



ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้ตัวแทนที่หลากหลาย (MULTIPLE REPRESENTATIONS)
ที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ เรื่อง ระบบสมการสองตัวแปร ของนักเรียนชั้น
มัธยมศึกษาปีที่ 3

THE EFFECT OF USING MULTIPLE REPRESENTATIONS LEARNING ACTIVITY ON
MATHEMATICS PROBLEM SOLVING ABILITY IN SYSTEM OF EQUATIONS WITH TWO

พัชรวพร ถ้วยทอง

ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้ตัวแทนที่หลากหลาย
(MULTIPLE REPRESENTATIONS) ที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ เรื่อง
ระบบสมการสองตัวแปร ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3



ปริญญานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตร
การศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาวิทยาการทางการศึกษาและการจัดการเรียนรู้
คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ
ปีการศึกษา 2566
ลิขสิทธิ์ของมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ

THE EFFECT OF USING MULTIPLE REPRESENTATIONS LEARNING ACTIVITY ON
MATHEMATICS PROBLEM SOLVING ABILITY IN SYSTEM OF EQUATIONS WITH TWO
VARIABLES OF MATHAYOMSUKSA III STUDENTS



A Thesis Submitted in Partial Fulfillment of the Requirements
for the Degree of MASTER OF EDUCATION
(Educational Science & Learning Management)
Faculty of Education, Srinakharinwirot University

2023

Copyright of Srinakharinwirot University

ปริญญานิพนธ์

เรื่อง

ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้ตัวแทนที่หลากหลาย (MULTIPLE REPRESENTATIONS) ที่มี
ต่อความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ เรื่อง ระบบสมการสองตัวแปร ของนักเรียนชั้น

มัธยมศึกษาปีที่ 3

ของ

พัชรพร ถ้วยทอง

ได้รับอนุมัติจากบัณฑิตวิทยาลัยให้นับเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตร
ปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาวิทยาการทางการศึกษาและการจัดการเรียนรู้
ของมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ

(รองศาสตราจารย์ นายแพทย์ฉัตรชัย เอกปัญญาสกุล)

คณบดีบัณฑิตวิทยาลัย

คณะกรรมการสอบปากเปล่าปริญญานิพนธ์

..... ที่ปรึกษาหลัก ประธาน
(อาจารย์ ดร.สุณิสา สุมิรัตน์) (รองศาสตราจารย์นิภา ศรีไพโรจน์)

..... ที่ปรึกษาร่วม กรรมการ
(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.รุ่งทิพา แย้มรุ่ง) (รองศาสตราจารย์ ดร.ชมนาด เชื้อสุวรรณทวี)

ชื่อเรื่อง	ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้ตัวแทนที่หลากหลาย (MULTIPLE REPRESENTATIONS) ที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ เรื่อง ระบบสมการสองตัวแปร ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3
ผู้วิจัย	พัชรพร ถ้วยทอง
ปริญญา	การศึกษามหาบัณฑิต
ปีการศึกษา	2566
อาจารย์ที่ปรึกษา	อาจารย์ ดร. สุณิสา สุมิรัตนะ
อาจารย์ที่ปรึกษาร่วม	ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. รุ่งทิภา แยมรุ่ง

การวิจัยนี้เป็นการศึกษาผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้ตัวแทนที่หลากหลาย โดยมีวัตถุประสงค์ (1) เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ เรื่อง ระบบสมการสองตัวแปร ของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้ตัวแทนที่หลากหลายก่อนและหลังเรียน (2) เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ เรื่อง ระบบสมการสองตัวแปร ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 หลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้ตัวแทนที่หลากหลาย กับเกณฑ์ร้อยละ 70 โดยใช้ระเบียบวิธีวิจัยแบบ One Group Pretest - Posttest Design กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนสาธิตมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ปทุมวัน จำนวน 1 ห้องเรียน มีนักเรียน 48 คน ได้มาจากการสุ่มแบบกลุ่ม การวิจัยครั้งนี้มีเครื่องมือวิจัย ได้แก่ แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้ตัวแทนที่หลากหลาย จำนวน 10 แผน และแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ เรื่อง ระบบสมการสองตัวแปร โดยมีค่าความยากง่าย (p) ตั้งแต่ 0.43 – 0.58 ค่าอำนาจจำแนก (r) ตั้งแต่ 0.51 – 0.78 และมีค่าความเชื่อมั่น 0.72 ทดสอบสมมติฐานโดยใช้สถิติ t-test for Dependence Samples และ t-test for One Sample ผลการวิจัยพบว่า (1) นักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้ตัวแทนที่หลากหลาย มีคะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ เรื่อง ระบบสมการสองตัวแปร หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 (2) ความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ เรื่อง ระบบสมการสองตัวแปร ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 หลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้ตัวแทนที่หลากหลาย ได้มีค่าเฉลี่ยเท่ากับ 24.13 จากคะแนนเต็ม 30 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 80.43 ซึ่งสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

คำสำคัญ : ตัวแทนที่หลากหลาย, การจัดการเรียนรู้โดยใช้ตัวแทนที่หลากหลาย, ความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์

Title	THE EFFECT OF USING MULTIPLE REPRESENTATIONS LEARNING ACTIVITY ON MATHEMATICS PROBLEM SOLVING ABILITY IN SYSTEM OF EQUATIONS WITH TWO VARIABLES OF MATHAYOMSUKSA III STUDENTS
Author	PACHARAPORN THUAITHONG
Degree	MASTER OF EDUCATION
Academic Year	2023
Thesis Advisor	Dr. Sunisa Sumirattana
Co Advisor	Assistant Professor Dr. Rungtiwa Yamrung

The purposes of this research were as follows: (1) to compare the mathematics problem-solving ability in system of equations with two variables of Mathayomsuksa Three students before and after using multiple representations learning activity and (2) to compare mathematical problem-solving ability in system of equations with two variables of Mathayomsuksa Three students after using multiple representations learning activities with a criterion of 70%. The research used the One-Group Pretest-Posttest design. The sample group consisted of 48 Mathayomsuksa Three students at Pathumwan Demonstration School, selected via cluster random sampling. The research instruments included 10 lesson plans focusing on multiple representations learning activities and a mathematical problem-solving ability test specifically designed for system of equations with two variables. The test had a difficulty (p) of 0.43 – 0.58, discrimination (r) of 0.51 – 0.78 and a reliability of 0.72. The statistical procedures used for data analysis were a t-test for the dependent samples and a t-test for one sample. The findings were as follows: (1) mathematical problem-solving ability after using multiple representations learning activities in system of equations with two variables was statistically higher than before being taught at the .05 level of significance; and (2) mathematical problem-solving ability after using multiple representations of learning activities in a system of equations with two variables, 24.13 out of 30 points, higher than the 70% criterion, with a mean 80.43% and a .05 level of significance.

Keyword : Multiple representations, Multiple representations learning activity, The mathematics problem solving ability

กิตติกรรมประกาศ

ปริญญานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จลุล่วงไปด้วยความช่วยเหลือและความกรุณาจากท่านอาจารย์ ดร.สุณิสา สุมิรัตนะ และผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. รุ่งทิภา แยมรุ่ง อาจารย์ที่ปรึกษาทั้งสองท่าน ที่ได้กรุณาถ่ายทอดความรู้ แนวคิด วิธีการ คำปรึกษาในการวางแผนการทำวิจัยในครั้งนี้ จนทำให้งานสำเร็จลุล่วงไปด้วยดี ตลอดจน รองศาสตราจารย์นิภา ศรีไพโรจน์ ที่กรุณาให้เกียรติเป็นประธานในการสอบปากเปล่าปริญญานิพนธ์ และ รองศาสตราจารย์ ดร.ชมนาด เพื่อสุวรรณหวี กรรมการสอบปากเปล่าปริญญานิพนธ์ ที่ได้ให้ข้อเสนอแนะเพิ่มเติมเพื่อให้ปริญญานิพนธ์มีความสมบูรณ์มากยิ่งขึ้น ผู้วิจัยขอขอบพระคุณเป็นอย่างสูงไว้ ณ โอกาสนี้

ขอขอบคุณ อาจารย์ ดร.ณัฐ สิทธิกร อาจารย์สันติ อิทธิพลนาวกุล และอาจารย์ ดร.สุธา รัตน์ สมรรถการ ผู้เชี่ยวชาญทั้งสามท่านที่ให้คำปรึกษาและคำแนะนำ ตรวจสอบเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย ให้คำแนะนำในการปรับแก้ไขข้อบกพร่อง จนสามารถสร้างเครื่องมือให้ถูกต้องสมบูรณ์ยิ่งขึ้น แก่ผู้วิจัย รวมทั้งบุคคลที่ผู้วิจัยได้อ้างอิงวิชาการตามที่ปรากฏในบรรณานุกรม

ขอขอบคุณผู้อำนวยการโรงเรียนสาธิตมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ปทุมวัน และอาจารย์ที่โรงเรียนทุกท่านที่ได้ให้ความอนุเคราะห์และความสะดวกในการเก็บรวบรวมข้อมูลในครั้งนี้

ขอขอบใจนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ให้ความร่วมมือเข้าร่วมการวิจัยในครั้งนี้

ขอขอบคุณผู้เข้าร่วมวิจัย และเพื่อนร่วมงานที่คอยให้กำลังใจและคำแนะนำแก่ข้าพเจ้า

สุดท้ายนี้ ผู้วิจัยขอน้อมรำลึกถึงคุณของบิดามารดาและครูอาจารย์ ที่อบรมสั่งสอนให้ความรู้เป็นกำลังใจและให้การสนับสนุนแก่ผู้วิจัยด้วยดีเสมอมา

พัชรพร ถ้วยทอง

สารบัญ

	หน้า
บทคัดย่อภาษาไทย	ก
บทคัดย่อภาษาอังกฤษ	ข
กิตติกรรมประกาศ.....	ค
สารบัญ	ง
สารบัญตาราง.....	ฉ
สารบัญรูปภาพ	ช
บทที่ 1 บทนำ.....	1
ภูมิหลัง	1
ความมุ่งหมายของงานวิจัย.....	5
ความสำคัญของการวิจัย	5
ขอบเขตของการวิจัย	5
นิยามศัพท์เฉพาะ.....	6
กรอบแนวคิดในงานวิจัย.....	9
สมมุติฐานในการวิจัย.....	9
บทที่ 2 ทบทวนวรรณกรรม.....	10
ตอนที่ 1 เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับตัวแทนความคิดที่หลากหลาย (Multiple Representations)	11
ตอนที่ 2 เอกสารที่เกี่ยวข้องกับความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์.....	23
บทที่ 3 วิธีดำเนินการวิจัย.....	42
การกำหนดประชากรและการสุ่มกลุ่มตัวอย่าง.....	42
การสร้างเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย.....	44

การดำเนินการวิจัย.....	49
การจัดกระทำและวิเคราะห์ข้อมูล.....	50
บทที่ 4 ผลการวิเคราะห์ข้อมูล.....	55
สัญลักษณ์ที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล	55
ผลการวิเคราะห์ข้อมูล	56
บทที่ 5 สรุป อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ.....	58
สรุปผลการวิจัย.....	58
อภิปรายผลการวิจัย	58
ข้อเสนอแนะ	61
บรรณานุกรม	63
ภาคผนวก.....	69
ภาคผนวก ก รายชื่อผู้เชี่ยวชาญตรวจสอบเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย	70
ภาคผนวก ข ผลการวิเคราะห์เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย	72
ภาคผนวก ค ผลการวิเคราะห์ข้อมูลในการวิจัย.....	80
ภาคผนวก ง เครื่องมือที่ใช้ในการศึกษาวิจัย.....	84
ภาคผนวก จ เอกสารในการดำเนินการวิจัย	130
ประวัติผู้เขียน.....	135

สารบัญตาราง

	หน้า
ตาราง 1 แบบแผนการวิจัย.....	49
ตาราง 2 ผลการวิเคราะห์ข้อมูลการเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ เรื่อง ระบบสมการสองตัวแปร ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ โดยใช้ตัวแทนที่หลากหลาย (MULTIPLE REPRESENTATIONS) ก่อนและหลังเรียน	56
ตาราง 3 ผลการวิเคราะห์ข้อมูลการเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ เรื่อง ระบบสมการสองตัวแปร ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 หลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้ตัวแทนที่หลากหลาย (MULTIPLE REPRESENTATIONS) กับเกณฑ์ร้อยละ 70 ...	57
ตาราง 4 แสดงผลการประเมินคุณภาพ (IOC) ของแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้ตัวแทนที่หลากหลาย (MULTIPLE REPRESENTATIONS).....	73
ตาราง 5 แสดงค่าดัชนีความสอดคล้อง (IOC) ของแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ เรื่อง ระบบสมการสองตัวแปร ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3	74
ตาราง 6 ค่าความยาก (PE) และค่าอำนาจจำแนก (D) ของแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ เรื่อง ระบบสมการสองตัวแปร (แบบทดสอบอัตนัย).....	75
ตาราง 7 ตัวอย่างการคำนวณหาค่าความยาก (PE) และค่าอำนาจจำแนก (D) ของแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ เรื่อง ระบบสมการสองตัวแปร (แบบทดสอบอัตนัย) ข้อที่ 2	76
ตาราง 8 ค่า x และ x^2 ในการหาค่าความแปรปรวนของแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ เรื่อง ระบบสมการสองตัวแปร สำหรับแบบทดสอบอัตนัย ที่ใช้ในการหาค่าความเชื่อมั่น (α - coefficient)	77
ตาราง 9 ค่า S_p^2 ในการหาค่าความเชื่อมั่น (α - coefficient) ของแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ เรื่อง ระบบสมการสองตัวแปร โดยใช้ค่าสัมประสิทธิ์แอลฟา (α - coefficient)	79

ตาราง 10 คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ เรื่อง ระบบสมการสองตัวแปร
ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ก่อนและหลังเรียนของกลุ่มตัวอย่าง จำนวน 48 คน (คะแนนเต็ม 30 คะแนน)

81

ตาราง 11 คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ เรื่อง ระบบสมการสองตัวแปร
ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้ตัวแทนที่หลากหลาย จำนวน 48 คน
(คะแนนเต็ม 30 คะแนน) 82



สารบัญรูปภาพ

หน้า

ภาพประกอบ 1 กรอบแนวคิดในการวิจัย.....9



บทที่ 1

บทนำ

ภูมิหลัง

การศึกษามีความสำคัญต่อชีวิตมนุษย์ เพราะเป็นเครื่องมือในการพัฒนาคนและสังคม การศึกษาไทยในอนาคตควรจะมุ่งเน้นในการพัฒนาคนให้มีทักษะในศตวรรษที่ 21 เพื่อพัฒนาคนให้เป็นพลเมืองที่สำคัญของประเทศ และพัฒนาทักษะต่างๆ ที่จำเป็นในการดำรงชีวิต ตามที่ สำนักงานเลขาธิการสภาการศึกษา (2560, น. 6) ได้กล่าวถึงวิสัยทัศน์เกี่ยวกับการจัดการศึกษาไว้ว่า คนไทยทุกคนได้รับการศึกษาและการเรียนรู้ตลอดชีวิตอย่างมีคุณภาพ ดำรงชีวิตอย่างมีความสุข สอดคล้องกับหลักปรัชญาของเศรษฐกิจพอเพียง และการเปลี่ยนแปลงของโลกศตวรรษที่ 21 สอดคล้องกับแบบยุทธศาสตร์ชาติ 20 ปี พ.ศ. 2561 – 2580 ได้กล่าวถึง 6 ยุทธศาสตร์การพัฒนาประเทศในระยะยาว โดยที่ 1 ใน 6 ของยุทธศาสตร์นั้นได้ให้ความสำคัญด้านการพัฒนา และเสริมสร้างศักยภาพทรัพยากรมนุษย์ และได้กล่าวประเด็นสำคัญไว้ว่า มีเป้าหมายในการพัฒนาคนทุกมิติและในทุกช่วงวัย มีหลักคิดที่ถูกต้อง และมีทักษะที่จำเป็นในศตวรรษที่ 21 และมุ่งเน้นการพัฒนาตนเองอย่างต่อเนื่องตลอดชีวิต พัฒนาคนไทยให้มีทักษะที่สูง เป็นนวัตกรรม และนักคิด (ยุทธศาสตร์ชาติ ระยะ 20 ปี พ.ศ.2561-2580, 2560, น. 8) นอกจากนี้ พระราชบัญญัติ การศึกษาแห่งชาติ พ.ศ. 2542 กล่าวถึงความมุ่งหมายและหลักการของการจัดการศึกษา ไว้ว่า เพื่อพัฒนาคนไทยให้เป็นมนุษย์ที่สมบูรณ์ทั้งร่างกาย จิตใจ สติปัญญา ความรู้ และคุณธรรม มี จริยธรรมและวัฒนธรรมในการดำรงชีวิต สามารถอยู่ร่วมกับผู้อื่นได้อย่างมีความสุข (สำนักงาน ปริญญาการศึกษา และ สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาแห่งชาติ, 2542, น. 3)

คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่ว่าด้วยเหตุผล กระบวนการคิด และการแก้ปัญหา จึงเป็นวิชาที่ ช่วยเสริมสร้างให้ผู้เรียนเป็นคนมีเหตุผล มีการคิดอย่างวิจารณ์ญาณ และคิดอย่างเป็นระบบ ตลอดจนทำให้มีทักษะการแก้ปัญหา สามารถวิเคราะห์ปัญหาสถานการณ์ วางแผนและตัดสินใจ แก้ปัญหาได้อย่างถูกต้อง เหมาะสม โดยมีความสำคัญต่อการพัฒนาคนในประเทศ (สถาบัน ส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2555, น. 1) สอดคล้องกับแนวคิดของยูฟิน พิพิธกุล (2524, น. 1) ที่กล่าวโดยสรุปว่า คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่เกี่ยวกับความคิด กระบวนการและเหตุผล ฝึกให้คนคิดอย่างมีระเบียบและเป็นรากฐานของหลายๆ วิชา จะเห็นว่าความเจริญก้าวหน้าทาง

เทคโนโลยี วิทยาศาสตร์ วิศวกรรมศาสตร์ เป็นต้น ล้วนใช้ศาสตร์ทางคณิตศาสตร์เข้ามาประกอบในการอธิบายหลักการเหตุและผล

แม้ว่าคณิตศาสตร์จะเป็นวิชาที่มีความสำคัญแต่ในการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ของประเทศไทยที่ผ่านมายังไม่ประสบความสำเร็จเท่าที่ควร ดังเห็นได้จาก ผลการประเมินระดับนานาชาติ คือ PISA (Programme for International Student Assessment) ที่ทดสอบกับนักเรียนที่มีอายุ 15 ปี ผลการทดสอบพบว่า มีผลการประเมินต่ำกว่าค่าเฉลี่ยนานาชาติในรอบการวัดผลที่ผ่านมา และเมื่อพิจารณาคะแนนจาก PISA2000 จนถึง PISA2022 พบว่า ในสามด้านที่มีการถูกประเมิน ด้านการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ มีแนวโน้มลดลงเรื่อยๆ สำหรับในปี 2022 ปรากฏว่านักเรียนไทยมีคะแนน 394 คะแนน ซึ่งต่ำกว่าค่าเฉลี่ยนานาชาติ (OECD) 472 คะแนน อีกทั้งผลคะแนน PISA นั้นเป็นข้อมูลที่ระบบการศึกษาโดยทั่วไปให้ความสำคัญเป็นอย่างมาก เนื่องจากเป็นค่าบ่งชี้ถึงศักยภาพของพลเมืองของแต่ละประเทศในอนาคต (โครงการ PISA ประเทศไทย, 2565) สอดคล้องกับผลการทดสอบทางการศึกษาระดับชาตินิยมขั้นพื้นฐาน (Ordinary National Education Test : O-NET) ที่ทดสอบกับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 วิชาคณิตศาสตร์ มีคะแนนเต็ม 100 คะแนน ปีการศึกษา 2563 และปีการศึกษา 2564 ได้ค่าเฉลี่ยระดับประเทศเท่ากับ 25.46 และ 24.27 คะแนน ตามลำดับ (สถาบันทดสอบทางการศึกษาแห่งชาติ (องค์การมหาชน), 2564) บ่งชี้ว่า นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 มีคะแนนเฉลี่ยของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ต่ำกว่าร้อยละ 50 ซึ่งเป็นมาตรฐานขั้นต่ำ รายงานผลการประเมินดังกล่าวแสดงให้เห็นว่า ผลการจัดการเรียนการสอนในระดับมัธยมศึกษาของประเทศยังไม่สามารถพัฒนานักเรียนได้อย่างเต็มที่ ยังไม่บรรลุผลสำเร็จตามจุดมุ่งหมายของหลักสูตร และมีคุณภาพต่ำกว่าค่าเฉลี่ยของการประเมินทั้งนานาชาติและในประเทศอย่างต่อเนื่อง สาเหตุอาจมาจากสภาพปัญหาในการจัดการเรียนการสอนในปัจจุบัน ส่วนใหญ่เป็นการสอนรูปแบบครูเป็นศูนย์กลาง กล่าวคือ ครูใช้การสอนแบบบรรยาย ถ่ายทอดเนื้อหา และการประเมินผลต่างๆ จะประเมินผลตามตัวชี้วัดของเนื้อหาในบทนั้นๆ โดยนักเรียนไม่ค่อยมีโอกาสในการเสนอวิธีในการหาคำตอบและไม่สามารถเลือกวิธีการที่หลากหลายในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้ด้วยตัวเอง ทำให้นักเรียนขาดทักษะกระบวนการการคิด การฝึกการแก้ปัญหา การนำความรู้มาเชื่อมโยงกับสถานการณ์ในชีวิตประจำวันและจากการประเมินผลพบว่านักเรียนส่วนใหญ่ในห้องเรียนขาดทักษะในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ซึ่งถือว่าเป็นทักษะที่จำเป็นและต้องได้รับการพัฒนาทางด้านนี้ (กมลทิพย์ เกตุศรี, 2564, น. 2) สอดคล้องกับอัมพร ม้าคนอง (2553, น. 94-95) ได้กล่าวถึงประโยชน์ของการฝึกและพัฒนาทักษะการแก้ปัญหาไว้ว่า การแก้ปัญหาเป็นกระบวนการที่ซับซ้อน แต่ช่วยพัฒนา

ผู้เรียนในหลายๆ ด้าน เช่น พัฒนาระบบความคิด พัฒนาความสามารถในการเชื่อมโยงการใช้ความรู้สู่การแก้ปัญหาจริง พัฒนาผู้เรียนในการเลือกและใช้กลยุทธ์ได้อย่างเหมาะสมกับบริบทของโจทย์ สอดคล้องกับ การเรียนการสอนคณิตศาสตร์นั้นมีเป้าหมายสำคัญ คือ ทำให้ผู้เรียนรู้จักการคิด และมีทักษะในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ (กรมวิชาการ และ สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2545a, น. 5)

นอกจากนี้ กระบวนการแก้ปัญหาที่ดี จำเป็นต้องใช้ความรู้ในเนื้อหาคณิตศาสตร์และกระบวนการคิดอย่างเป็นขั้นตอน การเลือกใช้ยุทธวิธีในการแก้ปัญหาที่เหมาะสม เพื่อให้ได้มาซึ่งคำตอบ ถือเป็นหนึ่งในการแก้ปัญหา การแก้ปัญหาเป็นการใช้กฎเกณฑ์ขั้นสูงเพื่อการแก้ปัญหาที่ซับซ้อนและสามารถนำกฎเกณฑ์ในการแก้ปัญหานี้ไปใช้ในสถานการณ์ที่คล้ายคลึงได้ (ชมนาด เชื้อสุวรรณทวี, 2561, น. 166)

จากการศึกษาค้นคว้าข้อมูลเกี่ยวกับ ตัวแทนความคิด พบว่า จากทฤษฎีของ Bruner; J. S. (1960, p. 35) อธิบาย เรื่อง “เด็กจะเกิดความรู้ความเข้าใจในความคิดรวบยอด (Concept) หากเขาสามารถถ่ายโยงความรู้ความเข้าใจทุกสิ่งที่เป็นนามธรรมไปสู่ภาพและสัญลักษณ์ได้” สอดคล้องกับ งานวิจัยของ จริยาวดี บรรทัดเที่ยง (2547, น. 64) ได้กล่าวถึงสิ่งสำคัญที่จะช่วยพัฒนาให้นักเรียนมีความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหา คือ ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ (Mathematical Representation) ตามที่อัมพร ม้าคอง (2559, น. 8) ได้กล่าวว่า การแก้ปัญหาคณิตศาสตร์หนึ่ง มีวิธีการแสดงได้หลายรูปแบบ และการแสดงแต่ละรูปแบบ เป็นผลมาจากมโนภาพที่ผู้เรียนได้มีส่วนเกี่ยวข้องกับปัญหานั้น ซึ่งการแสดงคำตอบสามารถแสดงได้หลากหลายวิธี ขึ้นอยู่กับมโนภาพเกี่ยวกับปัญหานั้น และการที่นักเรียนใช้วิธีการแตกต่างกันในการคิด จะมีผลต่อการดำเนินการในการหาคำตอบ สอดคล้องกับการศึกษาคณิตศาสตร์ สมาคมครุคณิตศาสตร์ แห่งชาติของสหรัฐอเมริกา National Council of Teachers of Mathematics (2000) ซึ่งเป็นองค์กรที่สำคัญและมีบทบาทในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ระดับโรงเรียนทั้งในประเทศสหรัฐ และทั่วโลก ได้กล่าวไว้ในหนังสือประจำปี ค.ศ. 1980 ไว้ว่า “การแก้ปัญหามathematicsระดับโรงเรียน” (Problem Solving in School Mathematics) ซึ่งครูลิคและเรย์ Krulik และ Reys (1980) ได้กล่าวว่า “การแก้ปัญหาคือจุดเน้นที่สำคัญของการเรียนการสอนคณิตศาสตร์” จากคำกล่าวนี้ ทำให้เป็นประเด็นหนึ่งที่นักการศึกษาทั่วโลกให้ความสนใจกับการศึกษาการแก้ปัญหามathematics ในทุกระดับ อีกทั้งยังเป็นหนึ่งในทักษะของคนในศตวรรษที่ 21 ที่ทุกคนจะต้องเรียนรู้ (กษิตธร ขวัญละมุล, 2565) และสมาคมครุคณิตศาสตร์แห่งชาติของสหรัฐอเมริกา (National Council of Teachers of Mathematics, 2000) ได้กำหนดหนึ่งในมาตรฐานด้านกระบวนการทาง

คณิตศาสตร์ (Mathematics Process Standards) ประกอบด้วย การใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ ได้เสนอวิธีการหลายรูปแบบ เช่น วัตถุ แผนภูมิ แผนภาพ กราฟ ตาราง แบบจำลอง สัญลักษณ์ นิพจน์ และตัวแทน โดยการนึกคิดต่างๆ เพื่อให้ให้นักเรียนมีความเข้าใจทางคณิตศาสตร์มากขึ้น สามารถใช้เชื่อมโยงความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์และสามารถนำความเข้าใจเหล่านั้นมาใช้ในการสื่อสารและแก้ปัญหาหรือสถานการณ์ต่างๆ ได้ (National Council of Teachers of Mathematics, 2000, pp. 279-283) สอดคล้องกับ อัมพร ม้าคนอง (2553, น. 5) ที่กล่าวว่า การใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์หรือมโนภาพทางคณิตศาสตร์ที่แตกต่างกัน จะทำให้ความสามารถในการแก้ปัญหาแตกต่างกันด้วย ในหลายประเทศจึงมุ่งพัฒนามโนภาพทางคณิตศาสตร์ให้ผู้เรียน ด้วยการฝึกให้สังเกตหรือจินตนาการสิ่งที่เกี่ยวข้องกับปัญหา เพื่อนำไปสู่แนวทางที่มีประโยชน์ต่อการแก้ปัญหา ไม่เพียงแต่การแก้โจทย์ปัญหาที่ซับซ้อนเท่านั้น การแก้ปัญหาคณิตศาสตร์แบบธรรมดาๆ เกี่ยวกับจำนวนและตัวเลข บางครั้งก็จำเป็นต้องการมโนภาพทางคณิตศาสตร์มาช่วยคิด

อย่างไรก็ตาม อัมพร ม้าคนอง (2553, น. 94-95) กล่าวว่า การแก้ปัญหา เป็นกระบวนการที่หลายคนอาจมองดูว่าซับซ้อนและยุ่งยาก แต่มีประโยชน์ในการช่วยพัฒนาผู้เรียนในหลายๆ ด้าน เช่น ทักษะและกระบวนการคิดของผู้เรียน พัฒนาความสามารถของผู้เรียนในการเชื่อมโยงและใช้ความรู้ที่เรียนมาในการแก้ปัญหามาจริง ช่วยพัฒนาทักษะในการเลือกและใช้กลยุทธ์แก้ปัญหาอย่างเหมาะสม ช่วยให้ผู้เรียนสามารถแก้ปัญหาที่หลากหลายได้ เป็นต้น

จากที่กล่าวมาข้างต้นสามารถสรุปได้ว่า การวิเคราะห์ การวางแผน และการเลือกใช้ตัวแทนที่หลากหลาย สามารถนำเข้ามาช่วยในการแก้ปัญหา และเป็นสิ่งสำคัญที่จะช่วยให้ผู้เรียนประสบความสำเร็จในพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ซึ่งสอดคล้องกับงานวิจัยของ ชมพูนุท ชาวบ้านเกาะ (2554) และ วีรพล เทพบรรหาร (2561) พบว่า การจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้ตัวแทนทางความคิด ทำให้ผู้เรียนสามารถพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ และเลือกใช้ตัวแทนความคิดได้อย่างเหมาะสม และตอบปัญหาได้ถูกต้องหลังจากได้รับการจัดกิจกรรมที่ใช้ตัวแทนที่หลากหลาย ซึ่งจะเห็นว่าผู้สอนจำเป็นต้องนำเสนอตัวแทนความคิดที่หลากหลาย เพื่อให้ผู้เรียนสามารถเลือกใช้ตัวแทนที่เหมาะสมจากบริบทของปัญหาได้จากเหตุผลที่กล่าวมาข้างต้น ผู้วิจัยมีความสนใจที่จะศึกษาผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้ตัวแทนที่หลากหลาย (MULTIPLE REPRESENTATIONS) ที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ เรื่อง ระบบสมการสองตัวแปร ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

ความมุ่งหมายของงานวิจัย

ในการวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยได้ตั้งความมุ่งหมายไว้ดังนี้

1. เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ เรื่อง ระบบสมการสองตัวแปร ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ก่อนและหลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้ตัวแทนที่หลากหลาย (MULTIPLE REPRESENTATIONS)

2. เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ เรื่อง ระบบสมการสองตัวแปร ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 หลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้ตัวแทนที่หลากหลาย (MULTIPLE REPRESENTATIONS) กับเกณฑ์ร้อยละ 70

ความสำคัญของการวิจัย

ผลของการวิจัยครั้งนี้ สามารถนำไปเป็นแนวทางสำหรับครูสอนวิชาคณิตศาสตร์ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ที่หลากหลาย ซึ่งจะทำให้ผู้เรียนได้ฝึกการใช้ตัวแทนที่หลากหลาย และเลือกใช้ได้เหมาะสมตามบริบทของปัญหา เพื่อส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ อีกทั้งยังสามารถนำไปเป็นแนวทางในการจัดการเรียนการสอนในเนื้อหาอื่นๆอีกด้วย

ขอบเขตของการวิจัย

ประชากรที่ใช้ในการวิจัย

ประชากรที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2566 โรงเรียนสาธิตมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ปทุมวัน มีจำนวน 7 ห้องเรียน จำนวนนักเรียนทั้งหมด 350 คน ซึ่งโรงเรียนจัดห้องเรียนแบบคละความสามารถ

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัย

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนสาธิตมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ปทุมวัน ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2566 จำนวน 1 ห้องเรียน จำนวน 48 คน ซึ่งได้มาโดยการสุ่มแบบกลุ่ม (Cluster Random sampling) โดยใช้ห้องเรียนแบบหน่วยการสุ่ม (Sampling Unit)

ตัวแปรที่ใช้ในการวิจัย

1. ตัวแปรอิสระ

การจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้ตัวแทนที่หลากหลาย (MULTIPLE REPRESENTATIONS)

2. ตัวแปรตาม

ความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์

ระยะเวลาที่ใช้ในการวิจัย

การวิจัยใช้วิธีการทดลอง ในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2566 โดยดำเนินการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้ตัวแทนที่หลากหลาย ใช้เวลาทั้งหมด 12 คาบ จำนวน 10 แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ ประกอบด้วย การทดลองจัดกิจกรรมการเรียนรู้ 10 คาบ คาบละ 50 นาที และมีการทดสอบก่อนเรียน (Pre-test) 1 คาบ ใช้เวลา 60 นาที และทดสอบหลังเรียน (Post-test) 1 คาบ ใช้เวลา 60 นาที

เนื้อหาที่ใช้ในการวิจัย

เนื้อหาที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ เป็นเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ในกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ รหัสวิชา ค23102 รายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน 6 ตามหลักสูตรสถานศึกษาชั้นพื้นฐานของโรงเรียนสาธิตมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ปทุมวัน เรื่อง ระบบสมการสองตัวแปร จำนวน 3 หัวข้อ ประกอบด้วย

1. ระบบสมการที่ประกอบด้วยสมการเชิงเส้นทั้งสองสมการ
2. ระบบสมการที่ประกอบด้วยสมการเชิงเส้นและสมการดีกรีสอง
3. ระบบสมการที่ประกอบด้วยสมการดีกรีสองทั้งสองสมการ

นิยามศัพท์เฉพาะ

1. การใช้ตัวแทนที่หลากหลาย (MULTIPLE REPRESENTATIONS) หมายถึง การนำตัวแทนคณิตศาสตร์เข้ามาใช้ในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ต่างๆ เช่น การใช้วัตถุจริง การใช้สร้างตาราง การใช้กราฟ รวมถึงการใช้สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ (ตัวแปร) เพื่อช่วยให้ผู้เรียนเข้าใจบริบทของโจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เจือจาง รวมถึงใช้ความสามารถในการสื่อความหมายจาก

สิ่งที่เป็นนามธรรมไปสู่รูปธรรม จนทำให้เกิดความคิดทางคณิตศาสตร์ จนสามารถเป็นแนวทางในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ในเรื่อง ระบบสมการสองตัวแปร

2. การจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้ตัวแทนที่หลากหลาย หมายถึง กระบวนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ส่งเสริมให้ผู้เรียนแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ด้วยวิธีการใช้ตัวแทนที่หลากหลาย โดยตัวแทนที่ผู้วิจัยได้นำเข้ามาใช้ในการจัดกิจกรรม ประกอบด้วย การใช้รูปภาพ การใช้ตาราง การใช้กราฟ และการใช้สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ (ตัวแปร) เพื่อให้ผู้เรียนสังเกตและสามารถสรุปมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ระบบสมการสองตัวแปร มีการออกแบบขั้นตอนการเรียนรู้ 3 ขั้นตอน ดังนี้

1) ขั้นนำเข้าสู่บทเรียน

ผู้สอนตรวจสอบความพร้อมของผู้เรียน หรือเป็นการทบทวนความรู้เดิม โดยใช้แบบทดสอบก่อนเรียน หรือใช้การเล่นเกมนเป็นกลุ่มร่วมกันในการตรวจสอบความรู้เดิมของผู้เรียน

2) ขั้นจัดกิจกรรม

ผู้สอนการดำเนินการจัดกิจกรรมการสอน ให้ผู้เรียนร่วมกันศึกษาและหาคำตอบของใบงาน ผู้สอนมีการเสนอการใช้ตัวแทนความที่หลากหลาย เพื่อเปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้ใช้วิธีการที่หลากหลายในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ เรื่อง ระบบสมการสองตัวแปร ประกอบด้วย การใช้รูปภาพ การใช้ตาราง การใช้กราฟ และการใช้สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ (ตัวแปร) ฝึกให้ผู้เรียนสังเกต และเชื่อมโยงความสัมพันธ์ของสิ่งที่เกิด เพื่อใช้ในการอ้างเป็นข้อสรุป ผู้สอนจะเป็นผู้อำนวยความสะดวก ในการให้คำแนะนำ และตอบคำถามในสิ่งที่นักเรียนสงสัย ฝึกฝนผู้เรียนในการทำแบบฝึกหัดด้วยวิธีการที่หลากหลายจนเกิดความชำนาญ และการใช้ใบกิจกรรม ผู้วิจัยออกแบบการจัดกิจกรรมที่ปรับมาจากขั้นตอนการแก้ปัญหของ Polya G. (1946) ประกอบด้วย 4 ขั้นตอน

ขั้นที่ 1 ขั้นทำความเข้าใจปัญหา

ขั้นที่ 2 ขั้นวางแผนการแก้ปัญหา

ขั้นที่ 3 ขั้นดำเนินการตามแผน

ขั้นที่ 4 ขั้นตรวจสอบวิธีการและคำตอบที่ได้

3) ขั้นสรุป

ผู้เรียนร่วมกันสรุปความรู้/การใช้ตัวแทนในรูปแบบต่างๆ ซึ่งได้จากการเรียนรู้การทำใบกิจกรรม ลงในแบบสรุป หลังจากนั้นผู้สอนให้ผู้เรียนนำเสนอผลสรุปที่ได้ และร่วมกันพิจารณาปรับข้อสรุปให้เข้าใจตรงกัน หรือเป็นการประเมินผลจากการเรียนรู้

3. ความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ หมายถึง ความสามารถของผู้เรียนในการนำความรู้ ความคิด และทักษะทางคณิตศาสตร์มาใช้ในการดำเนินการหาคำตอบของปัญหาคณิตศาสตร์ เรื่อง ระบบสมการสองตัวแปร โดยผู้วิจัยสร้างแบบทดสอบเพื่อวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ตามแนวคิด Polya โดยวัดจากแบบทดสอบความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ซึ่งเป็นแบบอัตนัยจำนวน 3 ข้อ ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น

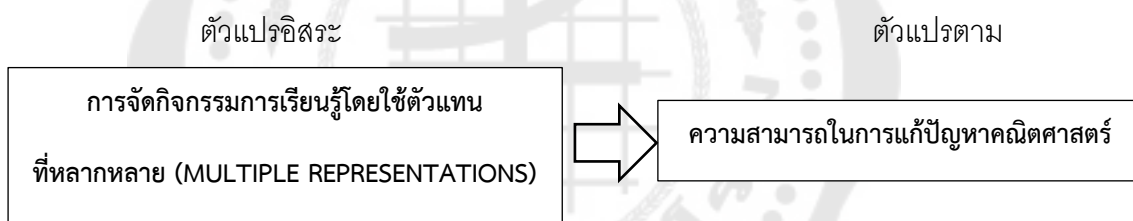
4. นักเรียน หมายถึง นักเรียนที่กำลังศึกษาในชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 จากโรงเรียนสาธิตมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ปทุมวัน ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2566

5. เกณฑ์ หมายถึง คะแนนขั้นต่ำที่ยอมรับว่านักเรียนมีความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ของรายวิชาคณิตศาสตร์วิเคราะห์ที่ได้จากคะแนนสอบหลังเรียน แล้วนำไปเฉลี่ยคิดเป็นร้อยละเทียบกับเกณฑ์โดยผู้วิจัยใช้เกณฑ์ร้อยละ 70 ขึ้นไปของคะแนนรวมซึ่งปรับปรุงมาจากเกณฑ์ การตัดสินผลการเรียนรู้ ของเอกสารหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 แนวทางการปฏิบัติการวัดและประเมินผลการเรียนรู้ (สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน, 2551, น. 17-18)

- 80 – 100 หมายถึง ความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์อยู่ในระดับ ดีเยี่ยม
- 75 – 79 หมายถึง ความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์อยู่ในระดับ ดีมาก
- 70 – 74 หมายถึง ความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์อยู่ในระดับ ดี
- 65 – 69 หมายถึง ความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์อยู่ในระดับ ค่อนข้างดี
- 60 – 64 หมายถึง ความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์อยู่ในระดับ น่าพอใจ
- 55 – 59 หมายถึง ความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์อยู่ในระดับ พอใช้
- 50 – 54 หมายถึง ความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์อยู่ในระดับ ผ่านเกณฑ์ขั้นต่ำ
- 0 – 49 หมายถึง ความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์อยู่ในระดับ ต่ำกว่าเกณฑ์

กรอบแนวคิดในงานวิจัย

ผลการประเมินระดับชาติ (Ordinary National Educational Test : ONET) ตั้งแต่ปีการศึกษา 2559 – 2564 พบว่า มีคะแนนเฉลี่ยของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ต่ำกว่าร้อยละ 50 ซึ่งเป็นมาตรฐานขั้นต่ำ และสอดคล้องกับผลการประเมินระดับนานาชาติ คือ PISA (Programme for International Student Assessment) ตั้งแต่ปี 2000 จนถึง 2022 พบว่า ในสามด้านที่มีการถูกประเมิน ด้านการรู้เรื่องคณิตศาสตร์มีแนวโน้มลดลงเรื่อยๆ ในทุกปี เมื่อพิจารณากรอบการประเมิน PISA ในด้านของคณิตศาสตร์จะเป็นการเน้นการแก้ปัญหาและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ดังนั้น การพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์จึงมีความสำคัญ จากการศึกษาวิจัยเกี่ยวกับการใช้ตัวแทนคณิตศาสตร์ สามารถพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้ (ชมพูนุท ชาวบ้านเกาะ, 2554; วีรพล เทพบรรหาร, 2561) ผู้วิจัยจึงเลือกใช้วิธีการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้ตัวแทนที่หลากหลาย (MULTIPLE REPRESENTATIONS) เรื่อง ระบบสมการสองตัวแปร จึงสรุปเขียนเป็นแผนภาพแสดงกรอบแนวคิดในการวิจัย ดังภาพประกอบ 1



ภาพประกอบ 1 กรอบแนวคิดในการวิจัย

สมมุติฐานในการวิจัย

1. ความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 เรื่อง ระบบสมการสองตัวแปร หลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้ตัวแทนที่หลากหลาย (MULTIPLE REPRESENTATIONS) สูงกว่าก่อนได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้
2. ความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 เรื่อง ระบบสมการสองตัวแปร หลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้ตัวแทนที่หลากหลาย (MULTIPLE REPRESENTATIONS) สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70

บทที่ 2

ทบทวนวรรณกรรม

ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยได้ศึกษาค้นคว้าเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้ตัวแทนที่หลากหลาย (MULTIPLE REPRESENTATIONS) เรื่องระบบสมการสองตัวแปร ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 และความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ผู้วิจัยขอแบ่งประเด็นของการศึกษาออกเป็นหัวข้อ ต่อไปนี้

ตอนที่ 1 เอกสารเกี่ยวข้องกับตัวแทนที่หลากหลาย (Multiple Representations)

- 1.1 ความหมายของตัวแทน
- 1.2 ความหมายของตัวแทนทางคณิตศาสตร์
- 1.3 ความหมายของตัวแทนที่หลากหลาย
- 1.4 ความสำคัญของตัวแทนทางคณิตศาสตร์
- 1.5 การจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์
- 1.6 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับตัวแทนทางคณิตศาสตร์

ตอนที่ 2 เอกสารที่เกี่ยวข้องกับความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์

- 2.1 ความหมายของปัญหาทางคณิตศาสตร์
- 2.2 ความหมายของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
- 2.3 ประเภทของปัญหาทางคณิตศาสตร์
- 2.4 กระบวนการในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
- 2.5 กลยุทธ์ที่ใช้ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
- 2.6 การวัดและประเมินผลเกี่ยวกับความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์
- 2.7 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์

ตอนที่ 1 เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับตัวแทนความคิดที่หลากหลาย (Multiple Representations)

1.1 ความหมายของตัวแทนความคิด

ตัวแทนความคิด มีความหมายตรงกับคำในภาษาอังกฤษที่ว่า Representation ในหลายงานวิจัยทางคณิตศาสตร์มีการแปลเป็นภาษาไทยโดยการใช้นิยามที่แตกต่างกันในการเรียน เช่น ตัวแทน, ตัวแทนทางคณิตศาสตร์, ตัวแทนความคิด, การแทน, เครื่องหมายแสดงออก เป็นต้น จากการศึกษาความหมายและองค์ประกอบต่างๆ ในงานวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยจึงใช้คำว่า ตัวแทนความคิดที่หลากหลาย (Multiple Representations) เป็นการเน้นกระบวนการที่หลากหลาย ในการได้มาซึ่งคำตอบ ซึ่งความหมายของตัวแทนความคิด ได้มีนักจิตวิทยาและนักคณิตศาสตร์หลายท่าน ได้ให้ความหมายไว้ดังนี้

Palmer และ Stephen (1978, p. 90) ได้กล่าวว่า ตัวแทนความคิด หมายถึง สิ่งที่แทนหรือตัวแทนที่ใช้แทนสิ่งหนึ่ง

Janvier C. (1987, p. 56) กล่าวว่า ตัวแทนความคิด เป็นส่วนหนึ่งของมโนทัศน์ทางจิตวิทยา โดยในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ มีการใช้ตัวแทนความคิดเป็นสิ่งที่เกี่ยวกับวิถีคิดของนักเรียน

Hiebert J. (1990, pp. 31-40) ได้กล่าวถึง ความหมายของตัวแทนความคิด เป็นกระบวนการสร้างตัวแทนของสิ่งต่างๆ (Representation Process) และเป็นผลจากการใช้ตัวแทนเหล่านั้น (Representations Product)

Hall R. (1996, p. 235) ได้กล่าวว่า ตัวแทนความคิดเป็นกระบวนการในการเปลี่ยนสถานการณ์ปัญหาและสามารถพัฒนาประสบการณ์ในการเรียนรู้ได้จากกิจกรรม

National Council of Teachers of Mathematics (2000, p. 67) กล่าวถึงตัวแทนความคิดเป็นทั้งกระบวนการและผลที่เกิดขึ้นจากกระบวนการ ซึ่งมีความเกี่ยวข้องกับความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ หรือเป็นความสัมพันธ์ของรูปแบบต่างๆที่เกิดขึ้นภายในตัวมันเอง รวมถึงการประยุกต์ใช้กระบวนการต่างๆด้วย

Bruner J. S., Goodnow J. J., และ Austin (1956, p. 10) กล่าวถึง ตัวแทนประกอบด้วย active , iconic และ symbolic

Janvier Girardon and Morand (1993, pp. 79-82) ได้กล่าวถึง ตัวแทนความคิดว่าแบ่งออกเป็น 2 ประเภท คือ ตัวแทนความคิดภายนอก ได้แก่ แผนผัง แผนภูมิตาราง กราฟ ส่วนตัวแทนความคิดภายในจะถูกนำเสนอออกเป็น โครงสร้าง (schemas) ความคิดรวบยอด (conception) และสิ่งที่เกิดภายในจิตใจ (mental subjects)

อารีย์ เมฆวิสัย (2552, น. 20) ตัวแทนความคิด หมายถึง เป็นการออกแบบสร้างสิ่งต่างๆ ซึ่งสามารถแบ่งออกเป็น 2 ประเภท คือ ตัวแทนความคิดภายนอก ได้แก่ แผนผัง แผนภูมิ กราฟ ตาราง สัญลักษณ์ เป็นต้น และตัวแทนความคิดภายใน ได้แก่ โครงสร้าง ความคิดรวบยอด และสิ่งที่เกิดภายในจิตใจ

จากความหมายของ ตัวแทนความคิด ตามที่นักการศึกษาหลายท่าน ได้ให้ความหมายไว้ ผู้วิจัยสามารถสรุปได้ว่า ตัวแทนความคิด หมายถึง สิ่งที่ใช้แทนความคิดโดยสามารถนำเสนอออกนอกออกเป็น 2 ประเภท คือ ตัวแทนความคิดภายในและตัวแทนความคิดภายนอก

1.2 ความหมายของตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์

สภาครุคณิตศาสตร์แห่งชาติของสหรัฐอเมริกา (National Council of Teachers of Mathematics, 2000, pp. 281-283) ได้กล่าวถึงความหมายไว้ว่า ตัวแทนความคิดเป็นการกระทำที่เกิดจากมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของผู้เรียน ที่มีกระบวนการและผลลัพธ์ เกี่ยวข้องกับความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ หรือเป็นการศึกษาความสัมพันธ์ของรูปแบบต่างๆที่เกิดขึ้นภายในตัวมันเอง รวมถึงการประยุกต์ใช้กระบวนการและผลที่เกิดขึ้นจากกระบวนการต่างๆ เหล่านี้ สิ่งที่ได้จากการสังเกตภายนอกมีความเกี่ยวข้องกับสิ่งที่เกิดขึ้นภายในจิตใจของบุคคลในการกระทำทางคณิตศาสตร์นั้นๆ

Janvier Girardon and Morand (1993, pp. 45-63) ได้ให้ความหมาย ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ ว่าเป็นสิ่งที่แทรกอยู่ทั่วไปในคณิตศาสตร์ ได้แก่ กราฟ ตาราง แผนภาพ แผนภูมิและจำนวน เป็นต้น

Greeno และ Hall (1997, pp. 361-367) ได้กล่าวถึง ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้

1) ตัวแทนเป็นเครื่องมือสำคัญสำหรับพัฒนาการคิดของมนุษย์ การใช้ตัวแทนช่วยส่งเสริมเข้าใจทางคณิตศาสตร์และช่วยพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผล โดยเป็นเครื่องมือให้ผู้เรียนสามารถเข้าใจลักษณะสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์มากขึ้น

2) การใช้ตัวแทนสามารถส่งเสริมให้ผู้เรียนสามารถมีความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ในสถานการณ์ที่แตกต่างกันได้

3) นักเรียนสามารถเป็นผู้ถ่ายโยงความเข้าใจระหว่างการใช้ตัวแทนที่แตกต่างกัน ซึ่งจะช่วยให้เพิ่มความเข้าใจด้านมโนทัศน์ที่สำคัญ และกระบวนการทางคณิตศาสตร์

4) การใช้ตัวแทนเป็นการสอนรูปแบบหนึ่งที่มีความสมบูรณ์ในตัวเอง

5) การใช้ตัวแทนช่วยส่งเสริมให้ผู้เรียนเกิดความเข้าใจในด้านการสื่อสารข้อมูล และแสดงการให้เหตุผล

อารีย์ เมฆวิสัย (2552, น. 21) ได้ให้ความหมายของตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ หมายถึง การอธิบายความสัมพันธ์ทางคณิตศาสตร์ โดยถ่ายทอดออกมาเป็นภาพ ตาราง สัญลักษณ์หรือตัวแปร ข้อความภาษาหรือรูปแบบอื่นๆ เพื่อใช้ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

อัมพร ม้าคนอง (2553, น. 43) ได้ให้ความหมายของตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ (Mathematical Representation) หรือมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เป็นภาพที่ปรากฏขึ้นภายในสมองหรือความคิดของผู้เรียน ซึ่งภาพนั้นเกี่ยวข้องกับสิ่งต่างๆ ทางคณิตศาสตร์ มโนภาพในเรื่องเดียวกันของผู้เรียนแต่ละคนอาจแตกต่างกันไปตามประสบการณ์การเรียนรู้และการแก้ปัญหา

อรุณา อัญโย (2553, น. 13-14) ได้ให้ความหมายของตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ เป็นสิ่งที่ใช้ในการแสดงถึงความรู้ ความเข้าใจ และมโนทัศน์ ที่เกี่ยวข้องของคณิตศาสตร์ ได้ให้ความหมาย ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ เป็นภาพที่ปรากฏขึ้นภายในสมองหรือความคิดของบุคคล เพื่ออธิบายความสัมพันธ์ของความรู้ ความเข้าใจ และมโนทัศน์เกี่ยวกับคณิตศาสตร์

จากความหมายของ ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ ตามที่นักการศึกษาหลายท่านได้ ให้ความหมายไว้สามารถสรุปได้ว่า ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ หมายถึง สิ่งที่ใช้แทนหรือตัวแทนทางคณิตศาสตร์ที่ใช้อธิบายความสัมพันธ์ทางคณิตศาสตร์ อาจอยู่ในรูป รูปภาพ ตาราง สัญลักษณ์ กราฟ เป็นต้น

1.3 ความหมายของตัวแทนความคิดที่หลากหลาย

สิริมา สาระพล (2547, น. 7) ได้ให้ความหมายเกี่ยวกับการใช้ตัวแทนที่หลากหลายทางคณิตศาสตร์ ประกอบด้วย การเขียนภาพ (Pictorial Representation), การแสดงด้วยตารางหรือกราฟ (Graphical Representation), การใช้สัญลักษณ์ (Symbolic Representation) หรือการใช้ตัวแทนทางพีชคณิตศาสตร์ (Algebraic Representation) ช่วยในการสร้างความคิดรวบยอด การสื่อสารความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยผู้เรียนสามารถเลือกใช้ตัวแทนที่หลากหลาย และเหมาะสมในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ สามารถใช้ความสัมพันธ์กับมโนทัศน์ในการเชื่อมโยง และการประยุกต์ใช้คณิตศาสตร์

สรินนา หมอนสุภาพ (2548, น. 5) ได้ให้ความหมายเกี่ยวกับการใช้ตัวแทนที่หลากหลายทางคณิตศาสตร์ว่า เป็นตัวแทนที่เป็นวัตถุ รูปภาพ (Pictorial) กราฟ (Graph) แผนภูมิ (Chart) แผนภาพ (Diagram) ตาราง (Table) แบบจำลอง (Model) สัญลักษณ์ (Symbolic) และเครื่องหมาย (Expression) ในรูปแบบต่างๆ และการใช้ภาษา สัญลักษณ์ในการรวบรวมความคิด เพื่อใช้ในการแก้ปัญหาและวิธีการที่หลากหลายในการสื่อสาร สื่อความหมาย ความคิดทางคณิตศาสตร์ของผู้เรียน

อรญา อัญโย (2553, น. 15) ได้ให้ความหมายเกี่ยวกับการใช้ตัวแทนที่หลากหลายได้ ว่า คือ การใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ ประกอบด้วย ตัวแทนภาษา (Verbal Representation) ตัวแทนจำนวน (Numeric Representation) ตัวแทนรูปภาพ (Geometric Representation) และ ตัวแทนพีชคณิต (Algebraic Representation) เพื่อนำไปใช้ในการเรียนรู้ การรวบรวมความคิด การสื่อสารความคิด และเป็นเครื่องมือที่หลากหลายในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์

จากความหมายของ ตัวแทนที่หลากหลาย ตามที่นักการศึกษาหลายท่านได้ ให้ความหมายไว้สามารถสรุปว่า ตัวแทนที่หลากหลาย หมายถึง สิ่งที่ใช้แทนหรือตัวแทนทางคณิตศาสตร์ที่มีหลากหลายรูปแบบ เพื่อใช้อธิบายความสัมพันธ์ทางคณิตศาสตร์ตามบริบทต่างๆ แก้ปัญหาและใช้นำเสนอวิธีการที่หลากหลายในการสื่อสาร ความคิดของผู้เรียน

1.4 ความสำคัญของตัวแทนทางคณิตศาสตร์

สำหรับความสำคัญของการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ มีนักการศึกษาได้อธิบายไว้ ดังนี้

Palmer และ Stephen (1978) Janvier Girardon and Morand (1993) กล่าวว่า ตัวแทนความคิดภายใน สามารถเรียนอีกอย่างหนึ่งว่า มโนภาพ (Mental Representation) ซึ่งมีภาพมีความสำคัญอย่างมากในการเรียนรู้เนื้อหาทางคณิตศาสตร์ เนื่องจากเป็นสิ่งที่อยู่ในใจและความนึกคิดของคน

สภาครูคณิตศาสตร์แห่งชาติของสหรัฐอเมริกา (National Council of Teachers of Mathematics, 2000, pp. 283-284) ได้ระบุว่า การใช้ตัวแทน (Representation) เป็นมาตรฐานฐานหนึ่งในด้านกระบวนการทางคณิตศาสตร์ จาก 6 มาตรฐาน โดยเป็นกระบวนการทางคณิตศาสตร์หนึ่งที่ช่วยให้ผู้เรียนเข้าใจความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ได้อย่างลึกซึ้ง ช่วยพัฒนาผู้เรียนให้เกิดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และเห็นถึงความสัมพันธ์ทางคณิตศาสตร์ในรูปแบบนามธรรมได้ด้วยวิธีการใช้ตัวแทนที่หลากหลาย

Greeno และ Hall (1997, pp. 361-367) ได้สรุปความสำคัญของตัวแทนไว้ว่า การใช้ตัวแทน เป็นเครื่องมือที่ช่วยในการคิด สามารถช่วยในการทำความเข้าใจคณิตศาสตร์และสนับสนุนการให้เหตุผล ทำให้นักเรียนเข้าใจลักษณะของสถานการณ์ต่างๆ ทางคณิตศาสตร์ และสามารถรวบรวมความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ในสถานการณ์ที่แตกต่างกัน เมื่อนักเรียนสามารถเชื่อมโยงความเข้าใจระหว่างการใช้ตัวแทนที่แตกต่างกัน

สภาครูคณิตศาสตร์แห่งชาติของสหรัฐอเมริกา (National Council of Teachers of Mathematics, 2000, pp. 283-284) ได้กล่าวถึง การใช้ตัวแทนความคิดมีความสำคัญต่อการเรียนการสอน เนื่องจาก การใช้ตัวแทนความคิดจะช่วยพัฒนาความเข้าใจของนักเรียนเกี่ยวกับความคิดรวบยอดได้อย่างลึกซึ้ง โดยสามารถแสดงความสัมพันธ์ในสิ่งที่นักเรียนสร้างขึ้นหรือสนใจใช้ในการเปรียบเทียบสิ่งต่างๆ ผ่านการใช้ตัวแทนคณิตศาสตร์ที่หลากหลาย เช่น วัตถุจริง ภาพวาด แผนภูมิ ตาราง กราฟ และสัญลักษณ์ ซึ่งตัวแทนข้างต้นจะช่วยในการสื่อสารของผู้เรียน ทำให้ผู้เรียนเกิดความเข้าใจต่อความคิดรวบยอดและความสัมพันธ์ทางคณิตศาสตร์ อีกทั้งยังเป็นการเปิดโอกาสที่นักเรียนจะได้การสื่อสารในการอ้างเหตุผลเพื่อสนับสนุนความเข้าใจของตนเองและคนอื่นๆ และแสดงการใช้ความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์แก้ปัญหาในโลกจริง โดยทำให้เข้าใจเนื้อหาที่ลึกซึ้ง

หลักการและมาตรฐานหลักสูตรการใช้ตัวแทน (Representation ในชั้น Pre-K ถึงเกรด 12) ไว้ดังนี้

1. จำเป็นต้องมีการคิดหาวิธีการใช้ตัวแทน และใช้ตัวแทนในการรวบรวมองค์ความรู้ โดยการจดบันทึก ตลอดจนสามารถส่งเสริมด้านการสื่อสารความเข้าใจเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ของผู้เรียนได้
2. การเลือก การประยุกต์ และการแปลความหมาย การใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์สามารถช่วยในการไปสู่คำตอบของการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ได้
3. การใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ ช่วยในการเป็นแบบจำลองเงื่อนไข และสามารถอธิบายปรากฏการณ์ทางด้านกายภาพ ด้านสังคม และด้านคณิตศาสตร์ โดยใช้แบบจำลองนั้นได้

กัลยา ทองสุ (2545, น. 12-13) ได้กล่าวถึง การใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ ซึ่งได้แก่ วัตถุจริง การวาดภาพ แผนภูมิ ตาราง กราฟ และสัญลักษณ์ ตัวแทนเหล่านี้จะช่วยให้นักเรียนเข้าใจคณิตศาสตร์ได้ดียิ่งขึ้นซึ่งเป็นทักษะหนึ่งที่ต้องส่งเสริมให้เกิดขึ้นกับนักเรียนในการเรียนคณิตศาสตร์

อรญา อัญโย (2553, น. 21) กล่าวถึงความสำคัญในการใช้ตัวแทน ได้ว่า การใช้ตัวแทนช่วยให้ให้นักเรียนเข้าใจคณิตศาสตร์ และสนับสนุนการให้เหตุผล เนื่องจากเป็นสิ่งที่ช่วยให้ผู้เรียนเข้าใจลักษณะสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์ ช่วยให้ผู้เรียนรวบรวมความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ในสถานการณ์ที่ไม่แตกต่างกัน ผู้เรียนสามารถถ่ายโยงความเข้าใจระหว่างการใช้ตัวแทนที่แตกต่างกัน และเป็นเครื่องมือที่ช่วยเพิ่มความเข้าใจ การใช้ความคิดรวบยอด การแสดงเหตุผล และกระบวนการทางคณิตศาสตร์ของผู้เรียน ซึ่งเป็นสิ่งที่ผู้เรียนทุกคนต้องได้รับการพัฒนา และใช้ตัวแทนในสถานการณ์ที่หลากหลาย

สาวิตรี มูลสุวรรณ (2557, น. 48) ได้กล่าวถึงความสำคัญของการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า เป็นการใช้เครื่องมือที่มีประโยชน์ในการสร้างความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ เนื่องจากตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์จะช่วยเปลี่ยนสิ่งที่เป็นามธรรมไปสู่สิ่งที่เป็รูปธรรม ซึ่งง่ายต่อการเรียนรู้และการทำความเข้าใจ ทำให้ผู้เรียนสามารถเรียนวิชาคณิตศาสตร์ได้อย่างมีความหมาย อีกทั้งยังเป็นประโยชน์ในการสื่อสารข้อมูลและแสดงการให้เหตุผลของผู้เรียนเพื่อสนับสนุนความเข้าใจของตนเองและคนอื่น ๆ รวมถึงทำให้ผู้สอนสามารถติดตามและตรวจสอบความเข้าใจของผู้เรียนได้

กรมวิชาการ และ สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2545 a, น. 101) ได้มีการกำหนดมาตรฐานการเรียนรู้กลุ่มสาระคณิตศาสตร์ไว้ 6 กลุ่มสาระ และสาระที่ 6 ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ประกอบด้วย 5 มาตรฐานการเรียนรู้ ซึ่ง 1 ในนั้นคือ มาตรฐาน ค6.3 ได้มีการระบุถึงความสามารถของผู้เรียนในการสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และการนำเสนอ ซึ่งตัวแทนทางความคิดนั้นเป็นเครื่องมือที่สำคัญที่นักเรียนจะนำไปใช้ในการสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และการนำเสนอ

สุจินดา เขี่ยมโอภาส (2552, น. 7) กล่าวถึงทักษะการใช้ตัวแทนมีความสำคัญต่อการจัดการเรียนการสอนอย่างมาก ช่วยฝึกให้ผู้เรียนสามารถแปลงเนื้อหาที่เป็นนามธรรมให้เป็นรูปธรรมหรือสร้างรูปแบบต่างๆ ขึ้นมา ทั้งการใช้ตัวแทนภายนอกหรืออาจเป็นตัวแทนภายในได้ ช่วยให้ผู้เรียนสามารถเรียนคณิตศาสตร์ได้เข้าใจมากขึ้น

จากการศึกษาสามารถสรุป การใช้ตัวแทนมีความสำคัญต่อการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ โดยสามารถช่วยผู้สอนในการตรวจสอบความเข้าใจในความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ของผู้เรียนได้ โดยผู้เรียนสามารถแสดงการใช้ตัวแทนได้หลากหลาย นอกจากการใช้ตัวแทนเป็นการแสดงกระบวนการคิดทางคณิตศาสตร์แล้ว ตัวแทนยังเป็นสื่อกลางในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของผู้เรียนอีกด้วย

1.5 แนวทางในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้ตัวแทนความคิดที่หลากหลาย

นักวิจัยและนักการศึกษาคณิตศาสตร์ได้มีการเสนอแนวทางในการจัดการเรียนรู้โดยใช้ตัวแทนความคิด ไว้ดังนี้

สภาครูคณิตศาสตร์แห่งชาติของสหรัฐอเมริกา (National Council of Teachers of Mathematics, 2000, pp. 279-283) ได้อธิบายโปรแกรมการเรียนการสอนมาตรฐานเกี่ยวกับกระบวนการทางคณิตศาสตร์ (Mathematics Process Standards ในมาตรฐานการใช้ตัวแทนความคิด (Representation) ไว้ว่า จะต้องมีการส่งเสริมให้นักเรียนในระดับ (Pre-kindergarten through Grade 12) มีความสามารถ ดังนี้

1. สร้างและใช้ตัวแทนในการจัดระบบ บันทึกลง และสื่อสารแนวคิดทางคณิตศาสตร์ได้
2. เลือก แปลความหมาย และประยุกต์ใช้ของตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์เพื่อนำไปสู่การแก้ปัญหาได้
3. ใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ที่เป็นแบบจำลอง ในการอธิบายปรากฏการณ์ทางกายภาพ ทางสังคม และทางคณิตศาสตร์ได้

สภาครูคณิตศาสตร์แห่งชาติของสหรัฐอเมริกา (National Council of Teachers of Mathematics, 2000, pp. 283-284) ในระดับมัธยมศึกษาตอนต้น ผู้เรียนในระดับมัธยมศึกษาตอนต้นจำเป็นต้องเรียนรู้การแก้ปัญหาต่างๆ มากมาย เป็นการแปลงปัญหาให้เป็นรูปธรรมและใช้ตัวแทนที่หลากหลายในการรวบรวมข้อมูล การใช้ตัวแทนที่หลากหลายที่อยู่ในหลักสูตรระดับนี้ ตัวอย่าง ดังนี้ การเรียน เรื่อง อัตราส่วนและสัดส่วน เป็นหน่วยการเรียนรู้ที่ผู้เรียนมีโอกาสในการใช้วิธีการที่หลากหลายในการแก้ปัญหา โดยใช้ตัวแทนในสิ่งที่ยังรู้ค่า ใช้ตาราง กราฟ รวมถึงการใช้สมการเป็นเครื่องมือที่เป็นตัวแทนในการช่วยวิเคราะห์ปัญหา การเรียน เรื่อง ฟังก์ชันเชิงเส้น เป็นเรื่องที่สำคัญ โดยพิจารณาจากปัญหาที่หลากหลาย นักเรียนจะมีความเข้าใจและคุ้นเคยกับความสัมพันธ์เชิงเส้นซึ่งรวมถึง ตาราง กราฟ และสมการ ซึ่งนักเรียนต้องเรียนรู้การใช้ตัวแทนเหล่านี้เพื่อสามารถเลือกใช้ได้อย่างหลากหลายและเหมาะสมในการแก้ปัญหา นักเรียนเริ่มการใช้ตัวแทนด้วยตารางเพื่อหาแบบรูปของฟังก์ชันเชิงเส้น แต่นักเรียนเรียนรู้เรียนการใช้กราฟและสมการเป็นตัวแทน เมื่อต้องการแสดงลักษณะความสัมพันธ์เชิงเส้น

สภาครูคณิตศาสตร์แห่งชาติของสหรัฐอเมริกา (National Council of Teachers of Mathematics, 2000) ได้อธิบายบทบาทของครูผู้สอนในการพัฒนาการใช้ตัวแทน ดังนี้

1. ผู้สอนสามารถพัฒนาการใช้ตัวแทนความคิดที่หลากหลายได้อย่างเหมาะสม โดยให้ผู้เรียนคิดหาวิธีการใช้ตัวแทนเพื่อส่งเสริมการคิดและการสื่อสารความคิดนั้นของผู้เรียน ผู้สอนรับฟังความคิดเห็นของผู้เรียนผ่านการถามคำถาม และพยายามทำความเข้าใจในสิ่งที่ผู้เรียนพยายามสื่อสารกลับด้วยการวาดรูปหรือการเขียนด้วยความจริงใจ

2. ผู้สอนควรส่งเสริมการใช้ตัวแทนความคิดที่เป็นแบบแผน ให้คำแนะนำเบื้องต้นเกี่ยวกับการใช้ตัวแทนก่อนที่ผู้เรียนจะสามารถใช้ตัวแทนอย่างมีความหมายแทนการบอกให้รับทราบ

3. ผู้สอนควรพัฒนาการใช้ตัวแทนอย่างมีความหมายให้กับผู้เรียน โดยจัดประสบการณ์ให้ผู้เรียนในการใช้ตัวแทนที่หลากหลาย และแนะนำผู้เรียนเกี่ยวกับรูปแบบการใช้ตัวแทนใหม่ๆ ที่มีประโยชน์ต่อการแก้ปัญหา

4. ผู้สอนควรส่งเสริมให้ผู้เรียนเกิดความมั่นใจ และความสมบูรณ์ของการคิดหาวิธีการใช้ตัวแทนด้วยตนเอง และเปิดโอกาสผู้เรียนให้ฝึกเผชิญกับปัญหาที่มีความหมาย ผู้เรียนก็จะสามารถเลือกใช้วิธีการแก้ปัญหาที่เหมาะสมจากวิธีการมากมาย

5. ผู้สอนควรส่งเสริมให้ผู้เรียนประเมินการใช้ตัวแทนความคิดและความเข้าใจเกี่ยวกับสัญลักษณ์ของตัวแทนที่หลากหลาย ซึ่งจะนำไปสู่การใช้ตัวแทนความคิดได้อย่างเหมาะสม และเกิดประโยชน์ได้จริง

Rider (2007, p. 500) ได้อธิบายบทบาทของครูในการพัฒนาการใช้ตัวแทนความคิด ไว้โดยสรุปว่า ผู้สอนจำเป็นต้องมีการปรับเปลี่ยนทั้งวิธีการและการประเมิน โดยสามารถออกแบบการเรียนการสอนที่เปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้ใช้ตัวแทนที่หลากหลายผ่านการทำแบบฝึกหัด การฝึกปฏิบัติร่วมกันในชั้นเรียน โดยส่งเสริมให้ผู้เรียนรู้จักการใช้ตัวแทนที่หลากหลาย เช่น กราฟ ตาราง และสมการพีชคณิตศาสตร์ไปพร้อมๆกัน โดยผู้เรียนสามารถเปลี่ยนการใช้ตัวแทนความคิดในหลายๆรูปแบบได้ และเปรียบเทียบความเหมาะสมของแต่ละของการใช้ตัวแทนความคิดในเนื้อหาเดียวกัน นอกจากนี้ผู้สอนมีเครื่องมือในการใช้วัดและประเมินผลด้วยวิธีการที่หลากหลาย ทั้งเป็นทางการและไม่เป็นทางการ เช่น การสอบ การบ้าน แบบฝึกหัด หรือรูปแบบอื่นๆ

อัมพร ม้าคนอง (2553, น. 15) ได้กล่าวถึงตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์/มโนภาพทางคณิตศาสตร์ ว่าเป็นสิ่งสำคัญที่จะทำให้ผู้เรียนเข้าใจปัญหา และสามารถฝึกการคิดการแก้ปัญหาที่มีประสิทธิภาพ ผู้สอนควรตระหนักถึงประเด็นนี้ และฝึกให้ผู้เรียนใช้ตัวแทนทางความคิดในการวิเคราะห์ปัญหาก่อนลงมือแก้ปัญหาด้วยวิธีการที่คุ้นเคย การฝึกที่ต่อเนื่องจะช่วยพัฒนาการใช้ตัวแทนได้ดียิ่งขึ้น

สาวิตรี มูลสุวรรณ (2557, น. 50) ในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนควรส่งเสริมผู้เรียนเกี่ยวกับการใช้ตัวแทนความคิด ดังนี้

1. ส่งเสริมการใช้ตัวแทนความคิดคณิตศาสตร์ให้โอกาสผู้เรียนในการใช้ตัวแทนที่หลากหลายอย่างเหมาะสม

2. ส่งเสริมการหาวิธีการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ เพื่อสนับสนุนผู้เรียนให้ได้ใช้ตัวแทนอย่างมีความหมาย เปิดโอกาสให้ผู้เรียนฝึกการรับฟังความคิดของเพื่อนๆ และพยายามทำความเข้าใจกับสิ่งที่นักเรียนสื่อสาร

3. การฝึกให้ผู้เรียนตัวแทนทางคณิตศาสตร์ เป็นการฝึกให้ผู้เรียนได้ฟัง พูด อ่าน และเขียน และร่วมกันอภิปรายเกี่ยวกับตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์รูปแบบต่างๆ ก่อนลงมือการแก้ปัญหา เพื่อพัฒนาความเชื่อมั่น และความชำนาญในการใช้

กัลยา ทองสุ (2545, น. 17) ได้กล่าวถึงการใช้ตัวแทนในการจัดการเรียนการสอนว่า ควรส่งเสริมการใช้ตัวแทนในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่หลากหลาย เพื่อส่งเสริมความสามารถในการคิดและความเข้าใจคณิตศาสตร์อย่างลึกซึ้ง เพื่อเป็นพื้นฐานจากการศึกษาสามารถสรุปแนวทางในการสอนโดยใช้ตัวแทนที่หลากหลายไว้ดังนี้

1. ผู้สอนควรสอนให้ใช้ตัวแทนที่หลากหลายในการจัดโจทย์ปัญหา รวมถึงการวัดและประเมินผล

2. ผู้สอนควรเปิดโอกาสให้ผู้เรียนเลือกใช้ตัวแทนที่หลากหลายในการแก้ปัญหาเรื่องเดียวกัน

3. ควรมีการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยให้ผู้เรียนได้เรียนรู้จากการเปลี่ยนตัวแทนอีกแบบไปสู่อีกแบบ เช่น สมการสามารถเขียนในรูปกราฟได้ หรือ จากกราฟสามารถเขียนในรูปสมการได้ เป็นต้น

จากการศึกษาสามารถสรุปการใช้ตัวแทนมีความสำคัญอย่างมากในการเรียนการสอน ผู้เรียนสามารถใช้ตัวแทนเป็นสื่อสารความคิด และสามารถแปลงจากตัวแทนชนิดที่หนึ่งไปชนิดที่สอง เพื่อนำเข้ามาช่วยแก้ปัญหา อีกทั้งผู้สอนควรส่งเสริมและเปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้มีโอกาสในการใช้ตัวแทนที่หลากหลายเข้ามาแก้ปัญหาในเรื่องเดียวกัน

1.6 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับตัวแทนที่หลากหลาย

งานวิจัยต่างประเทศ

Rider (2007, abstract) ศึกษาผลของการสอนเรื่อง ฟังก์ชันและพีชคณิต โดยใช้ตัวแทนที่หลากหลายผลจากการศึกษาพบว่า การสอนโดยใช้ตัวแทนที่หลากหลายเป็นการสอนให้

นักเรียนเรียนรู้ที่จะหาคำตอบด้วยหลายวิธี อีกทั้งยังทำให้นักเรียนเข้าใจความสัมพันธ์ของแต่ละตัวแทนและพัฒนาแผนผังความคิด (Cognitive maps) ความเข้าใจเกี่ยวกับพีชคณิตของฟังก์ชันและมิกลิวทิตที่หลากหลายในการแก้ปัญหา การสอน และการวัดประเมินผลโดยใช้ตัวแทนที่หลากหลายช่วยให้นักเรียนเกิดแผนผังความคิด (Cognitive maps) ความชำนาญในการใช้ตัวแทนที่หลากหลายจะเกิดขึ้นได้นั้น ครูต้องสอนมโนทัศน์ของฟังก์ชันพร้อมกับตัวแทนแต่ละแบบ และเพื่อให้นักเรียนเห็นความสำคัญของการใช้ตัวแทนที่หลากหลายครูต้องวัดประเมินผลโดยใช้ตัวแทนที่หลากหลายด้วย โดยครูต้องตั้งคำถามที่แตกต่างไปจากแบบเดิมไม่ใช่ตั้งคำถามด้วยสมการแล้วให้สร้างกราฟหาคำตอบและผู้วิจัยเชื่อมั่นว่าการใช้ตัวแทนที่หลากหลายในการสอนมีสำคัญต่อการปรับเปลี่ยนวิธีการสอน การประเมิน ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน และความเข้าใจของนักเรียน

Burkett (1998: 60 – 20A) ได้ศึกษาการเชื่อมโยงระหว่างตัวแทนที่เป็นตารางสัญลักษณ์ และกราฟในการเรียนเรื่อง ฟังก์ชัน กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียน 10 คน ที่เรียนพีชคณิตระดับ มหาวิทยาลัยในเพนซิลวาเนีย กลุ่มตัวอย่างทำงานที่ได้รับมอบหมาย 9 อย่าง ที่ผู้วิจัยเป็นผู้ออกแบบ เพื่อศึกษาในเรื่องการเชื่อมโยงตัวแทนที่หลากหลายแบบ โดยแบ่งเป็น 3 ประเภท ดังนี้ ประเภทที่ 1 เป็น งานเกี่ยวกับความชันของเส้นตรง ประเภทที่ 2 เป็นงานเกี่ยวกับการแปลงของสมการกำลังสอง และ ประเภทที่ 3 เป็นงานเกี่ยวกับระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร โดยประเภทที่ 1 เน้นที่การเชื่อมโยงตัว แทนที่เป็นสัญลักษณ์กับกราฟงานประเภทที่ 2 เน้นที่การเชื่อมโยงตัวแทนที่เป็นตารางกับสัญลักษณ์ และงานประเภทที่ 3 เน้นที่การเชื่อมโยงตัวแทนที่เป็นตารางและกราฟ ผลการศึกษาพบว่า 1) นักเรียนสามารถเชื่อมโยงตัวแทนที่เป็นตาราง สัญลักษณ์และกราฟได้เป็นอย่างดี 2) ในลักษณะที่นักเรียนแปลความหมายของตารางไปสู่ตัวแทนในแบบอื่นๆ นักเรียนมักจะแนะนำให้อใช้ตัวแทนในลักษณะที่ 3 และ 3) นักเรียนสามารถปรับปรุงการใช้ตัวแทนที่ผิดพลาดได้

Rittle-Johnson และ Bethany (2019, pp. 60-06A) ได้ศึกษาการพัฒนาวิธีทำซ้ำในด้านความคิดรวบยอด และ ทักษะกระบวนการโดยมีจุดมุ่งหมายเพื่อให้นักเรียนพัฒนาทั้งความเข้าใจความคิดรวบยอด ทักษะ กระบวนการและตัวแทนที่เป็นปัญหา กลุ่มทดลองเป็นนักเรียนเกรด 5 และ 6 ระหว่างการสอน นักเรียนจะเรียนรู้เศษส่วนและทศนิยมจากเส้นจำนวน กลุ่มทดลองจะได้รับผลย้อนกลับในการแก้ปัญหา และ นักเรียนต้องอธิบายถึงวิธีการหาคำตอบที่ถูกต้อง เมื่อวิเคราะห์ผลการทดสอบก่อนเรียนและหลังเรียน ของกลุ่มทดลอง พบว่า กลุ่มที่ 1 แสดงให้เห็นถึงความสัมพันธ์ของการใช้แบบทำซ้ำ ความคิดรวบยอด ของนักเรียนส่งเสริมทักษะด้านกระบวนการ และในทางกลับกันความรู้ในเชิงกระบวนการที่ส่งเสริม ความรู้ด้านความคิดรวบ

ยอดและการใช้ตัวแทนในปัญหาที่หาคำตอบได้ถูกต้องเป็นสื่อแสดงความสัมพันธ์ระหว่างความเข้าใจและการปรับปรุงในด้านทักษะกระบวนการ กลุ่มทดลองที่ 2 แสดงให้เห็นถึงการเชื่อมโยง การปรับปรุงการแก้ปัญหาของการใช้ตัวแทนไปสู่การปรับปรุงด้านทักษะ กระบวนการ ซึ่งสรุปได้ว่า แบบจำลองการใช้ตัวแทนช่วยพัฒนาความรู้ทางด้านทักษะกระบวนการและ ความรู้ด้านความคิดรวบยอด

งานวิจัยในประเทศ

กัลยา ทองสุ (2545, น. 57) ได้ทำการศึกษาเกี่ยวกับการพัฒนาชุดกิจกรรมคณิตศาสตร์แบบสืบสวนเพื่อส่งเสริมการใช้ตัวแทน เรื่อง ระบบสมการเชิงเส้น ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โดยสร้างสภาพปัญหาที่ใช้ตัวแทนที่หลากหลายในการแก้ปัญหา ประกอบด้วย ใช้การวาดรูป, การคาดเดา, การใช้กราฟ, การใช้ตาราง และมีการคำนวณทางพีชคณิตศาสตร์ ผลการศึกษาพบว่า

1) ชุดกิจกรรมคณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวน เพื่อส่งเสริมการใช้ตัวแทนมีประสิทธิภาพตามเกณฑ์ 80/80

2) ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ภายหลังได้รับการสอนโดยใช้ชุดกิจกรรมคณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวนเพื่อส่งเสริมการใช้ตัวแทนสูงกว่าก่อนได้รับการสอนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

3) ภายหลังได้รับการสอนด้วยชุดกิจกรรมคณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวน เพื่อ ส่งเสริมการใช้ตัวแทน นักเรียนมีความคงทนในการเรียนรู้อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

จริยาวดี บรรทัดเที่ยง (2547, น. 62) ได้ทำการศึกษาเกี่ยวกับ ผลของการใช้ชุดกิจกรรมที่ส่งเสริมทักษะและกระบวนการการคณิตศาสตร์ด้านใช้ตัวแทน เรื่อง คู่อันดับและกราฟทดลองกับนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 1 จากผลการศึกษาพบว่า ด้านผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนจากการใช้ชุดกิจกรรมที่ส่งเสริมทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ด้านการใช้ตัวแทน สูงกว่าก่อนได้รับการทดลองอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

วีรพล เทพบรรหาร (2561, น. 135) ได้ทำการศึกษาเกี่ยวกับผลการใช้ตัวแทนทางความคิดและตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ร่วมกับแนวคิดการสอนแนะให้รู้คิด ที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผลและความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ ทดลองกับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ผลการศึกษาพบว่า

1) นักเรียนที่เป็นกลุ่มทดลองมีคะแนนด้านความสามารถในการให้เหตุผล และคะแนนความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนอย่าง มีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

2) นักเรียนที่เป็นกลุ่มทดลองมีคะแนนความสามารถในการให้เหตุผล และความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้เกี่ยวกับด้านคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่านักเรียนกลุ่มที่ ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

3) คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลและคะแนนความสามารถในการ เชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ใช้ตัวแทนทางความคิดและตัวแทนเชิงคณิตศาสตร์ เชิงคณิตศาสตร์ร่วมกับแนวคิดการสอนแนะให้รู้คิดมีพัฒนาดีขึ้น

อารีย์ เมฆวิสัย (2552, น. 135) การศึกษาเกี่ยวกับ การใช้ตัวแทนความคิดทาง คณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ความสามารถด้านมิติสัมพันธ์และพฤติกรรมการเรียนคณิตศาสตร์แตกต่างกัน ทดลองกับนักเรียน มัธยมศึกษาปีที่ 3 จำนวน 446 คน โดยการใช้แบบวัดการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ และ สุ่มนักเรียน 24 คน ใช้เป็นการสัมภาษณ์การใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์วิเคราะห์ข้อมูล โดยการหาค่าความถี่และร้อยละ

อรุณา อัญโย (2553, น. 122) ได้ทำการศึกษาเกี่ยวกับผลของการจัด กิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยบูรณาการการใช้ตัวแทนที่หลากหลายและเครื่องคำนวณเชิง กราฟที่มีต่อมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการแก้ปัญหา เรื่อง ฟังก์ชัน ของ นักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนตึกพิบูลวิทยาลัย ผลการศึกษาพบว่า

1) นักเรียนกลุ่มทดลองที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดย บูรณาการการใช้ตัวแทนที่หลากหลายและเครื่องคำนวณเชิงกราฟที่มีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์มี คะแนนสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 50 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

2) นักเรียนกลุ่มทดลองที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดย บูรณาการการใช้ตัวแทนที่หลากหลายและเครื่องคำนวณเชิงกราฟมีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์มี คะแนนสูงกว่ากลุ่มควบคุมอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

3) นักเรียนกลุ่มทดลองที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดย บูรณาการการใช้ตัวแทนที่หลากหลายและเครื่องคำนวณกราฟที่มีความสามารถในการแก้ปัญหา คณิตศาสตร์ไม่สูงกว่ากลุ่มควบคุมอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

ชมพูนุท ชาวบ้านเกาะ (2554, น. 71) ได้ทำการศึกษาผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้ตัวแทน (Representation) ที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ผลการศึกษาพบว่า

1) ความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ของกลุ่มทดลองหลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้ตัวแทนสูงขึ้นอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

2) ความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ของกลุ่มทดลองหลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้ตัวแทนสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 60 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 โดยมีคะแนนเฉลี่ยคิดเป็นร้อยละ 75.44

จากการศึกษางานวิจัย พบว่า การใช้ตัวแทนในการจัดการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ สามารถส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ได้ โดยส่วนใหญ่เลือกใช้เนื้อหาที่มีลักษณะเป็นนามธรรม ที่มีความซับซ้อน เช่น เรื่อง ฟังก์ชัน, คู่อันดับและกราฟ, ระบบสมการเชิงเส้น เป็นต้น โดยจะเห็นว่าเป็นเนื้อหาที่สามารถใช้ตัวแทนที่หลากหลายเข้ามาในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ได้ โดยการถ่ายทอดวิธีได้หลากหลายรูปแบบ เช่น การวาดรูป, ตาราง, การใช้กราฟ เพราะการใช้ตัวแทนช่วยเสริมสร้างความคิดรวบยอดให้กับผู้เรียน ทำให้นักเรียนสามารถเชื่อมโยงระหว่างรูปธรรมและนามธรรมได้อีกด้วย ช่วยให้ผู้เรียนรู้จักการใช้สัญลักษณ์เข้ามาในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ และควรมีการส่งเสริมให้มีการฝึกฝนอย่างสม่ำเสมอ เพื่อให้ผู้เรียนเกิดความชำนาญในการเลือกใช้ตัวแทนได้เหมาะสมตามแต่ละบริบทของโจทย์รวมถึงเป็นการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์อีกด้วย

ตอนที่ 2 เอกสารที่เกี่ยวข้องกับความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์

2.1 ความหมายของปัญหาทางคณิตศาสตร์

นักการศึกษาและนักวิชาการหลายท่านได้นิยามคำว่า “ปัญหาทางคณิตศาสตร์” ไว้ดังต่อไปนี้

Reys, Suydam, และ Lindquist (1995, p. 51) กล่าวถึงความหมายของปัญหาทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า เป็นปัญหาที่เกี่ยวข้องกับสถานการณ์ที่บุคคลต้องการได้มาซึ่งคำตอบ แต่ไม่สามารถรู้คำตอบในทันที จำเป็นต้องหาวิธีหรือกระบวนการในการได้มาซึ่งคำตอบ หากพบว่าปัญหาใดง่ายเกินไปที่บุคคลเห็นคำถามแล้วสามารถตอบได้ทันที ปัญหานั้นจะไม่ถูกเรียกว่าปัญหาทางคณิตศาสตร์

Krulik และ Rudnick (1993, p. 6) กล่าวถึงความหมายของปัญหาทางคณิตศาสตร์ว่าเป็นสถานการณ์ในเชิงปริมาณที่ต้องการได้มาซึ่งคำตอบ เป็นลักษณะปัญหาที่ไม่ระบุวิธีการให้ได้ว่าซึ่งคำตอบ ความแตกต่างระหว่างคำถาม (Question) แบบฝึกหัด (Exercise) สามารถจำแนกลักษณะของปัญหาทางคณิตศาสตร์ (Problem) ได้ดังต่อไปนี้

คำถาม หมายถึง สถานการณ์/เหตุการณ์ที่สามารถใช้การแก้ปัญหาได้จากการนึกความรู้ความจำ

แบบฝึกหัด หมายถึง สถานการณ์/เหตุการณ์ที่จำเป็นต้องมีการฝึกฝนอย่างสม่ำเสมอ จนการฝึกทักษะนั้นทำให้ผู้เรียนเกิดความเชี่ยวชาญขึ้น มีลำดับขั้นตอนในการแก้ปัญหาที่ชัดเจน

ปัญหาทางคณิตศาสตร์ หมายถึง สถานการณ์/เหตุการณ์ที่จำเป็นต้องผ่านกระบวนการสังเคราะห์องค์ความรู้ที่เคยได้ศึกษา เนื่องจากจำเป็นต้องใช้ความรู้พื้นฐานที่สำคัญในการใช้หาคำตอบ โดยลักษณะของปัญหาที่ดี ต้องมีลักษณะดังต่อไปนี้

1. ปัญหาที่ดีจำเป็นต้องมีความน่าสนใจและทำให้ผู้เรียนเกิดความท้าทาย
2. ปัญหาที่ดีจำเป็นต้องมีการใช้ทักษะการสังเกตและการวิเคราะห์ร่วมด้วย
3. ปัญหาที่ดีจำเป็นต้องมีการเปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้มีการอภิปราย เพื่อให้เกิดปฏิสัมพันธ์ที่ดีแก่กัน
4. ปัญหาที่ดีควรเป็นปัญหาที่นำไปสู่หลักการ/หลักคิดทางคณิตศาสตร์
5. ปัญหาที่ดีจำเป็นต้องมีความสัมพันธ์กับความเข้าใจในทศน์ทางคณิตศาสตร์และต้องมีการการประยุกต์ใช้ความสามารถในทางคณิตศาสตร์
6. ปัญหาที่ดีควรเป็นปัญหาที่สามารถใช้วิธีการที่หลากหลายในการแก้ปัญหาได้

ยุพิน พิพิธกุล (2524, น. 5) ได้กล่าวถึงความหมายของปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยสรุปว่า เป็นปัญหาที่ผู้เรียนจำเป็นต้องมีการหาความจริงหรือข้อสรุปสิ่งใหม่ๆที่ยังไม่เคยได้เรียนมาก่อนหรือเห็นมาก่อน ไม่สามารถหาคำตอบได้ในทันที มีองค์ความรู้ที่จำเป็นต้องใช้เกี่ยวกับคณิตศาสตร์ อีกทั้งยังต้องอาศัยทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์เข้ามาใช้

สิริพร ทิพย์คง (2544, น. 18-25) ได้กล่าวถึง ปัญหาคณิตศาสตร์ไว้โดยสรุปว่า งานที่มีการเผชิญอยู่และต้องการหาคำตอบแต่ไม่สามารถหาคำตอบได้ในทันทีทันใด มีองค์ประกอบสำคัญ 3 ประการ ได้แก่ 1) ต้องการที่จะค้นหาคำตอบและตอบคำถามของปัญหานั้นไม่ได้ทันทีทันใด 2) จะจำเป็นต้องใช้ความพยายามสม่ำเสมอจึงจะแก้ปัญหานั้นได้ ปัญหาคณิตศาสตร์เป็น

ปัญหาที่จะพบในการเรียนคณิตศาสตร์ 3) ต้องใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์และความสามารถในที่ได้เรียนมาเข้ามาร่วมด้วย ซึ่งลักษณะของปัญหาที่ดีมีลักษณะ ต้องประกอบด้วย มีการใช้ภาษาที่กระชับ รัดกุม ถูกต้อง และเข้าใจง่าย มีความแปลกใหม่ สามารถกระตุ้นพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ มีความท้าทายความสามารถของผู้เรียน ข้อความของปัญหาไม่ควรสั้นหรือยาวจนเกินไป ระดับความยากไม่ควรยากหรือง่ายเกินไป และเหมาะสมกับวัยของผู้เรียน การให้ข้อมูลอย่างเพียงพอจนผู้เรียนสามารถแก้ปัญหาได้สามารถเกี่ยวข้องกับสถานการณ์หรือเหตุการณ์ในชีวิตประจำวันของผู้เรียน ตัวปัญหาเป็นข้อมูลที่มีความทันสมัย มีความสมเหตุสมผล ควรมีการใช้วิธีการหาคำตอบได้มากกว่า 1 วิธี เช่น การใช้รูปภาพ, แผนภาพไดอะแกรม หรือใช้แผนภูมิช่วยในการแก้ปัญหา เป็นต้น

ปรีชา เนาว์เย็นผล (2544, น. 18) ได้ให้ความหมายของ ปัญหาทางคณิตศาสตร์สรุปเป็น 3 ประการ คือ 1) เป็นสถานการณ์เกี่ยวกับคณิตศาสตร์ที่ต้องการคำตอบซึ่งอาจจะอยู่ในรูปของเชิงปริมาณ หรือคำอธิบายในลักษณะเหตุผล 2) เป็นสถานการณ์เกี่ยวกับคณิตศาสตร์ที่ผู้แก้ปัญหาไม่เคยเจอหรือไม่คุ้นเคยมาก่อน ไม่สามารถระบุวิธีการหรือขั้นตอนการหาคำตอบได้ในทันที จำเป็นต้องอาศัยความรู้ทางคณิตศาสตร์ ทักษะกระบวนการ รวมถึงประสบการณ์เดิมของผู้เรียนในการช่วยหาคำตอบ 3) เป็นสถานการณ์ปัญหาของบุคคลหนึ่งๆ อาจจะไม่เป็นปัญหาของของอีกบุคคลหนึ่ง ขึ้นอยู่กับ วัน เวลา สถานที่ของบุคคลที่เป็นผู้แก้ปัญหานั้นๆ

ประพันธ์ศิริ สุเสารัจ (2556, น. 158) ได้ให้ความหมายของ ปัญหาทางคณิตศาสตร์ คือ สถานการณ์ที่มีการกล่าวถึงความแตกต่างระหว่างสภาพที่เป็นอยู่กับสภาพที่ควรจะเป็นหรือต้องการให้เกิดหรือต้องการให้เป็น หรือถูกบังคับให้คิดหรือเกิดขึ้น เป็นความแตกต่างระหว่างความจริงที่เป็นอยู่กับความต้องการให้เกิดที่ยิ่งหากันมากเท่าใด จำเป็นต้องมีการใช้องค์ความรู้และทักษะทางคณิตศาสตร์เข้ามาร่วมด้วยในการช่วยในการได้มาซึ่งคำตอบ

ชมนาด เชื้อสุวรรณทวี (2561, น. 166) ได้ให้ความหมายของ ปัญหาทางคณิตศาสตร์ไว้โดยสรุปว่า ปัญหาทางคณิตศาสตร์เป็นโจทย์คำถามหรือสถานการณ์ที่เกี่ยวข้องกับเนื้อหาคณิตศาสตร์ ที่ต้องใช้ความรู้และกระบวนการคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหา

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2555, น. 7) ได้กล่าวถึงความหมายของ ปัญหาทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า เป็นสถานการณ์หรือเหตุการณ์ที่เกี่ยวข้องกับความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่มีการต้องการค้นหาคำตอบ โดยที่ยังไม่รู้ขั้นตอนหรือวิธีการในการหาคำตอบของสถานการณ์หรือเหตุการณ์นั้นๆ ในทันที

จากความหมายของปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่นักการศึกษาและนักวิชาการหลายท่านที่อธิบายไว้ข้างต้นนั้น ผู้วิจัยสรุปได้ว่า ปัญหาทางคณิตศาสตร์ คือ ปัญหาที่เกี่ยวกับสถานการณ์ต่างๆที่เกี่ยวข้องกับคณิตศาสตร์ โดยที่ผู้แก้ปัญหาไม่รู้วิธีการทันที จะต้องมีการใช้ความรู้และกระบวนการต่างๆ จากประสบการณ์เดิมมาแก้ปัญหา

2.2 ความหมายของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

มีนักการศึกษาทั้งในและต่างประเทศให้ความหมายของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่แตกต่างกัน ไว้ดังนี้

Polya G. (1946, p. 1) ได้ให้ความหมายของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยสรุปไว้ว่า เป็นการหาวิธีการหรือขั้นตอนที่หาสิ่งที่ไม่รู้ในปัญหา หรือต้องการทราบสิ่งที่ต้องการจะรู้ เป็นการหาวิธีการหรือขั้นตอนที่จะนำสิ่งที่ยุ่งยากออกไป รวมถึงเป็นการหาวิธีการที่จะเอาชนะอุปสรรคที่กำลังเผชิญอยู่ เพื่อให้ได้ข้อสรุปหรือคำตอบที่มีความชัดเจน และถูกต้อง จำเป็นต้องใช้เวลาในการหาไม่สามารถได้มาซึ่งคำตอบนั้นๆ ในทันทีทันใด

Krulik และ Rudnick (1993, p. 6) ได้กล่าวถึงความหมายของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ว่าเป็นสถานการณ์หรือเหตุการณ์ที่เป็นประโยคภาษา ต้องการหาคำตอบมีความเกี่ยวข้องกับจำนวน/ปริมาณ สำหรับปัญหานั้นไม่ได้ระบุวิธีการหรือการดำเนินการในการแก้ปัญหาไว้อย่างชัดเจน ผู้ที่ต้องการแก้ปัญหานั้นๆ จำเป็นต้องใช้เวลาในการค้นหาวิธีการในการหาคำตอบ

Kennedy (1997, p. 81) ได้ให้ความหมายของการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ไว้ว่าเป็นการกระทำของแต่ละบุคคลที่มีการเผชิญกับสถานการณ์ของปัญหา และมีการจัดการแก้ปัญหาที่มีขั้นตอนวิธีการ โดยที่ผู้ต้องไม่รู้ในทันทีว่าต้องแก้ปัญหานั้นๆอย่างไร จำเป็นต้องมีความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์เข้ามาประกอบ

Krulik และ Reys (1980, p. 3-4) กล่าวถึงการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ไว้โดยสรุปว่าการแก้ปัญหาเป็นการวางเป้าหมายของการจัดการเรียนการสอน โดยจะเห็นว่าเป็นการแก้ปัญหาเป็นจุดมุ่งหมายสำคัญของการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ การแก้ปัญหาเป็นกระบวนการเห็นได้จาก การที่ผู้เรียนได้มีการตอบคำถาม ตลอดจนมีกระบวนการหรือขั้นตอนได้มาซึ่งคำตอบ นอกจากนี้ยังกล่าวถึงการแก้ปัญหาเป็นทักษะพื้นฐานที่คำนึงถึงรูปแบบของปัญหาและวิธีการแก้ปัญหาโดย จำเป็นต้องมีการใช้ความรู้และทักษะทางคณิตศาสตร์เข้ามาร่วมด้วย โดยทักษะการแก้ปัญหานั้นจะ

ช่วยส่งเสริมในการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ ประกอบด้วย การสอนทักษะ (skill) มโนทัศน์ (Concept) และการแก้ปัญหา (Problem solving) ในการสอนทุกครั้ง

อัมพร ม้าคนอง (2547, น. 35-36) ได้กล่าวถึง การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ว่าเป็นกระบวนการที่ซับซ้อน มีการใช้ความรู้และทักษะ รวมถึงความสามารถในด้านต่างๆ เข้ามาแก้ปัญหา เช่น ความรู้ในเนื้อหา ความรู้เกี่ยวกับขั้นตอน การทำงานร่วม ความสามารถในการคิด ความสามารถในการประเมินการทำงาน เกี่ยวข้องกับประสบการณ์เดิม เจตคติของบุคคลนั้นๆ รวมถึงความเชื่อและพื้นฐานของของผู้แก้ปัญหานั้นด้วย

ยุพิน พิพิธกุล (2524, น. 5) ได้กล่าวถึงความหมายของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า เป็นกระบวนการที่มีการประยุกต์องค์ความรู้เดิมหรือที่ได้รับมา เป็นสถานการณ์ใหม่ที่ยังไม่คุ้นเคย ไม่ใช่ปัญหาที่เกิดขึ้นในแบบหนังสือในห้องเรียน โดยผู้เรียนนั้นจำเป็นต้องมีการตีความให้ถูกต้อง จะเห็นว่าการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เกี่ยวข้องกับการตั้งคำถาม ผู้เรียนต้องตั้งคำถามอยู่อย่างเสมอ เช่น ทำไมจึงเกิดสิ่งนั้น ทำไมจึงเป็นเช่นนั้น เพราะเหตุใด รวมถึงนักผู้เรียนต้องมีการคิดวิเคราะห์ สิ่งที่กำหนดมาหรือสถานการณ์ที่ได้มา มีการแปลผล การแสดงออกของผลลัพธ์ การเขียนแผนผัง มีการลองผิดลองถูก สิ่งสำคัญผู้เรียนต้องรู้ว่าปัญหานั้นต้องการอะไร ต้องใช้ความสามารถกับหลักการทางคณิตศาสตร์ เช่น การใช้กฎ หรือสูตร เพื่อนำไปสู่ข้อสรุป หรือคำตอบอย่างไร

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2555, น. 7) กล่าวถึงความหมายของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า เป็นการสนใจถึงกระบวนการในการประยุกต์ความรู้ทางคณิตศาสตร์ มีการใช้ขั้นตอนและกระบวนการแก้ปัญหา มีการใช้ยุทธวิธีแก้ปัญหา และประสบการณ์เดิมของผู้แก้ปัญหานั้นๆ ที่ต้องใช้ในการค้นหาคำตอบที่เกี่ยวกับคณิตศาสตร์ เพื่อให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้เกี่ยวกับการแก้ปัญหามีประสิทธิภาพจึงจำเป็นต้องมีการฝึกฝนอย่างสม่ำเสมอ สถานการณ์ที่นำมาเป็นปัญหาทางคณิตศาสตร์นั้น จึงควรมีลักษณะดังนี้ ควรเป็นสถานการณ์ที่มีการกระตุ้นและท้าทายความสนใจของผู้เรียนตลอดจนเป็นสถานการณ์ที่ส่งเสริมให้มีการใช้ประยุกต์ความรู้ ขั้นตอนกระบวนการแก้ปัญหา และการใช้ยุทธวิธีแก้ปัญหาที่หลากหลายไปใช้ในการแก้ปัญหาเข้ามาในการแก้ปัญหานั้นๆ

ชมนาด เชื้อสุวรรณทวี (2561, น. 127) ได้ให้ความหมายของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ไว้ว่าเป็นกระบวนการในการได้มาซึ่งคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ซึ่งต้องใช้ความรู้ในเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์และกระบวนการคิดอย่างเป็นลำดับขั้นตอน มีการเลือกใช้ยุทธวิธีในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์อย่างเหมาะสม เพื่อให้ได้มาซึ่งคำตอบของปัญหานั้นๆ สำหรับใน

การเรียนรู้การแก้ปัญหาเป็นกระบวนการที่เกิดขึ้นภายในตัวผู้เรียนเอง จำเป็นต้องใช้กฎเกณฑ์ขั้นสูง เพื่อนำไปสู่การแก้ปัญหาที่ซับซ้อน สามารถนำกฎเกณฑ์ในการแก้ปัญหานี้ไปประยุกต์ใช้กับสถานการณ์ที่คล้ายคลึงกันได้ด้วย

จากการศึกษาความหมายของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ผู้วิจัยสรุปได้ว่า ความหมายของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ คือ กระบวนการประยุกต์ใช้ความรู้ ทักษะ/ กระบวนการทางคณิตศาสตร์ ประสบการณ์เดิม มาใช้ในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์เพื่อให้ได้ข้อสรุปหรือคำตอบที่ชัดเจน

2.3 ประเภทของปัญหาทางคณิตศาสตร์

มีนักการศึกษาทั้งในและต่างประเทศให้ความหมายของประเภทการแก้ปัญหาวางคณิตศาสตร์ไว้แตกต่างกัน ดังนี้

Polya G. (1946, pp. 154-156) ได้กล่าวถึงการประเภทของปัญหาคณิตศาสตร์ตามจุดประสงค์ของปัญหาหรือตามลักษณะคำถามของปัญหา ออกเป็น 2 ประเภท

1. ปัญหาให้ค้นหา (Problem to find) มีจุดประสงค์เพื่อให้ค้นหาคำตอบที่ต้องการ ซึ่งอาจอยู่ในรูปของปริมาณหรือจำนวน โดยเป็นปัญหาที่ให้หาวิธีการหรือหาเหตุผล ปัญหาประเภทนี้มีองค์ประกอบที่สำคัญ 3 ส่วน คือ สิ่งที่ต้องการหา (Unknown) สิ่งที่กำหนดให้ (Data) และเงื่อนไข เชื่อมโยงระหว่างสิ่งที่ต้องการหา กับสิ่งที่กำหนดให้ (Condition) อย่างไรก็ตาม บางปัญหาอาจไม่ได้ระบุสิ่งที่เป็นเงื่อนไขเชื่อมโยงระหว่างสิ่งที่ต้องการหา กับสิ่งที่กำหนดให้อย่างชัดเจน ผู้แก้ปัญหา จะต้องใช้ความรู้และประสบการณ์ของตนเองมากำหนดเงื่อนไขดังกล่าวขึ้นเอง

2. ปัญหาให้พิสูจน์ (Problem to prove) มีจุดประสงค์เพื่อให้แสดงการให้เหตุผลว่า “ข้อความที่กำหนดให้เป็นจริง” หรือ “ข้อความที่กำหนดให้เป็นเท็จ” ปัญหาประเภทนี้มีองค์ประกอบที่สำคัญ 2 ส่วน คือ ส่วนที่เป็นสิ่งที่กำหนดให้หรือเป็นสมมติฐาน (Hypothesis) และส่วนที่เป็นสิ่งที่ต้องการพิสูจน์หรือผลสรุป (Conclusion) ส่วนใหญ่ปัญหาประเภทนี้จะเขียนอยู่ในรูปของ “ถ้า สมมติฐาน แล้ว ผลสรุป

Bitter, Hatfield, และ Edwards (1989, p. 37) แบ่ง ปัญหาออกเป็น 3 ลักษณะ โดยพิจารณาตามลักษณะของปัญหา คือ

1. ปัญหาปลายเปิด (Open - Ended) เป็นปัญหาที่มีจำนวนคำตอบที่เป็นไปได้หลายคำตอบ ปัญหาลักษณะนี้จะมองว่ากระบวนการแก้ปัญหาสำคัญมากกว่าคำตอบ

2. ปัญหาให้ค้นพบ (Discovery) เป็นปัญหาที่มีจำนวนคำตอบที่เป็นไปได้หลายคำตอบ ถือเป็นปัญหาที่สามารถใช้วิธีแก้ได้หลากหลายวิธี

3. ปัญหาที่ต้องแนะแนวทางให้ค้นพบ (Guided Discovery) เป็นปัญหาที่มีลักษณะร่วมของปัญหา มีคำชี้แนะ และคำชี้แจงในการแก้ปัญหาซึ่งนักเรียนอาจไม่ต้อง ค้นหาเมื่อพิจารณาจากตัวผู้แก้ปัญหาและความซับซ้อนของปัญหา

Reys และคนอื่น ๆ (1995, p. 29) ได้เสนอแบ่งปัญหาคณิตศาสตร์ตามผู้แก้ปัญหาและความซับซ้อนของปัญหา ออกเป็น 2 ประเภท คือ

1. ปัญหาที่คุ้นเคย (Routine Problem) เป็นปัญหาเกี่ยวข้องกับการประยุกต์การดำเนินการทางคณิตศาสตร์ ส่วนใหญ่จะอยู่ในรูปของโจทย์ปัญหาที่เป็นถ้อยคำ หรือเป็นเนื้อหาเรื่องราว เป็นปัญหาที่ไม่ซับซ้อน และคล้ายกับตัวอย่างหรือปัญหาที่ผู้แก้ปัญหาเคยมีประสบการณ์ในการแก้มาก่อนแล้ว

2. ปัญหาที่ไม่คุ้นเคย (Nonroutine Problem) เป็นปัญหาที่เกี่ยวข้องกับโครงสร้างซับซ้อน มีความแปลกใหม่สำหรับผู้แก้ปัญหาเอง สำหรับการแก้ปัญหาของผู้แก้ปัญหา ต้องใช้องค์ความรู้ทางคณิตศาสตร์ และประสบการณ์หลายๆอย่างหรือประสบการณ์เดิมของผู้แก้ นั้น มาใช้ประมวลผลเข้าด้วยกันเพื่อกำหนดวิธีขั้นตอนในแก้ปัญหา

Krulik และ Reys (1980, p. 280) ได้กล่าวถึงการปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่น่าสนใจมีลักษณะ 2 ประการ 1) ปัญหาที่นักเรียนพบไม่บ่อยในห้องเรียน แปลกใหม่ 2) ปัญหาที่ต้องใช้ความรู้พื้นฐานของผู้แก้ปัญหา รวมถึงกลวิธีที่ต้องใช้ในการแก้ปัญหา ความสามารถทางคณิตศาสตร์ของผู้แก้ปัญหาเอง

ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยเลือกปัญหาที่ไม่คุ้นเคย ซึ่งแต่ละข้อสามารถเลือกใช้วิธีการหรือกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาได้มากกว่าหนึ่งวิธี และใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหา เรื่อง ระบบสมการสองตัวแปร

2.4 กระบวนการในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

นักการศึกษาทั้งในและต่างประเทศให้ความหมายของกระบวนการในการแก้ปัญหามathematics ได้แตกต่างกัน ดังนี้

กระบวนการแก้ปัญหานั้นนักคณิตศาสตร์ส่วนใหญ่ให้การยอมรับและนำมาใช้อย่างแพร่หลาย คือ กระบวนการแก้ปัญหตามแนวคิดของโพลยา (Polya G., 1946, pp. 5-40) โดยมีขั้นตอนสำคัญ 4 ขั้นตอน ดังต่อไปนี้

ขั้นตอนที่ 1 ขั้นทำความเข้าใจปัญหา เป็นขั้นเริ่มต้นของการแก้ปัญหาที่ต้องการให้ผู้แก้ปัญหาได้มีการคิดเกี่ยวกับ ปัญหา และตัดสินใจว่าอะไรคือสิ่งที่ต้องการหา ในขั้นนี้ผู้เรียนต้องทำความเข้าใจปัญหาอย่างลึกซึ้งและต้องมีการระบุ ส่วนสำคัญของปัญหา ซึ่งได้แก่ ตัวไม่รู้ค่า ข้อมูลและเงื่อนไข ในการทำความเข้าใจปัญหา มีการพิจารณาส่วนสำคัญของปัญหาอย่างถี่ถ้วน พิจารณาในหลากหลายมุมมอง หรืออาจใช้วิธีต่าง ๆ ช่วยในการทำความเข้าใจปัญหา เช่น การวาดรูป การวาดเส้น การสร้างตาราง การเขียนแผนภูมิ เป็นต้น

ขั้นตอนที่ 2 ขั้นวางแผนแก้ปัญหา เป็นขั้นที่ต้องการให้ผู้เรียนได้ค้นหาความเชื่อมโยงหรือความสัมพันธ์ระหว่าง ข้อมูลและตัวไม่รู้ค่า แล้วนำไปสู่ความสัมพันธ์นั้นๆ ผสมกับประสบการณ์เดิมในการแก้ปัญหา เพื่อที่จะได้สามารถกำหนดแนวทางหรือวิธีการในการแก้ปัญหาได้ รวมถึงการเลือกยุทธวิธีที่จะนำมาแก้ปัญหานั้นด้วย

ขั้นตอนที่ 3 ขั้นดำเนินการตามแผน เป็นขั้นที่ต้องการให้ผู้เรียนได้ลงมือปฏิบัติตามแนวทางหรือแผนที่วางไว้ โดย เริ่มจากการตรวจสอบความสมเหตุสมผลของแผนที่ได้วางไว้ มีการใส่รายละเอียดเพิ่มเติมให้ชัดเจนขึ้น ลงมือปฏิบัติจนสามารถได้มาซึ่งคำตอบ หากมีการใช้กลยุทธ์ที่เลือกไว้ไม่สามารถแก้ปัญหาได้ ต้องมีการค้นหาแผนหรือแก้ปัญหาใหม่อีกครั้งด้วย ถือว่าเป็นการพัฒนาทักษะการแก้ปัญหาของผู้แก้ปัญหานั้นอีกด้วย

ขั้นตอนที่ 4 ขั้นตรวจสอบผล เป็นขั้นที่ต้องการให้ผู้เรียนได้ลองมองย้อนกลับไปยังคำตอบที่ได้มา ตรวจสอบความสมเหตุสมผลของคำตอบ การคำนวณที่ได้มาซึ่งคำตอบที่ถูกต้อง และมีการเลือก ใช้ยุทธวิธีแก้ปัญหาที่นำไปสู่คำตอบที่ถูกต้อง รวมถึงการพิจารณาวิธีการในการได้มาซึ่งคำตอบว่ามีวิธีการอื่น ๆ อีกไหม

กรมวิชาการ และ สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2545a) ได้กล่าวถึงกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า ผู้สอนที่ต้องการพัฒนาผู้เรียนในด้านกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์จะต้องสร้างพื้นฐานที่สำคัญให้ผู้เรียนเกิดความคุ้นเคยกับกระบวนการ แก้ปัญหาซึ่งมีอยู่ 4 ขั้นตอน

ขั้นตอนที่ 1 เป็นขั้นทำความเข้าใจกับปัญหาที่กำหนด วิเคราะห์ปัญหา จำเป็นต้องอาศัยทักษะทางคณิตศาสตร์ที่สำคัญ เช่น ทักษะในการอ่านและวิเคราะห์โจทย์ปัญหา ทักษะการแปลความหมายทางภาษาของปัญหา ผู้เรียนควรสามารถแยกแยะได้ว่า สิ่งที่โจทย์กำหนด และสิ่งที่โจทย์ต้องการคืออะไร

ขั้นตอนที่ 2 เป็นขั้นการวางแผนปัญหา ถือว่าเป็นขั้นที่สำคัญที่สุด เพราะต้องอาศัยทักษะในการนำองค์ความรู้ทางคณิตศาสตร์มาใช้ หลักการคณิตศาสตร์ หรือทฤษฎีที่เคย

เรียนรู้มาแล้ว มีการใช้ทักษะการเลือกยุทธวิธีที่เหมาะสม เช่น การเลือกใช้การเขียนรูปหรือแผนภาพ, การสร้างตาราง, การสังเกตหาแบบรูปหรือความสัมพันธ์ เป็นต้น จึงเห็นว่าเป็นด้านที่ผู้สอนควรคิดหาวิธี ฝึกให้ผู้เรียนได้มีการวิเคราะห์ในขั้นตอนนี้ให้มาก และสม่ำเสมอจนเกิดความชำนาญ

ขั้นตอนที่ 3 เป็นขั้นการดำเนินการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ จำเป็นต้องอาศัยทักษะในการคิดคำนวณหรือขั้นตอนในการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ มีการใช้ทักษะทางคณิตศาสตร์ในการพิสูจน์ และสามารถใช้อธิบาย แสดงเหตุผลได้

ขั้นตอนที่ 4 เป็นขั้นการตรวจสอบและมองย้อนกลับของคำตอบที่ได้มา มีการอาศัยการใช้ทักษะด้านการคำนวณ การประมาณคำตอบ และการตรวจสอบผลลัพธ์ที่หาได้โดยอาศัยความรู้สึกเชิงจำนวน (Number Sense) สำหรับการพิจารณาความสมเหตุสมผลของคำตอบจากการแก้ปัญหานั้นๆ สอดคล้องกับสถานการณ์หรือปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่กล่าวถึงใน The Integrated Mathematics Science and Technology, อ้างถึงในอัมพร ม้าคนอง (2559) ได้มีการเสนอกระบวนการแก้ปัญหาตามแนวคิด DAPIC ซึ่งเป็นกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่มีการใช้การบูรณาการกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และกระบวนการแก้ปัญหาทางวิทยาศาสตร์เข้ามาด้วยกัน โดยมีรายละเอียด ดังต่อไปนี้

กระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ตามแนวคิดของ DAPIC ประกอบด้วย 5 ขั้นตอน และมีขั้นตอนมาจาก

D : Define เป็นขั้นการทำความเข้าใจของปัญหา มีการกำหนดหรือระบุปัญหาให้มีความชัดเจน

A : Access เป็นขั้นการระบุหรือค้นหาข้อมูลที่จำเป็นที่ต้องใช้ และที่จะสามารถนำมาใช้ในการแก้ปัญหานั้นๆได้

P : Plan เป็นขั้นการหาวิธีที่เหมาะสมในการแก้ปัญหา และได้วางแผนการดำเนินงานอย่างเป็นขั้นตอน

I : Implement เป็นขั้นการนำแผนที่มีการวางไว้มาปฏิบัติจริง พร้อมทั้งมีการปรับแผนให้ดีขึ้นได้

C : Communicate เป็นขั้นการนำผลจากการดำเนินการมาวิเคราะห์ และนำมาใช้สรุป และสื่อสารนำเสนอได้

จะเห็นว่า กระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ตามแนวคิดของ DAPIC เป็นกระบวนการที่มีความยืดหยุ่น ไม่ซับซ้อน ไม่มีการกำหนดว่าต้องเริ่มต้นจากองค์ประกอบใด และ

ไม่จำเป็นต้องทำตามเป็นลำดับขั้นตอนหรือเป็นวงจร ผู้แก้ปัญหาต่างๆ จะพิจารณาตามลักษณะของปัญหาว่า ควรเริ่มต้นจากองค์ประกอบใด ต้องใช้องค์ประกอบใดบ้าง ข้อดีของการความยืดหยุ่นดังกล่าวทำให้กระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ตามแนวคิดของ DAPIC จึงถูกนำมาใช้อย่างกว้างขวางในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และวิทยาศาสตร์ โดยเฉพาะอย่างยิ่งในระดับมัธยมศึกษาในหลายๆประเทศ

Bloom (1976, น. 122) ได้เสนอขั้นตอนการคิดเกี่ยวกับกระบวนการแก้ปัญหาได้ดังต่อไปนี้

ขั้นที่ 1 เมื่อผู้เรียนได้พบปัญหา ต้องมีการคิดค้นหาสิ่งที่เคยพบเห็นที่เกี่ยวกับปัญหานั้นๆ

ขั้นที่ 2 ผู้เรียนมีการใช้ผลที่ได้จากขั้นที่ 1 นำมาสร้างรูปแบบของปัญหาขึ้นมาใหม่

ขั้นที่ 3 เป็นขั้นจำแนกและวิเคราะห์ปัญหานั้นๆ

ขั้นที่ 4 เป็นขั้นการวิเคราะห์ในการเลือกใช้ทฤษฎี หลักการ ความคิด และวิธีการทางคณิตศาสตร์ที่เหมาะสมกับปัญหา

ขั้นที่ 5 เป็นขั้นการใช้ข้อสรุปของวิธีการแก้ปัญหา

ขั้นที่ 6 ผลที่ได้จากการแก้ปัญหา

Krulik และ Reys (1980, pp. 280-281) ได้เสนอขั้นตอนในการแก้ปัญหา คณิตศาสตร์ไว้ 4 ขั้นตอน ดังนี้

1. ทำความเข้าใจปัญหา เป็นขั้นตอนที่พิจารณาว่าข้อมูลหรือเงื่อนไขที่โจทย์กำหนดมาให้มีอะไรบ้าง สิ่งที่โจทย์บอกมาเพียงพอต่อการหาคำตอบหรือไม่ และสิ่งที่โจทย์ถามคืออะไร

2. วางแผนในการแก้ปัญหา เป็นขั้นตอนที่หาความสัมพันธ์ระหว่างสิ่งที่โจทย์บอกกับสิ่งที่โจทย์ถาม ค้นหาทฤษฎี สูตร บทนิยาม เพื่อนำมาใช้วางแผนในการแก้ปัญหาได้

3. ดำเนินการตามแผน เป็นขั้นตอนที่ดำเนินการตามแผนที่วางไว้

4. ตรวจสอบ เป็นขั้นตอนที่ตรวจสอบการดำเนินการแก้ปัญหาทั้งหมด และได้ผลเป็นไปตามที่ต้องการครบถ้วนหรือไม่

อรชร ภูบุญเดิม (2550, น. 17) ได้กล่าวถึงกระบวนการการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์มี 5 ขั้นตอน ดังนี้

ขั้นที่ 1 เป็นขั้นทำความเข้าใจปัญหา เป็นขั้นตอนของการวิเคราะห์โจทย์ปัญหา ว่าสิ่งที่โจทย์กำหนดมาให้คืออะไร และสิ่งที่โจทย์ถามคืออะไร

ขั้นที่ 2 ขั้นการสร้างตัวแทน เป็นขั้นตอนที่ผู้เรียนสามารถแสดงความเข้าใจออกมาในรูปของการสร้างตัวแทน ประกอบด้วย การวาดรูป การใช้ตาราง การเขียนสัญลักษณ์ต่างๆ แทนข้อความหรือการใช้วัตถุจริง ขั้นตอนนี้เป็นขั้นตอนการสร้างทำความเข้าใจสู่นามธรรมเป็นขั้นตอนการประมวลความคิด เพื่อนำเสนอออกมาให้เห็นเป็นรูปธรรมโดยการสร้างตัวแทนทางคณิตศาสตร์

ขั้นที่ 3 ขั้นการวางแผน เป็นขั้นตอนที่เสนอแนวความคิดหรือการสร้างทางเลือกในการแก้ปัญหา โดยที่นักเรียนต้องนำสิ่งที่ได้จากขั้นที่ 1 และ ขั้นที่ 2 เพื่อวางแผนในการแก้ปัญหา ว่าสิ่งที่โจทย์กำหนดกับสิ่งที่โจทย์ต้องการ โดยผู้แก้ปัญหาจะต้องเขียนความสัมพันธ์ให้ผู้ในรูปของสมการได้ หรือสามารถนำทฤษฎีบท สูตร ข้อเท็จจริงเข้ามาช่วยได้ด้วย

ขั้นที่ 4 ขั้นดำเนินการตามแผนที่ได้วางไว้ เป็นขั้นตอนที่นักเรียนลงมือปฏิบัติตามแผนที่วางไว้

ขั้นที่ 5 ขั้นการตรวจคำตอบ เป็นขั้นตอนการตรวจสอบคำตอบ ที่ได้ตามสถานการณ์ที่โจทย์กำหนด

ขนาด เชื้อสุวรรณทวี (2542, น. 50) ได้กล่าวถึงกระบวนการคิดแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ไว้ว่ามี 3 ขั้นตอน ประกอบด้วย

ขั้นที่ 1 วิเคราะห์ปัญหา เป็นขั้นทำความเข้าใจปัญหาที่กำหนดมาให้ โดยอาศัยทักษะการแปลความหมาย การวิเคราะห์ข้อมูล โจทย์ถามอะไรและให้ข้อมูลอะไรมาบ้าง จำแนกแยกแยะสิ่งที่เกี่ยวข้องกับปัญหา และสิ่งที่ไม่เกี่ยวข้องกันให้แยกออกจากกัน

ขั้นที่ 2 การวางแผนแก้ปัญหา เป็นขั้นวางแผนวิธีการ การกำหนดสิ่งที่ไม่ทราบและคิดหาวิธีการ รวมถึงการหาความสัมพันธ์ของสิ่งที่ไม่รู้เกี่ยวข้องกับสิ่งที่รู้แล้วอย่างไร หาวิธีการแก้ปัญหา มีการนำการใช้กฎเกณฑ์ หลักการ ทฤษฎีต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ เข้ามาประกอบกับข้อมูลที่มีอยู่แล้วสามารถนำเสนอออกมาในรูปของวิธีการ

ขั้นที่ 3 การคิดคำนวณหาคำตอบที่ถูกต้อง เป็นขั้นตอนที่มีการใช้กระบวนการคิดคำนวณ หาคำตอบที่ถูกต้องสมบูรณ์ที่สุด ดำเนินการวิธีการตามแผนที่วางไว้ จะต้องรู้จักวิธีการคำนวณที่ เหมาะสมตลอดจนตรวจสอบวิธีการและคำตอบด้วย

จากที่กล่าวมาข้างต้นสามารถสรุปขั้นตอนการแก้ปัญหาได้เป็น 4 ขั้นตอน ดังนี้

ขั้นที่ 1 ทำความเข้าใจปัญหา เป็นขั้นตอนที่พิจารณา ข้อมูลที่โจทย์กำหนดมาให้ มีอะไรบ้าง สิ่งที่โจทย์ถามคืออะไร

ขั้นที่ 2 วางแผนในการแก้ปัญหา เป็นขั้นตอนที่หาความสัมพันธ์ระหว่างสิ่งที่โจทย์บอกกับสิ่งที่โจทย์ถาม สิ่งที่กำหนดให้จะนำไปสู่คำตอบได้อย่างไรบ้าง

ขั้นที่ 3 ดำเนินการตามแผน เป็นขั้นตอนที่ดำเนินการตามแผนที่วางไว้ โดยใช้ทักษะการคำนวณ และวิธีการคำนวณที่ถูกต้อง

ขั้นที่ 4 ตรวจสอบคำตอบ เป็นขั้นตอนที่ตรวจสอบการดำเนินการแก้ปัญหา ทั้งหมด ตรวจสอบความสมเหตุสมผลของคำตอบให้สอดคล้องตามบริบทของสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ และสิ่งที่โจทย์ถาม

2.5 กลยุทธ์ที่ใช้ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาแต่ละกลยุทธ์มีจุดเด่น จุดด้อยแตกต่างกันไป การนำกลยุทธ์ไปใช้ขึ้นอยู่กับลักษณะของโจทย์ปัญหา นักการศึกษาแต่ละท่านแบ่งกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาไว้ดังนี้

Krulik และ Rudnick (1993, p. 43) กล่าวถึง กลยุทธ์ในการแก้ปัญหามีหลากหลาย จะต้องเลือกใช้ให้เหมาะสมกับปัญหา กลวิธีหนึ่งอาจเหมาะกับปัญหาหนึ่งๆ และได้เสนอกกลยุทธ์ที่สามารถนำมาในการแก้ปัญหา 8 ข้อ ดังนี้

1. การจำแนกแบบรูป (Pattern recognition)
2. การคิดย้อนกลับ (Working backwards)
3. การเดาคำตอบและตรวจสอบ (Guess and test)
4. การใช้การสร้างสถานการณ์จำลองหรือการทดลอง (Simulation or experimentation)
5. การใช้การย่อความ (Reduction)
6. การใช้องค์ความรู้ทางตรรกศาสตร์เชิงอนุมาน (Logical deduction)
7. การใช้การแจกแจงรายการ (Exhaustive listing)
8. การแสดงความหมายข้อมูล (Representing data) โดยใช้
 - 8.1 นิพจน์เชิงพีชคณิต (Algebraic expression)
 - 8.2 สมการ (Equation)
 - 8.3 กราฟ (Graph)

8.4 ตาราง (Table)

8.5 ไดอะแกรม (Diagram)

8.6 แผนภูมิ (Chart)

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2555, น. 11) ได้กล่าวถึงกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า นอกจากผู้เรียนจำเป็นต้องมีความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ที่เพียงพอแล้ว จำเป็นต้องเข้าใจกระบวนการแก้ปัญหาที่ดีอีกด้วย มีการเลือกใช้ยุทธวิธีแก้ปัญหาที่เหมาะสมและมีประสิทธิภาพ ถือเป็นปัจจัยที่ช่วยในการแก้ปัญหาได้ หากผู้เรียนมีความคุ้นเคยกับยุทธวิธีในการแก้ปัญหามากมาย และได้มีการฝึกฝนจนเกิดความชำนาญแล้วจะสามารถเลือกยุทธวิธีเหล่านั้นขึ้นมาใช้ได้ทันที จะเห็นว่าการใช้ยุทธวิธีในการแก้ปัญหาถือเป็นเครื่องมือที่สำคัญอย่างมากในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยที่บ่อยครั้งมีดังต่อไปนี้

1. การค้นหาแบบรูป เป็นการวิเคราะห์ปัญหาและค้นหาความสัมพันธ์ของข้อมูลที่มี ลักษณะเป็นระบบหรือเป็นแบบรูปในสถานการณ์ปัญหานั้นๆ แล้วคาดเดาคำตอบได้ โดยคำตอบที่ได้มาจะต้องได้รับการยอมรับว่าเป็นคำตอบที่ถูกต้อง และมีการผ่านการตรวจสอบยืนยัน ยุทธวิธีนี้มักจะใช้ในการแก้ปัญหาที่เกี่ยวข้องกับในเนื้อหาเรื่อง จำนวนและเรขาคณิต นอกจากนี้การฝึกฝนการค้นหาแบบรูปในเรื่องดังกล่าวเป็นประจำ จะช่วยในการพัฒนาความรู้สึกเชิงจำนวนและทักษะการสื่อสาร ซึ่งเป็นทักษะที่ช่วยให้สามารถประมาณและคาดคะเน สะท้อนความรู้ ความเข้าใจในแนวคิดทางคณิตศาสตร์และกระบวนการคิดของตนได้

2. การใช้ตาราง เป็นการจัดระบบข้อมูลใส่ในตาราง ตารางที่สร้างขึ้นจะช่วยให้การวิเคราะห์หาความสัมพันธ์ อันจะนำไปสู่การค้นพบแบบรูปหรือข้อชี้แนะอื่นๆ ตลอดจนช่วยให้ไม่หลงลืมหรือสับสนในกรณีใดกรณีหนึ่ง เมื่อต้องการแสดงกรณีที่เป็นไปได้ทั้งหมดของปัญหา

3. การเขียนภาพหรือแผนภาพ เป็นการอธิบายสถานการณ์และแสดงความสัมพันธ์ ของข้อมูลต่าง ๆ ของปัญหาด้วยภาพหรือแผนภาพ ซึ่งการเขียนภาพหรือแผนภาพ จะช่วยให้เข้าใจ ปัญหาได้ง่ายขึ้น และบางครั้งก็สามารถหาคำตอบของปัญหาได้โดยตรงจากภาพ

4. การแจงกรณีที่เป็นไปได้ทั้งหมด เป็นขั้นตอนการจัดข้อมูลโดยแยกเป็นกรณี ๆ ที่เกิดขึ้นทั้งหมดของปัญหา และจำเป็นต้องมีระบบในการดำเนินการ หากไม่มีระบบในการแจงกรณีที่เหมาะสมยุทธวิธีนี้ก็จะมีประสิทธิภาพ สำหรับยุทธวิธีนี้จะใช้ได้ดีถ้าปัญหานั้นมีจำนวนกรณีที่เป็นไปได้แน่นอน ถือว่าเป็นวิธีที่ได้รับความนิยม และบางครั้งเราอาจใช้การค้นหาแบบรูปและการใช้ตารางเข้ามาช่วยการแจงกรณีด้วยก็ได้

5. การคาดเดาและตรวจสอบ เป็นการพิจารณาข้อมูลและเงื่อนไขต่าง ๆ ที่ปัญหา กำหนดผสมผสานกับประสบการณ์เพิ่มเติมที่เกี่ยวข้องมาสร้างข้อความคาดการณ์ แล้วตรวจสอบ ความถูกต้องของข้อความคาดการณ์นั้น ถ้าการคาดเดาไม่ถูกต้องก็คาดเดาใหม่โดยอาศัย ประโยชน์ นักเรียนควรคาดเดาอย่างมีเหตุผลและมีทิศทาง เพื่อให้สิ่งที่คาดเดานั้นเข้าใจคำตอบที่ ต้องการมากที่สุด และได้คำตอบที่ครบถ้วนสมบูรณ์ตามเงื่อนไข

6. การทำงานแบบย้อนกลับ เป็นการวิเคราะห์ปัญหาที่พิจารณาจากผล ย้อนกลับ ไปสู่เหตุ โดยเริ่มจากข้อมูลที่ได้ในขั้นตอนสุดท้าย แล้วคิดย้อนขั้นตอนกลับมาสู่ข้อมูลที่ได้ ในขั้นตอน เริ่มต้น การคิดแบบย้อนกลับใช้ได้ดีกับการแก้ปัญหาที่ต้องการอธิบายถึงขั้นตอนการ ได้มาซึ่งคำตอบ

7. การใช้สมการและอสมการ เป็นวิธีในการหาความสัมพันธ์ของข้อมูลที่กำหนด ของปัญหาในรูปของสมการหรืออสมการก็ได้ สำหรับการแก้สมการผู้เรียนจำเป็นต้องวิเคราะห์ สถานการณ์ ปัญหาเพื่อหาว่า สิ่งที่เกี่ยวข้องกำหนดมาให้ และสิ่งที่ต้องการหาคืออะไร แล้วกำหนดตัว แปรหรือนิพจน์แทนสิ่งที่ต้องการหาหรือแทนสิ่งที่เกี่ยวข้องกับข้อมูลที่กำหนดมาให้ แล้วเขียน สมการหรืออสมการแสดงความสัมพันธ์ได้ สำหรับในการหาคำตอบของสมการหรืออสมการ มัก ใช้สมบัติของการเท่ากันมาช่วยในการแก้สมการ เช่น สมบัติสมมาตร สมบัติถ่ายทอด สมบัติการ บวกและการคูณ หากมีการใช้สมบัติของการเท่ากันมาช่วยแล้วจะเป็นมีการตรวจสอบความ สมเหตุสมผลของสมการหรืออสมการด้วยตามเงื่อนไขของปัญหา ยุทธวิธีนี้มักใช้ในปัญหาทาง คณิตศาสตร์ เรื่อง พีชคณิต

8. การเปลี่ยนมุมมอง เป็นการเปลี่ยนการคิดหรือมุมมองให้แตกต่างไปจากที่ ค้นเคย หรือที่ต้องทำตามขั้นตอนทีละตอน ทั้งนี้เพื่อให้ปัญหาแก้ได้ง่ายขึ้น ยุทธวิธีนี้มักใช้ในกรณี ที่แก้ปัญหา ด้วยยุทธวิธีอื่นไม่ได้ผล สิ่งสำคัญที่สุดของยุทธวิธีนี้คือ การเปลี่ยนมุมมองที่แตกต่างไป จากเดิม

9. การแบ่งเป็นปัญหาย่อย เป็นการแบ่งปัญหาใหญ่หรือปัญหาที่มีความซับซ้อน หลายขั้นตอนออกเป็นปัญหาย่อยหรือเป็นส่วนๆ ซึ่งในการแบ่งเป็นปัญหาย่อยนั้นนักเรียนอาจลด จำนวนของข้อมูลลง หรือเปลี่ยนให้เป็นปัญหาที่คุ้นเคยหรือเคยแก้ปัญหาที่นั้นมาก่อน

10. การให้เหตุผลทางตรรกศาสตร์ เป็นการอธิบายข้อความหรือข้อมูลที่ปรากฏ อยู่ในปัญหานั้นว่าเป็นจริง โดยใช้เหตุผลทางตรรกศาสตร์มาช่วยในการแก้ปัญหา บางปัญหาเขา ใช้การให้ เหตุผลทางตรรกศาสตร์ร่วมกับการคาดเดา และตรวจสอบหรือการเขียนภาพและ

แผนภาพ จนทำให้ บางครั้งเราไม่สามารถแยกการให้เหตุผลทางตรรกศาสตร์ออกจากยุทธวิธีอื่นได้อย่างชัดเจน ยุทธวิธีนี้ มักใช้บ่อยในปัญหาทางเรขาคณิตและพีชคณิต

11. การให้เหตุผลทางอ้อม เป็นการแสดงหรืออธิบายข้อความหรือข้อมูลที่ปรากฏอยู่ในปัญหานั้นว่าเป็นจริง โดยการสมมติว่าข้อความที่ต้องการแสดงนั้นเป็นเท็จ แล้วหาข้อขัดแย้ง ยุทธวิธีนี้มักใช้กับปัญหาที่ยากแก่การแก้ปัญหาโดยตรง และง่ายที่จะหาข้อขัดแย้งเมื่อกำหนดให้ข้อความที่จะแสดงเป็นเท็จ

จากข้อความข้างต้นสามารถสรุปได้ว่ากลยุทธ์ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์มีหลายแบบ เช่น การใช้ภาพ การใช้ตาราง การค้นหา จำแนกกรณี การคาดเดาและตรวจสอบ การทำย้อนกลับ การให้เหตุผลประกอบ เป็นต้น

2.6 การวัดและประเมินผลเกี่ยวกับความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์

Polya G. (1946, p. 5-40) ได้มีการนำเสนอรูปแบบการวัดความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ไว้ ซึ่งประกอบด้วยขั้นตอนดังต่อไปนี้

ขั้นที่ 1 ขั้นทำความเข้าใจในการแก้ปัญหา

มีพฤติกรรมชี้วัดความสามารถ คือ เมื่อผู้เรียนได้ทำการอ่านโจทย์แล้ว จำเป็นต้องบอกได้ว่า สิ่งที่โจทย์กำหนด และสิ่งที่ต้องการทราบอะไร และข้อเท็จจริงเป็นอย่างไร

ขั้นที่ 2 ขั้นวางแผนแก้ปัญหา

มีพฤติกรรมชี้วัดความสามารถ คือ ผู้เรียนสามารถใช้เงื่อนไขความจริงที่กำหนดให้ในการเข้ามาแก้ปัญหาได้ โดยสามารถแสดงลำดับขั้นตอนการแก้ปัญหาได้ถูกต้อง

ขั้นที่ 3 ขั้นตอนดำเนินการแก้ปัญหา

มีพฤติกรรมชี้วัดความสามารถ คือ ผู้เรียนมีความสามารถในการดำเนินการได้อย่างหลากหลาย เช่น การสร้างตาราง เขียนไดอแกรม เขียนสมการ และประโยคสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ โดยใช้ทักษะการคำนวณ

ขั้นที่ 4 ขั้นตอนตรวจคำตอบ

มีพฤติกรรมชี้วัดความสามารถ คือ ผู้เรียนสามารถพิจารณาความสมเหตุสมผลของคำตอบและสามารถสรุปความหมายของคำตอบได้

กรมวิชาการ และ สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2545b, น. 113-114) ได้มีการกล่าวถึงเกณฑ์การประเมินการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ไว้ว่า

ขั้นที่ 1 ขั้นทำความเข้าใจปัญหา

- 2 คะแนน สามารถทำความเข้าใจปัญหาได้ถูกต้อง ครบถ้วน
- 1 คะแนน สามารถทำความเข้าใจปัญหาบางส่วนไม่ถูกต้อง
- 0 คะแนน สามารถแสดงว่าเข้าใจน้อยมาก หรือไม่เข้าใจเลย

ขั้นที่ 2 การเลือกยุทธวิธีการแก้ปัญหา

- 2 คะแนน สามารถการเลือกวิธีการแก้ปัญหาได้ถูกต้องและเขียนประโยคคณิตศาสตร์ถูกต้อง ครบถ้วน
- 1 คะแนน สามารถมีการเลือกวิธีการแก้ปัญหาซึ่งจะนำไปสู่คำตอบที่ถูกต้องแต่ยังมีบางส่วน ผิด โดยอาจเขียนประโยคคณิตศาสตร์ไม่ถูกต้อง
- 0 คะแนน สามารถการเลือกวิธีการแก้ปัญหาได้ไม่ถูกต้อง

ขั้นที่ 3 การใช้ยุทธวิธีการแก้ปัญหา

- 2 คะแนน สามารถการนำยุทธวิธีการแก้ปัญหาไปใช้ได้ถูกต้อง ครบถ้วน
- 1 คะแนน สามารถการนำยุทธวิธีการแก้ปัญหาบางส่วนไปใช้ได้ถูกต้อง
- 0 คะแนน สามารถการนำยุทธวิธีการแก้ปัญหาได้ไม่ถูกต้อง

ขั้นที่ 4 การตอบคำถาม

- 2 คะแนน สามารถการตอบคำถามได้ถูกต้องและสมบูรณ์ ครบถ้วน
- 1 คะแนน สามารถการตอบคำถามที่ไม่สมบูรณ์ หรือใช้สัญลักษณ์ผิด
- 0 คะแนน ไม่มีการระบุคำตอบ หรือระบุคำตอบได้ไม่ถูกต้อง

จากที่กล่าวมาได้สรุป ในการวัดความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ด้วยวิธีการใช้ตัวแทนที่หลากหลาย ผู้วิจัยขอวัดความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ของนักเรียนตามกระบวนการของโพลยา 4 ขั้นตอน

- ขั้นที่ 1 ขั้นทำความเข้าใจปัญหา
- ขั้นที่ 2 ขั้นวางแผนการแก้ปัญหา
- ขั้นที่ 3 ขั้นดำเนินการตามแผน
- ขั้นที่ 4 ขั้นตรวจจบวิธีการและคำตอบที่ได้

และเกณฑ์การให้คะแนนแต่ละขั้น ดังนี้

1. ขั้นทำความเข้าใจปัญหา

- 2 หมายถึง เขียนสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ และสิ่งที่โจทย์ถามได้ถูกต้องครบถ้วน
- 1 หมายถึง เขียนสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ และสิ่งที่โจทย์ถามได้ถูกต้องบางส่วน
- 0 หมายถึง เขียนสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ และสิ่งที่โจทย์ถามไม่ถูกต้อง

2. ชั้นวางแผนการแก้ปัญหา

2 หมายถึง สามารถสร้างตัวแทนที่มีความสัมพันธ์กับสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ได้ อย่างถูกต้องครบถ้วน ชัดเจนได้

1 หมายถึง สามารถสร้างตัวแทนที่มีความสัมพันธ์กับสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ได้ ถูกต้องบางส่วน

0 หมายถึง ไม่สามารถตัวแทนที่มีความสัมพันธ์กับสิ่งที่โจทย์กำหนดได้

3. ชั้นดำเนินการแก้ปัญหา

2 หมายถึง มีกระบวนการแก้ปัญหาได้ถูกต้อง ครบถ้วน

1 หมายถึง มีกระบวนการแก้ปัญหาได้ถูกต้องเป็นบางส่วน

0 หมายถึง ไม่ได้เขียนตอบ หรือตอบคำถามที่เขียนไม่ถูกต้อง

4. ชั้นตรวจสอบคำตอบ

2 หมายถึง สามารถตรวจสอบคำตอบได้ถูกต้องชัดเจน

1 หมายถึง แนวทางการตรวจสอบคำตอบถูกต้องบางส่วน

0 หมายถึง ไม่มีการเขียนแสดงการตรวจสอบคำตอบ

2.7 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์

จินดาภรณ์ ช่วยสุข (2549, น. 74) ได้ทำการศึกษาเกี่ยวกับ การพัฒนาความสามารถ ในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ เรื่องการประยุกต์สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ของนักเรียนชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่เรียน ด้วยหนังสือเรียนเล่มเล็กโดยใช้กิจกรรมกลุ่ม จากการศึกษา พบว่า คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ของกลุ่มทดลอง เรื่อง การประยุกต์สมการเชิง เส้นตัวแปรเดียว หลังทดลองสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 60 อย่างมีนัยสำคัญที่ระดับ .01

ปิยะนาถ เหมวิเศษ (2551, น. 80) ได้ทำศึกษาเกี่ยวกับ การสร้างกิจกรรมการเรียน การสอนคณิตศาสตร์ที่เลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาที่หลากหลาย เพื่อเสริมสร้างความสามารถ ในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ทดลองกับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ผลการศึกษาพบว่า 1) กลุ่มทดลองมีความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์มากกว่า ร้อยละ 60 ของจำนวน นักเรียนทั้งหมดที่นัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 2) หลังจากทดลอง กลุ่มทดลองมีประสบการณ์ ในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์มากขึ้นและสามารถพัฒนาความสามารถในการทำความเข้าใจ ปัญหาคณิตศาสตร์ การเลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหา และการค้นหาคำตอบที่ถูกต้องได้ พร้อมทั้งสามารถเขียนแสดงคำอธิบายที่ชัดเจน กล่าวคือ ในการทำความเข้าใจปัญหาทาง

คณิตศาสตร์ สามารถใช้เวลามากขึ้นในการทำความเข้าใจสถานการณ์ปัญหาแสดงร่องรอยการคิดเขียนมากขึ้นในแสดงในขั้นทำความเข้าใจปัญหา และใช้เวลามากขึ้นในการซักถามหรืออภิปรายร่วมกับเพื่อนในกลุ่มเกี่ยวกับสถานการณ์ปัญหาและแนวคิดทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องที่จะทำมาใช้ในการแก้ปัญหา ก่อนลงมือแก้ปัญหา สำหรับการเลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหา สามารถเขียนภาพหรือแผนภาพได้มากขึ้นและเขียนชัดเจน สามารถปรับเปลี่ยนกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาได้เหมาะสมมากขึ้นอย่างมีประสิทธิภาพ รวมถึงสำหรับการค้นหาคำตอบที่ถูกต้องพร้อมทั้งคำอธิบายที่ชัดเจน นักเรียนเขียนคำอธิบายถึงกระบวนการค้นหาคำตอบได้มากขึ้น และนักเรียนที่ได้คำตอบที่ถูกต้องของปัญหามีจำนวนมากขึ้น

วิล โพรซัน (2557, น. 141) ได้ศึกษาเกี่ยวกับการพัฒนาความสามารถในการคิดแก้ปัญหา คณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่จัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐาน ซึ่งเป็นการวิจัยเชิงทดลอง ผลศึกษาพบว่า 1) ผลการเรียนรู้ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง พื้นที่ผิวและปริมาตรของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 หลังการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐานสูงกว่าก่อนการจัดการเรียนรู้ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 2) ความสามารถในการคิดแก้ปัญหา คณิตศาสตร์ เรื่อง พื้นที่ผิวและปริมาตรของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 หลังการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐาน อยู่ในระดับดี 3) ความคิดเห็นของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่มีต่อการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐานอยู่ในระดับเห็นด้วยมาก โดยนักเรียนเห็นด้วยมากในด้านบรรยากาศในการเรียนรู้เป็นอันดับที่ 1 รองลงมา คือ ด้านการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ และด้านประโยชน์ที่ได้รับจากการเรียนรู้

กมลกานต์ ศรีธิ (2560, น. 105) ได้ศึกษาเกี่ยวกับการวิจัยปฏิบัติการเพื่อพัฒนาการจัดการเรียนรู้แบบใช้ปัญหาเป็นฐานที่ส่งเสริมการเรียนรู้เรื่อง คณิตศาสตร์ เรื่อง ภาคตัดกรวย ทดลองกับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 จากผลการทดลอง พบว่า การจัดการเรียนการสอนโดยมีการจัดการเรียนรู้แบบใช้ปัญหาเป็นฐาน ผู้สอนควรเน้นการใช้สถานการณ์ที่เกี่ยวข้องกับวงกลมและวงรีในชีวิตประจำวันหรือที่ผู้เรียนเคยมีส่วนร่วมเพื่อกระตุ้นให้นักเรียนคิดสถานการณ์ของปัญหาในเชิงคณิตศาสตร์ ควรให้นักเรียนหาวิธีการแก้ปัญหาโดยการค้นคว้าด้วยตนเอง ควรออกแบบใบกิจกรรมเพื่อให้นักเรียนแก้ปัญหาตามลำดับขั้นตอน ควรให้คำแนะนำเพิ่มเติมแก่นักเรียนเกี่ยวกับหลักการและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ที่นักเรียนจะใช้ในการแก้ปัญหาเรื่องวงกลมและวงรี นอกจากนี้ผู้สอนควรมีการจัดกิจกรรมที่ส่งเสริมการเปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้เสนอแสดงวิธีแก้ปัญหาและตรวจสอบคำตอบหน้าชั้นเรียน ส่งเสริมการร่วมกันหาข้อสรุปทางคณิตศาสตร์แล้วตีความออกมาในบริบทของปัญหาโลกชีวิตจริง เชื่อมโยงในชีวิตประจำวันได้ ส่งผลให้นักเรียนส่วน

ใหญ่มีระดับการรู้คณิตศาสตร์อยู่ในระดับ ดี อีกทั้งโดยภาพรวมความสามารถของผู้เรียน พบว่ามีระดับความสามารถในกระบวนการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ด้านการคิดสถานการณ์ของปัญหาในเชิงคณิตศาสตร์อยู่ในระดับ ดีมาก

อรชร ภูบุญเดิม (2550, น.65) ที่ได้ศึกษาเกี่ยวกับความสามารถในการแก้ปัญหทางคณิตศาสตร์ เรื่อง โจทย์สมการของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โดยมีการจัดกิจกรรมโดยการใช้ตัวแทน (Representation) ผลการศึกษา พบว่า ความสามารถในการแก้ปัญหทางคณิตศาสตร์ เรื่อง โจทย์สมการของนักเรียนหลังการสอนการแก้โจทย์สมการโดยใช้การใช้ตัวแทน สูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 จะเห็นว่าการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์สามารถส่งเสริม ความสามารถ ในการแก้ ปัญหา ทาง คณิต ศาสตร์ ได้



บทที่ 3

วิธีดำเนินการวิจัย

การวิจัย เรื่อง ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้ตัวแทนที่หลากหลาย (MULTIPLE REPRESENTATIONS) ที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ เรื่อง ระบบสมการสองตัวแปร ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ความมุ่งหมายของการวิจัย คือ เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้ตัวแทนที่หลากหลาย ก่อนและหลังเรียน และเพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 หลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้ตัวแทนที่หลากหลาย (MULTIPLE REPRESENTATIONS) กับเกณฑ์ร้อยละ 70 ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยมีวิธีการดำเนินการและรวบรวมข้อมูลตามขั้นตอน ดังนี้

1. การกำหนดประชากรและการเลือกกลุ่มตัวอย่าง
2. การสร้างเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย
3. การเก็บรวบรวมข้อมูล
4. การจัดกระทำและการวิเคราะห์ข้อมูล

การกำหนดประชากรและการสุ่มกลุ่มตัวอย่าง

ประชากรที่ใช้ในการวิจัย

ประชากรที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2566 โรงเรียนสาธิตมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ปทุมวัน มีจำนวนห้องเรียนทั้งหมด 7 ห้องเรียน ซึ่งโรงเรียนจัดห้องเรียนแบบลดความสามารถ จำนวนนักเรียนรวม 350 คน

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัย

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนสาธิตมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ปทุมวัน ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2566 ที่ได้มาจากการสุ่มแบบกลุ่ม (Cluster Random sampling) จำนวน 1 ห้องเรียน จำนวน 48 คน จากนักเรียน 7 ห้องเรียนที่ลดความสามารถ

เนื้อหาที่ใช้ในการวิจัย

เนื้อหาที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ เป็นเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ในกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ รหัสวิชา ค23102 รายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน 6 ตามหลักสูตรสถานศึกษาขั้นพื้นฐานของโรงเรียนสาธิตมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ปทุมวัน เรื่อง ระบบสมการสองตัวแปร จำนวน 3 หัวข้อ ประกอบด้วย

1. ระบบสมการที่ประกอบด้วยสมการเชิงเส้นทั้งสองสมการ
2. ระบบสมการที่ประกอบด้วยสมการเชิงเส้นและสมการดีกรีสอง
3. ระบบสมการที่ประกอบด้วยสมการดีกรีสองทั้งสองสมการ

การดำเนินการในการวิจัย

การวิจัยใช้วิธีการทดลอง ในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2566 โดยดำเนินการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้ตัวแทนที่หลากหลาย ใช้เวลาทั้งหมด 12 คาบ จำนวน 10 แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ ประกอบด้วย ใช้เวลาในการทดลอง 10 คาบ คาบละ 50 นาที และมีการทดสอบก่อนเรียน (Pre-test) 1 คาบ ใช้เวลา 60 นาที และทดสอบหลังเรียน (Post-test) 1 คาบ ใช้เวลา 60 นาที

คาบที่ 1 ทดสอบก่อนเรียน เรื่อง ระบบสมการสองตัวแปร

คาบที่ 2 จัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่อง การแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร โดยใช้รูปภาพ ใช้ตาราง และการใช้กราฟในการหาคำตอบ

คาบที่ 3 จัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่อง การแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร โดยการใช้สัญลักษณ์ (โดยการแทนค่า และการกำจัดตัวแปร)

คาบที่ 4 จัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่อง โจทย์ปัญหา ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร โดยใช้ตัวแทนที่หลากหลาย

คาบที่ 5 จัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่อง ระบบสมการที่ประกอบด้วยสมการเชิงเส้นและสมการดีกรีสอง โดยใช้รูปภาพ ใช้ตาราง และการใช้กราฟในการหาคำตอบ

คาบที่ 6 จัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่อง ระบบสมการที่ประกอบด้วยสมการเชิงเส้นและสมการดีกรีสอง โดยการใช้สัญลักษณ์ (โดยการแทนค่า และการกำจัดตัวแปร)

คาบที่ 7 จัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่อง โจทย์ปัญหา เรื่อง ระบบสมการที่ประกอบด้วยสมการเชิงเส้นและสมการดีกรีสอง โดยใช้ตัวแทนที่หลากหลาย

คาบที่ 8 จัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่อง ระบบสมการที่ประกอบด้วย สมการดีกรีสองทั้งสองสมการ โดยใช้รูปภาพ ใช้ตาราง และการใช้กราฟในการหาคำตอบ

คาบที่ 9 จัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่อง ระบบสมการที่ประกอบด้วย สมการดีกรีสองทั้งสองสมการ โดยการใช้สัญลักษณ์ (โดยการแทนค่า และการกำจัดตัวแปร)

คาบที่ 10 จัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่อง โจทย์ปัญหา เรื่อง ระบบสมการที่ประกอบด้วยสมการดีกรีสองทั้งสองสมการ โดยใช้ตัวแทนที่หลากหลาย

คาบที่ 11 จัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่อง โจทย์ปัญหา เรื่อง ระบบสมการสองตัวแปร โดยใช้ตัวแทนที่หลากหลาย

คาบที่ 12 ทดสอบหลังเรียน เรื่อง ระบบสมการสองตัวแปร

การสร้างเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

เครื่องมือที่ใช้ในวิจัยครั้งนี้ ประกอบด้วย

1. แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้ตัวแทนที่หลากหลาย (MULTIPLE REPRESENTATIONS)

2. แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์

ขั้นตอนการสร้างเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

1.1 แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้ตัวแทนที่หลากหลาย (MULTIPLE REPRESENTATIONS) ขั้นตอนการสร้างแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ใช้การจัดการเรียนรู้ ซึ่งมีรายละเอียดดังนี้

1.1 ศึกษาพระราชบัญญัติการศึกษาแห่งชาติ (ฉบับที่ 1) พุทธศักราช 2542 และที่แก้ไขเพิ่มเติม (ฉบับที่ 4) พุทธศักราช 2562

1.2 ศึกษาหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551

1.3 ศึกษามาตรฐานการเรียนรู้และตัวชี้วัดกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551

1.4 ศึกษาแนวคิด ทฤษฎี ที่เกี่ยวข้องกับแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ โดยใช้ตัวแทนที่หลากหลาย จากเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

1.5 ศึกษาหลักสูตรสถานศึกษาของโรงเรียนสาธิตมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ปทุมวัน ซึ่งพัฒนามาจากหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

1.6 ศึกษามาตรฐานการเรียนรู้ และตัวชี้วัด รายละเอียดของสาระการเรียนรู้ กิจกรรมการเรียนรู้ การวัดประเมินผล แล้วแบ่งเนื้อหาให้เหมาะสมกับเวลาที่ดำเนินการสอน

1.7 วิเคราะห์เนื้อหาและจุดประสงค์การเรียนรู้คณิตศาสตร์ วิเคราะห์ความสอดคล้องระหว่างจุดประสงค์การเรียนรู้กับกระบวนการ การจัดกิจกรรมการเรียนรู้

1.8 วางแผนการสร้างแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ใช้ตัวแทนที่หลากหลาย (MULTIPLE REPRESENTATIONS) เรื่อง ระบบสมการสองตัวแปร ซึ่งใช้การจัดการเรียนการสอน 10 คาบ

1.9 สร้างแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ให้สอดคล้องกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ โดยใช้ตัวแทนที่หลากหลาย (MULTIPLE REPRESENTATIONS) เรื่อง ระบบสมการสองตัวแปร จำนวน 10 แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ ใช้สอน 10 คาบ โดยแต่ละแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แต่ละแผนระบุรายละเอียด ประกอบด้วย สาระ มาตรฐานการเรียนรู้ ตัวชี้วัด สมรรถนะ สาระสำคัญ จุดประสงค์การเรียนรู้ สาระการเรียนรู้ กิจกรรมการเรียนรู้ ประกอบด้วย ชี้นำเข้าสู่บทเรียน ขั้นตอนกิจกรรม และขั้นสรุป สื่อการเรียนรู้ ภาระงาน การวัดและประเมินผลความรู้ แบบประเมินพฤติกรรมนักเรียน

1.10 นำแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ใช้ตัวแทนที่หลากหลาย (MULTIPLE REPRESENTATIONS) เรื่อง ระบบสมการสองตัวแปร ที่ผู้วิจัยสร้างเสร็จแล้วเสนอต่ออาจารย์ที่ปรึกษาปริญญาโท และผู้เชี่ยวชาญด้านการสอนคณิตศาสตร์ จำนวน 3 ท่าน เพื่อตรวจสอบความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหา ความชัดเจน และความถูกต้องของผลการเรียนรู้ที่คาดหวังกับเนื้อหาและกิจกรรม สื่อการเรียนรู้ และความสอดคล้องระหว่างผลการเรียนรู้ที่คาดหวังกับการวัดผลและการประเมินผลการเรียนรู้ เพื่อนำข้อเสนอแนะมาปรับปรุงแก้ไข โดยได้ผลการประเมินแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ มีค่า IOC เท่ากับ 1 ทุกแผนการจัดกิจกรรม

1.11 ปรับปรุงแก้ไขตามคำแนะนำของผู้เชี่ยวชาญทั้ง 3 ท่าน

1.12 นำแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ผ่านการปรับปรุงแก้ไขตามข้อเสนอแนะ เรียบร้อยตามคำแนะนำของผู้เชี่ยวชาญ แล้วเสนอต่ออาจารย์ที่ปรึกษาตรวจสอบพิจารณาอีกครั้ง แล้วนำมาปรับปรุงแก้ไขให้เรียบร้อยเพื่อนำไปใช้ในการวิจัยกับกลุ่มตัวอย่าง

2. แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ เรื่อง ระบบสมการสองตัวแปร ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3

แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ เป็นแบบทดสอบที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นตามแนวคิดของโพลยา (Polya) เพื่อใช้ในการวัดความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้ตัวแทนที่หลากหลาย (MULTIPLE REPRESENTATIONS) เป็นการแสดงความคิดออกมาให้เห็นในรูปแบบต่างๆ ตามความคิดความเข้าใจของนักเรียน โดยอาจใช้รูปแบบการวาดภาพ การสร้างตาราง ใช้กราฟ การใช้สัญลักษณ์หรือตัวแปร แบบทดสอบฉบับนี้เป็นแบบทดสอบอัตนัย จำนวน 3 ข้อ คิดเป็น 30 คะแนน ใช้เวลา 60 นาที โดยมีเนื้อหาในระดับมัธยมศึกษาปีที่ 3 เรื่อง ระบบสมการสองตัวแปร ผู้วิจัยดำเนินการสร้างแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ซึ่งมีรายละเอียดดังนี้

1. ศึกษาหลักสูตร คู่มือครู แบบเรียน หนังสือเรียนสาระการเรียนรู้พื้นฐานคณิตศาสตร์ ระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น ตามหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2561 เพื่อเป็นแนวทางในการสร้างแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์

2. ศึกษาวิธีสร้างแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ จากเอกสาร และตำราเกี่ยวกับเทคนิคการสร้าง

3. ศึกษาเนื้อหา และจุดประสงค์การเรียนรู้ของวิชาคณิตศาสตร์ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 เรื่อง ระบบสมการสองตัวแปร จากหลักสูตร แบบเรียนและเอกสารที่เกี่ยวข้อง

4. สร้างแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ เรื่อง ระบบสมการสองตัวแปร ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่เป็นอัตนัย (Essay Test) โดยให้ผู้สอบพิจารณาโจทย์ที่กำหนดให้และเขียนวิธีคิด วิธีคำนวณ หรือเหตุผลในการแก้ปัญหา ที่กำหนดให้จำนวน 5 ข้อ ตามกระบวนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ของโพลยา ซึ่งผู้วิจัยได้กำหนดไว้ 4 ขั้นตอน

4.1 ขั้นทำความเข้าใจปัญหา เป็นขั้นให้วิเคราะห์ปัญหาว่า สิ่งที่โจทย์กำหนด และสิ่งที่โจทย์ต้องการหาคืออะไร

4.2 ขั้นวางแผนการแก้ปัญหา เป็นขั้นที่ต้องพิจารณาความสัมพันธ์ของสิ่งที่โจทย์กำหนดให้กับสิ่งที่โจทย์ต้องการให้หาว่าจะทำอย่างไร และจะนำความรู้เรื่องอะไรไปใช้ในการช่วยในการหาคำตอบ

4.3 ขั้นดำเนินการตามแผน เป็นขั้นที่ลงมือปฏิบัติตามแผนที่วางไว้

4.4 ขั้นตรวจสอบคำตอบ เป็นขั้นตรวจสอบผลของการทำว่าถูกต้องหรือไม่ และมีสมเหตุสมผลหรือไม่

5. นำแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ นำส่งอาจารย์ที่ปรึกษาปริญญาโทตรวจสอบก่อนนำไปให้ผู้เชี่ยวชาญจำนวน 3 ท่านตรวจสอบความถูกต้องและความเหมาะสมเชิงเนื้อหา เพื่อหาดัชนีความสอดคล้องของแต่ละข้อ โดยพิจารณาจากค่าดัชนีความสอดคล้องเนื้อหาของแบบวัด (Item - Objective : IOC) ที่มีค่ามากกว่าหรือเท่ากับ 0.50 ขึ้นไป แล้วนำข้อเสนอนี้มาปรับปรุงแก้ไข ซึ่งข้อสอบจำนวน 5 ข้อ มีค่า IOC เท่ากับ 1 ทุกข้อ

6. นำแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ที่ผ่านการตรวจสอบคุณภาพโดยผู้เชี่ยวชาญแล้วไปทดสอบเก็บข้อมูลกับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนสาธิตมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ปทุมวัน ที่เคยผ่านการเรียน เรื่อง ระบบสมการสองตัวแปรมาเรียบร้อยแล้ว จำนวน 48 คน เพื่อหาคุณภาพของแบบทดสอบและคัดเลือกข้อสอบ

7. นำผลการทดสอบมาตรวจให้คะแนนเป็นรายข้อ ตามเกณฑ์การให้คะแนนแบบรูบรีค (Rubric scoring) ที่เกณฑ์การให้คะแนนแบบรูบรีค (Rubric) แบบแยกองค์ประกอบ (Analytic Score) ซึ่งกำหนดการให้คะแนนตั้งแต่ 0 – 2 ในแต่ละขั้นของการแก้ปัญหา ซึ่งผู้วิจัยได้ปรับปรุงจากเกณฑ์การให้คะแนนแบบเกณฑ์ย่อย จากสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2555, น 128-129) ดังต่อไปนี้

1. ขั้นทำความเข้าใจปัญหา

0 หมายถึง เขียนสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ และสิ่งที่โจทย์ถามไม่ถูกต้อง

1 หมายถึง เขียนสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ และสิ่งที่โจทย์ถามได้ถูกต้องบางส่วน

2 หมายถึง เขียนสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ และสิ่งที่โจทย์ถามได้ถูกต้องครบถ้วน

2. ขั้นวางแผนการแก้ปัญหา

0 หมายถึง ไม่สามารถสร้างตัวแทนที่มีความสัมพันธ์กับสิ่งที่โจทย์กำหนดได้

1 หมายถึง สามารถสร้างตัวแทนที่มีความสัมพันธ์กับสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ได้ถูกต้องบางส่วน

2 หมายถึง สามารถสร้างตัวแทนที่มีความสัมพันธ์กับสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ได้ถูกต้องครบถ้วน ชัดเจน

3. ขั้นดำเนินการแก้ปัญหา

0 หมายถึง ไม่เขียนตอบ หรือตอบคำถามไม่ถูกต้อง

1 หมายถึง มีกระบวนการแก้ปัญหาได้ถูกต้องเป็นบางส่วน

2 หมายถึง มีกระบวนการแก้ปัญหาได้ถูกต้องครบถ้วน

4. ขั้นตรวจสอบคำถาม

0 หมายถึง ไม่มีการตรวจสอบคำตอบ

1 หมายถึง แนวทางการตรวจสอบคำตอบถูกต้องบางส่วน

2 หมายถึง ตรวจสอบคำตอบได้ถูกต้องชัดเจน

เกณฑ์การวัดและการประเมินความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ผู้แทนที่หลากหลาย เรื่อง ระบบสมการสองตัวแปร ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 มีดังนี้

ดีเยี่ยม	80 – 100 หมายถึง ความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์อยู่ในระดับ
ดีมาก	75 – 79 หมายถึง ความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์อยู่ในระดับ ดี
ค่อนข้างดี	70 – 74 หมายถึง ความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์อยู่ในระดับ ดี
พอใจ	65 – 69 หมายถึง ความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์อยู่ในระดับ
พอใช้	60 – 64 หมายถึง ความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์อยู่ในระดับ น่า
ผ่านเกณฑ์ขั้นต่ำ	55 – 59 หมายถึง ความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์อยู่ในระดับ
ต่ำกว่าเกณฑ์	50 – 54 หมายถึง ความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์อยู่ในระดับ
	0 – 49 หมายถึง ความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์อยู่ในระดับ ต่ำ

8. นำผลจากข้อที่ 7 มาวิเคราะห์ข้อสอบหาค่าความง่าย (P_E) และค่าอำนาจจำแนก (D) คัดเลือกข้อสอบที่มีค่าความง่ายตั้งแต่ 0.42 – 0.58 และมีค่าอำนาจจำแนกตั้งแต่ 0.50-0.79 จำนวน 3 ข้อ และหาค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบแบบอัตนัยโดยใช้สูตรสัมประสิทธิ์แอลฟา (α - coefficient) ของครอนบร็ค (ล้วน สายยศ, 2543, น. 210-212) ซึ่งแบบทดสอบฉบับนี้มีค่าความเชื่อมั่นเท่ากับ 0.72 แล้วเสนอต่ออาจารย์ที่ปรึกษาปริญญาโทเพื่อตรวจสอบ

9. นำแบบทดสอบที่ผ่านการตรวจสอบและแก้ไข ไปจัดทำแบบทดสอบฉบับสมบูรณ์ เพื่อนำไปใช้กับกลุ่มตัวอย่าง ต่อไป

การดำเนินการวิจัย

แบบแผนการวิจัย

แบบแผนที่ใช้ในการวิจัยเป็นการวิจัยแบบ One-Group Pretest – Posttest Design (ล้วน สายยศ และ อังคณา สายยศ, 2538, น. 249) ดังตาราง 1

ตาราง 1 แบบแผนการวิจัย

กลุ่ม	สอบก่อนเรียน	ทดลอง	สอบหลังเรียน
E	T ₁	X	T ₂

สัญลักษณ์ที่ใช้ในแบบแผนการทดลอง

E แทน	กลุ่มทดลอง
X แทน	การจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้ตัวแทนที่หลากหลาย (MULTIPLE REPRESENTATIONS)
T ₁ แทน	การสอบก่อนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้ตัวแทนที่หลากหลาย
T ₂ แทน	การสอบหลังการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้ตัวแทนที่หลากหลาย

วิธีดำเนินการวิจัย

ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยได้ดำเนินการทดลองตามขั้นตอนต่อไปนี้

1. จัดทำหนังสือขอเก็บข้อมูลการวิจัยโดยขอความร่วมมือกับโรงเรียนสาธิตมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ปทุมวัน เรื่องการใช้เป็นกลุ่มตัวอย่างของการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยดำเนินการสอนด้วยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้ตัวแทนที่หลากหลาย (Multiple Representations) เรื่อง ระบบสมการสองตัวแปร ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 พร้อมแนบเอกสารการผ่านการพิจารณาการขอจริยธรรมในมนุษย์

2. ชี้แจงให้นักเรียนที่เป็นกลุ่มตัวอย่างทราบถึงการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้ตัวแทนที่หลากหลาย (MULTIPLE REPRESENTATIONS) เรื่อง ระบบสมการสองตัวแปร ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 เพื่อให้นักเรียนได้ปฏิบัติตนได้ถูกต้อง และแจกเอกสารชี้แจง

ผู้เข้าร่วมการวิจัยเป็นหนังสือให้ความยินยอมเข้าร่วมในโครงการวิจัย เพื่อให้ผู้เข้าร่วมการวิจัยลงนามแสดงการยินยอม/ไม่ยินยอมในการเข้าร่วมการวิจัย

3. นำแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ที่ได้สร้างขึ้นจำนวน 3 ข้อ ทดสอบกับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนสาธิตมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ปทุมวัน ที่เป็นกลุ่มตัวอย่าง ใช้เวลา 60 นาที แล้วบันทึกคะแนนกลุ่มตัวอย่างที่ได้รับจากการทดสอบครั้งนี้เป็นคะแนนทดสอบก่อนเรียน (Pretest)

4. ดำเนินการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้ตัวแทนที่หลากหลาย (MULTIPLE REPRESENTATIONS) เรื่อง ระบบสมการสองตัวแปร ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โดยใช้เวลาการสอน 10 คาบ คาบละ 50 นาที

5. เมื่อดำเนินการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้ตัวแทนที่หลากหลาย (MULTIPLE REPRESENTATIONS) เรื่อง ระบบสมการสองตัวแปร ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ครบเรียบร้อยแล้ว ทำการทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ด้วยแบบทดสอบฉบับเดียวกับแบบทดสอบก่อนเรียน ใช้เวลา 60 นาที และบันทึกผลการทดสอบให้เป็นคะแนนหลังเรียน (Posttest)

6. ตรวจสอบให้คะแนนแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ นำคะแนนที่ได้วิเคราะห์วิธีทางสถิติเพื่อตรวจสอบสมมติฐานต่อไป

การจัดกระทำและวิเคราะห์ข้อมูล

การวิเคราะห์ข้อมูล

ในการทดลองครั้งนี้ ผู้วิจัยมีลำดับขั้นตอนในการวิเคราะห์ข้อมูล ดังนี้

1. เปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ก่อนและหลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้ตัวแทนที่หลากหลาย (MULTIPLE REPRESENTATIONS) เรื่อง ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร โดยใช้สถิติ t - test for Dependent Samples

2. เปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 หลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้ตัวแทนที่หลากหลาย (MULTIPLE REPRESENTATIONS) เรื่อง ระบบสมการสองตัวแปร กับเกณฑ์ร้อยละ 70 โดยใช้สถิติ t - test for one sample

สถิติที่ใช้วิเคราะห์ข้อมูล

ในการทดลองครั้งนี้ ผู้วิจัยได้ใช้สถิติการวิเคราะห์ข้อมูล ดังต่อไปนี้

1. สถิติพื้นฐาน

1.1 ค่าเฉลี่ยเลขคณิต (Mean) โดยคำนวณจากสูตร (ล้วน สายยศ และ อังคณา สายยศ, 2538, น. 73)

$$\bar{X} = \frac{\sum X}{n}$$

เมื่อ \bar{X} แทน คะแนนเฉลี่ย

$\sum X$ แทน ผลรวมของคะแนนทั้งหมด

n แทน จำนวนนักเรียนในกลุ่มตัวอย่าง

1.2 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน โดยคำนวณจากสูตร (ล้วน สายยศ และ อังคณา สายยศ, 2538, น. 73)

$$S = \sqrt{\frac{n \sum X^2 - (\sum X)^2}{n(n-1)}}$$

เมื่อ S แทน ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนน

$\sum X^2$ แทน ผลรวมทั้งหมดของคะแนนแต่ละตัวยกกำลังสอง

$(\sum X)^2$ แทน ผลรวมของคะแนนทั้งหมดยกกำลังสอง

n แทน จำนวนนักเรียนในกลุ่มตัวอย่าง

2. สถิติเพื่อหาคุณภาพเครื่องมือ

2.1 หาดัชนีความสอดคล้องของแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหา คณิตศาสตร์ โดยคำนวณจากสูตร (ล้วน สายยศ, 2543, น. 248-249)

$$IOC = \frac{\sum R}{N}$$

เมื่อ IOC แทน ดัชนีความสอดคล้องระหว่างข้อคำถามกับคุณลักษณะ

พฤติกรรม

$\sum R$ แทน ผลรวมของคะแนนความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญทั้งหมด

N แทน จำนวนผู้เชี่ยวชาญ

2.2 หาค่าความยากง่ายของแบบทดสอบความสามารถในการแก้ปัญหา
คณิตศาสตร์ทางคณิตศาสตร์เป็นรายข้อ โดยตัดคะแนนกลุ่มคะแนนกลุ่มเก่งและกลุ่มอ่อน 25
เปอร์เซ็นต์ แล้วแทนค่าในสูตร (ล้วน สายยศ และ อังคณา สายยศ, 2539, น. 199-200)

$$P_E = \frac{S_U + S_L - (2NX_{\min})}{2N(X_{\max} - X_{\min})}$$

เมื่อ P_E	แทน	ดัชนีความยากง่าย
S_U	แทน	ผลรวมของคะแนนกลุ่มเก่ง
S_L	แทน	ผลรวมของคะแนนกลุ่มอ่อน
N	แทน	จำนวนผู้เข้าสอบของกลุ่มเก่งหรือกลุ่มอ่อน
X_{\max}	แทน	คะแนนที่นักเรียนทำได้สูงสุด
X_{\min}	แทน	คะแนนที่นักเรียนทำได้ต่ำสุด

2.3 หาค่าอำนาจจำแนกของแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหา
คณิตศาสตร์เป็นรายข้อ โดยตัดกลุ่มคะแนนกลุ่มเก่งและกลุ่มอ่อน 25 เปอร์เซ็นต์แล้วแทนค่าใน
สูตร (ล้วน สายยศ และ อังคณา สายยศ, 2539, น. 201)

$$D = \frac{S_U - S_L}{N(X_{\max} - X_{\min})}$$

เมื่อ D	แทน	ค่าอำนาจจำแนก
S_U	แทน	ผลรวมของคะแนนกลุ่มเก่ง
S_L	แทน	ผลรวมของคะแนนกลุ่มอ่อน
N	แทน	จำนวนผู้เข้าสอบของกลุ่มเก่งหรือกลุ่มอ่อน
X_{\max}	แทน	คะแนนที่นักเรียนทำได้สูงสุด
X_{\min}	แทน	คะแนนที่นักเรียนทำได้ต่ำสุด

2.4 ค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหา
คณิตศาสตร์ โดยการหาสัมประสิทธิ์แอลฟา (α - coefficient) โดยใช้สูตรครอนบัค (Cronbach)
(ล้วน สายยศ และ อังคณา สายยศ, 2539, น. 200)

$$\alpha = \frac{n}{n-1} \left[1 - \frac{\sum S_i^2}{S_t^2} \right]$$

เมื่อ α แทน ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น

n แทน จำนวนข้อสอบ

S_i^2 แทน คะแนนความแปรปรวนเป็นรายข้อ

S_t^2 แทน คะแนนความแปรปรวนของข้อสอบทั้งฉบับ

$$S_i^2 = \frac{N \sum X_i^2 - (\sum X)^2}{N(N-1)}$$

เมื่อ S_i^2 แทน คะแนนความแปรปรวนเป็นรายข้อ

$\sum X_i$ แทน ผลทั้งหมดของคะแนนในข้อที่ i

$\sum X_i^2$ แทน ผลรวมของคะแนนแต่ละคนยกกำลังในข้อที่ i

N แทน จำนวนคนเข้าสอบ

3. สถิติที่ใช้ทดสอบสมมุติฐาน

3.1 ใช้วิธีการทางสถิติแบบ t-test for Dependent Samples เพื่อเปรียบเทียบ
ความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ก่อนและหลังได้รับ
การจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้ตัวแทนที่หลากหลาย (MULTIPLE REPRESENTATIONS) จาก
สูตร

$$t = \frac{\sum D}{\sqrt{\frac{n \sum D^2 - (\sum D)^2}{n-1}}}; df = n - 1$$

เมื่อ t แทน ค่าสถิติที่ใช้พิจารณาใน t - distribution

$\sum D$ แทน ผลรวมของความแตกต่างระหว่างคะแนนการทดสอบ
หลังและก่อนได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้ตัวแทนที่หลากหลาย (MULTIPLE
REPRESENTATIONS)

$(\sum D)^2$ แทน ผลรวมกำลังสองของความแตกต่างระหว่าง
คะแนนการทดสอบหลังและก่อนได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้ตัว
แทนที่หลากหลาย (MULTIPLE REPRESENTATIONS)

n แทน ขนาดของกลุ่มตัวอย่าง

3.2 ใช้วิธีการทางสถิติแบบ t - test one group เพื่อเปรียบเทียบความสามารถใน
การแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 เรื่อง ระบบสมการสองตัวแปร หลัง
ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้ตัวแทนที่หลากหลาย (MULTIPLE REPRESENTATIONS)
กับ เกณฑ์ร้อยละ 70 จากสูตร

$$t = \frac{\bar{X} - \mu_0}{\frac{S}{\sqrt{n}}} ; df = n - 1$$

เมื่อ t แทน ค่าสถิติที่ใช้พิจารณาใน t - distribution
 \bar{X} แทน ค่าเฉลี่ยของกลุ่มตัวอย่าง
 μ_0 แทน ค่าเฉลี่ยที่ใช้เป็นเกณฑ์
 S แทน ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของกลุ่มตัวอย่าง
 n แทน จำนวนนักเรียนในกลุ่มตัวอย่าง

บทที่ 4

ผลการวิเคราะห์ข้อมูล

ในการวิเคราะห์ข้อมูลเพื่อศึกษาและเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ เรื่อง ระบบสมการสองตัวแปร ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้ตัวแทนที่หลากหลาย (MULTIPLE REPRESENTATIONS) ผู้วิจัยได้นำเสนอผลการวิเคราะห์ข้อมูล ตามลำดับ ข้อต่อไปนี้

1. ผลการวิเคราะห์ข้อมูลการเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ เรื่อง ระบบสมการสองตัวแปร ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้ตัวแทนที่หลากหลาย (MULTIPLE REPRESENTATIONS) ก่อนและหลังเรียน

2. ผลการวิเคราะห์ข้อมูลการเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ เรื่อง ระบบสมการสองตัวแปร ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 หลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้ตัวแทนที่หลากหลาย (MULTIPLE REPRESENTATIONS) กับเกณฑ์ร้อยละ 70

สัญลักษณ์ที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล

ในการอ่านผลการวิเคราะห์ข้อมูลและแปลผลข้อมูล ผู้วิจัยได้กำหนดสัญลักษณ์ต่าง ๆ ที่ใช้แทนความหมาย ดังนี้

n	แทน	จำนวนนักเรียนในกลุ่มตัวอย่าง
\bar{x}	แทน	คะแนนเฉลี่ย
$S.D.$	แทน	ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน
t	แทน	ค่าสถิติที่ใช้ในการพิจารณา t - Distribution
μ_0	แทน	ค่าเฉลี่ยที่ใช้เป็นเกณฑ์
*	แทน	มีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

ผลการวิเคราะห์ข้อมูล

1. ผลการวิเคราะห์ข้อมูลการเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหา
คณิตศาสตร์ เรื่อง ระบบสมการสองตัวแปร ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ได้รับการ
จัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้ตัวแทนที่หลากหลาย (MULTIPLE REPRESENTATIONS)
ก่อนและหลังเรียน โดยใช้สถิติ t-test for dependent samples ดังแสดงตาราง 2

ตาราง 2 ผลการวิเคราะห์ข้อมูลการเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหา
คณิตศาสตร์ เรื่อง ระบบสมการสองตัวแปร ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ได้รับการจัดกิจกรรม
การเรียนรู้โดยใช้ตัวแทนที่หลากหลาย (MULTIPLE REPRESENTATIONS) ก่อนและหลังเรียน

การทดสอบ	<i>n</i>	\bar{x} (คะแนนเต็ม 30 คะแนน)	<i>S.D.</i>	<i>t</i>	<i>p-value</i>
ก่อนเรียน	48	19.08	8.93	6.102*	<0.001
หลังเรียน	48	24.13	6.22		

$$t_{(0.05;df 47)} = 1.6779$$

*มีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

จากตาราง 2 พบว่า นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้
โดยใช้ตัวแทนที่หลากหลาย (MULTIPLE REPRESENTATIONS) มีความสามารถในการ
แก้ปัญหาคณิตศาสตร์ เรื่อง ระบบสมการสองตัวแปร หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน อย่างมีนัยสำคัญ
ทางสถิติที่ระดับ .05 โดยมีคะแนนเฉลี่ยหลังเรียนเท่ากับ 24.13 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน 6.22 มี
คะแนนเฉลี่ยก่อนเรียนเท่ากับ 19.08 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน 8.93

2. ผลการเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ เรื่อง ระบบสมการสองตัวแปร ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 หลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้ตัวแทนที่หลากหลาย (MULTIPLE REPRESENTATIONS) กับเกณฑ์ร้อยละ 70 โดยใช้ t-test one group ดังแสดงตาราง 3

ตาราง 3 ผลการวิเคราะห์ข้อมูลการเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ เรื่อง ระบบสมการสองตัวแปร ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 หลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้ตัวแทนที่หลากหลาย (MULTIPLE REPRESENTATIONS) กับเกณฑ์ร้อยละ 70

การทดสอบ	n	\bar{x} (คะแนนเต็ม 30 คะแนน)	S.D.	μ_0 (70%)	t	ร้อยละของ คะแนนเฉลี่ย
หลังเรียน	48	24.13	6.22	21	3.49*	80.43

$$t_{(.05;df 47)} = 1.6779$$

* มีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

จากตาราง 3 พบว่า ความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ เรื่อง ระบบสมการสองตัวแปร ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 หลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้ตัวแทนที่หลากหลาย (MULTIPLE REPRESENTATIONS) สูงกว่าเกณฑ์ ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 โดยมีคะแนนเฉลี่ยคิดเป็นร้อยละ 80.43 เมื่อเทียบกับเกณฑ์ร้อยละ 70 ถือว่า อยู่ในระดับ ดีเยี่ยม

บทที่ 5

สรุป อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ

การวิจัย เรื่อง ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้ตัวแทนที่หลากหลาย (MULTIPLE REPRESENTATIONS) ที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ เรื่อง ระบบสมการสองตัวแปร ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 สามารถสรุปสาระสำคัญและผลการวิจัยได้ดังนี้

1. สรุปผลการวิจัย
2. อภิปรายผลการวิจัย
3. ข้อเสนอแนะ

สรุปผลการวิจัย

1. คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ เรื่อง ระบบสมการสองตัวแปร ของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้ตัวแทนที่หลากหลาย (MULTIPLE REPRESENTATIONS) หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

2. คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ เรื่อง ระบบสมการสองตัวแปร ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 หลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้ตัวแทนที่หลากหลาย (MULTIPLE REPRESENTATIONS) คิดเป็นร้อยละ 80.43 สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ .05

อภิปรายผลการวิจัย

การศึกษาค้นคว้าความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ เรื่อง ระบบสมการสองตัวแปร ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ผู้วิจัยได้ดำเนินการศึกษาอย่างเป็นขั้นตอนภายใต้กรอบแนวคิด ทฤษฎี และงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง และได้นำไปทดลองการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้ตัวแทนที่หลากหลาย (MULTIPLE REPRESENTATIONS) ซึ่งผลการทดลองเป็นไปตามสมมติฐานการวิจัย ทุกข้อ จึงกล่าวได้ว่าการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้ตัวแทนที่หลากหลาย (MULTIPLE

REPRESENTATIONS) สามารถพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียน ซึ่งผู้วิจัยได้นำมาอภิปรายผลดังนี้

1. ความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ เรื่อง ระบบสมการสองตัวแปร ของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้ตัวแทนที่หลากหลาย (MULTIPLE REPRESENTATIONS) หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 เนื่องจากการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้ตัวแทนที่หลากหลาย (MULTIPLE REPRESENTATIONS) เป็นรูปแบบการสอนที่ให้นักเรียนมีประสบการณ์ในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้ตัวแทนที่หลากหลายมากขึ้น ประกอบด้วย การใช้รูปภาพ, การใช้ตาราง, การใช้กราฟ และการใช้สัญลักษณ์ (การแทนค่าและการกำจัดตัวแปร) ในการเข้ามาช่วยแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ นักเรียนสามารถฝึกฝนการใช้ตัวแทนที่หลากหลายจนเกิดความชำนาญผ่านการทำกิจกรรมกลุ่ม และพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์อย่างเป็นขั้นตอน เห็นได้จากนักเรียนลงมือทำตามขั้นตอนดังนี้ ขั้นที่ 1 ทำความเข้าใจปัญหา ขั้นนี้นักเรียนสามารถวิเคราะห์สิ่งที่โจทย์กำหนดมาให้และสิ่งที่โจทย์ต้องการถามหาได้ โดยการบันทึกลงในใบกิจกรรม ขั้นที่ 2 ขั้นการวางแผนการแก้ปัญห นักเรียนสามารถวางแผนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์โดยการเลือกใช้ตัวแทนที่เหมาะสมกับบริบทของโจทย์ ขั้นที่ 3 ขั้นการดำเนินการตามแผน นักเรียนแสดงวิธีการหาคำตอบตามแนวทางที่ตนเองเลือก/กำหนดไว้ในขั้นที่ 2 ขั้นนี้นักเรียนสามารถนำเขียนแสดงข้อมูลที่โจทย์กำหนดมาให้นำมาดำเนินการเพื่อหาคำตอบที่สมบูรณ์ได้ โดยผู้สอนจะสามารถทราบถึงแนวทางการหาคำตอบของนักเรียนจากใบกิจกรรมที่นักเรียนเขียนแสดง และสุดท้าย ขั้นที่ 4 ขั้นตรวจสอบคำตอบ เป็นขั้นตอนที่ใช้ตรวจสอบความสมเหตุสมผลของคำตอบพร้อมเขียนแสดงคำอธิบายที่ชัดเจน การดำเนินการตามขั้นตอนเหล่านี้ทำให้นักเรียนสามารถแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ได้อย่างเป็นระบบ และหาวิธีการใช้ตัวแทนในการแก้โจทย์ปัญหาได้อย่างหลากหลายวิธีผ่านการใช้ตัวแทนที่หลากหลาย อีกทั้งยังพัฒนาทักษะการทำงานร่วมกันในสังคม จึงส่งผลต่อความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนให้สูงกว่าก่อนการได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ ซึ่งเป็นไปตามสมมุติฐานการวิจัยข้อที่ 1 และยังสอดคล้องกับงานวิจัยของชมพูนุท ชาวบ้านเกาะ ที่ได้ศึกษางานวิจัย เรื่อง ผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้ตัวแทน (Representation) ที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ผลการวิจัยสรุปว่า ความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 หลังได้รับการจัดกิจกรรมโดยใช้ตัวแทน สูงกว่าก่อนเรียน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 (ชมพูนุท ชาวบ้านเกาะ, 2554) ยิ่งไปกว่านั้นสอดคล้องกับงานวิจัย

ของกัลยา ทองสุ และจริยาวัตี บรรทัดเที่ยง ที่มีงานวิจัยที่สนับสนุนในการใช้ตัวแทนที่ส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้ (กัลยา ทองสุ, 2545); (จริยาวัตี บรรทัดเที่ยง, 2547)

2. ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 หลังการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้ตัวแทนที่หลากหลาย (MULTIPLE REPRESENTATIONS) เรื่องระบบสมการสองตัวแปร สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ซึ่งเป็นไปตามสมมติฐานข้อที่ 2 สอดคล้องกับงานวิจัยของชมพูนุท ชาวบ้านเกาะ ที่ได้ศึกษางานวิจัย เรื่องผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้ ตัวแทน (Representation) ที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ผลการวิจัยสรุปว่าความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 หลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้ตัวแทนสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 60 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 โดยมีคะแนนเฉลี่ยคิดเป็นร้อยละ 75.44 (ชมพูนุท ชาวบ้านเกาะ, 2554) ประกอบกับการเลือกเนื้อหาที่นำเข้ามาใช้ในการจัดกิจกรรมโดยใช้ตัวแทนที่หลากหลายก็เป็นสิ่งสำคัญ การเลือกเรื่องระบบสมการสองตัวแปร เป็นเนื้อหาที่เหมาะสมในการใช้ตัวแทนที่หลากหลายมีการใช้ของจริง การใช้รูปภาพ การใช้กราฟ รวมถึงการใช้พีชคณิต (การแทนค่าและการกำจัดตัวแปร) ในการแก้ปัญหา ให้ผู้เรียนเกิดความเข้าใจและความคิดรวบยอดในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้ นักเรียนได้ฝึกอย่างต่อเนื่อง และสามารถเชื่อมโยงการใช้ตัวแทนที่แตกต่างกันและพัฒนาความเข้าใจ ความคิดรวบยอด และกระบวนการทางคณิตศาสตร์ สอดคล้องกับงานวิจัยของอรชร ภูบุญเต็ม ที่ได้ศึกษาเกี่ยวกับความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง โจทย์สมการของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โดยการใช้ตัวแทน (Representation) ผลการวิจัยพบว่าความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เรื่อง โจทย์สมการของนักเรียนหลังการสอนการแก้โจทย์สมการโดยใช้การใช้ตัวแทน สูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 (อรชรา อัญญโย, 2553) และสอดคล้องกับงานวิจัยของ กัลยา ทองสุ ที่ได้ศึกษาการพัฒนาชุดกิจกรรมคณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวนเพื่อส่งเสริมการใช้ตัวแทน (Representation) เรื่อง ระบบสมการเชิงเส้น ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่กล่าวถึงการเลือกใช้นี้เนื้อหาเรื่อง ระบบสมการเชิงเส้น เป็นเนื้อหาที่เหมาะสมกับวิธีการที่ใช้ตัวแทนที่หลากหลาย เนื่องจากนักเรียนสามารถเลือกใช้วิธีต่างๆที่หลากหลาย เช่น การวาดรูป ใช้ตาราง กราฟ คาดเดา หรือการคำนวณทางพีชคณิต เพื่อหาคำตอบในแต่ละสถานการณ์ และเป็นการทำให้นักเรียนพัฒนาความเข้าใจ ความคิดรวบยอด และกระบวนการทางคณิตศาสตร์ (กัลยา ทองสุ, 2545) สำหรับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้ตัว

แทนที่หลากหลาย (MULTIPLE REPRESENTATIONS) ผู้วิจัยได้มีการทำกิจกรรมผ่านการทำงานกลุ่มร่วมกับเพื่อนในห้อง โดยผู้สอนได้มีการลดความสามารถของนักเรียน โดย 1 กลุ่ม จะประกอบด้วยนักเรียนที่มีความสามารถ เก่ง ปานกลางและอ่อน โดยการจัดกลุ่มลักษณะนี้เป็นการส่งเสริมการร่วมมือร่วมใจกันในการแก้โจทย์ปัญหา สมาชิกในกลุ่มจะได้ร่วมกันพูดคุย ชักถาม แลกเปลี่ยนความคิดเห็นร่วมกัน ส่วนบทบาทการเป็นผู้นำและผู้ตามที่ดี ทำให้นักเรียนได้เห็นแนวคิดวิธีการเลือกใช้ตัวแทนที่หลากหลายจากการแลกเปลี่ยนความคิดเห็นจากเพื่อนในกลุ่ม ช่วยทำให้นักเรียนประสบความสำเร็จในการแก้ปัญหามากขึ้นสอดคล้องกับการสอนของปรีชา เนาว์เย็นผล ที่มีเสนอให้การจัดการเรียนการสอนควรให้ความสำคัญกับการเปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้มีการแลกเปลี่ยนความคิดเห็น อภิปรายร่วมกัน(ปรีชา เนาว์เย็นผล, 2544) สอดคล้องกับสภาครุคณิตศาสตร์แห่งสหรัฐอเมริกา กล่าวไว้ว่า ครูจะต้องจัดสภาพห้องเรียนที่เอื้อต่อการส่งเสริมให้นักเรียนมีการอธิบาย การอภิปรายและใช้เหตุผล เป็นวิธีที่ทำให้นักเรียนได้มีปฏิสัมพันธ์กัน มีการแลกเปลี่ยนความคิดเห็นซึ่งกันและกัน รวมถึงการให้คำแนะนำจากครูร่วมด้วย (National Council of Teachers of Mathematics, 2000)

จากเหตุผลดังกล่าวนี้ นักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้ตัวแทนที่หลากหลาย (MULTIPLE REPRESENTATIONS) เรื่อง ระบบสมการสองตัวแปร จึงทำให้ความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนสูงขึ้น

ข้อเสนอแนะ

ข้อเสนอแนะในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้ตัวแทนที่หลากหลาย (MULTIPLE REPRESENTATIONS)

1. การจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้ตัวแทนที่หลากหลาย (MULTIPLE REPRESENTATIONS) สำหรับกลุ่มทดลองเป็นนักเรียนลดความสามารถ เพื่อส่งเสริมให้ผู้เรียนทำงานกลุ่มด้วยกัน ผู้วิจัยได้เป็นผู้จัดกลุ่มนักเรียนแต่ละกลุ่ม โดยแต่ละกลุ่มจะประกอบด้วย เก่ง ปานกลาง อ่อน เพื่อให้นักเรียนร่วมมือกันทำงานกลุ่มในสำเร็จด้วยดี

2. จากการวิจัยพบว่า ในคาบเรียนที่ 1 ผู้วิจัยเสนอว่าให้มีการอธิบายชี้แจงขั้นตอนการจัดกิจกรรมแต่ละขั้นตอนอย่างละเอียด เพื่อให้ผู้เรียนเกิดความเข้าใจและร่วมมือทำกิจกรรมอย่างถูกต้อง ผู้วิจัยมีการใช้คำถามกระตุ้นให้นักเรียน กล่าวแสดงออกในการตอบคำถาม อีกทั้งมีการให้ของรางวัลเพื่อชมเชยนักเรียนที่ตอบคำถามถูกต้อง เป็นการสร้างบรรยากาศเชิงบวกให้กับผู้เรียน และในคาบเรียนที่ 2 เป็นต้นไป ผู้สอนควรใช้กลวิธีในการใช้คำถาม เพื่อตรวจสอบความ

เข้าใจของนักเรียนแต่ละกลุ่ม และมีการให้กำลังใจแก่นักเรียนนักเรียนแต่ละกลุ่ม เช่น การให้รางวัล การกล่าวชมเชย การปรบมือ อีกทั้งในการเรียนนักเรียนตอบคำถามจะใช้การขออาสาสมัครแต่ละกลุ่มในการช่วยตอบคำถาม หรือใช้การสุ่มเลขที่ เป็นต้น

3. ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ควรมีกิจกรรมที่หลากหลาย มีกิจกรรมที่ให้นักเรียนร่วมกันทำในกลุ่ม เพื่อไม่ให้นักเรียนทุกคนมีส่วนร่วมในการเรียน และฝึกการทำงานเป็นกลุ่ม

ข้อเสนอแนะสำหรับการวิจัยครั้งต่อไป

1. การจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้ตัวแทนที่หลากหลาย (MULTIPLE REPRESENTATIONS) อาจนำไปใช้กับบทเรียนเนื้อหาอื่น ๆ ในระดับชั้นเรียนอื่นๆ เช่น สมการ, ฟังก์ชัน, เมทริกซ์ เป็นต้น

2. เสนอให้มีการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้ตัวแทน เนื้อหาคณิตศาสตร์ เพื่อพัฒนาความสามารถในด้านอื่น ๆ เช่น ความสามารถในการเหตุผล ความสามารถในการเชื่อมโยง ความสามารถในการคิดสร้างสรรค์ เป็นต้น

บรรณานุกรม

- Bitter, G. G., Hatfield, M. M., และ Edwards, N. T. (1989). *Mathematics Methods for the Elementary and Middle School: A Comprehensive Approach*: Allyn and Bacon.
- Bloom. (1976). *Human characteristics and school learning* Human characteristics and school learning. New York, NY, US: McGraw-Hill.
- Bruner J. S., Goodnow J. J., และ Austin. (1956). *A study of thinking* A study of thinking. Oxford, England: John Wiley and Sons.
- Bruner; J. S. . (1960). *The process of education*: Cambridge : Harvard University Press.
- Greeno, J. G., และ Hall, R. P. (1997). Practicing Representation: Learning with and about Representational Forms. *Phi Delta Kappan*, 78(5), 361-367.
- Hall R. (1996). Representation as Shared Activity: Situated Cognition and Dewey's Cartography of Experience. *The Journal of the Learning Sciences*, 5(3), 209-238.
- Hiebert J. (1990). The role of routine procedures in the development of mathematical competence. *Yearbook: National Council of Teachers of Mathematics*, 31-40.
- Janvier C. (1987). *Problems of representation in the teaching and learning of mathematics* Problems of representation in the teaching and learning of mathematics. Hillsdale, NJ, US: Lawrence Erlbaum Associates, Inc.
- Janvier Girardon and Morand. (1993). Mathematical symbols and representations. *Research ideas for the classroom: High school mathematics*, 79-102.
- Kennedy, L. M. (1997). *Guiding children's learning of mathematics* (8th ed.): Belmont, Calif. : Wadsworth.
- Krulik, และ Reys. (1980). *Problem Solving in School Mathematics: 1980 Yearbook*: National Council of Teachers of.
- Krulik, และ Rudnick. (1993). *Reasoning and problem solving : a handbook for elementary school teachers*: Boston : Allyn and Bacon.
- National Council of Teachers of Mathematics. (2000). *Principles and standards for school mathematics*: Reston, VA : National Council of Teachers of Mathematics.
- Palmer, และ Stephen. (1978). Fundamental aspects of cognitive representation E. Rosch

และ B. Lloyd *Cognition and Categorization* (259-303): Lawrence Elbaum Associates.

Polya G. (1946). How to Solve It

A New Aspect of Mathematical Method. In *The American Journal of Psychology*, 1946, Vol.59 (2), p.331-332 (Vol. 59, pp. 331-332): American Journal of Psychology.

Reys, Suydam, และ Lindquist. (1995). *Helping children learn mathematics* (4th ed.): Boston : Allyn and Bacon.

Rider, R. (2007). Shifting from Traditional to Nontraditional Teaching Practices Using Multiple Representations. *The Mathematics teacher*, 100(7), 494-500.

Rittle-Johnson, และ Bethany. (2019). Iterative development of conceptual and procedural knowledge in mathematics learning and instruction *The Cambridge handbook of cognition and education*. (124-147). New York, NY, US: Cambridge University Press.

โครงการ PISA ประเทศไทย. (2565). ผลการประเมิน PISA 2022 การอ่านคณิตศาสตร์และวิทยาศาสตร์: บทสรุปเพื่อการบริหาร.

กมลกานต์ ศรีธิ. (2560). การวิจัยปฏิบัติการเพื่อพัฒนาการจัดการเรียนรู้แบบใช้ปัญหาเป็นฐานที่ส่งเสริมการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ เรื่อง ภาคตัดกรวย ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4: An Action Research on Developing Problem-based Learning Activities to Enhance Mathematical Literacy in Conic Sections Topic of Students in Grade 10. *SOCIAL SCIENCES RESEARCH AND ACADEMIC JOURNAL*.

กมลทิพย์ เกตุศรี. (2564). การศึกษาความสามารถในการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 เรื่อง พื้นที่ผิวและปริมาตรโดยการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ร่วมกับการนึ่งภาพ (Visualization) กับการสอนแบบปกติ. ปริญญาโท (กศ.ม. (วิทยาการทางการศึกษาและการจัดการเรียนรู้)). มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.

กรมวิชาการ, และ สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2545a). เอกสารประกอบหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544: กรุงเทพฯ : กรม.

กรมวิชาการ, และ สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2545b). คู่มือการจัดการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ : เอกสารประกอบหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544: กรุงเทพฯ : กรมวิชาการ : สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และ

เทคโนโลยี.

- กษิตธร ขวัญละมุล. (2565). การพัฒนาแอปพลิเคชันบนมือถือผ่านระบบปฏิบัติการแอนดรอยด์เพื่อเสริมสร้างความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5. ปรินูญานินพนธ์ (กศ.ด. (คณิตศาสตร์)) --มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.
- กัลยา ทองสุ. (2545). การพัฒนาชุดกิจกรรมคณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวนเพื่อส่งเสริมการใช้ตัวแทน (*Representation*) เรื่องระบบสมการเชิงเส้น ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3. ปรินูญานินพนธ์ (กศ.ม. (การมัธยมศึกษา)). มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.
- จรรย์วดี บรรทัดเที่ยง. (2547). ผลการใช้ชุดกิจกรรมที่ส่งเสริมทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์ด้านการใช้ตัวแทนเรื่องคู่อันดับและกราฟ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1. สารนิพนธ์ (กศ.ม. (การมัธยมศึกษา)). มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.
- จินดาภรณ์ ช้วยสุข. (2549). การพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์เรื่องการประยุกต์สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่เรียนด้วยหนังสือเรียนเล่มเล็กโดยใช้กิจกรรมกลุ่ม. สารนิพนธ์ (กศ.ม. (การมัธยมศึกษา)). มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.
- ชมนาด เชื้อสุวรรณทวี. (2542). การสอนคณิตศาสตร์: กรุงเทพฯ : มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร.
- ชมนาด เชื้อสุวรรณทวี. (2561). การเรียนการสอนคณิตศาสตร์ = *Mathematics instruction* (พิมพ์ครั้งที่ 1.): กรุงเทพฯ : คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.
- ชมพูนุท ชาวบ้านเกาะ. (2554). ผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้ตัวแทน (*Representation*) ที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์เรื่องฟังก์ชัน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4. สารนิพนธ์ (กศ.ม. (การมัธยมศึกษา)). มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.
- ประพันธ์ศิริ สุเสารัจ. (2556). การพัฒนาการคิด (พิมพ์ครั้งที่ 5, ฉบับปรับปรุงใหม่.): กรุงเทพฯ : ศูนย์หนังสือจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย ผู้จัดจำหน่าย.
- ปรีชา เนาว์เย็นผล. (2544). กิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์โดยใช้การแก้ปัญหาปลายเปิด สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1. ปรินูญานินพนธ์ (กศ.ด. (คณิตศาสตร์ศึกษา)). มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ
- ปิยะนาถ เหมวิเศษ. (2551). การสร้างกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่เลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาที่หลากหลายเพื่อเสริมสร้างความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3. ปรินญาณิพนธ์ (กศ.ม. (คณิตศาสตร์)).มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.

ยุทธศาสตร์ชาติ ระยะ 20 ปี พ.ศ.2561-2580. (2560). (ฉบับสำหรับเผยแพร่..): กรุงเทพฯ : วิทยาลัย.

ยุพิน พิพิธกุล. (2524). การเรียนการสอนคณิตศาสตร์: กรุงเทพฯ : บพิธการพิมพ์.

ล้วน สายยศ. (2543). เทคนิคการวัดผลการเรียนรู้ (พิมพ์ครั้งที่ 2.): กรุงเทพฯ : สุวีริยาสาส์น.

ล้วน สายยศ, และ อังคณา สายยศ. (2538). เทคนิคการวิจัยทางการศึกษา (พิมพ์ครั้งที่ 5.): กรุงเทพฯ : สุวีริยาสาส์น.

ล้วน สายยศ, และ อังคณา สายยศ. (2539). เทคนิคการวัดผลการเรียนรู้: กรุงเทพฯ : สุวีริยาสาส์น.

วิล โพรชีน. (2557). การพัฒนาความสามารถในการคิดแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่จัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐาน. วารสารศิลปการศึกษาศาสตร์วิจัย มหาวิทยาลัยศิลปากร ปีที่ 6, ฉบับที่ 1 (ม.ค.-มิ.ย. 2557), หน้า 141-153.

วีรพล เทพบรรหาร. (2561). ผลการใช้ตัวแทนทางความคิดและตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ร่วมกับแนวคิดการสอนแนะให้รู้คิด ที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผลและความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาตอนต้น. *An Online Journal of Education*.

สถาบันทดสอบทางการศึกษาแห่งชาติ (องค์การมหาชน). (2564). ตารางค่าสถิติพื้นฐานของคะแนนการสอบ O-NET.

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2555). การวัดผลประเมินผลคณิตศาสตร์: กรุงเทพฯ : ซีเอ็ดดูเคชั่น.

สรินนา หมอนสุภาพ. (2548). การศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่ได้รับการสอนแบบโยนิโสมนสิการโดยเน้นการใช้ตัวแทน (Representation) เรื่องเศษส่วน. สารนิพนธ์ (กศ.ม. (การมัธยมศึกษา)). มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.

สาวิตรี มูลสุวรรณ. (2557). ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ด้วยกลวิธีเอฟไอพีเอส ที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2. *An Online Journal of Education*, 55-56.

สำนักงานเลขาธิการสภาการศึกษา. (2560). แผนการศึกษาแห่งชาติ (พ.ศ. 2560-2579): กรุงเทพฯ : สำนักงาน.

- สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน. (2551). เอกสารหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 แนวปฏิบัติการวัดและประเมินผลการเรียนรู้: กรุงเทพฯ : สำนักวิชาการและมาตรฐานการศึกษา
- สำนักงานปฏิรูปการศึกษา, และ สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาแห่งชาติ. (2542). พระราชบัญญัติการศึกษาแห่งชาติ พ.ศ. 2542: กรุงเทพฯ : สำนักงาน.
- สิริพร ทิพย์คง. (2544). หนังสือเสริมประสบการณ์วิชาคณิตศาสตร์ ระดับประถมศึกษา และระดับมัธยมศึกษาตอนต้นเรื่องการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ = *Problem solving*: กรุงเทพฯ : ศูนย์พัฒนาหนังสือ.
- สิริมา สาระพล. (2547). การพัฒนาชุดการเรียนรู้การสอนคณิตศาสตร์แบบบูรณาการโดยการใช้ตัวแทน (*Representations*) เรื่องอัตราส่วนและร้อยละระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2. ปรินญา นิพนธ์ (กศ.ม. (การมัธยมศึกษา)). มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.
- สุจินดา เขี่ยมโสภาส. (2552). ผลการใช้ชุดการเรียนรู้ "*Learning Mathematics Through English*" ที่เน้นทักษะการใช้ตัวแทน (*representation*) เรื่อง ความน่าจะเป็น ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์และเจตคติต่อการเรียนสายคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3. สารนิพนธ์ (กศ.ม. (การมัธยมศึกษา)). มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.
- อรรช ภูบุญเดิม. (2550). การศึกษาความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์เรื่องโจทย์สมการของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โดยการใช้ตัวแทน (*Representation*). สารนิพนธ์ (กศ.ม. (การมัธยมศึกษา)). มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.
- อรญา อัญโย. (2553). ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยบูรณาการการใช้ตัวแทนที่หลากหลายและเครื่องคำนวณเชิงกราฟที่มีต่อมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์เรื่องฟังก์ชัน. วิทยานิพนธ์ (ค.ม.). จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- อัมพร ม้าคนอง. (2547). ประมวลบทความหลักการและแนวทางการจัดการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์: กรุงเทพฯ : ศูนย์ตำราและเอกสารทางวิชาการ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- อัมพร ม้าคนอง. (2553). ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์: การพัฒนาเพื่อพัฒนาการ (พิมพ์ครั้งที่ 1..): กรุงเทพฯ : ศูนย์ตำราและเอกสารทางวิชาการ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- อัมพร ม้าคนอง. (2559). ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์: การพัฒนาเพื่อพัฒนาการ (พิมพ์ครั้งที่ 3, [ฉบับพิมพ์ซ้ำ]).: กรุงเทพฯ : ศูนย์ตำราและเอกสารทางวิชาการ คณะครุศาสตร์

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

อารีย์ เมฆวิไลย. (2552). การศึกษาการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนมัธยมศึกษา
ปีที่ 3 ที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ และ
พฤติกรรมการเรียนคณิตศาสตร์แตกต่างกัน. จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.



ภาคผนวก



ภาคผนวก ก

รายชื่อผู้เชี่ยวชาญตรวจสอบเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย



รายชื่อผู้เชี่ยวชาญตรวจสอบเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

รายนามผู้เชี่ยวชาญที่ช่วยตรวจสอบความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหา ความเหมาะสมของแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ เรื่อง ระบบสมการสองตัวแปร ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 มีดังนี้

1. อาจารย์ ดร.ณัฐ สิทธิกร

อาจารย์สาธิต โรงเรียนสาธิตมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ปทุมวัน

ผู้เชี่ยวชาญด้านคณิตศาสตร์ และการวัดและประเมินผล

2. อาจารย์สันติ อธิพิณนาวากุล

อาจารย์สาธิต โรงเรียนสาธิตมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ปทุมวัน

ผู้เชี่ยวชาญด้านคณิตศาสตร์และการจัดการเรียนการสอน

3. อาจารย์ ดร.สุธาร์ตน์ สมรรถการ

อาจารย์สาธิต โรงเรียนสาธิตมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร (ฝ่ายมัธยม) ผู้เชี่ยวชาญด้านคณิตศาสตร์และการจัดการเรียนการสอน

ภาคผนวก ข
ผลการวิเคราะห์เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

1. การประเมินคุณภาพ (IOC) จากผู้เชี่ยวชาญของแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้ตัวแทนที่หลากหลาย (MULTIPLE REPRESENTATIONS)
2. การประเมินความเที่ยงตรงของแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ เรื่อง ระบบสมการสองตัวแปร โดยผู้เชี่ยวชาญ (แบบอัตนัย)
3. ค่าความยากง่าย (P_E) และค่าอำนาจจำแนก (D) ของแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ เรื่อง ระบบสมการสองตัวแปร (แบบทดสอบอัตนัย)
4. ค่า x และ x^2 ในการหาค่าความแปรปรวนของแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ เรื่อง ระบบสมการสองตัวแปร สำหรับแบบทดสอบอัตนัย ที่ใช้ในการหาค่าความเชื่อมั่น (α - coefficient)
5. ค่า s_i^2 ในการหาค่าความเชื่อมั่น (α - coefficient) ของแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ เรื่อง ระบบสมการสองตัวแปร โดยใช้ค่าสัมประสิทธิ์แอลฟา (α - coefficient)

ผลการประเมินคุณภาพ (IOC) จากผู้เชี่ยวชาญของแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้ตัวแทนที่หลากหลาย (MULTIPLE REPRESENTATIONS) แสดงในตาราง 4

ตาราง 4 แสดงผลการประเมินคุณภาพ (IOC) ของแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้ตัวแทนที่หลากหลาย (MULTIPLE REPRESENTATIONS)

แผนที่	ความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญ			IOC
	คนที่ 1	คนที่ 2	คนที่ 3	
1	1	1	1	1
2	1	1	1	1
3	1	1	1	1
4	1	1	1	1
5	1	1	1	1
6	1	1	1	1
7	1	1	1	1
8	1	1	1	1
9	1	1	1	1
10	1	1	1	1

ตาราง 5 แสดงค่าดัชนีความสอดคล้อง (IOC) ของแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหา
คณิตศาสตร์ เรื่อง ระบบสมการสองตัวแปร ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

ข้อที่	คนที่ 1	คนที่ 2	คนที่ 3	รวม	$IOC = \frac{\sum R}{N}$	สรุปผล
1	1	1	1	3	1	ใช้ได้
2	1	1	1	3	1	ใช้ได้
3	1	1	1	3	1	ใช้ได้
4	1	1	1	3	1	ใช้ได้
5	1	1	1	3	1	ใช้ได้

ตาราง 6 ค่าความยาก (P_E) และค่าอำนาจจำแนก (D) ของแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ เรื่อง ระบบสมการสองตัวแปร (แบบทดสอบอัตนัย)

ข้อที่	ค่าดัชนีความยาก (P_E)	ค่าอำนาจจำแนก (D)
1	0.558	0.850
2	0.742	0.483
3	0.458	0.750
4	0.425	0.783
5	0.579	0.508

หมายเหตุ : คัดเลือกข้อที่มี ค่าดัชนีความยาก (P_E) ตั้งแต่ 0.2 ถึง 0.8
ค่าอำนาจจำแนก (D) ตั้งแต่ 0.2 ขึ้นไป

เมื่อได้ค่าความยาก (P_E) และค่าอำนาจจำแนก (D) ของแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ เรื่อง ระบบสมการสองตัวแปร ดังกล่าวมาแล้ว จึงนำค่าความยาก (P_E) และค่าอำนาจจำแนก (D) ของแบบทดสอบ มาพิจารณาประกอบกับค่าดัชนีความสอดคล้องระหว่างข้อสอบกับผลการพิจารณาของผู้เชี่ยวชาญทั้ง 3 ท่าน เพื่อคัดเลือกข้อสอบไว้จำนวน 3 ข้อ ซึ่งได้พิจารณาเลือกข้อสอบ ข้อที่ 3, 4, 5 ไว้เป็นแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์

ตาราง 7 ตัวอย่างการคำนวณหาค่าความยาก (P_E) และค่าอำนาจจำแนก (D) ของแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ เรื่อง ระบบสมการสองตัวแปร (แบบทดสอบอัตนัย) ข้อที่ 2

ข้อ ที่	คะแนน (x)	กลุ่มเก่ง		กลุ่มอ่อน		ค่าความยาก (P_E)	ค่าอำนาจจำแนก (D)
		f	f(x)	f	f(x)		
2	10	11	110			$P_E = \frac{118 + 60 - 2(12)(0)}{2(12)(10 - 0)}$	$D = \frac{118 - 60}{(12)(10 - 0)}$
	9						
	8	1	8			$P_E = 0.742$	$D = 0.483$
	7						
	6			8	48		
	5						
	4			2	8		
	3						
	2			2	4		
	1						
0							
		$\sum f(x) = 118$		$\sum f(x) = 60$			

ตาราง 8 ค่า x และ x^2 ในการหาค่าความแปรปรวนของแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ เรื่อง ระบบสมการสองตัวแปร สำหรับแบบทดสอบอัตนัย ที่ใช้ในการหาค่าความเชื่อมั่น (α - coefficient)

คนที่	คะแนนในแต่ละข้อ					คนที่	คะแนนในแต่ละข้อ					
	ข้อที่	1	2	3	X		x^2	ข้อที่	1	2	3	x
1	8	8	4	20	400	25	10	5	4	19	361	
2	10	8	8	26	676	26	7	5	4	16	256	
3	8	8	10	26	676	27	10	10	10	30	900	
4	8	6	4	18	324	28	7	8	6	21	441	
5	8	8	6	22	484	29	8	6	10	24	576	
6	10	10	6	26	676	30	10	6	8	24	576	
7	8	4	6	18	324	31	6	2	0	8	64	
8	6	6	6	18	324	32	10	10	8	28	784	
9	10	4	4	18	324	33	5	2	2	9	81	
10	6	6	2	14	196	34	8	4	2	14	196	
11	8	10	0	18	324	35	8	2	4	14	196	
12	10	6	4	20	400	36	6	6	0	12	144	
13	4	2	0	6	36	37	10	4	6	20	400	
14	2	4	4	10	100	38	8	6	8	22	484	
15	2	2	0	4	16	39	8	8	10	26	676	
16	8	10	10	28	784	40	6	6	2	14	196	
17	8	6	5	19	361	41	8	6	6	20	400	
18	10	6	2	18	324	42	8	6	6	20	400	
19	10	4	4	18	324	43	10	8	6	24	576	
20	8	6	4	18	324	44	10	6	8	24	576	
21	8	8	8	24	576	45	6	6	4	16	256	
22	8	8	4	20	400	46	10	6	4	20	400	
23	5	10	4	19	361	47	8	10	8	26	676	
24	8	8	6	22	484	48	10	10	8	28	784	
											$\sum x = 929$	$\sum x^2 = 19,617$

ค่าความแปรปรวนของแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ เรื่อง ระบบสมการสองตัวแปร สำหรับแบบทดสอบอัตนัย ที่ใช้ในการหาค่าความเชื่อมั่น (α - coefficient)

ค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ โดยการหาสัมประสิทธิ์แอลฟา (α - coefficient) โดยใช้สูตรครอนบาค (Cronbach) (ล้วน สายยศ, 2543)

$$\begin{aligned}
 S_1^2 &= \frac{N \sum x_i^2 - (\sum x)^2}{N(N-1)} \\
 &= \frac{(48)(19617) - (929)^2}{(48)(48-1)} \\
 &= \frac{941,616 - 863,041}{(48)(47)} \\
 &= 34.83
 \end{aligned}$$

ตาราง 9 ค่า S_i^2 ในการหาค่าความเชื่อมั่น (α - coefficient) ของแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ เรื่อง ระบบสมการสองตัวแปร โดยใช้ค่าสัมประสิทธิ์แอลฟา (α - coefficient)

ข้อที่	$\sum x_i$	$\sum x_i^2$	S_i^2
1	378	3168	4.069
2	306	2218	5.686
3	245	1641	8.308
			$\sum S_i^2 = 18.063$

การคำนวณหาค่าความเชื่อมั่น (α - coefficient)

$$\begin{aligned}
 \alpha &= \frac{n}{n-1} \left[1 - \frac{\sum S_i^2}{S_t^2} \right] \\
 &= \frac{3}{3-1} \left[1 - \frac{18.063}{34.83} \right] \\
 &= \frac{3}{2} (1 - 0.519) \\
 &= 0.72
 \end{aligned}$$

ภาคผนวก ค
ผลการวิเคราะห์ข้อมูลในการวิจัย

1. คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ เรื่อง ระบบสมการสองตัวแปร ของนักเรียนก่อนและหลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้ตัวแทนที่หลากหลาย
2. สถิติที่ใช้ในการตรวจสอบสมมติฐานทดสอบความแตกต่างของคะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ เรื่อง ระบบสมการสองตัวแปร ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3
3. คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ เรื่อง ระบบสมการสองตัวแปร ของนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้ตัวแทนที่หลากหลาย
4. สถิติที่ใช้ในการตรวจสอบความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์หลังจากนักเรียนได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้ตัวแทนที่หลากหลาย เรื่อง ระบบสมการสองตัวแปร ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 เมื่อเทียบกับเกณฑ์

ตาราง 10 คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ เรื่อง ระบบสมการสองตัวแปร
 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ก่อนและหลังเรียนของกลุ่มตัวอย่าง จำนวน 48 คน (คะแนนเต็ม 30 คะแนน)

นักเรียนคนที่	คะแนน ก่อนเรียน	คะแนน หลังเรียน	นักเรียนคนที่	คะแนน ก่อนเรียน	คะแนน หลังเรียน
1	18	22	25	3	12
2	19	28	26	7	12
3	24	24	27	30	30
4	12	20	28	18	28
5	20	16	29	25	28
6	5	20	30	22	29
7	26	18	31	30	30
8	0	22	32	17	26
9	24	26	33	13	23
10	11	21	34	27	30
11	1	12	35	19	26
12	27	30	36	30	29
13	24	29	37	30	30
14	29	30	38	0	10
15	21	30	39	11	19
16	12	8	40	30	30
17	28	30	41	24	29
18	12	14	42	8	26
19	26	30	43	27	30
20	18	22	44	16	22
21	27	24	45	28	28
22	28	28	46	19	25
23	18	25	47	25	30
24	6	20	48	21	27

ตาราง 11 คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ เรื่อง ระบบสมการสองตัวแปร
 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้ตัวแทนที่หลากหลาย จำนวน 48 คน
 (คะแนนเต็ม 30 คะแนน)

นักเรียน คนที่	คะแนน หลังเรียนแต่ละคน (x)	x^2	นักเรียน คนที่	คะแนน หลังเรียนแต่ละคน (x)	x^2
1	22	484	25	12	144
2	28	784	26	12	144
3	24	576	27	30	900
4	20	400	28	28	784
5	16	256	29	28	784
6	20	400	30	29	841
7	18	324	31	30	900
8	22	484	32	26	676
9	26	676	33	23	529
10	21	441	34	30	900
11	12	144	35	26	676
12	30	900	36	29	841
13	29	841	37	30	900
14	30	900	38	10	100
15	30	900	39	19	361
16	8	64	40	30	900
17	30	900	41	29	841
18	14	196	42	26	676
19	30	900	43	30	900
20	22	484	44	22	484
21	24	576	45	28	784
22	28	784	46	25	625
23	25	625	47	30	900
24	20	400	48	27	729
				$\sum x = 1,158$	$\sum x^2 = 29,758$

สถิติที่ใช้ในการทดสอบสมมติฐานความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 เรื่อง ระบบสมการสองตัวแปร เมื่อเทียบกับกับเกณฑ์ร้อยละ 70

$$t = \frac{\bar{X} - \mu_0}{\frac{S}{\sqrt{n}}}; df = n - 1$$

$$\begin{aligned} \text{จาก } S &= \sqrt{\frac{N \sum x^2 - (\sum x)^2}{N(N-1)}} \\ S &= \sqrt{\frac{(48)(29,758) - (1158)^2}{48(48-1)}} \\ &= \sqrt{\frac{1,428,384 - 1,340,964}{2,256}} \\ &= \sqrt{\frac{155}{2}} \\ &= 6.22 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{จาก } t &= \frac{24.13 - 21}{\frac{6.22}{\sqrt{48}}} \\ &= 3.49 \end{aligned}$$

(เปิดตารางค่า t จะได้ค่าวิกฤตของ t จากการแจกแจงแบบ t เท่ากับ 1.6779 ที่ระดับนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 เมื่อ $df = 48 - 1 = 47$)

ภาคผนวก ง

เครื่องมือที่ใช้ในการศึกษาวิจัย

1. แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ระยะยาว โดยใช้ตัวแทนที่หลากหลาย เรื่อง ระบบสมการสองตัวแปร
2. ตัวอย่างแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้ตัวแทนที่หลากหลาย เรื่อง ระบบสมการสองตัวแปร
3. แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ เรื่อง ระบบสมการสองตัวแปร



โรงเรียนสาธิตมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ปทุมวัน

แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ระยะยาว

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2566

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

รายวิชา ค23102 คณิตศาสตร์พื้นฐาน 6 จำนวน 4 คาบ/สัปดาห์ ผู้สอน อ.พัชรพร ถ้วยทอง

คาบ ที่	หน่วยการเรียนรู้	หมายเหตุ
1	การทดสอบก่อนเรียน เรื่อง ระบบสมการ	
2	การแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร โดยใช้รูปภาพ ใช้ตาราง และการใช้กราฟในการหาคำตอบ	
3	การแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร โดยการใช้สัญลักษณ์ (โดยการแทนค่า และการกำจัดตัวแปร)	
4	โจทย์ปัญหา ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร โดยใช้ตัวแทนที่หลากหลาย	
5	ระบบสมการที่ประกอบด้วยสมการเชิงเส้นและสมการดีกรีสอง โดยใช้รูปภาพ ใช้ตาราง และการใช้กราฟในการหาคำตอบ	
6	ระบบสมการที่ประกอบด้วยสมการเชิงเส้นและสมการดีกรีสอง โดยการใช้สัญลักษณ์ (โดยการแทนค่า และการกำจัดตัวแปร)	
7	โจทย์ปัญหา เรื่อง ระบบสมการที่ประกอบด้วยสมการเชิงเส้นและสมการดีกรีสอง โดยใช้ตัวแทนที่หลากหลาย	
8	ระบบสมการที่ประกอบด้วยสมการดีกรีสองทั้งสองสมการ โดยใช้รูปภาพ ใช้ตาราง และการใช้กราฟในการหาคำตอบ	
9	ระบบสมการที่ประกอบด้วยสมการดีกรีสองทั้งสองสมการ โดยการใช้สัญลักษณ์ (โดยการแทนค่า และการกำจัดตัวแปร)	
10	โจทย์ปัญหา เรื่อง ระบบสมการที่ประกอบด้วยสมการดีกรีสองทั้งสองสมการ โดยใช้ตัวตัวแทนที่หลากหลาย	
11	โจทย์ปัญหา เรื่อง ระบบสมการ โดยใช้ตัวแทนที่หลากหลาย	
12	ทดสอบหลังเรียน เรื่องระบบสมการ	

หมายเหตุ : กำหนดการอาจเปลี่ยนแปลงได้ตามความเหมาะสม



แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

รหัสวิชา ค23102

รายวิชา คณิตศาสตร์พื้นฐาน 6 จำนวน 1 คาบ

หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 ระบบสมการสองตัวแปร

เรื่อง การแก้ระบบสมการเชิงเส้นโดยใช้รูปภาพ ใช้ตาราง และการใช้กราฟในการหาคำตอบ

1. **สาระ**
สาระที่ 1 จำนวนและพีชคณิต
2. **มาตรฐาน**
มาตรฐาน ค 1.3 ใช้นิพจน์ สมการ และอสมการ อธิบายความสัมพันธ์หรือช่วยแก้ปัญหาที่กำหนดให้
3. **ตัวชี้วัด**
ค 1.3 ม.3/3 ประยุกต์ใช้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์
4. **สมรรถนะ**
 1. ความสามารถในการสื่อสาร
 2. ความสามารถในการคิด
 3. ความสามารถในการแก้ปัญหา ด้วยวิธีการที่หลากหลาย
 4. ความสามารถในการใช้ทักษะชีวิต
5. **สาระสำคัญ**

ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร

หมายถึง ระบบสมการที่ประกอบด้วยสมการเชิงเส้นสองตัวแปร 2 สมการ

ที่สามารถเขียนอยู่ในรูป $ax + by = c$ (1)

$mx + ny = p$ (2)

โดยกำหนดให้ a, b, c, m, n, p เป็นจำนวนจริงใดๆ ที่ a, b ไม่เป็นศูนย์พร้อมกัน และ m, n ไม่เป็นศูนย์พร้อมกัน

การแก้ระบบสมการหรือการหาคำตอบของระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรสามารถใช้ได้หลายวิธีได้แก่ วิธีการใช้รูปภาพ วิธีการใช้ตาราง วิธีการวาดกราฟ และวิธีที่ใช้สัญลักษณ์ (การแทนค่า การกำจัดตัวแปร) เป็นต้น

คำตอบของระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร คือค่าของ x และ y ที่ทำให้สมการทั้งคู่เป็นจริง ซึ่งคำตอบของระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรนั้น อาจมีเพียงคำตอบเดียว มีหลายคำตอบ หรือไม่มีคำตอบก็ได้

6. จุดประสงค์การเรียนรู้

ด้านความรู้ (K) : นักเรียนสามารถ

1. เขียนแสดงการแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรได้ โดยใช้รูปภาพ (K_1)
2. เขียนแสดงการแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรได้ โดยใช้ตาราง (K_2)
3. เขียนแสดงการแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรได้ โดยใช้กราฟ (K_3)

ด้านทักษะ / กระบวนการ (P) : นักเรียนสามารถ

1. ใช้ตัวแทนความคิดที่หลากหลายในการแก้ปัญหา (P_1)
2. สื่อความหมายโดยใช้สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ได้ (P_2)

ด้านคุณลักษณะของผู้เรียน (A) : นักเรียนมี

1. ความตรงต่อเวลาในการเข้าเรียน (A_1)
2. ส่วนร่วมในการทำกิจกรรม (A_2)
3. ความตรงต่อเวลาในการส่งงาน (A_3)

7. สาระการเรียนรู้

ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร

หมายถึง ระบบสมการที่ประกอบด้วยสมการเชิงเส้นสองตัวแปร 2 สมการ

ที่สามารถเขียนอยู่ในรูป $ax + by = c$ (1)

$mx + ny = p$ (2)

โดยกำหนดให้ a, b, c, m, n, p เป็นจำนวนจริงใดๆ ที่ a, b ไม่เป็นศูนย์พร้อมกัน และ m, n ไม่เป็นศูนย์พร้อมกัน

การแก้ระบบสมการหรือการหาคำตอบของระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรสามารถใช้ได้หลายวิธีได้แก่ วิธีการใช้รูปภาพ วิธีการใช้ตาราง วิธีการวาดกราฟ และวิธีที่ใช้สัญลักษณ์ (การแทนค่า การกำจัดตัวแปร) เป็นต้น

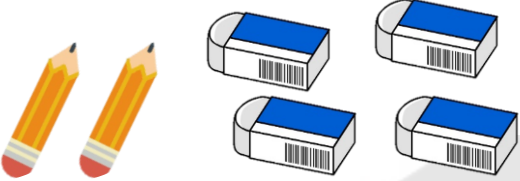
สถานการณ์ที่ 2




เป็นเงิน




เมื่อพิจารณาสถานการณ์ที่ 1 และ 2 จะได้ว่า



เป็นเงิน




เป็นเงิน




เป็นเงิน



นั่นคือ คำตอบของระบบสมการ คือ (10,5) หมายถึง “ดินสอราคาแท่งละ 10 บาท และ ยางลบราคา 5 บาท”

วิธีที่ 2 การแก้ระบบสมการโดยใช้ตาราง

ให้ $2x + 3y = 35$ และ $x + 2y = 20$

เป็นวิธีการลองแทนค่าในการหาคำตอบ คาดเดาค่า x และ y ที่ให้สมการทั้ง 2 สมการ เป็นจริง

X	Y	$2x + 3y$	$x + 2y$
-5	15	35	25
-2	13	35	24
1	11	35	23
4	9	35	22
7	7	35	21
10	5	35	20

จากการแทนค่าโดยใช้ตาราง พบว่า

ค่า $x = 10$ และ $y = 5$ ทำให้สมการ $2x + 3y = 35$ และ $x + 2y = 20$ เป็นจริงทั้งคู่

วิธีที่ 3 การแก้ระบบสมการโดยใช้กราฟ

พิจารณา $2x + 3y = 35$

พิจารณา $x + 2y = 20$

เป็นสมการเส้นตรง

เป็นสมการเส้นตรง

จัดรูปสมการได้เป็น $3y = -2x + 35$

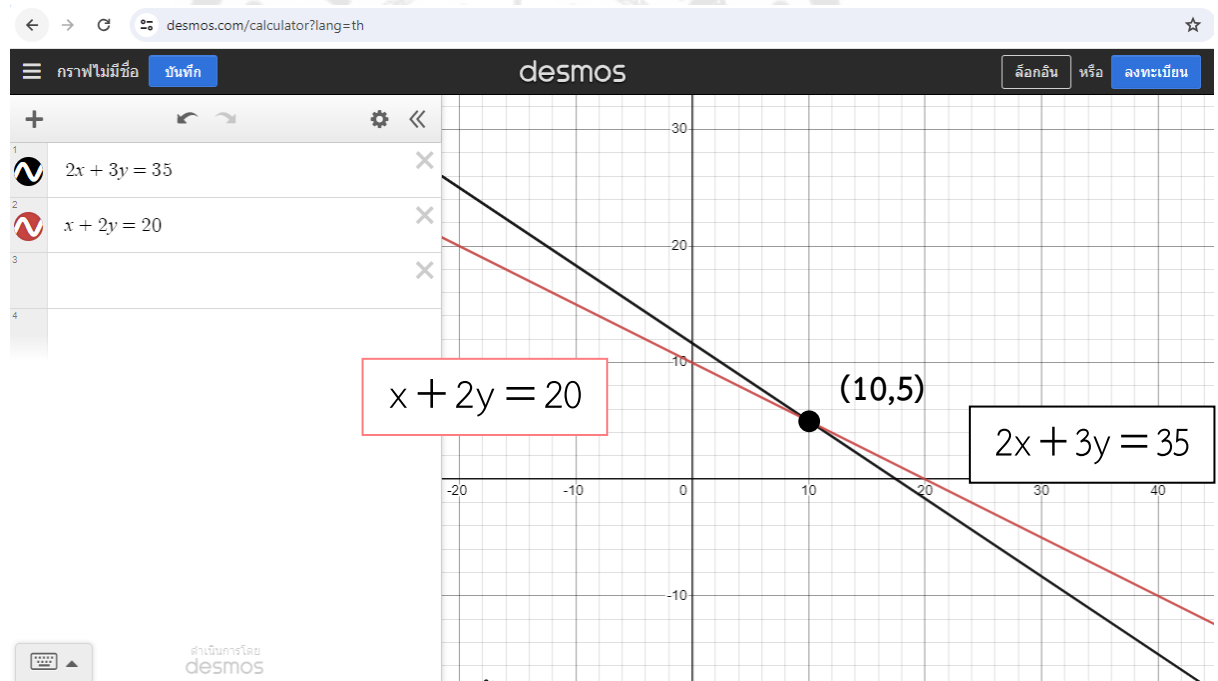
จัดรูปสมการได้เป็น $2y = -x + 20$

$$y = \frac{-2x}{3} + \frac{35}{3}$$

$$y = \frac{-x}{2} + 10$$

X	-7	-1	16
Y	21	11	1

x	-2	0	2
y	8	10	9



จากกราฟพบว่า จุดตัดของกราฟทั้งสองอยู่ที่ $(10,5)$

ขั้นที่ 4 ขั้นตรวจสอบวิธีการและคำตอบที่ได้

ค่า $x = 10$ และ $y = 5$

จะได้ $2(10) + 3(5) = 35$ สมการเป็นจริง และ $10 + 2(5) = 20$ สมการเป็นจริง

ทำให้สมการ $2x + 3y = 35$ และ $x + 2y = 20$ เป็นจริงทั้งคู่

นั่นคือ คำตอบของระบบสมการ คือ $(10,5)$

ตัวอย่างที่ 2 ฟาร์มโชคดีมีชัย เลี้ยงไก่และสุนัขรวมทั้งหมด 10 ตัว และนับจำนวนขาของสัตว์ทั้งสองชนิดได้ 36 ขา จงหาจำนวนสัตว์ในแต่ละชนิด

วิธีทำ

ขั้นที่ 1 ทำความเข้าใจปัญหา

สิ่งที่โจทย์กำหนด ให้ x แทน จำนวนไก่ y แทนจำนวนสุนัข

เขียนในรูปสมการ ได้คือ $x + y = 10$ และ $2x + 4y = 36$

สิ่งที่โจทย์ถาม จำนวนไก่ และจำนวนสุนัข


ขั้นที่ 2 วางแผนการแก้ปัญหา

การหาคำตอบของระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร มีวิธีการหาคำตอบได้หลายวิธี โดยการใช้แผนภาพ , โดยการใส่ตาราง และ โดยการใช้กราฟ

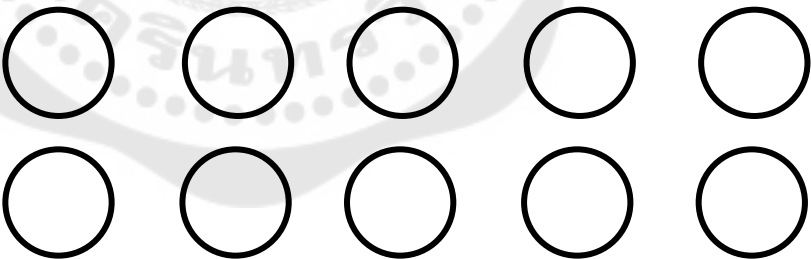
ขั้นที่ 3 ดำเนินการตามแผน

วิธีที่ 1 การแก้ระบบสมการโดยใช้รูปภาพ

ขั้นที่ 1 วาดรูปสัตว์ทั้งหมด 10 ตัว

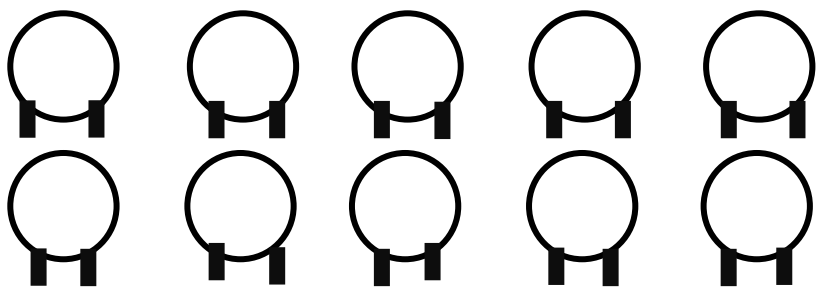
วาดรูป  แทน สัตว์ 1 ตัว

สัตว์ทั้งหมดมี 10 ตัว



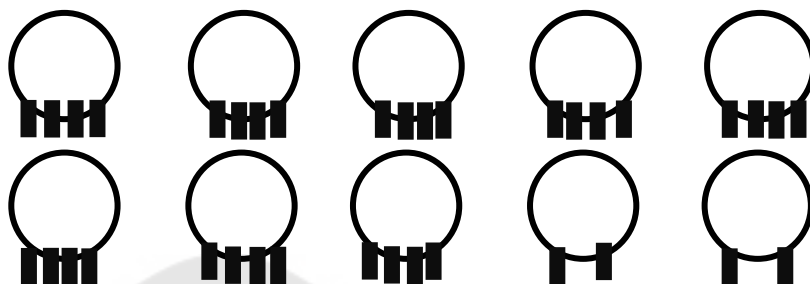
ขั้นที่ 2 เติมขาสัตว์ 2 ขาในสัตว์แต่ละตัว (แทนสัตว์ที่เป็นไก่)

นับขาได้รวมทั้งหมด 20 ขา



ขั้นที่ 2 ใส่ขาเพิ่มแต่ละตัวให้แต่ละตัวเป็น 4 และขารวมทั้งหมดให้เป็น 36 ขา
ตามเงื่อนไขโจทย์

นับขาได้ทั้งหมด 36 ขา
ตรงตามเงื่อนไข



ดังนั้น นับจำนวนไม้ได้เป็น 2 ตัว และสุนัขมี 8 ตัว

วิธีที่ 2 การแก้ระบบสมการโดยใช้ตาราง

เป็นวิธีหาลองแทนค่าในการหาคำตอบ คาดเดาค่า x และ y ที่ให้สมการทั้ง 2 สมการ เป็นจริง

x	y	$x + y$	$2x + 4y$
9	1	10	22
8	2	10	24
7	3	10	26
6	4	10	28
5	5	10	30
4	6	10	32
3	7	10	34
2	8	10	36

จากการแทนค่าโดยใช้ตาราง พบว่า

ค่า $x = 2$ และ $y = 8$ ทำให้สมการ $x + y = 10$ และ $2x + 4y = 36$ เป็นจริงทั้งคู่

วิธีที่ 3 การแก้ระบบสมการโดยใช้กราฟ

ให้

x	แทน	จำนวนไก่
y	แทน	จำนวนสุนัข

จาก

$x + y$	$=$	10
$2x + 4y$	$=$	36

พิจารณา $x + y = 10$

เป็นสมการสมการเส้นตรง

จัดรูป $y = 10 - x$ และ

พิจารณา $2x + 4y = 36$

เป็นสมการสมการเส้นตรง

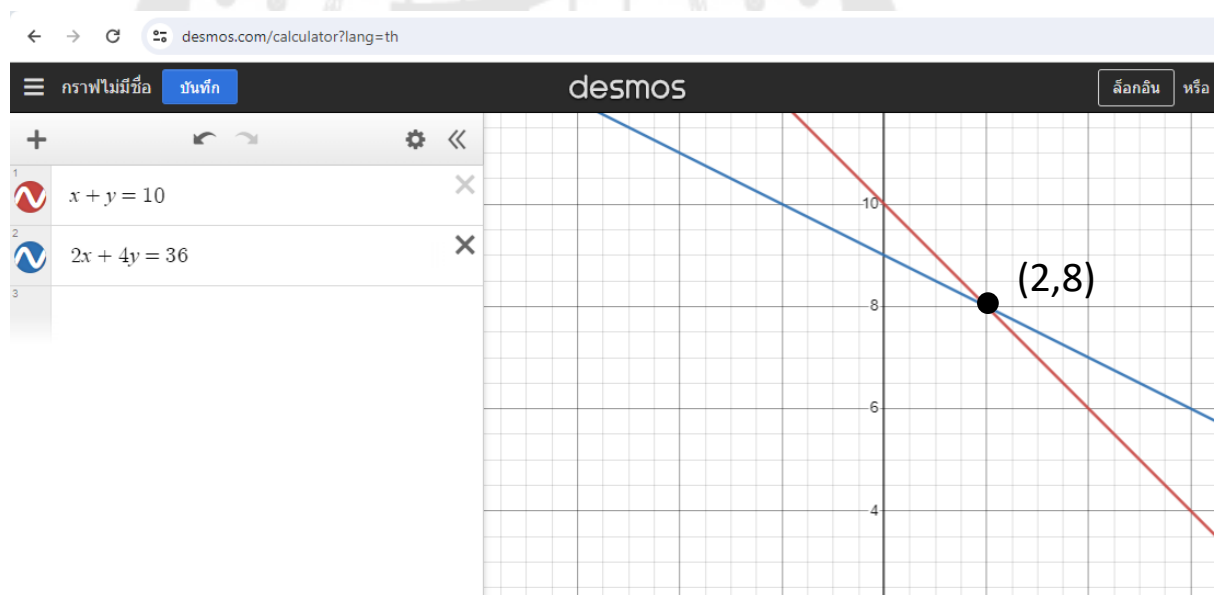
จัดรูป

$$y = \frac{-2x + 36}{4}$$

$$y = \frac{-x + 18}{2}$$

x	0	1	2
y	10	9	8

x	-2	0	2
y	10	9	8



นั่นคือ จากกราฟ พบว่าจุดตัดของกราฟทั้งสองอยู่ที่ $(2, 8)$

ขั้นที่ 4 ขั้นตรวจสอบวิธีการและคำตอบที่ได้

ค่า $x = 2$ และ $y = 8$

จะได้ $(2) + (8) = 10$ สมการเป็นจริง และ $2(2) + 4(8) = 36$ สมการเป็นจริง

ทำให้สมการ $x + y = 10$ และ $2x + 4y = 36$ เป็นจริงทั้งคู่

ตัวอย่างที่ 3 จงหาคำตอบของระบบสมการ $2x + 3y = 5$ และ $x - y = 10$ (โดยการใส่ตาราง)

วิธีทำ

ขั้นที่ 1 ทำความเข้าใจปัญหา

สิ่งที่โจทย์กำหนด ให้ $2x + 3y = 5$ และ $x - y = 10$

สิ่งที่โจทย์ถาม คำตอบของระบบสมการนี้

ขั้นที่ 2 วางแผนการแก้ปัญหา

การหาคำตอบของระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร มีวิธีการหาคำตอบโดยการใส่ตาราง

ขั้นที่ 3 ดำเนินการตามแผน

เป็นวิธีทดลองแทนค่าในการหาคำตอบ คาดาค่า x และ y ที่ให้สมการทั้ง 2 สมการ

เป็นจริง

x	Y	$2x + 3y$	$x - y$
-2	4	5	-6
-3	3	5	-6
-0.5	2	5	-2.5
2.5	0	5	2.5
4	-1	5	5
7	-3	5	10

จากการแทนค่าโดยใช้ตาราง พบว่า

ค่า $x = 7$ และ $y = -3$ ทำให้สมการ $2x + 3y = 5$ และ $x - y = 10$ เป็นจริงทั้งคู่

ขั้นที่ 4 ขั้นตรวจสอบวิธีการและคำตอบที่ได้

ค่า $x = 7$ และ $y = -3$

จะได้ $2(7) + 3(-3) = 5$ สมการเป็นจริง และ $7 - (-3) = 10$ สมการเป็นจริง

ทำให้สมการ $2x + 3y = 5$ และ $x - y = 10$ เป็นจริงทั้งคู่

นั่นคือ คำตอบของระบบสมการ คือ $(7, -3)$

ตัวอย่างที่ 4 การหาคำตอบของระบบสมการ $x + y = 8$ และ $2x - y = 4$ (โดยวิธีการใช้กราฟ)

วิธีทำ

ขั้นที่ 1 ทำความเข้าใจปัญหา

สิ่งที่โจทย์กำหนด ให้ $x + y = 8$ และ $2x - y = 4$

สิ่งที่โจทย์ถาม คำตอบของระบบสมการนี้

ขั้นที่ 2 วางแผนการแก้ปัญหา

การหาคำตอบของระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรวิธีการหาคำตอบได้หลายวิธี โดยการใช้กราฟ

ขั้นที่ 3 ดำเนินการตามแผน

พิจารณา $x + y = 8$

พิจารณา $2x - y = 4$

เป็นสมการเส้นตรง

เป็นสมการเส้นตรง

จัดรูปสมการได้เป็น $x + y = 8$

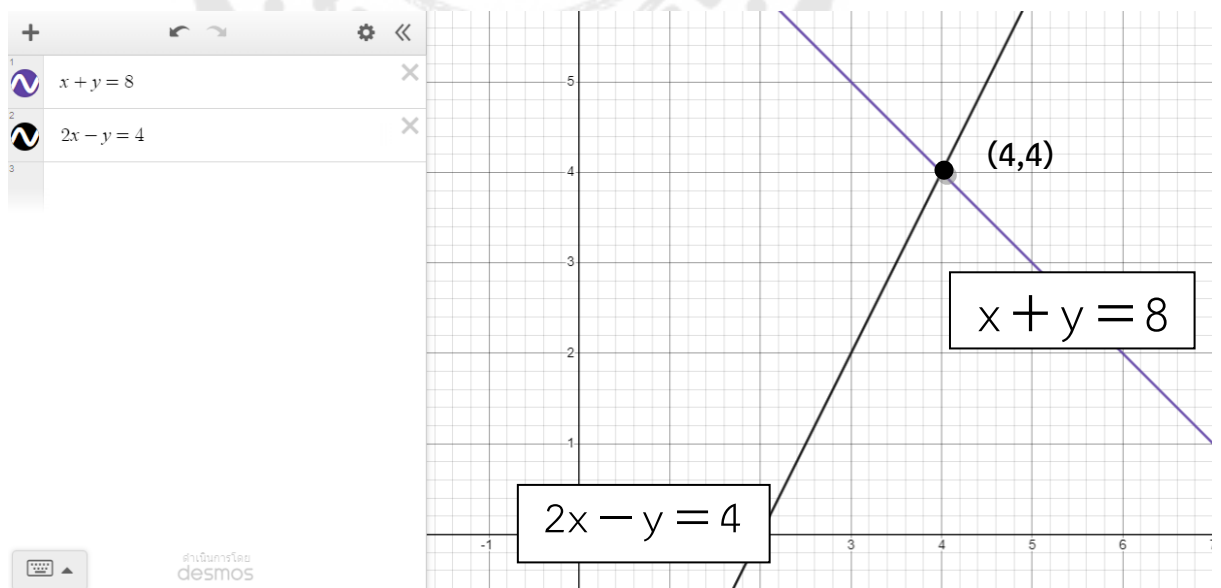
จัดรูปสมการได้เป็น $2x - y = 4$

$$y = -x + 8$$

$$y = 2x - 4$$

x	-3	-2	-1
y	5	6	7

x	2	3	4
y	8	2	0



จากกราฟพบว่า จุดตัดของกราฟทั้งสองอยู่ที่ (4,4)

ขั้นที่ 4 ขั้นตรวจสอบวิธีการและคำตอบที่ได้

$$\text{ค่า } x = 4 \text{ และ } y = 4$$

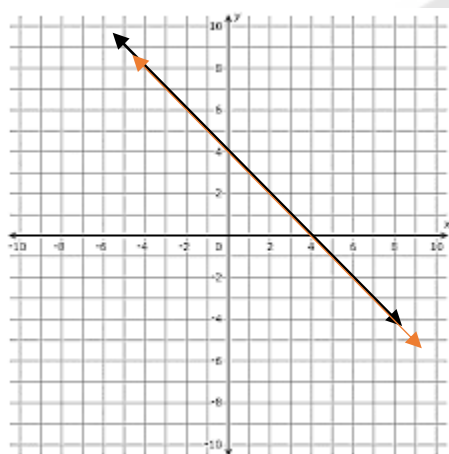
$$\text{จะได้ } (4) + (4) = 8 \text{ สมการเป็นจริง และ } 2(4) - (4) = 4 \text{ สมการเป็นจริง}$$

ทำให้สมการ $x + y = 8$ และ $2x - y = 4$ เป็นจริงทั้งคู่

นั่นคือ คำตอบของระบบสมการ คือ $(4,4)$

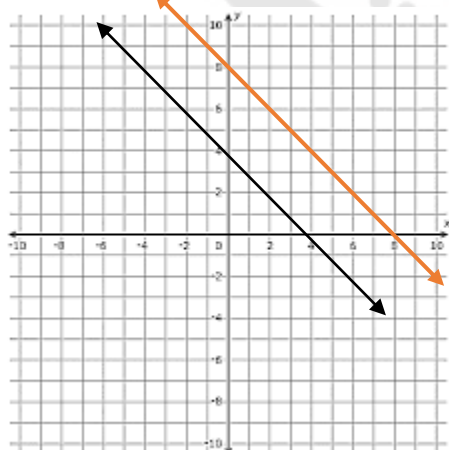
ตัวอย่างที่ 5 ให้นักเรียนวาดกราฟในการหาคำตอบระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรต่อไปนี้ พร้อมสรุปคำตอบ

1) $x + y = 4$ และ $3x + 3y = 12$



จากกราฟพบว่า กราฟของ $x + y = 4$ และ $3x + 3y = 12$ เป็นเส้นตรงสองเส้นทับกัน
ดังนั้น ระบบสมการนี้มีคำตอบมากมายไม่จำกัดอยู่ในรูป $(x, 4 - x)$ เป็น x เป็นจำนวนจริงใดๆ

2) $x + y = 4$ และ $x + y = 8$



จากกราฟพบว่า กราฟของ $x + y = 4$ และ $x + y = 8$ เส้นตรงที่ขนานกัน
ดังนั้น ระบบสมการนี้ไม่มีคำตอบ

8. กิจกรรมการเรียนรู้

ขั้นที่ 1 ชี้นำเข้าสู่บทเรียน (5 นาที)

1. ครูแจ้งจุดประสงค์การเรียนรู้ในคาบนี้ให้นักเรียนทุกคนทราบ
2. ครูทบทวนความรู้เกี่ยวกับ สมการเชิงเส้นสองตัวแปร ดังนี้
จงบอกว่าสมการที่กำหนดให้ สมการใดเป็นสมการเชิงเส้นสองตัวแปร จำนวน 6

สมการ

“ $x + y = 10$, $2x - 3 = 6$, $x = 3$, $y = -1$ ” เป็นสมการเชิงเส้นสองตัวแปร

“ $x^2 - 1 = y$, $x^2 + y^2 = 10$ ” ไม่เป็นสมการเชิงเส้นสองตัวแปร

3. ครูใช้การถามตอบประกอบการอธิบายเกี่ยวกับการวาดกราฟสมการเชิงเส้นสองตัวแปรว่ามี 2 วิธี

วิธีที่ 1 หาจุด 3 จุดที่ทำให้สมการเป็นจริงในการวาดกราฟ

วิธีที่ 2 ใช้จุดตัดแกน X และแกน Y ในการวาดกราฟ

ขั้นที่ 2 ชี้นำดำเนินกิจกรรม (40 นาที)

4. ครูและนักเรียนสรุปความหมายของสมการเชิงเส้น ดังนี้

“สมการเชิงเส้นสองตัวแปร เป็นสมการที่สามารถเขียนในรูป $Ax + By + C = 0$ โดยที่ A, B ไม่เป็นศูนย์พร้อมกัน และ x, y เป็นตัวแปร เช่น $2x + y = 1$, $x = y$, $x = 3$ เป็นต้น

5. ครูให้ความหมายของระบบสมการเชิงเส้น ดังนี้

“ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร หมายถึง ระบบสมการที่ประกอบด้วยสมการเชิงเส้นสองตัวแปร 2 สมการที่สามารถเขียนอยู่ในรูป

$$ax + by = c \quad \dots\dots\dots (1)$$

$$mx + ny = p \quad \dots\dots\dots (2)$$

โดยกำหนดให้ a, b, c, m, n, p เป็นจำนวนจริงใดๆ ที่ a, b ไม่เป็นศูนย์พร้อมกัน และ m, n ไม่เป็นศูนย์พร้อมกัน ”

6. ครูยกตัวอย่างที่ 1 แสดงวิธีการหาคำตอบโดยใช้รูปภาพ ใช้ตาราง และการใช้กราฟในการหาคำตอบ สำหรับการวาดกราฟครูใช้เว็บไซต์ [desmos.com](https://www.desmos.com) เข้ามาช่วยในการหาจุดตัดของกราฟทั้งสอง

7. ครูและนักเรียนร่วมกันทำตัวอย่างที่ 2 ร่วมกันแสดงวิธีการหาคำตอบโดยใช้รูปภาพ ใช้ตาราง และการใช้กราฟในการหาคำตอบ สำหรับการวาดกราฟใช้เว็บไซต์ [desmos.com](https://www.desmos.com) เข้ามาช่วยในการหาจุดตัดของกราฟทั้งสอง

8. ครูให้นักเรียนทำตัวอย่างที่ 3 ด้วยตัวเองแสดงวิธีการหาคำตอบโดยใช้ตารางในการหาคำตอบ และครูเดินให้คำแนะนำในการทำแบบฝึกหัด หากมีนักเรียนเกิดข้อสงสัย

9. ครูให้นักเรียนทำตัวอย่างที่ 4 ด้วยตัวเองแสดงวิธีการหาคำตอบโดยการใช้กราฟในการหาคำตอบ และเดินให้คำแนะนำในการทำแบบฝึกหัด หากมีนักเรียนเกิดข้อสงสัย

10. ครูและนักเรียนร่วมกันทำตัวอย่างที่ 5 โดยใช้การถามตอบประกอบการอธิบายร่วมกันสรุปคำตอบ และลักษณะของกราฟที่วาดได้

11. ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปรูปแบบคำตอบของระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร ได้ว่า ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรอาจมีคำตอบเดียว มีหลายคำตอบ หรือไม่มีคำตอบเลยก็ได้ ซึ่งพิจารณาได้จากกราฟของระบบสมการ ดังนี้

(1) ถ้ากราฟของสมการทั้งสองเป็นเส้นตรงที่ตัดกัน ระบบสมการมีเพียงคำตอบเดียว

(2) ถ้ากราฟของสมการทั้งสองเป็นเส้นตรงที่ทับกัน ระบบสมการมีคำตอบมากมายไม่จำกัด

(3) ถ้ากราฟของสมการทั้งสองเป็นเส้นตรงที่ขนานกัน ระบบสมการไม่มีคำตอบ

ขั้นที่ 3 ขั้นสรุป (5 นาที)

12. ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปเนื้อหาเรื่องระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร โดยใช้การถามตอบประกอบ คำตอบของระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรนั้นจะเป็นอย่างไรอย่างหนึ่ง ใน 3 อย่างนี้ คือ

1. ระบบสมการมีเพียงคำตอบเดียว (กราฟตัดกันเพียง 1 จุด)

2. ระบบสมการมีหลายคำตอบ (กราฟเป็นเส้นตรงทับกัน)

3. ระบบสมการไม่มีคำตอบ (กราฟเป็นเส้นตรงเส้นขนานกัน)

13. ครูมอบหมายการบ้านแบบฝึกหัดที่ 2.2 ในเอกสารประกอบการเรียนเรื่อง ระบบสมการสองตัวแปร

9. สื่อการเรียนรู้หรือแหล่งเรียนรู้

1. ใบกิจกรรมที่ 1 เรื่อง การแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร
2. เอกสารประกอบการเรียนเรื่อง ระบบสมการ

3. หนังสือประกอบการเรียนเรียนรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 เล่ม 2 ของ สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี กระทรวงศึกษาธิการ

4. เว็บไซต์ desmos.com

10. ภาระงานหรือชิ้นงาน

1. ใบกิจกรรมที่ 1 เรื่อง การแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร
2. แบบฝึกหัดที่ 2.2 ในเอกสารประกอบการเรียน เรื่อง ระบบสมการสองตัวแปร

11. การวัดผลและประเมินผลความรู้

จุดประสงค์การเรียนรู้	วิธีวัด	เครื่องมือวัด	เกณฑ์
เขียนแสดงการแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรได้ โดยใช้รูปภาพ (K_1)	1. สังเกตจากการตอบคำถามในชั้นเรียน	แบบสังเกตพฤติกรรมการทำงาน of นักเรียน	นักเรียนตอบคำถามได้ถูกต้อง อย่างน้อยร้อยละ 70 ถือว่าผ่าน
	2. พิจารณาจากการเขียนตอบในใบกิจกรรมที่ 1	ตัวอย่างที่ 1 ในใบกิจกรรมที่ 1	นักเรียนเขียนตอบได้ถูกต้อง อย่างน้อยร้อยละ 70 ถือว่าผ่าน
เขียนแสดงการแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรได้โดยใช้ตาราง (K_2)	1. สังเกตจากการตอบคำถามในชั้นเรียน	แบบสังเกตพฤติกรรมการทำงาน of นักเรียน	นักเรียนตอบคำถามได้ถูกต้อง อย่างน้อยร้อยละ 70 ถือว่าผ่าน
	2. พิจารณาจากการเขียนตอบในใบกิจกรรมที่ 1	ตัวอย่างที่ 2 ในใบกิจกรรมที่ 1	นักเรียนเขียนตอบได้ถูกต้อง อย่างน้อยร้อยละ 70 ถือว่าผ่าน
เขียนแสดงการแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรได้ โดยใช้กราฟ (K_3)	1. สังเกตจากการตอบคำถามในชั้นเรียน	แบบสังเกตพฤติกรรมการทำงาน of นักเรียน	นักเรียนตอบคำถามได้ถูกต้อง อย่างน้อย ร้อยละ 70 ถือว่าผ่าน
	2. พิจารณาจากการเขียนตอบในใบกิจกรรมที่ 1	ตัวอย่างที่ 3 และ 4 ในใบกิจกรรมที่ 1	นักเรียนเขียนตอบได้ถูกต้อง อย่างน้อยร้อยละ 70 ถือว่าผ่าน

จุดประสงค์การเรียนรู้	วิธีวัด	เครื่องมือวัด	เกณฑ์
ใช้ตัวแทนความคิดที่หลากหลายในการแก้ปัญหา (P ₁)	พิจารณาจากการตอบคำถามในใบกิจกรรมที่ 1	ตัวอย่างที่ 1 และ 2 ในใบกิจกรรมที่ 1	นักเรียนตอบคำถามได้ถูกต้อง อย่างน้อยร้อยละ 70 ถือว่าผ่าน
สื่อความหมายโดยใช้สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ได้ (P ₂)	สังเกตจากการตอบคำถามในชั้นเรียน	แบบสังเกตพฤติกรรมการทำงานของนักเรียน	นักเรียนตอบคำถามได้ถูกต้อง อย่างน้อยร้อยละ 70 ถือว่าผ่าน
นักเรียนมีความตรงต่อเวลาในการเข้าเรียน (A ₁)	การเช็ครายชื่อของนักเรียน	ใบรายชื่อของนักเรียน	นักเรียนเข้าห้องเรียนสายไม่เกิน 5 นาที
นักเรียนมีส่วนร่วมในการทำกิจกรรม (A ₂)	สังเกตจากพฤติกรรมที่แสดงออกในชั้นเรียน	แบบสังเกตพฤติกรรมการทำงานของนักเรียน	นักเรียนปฏิบัติตนอยู่ในข้อกำหนดอย่างน้อยร้อยละ 80 ถือว่าผ่าน
นักเรียนมีความตรงต่อเวลาในการส่งงาน (A ₃)	สังเกตจากพฤติกรรมที่แสดงออกในชั้นเรียน	แบบสังเกตพฤติกรรมการทำงานของนักเรียน	นักเรียนปฏิบัติตนอยู่ในข้อกำหนดอย่างน้อยร้อยละ 80 ถือว่าผ่าน

แบบประเมินพฤติกรรมนักเรียน

รหัสสาขาวิชา ค23102 วิชา คณิตศาสตร์พื้นฐาน 6 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2566

เกณฑ์การให้คะแนน

- 5 คะแนน หมายถึง นักเรียนมากกว่าร้อยละ 80 ของทั้งหมดสามารถปฏิบัติได้
- 4 คะแนน หมายถึง นักเรียนร้อยละ 71 – 80 ของทั้งหมดสามารถปฏิบัติได้
- 3 คะแนน หมายถึง นักเรียนร้อยละ 61 – 70 ของทั้งหมดสามารถปฏิบัติได้
- 2 คะแนน หมายถึง นักเรียนร้อยละ 50 – 60 ของทั้งหมดสามารถปฏิบัติได้
- 1 คะแนน หมายถึง นักเรียนน้อยกว่าร้อยละ 50 ของทั้งหมดสามารถปฏิบัติได้

ข้อที่	รายการประเมิน	คะแนน				
		5	4	3	2	1
1	นักเรียนมีความตรงต่อเวลาในการเข้าเรียน					
2	นักเรียนมีส่วนร่วมในกิจกรรมการเรียนรู้					
3	นักเรียนมีความตรงต่อเวลาในการส่งงาน					
รวม (15 คะแนน)						

เกณฑ์การประเมิน

- 13 – 15 คะแนน หมายถึง ดีมาก
- 10 – 12 คะแนน หมายถึง ดี
- 7 – 9 คะแนน หมายถึง พอใช้
- ต่ำกว่า 7 คะแนน หมายถึง ควรปรับปรุง

สรุปผลการประเมิน

- ดีมาก ดี พอใช้ ควรปรับปรุง

ผลการประเมิน

- ผ่าน ไม่ผ่าน

ใบกิจกรรมที่ 1

เรื่อง การแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร (การใช้รูปภาพ การใช้ตาราง และการใช้กราฟ)

ชื่อ ชั้น เลขที่

ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร

หมายถึง ระบบสมการที่ประกอบด้วยสมการเชิงเส้นสองตัวแปร 2 สมการ

ที่สามารถเขียนอยู่ในรูป $ax + by = c$ (1)

$mx + ny = p$ (2)

โดยกำหนดให้ a, b, c, m, n, p เป็นจำนวนจริงใดๆ ที่ a, b ไม่เป็นศูนย์พร้อมกัน และ m, n ไม่เป็นศูนย์พร้อมกัน

เช่น 1) $2x - y = 3$ และ $x + y - 2 = 0$ 2) $a + 3b = 5$ และ $b - 3a = 0$

3) $y = -3$ และ $5x + 3y = 6$ 4) $s - t = 3$ และ $-3s - t = 0$

การแก้ระบบสมการหรือการหาคำตอบของระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรสามารถใช้ได้หลายวิธีได้แก่ วิธีการใช้รูปภาพ วิธีการใช้ตาราง วิธีการวาดกราฟ และวิธีการใช้สัญลักษณ์ (การแทนค่า การกำจัดตัวแปร) เป็นต้น

คำตอบของระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร คือค่าของ x และ y ที่ทำให้สมการทั้งคู่เป็นจริง ซึ่งคำตอบของระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรนั้น อาจมีเพียงคำตอบเดียว มีหลายคำตอบ หรือไม่มีคำตอบก็ได้ดังตัวอย่างต่อไปนี้



ตัวอย่างที่ 1 มาร์คและเจมส์ไปซื้อของที่ร้านค้าสหกรณ์แห่งหนึ่ง โดยที่ “ มาร์คได้ซื้อดินสอ 2 แท่ง และยางลบ 3 ก้อน เป็นเงิน 35 บาท ” และ “ เจมส์ซื้อดินสอ 1 แท่งและยางลบ 2 ก้อน เป็นเงิน 20 บาท ” จงหาว่าดินสอราคาแท่งละเท่าไร และยางลบราคาก้อนละเท่าไร

วิธีทำ

ขั้นที่ 1 ทำความเข้าใจปัญหา

สิ่งที่โจทย์กำหนด

.....

สิ่งที่โจทย์ถาม

.....

ขั้นที่ 2 วางแผนการแก้ปัญหา

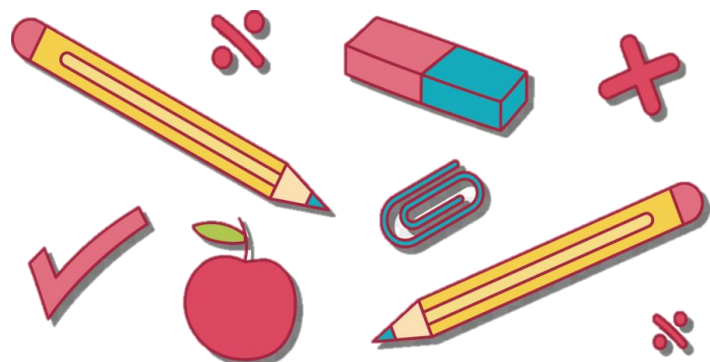
.....

.....

.....

.....

.....



ขั้นที่ 3 ดำเนินการตามแผน

วิธีที่ 1 การแก้ระบบสมการโดยใช้รูปภาพ



วิธีที่ 2 การแก้ระบบสมการโดยใช้ตาราง

เป็นวิธีหาลองแทนค่าในการหาคำตอบ คาดเดาค่า x และ y ที่ให้สมการทั้ง 2 สมการ เป็นจริง

x	Y	$2x + 3y$	$x + 2y$
		35	
		35	
		35	
		35	
		35	
		35	
		35	
		35	
		35	
		35	

พื้นที่สำหรับการทำคำนวณ....

จากการแทนค่าโดยใช้ตาราง พบว่า

.....

วิธีที่ 3 การแก้ระบบสมการโดยใช้กราฟ

.....

.....

.....

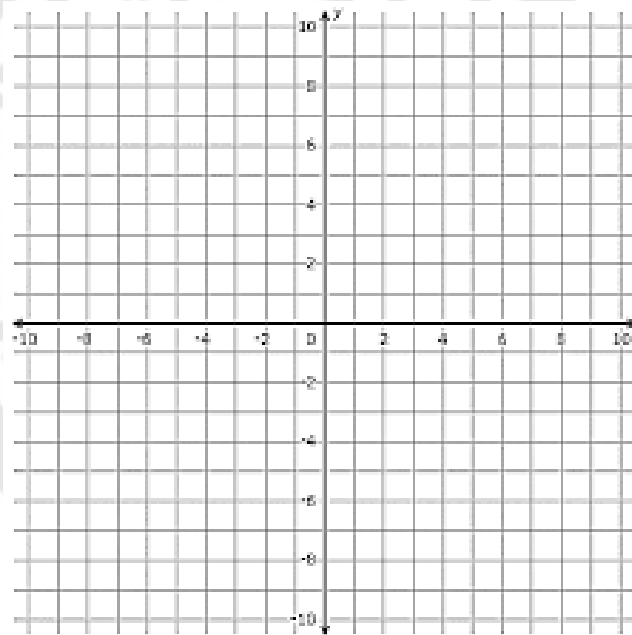
.....

.....

.....

x			
y			

x			
y			



ขั้นที่ 4 ขั้นตรวจสอบวิธีการและคำตอบที่ได้

.....

.....

.....

นั่นคือ

ตัวอย่างที่ 2 ฟาร์มโชคดีมีชัย เลี้ยงไก่และสุนัขรวมทั้งหมด 10 ตัว และนับจำนวนขาของสัตว์ทั้งสองชนิดได้ 36 ขา จงหาจำนวนสัตว์ในแต่ละชนิด

วิธีทำ

ขั้นที่ 1 ทำความเข้าใจปัญหา

สิ่งที่โจทย์กำหนด

.....

.....

สิ่งที่โจทย์ถาม

.....

.....

ขั้นที่ 2 วางแผนการแก้ปัญหา

.....

.....

.....

.....

.....

.....

หน้าที่ 6



ขั้นที่ 3 ดำเนินการตามแผน

วิธีที่ 1 การแก้ระบบสมการโดยใช้รูปภาพ



วิธีที่ 2 การแก้ระบบสมการโดยใช้ตาราง

เป็นวิธีหาลองแทนค่าในการหาคำตอบ คาดเดาค่า x และ y ที่ให้สมการทั้ง 2 สมการ เป็นจริง

x	y		

พื้นที่สำหรับการทำคำนวณ....

จากการแทนค่าโดยใช้ตาราง พบว่า

.....

.....

วิธีที่ 3 การแก้ระบบสมการโดยใช้กราฟ

.....

.....

.....

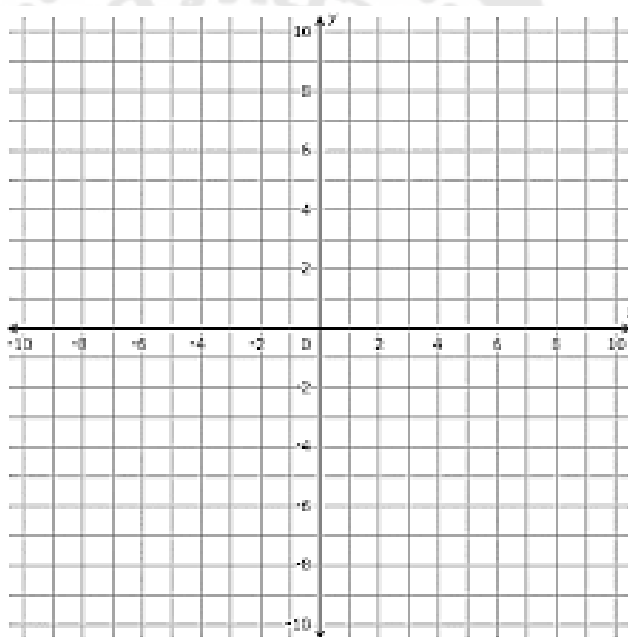
.....

.....

.....

x			
y			

x			
y			



ขั้นที่ 4 ขั้นตรวจสอบวิธีการและคำตอบที่ได้

.....

.....

.....

นั่นคือ

ตัวอย่างที่ 3 การหาคำตอบของระบบสมการ $2x + 3y = 5$ และ $x - y = 10$ (โดยการใช้ตาราง)

ขั้นที่ 1 ทำความเข้าใจปัญหา

สิ่งที่โจทย์กำหนด

.....

สิ่งที่โจทย์ถาม

.....

ขั้นที่ 2 วางแผนการแก้ปัญหา

.....

ขั้นที่ 3 ดำเนินการตามแผน

เป็นวิธีหาลองแทนค่าในการหาคำตอบ คาดเดาค่า x และ y ที่ทำให้สมการทั้ง 2 สมการ เป็นจริง

x	y	$2x + 3y$	$x - y$
		5	
		5	
		5	
		5	
		5	
		5	

จากการแทนค่าโดยใช้ตาราง พบว่า

ขั้นที่ 4 ขั้นตรวจสอบวิธีการและคำตอบที่ได้

นั่นคือ

ตัวอย่างที่ 4 การหาคำตอบของระบบสมการ $x + y = 8$ และ $2x - y = 4$ (โดยวิธีการใช้

กราฟ)

ขั้นที่ 1 ทำความเข้าใจปัญหา

สิ่งที่โจทย์กำหนด

.....

สิ่งที่โจทย์ถาม

.....

ขั้นที่ 2 วางแผนการแก้ปัญหา

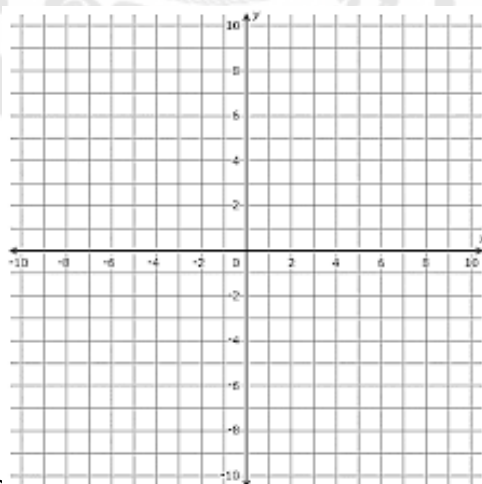
.....

ขั้นที่ 3 ดำเนินการตามแผน

.....

x			
y			

x			
y			



ขั้นที่ 4 ขั้นตรวจสอบวิธีการและคำตอบที่ได้

.....

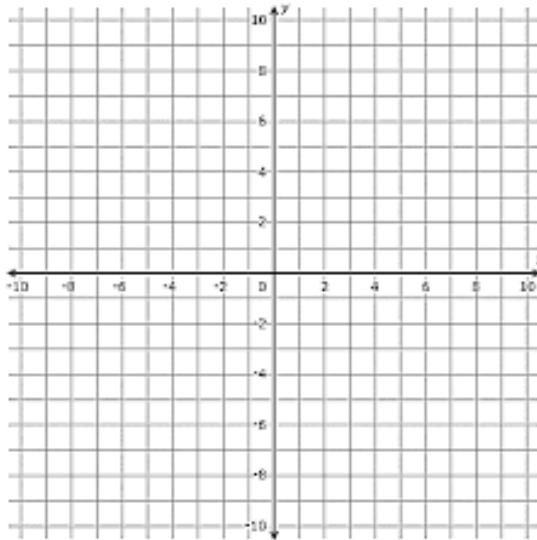
นั่นคือ

.....

หน้าที่ 11

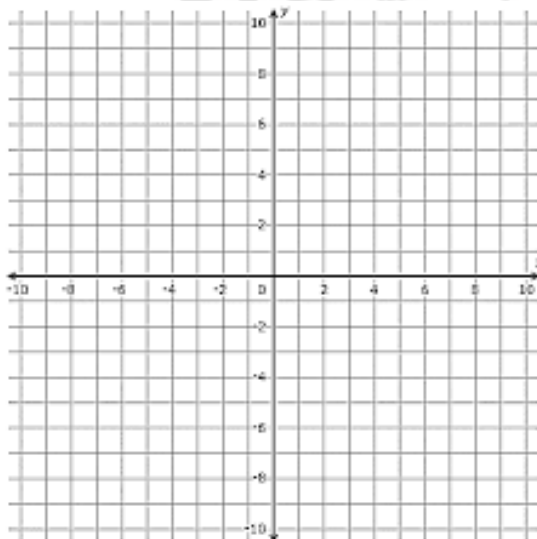
ตัวอย่างที่ 5 ให้นักเรียนวาดกราฟในการหาคำตอบระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรต่อไปนี้ พร้อมสรุปคำตอบ

1) $x + y = 4$ และ $3x + 3y = 12$



จากกราฟพบว่า กราฟของ $x + y = 4$ และ $3x + 3y = 12$ เป็น.....
 ดังนั้น.....

2) $x + y = 4$ และ $x + y = 8$



จากกราฟพบว่า กราฟของ $x + y = 4$ และ $x + y = 8$ เป็น.....
 ดังนั้น.....

แบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
เรื่อง ระบบสมการสองตัวแปร ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

คำชี้แจง

1. แบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ฉบับนี้เป็นแบบทดสอบชนิด
 อัตนัย จำนวน 3 ข้อ ข้อละ 10 คะแนน รวม 30 คะแนน แต่ละข้อมีคำถามย่อย 4 ข้อ
 โดยมีรายละเอียด ดังนี้

ข้อย่อยที่ 1 ทำความเข้าใจปัญหา (2 คะแนน)

นักเรียนทำความเข้าใจโดยบอกสิ่งที่โจทย์กำหนดให้และสิ่งที่โจทย์ถามมี
 อะไรบ้าง

ข้อย่อยที่ 2 วางแผนการแก้ปัญหา (2 คะแนน)

ให้นักเรียนแสดงวิธีการวางแผนแก้ปัญหาโดยใช้ข้อมูลในข้อย่อยที่ 1)
 ประกอบกับข้อมูลและความรู้ในการพิจารณาว่าข้อมูลที่ให้มาเพียงพอหรือไม่
 แล้วเลือกวิธีแก้ปัญหาโดยการใช้ตัวแทนได้อย่างเหมาะสม คือ การใช้รูปภาพ การ
 ใช้ตาราง การใช้กราฟ หรือการใช้สัญลักษณ์ (การแทนค่า หรือ การกำจัดตัวแปร)

ข้อย่อยที่ 3 ดำเนินการตามแผน (4 คะแนน)

ให้นักเรียนสร้างตัวแทนที่ใช้ในการแก้ปัญหา และแสดงการคิดคำนวณ
 หรือลงมือแก้ปัญหาตามที่วางแผนไว้ในข้อย่อยที่ 2

ข้อย่อยที่ 4 ตรวจสอบวิธีการและคำตอบที่ได้ (2 คะแนน)

ให้นักเรียนตรวจสอบวิธีการคิด และคำตอบว่าถูกต้องและเหมาะสมตาม
 บริบทของโจทย์หรือไม่

2. แบบทดสอบวัดฉบับนี้มีทั้งหมด 16 หน้า ใช้เวลาในการทำแบบวัด 60 นาที
3. ให้นักเรียนเขียนชื่อ นามสกุล ห้อง และเลขที่ ที่มุมบนขวามือในกระดาษคำตอบให้
 ชัดเจน
4. การพิจารณาความถูกต้องของแต่ละขั้นตอนของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ซึ่ง
 การให้คะแนนแต่ละขั้นตอนเป็นอิสระต่อกัน
5. ให้นักเรียนทำแบบทดสอบฉบับนี้ทุกข้อ และแสดงวิธีทำอย่างละเอียดเต็ม
 ความสามารถ

ชื่อ ห้อง เลขที่

เกณฑ์การให้คะแนน

แบบทดสอบต่อไปนี้มีทั้งหมด 3 ข้อ ข้อละ 10 คะแนน ผู้เข้าสอบจะได้คะแนนตาม
กระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ซึ่งกำหนดคะแนนในแต่ละขั้น ดังนี้

ขั้นที่ 1 ทำความเข้าใจปัญหา (2 คะแนน)

- | | | |
|---|---------|---|
| 0 | หมายถึง | ไม่เขียนสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ และไม่เขียนสิ่งที่โจทย์ถาม |
| 1 | หมายถึง | เขียนสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ และสิ่งที่โจทย์ถามได้ถูกต้องบางส่วน |
| 2 | หมายถึง | เขียนสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ และสิ่งที่โจทย์ถามได้ถูกต้องครบถ้วน |

ขั้นที่ 2 วางแผนการแก้ปัญหา (2 คะแนน)

- | | | |
|---|---------|--|
| 0 | หมายถึง | ไม่เขียนวางแผนการแก้ปัญหา |
| 1 | หมายถึง | เขียนแสดงการวางแผนการแก้ปัญหาได้ไม่สมบูรณ์ |
| 2 | หมายถึง | เขียนวางแผนเพื่อนำไปสู่การแก้ปัญหาได้สมบูรณ์ |

ขั้นที่ 3 ดำเนินการตามแผน (4 คะแนน)

3.1 การเลือกใช้ตัวแทน

- | | | |
|---|---------|---|
| 0 | หมายถึง | ไม่มีการสร้างตัวแทนในการแก้ปัญหา |
| 1 | หมายถึง | เขียนแสดงการเลือกตัวแทนหรือสร้างตัวแทนได้ไม่สมบูรณ์ |
| 2 | หมายถึง | เขียนสร้างตัวแทนที่จะใช้ในการแก้ปัญหาได้สมบูรณ์ |

3.2 การดำเนินการ

- | | | |
|---|---------|--|
| 0 | หมายถึง | ไม่ตอบหรือตอบผิดในส่วนที่วางแผนไม่เหมาะสม |
| 1 | หมายถึง | คำนวณผิดพลาด หรือ ตอบบางส่วนสำหรับปัญหาที่มีหลาย |

คำตอบ

- | | | |
|---|---------|--|
| 2 | หมายถึง | ตอบได้ถูกต้องและใช้ภาษาเขียนอธิบายได้ถูกต้อง |
|---|---------|--|

ขั้นที่ 4 ขั้นตรวจสอบวิธีการและคำตอบที่ได้ (2 คะแนน)

- | | | |
|---|---------|---|
| 0 | หมายถึง | ไม่เขียนการตรวจสอบคำตอบ |
| 1 | หมายถึง | เขียนแนวทางในการตรวจคำตอบไม่เหมาะสม |
| 2 | หมายถึง | เขียนตรวจคำตอบและใช้วิธีการที่เหมาะสมได้สมบูรณ์ |

เกณฑ์การประเมินผล

เกณฑ์การวัดและการประเมินความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์โดยใช้การจัดการเรียนรู้ที่ใช้ตัวแทนที่หลากหลาย เรื่อง ระบบสมการสองตัวแปร ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 มีดังนี้

- 80 – 100 หมายถึง ความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์อยู่ในระดับ ดีเยี่ยม
- 75 – 79 หมายถึง ความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์อยู่ในระดับ ดีมาก
- 70 – 74 หมายถึง ความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์อยู่ในระดับ ดี
- 65 – 69 หมายถึง ความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์อยู่ในระดับ ค่อนข้างดี
- 60 – 64 หมายถึง ความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์อยู่ในระดับ น่าพอใจ
- 55 – 59 หมายถึง ความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์อยู่ในระดับ พอใช้
- 50 – 54 หมายถึง ความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์อยู่ในระดับ ผ่านเกณฑ์
- 45 – 49 หมายถึง ความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์อยู่ในระดับ เกือบผ่าน
- 40 – 44 หมายถึง ความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์อยู่ในระดับ เกือบไม่ผ่าน
- 35 – 39 หมายถึง ความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์อยู่ในระดับ ไม่ผ่าน
- 30 – 34 หมายถึง ความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์อยู่ในระดับ ไม่ผ่าน
- 25 – 29 หมายถึง ความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์อยู่ในระดับ ไม่ผ่าน
- 20 – 24 หมายถึง ความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์อยู่ในระดับ ไม่ผ่าน
- 15 – 19 หมายถึง ความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์อยู่ในระดับ ไม่ผ่าน
- 10 – 14 หมายถึง ความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์อยู่ในระดับ ไม่ผ่าน
- 5 – 9 หมายถึง ความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์อยู่ในระดับ ไม่ผ่าน
- 0 – 49 หมายถึง ความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์อยู่ในระดับ ต่ำกว่าเกณฑ์

ขั้นต่ำ

ชื่อ..... ห้อง เลขที่

จุดประสงค์การเรียนรู้

นักเรียนสามารถแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร โดยใช้ตัวแทนที่หลากหลายได้

โจทย์ข้อที่ 1

แบบได้ไปซื้อของที่ซูเปอร์มาร์เก็ต เพื่อไปซื้อช็อกโกแลตและลูกอม “ถ้าเธอซื้อช็อกโกแลต 3 ชิ้นและลูกอม 2 เม็ดจะรวมเป็นเงิน 35 บาท” และ “ถ้าเธอซื้อช็อกโกแลต 1 ชิ้นและลูกอม 2 เม็ด จะรวมเป็นเงิน 25 บาท” อยากทราบว่าช็อกโกแลตและลูกอมชิ้นละเท่าไร

วิธีทำ

ขั้นที่ 1 ทำความเข้าใจปัญหา (2 คะแนน)

สิ่งที่โจทย์กำหนด

.....
.....

สิ่งที่โจทย์ถาม

.....
.....

ขั้นที่ 2 วางแผนการแก้ปัญหา (2 คะแนน)

.....
.....
.....

ขั้นที่ 3 ดำเนินการตามแผน (4 คะแนน)

(ให้เลือกใช้ตัวแทนความคิด

1 ตัวแทน)

วิธีที่ 1 การแก้ระบบสมการโดยใช้รูปภาพ

วิธีที่ 3 การแก้ระบบสมการโดยใช้กราฟ

.....

.....

.....

.....

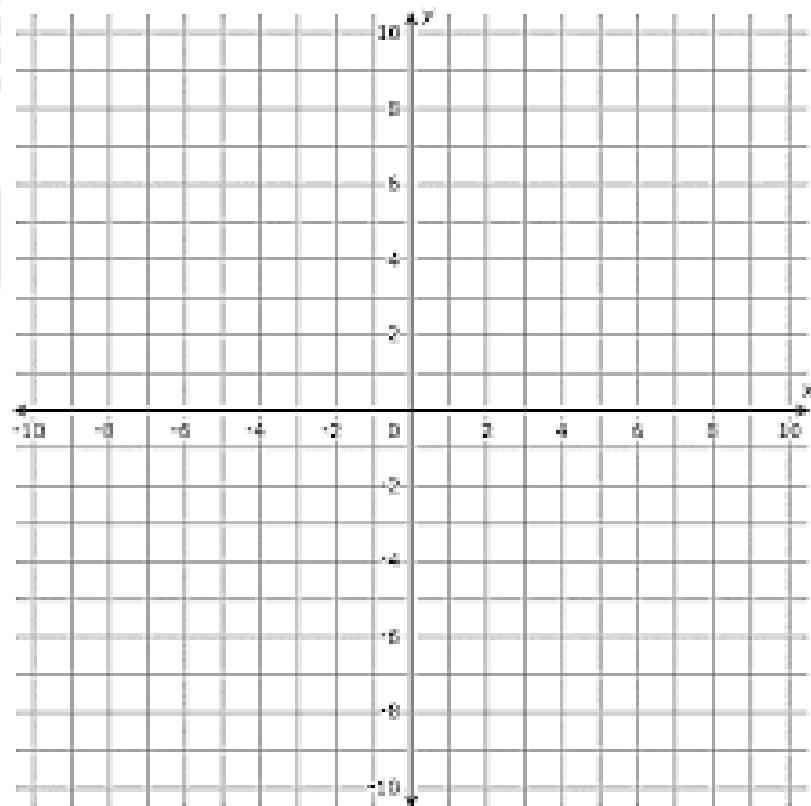
.....

.....

.....

x			
y			

x			
y			



นั่นคือ

จุดประสงค์การเรียนรู้

นักเรียนสามารถแก้ระบบสมการที่ประกอบด้วยสมการเชิงเส้นสองตัวแปรกับสมการกำลังสอง โดยใช้ตัวแทนที่หลากหลายได้

โจทย์ข้อที่ 2

ให้จำนวนเต็มสองจำนวนมีผลต่างเท่ากับ 2 และเมื่อนำจำนวนเต็มที่มีค่ามากยกกำลังสองลบด้วยจำนวนเต็มทีน้อยจะได้ค่าเท่ากับ 2 จงหาจำนวนเต็มทั้งสองจำนวนนั้น

วิธีทำ

ขั้นที่ 1 ทำความเข้าใจปัญหา (2 คะแนน)

สิ่งที่โจทย์กำหนด

.....

.....

สิ่งที่โจทย์ถาม

.....

.....

ขั้นที่ 2 วางแผนการแก้ปัญหา (2 คะแนน)

.....

.....

.....

วิธีที่ 2 การแก้ระบบสมการโดยใช้กราฟ

.....

.....

.....

.....

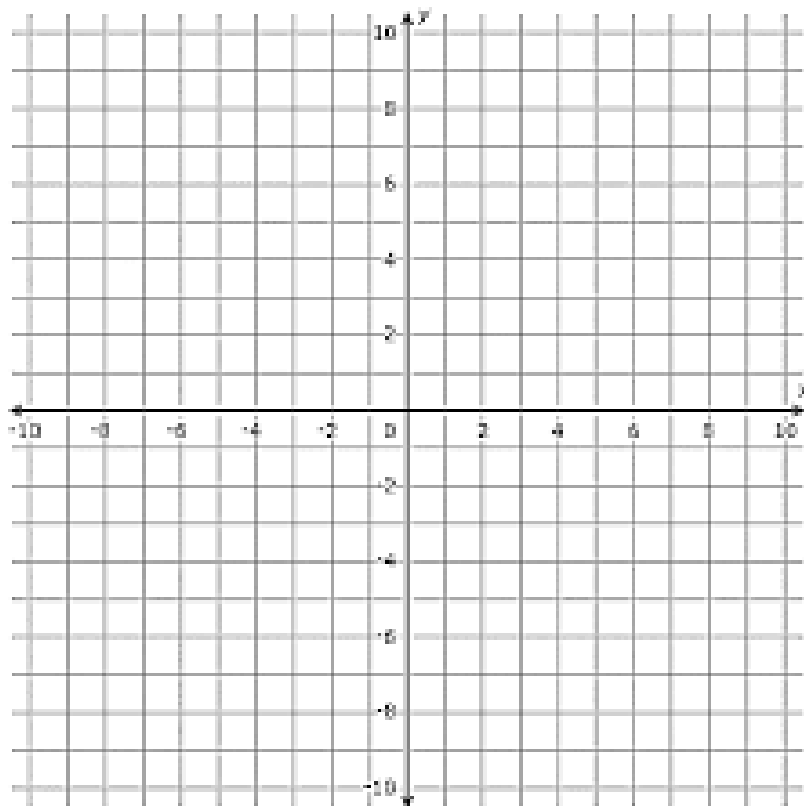
.....

.....

.....

x			
y			

x			
y			



นั่นคือ

จุดประสงค์การเรียนรู้

นักเรียนสามารถแก้ระบบสมการที่ประกอบด้วยสมการกำลังสอง โดยใช้ตัวแทนที่หลากหลายได้

โจทย์ข้อที่ 3

กำหนดให้จำนวนเต็ม 2 จำนวน เมื่อนำจำนวนหนึ่งกำลังสองแล้วลบด้วยอีกจำนวนจะมีค่าเท่ากับ -3 และผลบวกของกำลังสองของแต่ละจำนวนมีค่าเท่ากับ 9 จงหาจำนวนทั้งสอง

วิธีทำ

ขั้นที่ 1 ทำความเข้าใจปัญหา (2 คะแนน)

สิ่งที่โจทย์กำหนด

.....
.....

สิ่งที่โจทย์ถาม

.....
.....

ขั้นที่ 2 วางแผนการแก้ปัญหา (2 คะแนน)

.....
.....

.....
.....

วิธีที่ 2 การแก้ระบบสมการโดยใช้กราฟ

.....

.....

.....

.....

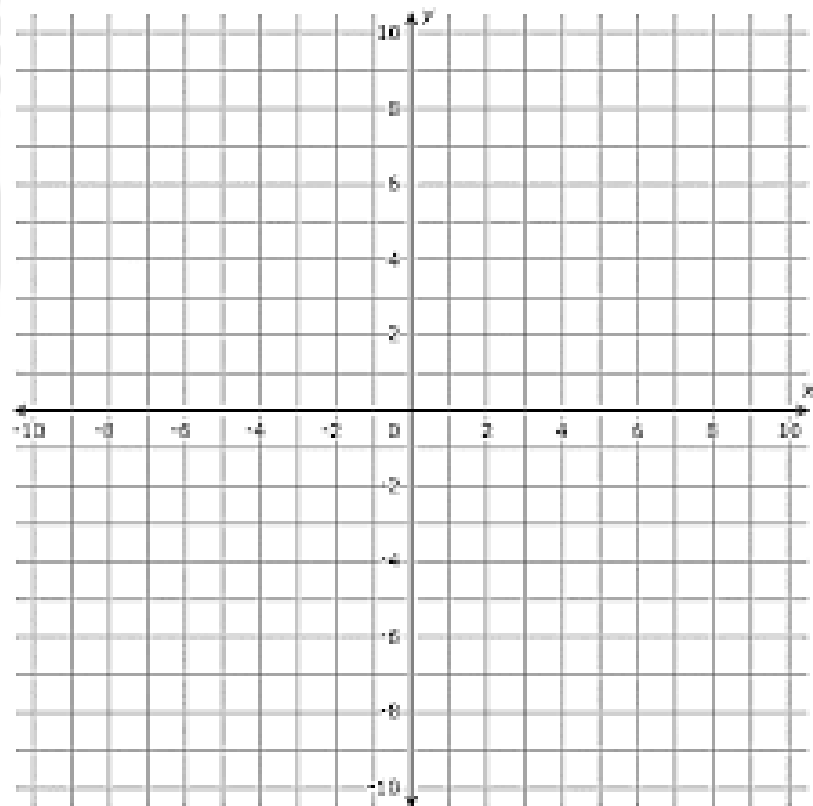
.....

.....

.....

x			
y			

x			
y			



นั่นคือ

ภาคผนวก จ
เอกสารในการดำเนินการวิจัย

1. หนังสือเชิญผู้ทรงคุณวุฒิและขอความร่วมมือในการวิจัย
2. หนังสือขอความอนุเคราะห์ในการเก็บข้อมูลวิจัย



บันทึกข้อความ

ส่วนงาน งานบริหารและธุรการ บัณฑิตวิทยาลัย โทร. 12412

ที่ อว 8718.1/3231

วันที่ 13 ธันวาคม 2566

เรื่อง ขอความอนุเคราะห์เก็บข้อมูลเพื่อการวิจัย

เรียน ผู้อำนวยการโรงเรียนสาธิตมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ปทุมวัน

เนื่องด้วย นางสาวพัชรพร ถ้วยทอง นิสิตระดับปริญญาโท สาขาวิชาวิทยาการทางการศึกษาและการจัดการเรียนรู้ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ได้รับอนุมัติให้ทำปริญญาานิพนธ์ เรื่อง “ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้ตัวแทนที่หลากหลาย (MULTIPLE REPRESENTATIONS) ที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ เรื่อง ระบบสมการสองตัวแปร ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3” โดยมี อาจารย์ ดร.สุณิสา สุมิรัตน์ และผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.รุ่งทิวา แยมรุ่ง เป็นอาจารย์ที่ปรึกษาปริญญาานิพนธ์

ในการนี้ นิสิตขอความอนุเคราะห์เก็บข้อมูล โดยใช้ 1) แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ และ 2) แผนการจัดการเรียนรู้โดยใช้ตัวแทนที่หลากหลาย (MULTIPLE REPRESENTATIONS) กับ นักเรียนระดับมัธยมศึกษา ชั้นปีที่ 3 จำนวน 48 คน เพื่อเก็บข้อมูลในการวิจัย และขอใช้สถานที่โรงเรียนของท่าน ระหว่างเดือนมกราคม 2567 ถึงเดือนกุมภาพันธ์ 2567 ทั้งนี้ นิสิตจะเป็นผู้ประสานงานในรายละเอียดดังกล่าวต่อไป สามารถสอบถามข้อมูลเพิ่มเติมได้ที่ โทร. 086 365 0966

จึงเรียนมาเพื่อโปรดพิจารณาขอความอนุเคราะห์ และขอขอบพระคุณมา ณ โอกาสนี้

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.วราภรณ์ เวียนานท์)

รองคณบดีฝ่ายเทคโนโลยีดิจิทัล รักษาการแทน

คณบดีบัณฑิตวิทยาลัย



บันทึกข้อความ

ส่วนงาน งานบริหารและธุรการ บัณฑิตวิทยาลัย โทร. 12412

ที่ อว 8718.1/3224

วันที่ 13 ธันวาคม 2566

เรื่อง ขอความอนุเคราะห์เชิญบุคลากรในสังกัดเป็นผู้เชี่ยวชาญ

เรียน ผู้อำนวยการโรงเรียนสาธิตมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ปทุมวัน

เนื่องด้วย นางสาวพัชรพร ถ้วยทอง นิสิตระดับปริญญาโท สาขาวิชาวิทยาการทางการศึกษา และการจัดการเรียนรู้ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ได้รับอนุมัติให้ทำปริญญาโท เรื่อง “ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้ตัวแทนที่หลากหลาย (MULTIPLE REPRESENTATIONS) ที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ เรื่อง ระบบสมการสองตัวแปร ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3” โดยมี อาจารย์ ดร.สุณิสา สุมิตรณะ และผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.รุ่งทิวา แยมรุ่ง เป็นอาจารย์ที่ปรึกษาปริญญาโท

ในการนี้ บัณฑิตวิทยาลัยขอเรียนเชิญ อาจารย์ ดร.ณัฐ สิทธิกร และอาจารย์สันติ อธิพิณนาวกุล เป็นผู้เชี่ยวชาญตรวจ 1) แผนการจัดการเรียนรู้โดยใช้ตัวแทนที่หลากหลาย (MULTIPLE REPRESENTATIONS) และ 2) แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ทั้งนี้ นิสิตได้ติดต่อประสานงานเบื้องต้นกับบุคลากรของท่านแล้ว และจะประสานงานในรายละเอียดดังกล่าวต่อไป สามารถสอบถามข้อมูลเพิ่มเติมได้ที่ โทร. 086 365 0966

จึงเรียนมาเพื่อขอความอนุเคราะห์บุคลากรในสังกัดเป็นผู้เชี่ยวชาญ ให้ นางสาวพัชรพร ถ้วยทอง และขอขอบพระคุณมา ณ โอกาสนี้

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.วราภรณ์ วิทยานนท์)
รองคณบดีฝ่ายเทคโนโลยีดิจิทัล รักษาการแทน
คณบดีบัณฑิตวิทยาลัย



บันทึกข้อความ

ส่วนงาน งานบริหารและธุรการ บัณฑิตวิทยาลัย โทร. 12412

ที่ อว 8718.1/3224

วันที่ 13 ธันวาคม 2566

เรื่อง ขอบความอนุเคราะห์เชิญบุคลากรในสังกัดเป็นผู้เชี่ยวชาญ

เรียน ผู้อำนวยการโรงเรียนสาธิตมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ปทุมวัน

เนื่องด้วย นางสาวพัชรพร ถ้วยทอง นิสิตระดับปริญญาโท สาขาวิชาวิทยาการทางการศึกษา และการจัดการเรียนรู้ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ได้รับอนุมัติให้ทำปริญญาานิพนธ์ เรื่อง “ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้ตัวแทนที่หลากหลาย (MULTIPLE REPRESENTATIONS) ที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ เรื่อง ระบบสมการสองตัวแปร ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3” โดยมี อาจารย์ ดร.สุณิสา สุมิรัตน์ และผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.รุ่งทิวา แยมรุ่ง เป็นอาจารย์ที่ปรึกษาปริญญาานิพนธ์

ในการนี้ บัณฑิตวิทยาลัยขอเรียนเชิญ อาจารย์ ดร.ณัฐ สิทธิกร และอาจารย์สันติ อธิพิณาวากุล เป็นผู้เชี่ยวชาญตรวจ 1) แผนการจัดการเรียนรู้โดยใช้ตัวแทนที่หลากหลาย (MULTIPLE REPRESENTATIONS) และ 2) แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ทั้งนี้ นิสิตได้ติดต่อประสานงานเบื้องต้นกับบุคลากรของท่านแล้ว และจะประสานงานในรายละเอียดดังกล่าวต่อไป สามารถสอบถามข้อมูลเพิ่มเติมได้ที่ โทร. 086 365 0966

จึงเรียนมาเพื่อขอความอนุเคราะห์บุคลากรในสังกัดเป็นผู้เชี่ยวชาญ ให้ นางสาวพัชรพร ถ้วยทอง และขอขอบพระคุณมา ณ โอกาสนี้

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.วราภรณ์ วิทยานนท์)

รองคณบดีฝ่ายเทคโนโลยีดิจิทัล รักษาการแทน

คณบดีบัณฑิตวิทยาลัย



ประวัติผู้เขียน



