



การศึกษาการอยู่ร่วมกันของสถานะนำยวดยิ่งและคลื่นความหนาแน่นสปินที่มีผลต่ออุณหภูมิ
วิกฤตในตัวนำยวดยิ่งกลุ่มไฮไดรด์ภายใต้ความดันสูง

THE STUDY ON COEXISTENCE OF SUPERCONDUCTING STATE AND SPIN DENSITY
WAVE EFFECT TO CRITICAL TEMPERATURE IN METALLIC HYDRIDES
SUPERCONDUCTOR UNDER HIGH PRESSURE

พงษ์กานต์ ทองครบุรี

บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ

2566

การศึกษาการอยู่ร่วมกันของสถานะนำเวดจ์และคลื่นความหนาแน่นสปินที่มีผลต่ออุณหภูมิ
วิกฤตในตัวนำเวดจ์กลุ่มไฮโดรด์ภายใต้ความดันสูง



โครงร่างปริญญานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตร
ปรัชญาดุษฎีบัณฑิต สาขาวิชาฟิสิกส์
คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ
ปีการศึกษา 2566
ลิขสิทธิ์ของมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ

THE STUDY ON COEXISTENCE OF SUPERCONDUCTING STATE AND SPIN DENSITY
WAVE EFFECT TO CRITICAL TEMPERATURE IN METALLIC HYDRIDES
SUPERCONDUCTOR UNDER HIGH PRESSURE



A Dissertation Proposal Submitted in Partial Fulfillment of the Requirements
for the Degree of DOCTOR OF PHILOSOPHY
(Physics)

Faculty of Science, Srinakharinwirot University

2023

Copyright of Srinakharinwirot University

ปริญญานิพนธ์

เรื่อง

การศึกษาร่วมกันของสถานะนำยวดยิ่งและคลื่นความหนาแน่นสปินที่มีผลต่ออุณหภูมิจาก

วิกฤตในตัวนำยวดยิ่งกลุ่มไฮโดรด์ภายใต้ความดันสูง

ของ

พงษ์กานต์ ทองครบุรี

ได้รับอนุมัติจากบัณฑิตวิทยาลัยให้นับเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตร

ปริญญาปรัชญาดุษฎีบัณฑิต สาขาวิชาฟิสิกส์

ของมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ

(รองศาสตราจารย์ นายแพทย์ฉัตรชัย เอกปัญญาสกุล)

คณบดีบัณฑิตวิทยาลัย

คณะกรรมการสอบปากเปล่าปริญญานิพนธ์

..... ที่ปรึกษาหลัก ประธาน
(รองศาสตราจารย์ ดร.พงษ์แก้ว อุดมสมุทรธีรบุญ) (รองศาสตราจารย์ ดร.สุรศักดิ์ เชียงกา)

..... ที่ปรึกษาร่วม กรรมการ
(รองศาสตราจารย์ ดร.อาภาพงศ์ ชั่งจันทร์) (ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.อารีญา เขียมบุญ)

..... กรรมการ
(รองศาสตราจารย์ ดร.สมศักดิ์ พิมาณแพง)

สารบัญ

	หน้า
สารบัญ	๑
สารบัญภาพ	๗
บทที่ 1 บทนำ.....	1
1.1 ประวัติตัวนำวดยิ่ง	1
1.2 ลำดับการค้นพบตัวนำวดยิ่ง	4
1.3 ความมุ่งหมายของการวิจัย.....	6
1.4 ความสำคัญของการวิจัย	6
1.5 ขอบเขตของการวิจัย	6
บทที่ 2 ทฤษฎีและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง.....	1
a) 2.1 การแบ่งชนิดตัวนำวดยิ่ง	1
i) 2.1.1 การแบ่งตามอุณหภูมิวิกฤต	1
(1) 2.1.1.1 ตัวนำวดยิ่งแบบดั้งเดิม	1
(2) 2.1.1.2 ตัวนำวดยิ่งอุณหภูมิสูง	1
ii) 2.1.2 ประเภทตัวนำวดยิ่งแบ่งตามสารประกอบ.....	2
(1) 2.1.2.1 ตัวนำวดยิ่งแบบแม่เหล็ก.....	2
(2) 2.1.2.2 ตัวนำวดยิ่งแบบออกไซด์.....	3
(3) 2.1.2.3 ตัวนำวดยิ่งอิเล็กทรอนิกส์.....	3
(4) 2.1.2.4 ตัวนำวดยิ่งแบบสารประกอบอินทรีย์.....	4
iii) 2.1.3 การแบ่งตามรูปแบบการทนได้ของสนามแม่เหล็กภายนอก	4
การแบ่งตัวนำวดยิ่งตามรูปแบบการทนได้ของสนามแม่เหล็กภายนอก แบ่งได้เป็น 2 ประเภทคือ ประเภทที่ 1 และประเภทที่ 2 โดยการแบ่งนั้นพิจารณาจากความชันของ	

กราฟความสัมพันธ์ ระหว่างสนามแม่เหล็กภายในและสนามแม่เหล็กภายนอก รายละเอียดดังต่อไปนี้ 4

(1) 2.1.3.1 ตัวนำวอดยิ่งประเภทที่1 4

(2) 2.1.3.2 ตัวนำวอดยิ่งประเภทที่2 5

b) 2.2 ทฤษฎีตัวนำวอดยิ่งแบบมหภาค (ทฤษฎี กิ้นซ์เบิร์ก-แลนดาว) 6

c) 2.3 ทฤษฎีตัวนำวอดยิ่งแบบจุลภาค (ทฤษฎีBCS) 7

d) 2.4 คลื่นความหนาแน่นสปิน (Spin density wave, SDW) 26

e) 2.5 สมการ Birch–Murnaghan 27

โดยกำหนดให้..... 30

จากสมการที่ (64) และ (65) เราจะสามารถสร้างความสัมพันธ์ระหว่าง P และ ϵ_k ได้โดยผ่านตัวแปรของปริมาตร V ซึ่งจะนำไปใช้ในการคำนวณหาอุณหภูมิวิกฤตของตัวนำวอดยิ่งภายใต้ความดันต่อไป 30

f) 2.6 เครื่องอัดแรงดันสูงด้วยเพชร (Diamond anvil cell) 30

การจำลองสภาพความดันสูงมีความจำเป็นอย่างยิ่งในการทดลองด้านวิทยาศาสตร์ ซึ่งจุดที่จะมีความดันสูงในระดับ มากกว่า 100GPa ได้นั้นอาจจะต้องเป็นบริเวณแกนกลางของดาว เช่นโลก ที่แกนกลางมีความดัน 377GPa (Tran et al., 2009) ดังนั้นแล้วการสร้างเครื่องมือและความเข้าใจในหลักการจึงมีความสำคัญเป็นอย่างมาก 30

ส่วนประกอบที่สำคัญของเครื่องอัดแรงดันสูง 31

เพชร มีสองส่วนเพื่อบีบเข้าหากันเนื่องจากเพชรมีความแข็งมากที่สุดและมีความใสทำให้การใช้แสงเอกซเรย์ยิงผ่านเพชรเพื่อตรวจวิเคราะห์ทำได้ง่าย นอกจากนี้การเจียระไนเพชร จะต้องคำนึงถึงการรับแรงและพื้นที่การกดเพื่อให้ได้ความดันที่กำหนด 31

รูบี้ (ruby) เป็นวัสดุที่ใช้ตรวจสอบระดับความดัน จะที่บแสงเมื่อถึงค่าความดันที่กำหนด 31

gasket ส่วนใหญ่ใช้เป็น 31

pressure media เป็นสารที่เติมไปในช่องระหว่างเพชรและ 31

โครงสร้างกระบอก ออกแบบให้มีการจุดต่อของสายสำหรับวัดอุณหภูมิและ ส่วนที่เดิมสารทำ
ความเย็นเช่น ไนโตรเจน นอกจากนี้สิ่งสำคัญคือการปรับระยะทำให้ความดันมากขึ้น และ
การปรับหน้าสัมผัสของเพชรทั้งสองส่วนให้มีหน้าสัมผัสขนานกัน และตั้งฉากกับแนวแกน
ของกระบอก 31

เครื่องอัดแรงดันสูงด้วยเพชร (Diamond anvil cell) ; DAC ที่มีขนาดเล็ก และอุปกรณ์ไม่
ซับซ้อนทำให้การทดลองตัวนำยวดยิ่งภายใต้ความดันสูงทำได้ง่ายและสะดวกขึ้น แต่
อย่างไรก็ตามยังคงต้องใช้เพชรเป็นอุปกรณ์ในส่วนที่เกิดสารเนื่องจากเพชรสามารถรับความ
ดันได้สูงเพราะมีค่าความแข็งระดับ 10 ตามภาพประกอบด้านล่าง..... 31

นอกจากนี้ในการใช้งานจำเป็นต้องมีการตรวจวัดค่าความต้านทานของตัวนำยวดยิ่ง โดยการ
ต่อแผ่นอิเล็กทรอนิกส์จากภาพจะเห็นเป็นสีเขียวสีแนว ส่วนการควบคุมอุณหภูมิต่ำลงระดับ
ประมาณ 10 K สามารถทำได้โดยนำไปติดตั้งใน ไครโยสแตต (..... 32

2.7 สารประกอบประเภทไฮไดรด์ 32

สารประกอบประเภทไฮไดรด์เป็นสารที่เกิดจากไฮโดรเจนและ โลหะมารวมกันเกิดเป็น
สารประกอบ เช่น NH_3 , LaH_{10} , H_2S , YH_x , FeH_2 และ NiH เป็นต้น สิ่งที่น่าสนใจของ
สารประกอบไฮไดรด์ คือการเปลี่ยนเฟสของโครงสร้างอะตอมเมื่อมีความดันมีค่าสูงขึ้น
และในบางกรณีจะมีค่าอุณหภูมิวิกฤตสูงขึ้นทำให้สารประกอบประเภทไฮไดรด์เป็นที่
น่าสนใจทั้งทางด้านการทดลองและ ทางด้านทฤษฎี 32

โดย (a) ที่ความดัน 45 GPa, (b) ที่ความดัน 67 GPa, (c) ที่ความดัน 86 GPa และ (d) ที่
ความดัน 150 GPa..... 32

ที่มา : (Bi, Zarifi, Terpstra, & Zurek, 2018)..... 32

ในการพิจารณาเมื่อเพิ่มความดันให้กับตัวนำยวดยิ่งนั้น จะทำให้ปริมาตรเซลล์มีขนาดเล็กลง
และทำให้โครงสร้างของเซลล์มีการเปลี่ยนแปลง หรือ เปลี่ยนเฟส สารประกอบ $Fe_{1.5}Te$ มี
การเปลี่ยนแปลงเฟสที่ความดัน 4 GPa จาก T เป็น cT โดยสังเกตจากเส้นกราฟจะมี
ความไม่ต่อเนื่องของ Unit cell volume ที่ความดันค่าดังกล่าว..... 33

โดยมีการเปลี่ยนเฟส จาก T เป็น cT ที่ความดัน 4 GPa 34

นอกจากนี้การเพิ่มความดันมีผลทำให้เกิดการเปลี่ยนแปลงต่ออุณหภูมิวิกฤต ในกรณีของ ซัลเฟอร์ไฮไดรด์ (H_2S) การเพิ่มความดันในช่วง 107-203 GPa มีผลทำให้อุณหภูมิวิกฤต สูงขึ้นตามภาพประกอบที่ 17.....	34
ภาพบน แสดงความสัมพันธ์ระหว่างค่าความต้านทานและ อุณหภูมิที่ค่าความดัน 107-203 GPa ของ ซัลเฟอร์ไฮไดรด์ (H_2S)	35
ภาพล่าง แสดงค่าความต้านทานบริเวณใกล้เคียงศูนย์โอห์ม จากการวัดแบบ 4จุดโดยใช้กระแส 4ไมโครแอมป์	35
ที่มา : (A. Drozdov et al., 2015)	35
นอกจากสารประเภทไฮไดรด์แล้ว ยังมีสารอื่นที่มีคุณสมบัติลักษณะเดียวกัน เช่น แลนทานัมอันดี คาไฮไดรด์ (LaD_{11}) ในช่วงอุณหภูมิต่ำกว่า 200 K มีค่าความต้านทานต่ำลงเมื่อเพิ่มความ ดัน 139,145 และ152 GPa ตามลำดับ ตามภาพประกอบที่18	35
ที่มา : (A. P. Drozdov et al., 2019)	36
สภาพแวดล้อมภายนอก นอกจากความดันแล้ว ยังมีสนามแม่เหล็กที่ส่งผลต่อสภาวะการเป็น ตัวนำยวดยิ่ง ในสารประกอบ H_3S ที่ความดันคงที่ 150 GPa และทำการปรับค่าความเข้ม สนามแม่เหล็กเพิ่มขึ้นจะมีผลทำให้ค่าอุณหภูมิวิกฤตลดลง ตามภาพประกอบที่ 19.....	36
ที่มา : (Eremets et al., 2022)	37
บทที่3 วิธีดำเนินการวิจัย.....	38
3.1 ใช้ทฤษฎี BCS และการเพิ่มความดันเข้าไปในระบบ.....	38
3.2 โดยใช้ทฤษฎีกินซ์เบิร์ก-แลนดาวและ มีการเพิ่มความดันเข้าไปในระบบ	53
3.3 ศึกษาผลการเปลี่ยนแปลงอุณหภูมิวิกฤตของตัวนำยวดยิ่งประเภทสารประกอบไฮไดรด์ใน สภาวะความดันสูง	57
3.4 เปรียบเทียบผลการคำนวณและผลการทดลองอุณหภูมิวิกฤตของตัวนำยวดยิ่งประเภท สารประกอบไฮไดรด์ในสภาวะความดันสูง	60
บทที่4 ผลการศึกษา	61
4.1 นำผลที่ได้จากการคำนวณโดยใช้ทฤษฎี BCS และใช้ทฤษฎี กินซ์เบิร์กแลนดาวมาวิเคราะห์	61

4.1.1	เมื่อพิจารณาผลของ แรงคู่ของ phonon และแรงผลัก coulomb ร่วมกับผลจากความดัน	61
4.1.2	เมื่อพิจารณาผลของ SDW และ สภาวะนำยวดยิ่ง ร่วมกับผลจากความดัน	61
	ผลการคำนวณที่ได้จากสมการที่(225) ได้สมการอนุกรมวิฤตดังนี้	61
4.1.3	เมื่อพิจารณาผลของ แรงคู่ของ phonon, แรงผลัก coulomb, SDW และ สภาวะนำยวดยิ่ง ร่วมกับผลจากความดัน	62
4.2	นำผลที่ได้จากการคำนวณมาเปรียบเทียบกับการทดลอง	62
บทที่5	สรุป อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ	70
g)	5.1 สรุปผลการศึกษาค่าการเปลี่ยนแปลงอุณหภูมิวิกฤตของตัวนำยวดยิ่งประเภทสารประกอบไฮไดรด์ $YH_4, YH_6, YH_7, YH_9, H_3S, CaH_6$ และ LaH_{10} ในสภาวะความดันสูง	70
h)	5.2 สรุปผลการเปรียบเทียบผลการคำนวณที่ใช้ทฤษฎีแบบจุลภาค (BCS) และ ทฤษฎีแบบมหภาค(กิ้นซ์เบิร์กแลนดาว)	71
i)	5.3 สรุปผลการเปรียบเทียบผลที่ได้จากการคำนวณ และ ผลการทดลอง	71
	บรรณานุกรม	73
	ประวัติผู้เขียน	75

สารบัญภาพ

หน้า

ภาพประกอบ 1	ออนเนส Heike Kamerlingh Onnes.....	1
ภาพประกอบ 2	การทดลองวัดความต้านทานของปรอท Hg โดยลดอุณหภูมิไปถึง 4.2K.....	2
ภาพประกอบ 3	บาร์ดีน, คูเปอร์ และ ซรีฟเฟอร์ (ตามลำดับจากซ้ายไปขวา).....	3
ภาพประกอบ 4	ลำดับการค้นพบตัวนำยิ่งยวดและ อุณหภูมิกวิกฤต.....	5
ภาพประกอบ 5	โครงสร้างในสารประกอบ Y-Ba-Cu-O แบบคิวเพรท (Cuprates)	2
ภาพประกอบ 6	ตัวนำยิ่งยวดประเภทที่ 1 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างสนามแม่เหล็กภายในและ สนามแม่เหล็กภายนอก	5
ภาพประกอบ 7	ตัวนำยิ่งยวดประเภทที่ 2 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างสนามแม่เหล็กภายในและ สนามแม่เหล็กภายนอก	6
ภาพประกอบ 8	แผนภาพฟายแมนของอันตรกิริยาระหว่างอิเล็กตรอนโฟนอน	10
ภาพประกอบ 9	ระดับพลังงานของคูเปอร์ E กับพลังงานของอิเล็กตรอน k	15
ภาพประกอบ 10	กราฟผลการทดลองอัตราส่วนช่องว่างพลังงานที่อุณหภูมิต่ำ ต่อช่องว่าง พลังงานที่อุณหภูมิศูนย์เคลวิน กับอุณหภูมิต่ำต่อ อุณหภูมิกวิกฤต	17
ภาพประกอบ 11	แผนภาพแสดงขอบเขตการเกิด SC และ SDW.....	27
ภาพประกอบ 12	เครื่องอัดแรงดันสูงด้วยเพชรโดยมีสารทดสอบอยู่ตรงกลาง	30
ภาพประกอบ 13	ตัวอย่างเครื่อง DAC ที่มีขนาดเล็กกว่าเหรียญ 1 เซนต์.....	32
ภาพประกอบ 14	แสดงโครงสร้างแต่ละแบบของสารประกอบ FeH จากผลของความดัน.....	32
ภาพประกอบ 15	โครงสร้างสารประกอบกลุ่มอิตเทรียมไฮไดรด์.....	33
ภาพประกอบ 16	กราฟความสัมพันธ์ระหว่างความดันและปริมาตรเซลล์.....	34
ภาพประกอบ 17	แสดงความสัมพันธ์ อุณหภูมิและ ความต้านทานของ ซัลเฟอร์ไฮไดรด์ (H ₂ S) ที่ ความดันระหว่าง 107-203 GPa.....	35

ภาพประกอบ 18 ความสัมพันธ์ระหว่างค่าความต้านทานและ อุณหภูมิที่ค่าความดัน 139,145 และ 152 GPa ของ แลนทานัมอันดีคาไฮไดรด์ LaD₁₁ 36

ภาพประกอบ 19 กราฟความสัมพันธ์ระหว่างความต้านทานและ อุณหภูมิของสารประกอบ H₃S ที่ ความดันคงที่ 155 GPa 37

ภาพประกอบ 20 สมการที่ใช้ในการคำนวณเพื่อหาอุณหภูมิวิกฤตในตัวแปรความดัน 38

ภาพประกอบ 21 แสดงผลของความดันและอุณหภูมิวิกฤตของ YH₆ และ YH₉ 57

ภาพประกอบ 22 แสดงผลของความดันและอุณหภูมิวิกฤตของ LaH₁₀ 58

ภาพประกอบ 23 กราฟความสัมพันธ์ระหว่างความดันและปริมาตรต่ออะตอมของ อิตเทรียมไฮไดรด์ 59

ภาพประกอบ 24 แผนภาพแสดง ความสัมพันธ์ระหว่างความดันและ อุณหภูมิวิกฤต การคำนวณ Cal-1 และ Cal-2 เปรียบเทียบกับการทดลองของสารประกอบ H₃S 63

ภาพประกอบ 25 แผนภาพแสดง ความสัมพันธ์ระหว่างความดันและ อุณหภูมิวิกฤต การคำนวณ Cal-1 และ Cal-2 เปรียบเทียบกับการทดลองของสารประกอบ LaH₁₀ 64

ภาพประกอบ 26 แผนภาพแสดง ความสัมพันธ์ระหว่างความดันและ อุณหภูมิวิกฤต การคำนวณ Cal-1 และ Cal-2 เปรียบเทียบกับการทดลองของสารประกอบ CaH₆ 65

ภาพประกอบ 27 แผนภาพแสดง ความสัมพันธ์ระหว่างความดันและ อุณหภูมิวิกฤต โดยการคำนวณ ที่กำหนดให้ $\mu=0.10/0.13$ และ $\omega_D=684/1,333$ เปรียบเทียบกับการทดลองของ YH₉. 66

ภาพประกอบ 28 แผนภาพแสดง ความสัมพันธ์ระหว่างความดันและ อุณหภูมิวิกฤต โดยการคำนวณ ที่กำหนดให้ $\mu=0.10/0.13$ และ $\omega_D=684/1,333$ เปรียบเทียบกับการทดลองของ YH₆. 67

ภาพประกอบ 29 แผนภาพแสดง ความสัมพันธ์ระหว่างความดันและ อุณหภูมิวิกฤต การคำนวณ ที่กำหนดให้ $\mu=0.10/0.13$ และ $\omega_D=684/1,333$ เปรียบเทียบกับการทดลอง YH₄ 68

ภาพประกอบ 30 แผนภาพแสดง ความสัมพันธ์ระหว่างความดันและ อุณหภูมิวิกฤต การคำนวณ ที่กำหนดให้ $\mu=0.10/0.13$ และ $\omega_D=684/1,333$ เปรียบเทียบกับการทดลอง YH₇ 69

บทที่ 1

บทนำ

การศึกษาตัวนำยิ่งยวดยิ่ง มีการศึกษาทั้งทางด้านทฤษฎีและทางด้านการทดลอง อย่างต่อเนื่องจากปี 1908 จนถึงปัจจุบันนี้ การค้นพบตัวนำยิ่งยวดยิ่งมีพัฒนาการในด้านอุณหภูมิวิกฤตที่สูงขึ้นเรื่อยๆ มีการค้นพบตัวนำใหม่ๆ ที่มีอุณหภูมิวิกฤตสูงขึ้นจาก 4.2 เคลวิน สำหรับสาร Hg จนถึง 287 เคลวิน สำหรับสาร $H_2S + CH_4$ (Snider et al., 2020) ซึ่งนักวิจัยต่างมีเป้าหมายที่จะทำการวิจัยและ ค้นหาตัวนำยิ่งยวดยิ่งยวดที่อุณหภูมิห้องให้ได้ ตัวนำยิ่งยวดยิ่งยวดมีการนำไปประยุกต์ใช้อย่างแพร่หลาย เช่นนำไปสร้างสนามแม่เหล็กความเข้มสูงสำหรับรถไฟฟ้า, เครื่องมือทางการแพทย์, มอเตอร์ไฟฟ้า, เครื่องเร่งอนุภาคและ ตัวนำของสายส่งไฟฟ้าที่สามารถรับกระแสไฟฟ้าสูง ในด้านทฤษฎีมีการนำเสนอรูปแบบของตัวนำยิ่งยวดยิ่งยวดอุณหภูมิสูงโดยนำทฤษฎี BCS ที่ถือว่ามีควมถูกต้องในระดับอุณหภูมิต่ำมาปรับปรุงให้มีความถูกต้องมากขึ้น จะเห็นได้ว่าการศึกษาตัวนำยิ่งยวด ยิ่ง นั้นมีความสำคัญอย่างยิ่งต่อการพัฒนาของประเทศสู่โลกแห่งอนาคต ที่จะมีการศึกษาด้านทฤษฎีและ การประยุกต์ใช้อุปกรณ์ หรือเครื่องมือที่มีความทันสมัยมากขึ้นทำให้เกิดความก้าวหน้าในทุกภาคส่วน

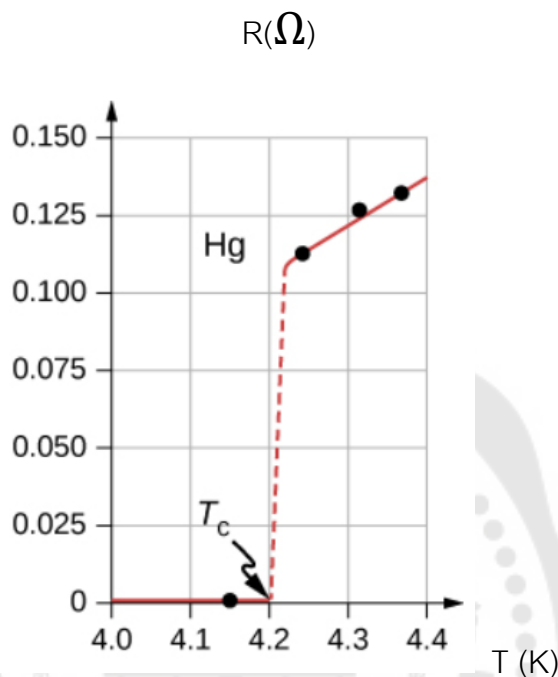
1.1 ประวัติตัวนำยิ่งยวด

การศึกษาตัวนำยิ่งยวดยิ่ง เริ่มจากปี 1889 ที่ตีวาร์ ออกแบบและทำการสร้างอุปกรณ์ลดอุณหภูมิได้และ ต่อมา ฮอนเนส สามารถพัฒนาจนสามารถทำอุณหภูมิได้ลดลงถึง 4 เคลวินได้ซึ่งมากที่สุดใเวลานั้น (Onnes, 1908) ได้ทำการทดลองพบว่าความต้านทานของปรอทลดลงอย่างสม่ำเสมอเมื่ออุณหภูมิลดต่ำลง แต่เมื่ออุณหภูมิลงถึง 4.2 เคลวินความต้านทานของปรอทได้ลดลงแบบทันทีทันใด



ภาพประกอบ 1 ฮอนเนส Heike Kamerlingh Onnes

ที่มา : https://en.wikipedia.org/wiki/Heike_Kamerlingh_Onnes



ภาพประกอบ 2 การทดลองวัดความต้านทานของปรอท Hg โดยลดอุณหภูมิไปถึง 4.2K

ที่มา : (Onnes, 1908)

ในปี 1951 Bardeen เข้ารับตำแหน่ง ศาสตราจารย์ฟิสิกส์แห่งมหาวิทยาลัย Illinois ได้มีความสนใจปรากฏการณ์สภาพนำยวดยิ่งที่ ฮอนเนส พบเมื่อ 38 ปีก่อน แต่ไม่มีใครแม้แต่ Einstein, Feynman และ Landau สามารถอธิบายสาเหตุการเกิดได้ และสมบัติต่างๆ ของสารประหลาดนี้ได้ ต่อมาได้พบว่าปรากฏการณ์ไอโซโทป แสดงให้เห็นว่าอุณหภูมิวิกฤตของตัวนำยวดยิ่ง แปรผกผันกับรากที่สองของมวลเชิงอะตอมของสาร Bardeen และนิสิตหลังปริญญาเอกชื่อ Leon Cooper ผู้มีความรู้และความสามารถด้านทฤษฎีควอนตัมกับ Robert Schrieffer ผู้กำลังทำปริญญาเอกฟิสิกส์มาทำงานวิจัยร่วมกัน จนในที่สุดคนทั้งสามคนก็ประสบความสำเร็จในการสร้างทฤษฎีที่สามารถอธิบายปรากฏการณ์สภาพนำยวดยิ่งได้ ทฤษฎีนี้มีชื่อว่า ทฤษฎี BCS ตามอักษรนำของชื่อ Bardeen, Cooper และ Schrieffer



ภาพประกอบ 3 บาร์ดีน, คูเปอร์ และ ชรีฟเฟอร์ (ตามลำดับจากซ้ายไปขวา)

ที่มา : <https://archon.library.illinois.edu/?p=digitallibrary/digitalcontent&id=1512>

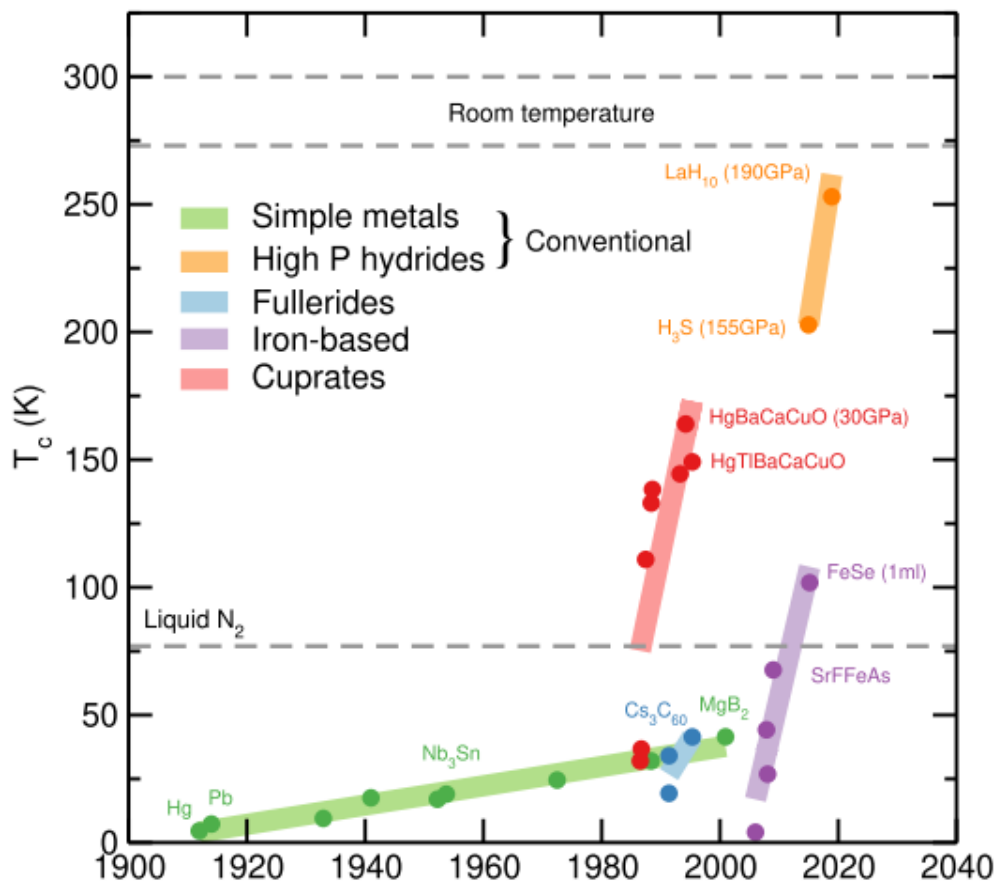
ทฤษฎีนี้ถูกนำเสนอโดยบาร์ดีน คูเปอร์ และ ชรีฟเฟอร์ ในปี 1957 (Bardeen, Cooper, & Schrieffer, 1957) ซึ่งจากผลงานวิจัยชิ้นนี้ทำให้พวกเขาสามคนได้รับรางวัลโนเบลในปี 1972 โดยมีคำอธิบายสำหรับการค้นพบของพวกเขาที่ว่า “for their jointly developed theory of superconductivity, usually called the BCS-theory” ซึ่งหมายถึงความร่วมมือกันในการพัฒนาทฤษฎี ตัวนำยวดยิ่ง

ในช่วงเวลาเดียวกัน ปี 1950 กิ้นซ์เบิร์ก และแลนดาว ได้พัฒนาทฤษฎีตัวนำยวดยิ่งแบบมหภาคซึ่งต่อยอดมาจากแบบจำลองของไหลสองส่วน โดยพิจารณาจากตัวแปรความเป็นระเบียบ (Order parameter) ร่วมกับพลังงานเสรีในสถานะปกติ ซึ่งตัวแปรความเป็นระเบียบจะมีค่าเป็นศูนย์เมื่ออยู่ในสถานะปกติ อีก 53 ปี ต่อมาในปี 2003 กิ้นซ์เบิร์กได้รับรางวัลโนเบลสำหรับผลงานดังกล่าวส่วนแลนดาว ได้เสียชีวิตไปก่อนหน้านี้นี้ในปี 1968 อย่างไรก็ตาม แลนดาวเคยได้รับรางวัลโนเบลในผลงาน เกี่ยวกับของไหลยวดยิ่ง ของฮีเลียมเหลวมาแล้วในปี 1962 และทฤษฎีนี้ถูกเรียกว่า ทฤษฎีกิ้นซ์เบิร์กแลนดาว เพื่อเป็นการให้เกียรติแก่นักฟิสิกส์ทั้งสองท่าน

1.2 ลำดับการค้นพบตัวนำยวดยิ่ง

การค้นพบตัวนำยวดยิ่งชนิดใหม่ ๆ ที่มีโครงสร้างการจัดเรียงตัวในรูปแบบต่างๆ หรือเป็นโครงสร้างแบบเดียวกันแต่เปลี่ยนตัวธาตุ ทำให้ได้ค่าอุณหภูมิวิกฤตที่สูงขึ้น, สามารถทนต่อความเข้มสนามแม่เหล็กภายนอกได้สูงขึ้น หรือ ทนต่อกระแสไฟฟ้าที่ไหลผ่านได้สูงขึ้น และในปัจจุบันได้พบว่าเมื่อทำการเพิ่มความดันให้กับสารในประกอบในกลุ่มไฮไดรด์จะให้ได้ค่าอุณหภูมิวิกฤตที่สูงขึ้นจนใกล้เคียงกับอุณหภูมิห้องได้

จากการค้นพบตัวนำยวดยิ่งที่อุณหภูมิใกล้เคียงอุณหภูมิห้องทำให้มีความหวังที่จะได้เห็นการนำเอาตัวนำตัวนำยวดยิ่งมาประยุกต์ใช้ในชีวิตประจำวันได้ง่ายขึ้น เพราะสารที่ใช้ทำความเย็นเพื่อรักษาอุณหภูมิไม่ให้เกินอุณหภูมิวิกฤตมีความจำเป็นลดน้อยลง แต่อย่างไรก็ตาม อาจจะต้องเพิ่มอุปกรณ์หรือเครื่องมือรักษาความดันให้อยู่ในเกณฑ์ที่กำหนด จากภาพประกอบที่ 4 แสดงลำดับการค้นพบและ อุณหภูมิวิกฤต เบื้องต้น



ภาพประกอบ 4 ลำดับการค้นพบตัวนำยวดยิ่งและ อุณหภูมิวิกฤต

ที่มา: (Pickard, Errea, & Eremets, 2020)

ในปี ค.ศ.1908 ฮอนเนส (Onnes, 1908) ได้ค้นพบตัวนำยวดยิ่งในธาตุ Hg มีอุณหภูมิวิกฤต 4.2 เคลวิน

ในปี ค.ศ.1986 เบดเนอร์ซและ มุลเลอร์ (Bednorz & Müller, 1986) ได้มีการค้นพบตัวนำยวดยิ่งในสารประกอบ Ba-La-Cu-O ซึ่งมีอุณหภูมิวิกฤตสูงกว่า 30 เคลวิน

ในปี ค.ศ.1987 วูและคณะ (Wu et al., 1987) ได้มีการค้นพบตัวนำยวดยิ่งอุณหภูมิสูง ในสารประกอบ Y-Ba-Cu-O ซึ่งมีอุณหภูมิวิกฤต 93 เคลวิน โดยมีการเพิ่มความดันเข้าไป

ในปี ค.ศ. 2001 อาคิมิตสึและคณะ (Nagamatsu, Nakagawa, Muranaka, Zenitani, & Akimitsu, 2001) ได้มีการค้นพบตัวนำยวดยิ่งในสารประกอบ MgB_2 มีอุณหภูมิวิกฤต 39 เคลวิน

ในปี ค.ศ.2008 คามิฮาระและคณะ (Kamihara, Watanabe, Hirano, & Hosono, 2008) ได้ค้นพบตัวนำยวดยิ่งในสารประกอบ La-O-F-Fe-As ที่ไม่มีส่วนประกอบของคอปเปอร์ออกไซด์มี อุณหภูมิวิกฤต 26 เคลวิน แต่มีค่าสนามแม่เหล็กวิกฤตที่ 2 สูงมาก

ในปี ค.ศ.2015 โดรซดอฟและคณะ (A. Drozdov, Eremets, Troyan, Ksenofontov, & Shylin, 2015) ได้มีการค้นพบตัวนำยวดยิ่งในสารประกอบ H_2S ซึ่งมีอุณหภูมิวิกฤตสูงถึง 203 เคลวิน โดยอยู่ในความดันสูง ประมาณ 150 GPa

ในปี ค.ศ.2019 โดรซดอฟและคณะ (A. P. Drozdov et al., 2019) ได้มีการค้นพบตัวนำยวดยิ่งในสารประกอบ LaH_{10} ซึ่งมีอุณหภูมิวิกฤตสูงถึง 250 เคลวิน โดยอยู่ในความดันสูง ประมาณ 170GPa

ในปี ค.ศ.2020 สไนเดอร์และคณะ (Snider et al., 2020) ได้มีการค้นพบตัวนำยวดยิ่งในสารประกอบ $H_2S + CH_4$ มีอุณหภูมิวิกฤตสูงถึง 287 เคลวิน ที่ความดัน 267GPa

จะเห็นได้ว่าการค้นพบตัวนำยวดยิ่งอุณหภูมิสูง มีความเป็นไปได้อย่างต่อเนื่อง โดยเฉพาะอย่างยิ่งในสารประกอบประเภทไฮไดรด์ ภายในช่วง 10 ปีที่ผ่านมา อย่างไรก็ตามในสารประกอบอื่นๆก็ยังคงมีการค้นพบ แต่อุณหภูมิวิกฤตยังไม่สูงเมื่อเปรียบเทียบกับกลุ่มไฮไดรด์ สิ่งที่มีความสำคัญในการค้นหาตัวนำยวดยิ่งอุณหภูมิสูงอีกประการหนึ่งคือ ความดัน

1.3 ความมุ่งหมายของการวิจัย

จุดมุ่งหมายของการวิจัยนี้คือ เพื่อทำการศึกษาด้านวิทยาดึงในด้านทฤษฎีของตัวนำยวดยิ่งประเภทไฮโดรต์ในสภาวะความดันสูง โดยการใช้ทฤษฎีแบบจุลภาค (ทฤษฎีBCS)และ ทฤษฎีแบบมหภาค(ทฤษฎีกินซ์เบิร์กแลนดาว)ในการคำนวณ ดังนี้

1.3.1 ศึกษาผลการเปลี่ยนแปลงอุณหภูมิวิกฤตของตัวนำยวดยิ่งประเภทสารประกอบไฮโดรต์ในสภาวะความดันสูง

1.3.2 เปรียบเทียบผลการคำนวณและผลการทดลองในเรื่องอุณหภูมิวิกฤตของตัวนำยวดยิ่งประเภทสารประกอบไฮโดรต์ในสภาวะความดันสูง

1.4 ความสำคัญของการวิจัย

เนื่องจากตัวนำยวดยิ่งภายใต้ความดันสูงยังไม่มีทฤษฎีที่จะมารองรับได้ดีมากนักจึงมีความจำเป็นที่ต้องมีการพัฒนาทฤษฎีขึ้นมาเพื่ออธิบาย และใช้ทำนายผลการทดลอง

1.5 ขอบเขตของการวิจัย

1.5.1สามารถศึกษาและอธิบายผลการเปลี่ยนแปลงอุณหภูมิวิกฤตของตัวนำยวดยิ่งประเภทสารประกอบไฮโดรต์ในสภาวะความดันสูง

1.5.2 สามารถศึกษาเพื่อทำการเปรียบเทียบผลการคำนวณและ ผลการทดลองของอุณหภูมิวิกฤตของตัวนำยวดยิ่งประเภทสารประกอบไฮโดรต์ในสภาวะความดันสูง

บทที่ 2 ทฤษฎีและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

ทฤษฎีที่ใช้อธิบายกลไกของตัวนำยวดยิ่งในปัจจุบันแบ่งออกเป็น 2 แบบดังนี้ แบบจุลภาค คือ ทฤษฎีบีซีเอส (BCS Theory) และทฤษฎีแบบมหภาคคือ ทฤษฎีกินซ์เบิร์กแลนดาว (Ginzburg-Landau Theory) ซึ่งทฤษฎีบีซีเอสสามารถอธิบายตัวนำยวดยิ่งแบบดั้งเดิมหรือแบบอุณหภูมิต่ำได้ดีแต่ให้ผลได้ไม่ดีมากนักในตัวนำยวดยิ่งอุณหภูมิสูง สำหรับทฤษฎีกินซ์เบิร์กแลนดาว ใช้หลักการของตัวแปรความเป็นระเบียบ มาอธิบายสมบัติของตัวนำยวดยิ่งสามารถกำหนดตัวแปรหรือค่าคงที่ทำให้ทำการคำนวณได้สะดวกขึ้น จากที่กล่าวมาคือรูปแบบของทฤษฎีที่ใช้ในการอธิบายตัวนำยวดยิ่ง เพื่อที่จะทำความเข้าใจได้มากขึ้น จึงควรทำการศึกษาประเภทและการแบ่งชนิดตัวนำยวดยิ่งจากตัววัสดุคือ ธาตุ, สารประกอบและ คุณสมบัติ ดังที่จะกล่าวต่อไปนี้

a) 2.1 การแบ่งชนิดตัวนำยวดยิ่ง

i) 2.1.1 การแบ่งตามอุณหภูมิวิกฤต

โดยส่วนใหญ่แล้วจะให้อุณหภูมิที่ 35 เคลวินเป็นจุดที่แบ่งระหว่างตัวนำยวดยิ่งอุณหภูมิต่ำและอุณหภูมิสูง

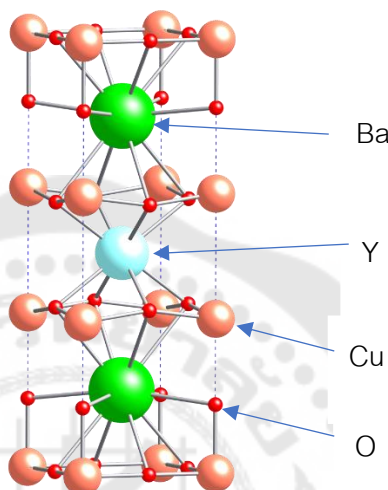
(1) 2.1.1.1 ตัวนำยวดยิ่งแบบดั้งเดิม

ตัวนำยวดยิ่งแบบดั้งเดิม (Conventional superconductors) เป็นตัวนำยวดยิ่งที่สามารถใช้ทฤษฎี BCS อธิบายได้ดี โดยมีอุณหภูมิวิกฤตไม่เกิน 35 เคลวิน ตัวนำยวดยิ่งตัวแรกที่ค้นพบคือปรอทมีอุณหภูมิวิกฤต 4.15 เคลวินโดยตัวนำยวดยิ่งในกลุ่มนี้ส่วนใหญ่เป็นธาตุและสารประกอบ เช่น Al มีอุณหภูมิวิกฤต 1.19 เคลวิน, Nb มีอุณหภูมิวิกฤต 9.2 เคลวิน สารประกอบ เช่น CuS มีอุณหภูมิวิกฤต 1.6 เคลวิน โดยสารประกอบที่มีอุณหภูมิวิกฤตสูงสุดคือ Nb₃Ge คือมีอุณหภูมิวิกฤต 23.2 เคลวิน ซึ่งการคำนวณโดยทฤษฎี BCS ให้ผลสอดคล้องกับการทดลอง

(2) 2.1.1.2 ตัวนำยวดยิ่งอุณหภูมิสูง

มีการค้นพบตัวนำยวดยิ่งอุณหภูมิสูงได้ครั้งแรกในปี 1986 โดยเบเดนอร์ชและ มุลเลอร์ ในสารประกอบ Ba-La-Cu-O ซึ่งต่อมาได้มีการค้นพบในสารประกอบ Y-Ba-Cu-O และสารประกอบอีกหลายกลุ่มโดยมีองค์ประกอบสำคัญคือระนาบของคอปเปอร์ออกไซด์และมีลักษณะเด่นอีกอย่างหนึ่งคือตัวนำยวดยิ่งชนิดนี้จะมีอุณหภูมิวิกฤตที่สูงมากกว่า 35 เคลวิน ซึ่งเกินขอบเขตของตัวนำยวดยิ่งแบบดั้งเดิมตามทฤษฎี BCS ดังนั้น ตัวนำยวดยิ่งชนิดนี้จึงถูกเรียกว่า ตัวนำยวดยิ่งอุณหภูมิสูง และเนื่องจากคอปเปอร์ออกไซด์เป็นองค์ประกอบหลักที่สำคัญของสภาพนำยวดยิ่ง

ดังนั้น ในบางครั้งจึงถูกเรียกว่า ตัวนำยวดยิ่งแบบคิวเพอริท ปัจจุบันตัวนำยวดยิ่งอุณหภูมิสูงกำลังเป็นที่สนใจของนักวิจัยทั่วโลกเนื่องจากมีสมบัติที่สามารถนำมาประยุกต์ใช้งานได้ง่ายกว่าตัวนำยวดยิ่งชนิดอื่นๆ อย่างไรก็ตามตัวนำยวดยิ่งชนิดนี้ยังมีสมบัติหลายประการที่ไม่มีทฤษฎีใดสามารถอธิบายได้



ภาพประกอบ 5 โครงสร้างในสารประกอบ Y-Ba-Cu-O แบบคิวเพอริท (Cuprates)

ที่มา : YBCO-unit-cell-CM-3D-balls - File:YBCO-unit-cell-CM-3D-balls-labelled.png - Wikimedia Commons

ii) 2.1.2 ประเภทตัวนำยวดยิ่งแบ่งตามสารประกอบ

การแบ่งประเภทตัวนำยวดยิ่งตามสารประกอบเป็นการแบ่งประเภทของตัวนำยวดยิ่งโดยคำนึงถึงสารประกอบที่ทำให้เกิดตัวนำยวดยิ่ง ดังนั้นการแบ่งประเภทแบบนี้ส่วนใหญ่จึงเป็นการแบ่งประเภทโดยพิจารณาข้อมูลที่ได้จากการทดลอง แต่ก็มีบางส่วนที่ผลการคำนวณตามทฤษฎีสามารถอธิบายการทดลองได้ดี การเรียกชื่อจึงคำนึงถึงข้อมูลทางทฤษฎีมากกว่าการทดลอง ซึ่งการแบ่งประเภทของตัวนำยวดยิ่งตามชนิดของสารประกอบมีดังนี้

(1) 2.1.2.1 ตัวนำยวดยิ่งแบบแม่เหล็ก

ตัวนำยวดยิ่งแบบแม่เหล็ก (Magnetic superconductors) เป็นตัวนำยวดยิ่งที่มีสมบัติเป็นทั้งสมบัติตัวนำยวดยิ่งและสมบัติทางแม่เหล็ก ตัวนำยวดยิ่งแบบนี้สามารถเกิดขึ้นได้เมื่อตัวนำยวดยิ่งถูกเจือด้วยสารเจือแบบแม่เหล็ก จะมีผลทำให้เกิดสภาพความเป็นแม่เหล็กขึ้นใน

โครงสร้าง แต่เนื่องจากแม่เหล็กมีผลทำลายสภาพตัวนำยิ่งยวดได้ ดังนั้นจะทำให้คุณหมุมิวิกฤตมีค่าน้อยกว่าตัวนำยิ่งยวดแบบดั้งเดิม ตัวนำยิ่งยวดในกลุ่มธาตุโลหะหายาก (Rare-earth, RE) ในปี 1975-1977 ค้นพบสภาพในยิ่งยวดในสารประกอบเชวรอลเฟส (Chevrel-phase) ใน ReMo_6X_8 (X = S หรือ Se) และใน XRh_4B_4 (X = Y, Th หรือ RE) ทำให้มีการศึกษาผลของการอยู่รวมกันของสภาพตัวนำยิ่งยวดกับสภาพความเป็นแม่เหล็กมากขึ้น ในสารประกอบ HoMo_6S_8 จะเป็นตัวนำยิ่งยวดที่ T_c 1.8 K แต่ที่ T_c 0.7 K สารจะกลับเป็นสภาพปกติได้อีกครั้งทำให้ได้ชื่อว่า Reentrant superconductor

(2) 2.1.2.2 ตัวนำยิ่งยวดแบบออกไซด์

ตัวนำยิ่งยวดอุณหภูมิสูงในสารประกอบคอปเปอร์ออกไซด์ พบว่าสารประกอบออกไซด์กลุ่มนี้มีอุณหภูมิวิกฤตสูงที่สุดคือ $(\text{K}_{0.4}\text{Ba}_{0.6})\text{BiO}_3$ มี T_c 30 K ซึ่งมีโครงสร้างแบบเพอร์อฟสไกต์เช่นเดียวกับตัวนำยิ่งยวดแบบคิวเพอร์ แต่มีอุณหภูมิวิกฤตที่ต่ำกว่ามาก เรียกตัวนำยิ่งยวดนี้ว่าตัวนำยิ่งยวดออกไซด์แบบเดิม (Earlier oxide superconductors) ซึ่งปัจจุบันยังไม่พบความสัมพันธ์กับตัวนำยิ่งยวดแบบคิวเพอร์ทำให้ไม่สามารถสรุปได้ว่า ทำไมสารประกอบออกไซด์กลุ่มคิวเพอร์เท่านั้นที่ให้อุณหภูมิวิกฤตได้สูงที่สุดซึ่งสารประกอบออกไซด์ตัวอื่นไม่สามารถทำได้ ตัวนำยิ่งยวดแบบออกไซด์ที่ได้รับความสนใจอย่างมากในสารกลุ่มนี้คือ สตรอนเทียมรูเทเนต (Sr_2RuO_4) ซึ่งถูกค้นพบในปี 1994 โดยเมียวโน (Maeno et al., 1994) มีอุณหภูมิวิกฤต 1.5 เคลวิน พบว่าเป็นตัวนำยิ่งยวดแบบสปินทริปเลตมีโครงสร้างผลึกที่คล้ายกันตัวนำยิ่งยวดแบบคิวเพอร์แต่มีสมบัติที่แตกต่างกันมาก

ตัวนำยิ่งยวดที่มีการค้นพบล่าสุดคือตัวนำยิ่งยวดที่มีเหล็กเป็นองค์ประกอบซึ่งมีเหล็กออกไซด์เป็นองค์ประกอบหลัก เช่น LaFePO และ LaFeAsO ที่มีการเจือฟลูออรีนแสดงสมบัติการเป็นตัวนำยิ่งยวดที่อุณหภูมิ 4 เคลวิน และ 26 เคลวิน ตามลำดับ โดยมีค่าสนามแม่เหล็กวิกฤตที่สองและกระแสไฟฟ้าวิกฤตที่สูงมากทำให้เป็นตัวนำยิ่งยวดที่ได้รับความสนใจเป็นอย่างมากในปัจจุบัน

(3) 2.1.2.3 ตัวนำยิ่งยวดอิเล็กตรอนหนัก

เนื่องจากสารในกลุ่มนี้มีมวลยังผลที่มีค่ามากๆ ทำให้ถูกเรียกว่าตัวนำยิ่งยวดอิเล็กตรอนหนัก (Heavy-electron superconductors) และในบางครั้งก็เรียกว่า ตัวนำยิ่งยวดเฟอร์มิออนหนัก (Heavy-Fermion superconductors) โดยปกติความจุความร้อนของอิเล็กตรอนในโลหะในสถานะปกติมีค่าขึ้นกับความหนาแน่นสถานะที่ผิวเฟอร์มิและ มวลยังผล จากการทดลองพบว่าความจุความร้อนที่อุณหภูมิต่ำของสารกลุ่มนี้มีค่ามากกว่าโลหะปกติประมาณ 2 หรือ 3 เท่า และยังพบว่าค่าความจุความร้อนนี้เป็นผลที่เกิดจากอิเล็กตรอนในชั้นเอฟ ซึ่งโลหะปกติมักเกิดจาก

อิเล็กตรอนในชั้นดี พบได้ในสารประกอบ เช่น Ube_{13} ($T_c = 0.85 \text{ K}$), CeCu_2Si_2 ($T_c = 0.65 \text{ K}$) และ UPt_3 ($T_c = 0.54 \text{ K}$) นอกจากการมีอิเล็กตรอนมวลหนักแล้ว สารกลุ่มนี้บางชนิดยังมีสมบัติแม่เหล็กร่วมด้วย และยังมีการพบว่าตัวนำยวดยิ่งอิเล็กตรอนหนักบางชนิดเป็นสถานะสปินซึ่งเกลตที่เป็นมีสมมาตรแบบคลื่นเอสด้วย

(4) 2.1.2.4 ตัวนำยวดยิ่งแบบสารประกอบอินทรีย์

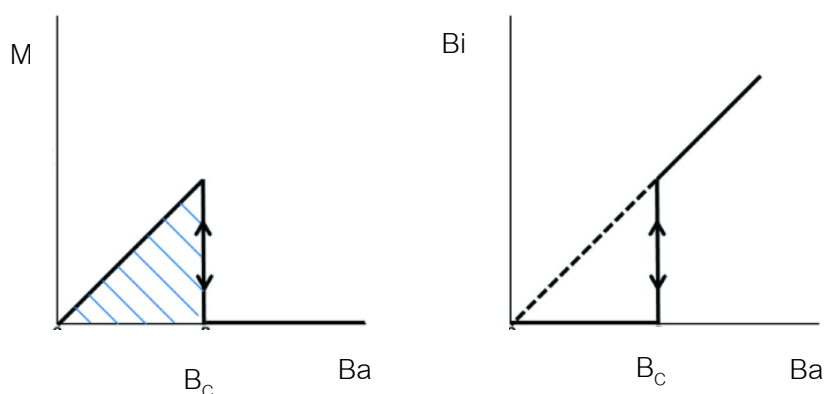
สารประกอบอินทรีย์ (Organic) มีกลไกการเกิดสภาพนำยวดยิ่งจากการถ่ายเทประจุ (Charge transfer) ระหว่างโมเลกุลแคทไอออนของสารประกอบอินทรีย์ (Organic cation) กับแอนไอออนของสารที่ไม่ใช่สารประกอบอินทรีย์ (Anion) โดยในปี 1983 มีการค้นพบ $(\text{ET})_2 \text{ReO}_4$ ที่มีอุณหภูมิวิกฤต 2.5 เคลวิน ในปัจจุบันตัวนำยวดยิ่งประเภทนี้มีการค้นพบในสารประกอบ $(\text{ET})_2 \text{Cu} [\text{N}(\text{CN})_2] \text{Br}$ มีอุณหภูมิวิกฤต 11.6 เคลวิน ทำให้แนวคิดที่ว่าตัวนำยวดยิ่งแบบสารประกอบอินทรีย์จะต้องมีอุณหภูมิวิกฤตที่สูงมีความเป็นไปได้ ตัวนำยวดยิ่งแบบสารประกอบอินทรีย์เป็นตัวนำยวดยิ่งที่มีสมบัติที่หลากหลาย โดยจะมีสมบัติอย่างหนึ่งที่คล้ายคลึงกับตัวนำยวดยิ่งแบบคิวเพอไรต์ คือ มีความไม่สมมาตรสูงมาก การนำไฟฟ้าเกิดขึ้นเฉพาะในบางทิศทางเท่านั้น และส่วนใหญ่จะเกิดการนำไฟฟ้าตามระนาบ

iii) 2.1.3 การแบ่งตามรูปแบบการทนต์ของสนามแม่เหล็กภายนอก

การแบ่งตัวนำยวดยิ่งตามรูปแบบการทนต์ของสนามแม่เหล็กภายนอก แบ่งได้เป็น 2 ประเภทคือ ประเภทที่ 1 และประเภทที่ 2 โดยการแบ่งนั้นพิจารณาจากความชันของกราฟความสัมพันธ์ ระหว่างสนามแม่เหล็กภายในและสนามแม่เหล็กภายนอก รายละเอียดดังต่อไปนี้

(1) 2.1.3.1 ตัวนำยวดยิ่งประเภทที่ 1

เมื่อตัวนำยวดยิ่งมีอุณหภูมิต่ำกว่าอุณหภูมิวิกฤต อยู่ในสนามแม่เหล็กที่มีขนาดน้อยกว่า B_c จะสามารถคงสภาพความเป็นตัวนำยวดยิ่งอยู่ได้ แต่ถ้ามากกว่า จะหมดสภาพความเป็นตัวนำยวดยิ่งดังภาพประกอบที่ 6 จะสังเกตได้ว่าสนามแม่เหล็กภายใน (M) จะลดลงเป็นศูนย์เมื่อสนามแม่เหล็กภายในมีความเข้มสูงถึงค่าสนามแม่เหล็กวิกฤต B_c และเมื่อมองในส่วนของสนามแม่เหล็กภายนอกนั้น สนามแม่เหล็กภายนอกจะเข้าไปภายในได้เมื่อมีความเข้มสูงกว่าสนามแม่เหล็กวิกฤต ซึ่งการเกิดขึ้นนั้นเป็นแบบทันทีทันใดเมื่อสนามแม่เหล็กภายนอกสูงถึงค่าสนามแม่เหล็กวิกฤต



ภาพประกอบ 6 ตัวนำวดยิ่งประเภทที่ 1 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างสนามแม่เหล็กภายในและสนามแม่เหล็กภายนอก

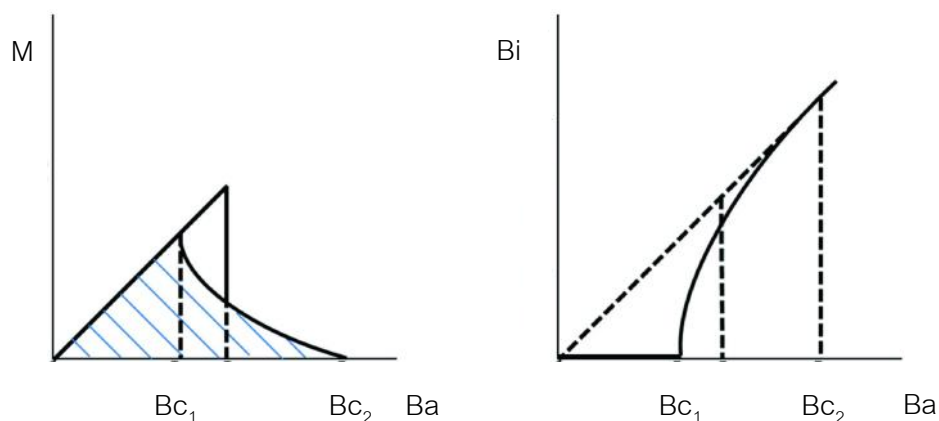
ภาพซ้าย ระหว่างค่าสนามแม่เหล็กภายในเนื้อสาร(M)และสนามแม่เหล็กภายนอก(Ba)

ภาพขวา ระหว่างค่าสนามแม่เหล็กภายในโดยเฉลี่ย(Bi)และสนามแม่เหล็กภายนอก(Ba)

ที่มา : (Abrikosov, 2004)

(2) 2.1.3.2 ตัวนำวดยิ่งประเภทที่ 2

ตัวนำวดยิ่งประเภทที่ 2 ที่อุณหภูมิต่ำกว่าอุณหภูมิวิกฤต และอยู่ในสนามแม่เหล็กที่มีขนาดน้อยกว่า B_{c1} จะสามารถคงสภาพความเป็นตัวนำวดยิ่งได้อย่างสมบูรณ์ ถ้าสนามแม่เหล็กมีขนาดมากกว่า B_{c1} แต่น้อยกว่า B_{c2} จะยังเริ่มเป็นตัวนำวดยิ่งที่ไม่สมบูรณ์ และเมื่อสนามแม่เหล็กมีขนาดมากกว่า B_{c2} จะไม่คงเหลือความเป็นตัวนำวดยิ่งเลย ดังภาพประกอบที่ 7



ภาพประกอบ 7 ตัวนำยวดยิ่งประเภทที่ 2 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างสนามแม่เหล็ก
ภายในและสนามแม่เหล็กภายนอก

ภาพถ่าย ระหว่างค่าสนามแม่เหล็กภายในเนื้อสาร(M)และสนามแม่เหล็กภายนอก(Ba)

ภาพขวาระหว่างค่าสนามแม่เหล็กภายในโดยเฉลี่ย(Bi)และสนามแม่เหล็กภายนอก(Ba)

ที่มา : (Abrikosov, 2004)

b) 2.2 ทฤษฎีตัวนำยวดยิ่งแบบมหภาค (ทฤษฎี กิ้นซ์เบิร์ก-แลนดาว)

ทฤษฎีตัวนำยวดยิ่งแบบมหภาค หรือ ทฤษฎี กิ้นซ์เบิร์ก-แลนดาว พัฒนามาจากแบบจำลองของไหลสองส่วน และการเปลี่ยนสถานะลำดับที่สอง โดยเริ่มจาก พลังงานเสรีในสถานะนำยวดยิ่ง ซึ่งเกิดจากการรวมของการกระจายตัวของตัวแปรความเป็นระเบียบในเทอมต่างๆและ พลังงานเสรีในสถานะปกติ ทฤษฎี กิ้นซ์เบิร์ก-แลนดาวใช้อธิบายตัวนำยวดยิ่งที่อยู่ในสนามแม่เหล็กได้ดี และการคำนวณไม่ยุ่งยากมากนัก จากการกำหนดตัวแปรความเป็นระเบียบ ψ ซึ่งเป็นรูปแบบฟังก์ชันเชิงซ้อน ที่มีความสอดคล้องกับฟังก์ชันคลื่นของอิเล็กตรอนและ ความหนาแน่นความน่าจะเป็นของฟังก์ชันคลื่นอิเล็กตรอนโดยจะมีความสัมพันธ์กับอุณหภูมิดังนี้

$|\psi|^2 = 0$ เมื่อ $T > T_C$ และ $|\psi|^2$ เท่ากับค่าคงตัว เมื่อ $T < T_C$ โดยสามารถเขียนความหนาแน่น

ของพลังงานเสรีได้เป็น $f_s = f_n + a|\psi|^2 + \frac{b}{2}|\psi|^4 + \dots$ ทำการรวมพลังงานอิสระทั้งหมดโดยการอินทิเกรต f_s และถ้าระบบอยู่ในสภาวะสมดุลจะมีพลังงานรวมต่ำที่สุด ทำให้ได้ผลลัพธ์

$\frac{\partial f_s}{\partial \psi^*} = 0$ โดยจะนำเงื่อนไขไปแก้สมการต่อไป สังเกตได้ว่าการคำนวณแบบทฤษฎี กิ้นซ์เบิร์ก-

แลนดาว จะเป็นการมูมมองจากภาพใหญ่ หรือมหภาคโดยการสมมุติตัวแปรแล้วทำการคำนวณเพื่อให้ได้คำตอบที่ต้องการ

c) 2.3 ทฤษฎีตัวนำวดยิ่งแบบจุลภาค (ทฤษฎีBCS)

จากที่ได้กล่าวมาเบื้องต้นแล้วในบทที่1 ทฤษฎี BCS ถือว่าเป็นทฤษฎีตัวนำวดยิ่งแบบจุลภาค ที่ได้รับการยอมรับมากที่สุดซึ่งเป็นทฤษฎีแบบที่เริ่มกระบวนการเริ่มต้นที่เล็กที่สุด คืออันตรกิริยาระหว่างอิเล็กตรอน แล้วใช้อธิบายกลไกการเกิดแรงดูด ซึ่งมีมากกว่าแรงผลักรวมๆ ทำให้อิเล็กตรอนจับคู่กันได้ แม้ว่าในปัจจุบันจะมีการค้นพบตัวนำวดยิ่งที่ไม่สามารถใช้ทฤษฎี BCS อธิบายได้ แต่ก็ยังไม่มีทฤษฎีใดที่ได้รับการยอมรับมากกว่า ทฤษฎี BCS เนื่องจากให้ผลการคำนวณที่ถูกต้องที่ตัวนำวดยิ่งแบบดั้งเดิมหรือ อุณหภูมิต่ำ เนื่องจากทฤษฎี BCS เป็นทฤษฎีแบบจุลภาคที่มีอันตรกิริยาระหว่างอิเล็กตรอน 2 อนุภาค เป็นจุดเริ่มต้นของการคำนวณและท้ายที่สุดสามารถอธิบายสมบัติของตัวนำวดยิ่งได้สอดคล้องกับการทดลองอย่างชัดเจน จึงเป็นทฤษฎีที่ได้รับการยอมรับอย่างกว้างขวาง สำหรับการใช้เวลาเพียง 15 ปี ที่จะทำให้คนทั่วไปยอมรับทฤษฎีที่เสนอ โดยเป็นทฤษฎีที่มีแนวคิดที่ก้าวหน้ามาก พวกเขาเสนอว่า กลไกของการเกิดสภาพนำวดยิ่งจะเกิดจากการดึงดูดกันของอิเล็กตรอน 2 อนุภาคดึงดูดกัน โดยกลไกนี้สามารถเกิดขึ้นได้ภายใต้เงื่อนไขที่เหมาะสมอาศัยโฟนอนเป็นสื่อกลางในการเกิดการจับคู่ ทั้งนี้อิเล็กตรอนที่จะสามารถจับคู่กันได้จะต้องมีโมเมนตัมและมีสปินตรงกันข้ามกัน และมีพลังงานอยู่ในบริเวณผิวเฟอร์มิ (E_F) ที่ไม่เกินพลังงานเดอบาย กล่าวคือ ต้องมีพลังงานอยู่ระหว่าง $E_F - \omega_D$ ถึง $E_F + \omega_D$ เมื่อ ω_D เป็นความถี่ของเดอบาย และมีโมเมนตัม เป็น $-\vec{k} \downarrow$ สปินลง (spin down) และ $\vec{k} \uparrow$ สปินขึ้น (spin up) จึงจะสามารถจับคู่กันได้ อันตรกิริยาดึงดูดกันทางไฟฟ้าจะเกิดขึ้นเมื่ออิเล็กตรอนอนุภาคหนึ่งเคลื่อนที่ผ่านเข้าไปในบริเวณกลุ่มของแลตทิซที่มีไอออนเป็นประจุบวกและอิเล็กตรอนอนุภาคนี้จะดึงดูดไอออนบวกในบริเวณรอบๆ ให้เคลื่อนที่เข้ามาใกล้ ทำให้บริเวณรอบๆ อิเล็กตรอนอนุภาคนี้มีความหนาแน่นของไอออนบวกเพิ่มขึ้นประกอบกับแลตทิซจะมีการสั่นอยู่ตลอดเวลา ทำให้มีผลกระทบทางไฟฟ้าต่ออิเล็กตรอนอีกอนุภาคที่อยู่ใกล้ๆ บริเวณนั้น โดยอิเล็กตรอนอีกอนุภาคนี้จะถูกกลุ่มไอออนบวกดึงดูดให้เข้าไปใกล้ๆ สามารถกล่าวได้ว่าอิเล็กตรอนอนุภาคแรกดึงดูดอิเล็กตรอนอนุภาคหลังโดยมีแลตทิซทำหน้าที่เป็นตัวกลาง ซึ่งแลตทิซที่มีการสั่นอยู่ตลอดเวลาที่มีชื่อแบบฟิสิกส์ว่า โฟนอน จึงเสมือนว่ามีแรงดึงดูดระหว่างอิเล็กตรอนเกิดขึ้นโดยอาศัยโฟนอนเป็นตัวกลาง แต่อันตรกิริยาแบบดึงดูดนี้จะต้องมีค่าสูงกว่าอันตรกิริยาผลักรวมๆ ระหว่างอิเล็กตรอนที่มาจับคู่กันอิเล็กตรอนจึงจะสามารถเกิดการดึงดูดกันได้ เรียกอิเล็กตรอนที่เกิดการจับคู่กันว่า คู่คูเปอร์ (Cooper Pairs) โดยคูคูเปอร์นี้จะสามารถเกิดขึ้นได้ต้องประกอบด้วยอิเล็กตรอนสองอนุภาคที่มีขนาดโมเมนตัมเท่ากัน แต่มีทิศทางกันตรงข้าม

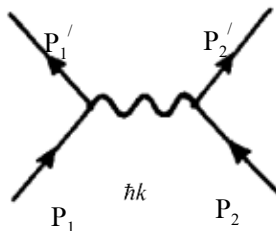
($\bar{k} \uparrow, -\bar{k} \downarrow$) มีสปินตรงกันข้ามกัน และมีพลังงานอยู่ในบริเวณผิวของพลังงานเฟอร์มิ (Fermi energy, E_F) ที่ไม่เกินพลังงานเดบาย (Debye energy) เท่านั้น

นอกจากนี้ตัวนำยวดยิ่งยังมีสมบัติแบบจุลภาคที่แตกต่างจากตัวนำปกติอีกประการหนึ่ง คือ ในสภาวะนำยวดยิ่งตัวนำยวดยิ่งจะมีช่องว่างพลังงาน (Energy gap, Δ) เกิดขึ้นที่บริเวณผิวเฟอร์มิ โดยมีขนาดเท่ากับ 2Δ ซึ่งช่องว่างพลังงานนี้เกิดจากการที่อิเล็กตรอนสองอนุภาคจับคู่กัน แล้วทำให้พลังงานของคู่อิเล็กตรอนมีขนาดลดลง ทั้งนี้จะไม่มีคู่อิเล็กตรอนใดที่มีพลังงานอยู่ในระหว่างช่องว่างพลังงานนี้ จึงเรียกพลังงานในย่านนี้ว่าช่องว่างพลังงาน และถ้ามีพลังงานภายนอกใดๆ ที่มีขนาดมากกว่า 2Δ มากระตุ้นคู่อิเล็กตรอน จะทำให้อิเล็กตรอนถูกกระตุ้น และคู่อิเล็กตรอนจะถูกทำให้แยกออกจากกันกลายเป็นอิเล็กตรอนอิสระตามปกติแสดงว่า ถ้าใส่พลังงานขนาดมากกว่า 2Δ จะทำให้ตัวนำยวดยิ่ง กลายสภาพจากตัวนำยวดยิ่งกลายเป็นตัวนำปกติได้ การเกิดช่องว่างพลังงานในตัวนำยวดยิ่งนี้เป็นแนวทางที่ก่อนหน้านี้ไม่มีใครคาดคิดมาก่อน และบาร์ดีนในฐานะผู้นำการวิจัยได้ใช้แนวคิดที่อิเล็กตรอนน่าจะเกิดอันตรกิริยาจับคู่กันได้ และจะทำให้เกิดการแยกของสถานะพลังงานที่ต่ำกับสถานะพลังงานสูงออกจากกัน แต่อย่างไรก็ตามบาร์ดีนก็ไม่ได้ดำเนินการอะไรที่เกี่ยวกับตัวนำยวดยิ่งในช่วงนั้น เนื่องจากเขาให้ความสนใจในสารกึ่งตัวนำมากกว่า ซึ่งเป็นงานที่ทำให้เขาได้รับรางวัล โนเบลครั้งแรกในปี 1956 จากการเป็นหนึ่งในผู้ค้นพบทรานซิสเตอร์ในปี 1946 แม้ว่าเขาจะได้รับรางวัลโนเบลแล้ว บาร์ดีนก็ไม่ได้เลิกล้มเลิกการทำงานวิจัยซึ่งเมื่องานด้านสารกึ่งตัวนำแล้วเสร็จ เขาจึงได้กลับมาให้ความสนใจในตัวนำยวดยิ่งอีกครั้ง

เมื่อพิจารณาเหตุการณ์ในช่วงปี 1950-1957 ที่ได้มีการพัฒนาความรู้ด้านตัวนำยวดยิ่งอย่างรวดเร็ว โดยมีการเสนอทฤษฎีกินซ์เบิร์กแลนดาวแล้ว แต่สามารถอธิบายตัวนำยวดยิ่งได้ดีในสมบัติบางประการในบริเวณใกล้อุณหภูมิวิกฤตเท่านั้น ไม่สามารถอธิบายตัวนำยวดยิ่งในบริเวณอุณหภูมิต่ำๆ ได้ และฟร็อลิช (Frohlich) ได้เสนอว่า อันตรกิริยาระหว่างอิเล็กตรอนและโฟนอนน่าจะมีผลสำคัญต่อการเกิดสภาพนำยวดยิ่ง (Frohlich, 1954) แต่ก็ไม่ทราบว่าจะทำให้เกิดสภาพนำยวดยิ่งที่เสถียรได้อย่างไร และอะไรเป็นกลไกหลักของการเกิดสภาพนำยวดยิ่ง เมื่อมีการค้นพบปรากฏการณ์ไอโซโทปในปี 1950 และมีการทดลองหลายอย่างที่เป็นหลักฐานสำคัญว่าตัวนำยวดยิ่งมีช่องว่างพลังงานอยู่จริงซึ่งสอดคล้องกับความเชื่อส่วนตัวทำให้ความสนใจในตัวนำยวดยิ่งของบาร์ดีนเริ่มขึ้นอีกครั้ง บาร์ดีนคิดว่า การแก้ปัญหาของตัวนำยวดยิ่งต้องใช้ความรู้หลายด้านมารวมกัน เช่น ระบบควอนตัมของหลายอนุภาค (Quantum many body system), ฟังก์ชันกรีน (Green's function), แผนภาพฟายแมน (Feynman diagrams), สมการไดสัน (Dyson equation) และแนวคิดการรีนอร์มัลไลเซชัน (Renormalization concepts) ที่เป็นเรื่องใหม่ในสมัย

นั้น อย่างไรก็ตามในปี 1955 คูเปอร์ผู้ที่กำลังทำวิจัยหลังจบปริญญาเอกที่มีพื้นฐาน ความรู้ด้าน ฟิสิกส์ของอนุภาคมูลฐาน (Elementary particle physics) และเคยร่วมงานวิจัยกับดองและ ซอง (Dong & Song, 2011) รวมถึงซรีฟเฟอร์นักศึกษาปริญญาเอกที่สอบผ่านการสอบวัดคุณสมบัติ แล้ว ได้เข้ามาร่วมงานกับบาร์ดีน ปัญหาของเรื่องระบบควอนตัมของหลายอนุภาคก็ได้คูเปอร์ช่วย ในการแก้ไขปัญหาให้ โดยในปี 1956 คูเปอร์ก็สามารถพิสูจน์ได้ว่าอันตรกิริยาดึงดูดระหว่าง อิเล็กตรอน โดยมีโฟนอนเป็นตัวกลางสามารถเกิดขึ้นได้อย่างมีเสถียรภาพที่บริเวณใกล้ผิวของ พลังงานเฟอร์มิ ซึ่งสามารถเกิดขึ้นได้ในช่วง $E_F - \omega_D$ ถึง $E_F + \omega_D$ เมื่อ ω_D เป็นพลังงานเด อบายและในที่สุดทั้งสามคนก็ช่วยกันแก้ปัญหาและสามารถอธิบายตัวนำยวดยิ่งได้สำเร็จ หลังจาก มีการค้นพบตัวนำยวดยิ่งก็มีความพยายามอธิบายปรากฏการณ์ที่เกิดขึ้น โดยใช้วิธีเทียบกับสิ่งที่ รู้อยู่ก่อนแล้วค่อยๆ ขยายความรู้ไปยังส่วนที่ต้องการอธิบาย โดยในเบื้องต้นมีการเปรียบเทียบ ตัวนำยวดยิ่งกับทฤษฎียวดยิ่งที่มีทฤษฎีอธิบายได้ดีและทฤษฎีการกระเจิงของอนุภาคในวัสดุซึ่ง เป็นจุดเริ่มของการจับคู่ของอิเล็กตรอน จากการค้นพบปรากฏการณ์ ของไหลยวดยิ่ง (Superfluidity) ในฮีเลียมเหลวของ คาพิซา (Kapitza, 1938) และทฤษฎีที่ได้รับการยอมรับถูก นำเสนอโดยแลนดาวในปี (Landau, 1941) สมบัติที่สำคัญของของไหลยวดยิ่ง คือ เป็นของไหลที่ ไม่มีความหนืด โดยแลนดาวได้อธิบายโดยตั้งสมมติฐานว่ากลไกหลักของของไหลยวดยิ่ง คือ มี การจับคู่กันของอนุภาค และปฏิอนุภาค (Antiparticle) ที่มีโมเมนตัมและพลังงานที่มีเครื่องหมาย ตรงข้ามกัน เนื่องจากตัวนำยวดยิ่งมีสมบัติสำคัญคือ ไม่มีความต้านทานไฟฟ้าในสถานะนำยวดยิ่ง กลไกที่ทำให้เกิดสภาพนำยวดยิ่งจึงน่าจะมีอะไรที่คล้ายคลึงกับของไหลยวดยิ่ง ซึ่งแนวความคิดนี้ จึงเป็นช่องทางหนึ่งในการใช้อธิบายสมบัติของตัวนำยวดยิ่ง

นอกจากนี้ยังพบว่าการทดลองพบปรากฏการณ์ไอโซโทป (Isotope effect) ที่ อุณหภูมิกวิกฤตจะมีค่าแปรผันกับมวลของไอโซโทปที่เป็นโครงสร้างของแลตทิซ และไอออนของ แลตทิซจะมีความสัมพันธ์กับความถี่การสั่นของแลตทิซด้วย ดังนั้น กลไกหลักของการเกิดสภาพนำ ยวดยิ่งจึงไม่ได้เกิดจากอิเล็กตรอนแต่เพียงอย่างเดียวแต่ต้องมีอิทธิพลของการสั่นของแลตทิซ หรือโฟนอนเข้ามาเกี่ยวข้องด้วย ทำให้เกิดแนวความคิดที่ให้โฟนอนเป็นตัวกลางทำให้อิเล็กตรอน สองอนุภาคอยู่ใกล้กันเข้ามาดึงดูดกันในช่วงเวลาสั้นๆ ได้ โดยขนาดของแรงดึงดูดนี้จะมีขนาด มากกว่าแรงผลัคลูออมป์ ดังภาพประกอบที่ 8



ภาพประกอบ 8 แผนภาพฟายแมนของอันตรกิริยาระหว่างอิเล็กตรอนโฟนอน

ที่มา : (Buckel & Gesellschaft, 1991), .

อิเล็กตรอนโมเมนตัม P_1 ปล่อยโฟนอนที่มีโมเมนตัมขนาด $\hbar k$ เหลือโมเมนตัมขนาด P_1' ดังนั้น $P_1' = P_1 - \hbar k$ และโฟนอนถูกดูดกลืนโดยอิเล็กตรอนอีกอนุภาคที่มีโมเมนตัม P_2 ทำให้ได้โมเมนตัมใหม่เป็น P_2' โดย $P_2' = P_2 + \hbar k$ กระบวนการดังกล่าวจะให้แอมพลิจูดของการกระเจิงมีค่าเป็นลบ (แบบดึงดูดกัน) เมื่อ $\varepsilon(P_1) - \varepsilon(P_1') \ll \hbar\omega_D(k)$ โดย $\omega_D(k)$ เป็นความถี่ของการสั่นของ แลตทิซ และเมื่ออันตรกิริยาไม่ขึ้นกับค่า k (ใน s-state) จึงอาจกล่าวได้ว่าอันตรกิริยาแบบดึงดูดกัน ของอิเล็กตรอนสองอนุภาคแบบนี้สามารถเกิดขึ้นได้เมื่ออิเล็กตรอนมีพลังงานในช่วงแคบๆ ใกล้กับผิวเฟอร์มิเท่านั้น แม้ว่าคูเปอร์จะพบว่า อิเล็กตรอนสองอนุภาคสามารถดึงดูดกันได้โดยอาศัยโฟนอนเป็นตัวกลาง แต่อันตรกิริยาที่เกิดขึ้นจะไม่รุนแรงเพียงพอทำให้เกิด สถานะยึดเหนี่ยว (Bound state) ได้จนกระทั่งในปี 1956 คูเปอร์ (Cooper, 1956) จึงสามารถอธิบายการเกิดสถานะยึดเหนี่ยวได้ โดยพบว่าอิเล็กตรอนที่มีพลังงานใกล้ผิวเฟอร์มิเท่านั้นที่สามารถเกิดการจับคู่โดยอาศัยโฟนอนเป็นตัวกลางแล้วเกิดสถานะยึดเหนี่ยวได้ และคู่ของอิเล็กตรอนนี้จะมีลักษณะเป็น กึ่งอนุภาค (Quasi particle) ที่สถานะพื้นของแต่ละคู่มีผลรวมโมเมนตัมและสปินเท่ากับศูนย์ เรียกการจับคู่แบบนี้ว่า “คูเปอร์”

การคำนวณในรูปแบบทฤษฎี BCS

จากความคิดพื้นฐานที่ว่าสมบัติของวัสดุจะขึ้นกับพฤติกรรมของอนุภาคตัวนำในวัสดุนั้น กล่าวคือ โลหะมีอิเล็กตรอนอิสระเป็นอนุภาค ตัวนำสมบัติต่างๆ ของโลหะขึ้นกับพฤติกรรมของอิเล็กตรอนอิสระเหล่านี้ และในสถานะนำยวดยิ่งอนุภาคตัวนำคือคูเปอร์ ดังนั้น สมบัติต่างๆ ของตัวนำยวดยิ่งจะขึ้นกับพฤติกรรมของคูเปอร์ในโลหะทั่วไประดับพลังงานเฟอร์มิ (E_F) มักจะไม่มีผลต่อสมบัติทางฟิสิกส์ แต่สำหรับตัวนำยวดยิ่ง E_F จะมีความสำคัญเป็นอย่างมาก เนื่องจากอิเล็กตรอนที่มีพลังงานใกล้เคียง E_F เท่านั้นที่มีความเกี่ยวข้องกับการเกิดคูเปอร์ทฤษฎี BCS

เริ่มต้นการคำนวณโดยใช้แผนภาพฟายแมนตามภาพประกอบที่ 8 ซึ่งเป็นอันตรกิริยาของการเกิดคูเปออร์ และเพื่อความสะดวกในการคำนวณจะใช้วิธี ความไม่ต่อเนื่องลำดับที่สอง (Second quantization) ในการพิจารณาโดยทฤษฎี BCS เขียนฮามิลโทเนียนของตัวนำยวดยิ่งแบบเนื้อเดียวกันทั่วทั้งระบบ (Isotropic superconductors)(Fetter & Walecka, 1995)

$$H = H_0 + H_{red} \quad (1)$$

โดย $H_0 = \sum_{k\sigma} \varepsilon_k C_{k\sigma}^+ C_{k\sigma}$ เป็นเทอมของพลังงานจลน์ของอิเล็กตรอนเมื่อกำหนดให้พลังงานของอิเล็กตรอนเทียบกับพลังงานเฟอร์มิ โดย $\varepsilon_k = \varepsilon - E_F$

$H_{red} = \sum_{kk'} V_{kk'} C_{k\uparrow}^+ C_{-k\downarrow}^+ C_{-k\downarrow} C_{k\uparrow}$ เป็นเทอมที่เกิดจากอันตรกิริยาแบบดึงดูดกันระหว่างอิเล็กตรอนที่อยู่ในช่วงแคบๆ บริเวณผิวเฟอร์มิ และอิเล็กตรอนทั้งสองอนุภาคมีโมเมนตัมและสปินตรงข้ามกัน

$V_{kk'}$ เป็นสัมประสิทธิ์ของอันตรกิริยาดึงดูดกันของอิเล็กตรอน ในที่นี้ให้ $V_{kk'}$ เป็นค่าคงตัว มีค่าเท่ากับ V

สำหรับการคำนวณจะใช้ตัวดำเนินการในการคำนวณ โดย $C_{k\sigma}^+ (C_{k\sigma})$ เป็นตัวดำเนินการสร้างสรรค์ (ทำลาย) ของอิเล็กตรอนที่มีเวกเตอร์คลื่นเป็น k และมีสปินเป็น σ

พิจารณาสมการที่ (1) โดยจะใช้ทฤษฎีสนามเฉลี่ย (Mean-field theory) เพื่อหาค่าเฉลี่ยของผลผลิตของตัวดำเนินการสองตัว ซึ่งสามารถใช้ได้ดีเมื่อระบบมีการแกว่งกวัดที่ค่อนข้างน้อย พิจารณาฮามิลโทเนียน $H = V\hat{A}\hat{B}$ เมื่อ \hat{A} และ \hat{B} เป็นตัวดำเนินการใดๆ ให้

$$\begin{aligned} H &= V\hat{A}\hat{B} = V(\hat{A} - \langle \hat{A} \rangle + \langle \hat{A} \rangle)(\hat{B} - \langle \hat{B} \rangle + \langle \hat{B} \rangle) \\ &\approx V(\hat{A} - \langle \hat{A} \rangle)(\hat{B} - \langle \hat{B} \rangle) + V\hat{A} \langle \hat{B} \rangle + V \langle \hat{A} \rangle \hat{B} - V \langle \hat{A} \rangle \langle \hat{B} \rangle \end{aligned} \quad (2)$$

เมื่อระบบมีการแกว่งกวัดที่น้อย เทอม $\hat{A} - \langle \hat{A} \rangle$ และ $\hat{B} - \langle \hat{B} \rangle$ มีค่าน้อย ทำให้สามารถตัดเทอมที่มีการแกว่งกวัดทิ้งได้ ฮามิลโทเนียนจะเป็น

$$H \approx V\hat{A} \langle \hat{B} \rangle + V \langle \hat{A} \rangle \hat{B} - V \langle \hat{A} \rangle \langle \hat{B} \rangle \quad (3)$$

นำมาหาค่าเฉลี่ยจะได้

$$\begin{aligned} \langle H \rangle &= \langle V \hat{A} \langle \hat{B} \rangle + V \langle \hat{A} \rangle \hat{B} - V \langle \hat{A} \rangle \langle \hat{B} \rangle \rangle \\ &= V \langle \hat{A} \rangle \langle \hat{B} \rangle \end{aligned} \quad (4)$$

เนื่องจากความเป็นออร์โธกอนัลของฟังก์ชันคลื่นของตัวนำยวดยิ่งทำให้ค่าเฉลี่ยของ $\langle C_{-k\downarrow} C_{k\uparrow} \rangle$ จึงไม่เป็นศูนย์และเนื่องจากการแกว่งกวัดของระบบที่ค่อนข้างน้อย จึงสามารถนำทฤษฎีสนามเฉลี่ยมาประยุกต์ได้โดยกำหนดให้ช่องว่างพลังงานของระบบเป็นค่าจริงเสมอ ทำให้ $\Delta = \Delta^*$ และ

$$\Delta = \sum_k V_{kk'} \langle C_{-k\downarrow} C_{k\uparrow} \rangle = \Delta^* = \sum_k V_{kk'} \langle C_{k\uparrow}^+ C_{-k\downarrow}^+ \rangle \quad (5)$$

พิจารณาสมการที่ (1)

$$\begin{aligned} H &= H_0 + H_{red} \\ &= \sum_{k\sigma} \varepsilon_k C_{k\sigma}^+ C_{k\sigma} + \sum_{kk'} V_{kk'} C_{k\uparrow}^+ C_{-k\downarrow}^+ C_{-k\downarrow} C_{k\uparrow} \end{aligned} \quad (6)$$

แทนค่าการประมาณทฤษฎีสนามเฉลี่ยและสมการของช่องว่างพลังงาน สำหรับระบบที่มีการแกว่งกวัดที่ค่อนข้างน้อย

$$H = \sum_{k\sigma} \varepsilon_k C_{k\sigma}^+ C_{k\sigma} + \sum_{kk'} V_{kk'} \langle C_{k\uparrow}^+ C_{-k\downarrow}^+ \rangle C_{-k\downarrow} C_{k\uparrow} + \sum_{kk'} V_{kk'} C_{k\uparrow}^+ C_{-k\downarrow}^+ \langle C_{-k\downarrow} C_{k\uparrow} \rangle$$

จะได้

$$H = \sum_{k\sigma} \varepsilon_k C_{k\sigma}^+ C_{k\sigma} + \sum_k \Delta (C_{k\uparrow}^+ C_{-k\downarrow}^+ + h.c.) \quad (7)$$

เมื่อ h.c. คือ เฮอร์มิเทียนคอนจูเกต (Hermitian conjugate)

จากฟังก์ชันกรีน (Green's function)

$$G(k, \tau) = \langle -T_\tau \psi_k(\tau) \psi_k^+(0) \rangle = \langle -T_\tau \begin{pmatrix} C_{k\uparrow} C_{k\uparrow}^+ & C_{k\uparrow} C_{-k\downarrow}^+ \\ C_{-k\downarrow} C_{k\uparrow}^+ & C_{-k\downarrow} C_{-k\downarrow}^+ \end{pmatrix} \rangle$$

(8)

โดย $\psi_k^+ = (C_{k\uparrow}^+ \ C_{-k\downarrow}^+)$ และ T_τ เป็นตัวจัดการของเวลาจินตภาพ ($\tau = it$)

โดย $\psi_k = \begin{pmatrix} C_{k\uparrow} \\ C_{-k\downarrow} \end{pmatrix}$ และ T_τ เป็นตัวจัดการของเวลาจินตภาพ ($\tau = it$)

ใช้สมการการเคลื่อนที่ของไฮเซนเบิร์ก สำหรับตัวดำเนินการสร้างสรรค์ และ ทำลายตามสมการ $i \frac{d}{dt} C_{k\uparrow} = [C_{k\uparrow}, H]$ ดังนั้นจะได้ฟังก์ชันกรีนของตัวนำยวดยิ่งเป็น

$$G(k, \omega_n) = \frac{1}{i\omega_n - \varepsilon_k \tau_3 + \Delta \tau_1} \quad (9)$$

โดย τ_1 และ τ_3 เป็นเพาลีเมตริกซ์ (Pauli matrices) โดย $\tau_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \tau_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$ และ $\omega_n = \pi T(2n+1)$ เป็นความถี่มัตซุบารา (Matsubara frequency) เมื่อ T เป็นอุณหภูมิ และ n เป็นเลขจำนวนเต็ม

จัดรูปสมการที่ (9) โดยใช้สมบัติการคูณเมตริกซ์

$$\begin{aligned} G(k, \omega_n) &= \frac{1}{(i\omega_n - \varepsilon_k \tau_3 + \Delta \tau_1)(-i\omega_n + \varepsilon_k \tau_3 - \Delta \tau_1)} \\ &= -\frac{(i\omega_n + \varepsilon_k \tau_3 - \Delta \tau_1)}{\omega_n^2 + \varepsilon_k^2 + \Delta^2} \end{aligned} \quad (10)$$

โดยใช้คุณสมบัติการคูณของเพาลีเมตริกซ์ตามสมการรูปแบบดังนี้ $\tau_1^2 = \tau_2^2 = \tau_3^2 = 1$, $\tau_1\tau_2 = \tau_3, \tau_2\tau_3 = \tau_1, \tau_3\tau_1 = \tau_2$, และ $\tau_2\tau_1 = -\tau_3, \tau_3\tau_2 = -\tau_1, \tau_1\tau_3 = -\tau_2$,

จากนิยามของช่องว่างพลังงาน โดยกำหนดพลังงานศักย์ของอันตรกิริยามีค่าคงตัว

$$\Delta = \sum_k V \langle C_{-k\downarrow} C_{k\uparrow} \rangle = \sum_k V G^{21}(k, \tau)$$

(11)

เลือกเทอม $G^{21}(k, \omega_n)$ จากเมตริกซ์ $G(k, \omega_n)$ โดยพบว่า

$$G(k, \omega_n) = \begin{pmatrix} -\frac{(i\omega_n + \varepsilon_k)}{\omega_n^2 + \varepsilon_k^2 + \Delta^2} & \frac{\Delta}{\omega_n^2 + \varepsilon_k^2 + \Delta^2} \\ \frac{\Delta}{\omega_n^2 + \varepsilon_k^2 + \Delta^2} & -\frac{(i\omega_n - \varepsilon_k)}{\omega_n^2 + \varepsilon_k^2 + \Delta^2} \end{pmatrix} \quad (12)$$

และ

$$G(k, \tau) = T \lim_{\tau \rightarrow 0} T \sum_n e^{-i\omega_n \tau} G(k, \omega_n) \quad (13)$$

จะได้ $\Delta = V \lim_{\tau \rightarrow 0} T \sum_n \frac{e^{-i\omega_n \tau}}{\omega_n^2 + \varepsilon_k^2 + \Delta^2}$ เมื่อนำมาคำนวณในโดเมนของความถี่ตาม

หลักการคำนวณของมัตซึบารากา

$$\begin{aligned} \Delta &= 2T \sum_{k=0}^{\infty} \sum_n V \frac{\Delta}{\omega_n^2 + \varepsilon_k^2 + \Delta^2} \\ &= 2N(0)TV \int_0^{\omega_p} d\varepsilon \Delta \sum_n \frac{1}{\omega_n^2 + \varepsilon_k^2 + \Delta^2} \end{aligned} \quad (14)$$

เนื่องจาก

$$\sum_n \frac{T}{\omega_n^2 + E_k^2} = \sum_n \frac{T}{2E_k} \left(\frac{1}{i\omega_n + E_k} - \frac{1}{i\omega_n - E_k} \right) \quad (15)$$

โดย $E_k = \sqrt{\varepsilon_k^2 + \Delta^2}$ เป็นพลังงานของคูคูเปอร์ที่บริเวณผิวของเฟอร์มิ

(Bardeen et al., 1957)

ดังนั้น จะพิจารณา $\sum_n \frac{1}{i\omega_n + E_k}$ โดยใช้วิธีเปลี่ยนการ summation เป็นการอินทิเกรต ซึ่งสามารถเปลี่ยนเป็นอินทิเกรตแบบคอนทัวร์ได้จะต้องใส่ Meromorphic function ที่มีโพล (pole) อยู่ที่เดียวกันตามความสัมพันธ์ กำหนดให้

$$T \sum_n f(i\omega_n) = -\oint \frac{dz}{2\pi i} n_F(z) f(z) \quad (16)$$

โดย $n_F(z) = \frac{1}{e^{z/T} + 1}$ เป็นสมการการแจกแจงของอนุภาคเฟอร์มิออน และ $f(z)$ เป็นฟังก์ชันที่มีโพลอยู่ที่ตำแหน่ง z โดย $z = i\omega_n$ สมการนี้จะสามารถเปลี่ยนรูปการ summation ที่มีโพลจำนวนมาก เป็นการอินทิเกรตที่เหลือโพลอยู่ในบริเวณพิจารณาเพียงแค่นี้เดียว (Fetter & Walecka, 1995) นำไปแทนค่า ในเทอม $\sum_n \frac{1}{i\omega_n + E_k}$ จะได้

$$T \sum_n \frac{1}{i\omega_n + E_k} = -\frac{1}{2\pi i} \oint \frac{1}{e^{z/T} + 1} \cdot \frac{1}{z + E_k} dz \quad (17)$$

ในทฤษฎีบทเรซิดิว (Residue theorem) เนื่องจากมีโพลที่ ตำแหน่ง $Z = -E_k$ จะได้

$$T \sum_n \frac{1}{i\omega_n - E_k} = -\frac{1}{e^{E_k/T} + 1} \quad (18)$$

ในทำนองเดียวกัน

$$T \sum_n \frac{1}{i\omega_n - E_k} = -\frac{1}{e^{E_k/T} + 1} \quad (19)$$

นำไปแทนค่าจะได้

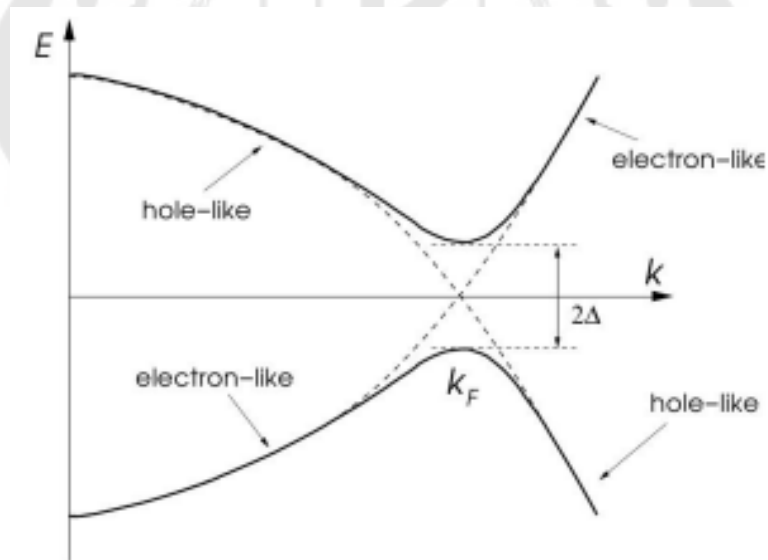
$$\begin{aligned}\sum_n \frac{T}{\omega_n^2 + E_k^2} &= \sum_n \frac{T}{2E_k} \left(\frac{1}{i\omega_n + E_k} - \frac{1}{i\omega_n - E_k} \right) \\ &= \frac{1}{2E_k} \tanh\left(\frac{E_k}{2T}\right)\end{aligned}\quad (20)$$

จะได้สมการของช่องว่างพลังงานของตัวนำยิ่งยวดเป็น

$$\Delta = \lambda \int_0^{\omega_p} \Delta \frac{\tanh\left(\frac{E_k}{2T}\right)}{E_k} d\varepsilon_k \quad (21)$$

โดย $E_k = \sqrt{\varepsilon_k^2 + \Delta^2}$ เป็นพลังงานของกึ่งอนุภาคซึ่งในที่นี้ก็คือ คูเปอร์

เมื่อทำการเอาพลังงานของกึ่งอนุภาคมาเขียนจะได้ดังภาพประกอบที่ 9 ซึ่งระดับพลังงานที่อยู่บนเส้นกราฟด้านบนตัวนำจะอยู่ในสถานะนำยวดยิ่ง และเมื่อพลังงานลดลงจะเกิดช่องว่างพลังงานขึ้นตัวนำยิ่งยวดจะกลายเป็นตัวนำปกติที่ตำแหน่งต่ำลงขนาด Δ โดยในกรณีที่พลังงานของคูเปอร์เป็นลบจะได้กราฟเป็นเสมือนภาพที่เกิดการสะท้อนที่มีแกนนอนเป็นกระฉาก



ภาพประกอบ 9 ระดับพลังงานของคูเปอร์ E กับพลังงานของอิเล็กตรอน k

โดยเส้นประคือ กรณีที่ $\Delta = 0$ และเส้นทึบคือ กรณี $\Delta \neq 0$

ที่มา : <https://nbi.ku.dk/english/theses/masters-theses/maria-n-gastiasoro>

/Maria_Gastiasoro_MSc_thesis.pdf

จากสมการเรียกตนเอง (self-consistent equation) ของช่องว่างพลังงาน จะได้

$$\frac{1}{\lambda} = \int_0^{\omega_D} \frac{\tanh(\frac{\sqrt{\varepsilon_k^2 + \Delta^2}}{2T})}{\sqrt{\varepsilon_k^2 + \Delta^2}} d\varepsilon_k \quad (22)$$

โดย $\lambda = N(0)V$ สมการที่ (22) เป็นสมการที่สามารถใช้คำนวณหาสมบัติต่างๆ ของตัวนำยิ่งยวดได้อย่างกว้างขวางซึ่งจะแสดงต่อไป

จากสมการที่ (22) เมื่อใช้การประมาณสำหรับแบบอันตรกิริยาแบบอ่อนสามารถคำนวณสมการช่องว่างพลังงานที่ศูนย์เคลวิน จะได้ $\Delta(T) = \Delta(0)$ และ $\tanh x \cong 1$ แทนค่าจะได้

$$\frac{1}{\lambda} = \int_0^{\omega_D} \frac{d\varepsilon}{\sqrt{\varepsilon^2 + \Delta^2(0)}} = \sinh^{-1}\left(\frac{\omega_D}{\Delta(0)}\right) \quad (23)$$

จากการประมาณ $\sinh^{-1}\left(\frac{x}{2}\right) \cong \ln(x)$ เมื่อ x มีค่ามากๆ สามารถใช้กับกรณีนี้ได้ เนื่องจากเป็นอันตรกิริยาคู่ควบแบบอ่อน (Weak-coupling interaction) ซึ่งค่าจากการทดลองในตัวนำยิ่งยวดดั้งเดิมจะมี $\omega_D \gg \Delta$ เสมอ

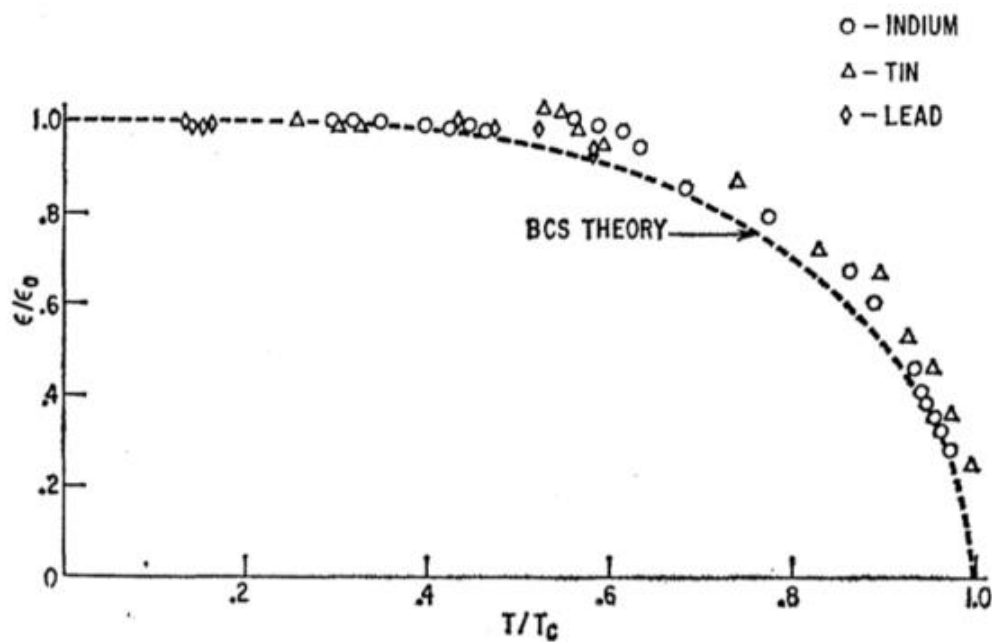
ดังนั้นจะได้

$$\frac{1}{\lambda} = \ln\left(\frac{2\omega_D}{\Delta(0)}\right)$$

หรือ

$$\Delta(0) = 2\omega_D e^{-1/\lambda} \quad (24)$$

ซึ่งเป็นช่องว่างพลังงานที่มีค่าสูงที่สุด ที่สามารถพบได้ที่ศูนย์เคลวิน



ภาพประกอบ 10 กราฟผลการทดลองอัตราส่วนช่องว่างพลังงานที่อุณหภูมิใดๆ ต่อ ช่องว่างพลังงานที่อุณหภูมิศูนย์เคลวิน กับอุณหภูมิใดๆต่อ อุณหภูมิวิกฤต

ที่มา : (Giaever & Megerle, 1961)

จากภาพประกอบที่10 ช่องว่างพลังงานที่อุณหภูมิศูนย์เคลวินจะมีค่าสูงที่สุดแล้ว จะลดลงเรื่อยๆ เมื่ออุณหภูมิเพิ่มขึ้นจนมีค่าเป็นศูนย์ที่อุณหภูมิวิกฤตจากรูปจะพบว่าผลการ คำนวณและผลการทดลองในตัวนำยิ่งยวดยิ่งแบบดั้งเดิมมีความสอดคล้องกันอย่างมาก ที่อุณหภูมิ ต่ำแต่ไม่เป็นศูนย์ช่องว่างพลังงานจะลดลงไปจากค่าสูงสุดเป็นไปตามสมการ $\Delta(T) = \Delta(0) - \sqrt{2\pi T \Delta(0)} e^{-\Delta(0)/T}$ และเมื่ออุณหภูมิใกล้กับอุณหภูมิวิกฤต สมการช่องว่าง พลังงานจะเป็น $\Delta(T) = 3.06\sqrt{T_C(T_C - T)}$ (Fetter & Walecka, 1995) ที่ อุณหภูมิวิกฤต $T = T_C$ ช่องว่างพลังงานจะมีค่าเป็นศูนย์เขียนได้เป็น $\Delta(\text{Giannozzi et al.}) = 0$ แทนค่าในสมการ จะได้

$$\frac{1}{\lambda} = \int_0^{\omega_D} \frac{\tanh(\varepsilon / 2T_C)}{\varepsilon} d\varepsilon$$

$$= (\ln \varepsilon \tanh(\varepsilon)) \Big|_0^{\omega_D / 2T_C} - \int_0^{\omega_D / 2T_C} \ln \varepsilon \sec^2 h^2 \varepsilon d\varepsilon \quad (25)$$

เนื่องจาก $\omega_D \gg T_C$ ดังนั้น $\int_0^{\omega_D / 2T_C} \rightarrow \int_0^{\infty}$ และ $\tanh(\omega_D / 2T_C) \cong 1$

$$\int_0^{\infty} \ln \varepsilon \sec^2 h^2 \varepsilon d\varepsilon = \ln\left(\frac{\pi}{4\gamma}\right) \text{ โดย } \gamma = e^{0.57} = 1.78$$

เมื่อแทนค่าจะได้

$$\frac{1}{\lambda} = \ln\left(\frac{\omega_D}{2T_C}\right) - \ln\left(\frac{\pi}{4\gamma}\right)$$

$$= \ln\left(\frac{2\gamma \omega_D}{\pi T_C}\right)$$

และสามารถคำนวณหาสมการของอุณหภูมิวิกฤตได้เป็น (Burns, 1992)

$$T_C = \frac{2\gamma}{\pi} \omega_D e^{-1/\lambda} = 1.14 \omega_D e^{-1/\lambda} \quad (26)$$

พบว่า อัตราส่วนระหว่างสองเท่าของช่องว่างพลังงานกับอุณหภูมิวิกฤตมีค่าคงตัว ตาม

สมการ

$$\frac{2\Delta(0)}{T_C} = \frac{2\pi}{\gamma} = 3.52 \quad (27)$$

โดยค่าที่คำนวณได้จากสมการที่ (27) ไม่ขึ้นกับชนิดของตัวนำยวดยิ่ง

จากนิยามของสัมประสิทธิ์ของไอโซโทปของตัวนำยวดยิ่งที่มีค่าสัมพันธ์กับมวลของไอโซโทปของสารตามความสัมพันธ์ (Buckel & Gesellschaft, 1991)

$$T_C \propto M^{-\alpha} \quad (28)$$

เมื่อ T_C คือ อุณหภูมิวิกฤตของตัวนำยวดยิ่ง M คือ มวลของไอโซโทปของสาร และ α คือ สัมประสิทธิ์ของไอโซโทปของตัวนำยวดยิ่ง โดยจากสมการที่ (26) พบว่า $T_C \propto \omega_D$ และมวลของไอโซโทปของตัวนำยวดยิ่งมีความสัมพันธ์กับการสั่นของแลตทิซ ถ้ากระแสนของแลตทิซ เป็นแบบฮาร์โมนิกอย่างง่าย หรือ $\omega_D \propto M^{-1/2}$ เมื่อ ω_D เป็นพลังงานเดอบายของแลตทิซ (Fetter &

Walecka, 1995) หาอนุพันธ์ของ $\frac{dT_C}{d\omega_D}$ จะได้

$$\frac{1}{T_C} \frac{dT_C}{d\omega_D} = -\frac{\alpha}{M} \frac{dM}{d\omega_D}$$

และหาอนุพันธ์ของ $\frac{dM}{d\omega_D}$ จะได้ $\frac{1}{\omega_D} = -\frac{1}{M} \frac{dM}{d\omega_D}$

จัดรูปสมการ $\frac{1}{T_C} \frac{dT_C}{d\omega_D} = \frac{\alpha}{M} \frac{2M}{\omega_D} = \frac{2\alpha}{\omega_D}$

จะได้ $\frac{dT_C}{d\omega_D} = 1.14e^{-1/\lambda}$ และ $\frac{T_C}{\omega_D} = 1.14\omega_D e^{-1/\lambda}$ ดังนั้น สัมประสิทธิ์ของไอโซโทป

ของตัวนำยิ่งยวดเป็น $\alpha = 1/2$ (Buckel & Gesellschaft, 1991)(Kittel, 1991; Bucket, 1991)

เมื่ออุณหภูมิต่ำๆ (Burns, 1992) ใน $T \ll T_C$ และ $T \neq 0$ ที่บริเวณนี้ช่องว่างพลังงานของตัวนำยิ่งยวดจะมีค่าใกล้เคียงกับค่าช่องว่างพลังงานที่ศูนย์เคลวิน ทำให้สามารถใช้การประมาณตามสมการ $\Delta(T) = \Delta(0) + \Delta_1(T)$ โดย $\Delta_1(T)$ มีค่าน้อยๆ เมื่อเทียบกับ $\Delta(0)$ ต่อไปจะพิจารณาการประมาณเทอม

$$\begin{aligned} \tanh\left(\frac{\sqrt{\varepsilon^2 + \Delta^2(T)}}{2T}\right) &\cong \tanh\left(\frac{\sqrt{\varepsilon^2 + \Delta^2(0)}}{2T}\right) \\ &\cong 1 - 2e^{-\frac{\sqrt{\varepsilon^2 + \Delta^2(0)}}{T}} \\ &\cong 1 - 2e^{-\left(\frac{\Delta(0)}{T} + \frac{\varepsilon^2}{2T\Delta(0)}\right)} \end{aligned} \quad (29)$$

นำ(29)ไปแทนค่าในสมการที่ (22) จะได้

$$\begin{aligned} \frac{1}{\lambda} &\cong \int_0^{\omega_D} \frac{1}{\sqrt{\varepsilon^2 + \Delta^2(T)}} d\varepsilon - e^{-\Delta(0)/T} \int_0^{\omega_D} \frac{e^{-\varepsilon^2/2T\Delta(0)}}{\varepsilon^2 + \Delta^2(0)} d\varepsilon \\ &\cong \ln\left(\frac{2\omega_D}{\Delta(T)}\right) - 2e^{-\Delta(0)/T} \int_0^{\omega_D/\sqrt{2T\Delta(0)}} \frac{e^{-x^2}}{\sqrt{x^2 + \Delta(0)/2T}} dx \end{aligned}$$

เนื่องจาก $\omega_D \rightarrow \infty$ และ $\frac{\Delta(0)}{2T} \gg \frac{\omega_D}{\sqrt{2T\Delta(0)}}$ ดังนั้น จะได้

$$\int_0^{\omega_D/\sqrt{2T\Delta(0)}} \frac{e^{-x^2}}{\sqrt{x^2 + \Delta(0)/2T}} dx \cong \sqrt{\frac{2T}{\Delta(0)}} \int_0^{\infty} \frac{e^{-x^2}}{\sqrt{x^2 + \frac{\Delta(0)}{2T}}} dx = \sqrt{\frac{\pi T}{2\Delta(0)}}$$

และจากสมการ $\frac{1}{\lambda} = \ln\left(\frac{2\omega_D}{\Delta(0)}\right)$ นำไปแทนค่าในสมการของ $1/\lambda$ จะได้

$$\ln\left(\frac{2\omega_D}{\Delta(0)}\right) - \ln\left(\frac{2\omega_D}{\Delta(T)}\right) = -\sqrt{\frac{2\pi T}{\Delta(0)}} e^{-\Delta(0)/T} \quad (30)$$

พิจารณา $\Delta(T) = \Delta(T) + \Delta_1(T)$ ใช้การประมาณโดย $\ln(1+x) \cong x$, เมื่อ $x \ll 1$ (Gradshteyn & Ryzhik, 1980)

$$\ln\left(\frac{\Delta(T)}{\Delta(0)}\right) = \ln\left(1 + \frac{\Delta_1(T)}{\Delta(0)}\right) \cong \frac{\Delta_1(T)}{\Delta(0)}$$

จะได้ความสัมพันธ์ระหว่าง $\Delta(0)$ และ $\Delta_1(T)$ เป็น

$$\Delta_1(T) = -\sqrt{2\pi T \Delta(0)} e^{-\Delta(0)/T}$$

และ

$$\Delta(T) = \Delta(0) - \sqrt{2\pi T \Delta(0)} e^{-\Delta(0)/T} \quad (31)$$

สมการที่ (31) เป็นสมการของช่องว่างพลังงานที่ขึ้นกับอุณหภูมิ โดยสามารถใช้ได้ดีที่บริเวณใกล้กับศูนย์เคลวิน

พิจารณาช่องว่างพลังงาน เมื่ออุณหภูมิใกล้ T_C โดย $T \neq T_C$ ที่บริเวณนี้ $\Delta(T)$ จะมีค่าน้อยแต่ไม่เป็นศูนย์ ใช้ความสัมพันธ์ (Gradshteyn & Ryzhik, 1980)

$$\frac{\tanh x}{x} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{1}{x^2 + (\pi(n+1/2))^2} \quad (32)$$

นำไปแทนค่าในสมการที่ (22) $\frac{1}{\lambda} = \int_0^{\omega_D} \frac{\tanh\left(\frac{\sqrt{\varepsilon_k^2 + \Delta^2}}{2T}\right)}{\sqrt{\varepsilon_k^2 + \Delta^2}} d\varepsilon_k$ จะได้

$$\frac{1}{\lambda} = 4T \sum_{n=0}^{\omega_D/2\pi T} \int_0^{\omega_D} \frac{1}{\varepsilon^2 + \Delta^2 + \omega_n^2} d\varepsilon \quad (33)$$

โดย $\omega_n = \pi T(2n+1)$ เรียกว่า ความถี่มัดซูบารา (Matsubara frequency), $n = 0, 1, 2, 3, \dots$

กระจาย $\frac{1}{\varepsilon^2 + \Delta^2 + \omega_n^2}$ ในเทอมของ Δ ได้

$$\frac{1}{\varepsilon^2 + \Delta^2 + \omega_n^2} \cong \frac{1}{\varepsilon^2 + \omega_n^2} - \frac{\Delta^2(T)}{(\varepsilon^2 + \omega_n^2)^2} \quad (34)$$

แทนค่าในสมการที่ (33) จะได้

$$\frac{1}{\lambda} = 4T \sum_{n=0}^{\omega_D/2\pi T} \left(\int_0^{\omega_D} \frac{1}{\varepsilon^2 + \omega_n^2} d\varepsilon - \int_0^{\omega_D} \frac{\Delta^2(T)}{(\varepsilon^2 + \omega_n^2)^2} d\varepsilon \right) \quad (35)$$

เนื่องจาก $\frac{1}{\lambda} = \ln\left(\frac{2\omega_D\gamma}{\pi T_c}\right)$ และพิจารณาเทอมแรกด้านขวามือของสมการที่ (35)

โดยให้ $\int_0^{\omega_D} \rightarrow \int_0^{\infty}$ จะได้

$$4T \sum_{n=0}^{\omega_D/2\pi T} \int_0^{\infty} \frac{1}{\varepsilon^2 + \omega_n^2} d\varepsilon = 2T \sum_{n=0}^{\omega_D/2\pi T} \frac{\pi}{\pi T(2n+1)} = \ln\left(\frac{2\omega_D\gamma}{\pi T}\right) \quad (36)$$

โดย $\int_0^{\infty} \frac{1}{x^2 + a^2} dx = \frac{\pi}{2a}$ เมื่อ a เป็นค่าคงตัวใดๆ (Gradshteyn & Ryzhik, 1980)

พิจารณาเทอมที่สองด้านขวามือของสมการที่ (35) โดยให้ $\int_0^{\omega_D} \rightarrow \int_0^{\infty}$ และ

$\sum_{n=0}^{\omega_D/2\pi T} \rightarrow \sum_{n=0}^{\infty}$ จะได้

$$\begin{aligned} -4T \sum_{n=0}^{\infty} \int_0^{\infty} \frac{\Delta^2(T)}{(\varepsilon^2 + \omega_n^2)^2} d\varepsilon &= \frac{-\Delta^2(T)}{\pi^2 T^2} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(2n+1)^3} \\ &= -\frac{\Delta^2(T)7}{\pi^2 T^2 8} \zeta(3) \end{aligned} \quad (37)$$

อาศัยความสัมพันธ์ $\int_0^{\infty} \frac{1}{(x^2 + a^2)^2} dx = \frac{\pi}{4a^3}$ และ $\zeta(x) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^x}$ เรียกว่า ฟังก์ชันรี

มานนซีตา (Riemann zeta function) (Gradshteyn & Ryzhik, 1980) โดย

$$\begin{aligned} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(2n+1)^3} &= 1 + \frac{1}{2^3} + \frac{1}{3^3} + \frac{1}{4^3} + \dots - \left[\frac{1}{2^3} + \frac{1}{4^3} + \frac{1}{6^3} + \dots \right] \\ &= \zeta(3) - \frac{1}{2^3} \left(1 + \frac{1}{2^3} + \frac{1}{3^3} + \dots \right) \end{aligned}$$

$$= \frac{7}{8} \zeta(3) \quad (38)$$

นำสมการที่ (36) และสมการที่ (37) ไปแทนในสมการที่ (35) จะได้

$$\ln\left(\frac{2\omega_D \gamma}{\pi T_C}\right) = \ln\left(\frac{2\omega_D \gamma}{\pi T}\right) - \frac{7}{8} \zeta(3) \frac{\Delta^2(T)}{\pi^2 T^2}$$

$$\ln\left(\frac{T}{T_C}\right) = -\frac{7}{8} \zeta(3) \frac{\Delta^2(T)}{\pi^2 T^2}$$

หรือ

เมื่อ T ใกล้ T_C จะได้

$$\ln\left(\frac{T}{T_C}\right) = \ln\left(1 + \left(\frac{T - T_C}{T_C}\right)\right) \cong \frac{T - T_C}{T_C}$$

ดังนั้น

$$\Delta^2(T) = \left(\frac{T_C - T}{T_C}\right) \pi^2 T_C^2 \left(\frac{8}{7\zeta(3)}\right) \quad (39)$$

หรือ

$$\begin{aligned} \Delta(T) &= \pi (T_C (T_C - T))^{1/2} \sqrt{\frac{8}{7\zeta(3)}}, \zeta(3) = 1.20206 \\ &= 3.06 \sqrt{T_C (T_C - T)} \end{aligned} \quad (40)$$

สมการที่ (40) เป็นสมการของช่องว่างพลังงานที่ขึ้นกับอุณหภูมิ โดยสามารถใช้ได้ในพื้นที่บริเวณใกล้กับอุณหภูมิวิกฤต

ถ้าพิจารณาตัวนำยิ่งยวดโดยใช้ ศักย์ทางเทอร์โมไดนามิก (Thermodynamic potential) Ω โดยกำหนดให้ Ω_n และ Ω_s เป็นศักย์ทางเทอร์โมไดนามิกของสถานะปกติของสถานะนำยิ่งยวดตามลำดับ จะได้ (Fetter & Walecka, 1995)

$$\Omega_s - \Omega_n = -v \int_0^{\Lambda} d\Delta' (\Delta')^2 \frac{d(1/V)}{d\Delta'} \quad (41)$$

โดย V เป็นปริมาตรของตัวนำ และ $\frac{1}{V} = N(0) \int_0^{\omega_p} \frac{\tanh(\sqrt{\varepsilon^2 + \Delta^2}/2T)}{\sqrt{\varepsilon^2 + \Delta^2}} d\varepsilon$ แทนค่า
จะได้

$$\frac{\Omega_s - \Omega_n}{v} = N(0) \int_0^{\omega_p} d\varepsilon \int_0^{\Lambda} d\Delta' (\Delta')^2 \frac{d}{d\Delta'} \left(\frac{\tanh(\sqrt{\varepsilon^2 + \Delta'^2}/2T)}{\sqrt{\varepsilon^2 + \Delta'^2}} \right)$$

$$\begin{aligned}
&= N(0) \int_0^{\omega_D} d\varepsilon \left[\frac{\Delta^2}{\sqrt{\varepsilon^2 + \Delta^2}} \tanh(\sqrt{\varepsilon^2 + \Delta^2} / 2T) - 2 \int_0^{\Delta} d\Delta' \frac{\Delta'}{\sqrt{\varepsilon^2 + \Delta'^2}} \tanh(\sqrt{\varepsilon^2 + \Delta'^2} / 2T) \right] \\
&= \frac{\Delta^2}{V} - 2N(0) \int_0^{\omega_D} (\sqrt{\varepsilon^2 + \Delta^2} - \varepsilon) d\varepsilon - 4N(0)T \int_0^{\omega_D} \ln(1 + e^{-\sqrt{\varepsilon^2 + \Delta^2}/T}) d\varepsilon + 4N(0)T \int_0^{\omega_D} \ln(1 + e^{-\varepsilon/T}) d\varepsilon
\end{aligned} \tag{42}$$

ใช้การประมาณเมื่อ $\omega_D \gg T$, $\int_0^{\omega_D} \rightarrow \int_0^{\infty}$ และความสัมพันธ์ของ $\frac{\Omega_s - \Omega_n}{v}$ ที่อุณหภูมิใดๆ ใกล้กับศูนย์เคลวิน จะได้

$$\frac{\Omega_s}{v} \cong \frac{\Omega_n(0)}{v} - \frac{1}{2} N(0) \Delta^2(0) - 2N(0) e^{-\Delta(0)/T} \sqrt{2\pi\Delta(0)T^3} \tag{43}$$

จากความสัมพันธ์อินทิเกรต $s = -\frac{\partial\Omega}{\partial T}$ และความจุความร้อน $c = T \frac{\partial s}{\partial T}$ จะได้

$$\begin{aligned}
\frac{s_s}{v} &= 2N(0) \sqrt{2\pi\Delta(0)} e^{-\Delta(0)/T} \left(\frac{3}{2} \sqrt{T} + \frac{\Delta(0)}{\sqrt{T}} \right) \\
&\cong 2N(0) \sqrt{\frac{2\pi}{T}} (\Delta(0))^{3/2} e^{-\Delta(0)/T}
\end{aligned} \tag{44}$$

และ

$$\begin{aligned}
\frac{c_s}{v} &= 2TN(0) (\Delta(0))^{3/2} \sqrt{2\pi} e^{-\Delta(0)/T} \left[-\frac{1}{2T^{3/2}} + \frac{\Delta(0)}{T^{5/2}} \right] \\
&\cong 2N(0) \sqrt{2\pi} \left(\frac{\Delta^5(0)}{T^3} \right)^{1/2} e^{-\Delta(0)/T}
\end{aligned} \tag{45}$$

จะได้ความสัมพันธ์ของความจุร้อนของสถานะยวดยิ่งจะมีค่าเป็น $c_s \propto e^{-\Delta(0)/T}$

พิจารณากรณีอุณหภูมิก่อนอุณหภูมิกวิกฤต จากสมการช่องว่างพลังงานสามารถเขียนใหม่ได้เป็น

$$\frac{1}{V} = 2N(0)T \int_0^{\omega_D} d\varepsilon \sum_n \frac{1}{\varepsilon^2 + \Delta^2 + \omega_n^2} \tag{46}$$

เนื่องจากที่อุณหภูมิต่ำกว่าอุณหภูมิกวิกฤตแต่มีค่าใกล้เคียงกับอุณหภูมิกวิกฤต หรือ $T \rightarrow T_c$ ในตัวนำยวดยิ่งจะมีค่าของช่องว่างพลังงานที่ลดลงจนกลายเป็นศูนย์ที่อุณหภูมิกวิกฤต ดังนั้นที่บริเวณใกล้อุณหภูมิกวิกฤตจะมี ช่องว่างพลังงาน Δ ที่มีค่าน้อย สามารถใช้การประมาณเพื่อกระจายสมการข้างบนในรูปของ Δ ได้

$$\frac{1}{V} \cong 2N(0)T \int_0^{\omega_D} d\varepsilon \sum_n \left(\frac{1}{\varepsilon^2 + \omega_n^2} - \frac{\Delta^2}{(\varepsilon^2 + \omega_n^2)^2} \right) \quad (47)$$

หาอนุพันธ์ได้ตามสมการ

$$\frac{d}{d\Delta} \left(\frac{1}{V} \right) \cong 4N(0)T \int_0^{\omega_D} d\varepsilon \sum_n \frac{\Delta}{(\varepsilon^2 + \omega_n^2)^2}$$

จะได้

$$\begin{aligned} \frac{\Omega_s - \Omega_n}{V} &= -4N(0)T \int_0^{\omega_D} d\varepsilon \sum_n d\Delta' \frac{\Delta'^3}{(\varepsilon^2 + \omega_n^2)^2} \\ &= -N(0)T\Delta^4 \int_0^{\omega_D} d\varepsilon \sum_n \frac{1}{(\varepsilon^2 + \omega_n^2)^2} \end{aligned} \quad (48)$$

เนื่องจากในตัวนำวอดยิ่งแบบดั้งเดิมจะมีค่าของพลังงานเดอบายสูงกว่าอุณหภูมิวิกฤตหลายเท่า ดังนั้นสามารถประมาณได้ว่า $\omega_D \gg T_c$ ดังนั้น $\int_0^{\omega_D} \rightarrow \int_0^{\infty}$ โดย

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{(\varepsilon^2 + \omega_n^2)^2} d\varepsilon = \frac{\pi}{2\omega_n^3}$$

จะได้

$$\begin{aligned} \frac{\Omega_s - \Omega_n}{V} &= -N(0)T\Delta^4 \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{\pi}{4} \cdot \frac{1}{\omega_n^3} = -\frac{N(0)\Delta^4}{2\pi^2 T^2} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(2n+1)^3} \\ &= -\frac{N(0)\Delta^4}{2\pi^2 T^2} \left(1 + \frac{1}{3^3} + \frac{1}{5^3} + \dots \right) \\ &= -\frac{N(0)\Delta^4}{2\pi^2 T^2} \left(\left(1 + \frac{1}{2^3} + \frac{1}{3^3} + \frac{1}{4^3} \dots \right) - \left(\frac{1}{2^3} + \frac{1}{4^3} + \frac{1}{6^3} + \dots \right) \right) \\ &= -\frac{N(0)\Delta^4}{2\pi^2 T^2} \left(\left(1 + \frac{1}{2^3} + \frac{1}{3^3} + \frac{1}{4^3} \dots \right) - \frac{1}{2^3} \left(1 + \frac{1}{2^3} + \frac{1}{3^3} + \dots \right) \right) \\ &= -\frac{7}{8} \zeta(3) N(0) \frac{\Delta^4}{2\pi^2 T_c^2} \quad , T \rightarrow T_c \end{aligned} \quad (49)$$

โดย $\zeta(3) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^3}$ เรียกว่า ฟังก์ชันรีมานน์ซีตา (Riemann zeta function) ของสาม

จากสมการช่องว่างพลังงานตัวนำยวดยิ่งที่อุณหภูมิใกล้เคียงกับอุณหภูมิวิกฤต $\Delta(T) = 3.06\sqrt{T_c(T_c - T)}$ ทำให้สามารถหาค่าของ Δ^2 ได้และเมื่อนำไปแทนค่าจะได้

$$\begin{aligned} \frac{\Omega_s - \Omega_n}{v} &= -\frac{7}{8} \zeta(3) \frac{N(0)}{2\pi^2 T_c^2} \left(\frac{8}{7\zeta(3)}\right)^2 \pi^4 T_c^2 (T_c - T)^2 \\ &= -\frac{8}{7\zeta(3)} N(0) \frac{\pi^2 T_c^2}{2} \left(1 - \frac{T}{T_c}\right)^2 \end{aligned} \quad (50)$$

จากความสัมพันธ์ เอนโทรปี $s = -\frac{\partial \Omega}{\partial T}$ และความจุความร้อน $c = T \frac{\partial s}{\partial T}$ นำสมการข้างบนมาแทนจะสามารถหาความสัมพันธ์

$$\begin{aligned} c_s &= -T \frac{\partial^2}{\partial T^2} \Omega \\ &= T \frac{8}{7\zeta(3)} N(0) \pi^2 \end{aligned} \quad (51)$$

เนื่องจากความจุความร้อนจำเพาะของสถานะปกติ $c_n = \frac{2}{3} \pi^2 N(0) T$ ดังนั้น เมื่อพิจารณาที่อุณหภูมิวิกฤต

$$\begin{aligned} \frac{c_s - c_n}{c_n} \Big|_{T=T_c} &= \frac{T \frac{8}{7\zeta(3)} N(0) \pi^2}{\frac{2}{3} \pi^2 N(0) T} \\ &= \frac{12}{7\zeta(3)} \end{aligned}$$

ดังนั้น การกระโดดของค่าความจุความร้อนที่อุณหภูมิวิกฤตมีค่าตามสมการ

$$\frac{c_s - c_n}{c_n} \Big|_{T=T_c} = \frac{12}{7\zeta(3)} \cong 1.43 \quad (52)$$

จากสมการที่ (52) สามารถใช้ทำนายได้ว่า อัตราส่วนของผลต่างของค่าความจุความร้อนระหว่างสถานะนำยวดยิ่งกับสถานะปกติต่อความจุความร้อนของสถานะปกติที่อุณหภูมิวิกฤตจะมีค่าเท่ากับ 1.43 สำหรับตัวนำยวดยิ่งทุกชนิด ซึ่งเป็นการทำนายของทฤษฎี BCS ที่ให้ผลตรงกับผลการทดลองในตัวนำยวดยิ่งแบบดั้งเดิม

นอกจากนี้ ทฤษฎี BCS ยังสามารถคำนวณหาสนามแม่เหล็กวิกฤตที่อุณหภูมิศูนย์เคลวินได้ตามสมการ $H_c(0) = \Delta(0) \sqrt{4\pi N(0)}$ และได้สมการสนามวิกฤตที่อุณหภูมิใกล้ศูนย์เคลวินเป็น $H_c(T) = H_c(0) [1 - 1.06 \left(\frac{T}{T_c}\right)^2]$ และเมื่ออุณหภูมิเข้าใกล้อุณหภูมิวิกฤตจะได้สมการของสนามแม่เหล็กวิกฤตเป็นไปตามสมการ $H_c(T) \cong 1.74 H_c(0) \left(1 - \frac{T}{T_c}\right)$ โดย $H_c(0)$ เป็น

ค่าสนามแม่เหล็กวิกฤตที่ศูนย์เคลวิน $H_c(T)$ เป็นค่าสนามแม่เหล็กวิกฤตที่อุณหภูมิใดๆ ต่ำกว่า อุณหภูมิวิกฤต $\Delta(0)$ เป็นช่องว่างพลังงานที่ศูนย์เคลวิน และ เป็นความหนาแน่นสถานะแบบคงตัว (Fetter & Walecka, 1995)

ผลการคำนวณจะพบสมการที่น่าทึ่งอยู่ 3 สมการ คือ

$$\frac{2\Delta(0)}{T_c} = 3.52 \quad (53)$$

$$\alpha = \frac{1}{2} \quad (54)$$

$$\frac{c_s - c_n}{c_n} \Big|_{T=T_c} = 1.43 \quad (55)$$

ซึ่งทั้ง 3 สมการจะให้ความสัมพันธ์ที่เท่ากับค่าคงตัว แสดงว่า สมบัติดังกล่าวของตัวนำยวดยิ่งจะมีค่าตามสมการ โดยไม่ขึ้นกับชนิดและความบริสุทธิ์ของตัวนำยวดยิ่ง ดังนั้น ทั้ง 3 สมการจึงเป็นการชี้ให้นักการทดลองเพื่อให้ทำการวัดและทดสอบสมบัติดังกล่าว ซึ่งพบว่า ทั้งสามสมการมีความสอดคล้องกับผลการทดลองในตัวนำยวดยิ่งแบบดั้งเดิมเป็นอย่างดี

d) 2.4 คลื่นความหนาแน่นสปิน (Spin density wave, SDW)

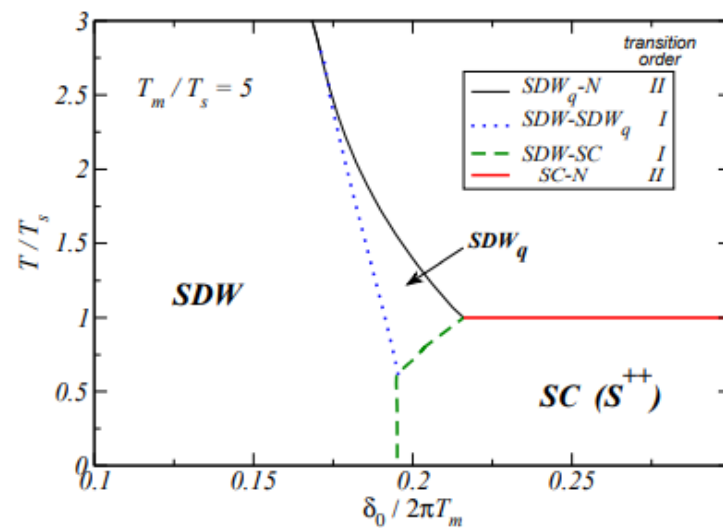
คลื่นความหนาแน่นสปินถูกนำเสนอโดย โอเวอร์ไฮเซอร์ (Overhauser, 1962) เพื่อใช้อธิบายการเกิดสถานะแม่เหล็กพาราของอิเล็กตรอน ในส่วนรายละเอียดนั้น คลื่นความหนาแน่นสปิน คือ คลื่นที่เกิดจากการรวมของคลื่นความหนาแน่นประจุของอิเล็กตรอนสองตัวที่มีสปินตรงข้ามกันและเฟสต่างกันเท่ากับครึ่งหนึ่งของความยาวคลื่น ทำให้เกิดช่องว่างพลังงานที่ผิวเฟอร์มิได้ นอกจากนี้ยังพบว่า การเพิ่มความดันให้กับธาตุหรือสารประกอบมีผลทำให้เกิดคลื่นความหนาแน่นสปินได้ (Tran, Khan, WiŚniewski, & Bauer, 2009)

สิ่งที่มีความคล้ายคลึงกับคลื่นความหนาแน่นสปิน คือ คลื่นความหนาแน่นประจุ ซึ่งเกิดจากแรงดึงดูดกันของอิเล็กตรอนเป็นผลจากอันตรกิริยาระหว่างอิเล็กตรอนและ โฟนอน ทำให้ความหนาแน่นบริเวณนั้นเปลี่ยนแปลงอยู่ตลอดเวลา เหมือนกับคลื่น ทำให้ได้ชื่อว่า คลื่นความหนาแน่นประจุ

ในด้านการทดลองนั้น ได้มีการศึกษาตัวนำยวดยิ่งแบบสารประกอบอินทรีย์ $(TMTSF)_2 PF_6$ และ $(TMTSF)_2 Br$ สามารถตรวจพบสถานะ CDW และ SDW จาก

การศึกษาการเลี้ยวเบนของรังสีเอกซ์โดยสามารถพบสถานะดังกล่าวได้ที่ตำแหน่ง $2k_F$ (Pouget & Ravy, 1997)

เมื่อพิจารณาที่สภาวะความดันสูง การอยู่รวมกันของสภาวะ SC และ SDW นั้นอาจจะเกิดขึ้นไม่ได้ เนื่องจาก การเกิด SDW นั้นใช้พื้นที่เต็มไม่ที่เหลือพอสำหรับ ที่จะทำให้เกิดการซ้อนทำให้ไม่สามารถเกิด SC ได้ แต่อย่างไรก็ตามการเกิด SDW นั้นไม่ได้เกิดแบบสมบูรณ์ทำให้สามารถเกิด SC ได้ จึงอาจจะมี การซ้อนทับกันได้ของทั้ง SC และ SDW ซึ่งที่กล่าวมายังสรุปไม่ได้ อย่างชัดเจน



ภาพประกอบ 11 แผนภาพแสดงขอบเขตการเกิด SC และ SDW

ที่มา : (Vavilov, Chubukov, & Vorontsov, 2010)

e) 2.5 สมการ Birch–Murnaghan

ในปี 1947 Albert Francis Birch ได้ตีพิมพ์ผลงาน เรื่องความสัมพันธ์ระหว่างความดันและขนาดปริมาตรของหน่วยเซลล์ (Birch, 1947) ซึ่งงานนี้ได้ต่อยอดมาจากผลงานของ Francis

Dominic Murnaghan (Murnaghan, 1944) ตั้งนิยามสมการของความสัมพันธ์ระหว่างความดันและขนาดปริมาตรของหน่วยเซลล์ จึงได้ชื่อว่า Birch–Murnaghan equation

เริ่มต้นจากสมการพื้นฐาน กฎของแก๊สในอุดมคติ

$$PV = nRT \quad (56)$$

โดย P คือความดันของแก๊ส, V คือปริมาตรของแก๊ส, n คือจำนวนโมล, R คือค่าคงตัวของแก๊สในอุดมคติ และ T คืออุณหภูมิ เมื่ออุณหภูมิคงที่

$$K = -V \left(\frac{\partial P}{\partial V} \right)_T \quad (57)$$

กำหนดให้ $K = K_0 + K'$ จะได้

$$\frac{dP}{K_0 + K'P} = -\frac{dV}{V} \quad (58)$$

ทำการอินทิเกรตทั้งสองข้างของสมการจะได้

$$P(V) = -\frac{K_0}{K'} \left(\left(\frac{V}{V_0} \right)^{-K'} - 1 \right) \quad (59)$$

กำหนดให้

$$f = \frac{1}{2} \left(\left(\frac{V}{V_0} \right)^{\frac{2}{3}} - 1 \right) \quad (60)$$

จะได้

$$\frac{\partial f}{\partial V} = -\frac{1}{3V_0} \left(\frac{V}{V_0} \right)^{-\frac{5}{3}} \quad (61)$$

จากการรวมเทอม $a_j f^j$ จาก $j=0$ ถึง 3

$$F = \sum a_j f^j = a_0 + a_1 f + a_2 f^2 + a_3 f^3 \quad (62)$$

เมื่อ $P = -\frac{\partial F}{\partial V}$, $K = -V \frac{\partial P}{\partial V}$ และ $K' = \frac{\partial K}{\partial P}$ จะได้

$$P = -\frac{\partial F}{\partial f} \frac{\partial f}{\partial V} = -a_1 \frac{\partial f}{\partial V} - 2a_2 f \frac{\partial f}{\partial V} - 3a_3 f^2 \frac{\partial f}{\partial V} \quad (63)$$

กำหนดให้ P, f, V, K และ K' มีค่าดังนี้ $P=0, f=0, V=V_0, K=K_0, K'=K'_0$

จากการแก้สมการจะได้ค่า a_1, a_2, a_3 ดังนี้ $a_1 = 0$, $a_2 = \frac{9}{2} K_0 V_0$,

$$a_3 = \frac{9}{2} K_0 V_0 (K'_0 - 4)$$

นำค่า a_1, a_2, a_3 และสมการที่ (60) ไปแทนค่าในสมการที่ (63) จะได้

$$P = \left[\left(-\frac{9}{2} \right) K_0 V_0 \left(-\frac{1}{3V_0} \right) \left(\left(\frac{V}{V_0} \right)^{\frac{2}{3}} - 1 \right) \left(\frac{V}{V_0} \right)^{\frac{5}{3}} \right] - \left[\frac{27}{2} \left(-\frac{1}{3V_0} \right) K_0 V_0 (K'_0 - 4) \frac{1}{4} \left(\left(\frac{V}{V_0} \right)^{\frac{2}{3}} - 1 \right)^2 \left(\frac{V}{V_0} \right)^{\frac{5}{3}} \right]$$

ทำการจัดรูปสมการ

$$P = \left[\frac{3}{2} K_0 \left(\left(\frac{V}{V_0} \right)^{\frac{2}{3}} - 1 \right) \left(\frac{V}{V_0} \right)^{\frac{5}{3}} \right] + \left[\frac{9}{8} K_0 (K'_0 - 4) \left(\left(\frac{V}{V_0} \right)^{\frac{2}{3}} - 1 \right)^2 \left(\frac{V}{V_0} \right)^{\frac{5}{3}} \right]$$

$$P = \left[\frac{3}{2} K_0 \left(\left(\frac{V}{V_0} \right)^{\frac{2}{3}} - 1 \right) \left(\frac{V}{V_0} \right)^{\frac{5}{3}} \right] \left[1 + \frac{3}{4} (K'_0 - 4) \left(\left(\frac{V}{V_0} \right)^{\frac{2}{3}} - 1 \right) \right]$$

ดังนั้นจะได้ ความดัน จากความสัมพันธ์ของปริมาตรที่เปลี่ยนไปตามสมการ โดยสมการนี้มีชื่อว่า สมการ Birch–Murnaghan สมการนี้ถือว่ามีค่าสำคัญเป็นอย่างมากในการศึกษาเรื่องความดันและ ปริมาตรของวัสดุ

$$P = \left[\frac{3}{2} K_0 \left(\left(\frac{V}{V_0} \right)^{\frac{2}{3}} - 1 \right) \left(\frac{V}{V_0} \right)^{\frac{5}{3}} \right] \left[1 + \frac{3}{4} (K'_0 - 4) \left(\left(\frac{V}{V_0} \right)^{\frac{2}{3}} - 1 \right) \right]$$

(64)

และ กระจายของ ε_k ในรูปของตัวแปรปริมาตร V

$$\varepsilon_k(V) = \varepsilon_k(V_0) + (V - V_0) \left[\frac{d\varepsilon_k(V)}{dV} \right]_{V=V_0} + \frac{(V - V_0)^2}{2} \left[\frac{d^2\varepsilon_k(V)}{dV^2} \right] + \dots$$

คิดเฉพาะเทอมที่ 1 และ 2 จะประมาณค่า ε_k ได้เป็น

$$\varepsilon_k(V) \approx \varepsilon_k(V_0) - Q_e V_0 (1 - \nu)$$

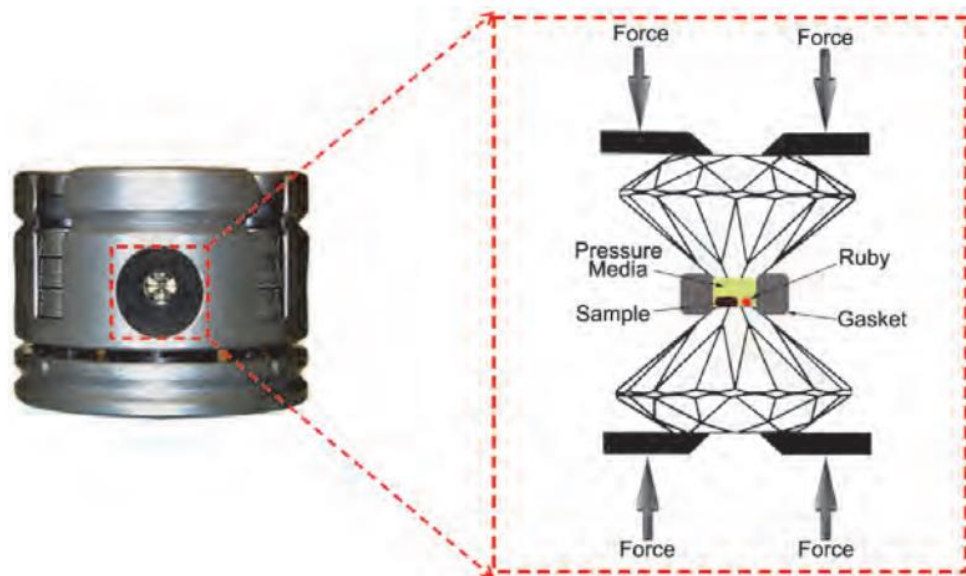
โดยกำหนดให้

$$Q_e = \left[\frac{d\varepsilon_k(V)}{dV} \right]_{V=V_0}, \quad \nu = \frac{V}{V_0}$$

จากสมการที่ (64) และ (65) เราจะสามารถสร้างความสัมพันธ์ระหว่าง P และ ε_k ได้โดยผ่านตัวแปรของปริมาตร V ซึ่งจะนำไปใช้ในการคำนวณหาอุณหภูมิวิกฤตของตัวนำยิ่งยวดภายใต้ความดันต่อไป

f) 2.6 เครื่องอัดแรงดันสูงด้วยเพชร (Diamond anvil cell)

การจำลองสภาพความดันสูงมีความจำเป็นอย่างยิ่งในการทดลองด้านวิทยาศาสตร์ ซึ่งจุดที่จะมีความดันสูงในระดับ มากกว่า 100 GPa ได้นั้นอาจจะต้องเป็นบริเวณแกนกลางของดาว เช่น โลก ที่แกนกลางมีความดัน 377 GPa (Tran et al., 2009) ดังนั้นแล้วการสร้างเครื่องมือและ ความเข้าใจในหลักการจึงมีความสำคัญเป็นอย่างมาก



ภาพประกอบ 12 เครื่องอัดแรงดันสูงด้วยเพชรโดยมีสารทดสอบอยู่ตรงกลาง

ที่มา : (Dong & Song, 2011)

ส่วนประกอบที่สำคัญของเครื่องอัดแรงดันสูง

เพชร มีสองส่วนเพื่อบีบเข้าหากันเนื่องจากเพชรมีความแข็งมากที่สุดและมีความใสทำให้การใช้แสงเอ็กซ์เรย์ยังผ่านเพชรเพื่อตรวจวิเคราะห์ทำได้ง่าย นอกจากนี้ การเจียรระในเพชร จะต้องคำนึงถึงการรับแรงและพื้นที่การกดเพื่อให้ได้ความดันที่กำหนด

รูบี้ (ruby) เป็นวัสดุที่ใช้ตรวจสอบระดับความดัน จะทึบแสงเมื่อถึงค่าความดันที่กำหนด

gasket ส่วนใหญ่ใช้เป็น rhenium หรือ tungsten ทำหน้าที่บังคับให้ชิ้นส่วนที่นำมาทดสอบอยู่ระหว่างเพชรทั้งสองส่วนที่กำลังกดชิ้นส่วนทดสอบนั้น ๆ

pressure media เป็นสารที่เติมไปในช่องระหว่างเพชรและ gasket เพื่อเป็นตัวกลางความดัน ปกติใช้เป็นสารจำพวก อาร์กอน, ซีโนน, ไฮโดรเจน, ฮีเลียม, น้ำมันพาพาฟิน หรือส่วนผสมของเอทานอลและ เมทานอล

โครงสร้างกระบอกลอกแบบให้มีการจุดต่อของสายสำหรับวัดอุณหภูมิและ ส่วนที่เติมสารทำความเย็นเช่น ไนโตรเจน นอกจากนี้สิ่งสำคัญคือการปรับระยะทำให้ความดันมากขึ้น และการปรับหน้าสัมผัสของเพชรทั้งสองส่วนให้มีหน้าสัมผัสขนานกัน และตั้งฉากกับแนวแกนของกระบอกลอก

เครื่องอัดแรงดันสูงด้วยเพชร (Diamond anvil cell) ; DAC ที่มีขนาดเล็ก และ อุปกรณ์ไม่ซับซ้อนทำให้การทดลองตัวนำยิ่งยวดยิ่งภายใต้ความดันสูงทำได้ง่ายและสะดวกขึ้น แต่อย่างไรก็ตามยังคงต้องใช้เพชรเป็นอุปกรณ์ในส่วนที่กดสารเนื่องจากเพชรสามารถรับความดันได้สูงเพราะมีค่าความแข็งระดับ 10 ตามภาพประกอบด้านล่าง



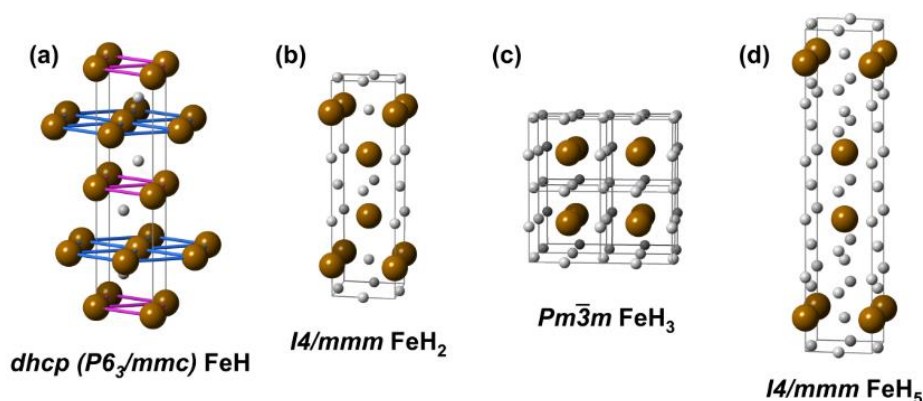
ภาพประกอบ 13 ตัวอย่างเครื่อง DAC ที่มีขนาดเล็กกว่าเหรียญ 1 เซนต์

ที่มา : (Eremets et al., 2022)

นอกจากนี้ในการใช้งานจำเป็นต้องมีการตรวจวัดค่าความต้านทานของตัวนำยวดยิ่ง โดยการต่อแผ่นอิเล็กทรอนิกส์จากภาพจะเห็นเป็นสีขาวสีแนว ส่วนการควบคุมอุณหภูมิต่ำลงระดับประมาณ 10 K สามารถทำได้โดยนำไปติดตั้งใน ไครยอสแตต (Cryostat) ซึ่งบรรจุฮีเลียมเหลว หรือไนโตรเจนเหลว สำหรับในกรณีที่โครงสร้างกระบอกออกแบบเป็นระบบปิด ทำให้สามารถใส่สารทำความเย็นดังกล่าวได้โดยตรง ส่วนการปรับให้อุณหภูมิสูงขึ้นสามารถทำได้โดยใช้แสงเลเซอร์ฉายไปบริเวณที่ต้องการปรับอุณหภูมิให้สูงขึ้น

2.7 สารประกอบประเภทไฮไดรด์

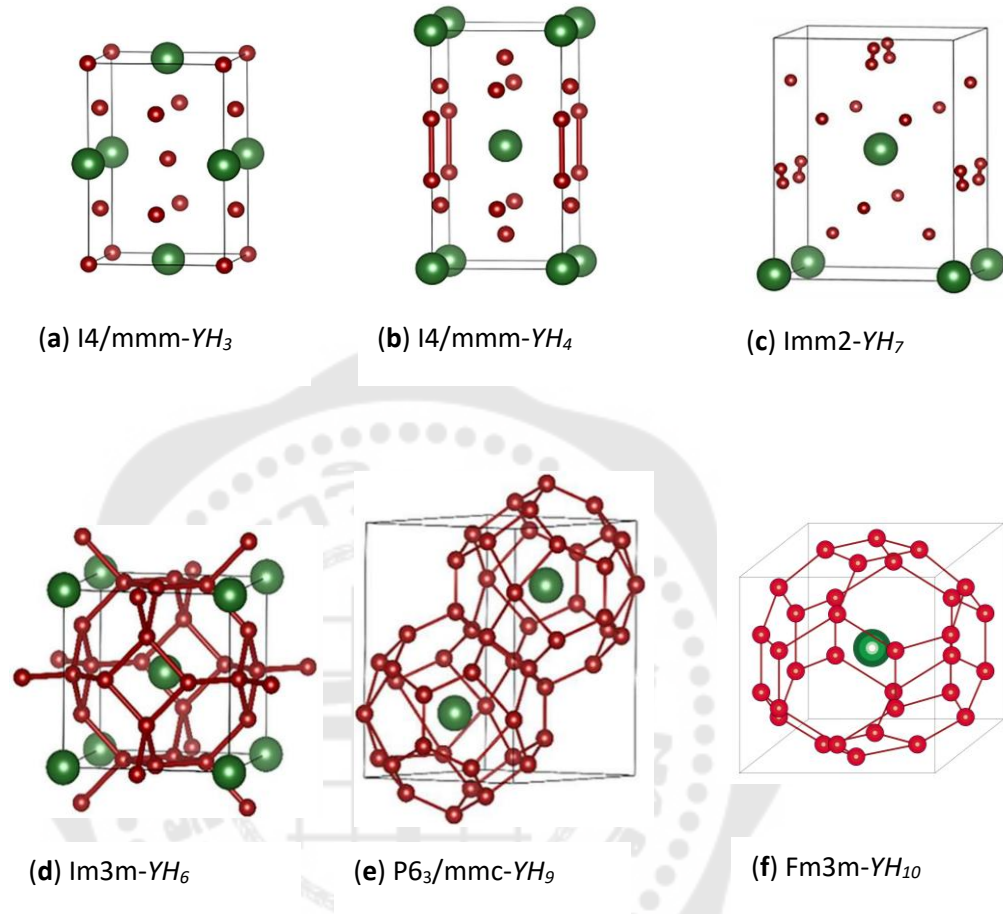
สารประกอบประเภทไฮไดรด์เป็นสารที่เกิดจากไฮโดรเจนและ โลหะมารวมกัน เกิดเป็นสารประกอบ เช่น NH_3 , LaH_{10} , H_2S , YH_x , FeH_2 และ NiH เป็นต้น สิ่งที่น่าสนใจของสารประกอบไฮไดรด์ คือการเปลี่ยนเฟสของโครงสร้างอะตอมเมื่อมีความดันมีค่าสูงขึ้น และในบางกรณีจะมีค่าอุณหภูมิกวักสูงขึ้นทำให้สารประกอบประเภทไฮไดรด์เป็นที่น่าสนใจทั้งทางด้านการศึกษาทดลองและ ทางด้านทฤษฎี



ภาพประกอบ 14 แสดงโครงสร้างแต่ละแบบของสารประกอบ FeH จากผลของความดัน

โดย (a) ที่ความดัน 45 GPa, (b) ที่ความดัน 67 GPa, (c) ที่ความดัน 86 GPa และ (d) ที่ความดัน 150 GPa

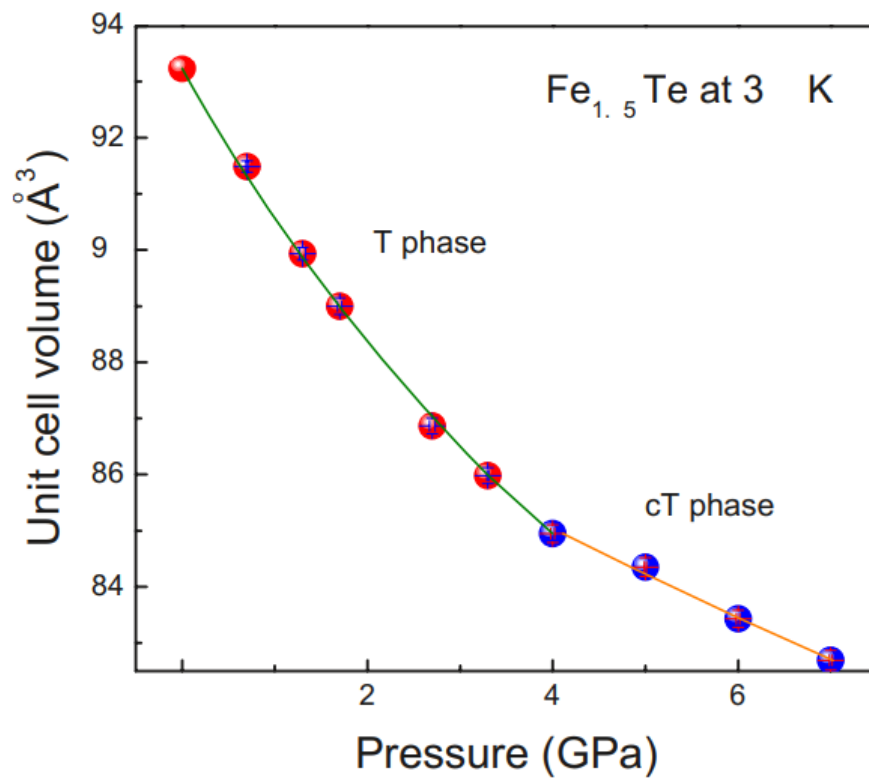
ที่มา : (Bi, Zarifi, Terpstra, & Zurek, 2018)



ภาพประกอบ 15 โครงสร้างสารประกอบกลุ่มอิตเทรียมไฮไดรด์

(a) YH_3 , (b) YH_4 , (c) YH_7 , (d) YH_6 , (e) YH_9 , and (f) YH_{10} . ที่ความดันระหว่าง 90GPa ถึง 400GPa (สำหรับ YH_{10} เป็นการทำนายโครงสร้างและ พยายามที่จะสังเคราะห์ ในปัจจุบัน)

ในการพิจารณาเมื่อเพิ่มความดันให้กับตัวนำยิ่งยวดนั้น จะทำให้ปริมาตรเซลล์มีขนาดเล็กลงและ ทำให้โครงสร้างของเซลล์มีการเปลี่ยนแปลง หรือ เปลี่ยนเฟส สารประกอบ $Fe_{1.5}Te$ มีการเปลี่ยนแปลงเฟสที่ความดัน 4 GPa จาก T เป็น cT โดยสังเกตจากเส้นกราฟจะมีความไม่ต่อเนื่องของ Unit cell volume ที่ความดันค่าดังกล่าว

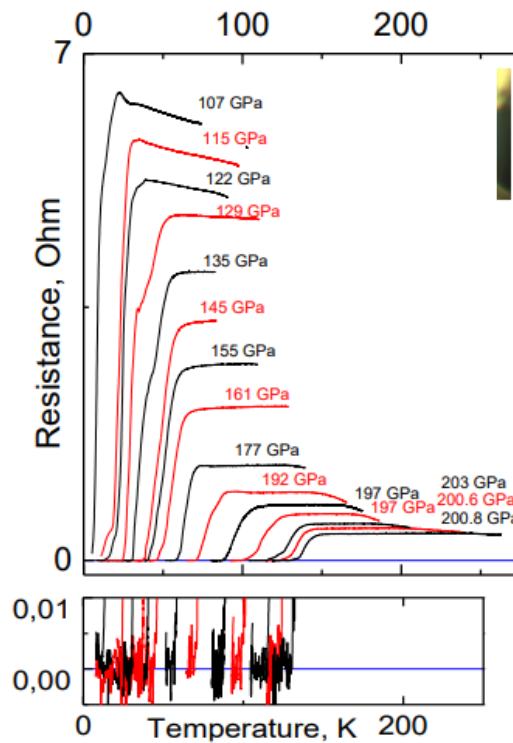


ภาพประกอบ 16 กราฟความสัมพันธ์ระหว่างความดันและปริมาตรเซลล์

โดยมีการเปลี่ยนเฟส จาก T เป็น cT ที่ความดัน 4 GPa

ที่มา (Zhang et al., 2009)

นอกจากนี้การเพิ่มความดันมีผลทำให้เกิดการเปลี่ยนแปลงต่ออุณหภูมิวิกฤต ในกรณีของซัลเฟอร์ไฮไดรด์ (H₂S) การเพิ่มความดันในช่วง 107-203 GPa มีผลทำให้อุณหภูมิวิกฤตสูงขึ้นตามภาพประกอบที่ 17



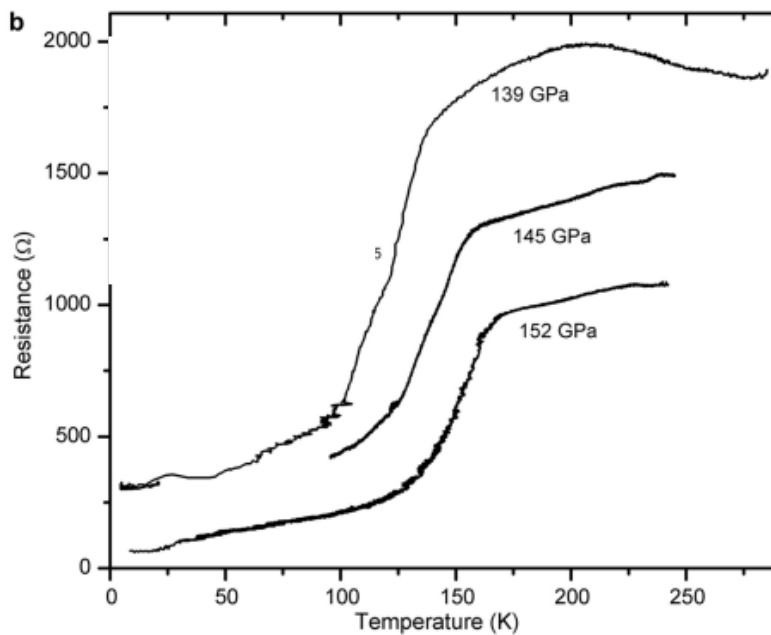
ภาพประกอบ 17 แสดงความสัมพันธ์ อุณหภูมิและ ความต้านทานของ ซัลเฟอร์ไฮไดรด์ (H_2S) ที่ความดันระหว่าง 107-203 GPa

ภาพบน แสดงความสัมพันธ์ระหว่างค่าความต้านทานและ อุณหภูมิที่ค่าความดัน 107-203 GPa ของ ซัลเฟอร์ไฮไดรด์ (H_2S)

ภาพล่าง แสดงค่าความต้านทานบริเวณใกล้เคียงศูนย์โอห์ม จากการวัดแบบ 4 จุดโดยใช้กระแส 4 ไมโครแอมป์

ที่มา : (A. Drozdov et al., 2015)

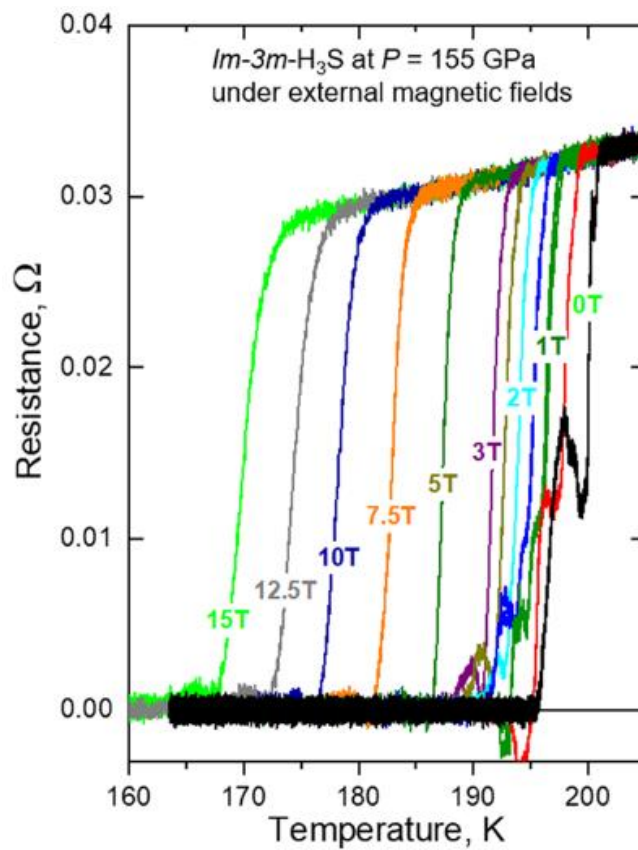
นอกจากสารประเภทไฮไดรด์แล้ว ยังมีสารอื่นที่มีคุณสมบัติลักษณะเดียวกัน เช่น แลนทานัมอันติคาไฮไดรด์ (LaD_{11}) ในช่วงอุณหภูมิต่ำกว่า 200 K มีค่าความต้านทานต่ำลงเมื่อเพิ่มความดัน 139, 145 และ 152 GPa ตามลำดับ ตามภาพประกอบที่ 18



ภาพประกอบ 18 ความสัมพันธ์ระหว่างค่าความต้านทานและ อุณหภูมิที่ค่าความดัน 139,145 และ 152 GPa ของ แลนทานัมอันดีคาไฮไดรด์ LaD11

ที่มา : (A. P. Drozdov et al., 2019)

สภาพแวดล้อมภายนอก นอกจากความดันแล้ว ยังมีสนามแม่เหล็กที่ส่งผลต่อสถานะการเป็นตัวนำยิ่งยวดยิ่ง ในสารประกอบ H_3S ที่ความดันคงที่ 150 GPa และทำการปรับค่าความเข้มสนามแม่เหล็กเพิ่มขึ้นจะมีผลทำให้ค่าอุณหภูมิวิกฤตลดลง ตามภาพประกอบที่ 19

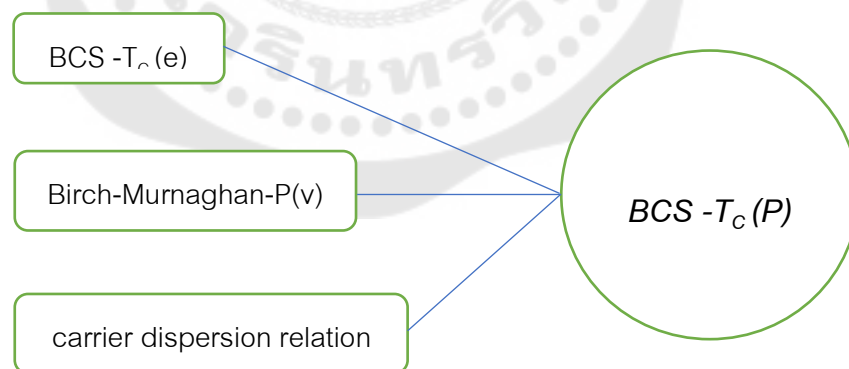


ภาพประกอบ 19 กราฟความสัมพันธ์ระหว่างความต้านทานและ อุณหภูมิของสารประกอบ H_3S ที่ความดันคงที่ 155 GPa

ที่มา : (Eremets et al., 2022)

บทที่ 3 วิธีดำเนินการวิจัย

ในการศึกษาตัวนำยวดยิ่งอุณหภูมิสูงนั้น เรายังคงใช้ ทฤษฎี BCS และทฤษฎี กิ้นซ์เบิร์ก-แลนดาวเป็นแนวทาง ซึ่งในปัจจุบันการเพิ่มความดันมีผลทำให้ส่งผลต่ออุณหภูมิวิกฤตของตัวนำยวดยิ่ง โดยมีผลทำให้อุณหภูมิวิกฤตอาจจะสูงขึ้นหรือต่ำลงได้ ในงานวิจัยนี้จะศึกษาทั้งสองทฤษฎี แต่จะพิจารณารายละเอียดที่ทฤษฎี BCS แล้วนำผลลัพธ์ของทั้งสองวิธีมาเปรียบเทียบกัน เพื่อเป็นการยืนยันความถูกต้อง และได้ทำการศึกษาความดันที่มีผลต่อการเปลี่ยนแปลงของปริมาตรเซลล์ ทำให้ได้สมการ Birch-Murnaghan. แล้วส่งผลต่อเนื่องไปยัง ทำให้ carrier dispersion relation ; $\epsilon_k(v)$ มีการเปลี่ยนแปลงตามไปด้วยทำให้สามารถหาความสัมพันธ์ระหว่าง อุณหภูมิวิกฤตและความดันได้ ทั้งนี้เงื่อนไขที่จะคำนวณในรูปแบบนี้ได้ โดยได้ทำการพิจารณาโครงสร้างของสารประกอบ, ปัจจัยแวดล้อมและ ศึกษาผลการทดลองในสารประกอบกลุ่มไฮโดรด์ เพื่อการพิจารณาค่าคงตัวที่เหมาะสม ตามที่กล่าวมาเพื่อจะทำให้การคำนวณหาอุณหภูมิวิกฤตของตัวนำยวดยิ่งมีความถูกต้องมากขึ้นตามรายละเอียดหัวข้อดังต่อไปนี้



ภาพประกอบ 20 สมการที่ใช้ในการคำนวณเพื่อหาอุณหภูมิวิกฤตในตัวแปรความดัน

3.1 ใช้ทฤษฎี BCS และการเพิ่มความดันเข้าไปในระบบ

การเพิ่มทำให้เกิดคลื่นความหนาแน่นสปิน เป็นแนวทางหนึ่งที่ใช้ในการคำนวณ ซึ่งคลื่นความหนาแน่นสปินเกิดขึ้นชั่วขณะจากการสั่นของอิเล็กตรอนที่มีสปินตรงข้ามกันจับคู่กัน (Overhauser, 1962) สามารถทำให้เกิดช่องว่างพลังงานที่ผิวเฟอร์มิได้ ซึ่งช่องว่างพลังงานนี้ จะ

หายไปเมื่ออุณหภูมิมีค่าสูงกว่าอุณหภูมิการเปลี่ยนสถานะของคลื่นความหนาแน่นสปิน (Spin density wave temperature, T_{SDW}) มีลักษณะเดียวกับการเปลี่ยนสถานะของอุณหภูมิสภาพนำยวดยิ่ง การเริ่มต้นในการคำนวณนั้นจะใช้รูปแบบของ ฮาร์มิลโทเนียน ที่แสดงถึงพลังงานทั้งหมดตามสมการที่ (65)

$$H = \sum_{k\alpha} \varepsilon_k C_{k\alpha}^+ C_{k\alpha} - \sum_k \Delta_k^{SC} (C_{k\uparrow}^+ C_{-k\downarrow}^+ + C_{-k\downarrow} C_{k\uparrow}) - \sum_{k\alpha\beta} \Delta_Q^{SDW} (\sigma_z)_{\alpha\beta} (C_{k+Q\alpha}^+ C_{k\beta} + C_{k\beta}^+ C_{k+Q\alpha}) \quad (65)$$

โดยมีพลังงานในแต่ละส่วนดังนี้

พลังงานรวมของความเป็นระเบียบของสภาพนำยวดยิ่ง คือ $\Delta_{sc} \sum_k (c_{k\uparrow}^+ c_{-k\downarrow}^+ + c_{-k\downarrow} c_{k\uparrow})$

และ พลังงานรวมของความเป็นระเบียบของ SDW คือ $\Delta_{sdw} \sum_k (c_{k+Q\uparrow}^+ c_{k\downarrow} + c_{k\downarrow}^+ c_{k+Q\uparrow})$

Q คือ ขอบเขตของการพิจารณา โดย $Q = (-\pi, \pi)$ ความเป็นระเบียบของสภาพนำยวดยิ่ง คือ $\Delta_k^{SC} = V_{sc} \sum_k \langle C_{-k\downarrow} C_{k\uparrow} \rangle$. โดย V_{sc} เป็น ค่าคงที่สำหรับ อิเล็กตรอนและเป็น พลังงานศักย์ดึงดูดสำหรับ SC ส่วนค่าความเป็นระเบียบของ SDW คือ $\Delta_Q^{SDW} = V_{SDW} \sum_k \langle C_{k\uparrow} C_{k+Q\uparrow} \rangle$.

V_{SDW} เป็น ค่าคงที่สำหรับ อิเล็กตรอนและเป็นพลังงานศักย์ดึงดูดสำหรับ SDW

ซึ่งความเป็นระเบียบดังกล่าวสามารถจัดให้อยู่ในรูปแบบของกรีนฟังก์ชันและสามารถจัดในรูปแบบของเมตริกซ์ 4×4 ได้ดังนี้

$$G_{kk'}(\tau) = -\tilde{T} \langle [\psi_k(\tau), \psi_{k'}^+(0)] \rangle = \begin{pmatrix} G_{11} & G_{12} & G_{13} & G_{14} \\ G_{21} & G_{22} & G_{23} & G_{24} \\ G_{31} & G_{32} & G_{33} & G_{34} \\ G_{41} & G_{42} & G_{43} & G_{44} \end{pmatrix} \quad (66)$$

จัดรูป ψ_k และ $\psi_{k'}^+$ อยู่ในรูปเมตริกซ์ 4×1 และ 1×4 ตามลำดับ เช่น $\psi_{k'}^+$ จะอยู่ในรูปแบบดังนี้

$$\psi_k = \begin{pmatrix} C_{k\uparrow} \\ C_{k+Q\uparrow} \\ C_{k\downarrow}^+ \\ C_{k+Q\downarrow}^+ \end{pmatrix} \quad \cdot \psi_k^+ = (C_{k\uparrow}^+ \quad C_{k+Q\uparrow}^+ \quad C_{k\downarrow}^+ \quad C_{k+Q\downarrow}^+)$$

ทำการคูณเมตริกซ์ จะได้อยู่ในรูป เมตริกซ์ 4x4

$$\psi_k(\tau)\psi_k^+(0) = \begin{pmatrix} C_{k\uparrow}C_{k\uparrow}^+ & C_{k\uparrow}C_{k+Q\uparrow}^+ & C_{k\uparrow}C_{k\downarrow}^+ & C_{k\uparrow}C_{k+Q\downarrow}^+ \\ C_{k+Q\uparrow}C_{k\uparrow}^+ & C_{k+Q\uparrow}C_{k+Q\uparrow}^+ & C_{k+Q\uparrow}C_{k\downarrow}^+ & C_{k+Q\uparrow}C_{k+Q\downarrow}^+ \\ C_{k\downarrow}^+C_{k\uparrow}^+ & C_{k\downarrow}^+C_{k+Q\uparrow}^+ & C_{k\downarrow}^+C_{k\downarrow}^+ & C_{k\downarrow}^+C_{k+Q\downarrow}^+ \\ C_{k+Q\downarrow}^+C_{k\uparrow}^+ & C_{k+Q\downarrow}^+C_{k+Q\uparrow}^+ & C_{k+Q\downarrow}^+C_{k\downarrow}^+ & C_{k+Q\downarrow}^+C_{k+Q\downarrow}^+ \end{pmatrix}$$

ทำการคำนวณฟังก์ชันกรีนโดยเพิ่มตัวดำเนินการเวลา

$$G(k, \tau) = -\langle T_\tau \psi_k(\tau)\psi_k^+(0) \rangle = - \begin{pmatrix} \langle T_\tau C_{k\uparrow}C_{k\uparrow}^+ \rangle & \langle T_\tau C_{k\uparrow}C_{k+Q\uparrow}^+ \rangle & \langle T_\tau C_{k\uparrow}C_{k\downarrow}^+ \rangle & \langle T_\tau C_{k\uparrow}C_{k+Q\downarrow}^+ \rangle \\ \langle T_\tau C_{k+Q\uparrow}C_{k\uparrow}^+ \rangle & \langle T_\tau C_{k+Q\uparrow}C_{k+Q\uparrow}^+ \rangle & \langle T_\tau C_{k+Q\uparrow}C_{k\downarrow}^+ \rangle & \langle T_\tau C_{k+Q\uparrow}C_{k+Q\downarrow}^+ \rangle \\ \langle T_\tau C_{k\downarrow}^+C_{k\uparrow}^+ \rangle & \langle T_\tau C_{k\downarrow}^+C_{k+Q\uparrow}^+ \rangle & \langle T_\tau C_{k\downarrow}^+C_{k\downarrow}^+ \rangle & \langle T_\tau C_{k\downarrow}^+C_{k+Q\downarrow}^+ \rangle \\ \langle T_\tau C_{k+Q\downarrow}^+C_{k\uparrow}^+ \rangle & \langle T_\tau C_{k+Q\downarrow}^+C_{k+Q\uparrow}^+ \rangle & \langle T_\tau C_{k+Q\downarrow}^+C_{k\downarrow}^+ \rangle & \langle T_\tau C_{k+Q\downarrow}^+C_{k+Q\downarrow}^+ \rangle \end{pmatrix} \quad (67)$$

ใช้สมการการเคลื่อนที่ของไฮเซนเบิร์ก (Heisenberg equation of motion) คำนวณตามเงื่อนไขการจับคู่ของตัวดำเนินการแบบเฟอร์มิออน (Fetter & Walecka, 1995) ตามรูปแบบการคำนวณ ได้ ดังนี้ $[C_\alpha, C_\beta^+] = 1$ เมื่อ $\alpha = \beta$ และ $[C_\alpha, C_\beta^+] = 0$ เมื่อ $\alpha \neq \beta$ จาก $[A, BC] = A[B, C] + [A, B]C$ จะได้รูปแบบของเมตริกซ์ตามสมการที่ (68)

$$\begin{pmatrix} i\omega_n - \varepsilon_k & \Delta_k^{SC} & \Delta_Q^{SDW} & 0 \\ -\Delta_{-k}^{SC} & i\omega_n + \varepsilon_{-k} & 0 & \Delta_{-Q}^{SDW} \\ \Delta_Q^{SDW} & 0 & i\omega_n - \varepsilon_{k+Q} & \Delta_{k+Q}^{SC} \\ 0 & \Delta_{-Q}^{SDW} & -\Delta_{-k-Q}^{SC} & i\omega_n + \varepsilon_{-k-Q} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} G_{11} & G_{12} & G_{13} & G_{14} \\ G_{21} & G_{22} & G_{23} & G_{24} \\ G_{31} & G_{32} & G_{33} & G_{34} \\ G_{41} & G_{42} & G_{43} & G_{44} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (68)$$

ขอบเขตที่ Q ที่ใช้ในการคำนวณ $Q = (-\pi, \pi)$ โดยกำหนดให้ $\varepsilon_k = \varepsilon_{-k}$, $\varepsilon_{k+Q} = -\varepsilon_k$, $\varepsilon_{-k-Q} = \varepsilon_{k+Q} = -\varepsilon_k$ พิจารณาการเกิดสภาพนำยวดยิ่งแบบความหนาแน่นของคลื่นสปินจะขึ้นกับ เวกเตอร์คลื่น k และ $-k$ และ เมื่อพิจารณาที่ช่องว่างพลังงานจากการจับคู่ของอิเล็กตรอน $\Delta_k^{SC} = -\Delta_{-k}^{SC}$ ที่ k และ $k+Q$ จึงสามารถปรับเปลี่ยนรูปแบบช่องว่างพลังงานเป็น $\Delta_k^{SC} = \Delta_{k+Q}^{SC}$ และ $\Delta_k^{SC} = -\Delta_{k+Q}^{SC}$ ซึ่งเป็นรูปแบบเดียวกันจึงสามารถกำหนดรูปแบบ $\Delta_Q^{SDW} = \Delta_{-Q}^{SDW}$ ในลักษณะเดียวกันได้ การกำหนดรูปแบบที่ทำได้และนำไปสร้าง เมตริกซ์ดังต่อไปนี้

$$\Delta_k^{SC} = \Delta_{k+Q}^{SC} \text{ ซึ่งกำหนดรูปแบบดังนี้ } \Delta_k = -\Delta_{-k} = -\Delta_{-k-Q}, \Delta_k = \Delta_{k+Q} = \Delta_{-k-Q} \text{ และ } \Delta_Q^{SDW} = \Delta_{-Q}^{SDW}$$

ดังนั้นจะได้รูปแบบของเมตริกซ์ดังสมการที่(69)

$$\begin{pmatrix} i\omega_n - \varepsilon_k & \Delta_k^{SC} & \Delta_Q^{SDW} & 0 \\ \Delta_k^{SC} & i\omega_n + \varepsilon_k & 0 & \Delta_Q^{SDW} \\ \Delta_Q^{SDW} & 0 & i\omega_n + \varepsilon_k & \Delta_k^{SC} \\ 0 & \Delta_Q^{SDW} & \Delta_k^{SC} & i\omega_n - \varepsilon_k \end{pmatrix} \begin{pmatrix} G_{11} & G_{12} & G_{13} & G_{14} \\ G_{21} & G_{22} & G_{23} & G_{24} \\ G_{31} & G_{32} & G_{33} & G_{34} \\ G_{41} & G_{42} & G_{43} & G_{44} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (69)$$

กำหนดให้ ρ_i, σ_j ($i, j = 0, 1, 2, 3$) โดย $\rho_i \sigma_j$ เป็นเมตริกซ์ 4×4 .

$$\text{พาลีเมตริกซ์ } \rho_0 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \rho_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \rho_2 = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}, \rho_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

โดยกรีนฟังก์ชัน (Chi, 1986) ดังสมการที่ (70)

$$G(k, i\omega_n) = \frac{1}{i\omega_n \rho_0 \sigma_0 - \varepsilon_k \rho_3 \sigma_3 + \Delta_k^{SC} \rho_0 \sigma_1 + \Delta_Q^{SDW} \rho_1 \sigma_0} \quad (70)$$

ปรับรูปแบบดังนี้ $\rho_1\rho_2 = i\rho_3$, $\rho_2\rho_3 = i\rho_1$, $\rho_3\rho_1 = i\rho_2$, $\rho_j^2 = 1, j = 0,1,2,3$

เพื่อให้สามารถทำการคำนวณได้โดยใช้คอมเพล็กซ์คอนจูเกตคูณทั้งด้านบนและล่าง

$$G(k, i\omega_n) = \frac{(i\omega_n\rho_0\sigma_0 + \varepsilon_k\rho_3\sigma_3 - \Delta_k^{SC}\rho_0\sigma_1 - \Delta_Q^{SDW}\rho_1\sigma_0)(-\omega_n^2 - \varepsilon_k^2 - (\Delta_k^{SC})^2 - (\Delta_Q^{SDW})^2) + (i\omega_n\rho_1\sigma_1 - \varepsilon_k\rho_2\sigma_2 - \Delta_k^{SC}\rho_1\sigma_0 - \Delta_Q^{SDW}\rho_0\sigma_1)(2\Delta_k^{SC}\Delta_Q^{SDW})}{(\omega_n^2 + \varepsilon_k^2 + (\Delta_k^{SC} - \Delta_Q^{SDW})^2)(\omega_n^2 + \varepsilon_k^2 + (\Delta_k^{SC} + \Delta_Q^{SDW})^2)} \quad (71)$$

พิจารณาค่าความเป็นระเบียบของตัวนำยวดยิ่ง

$$\Delta_k^{SC} = V_{SC} \sum_{k'} (C_{k'\uparrow}^{(72)} - C_{-k'\downarrow}^{(72)}) = V_{SC} \sum_{k'} (G_{12})$$

จากส่วนของ G_{12} กรีนฟังก์ชัน จากสมการที่(72) สามารถหาค่า G_{12} ได้ตามสมการที่ (73)

$$G_{12} = \frac{-\Delta_k^{SC}(-\omega_n^2 - \varepsilon_k^2 - \Delta_k^{SC2} - \Delta_Q^{SDW2}) - 2\Delta_k^{SC}\Delta_Q^{SDW2}}{(-\omega_n^2 - \varepsilon_k^2 - (\Delta_k^{SC} + \Delta_Q^{SDW})^2)(-\omega_n^2 - \varepsilon_k^2 - (\Delta_k^{SC} - \Delta_Q^{SDW})^2)}$$

กำหนดตัวแปร

$$A = -\omega_n^2 - \varepsilon_k^2 - \Delta_k^{SC2} - \Delta_Q^{SDW2}$$

$$B = 2\Delta_k^{SC}\Delta_Q^{SDW}$$

ทำให้ได้สมการ

$$G_{12} = \frac{C_1}{A-B} - \frac{C_2}{A+B} = \frac{C_1(A+B) - C_2(A-B)}{(A-B)(A+B)} = \frac{A(C_1 - C_2) + B(C_1 + C_2)}{(A-B)(A+B)} \quad (73)$$

$$\text{จะได้ } C_1 - C_2 = -\Delta_k^{SC}, \quad C_1 + C_2 = -\Delta_Q^{SDW}, \quad C_1 = \frac{-\Delta_k^{SC} - \Delta_Q^{SDW}}{2}$$

$$\text{และสามารถหาช่องว่างพลังงานของตัวนำยวดยิ่ง คือ } C_2 = \frac{+\Delta_k^{SC} - \Delta_Q^{SDW}}{2}$$

$$\Delta_k^{SC} = \frac{V_{SC}}{2} \sum_k \left(\frac{(\Delta_k^{SC} + \Delta_Q^{SDW})}{(\omega_n^2 + \varepsilon_k^2 + (\Delta_k^{SC} + \Delta_Q^{SDW})^2)} + \frac{(\Delta_k^{SC} - \Delta_Q^{SDW})}{(\omega_n^2 + \varepsilon_k^2 + (\Delta_k^{SC} - \Delta_Q^{SDW})^2)} \right) \quad (74)$$

ทำการคำนวณในลักษณะเดียวกันจะได้ความเป็นระเบียบของ คลื่นความหนาแน่นสปิน

$$\Delta_Q^{SDW} = V_{SDW} \sum_{k'} (G_{13}) \quad (75)$$

$$G_{13} = \frac{-\Delta_Q^{SDW} (-\omega_n^2 - \varepsilon_k^2 - \Delta_k^{SC2} - \Delta_Q^{SDW2}) - 2\Delta_k^{SC2} \Delta_Q^{SDW}}{(\omega_n^2 + \varepsilon_k^2 + (\Delta_k^{SC} - \Delta_Q^{SDW})^2) (\omega_n^2 + \varepsilon_k^2 + (\Delta_k^{SC} + \Delta_Q^{SDW})^2)} \quad (76)$$

กำหนดตัวแปร $A = -\omega_n^2 - \varepsilon_k^2 - \Delta_k^{SC2} - \Delta_Q^{SDW2}$ และ $B = 2\Delta_k^{SC} \Delta_Q^{SDW}$

ทำให้ได้สมการดังนี้

$$G_{13} = \frac{C_1}{A-B} - \frac{C_2}{A+B} = \frac{C_1(A+B) - C_2(A-B)}{(A-B)(A+B)} = \frac{A(C_1 - C_2) + B(C_1 + C_2)}{(A-B)(A+B)} \quad (77)$$

และจะได้

$$C_1 - C_2 = -\Delta_Q^{SDW}, \quad C_1 + C_2 = -\Delta_k^{SC}, \quad C_1 = \frac{-\Delta_k^{SC} - \Delta_Q^{SDW}}{2} \quad \text{และ} \quad C_2 = \frac{-\Delta_k^{SC} + \Delta_Q^{SDW}}{2}$$

ทำให้สามารถหาช่องว่างพลังงานของคลื่นความหนาแน่นสปินคือ

$$\Delta_Q^{SDW} = \frac{V_{SDW}}{2} \sum_k \left(\frac{(\Delta_k^{SC} + \Delta_Q^{SDW})}{(\omega_n^2 + \varepsilon_k^2 + (\Delta_k^{SC} + \Delta_Q^{SDW})^2)} - \frac{(\Delta_k^{SC} - \Delta_Q^{SDW})}{(\omega_n^2 + \varepsilon_k^2 + (\Delta_k^{SC} - \Delta_Q^{SDW})^2)} \right) \quad (78)$$

เมื่อทำการคำนวณจะได้ สมการที่ (74) และ (78) ในรูปแบบสมการที่ (79) และ (80)

ตามลำดับ

$$\Delta_k^{SC} = \frac{V_{SC}}{2} \sum_k \left(\frac{\Delta_k^{SC} + \Delta_Q^{SDW}}{\sqrt{\varepsilon_k^2 + (\Delta_k^{SC} + \Delta_Q^{SDW})^2}} \tanh \frac{\sqrt{\varepsilon_k^2 + (\Delta_k^{SC} + \Delta_Q^{SDW})^2}}{2T} \right) + \left(\frac{\Delta_k^{SC} - \Delta_Q^{SDW}}{\sqrt{\varepsilon_k^2 + (\Delta_k^{SC} - \Delta_Q^{SDW})^2}} \tanh \frac{\sqrt{\varepsilon_k^2 + (\Delta_k^{SC} - \Delta_Q^{SDW})^2}}{2T} \right) \quad (79)$$

$$\Delta_Q^{SDW} = \frac{V_{SDW}}{2} \sum_k \left(\left(\frac{\Delta_k^{SC} + \Delta_Q^{SDW}}{\sqrt{\varepsilon_k^2 + (\Delta_k^{SC} + \Delta_Q^{SDW})^2}} \tanh \frac{\sqrt{\varepsilon_k^2 + (\Delta_k^{SC} + \Delta_Q^{SDW})^2}}{2T} \right) - \left(\frac{\Delta_k^{SC} - \Delta_Q^{SDW}}{\sqrt{\varepsilon_k^2 + (\Delta_k^{SC} - \Delta_Q^{SDW})^2}} \tanh \frac{\sqrt{\varepsilon_k^2 + (\Delta_k^{SC} - \Delta_Q^{SDW})^2}}{2T} \right) \right) \quad (80)$$

1. เมื่อพิจารณาผลของ แรงดูของ phonon และแรงผลัก coulomb ร่วมกับผลจากความดัน

การเพิ่มเงื่อนไขของความดันนั้นเป็นสิ่งที่จำเป็นอย่างยิ่ง เนื่องจากตัวนำยิ่งยวดอุณหภูมิสูงในปัจจุบันการเพิ่มความดันมีผลต่ออุณหภูมิวิกฤต การเพิ่มความดันนั้นจะทำให้โครงสร้างของตัวนำยิ่งยวดเปลี่ยนแปลงไป โดย

กำหนดให้ $v(p) = \frac{V(p)}{V_0}$, อัตราส่วนของปริมาตรของเซลล์เมื่อได้รับแรงดัน ต่อปริมาตรที่สภาวะปกติ และ

สามารถกำหนดความสัมพันธ์ของแรงดันและปริมาตรคือ $p\alpha \frac{1}{v^\beta}$ โดย β คือค่าคงตัว ซึ่งสอดคล้องกับสมการ Birch-Murnaghan. ซึ่งจะทำให้ได้ carrier dispersion relation; $\varepsilon_k(v)$ สามารถกระจายในรูปผลบวกได้ดังนี้

$$\varepsilon_k(v) = \varepsilon_k(0) + k \left(\frac{1}{V^\beta} - \frac{1}{V_0^\beta} \right) \left[\frac{d\varepsilon_k(p)}{dp} \right]_{p=0} + \dots$$

เพื่อความสะดวกในการคำนวณจะใช้ค่าประมาณค่าโดยคิดเฉพาะเทอมแรก

$$\varepsilon_k(v) \approx \varepsilon_k(V_0) + Q_e \left(\frac{1}{v^\beta} - 1 \right)$$

$$\begin{pmatrix} \Delta_{ph} \\ \Delta_c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -(-\lambda_{ph} + u_c)I_{11}^c & -u_c I_{12}^c \\ -u_c I_{22}^c & -u_c I_{21}^c \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Delta_{ph} \\ \Delta_c \end{pmatrix} \quad (81)$$

จากสมการด้านบน เป็นการจัดรูปแบบ เมทริกซ์ 2X2

โดยกำหนดให้ $\lambda_{ph} = N(0)V_{ph}$ และ $u_c = N(0)U_c$.

$$I_{11}^c = I_{22}^c = \int_0^{\omega_p} d\varepsilon \frac{(1 + \chi\delta(\varepsilon - \varepsilon_0))}{\varepsilon + Q_e \left(\frac{1}{v^\beta} - 1\right)} \tanh\left(\frac{\varepsilon + Q_e \left(\frac{1}{v^\beta} - 1\right)}{2T_c}\right) \quad (82)$$

$$I_{12}^c = I_{21}^c = \int_{\omega_D}^{\omega_c} d\varepsilon \frac{(1 + \chi\delta(\varepsilon - \varepsilon_0))}{\varepsilon + Q_e \left(\frac{1}{v^\beta} - 1\right)} \tanh\left(\frac{\varepsilon + Q_e \left(\frac{1}{v^\beta} - 1\right)}{2T_c}\right) \quad (83)$$

จากสมการ (81),(82) และ(83) เมื่อทำการย้ายข้างสมการแล้ว **determinant** เมทริกซ์ 2X2 จะมีค่าเท่ากับ ศูนย์ โดยจะได้

$$\begin{aligned} & -((\lambda_{ph} - u_c)I_{11}^c - 1)(u_c I_{21}^c + 1) - u_c^2 I_{22}^c I_{12}^c = 0 \\ & (\lambda_{ph} - u_c)I_{11}^c + \lambda_{ph} u_c I_{21}^c I_{11}^c - u_c I_{21}^c = 1 \\ & (\lambda_{ph} - u_c + \lambda_{ph} u_c I_{21}^c)I_{11}^c - u_c I_{21}^c = 1 \\ & I_{11}^c = \frac{1 + u_c I_{21}^c}{(-u_c + \lambda_{ph} + \lambda_{ph} u_c I_{21}^c)} \end{aligned}$$

จะได้

$$I_{11}^c = \frac{1}{\lambda_{ph} - u^*}, \quad u^* = \frac{u_c}{1 + u_c I_{12}^c} \quad (84)$$

โดยการคำนวณรูปแบบเดียวกับ I_{11}^c จะได้ I_{12}^c สำหรับสมการที่ (84) ดังนี้

$$I_{12}^c \approx \ln\left(\frac{\omega_c + Q_e \left(\frac{1}{v^\beta} - 1\right)}{\omega_D + Q_e \left(\frac{1}{v^\beta} - 1\right)}\right)$$

สำหรับ $\omega_D \gg Q_e \left(\frac{1}{v^\beta} - 1\right)$ และจากสมการ (82)=(84)จะได้

$$\frac{1}{\lambda_{ph} - u^*} \approx \int_0^{\omega_p} d\varepsilon \frac{(1 + \chi\delta(\varepsilon - \varepsilon_0))}{\varepsilon + Q_e \left(\frac{1}{v^\beta} - 1\right)} \tanh\left(\frac{\varepsilon + Q_e \left(\frac{1}{v^\beta} - 1\right)}{2T_c}\right) \quad (85)$$

เมื่อทำการ อินทิเกรต ดิเรคเดลต้าฟังก์ชัน (Dirac delta function) จะได้

$$\int_0^{\omega_D} d\varepsilon \frac{\chi \delta(\varepsilon - \varepsilon_0)}{\varepsilon + Q_e \left(\frac{1}{v^\beta} - 1\right)} \tanh\left(\frac{\varepsilon + Q_e \left(\frac{1}{v^\beta} - 1\right)}{2T_c}\right) = \frac{\chi}{\varepsilon_0 + Q_e \left(\frac{1}{v^\beta} - 1\right)} \tanh\left(\frac{\varepsilon_0 + Q_e \left(\frac{1}{v^\beta} - 1\right)}{2T_c}\right)$$

ทำให้ผลการ อินทิเกรตทั้งหมดเป็น

$$\frac{1}{\lambda_{ph} - u^*} \approx \ln\left(\frac{1.13(\omega_D + Q_e \left(\frac{1}{v^\beta} - 1\right))}{T_c}\right) + \frac{\chi}{\omega_D + Q_e \left(\frac{1}{v^\beta} - 1\right)} \tanh\left(\frac{\varepsilon_0 + Q_e \left(\frac{1}{v^\beta} - 1\right)}{2T_c}\right) \quad (86)$$

จะได้สมการอุณหภูมิวิกฤตดังนี้

$$T_c = 1.13(\omega_D + Q_e \left(\frac{1}{v^\beta} - 1\right)) \exp\left\{-\frac{1}{\lambda_{ph} - u^*} + \frac{\chi}{\varepsilon_0 + Q_e \left(\frac{1}{v^\beta} - 1\right)} \tanh\left(\frac{\varepsilon_0 + Q_e \left(\frac{1}{v^\beta} - 1\right)}{2T_c}\right)\right\} \quad (87)$$

2. เมื่อพิจารณาผลของ SDW และ Superconductor; SC ร่วมกับผลจากความดัน

เมื่อพิจารณาสถานะของ SDW และ SC นั้นสามารถเกิดได้พร้อมกันหรือ เกิดแยกกันได้ตั้งนั้นแบบจำลองที่สร้างขึ้นจึงควรสามารถรองรับลักษณะการเกิดของ SDW และ SC ดังกล่าวได้โดยจะใช้อุณหภูมิวิกฤตของสถานะทั้งสองเป็นเงื่อนไข เพื่อให้การคำนวณง่ายและ สะดวกขึ้นโดยให้ ช่องว่างพลังงานของ SC เป็นศูนย์ เมื่อ

$$T_{SC} < T_{SDW} \rightarrow \Delta_{SC} = 0, \Delta_{SDW} \neq 0 \quad \text{เมื่ออุณหภูมิที่ใช้ในการวิเคราะห์ มากกว่า } T_{SC} \text{ แต่น้อยกว่า } T_{SDW}$$

จากสมการของช่องว่างพลังงานจากผลของ SDW และ SC

$$\Delta_k^{SC} = \frac{V_{SC}}{2} \sum_k \left(\frac{\Delta_k^{SC} + \Delta_Q^{SDW}}{\sqrt{\varepsilon_k^2 + (\Delta_k^{SC} + \Delta_Q^{SDW})^2}} \tanh \frac{\sqrt{\varepsilon_k^2 + (\Delta_k^{SC} + \Delta_Q^{SDW})^2}}{2T_c} \right) + \left(\frac{\Delta_k^{SC} - \Delta_Q^{SDW}}{\sqrt{\varepsilon_k^2 + (\Delta_k^{SC} - \Delta_Q^{SDW})^2}} \tanh \frac{\sqrt{\varepsilon_k^2 + (\Delta_k^{SC} - \Delta_Q^{SDW})^2}}{2T_c} \right) \quad (88)$$

$$\Delta_Q^{SDW} = \frac{V_{SDW}}{2} \sum_k \left(\frac{\Delta_k^{SC} + \Delta_Q^{SDW}}{\sqrt{\varepsilon_k^2 + (\Delta_k^{SC} + \Delta_Q^{SDW})^2}} \tanh \frac{\sqrt{\varepsilon_k^2 + (\Delta_k^{SC} + \Delta_Q^{SDW})^2}}{2T_c} \right) - \left(\frac{\Delta_k^{SC} - \Delta_Q^{SDW}}{\sqrt{\varepsilon_k^2 + (\Delta_k^{SC} - \Delta_Q^{SDW})^2}} \tanh \frac{\sqrt{\varepsilon_k^2 + (\Delta_k^{SC} - \Delta_Q^{SDW})^2}}{2T_c} \right). \quad (89)$$

ปรับรูปแบบสมการที่(88) $\Delta_k^{SC} + \Delta_Q^{SDW} = \Delta_+$ และ $\Delta_k^{SC} - \Delta_Q^{SDW} = \Delta_-$

$$\Delta_k^{SC} = \Delta_{SC} = g_s \sum_k \left(\frac{\Delta_+}{\sqrt{\varepsilon_k^2 + \Delta_+^2}} \tanh \frac{\sqrt{\varepsilon_k^2 + \Delta_+^2}}{2T_c} \right) - \left(\frac{\Delta_-}{\sqrt{\varepsilon_k^2 + \Delta_-^2}} \tanh \frac{\sqrt{\varepsilon_k^2 + \Delta_-^2}}{2T_c} \right) \quad (90)$$

เปลี่ยน \sum เป็น \int ที่ขอบเขต 0 ถึง ω

$$\Delta_{SC} = g_s \int_0^\omega d\varepsilon \left(\frac{\Delta_+}{\sqrt{\varepsilon_k^2 + \Delta_+^2}} \tanh \left(\frac{\sqrt{\varepsilon_k^2 + \Delta_+^2}}{2T_c} \right) - \frac{\Delta_-}{\sqrt{\varepsilon_k^2 + \Delta_-^2}} \tanh \left(\frac{\sqrt{\varepsilon_k^2 + \Delta_-^2}}{2T_c} \right) \right) \quad (91)$$

ปรับรูปแบบสมการที่ (89) $\Delta_Q^{SDW} + \Delta_k^{SC} = \Delta_+$ และ $\Delta_Q^{SDW} - \Delta_k^{SC} = \Delta_-$

$$\Delta_Q^{SDW} = \Delta_{SDW} = g_s \sum_k \left(\frac{\Delta_+}{\sqrt{\varepsilon_k^2 + \Delta_+^2}} \tanh \frac{\sqrt{\varepsilon_k^2 + \Delta_+^2}}{2T_c} \right) + \left(\frac{\Delta_-}{\sqrt{\varepsilon_k^2 + \Delta_-^2}} \tanh \frac{\sqrt{\varepsilon_k^2 + \Delta_-^2}}{2T_c} \right) \quad (92)$$

$$\Delta_{SDW} = g_s \int_0^\omega d\varepsilon \left(\frac{\Delta_+}{\sqrt{\varepsilon_k^2 + \Delta_+^2}} \tanh \left(\frac{\sqrt{\varepsilon_k^2 + \Delta_+^2}}{2T_c} \right) + \frac{\Delta_-}{\sqrt{\varepsilon_k^2 + \Delta_-^2}} \tanh \left(\frac{\sqrt{\varepsilon_k^2 + \Delta_-^2}}{2T_c} \right) \right) \quad (93)$$

ในกรณี 1 $T_{SC} < T_{SDW} \rightarrow \Delta_{SC} = 0, \Delta_{SDW} \neq 0$

$$\Delta_{SC} = g_{SC} \int_0^\omega d\varepsilon \left(\frac{\Delta_{SDW} + \Delta_{SC}}{\sqrt{\varepsilon_k^2 + \Delta_{SDW}^2}} \tanh \left(\frac{\sqrt{\varepsilon_k^2 + \Delta_{SDW}^2}}{2T_c} \right) - \frac{\Delta_{SDW} - \Delta_{SC}}{\sqrt{\varepsilon_k^2 + \Delta_{SDW}^2}} \tanh \left(\frac{\sqrt{\varepsilon_k^2 + \Delta_{SDW}^2}}{2T_c} \right) \right) \quad (94)$$

$$\Delta_{SDW} = g_{SDW} \int_0^\omega d\varepsilon \left(\frac{\Delta_{SDW} + \Delta_{SC}}{\sqrt{\varepsilon_k^2 + \Delta_{SDW}^2}} \tanh \left(\frac{\sqrt{\varepsilon_k^2 + \Delta_{SDW}^2}}{2T_c} \right) + \frac{\Delta_{SDW} - \Delta_{SC}}{\sqrt{\varepsilon_k^2 + \Delta_{SDW}^2}} \tanh \left(\frac{\sqrt{\varepsilon_k^2 + \Delta_{SDW}^2}}{2T_c} \right) \right) \quad (95)$$

จัดรูปแบบสมการเพื่อให้เข้ารูปแบบของ เมทริกซ์

$$\Delta_{SC} = g_{SC} \int_0^\omega d\varepsilon \left(\frac{2\Delta_{SC}}{\sqrt{\varepsilon_k^2 + \Delta_{SDW}^2}} \tanh \left(\frac{\sqrt{\varepsilon_k^2 + \Delta_{SDW}^2}}{2T_c} \right) + 0 \right) \quad (96)$$

และ

$$\Delta_{SDW} = g_{SDW} \int_0^{\omega} d\varepsilon \left(0 + \frac{2\Delta_{SDW}}{\sqrt{\varepsilon_k^2 + \Delta_{SDW}^2}} \tanh\left(\frac{\sqrt{\varepsilon_k^2 + \Delta_{SDW}^2}}{2T_c}\right) \right) \quad (97)$$

นำสมการทั้งสองมาสร้างเป็นเมทริกซ์ (2x2)

$$\begin{pmatrix} \Delta_{SC} \\ \Delta_{SDW} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} g_{SC} \int_0^{\omega} d\varepsilon \frac{2 \tanh\left(\frac{\sqrt{\varepsilon_k^2 + \Delta_{SDW}^2}}{2T_c}\right)}{\sqrt{\varepsilon_k^2 + \Delta_{SDW}^2}} & 0 \\ 0 & g_{SDW} \int_0^{\omega} d\varepsilon \frac{2 \tanh\left(\frac{\sqrt{\varepsilon_k^2 + \Delta_{SDW}^2}}{2T_c}\right)}{\sqrt{\varepsilon_k^2 + \Delta_{SDW}^2}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Delta_{SC} \\ \Delta_{SDW} \end{pmatrix} \quad (98)$$

$$\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} g_{SC} \int_0^{\omega} d\varepsilon \Delta_{SC} \frac{2 \tanh\left(\frac{\sqrt{\varepsilon_k^2 + \Delta_{SDW}^2}}{2T_c}\right)}{\sqrt{\varepsilon_k^2 + \Delta_{SDW}^2}} - \Delta_{SC} & 0 \\ 0 & g_{SDW} \int_0^{\omega} d\varepsilon \Delta_{SDW} \frac{2 \tanh\left(\frac{\sqrt{\varepsilon_k^2 + \Delta_{SDW}^2}}{2T_c}\right)}{\sqrt{\varepsilon_k^2 + \Delta_{SDW}^2}} - \Delta_{SDW} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Delta_{SC} \\ \Delta_{SDW} \end{pmatrix} \quad (99)$$

$$\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} g_{SC} \int_0^{\omega} d\varepsilon \frac{2 \tanh\left(\frac{\sqrt{\varepsilon_k^2 + \Delta_{SDW}^2}}{2T_c}\right)}{\sqrt{\varepsilon_k^2 + \Delta_{SDW}^2}} - 1 & 0 \\ 0 & g_{SDW} \int_0^{\omega} d\varepsilon \frac{2 \tanh\left(\frac{\sqrt{\varepsilon_k^2 + \Delta_{SDW}^2}}{2T_c}\right)}{\sqrt{\varepsilon_k^2 + \Delta_{SDW}^2}} - 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Delta_{SC} \\ \Delta_{SDW} \end{pmatrix} \quad (100)$$

กำหนดให้ค่า determinant เมทริกซ์ 2X2 = 0

$$\det \begin{vmatrix} g_{SC} \int_0^{\omega} d\varepsilon \frac{2 \tanh\left(\frac{\sqrt{\varepsilon_k^2 + \Delta_{SDW}^2}}{2T_c}\right)}{\sqrt{\varepsilon_k^2 + \Delta_{SDW}^2}} - 1 & 0 \\ 0 & g_{SDW} \int_0^{\omega} d\varepsilon \frac{2 \tanh\left(\frac{\sqrt{\varepsilon_k^2 + \Delta_{SDW}^2}}{2T_c}\right)}{\sqrt{\varepsilon_k^2 + \Delta_{SDW}^2}} - 1 \end{vmatrix} = 0 \quad (101)$$

จะได้

$$\left(g_{SC} \int_0^{\omega} d\varepsilon \frac{2 \tanh \left(\frac{\sqrt{\varepsilon_k^2 + \Delta_{SDW}^2}}{2T_c} \right)}{\sqrt{\varepsilon_k^2 + \Delta_{SDW}^2}} - 1 \right) \left(g_{SDW} \int_0^{\omega} d\varepsilon \frac{2 \tanh \left(\frac{\sqrt{\varepsilon_k^2 + \Delta_{SDW}^2}}{2T_c} \right)}{\sqrt{\varepsilon_k^2 + \Delta_{SDW}^2}} - 1 \right) = 0 \quad (102)$$

พิจารณาเทอมใดเทอมหนึ่งมีค่าเป็นศูนย์

$$g_{SC} \int_0^{\omega} d\varepsilon \frac{2 \tanh \left(\frac{\sqrt{\varepsilon_k^2 + \Delta_{SDW}^2}}{2T_c} \right)}{\sqrt{\varepsilon_k^2 + \Delta_{SDW}^2}} - 1 = 0 \quad (103)$$

ทำการย้ายข้างสมการ

$$\int_0^{\omega} d\varepsilon \frac{\tanh \left(\frac{\sqrt{\varepsilon_k^2 + \Delta_{SDW}^2}}{2T_c} \right)}{\sqrt{\varepsilon_k^2 + \Delta_{SDW}^2}} = \frac{1}{2g_{SC}} \quad (104)$$

ทำการอินทิเกรต

$$\frac{1}{2g_{SC}} = \ln \frac{2\gamma\omega}{\pi T_c} + 2 \sum_{m=1} B_m (2m+1) \left(\frac{\Delta_{SDW}}{\pi T_c} \right)^{2m} \quad (105)$$

และในการคำนวณรูปแบบเดียวกันจะได้

$$\frac{1}{2g_{SDW}} = \ln \frac{2\gamma\omega}{\pi T_c} + 2 \sum_{m=1} B_m \left(\frac{\Delta_{SDW}}{\pi T_c} \right)^{2m} \quad (106)$$

โดย $B_m = (-1)^m \left(1 - \frac{1}{2^{2m+1}} \right) \frac{\zeta(2m+1)(2m-1)!!}{2^m m!}$ เมื่อ ζ เป็นฟังก์ชันรีมานน์ซีต้า และ γ

= 0.5772

นำสมการ (106) - (105) และ (106) + (105) จะได้สมการที่ (107) และ (108) ตามลำดับ

$$\frac{1}{2g_{SDW}} - \frac{1}{2g_{SC}} = -4 \sum_{m=1} B_m m \left(\frac{\Delta_{SDW}}{\pi T_c} \right)^{2m} \quad (107)$$

$$\frac{1}{2g_{SDW}} + \frac{1}{2g_{SC}} = 2 \ln \frac{2\gamma\omega}{\pi T_c} + 4 \sum_{m=1} B_m (m+1) \left(\frac{\Delta_{SDW}}{\pi T_c} \right)^{2m} \quad (108)$$

ทำการปรับรูปสมการที่(108)จะได้ T_c ดังนี้

$$T_c = \frac{2\gamma\omega}{\pi} e^{\left[-\frac{1}{2} \left(\frac{1}{2g_{SDW}} + \frac{1}{2g_{SC}} \right) + 2 \sum_{m=1} B_m(m+1) \left(\frac{\Delta_{SDW}}{\pi T_c} \right)^{2m} \right]} \quad (109)$$

และ จาก (109) เมื่อพิจารณาที่ T_c โดย $\Delta_{SDW} = 0$ และกำหนดให้ $g_{SDW} = g_{SC}$ จะได้

$$T_c = \frac{2\gamma\omega}{\pi} e^{-\left(\frac{1}{2g_{SDW}} \right)} \quad (110)$$

รูปแบบสมการ T_c ที่ได้ จะเหมือนกับสมการ อุณหภูมิกฤตของBCS

ในกรณีที่ 2 $T_{SDW} < T_{SC} \rightarrow \Delta_{SC} \neq 0, \Delta_{SDW} = 0$

$$\Delta_{SC} = g_{SC} \int_0^{\omega} d\varepsilon \left(\frac{\Delta_{SDW} + \Delta_{SC}}{\sqrt{\varepsilon_k^2 + \Delta_{SC}^2}} \tanh \left(\frac{\sqrt{\varepsilon_k^2 + \Delta_{SC}^2}}{2T_c} \right) - \frac{\Delta_{SDW} - \Delta_{SC}}{\sqrt{\varepsilon_k^2 + \Delta_{SC}^2}} \tanh \left(\frac{\sqrt{\varepsilon_k^2 + \Delta_{SC}^2}}{2T_c} \right) \right) \quad (111)$$

$$\Delta_{SDW} = g_{SDW} \int_0^{\omega} d\varepsilon \left(\frac{\Delta_{SDW} + \Delta_{SC}}{\sqrt{\varepsilon_k^2 + \Delta_{SC}^2}} \tanh \left(\frac{\sqrt{\varepsilon_k^2 + \Delta_{SC}^2}}{2T_c} \right) + \frac{\Delta_{SDW} - \Delta_{SC}}{\sqrt{\varepsilon_k^2 + \Delta_{SC}^2}} \tanh \left(\frac{\sqrt{\varepsilon_k^2 + \Delta_{SC}^2}}{2T_c} \right) \right) \quad (112)$$

จัดรูปสมการ (111)จะได้

$$\frac{1}{2g_{SC}} = \int_0^{\omega} d\varepsilon \frac{\tanh \left(\frac{\sqrt{\varepsilon_k^2 + \Delta_{SC}^2}}{2T_c} \right)}{\sqrt{\varepsilon_k^2 + \Delta_{SC}^2}}$$

จากการแก้สมการ(113)

$$\frac{1}{2g_{SC}} = \ln \frac{2\gamma\omega}{\pi T_c} + 2 \sum_{m=1} B_m \left(\frac{\Delta_{SC}}{\pi T_c} \right)^{2m} \quad (114)$$

และในรูปแบบเดียวกันโดยทำการแก้สมการที่ (112)แต่ตัวคูณจะเป็นเฉพาะเลข $2(2m+1)$ ซึ่งเป็นผลมาจากการแก้สมการ ทำให้ผลการแก้สมการ คือ

$$\frac{1}{2g_{SDW}} = \ln \frac{2\gamma\omega}{\pi T_c} + 2 \sum_{m=1} B_m(2m+1) \left(\frac{\Delta_{SDW}}{\pi T_c} \right)^{2m} \quad (115)$$

เมื่อทำการปรับรูปสมการที่ (115)จะได้

$$T_c = \frac{2\gamma\omega}{\pi} e^{\left[-\frac{1}{2} \left(\frac{1}{2g_{SDW}} + \frac{1}{2g_{SC}} \right) + 2 \sum_{m=1} B_m(m+1) \left(\frac{\Delta_{SDW}}{\pi T_c} \right)^{2m} \right]} \quad (116)$$

และ จาก (116) เมื่อพิจารณาที่ T_c โดย $\Delta_{SDW} = 0$ และ $g_{SDW} = g_{SC}$ จะได้

$$T_c = \frac{2\gamma\omega}{\pi} e^{\left(-\frac{1}{2g_{SC}} \right)} \quad (117)$$

รูปแบบสมการ T_c ที่ได้ จะเหมือนกับสมการ ขุนหมุมิวิกฤตของBCS ในรูปแบบทั่วไป

พิจารณาเฉพาะกรณี $T_{SC} < T_{SDW} \rightarrow \Delta_{SC} \approx 0, \Delta_{SDW} \neq 0$

$$\Delta_{SC} = g_{SC} \int_0^{\omega} d\varepsilon \left(\frac{\Delta_{SDW} + \Delta_{SC}}{\sqrt{\varepsilon_k^2 + \Delta_{SDW}^2}} \tanh \left(\frac{\sqrt{\varepsilon_k^2 + \Delta_{SDW}^2}}{2T_c} \right) - \frac{\Delta_{SDW} - \Delta_{SC}}{\sqrt{\varepsilon_k^2 + \Delta_{SDW}^2}} \tanh \left(\frac{\sqrt{\varepsilon_k^2 + \Delta_{SDW}^2}}{2T_c} \right) \right) \quad (118)$$

เมื่อเพิ่มเงื่อนไขของความดันโดยใช้ความสัมพันธ์ $\varepsilon_k(v) \approx \varepsilon_k(V_0) + Q_e \left(\frac{1}{v^\beta} - 1 \right)$ และ ดี

แแรกเดลต้าฟังก์ชัน (Dirac delta function) ซึ่งมีรูปแบบดังนี้ $(1 + \chi\delta(\varepsilon - \varepsilon_0))$

$$\Delta_{SC} = g_{SC} \int_0^{\omega} d\varepsilon (1 + \chi\delta(\varepsilon - \varepsilon_0)) \left(\frac{\Delta_{SDW} + \Delta_{SC}}{\sqrt{\left(\varepsilon + Q_e \left(\frac{1}{v^\beta} - 1 \right) \right)^2 + \Delta_{SDW}^2}} \tanh \left(\frac{\sqrt{\left(\varepsilon + Q_e \left(\frac{1}{v^\beta} - 1 \right) \right)^2 + \Delta_{SDW}^2}}{2T_c} \right) - \frac{\Delta_{SDW} - \Delta_{SC}}{\sqrt{\left(\varepsilon + Q_e \left(\frac{1}{v^\beta} - 1 \right) \right)^2 + \Delta_{SDW}^2}} \tanh \left(\frac{\sqrt{\left(\varepsilon + Q_e \left(\frac{1}{v^\beta} - 1 \right) \right)^2 + \Delta_{SDW}^2}}{2T_c} \right) \right) \quad (119)$$

เมื่อรวมผลบวกทั้ง 2 เทอมจะได้

$$\Delta_{SC} = g_{SC} \int_0^{\omega} d\varepsilon (1 + \chi\delta(\varepsilon - \varepsilon_0)) \left(\frac{2\Delta_{SC}}{\sqrt{\left(\varepsilon + Q_e \left(\frac{1}{v^\beta} - 1 \right) \right)^2 + \Delta_{SDW}^2}} \tanh \left(\frac{\sqrt{\left(\varepsilon + Q_e \left(\frac{1}{v^\beta} - 1 \right) \right)^2 + \Delta_{SDW}^2}}{2T_c} \right) \right) \quad (120)$$

ได้สมการ ในรูปของ ดังนี้

$$\frac{1}{2g_{SC}} = \int_0^{\omega} d\varepsilon \left(\frac{(1 + \chi\delta(\varepsilon - \varepsilon_0))}{\sqrt{\left(\varepsilon + Q_e \left(\frac{1}{v^\beta} - 1 \right) \right)^2 + \Delta_{SDW}^2}} \tanh \left(\frac{\sqrt{\left(\varepsilon + Q_e \left(\frac{1}{v^\beta} - 1 \right) \right)^2 + \Delta_{SDW}^2}}{2T_c} \right) \right) \quad (121)$$

เมื่อทำการอินทิเกรตโดยการประมาณค่าจะได้

$$\frac{1}{2g_{sc}} \approx \ln \left(\frac{1.13 \sqrt{\left(\omega_D + Q_e \left(\frac{1}{v^\beta} - 1 \right) \right)^2 + \Delta_{SDW}^2}}{T_c} \right) + \frac{\chi}{\sqrt{\left(\varepsilon_0 + Q_e \left(\frac{1}{v^\beta} - 1 \right) \right)^2 + \Delta_{SDW}^2}} \tanh \left(\frac{\sqrt{\left(\varepsilon_0 + Q_e \left(\frac{1}{v^\beta} - 1 \right) \right)^2 + \Delta_{SDW}^2}}{2T_c} \right) \quad (122)$$

ทำการย้ายข้างสมการ จะได้ อุณหภูมิวิกฤตดังนี้

$$T_c = 1.13 \sqrt{\left(\omega_D + Q_e \left(\frac{1}{v^\beta} - 1 \right) \right)^2 + \Delta_{SDW}^2} \exp \left(-\frac{1}{2g_{sc}} + \frac{\chi}{\sqrt{\left(\varepsilon_0 + Q_e \left(\frac{1}{v^\beta} - 1 \right) \right)^2 + \Delta_{SDW}^2}} \tanh \left(\frac{\sqrt{\left(\varepsilon_0 + Q_e \left(\frac{1}{v^\beta} - 1 \right) \right)^2 + \Delta_{SDW}^2}}{2T_c} \right) \right) \quad (123)$$

3. เมื่อพิจารณาผลของ แรงคู่ของ phonon, แรงผลัkcoulomb, SDW และ SC ร่วมกับผลจากความดัน

เมื่อพิจารณาสมการของอุณหภูมิวิกฤตกรณี ที่พิจารณาผลของแรงคู่ของ phonon และแรงผลัkcoulomb ร่วมกับผลจากความดัน การเพิ่มเติมผลของ SDW ที่มีผลต่อสมการของอุณหภูมิวิกฤตนั้น คือการเพิ่มเทอมของพลังงานซึ่งเป็นผลบวกของ ε_0 และ $Q_e \left(\frac{1}{v^\beta} - 1 \right)$ โดยมีเงื่อนไข $\omega_D + Q_e \left(\frac{1}{v^\beta} - 1 \right) \ll \Delta_{SDW}$ จะได้เทอมของพลังงานจากผลของ SDW เป็น $\varepsilon_0 + Q_e \left(\frac{1}{v^\beta} - 1 \right) + \Delta_{SDW}$ และทำการคำนวณตามรูปแบบสมการที่ (122) และ (123) ทำให้ได้สมการอุณหภูมิวิกฤตเป็นดังนี้

$$\frac{1}{\lambda_{ph} - u^*} \approx \ln \left(\frac{1.13 \sqrt{\left(\omega_D + Q_e \left(\frac{1}{v^\beta} - 1 \right) \right)^2 + \Delta_{SDW}^2}}{T_c} \right) + \frac{\chi}{\sqrt{\left(\varepsilon_0 + Q_e \left(\frac{1}{v^\beta} - 1 \right) \right)^2 + \Delta_{SDW}^2}} \tanh \left(\frac{\sqrt{\left(\varepsilon_0 + Q_e \left(\frac{1}{v^\beta} - 1 \right) \right)^2 + \Delta_{SDW}^2}}{2T_c} \right) \quad (124)$$

ทำการย้ายข้างสมการ จะได้ อุณหภูมิวิกฤตดังนี้

$$T_c = 1.13 \sqrt{\left(\omega_D + Q_e \left(\frac{1}{v^\beta} - 1 \right) \right)^2 + \Delta_{SDW}^2} \exp \left(-\frac{1}{\lambda_{ph} - u^*} + \frac{\chi}{\sqrt{\left(\varepsilon_0 + Q_e \left(\frac{1}{v^\beta} - 1 \right) \right)^2 + \Delta_{SDW}^2}} \tanh \left(\frac{\sqrt{\left(\varepsilon_0 + Q_e \left(\frac{1}{v^\beta} - 1 \right) \right)^2 + \Delta_{SDW}^2}}{2T_c} \right) \right) \quad (125)$$

$$\text{โดย } u^* = \frac{u_c}{1 + u_c I_{12}^c} \text{ และ } I_{12}^c \approx \ln\left(\frac{\omega_c + Q_e\left(\frac{1}{v^\beta} - 1\right) + \Delta_{SDW}}{\omega_D + Q_e\left(\frac{1}{v^\beta} - 1\right) + \Delta_{SDW}}\right)$$

จากสมการ (125) จะพบว่ารูปแบบของสมการนั้นถ้าตัดผลของความดันและ SDW แล้วสมการสามารถกลับมาอยู่ในรูปทั่วไปของสมการอุณหภูมิกฤตแบบ BCS ได้

3.2 โดยใช้ทฤษฎีกินซ์เบิร์ก-แลนดาวและ มีการเพิ่มความดันเข้าไปในระบบ

ในแนวทางของ ทฤษฎี กินซ์เบิร์ก-แลนดาว ซึ่งเป็นทฤษฎีแบบมหภาคจะดูจากภาพรวมของผลลัพธ์แล้วนำมาสร้างตัวแปรและสมการคณิตศาสตร์เพื่อสอดคล้องกับผลลัพธ์ดังกล่าวจากฟังก์ชันของความหนาแน่นพลังงานอิสระของกินซ์เบิร์ก-แลนดาว(Ginzburg & Landau, 1950) สำหรับกรณีที่พิจารณาเฉพาะตัวแปรความเป็นระเบียบเพียงอย่างเดียวจะได้

$$f_s[\psi] = f_n + a|\psi|^2 + \frac{1}{2}b|\psi|^4 + \dots \quad (126)$$

ทำการรวมพลังงานอิสระทั้งหมด

$$F_s[\psi] = \int d\vec{r} \frac{\partial f_s}{\partial \psi^*} \partial \psi^* \quad (127)$$

ในกรณีระบบที่มีความดันและลด อุณหภูมิโดยพิจารณาผลของคลื่นความหนาแน่นสปิน จะส่งผลทำให้เกิดความเป็นระเบียบในลักษณะคล้ายกันกับการลดอุณหภูมิซึ่งทำให้เกิดอนุภาคเหมือนโฟนอน จะได้จากฟังก์ชันของความหนาแน่นพลังงานอิสระ

$$f_s[\psi, \phi] = f_n + a|\psi|^2 + \frac{1}{2}b|\psi|^4 + \alpha|\phi|^2 + \frac{1}{2}\beta|\phi|^4 + \dots \quad (128)$$

ทำการรวมพลังงานอิสระทั้งหมดของค่าความเป็นระเบียบของ ψ และ ϕ

$$F_s[\psi, \phi] = \int d\vec{r} \frac{\partial f_s}{\partial \psi^*} \partial \psi^*$$

ทำการรวมพลังงาน อิสระทั้งหมด จะได้ สมการ(148)นี้ซึ่งเป็นรูปแบบทั่วไป

$$f_s[\psi, \phi] = f_n + a|\psi|^2 + \frac{1}{2}b|\psi|^4 + \alpha|\phi|^2 + \frac{1}{2}\beta|\phi|^4 + \gamma|\psi|^2|\phi|^2 + \dots \quad (129)$$

โดยกำหนดตัวแปรดังนี้

ψ : ตัวแปรความเป็นระเบียบ จากผลของอุณหภูมิก

ϕ : ตัวแปรความเป็นระเบียบจากผลของคลื่นความหนาแน่นสปิน

γ : ค่าคงตัวสำหรับอันตรกิริยาระหว่าง ψ และ ϕ

เมื่อพิจารณาการเปลี่ยนแปลงของ $F_s[\psi, \phi]$ เทียบกับ ψ^* จะได้ $\frac{\partial F_s}{\partial \psi^*}$

$$F_s[\psi, \phi] = \int d\bar{r} \frac{\partial f_s}{\partial \psi^*} \partial \psi^* \quad (130)$$

ระบบจะเสถียรได้เมื่อ $F_s[\psi, \phi]$ เท่ากับศูนย์เมื่อพิจารณาการรวมของค่าความเป็นระเบียบของ ψ , ϕ และสนามภายในแล้วยังต้องเพิ่มการพิจารณา เทอมพลังงานจลน์ ของ SDW, ϕ

$$f_s[\psi, \phi] = f_n + \frac{\kappa_\psi}{2} |\nabla \psi|^2 + a |\psi|^2 + \frac{1}{2} b |\psi|^4 + \frac{\kappa_\phi}{2} |\nabla \phi|^2 + \alpha |\phi|^2 + \frac{1}{2} \beta |\phi|^4 + \gamma |\psi|^2 |\phi|^2 + \frac{\hbar^2}{8\pi} \quad (131)$$

เมื่อพิจารณาที่เทอมพลังงานจลน์ ของ SDW, ϕ

$$\frac{\kappa_\phi}{2} \int |\nabla \phi|^2 d\bar{r} = \frac{\kappa_\phi}{2} \int (\nabla \phi^* \cdot \nabla \phi) d\bar{r}$$

$$= \frac{\kappa_\phi}{2} \int (\nabla \phi^* \cdot \nabla \phi) d\bar{r}$$

$$= \frac{\kappa_\phi}{2} \left(- \int d\bar{r} \phi^* \nabla^2 \phi + \oint \phi^* \nabla \phi \cdot d\bar{s} \right)$$

เนื่องจากผลรวมฟลักซ์ที่พุ่งออกจากพื้นผิวปิดมีค่าเท่ากับศูนย์ $\oint \phi^* \nabla \phi \cdot d\bar{s} = 0$ ดังนั้น

$$\frac{\kappa_\phi}{2} \int |\nabla \phi|^2 d\bar{r} = - \frac{\kappa_\phi}{2} \int_V d\bar{r} (\phi^* \nabla^2 \phi) \quad (132)$$

ในลักษณะเดียวกันการเพิ่มเทอมพลังงานจลน์ของ ψ ตัวแปรความเป็นระเบียบ จากผล

$$F_s[\psi, \phi] = f_n - \frac{\kappa_\psi}{2} \psi^* \nabla^2 \psi + a |\psi|^2 + \frac{1}{2} b |\psi|^4 + \nu \phi \psi |\psi|^2 - \frac{\kappa_\phi}{2} \phi^* \nabla^2 \phi + \alpha |\phi|^2 + \frac{1}{2} \beta |\phi|^4 + \eta \phi \psi |\phi|^2 + \gamma |\psi|^2 |\phi|^2 + \frac{\hbar^2}{8\pi}$$

ของอนุกรมมิ ลงในสมการพลังงานรวมจึงมีความจำเป็นเพื่อให้ครอบคลุมพลังงานทั้งหมด

(133)

พิจารณาการเปลี่ยนแปลง $F_s[\psi, \phi]$ เทียบกับ ϕ^* จะได้ พิจารณาระบบมีความเสถียรมากที่สุดที่ $\frac{\partial F_s}{\partial \phi^*} = 0$ เช่นเดียวกันกับ กรณีของ ψ^* จะได้

$$\frac{\kappa_\phi}{2} \nabla^2 \phi = (\alpha + \gamma \psi^2 + \eta \psi \phi + \beta \phi^2) \phi$$

(134)

และกำหนดให้ $\frac{\partial F_s}{\partial \psi^*} = 0$ จะได้

$$\frac{\kappa_\psi}{2} \nabla^2 \psi = (a + \gamma \phi^2 + v \phi \psi + b \psi^2) \psi \quad (135)$$

โดย $\nabla^2 \phi = \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2}$ จะได้สมการ(134)เป็น

$$-\frac{\kappa_\phi}{2} \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + (\alpha + \gamma \psi^2 + \eta \psi \phi + \beta \phi^2) \phi = 0 \quad (136)$$

และในรูปแบบเดียวกัน $\nabla^2 \psi = \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2}$ จะได้สมการ(135)เป็น

$$-\frac{\kappa_\psi}{2} \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + (a + \gamma \phi^2 + v \phi \psi + b \psi^2) \psi = 0 \quad (137)$$

จากสมการที่(136)และ (137) พิจารณาร่วมกับนิยามของช่องว่างพลังงานหรือ ตัวแปรความเป็นระเบียบกำหนดให้พลังงานศักย์ของอัตรกิริยามีค่าคงตัวซึ่งในที่นี้คือ κ_ϕ และ κ_ψ โดยเทอม $\kappa_\psi \frac{\psi}{g_{\psi\phi}}$ และ $\kappa_\phi \frac{\phi}{g_{\phi\psi}}$ มาจากสมการที่ (136)และ (137) ตามลำดับ ทำให้ได้สมการของ ϕ ดังนี้

$$\phi = \sum (\kappa_\psi \frac{\psi}{g_{\psi\phi}} + \kappa_\phi \frac{\phi}{g_{\phi\psi}}) + \sum (\kappa_\psi \frac{\psi}{g_{\psi\phi}} - \kappa_\phi \frac{\phi}{g_{\phi\psi}}) \quad (138)$$

และในรูปแบบเดียวกันจะได้สมการของ ψ ดังนี้

$$\psi = \sum (\kappa_\psi \frac{\psi}{g_{\psi\phi}} + \kappa_\phi \frac{\phi}{g_{\phi\psi}}) - \sum (\kappa_\psi \frac{\psi}{g_{\psi\phi}} - \kappa_\phi \frac{\phi}{g_{\phi\psi}}) \quad (139)$$

ซึ่งในที่นี้ $\frac{1}{g_{\phi\psi}}$ และ $\frac{1}{g_{\psi\phi}}$ คือฟังก์ชันกรีนของ ตัวแปรความเป็นระเบียบ

ทำการคำนวณ โดยแทนค่าสมการที่ (136)และ (137) ในสมการ (138)

$$\phi = \sum (\kappa_\psi \frac{\psi}{a + \gamma\phi^2 + v\phi\psi + b\psi^2} + \kappa_\phi \frac{\phi}{\alpha + \gamma\psi^2 + \eta\psi\phi + \beta\phi^2}) + \sum (\kappa_\psi \frac{\psi}{a + \gamma\phi^2 - v\phi\psi + b\psi^2} - \kappa_\phi \frac{\phi}{\alpha + \gamma\psi^2 - \eta\psi\phi + \beta\phi^2}) \quad (140)$$

เมื่อพิจารณาตัวแปรต่างๆโดยจะกำหนดให้เป็นค่าคงที่ส่วน α และ a เป็นเทอมของพลังงานดังนี้ $\kappa_\phi = \kappa_\psi = V, \gamma = 1, b = \beta = 1, \eta = v = 2, a = \alpha = \omega_n^2 + \varepsilon_k^2$

$$\phi = V \sum_k \frac{\psi + \phi}{(\omega_n^2 + \varepsilon_k^2 + (\psi + \phi)^2)} + V \sum_k \frac{\psi - \phi}{(\omega_n^2 + \varepsilon_k^2 + (\psi - \phi)^2)} \quad (141)$$

ทำการคำนวณในโดเมนของความถี่ตามหลักการคำนวณของมัดซูบาราซึ่งมีความสัมพันธ์กับอนุกรม

$$\phi = TV \sum_k \lim_{\tau \rightarrow 0} \sum_n \left(\frac{(\psi + \phi)e^{-i\omega_n\tau}}{\omega_n^2 + \varepsilon_k^2 + (\psi + \phi)^2} + \frac{(\psi - \phi)e^{-i\omega_n\tau}}{\omega_n^2 + \varepsilon_k^2 + (\psi - \phi)^2} \right) \quad (142)$$

ปรับขอบเขตของ summation และ ผลของลิมิต

$$\phi = 2TV \sum_{k=0}^{\infty} \sum_n \left(\frac{(\psi + \phi)}{\omega_n^2 + \varepsilon_k^2 + (\psi + \phi)^2} + \frac{(\psi - \phi)}{\omega_n^2 + \varepsilon_k^2 + (\psi - \phi)^2} \right) \quad (143)$$

เมื่อทำการแก้สมการจะได้

$$\phi = V \sum_{k=0}^{\infty} \left(\frac{\psi + \phi}{\sqrt{\varepsilon_k^2 + (\psi + \phi)^2}} \tanh\left(\frac{\sqrt{\varepsilon_k^2 + (\psi + \phi)^2}}{2T}\right) + \frac{\psi - \phi}{\sqrt{\varepsilon_k^2 + (\psi - \phi)^2}} \tanh\left(\frac{\sqrt{\varepsilon_k^2 + (\psi - \phi)^2}}{2T}\right) \right) \quad (144)$$

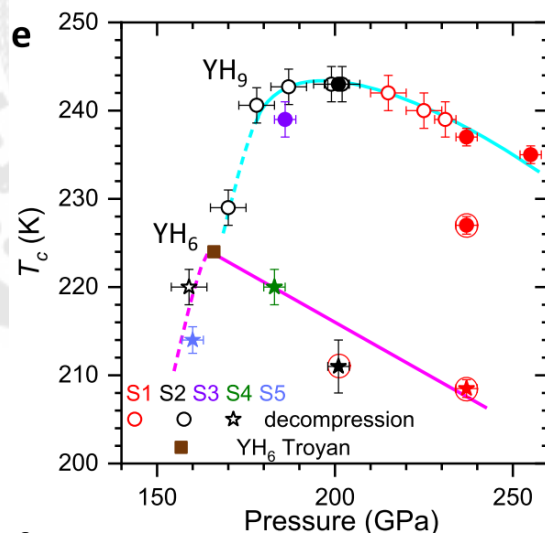
และใช้การแก้สมการรูปแบบเดียวกันจากสมการที่ (144) จะได้ผลของสมการเป็นดังนี้

$$\psi = V \sum_{k=0}^{\infty} \left(\frac{\psi + \phi}{\sqrt{\varepsilon_k^2 + (\psi + \phi)^2}} \tanh\left(\frac{\sqrt{\varepsilon_k^2 + (\psi + \phi)^2}}{2T}\right) - \frac{\psi - \phi}{\sqrt{\varepsilon_k^2 + (\psi - \phi)^2}} \tanh\left(\frac{\sqrt{\varepsilon_k^2 + (\psi - \phi)^2}}{2T}\right) \right) \quad (145)$$

เมื่อพิจารณาสมการความเป็นระเบียบจะเห็นได้ว่าการคำนวณโดยใช้ทฤษฎีกินซ์เบิร์ก-แลนดาวให้ผลเช่นเดียวกับ การคำนวณโดยใช้ ทฤษฎี BCS ทุกประการ การคำนวณหาอุณหภูมิวิกฤต สามารถดูได้จากการการคำนวณโดยใช้ ทฤษฎี BCS เนื่องจากมีสมการตั้งต้นที่เหมือนกันทุกประการ จึงทำให้ได้สมการอุณหภูมิวิกฤตแบบเดียวกัน คือสมการที่(125) อย่างไรก็ตาม การกำหนดค่าคงตัวจำนวนมาก ต้องศึกษาในรายละเอียดต่อไป

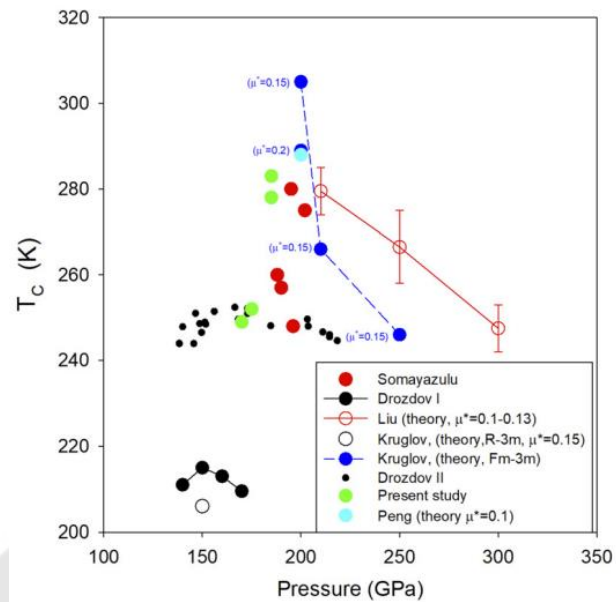
3.3 ศึกษาผลการเปลี่ยนแปลงอุณหภูมิวิกฤตของตัวนำยวดยิ่งประเภทสารประกอบไฮโดรเจนในสภาวะความดันสูง

ในที่นี้ได้ศึกษาผลการทดลองของ $YH_4, YH_6, YH_7, YH_9, H_3S, CaH_6$ และ LaH_{10}



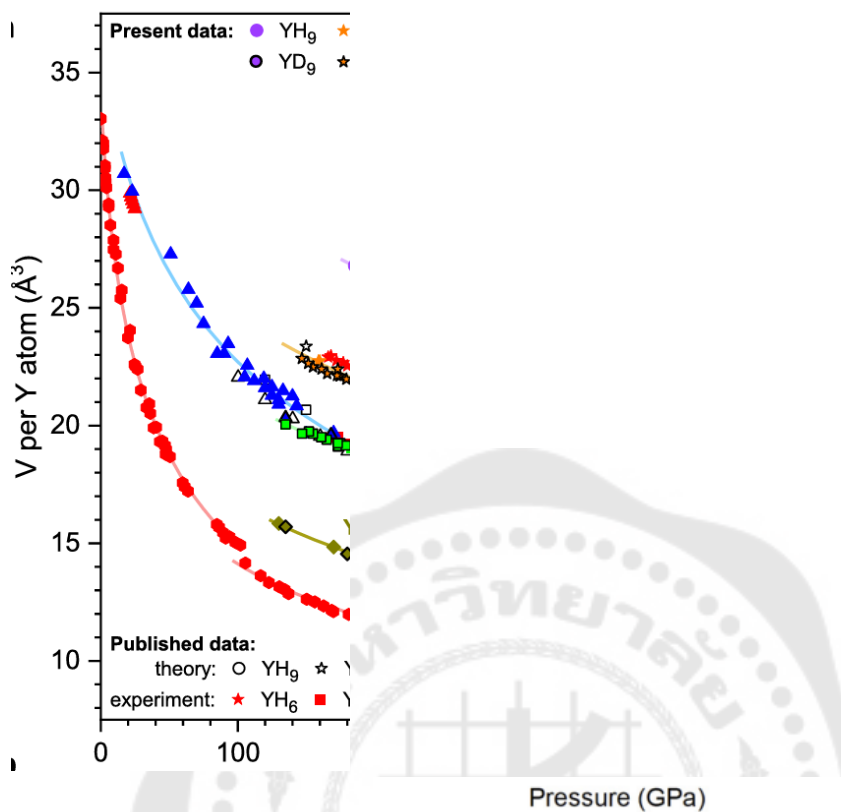
ภาพประกอบ 21 แสดงผลของความดันและอุณหภูมิวิกฤตของ YH_6 และ YH_9

(Panpan Kong, et, al. ,2021)



ภาพประกอบ 22 แสดงผลของความดันและอุณหภูมิวิกฤตของ LaH_{10}

จากภาพประกอบที่ 20 และ 21 จะพบว่าลักษณะกราฟความสัมพันธ์ของอุณหภูมิวิกฤต และความดันนั้นมีลักษณะโค้งแบบระฆังคว่ำ เช่น LaH_{10} มี T_c ประมาณ 210-215 K ที่ ช่วง ความดันประมาณ 140-170 GPa แต่ในการทดลองครั้งต่อมาในสารตัวเดียวกัน พบว่ามี T_c ประมาณ 240-250 K ที่ช่วงความดันประมาณ 140-220 GPa จะสังเกตได้ว่าที่ความดันช่วง เดียวกัน แต่จะมีอุณหภูมิวิกฤตที่แตกต่างกัน



ภาพประกอบ 23 กราฟความสัมพันธ์ระหว่างความดันและปริมาตรต่ออะตอมของ
อิตเทรียมไฮไดรด์

(Panpan Kong, et al., 2021)

จากกราฟความสัมพันธ์ระหว่างความดันและปริมาตรต่อหน่วยอะตอมของ อิตเทรียมไฮไดรด์ สามารถนำมาหาสมการความดัน ในรูปของปริมาตรได้ โดยโปรแกรมไมโครซอฟต์ excel นำข้อมูลจากกราฟบันทึกในตารางและใช้ฟังก์ชันในโปรแกรมไมโครซอฟต์ excel นำมาหาสมการความสัมพันธ์ของแต่ละสารประกอบของอิตเทรียมไฮไดรด์ได้ดังนี้

YH_9 ได้สมการ คือ $P(v) = 4884.4v^2 - 8900v + 4189.4$ สำหรับในช่วง $0.66 < v < 0.82$

YH_6 ได้สมการ คือ $P(v) = 6801.7v^2 - 10697v + 4367.4$ สำหรับในช่วง $0.58 < v < 0.80$

YH_4 ได้สมการ คือ $P(v) = -2238.7v^2 + 2486.4v - 175.01$ สำหรับในช่วง $0.78 < v < 0.98$

YH_7 ได้สมการ คือ $P(v) = -1149.9v + 1160.9$ สำหรับในช่วง $0.68 < v < 0.86$

ในกรณี γH_7 นั้นไม่มีผลการทดลองจึงได้ทำการประมาณโดยใช้ ผลการทดลองของ γH_6 ช่วงที่ความสัมพันธ์เป็นแบบเชิงเส้น (Tongkhonburi, P. et. al. ,2024) จากสมการ Birch-Murnaghan

$$P(v) = \frac{3B_0}{2} \left(v^{-\frac{7}{3}} - v^{-\frac{5}{3}} \right) \left[1 + \frac{3}{4}(B_0' - 4) \left(v^{-\frac{2}{3}} - 1 \right) \right]$$

สำหรับ H_3S , CaH_6 และ LaH_{10} ทำการพิจารณา β_0 และ β_0' จากข้อมูลการทดลอง และ กำหนดค่าคงตัวที่เหมาะสมเพื่อให้สอดคล้องกับผลการทดลองที่แต่ละช่วงความดัน แล้วนำไปแทนค่าในสมการ Birch-Murnaghan ทำให้ได้ $P(v)$ เช่นเดียวกัน

3.4 เปรียบเทียบผลการคำนวณและผลการทดลองอุณหภูมิวิกฤตของตัวนำยวดยิ่งประเภทสารประกอบไฮไดรต์ในสภาวะความดันสูง

จากสมการอุณหภูมิวิกฤตที่คำนวณได้ และทำการพิจารณาค่าคงตัวที่เหมาะสมโดยดูจากผลการทดลอง แล้วนำมาคำนวณในโปรแกรม Mathematica จะทำให้ได้กราฟค่าความสัมพันธ์ระหว่างความดันและ อุณหภูมิวิกฤต แล้วนำกราฟที่ได้มาเปรียบเทียบกับกราฟที่ได้จากการทดลอง ซึ่งกราฟจากการทดลองนั้นได้เพิ่มขอบเขตเฟสของโครงสร้างประกอบเข้าไปในกราฟด้วยทำให้เห็นได้ว่า โครงสร้าง, ความดันและ ชนิดของสารประกอบนั้น ส่งผลต่ออุณหภูมิวิกฤต

บทที่ 4 ผลการศึกษา

จากการศึกษารูปแบบการคำนวณจะพบว่า การคำนวณแบบ BCS และการคำนวณแบบ กิ้นซ์เบิร์กแลนดาวให้ผลลัพธ์ที่เหมือนกันทุกประการ แต่ในบางกรณี ที่สภาวะภายใต้ความดัน , พิจารณาแรงผลักรวมและ แรงดูดของโฟนอน หรือ พิจารณาผล SDW ด้วยจึงมีความจำเป็นที่ จะต้องปรับเพิ่มการคำนวณเพื่อมีเป้าหมายให้สอดคล้องกับการทดลอง โดยใช้การคำนวณหรือ ฟังก์ชันทางคณิตศาสตร์มาช่วยในการแก้ปัญหา

4.1 นำผลที่ได้จากการคำนวณโดยใช้ทฤษฎี BCS และใช้ทฤษฎี กิ้นซ์เบิร์กแลนดาวมา วิเคราะห์

4.1.1 เมื่อพิจารณาผลของ แรงดูดของ phonon และแรงผลักรวมกับผลจากความดัน

ผลการคำนวณที่ได้จากสมการที่(65)และ(235)ซึ่งการคำนวณโดยใช้ทฤษฎีBCS และ ใช้ทฤษฎีกิ้นซ์เบิร์กแลนดาวถึงแม้ว่าจะมีการใช้การคำนวณเริ่มต้นที่ต่างกันแต่ให้ผลสุดท้ายแบบเดียวกัน คือจะได้สมการอนุกรมวิกฤตดังนี้

$$T_c = 1.13(\omega_D + Q_e(\frac{1}{v^\beta} - 1)) \exp \left(-\frac{1}{\lambda_{ph} - u^*} + \frac{\chi}{\epsilon_0 + Q_e(\frac{1}{v^\beta} - 1)} \tanh\left(\frac{\epsilon_0 + Q_e(\frac{1}{v^\beta} - 1)}{2T_c}\right) \right)$$

จากสมการอนุกรมวิกฤตจะพบว่าความดันจะอยู่ในเทอมของสัมประสิทธิ์และเทอม ผลบวกของเลขยกกำลัง ส่วนแรงดูดของ phonon และแรงผลักรวม นั้นอยู่ในเทอมผลบวก ของเลขยกกำลังเพียงอย่างเดียว

4.1.2 เมื่อพิจารณาผลของ SDWและ สภาวะนำยวดยิ่ง ร่วมกับผลจากความดัน

ผลการคำนวณที่ได้จากสมการที่(225) ได้สมการอนุกรมวิกฤตดังนี้

$$T_c = 1.13 \sqrt{\left(\omega_D + Q_e \left(\frac{1}{v^\beta} - 1\right)\right)^2 + \Delta_{SDW}^2} \exp \left(-\frac{1}{2g_{SC}} + \frac{\chi}{\sqrt{\left(\varepsilon_0 + Q_e \left(\frac{1}{v^\beta} - 1\right)\right)^2 + \Delta_{SDW}^2}} \tanh\left(\frac{\sqrt{\left(\varepsilon_0 + Q_e \left(\frac{1}{v^\beta} - 1\right)\right)^2 + \Delta_{SDW}^2}}{2T_c}\right) \right)$$

จากสมการจะพบว่าผลของ SDW ในรูปกำลังสองบวกเพิ่มในเทอม $\left(\varepsilon_0 + Q_e \left(\frac{1}{v^\beta} - 1\right)\right)^2$ แต่ในส่วนแรงคู่ของ phonon และแรงผลึก coulomb ที่ไม่ได้พิจารณานั้น จะปรับรูปเป็น $-\frac{1}{2g_{SC}}$

4.1.3 เมื่อพิจารณาผลของ แรงคู่ของ phonon, แรงผลึก coulomb, SDW และ สภาวะนำวยวดยิ่ง ร่วมกับผลจากความดัน

ผลการคำนวณที่ได้จากสมการที่(144) ได้สมการอุณหภูมิวิกฤตดังนี้

$$T_c = 1.13 \sqrt{\left(\omega_D + Q_e \left(\frac{1}{v^\beta} - 1\right)\right)^2 + \Delta_{SDW}^2} \exp \left(-\frac{1}{\lambda_{ph} - u^*} + \frac{\chi}{\sqrt{\left(\varepsilon_0 + Q_e \left(\frac{1}{v^\beta} - 1\right)\right)^2 + \Delta_{SDW}^2}} \tanh\left(\frac{\sqrt{\left(\varepsilon_0 + Q_e \left(\frac{1}{v^\beta} - 1\right)\right)^2 + \Delta_{SDW}^2}}{2T_c}\right) \right)$$

จากสมการจะเห็นได้ว่าถ้าตัดผลของความดันและ SDW แล้วสมการจะลดรูปเป็นสมการ

$$\sqrt{\left(\varepsilon_0 + Q_e \left(\frac{1}{v^\beta} - 1\right)\right)^2 + \Delta_{SDW}^2} = E$$

อุณหภูมิวิกฤตแบบปกติได้ และเมื่อพิจารณาเทอม

จะได้สมการอุณหภูมิวิกฤตดังนี้

$$T_c = 1.13E \exp \left(-\frac{1}{\lambda_{ph} - u^*} + \frac{\chi}{E} \tanh\left(\frac{E}{2T_c}\right) \right)$$

ซึ่งจะเห็นได้ว่าสมการมีความใกล้เคียงกับสมการอุณหภูมิวิกฤตแบบ BCS

4.2 นำผลที่ได้จากการคำนวณมาเปรียบเทียบกับกรทดลอง

นำผลการคำนวณที่ได้จาก การใช้ทฤษฎี BCS และผลการคำนวณที่ได้จากการใช้ทฤษฎี กิ้นซ์เบิร์กแลนดาวโดยเลือกใช้ค่าคงตัวที่เหมาะสม แล้วนำมาเปรียบเทียบกับผลการทดลอง โดย จะพิจารณาและให้ความสำคัญที่กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่าง ความดัน และ อุณหภูมิวิกฤต สำหรับสารประกอบที่นำผลการทดลองมาใช้ จะใช้สารประกอบ กลุ่มไฮโดรด์ ซึ่งเมื่อได้รับแรงดัน

ถึงค่าหนึ่งจะเปลี่ยนจากสถานะก๊าซเป็นสถานะของแข็งมาใช้ในการเปรียบเทียบสำหรับสารประกอบ H_3S ได้กำหนดค่าคงตัวเพื่อแทนค่าลงไปในสมการที่คำนวณได้ ดังนี้

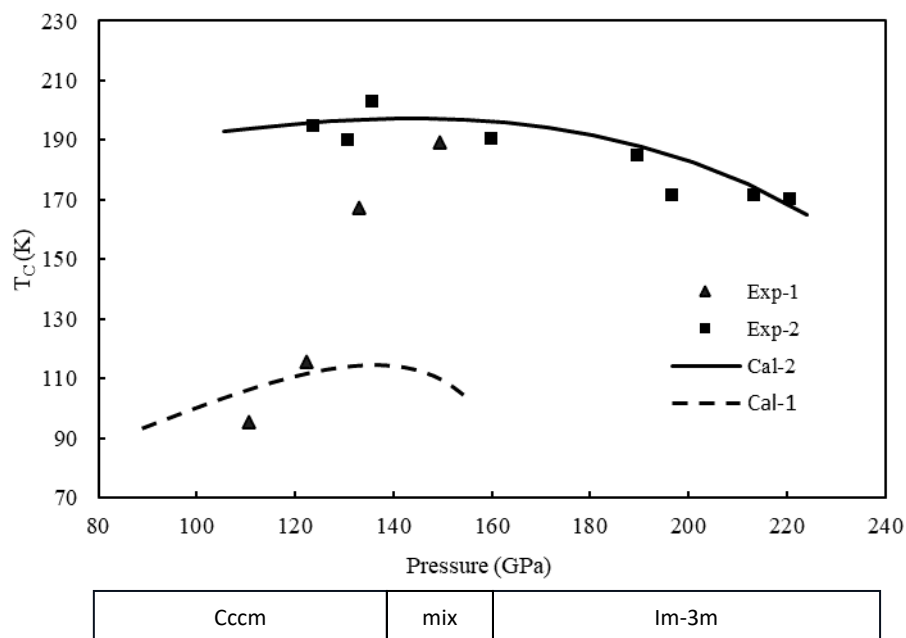
Cal-1 เส้นประ: $\chi=600$, $\varepsilon_0=250$, $\lambda=0.3$, $\mu=0.01$, $\omega_D=870$, $\omega_c=970$, $Qe=-1.75$, $\beta=4.0$, $\beta_0=10.0$, $\beta'_0=4.2$

Cal-2 เส้นทึบ: $\chi=350$, $\varepsilon_0=450$, $\lambda=0.3$, $\mu=0.01$, $\omega_D=550$, $\omega_c=630$, $Qe=-4.00$, $\beta=3.5$, $\beta_0=15.6$, $\beta'_0=3.5$

โดยมีโครงสร้าง แบบCccmในช่วงความดัน 80Gpa-160Gpa, แบบIm-3mในช่วงความดัน 140Gpa-240Gpa และ แบบผสมกันระหว่างCccm กับIm-3mในช่วงความดัน 140Gpa-160Gpa



H_3S



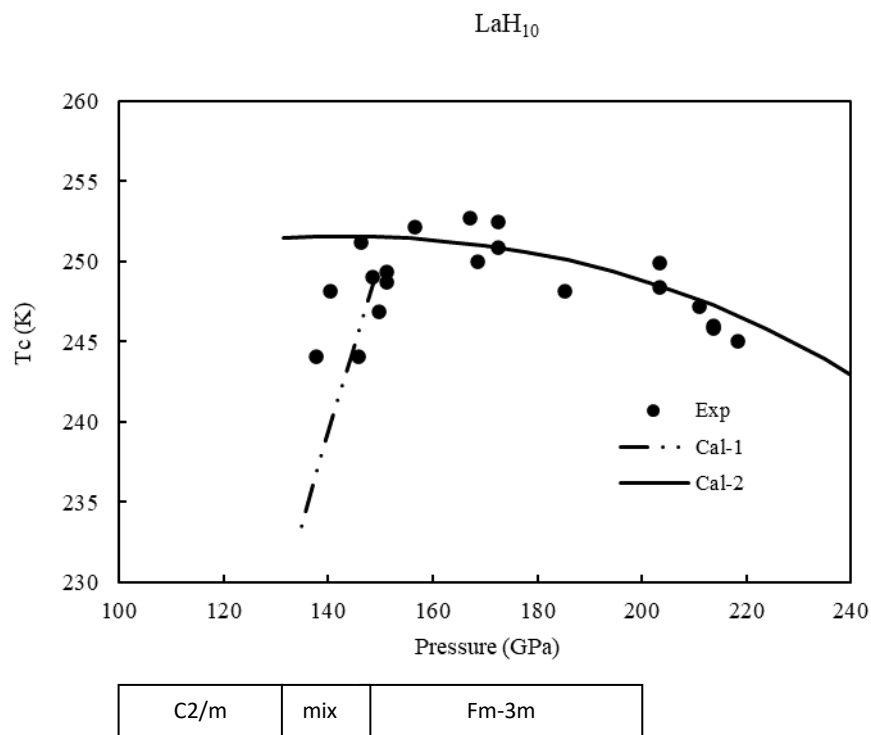
ภาพประกอบ 24 แผนภาพแสดง ความสัมพันธ์ระหว่างความดันและ อุณหภูมิวิกฤต การคำนวณ Cal-1และCal-2 เปรียบเทียบกับการทดลองของสารประกอบ H_3S

สำหรับสารประกอบ LaH_{10} ได้กำหนดค่าคงตัวเพื่อแทนค่าลงไปในสมการที่คำนวณได้
ดังนี้

Cal-1 เส้นประ: $\chi=520$, $\varepsilon_0=100$, $\lambda=0.42$, $\mu=0.01$, $\omega_D=700$, $\omega_c=800$, $Qe=-4.1$,
 $\beta=4.2$, $\beta_0=57$, $\beta'_0=4.0$

Cal-2 เส้นทึบ: $\chi=420$, $\varepsilon_0=100$, $\lambda=0.5$, $\mu=0.01$, $\omega_D=700$, $\omega_c=800$, $Qe=-4.7$,
 $\beta=4.0$, $\beta_0=57$, $\beta'_0=3.1$

โดยมีโครงสร้าง แบบC2/mในช่วงความดัน 100Gpa-150Gpa, แบบFm3mในช่วงความ
ดัน 130Gpa-200Gpa และ แบบผสมกันระหว่างC2/m กับFm3mในช่วงความดัน 130Gpa-
150Gpa



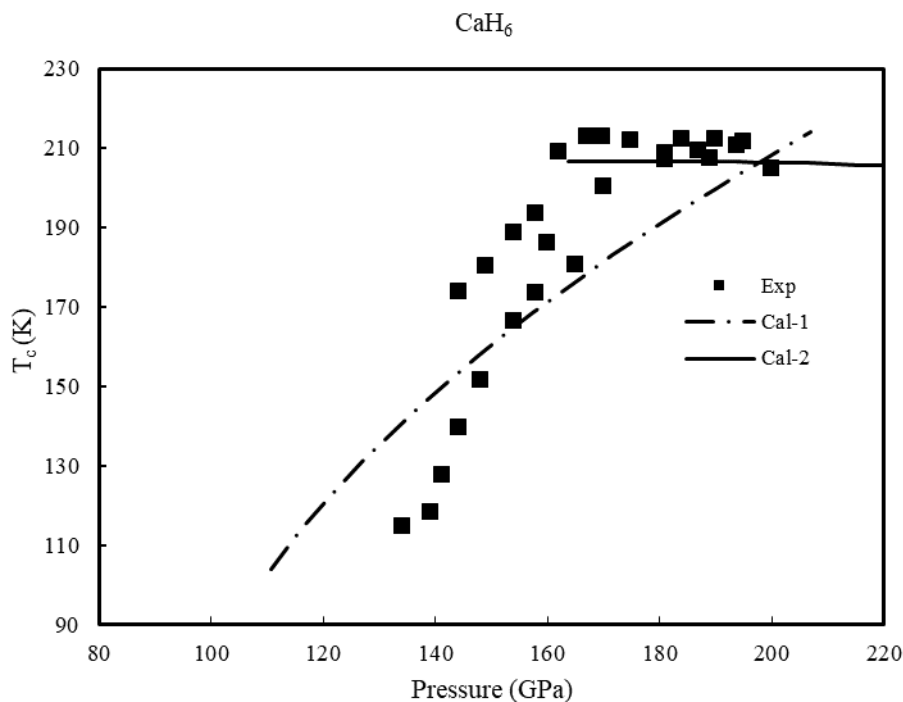
ภาพประกอบ 25 แผนภาพแสดง ความสัมพันธ์ระหว่างความดันและ อุณหภูมิวิกฤต
การคำนวณ Cal-1และCal-2 เปรียบเทียบกับการทดลองของสารประกอบ LaH_{10}

สำหรับสารประกอบ CaH_6 ได้กำหนดค่าคงตัวเพื่อแทนค่าลงไปในสมการที่คำนวณได้ ดังนี้

Cal-1 เส้นประ: $\chi=380$, $\varepsilon_0=23$, $\lambda=0.375$, $\mu=0.01$, $\omega_D=960$, $\omega_c=1060$, $Q_e=-2.85$, $\beta=3.97$,
 $\beta_0=130$, $\beta'_0=3.00$

Cal-2 เส้นทึบ: $\chi=550$, $\varepsilon_0=23$, $\lambda=0.33$, $\mu=0.01$, $\omega_D=960$, $\omega_c=1060$, $Q_e=-3.7$, $\beta=3.80$,
 $\beta_0=97$, $\beta'_0=3.00$

โดยมีโครงสร้าง แบบ P21/m ในช่วงความดัน 80Gpa-150Gpa, แบบ Im-3m ในช่วงความดัน
 150Gpa-200Gpa



ภาพ

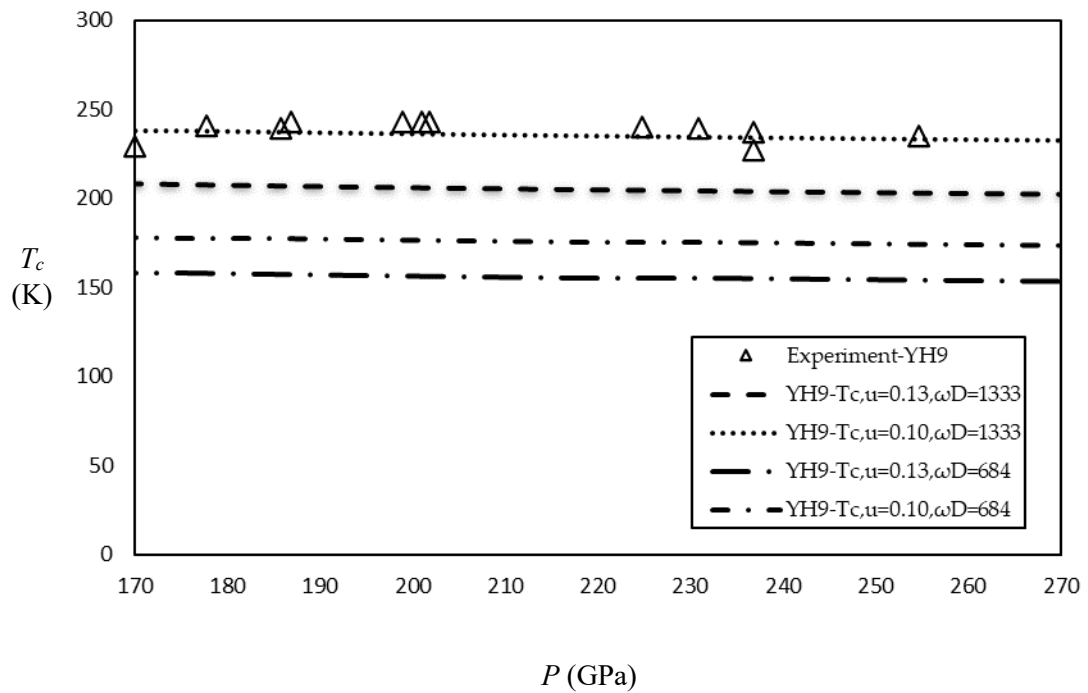
P21/m	Im-3m
-------	-------

 อดันและ อุณหภูมิวิกฤต

การคำนวณ Cal-1 และ Cal-2 เปรียบเทียบกับการทดลองของสารประกอบ CaH₆

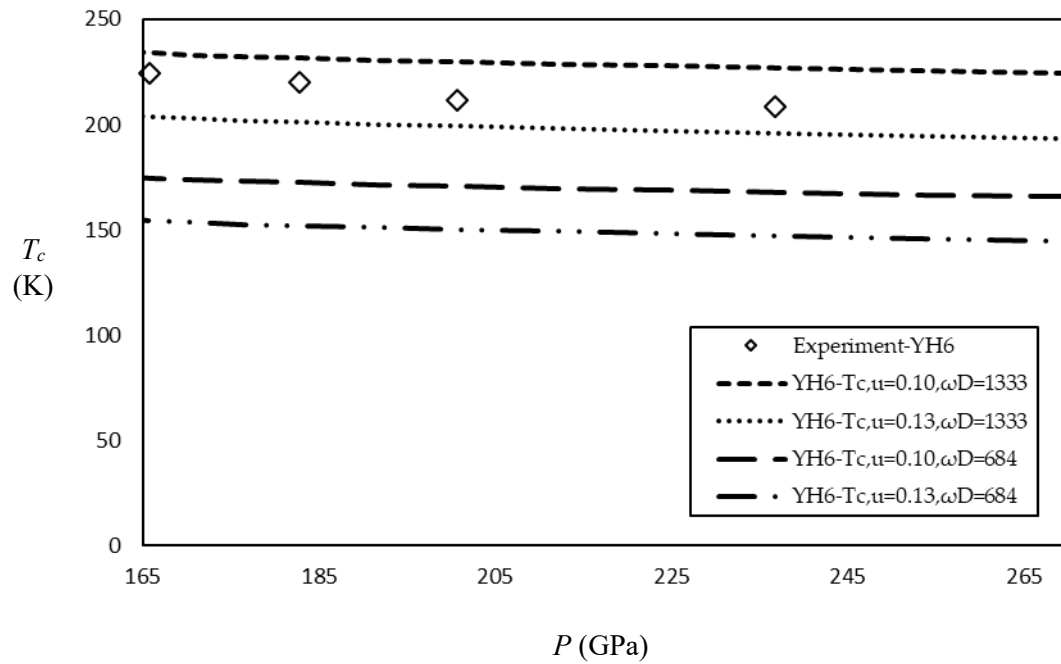
การเปรียบเทียบผลที่ได้จากการคำนวณและ ผลการทดลอง ในสารประกอบ YH₆,

การคำนวณใช้ค่าคงตัวดังนี้ $\omega_b=684$ K, 1333 K, $u^*=0.1, 0.13$, $\chi=550$, $\lambda=0.44$,
 $Q_c=100$, $\varepsilon_0=50$, $\beta=5/3$. $P=P(v)$, โดยสามารถสร้างเป็นสมการความดันในรูปของปริมาตร
 ดังนี้ $P(v)=4884.4v^2-8900v+4189.4$ for $0.66 < v < 0.82$. เมื่อนำมาสร้างกราฟ YH₆ ระหว่างความ
 อดันกับอุณหภูมิวิกฤต จะได้ค่าอุณหภูมิวิกฤตอยู่ในช่วงประมาณ $T_c \approx 150-240$ K, ตาม
 ภาพประกอบที่ 27



ภาพประกอบ 27 แผนภาพแสดง ความสัมพันธ์ระหว่างความดันและ อุณหภูมิวิกฤต T_c โดยการคำนวณ ที่กำหนดให้ $\mu=0.10/0.13$ และ $\omega_D=684/1,333$ เปรียบเทียบกับการทดลองของ YH_9

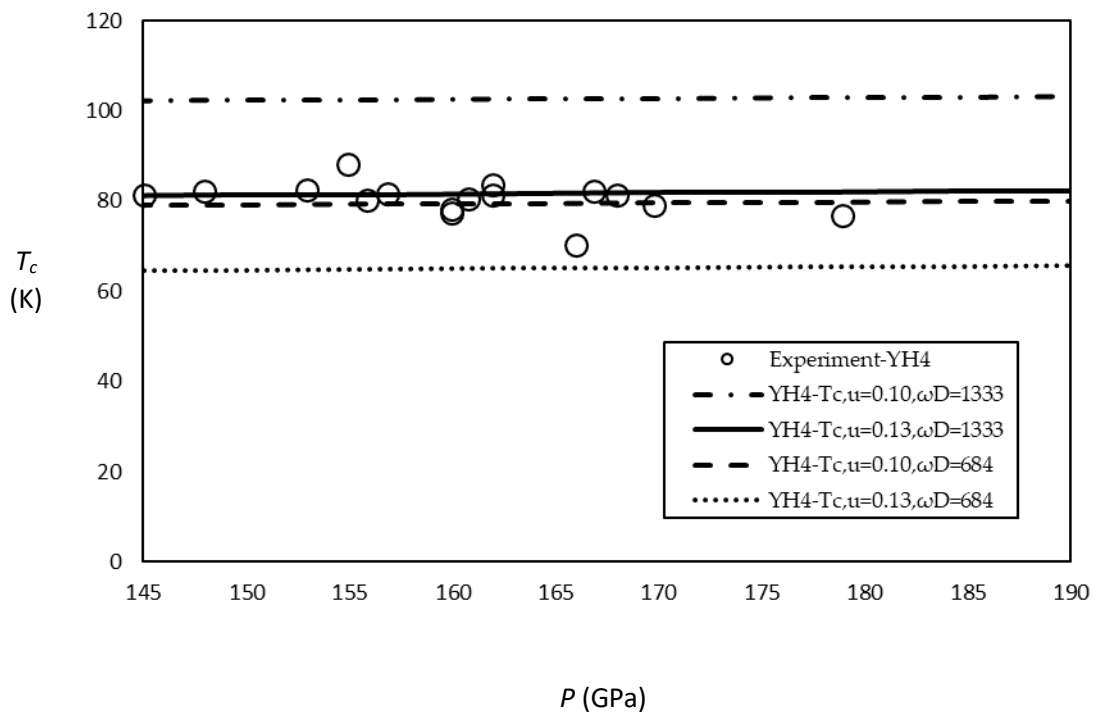
การเปรียบเทียบผลที่ได้จากการคำนวณและ ผลการทดลอง ในสารประกอบ YH_6 การคำนวณใช้ค่าคงตัวดังนี้ $\omega_D=684$ K, 1333 K, $u^*=0.1, 0.13$, $\chi=550$, $\lambda=0.44$, $Q_c=100$, $\varepsilon_0=50$, $\beta=5/3$. $P=P(v)$, (Panpan Kong, et, al., 2021), โดยสามารถสร้างเป็นสมการความดันในรูปของปริมาตรดังนี้ $P(v)=6801.7v^2-10697v+4367.4$ เมื่อ $0.58 < v < 0.80$. เมื่อนำมาสร้างกราฟ YH_6 ระหว่างความดันกับอุณหภูมิวิกฤต จะได้ค่าอุณหภูมิวิกฤตอยู่ในช่วงประมาณ $T_c \approx 135-235$ K, ตามภาพประกอบที่ 28



ภาพประกอบ 28 แผนภาพแสดง ความสัมพันธ์ระหว่างความดันและ อุณหภูมิวิกฤต โดยการคำนวณ ที่กำหนดให้ $\mu=0.10/0.13$ และ $\omega_D=684/1,333$ เปรียบเทียบกับการทดลองของ YH_6

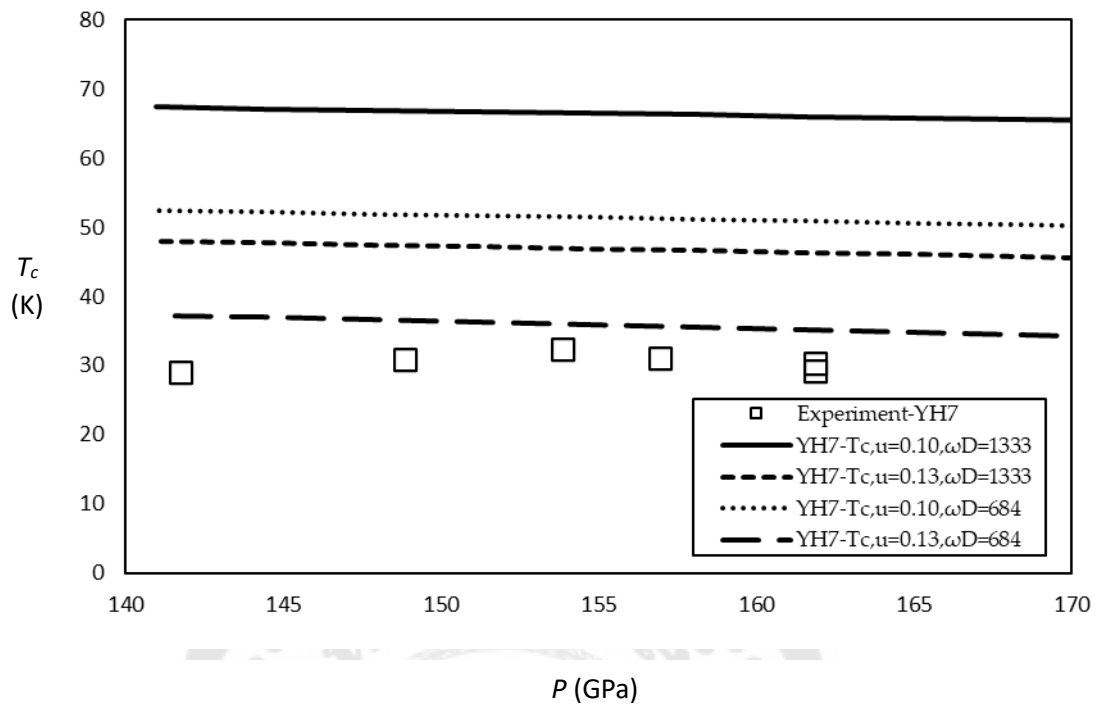
การเปรียบเทียบผลที่ได้จากการคำนวณและ ผลการทดลอง ในสารประกอบ YH_4

การคำนวณใช้ค่าคงตัวดังนี้ $\omega_D=684$ K, 1333 K, $u^*=0.1, 0.13$, $\chi=300$, $\lambda=0.34$, $Q_c=-100$, $\varepsilon_0=50$, $\beta=5/3$. $P=P(v)$, (Panpan Kong, et al., 2021), โดยสามารถสร้างเป็นสมการความดันในรูปของปริมาตรดังนี้ $P(v)=-2238.7v^2+2486v+4367.4-175.01$ เมื่อ $0.78 < v < 0.98$. เมื่อนำมาสร้างกราฟ YH_4 ระหว่างความดันกับอุณหภูมิวิกฤต จะได้ค่าอุณหภูมิวิกฤตอยู่ในช่วงประมาณ $T_c \approx 135-235$ K, ตามภาพประกอบที่ 29



ภาพประกอบ 29 แผนภาพแสดง ความสัมพันธ์ระหว่างความดันและ อุณหภูมิวิกฤต การคำนวณ ที่กำหนดให้ $\mu=0.10/0.13$ และ $\omega_D=684/1,333$ เปรียบเทียบกับการทดลอง YH_4

การเปรียบเทียบผลที่ได้จากการคำนวณและ ผลการทดลอง ในสารประกอบ YH_7 การคำนวณใช้ค่าคงตัวดังนี้ $\omega_D=684$ K, 1333 K, $u^*=0.1, 0.13$, $\chi=300$, $\lambda=0.3$, $Q_c=100$, $\epsilon_0=50$, $\beta=5/3$. $P=P(v)$, (Panpan Kong, et, al. ,2021)แต่ค่า จากผลการทดลอง ของ YH_7 ยังขาดข้อมูลจึงได้นำผลของ YH_6 มาแทน ในช่วงที่ความสัมพันธ์ระหว่าง P, v เป็นเส้นตรงโดยสามารถสร้างเป็นสมการความดันในรูปของปริมาตรดังนี้ $P(v)=-1149.9v+1160.9$ เมื่อ $0.68 < v < 0.86$



ภาพประกอบ 30 แผนภาพแสดง ความสัมพันธ์ระหว่างความดันและ อุณหภูมิวิกฤต การคำนวณ ที่กำหนดให้ $\mu=0.10/0.13$ และ $\omega_D=684/1,333$ เปรียบเทียบกับการทดลอง YH_7

บทที่ 5

สรุป อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ

ในการวิจัยนี้ได้ทำการศึกษาดัชนีนำยอดยิ่งในด้านทฤษฎีของดัชนีนำยอดยิ่งประเภทไฮโดรด์ในสภาวะความดันสูง โดยการใช้ทฤษฎีแบบจุลภาค (ทฤษฎีBCS) และ ทฤษฎีแบบมหภาค (ทฤษฎีกิ้นซ์เบิร์กแลนดาว) เริ่มจากการศึกษาข้อมูลจากผลการทดลองของสารประกอบประเภทไฮโดรด์ในสภาวะความดันสูงโดยพิจารณากราฟความสัมพันธ์ระหว่างอุณหภูมิวิกฤตและความดันในสารประกอบไฮโดรด์ดังต่อไปนี้ $YH_4, YH_6, YH_7, YH_9, H_3S, CaH_6$ และ LaH_{10} นอกจากนี้ได้ศึกษาข้อมูลกราฟความสัมพันธ์ระหว่างปริมาตรและความดันจากการทดลองในสารกลุ่มเดียวกันเพื่อกำหนดค่าคงตัวในสมการสมการ Birch-Murnaghan จากที่กล่าวมาพอที่สรุปผลแยกตามหัวข้อได้ดังนี้

g) 5.1 สรุปผลการศึกษาลักษณะการเปลี่ยนแปลงอุณหภูมิวิกฤตของดัชนีนำยอดยิ่งประเภท

สารประกอบไฮโดรด์ $YH_4, YH_6, YH_7, YH_9, H_3S, CaH_6$ และ LaH_{10} ในสภาวะความดันสูง

โดยได้ทำการศึกษาจากกราฟข้อมูลการทดลองความดันและ ปริมาตร แล้วนำมาสร้างเป็นสมการความสัมพันธ์ระหว่างความดันและ ปริมาตร นอกจากนี้ยังพิจารณาถึงขอบเขตการเปลี่ยนแปลงเฟสของโครงสร้างของสารในแต่ละช่วงความดัน ทำให้ทราบว่าภายใต้ความดันที่สูงขึ้นนั้นสามารถส่งผลให้อุณหภูมิวิกฤตเปลี่ยนแปลงมีค่าสูงขึ้นหรือต่ำลงได้ นอกจากนี้ยังพบว่าจำนวนอะตอมของไฮโดรเจนของสารประกอบกลุ่มอิตเทรียมไฮโดรด์ที่มากขึ้นนั้นไม่สามารถบอกได้ว่าสารประกอบนั้นจะมีอุณหภูมิวิกฤตที่สูงขึ้น อย่างไรก็ตามโครงสร้างผลึกของ YH_6 และ YH_9 มีความสมมาตรมากกว่า YH_4 และ YH_7 กล่าวคือมีลักษณะคล้ายลูกบอลที่มีการจับกันของอะตอมไฮโดรเจนดังนี้

YH_6 เป็นแบบสี่เหลี่ยม 6 ขุด และ หกเหลี่ยม 8 ขุด

YH_9 เป็นแบบสี่เหลี่ยม 6 ขุด, ห้าเหลี่ยม 6 ขุด และ หกเหลี่ยม 6 ขุด

จะเห็นได้ว่าความสมมาตรนี้ไม่พบใน YH_4 และ YH_7 แต่มีความคาดหมายในสารประกอบ YH_{10} เนื่องจากมีความสมมาตรของการจับกันของอะตอมไฮโดรเจนแบบ เป็นแบบสี่เหลี่ยม 6 ขุด และ หกเหลี่ยม 12 ขุด (ในปัจจุบันมีความพยายามที่จะสังเคราะห์ YH_{10}) สำหรับ

สารประกอบ H_3S , CaH_6 และ LaH_{10} จากผลการทดลองที่อ้างอิงนั้น เฟสของโครงสร้างและความดันมีผลต่อคุณสมบัติวิกฤตเช่นเดียวกัน อย่างไรก็ตามข้อมูลที่ได้จากการทดลองของสารประกอบกลุ่มไฮโดรไดรด์อื่นๆ ยังไม่มากเพียงพอที่จะสรุปได้อย่างแน่นอนว่าความสมมาตรของรูปทรงผลึกมีผลต่อคุณสมบัติวิกฤต

h) 5.2 สรุปผลการเปรียบเทียบผลการคำนวณที่ใช้ทฤษฎีแบบจุลภาค (BCS) และ ทฤษฎีแบบมหภาค (กิ้นซ์เบิร์กแลนดาว)

จากการเริ่มต้นของการคำนวณแบบ BCS ใช้รูปแบบของฮาร์มิลโทเนียนที่แสดงถึงพลังงานทั้งหมดคือพลังงานรวมของความเป็นระเบียบของสภานำยวดยิ่งและ พลังงานรวมของความเป็นระเบียบของ SDW ส่วนความดันที่ส่งผลต่อคุณสมบัติวิกฤตนั้นใช้การอินทิเกรต ดิเรคเดลต้าฟังก์ชัน (Dirac delta function) และ กำหนดความสัมพันธ์ของแรงดันและปริมาตร โดยมีค่าสอดคล้องกับสมการ Birch-Murnaghan เมื่อทำการแก้สมการจะได้ ค่าคุณสมบัติวิกฤต ตามสมการที่ (144)

เมื่อเปรียบเทียบกับผลการคำนวณแบบกิ้นซ์เบิร์กแลนดาวจะเริ่มต้นด้วย ตัวแปรความเป็นระเบียบซึ่งรวมพลังงานทั้งหมด คือ สภานำยวดยิ่ง, คลื่นความหนาแน่นสปินและ สภาระ่วมกันระหว่างนำยวดยิ่งกับคลื่นความหนาแน่นสปินจากการคำนวณนั้นจะพิจารณาตัวแปรและค่าคงตัวให้เหมาะสม โดยผลลัพธ์สมการคุณสมบัติวิกฤตที่ได้เหมือนกันกับการคำนวณแบบทฤษฎี BCS ซึ่งแสดงให้เห็นถึงความถูกต้อง และความสวยงามของคณิตศาสตร์ อย่างไรก็ตาม การกำหนดค่าตัวแปรจะต้องทำการศึกษาถึงที่มาของค่าคงตัวโดยละเอียดโดยเฉพาะอย่างยิ่ง a และ α ที่อยู่ในเทอมของพลังงานยกกำลังสอง ($\kappa_\phi = \kappa_\nu = V, \gamma = 1, b = \beta = 1, \eta = \nu = 2, a = \alpha = \omega_n^2 + \varepsilon_k^2$) เพื่อความเข้าใจอย่างลึกซึ้งต่อไป

i) 5.3 สรุปผลการเปรียบเทียบผลที่ได้จากการคำนวณ และ ผลการทดลอง

การเปรียบเทียบคุณสมบัติวิกฤตของตัวนำยวดยิ่งประเภทสารประกอบไฮโดรไดรด์ในสภาวะความดันสูงในการคำนวณทั้งสองแบบคือแบบจุลภาค (ทฤษฎีBCS) และ แบบมหภาค (ทฤษฎีกิ้นซ์เบิร์กแลนดาว) ซึ่งให้ผลของสมการออกมาในรูปแบบเดียวกัน

สำหรับสารประกอบ H_3S , CaH_6 และ LaH_{10} วิจารณ์ที่อุณหภูมิวิกฤตกับความดันเมื่อนำผลจากการคำนวณเปรียบเทียบกับผลการทดลอง สามารถให้ผลที่สอดคล้องกันได้อย่างดี แต่ สำหรับสารประกอบกลุ่มอิตเทรียมไฮโดรไดรด์ YH_4, YH_6, YH_7 และ YH_9 สามารถให้ผลที่

สอดคล้องกันได้ดีเช่นเดียวกัน เมื่อพิจารณาเฉพาะ YH_6 และ YH_9 นั้นจะเห็นได้ว่า โครงสร้างมีความสมมาตรมีค่า ω_D 1,333 และ อุณหภูมิวิกฤตประมาณ 240K ส่วน YH_4 และ YH_7 โครงสร้างไม่สมมาตร มีค่า ω_D ประมาณ 870 และ อุณหภูมิวิกฤตประมาณ 235K เมื่อสารประกอบกลุ่มดังกล่าวอยู่ในสภาวะความดันสูง ดังนั้นจึงสรุปได้เบื้องต้นว่า ความดัน, ความสมมาตรของโครงสร้าง และ ω_D ส่งผลต่ออุณหภูมิวิกฤต อย่างไรก็ตามการกำหนดค่าคงตัว ยังขาดข้อมูลจากผลการทดลองจำนวนมากพอ เพื่อที่จะศึกษาในรายละเอียดเพื่อความถูกต้องต่อไป



บรรณานุกรม



ประวัติผู้เขียน

ชื่อ-สกุล	พงษ์กานต์ ทองครบุรี
วัน เดือน ปี เกิด	10 มีนาคม 2518
สถานที่เกิด	จ.กาญจนบุรี
วุฒิการศึกษา	2540 ปริญญาตรี วิศวกรรมศาสตร์ (ไฟฟ้ากำลัง) สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง 2562 ปริญญาโท วิทยาศาสตร์ (ฟิสิกส์) มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ 2567 ปริญญาเอก วิทยาศาสตร์ (ฟิสิกส์) มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ
ที่อยู่ปัจจุบัน	201/84 ม.7 ออคิดวิลล่า บางนาตราด กม.24 ต.บางเสาธง อ.บางเสาธง จ.สมุทรปราการ10570
ผลงานตีพิมพ์	1.Pongkan Tongkhonburi, Pongkaew Udomsamuthirun, Arpapong Changjan, Suppanyou Meakniti and Thitipong Kruaehong. (2024). "The Study on the Critical Temperature and Gap-to-Tc Ratio of Yttrium Hydride Superconductors" Crystals 14, no. 2: 158. https://doi.org/10.3390/cryst14020158 2.Pongkan Tongkhonburi and Pongkaew Udomsamuthirun. (2019). "The study on penetration depth of anisotropic two-band superconductors by Ginzburg–Landau approach". Physica C. 561. 45-48. 10.1016/j.physc.2019.03.014. 3.Arpapong Changjan, Grittichon Chanilkul, Pongkaew Udomsamuthirun and Pongkan Tongkhonburi. (2019)." Superfluid density of Anisotropic S-Wave Superconductors by Semi-classical Approach: Applied to MgB2 and CaAlSi Superconductors". Physica C. 564. 10.1016/j.physc.2019.06.005.



- Abrikosov, A. A. (2004). Nobel Lecture: Type-II superconductors and the vortex lattice. *Reviews of Modern Physics*, 76(3), 975-979. doi:10.1103/RevModPhys.76.975
- Bardeen, J., Cooper, L. N., & Schrieffer, J. R. (1957). Theory of Superconductivity. *Physical Review*, 108(5), 1175-1204. doi:10.1103/PhysRev.108.1175
- Bednorz, J. G., & Müller, K. A. (1986). Possible highT_c superconductivity in the Ba-La-Cu-O system. *Zeitschrift für Physik B Condensed Matter*, 64(2), 189-193. doi:10.1007/BF01303701
- Bi, T., Zarifi, N., Terpstra, T., & Zurek, E. (2018). The search for superconductivity in high pressure hydrides. *arXiv preprint arXiv:1806.00163*.
- Birch, F. (1947). Finite Elastic Strain of Cubic Crystals. *Physical Review*, 71(11), 809-824. doi:10.1103/PhysRev.71.809
- Buckel, W., & Gesellschaft, D. P. (1991). *Superconductivity: Fundamentals and Applications*: VCH.
- Burns, G. (1992). *High-temperature superconductivity : an introduction*. Boston: Academic Press.
- Cooper, L. N. (1956). Bound Electron Pairs in a Degenerate Fermi Gas. *Physical Review*, 104(4), 1189-1190. doi:10.1103/PhysRev.104.1189
- Dong, Z., & Song, Y. (2011). Novel Pressure-Induced Structural Transformations of Inorganic Nanowires. doi:10.5772/17084
- Drozdov, A., Eremets, M., Troyan, I., Ksenofontov, V., & Shylin, S. I. (2015). Conventional superconductivity at 203 kelvin at high pressures in the sulfur hydride system. *Nature*, 525(7567), 73-76.
- Drozdov, A. P., Kong, P. P., Minkov, V. S., Besedin, S. P., Kuzovnikov, M. A., Mozaffari, S., . . . Eremets, M. I. (2019). Superconductivity at 250 K in lanthanum hydride

- under high pressures. *Nature*, 569(7757), 528-531. doi:10.1038/s41586-019-1201-8
- Eremets, M. I., Minkov, V. S., Drozdov, A. P., Kong, P. P., Ksenofontov, V., Shylin, S. I., . . . Balicas, L. (2022). High-Temperature Superconductivity in Hydrides: Experimental Evidence and Details. *Journal of Superconductivity and Novel Magnetism*, 35(4), 965-977. doi:10.1007/s10948-022-06148-1
- Fetter, A., & Walecka, J. (1995). *Quantum Theory of Many-Particle System* (Vol. 25).
- Fröhlich, H. (1954). Electrons in lattice fields. *Advances in Physics*, 3(11), 325-361. doi:10.1080/00018735400101213
- Giaever, I., & Megerle, K. (1961). Study of Superconductors by Electron Tunneling. *Physical Review*, 122(4), 1101-1111. doi:10.1103/PhysRev.122.1101
- Giannozzi, P., Baroni, S., Bonini, N., Calandra, M., Car, R., Cavazzoni, C., . . . Wentzcovitch, R. M. (2009). QUANTUM ESPRESSO: a modular and open-source software project for quantum simulations of materials. *Journal of Physics: Condensed Matter*, 21(39), 395502. doi:10.1088/0953-8984/21/39/395502
- Ginzburg, V. L., & Landau, L. D. (1950). On the Theory of Superconductivity. In *On Superconductivity and Superfluidity: A Scientific Autobiography* (pp. 113-137). Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg.
- Gradshteyn, I. S., & Ryzhik, I. M. (1980). *Table of Integrals, Series, and Products*: Elsevier Science.
- Kamihara, Y., Watanabe, T., Hirano, M., & Hosono, H. (2008). Iron-based layered superconductor La [O_{1-x} F_x] FeAs (x= 0.05-0.12) with T_c= 26 K. *Journal of the American Chemical Society*, 130(11), 3296-3297.
- Kapitza, P. (1938). Viscosity of Liquid Helium below the λ -Point. *Nature*, 141, 74. doi:10.1038/141074a0

- Landau, L. (1941). Theory of the Superfluidity of Helium II. *Physical Review*, 60(4), 356-358. doi:10.1103/PhysRev.60.356
- Maeno, Y., Hashimoto, H., Yoshida, K., Nishizaki, S., Fujita, T., Bednorz, J. G., & Lichtenberg, F. (1994). Superconductivity in a layered perovskite without copper. *Nature*, 372(6506), 532-534. doi:10.1038/372532a0
- Murnaghan, F. D. (1944). The Compressibility of Media under Extreme Pressures. *Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America*, 30(9), 244-247. doi:10.1073/pnas.30.9.244
- Nagamatsu, J., Nakagawa, N., Muranaka, T., Zenitani, Y., & Akimitsu, J. (2001). Superconductivity at 39 K in magnesium diboride. *Nature*, 410(6824), 63-64. doi:10.1038/35065039
- Onnes, H. K. (1908). The Condensation of Helium. *Nature*, 77(2008), 581-581. doi:10.1038/077581a0
- Overhauser, A. W. (1962). Spin Density Waves in an Electron Gas. *Physical Review*, 128(3), 1437-1452. doi:10.1103/PhysRev.128.1437
- Panpan Kong, Vasily S. Minkov, Mikhail A. Kuzovnikov, Alexander P. Drozdov, Stanislav P. Besedin, Shirin Mozaffari, Luis Balicas, Fedor Fedorovich Balakirev, Vitali B. Prakapenka, Stella Chariton, Dmitry A. Knyazev, Eran Greenberg & Mikhail I. Eremets (2021). Superconductivity up to 243 K in the yttrium hydrogen system under high pressure. *Nature Communications* 12:5075
doi:10.1038/s41467-021-25372-2
- Pickard, C. J., Errea, I., & Eremets, M. I. (2020). Superconducting hydrides under pressure. *Annual Review of Condensed Matter Physics*, 11, 57-76.
- Pouget, J. P., & Ravy, S. (1997). X-ray evidence of charge density wave modulations in the magnetic phases of (TMTSF)₂PF₆ and (TMTTF)₂Br. *Synthetic Metals*, 85(1), 1523-1528. doi:10.1016/S0379-6779(97)80332-3

- Snider, E., Dasenbrock-Gammon, N., McBride, R., Debessai, M., Vindana, H., Vencatasamy, K., . . . Dias, R. P. (2020). Room-temperature superconductivity in a carbonaceous sulfur hydride. *Nature*, *586*(7829), 373-377.
doi:10.1038/s41586-020-2801-z
- Tongkhonburi, P.; Udomsamuthirun, P.; Changjan, A.; Meakniti, S.; Kruaehong, T. The Study on the Critical Temperature and Gap-to-Tc Ratio of Yttrium Hydride Superconductors. *Crystals*, *14*(2), 158.
- Tran, V., Khan, R. T., WiŚniewski, P., & Bauer, E. (2009). Pressure-induced spin-density-wave transition in superconducting Mo₃Sb₇.
- Vavilov, M., Chubukov, A., & Vorontsov, A. (2010). Coexistence between superconducting and spin density wave states in iron-based superconductors: Ginzburg–Landau analysis. *Superconductor Science and Technology*, *23*(5), 054011.
- Viktor Struzhkin ; Bing Li; Cheng Ji; Xiao-Jia Chen ; Vitali Prakapenka; Eran Greenberg ; Ivan Troyan; Alexander Gavriluk ; Ho-kwang Mao (2020). Superconductivity in La and Y hydrides: Remaining questions to experiment and theory Special Collection: High Pressure Science Matter Radiat. Extremes 5, 028201
doi:10.1063/1.5128736
- Wu, M.-K., Ashburn, J. R., Torng, C., Hor, P.-H., Meng, R. L., Gao, L., . . . Chu, a. (1987). Superconductivity at 93 K in a new mixed-phase Y-Ba-Cu-O compound system at ambient pressure. *Physical Review Letters*, *58*(9), 908.
- Zhang, C., Yi, W., Sun, L., Chen, X.-J., Hemley, R., Lu, W., . . . Molaison, J. (2009). Pressure-induced lattice collapse in the tetragonal phase of single-crystalline Fe_{1.05}Te. *Physical Review B - PHYS REV B*, *80*, 144519-144519.
doi:10.1103/PhysRevB.80.144519

