ครูแจกใบกิจกรรมที่ 2 : การตั้งปัญหา เรื่อง "การหาพื้นที่ของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากบนกระดาษจุด" เพื่อพัฒนาความสามารถในการคิดริเริ่มและคิดละเอียดลออ ซึ่ง

ประกอบด้วย ปากกาเคมี จำนวน 3 ด้าม กระดาษชานอ้อยจำนวน 1 แผ่น สำหรับติดผลการตั้งสถานการณ์ปัญหาและผลเฉลย เครื่องมือวัดมุม ให้นักเรียนกลุ่มละ 1 ชุด

4.2.2 เพื่อดำเนินการตามกระบวนการตั้งปัญหา โดยใช้กระบวนการตั้งปัญหาของบราวน์และวอลเทอร์ ในขั้นที่ 1 การคัดเลือกประเด็นสถานการณ์เริ่มต้น (Choosing a Starting Point) นั้น ครูนำเสนอสถานการณ์ปัญหา ตลอดจนสร้างแรงจูงใจให้นักเรียนอยากตั้งปัญหา แล้วให้นักเรียนแต่ละคนอ่านและทำความเข้าใจสถานการณ์ปัญหาในใบกิจกรรมด้วยตนเองอีกครั้ง โดยเน้นย้ำว่าขณะอ่านและทำความเข้าใจปัญหานักเรียนสามารถขีดเขียนในใบกิจกรรมได้ตามความต้องการ

4.2.3 เพื่อตรวจสอบการคัดเลือกประเด็นสถานการณ์เริ่มต้นของนักเรียน ครูตั้งประเด็นคำถามให้นักเรียนแสดงความคิดเห็น เช่น

(1) นักเรียนกำลังพิจารณาสถานการณ์ปัญหาใดและสถานการณ์ดังกล่าวเกี่ยวกับเรื่องอะไร

[นักเรียนควรตอบว่า สถานการณ์ปัญหาในคาบเรียนก่อนหน้า เรื่อง การหาพื้นที่ของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากบนกระดาษจุด]

(2) ข้อมูลหรือเงื่อนไขที่สถานการณ์ปัญหากำหนดมาให้มีอะไรบ้าง

[นักเรียนควรตอบว่า ถ้า...นักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้นกลุ่มนี้ต้องการสร้างรูปสามเหลี่ยมมุมฉากที่มีความยาวด้านเท่ากัน 1 คู่ บนกระดาษจุดขนาด 7x7 ตารางหน่วย แล้ว...นักเรียนกลุ่มนี้จะสามารถสร้างรูปเรขาคณิตที่สอดคล้องกับเงื่อนไขดังกล่าวได้แตกต่างกันทั้งหมดกี่รูป] เป็นต้น

4.2.4 เมื่อนักเรียนคัดเลือกสถานการณ์ปัญหาที่กำหนดแล้ว ครูให้นักเรียนแต่ละคนดำเนินการตามขั้นที่ 2 การหาลักษณะ/เงื่อนไขของประเด็นสถานการณ์เริ่มต้น (Listing Attributes) โดยให้นักเรียนพิจารณาสังเกต นึกถึงสมบัติ ทฤษฎีบทต่าง ๆ ที่เกี่ยวข้องกับประเด็นสถานการณ์ที่คัดเลือกมา โดยเขียนอธิบายเป็นประเด็นรายข้อ ด้วยตนเอง โดยไม่ต้องปรึกษาสมาชิกในกลุ่ม (ใช้เวลาประมาณ 5 นาที)

4.2.5 เพื่อตรวจสอบการหาลักษณะ/เงื่อนไขของประเด็นสถานการณ์เริ่มต้น ครูตั้งประเด็นคำถามให้นักเรียนแสดงความคิดเห็น เช่น

(1) สิ่งที่สถานการณ์ปัญหากำหนดให้ แล้วนักเรียนคิดว่ามีเงื่อนไข/สมบัติ/ทฤษฎีบทที่สำคัญอะไรบ้าง ให้อธิบายเป็นรายข้อ

[นักเรียนควรตอบว่า :

- รูปเรขาคณิตที่สร้างต้องมีจุดยอดมุมอยู่บนจุดของกระดาษจุดเท่านั้น
- รูปเรขาคณิตแต่ละรูปที่สร้างต้องมีพื้นที่แตกต่างกัน
- รูปเรขาคณิตที่สร้างต้องแสดงวิธีการหาพื้นที่ของรูปเหล่านั้น
- รูปเรขาคณิตที่สร้างเป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉากที่มีความยาวด้านเท่ากัน 1 คู่
- รูปเรขาคณิตที่สร้างต้องแสดงยุทธวิธี/วิธีการในการคำนวณการหาพื้นที่ที่หลากหลาย

- รูปเรขาคณิตที่สร้างต้องอยู่บนกระดาษจุดขนาด 7 x 7 ตารางหน่วย ห่างกัน 1 หน่วย

- ทฤษฎีบทที่เกี่ยวข้องกับรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก คือ ทฤษฎีบทพีทาโกรัส และบทกลับของทฤษฎีบทพีทาโกรัส

- การหาพื้นที่ของรูปสามเหลี่ยมที่กำหนดให้

คือ $\frac{1}{2}$ x ความยาวฐาน x ความสูง

- รูปสามเหลี่ยมมุมฉากที่มีด้านยาวเท่ากัน 1 คู่ คือรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว เป็นต้น]

4.2.6 หลังจากที่นักเรียนหาลักษณะ/เงื่อนไขของประเด็นสถานการณ์เริ่มต้น เป็นรายบุคคลแล้ว ครูเปิดโอกาสให้นักเรียนนำแนวคิดในการหาลักษณะ/เงื่อนไขของประเด็นสถานการณ์เริ่มต้นของตนมาแลกเปลี่ยนกับเพื่อนสมาชิกภายในกลุ่ม (อาจเริ่มจากแลกเปลี่ยนกัน 2 คนก่อน แล้วค่อยอภิปรายร่วมกันทั้งกลุ่ม) จนกระทั่งสามารถหาข้อสรุปเป็นแนวคิดของกลุ่มได้

4.2.7 เมื่อนักเรียนหาลักษณะ/เงื่อนไขของประเด็นสถานการณ์เริ่มต้นแล้ว ครูให้นักเรียนดำเนินการตามขั้นที่ 3 การเปลี่ยนเงื่อนไขของประเด็นสถานการณ์ (What-If-Not-Ing) โดยให้นักเรียนพยายามเปลี่ยนมุมมองของสมบัติหรือประเด็นในแต่ละข้อโดยมีวิธีการดังนี้ "**ถ้า**... <u>**ไม่**</u>ปืนไปตามสมบัติหรือเงื่อนไขนั้นๆ **แล้ว**...จะเกิดอะไรขึ้นได้บ้าง"

4.2.8 เพื่อตรวจสอบการเปลี่ยนเงื่อนไขของประเด็นสถานการณ์ของนักเรียนในแต่ละกลุ่ม ครูตั้งประเด็นคำถามให้นักเรียนแสดงความคิดเห็น เช่น

(1) "**ถ้า**...<u>**ไม่**</u>เป็นไปตามสมบัติ/เงื่อนไขในขั้นที่ 2 **แล้ว**...จะเกิดอะไรขึ้นได้บ้าง"

[นักเรียนควรตอบว่า :

- อะไรจะเกิดขึ้น ถ้ารูปเรขาคณิตที่สร้างไม่จำเป็นต้องมีจุดยอดมุมอยู่บนจุดของกระดาษจุดเท่านั้น

- อะไรจะเกิดขึ้น ถ้ารูปเรขาคณิตแต่ละรูปที่สร้างไม่จำเป็นต้องมีพื้นที่ต่างกัน
- อะไรจะเกิดขึ้น ถ้ารูปเรขาคณิตที่สร้างต้องแสดง วิธีการหาพื้นที่ของรูปเหล่านั้นด้วยวิธีการที่แตกต่างกัน
- อะไรจะเกิดขึ้น ถ้ารูปเรขาคณิตที่สร้างเป็นไม่จำเป็นต้องเป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉากที่มีความยาวด้านเท่ากัน 1 คู่
- อะไรจะเกิดขึ้น ถ้ารูปเรขาคณิตที่สร้างบนกระดาษจุดขนาด 7 x 7 ตารางหน่วย โดยแนวตั้งและแนวนอนห่างกันไม่เท่ากับ 1 หน่วย
- อะไรจะเกิดขึ้น ถ้าการสร้างและหาพื้นที่ของรูปเรขาคณิตไม่จำเป็นต้องใช้ทฤษฎีบทพีทาโกรัส หรือบทกลับของทฤษฎีบทพีทาโกรัส
- อะไรจะเกิดขึ้น ถ้าการหาพื้นที่ของรูปสามเหลี่ยมที่กำหนดให้ ไม่จำเป็นต้องใช้สูตรการคำนวณ $\frac{1}{2}$ x ความยาวฐาน x ความสูง
- อะไรจะเกิดขึ้น ถ้ารูปเรขาคณิตที่สร้างบนกระดาษจุดขนาด 7 x 7 ตารางหน่วย เป็นรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว
- อะไรจะเกิดขึ้น ถ้ารูปเรขาคณิตที่สร้างบนกระดาษจุดขนาด 7 x 7 ตารางหน่วย เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก
- อะไรจะเกิดขึ้น ถ้ารูปเรขาคณิตที่สร้างบนกระดาษจุดขนาด 7 x 7 ตารางหน่วย เป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส เป็นต้น]

4.2.9 เมื่อนักเรียนหาเปลี่ยนเงื่อนไขของประเด็นสถานการณ์เรียบร้อยร้อย ครูให้นักเรียนดำเนินการตามขั้นที่ 4 การสร้างสถานการณ์ปัญหา (Question Asking or Problem Posing) โดยให้นักเรียนพยายามให้ลองตั้งปัญหาออกไปจากการเปลี่ยนเงื่อนไขหรือสมบัติในขั้นตอนก่อนหน้า โดยที่ยังไม่ต้องคำนึงว่าสถานการณ์ปัญหานั้นจะหาผลเฉลยได้หรือไม่ หรือใช้ยุทธวิธีใดในการแก้ปัญหา ซึ่งเป็นการสร้างสถานการณ์ปัญหาอย่างอิสระ

4.2.10 เพื่อตรวจสอบการสร้างสถานการณ์ปัญหาของนักเรียนในแต่ละกลุ่ม ครูตั้งประเด็นคำถามให้นักเรียนแสดงความคิดเห็น เช่น

(1) นักเรียนคิดว่าสถานการณ์ปัญหาที่นักเรียนตั้ง มีสถานการณ์ปัญหาใดบ้างมีโครงสร้างในลักษณะจำนวน 1 เงื่อนไข และการดำเนินการแก้ปัญหา 1 ขั้นตอน

[นักเรียนควรตอบว่า กรณีโครงสร้าง 1 : สถานการณ์ปัญหาจำนวน 1 เงื่อนไข และการดำเนินการแก้ปัญหา 1 ขั้นตอน มีตัวอย่างสถานการณ์ ดังนี้

- ถ้า...นักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้นกลุ่มนี้ต้องการสร้างรูปสามเหลี่ยม แล้ว...นักเรียนกลุ่มนี้จะสามารถสร้างรูปสามเหลี่ยม ได้แตกต่างกันทั้งหมดกี่รูป

- ถ้า...นักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้นกลุ่มนี้ต้องการสร้างรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก แล้ว...นักเรียนกลุ่มนี้จะสามารถสร้างรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ได้แตกต่างกันทั้งหมดกี่รูป

- ถ้า...นักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้นกลุ่มนี้ต้องการสร้างรูปสี่เหลี่ยม แล้ว...นักเรียนกลุ่มนี้จะสามารถสร้างรูปสี่เหลี่ยม ได้แตกต่างกันทั้งหมดกี่รูป

- ถ้า...นักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้นกลุ่มนี้ต้องการสร้างรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส แล้ว...นักเรียนกลุ่มนี้จะสามารถสร้างรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส ได้แตกต่างกันทั้งหมดกี่รูป เป็นต้น

(2) นักเรียนคิดว่าสถานการณ์ปัญหาที่นักเรียนตั้ง มีสถานการณ์ปัญหาใดบ้างมีโครงสร้างในลักษณะจำนวน 1 เงื่อนไข และการดำเนินการแก้ปัญหามากกว่า 1 ขั้นตอน

[นักเรียนควรตอบว่า กรณีโครงสร้าง 2 : สถานการณ์ปัญหาจำนวน 1 เงื่อนไข และการดำเนินการแก้ปัญหามากกว่า 1 ขั้นตอน มีตัวอย่างสถานการณ์ ดังนี้

- ถ้า...นักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้นกลุ่มนี้ต้องการสร้างรูปสามเหลี่ยม แล้ว...นักเรียนกลุ่มนี้จะสามารถสร้างรูปสามเหลี่ยม ได้แตกต่างกันทั้งหมดกี่รูป (ขั้นที่ 1) และเมื่อสร้างรูปเหล่านี้แล้วให้นักเรียนแสดงวิธีการหาพื้นที่ของรูปสามเหลี่ยมเหล่านี้ด้วย (ขั้นที่ 2)

- ถ้า...นักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้นกลุ่มนี้ต้องการสร้างรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก แล้ว...นักเรียนกลุ่มนี้จะสามารถสร้างรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ได้แตกต่างกันทั้งหมดกี่รูป (ขั้นที่ 1) และเมื่อสร้างรูปเหล่านี้แล้วให้นักเรียนแสดงวิธีการหาพื้นที่ของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากเหล่านี้ด้วย (ขั้นที่ 2)

- ถ้า...นักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้นกลุ่มนี้ต้องการสร้างรูปสี่เหลี่ยม แล้ว...นักเรียนกลุ่มนี้จะสามารถสร้างรูปสี่เหลี่ยม ได้แตกต่างกันทั้งหมดกี่รูป (ขั้นที่ 1) และเมื่อสร้างรูปเหล่านี้แล้วให้นักเรียนแสดงวิธีการหาพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมเหล่านี้ด้วย (ขั้นที่ 2)

- ถ้า...นักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้นกลุ่มนี้ต้องการสร้างรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส แล้ว...นักเรียนกลุ่มนี้จะสามารถสร้างรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส ได้แตกต่างกันทั้งหมดกี่รูป (ขั้นที่ 1) และเมื่อสร้างรูปเหล่านี้แล้วให้นักเรียนแสดงวิธีการหาพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสเหล่านี้ด้วย (ขั้นที่ 2) เป็นต้น

(3) นักเรียนคิดว่าสถานการณ์ปัญหาที่นักเรียนตั้ง มีสถานการณ์ปัญหาใดบ้างมีโครงสร้างในลักษณะมากกว่า 1 เงื่อนไข และการดำเนินการแก้ปัญหา 1 ขั้นตอน

[นักเรียนควรตอบว่า กรณีโครงสร้าง 3 : สถานการณ์ปัญหามากกว่า 1 เงื่อนไข และการดำเนินการแก้ปัญหา 1 ขั้นตอน มีตัวอย่างสถานการณ์ ดังนี้

- ถ้า...นักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้นกลุ่มนี้ต้องการสร้างรูปสามเหลี่ยม แล้ว...นักเรียนกลุ่มนี้จะสามารถสร้างรูปสามเหลี่ยม ให้สอดคล้องกับเงื่อนไขต่อไปนี้ได้แตกต่างกันทั้งหมดกี่รูป

- รูปสามเหลี่ยมที่สร้างต้องมีจุดยอดมุมอยู่บนจุดของกระดาษจุดเท่านั้น
- รูปสามเหลี่ยมแต่ละรูปที่สร้างต้องมีพื้นที่แตกต่างกัน

- ถ้า...นักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้นกลุ่มนี้ต้องการสร้างรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก แล้ว...นักเรียนกลุ่มนี้จะสามารถสร้างรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ให้สอดคล้องกับเงื่อนไขต่อไปนี้ได้แตกต่างกันทั้งหมดกี่รูป

- รูปสามเหลี่ยมมุมฉากที่สร้างต้องมีจุดยอดมุมอยู่บนจุดของกระดาษจุด
- รูปสามเหลี่ยมมุมฉากแต่ละรูปที่สร้างต้องมีพื้นที่แตกต่างกัน

- ถ้า...นักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้นกลุ่มนี้ต้องการสร้างรูปสี่เหลี่ยม แล้ว...นักเรียนกลุ่มนี้จะสามารถสร้างรูปสี่เหลี่ยม ให้สอดคล้องกับเงื่อนไขต่อไปนี้ได้แตกต่างกันกี่รูป

- รูปสี่เหลี่ยมที่สร้างต้องมีจุดยอดมุมอยู่บนจุดของกระดาษจุดเท่านั้น
- รูปสี่เหลี่ยมแต่ละรูปที่สร้างต้องมีพื้นที่แตกต่างกัน

- ถ้า...นักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้นกลุ่มนี้ต้องการสร้างรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส แล้ว...นักเรียนกลุ่มนี้จะสามารถสร้างรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส ให้สอดคล้องกับเงื่อนไขต่อไปนี้ได้แตกต่างกันทั้งหมดกี่รูป

- รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส ที่สร้างต้องมีจุดยอดมุมอยู่บนจุดของกระดาษจุดเท่านั้น
- รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส แต่ละรูปที่สร้างต้องมีพื้นที่แตกต่างกัน

เป็นต้น

(4) นักเรียนคิดว่าสถานการณ์ปัญหาที่นักเรียนตั้ง มีสถานการณ์ปัญหาใดบ้างมีโครงสร้างในลักษณะมากกว่า 1 เงื่อนไข และการดำเนินการแก้ปัญหามากกว่า 1 ขั้นตอน

[นักเรียนควรตอบว่า กรณีโครงสร้าง 4 : สถานการณ์ปัญหามากกว่า 1 เงื่อนไข และการดำเนินการแก้ปัญหามากกว่า 1 ขั้นตอน มีตัวอย่างสถานการณ์ ดังนี้

- ถ้า...นักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้นกลุ่มนี้ต้องการสร้างรูปสามเหลี่ยม แล้ว...นักเรียนกลุ่มนี้จะสามารถสร้างรูปสามเหลี่ยม ให้สอดคล้องกับเงื่อนไขต่อไปนี้ได้แตกต่างกันทั้งหมดกี่รูป

- รูปสามเหลี่ยมที่สร้างต้องมีจุดยอดมุมอยู่บนจุดของกระดาษจุดเท่านั้น
- รูปสามเหลี่ยมแต่ละรูปที่สร้างต้องมีพื้นที่แตกต่างกันและเมื่อสร้างรูปเหล่านี้แล้วให้นักเรียนแสดงวิธีการหาพื้นที่ของรูปสามเหลี่ยมเหล่านี้ด้วย

- ถ้า...นักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้นกลุ่มนี้ต้องการสร้างรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก แล้ว...นักเรียนกลุ่มนี้จะสามารถสร้างรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ให้สอดคล้องกับเงื่อนไขต่อไปนี้ได้แตกต่างกันทั้งหมดกี่รูป

- รูปสามเหลี่ยมมุมฉากที่สร้างต้องมีจุดยอดมุมอยู่บนจุดของกระดาษจุดเท่านั้น
- รูปสามเหลี่ยมมุมฉากแต่ละรูปที่สร้างต้องมีพื้นที่แตกต่างกัน และเมื่อสร้างรูปเหล่านี้แล้วให้นักเรียนแสดงวิธีการหาพื้นที่ของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากเหล่านี้ด้วย

- ถ้า...นักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้นกลุ่มนี้ต้องการสร้างรูปสี่เหลี่ยม แล้ว...นักเรียนกลุ่มนี้จะสามารถสร้างรูปสี่เหลี่ยม ให้สอดคล้องกับเงื่อนไขต่อไปนี้ได้แตกต่างกันทั้งหมดกี่รูป

- รูปสี่เหลี่ยมที่สร้างต้องมีจุดยอดมุมอยู่บนจุดของกระดาษจุดเท่านั้น
- รูปสี่เหลี่ยมแต่ละรูปที่สร้างต้องมีพื้นที่แตกต่างกัน และเมื่อสร้างรูปเหล่านี้แล้วให้นักเรียนแสดงวิธีการหาพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมเหล่านี้ด้วย

- ถ้า...นักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้นกลุ่มนี้ต้องการสร้างรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส แล้ว...นักเรียนกลุ่มนี้จะสามารถสร้างรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส ให้สอดคล้องกับเงื่อนไขต่อไปนี้ได้แตกต่างกันทั้งหมดกี่รูป

- รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส ที่สร้างต้องมีจุดยอดมุมอยู่บนจุดของกระดาษจุดเท่านั้น
- รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส แต่ละรูปที่สร้างต้องมีพื้นที่แตกต่างกัน และเมื่อสร้างรูปเหล่านี้แล้วให้นักเรียนแสดงวิธีการหาพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสเหล่านี้ด้วย

เป็นต้น

4.2.11 เมื่อนักเรียนสร้างสถานการณ์ปัญหาเรียบร้อยร้อย ครูให้นักเรียนดำเนินการตามขั้นที่ 5 การวิเคราะห์ปัญหา (Analyzing the Problem) โดยให้นักเรียนพยายามวิเคราะห์

ความเป็นไปได้ของสถานการณ์ปัญหาที่ได้จากขั้นตอนที่ 4 โดยวิเคราะห์จากความรู้พื้นฐานที่ใช้ในการแก้ปัญหา ความเหมาะสมและการทดลองแก้ปัญหานั้น ๆ ซึ่งในการลองแก้ปัญหาครูแนะนำให้นักเรียนแต่ละกลุ่มร่วมกันลงมือแก้ปัญหา ตามกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยา วิลสันและคณะ

4.2.12 เพื่อตรวจสอบผลในการตั้งปัญหาตามขั้นที่ 5 การวิเคราะห์ปัญหา ครูตั้งประเด็นคำถาม ให้นักเรียนแสดงความคิดเห็นร่วมกันเพื่อตรวจสอบความคิดริเริ่มและความคิดละเอียดลออ ดังนี้

(1) นักเรียน คิดว่าสถานการณ์ปัญหาที่นักเรียนตั้งมีผลเฉลยที่แปลกใหม่แตกต่างจากผลเฉลยเดิมในสถานการณ์ปัญหาก่อนหน้านี้หรือไม่ เพราะเหตุใด

[นักเรียนควรตอบว่า มีผลเฉลยที่แปลกใหม่แตกต่างจากผลเฉลยเดิม โดยที่ผลเฉลยแปลกใหม่แตกต่างนั้นมาจากการปรับเปลี่ยนเงื่อนไขหรือสมบัติบางประการของเงื่อนไขเดิมจากสถานการณ์ปัญหาก่อนหน้า]

(2) นักเรียนคิดว่านักเรียนสามารถหาผลเฉลยได้ครบทุกผลเฉลย ทุกแง่มุม ได้สอดคล้องกับเงื่อนไขที่กำหนดหรือไม่

[นักเรียนควรตอบว่า สามารถหาผลเฉลยได้ครบทุกผลเฉลย ทุกแง่มุม ได้สอดคล้องกับเงื่อนไข เนื่องจากมีการแบ่งกรณีของเงื่อนไขและใช้การแจงกรณีที่เป็นไปได้ทั้งหมด]

4.2.13ขณะที่นักเรียนตั้งปัญหาเพื่อคิดหาผลเฉลย ครู (และผู้ช่วยวิจัย 2 คน) จะสังเกตพฤติกรรมการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ ด้านความคิดริเริ่มและความคิดละเอียดลออของนักเรียน (เฉพาะนักเรียนเป้าหมาย) แล้วบันทึกพฤติกรรมเหล่านั้นลงในแบบตรวจสอบรายการและแบบบันทึกภาคสนาม เมื่อเสร็จสิ้นการตั้งปัญหาทางคณิตศาสตร์ครูจะบันทึกพฤติกรรมพร้อมทั้งเก็บกระดาษทดทั้งหมด และสัมภาษณ์นักเรียนเป้าหมายหลังสิ้นสุดกิจกรรม เพื่อนำข้อมูลไปใช้ในการวิเคราะห์เชิงปริมาณและเชิงคุณภาพต่อไป

4.3 **การนำเสนอและอภิปรายผลการตั้งปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน** ใช้เวลาประมาณ 15 นาที มีรายละเอียดดังนี้

4.3.1 ให้นักเรียนแต่ละกลุ่มร่วมกันอภิปรายและรายงานกระบวนการตั้งปัญหา เรื่อง การหาพื้นที่ของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากบนกระดาษจุด ซึ่งประกอบด้วย สถานการณ์ปัญหาใหม่และผลเฉลยที่ได้ หน้าชั้นเรียนแล้วให้นักเรียนในกลุ่มอื่น ๆ นำเสนอสถานการณ์ปัญหาใหม่ และผลเฉลยที่แตกต่างกัน (ถ้ามี)

4.3.2 ครูและนักเรียนทุกกลุ่มร่วมกันสรุป อภิปรายสถานการณ์ปัญหาใหม่ และผลเฉลยที่ได้ ซึ่งประเด็นในการอภิปรายมีดังนี้

(1) กระบวนการตั้งปัญหาใน ขั้นตอนใดเป็นขั้นตอนที่มีความยุ่งยากซับซ้อนมากที่สุด

(2) เนื้อหา/ความรู้ ที่จำเป็นต้องใช้ในการตั้งปัญหาครั้งนี้ ประกอบด้วยเรื่องอะไรบ้าง

(3) เงื่อนไข/สมบัติ/ทฤษฎีบทที่จำเป็นต้องใช้ในการตั้งปัญหาครั้งนี้ ประกอบด้วยเรื่องอะไรบ้าง

(4) วิธีการ/ยุทธวิธี ที่ใช้ในการตั้งปัญหาครั้งนี้ ประกอบด้วยวิธีการ/ยุทธวิธี อะไรบ้าง

(5) สถานการณ์ปัญหาใหม่ที่นักเรียนตั้ง มีสถานการณ์ปัญหาใดบ้างที่นักเรียนสามารถค้นหาผลเฉลยได้ และสถานการณ์ปัญหาใดบ้างที่ไม่สามารถค้นหาผลเฉลยได้ เพราะเหตุใด

(6) นักเรียนมีวิธีการเลือกสถานการณ์ปัญหาใหม่ อย่างไรให้มีความแตกต่างจากสถานการณ์ปัญหาเดิม เพราะเหตุใด

(7) ผลเฉลยของนักเรียนที่ได้ในการตั้งปัญหาครั้งนี้ มีความแตกต่างจากผลเฉลยเดิมหรือไม่/อย่างไร

(8) ยุทธวิธีของนักเรียนที่ได้ในการแก้ปัญหาใหม่ครั้งนี้ มีความแตกต่างจากยุทธวิธีเดิมหรือไม่/อย่างไร

(9) สถานการณ์ปัญหาใหม่/ผลเฉลย/ยุทธวิธีอื่น ๆ (ถ้ามี) ที่ได้จากกระบวนการตั้งปัญหาครั้งนี้

5. การวัดและประเมินผลการเรียนรู้

การวัดและประเมินผลการเรียนรู้ตามจุดประสงค์การเรียนรู้ มีดังนี้

จุดประสงค์การเรียนรู้ ที่ต้องการวัดและประเมินผล	การวัดผล	การประเมินผล
ด้านความรู้ทางคณิตศาสตร์ : 1. อธิบายความหมายของการตั้งปัญหาได้ 2. อธิบายกระบวนการตั้งปัญหาตามขั้นตอน/วิธีการตั้งปัญหาทางคณิตศาสตร์ ตามแนวคิดของบราวน์และวอลเทอร์ได้	**วิธีวัดผล** : พิจารณาความถูกต้องของคำตอบของนักเรียน ในใบตรวจสอบความรู้ เรื่อง แนวคิดเกี่ยวกับการตั้งปัญหาและกระบวนการตั้งปัญหา **เครื่องวัดผล** : ใบตรวจสอบความรู้ เรื่อง แนวคิดเกี่ยวกับการตั้งปัญหา และกระบวนการตั้งปัญหา (มีคำถามทั้งหมด 3 ข้อ)	**เกณฑ์การให้คะแนน** : - ถ้า นักเรียน ตอบได้ถูกต้อง จะได้ คะแนน 1 คะแนน - ถ้า นักเรียน ตอบไม่ถูกต้อง จะได้ คะแนน 0 คะแนน **เกณฑ์การประเมิน** : - ถ้า นักเรียน ได้คะแนนมากกว่า 2 คะแนนขึ้นไป ถือว่าผ่าน
3. อธิบายแนวคิด/สมบัติ/ทฤษฎีบทที่เกี่ยวข้องกับรูปเรขาคณิตที่นำไปใช้ในการแก้ปัญหาได้	**วิธีวัดผล** : พิจารณาความถูกต้องของคำตอบของนักเรียน ในใบกิจกรรมที่ 2 : การตั้งปัญหา เรื่องการหาพื้นที่ของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากบนกระดาษจุด **เครื่องวัดผล** : ใบกิจกรรมที่ 2 : การตั้งปัญหา เรื่องการหาพื้นที่ของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากบนกระดาษจุด (มีคำถามทั้งหมด 1 ข้อ)	**เกณฑ์การให้คะแนน** : - ถ้า นักเรียน ตอบได้ถูกต้องครบถ้วน จะได้ คะแนน 2 คะแนน - ถ้า นักเรียน ตอบได้ถูกต้องบางส่วน จะได้ คะแนน 1 คะแนน - ถ้า นักเรียน ตอบไม่ถูกต้อง จะได้ คะแนน 0 คะแนน **เกณฑ์การประเมิน** : - ถ้า นักเรียน ได้คะแนนมากกว่า 1 คะแนนขึ้นไป ถือว่าผ่าน
ด้านทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ : 4. มีความคิดริเริ่มในการสร้างสถานการณ์ใหม่ที่มีเงื่อนไขแตกต่างและแปลกใหม่จากสถานการณ์ที่กำหนด 5. มีความคิดละเอียดลออในการสร้างสถานการณ์ใหม่ที่มีเงื่อนไขซับซ้อนหลายแง่หลายมุมได้	**วิธีวัดผล** : พิจารณาความถูกต้องของคำตอบของนักเรียนในใบกิจกรรมที่ 2 : การตั้งปัญหา เรื่องการหาพื้นที่ของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากบนกระดาษจุด **เครื่องวัดผล** : ใบกิจกรรมที่ 2 : การตั้งปัญหา เรื่องการหาพื้นที่ของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากบนกระดาษจุด	**เกณฑ์การให้คะแนน** : ใช้เกณฑ์การให้คะแนนแบบรูบริกแบบวิเคราะห์ ซึ่งมีคะแนนเต็ม 20 คะแนน **เกณฑ์การประเมิน** : - ถ้า นักเรียน ได้คะแนนมากกว่า 12 คะแนนขึ้นไป ถือว่าผ่าน

จุดประสงค์การเรียนรู้ที่ต้องการวัดและประเมินผล	การวัดผล	การประเมินผล
6. สื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และนำเสนอสถานการณ์ใหม่พร้อมแนวการค้นหาผลเฉลย	**วิธีวัดผล** : พิจารณาความถูกต้องชัดเจน ของการอธิบายและนำเสนอกระบวนการตั้งปัญหา **เครื่องวัดผล** : แบบสังเกตพฤติกรรมการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ ด้านความคิดริเริ่มและความคิดละเอียดลออ	**เกณฑ์การให้คะแนน** : - ถ้านักเรียนอธิบายและนำเสนอผล การตั้งปัญหาได้ถูกต้องชัดเจน จะได้ 3 คะแนน - ถ้านักเรียนอธิบายและนำเสนอผล การตั้งปัญหาได้พอสื่อให้เข้าใจได้ครบถ้วน จะได้ 2 คะแนน - ถ้านักเรียนอธิบายและนำเสนอผล การตั้งปัญหาได้พอสื่อให้เข้าใจได้บางส่วน จะได้ 1 คะแนน - ถ้านักเรียนไม่อธิบายและนำเสนอผลการตั้งปัญหาเลย จะได้ 0 คะแนน **เกณฑ์การประเมิน** : - ถ้า นักเรียน ได้คะแนนมากกว่า 1 คะแนนขึ้นไป ถือว่าผ่าน
ด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์: 7. มีส่วนร่วมและความรับผิดชอบในการตั้งปัญหาทางเรขาคณิตเป็นรายกลุ่ม 8. มีส่วนร่วมและความรับผิดชอบในการอภิปรายผลการตั้งปัญหาทางเรขาคณิตในชั้นเรียน	**วิธีวัดผล** : พิจารณาพฤติกรรมการแสดงออกของนักเรียน ขณะร่วมอภิปราย ตอบคำถาม หรือลงมือตั้งปัญหา โดยมีนักวิจัยและผู้ช่วยวิจัยเป็นผู้สังเกตการณ์ แล้วบันทึกลงในแบบสังเกตพฤติกรรมการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ ด้านความคิดริเริ่มและความคิดละเอียดลออ **เครื่องวัดผล** : แบบสังเกตพฤติกรรมการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ ด้านความคิดริเริ่มและความคิดละเอียดลออ	**เกณฑ์การให้คะแนน** : พิจารณารายข้อของแบบสังเกตพฤติกรรม - ถ้า นักเรียน แสดงออกชัดเจน จะได้ 2 คะแนน - ถ้า นักเรียน แสดงออกเพียงบางส่วน จะได้ 1 คะแนน - ถ้า นักเรียน ไม่แสดงออกเลย จะได้ 0 คะแนน **เกณฑ์การประเมิน** : - ถ้า นักเรียน ได้คะแนนมากกว่า 2 คะแนนขึ้นไป ถือว่าผ่าน

6. บันทึกหลังการจัดกิจกรรมการเรียนรู้

6.1 ด้านนักเรียน

(ระบุ : พฤติกรรมที่แสดงออกด้านความรู้/ทักษะและกระบวนการ/คุณลักษณะที่พบ)

....

....

....

....

....

....

6.2 ด้านผู้สอน

(ระบุ : ปัญหาที่พบระหว่างการจัดกิจกรรมการเรียนรู้/ข้อค้นพบ/ข้อเสนอแนะในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ครั้งต่อไป)

....

....

....

....

....

....

6.3 ด้านอื่น ๆ

(ถ้ามี)

....

....

....

....

....

....

....

....

ใบความรู้
เรื่อง แนวคิดเกี่ยวกับการตั้งปัญหา และกระบวนการตั้งปัญหา

▶ ความสำคัญของการตั้งปัญหา

ในชีวิตประจำวันกิจกรรมต่าง ๆ ที่เราต้องทำเป็นเป็นจำคือการแก้ปัญหา ซึ่งปัญหาที่เราต้องพบเจอเป็นประจำ เช่น ปัญหาการเดินทาง ปัญหาการเรียน ปัญหาค่าใช้จ่าย เป็นต้น ซึ่งการแก้ปัญหาเหล่านั้นนับได้ว่าเป็นกระบวนการสำคัญของมนุษย์ที่ต้องเผชิญอยู่ตลอดเวลา จากความสำคัญดังกล่าวนักแก้ปัญหาจึงพยายามแสวงหาวิธีการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาของมนุษย์ให้เอาชนะอุปสรรคต่าง ๆ ได้โดยง่าย ซึ่งพบว่า การตั้งปัญหาเป็นกระบวนการที่เกี่ยวข้องและสัมพันธ์เชื่อมโยงกับการแก้ปัญหา โดย**การตั้งปัญหาจะช่วยขยายแนวคิดของการแก้ปัญหา** ไม่ว่าจะเป็นการสร้างแนวคิด/ยุทธวิธีที่หลากหลาย การพัฒนาเจตคติในการแก้ปัญหา หรือการพัฒนาองค์ความรู้ใหม่ ๆ ก็ตาม ดังนั้นการตั้งปัญหาจึงเป็นกระบวนการที่สำคัญที่ช่วยขยายแนวคิดในการแก้ปัญหาและเกิดความคิดสร้างสรรค์ในการพัฒนาสิ่งใหม่ ๆ ได้

▶ **การตั้งปัญหา** หมายถึง กระบวนการในการคิดสถานการณ์หรือปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยอาศัยข้อมูลหรือเงื่อนไขที่กำหนดให้ ซึ่งสถานการณ์หรือปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ได้อาจมีหลายขั้นตอน มีความซับซ้อน หรือใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ง่าย ยากแตกต่างกัน

▶ **กระบวนการตั้งปัญหา** หมายถึง ขั้นตอน/วิธีการตั้งปัญหาทางคณิตศาสตร์ ตามแนวคิดของบราวน์และวอลเทอร์ ซึ่งเป็นกระบวนการที่นำไปใช้ตั้งปัญหาได้ทั้งปัญหาที่เกิดจากการขยายปัญหาเดิมที่เคยแก้มาแล้ว/ปัญหาที่สร้างสรรค์ขึ้นมาใหม่ ประกอบด้วย 5 ขั้นตอน ได้แก่ การคัดเลือกประเด็นสถานการณ์เริ่มต้น การหาลักษณะ/เงื่อนไขของประเด็นสถานการณ์เริ่มต้น การเปลี่ยนเงื่อนไขของประเด็นสถานการณ์ การสร้างสถานการณ์ปัญหา และการวิเคราะห์ปัญหา

แต่ละขั้นตอนมีรายละเอียดดังนี้

ขั้นที่ 1 การคัดเลือกประเด็นสถานการณ์เริ่มต้น (Choosing a Starting Point)

การคัดเลือกประเด็นของสถานการณ์เริ่มต้นเพื่อให้ได้มาซึ่งสถานการณ์ปัญหาสามารถเป็นสิ่งใดก็ได้ เช่น รูปภาพ สื่อ วัสดุ อุปกรณ์ ข้อมูลต่าง ๆ ความรู้ ข้อเท็จจริง ทฤษฎีบท หรือสถานการณ์ปัญหาต่าง ๆ ที่เคยแก้มาแล้วก็ได้

- **ขั้นที่ 2 การหาลักษณะ/เงื่อนไขของประเด็นสถานการณ์เริ่มต้น** (Listing Attributes)

การหาลักษณะ/เงื่อนไขของประเด็นสถานการณ์เริ่มต้นนั้น เมื่อคัดเลือกประเด็นเริ่มต้นเพื่อให้ได้มาซึ่งสถานการณ์ปัญหาแล้ว ให้พิจารณาสังเกต นึกถึงสมบัติ ทฤษฎีบทต่าง ๆ ที่เกี่ยวข้องกับประเด็นสถานการณ์ที่คัดเลือกมา โดยเขียนอธิบายเป็นประเด็นรายข้อ

- **ขั้นที่ 3 การเปลี่ยนเงื่อนไขของประเด็นสถานการณ์** (What-If-Not-Ing)

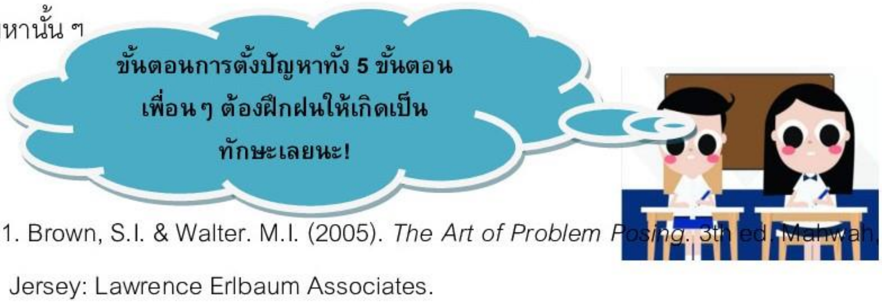
การเปลี่ยนเงื่อนไขของประเด็นสถานการณ์ เมื่อเราเขียนสมบัติหรือข้อสังเกตที่เราเห็นหรือวิเคราะห์ได้จากขั้นที่ 2 เรียบร้อยแล้ว ให้เราพยายามเปลี่ยนมุมมองของสมบัติหรือประเด็นในแต่ละข้อ โดยมีวิธีการดังนี้ "**ถ้า**...**ไม่**เป็นไปตามสมบัติหรือเงื่อนไขนั้นๆ **แล้ว**...จะเกิดอะไรขึ้นได้บ้าง"

- **ขั้นที่ 4 การสร้างสถานการณ์ปัญหา** (Question Asking or Problem Posing)

การสร้างสถานการณ์ปัญหา เมื่อเราเปลี่ยนมุมมองของสมบัติหรือประเด็นในแต่ละข้อจากขั้นที่ 3 แล้ว ให้ลองตั้งปัญหาออกไป โดยที่ยังไม่ต้องคำนึงว่าสถานการณ์ปัญหานั้นจะหาผลเฉลยได้หรือไม่ หรือใช้ยุทธวิธีใดในการแก้ปัญหา ซึ่งเป็นการสร้างสถานการณ์ปัญหาอย่างอิสระ

- **ขั้นที่ 5 การวิเคราะห์ปัญหา** (Analyzing the Problem)

การวิเคราะห์ปัญหา เป็นการวิเคราะห์ความเป็นไปได้ของสถานการณ์ปัญหาที่ได้จากขั้นตอนที่ 4 โดยวิเคราะห์จากความรู้พื้นฐานที่ใช้ในการแก้ปัญหา ความเหมาะสมและการทดลองแก้ปัญหานั้น ๆ



ที่มา : 1. Brown, S.I. & Walter. M.I. (2005). *The Art of Problem Posing*. 3th ed. Mahwah, New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates.

2. ทรงชัย อักษรคิด. (2555). *การแก้ปัญหาและการตั้งปัญหาทางคณิตศาสตร์*. มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์.

ใบตรวจสอบความรู้
เรื่อง แนวคิดเกี่ยวกับการตั้งปัญหา และกระบวนการตั้งปัญหา

ชื่อ...**ชั้น**.............**เลขที่**..........

คำชี้แจง : ให้นักเรียนเขียนอธิบายคำตอบอย่างละเอียด

ข้อ 1. "การตั้งปัญหามีความเกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหา" อย่างไร

....

....

....

....

ข้อ 2. "การตั้งปัญหา" มีลักษณะ/กระบวนการอย่างไร

....

....

....

....

ข้อ 3. "กระบวนการตั้งปัญหาตามแนวคิดของบราวน์และวอลเทอร์" ประกอบด้วยขั้นตอนสำคัญอะไรบ้าง

....

....

....

....

....

....

....

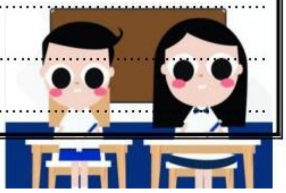
....

....

....

....

....



เฉลยใบตรวจสอบความรู้

เรื่อง แนวคิดเกี่ยวกับการตั้งปัญหา และกระบวนการตั้งปัญหา

ชื่อ...**ชั้น**.............**เลขที่**..........

คำชี้แจง : ให้นักเรียนเขียนอธิบายคำตอบอย่างละเอียด

ข้อ 1. "การตั้งปัญหามีความเกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหา" อย่างไร

ตอบ การตั้งปัญหาจะช่วยขยายแนวคิดของการแก้ปัญหา ไม่ว่าจะเป็นการสร้างแนวคิด/ยุทธวิธีที่หลากหลาย การพัฒนาเจตคติในการแก้ปัญหา หรือการพัฒนาองค์ความรู้ใหม่ ๆ ก็ตาม ดังนั้นการตั้งปัญหาจึงเป็นกระบวนการที่สำคัญที่ช่วยขยายแนวคิดในการแก้ปัญหาและเกิดความคิดสร้างสรรค์ในการพัฒนาสิ่งใหม่ ๆ ได้

ข้อ 2. "การตั้งปัญหา" มีลักษณะ/กระบวนการอย่างไร

ตอบ กระบวนการในการคิดสถานการณ์หรือปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยอาศัยข้อมูลหรือเงื่อนไขที่กำหนดให้ ซึ่งสถานการณ์หรือปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ได้อาจมีหลายขั้นตอน มีความซับซ้อนหรือใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ง่าย ยากแตกต่างกัน

ข้อ 3. "กระบวนการตั้งปัญหาตามแนวคิดของบราวน์และวอลเทอร์" ประกอบด้วยขั้นตอนสำคัญอะไรบ้าง

ตอบ กระบวนการตั้งปัญหาทางคณิตศาสตร์ ตามแนวคิดของบราวน์และวอลเทอร์ ซึ่งเป็นกระบวนการที่นำไปใช้ตั้งปัญหาได้ทั้งปัญหาที่เกิดจากการขยายปัญหาเดิมที่เคยแก้มาแล้ว/ปัญหาที่สร้างสรรค์ขึ้นมาใหม่ ประกอบด้วย 5 ขั้นตอน ได้แก่

- การคัดเลือกประเด็นสถานการณ์เริ่มต้น
- การหาลักษณะ/เงื่อนไขของประเด็นสถานการณ์เริ่มต้น
- การเปลี่ยนเงื่อนไขของประเด็นสถานการณ์
- การสร้างสถานการณ์ปัญหา
- การวิเคราะห์ปัญหา

หมายเหตุ : โดยขั้นตอนการเปลี่ยนเงื่อนไขของประเด็นสถานการณ์ เป็นขั้นตอนที่สำคัญ คือการเปลี่ยนเงื่อนไขโดยใช้กระบวนการ "**ถ้า**...**ไม่**เป็นไปตามสมบัติหรือเงื่อนไขนั้นๆ **แล้ว**...จะเกิดอะไรขึ้นได้บ้าง"

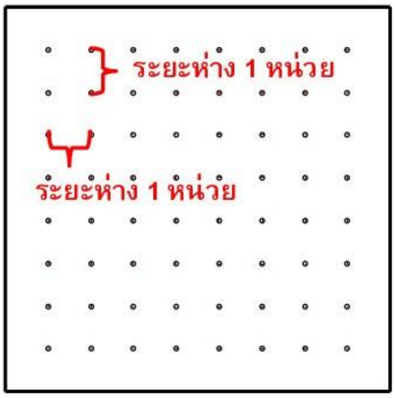
กิจกรรมที่ 2 : การตั้งปัญหา

เรื่อง "การหาพื้นที่ของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากบนกระดาษจุด"

ชื่อ..ชั้น.............เลขที่..........กลุ่มที่........

สถานการณ์ : การหาพื้นที่ของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากบนกระดาษจุด

▶ ในการประกวดโครงงานคณิตศาสตร์ของโรงเรียนแห่งหนึ่ง นักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้นที่มีความสนใจในวิชาคณิตศาสตร์ต้องการนำความทางเรขาคณิตมาใช้ในการออกแบบและสร้างสรรค์รูปเรขาคณิตบนกระดาษจุดขนาด 7 x 7 ตารางหน่วย (กระดาษจุดมีรายละเอียดดังภาพ)



โดยในการออกแบบรูปเรขาคณิตบนกระดาษจุดขนาด 7 x 7 ตารางหน่วย มีเงื่อนไข ดังนี้

เงื่อนไขของสถานการณ์ : มีเงื่อนไข ดังนี้

- รูปเรขาคณิตที่สร้างต้องมีจุดยอดมุมอยู่บนจุดของกระดาษจุดเท่านั้น
- รูปเรขาคณิตแต่ละรูปที่สร้างต้องมีพื้นที่แตกต่างกัน และต้องแสดงวิธีการหาพื้นที่ของรูปเรขาคณิตที่สร้าง

▶ ถ้า...**นักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้นกลุ่มนี้ต้องการสร้างรูปสามเหลี่ยมมุมฉากที่มีความยาวด้านเท่ากัน 1 คู่** แล้ว...**นักเรียนกลุ่มนี้จะสามารถสร้างรูปเรขาคณิตที่สอดคล้องกับเงื่อนไขดังกล่าวได้แตกต่างกันทั้งหมดกี่รูป**

แบบรายงานผลการปฏิบัติกิจกรรม : การตั้งปัญหา
เรื่อง “การหาพื้นที่ของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากบนกระดาษจุด”

ชื่อ...ชั้น..............เลขที่..........กลุ่มที่.........

▶ ขั้นที่ 1 : การคัดเลือกประเด็นสถานการณ์เริ่มต้น

ข้อ 1. หัวข้อ/ประเด็นสถานการณ์ปัญหาเริ่มต้น ที่นักเรียนคัดเลือกมาพิจารณาเพื่อสร้างสถานการณ์ปัญหาใหม่

....

....

....

▶ ขั้นที่ 2 : การหาลักษณะ/เงื่อนไขของประเด็นสถานการณ์เริ่มต้น

ข้อ 2. สิ่งที่สถานการณ์ปัญหาที่นักเรียนคัดเลือกมา มีเงื่อนไข/สมบัติ/ทฤษฎีบทที่สำคัญอะไรบ้าง ให้เขียนอธิบายเป็นข้อ ๆ

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

▶ ขั้นที่ 3 : การเปลี่ยนเงื่อนไขของประเด็นสถานการณ์

ข้อ 3. ให้เขียนประโยค "ถ้า...ไม่เป็นไปตามเงื่อนไข/สมบัติ/ทฤษฎีบทที่สำคัญในขั้นตอนที่ 2" แล้วพิจารณาว่าจะเกิดอะไรขึ้น

……
……
……
……
……
……
……
……
……
……
……
……

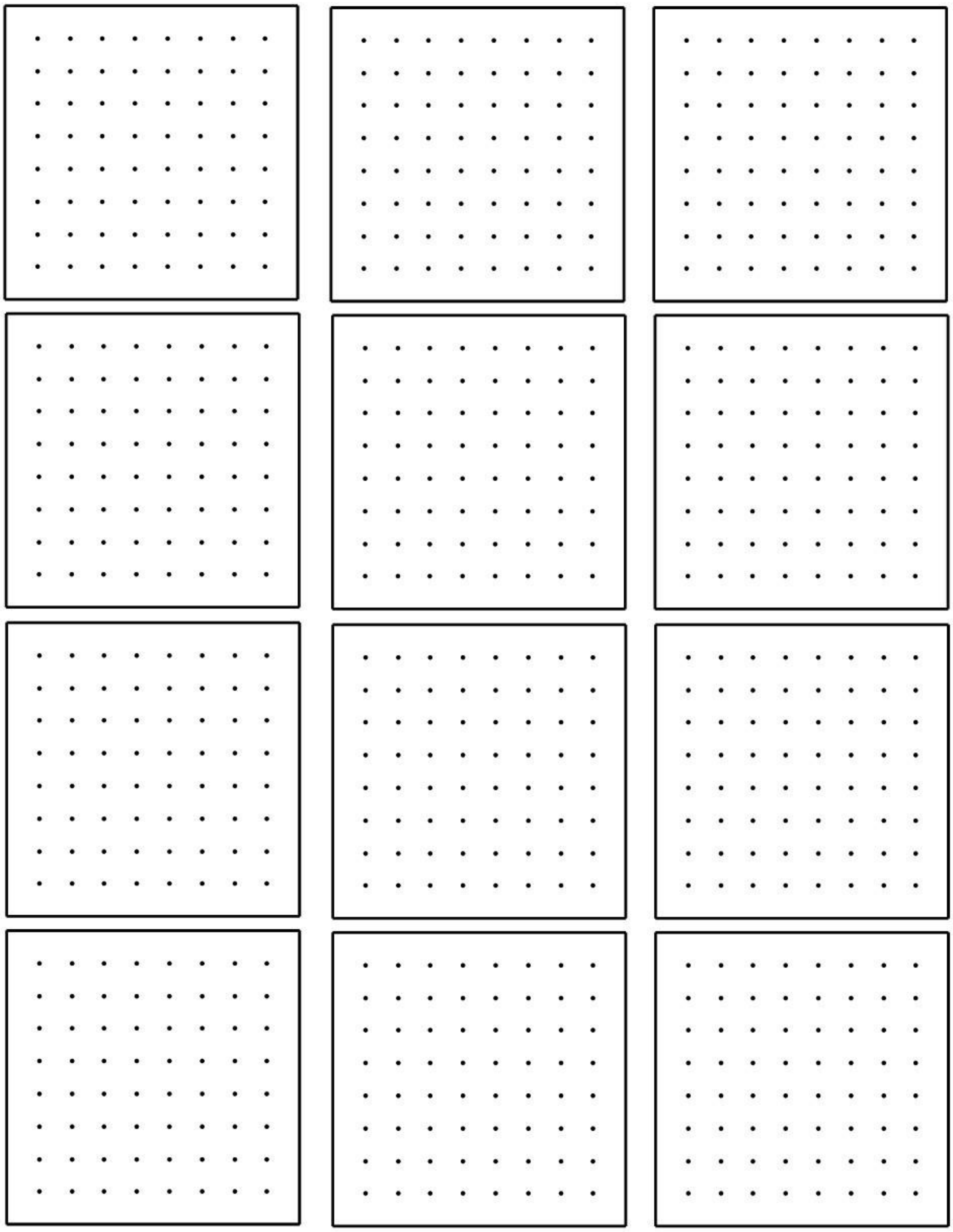
▶ ขั้นที่ 4 : การสร้างสถานการณ์ปัญหา

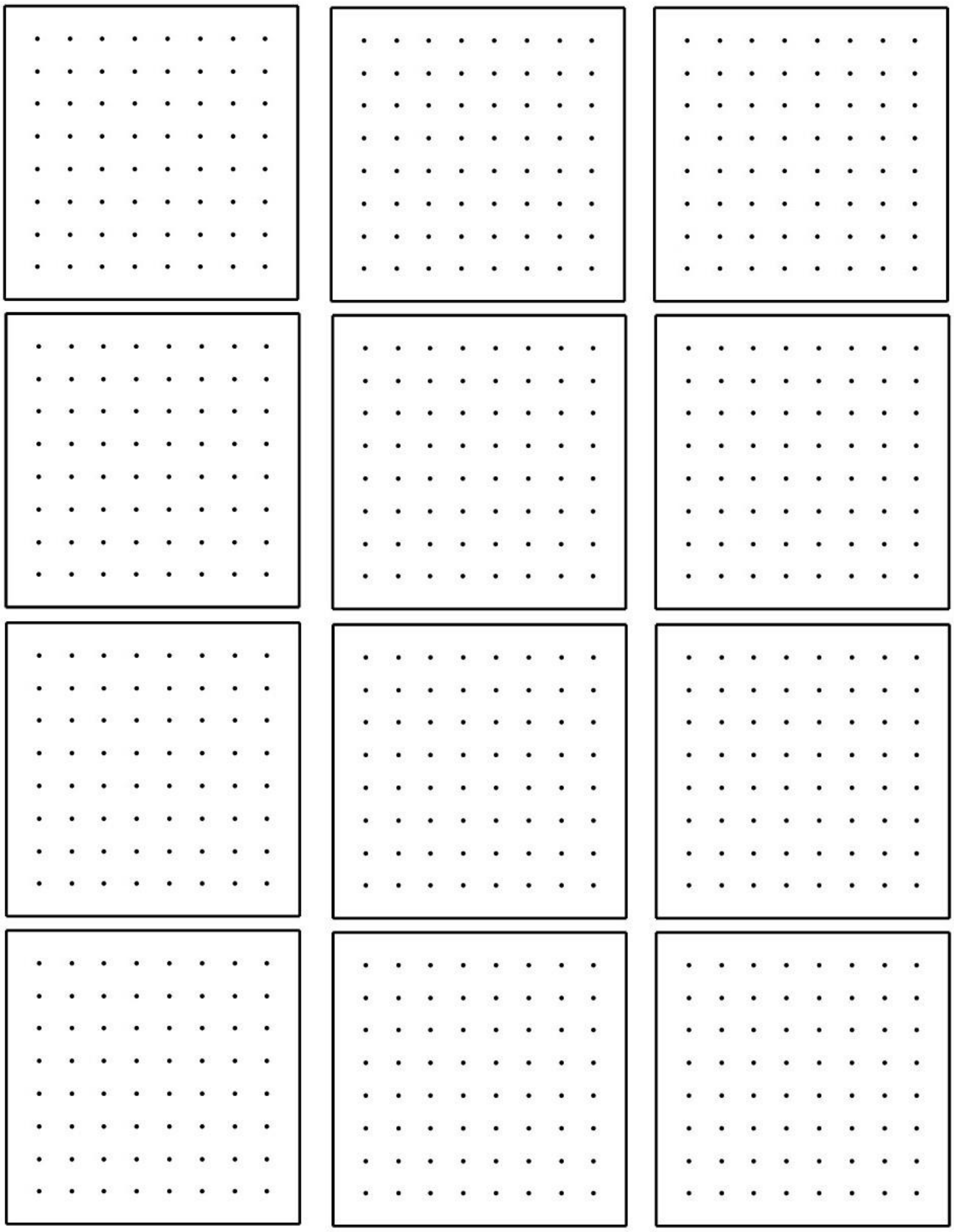
ข้อ 4. ให้สร้างสถานการณ์ปัญหาใหม่จากการเปลี่ยนแปลงเงื่อนไข/สมบัติ/ทฤษฎีบทที่สำคัญในขั้นตอนที่ 3

……
……
……
……
……
……
……
……
……
……
……
……

▶ ขั้นที่ 5 : การวิเคราะห์ปัญหา

ข้อ 5. ให้นักเรียนคัดเลือกและวิเคราะห์สถานการณ์ปัญหาในข้อ 4 ที่มีผลเฉลยแปลกใหม่และหลากหลาย (โดยการแก้ปัญหาจากสถานการณ์ปัญหาที่เลือกมา)





<u>เฉลย</u> แบบรายงานผลการปฏิบัติกิจกรรม : การตั้งปัญหา
เรื่อง "การหาพื้นที่ของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากบนกระดาษจุด"

▶ ขั้นที่ 1 : การคัดเลือกประเด็นสถานการณ์เริ่มต้น

ข้อ 1. หัวข้อ/ประเด็นสถานการณ์ปัญหาเริ่มต้น ที่นักเรียนคัดเลือกมาพิจารณาเพื่อสร้างสถานการณ์ปัญหาใหม่

<u>ตอบ</u> สถานการณ์ : การหาพื้นที่ของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากบนกระดาษจุด โดยมีรายละเอียดของประเด็นสถานการณ์ดังนี้

ถ้า...นักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้นกลุ่มนี้ต้องการสร้าง<u>รูปสามเหลี่ยมมุมฉากที่มีความยาวด้านเท่ากัน 1 คู่</u> บนกระดาษจุดขนาด 7x7 ตารางหน่วย แล้ว...นักเรียนกลุ่มนี้จะสามารถสร้างรูปเรขาคณิตที่สอดคล้องกับเงื่อนไขดังกล่าวได้แตกต่างกันทั้งหมดกี่รูป

▶ ขั้นที่ 2 : การหาลักษณะ/เงื่อนไขของประเด็นสถานการณ์เริ่มต้น

ข้อ 2. สิ่งที่สถานการณ์ปัญหากำหนดให้แล้วนักเรียนคัดเลือกมา มีเงื่อนไข/สมบัติ/ทฤษฎีบทที่สำคัญอะไรบ้าง ให้เขียนอธิบายเป็นข้อ ๆ

<u>ตอบ</u> พิจารณาเงื่อนไข/สมบัติ/ทฤษฎีบทที่สำคัญ ดัง**<u>ตัวอย่าง</u>**ต่อไป

1) รูปเรขาคณิตที่สร้างต้องมีจุดยอดมุมอยู่บนจุดของกระดาษจุดเท่านั้น
2) รูปเรขาคณิตแต่ละรูปที่สร้างต้องมีพื้นที่แตกต่างกัน
3) รูปเรขาคณิตที่สร้างต้องแสดงวิธีการหาพื้นที่ของรูปเหล่านั้น
4) รูปเรขาคณิตที่สร้างเป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉากที่มีความยาวด้านเท่ากัน 1 คู่
5) รูปเรขาคณิตที่สร้างต้องแสดงยุทธวิธี/วิธีการในการคำนวณการหาพื้นที่ที่หลากหลาย
6) รูปเรขาคณิตที่สร้างต้องอยู่บนกระดาษจุดขนาด 7 x 7 ตารางหน่วย
7) กำหนดระยะห่างของจุดกระดาษจุดขนาด 7 x 7 ตารางหน่วย โดยแนวตั้งและแนวนอนห่างกัน 1 หน่วย
8) ทฤษฎีบทที่เกี่ยวข้องกับรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก คือ ทฤษฎีบทพีทาโกรัส และบทกลับของทฤษฎีบทพีทาโกรัส
9) การหาพื้นที่ของรูปสามเหลี่ยมที่กำหนดให้ คือ $\frac{1}{2}$ x ความยาวฐาน x ความสูง
10) รูปสามเหลี่ยมมุมฉากที่มีด้านยาวเท่ากัน 1 คู่ คือรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว

เป็นต้น

▶ ขั้นที่ 3 : การเปลี่ยนเงื่อนไขของประเด็นสถานการณ์

ข้อ 3. ให้เขียนประโยค "ถ้า...ไม่เป็นไปตามเงื่อนไข/สมบัติ/ทฤษฎีบทที่สำคัญในขั้นตอนที่ 2" แล้วพิจารณาว่าจะเกิดอะไรขึ้น

ตอบ พิจารณาประโยค "ถ้า...ไม่เป็นไปตามเงื่อนไข/สมบัติ/ทฤษฎีบทที่สำคัญในขั้นตอนที่ 2" แล้วพิจารณาว่าจะเกิดอะไรขึ้น ดัง**ตัวอย่าง**ต่อไป

1) อะไรจะเกิดขึ้น ถ้ารูปเรขาคณิตที่สร้างไม่จำเป็นต้องมีจุดยอดมุมอยู่บนจุดของกระดาษจุดเท่านั้น

2) อะไรจะเกิดขึ้น ถ้ารูปเรขาคณิตแต่ละรูปที่สร้างไม่จำเป็นต้องมีพื้นที่แตกต่างกัน

3) อะไรจะเกิดขึ้น ถ้ารูปเรขาคณิตที่สร้างต้องแสดง วิธีการหาพื้นที่ของรูปเหล่านั้นด้วยวิธีการที่แตกต่างกัน

4) อะไรจะเกิดขึ้น ถ้ารูปเรขาคณิตที่สร้างเป็นไม่จำเป็นต้องเป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉากที่มีความยาวด้านเท่ากัน 1 คู่

5) อะไรจะเกิดขึ้น ถ้ารูปเรขาคณิตที่สร้างบนกระดาษจุดขนาด 7 x 7 ตารางหน่วย โดยแนวตั้งและแนวนอนห่างกันไม่เท่ากับ 1 หน่วย

6) อะไรจะเกิดขึ้น ถ้าการสร้างและหาพื้นที่ของรูปเรขาคณิตไม่จำเป็นต้องใช้ทฤษฎีบทพีทาโกรัสหรือบทกลับของทฤษฎีบทพีทาโกรัส

7) อะไรจะเกิดขึ้น ถ้าการหาพื้นที่ของรูปสามเหลี่ยมที่กำหนดให้ ไม่จำเป็นต้องใช้สูตรการคำนวณ $\frac{1}{2}$ x ความยาวฐาน x ความสูง

8) อะไรจะเกิดขึ้น ถ้ารูปเรขาคณิตที่สร้างบนกระดาษจุดขนาด 7 x 7 ตารางหน่วย เป็นรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว

9) อะไรจะเกิดขึ้น ถ้ารูปเรขาคณิตที่สร้างบนกระดาษจุดขนาด 7 x 7 ตารางหน่วย เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

10) อะไรจะเกิดขึ้น ถ้ารูปเรขาคณิตที่สร้างบนกระดาษจุดขนาด 7 x 7 ตารางหน่วย เป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส

เป็นต้น

▶ ขั้นที่ 4 : การสร้างสถานการณ์ปัญหา

ข้อ 4. ให้สร้างสถานการณ์ปัญหาใหม่จากการเปลี่ยนแปลงเงื่อนไข/สมบัติ/ทฤษฎีบทที่สำคัญในขั้นตอนที่ 3

ตอบ จากการสังเคราะห์งานวิจัยพบลักษณะโครงสร้างของสถานการณ์ปัญหาทางคณิตศาสตร์สามารถจำแนกได้เป็น 4 โครงสร้าง ดังนี้

โครงสร้าง	ปัญหาทางคณิตศาสตร์	
	จำนวนเงื่อนไขที่กำหนด	การดำเนินการที่ใช้ในการแก้ปัญหา
1	1 เงื่อนไข	1 ขั้นตอน
2	1 เงื่อนไข	1 ขั้นตอน
3	มากกว่า 1 เงื่อนไข	มากกว่า 1 ขั้นตอน
4	มากกว่า 1 เงื่อนไข	มากกว่า 1 ขั้นตอน

ที่มา : วรรณพร เลิศอาวาส. (2554). *การศึกษาพฤติกรรมด้านความคิดคล่องและความคิดยืดหยุ่นเรื่องจำนวน ของนักเรียนชั้นประถมปีที่ 5 ผ่านกิจกรรมการแก้ปัญหาและการตั้งปัญหาทางคณิตศาสตร์*. ปริญญานิพนธ์ กศ.ม. (คณิตศาสตร์). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.

โครงสร้าง 1 : สถานการณ์ปัญหาจำนวน 1 เงื่อนไข และการดำเนินการแก้ปัญหา 1 ขั้นตอน

ตัวอย่างสถานการณ์

1) ถ้า...นักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้นกลุ่มนี้ต้องการสร้างรูปสามเหลี่ยม แล้ว...นักเรียนกลุ่มนี้จะสามารถสร้างรูปสามเหลี่ยม ได้แตกต่างกันทั้งหมดกี่รูป

2) ถ้า...นักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้นกลุ่มนี้ต้องการสร้างรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก แล้ว...นักเรียนกลุ่มนี้จะสามารถสร้างรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ได้แตกต่างกันทั้งหมดกี่รูป

3) ถ้า...นักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้นกลุ่มนี้ต้องการสร้างรูปสี่เหลี่ยม แล้ว...นักเรียนกลุ่มนี้จะสามารถสร้างรูปสี่เหลี่ยม ได้แตกต่างกันทั้งหมดกี่รูป

4) ถ้า...นักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้นกลุ่มนี้ต้องการสร้างรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส แล้ว...นักเรียนกลุ่มนี้จะสามารถสร้างรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส ได้แตกต่างกันทั้งหมดกี่รูป

เป็นต้น

โครงสร้าง 2 : สถานการณ์ปัญหาจำนวน 1 เงื่อนไข และการดำเนินการแก้ปัญหามากกว่า 1 ขั้นตอน

ตัวอย่างสถานการณ์

1) ถ้า...นักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้นกลุ่มนี้ต้องการสร้างรูปสามเหลี่ยม แล้ว...นักเรียนกลุ่มนี้จะสามารถสร้างรูปสามเหลี่ยม ได้แตกต่างกันทั้งหมดกี่รูป (ขั้นที่ 1) และเมื่อสร้างรูปเหล่านี้แล้วให้นักเรียนแสดงวิธีการหาพื้นที่ของรูปสามเหลี่ยมเหล่านี้ด้วย (ขั้นที่ 2)

2) ถ้า...นักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้นกลุ่มนี้ต้องการสร้างรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก แล้ว...นักเรียนกลุ่มนี้จะสามารถสร้างรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ได้แตกต่างกันทั้งหมดกี่รูป (ขั้นที่ 1) และเมื่อสร้างรูปเหล่านี้แล้วให้นักเรียนแสดงวิธีการหาพื้นที่ของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก เหล่านี้ด้วย (ขั้นที่ 2)

3) ถ้า...นักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้นกลุ่มนี้ต้องการสร้างรูปสี่เหลี่ยม แล้ว...นักเรียนกลุ่มนี้จะสามารถสร้างรูปสี่เหลี่ยม ได้แตกต่างกันทั้งหมดกี่รูป (ขั้นที่ 1) และเมื่อสร้างรูปเหล่านี้แล้วให้นักเรียนแสดงวิธีการหาพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมเหล่านี้ด้วย (ขั้นที่ 2)

4) ถ้า...นักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้นกลุ่มนี้ต้องการสร้างรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส แล้ว...นักเรียนกลุ่มนี้จะสามารถสร้างรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส ได้แตกต่างกันทั้งหมดกี่รูป (ขั้นที่ 1) และเมื่อสร้างรูปเหล่านี้แล้วให้นักเรียนแสดงวิธีการหาพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสเหล่านี้ด้วย (ขั้นที่ 2)

เป็นต้น

โครงสร้าง 3 : สถานการณ์ปัญหามากกว่า 1 เงื่อนไข และการดำเนินการแก้ปัญหา 1ขั้นตอน

ตัวอย่างสถานการณ์

1) ถ้า...นักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้นกลุ่มนี้ต้องการสร้างรูปสามเหลี่ยม แล้ว...นักเรียนกลุ่มนี้จะสามารถสร้างรูปสามเหลี่ยม ให้สอดคล้องกับเงื่อนไขต่อไปนี้ได้แตกต่างกันทั้งหมดกี่รูป

- รูปสามเหลี่ยมที่สร้างต้องมีจุดยอดมุมอยู่บนจุดของกระดาษจุดเท่านั้น
- รูปสามเหลี่ยมแต่ละรูปที่สร้างต้องมีพื้นที่แตกต่างกัน

2) ถ้า...นักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้นกลุ่มนี้ต้องการสร้างรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก แล้ว...นักเรียนกลุ่มนี้จะสามารถสร้างรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ให้สอดคล้องกับเงื่อนไขต่อไปนี้ได้แตกต่างกันทั้งหมดกี่รูป

- รูปสามเหลี่ยมมุมฉากที่สร้างต้องมีจุดยอดมุมอยู่บนจุดของกระดาษจุดเท่านั้น
- รูปสามเหลี่ยมมุมฉากแต่ละรูปที่สร้างต้องมีพื้นที่แตกต่างกัน

3) ถ้า...นักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้นกลุ่มนี้ต้องการสร้างรูปสี่เหลี่ยม แล้ว...นักเรียนกลุ่มนี้จะสามารถสร้างรูปสี่เหลี่ยม ให้สอดคล้องกับเงื่อนไขต่อไปนี้ได้แตกต่างกันทั้งหมดกี่รูป

- รูปสี่เหลี่ยมที่สร้างต้องมีจุดยอดมุมอยู่บนจุดของกระดาษจุดเท่านั้น
- รูปสี่เหลี่ยมแต่ละรูปที่สร้างต้องมีพื้นที่แตกต่างกัน

4) ถ้า...นักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้นกลุ่มนี้ต้องการสร้างรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส แล้ว...นักเรียนกลุ่มนี้จะสามารถสร้างรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส ให้สอดคล้องกับเงื่อนไขต่อไปนี้ได้แตกต่างกันทั้งหมดกี่รูป

- รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส ที่สร้างต้องมีจุดยอดมุมอยู่บนจุดของกระดาษจุดเท่านั้น
- รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส แต่ละรูปที่สร้างต้องมีพื้นที่แตกต่างกัน

เป็นต้น

โครงสร้าง 4 : สถานการณ์ปัญหามากกว่า 1 เงื่อนไข และการดำเนินการแก้ปัญหามากกว่า 1 ขั้นตอน

ตัวอย่างสถานการณ์

1) ถ้า...นักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้นกลุ่มนี้ต้องการสร้างรูปสามเหลี่ยม แล้ว...นักเรียนกลุ่มนี้จะสามารถสร้างรูปสามเหลี่ยม ให้สอดคล้องกับเงื่อนไขต่อไปนี้ได้แตกต่างกันทั้งหมดกี่รูป

- รูปสามเหลี่ยมที่สร้างต้องมีจุดยอดมุมอยู่บนจุดของกระดาษจุดเท่านั้น
- รูปสามเหลี่ยมแต่ละรูปที่สร้างต้องมีพื้นที่แตกต่างกัน

และเมื่อสร้างรูปเหล่านี้แล้วให้นักเรียนแสดงวิธีการหาพื้นที่ของรูปสามเหลี่ยมเหล่านี้ด้วย

2) ถ้า...นักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้นกลุ่มนี้ต้องการสร้างรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก แล้ว...นักเรียนกลุ่มนี้จะสามารถสร้างรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ให้สอดคล้องกับเงื่อนไขต่อไปนี้ได้แตกต่างกันทั้งหมดกี่รูป

- รูปสามเหลี่ยมมุมฉากที่สร้างต้องมีจุดยอดมุมอยู่บนจุดของกระดาษจุดเท่านั้น
- รูปสามเหลี่ยมมุมฉากแต่ละรูปที่สร้างต้องมีพื้นที่แตกต่างกัน

และเมื่อสร้างรูปเหล่านี้แล้วให้นักเรียนแสดงวิธีการหาพื้นที่ของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากเหล่านี้ด้วย

3) ถ้า...นักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้นกลุ่มนี้ต้องการสร้างรูปสี่เหลี่ยม แล้ว...นักเรียนกลุ่มนี้จะสามารถสร้างรูปสี่เหลี่ยม ให้สอดคล้องกับเงื่อนไขต่อไปนี้ได้แตกต่างกันทั้งหมดกี่รูป

- รูปสี่เหลี่ยมที่สร้างต้องมีจุดยอดมุมอยู่บนจุดของกระดาษจุดเท่านั้น
- รูปสี่เหลี่ยมแต่ละรูปที่สร้างต้องมีพื้นที่แตกต่างกัน

และเมื่อสร้างรูปเหล่านี้แล้วให้นักเรียนแสดงวิธีการหาพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมเหล่านี้ด้วย

4) ถ้า...นักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้นกลุ่มนี้ต้องการสร้างรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส แล้ว...นักเรียนกลุ่มนี้จะสามารถสร้างรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส ให้สอดคล้องกับเงื่อนไขต่อไปนี้ได้แตกต่างกันทั้งหมดกี่รูป

- <u>รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส</u> ที่สร้างต้องมีจุดยอดมุมอยู่บนจุดของกระดาษจุดเท่านั้น
- <u>รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส</u> แต่ละรูปที่สร้างต้องมีพื้นที่แตกต่างกัน

และเมื่อสร้างรูปเหล่านี้แล้วให้นักเรียนแสดงวิธีการหาพื้นที่ของ<u>รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส</u>เหล่านี้ด้วย

เป็นต้น

▶ ขั้นที่ 5 : การวิเคราะห์ปัญหา

ข้อ 5. ให้นักเรียนคัดเลือกและวิเคราะห์สถานการณ์ปัญหาในข้อ 4 ที่มีผลเฉลยแปลกใหม่และหลากหลาย (โดยการแก้ปัญหาจากสถานการณ์ปัญหาที่เลือกมา)

<u>ตอบ</u> ในการเฉลยขั้นการวิเคราะห์ปัญหา เลือกพิจารณาสถานการณ์ปัญหาใน โครงสร้าง 4 : สถานการณ์ปัญหามากกว่า 1 เงื่อนไข และการดำเนินการแก้ปัญหามากกว่า 1 ขั้นตอน เนื่องจากครอบคลุมแนวคิดของการแก้ปัญหาในโครงสร้างที่ 1 – 3 ดัง**<u>ตัวอย่าง</u>**ต่อไปนี้

1) ถ้า...นักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้นกลุ่มนี้ต้องการสร้าง<u>รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส</u> แล้ว...นักเรียนกลุ่มนี้จะสามารถสร้าง<u>รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส</u> ให้สอดคล้องกับเงื่อนไขต่อไปนี้ได้แตกต่างกันทั้งหมดกี่รูป

- <u>รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส</u> ที่สร้างต้องมีจุดยอดมุมอยู่บนจุดของกระดาษจุดเท่านั้น
- <u>รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส</u> แต่ละรูปที่สร้างต้องมีพื้นที่แตกต่างกัน

และเมื่อสร้างรูปเหล่านี้แล้วให้นักเรียนแสดงวิธีการหาพื้นที่ของ<u>รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส</u>เหล่านี้ด้วย

2) ถ้า...นักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้นกลุ่มนี้ต้องการสร้าง<u>รูปสามเหลี่ยมมุมฉาก</u> แล้ว... นักเรียนกลุ่มนี้จะสามารถสร้าง<u>รูปสามเหลี่ยมมุมฉาก</u> ให้สอดคล้องกับเงื่อนไขต่อไปนี้ได้แตกต่างกันทั้งหมดกี่รูป

- รูปสามเหลี่ยมมุมฉากที่สร้างต้องมีจุดยอดมุมอยู่บนจุดของกระดาษจุดเท่านั้น
- รูปสามเหลี่ยมมุมฉากแต่ละรูปที่สร้างต้องมีพื้นที่แตกต่างกัน

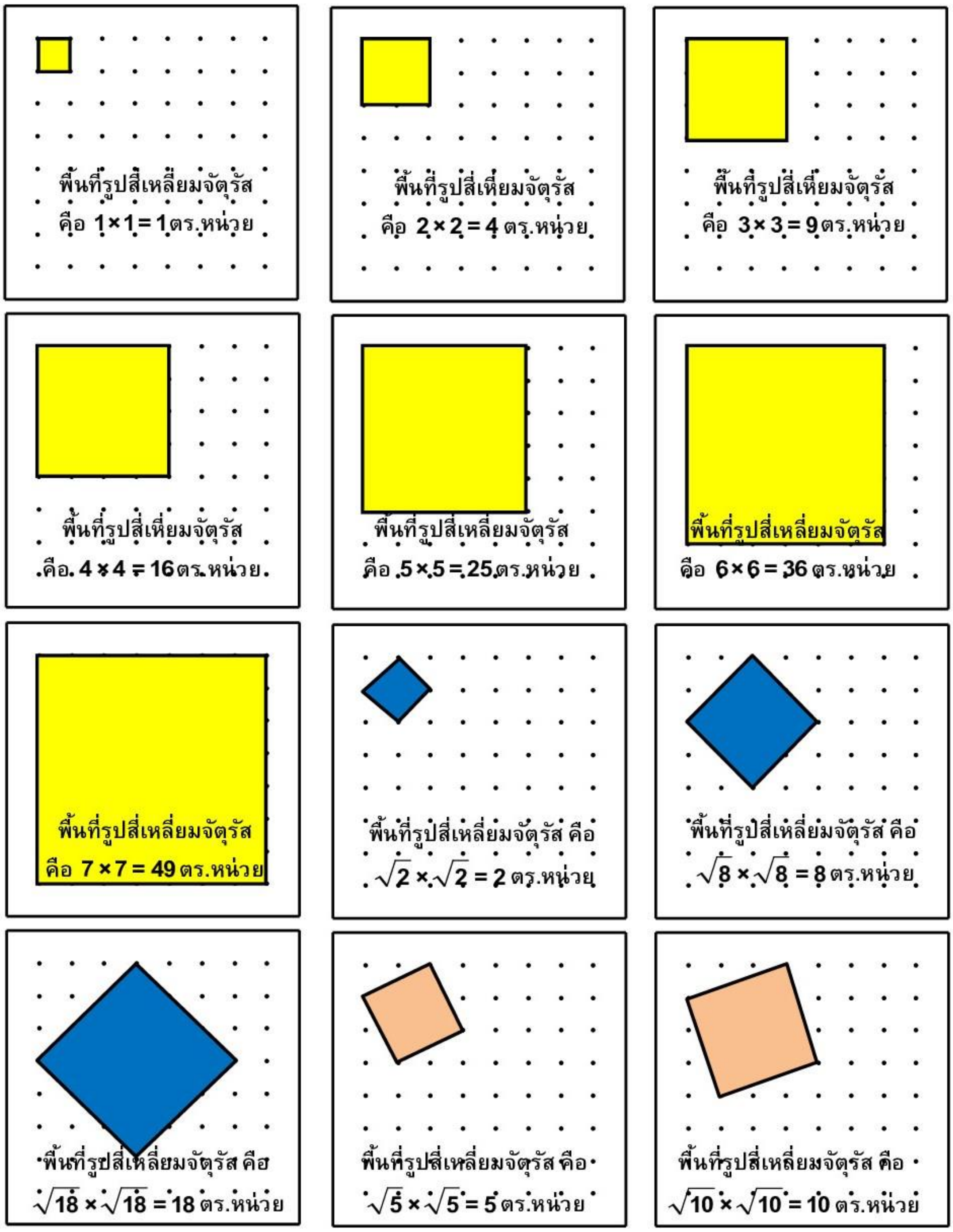
และเมื่อสร้างรูปเหล่านี้แล้วให้นักเรียนแสดงวิธีการหาพื้นที่ของ<u>รูปสามเหลี่ยมมุมฉาก</u>เหล่านี้ด้วย

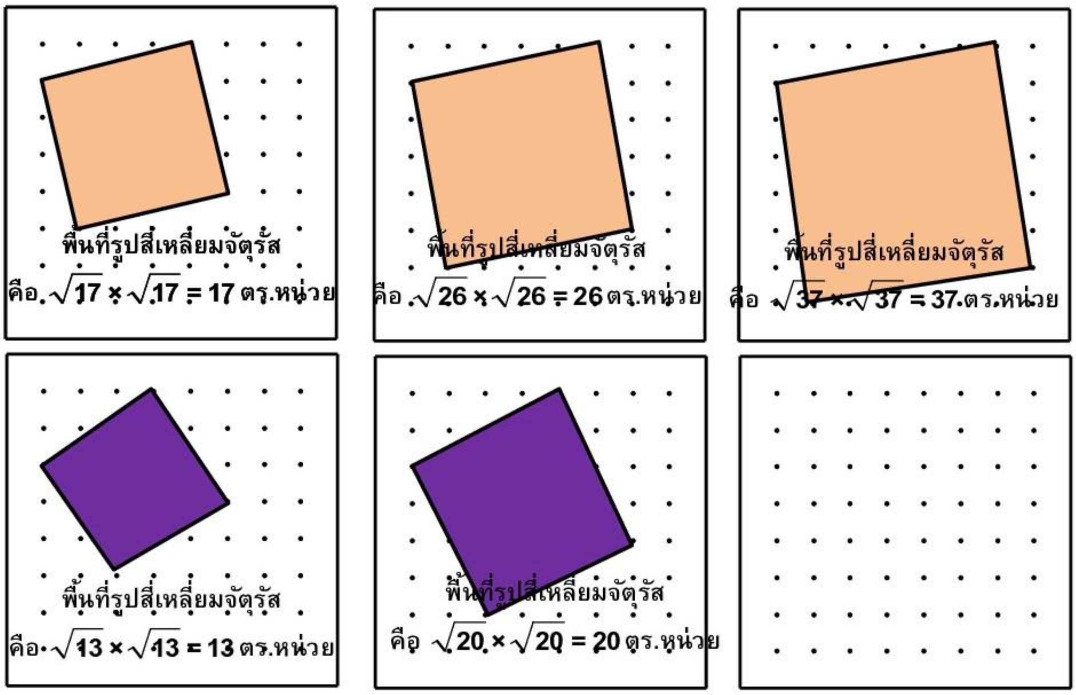
ข้อ 1 แสดงแนวคิดการแก้ปัญหาดังนี้

ถ้า...นักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้นกลุ่มนี้ต้องการสร้าง<u>รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส</u> แล้ว...นักเรียนกลุ่มนี้จะสามารถสร้าง<u>รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส</u> ให้สอดคล้องกับเงื่อนไขต่อไปนี้ได้แตกต่างกันทั้งหมดกี่รูป

- <u>รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส</u> ที่สร้างต้องมีจุดยอดมุมอยู่บนจุดของกระดาษจุดเท่านั้น
- <u>รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส</u> แต่ละรูปที่สร้างต้องมีพื้นที่แตกต่างกัน

และเมื่อสร้างรูปเหล่านี้แล้วให้นักเรียนแสดงวิธีการหาพื้นที่ของ<u>รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส</u>เหล่านี้ด้วย


พื้นที่รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส
คือ 1×1 = 1 ตร.หน่วย
พื้นที่รูปสี่เหี่ยมจัตุรัส
คือ 2×2 = 4 ตร.หน่วย
พื้นที่รูปสี่เหี่ยมจัตุรัส
คือ 3×3 = 9 ตร.หน่วย
พื้นที่รูปสี่เหี่ยมจัตุรัส
คือ 4×4 = 16 ตร.หน่วย
พื้นที่รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส
คือ 5×5 = 25 ตร.หน่วย
พื้นที่รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส
คือ 6×6 = 36 ตร.หน่วย
พื้นที่รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส
คือ 7×7 = 49 ตร.หน่วย
พื้นที่รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส คือ
√2 × √2 = 2 ตร.หน่วย
พื้นที่รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส คือ
√8 × √8 = 8 ตร.หน่วย
พื้นที่รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส คือ
√18 × √18 = 18 ตร.หน่วย
พื้นที่รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส คือ
√5 × √5 = 5 ตร.หน่วย
พื้นที่รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส คือ
√10 × √10 = 10 ตร.หน่วย

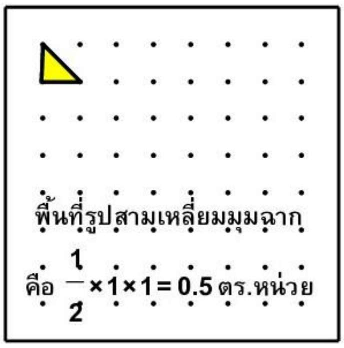

พื้นที่รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส
คือ $\sqrt{17} \times \sqrt{17} = 17$ ตร.หน่วย
พื้นที่รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส
คือ $\sqrt{26} \times \sqrt{26} = 26$ ตร.หน่วย
พื้นที่รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส
คือ $\sqrt{37} \times \sqrt{37} = 37$ ตร.หน่วย
พื้นที่รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส
คือ $\sqrt{13} \times \sqrt{13} = 13$ ตร.หน่วย
พื้นที่รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส
คือ $\sqrt{20} \times \sqrt{20} = 20$ ตร.หน่วย

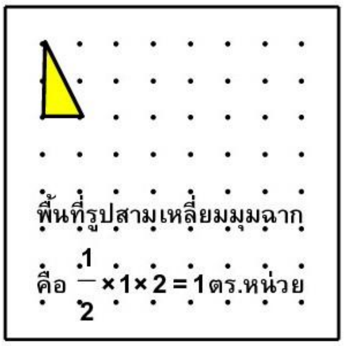
ข้อ 2 แสดงแนวคิดการแก้ปัญหาดังนี้

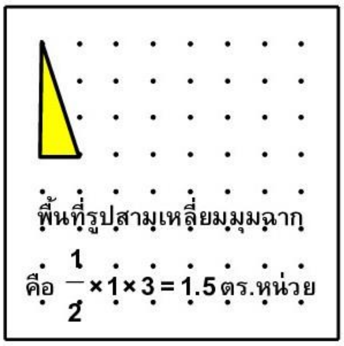
2) ถ้า...นักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้นกลุ่มนี้ต้องการสร้างรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก แล้ว... นักเรียนกลุ่มนี้จะสามารถสร้างรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ให้สอดคล้องกับเงื่อนไขต่อไปนี้ได้แตกต่างกันทั้งหมดกี่รูป

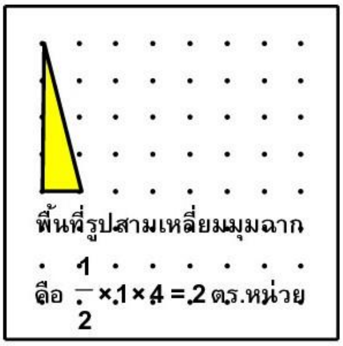
- รูปสามเหลี่ยมมุมฉากที่สร้างต้องมีจุดยอดมุมอยู่บนจุดของกระดาษจุดเท่านั้น
- รูปสามเหลี่ยมมุมฉากแต่ละรูปที่สร้างต้องมีพื้นที่แตกต่างกัน

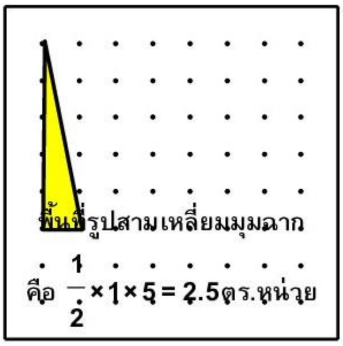
และเมื่อสร้างรูปเหล่านี้แล้วให้นักเรียนแสดงวิธีการหาพื้นที่ของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากเหล่านี้ด้วย

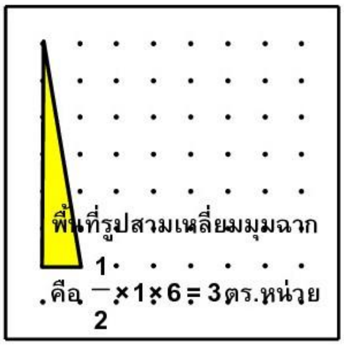


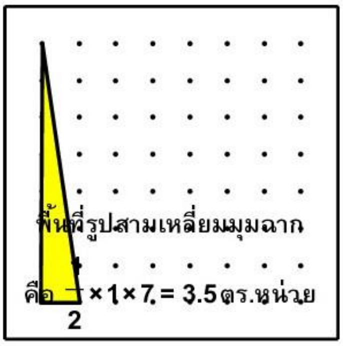


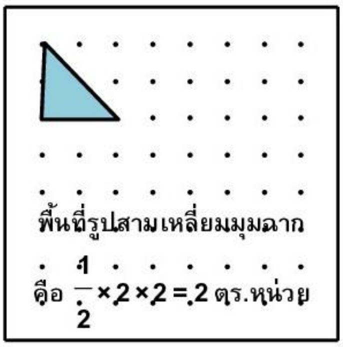


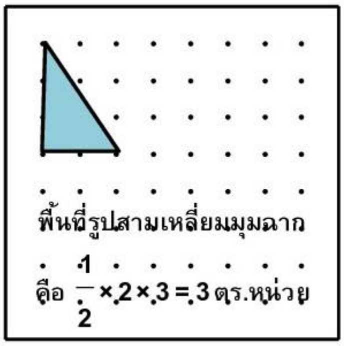


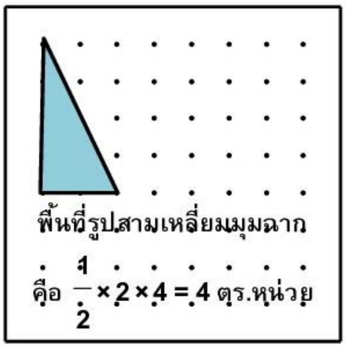


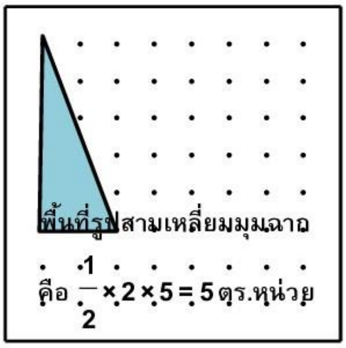


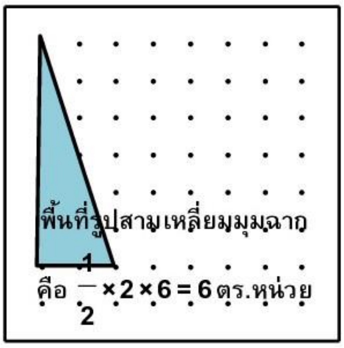


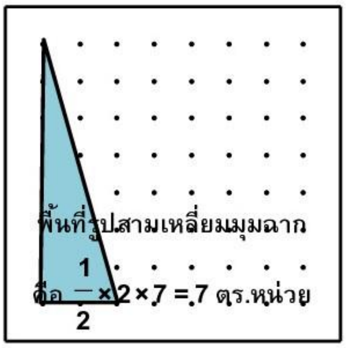


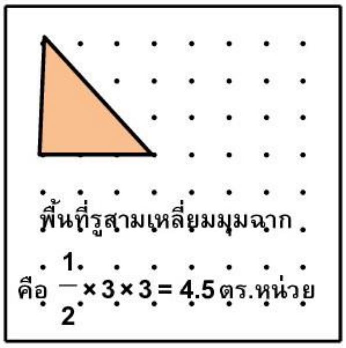


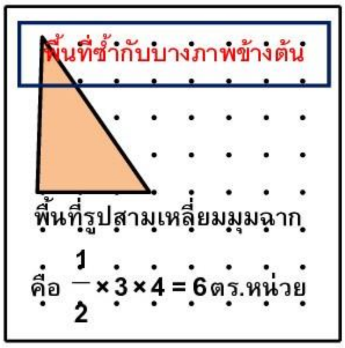

พื้นที่รูปสามเหลี่ยมมุมฉาก
คือ $\frac{1}{2} \times 2 \times 4 = 4$ ตร.หน่วย

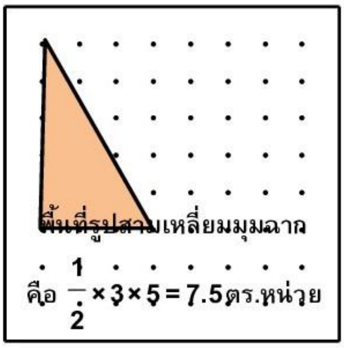

พื้นที่รูปสามเหลี่ยมมุมฉาก
คือ $\frac{1}{2} \times 2 \times 5 = 5$ ตร.หน่วย

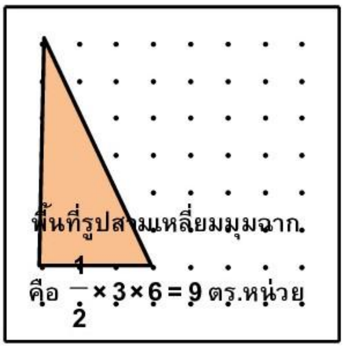

พื้นที่รูปสามเหลี่ยมมุมฉาก
คือ $\frac{1}{2} \times 2 \times 6 = 6$ ตร.หน่วย

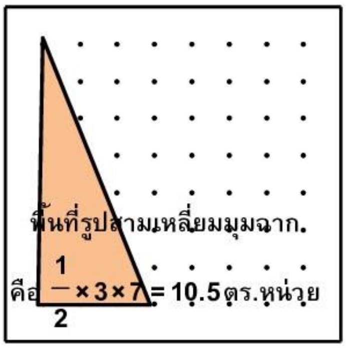

พื้นที่รูปสามเหลี่ยมมุมฉาก
คือ $\frac{1}{2} \times 2 \times 7 = 7$ ตร.หน่วย

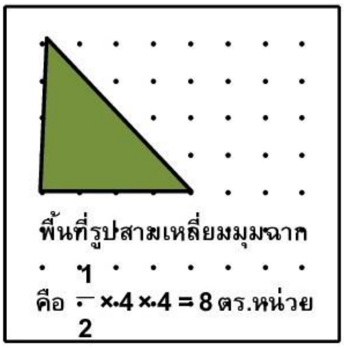

พื้นที่รูสามเหลี่ยมมุมฉาก
คือ $\frac{1}{2} \times 3 \times 3 = 4.5$ ตร.หน่วย

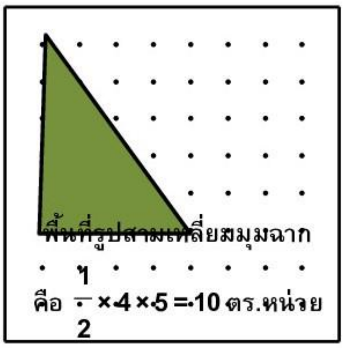

พื้นที่ซ้ำกับบางภาพข้างต้น
พื้นที่รูปสามเหลี่ยมมุมฉาก
คือ $\frac{1}{2} \times 3 \times 4 = 6$ ตร.หน่วย

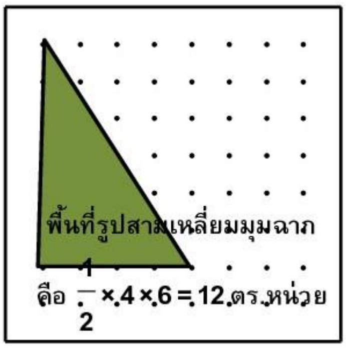

พื้นที่รูปสามเหลี่ยมมุมฉาก
คือ $\frac{1}{2} \times 3 \times 5 = 7.5$ ตร.หน่วย

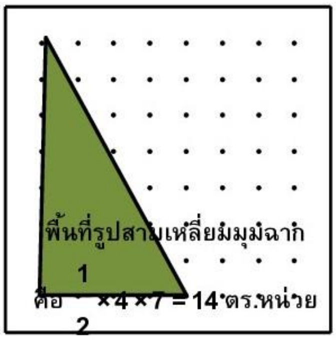

พื้นที่รูปสามเหลี่ยมมุมฉาก
คือ $\frac{1}{2} \times 3 \times 6 = 9$ ตร.หน่วย

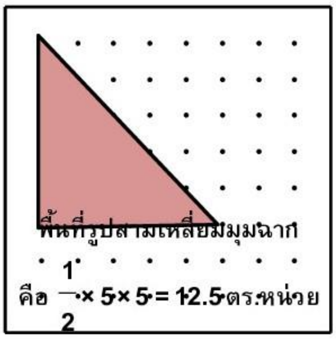

พื้นที่รูปสามเหลี่ยมมุมฉาก
คือ $\frac{1}{2} \times 3 \times 7 = 10.5$ ตร.หน่วย

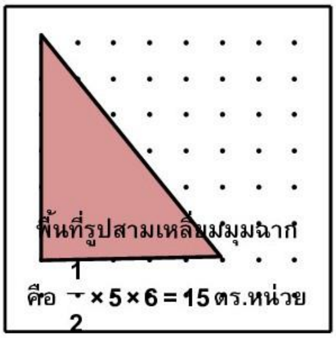

พื้นที่รูปสามเหลี่ยมมุมฉาก
คือ $\frac{1}{2} \times 4 \times 4 = 8$ ตร.หน่วย

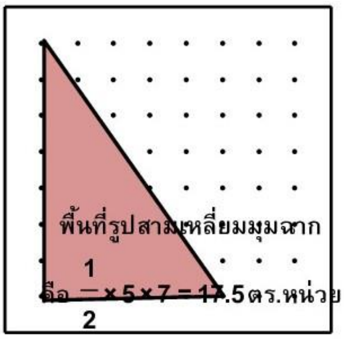

พื้นที่รูปสามเหลี่ยมมุมฉาก
คือ $\frac{1}{2} \times 4 \times 5 = 10$ ตร.หน่วย

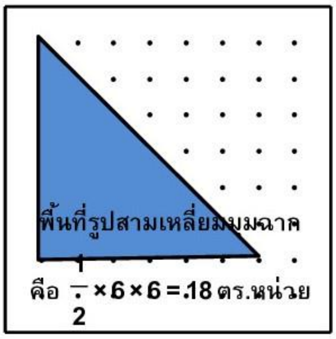

พื้นที่รูปสามเหลี่ยมมุมฉาก
คือ $\frac{1}{2} \times 4 \times 6 = 12$ ตร.หน่วย

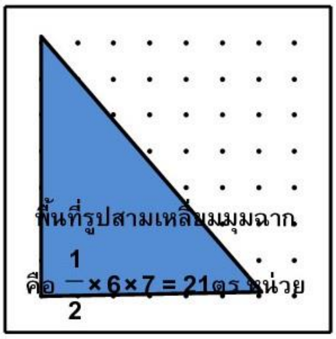

พื้นที่รูปสามเหลี่ยมมุมฉาก
คือ $\frac{1}{2} \times 4 \times 7 = 14$ ตร.หน่วย


พื้นที่รูปสามเหลี่ยมมุมฉาก
คือ $\frac{1}{2} \times 5 \times 5 = 12.5$ ตร.หน่วย

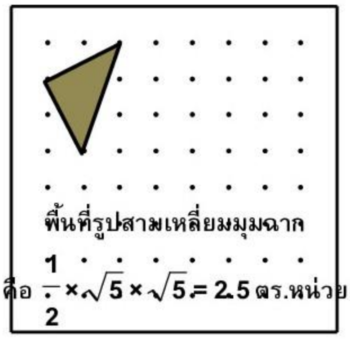

พื้นที่รูปสามเหลี่ยมมุมฉาก
คือ $\frac{1}{2} \times 5 \times 6 = 15$ ตร.หน่วย

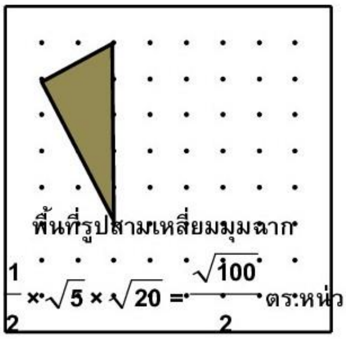

พื้นที่รูปสามเหลี่ยมมุมฉาก
คือ $\frac{1}{2} \times 5 \times 7 = 17.5$ ตร.หน่วย

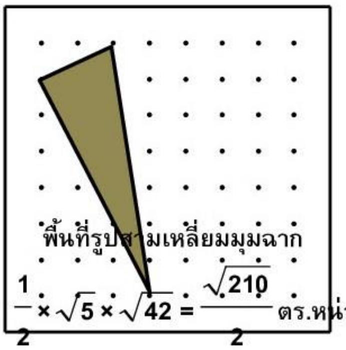

พื้นที่รูปสามเหลี่ยมมุมฉาก
คือ $\frac{1}{2} \times 6 \times 6 = 18$ ตร.หน่วย


พื้นที่รูปสามเหลี่ยมมุมฉาก
คือ $\frac{1}{2} \times 6 \times 7 = 21$ ตร.หน่วย

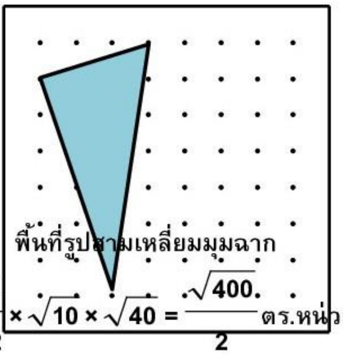
พื้นที่รูปสามเหลี่ยมมุมฉาก
คือ $\frac{1}{2} \times 7 \times 7 = 24.5$ ตร.หน่วย

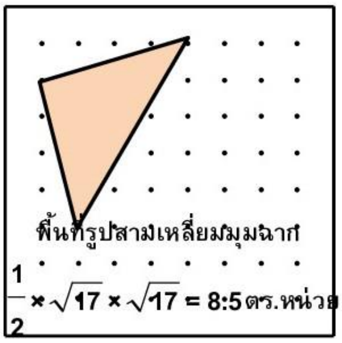

พื้นที่รูปสามเหลี่ยมมุมฉาก
คือ $\frac{1}{2} \times \sqrt{5} \times \sqrt{5} = 2.5$ ตร.หน่วย


พื้นที่รูปสามเหลี่ยมมุมฉาก
$\frac{1}{2} \times \sqrt{5} \times \sqrt{20} = \frac{\sqrt{100}}{2}$ ตร.หน่วย

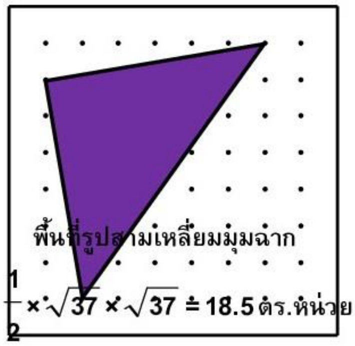

พื้นที่รูปสามเหลี่ยมมุมฉาก
$\frac{1}{2} \times \sqrt{5} \times \sqrt{42} = \frac{\sqrt{210}}{2}$ ตร.หน่วย

พื้นที่รูปสามเหลี่ยมมุมฉาก
$\frac{1}{2} \times \sqrt{10} \times \sqrt{10} = 5$ ตร.หน่วย

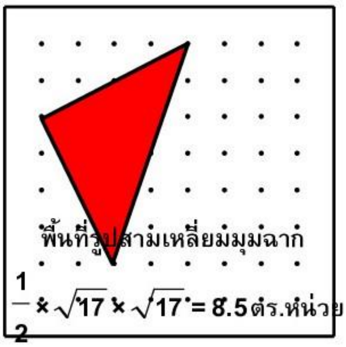

พื้นที่รูปสามเหลี่ยมมุมฉาก
$\frac{1}{2} \times \sqrt{10} \times \sqrt{40} = \frac{\sqrt{400}}{2}$ ตร.หน่วย

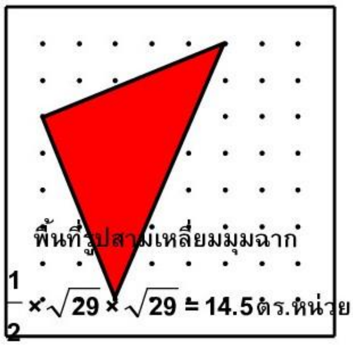

พื้นที่รูปสามเหลี่ยมมุมฉาก
1/2 × √17 × √17 = 8:5 ตร.หน่วย

พื้นที่รูปสามเหลี่ยมมุมฉาก
1/2 × √26 × √26 = 13 ตร.หน่วย


พื้นที่รูปสามเหลี่ยมมุมฉาก
1/2 × √37 × √37 = 18.5 ตร.หน่วย

พื้นที่รูปสามเหลี่ยมมุมฉาก
1/2 × √13 × √13 = 6.5 ตร.หน่วย


พื้นที่รูปสามเหลี่ยมมุมฉาก
1/2 × √17 × √17 = 8.5 ตร.หน่วย


พื้นที่รูปสามเหลี่ยมมุมฉาก
1/2 × √29 × √29 = 14.5 ตร.หน่วย

เป็นต้น

แบบสังเกตพฤติกรรมการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์

วันที่ : .... **เวลา** ....

ชื่อกิจกรรม : ....

ชื่อนักเรียน : 1. ....

2...

3...

4...

	พฤติกรรมการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์	**นักเรียนคนที่**				**ข้อสังเกตเพิ่มเติม**
		1	2	3	4	
01	มีความกระตือรือร้น/ซักถามครู/ผู้อื่นในการแก้ปัญหา					
02	แสดงร่องรอยการขีดเขียน/วาดรูปขณะทำความเข้าใจปัญหา					
03	ระบุสิ่งที่สถานการณ์ปัญหากำหนดได้ถูกต้อง					
04	ระบุข้อมูลเงื่อนไขของสถานการณ์ปัญหาได้ถูกต้อง					
05	ระบุสิ่งที่สถานการณ์ปัญหาต้องการได้ถูกต้อง					
06	อธิบายแนวคิดทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหาได้ถูกต้อง					
07	เลือกใช้แนวคิดทางคณิตศาสตร์ในแก้ปัญหาที่หลากหลาย/เหมาะสม					
08	อธิบายวิธีการ/ยุทธวิธีที่ใช้ในการแก้ปัญหาได้ถูกต้อง					
09	เลือกใช้วิธีการ/ยุทธวิธีในแก้ปัญหาที่หลากหลาย/เหมาะสม					
10	มีการวางแผน/การคิดอย่างเป็นระบบ/มีขั้นตอน					
11	สามารถค้นหาผลเฉลย/รูปแบบของผลเฉลยได้อย่างหลากหลาย					
12	สามารถค้นหาผลเฉลย/รูปแบบของผลเฉลยที่แปลกใหม่แตกต่างจากผู้อื่น					
13	สามารถเลือกใช้เกณฑ์การจัดกลุ่มได้อย่างเหมาะสม					
14	สามารถเลือกใช้เกณฑ์การจัดกลุ่มที่แปลกใหม่แตกต่างจากผู้อื่น					
15	ลงมือแก้ปัญหาได้อย่างเป็นระบบหรือมีการปรับเปลี่ยนวิธีการคิดใหม่เมื่อวิธีการเดิมไม่ได้ผล					
16	มีการเปรียบเทียบ/ตรวจสอบความถูกต้อง ความสมเหตุสมผลของผลเฉลย					
17	การเปรียบเทียบ/ตรวจสอบความถูกต้อง ความสมเหตุสมผลของเกณฑ์การจัดกลุ่มของผลเฉลย					
18	มีความกระตือรือร้นในการอยากรู้ผลเฉลย/เกณฑ์การจัดกลุ่มของผู้อื่น					
19	มีส่วนร่วมและความรับผิดชอบในการแก้ปัญหาทางเรขาคณิตเป็นรายกลุ่ม					
20	มีส่วนร่วมและความรับผิดชอบในการอภิปรายผลการแก้ปัญหาทางเรขาคณิตในชั้นเรียน					

การให้คะแนน 0 คือ ไม่แสดงพฤติกรรม 1 คือ แสดงพฤติกรรมน้อย 2 คือ แสดงพฤติกรรมมาก

แบบสังเกตพฤติกรรมการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์

วันที่ : .... **เวลา** ....

ชื่อกิจกรรม : ....

ชื่อนักเรียน : 1. ....

2. ....

3. ....

4. ....

พฤติกรรมการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์
1. การทำความเข้าใจปัญหา (ระบุ : สิ่งที่สถานการณ์ปัญหากำหนด/เงื่อนไข ข้อมูลที่จำเป็น/สิ่งที่สถานการณ์ปัญหาต้องการ) ....
2. การวางแผนแก้ปัญหา (ระบุ : แนวคิดทางคณิตศาสตร์ที่ใช้ในการแก้ปัญหา แนวคิด/ยุทธวิธีในการแก้ปัญหา) ....
3. การดำเนินการตามแผน (แก้ปัญหา/ค้นหาผลเฉลย/เลือกเกณฑ์การจัดกลุ่มที่แปลกใหม่ หลากหลาย) ....
4. การตรวจสอบผล (เปรียบเทียบ/ตรวจสอบความถูกต้อง ความสมเหตุสมผลของผลเฉลย เกณฑ์การจัดกลุ่มของผลเฉลย) ....
5. พฤติกรรมอื่น ๆ ....

แบบสัมภาษณ์การตั้งปัญหา

วันที่ : .... **เวลา** ....

ชื่อกิจกรรม : **การหาพื้นที่ของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากบนกระดาษจุด**

ชื่อนักเรียน : ....

ประเด็นในการสัมภาษณ์	บันทึกคำตอบของนักเรียน
01. สถานการณ์ปัญหาที่นักเรียนคัดเลือกมีจุดเด่นอย่างไร	....
02. เงื่อนไขที่สำคัญของสถานการณ์ปัญหามีอะไรบ้าง และนักเรียนพิจาณาเงื่อนไขได้กี่เงื่อนไข	....
03. สมบัติ/ทฤษฎีบทที่สำคัญของสถานการณ์ปัญหามีอะไรบ้าง และพิจารณากี่สมบัติ/ทฤษฎีบท	....
04. เพราะเหตุใดนักเรียนจึงเลือกเปลี่ยนแปลงเงื่อนไข/สมบัติ/ทฤษฎีบทเหล่านั้น	....
05. นักเรียนคิดว่าเงื่อนไข/สมบัติ/ทฤษฎีบทที่นักเรียนเปลี่ยนแปลงนั้นจะสร้างสถานการณ์ได้หรือไม่ อย่างไร	....
06. นักเรียนมีวิธีการตรวจสอบสถานการณ์ปัญหาใหม่ว่ามีผลเฉลยที่แตกต่างจากปัญหาเดิมได้อย่างไร	....
07. นักเรียนใช้กระบวนการแก้ปัญหาตามแนวคิดของโพลยาในการวิเคราะห์ผลการแก้ปัญหาหรือไม่ อย่างไร	....
08. นักเรียนคิดว่าปัญหาใหม่ที่ตั้งมีผลเฉลยที่แตกต่างจากปัญหาเดิมหรือไม่ อย่างไร	....
09. นักเรียนคิดว่าปัญหาใหม่ที่ตั้งมียุทธวิธีที่แตกต่างจากปัญหาเดิมหรือไม่ อย่างไร	....
10. ระหว่างการวิเคราะห์ปัญหานักเรียนได้มีการเปลี่ยนแปลงเงื่อนไขใด ๆ อีกหรือไม่ เพราะเหตุใด	....
11. นักเรียนคิดว่าปัญหาที่นักเรียนตั้งมีโครงสร้าง/ขั้นตอนและวิธีการแตกต่างจากปัญหาเดิมอย่างไร	....
12. นักเรียนและสมาชิกแต่ละคนในกลุ่มมีส่วนร่วมในการตั้งปัญหานี้อย่างไร	....

ภาคผนวก ง

ตัวอย่างแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์

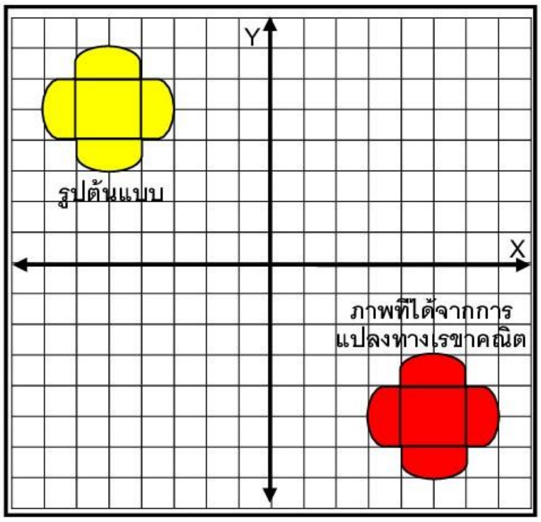
แบบทดสอบวัดความสามารถในการการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ (1)

ด้านความคิดคล่อง และความคิดยืดหยุ่น เรื่อง "การแปลงทางเรขาคณิต"

ชื่อ...**ชั้น**.............**เลขที่**..........**กลุ่มที่**.................

สถานการณ์ : การแปลงทางเรขาคณิต

ในรายวิชาการออกแบบผลิตภัณฑ์ของโรงเรียนแห่งหนึ่ง นักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้นต้องการออกแบบออกแบบลวดลวยผลิตภัณฑ์ของทางโรงเรียน โดยใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ เรื่องการแปลงทางเรขาคณิต ซึ่งนักเรียนกลุ่มนี้เกิดข้อสงสัยว่า จากรูปต้นแบบที่ใช้ในการออกแบบลวยลายผลิตภัณฑ์สามารถใช้ความรู้ในการแปลงทางเรขาคณิตอย่างไรได้บ้างจึงกลายเป็นภาพที่ได้จากการแปลงทางเรขาคณิต (ดังภาพประกอบ)



เงื่อนไขของสถานการณ์ : มีเงื่อนไข ดังนี้

- การแปลงทางเรขาคณิตที่ใช้ ประกอบด้วย การเลื่อนขนาน หรือ การสะท้อน หรือ การหมุน
- การแปลงทางเรขาคณิตที่ใช้ สามารถใช้การเลื่อนขนาน หรือ การสะท้อน หรือ การหมุน อย่างใดอย่างหนึ่งเท่านั้น โดยที่จำนวนครั้งไม่จำกัด

ถ้า...<u>นักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้นกลุ่มนี้ใช้การแปลงทางเรขาคณิตที่สอดคล้องกับเงื่อนไขข้างต้น</u> แล้ว...นักเรียนกลุ่มนี้จะสามารถใช้การแปลงทางเรขาคณิตได้แตกต่างกันได้อย่างไรบ้าง

ส่วนที่1: แบบรายงานผลการปฏิบัติกิจกรรม (การแก้ปัญหา)
เรื่อง “การแปลงทางเรขาคณิต”

ชื่อ..ชั้น..............เลขที่..........กลุ่มที่.........

▶ ขั้นที่ 1 : ทำความเข้าใจปัญหา

ข้อ 1. สิ่งที่สถานการณ์ปัญหาต้องการ มีอะไรบ้าง

....

....

....

....

ข้อ 2. เงื่อนไขหรือข้อมูลที่สถานการณ์ปัญหากำหนดมาให้มีอะไรบ้าง

....

....

....

....

▶ ขั้นที่ 2 : วางแผนแก้ปัญหา

ข้อ 3. ความรู้/แนวคิดทางคณิตศาสตร์ที่นำมาใช้ในการแก้ปัญหามีอะไรบ้าง

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

▶ **ขั้นที่ 4 : ขั้นตรวจสอบผล**

ข้อ 5. นักเรียนทราบได้อย่างไรว่านักเรียนสามารถหาคำตอบ (ผลเฉลย) ได้ครบถ้วนแล้วหรือไม่ อย่างไร

....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....

สำหรับบันทึกเพิ่มเติม :

ส่วนที่ 2 : แบบรายงานผลการปฏิบัติกิจกรรม (การแก้ปัญหา)
เรื่อง "การแปลงทางเรขาคณิต"

ชื่อ..ชั้น..............เลขที่..........กลุ่มที่.........

สถานการณ์ : การแปลงทางเรขาคณิต

▶ ถ้า...ต้องการให้นักเรียนสร้างเกณฑ์การจัดหมวดหมู่ของผลเฉลยที่ได้จากสถานการณ์ปัญหาในส่วนที่ 1 โดยใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์เป็นเกณฑ์การจัดหมวดหมู่ แล้ว...นักเรียนจะมีวิธีการจัดหมวดหมู่ของผลเฉลยเหล่านั้นอย่างไร

▶ ขั้นที่ 1 : ทำความเข้าใจปัญหา

ข้อ 1. สิ่งที่สถานการณ์ปัญหาต้องการ มีอะไรบ้าง

....

....

....

ข้อ 2. เงื่อนไข/สิ่งที่สถานการณ์ปัญหากำหนดมาให้ มีอะไรบ้าง

....

....

....

▶ ขั้นที่ 2 : วางแผนแก้ปัญหา

ข้อ 3. ความรู้/แนวคิดทางคณิตศาสตร์ที่นำมาใช้ในการแก้ปัญหามีอะไรบ้าง

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

▶ ขั้นที่ 3 : ดำเนินการตามแผน

ข้อ 4. จงสร้างเกณฑ์การจัดหมวดหมู่ของผลเฉลยที่ได้จากการแก้ปัญหาในส่วนที่ 1

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

▶ ขั้นที่ 4 : ขั้นตรวจสอบผล

ข้อ 5. นักเรียนมีวิธีการตรวจสอบอย่างไรว่าผลเฉลยในแต่ละกลุ่มไม่มีการซ้ำซ้อนกัน

....

....

....

....

....

....

เฉลยส่วนที่1: แบบรายงานผลการปฏิบัติกิจกรรม
เรื่อง "การแปลงทางเรขาคณิต"

▶ ขั้นที่ 1 : ทำความเข้าใจปัญหา

ข้อ 1. สิ่งที่สถานการณ์ปัญหาต้องการ มีอะไรบ้าง

ตอบ นักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้นกลุ่มนี้ต้องการทราบว่ารูปต้นแบบที่ใช้ในการออกแบบลวยลายผลิตภัณฑ์สามารถใช้ความรู้ในการแปลงทางเรขาคณิตอย่างไรได้บ้างจึงกลายเป็นภาพที่ได้จากการแปลงทางเรขาคณิต

ข้อ 2. เงื่อนไขหรือข้อมูลที่สถานการณ์ปัญหากำหนดมาให้มีอะไรบ้าง

ตอบ 1) การแปลงทางเรขาคณิตที่ใช้ ประกอบด้วย การเลื่อนขนาน หรือ การสะท้อน หรือ การหมุน

2) การแปลงทางเรขาคณิตที่ใช้ สามารถใช้การเลื่อนขนาน หรือ การสะท้อน หรือ การหมุน อย่างใดอย่างหนึ่งเท่านั้น โดยที่จำนวนครั้งไม่จำกัด

▶ ขั้นที่ 2 : วางแผนแก้ปัญหา

ข้อ 3. ความรู้/แนวคิดทางคณิตศาสตร์ที่นำมาใช้ในการแก้ปัญหามีอะไรบ้าง

ตอบ การแปลงทางเรขาคณิต ประกอบด้วยการเลื่อนขนาน การสะท้อน และการหมุน

การแปลง : การสมนัยระหว่างจุดต่าง ๆ ในระนาบของรูปต้นแบบกับจุดต่าง ๆ ของภาพที่เกิดขึ้น

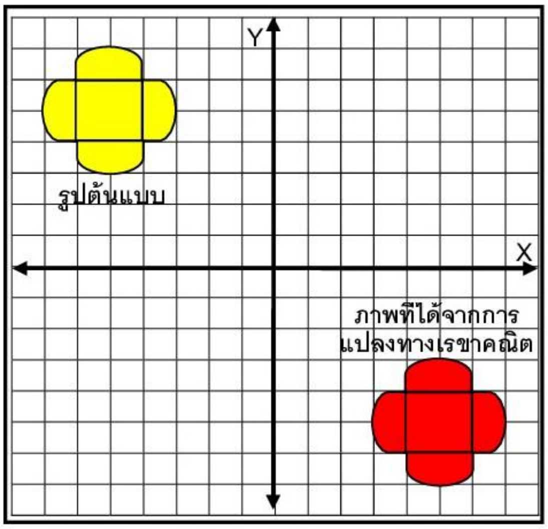
การสะท้อน : ในระนาบระนาบหนึ่ง การสะท้อนข้ามเส้น l เป็นการแปลง ซึ่งส่งแต่ละจุด P บนระนาบ ไปยังจุด P′

การเลื่อนขนาน : การเลื่อนขนานประกอบด้วยการสะท้อนสองครั้งข้ามเส้นของการสะท้อนสองเส้นที่ขนานกัน

การหมุน : การหมุนประกอบด้วยการสะท้อนสองครั้งข้ามเส้นตัดสองเส้น จุดตัดของเส้นตรงสองเส้นนั้นเรียกว่า จุดศูนย์กลางของการหมุน ทิศทางของการหมุนจะหมุนตามเข็มนาฬิกา หรือทวนเข็มนาฬิกาก็ได้

▶ ขั้นที่ 3 : ดำเนินการตามแผน

ข้อ 4. จากรูปต้นแบบจงใช้การแปลงทางเรขาคณิตที่หลากหลายเพื่อให้เกิดภาพที่ได้จากการแปลงทางเรขาคณิตที่กำหนด (ตัวอย่างผลเฉลยดังนี้)



ผลเฉลยที่	การแปลงทางเรขาคณิตที่ใช้ในการแก้ปัญหา
1	ขั้นที่ 1 สะท้อนข้ามแกน Y ขั้นที่ 2 สะท้อนข้ามแกน X
2	ขั้นที่ 1 สะท้อนข้ามแกน X ขั้นที่ 2 สะท้อนข้ามแกน Y
3	ขั้นที่ 1 สะท้อนข้ามเส้นตรง x = -2 ขั้นที่ 2 สะท้อนข้ามเส้นตรง x = 3 ขั้นที่ 3 สะท้อนข้ามแกน Y
4	ขั้นที่ 1 สะท้อนข้ามเส้นตรง X ขั้นที่ 2 สะท้อนข้ามเส้นตรง y = 3 ขั้นที่ 3 สะท้อนข้ามเส้นตรง y = -2
5	ขั้นที่ 1 สะท้อนข้ามเส้นตรง y = 3 ขั้นที่ 2 สะท้อนข้ามเส้นตรง y = -2 ขั้นที่ 3 สะท้อนข้ามเส้นตรง x = -2 ขั้นที่ 4 สะท้อนข้ามเส้นตรง x = 3

ผลเฉลยที่	การแปลงทางเรขาคณิตที่ใช้ในการแก้ปัญหา
6	ขั้นที่ 1 สะท้อนข้ามเส้นตรง x = -2 ขั้นที่ 2 สะท้อนข้ามเส้นตรง x = 3 ขั้นที่ 3 สะท้อนข้ามเส้นตรง y = 3 ขั้นที่ 4 สะท้อนข้ามเส้นตรง y = -2
7	ขั้นที่ 1 สะท้อนข้ามเส้นตรง y = x
8	ขั้นที่ 1 เลื่อนขนานรูปต้นแบบไปทางขวาของแกน x เป็นระยะทาง 10 หน่วย ขั้นที่ 2 เลื่อนขนานลงไปตามแกน Y เป็นระยะทาง 10 หน่วย
9	ขั้นที่ 1 เลื่อนขนานลงไปตามแกน Y เป็นระยะทาง 10 หน่วย ขั้นที่ 2 เลื่อนขนานรูปต้นแบบไปทางขวาของแกน x เป็นระยะทาง 10 หน่วย
10	ขั้นที่ 1 เลื่อนขนานลงไปตามแกน Y เป็นระยะทาง 5 หน่วย ขั้นที่ 2 เลื่อนขนานรูปต้นแบบไปทางขวาของแกน x เป็นระยะทาง 10 หน่วย ขั้นที่ 3 เลื่อนขนานลงไปตามแกน Y เป็นระยะทาง 5 หน่วย
11	ขั้นที่ 1 เลื่อนขนานลงไปตามแกน Y เป็นระยะทาง 4 หน่วย ขั้นที่ 2 เลื่อนขนานรูปต้นแบบไปทางขวาของแกน x เป็นระยะทาง 10 หน่วย ขั้นที่ 3 เลื่อนขนานลงไปตามแกน Y เป็นระยะทาง 6 หน่วย
12	ขั้นที่ 1 เลื่อนขนานลงไปตามแกน Y เป็นระยะทาง 3 หน่วย ขั้นที่ 2 เลื่อนขนานรูปต้นแบบไปทางขวาของแกน x เป็นระยะทาง 10 หน่วย ขั้นที่ 3 เลื่อนขนานลงไปตามแกน Y เป็นระยะทาง 7 หน่วย
13	ขั้นที่ 1 เลื่อนขนานลงไปตามแกน Y เป็นระยะทาง 2 หน่วย ขั้นที่ 2 เลื่อนขนานรูปต้นแบบไปทางขวาของแกน x เป็นระยะทาง 10 หน่วย ขั้นที่ 3 เลื่อนขนานลงไปตามแกน Y เป็นระยะทาง 8 หน่วย
14	ขั้นที่ 1 เลื่อนขนานลงไปตามแกน Y เป็นระยะทาง 1 หน่วย ขั้นที่ 2 เลื่อนขนานรูปต้นแบบไปทางขวาของแกน x เป็นระยะทาง 10 หน่วย ขั้นที่ 3 เลื่อนขนานลงไปตามแกน Y เป็นระยะทาง 9 หน่วย
15	ขั้นที่ 1 เลื่อนขนานรูปต้นแบบไปทางขวาของแกน x เป็นระยะทาง 5 หน่วย ขั้นที่ 2 เลื่อนขนานลงไปตามแกน Y เป็นระยะทาง 10 หน่วย ขั้นที่ 3 เลื่อนขนานรูปต้นแบบไปทางขวาของแกน x เป็นระยะทาง 5 หน่วย

ผลเฉลยที่	การแปลงทางเรขาคณิตที่ใช้ในการแก้ปัญหา
16	ขั้นที่ 1 เลื่อนขนานรูปต้นแบบไปทางขวาของแกน x เป็นระยะทาง 4 หน่วย ขั้นที่ 2 เลื่อนขนานลงไปตามแกน Y เป็นระยะทาง 10 หน่วย ขั้นที่ 3 เลื่อนขนานรูปต้นแบบไปทางขวาของแกน x เป็นระยะทาง 6 หน่วย
17	ขั้นที่ 1 เลื่อนขนานรูปต้นแบบไปทางขวาของแกน x เป็นระยะทาง 3 หน่วย ขั้นที่ 2 เลื่อนขนานลงไปตามแกน Y เป็นระยะทาง 10 หน่วย ขั้นที่ 3 เลื่อนขนานรูปต้นแบบไปทางขวาของแกน x เป็นระยะทาง 7 หน่วย
18	ขั้นที่ 1 เลื่อนขนานรูปต้นแบบไปทางขวาของแกน x เป็นระยะทาง 2 หน่วย ขั้นที่ 2 เลื่อนขนานลงไปตามแกน Y เป็นระยะทาง 10 หน่วย ขั้นที่ 3 เลื่อนขนานรูปต้นแบบไปทางขวาของแกน x เป็นระยะทาง 8 หน่วย
19	ขั้นที่ 1 ใช้จุด (0,0) เป็นจุดหมุน และหมุนตามเข็มนาฬิกา 180 องศา
20	ขั้นที่ 1 ใช้จุด (0,0) เป็นจุดหมุน และหมุนทวนเข็มนาฬิกา 180 องศา
⋮	⋮ และผลเฉลยอื่น ๆ

หมายเหตุ ; ตัวอย่างผลเฉลยอย่างน้อย 20 ผลเฉลย

▶ ขั้นที่ 4 : ขั้นตรวจสอบผล

ข้อ 5. นักเรียนทราบได้อย่างไรว่านักเรียนสามารถหาคำตอบ (ผลเฉลย) ได้ครบถ้วนแล้วหรือไม่ อย่างไร

ตอบ จากการแก้ปัญหาใช้ยุทธวิธีการวาดภาพ และการสร้างตารางเพื่อช่วยในการตรวจสอบและขยายแนวคิดในการแก้ปัญหาเพื่อให้ได้ผลเฉลยที่หลากหลาย โดยสถานการณ์ปัญหานี้มีผลเฉลยไม่จำกัด แต่สามารถแบ่งกลุ่มของการแก้ปัญหาโดยการใช้การแปลงทางเรขาคณิตที่แตกต่างกัน ประกอบด้วย การสะท้อน การเลื่อนขนาน และการหมุน

เฉลยส่วนที่ 2 : แบบรายงานผลการปฏิบัติกิจกรรม
เรื่อง "การแปลงทางเรขาคณิต"

สถานการณ์ : การแปลงทางเรขาคณิต

▶ ถ้า...ต้องการให้นักเรียนสร้างเกณฑ์การจัดหมวดหมู่ของผลเฉลยที่ได้จากสถานการณ์ปัญหาในส่วนที่ 1 โดยใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์เป็นเกณฑ์การจัดหมวดหมู่ แล้ว...นักเรียนจะมีวิธีการจัดหมวดหมู่ของผลเฉลยเหล่านั้นอย่างไร

▶ ขั้นที่ 1 : ทำความเข้าใจปัญหา

ข้อ 1. สิ่งที่สถานการณ์ปัญหาต้องการ มีอะไรบ้าง

<u>ตอบ</u> ต้องการให้นักเรียนสร้างเกณฑ์การจัดหมวดหมู่ของผลเฉลยที่ได้จากสถานการณ์ปัญหาในส่วนที่ 1 โดยใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์เป็นเกณฑ์การจัดหมวดหมู่

ข้อ 2. เงื่อนไข/สิ่งที่สถานการณ์ปัญหากำหนดมาให้ มีอะไรบ้าง

<u>ตอบ</u> เกณฑ์การจัดหมวดหมู่ของผลเฉลยต้องมีความหลากหลาย และผลเฉลยที่อยู่ในแต่ละเกณฑ์ต้องไม่มีความซ้ำซ้อนกัน โดยการเขียนอธิบายเกณฑ์ให้กระชับและชัดเจน

▶ ขั้นที่ 2 : วางแผนแก้ปัญหา

ข้อ 3. ความรู้/แนวคิดทางคณิตศาสตร์ที่นำมาใช้ในการแก้ปัญหามีอะไรบ้าง

<u>ตอบ</u> การแปลงทางเรขาคณิต ประกอบด้วยการเลื่อนขนาน การสะท้อน และการหมุน

การแปลง : การสมนัยระหว่างจุดต่าง ๆ ในระนาบของรูปต้นแบบกับจุดต่าง ๆ ของภาพที่เกิดขึ้น

การสะท้อน : ในระนาบระนาบหนึ่ง การสะท้อนข้ามเส้น l เป็นการแปลง ซึ่งส่งแต่ละจุด P บนระนาบ ไปยังจุด P′

การเลื่อนขนาน : การเลื่อนขนานประกอบด้วยการสะท้อนสองครั้งข้ามเส้นของการสะท้อนสองเส้นที่ขนานกัน

การหมุน : การหมุนประกอบด้วยการสะท้อนสองครั้งข้ามเส้นตัดสองเส้น จุดตัดของ

เส้นตรงสองเส้นนั้นเรียกว่า จุดศูนย์กลางของการหมุน ทิศทางของการหมุนจะหมุนตามเข็มนาฬิกา หรือทวนเข็มนาฬิกาก็ได้

▶ ขั้นที่ 3 : ดำเนินการตามแผน

ข้อ 4. จงสร้างเกณฑ์การจัดหมวดหมู่ของผลเฉลยที่ได้จากการแก้ปัญหาในส่วนที่ 1

<u>ตอบ</u> ในการจัดหมวดหมู่ของผลเฉลย "ปัญหาการแปลงทาง" ซึ่งใช้เกณฑ์จากวิธีการในการแปลงทางเรขาคณิตที่ต่างกันดังนี้

1) เกณฑ์การใช้ "การแปลงทางเรขาคณิตที่ใช้การสะท้อน"
2) เกณฑ์การใช้ "การแปลงทางเรขาคณิตที่ใช้การเลื่อนขนาน"
3) เกณฑ์การใช้ "การแปลงทางเรขาคณิตที่ใช้การหมุน"

กลุ่มที่ 1 ใช้ "การแปลงทางเรขาคณิตที่ใช้การสะท้อน"

ผลเฉลยที่	การแปลงทางเรขาคณิตที่ใช้ในการแก้ปัญหา
1	ขั้นที่ 1 สะท้อนข้ามแกน Y ขั้นที่ 2 สะท้อนข้ามแกน X
2	ขั้นที่ 1 สะท้อนข้ามแกน X ขั้นที่ 2 สะท้อนข้ามแกน Y
3	ขั้นที่ 1 สะท้อนข้ามเส้นตรง x = -2 ขั้นที่ 2 สะท้อนข้ามเส้นตรง x = 3 ขั้นที่ 3 สะท้อนข้ามแกน Y
4	ขั้นที่ 1 สะท้อนข้ามเส้นตรง X ขั้นที่ 2 สะท้อนข้ามเส้นตรง y = 3 ขั้นที่ 3 สะท้อนข้ามเส้นตรง y = -2
5	ขั้นที่ 1 สะท้อนข้ามเส้นตรง y = 3 ขั้นที่ 2 สะท้อนข้ามเส้นตรง y = -2 ขั้นที่ 3 สะท้อนข้ามเส้นตรง x = -2 ขั้นที่ 4 สะท้อนข้ามเส้นตรง x = 3
6	ขั้นที่ 1 สะท้อนข้ามเส้นตรง x = -2 ขั้นที่ 2 สะท้อนข้ามเส้นตรง x = 3 ขั้นที่ 3 สะท้อนข้ามเส้นตรง y = 3 ขั้นที่ 4 สะท้อนข้ามเส้นตรง y = -2
7	ขั้นที่ 1 สะท้อนข้ามเส้นตรง y = x

กลุ่มที่ 2 ใช้ "การแปลงทางเรขาคณิตที่ใช้การเลื่อนขนาน"

ผลเฉลยที่	การแปลงทางเรขาคณิตที่ใช้ในการแก้ปัญหา
8	ขั้นที่ 1 เลื่อนขนานรูปต้นแบบไปทางขวาของแกน x เป็นระยะทาง 10 หน่วย ขั้นที่ 2 เลื่อนขนานลงไปตามแกน Y เป็นระยะทาง 10 หน่วย
9	ขั้นที่ 1 เลื่อนขนานลงไปตามแกน Y เป็นระยะทาง 10 หน่วย ขั้นที่ 2 เลื่อนขนานรูปต้นแบบไปทางขวาของแกน x เป็นระยะทาง 10 หน่วย
10	ขั้นที่ 1 เลื่อนขนานลงไปตามแกน Y เป็นระยะทาง 5 หน่วย ขั้นที่ 2 เลื่อนขนานรูปต้นแบบไปทางขวาของแกน x เป็นระยะทาง 10 หน่วย ขั้นที่ 3 เลื่อนขนานลงไปตามแกน Y เป็นระยะทาง 5 หน่วย
11	ขั้นที่ 1 เลื่อนขนานลงไปตามแกน Y เป็นระยะทาง 4 หน่วย ขั้นที่ 2 เลื่อนขนานรูปต้นแบบไปทางขวาของแกน x เป็นระยะทาง 10 หน่วย ขั้นที่ 3 เลื่อนขนานลงไปตามแกน Y เป็นระยะทาง 6 หน่วย
12	ขั้นที่ 1 เลื่อนขนานลงไปตามแกน Y เป็นระยะทาง 3 หน่วย ขั้นที่ 2 เลื่อนขนานรูปต้นแบบไปทางขวาของแกน x เป็นระยะทาง 10 หน่วย ขั้นที่ 3 เลื่อนขนานลงไปตามแกน Y เป็นระยะทาง 7 หน่วย
13	ขั้นที่ 1 เลื่อนขนานลงไปตามแกน Y เป็นระยะทาง 2 หน่วย ขั้นที่ 2 เลื่อนขนานรูปต้นแบบไปทางขวาของแกน x เป็นระยะทาง 10 หน่วย ขั้นที่ 3 เลื่อนขนานลงไปตามแกน Y เป็นระยะทาง 8 หน่วย
14	ขั้นที่ 1 เลื่อนขนานลงไปตามแกน Y เป็นระยะทาง 1 หน่วย ขั้นที่ 2 เลื่อนขนานรูปต้นแบบไปทางขวาของแกน x เป็นระยะทาง 10 หน่วย ขั้นที่ 3 เลื่อนขนานลงไปตามแกน Y เป็นระยะทาง 9 หน่วย
15	ขั้นที่ 1 เลื่อนขนานรูปต้นแบบไปทางขวาของแกน x เป็นระยะทาง 5 หน่วย ขั้นที่ 2 เลื่อนขนานลงไปตามแกน Y เป็นระยะทาง 10 หน่วย ขั้นที่ 3 เลื่อนขนานรูปต้นแบบไปทางขวาของแกน x เป็นระยะทาง 5 หน่วย
16	ขั้นที่ 1 เลื่อนขนานรูปต้นแบบไปทางขวาของแกน x เป็นระยะทาง 4 หน่วย ขั้นที่ 2 เลื่อนขนานลงไปตามแกน Y เป็นระยะทาง 10 หน่วย ขั้นที่ 3 เลื่อนขนานรูปต้นแบบไปทางขวาของแกน x เป็นระยะทาง 6 หน่วย
17	ขั้นที่ 1 เลื่อนขนานรูปต้นแบบไปทางขวาของแกน x เป็นระยะทาง 3 หน่วย ขั้นที่ 2 เลื่อนขนานลงไปตามแกน Y เป็นระยะทาง 10 หน่วย ขั้นที่ 3 เลื่อนขนานรูปต้นแบบไปทางขวาของแกน x เป็นระยะทาง 7 หน่วย

กลุ่มที่ 3 ใช้ "การแปลงทางเรขาคณิตที่ใช้การหมุน"

ผลเฉลยที่	การแปลงทางเรขาคณิตที่ใช้ในการแก้ปัญหา
18	ขั้นที่ 1 เลื่อนขนานรูปต้นแบบไปทางขวาของแกน x เป็นระยะทาง 2 หน่วย ขั้นที่ 2 เลื่อนขนานลงไปตามแกน Y เป็นระยะทาง 10 หน่วย ขั้นที่ 3 เลื่อนขนานรูปต้นแบบไปทางขวาของแกน x เป็นระยะทาง 8 หน่วย
19	ขั้นที่ 1 ใช้จุด (0,0) เป็นจุดหมุน และหมุนตามเข็มนาฬิกา 180 องศา
20	ขั้นที่ 1 ใช้จุด (0,0) เป็นจุดหมุน และหมุนทวนเข็มนาฬิกา 180 องศา
⋮	⋮ และผลเฉลยอื่น ๆ

▶ ขั้นที่ 4 : ขั้นตรวจสอบผล

ข้อ 5. นักเรียนมีวิธีการตรวจสอบอย่างไรว่าผลเฉลยในแต่ละกลุ่มไม่มีการซ้ำซ้อนกัน

ตอบ ยุทธวิธีการวาดภาพ และการสร้างตารางเพื่อช่วยในการตรวจสอบและขยายแนวคิดในการแก้ปัญหาเพื่อให้ได้ผลเฉลยที่หลากหลาย โดยสถานการณ์ปัญหานี้มีผลเฉลยไม่จำกัด แต่สามารถแบ่งกลุ่มของการแก้ปัญหาโดยการใช้การแปลงทางเรขาคณิตที่แตกต่างกัน ประกอบด้วยการสะท้อน การเลื่อนขนาน และการหมุน

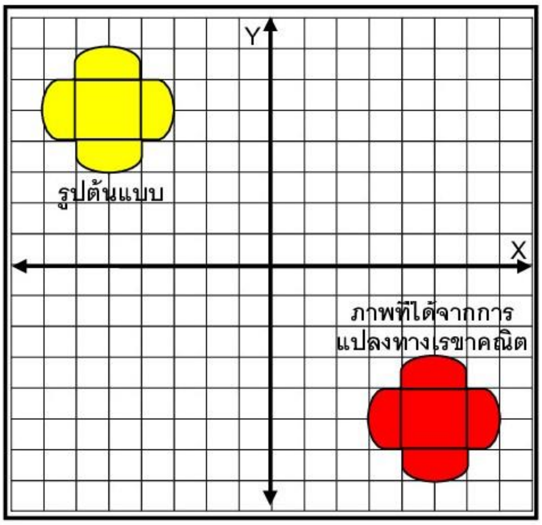
แบบทดสอบวัดความสามารถในการการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ (2)

ด้านความคิดริเริ่ม และความคิดละเอียดลออ เรื่อง "การแปลงทางเรขาคณิต"

ชื่อ...**ชั้น**..............**เลขที่**..........**กลุ่มที่**.........

สถานการณ์ : การแปลงทางเรขาคณิต

▶ ในรายวิชาการออกแบบผลิตภัณฑ์ของโรงเรียนแห่งหนึ่ง นักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้นต้องการออกแบบออกแบบลวดลวยผลิตภัณฑ์ของทางโรงเรียน โดยใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง การแปลงทางเรขาคณิต ซึ่งนักเรียนกลุ่มนี้เกิดข้อสงสัยว่า จากรูปต้นแบบที่ใช้ในการออกแบบลวยลายผลิตภัณฑ์สามารถใช้ความรู้ในการแปลงทางเรขาคณิตอย่างไรได้บ้างจึงกลายเป็นภาพที่ได้จากการแปลงทางเรขาคณิต (ดังภาพประกอบ)



เงื่อนไขของสถานการณ์ : มีเงื่อนไข ดังนี้

- การแปลงทางเรขาคณิตที่ใช้ ประกอบด้วย การเลื่อนขนาน หรือ การสะท้อน หรือ การหมุน
- การแปลงทางเรขาคณิตที่ใช้ สามารถใช้การเลื่อนขนาน หรือ การสะท้อน หรือ การหมุน อย่างใดอย่างหนึ่งเท่านั้น โดยที่จำนวนครั้งไม่จำกัด

▶ **ถ้า...นักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้นกลุ่มนี้ใช้การแปลงทางเรขาคณิตที่สอดคล้องกับเงื่อนไขข้างต้น แล้ว...นักเรียนกลุ่มนี้จะสามารถใช้การแปลงทางเรขาคณิตได้แตกต่างกันได้อย่างไรบ้าง**

แบบรายงานผลการปฏิบัติกิจกรรม : การตั้งปัญหา
เรื่อง “การแปลงทางเรขาคณิต”

ชื่อ...ชั้น..............เลขที่..........กลุ่มที่.........

▶ ขั้นที่ 1 : การคัดเลือกประเด็นสถานการณ์เริ่มต้น

ข้อ 1. หัวข้อ/ประเด็นสถานการณ์ปัญหาเริ่มต้น ที่นักเรียนคัดเลือกมาพิจารณาเพื่อสร้างสถานการณ์ปัญหาใหม่

....

....

....

▶ ขั้นที่ 2 : การหาลักษณะ/เงื่อนไขของประเด็นสถานการณ์เริ่มต้น

ข้อ 2. สิ่งที่สถานการณ์ปัญหาที่นักเรียนคัดเลือกมา มีเงื่อนไข/สมบัติ/ทฤษฎีบทที่สำคัญอะไรบ้าง ให้เขียนอธิบายเป็นข้อ ๆ

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

▶ **ขั้นที่ 3 : การเปลี่ยนเงื่อนไขของประเด็นสถานการณ์**

ข้อ 3. ให้เขียนประโยค "ถ้า...ไม่เป็นไปตามเงื่อนไข/สมบัติ/ทฤษฎีบทที่สำคัญในขั้นตอนที่ 2" แล้วพิจารณาว่าจะเกิดอะไรขึ้น

....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....

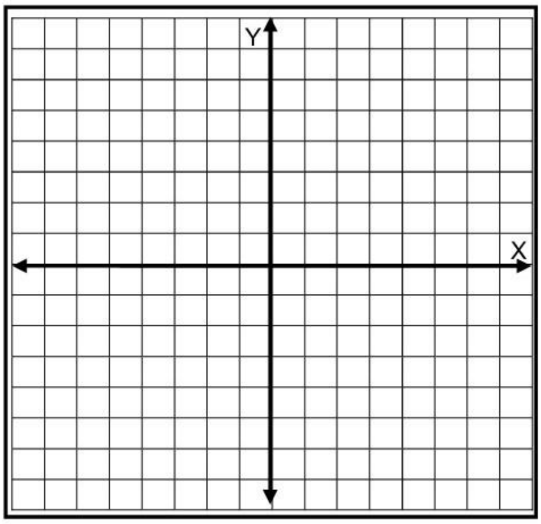
▶ **ขั้นที่ 4 : การสร้างสถานการณ์ปัญหา**

ข้อ 4. ให้สร้างสถานการณ์ปัญหาใหม่จากการเปลี่ยนแปลงเงื่อนไข/สมบัติ/ทฤษฎีบทที่สำคัญในขั้นตอนที่ 3

....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....

▶ ขั้นที่ 5 : การวิเคราะห์ปัญหา

ข้อ 5. ให้นักเรียนคัดเลือกและวิเคราะห์สถานการณ์ปัญหาในข้อ 4 ที่มีผลเฉลยแปลกใหม่และหลากหลาย (โดยการแก้ปัญหาจากสถานการณ์ปัญหาที่เลือกมา)



เฉลย แบบรายงานผลการปฏิบัติกิจกรรม : การตั้งปัญหา เรื่อง “การแปลงทางเรขาคณิต”

▶ ขั้นที่ 1 : การคัดเลือกประเด็นสถานการณ์เริ่มต้น

ข้อ 1. หัวข้อ/ประเด็นสถานการณ์ปัญหาเริ่มต้น ที่นักเรียนคัดเลือกมาพิจารณาเพื่อสร้างสถานการณ์ปัญหาใหม่

ตอบ สถานการณ์ปัญหา เรื่อง การแปลงทางเรขาคณิต โดยนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้นกลุ่มนี้ต้องการทราบว่ารูปต้นแบบที่ใช้ในการออกแบบลวยลายผลิตภัณฑ์สามารถใช้ความรู้ในการแปลงทางเรขาคณิตอย่างไรได้บ้างจึงกลายเป็นภาพที่ได้จากการแปลงทางเรขาคณิต ซึ่งมีเงื่อนไขดังนี้ 1) การแปลงทางเรขาคณิตที่ใช้ ประกอบด้วย การเลื่อนขนาน หรือ การสะท้อน หรือ การหมุน

2) การแปลงทางเรขาคณิตที่ใช้ สามารถใช้การเลื่อนขนาน หรือ การสะท้อน หรือ การหมุนอย่างใดอย่างหนึ่งเท่านั้น โดยที่จำนวนครั้งไม่จำกัด

▶ ขั้นที่ 2 : การหาลักษณะ/เงื่อนไขของประเด็นสถานการณ์เริ่มต้น

ข้อ 2. สิ่งที่สถานการณ์ปัญหาที่นักเรียนคัดเลือกมา มีเงื่อนไข/สมบัติ/ทฤษฎีบทที่สำคัญอะไรบ้าง ให้เขียนอธิบายเป็นข้อ ๆ

ตอบ
- รูปต้นแบบเป็นรูปที่เกิดจากรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสและครึ่งวงกลมจำนวน 4 รูป
- รูปต้นแบบอยู่ในจตุภาคที่ 1 และภาพที่ได้จากการแปลงทางเรขาคณิตอยู่ในจตุภาคที่ 4 เท่านั้น
- การแปลงทางเรขาคณิตที่ใช้ในการแก้ปัญหา คือ การสะท้อน
- การแปลงทางเรขาคณิตที่ใช้ในการแก้ปัญหา คือ การเลื่อนขนาน
- การแปลงทางเรขาคณิตที่ใช้ในการแก้ปัญหา คือ การหมุน
- การแปลงทางเรขาคณิตที่ใช้ในการแก้ปัญหาแต่ละครั้งประกอบด้วย การสะท้อน หรือการเลื่อนขนาน หรือ การหมุน
- การแปลงทางเรขาคณิตที่ใช้ สามารถใช้การเลื่อนขนาน หรือ การสะท้อน หรือ การหมุน อย่างใดอย่างหนึ่งเท่านั้น โดยที่จำนวนครั้งไม่จำกัด

เป็นต้น

▶ ขั้นที่ 3 : การเปลี่ยนเงื่อนไขของประเด็นสถานการณ์

ข้อ 3. ให้เขียนประโยค "ถ้า...ไม่เป็นไปตามเงื่อนไข/สมบัติ/ทฤษฎีบทที่สำคัญในขั้นตอนที่ 2" แล้วพิจารณาว่าจะเกิดอะไรขึ้น

ตอบ - อะไรจะเกิดขึ้น ถ้ารูปต้นแบบไม่จำเป็นต้องเป็นรูปที่เกิดจากรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสและครึ่งวงกลมจำนวน 4 รูป

- อะไรจะเกิดขึ้น ถ้ารูปต้นแบบไม่จำเป็นต้องอยู่ในจตุภาคที่ 1 และภาพที่ได้จากการแปลงทางเรขาคณิตไม่จำเป็นต้องอยู่ในจตุภาคที่ 4
- อะไรจะเกิดขึ้น ถ้าการแปลงทางเรขาคณิตที่ใช้ในการแก้ปัญหา ไม่จำเป็นต้องใช้การสะท้อน
- อะไรจะเกิดขึ้น ถ้าการแปลงทางเรขาคณิตที่ใช้ในการแก้ปัญหา ไม่จำเป็นต้องใช้การเลื่อนขนาน
- อะไรจะเกิดขึ้น ถ้าการแปลงทางเรขาคณิตที่ใช้ในการแก้ปัญหา ไม่จำเป็นต้องใช้การหมุน
- อะไรจะเกิดขึ้น ถ้าการแปลงทางเรขาคณิตที่ใช้ในการแก้ปัญหา ไม่จำเป็นต้องใช้การสะท้อน หรือ การเลื่อนขนาน หรือ การหมุน
- อะไรจะเกิดขึ้น ถ้าการแปลงทางเรขาคณิตที่ใช้ ไม่จำเป็นต้องใช้การเลื่อนขนาน หรือ การสะท้อน หรือ การหมุน อย่างใดอย่างหนึ่งเท่านั้น

เป็นต้น

▶ ขั้นที่ 4 : การสร้างสถานการณ์ปัญหา

ข้อ 4. ให้สร้างสถานการณ์ปัญหาใหม่จากการเปลี่ยนแปลงเงื่อนไข/สมบัติ/ทฤษฎีบทที่สำคัญในขั้นตอนที่ 3

ตอบ จากการสังเคราะห์งานวิจัยพบลักษณะโครงสร้างของสถานการณ์ปัญหาทางคณิตศาสตร์สามารถจำแนกได้เป็น 4 โครงสร้าง ดังนี้

โครงสร้าง	ปัญหาทางคณิตศาสตร์	
	จำนวนเงื่อนไขที่กำหนด	การดำเนินการที่ใช้ในการแก้ปัญหา
1	1 เงื่อนไข	1 ขั้นตอน
2	1 เงื่อนไข	1 ขั้นตอน
3	มากกว่า 1 เงื่อนไข	มากกว่า 1 ขั้นตอน
4	มากกว่า 1 เงื่อนไข	มากกว่า 1 ขั้นตอน

<u>กรณีโครงสร้าง</u> 1 :

สถานการณ์ปัญหาจำนวน 1 เงื่อนไข และการดำเนินการแก้ปัญหา 1 ขั้นตอน

มีตัวอย่างสถานการณ์ ดังนี้

- ถ้า...นักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้นกำหนด<u>รูปต้นแบบเป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส A อยู่ในจตุภาคที่ 1 และภาพ B อยู่ในจตุภาคที่ 3 เป็นภาพที่ได้จากการสะท้อน</u> แล้ว...นักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้นกลุ่มนี้จะใช้<u>การสะท้อน</u>อย่างไรได้บ้างจึงทำให้เกิดภาพ B (กำหนดรูปต้นแบบและภาพที่ได้จากการแปลงมาให้)

- ถ้า...นักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้นกำหนด<u>รูปต้นแบบเป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส A อยู่ในจตุภาคที่ 1 และภาพ B อยู่ในจตุภาคที่ 3 เป็นภาพที่ได้จากการเลื่อนขนาน</u> แล้ว...นักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้นกลุ่มนี้จะใช้<u>การเลื่อนขนาน</u>อย่างไรได้บ้างจึงทำให้เกิดภาพ B (กำหนดรูปต้นแบบและภาพที่ได้จากการแปลงมาให้)

- ถ้า...นักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้นกำหนด<u>รูปต้นแบบเป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส A อยู่ในจตุภาคที่ 1 และภาพ B อยู่ในจตุภาคที่ 3 เป็นภาพที่ได้จากการหมุน</u> แล้ว...นักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้นกลุ่มนี้จะใช้<u>การหมุน</u>อย่างไรได้บ้างจึงทำให้เกิดภาพ B (กำหนดรูปต้นแบบและภาพที่ได้จากการแปลงมาให้)

เป็นต้น

<u>กรณีโครงสร้าง</u> 2 :

สถานการณ์ปัญหาจำนวน 1 เงื่อนไข และการดำเนินการแก้ปัญหามากกว่า 1 ขั้นตอน มีตัวอย่างสถานการณ์ ดังนี้

- ถ้า...นักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้นกำหนด<u>รูปต้นแบบเป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส A อยู่ในจตุภาคที่ 2 ซึ่งจุดมุมอยู่ที่จุด (-1,1), (-2,1), (-2,2) และ (-1,2) และภาพ B อยู่ในจตุภาคที่ 4 ซึ่งจุดมุมอยู่ที่จุด (1,-1), (2,-1), (2,-2) และ (1,-2) เป็นภาพที่ได้จากการสะท้อน</u> แล้ว...นักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้นกลุ่มนี้จะใช้<u>การสะท้อน</u>อย่างไรได้บ้างจึงทำให้เกิดภาพ B

- ถ้า...นักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้นกำหนด<u>รูปต้นแบบเป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส A อยู่ในจตุภาคที่ 2 ซึ่งจุดมุมอยู่ที่จุด (-1,1), (-2,1), (-2,2) และ (-1,2) และภาพ B อยู่ในจตุภาคที่ 4 ซึ่งจุดมุมอยู่ที่จุด (1,-1), (2,-1), (2,-2) และ (1,-2) เป็นภาพที่ได้จากการเลื่อนขนาน</u> แล้ว...นักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้นกลุ่มนี้จะใช้<u>การเลื่อนขนาน</u>อย่างไรได้บ้างจึงทำให้เกิดภาพ B

- ถ้า...นักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้นกำหนด<u>รูปต้นแบบเป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส A อยู่ในจตุภาคที่ 2 ซึ่งจุดมุมอยู่ที่จุด (-1,1), (-2,1), (-2,2) และ (-1,2) และภาพ B อยู่ในจตุภาคที่ 4 ซึ่ง</u>

จุดมุมอยู่ที่จุด (1,-1), (2,-1), (2,-2) และ (1,-2) เป็นภาพที่ได้จากการหมุน แล้ว...นักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้นกลุ่มนี้จะใช้การหมุนอย่างไรได้บ้างจึงทำให้เกิดภาพ B

เป็นต้น

กรณีโครงสร้าง 3 :

สถานการณ์ปัญหามากกว่า 1 เงื่อนไข และการดำเนินการแก้ปัญหา 1 ขั้นตอน

มีตัวอย่างสถานการณ์ ดังนี้

- ถ้า...นักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้นกำหนดเงื่อนไขในการแปลงทางเรขาคณิตดังนี้

  - รูปต้นแบบเป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส A อยู่ในจตุภาคที่ 1 และภาพ B อยู่ในจตุภาคที่ 3 เป็นภาพที่ได้จากการสะท้อนและการเลื่อนขนาน (กำหนดรูปต้นแบบและภาพที่ได้จากการแปลงมาให้)
  - การสะท้อนและการเลื่อนขนาน ใช้จำนวนครั้งได้ไม่จำกัด

แล้ว...นักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้นกลุ่มนี้จะใช้การแปลงทางเรขาคณิตให้สอดคล้องกับเงื่อนไขอย่างไรได้บ้างจึงทำให้เกิดภาพ B

- ถ้า...นักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้นกำหนดเงื่อนไขในการแปลงทางเรขาคณิตดังนี้

  - รูปต้นแบบเป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส A อยู่ในจตุภาคที่ 1 และภาพ B อยู่ในจตุภาคที่ 3 เป็นภาพที่ได้จากการสะท้อนและการหมุน (กำหนดรูปต้นแบบและภาพที่ได้จากการแปลงมาให้)
  - การสะท้อนและการหมุน ใช้จำนวนครั้งได้ไม่จำกัด

แล้ว...นักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้นกลุ่มนี้จะใช้การแปลงทางเรขาคณิตให้สอดคล้องกับเงื่อนไขอย่างไรได้บ้างจึงทำให้เกิดภาพ B

- ถ้า...นักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้นกำหนดเงื่อนไขในการแปลงทางเรขาคณิตดังนี้

  - รูปต้นแบบเป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส A อยู่ในจตุภาคที่ 1 และภาพ B อยู่ในจตุภาคที่ 3 เป็นภาพที่ได้จากการหมุนและการเลื่อนขนาน (กำหนดรูปต้นแบบและภาพที่ได้จากการแปลงมาให้)
  - การหมุนและการเลื่อนขนาน ใช้จำนวนครั้งได้ไม่จำกัด

แล้ว...นักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้นกลุ่มนี้จะใช้การแปลงทางเรขาคณิตให้สอดคล้องกับเงื่อนไขอย่างไรได้บ้างจึงทำให้เกิดภาพ B

เป็นต้น

กรณีโครงสร้าง 4 :

สถานการณ์ปัญหามากกว่า 1 เงื่อนไข และการดำเนินการแก้ปัญหามากกว่า 1 ขั้นตอน

มีตัวอย่างสถานการณ์ ดังนี้

- ถ้า...นักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้นกำหนดเงื่อนไขในการแปลงทางเรขาคณิตดังนี้

● รูปต้นแบบเป็น อยู่ในจตุภาคที่ 2 ซึ่งจุดมุมอยู่ที่จุด (-4,4), (-6,4), (-4,6) และ (-6,-6) และภาพ B อยู่ในจตุภาคที่ 4 ซึ่งจุดมุมอยู่ที่จุด (4,-4), (6,-4), (4,-6) และ (6,-6) เป็นภาพที่ได้จากการสะท้อนและการเลื่อนขนาน

● การสะท้อนและการเลื่อนขนาน ใช้จำนวนครั้งได้ไม่จำกัด

แล้ว...นักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้นกลุ่มนี้จะใช้การแปลงทางเรขาคณิตให้สอดคล้องกับเงื่อนไขอย่างไรได้บ้างจึงทำให้เกิดภาพ B

- ถ้า...นักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้นกำหนดเงื่อนไขในการแปลงทางเรขาคณิตดังนี้

● รูปต้นแบบเป็น อยู่ในจตุภาคที่ 2 ซึ่งจุดมุมอยู่ที่จุด (-4,4), (-6,4), (-4,6) และ (-6,-6) และภาพ B อยู่ในจตุภาคที่ 4 ซึ่งจุดมุมอยู่ที่จุด (4,-4), (6,-4), (4,-6) และ (6,-6) เป็นภาพที่ได้จากการสะท้อน และการหมุน

● การสะท้อนและการหมุน ใช้จำนวนครั้งได้ไม่จำกัด

แล้ว...นักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้นกลุ่มนี้จะใช้การแปลงทางเรขาคณิตให้สอดคล้องกับเงื่อนไขอย่างไรได้บ้างจึงทำให้เกิดภาพ B

- ถ้า...นักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้นกำหนดเงื่อนไขในการแปลงทางเรขาคณิตดังนี้

● รูปต้นแบบเป็น อยู่ในจตุภาคที่ 2 ซึ่งจุดมุมอยู่ที่จุด (-4,4), (-6,4), (-4,6) และ (-6,-6) และภาพ B อยู่ในจตุภาคที่ 4 ซึ่งจุดมุมอยู่ที่จุด (4,-4), (6,-4), (4,-6) และ (6,-6) เป็นภาพที่ได้จากการสะท้อน หรือ การเลื่อนขนาน หรือ การหมุน

● การสะท้อน หรือ การเลื่อนขนาน หรือ การหมุน ใช้จำนวนครั้งได้ไม่จำกัด

แล้ว...นักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้นกลุ่มนี้จะใช้การแปลงทางเรขาคณิตให้สอดคล้องกับเงื่อนไขอย่างไรได้บ้างจึงทำให้เกิดภาพ B

เป็นต้น

▶ ขั้นที่ 5 : การวิเคราะห์ปัญหา

ข้อ 5. ให้นักเรียนคัดเลือกและวิเคราะห์สถานการณ์ปัญหาในข้อ 4 ที่มีผลเฉลยแปลกใหม่และหลากหลาย (โดยการแก้ปัญหาจากสถานการณ์ปัญหาที่เลือกมา)

ตอบ ในการเฉลยขั้นการวิเคราะห์ปัญหา เลือกพิจารณาสถานการณ์ปัญหาใน โครงสร้าง 4 : สถานการณ์ปัญหามากกว่า 1 งื่อนไข และการดำเนินการแก้ปัญหามากกว่า 1 ขั้นตอน ดัง**ตัวอย่าง**ต่อไปนี้

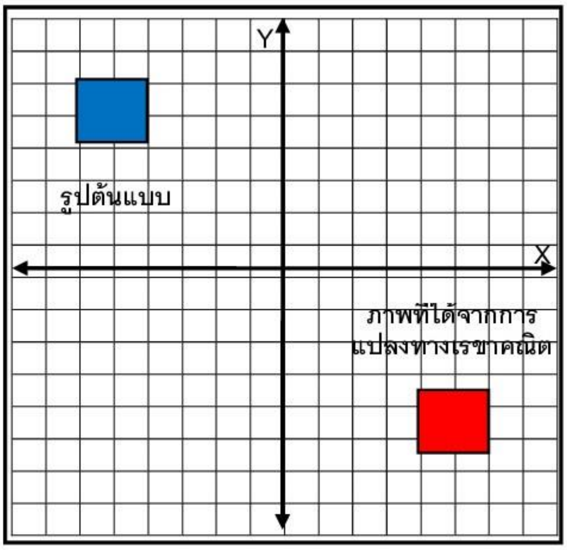
- ถ้า...นักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้นกำหนดเงื่อนไขในการแปลงทางเรขาคณิตดังนี้

- รูปต้นแบบเป็น อยู่ในจตุภาคที่ 2 ซึ่งจุดมุมอยู่ที่จุด (-4,4), (-6,4), (-4,6) และ (-6,-6) และภาพ B อยู่ในจตุภาคที่ 4 ซึ่งจุดมุมอยู่ที่จุด (4,-4), (6,-4), (4,-6) และ (6,-6) เป็นภาพที่ได้จากการสะท้อน หรือ การเลื่อนขนาน หรือ การหมุน
- การสะท้อน หรือ การเลื่อนขนาน หรือ การหมุน ใช้จำนวนครั้งได้ไม่จำกัด

แล้ว...นักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้นกลุ่มนี้จะใช้การแปลงทางเรขาคณิตให้สอดคล้องกับเงื่อนไขอย่างไรได้บ้างจึงทำให้เกิดภาพ B

วิธีทำ **ขั้นที่ 1 วิเคราะห์หาพิกัดของรูปต้นแบบและภาพที่ได้จากการแปลงทางเรขาคณิต**

รูปต้นแบบเป็น อยู่ในจตุภาคที่ 2 ซึ่งจุดมุมอยู่ที่จุด (-4,4), (-6,4), (-4,6) และ (-6,-6) และภาพ B อยู่ในจตุภาคที่ 4 ซึ่งจุดมุมอยู่ที่จุด (4,-4), (6,-4), (4,-6) และ (6,-6)



ขั้นที่ 2 วิเคราะห์หาผลเฉลย

กรณีที่ 1 ใช้การสะท้อน เพียงอย่างเดียว (แสดงตัวอย่างผลเฉลย)

ผลเฉลยที่	การแปลงทางเรขาคณิตที่ใช้ในการแก้ปัญหา
1	ขั้นที่ 1 สะท้อนข้ามแกน Y ขั้นที่ 2 สะท้อนข้ามแกน X
2	ขั้นที่ 1 สะท้อนข้ามแกน X ขั้นที่ 2 สะท้อนข้ามแกน Y
3	ขั้นที่ 1 สะท้อนข้ามเส้นตรง x = -2 ขั้นที่ 2 สะท้อนข้ามเส้นตรง x = 3 ขั้นที่ 3 สะท้อนข้ามแกน Y
4	ขั้นที่ 1 สะท้อนข้ามเส้นตรง X ขั้นที่ 2 สะท้อนข้ามเส้นตรง y = 3 ขั้นที่ 3 สะท้อนข้ามเส้นตรง y = -2
	หมายเหตุ : ผลเฉลยอื่น ๆ

กรณีที่ 2 ใช้การเลื่อนขนาน เพียงอย่างเดียว (แสดงตัวอย่างผลเฉลย)

ผลเฉลยที่	การแปลงทางเรขาคณิตที่ใช้ในการแก้ปัญหา
5	ขั้นที่ 1 เลื่อนขนานรูปต้นแบบไปทางขวาของแกน x เป็นระยะทาง 10 หน่วย ขั้นที่ 2 เลื่อนขนานลงไปตามแกน Y เป็นระยะทาง 10 หน่วย
6	ขั้นที่ 1 เลื่อนขนานลงไปตามแกน Y เป็นระยะทาง 10 หน่วย ขั้นที่ 2 เลื่อนขนานรูปต้นแบบไปทางขวาของแกน x เป็นระยะทาง 10 หน่วย
7	ขั้นที่ 1 เลื่อนขนานลงไปตามแกน Y เป็นระยะทาง 5 หน่วย ขั้นที่ 2 เลื่อนขนานรูปต้นแบบไปทางขวาของแกน x เป็นระยะทาง 10 หน่วย ขั้นที่ 3 เลื่อนขนานลงไปตามแกน Y เป็นระยะทาง 5 หน่วย
8	ขั้นที่ 1 เลื่อนขนานลงไปตามแกน Y เป็นระยะทาง 4 หน่วย ขั้นที่ 2 เลื่อนขนานรูปต้นแบบไปทางขวาของแกน x เป็นระยะทาง 10 หน่วย ขั้นที่ 3 เลื่อนขนานลงไปตามแกน Y เป็นระยะทาง 6 หน่วย
	หมายเหตุ : ผลเฉลยอื่น ๆ

กรณีที่ 3 ใช้การหมุน เพียงอย่างเดียว (แสดงตัวอย่างผลเฉลย)

ผลเฉลยที่	การแปลงทางเรขาคณิตที่ใช้ในการแก้ปัญหา
9	ขั้นที่ 1 ใช้จุด (0,0) เป็นจุดหมุน และหมุนตามเข็มนาฬิกา 180 องศา
10	ขั้นที่ 1 ใช้จุด (0,0) เป็นจุดหมุน และหมุนทวนเข็มนาฬิกา 180 องศา
	หมายเหตุ : ผลเฉลยอื่น ๆ

กรณีที่ 4 ใช้การสะท้อน และการเลื่อนขนาน (แสดงตัวอย่างผลเฉลย)

ผลเฉลยที่	การแปลงทางเรขาคณิตที่ใช้ในการแก้ปัญหา
11	ขั้นที่ 1 สะท้อนข้ามแกน Y ขั้นที่ 2 เลื่อนขนานลงไปตามแกน Y เป็นระยะทาง 10 หน่วย
12	ขั้นที่ 1 สะท้อนข้ามแกน X ขั้นที่ 2 เลื่อนขนานรูปต้นแบบไปทางขวาของแกน x เป็นระยะทาง 10 หน่วย
13	ขั้นที่ 1 สะท้อนข้ามเส้นตรง $x = -2$ ขั้นที่ 2 สะท้อนข้ามเส้นตรง $x = 3$ ขั้นที่ 3 เลื่อนขนานลงไปตามแกน Y เป็นระยะทาง 10 หน่วย
14	ขั้นที่ 1 สะท้อนข้ามเส้นตรง $y = 3$ ขั้นที่ 2 สะท้อนข้ามเส้นตรง $y = -2$ ขั้นที่ 3 เลื่อนขนานรูปต้นแบบไปทางขวาของแกน x เป็นระยะทาง 10 หน่วย
	หมายเหตุ : ผลเฉลยอื่น ๆ

กรณีที่ 5 ใช้การสะท้อน และการหมุน (แสดงตัวอย่างผลเฉลย)

ผลเฉลยที่	การแปลงทางเรขาคณิตที่ใช้ในการแก้ปัญหา
15	ขั้นที่ 1 สะท้อนข้ามแกน Y ขั้นที่ 2 ใช้จุด (5,0) เป็นจุดหมุน และหมุนทวนเข็มนาฬิกา 180 องศา
16	ขั้นที่ 1 สะท้อนข้ามแกน Y ขั้นที่ 2 ใช้จุด (5,0) เป็นจุดหมุน และหมุนตามเข็มนาฬิกา 180 องศา
17	ขั้นที่ 1 สะท้อนข้ามแกน X ขั้นที่ 2 ใช้จุด (0,-5) เป็นจุดหมุน และหมุนทวนเข็มนาฬิกา 180 องศา
18	ขั้นที่ 1 สะท้อนข้ามแกน X ขั้นที่ 2 ใช้จุด (0,-5) เป็นจุดหมุน และหมุนตามเข็มนาฬิกา 180 องศา
	หมายเหตุ : ผลเฉลยอื่น ๆ

กรณีที่ 6 ใช้การเลื่อนขนาน และการหมุน (แสดงตัวอย่างผลเฉลย)

ผลเฉลยที่	**การแปลงทางเรขาคณิตที่ใช้ในการแก้ปัญหา**
19	ขั้นที่ 1 เลื่อนขนานรูปต้นแบบไปทางขวาของแกน x เป็นระยะทาง 10 หน่วย ขั้นที่ 2 ใช้จุด (5,0) เป็นจุดหมุน และหมุนทวนเข็มนาฬิกา 180 องศา
20	ขั้นที่ 1 เลื่อนขนานรูปต้นแบบไปทางขวาของแกน x เป็นระยะทาง 10 หน่วย ขั้นที่ 2 ใช้จุด (5,0) เป็นจุดหมุน และหมุนตามเข็มนาฬิกา 180 องศา
21	ขั้นที่ 2 เลื่อนขนานลงไปตามแกน Y เป็นระยะทาง 10 หน่วยขั้นที่ 2 ใช้จุด (0,-5) เป็นจุดหมุน และหมุนทวนเข็มนาฬิกา 180 องศา
22	ขั้นที่ 2 เลื่อนขนานลงไปตามแกน Y เป็นระยะทาง 10 หน่วยขั้นที่ 2 ใช้จุด (0,-5) เป็นจุดหมุน และหมุนตามเข็มนาฬิกา 180 องศา
	หมายเหตุ : ผลเฉลยอื่น ๆ

กรณีที่ 7 ใช้การสะท้อน และ เลื่อนขนาน และ การหมุน (แสดงตัวอย่างผลเฉลย)

ผลเฉลยที่	**การแปลงทางเรขาคณิตที่ใช้ในการแก้ปัญหา**
23	ขั้นที่ 1 เลื่อนขนานรูปต้นแบบไปทางขวาของแกน x เป็นระยะทาง 5 หน่วย ขั้นที่ 2 สะท้อนด้วยเส้นตรง x = 2.5 ขั้นที่ 3 ใช้จุด (5,0) เป็นจุดหมุน และหมุนตามเข็มนาฬิกา 180 องศา
24	ขั้นที่ 1 เลื่อนขนานรูปต้นแบบไปทางขวาของแกน x เป็นระยะทาง 4 หน่วย ขั้นที่ 2 สะท้อนด้วยเส้นตรง x = 2 ขั้นที่ 3 ใช้จุด (5,0) เป็นจุดหมุน และหมุนตามเข็มนาฬิกา 180 องศา
25	ขั้นที่ 1 เลื่อนขนานรูปต้นแบบไปทางขวาของแกน x เป็นระยะทาง 3 หน่วย ขั้นที่ 2 สะท้อนด้วยเส้นตรง x = 1.5 ขั้นที่ 3 ใช้จุด (5,0) เป็นจุดหมุน และหมุนตามเข็มนาฬิกา 180 องศา
	หมายเหตุ : ผลเฉลยอื่น ๆ

ภาคผนวก จ

รายนามผู้เชี่ยวชาญ

รายนามผู้เชี่ยวชาญ

รายนามผู้เชี่ยวชาญที่ให้ความอนุเคราะห์ตรวจสอบเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย ซึ่งได้แก่ เครื่องมือสำหรับศึกษาสภาพการเรียนการสอนเรขาคณิตที่เกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ของครูและนักเรียนห้องเรียนพิเศษวิทยาศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตอนต้นในการวิจัยครั้งนี้ ประกอบด้วย (1) แบบสอบถามความเชื่อที่เกี่ยวกับการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ทางเรขาคณิตสำหรับครู (2) แบบสัมภาษณ์เกี่ยวกับสภาพการเรียนการสอนเรขาคณิตและความรู้เกี่ยวกับศาสตร์การสอนในเนื้อหาสำหรับครู (3) แบบสอบถามความเชื่อที่เกี่ยวกับการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ทางเรขาคณิตสำหรับนักเรียน (4) แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ทางเรขาคณิตสำหรับนักเรียน และเครื่องมือสำหรับการพัฒนากิจกรรมการเรียนการสอนที่เสริมสร้างความสามารถในการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์สำหรับนักเรียน ซึ่งได้แก่ (1) กิจกรรมการเรียนการสอนที่เสริมสร้างความสามารถในการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ผ่านการแก้ปัญหาและการตั้งปัญหาทางเรขาคณิต (2) แบบสังเกตพฤติกรรมการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ (3) แบบสัมภาษณ์การแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ และ (4) แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ มีดังนี้

1. ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.ทรงชัย อักษรคิด
   ภาควิชาการศึกษา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์
2. ผู้ช่วยศาสตราจารย์ชวลิต สูงใหญ่
   อาจารย์ประจำกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์
   ผู้อำนวยการโรงเรียนสาธิตมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร (ฝ่ายมัธยม)
3. อาจารย์ ดร.ขวัญ เพียซ้าย
   ภาควิชาคณิตศาสตร์ คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ

ประวัติผู้เขียน

ชื่อ-สกุล	ธีรเชษฐ์ เรืองสุขอนันต์	
วัน เดือน ปี เกิด	16 มิถุนายน 2527	
สถานที่เกิด	เขตพญาไท กรุงเทพมหานคร	
วุฒิการศึกษา	พ.ศ. 2545	มัธยมศึกษา จาก โรงเรียนมัธยมด่านสำโรง จังหวัดสมุทรปราการ
	พ.ศ. 2549	การศึกษาบัณฑิต (กศ.บ.) สาขาวิชาคณิตศาสตร์ (เกียรตินิยมอันดับ 2) จาก มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ
	พ.ศ. 2554	การศึกษามหาบัณฑิต (กศ.ม) สาขาวิชาคณิตศาสตร์ จาก มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ
	พ.ศ. 2562	การศึกษาดุษฎีบัณฑิต (กศ.ด) สาขาวิชาคณิตศาสตร์ จาก มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ
ที่อยู่ปัจจุบัน	15/38 สุขุมวิท 113 สำโรงเหนือ เมืองสมุทรปราการ จังหวัดสมุทรปราการ 10270	