

การพัฒนารูปแบบการจัดการเรียนรู้โดยวิธีการนี้ภาพเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงพีชคณิต
ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6

DEVELOPMENT OF LEARNING MANAGEMENT MODEL
USING VISUALIZATION METHOD FOR PROMOTING ALGEBREIC THINKING
OF SIXTH GRADE STUDENTS

พนิตตา วงษ์พานิช

บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ

2566

การพัฒนารูปแบบการจัดการเรียนรู้โดยวิธีการนี้ภาพเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงพีชคณิต
ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6



ปริญญานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตร
ปรัชญาดุษฎีบัณฑิต สาขาวิชาวิทยาการทางการศึกษาและการจัดการเรียนรู้
คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ
ปีการศึกษา 2566
ลิขสิทธิ์ของมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ

DEVELOPMENT OF LEARNING MANAGEMENT MODEL
USING VISUALIZATION METHOD FOR PROMOTING ALGEBREIC THINKING
OF SIXTH GRADE STUDENTS



A Dissertation Submitted in Partial Fulfillment of the Requirements
for the Degree of DOCTOR OF PHILOSOPHY
(Educational Science & Learning Management)
Faculty of Education, Srinakharinwirot University

2023

Copyright of Srinakharinwirot University

ปริญญานิพนธ์

เรื่อง

การพัฒนารูปแบบการจัดการเรียนรู้โดยวิธีการนึ่งภาพเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงพีชคณิต
ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6

ของ

พนิตตา วงษ์พานิช

ได้รับอนุมัติจากบัณฑิตวิทยาลัยให้นับเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตร
ปริญญาปรัชญาดุษฎีบัณฑิต สาขาวิชาวิทยาการทางการศึกษาและการจัดการเรียนรู้
ของมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ

(รองศาสตราจารย์ นายแพทย์จัตตชัย เอกปัญญาสกุล)

คณบดีบัณฑิตวิทยาลัย

คณะกรรมการสอบปากเปล่าปริญญานิพนธ์

..... ที่ปรึกษาหลัก

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.รุ่งทิภา แยมรุ่ง)

..... ที่ปรึกษาร่วม

(รองศาสตราจารย์ ดร.กิตติชัย สุธาสีโนบล)

..... ประธาน

(รองศาสตราจารย์ ดร.พิชิต ฤทธิจรรณ)

..... กรรมการ

(รองศาสตราจารย์ ดร.ชมนาด เชื้อสุวรรณทวี)

..... กรรมการ

(รองศาสตราจารย์ ดร.วิไลลักษณ์ ลังกา)

ชื่อเรื่อง	การพัฒนารูปแบบการจัดการเรียนรู้โดยวิธีการนิกภาพเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงพีชคณิตของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6
ผู้วิจัย	พนิตตา วงษ์พานิช
ปริญญา	ปรัชญาดุษฎีบัณฑิต
ปีการศึกษา	2566
อาจารย์ที่ปรึกษา	ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. รุ่งทิพา แยมรุ่ง
อาจารย์ที่ปรึกษาร่วม	รองศาสตราจารย์ ดร. กิตติชัย สุทธิสินบอล

งานวิจัยครั้งนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อ 1) ศึกษาองค์ประกอบและตัวบ่งชี้การคิดเชิงพีชคณิตของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 2) พัฒนารูปแบบการจัดการเรียนรู้โดยใช้วิธีการนิกภาพเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงพีชคณิตของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 3) ศึกษาประสิทธิผลของรูปแบบการจัดการเรียนรู้ 4) ศึกษาประสิทธิผลของรูปแบบการจัดการเรียนรู้ 5) วิธีการพัฒนาแบบใช้แนวทาง ADDIE Model ซึ่งแบ่งออกเป็น 5 ขั้นตอน คือ ขั้นตอนที่ 1 A: Analysis วิเคราะห์ข้อมูลพื้นฐาน สังเคราะห์องค์ประกอบและตัวบ่งชี้การคิดเชิงพีชคณิต ขั้นตอนที่ 2 D: Design ออกแบบยกร่างรูปแบบการจัดการเรียนรู้ 3) ขั้นตอนที่ 3 D: Develop พัฒนาร่างรูปแบบเพื่อหาประสิทธิภาพของรูปแบบการจัดการเรียนรู้ 4) ขั้นตอนที่ 4 I: Implement ทดลองใช้เพื่อหาประสิทธิผลของรูปแบบการจัดการเรียนรู้ 5) ขั้นตอนที่ 5 E: Evaluate ประเมินผล เป็นการประเมินประสิทธิผลของรูปแบบและปรับปรุงให้สมบูรณ์ พร้อมนำไปเผยแพร่ กลุ่มตัวอย่างได้แก่นักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 โรงเรียนสาธิตมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร (ฝ่ายประถม) ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2565 จำนวน 15 คน โดยการเลือกแบบเจาะจง (Purposive Sampling) ระยะเวลาในการทดลองจำนวน 16 คาบ คาบละ 60 นาที เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยได้แก่ แผนการจัดการเรียนรู้ แบบวัดการคิดเชิงพีชคณิต แบบวัดความพึงพอใจของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูลได้แก่ ค่าเฉลี่ย ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน และ t-test ผลการวิจัยพบว่า 1) องค์ประกอบและตัวบ่งชี้การคิดเชิงพีชคณิตของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ประกอบด้วย 3 องค์ประกอบ คือ การแก้ปัญหา การใช้ตัวแทนและการนำเสนอ และการให้เหตุผล 2) รูปแบบการจัดการเรียนรู้ประกอบด้วย 5 องค์ประกอบ คือ หลักการ เป้าหมาย/วัตถุประสงค์ เนื้อหา/สาระการเรียนรู้ ขั้นตอนการจัดการเรียนรู้ และการวัดและประเมิน 3) ผลการศึกษาประสิทธิภาพของรูปแบบการจัดการเรียนรู้ พบว่า ความเหมาะสมของรูปแบบการจัดการเรียนรู้ (ค่าเฉลี่ยในภาพรวม 4.78 และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน มีค่า 0.46) มีความเหมาะสมอยู่ในระดับมากที่สุด และมีความสอดคล้อง (IOC : Index of Item Objective Congruence) ตั้งแต่ 0.80 ถึง 1.00 ถือว่ารูปแบบการจัดการเรียนรู้ ผ่านเกณฑ์ทุกข้อ 4) ผลการศึกษาประสิทธิผลของรูปแบบการจัดการเรียนรู้ พบว่า 1) การคิดเชิงพีชคณิตของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 หลังการจัดการเรียนรู้โดยใช้วิธีการนิกภาพสูงกว่าก่อนการจัดการเรียนรู้อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 2) ความพึงพอใจต่อการจัดการเรียนรู้ในภาพรวมของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 หลังการจัดการเรียนรู้ อยู่ในระดับมากที่สุด (มีค่าเฉลี่ยเท่ากับ 4.58 และค่าเบี่ยงเบนมาตรฐานมีค่า 0.64)

คำสำคัญ : รูปแบบการจัดการเรียนรู้, องค์ประกอบการคิดเชิงพีชคณิต, การคิดเชิงพีชคณิต

Title	DEVELOPMENT OF LEARNING MANAGEMENT MODEL USING VISUALIZATION METHOD FOR PROMOTING ALGEBRAIC THINKING OF SIXTH GRADE STUDENTS
Author	PANITTA WONGPHANICH
Degree	DOCTOR OF PHILOSOPHY
Academic Year	2023
Thesis Advisor	Assistant Professor Dr Rungtiwa Yamrung
Co Advisor	Associate Professor Dr. Kittichai Suthasinobol

The objectives of this research were as follows: (1) to study the components and indicators of algebraic thinking among Grade Six students; (2) to develop a learning management model using visualization to promote the algebraic thinking of Grade Six students; and (3) to study the effectiveness of the learning management model; and (4) to study the effectiveness of the learning management model. The method for developing the model used the ADDIE Model approach, and was divided into five steps: Step 1 A: Analysis, to analyze the basic data; Step 2: D: Design; Step 3: D: Develop; Step. Part 4 I: Implement; and Step 5 E: Evaluate. The sample groups included Grade Six students at Srinakharinwirot University Demonstration School, Prasarnmit (Primary), in the first semester of the 2022 academic year, with a total of 15 people by purposive sampling. The duration of the experiment was 16 periods of 60 minutes each. The tools used in the research included a learning management plan, an algebraic thinking test and a satisfaction test for Grade Six students. The statistics for data analysis, including mean, standard deviation, and t-test. The results found the following: (1) the components and indicators of algebraic thinking among sixth grade students, with three components: problem-solving, representations, presentations and reasoning; (2) learning management model had five elements: principles, goals, objectives, content, learning management steps and measurement and evaluation; and (3) the results of the study of the effectiveness of the learning management model found the suitability of the learning management model. The overall mean was 4.78 and the standard deviation was 0.46, and with a consistency (IOC: Index of Item Objective Congruence) from 0.80 to 1.00, considering the learning management model that passed all the criteria; (4) the results of the study of the effectiveness of the learning management model found: (1) the algebraic thinking of Grade Six students after was higher than before effective learning management with a statistical significance of .05; and (2) satisfaction with overall learning management for Grade Six students with a mean of 4.58 and standard deviation of 0.64.

Keyword : Learning Management Model, Algebraic Thinking Components, Algebraic Thinking

กิตติกรรมประกาศ

ปริญญาานิพนธ์เล่มนี้สำเร็จได้อย่างสมบูรณ์ด้วยความกรุณาอย่างยิ่งจาก ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.รุ่งทิวา แย้มรุ่ง อาจารย์ที่ปรึกษาปริญญาานิพนธ์หลัก รองศาสตราจารย์ ดร.กิตติชัย สุทธิสินบอล อาจารย์ที่ปรึกษาปริญญาานิพนธ์ร่วม ที่กรุณาเสียสละเวลาอันมีค่าให้คำปรึกษาช่วยเหลือ แนะนำ และตรวจสอบแก้ไข พร้อมให้ข้อเสนอแนะต่าง ๆ ตลอดระยะเวลาในการดำเนินการวิจัยครั้งนี้ในทุกขั้นตอน ผู้วิจัยขอกราบขอบพระคุณในความกรุณาไว้ ณ โอกาสนี้

ขอกราบขอบพระคุณรองศาสตราจารย์ ดร.พิชิต ฤทธิจักรุญ ที่กรุณาเป็นประธานสอบปากเปล่า รองศาสตราจารย์ ดร.ชมนาด เชื้อสุวรรณทวี และรองศาสตราจารย์ ดร.วิไลลักษณ์ ลังกา กรรมการสอบปากเปล่า ท่านได้ให้ข้อเสนอแนะที่เป็นประโยชน์ต่อการปรับปรุงงานวิจัยให้มีความสมบูรณ์ และมีคุณภาพมากยิ่งขึ้น ทำให้ผู้วิจัยได้ผลงานวิจัยที่มีคุณภาพและสำเร็จการศึกษาอย่างสมบูรณ์ตามหลักสูตรปรัชญาดุษฎีบัณฑิต

ขอกราบขอบพระคุณ อาจารย์คณะศึกษาศาสตร์ทุกท่านที่ได้ประสิทธิ์ประสาทวิชาความรู้ให้แก่ข้าพเจ้า รวมถึงรองศาสตราจารย์ ดร.ชมนาด เชื้อสุวรรณทวี รองศาสตราจารย์ ดร.มณฑิรา จารุเพ็ง ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.ณัฏชา กมล ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.ทรงชัย อักษรคิด ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.บุญญาธิสา แซ่หล่อ ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.ขวัญ เพี้ยซ้าย ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.สุธินันท์ บุญพัฒนาภรณ์ อาจารย์ ดร.สุนิสา สุมิรัตนะ อาจารย์ ดร.ดลศักดิ์ ไทรเล็กทิม อาจารย์ ดร.พนม จงเฉลิมชัย และอาจารย์ ดร.ธีรเชษฐ เวืองสุขอนันต์ ที่กรุณาเป็นผู้เชี่ยวชาญให้คำแนะนำและตรวจแก้ไขเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยอย่างดียิ่ง

ขอกราบขอบพระคุณ ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.นพดล กองศิลป์ ผู้อำนวยการโรงเรียนสาธิต มศว ประสานมิตร (ฝ่ายประถม) ที่ส่งเสริมบุคลากรให้มีความก้าวหน้าทางด้านการศึกษา และโรงเรียนสาธิต มศว ประสานมิตร (ฝ่ายประถม) ที่สนับสนุนทุนการศึกษา

ขอขอบคุณน้องกอล์ฟ พี่เจี๊ยบ หลัน และเพื่อนปริญญาเอก วกจ รุ่นที่ 4 ที่คอยห่วงใยกัน กราบขอบพระคุณอาจารย์ ดร.ราชันย์ บุญธิมา ดร.มิ่ง เทพक्रमเมือง พี่นัย พี่มด ดร.กฤษณะ ดร.คงขวัญ ดร.ปวันรัตน์ ดร.ดลศักดิ์ อ.ฟลุ๊ก อาจารย์ชั้น ป.6 ทุกท่าน ที่ให้ความช่วยเหลือและเป็นกำลังใจด้วยดีเสมอมา และโดยเฉพาะอย่างยิ่ง อ.ดร.ปิยพงษ์ พรหมนนท์ ที่คอยช่วยเหลือและทุ่มเทเป็นอย่างดีตลอดจนให้กำลังใจมาโดยตลอด ขอบใจนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ที่ให้ความร่วมมือในการวิจัยเป็นอย่างดี

ท้ายที่สุดขอกราบขอบพระคุณคุณพ่อ คุณแม่ รวมถึงน้องเนย และทุกคนในครอบครัวที่เป็นกำลังใจที่สำคัญกระทั่งปริญญาานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จลุล่วงได้ด้วยดี คุณค่าและประโยชน์ของปริญญาานิพนธ์ฉบับนี้ขอมอบเป็นเครื่องบูชาพระคุณบิดา มารดา ครู อาจารย์ทุกท่านที่ได้ประสิทธิ์ประสาทความรู้แก่ผู้วิจัย

พนิตตา วงษ์พานิช

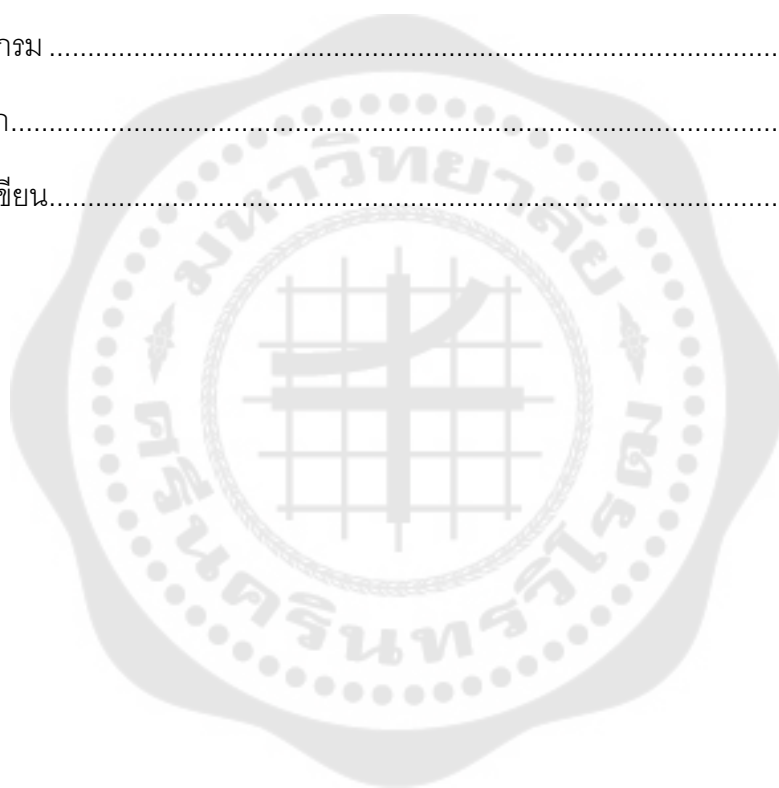
สารบัญ

	หน้า
บทคัดย่อภาษาไทย	ง
บทคัดย่อภาษาอังกฤษ	จ
กิตติกรรมประกาศ.....	ฉ
สารบัญ	ช
สารบัญตาราง.....	ฎ
สารบัญรูปภาพ	ฏ
บทที่ 1 บทนำ.....	1
ภูมิหลัง	1
คำถามการวิจัย.....	7
วัตถุประสงค์ของการวิจัย.....	7
ความสำคัญของการวิจัย	8
ขอบเขตของการวิจัย	8
นิยามศัพท์เฉพาะ.....	9
กรอบแนวคิดในการวิจัย	16
บทที่ 2 เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง	18
1.แนวคิด ทฤษฎี หลักการ เกี่ยวกับการพัฒนารูปแบบการจัดการเรียนรู้.....	19
1.1 ความหมายของรูปแบบการจัดการเรียนรู้.....	20
1.2 องค์ประกอบของรูปแบบการจัดการเรียนรู้	20
1.3 ขั้นตอนการพัฒนารูปแบบการจัดการเรียนรู้	24
1.4 การวัดและประเมินผลรูปแบบการจัดการเรียนรู้.....	30
2. แนวคิด ทฤษฎี หลักการ เกี่ยวกับการจัดการเรียนรู้.....	31

2.1 ทฤษฎีการเรียนรู้ทฤษฎีพัฒนาการทางสติปัญญาของเพียเจต์	31
2.2 ทฤษฎีพัฒนาการทางสติปัญญาของบรูเนอร์	33
2.3 ทฤษฎีการเรียนรู้ที่มีความหมายของ Ausubel	35
2.4 ทฤษฎีพัฒนาการทางเซวาร์ปัญญาของวิก์ออสกี	37
2.5 แนวคิด Concrete Pictorial Abstract (CPA).....	39
3. แนวคิด หลักการ เกี่ยวกับวิธีการนึ่งภาพและตัวแทนทางคณิตศาสตร์	43
3.1 ความหมายของการนึ่งภาพทางคณิตศาสตร์.....	44
3.2 ความสามารถในการนึ่งภาพทางคณิตศาสตร์	47
3.3 ความสำคัญและประเภทของความสามารถในการนึ่งภาพทางคณิตศาสตร์	49
3.4 ประเภทของการนึ่งภาพทางคณิตศาสตร์	49
3.4 เทคนิคการพัฒนาความสามารถในการนึ่งภาพทางคณิตศาสตร์.....	51
3.5 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการนึ่งภาพ.....	53
3.6 ความหมายของตัวแทนทางคณิตศาสตร์ (Representation).....	60
3.7 ความสำคัญของตัวแทนทางคณิตศาสตร์.....	61
3.8 ประเภทของตัวแทนทางคณิตศาสตร์	62
3.9 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ (Representation).....	63
4. แนวคิด หลักการ เอกสารที่เกี่ยวข้องกับการคิดเชิงพีชคณิต	69
4.1 ความหมายของพีชคณิต.....	69
4.2 ความสำคัญของการคิดเชิงพีชคณิต	70
4.3 องค์ประกอบของการคิดเชิงพีชคณิต.....	70
4.4 การให้เหตุผลเชิงพีชคณิต	74
4.5 แนวคิดในการจัดการเรียนรู้และการวัดประเมินผลการคิดเชิงพีชคณิตในระดับ ประถมศึกษา.....	77

4.6 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องเกี่ยวกับการคิดเชิงพีชคณิต	82
บทที่ 3 วิธีการดำเนินการวิจัย.....	85
ขั้นตอนที่ 1 A: Analysis วิเคราะห์ข้อมูลพื้นฐาน เป็นการศึกษาแนวคิดทฤษฎีและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการคิดเชิงพีชคณิตของนักเรียนระดับชั้นประถมศึกษาเพื่อสังเคราะห์องค์ประกอบและตัวบ่งชี้การคิดเชิงพีชคณิต	87
ขั้นตอนที่ 2 D: Design ออกแบบยกร่างรูปแบบการจัดการเรียนรู้โดยวิธีการนึ่งภาพเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงพีชคณิตของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ตามองค์ประกอบและตัวบ่งชี้การคิดเชิงพีชคณิตจากขั้นตอนที่ 1	90
ขั้นตอนที่ 3 D: Develop พัฒนาร่างรูปแบบการจัดการเรียนรู้โดยวิธีการนึ่งภาพเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงพีชคณิตของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 และทดลองนำร่อง	91
ขั้นตอนที่ 4 I: Implement ทดลองใช้รูปแบบการจัดการเรียนรู้โดยวิธีการนึ่งภาพกับนักเรียนกลุ่มตัวอย่างเพื่อหาประสิทธิผล.....	99
5. ขั้นประเมินผล (E: Evaluate Phase) เป็นการประเมินประสิทธิผลของรูปแบบการจัดการเรียนรู้โดยวิธีการนึ่งภาพเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงพีชคณิตของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 และปรับปรุงให้สมบูรณ์ พร้อมนำไปเผยแพร่	105
บทที่ 4 ผลการวิเคราะห์ข้อมูล.....	106
ตอนที่ 1 ผลการศึกษาเกี่ยวกับองค์ประกอบและตัวบ่งชี้การคิดเชิงพีชคณิตของนักเรียนระดับชั้นประถมศึกษาปีที่ 6	107
ตอนที่ 2 ผลการพัฒนาารูปแบบการจัดการเรียนรู้โดยวิธีการนึ่งภาพเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงพีชคณิตของนักเรียนระดับชั้นประถมศึกษาปีที่ 6	112
ตอนที่ 3 ผลการศึกษาเกี่ยวกับประสิทธิภาพรูปแบบการจัดการเรียนรู้โดยวิธีการนึ่งภาพเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงพีชคณิต ของนักเรียนระดับชั้นประถมศึกษาปีที่ 6	116
ตอนที่ 4 ผลการศึกษาประสิทธิผลของรูปแบบการจัดการเรียนรู้โดยวิธีการนึ่งภาพเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงพีชคณิต ของนักเรียนระดับชั้นประถมศึกษาปีที่ 6	121
4.1 การวิเคราะห์คะแนนก่อนเรียนและหลังเรียนโดยใช้รูปแบบการจัดการเรียนรู้โดยวิธีการนึ่งภาพเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงพีชคณิตกับกลุ่มตัวอย่าง.....	121

บทที่ 5 สรุปผล อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ.....	130
วัตถุประสงค์การวิจัย.....	130
สรุปผลการวิจัย.....	131
1. องค์ประกอบและตัวบ่งชี้การคิดเชิงพีชคณิตของนักเรียนประถมศึกษาปีที่ 6... 131	
อภิปรายผล	133
ข้อเสนอแนะ	144
บรรณานุกรม	145
ภาคผนวก.....	157
ประวัติผู้เขียน.....	174



สารบัญตาราง

	หน้า
ตาราง 1 ผลการวิเคราะห์องค์ประกอบร่วมของรูปแบบการจัดการเรียนรู้.....	23
ตาราง 2 ผลการวิเคราะห์องค์ประกอบการคิดเชิงพีชคณิต	73
ตาราง 3 เกณฑ์การให้คะแนนผลการทำข้อสอบแบบอัตนัย ทักษะหรือกระบวนการให้เหตุผล	81
ตาราง 4 ผลการสังเคราะห์องค์ประกอบการคิดเชิงพีชคณิต	88
ตาราง 5 ผลการสังเคราะห์องค์ประกอบของรูปแบบการจัดการเรียนรู้	90
ตาราง 6 ผลการสังเคราะห์องค์ประกอบการคิดเชิงพีชคณิตของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6	107
ตาราง 7 ผลการประเมินความเหมาะสมของพฤติกรรมบ่งชี้ของการคิดเชิงพีชคณิตของนักเรียน	110
ตาราง 8 ผลการวิเคราะห์ความเหมาะสมของรูปแบบการจัดการเรียนรู้โดยวิธีการนี้ภาพ เพื่อส่งเสริมการคิดเชิงพีชคณิต ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6	116
ตาราง 9 ผลการวิเคราะห์คะแนนก่อนเรียนและหลังเรียนโดยใช้รูปแบบการจัดการเรียนรู้โดยวิธีการนี้ภาพเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงพีชคณิต ของนักเรียนระดับชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 กับกลุ่มตัวอย่าง ด้วยสถิติการวิเคราะห์แบบ Dependent (คะแนนเต็ม 32 คะแนน)	122
ตาราง 10 ผลการวิเคราะห์ความพึงพอใจที่มีต่อการจัดการเรียนรู้โดยวิธีการนี้ภาพเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงพีชคณิตของนักเรียนระดับชั้นประถมศึกษาปีที่ 6	126

สารบัญรูปภาพ

	หน้า
ภาพประกอบ 1 กรอบแนวคิดในการวิจัย	17
ภาพประกอบ 2 รูปแบบแนวคิด ADDIE Model.....	29
ภาพประกอบ 3 กระบวนการวิจัย	86
ภาพประกอบ 4 การแก้ปัญหา ของนักเรียนคนที่ 1.....	123
ภาพประกอบ 5 การแก้ปัญหา ของนักเรียนคนที่ 2.....	123
ภาพประกอบ 6 การแก้ปัญหา ของนักเรียนคนที่ 3.....	124
ภาพประกอบ 7 การใช้ตัวแทนและการนำเสนอ ของนักเรียนคนที่ 1.....	124
ภาพประกอบ 8 การใช้ตัวแทนและการนำเสนอ ของนักเรียนคนที่ 2.....	125
ภาพประกอบ 9 การใช้ตัวแทนและการนำเสนอ ของนักเรียนคนที่ 1.....	125
ภาพประกอบ 10 รูปแบบการจัดการเรียนรู้โดยวิธีการนี้ภาพเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงพีชคณิต ของ นักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6.....	129

บทที่ 1

บทนำ

ภูมิหลัง

คณิตศาสตร์มีบทบาทสำคัญยิ่งต่อความสำเร็จในการเรียนรู้ในศตวรรษที่ 21 เนื่องจากคณิตศาสตร์ช่วยให้มนุษย์มีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ คิดอย่างมีเหตุผล เป็นระบบ มีแบบแผน สามารถวิเคราะห์ปัญหาหรือสถานการณ์ได้อย่างรอบคอบและถี่ถ้วน ช่วยให้คาดการณ์ วางแผน ตัดสินใจแก้ปัญหาได้อย่างถูกต้องเหมาะสม และสามารถนำไปใช้ในชีวิตจริงได้อย่างมีประสิทธิภาพ นอกจากนี้คณิตศาสตร์ยังเป็นเครื่องมือในการศึกษาด้านวิทยาศาสตร์ เทคโนโลยี และศาสตร์อื่น ๆ อันเป็นรากฐานในการพัฒนาทรัพยากรบุคคลของชาติให้มีคุณภาพและพัฒนาเศรษฐกิจของประเทศให้ทัดเทียมกับนานาชาติ การจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์จึงจำเป็นต้องมีการพัฒนาอย่างต่อเนื่อง เพื่อให้ทันสมัยและสอดคล้องกับสภาพเศรษฐกิจ สังคม และความรู้ทางวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยีที่เจริญก้าวหน้าอย่างรวดเร็วในยุคโลกาภิวัตน์ ทั้งนี้การจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่ประสบความสำเร็จนั้น จะต้องเตรียมผู้เรียนให้มีความพร้อมที่จะเรียนรู้สิ่งต่าง ๆ พร้อมที่จะประกอบอาชีพเมื่อจบการศึกษา หรือสามารถศึกษาต่อในระดับที่สูงขึ้น ดังนั้นสถานศึกษาควรจัดการเรียนรู้ให้เหมาะสมตามศักยภาพของผู้เรียน (สำนักวิชาการและมาตรฐานการศึกษา, 2560) เมื่อเรามองถึงพื้นฐานที่จะทำให้เกิดทักษะต่าง ๆ จึงปฏิเสธไม่ได้ว่าการศึกษาคงเป็นคำตอบหลัก ซึ่งหากกล่าวถึงการศึกษานับว่าเป็นวิธีการส่งผ่านจุดมุ่งหมาย โดยทั่วไป การศึกษาเกิดขึ้นผ่านประสบการณ์ใด ๆ ซึ่งมีผลกระทบเชิงพัฒนาต่อวิธีที่คนคนหนึ่งจะคิด รู้สึก หรือกระทำ นอกจากการศึกษาจะทำให้มนุษย์เกิดความรู้และพัฒนาตนได้แล้ว ยังสามารถเป็นตัวกำหนดทิศทางของประเทศได้อีกด้วย ในการพัฒนาและขับเคลื่อนประเทศไทยตามแผนการศึกษาแห่งชาติ พ.ศ. 2560-2575 ยุทธศาสตร์ที่ 3 การพัฒนาศักยภาพคนทุกช่วงวัย และการสร้างสังคมแห่งการเรียนรู้ ซึ่งการสร้างสังคมแห่งการเรียนรู้ เป็นความท้าทายของระบบการศึกษาและบุคลากรทางการศึกษาที่จะต้องจัดกระบวนการศึกษาเพื่อที่จะได้ผู้เรียนที่มีศักยภาพและสมรรถนะเพื่อที่จะสร้างและหล่อหลอมให้เกิดสังคมแห่งการเรียนรู้ขึ้นในอนาคต ดังนั้นผู้สอนจำเป็นต้องเรียนรู้วิธีการและแนวคิดใหม่ ๆ เพื่อใช้เป็นส่วนหนึ่งของการจัดการเรียนรู้ให้สามารถดึงศักยภาพผู้เรียนได้ในรูปแบบที่หลากหลาย (พิมพ์พันธ์ เดชะคุปต์ & พเยาว์ ยินดีสุข, 2557; วิจารณ์ พานิช, 2555; สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน, 2551) จึงอาจกล่าวได้ว่าคณิตศาสตร์จึงเป็นหัวใจสำคัญของกระบวนการคิดและมีบทบาทต่อการเรียนที่จะช่วยพัฒนาให้ผู้เรียนได้รู้เห็นข้อมูลที่แท้จริง มีหลักการและวิธีการต่าง ๆ ในการเพิ่มพูนทักษะการคิด การวิเคราะห์ การประยุกต์ การ

เชื่อมโยงใช้ความรู้ ซึ่งถือเป็นการแสดงศักยภาพของผู้เรียน (วิชฌุ นภาพันท์, 2551 ; สมเดช บุญประจักษ์, 2550) เพราะทำให้มนุษย์มีแบบแผน คิดอย่างมีเหตุผล คิดเป็นระบบ ทำให้สามารถวิเคราะห์ปัญหา หรือสถานการณ์ได้อย่างรอบคอบ คณิตศาสตร์จึงมีประโยชน์ต่อการดำเนินชีวิต (สำนักงานคณะกรรมการศึกษาขั้นพื้นฐาน, 2551) ได้กำหนดทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ที่จำเป็นและต้องพัฒนาให้เกิดขึ้นกับผู้เรียน ได้แก่ 1) การแก้ปัญหา 2) การสื่อสาร และสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ 3) การเชื่อมโยง 4) การให้เหตุผล และ 5) การคิดสร้างสรรค์

เมื่อพิจารณาความสามารถทางคณิตศาสตร์ของเด็กไทยในทั้งระดับประถมศึกษาและระดับมัธยมศึกษา พบว่า ผลการประเมินการทดสอบการศึกษาแห่งชาติ O-NET ชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ปีการศึกษา 2563 วิชาคณิตศาสตร์ มีค่าเฉลี่ยร้อยละ 29.99 ในขณะที่ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ปีการศึกษา 2563 วิชาคณิตศาสตร์ เฉลี่ยร้อยละ 25.46 (สถาบันทดสอบทางการศึกษาแห่งชาติ. 2564) เมื่อพิจารณาความสามารถทางคณิตศาสตร์ในระดับมัธยมศึกษาที่มีการประเมินผลโดย PISA (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.): 111 -180) พบว่าผลการประเมิน PISA 2018 ด้านคณิตศาสตร์นักเรียนไทยมีคะแนน 419 คะแนน ซึ่งมีคะแนนต่ำกว่าค่าเฉลี่ย OECD โดยเทียบกับการเรียนที่ระยะเวลาประมาณสองปี พบว่าประเทศไทยมีนักเรียนมากกว่าร้อยละ 50 ที่มีความสามารถทางคณิตศาสตร์ต่ำกว่าระดับ 2 ซึ่งในเนื้อหาของทาง PISA ระดับ 2 ถือว่ามีความสามารถเพียงขั้นพื้นฐานเท่านั้น ซึ่งหมายความว่านักเรียนทำได้เพียงการตีความ แปลความ และรับรู้โดยไม่ต้องใช้คำสั่งแบบตรงไปตรงมาและไม่ซับซ้อน ทั้งนี้นับตั้งแต่การประเมินครั้งแรกใน PISA 2000 พบว่า แนวโน้มการเปลี่ยนแปลงของคะแนนตั้งแต่การประเมินรอบแรกจนถึงปัจจุบัน ผลการประเมินด้านคณิตศาสตร์ของไทยไม่เปลี่ยนแปลง ซึ่งการประเมินด้านคณิตศาสตร์ของ PISA มุ่งเน้นให้ความสำคัญกับการวัดความสามารถของนักเรียน ในการคิด การนำไปใช้ และตีความผลลัพธ์ทางคณิตศาสตร์ในสถานการณ์ที่หลากหลายแตกต่างกันไป การที่จะประสบความสำเร็จในการสอบ PISA นักเรียนควรจะมีการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ มีหลักการ เพื่อจะนำไปสู่กระบวนการ ข้อเท็จจริง มีเครื่องมือทางคณิตศาสตร์ เพื่อนำไปใช้ในการบรรยาย อธิบาย และคาดการณ์ปรากฏการณ์ต่าง ๆ ซึ่งสอดคล้องกับแนวทางการส่งเสริมการคิดเชิงพีชคณิตที่เป็นกระบวนการในการวิเคราะห์สถานการณ์ปัญหาโดยใช้ข้อมูลที่ได้รับเป็นพื้นฐาน เพื่อการสร้างความสัมพันธ์ เชื่อมโยง ประยุกต์ ทำให้พบกระบวนการในการแก้สถานการณ์ปัญหาได้อย่างหลากหลายวิธี รวมถึงสามารถใช้ตัวตนที่หลากหลายของนักเรียนเองได้อย่างเหมาะสมกับสถานการณ์ปัญหา

นักการศึกษาและผู้เชี่ยวชาญด้านคณิตศาสตร์ในหลาย ๆ ประเทศ ให้ความสำคัญในการส่งเสริมเรื่องพีชคณิตเป็นอย่างมาก การส่งเสริมพีชคณิตในอดีตจำกัดอยู่ระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนปลายเท่านั้น ภายหลังจากพัฒนาหลักสูตรและนักการศึกษาระดับต่าง ๆ มีความคิดเห็นว่าการส่งเสริมพีชคณิตไม่ควรจำกัดอยู่แค่ระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนปลายเท่านั้น แต่ควรส่งเสริมพีชคณิตให้มีอยู่ในหลักสูตรของทุก ๆ ระดับชั้น เพื่อที่จะสร้างประสบการณ์ทางพีชคณิตเบื้องต้นให้กับผู้เรียน (วิษณุ นภาพันท์, 2551) ดังคำกล่าวที่ว่า "พีชคณิตสำหรับทุกคน (Algebra for Everyone)" ทั้งนี้ นักวิชาการและผู้เชี่ยวชาญทางด้านคณิตศาสตร์ ตลอดจนงานวิจัยต่าง ๆ ยืนยันว่าพีชคณิตสามารถจัดให้อยู่ในหลักสูตรตั้งแต่ระดับอนุบาลถึงระดับมัธยมศึกษาตอนต้นได้ เช่น การศึกษาของ Cai, Lew, Morris, Moyer, Ng, และ Schmittau (2005) ได้ร่วมมือกันศึกษาการพัฒนาพีชคณิตในหลักสูตรระดับประถมศึกษาใน 5 ประเทศ ได้แก่ ประเทศจีน ประเทศเกาหลีใต้ ประเทศสิงคโปร์ ประเทศรัสเซีย และประเทศสหรัฐอเมริกา พบว่า หลักสูตรพีชคณิตระดับประถมศึกษาของทั้ง 5 ประเทศมีเป้าหมายหลัก คือ เพื่อส่งเสริมให้นักเรียนเรียนรู้คณิตศาสตร์เชิงพีชคณิต และมุ่งหวังให้นักเรียนมีความเข้าใจอย่างถ่องแท้และลึกซึ้งในเรื่องความสัมพันธ์เชิงปริมาณ โดยหลักสูตรของประเทศจีน เน้นศึกษาเปรียบเทียบวิธีการคิดเชิงเลขคณิตกับวิธีการคิดเชิงพีชคณิตในการแสดงความสัมพันธ์เชิงปริมาณ ในขณะที่ประเทศเกาหลีใต้ เน้นกิจกรรมกระบวนการที่เป็นรูปธรรมอย่างหลากหลาย เพื่อใช้ลดช่องว่างทางความคิดความเข้าใจระหว่างพีชคณิตกับเลขคณิต ส่วนประเทศสิงคโปร์ ใช้สมการรูปภาพแทนความสัมพันธ์เชิงปริมาณเพื่อช่วยในการพัฒนาการคิดเชิงพีชคณิตของนักเรียนมีความหมาย มากไปกว่านั้นประเทศรัสเซีย เน้นการพัฒนาความเข้าใจเชิงพีชคณิตโดยการจำลอง การแสดงจำนวนด้วยการจัดกิจกรรมทางคณิตศาสตร์และความสัมพันธ์ด้านคณิตศาสตร์ และสำหรับประเทศสหรัฐอเมริกา เน้นให้นักเรียนได้ศึกษาความสัมพันธ์เชิงปริมาณ โดยมีการนำเรื่องการวิเคราะห์การเปลี่ยนแปลงในสถานการณ์ต่าง ๆ กับสถานการณ์ปัญหาที่มีความซับซ้อนเปลี่ยนแปลงได้ จากที่กล่าวมาข้างต้นจะพบว่าหลักสูตรและการจัดการเรียนรู้พีชคณิตในระดับประถมศึกษานั้นจะมุ่งเน้นการพัฒนาด้านการคิด โดยเริ่มจากรูปธรรมในช่วงแรก มุ่งให้นักเรียนสร้างความคิดทางคณิตศาสตร์ และใช้การนี้ภาพที่ติดตัวมากับนักเรียน ซึ่งเกิดเป็นวิธีการนี้ภาพของเด็กแต่ละคนซึ่งมีความแตกต่างกัน มีส่วนช่วยในการสร้างกระบวนการตามสถานการณ์ปัญหา และมีการอภิปราย แลกเปลี่ยนความคิดและอธิบายสิ่งดังกล่าวอยู่ในรูปแบบการนำเสนอตัวแทนตามธรรมชาติ รวมถึงวิธีการที่เหมาะสมกับระดับอายุของนักเรียน (Cai et al., 2005)

นักการศึกษาหลายท่าน เช่น Yackle (1997); Kabut & Blanton (2000); Battista & Brown (1998) กล่าวถึง พีชคณิตในระดับประถมศึกษาว่าควรมีลักษณะของแบบจำลอง การหาแบบรูป (Pattern Finding) และการศึกษาโครงสร้าง (The Study of Structure) เพื่อให้นักเรียนสามารถใช้พีชคณิตอย่างมีความหมาย และควรเป็นการจัดการเรียนรู้เพื่อให้นักเรียนเข้าใจความหมายในเบื้องต้น ไม่เน้นการใช้สัญลักษณ์หรือการกำหนดให้หาคำตอบที่ถูกต้องเท่านั้น ต้องเปิดโอกาสให้นักเรียนได้คิดและแสดงความคิดเห็นจนกว่านักเรียนจะสามารถใช้สัญลักษณ์ทางพีชคณิตได้อย่างเป็นธรรมชาติ การจัดการเรียนรู้พีชคณิตในระดับประถมศึกษา จึงไม่ใช่อยู่ที่กิจกรรมที่มีลักษณะเป็นพีชคณิตแต่ต้องเน้นที่กระบวนการคิด รวมถึงสิ่งสำคัญคือการให้เหตุผลของนักเรียน ซึ่งการให้เหตุผลเชิงพีชคณิตเป็นกระบวนการ เพื่อสร้างความคิดทางคณิตศาสตร์ตามสถานการณ์ปัญหา โดยผ่านการอภิปราย แลกเปลี่ยนความคิดและอธิบายสิ่งดังกล่าวให้อยู่ในรูปแบบการนำเสนอตามธรรมชาติ รวมถึงวิธีการที่เหมาะสมกับระดับอายุของนักเรียน (Battista & Brown, 1998; Kaput & Blanton, 2000; Yackel & Bowers, 1997) ดังนั้นควรจัดการเรียนรู้ที่กระตุ้นนักเรียนให้เกิดการนึกภาพตามธรรมชาติที่เกิดขึ้นแตกต่างกันในแต่ละบุคคล และใช้สิ่งที่เป็นวิธีการนึกภาพ เพื่อช่วยดีประสพการณ์และเปิดโอกาสให้นักเรียนได้คิดตามวิธีการนึกภาพของตนเอง รวมถึงแสดงความคิดเห็นจนกว่านักเรียนจะตกผลึกทางความคิด ซึ่งนักเรียนจะต้องอาศัยวิธีการนึกภาพเป็นแนวทาง แก่สถานการณ์ที่อยู่ในสมองจนเกิดกระบวนการและสามารถสะท้อนออกมาโดยใช้สัญลักษณ์ทางพีชคณิตได้อย่างเป็นธรรมชาติของตัวนักเรียนเอง จากการศึกษาการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์จากงานต่างประเทศ ซึ่งได้มีการกล่าวถึงความสำเร็จในการแก้ปัญหาจะเชื่อมโยงกับความสามารถในการใช้ตรรกะและการมองภาพของกระบวนการแก้ปัญหา จะเป็นการแก้ปัญหาซึ่งแตกต่างกันในระดับทั่วไปและนามธรรม มีการเพิ่มการรับรู้ว่ากระบวนการที่ใช้สัญชาตญาณและการนึกภาพมีบทบาทสำคัญในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ทุกระดับเป็นที่ยอมรับโดยทั่วไป ความสามารถในการนึกภาพของนักเรียนมีความสัมพันธ์กับการแก้ปัญหา การเชื่อมโยง วิธีการนึกภาพ ซึ่งแต่ละคนจะมีวิธีการนึกภาพของตนเอง เพื่อเป็นการหาจุดยืนของปัญหาในเบื้องต้น รวมถึงอาจใช้แผนภาพหรือรูปภาพเพื่อช่วยให้ได้คำตอบ (Ainsworth et al., 2009; J Gilbert et al., 2008; Hortin & Bailey, 1982; Resnick, 1987; Shaw & DeMers, 1986; Shepard, 1988)

วิธีการนึกภาพ (Visualization) เป็นวิธีการนึกภาพตามประสบการณ์ของนักเรียนแต่ละคนที่มีความแตกต่าง ผ่านการเรียนรู้จากการใช้สื่อจริง อุปกรณ์ต่าง ๆ การเชื่อมโยงที่มีความเฉพาะของตนเอง จนเกิดเป็นวิธีการนึกภาพของนักเรียนแต่ละคน และนักเรียนสามารถสะท้อนสิ่งที่อยู่ในสมองออกมาด้วยการสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และนำเสนอตัวแทนที่หลากหลายเป็นได้ทั้ง

ภาพ ภาษา การสื่อสารในแบบต่าง ๆ จนถึงการใช้สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ ซึ่งนักเรียนมีความคิดทางคณิตศาสตร์เป็นของตนเอง มาตั้งแต่ก่อนเข้าโรงเรียน แต่เมื่อเข้าสู่ระบบของกระบวนการเรียนการสอนที่อยู่ในชั้นเรียนเด็กหลายคนกลับไม่สามารถนำสิ่งที่ติดตัวมาใช้ในการแก้สถานการณ์ปัญหา จึงเกิดคำถามที่ว่าเราควรมีวิธีการอย่างไรที่จะทำให้วิถีธรรมชาติแห่งการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของเด็ก โดยใช้การนึกภาพในสมองที่ติดมากับเด็กตั้งแต่เกิดให้ยังคงอยู่และพัฒนาให้เพิ่มขึ้นเพื่อส่งผลในต่อทักษะกระบวนการคิด (รุ่งทิภา นานำรุ่ง, 2550) โดย Borromeo พบว่า คนเรามีวิธีที่จะอธิบายถึงข้อเท็จจริงทางคณิตศาสตร์หลายวิธีและยังมีอีกหลายวิธีที่จะทำให้ความเข้าใจในคณิตศาสตร์ได้อย่างง่าย โดย ผ่านการวาดภาพร่างหรือการเขียนกราฟแบบต่าง ๆ ในขณะที่บางคนจะต้องค้นหาโครงสร้างแบบรูป หรือสูตร และการประยุกต์ ครูจำเป็นต้องส่งเสริมการคิด และใช้วิธีการนึกภาพของนักเรียน เพื่อนำไปสู่แนวทางการแก้สถานการณ์ปัญหา เกิดจากการจัดกระทำข้อมูลหรือสิ่งเร้าที่สมองรับเข้ามา การคิดมีลักษณะเป็นกระบวนการหรือวิธีการ (Borromeo Ferri, 2004)

จากการศึกษาของดลนภา ไชสิตดุลย์ (2561) ได้ศึกษาความสามารถในการนึกภาพทางคณิตศาสตร์ (Visualization) เกี่ยวกับหน้าตัดของรูปเรขาคณิตสามมิติของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 โรงเรียนหลักเมืองมหาสารคาม อำเภอเมืองมหาสารคาม จังหวัดมหาสารคาม จำนวน 171 คน ผลการวิจัยพบว่า การศึกษาความสามารถในการนึกภาพทางคณิตศาสตร์ (Visualization) เกี่ยวกับหน้าตัดของรูปเรขาคณิตสามมิติของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 พบว่า นักเรียนมีการตัดตามแนวระนาบของรูปเรขาคณิตสามมิติ คิดเป็นร้อยละ 30.92 การตัดตามแนวตรงของรูปเรขาคณิตสามมิติ คิดเป็นร้อยละ 27 ส่วนใดส่วนหนึ่งของรูปเรขาคณิตสามมิติคิดเป็นร้อยละ 21.29 และการตัดตามแนวทแยงของรูปเรขาคณิตสามมิติ คิดเป็นร้อยละ 20.35 และในการศึกษาครั้งนี้ทำให้เห็นได้ว่า นักเรียนที่มีความสามารถในการนึกภาพทางคณิตศาสตร์ได้ สามารถสร้างภาพในสมองหรือการนึกคิดโดยใช้ประสบการณ์เกี่ยวกับการตัด สามารถมองเห็นภาพในการตัดตามแนวของรูปเรขาคณิตสามมิติ สามารถอธิบายภาพหน้าตัดได้ถูกต้อง และสามารถวาดภาพออกมาได้ถูกต้อง (ดลนภา ไชสิตดุลย์, 2561) ในขณะที่การศึกษาของเกรียงไกร มาตรมมูล (2015) ศึกษาความสามารถในการนึกภาพทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่ผ่านการเรียนรู้โดยใช้โปรแกรมภูเกิลส์เก็ทช้อพ เพื่อศึกษาความสามารถในการนึกภาพทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ผลการศึกษา พบว่า นักเรียนมีความสามารถในการนึกภาพทางคณิตศาสตร์ อยู่ในระดับดีมาก เมื่อผ่านการจัดการเรียนรู้โดยใช้โปรแกรมภูเกิลส์เก็ทช้อพ (เกรียงไกร มาตรมมูล, 2015) ทำนองเดียวกับเกษณีย์ ยอดไพอินทร์ (2556) ได้กล่าวโดยสรุปจาก

การศึกษาผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลเฟสเมท้อดคอมมิเนชันและกลยุทธ์การพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผลและการนึกภาพทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ผลการวิจัยกับนักเรียนกลุ่มทดลอง พบว่า 1) มีความสามารถในการให้เหตุผลและการนึกภาพทางคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 2) มีความสามารถในการให้เหตุผลและการนึกภาพทางคณิตศาสตร์สูงกว่ากลุ่มควบคุมอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และ 3) มีพัฒนาการเรื่องความสามารถในการให้เหตุผลและการนึกภาพทางคณิตศาสตร์ที่ดีขึ้น (เกษณีย์ ยอดไพอินทร์, 2556) สอดคล้องกับงานวิจัย Carraher et al., (2006) กล่าวว่า แบบภาพมีประโยชน์ในการทำความเข้าใจแนวคิดนามธรรมให้ลึกซึ้งยิ่งขึ้นและเป็นเครื่องมือในการแก้ปัญหา นักเรียนสามารถสะท้อนสิ่งที่อยู่ในสมองออกมาด้วยการสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และนำเสนอตัวแทนที่หลากหลายเป็นได้ทั้งภาพ ภาษา การสื่อสารในรูปแบบต่าง ๆ จนถึงการใช้สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ได้ (D. W. Carraher et al., 2006) นอกจากนี้ Sun, Li, & Zhu (2016) ได้ศึกษาเรื่อง Action Research on Visualization Learning of Mathematical Concepts Under Personalized Education Idea: Take Learning of Geometrical Concepts of Elementary Math for Example ผลวิจัยพบว่า การเรียนรู้ด้วยจินตภาพของคณิตศาสตร์ระดับประถมศึกษาสามารถพัฒนาความสามารถในการเรียนรู้ นอกจากนี้ยังพบว่านักเรียนมีแนวคิดของตนเองติดตัวมาตั้งแต่ก่อนเข้าโรงเรียน ซึ่งเป็นการนึกภาพที่ติดอยู่ที่ตัวของแต่ละคน (Sun et al., 2016b) ทั้งนี้เด็กในวัยก่อนเข้าโรงเรียนจะมีความรู้เกี่ยวกับจำนวนอยู่บ้าง การคิดโจทย์ทางคณิตศาสตร์บางประเภท นักเรียนสามารถคิดได้เอง (Carpenter et al., 1989) (Kilpatrick et al., 2001) ดังนั้นการจัดการเรียนการสอนที่กระตุ้นนักเรียนให้เกิดการนึกภาพตามธรรมชาติซึ่งเกิดขึ้นแตกต่างกันในแต่ละบุคคล และใช้สิ่งที่เป็นวิธีการนึกภาพของพวกเขา เพื่อช่วยดึงประสบการณ์ และเปิดโอกาสให้นักเรียนได้คิดตามวิธีการนึกภาพของตนเอง รวมถึงได้แสดงความคิดเห็นจนกว่านักเรียนจะตกผลึกทางความคิด ทั้งนี้นักเรียนจะต้องอาศัยวิธีการนึกภาพ เป็นแนวทางแก้สถานการณ์ที่อยู่ในสมองจนเกิดกระบวนการและสามารถสะท้อนออกมาโดยใช้สัญลักษณ์ทางพีชคณิตได้อย่างเป็นธรรมชาติของตัวนักเรียนเอง ทั้งนี้จากการศึกษาเนื้อหาในวิชาคณิตศาสตร์ ผู้วิจัยได้เลือกเนื้อหาเรื่องสมการ ซึ่งเป็นเนื้อหาที่ผู้เรียนจะต้องสร้างกระบวนการการคิดต่าง ๆ จากสถานการณ์ที่กำหนดให้ และนักเรียนจะถ่ายทอดความคิดของตนเองโดยใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ช่วยในการสื่อสาร ซึ่งเกิดการนึกภาพที่เป็นกระบวนการเพื่อให้เกิดการแก้ปัญหาจากสถานการณ์ที่กำหนดขึ้นนั้น ซึ่งเป็นคำถามว่าเราจะพัฒนาความสามารถในลักษณะดังกล่าวให้เกิดขึ้นกับนักเรียนได้อย่างไร

จากข้อสรุปข้างต้นทำให้ผู้วิจัยมีความมุ่งมั่นที่จะพัฒนารูปแบบการเรียนรู้โดยวิธีการนี้ ีกภาพเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงพีชคณิต ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 เนื่องจากผู้วิจัยตระหนักว่า พื้นฐานของการเกิดกระบวนการแก้สถานการณ์ปัญหาต่าง ๆ นั้น ครูผู้สอนควรส่งเสริมเรื่องวิธีการ นี้ภาพ ซึ่งนักเรียนระดับชั้นประถมศึกษาที่มีอยู่ในตนเอง รวมถึงใช้ประสบการณ์ การเชื่อมโยงต่าง ๆ เพื่อให้พบความหมายของกระบวนการที่มีเหตุผลสนับสนุนความคิดของตนเอง นำไปสู่การคิด เชิงพีชคณิตที่เกิดความสมบูรณ์ของทั้ง การวิเคราะห์ ความเชื่อมโยง การเป็นเหตุเป็นผล ตลอดจน สามารถสื่อสารออกมาโดยใช้ตัวแทนที่หลากหลายทางคณิตศาสตร์และไปสู่การใช้สัญลักษณ์ทาง คณิตศาสตร์ได้อย่างเหมาะสมตามอายุและวัยของนักเรียน

คำถามการวิจัย

1. การคิดเชิงพีชคณิตของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 มีองค์ประกอบและตัวบ่งชี้ ไดบ้าง
2. รูปแบบการจัดการเรียนรู้โดยวิธีการนี้ภาพเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงพีชคณิต ของ นักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 เป็นอย่างไร
3. รูปแบบการจัดการเรียนรู้โดยวิธีการนี้ภาพเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงพีชคณิต ของ นักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 มีประสิทธิภาพอย่างไร
4. รูปแบบการจัดการเรียนรู้โดยวิธีการนี้ภาพเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงพีชคณิต ของ นักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 มีประสิทธิผลอย่างไร

วัตถุประสงค์ของการวิจัย

งานวิจัยนี้มีความมุ่งหมายเพื่อพัฒนารูปแบบการจัดการเรียนรู้โดยวิธีการนี้ภาพเพื่อ ส่งเสริมการคิดเชิงพีชคณิต ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 โดยมีความมุ่งหมายย่อยดังนี้

1. เพื่อศึกษาองค์ประกอบและตัวบ่งชี้ การคิดเชิงพีชคณิตของ นักเรียนชั้น ประถมศึกษาปีที่ 6
2. เพื่อพัฒนารูปแบบการจัดการเรียนรู้โดยวิธีการนี้ภาพเพื่อส่งเสริมการคิดเชิง พีชคณิต ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6
3. เพื่อศึกษาประสิทธิภาพของรูปแบบการจัดการเรียนรู้โดยวิธีการนี้ภาพเพื่อ ส่งเสริมการคิดเชิงพีชคณิต ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6

4. เพื่อศึกษาประสิทธิผลของรูปแบบการจัดการเรียนรู้โดยวิธีการนิกภาพเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงพีชคณิต ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6

ความสำคัญของการวิจัย

1. ได้รูปแบบการจัดการเรียนรู้โดยวิธีการนิกภาพเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงพีชคณิต ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 อันจะเป็นแนวทางใหม่ของการจัดการเรียนรู้เพื่อส่งเสริมการคิดเชิงพีชคณิต ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6

2. ครูผู้สอนวิชาคณิตศาสตร์ จะได้แนวทางในการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่ช่วยส่งเสริมการคิดเชิงพีชคณิต ซึ่งเป็นส่วนหนึ่งของความสามารถที่จำเป็นของผู้เรียนในศตวรรษที่ 21 และช่วยพัฒนาผู้เรียนให้มีความสามารถที่จำเป็นและต้องการพัฒนาให้เกิดขึ้นกับผู้เรียนเพื่อการดำเนินชีวิตในอนาคต

3. หน่วยงานที่เกี่ยวข้องสามารถนำไปใช้พัฒนานักเรียน เนื่องจากรูปแบบการจัดการเรียนรู้นี้มี หลักการ วัตถุประสงค์ ขั้นตอนการจัดการเรียนรู้ พฤติกรรมครู พฤติกรรมนักเรียน อย่างชัดเจนโดยปรับเปลี่ยนตามบริบทของนักเรียนได้

ขอบเขตของการวิจัย

ประชากรที่ใช้ในการวิจัย ได้แก่ นักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 โรงเรียนสาธิตมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร (ฝ่ายประถม) ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2565 จำนวน 8 ห้อง รวมนักเรียน 240 คน ซึ่งแต่ละห้องจัดนักเรียนแบบความสามารถและทุกห้องมีความสามารถใกล้เคียงกัน และในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์แต่ละห้องจะมีการแบ่งนักเรียนออกเป็น 2 กลุ่ม ๆ ละ 15 คน

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัย เป็นนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 โรงเรียนสาธิตมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร (ฝ่ายประถม) ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2565 จำนวน 15 คน โดยการเลือกแบบเจาะจง (Purposive Sampling) จากห้องที่ผู้วิจัยรับผิดชอบในการจัดการเรียนรู้

ตัวแปรที่ใช้ในการวิจัยมีดังนี้

1. ตัวแปรจัดกระทำ (Manipulate Variable) ได้แก่ การใช้รูปแบบการจัดการเรียนรู้โดยวิธีการนิกภาพเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงพีชคณิต ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6

2. ตัวแปรตาม (Dependent Variables) ได้แก่ ประสิทธิภาพของรูปแบบการจัดการเรียนรู้โดยวิธีการนิกภาพเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงพีชคณิต ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ประกอบด้วย

2.1 การคิดเชิงพีชคณิต

2.2 ความพึงพอใจต่อการจัดการเรียนรู้ตามรูปแบบการจัดการเรียนรู้โดยวิธีการนิกภาพเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงพีชคณิต ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6

เนื้อหาที่ใช้ในการวิจัย เรื่อง เศษส่วน สำหรับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 เป็นเนื้อหาจากหนังสือเรียนรายวิชาคณิตศาสตร์ ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พ.ศ. 2551 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560)

ระยะเวลาที่ใช้ในการวิจัย ใช้เวลาในการวิจัยทั้งสิ้น 4 สัปดาห์ สัปดาห์ละ 4 คาบ รวม 16 คาบ ๆ ละ 60 นาที โดยให้ทดสอบก่อนเรียน (Pre-test) 1 คาบ จัดกิจกรรมการจัดการเรียนรู้ 14 คาบ และทดสอบหลังเรียน (Post-test) 1 คาบ ในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2565

นิยามศัพท์เฉพาะ

1. วิธีนิกภาพ หมายถึง วิธีการนิกภาพตามประสบการณ์ของนักเรียนแต่ละคนที่มีความแตกต่างผ่านการเรียนรู้จากการใช้สื่อจริง อุปกรณ์ต่าง ๆ การเชื่อมโยงที่มีความเฉพาะของตนเอง จนเกิดเป็นวิธีการนิกภาพของนักเรียนแต่ละคน และนักเรียนสามารถสะท้อนสิ่งที่อยู่ในสมองออกมาด้วยการสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และนำเสนอตัวแทนที่หลากหลายเป็นได้ทั้งภาษา การสื่อสารในแบบต่าง ๆ จนถึงการใช้สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์

2. การคิดเชิงพีชคณิต หมายถึง ทักษะของนักเรียนในการใช้กระบวนการคิดวิเคราะห์สถานการณ์ปัญหาที่เกี่ยวข้องกับจำนวนและการดำเนินการโดยใช้ข้อมูลที่ได้รับเป็นพื้นฐานในการสร้างความเข้าใจ ใช้ตัวแทนในการนำเสนอ และให้เหตุผล เพื่อแก้สถานการณ์ปัญหา และหาคำตอบอย่างหลากหลายวิธี

3. ความพึงพอใจ หมายถึง การแสดงออกด้านความรู้สึกของนักเรียนที่มีต่อรูปแบบการจัดการเรียนรู้โดยวิธีการนิกภาพ ในประเด็น ชอบหรือไม่ชอบ มีประโยชน์หรือไม่มีประโยชน์ สนใจหรือไม่สนใจ ตลอดจนการตัดสินใจ โดยวัดจากแบบประเมินที่ผู้วิจัยสร้าง ชนิดประเมินค่า 5 ระดับ (Rating Scale) ได้แก่ มากที่สุด มาก ปานกลาง น้อย และน้อยที่สุด ซึ่งแบบประเมินนี้ประกอบด้วย 3 ด้าน ดังนี้ 1) ด้านเนื้อหา จำนวน 7 ข้อ 2) ด้านรูปแบบการจัดการเรียนรู้ จำนวน 14 ข้อ และ 3) ด้านสื่ออุปกรณ์ จำนวน 5 ข้อ รวมทั้งหมด 26 ข้อ

4. รูปแบบการจัดการเรียนรู้โดยวิธีการนี้ภาพเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงพีชคณิตของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 หมายถึง ขั้นตอนการจัดการเรียนรู้ที่กำหนดเอาไว้ว่าเป็นระบบโดยผู้วิจัยพัฒนาขึ้นจากการนำทฤษฎีพัฒนาการทางสติปัญญาของเพียเจต์ (Piaget) ทฤษฎีพัฒนาการทางสติปัญญาของบรูเนอร์ (Bruner) ทฤษฎีการเรียนรู้ของ Ausubel ทฤษฎีพัฒนาการทางเซวาร์ปัญญาของวิก็อตสกี (Vygotsky) และ หลักการสอนคณิตศาสตร์ของประเทศสิงคโปร์ (Singapore Math) ตามหลักการสอนแบบ CPA Approach ที่ใช้การนี้ภาพมาใช้เป็นฐานในการจัดการเรียนรู้เพื่อส่งเสริมการคิดเชิงพีชคณิต การจัดการเรียนรู้ที่ผู้วิจัยพัฒนาขึ้นจากการสังเคราะห์องค์ประกอบที่สำคัญของรูปแบบการจัดการเรียนรู้ มี 5 องค์ประกอบ ได้แก่

1) หลักการของรูปแบบการเรียนรู้

1.1 ครูนำเสนอสถานการณ์ปัญหาการเรียนรู้ที่เปิดโอกาสให้นักเรียนคิดถึงที่จะนำสิ่งของจริง สื่อต่าง ๆ ที่นักเรียนสามารถสัมผัสจับต้องได้ ผ่านสถานการณ์ที่ครูกำหนดให้ หลังจากนั้นนำมาจัดระบบการคิด เพื่อให้นักเรียนเข้าใจในสถานการณ์ปัญหาที่เป็นรูปธรรม เมื่อนักเรียนได้มีประสบการณ์ที่เพียงพอที่จะช่วยส่งเสริมให้นักเรียนใช้จินตนาการ ให้นักเรียนหาจุดเชื่อมโยง ทบทวน ตัดสินใจ เพื่อวางแผนในการแก้ปัญหาของตนเอง

1.2 การเรียนรู้ที่ส่งเสริมให้นักเรียนมีโอกาส สร้างกระบวนการนี้ภาพ เพื่อการวางแผนอย่างมีลำดับขั้นตอนจากง่ายไปยาก ลงมือปฏิบัติภายใต้กระบวนการช่วยเหลือ สะท้อนความคิด อำนวยความสะดวกจากครู จะช่วยให้เกิดกระบวนการวางแผนในการแก้สถานการณ์ และสร้างกระบวนการนี้ภาพ เกิดการเรียนรู้ การคิด เพื่อวางแผนหรือแก้ไขสถานการณ์ต่าง ๆ ให้ผู้อื่นสามารถเข้าใจได้ในแนวทางเดียวกัน เกิดการเรียนรู้และสร้างองค์ความรู้ นำไปสู่การแก้ไขปัญหาได้ จะเป็นการเรียนที่มีความหมายและนักเรียนสามารถสร้างองค์ความรู้ด้วยตนเองได้

1.3 การเรียนรู้ที่ส่งเสริมให้นักเรียนได้ปรับโครงสร้างทางปัญญาของตนเองจากสิ่งที่เป็นวิธีการนี้ภาพของนักเรียน โดยนักเรียนนำเสนอกระบวนการคิดการวางแผน ผ่านการสื่อสารหรือนำเสนอตัวแทนทางความคิด ซึ่งอาจใช้ภาษา การพูด การเขียน เพื่อบอกเล่ากระบวนการคิด การแก้ปัญหา โดยการวาดภาพ สิ่งต่างๆ ประกอบ หรือใช้สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ ในการอธิบายกระบวนการคิด ตรวจสอบ และปฏิบัติตามแนวทางการแก้สถานการณ์ที่วางไว้ เพื่อนำไปสู่การแก้ปัญหา

1.4 การเรียนรู้ที่เน้นการมีส่วนร่วมในชั้นเรียน การแลกเปลี่ยนเรียนรู้ร่วมกับผู้อื่น เพื่อตรวจสอบคำตอบ ก่อนเรียน ระหว่างเรียน และหลังเรียน และสามารถให้เหตุผล จะช่วยให้นักเรียนสามารถนำเสนอความคิดที่เกิดขึ้นจากการนึกภาพ โดยใช้ตัวแทนต่างๆ แสดงการสร้าองค์ความรู้จากการมีปฏิสัมพันธ์ร่วมกันได้อย่างมีความสมเหตุสมผล

2) วัตถุประสงค์

เพื่อส่งเสริมการคิดเชิงพีชคณิต ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6

3) เนื้อหา

เรื่อง เศษส่วน ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน สำหรับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6

4) ขั้นตอนการจัดการเรียนรู้

รูปแบบการเรียนรู้โดยวิธีการนึกภาพเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงพีชคณิต ของนักเรียนระดับชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ได้จากการวิเคราะห์หลักการของแนวคิดวิธีการนึกภาพ แนวคิดการจัดการเรียนรู้แบบเชิงรุก ตลอดจนทฤษฎีการเรียนรู้ จนได้ขั้นตอนการจัดการเรียนการสอน 4 ขั้นตอน ดังนี้

1. ขั้นกำหนดสถานการณ์ปัญหา เป็นการจัดการเรียนรู้โดยให้นักเรียนได้พบสถานการณ์ปัญหาจากสิ่งที่มีประสบการณ์ หรือพบในชีวิตประจำวัน เพื่อกระตุ้นความสงสัยและต้องการหาข้อมูล และนึกถึงสิ่งของ สื่อต่าง ๆ ที่จะนำมาจัดระบบความคิด โดยใช้สิ่งของจริงหรือ สื่ออุปกรณ์ต่าง ๆ ให้นักเรียนได้สามารถสัมผัสจับต้อง เช่น สื่อการนับ คลิปหนีบ เข็มกระดาษ บล็อก เป็นต้น จากนั้นให้นักเรียนนึกเป็นภาพ เพื่อให้นักเรียนทำความเข้าใจในสถานการณ์ปัญหาและหาแนวทางในการแก้ปัญหาของตนเอง ประกอบด้วย 2 ขั้นตอนย่อย ได้แก่

1.1. เข้าใจสถานการณ์ เป็นขั้นตอนที่นักเรียนวิเคราะห์สถานการณ์ แล้วสร้างความเข้าใจถึงสิ่งที่สถานการณ์ปัญหากำหนดมาให้ รวมถึงสิ่งที่เป็นคำถาม จากสถานการณ์ปัญหาที่ครูกำหนดไว้ก่อนหน้านี้

1.2. กระตุ้นการนึกภาพ(สื่อ ภาพ สัญลักษณ์) เป็นขั้นตอนที่ครูให้สถานการณ์ปัญหาจากสิ่งที่มีประสบการณ์ หรือพบในชีวิตประจำวัน เพื่อกระตุ้นให้นักเรียนเกิดความสงสัย หลังจากนั้นให้นักเรียนแสวงหาวิธีการแนวคิดจาก สิ่งของ สื่อต่าง ๆ แหล่งข้อมูลที่หลากหลาย กระตุ้นนักเรียนทำความเข้าใจในสถานการณ์ปัญหาโดยใช้ สิ่งของจริง หรือ สื่ออุปกรณ์ต่าง ๆ ให้นักเรียนได้สามารถสัมผัสจับต้อง เช่น สื่อการนับ คลิปหนีบ เข็ม บล็อก เป็นต้น จากนั้นให้นักเรียนวาดเป็นภาพ กระตุ้นการนึกภาพ จินตนาการ

2. ขั้นนิกรภาพเป็นเรื่องราว เป็นการจัดการเรียนรู้ที่ใช้เนื้อหาที่มีความเหมาะสม และลำดับขั้นตอนจากง่ายไปยาก กระตุ้นนักเรียนทำความเข้าใจในสถานการณ์ปัญหา โดยใช้ สิ่งของจริงหรือ สื่ออุปกรณ์ต่าง ๆ ให้นักเรียนได้สามารถสัมผัส เพื่อกระตุ้นให้เกิดการนิกรภาพ จินตนาการที่เชื่อมโยงทางความคิดในการวางแผนการหาคำตอบในรูปแบบของแผนผัง ไต่อะแกรม โมเดล ตาราง ซึ่งในขั้นตอนนี้จะช่วยให้นักเรียนได้ทบทวนความเข้าใจ และสามารถนำมาใช้ในการอธิบายประกอบในเรื่องที่เป็นสถานการณ์ปัญหา ตามที่นักเรียนสามารถหาวิธีแก้ไข และนำมาการแลกเปลี่ยน แบ่งปันวิธีการคิด และทำให้นักเรียนคนอื่นสามารถเข้าใจได้ในแนวทางเดียวกัน เกิดการเรียนรู้ซึ่งกันและกัน ประกอบด้วย 3 ขั้นตอนย่อย ได้แก่

2.1 วางแผนการแก้ปัญหาโดยการนิกรภาพกระตุ้นการเชื่อมโยง เป็นขั้นตอนที่ใช้เนื้อหาที่มีความเหมาะสมมีลำดับความง่ายไปยาก กระตุ้นนักเรียนทำความเข้าใจในสถานการณ์ปัญหาโดยใช้ สื่ออุปกรณ์ต่าง ๆ ให้นักเรียนได้สามารถสัมผัสได้ เช่น สื่อการนับ กระดาษ คลิปหนีบ เชือก บล็อก เป็นต้น ยกตัวอย่างประกอบที่สามารถทำได้จริง เพื่อให้นักเรียนเข้าใจในสถานการณ์ปัญหา

2.2 สะท้อนคิดการแก้ปัญหาโดยการนิกรภาพ เป็นขั้นตอนที่กระตุ้นการนิกรภาพ จินตนาการที่เชื่อมโยงจากสิ่งทีนักเรียนได้สัมผัสเป็นรูปธรรม ทางความคิดในการวางแผนการหาคำตอบในรูปแบบของแผนผัง ไต่อะแกรม โมเดล ตาราง ซึ่งในขั้นตอนนี้จะช่วยให้ นักเรียนได้ทบทวนความเข้าใจ ลองแก้ปัญหาตามแผนที่วางไว้และนำมาใช้ในการอธิบายประกอบในเรื่องที่เป็นสถานการณ์ปัญหา ตามที่นักเรียนสามารถหาวิธีแก้ไข

3. ขั้นเปลี่ยนภาพความคิดเป็นปฏิบัติ เป็นการจัดการเรียนรู้เพื่อแก้สถานการณ์ปัญหาด้วยตัวแทนประเภทต่าง ๆ ในการอธิบายกระบวนการแก้ปัญหา ที่นักเรียนได้ ทบทวน ความเชื่อมโยงของการวางแผน ดูความเป็นเหตุเป็นผล และลองทำตามทีวางแผนไว้แล้ว นำเสนอโดยใช้สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์แทนความคิดให้กับเพื่อน ในการอธิบายกระบวนการแก้ปัญหา ประกอบด้วย 2 ขั้นตอนย่อย ได้แก่

3.1 เปลี่ยนประโยคภาพเป็นประโยคสัญลักษณ์ ความเป็นเหตุเป็นผล เป็นขั้นตอนที่นักเรียนวางแผน ทบทวนหาเหตุผลมาประกอบวิธีการคิด นำเสนอด้วยวิธีการสื่อสารของตนเองและลงสรุปวิธีการคิด

3.2 ปฏิบัติการแก้ปัญหาตามทีได้วางแผน เป็นขั้นตอนที่นักเรียนได้ ทบทวนกระบวนการแก้ปัญหา โดยดูความเชื่อมโยง ความเป็นเหตุเป็นผล

4. ขั้นสะท้อนคิดการปฏิบัติอย่างสมเหตุสมผล เป็นการจัดการเรียนรู้ เพื่อให้ให้นักเรียนได้รับสถานการณ์ปัญหาเพิ่มเติมภายหลังจากที่ได้เรียนรู้การสร้างความเข้าใจ ปัญหาผ่าน สื่อ สิ่งของจริงที่จับต้องได้ และมีการนีกภาพเพื่อการวางแผนแก้ปัญหา และ ดำเนินการตามวิธีการที่คิดไว้ จากนั้นแลกเปลี่ยนเรียนรู้กระบวนการแก้ปัญหาที่วางและได้ลองทำ ตามแผนที่วางไว้ได้อย่างสมเหตุสมผล เพื่อเป็นการตรวจสอบและปรับปรุง ร่วมกับผู้อื่น โดยใช้ สัญลักษณ์ และสามารถยืนยันข้อสรุปร่วมกันกับเพื่อนได้อย่างสมเหตุสมผล ประกอบด้วย 1 ขั้นตอนย่อย ได้แก่

4.1. แลกเปลี่ยนเรียนรู้ เป็นการแก้ปัญหาโดยใช้ตัวแทนเป็นขั้นตอนที่ กระตุ้นให้นักเรียนสะท้อนการแก้ปัญหาผ่านโดยใช้ภาพความคิด การนีกภาพ และนำเสนอสาร ออกมาด้วยภาพโดยอาจเป็นภาพวาด ภาษาต่าง ๆ สัญลักษณ์ต่าง ๆ หรือภาพสัญลักษณ์ทาง คณิตศาสตร์ ตามที่นักเรียนสามารถแสดงได้

4.2. ยืนยันข้อสรุปความรู้ร่วมกัน เป็นขั้นตอนที่นักเรียนได้มีการ แลกเปลี่ยนเรียนรู้ และยืนยันข้อสรุปการแก้ปัญหา สถานการณ์ ร่วมกันกับเพื่อนได้อย่างสมเหตุ สม และผลสรุปความรู้ที่ได้เรียนรู้ร่วมกับเพื่อนและครู

5) การวัดและประเมินผล

ผู้วิจัยกำหนดแนวทางการวัดและประเมินผลที่สอดคล้องกับวัตถุประสงค์ ของการจัดการเรียนรู้ โดยใช้แบบวัดการคิดเชิงพีชคณิต แบบอัตนัย พร้อมเกณฑ์การประเมินการ คิดเชิงพีชคณิต โดยประเมินตามองค์ประกอบของการคิดเชิงพีชคณิตที่พัฒนาขึ้น ประกอบไปด้วย

1. การประเมินการคิดเชิงพีชคณิต ก่อนการจัดการเรียนรู้ด้วยรูปแบบ การจัดการเรียนรู้โดยวิธีการนีกภาพเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงพีชคณิต ของนักเรียนระดับชั้น ประถมศึกษาปีที่ 6 ที่พัฒนาขึ้นด้วยแบบวัดการคิดเชิงพีชคณิต

2. การประเมินการคิดเชิงพีชคณิต หลังการจัดการเรียนรู้ด้วยรูปแบบ การจัดการเรียนรู้โดยวิธีการนีกภาพเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงพีชคณิต ของนักเรียนระดับชั้น ประถมศึกษาปีที่ 6 ที่พัฒนาขึ้นด้วยแบบวัดการคิดเชิงพีชคณิต

5. การพัฒนารูปแบบการจัดการเรียนรู้โดยวิธีการนิกภาพเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงพีชคณิต ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 หมายถึง กระบวนการในการพัฒนารูปแบบการจัดการเรียนรู้ที่ผู้วิจัยได้สร้างและพัฒนาขึ้นโดยใช้แนวทางการพัฒนารูปแบบการจัดการเรียนรู้ “ADDIE MODEL” ตามแนวคิด Kelvin Kruse (2008, pp. 1-20) โดยอาศัยหลักของวิธีการเชิงระบบ (System Approach) โดยมี 5 ขั้นตอน ดังนี้

1. ขั้นวิเคราะห์ข้อมูลพื้นฐาน (A: Analysis Phase) เป็นการศึกษาค้นคว้าเกี่ยวกับแนวคิด ทฤษฎี รูปแบบการจัดการเรียนรู้ งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการคิดเชิงพีชคณิต และหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐานกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ รวมทั้งสำรวจและวิเคราะห์ปัญหาที่เกี่ยวข้องกับการจัดการเรียนรู้ในด้านต่าง เพื่อเป็นแนวทางในการสังเคราะห์องค์ประกอบและตัวบ่งชี้การคิดเชิงพีชคณิต และแนวทางในการพัฒนารูปแบบการจัดการเรียนรู้

2. ขั้นการออกแบบ (D: Design Phase) เป็นการร่างรูปแบบการจัดการเรียนรู้โดยวิธีการนิกภาพเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงพีชคณิต ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 โดยนำข้อมูลจากการวิเคราะห์ข้อมูลพื้นฐานในขั้นตอนที่ 1 ในการกำหนดองค์ประกอบของรูปแบบการจัดการเรียนรู้ การสร้างจุดประสงค์การเรียนรู้ กำหนดเครื่องมือวัดประเมินผล เนื้อหาสาระการเรียนรู้ การสร้างแผนการจัดการเรียนรู้ การวางแผนการจัดการเรียนรู้ รวมถึงการเลือกสื่อการจัดการเรียนรู้

3. ขั้นพัฒนา (D: Develop Phase) เป็นการปรับปรุงร่างรูปแบบการจัดการเรียนรู้โดยวิธีการนิกภาพเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงพีชคณิต ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 โดยนำร่างรูปแบบในการจัดการเรียนรู้ ในขั้นตอนที่ 2 ศึกษาประสิทธิภาพของรูปแบบการจัดการเรียนรู้โดยวิธีการนิกภาพเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงพีชคณิต ตรวจสอบโดยผู้เชี่ยวชาญด้านคณิตศาสตร์หรือด้านการจัดการเรียนรู้ทางคณิตศาสตร์ จำนวน 5 ท่าน ปรับปรุงร่างรูปแบบการจัดการเรียนรู้ และทดลองนำร่องกับกลุ่มประชากรที่ไม่ใช่กลุ่มตัวอย่าง

4. ขั้นทดลองใช้ (I: Implement Phase) เป็นการนำรูปแบบการจัดการเรียนรู้โดยวิธีการนิกภาพเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงพีชคณิต ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ที่ได้รับการปรับปรุงแก้ไขไปใช้จริงกับกลุ่มตัวอย่างที่กำหนดไว้และดำเนินการจัดการเรียนรู้ตามลำดับขั้นตอนที่ได้พัฒนาขึ้นมาอย่างมีระบบ

5. ขั้นประเมินผล (E: Evaluate Phase) เป็นการวิเคราะห์หาประสิทธิผลจากการนำรูปแบบการจัดการเรียนรู้โดยวิธีการนิกภาพเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงพีชคณิต ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ประกอบด้วย 5.1) การคิดเชิงพีชคณิต และ 5.2) ความพึงพอใจที่มี

ต่อการจัดการเรียนรู้ตามรูปแบบการจัดการเรียนรู้โดยวิธีการนี้ภาพเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงพีชคณิต ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6

นำการประเมินผลที่ได้มาปรับปรุงเพื่อให้ได้รูปแบบการจัดการเรียนรู้โดยวิธีการนี้ภาพ เพื่อส่งเสริมการคิดเชิงพีชคณิต ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ฉบับสมบูรณ์

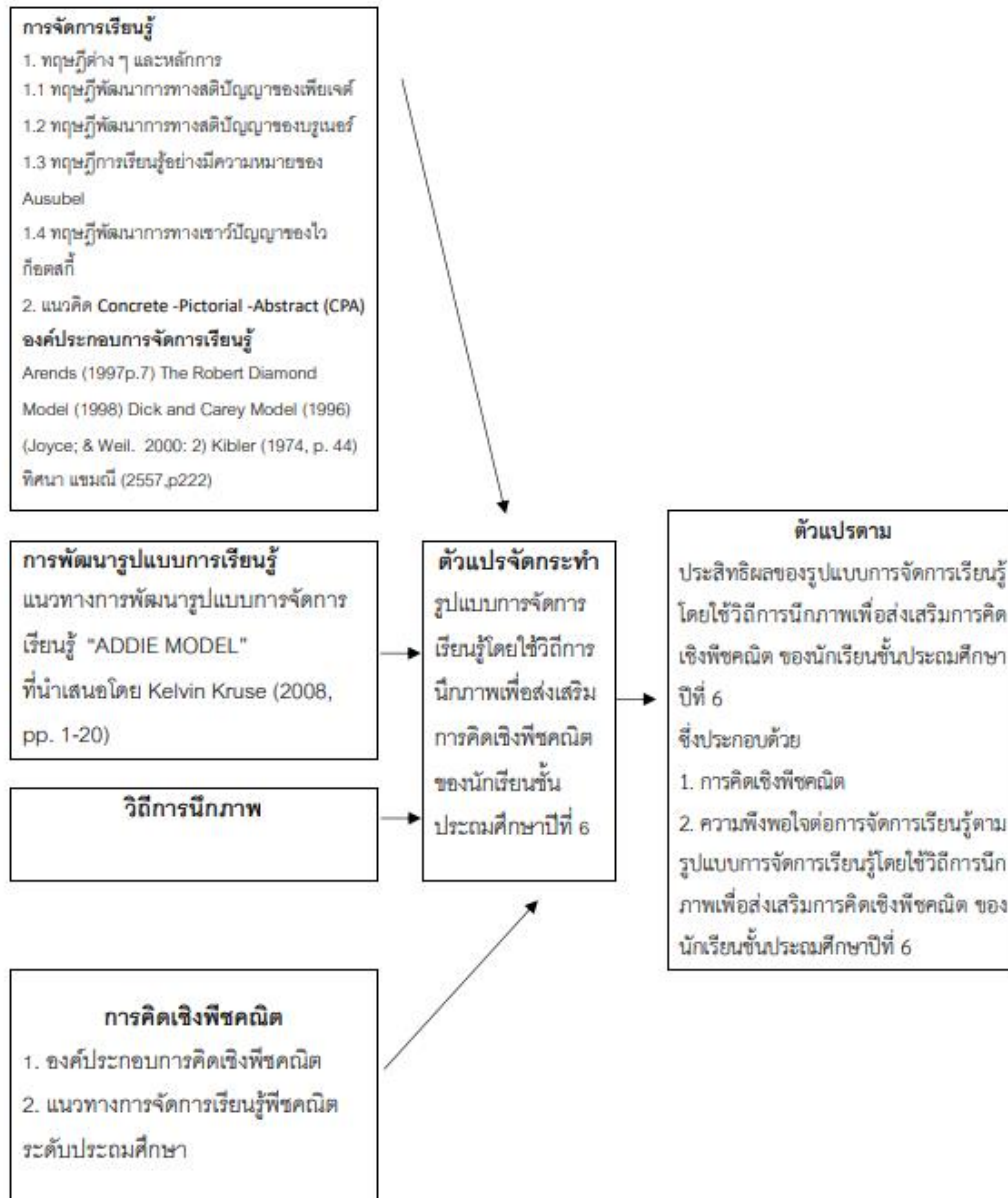
6. ประสิทธิภาพของรูปแบบการจัดการเรียนรู้โดยวิธีการนี้ภาพเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงพีชคณิต ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 หมายถึง ผลการพิจารณาโดยผู้เชี่ยวชาญเกี่ยวกับความเหมาะสมและความสอดคล้ององค์ประกอบภายในรูปแบบการจัดการเรียนรู้ฯ โดยใช้แบบประเมินความเหมาะสมของรูปแบบการจัดการเรียนรู้และแบบประเมินความสอดคล้องรูปแบบการจัดการเรียนรู้ที่แสดงถึงคุณภาพขององค์ประกอบภายในรูปแบบการจัดการเรียนรู้ฯ โดยพิจารณาจาก 1) ความเหมาะสมของรูปแบบการจัดการเรียนรู้ใน 5 องค์ประกอบ คือ 1) หลักการ 2) วัตถุประสงค์ 3) เนื้อหา 4) ขั้นตอนการจัดการเรียนรู้ 5) การวัดและประเมินผล ผลที่เกิดกับนักเรียน และการนำรูปแบบไปใช้ โดยใช้แบบประเมินความเหมาะสมซึ่งเป็นแบบมาตราส่วนประมาณค่า 5 ระดับ ได้แก่ 5 หมายถึง เหมาะสมมากที่สุด 4 หมายถึง เหมาะสมมาก 3 หมายถึง เหมาะสมปานกลาง 2 หมายถึง เหมาะสมน้อยและ 1 หมายถึง เหมาะสมน้อยที่สุด ผู้วิจัยได้กำหนดเกณฑ์ความเหมาะสมของรูปแบบการจัดการเรียนรู้จากผลการประเมินของผู้เชี่ยวชาญจะต้องมีค่าเฉลี่ยตั้งแต่ 3.50 ขึ้นไป หรือมีความเหมาะสมระดับมากขึ้นไป จึงจะถือว่ารูปแบบการจัดการเรียนรู้โดยวิธีการนี้ภาพเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงพีชคณิต ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 มีความเหมาะสมและนำไปใช้ทดลองได้ 2) ความสอดคล้องระหว่างองค์ประกอบในรูปแบบการจัดการเรียนรู้ เป็นการพิจารณาความสอดคล้องกันระหว่างองค์ประกอบแต่ละองค์ประกอบในรูปแบบการจัดการเรียนรู้ว่ามีความสอดคล้องกันหรือไม่ ซึ่งพิจารณาจากความสอดคล้องกันของหลักการของรูปแบบการจัดการเรียนรู้กับแนวคิดและทฤษฎีหลักการของรูปแบบการจัดการเรียนรู้กับกระบวนการจัดการเรียนรู้ ความมุ่งหมายของรูปแบบการจัดการเรียนรู้กับกระบวนการจัดการเรียนรู้ ความมุ่งหมายของรูปแบบการจัดการเรียนรู้กับการวัดและการประเมินผล สารการเรียนรู้กับกระบวนการจัดการเรียนรู้ และการวัดและประเมินผลกับกระบวนการจัดการเรียนรู้ ซึ่งแบบประเมินความสอดคล้องของรูปแบบการจัดการเรียนรู้ เป็นแบบมาตราส่วนประมาณค่า 3 ระดับ คือ 1 หมายถึง สอดคล้อง 0 หมายถึง ไม่แน่ใจ และ -1 หมายถึง ไม่สอดคล้อง หากคะแนนเฉลี่ยของความสอดคล้องมากกว่า 0.5 ขึ้นไป แสดงว่าองค์ประกอบของรูปแบบมีความสอดคล้องกัน

7. ประสิทธิผลของรูปแบบการจัดการเรียนรู้โดยวิธีการนิกภาพเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงพีชคณิต ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 หมายถึง ผลที่เกิดขึ้นหลังจากการใช้รูปแบบการจัดการเรียนรู้โดยวิธีการนิกภาพเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงพีชคณิต ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 โดยพิจารณาจาก 1) การคิดเชิงพีชคณิตของนักเรียนระดับประถมศึกษาปีที่ 6 โดยวัดจากแบบวัดการคิดเชิงพีชคณิต ผู้วิจัยสร้างขึ้น จำนวน 4 ข้อ ซึ่งเป็นแบบอัตนัยและประเมินผลด้วยเกณฑ์การประเมินการคิดเชิงพีชคณิตที่ผู้วิจัยจัดทำขึ้น 2) ความพึงพอใจของนักเรียนที่มีต่อรูปแบบการจัดการเรียนรู้โดยวิธีการนิกภาพเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงพีชคณิต ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 โดยพิจารณาจากด้านการจัดการเรียนรู้และเนื้อหาสาระการเรียนรู้ที่วัดได้จากแบบวัดความพึงพอใจต่อการจัดการเรียนรู้ตามรูปแบบการจัดการเรียนรู้โดยวิธีการนิกภาพเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงพีชคณิต ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6

กรอบแนวคิดในการวิจัย

การพัฒนา รูปแบบการจัดการเรียนรู้โดยวิธีการนิกภาพเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงพีชคณิต ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ผู้วิจัยใช้แนวทางการพัฒนารูปแบบการจัดการเรียนรู้ที่ Kelvin Kruse (2008, pp. pp. 1-20); (สำนักวิชาการและมาตรฐานการศึกษา, 2560) ได้นำเสนอแนวทางการพัฒนารูปแบบการจัดการเรียนรู้ตาม “ADDIE MODEL” เป็นแนวคิดหลักในการพัฒนารูปแบบการจัดการเรียนรู้โดยวิธีการนิกภาพเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงพีชคณิต ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 โดยอาศัยหลักของวิธีการเชิงระบบ (System Approach) ซึ่งเป็นวิธีการดำเนินการที่ยอมรับกันโดยทั่วไปว่าสามารถนำไปใช้ออกแบบและพัฒนารูปแบบการจัดการเรียนรู้เพื่อนำไปจัดการเรียนรู้กับผู้เรียนได้เป็นอย่างดี เนื่องจากเป็นขั้นตอนที่ครอบคลุมกระบวนการพัฒนาทั้งหมดอย่างละเอียดโดยประกอบไปด้วย 5 ขั้นตอนที่สำคัญ ได้แก่ 1) ขั้นวิเคราะห์ข้อมูลพื้นฐาน (Analyses phase) 2) ขั้นการออกแบบ (Design phase) 3) ขั้นการพัฒนา (Develop phase) 4) ขั้นการนำไปใช้ (Implement phase) และ 5) ขั้นการประเมินผล (Evaluate phase) โดยกรอบแนวคิดในการวิจัยในครั้งนี้ได้จากการสังเคราะห์แนวคิดทฤษฎีการเรียนรู้ต่างๆ ที่เกี่ยวข้องสัมพันธ์กับการดำเนินการวิจัย ได้แก่ ทฤษฎีพัฒนาการทางเชาวัญญาของวิก็อตสกี (Vygotsky) ทฤษฎีพัฒนาการทางสติปัญญาของ บรูเนอร์ (Bruner) ทฤษฎีพัฒนาการทางสติปัญญาของเพียเจต์ (Piaget) ทฤษฎีการเรียนรู้ที่มีความหมายของ Ausubel หลักการสอนคณิตศาสตร์ของประเทศสิงคโปร์ตามหลักการสอน CPA Approach องค์ประกอบการจัดการเรียนรู้และวิธีการนิกภาพผู้วิจัยได้นำทฤษฎีและหลักการสอนเป็นหลักการในการสร้างและพัฒนา

รูปแบบการจัดการเรียนรู้โดยวิธีการนิกภาพเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงพีชคณิต ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 สามารถสรุปและแสดงกรอบแนวคิดในการวิจัย ดังภาพประกอบ 1



ภาพประกอบ 1 กรอบแนวคิดในการวิจัย

บทที่ 2

เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยได้ศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง โดยนำเสนอตามหัวข้อต่อไปนี้

1. แนวคิด ทฤษฎี หลักการ เกี่ยวกับการพัฒนารูปแบบการจัดการเรียนรู้

- 1.1 ความหมายของรูปแบบการจัดการเรียนรู้
- 1.2 องค์ประกอบของรูปแบบการจัดการเรียนรู้
- 1.3 ขั้นตอนการพัฒนารูปแบบการจัดการเรียนรู้
- 1.4 การวัดและประเมินผลรูปแบบการจัดการเรียนรู้

2. แนวคิด ทฤษฎี หลักการ เกี่ยวกับการจัดการเรียนรู้

- 2.1 ทฤษฎีพัฒนาการทางสติปัญญาของเพียเจต์
- 2.2 ทฤษฎีพัฒนาการทางสติปัญญาของบรูเนอร์
- 2.3 ทฤษฎีการเรียนรู้ที่มีความหมายของ Ausubel
- 2.4 ทฤษฎีพัฒนาการทางเซวาร์ปัญญาของวิกิตสกี
- 2.5 หลักการสอนคณิตศาสตร์ของประเทศสิงคโปร์ (Singapore Math) ตาม

หลักการสอน CPA Approach

3. แนวคิด หลักการ เกี่ยวกับวิธีการนิกภาพและตัวแทนทางคณิตศาสตร์

- 3.1 ความหมายของวิธีการนิกภาพ
- 3.2 ความสามารถในการนิกภาพ
- 3.3 ความสำคัญและประเภทของความสามารถในการนิกภาพ
- 3.4 เทคนิคการพัฒนาความสามารถในการนิกภาพ
- 3.5 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องในการนิกภาพ
- 3.6 ความหมายของตัวแทนทางคณิตศาสตร์
- 3.7 ความสำคัญของตัวแทนทางคณิตศาสตร์
- 3.8 ประเภทของตัวแทนทางคณิตศาสตร์
- 3.9 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์

4. แนวคิด หลักการ เอกสารที่เกี่ยวข้องกับการคิดเชิงพีชคณิต

- 4.1 ความหมายของพีชคณิต
- 4.2 ความสำคัญของความรู้เชิงพีชคณิต

- 4.3 องค์ประกอบของการคิดเชิงพีชคณิต
- 4.4 การให้เหตุผลเชิงพีชคณิต
- 4.5 แนวคิดในการจัดการเรียนรู้และการวัดประเมินผลการคิดเชิงพีชคณิตในระดับประถมศึกษา
- 4.6 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการคิดเชิงพีชคณิต

1.แนวคิด ทฤษฎี หลักการ เกี่ยวกับการพัฒนารูปแบบการจัดการเรียนรู้

การเปลี่ยนแปลงของยุคสมัยทำให้แนวทางการจัดการเรียนรู้มีความหลากหลายและมีพัฒนาการมากขึ้น การจัดการศึกษาจึงต้องพัฒนาผู้เรียนไปในด้านต่างๆ ตามสิ่งที่เปลี่ยนแปลง ทำให้ครูต้องทันการเปลี่ยนแปลงตามการเรียนรู้ของนักเรียนในศตวรรษที่ 21 รวมถึงพร้อมที่จะพัฒนารูปแบบการจัดการเรียนรู้ให้เหมาะสมและสอดคล้องกับเป้าหมายของพระราชบัญญัติการศึกษาแห่งชาติ พ.ศ.2542 มาตรา 24 ที่เน้นกระบวนการเรียนรู้และบูรณาการความรู้ให้กับผู้เรียน มาตรา ๒๔ การจัดการกระบวนการเรียนรู้ให้สถานศึกษารวมถึงหน่วยงานที่เกี่ยวข้อง ดำเนินการโดยสรุป ดังต่อไปนี้ (1) จัดเนื้อหาสาระและกิจกรรมให้เกิดความสอดคล้องกับความสนใจและความถนัดของผู้เรียนและควรคำนึงถึงความแตกต่างระหว่างบุคคล (2) ฝึกทักษะในเรื่องกระบวนการคิด การจัดการ การเผชิญสถานการณ์ และการประยุกต์ความรู้ต่าง ๆ มาใช้เพื่อป้องกันและดำเนินการแก้ไขปัญหา (3) จัดกิจกรรมให้ผู้เรียนได้เรียนรู้จากประสบการณ์จริง ฝึกการปฏิบัติให้ทำได้ คิดเป็น ทำเป็น รักการอ่านและเกิดการใฝ่รู้อย่างต่อเนื่อง (4) จัดการเรียนการสอนโดยผสมผสานทั้งเรื่องสาระความรู้ด้านต่าง ๆ อย่างสมดุลกัน รวมทั้งปลูกฝังคุณธรรม ค่านิยมที่ดีงามและคุณลักษณะอันพึงประสงค์ไว้ในทุกวิชา (5) ส่งเสริมสนับสนุนให้ผู้สอนสามารถจัดบรรยากาศ สภาพแวดล้อม สื่อการเรียน และ อำนวยความสะดวกเพื่อให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้และรอบรู้ และสามารถใช้การวิจัยเป็นส่วนหนึ่งของกระบวนการเรียนรู้ โดยทั้งผู้สอนและผู้เรียนอาจเรียนรู้ไปพร้อมกันจากสื่อการเรียนการสอนและแหล่งวิทยาการ ประเภทต่าง ๆ (6) จัดการเรียนรู้ให้เกิดขึ้นได้ทุกเวลาทุกสถานที่ มีการประสานความร่วมมือกับบิดามารดา ผู้ปกครอง และบุคคลในชุมชนทุกฝ่าย เพื่อร่วมกันพัฒนาผู้เรียนตามศักยภาพ ผู้วิจัยต้องการศึกษา และสร้างความเข้าใจเกี่ยวกับคำว่า รูปแบบการเรียนรู้ เพื่อเป็นพื้นฐานความเข้าใจในการพัฒนารูปแบบการจัดการเรียนรู้ ผู้วิจัยจึงศึกษา เกี่ยวกับ การพัฒนารูปแบบการจัดการเรียนรู้ ในส่วนความหมาย องค์ประกอบรูปแบบการจัดการเรียนรู้ และขั้นตอนการพัฒนารูปแบบการจัดการเรียนรู้ มีรายละเอียดดังนี้

1.1 ความหมายของรูปแบบการจัดการเรียนรู้

นักการศึกษาทั้งในและต่างประเทศ (Goo & Kappa, 1973, p. p.371; Joyce & Weil, 2000, p. p.21; ทิศนา แคมมณี, 2550, p. p.3; ปลาภัตทอง, 2551, p. p.121; สุรางค์ โค้วตระกูล, 2550) ได้กล่าวเกี่ยวกับความหมายของรูปแบบการจัดการเรียนรู้ สามารถสรุปไว้ดังนี้

รูปแบบการจัดการเรียนรู้ หมายถึง รูปแบบหรือลักษณะวิธีการของการเรียนการสอนที่สร้างขึ้นโดยมีแนวคิด หลักการ รวมถึงทฤษฎีต่าง ๆ ในการก่อให้เกิดแนวทางในการออกแบบ รวมถึงรูปแบบในการจัดการเรียนการสอนที่ครอบคลุมองค์ประกอบที่สำคัญที่จัดเรียงไว้อย่างเป็นระบบระเบียบตามหลักปรัชญา ทฤษฎี หลักการ แนวคิด หรือความเชื่อต่าง ๆ โดยประกอบด้วย กระบวนการหรือขั้นตอนที่สำคัญในการจัดการเรียนรู้ที่เป็นไปตามหลักการทฤษฎีหรือแนวคิดที่ได้จากการวิเคราะห์และสังเคราะห์ และได้รับการยอมรับว่ามีประสิทธิภาพ โดยเป้าหมายเพื่อให้ นักเรียนบรรลุตามวัตถุประสงค์ จุดมุ่งหมายทางการเรียน ทั้งนี้การจัดรูปแบบการเรียนการสอนจะมีการวางรูปแบบที่เหมาะสม ทั้งกลุ่มย่อยหรือในห้องเรียนปกติ ที่มีสื่อการเรียนการสอน กระบวนการจัดลำดับ ขั้นตอนในการจัดการเรียนรู้ที่มีประสิทธิภาพ เทคนิคการสอนของครู ซึ่งองค์ประกอบต่าง ๆ นี้จะสามารถใช้เป็นแบบแผนในการจัดการเรียนรู้ให้บรรลุตามวัตถุประสงค์ เฉพาะของรูปแบบนั้น ๆ โดยมีเป้าหมายเพื่อช่วยให้นักเรียนประสบความสำเร็จและบรรลุ วัตถุประสงค์ ของการเรียนการสอน

จากการศึกษาแนวคิดของนักวิชาการข้างต้นผู้วิจัยสามารถสรุปได้ว่า รูปแบบการจัดการเรียนรู้ หมายถึง รูปแบบหรือแบบแผนการจัดการเรียนรู้ ที่พัฒนาขึ้นอย่างเป็นระบบ โดยสอดคล้องกับแนวคิด หลักการ ทฤษฎี หรือปรัชญาที่มีมีระบบขั้นตอน และครอบคลุมองค์ประกอบของการจัดการเรียนรู้ สามารถนำไปเป็นแนวทางในการนำไปจัดการเรียนรู้รวมถึง รายละเอียดในการจัดการเรียนรู้ ที่มีการจัดกระทำให้เกิดพฤติกรรม กระบวนการเรียนรู้ขึ้น เพื่อจุดเน้นหรือจุดหมายที่เฉพาะเจาะจงอย่างหนึ่งอย่างใด และการวัดและประเมินผลเพื่อให้ทราบถึง ขั้นตอนและผู้เรียนจะบรรลุวัตถุประสงค์ที่กำหนดไว้อย่างเป็นระบบขั้นตอน

1.2 องค์ประกอบของรูปแบบการจัดการเรียนรู้

การพัฒนา รูปแบบการจัดการเรียนรู้จำเป็นต้องเริ่มต้นจากการมีองค์ประกอบของรูปแบบการจัดการเรียนรู้ เพื่อให้การพัฒนา รูปแบบมีองค์ประกอบที่สำคัญในรูปแบบที่พัฒนาขึ้น ซึ่งมีผู้กล่าวถึงองค์ประกอบของรูปแบบการจัดการเรียนรู้ ดังนี้

Arends (1997) ได้เสนอแนะรูปแบบการจัดการเรียนรู้ประกอบด้วย 4 องค์ประกอบ มีรายละเอียด (Arends, 1997) ดังนี้

1. หลักการตามทฤษฎีที่ใช้เป็นแนวคิดของรูปแบบการจัดการเรียนรู้
2. ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง
3. วิธีการสอนที่จะทำให้การจัดการเรียนรู้บรรลุวัตถุประสงค์
4. สิ่งแวดล้อมในการจัดการเรียนรู้ที่จะนำไปสู่ผลการเรียนรู้ที่ต้องการ

Diamond (2008) เสนอแนวคิดไว้ว่ารูปแบบการจัดการเรียนรู้ที่เหมาะสมสำหรับผู้เรียนในระดับอุดมศึกษา ประกอบด้วยวัตถุประสงค์ กลวิธีการสอน การประเมิน สื่อการเรียนการสอน หรืออะไรหลายๆ อย่างที่สามารถเป็นไปได้ในการเรียนการสอนในหน่วยการเรียนรู้ใหม่ๆ ด้วยสื่อใหม่ๆ (Diamond, 2008)

Dick & Carey Model (1996) เป็นรูปแบบการสอนที่ประกอบด้วยองค์ประกอบต่างๆ ดังนี้ เป้าหมายของการเรียนการสอน วัตถุประสงค์ (เน้นที่วัตถุประสงค์เชิงพฤติกรรมที่แสดงให้เห็นได้ชัดเจนที่เรียกว่า performance objectives) แบบทดสอบ (Criterion referenced test items) กลวิธีการเรียนการสอน สื่อการสอน การประเมิน ที่เน้นทั้งการประเมินแบบย่อย (formative evaluation) และการประเมินภาพรวม (summative evaluation) (Dick & Carey, 1996)

Joyce and Weil (2000, p. 2) กล่าวว่า องค์ประกอบของรูปแบบการจัดการเรียนรู้ประกอบด้วย

1. หลักการของรูปแบบการจัดการเรียนรู้ ซึ่งหมายถึงความเชื่อและแนวคิดของทฤษฎีที่นำมาเป็นแนวทางของรูปแบบการจัดการเรียนรู้ หลักการของรูปแบบการจัดการเรียนรู้จะเป็นตัวชี้แนะและกำหนดจุดประสงค์ของเนื้อหา กิจกรรมและขั้นตอนการดำเนินการในรูปแบบการจัดการเรียนรู้
2. จุดประสงค์ของรูปแบบการจัดการเรียนรู้ เป็นส่วนที่ระบุถึงความคาดหวังที่ต้องการให้เกิดขึ้นจากการใช้รูปแบบการจัดการเรียนรู้
3. เนื้อหาเป็นส่วนที่ระบุเนื้อหาและกิจกรรมต่างๆ ที่จะใช้ในการจัดการเรียนรู้ เพื่อให้ผู้เรียนบรรลุวัตถุประสงค์ของการจัดการเรียนรู้
4. กิจกรรมและขั้นตอนการดำเนินการเป็นส่วนที่ระบุถึงวิธีการขั้นตอนต่างๆ เมื่อนำรูปแบบไปใช้การวัดและประเมินผล เป็นส่วนหนึ่งของการประเมินประสิทธิผลของรูปแบบการจัดการเรียนรู้ว่ามีประสิทธิภาพเพียงพอที่จะพัฒนาผู้เรียนได้หรือไม่ (Joyce & Weil, 2000)

Kibler (1974, p. 44) ได้เสนอรูปแบบการสอนมีองค์ประกอบ คือ

1. จุดมุ่งหมายในการจัดการเรียนการสอน เป็นคาดหวังการเรียนการสอนที่มุ่งให้เกิดในผู้เรียน ซึ่งมีรวมถึงพฤติกรรมทางด้านสติปัญญา (Cognitive domain) ด้านจิตใจ (Affective domain) และด้านการปฏิบัติ (Psychomotor domain)
2. การวัดพฤติกรรมพื้นฐาน เป็นการตรวจสอบความพร้อม ความรู้พื้นฐาน รวมถึงทักษะพื้นฐานเบื้องต้นของผู้เรียนก่อนการเรียนการสอน
3. การจัดชั้นตอน / กระบวนการเรียนการสอน เป็นการวางแผนการจัดกิจกรรม เพื่อพัฒนาพฤติกรรมของผู้เรียน เริ่มจากพฤติกรรมพื้นฐาน จนถึงพฤติกรรมที่คาดหวังให้เกิดขึ้น
4. การประเมินผล เป็นการประเมินเพื่อตรวจสอบตามวัตถุประสงค์การเรียนการสอน รวมถึงกระบวนการ วิธีการจัดการเรียนการสอนว่าสามารถบรรลุตามที่คาดหวัง และมีความเหมาะสมเพียงใด (Kibler, 1974)

ทีศนา แชมมณี (2557, p. น.222) ได้กล่าวถึงองค์ประกอบของรูปแบบการจัดการเรียนรู้ว่าต้องประกอบด้วย

1. มีทฤษฎี ปรัชญา แนวคิด หลักการหรือความเชื่อที่เป็นพื้นฐานหรือเป็นหลักของรูปแบบนั้น ๆ
2. มีการอธิบายและการบรรยายสภาพหรือลักษณะของการจัดการเรียนการสอนที่สอดคล้องกับหลักการที่ยึดถือ
3. มีการจัดระบบ คือ มีการจัดองค์ประกอบและความสัมพันธ์ขององค์ประกอบของระบบให้สามารถนำผู้เรียนไปสู่เป้าหมายของระบบหรือกระบวนการนั้น ๆ
4. มีการให้ข้อมูลหรืออธิบายเกี่ยวกับวิธีสอนและเทคนิคการสอนต่าง ๆ ที่ช่วยให้กระบวนการเรียนการสอนนั้น ๆ เกิดประสิทธิภาพสูงสุด (ทีศนา แชมมณี, 2557)

รูปแบบการจัดการเรียนรู้มีองค์ประกอบที่สำคัญต่างๆ จากการสรุปของนักวิชาการศึกษาหลายท่าน เมื่อศึกษาพบว่าองค์ประกอบของรูปแบบการสอนมีลักษณะร่วมกัน ดังแสดงผลการวิเคราะห์ในตารางที่ 1

ตาราง 1 ผลการวิเคราะห์องค์ประกอบร่วมของรูปแบบการจัดการเรียนรู้

องค์ประกอบของรูปแบบ การเรียนรู้	หลักการ	เป้าหมาย	ระดับเนื้อหา	ผู้เรียนแบบใด	การวัดและประเมินผล
1) Arends (1997)	✓	✓	✓	✓	✓
2) The Robert Diamond Model (1998)		✓		✓	✓
3) Dick and Carey Model (1996)	✓	✓	✓	✓	✓
4) Joyce; & Weil (2000)	✓	✓	✓	✓	✓
5) Kibler (1974)		✓	✓	✓	✓
6) ทิศนา ขัมมณี (2557)	✓	✓		✓	✓

จากตาราง 1 วิเคราะห์องค์ประกอบของรูปแบบการจัดการเรียนรู้จากนักการศึกษาที่กล่าวมาข้างต้น สามารถสรุปได้ว่าองค์ประกอบที่สำคัญของรูปแบบการจัดการเรียนรู้ประกอบด้วย 5 องค์ประกอบหลัก คือ

1. หลักการระบุถึง หลักการ แนวคิดทฤษฎี ปรัชญาที่เป็นพื้นฐานของรูปแบบการจัดการเรียนรู้ ทั้งนี้หลักการของรูปแบบการจัดการเรียนรู้นี้ดังกล่าวจะเป็นตัวชี้นำองค์ประกอบอื่น ๆ ดังนี้การกำหนดเป้าหมายและวัตถุประสงค์ เนื้อหาสาระการเรียนรู้ กระบวนการขั้นตอนและการจัดกิจกรรมในการดำเนินการของรูปแบบการจัดการเรียนรู้

2. เป้าหมาย / วัตถุประสงค์ เป็นการระบุความคาดหวังของผู้สอนที่ต้องการให้เกิดขึ้นจากการใช้รูปแบบการจัดการเรียนรู้กับผู้เรียน นั่นคือการวางวัตถุประสงค์ของการเรียนรู้อย่างชัดเจน และเป็นการระบุเป้าหมายในการเรียนรู้ของผู้เรียนเพื่อให้บรรลุผลการเรียนรู้ให้สำเร็จตามที่คาดหวัง

3. เนื้อหา / สาระการเรียนรู้ ประกอบด้วยเนื้อหาและข้อมูลที่เป็นและมีความสำคัญในการจัดการเรียนรู้ที่ผู้สอนใช้ในการจัดการเรียนรู้ให้แก่ผู้เรียน

4. ขั้นตอนการจัดการเรียนรู้และกิจกรรม เป็นส่วนที่กล่าวถึงกระบวนการ / กิจกรรม ขั้นตอนต่างๆ เพื่อการใช้วางแผนของรูปแบบการจัดการเรียนรู้ วิธีการสอนที่จะทำให้การจัดการเรียนรู้บรรลุวัตถุประสงค์ และประสบผลสำเร็จ รวมถึงสามารถพัฒนาผู้เรียนได้ตามวัตถุประสงค์ที่รูปแบบการจัดการเรียนรู้ได้กำหนดไว้

5. การวัดและประเมินผล เป็นการประเมินประสิทธิผลของรูปแบบการจัดการเรียนรู้จากการสังเคราะห์องค์ประกอบที่สำคัญของรูปแบบการจัดการเรียนรู้

ดังนั้นการศึกษาของผู้วิจัย เรื่องการพัฒนารูปแบบการใช้วิธีการนี้ภาพที่ส่งเสริมการคิดเชิงพีชคณิตจึงต้องคำนึงถึงองค์ประกอบข้างต้น เพื่อจะมีจุดมุ่งหมายให้กระบวนการเรียนการสอนที่เกิดขึ้นนั้นมีประสิทธิภาพสูงสุด โดยประกอบด้วย 5 องค์ประกอบสำคัญที่ได้จากการสังเคราะห์ ได้แก่ 1) หลักการ 2) เป้าหมาย / วัตถุประสงค์ 3) เนื้อหา / สาระการเรียนรู้ 4) กิจกรรมและขั้นตอนการจัดการเรียนรู้ 5) การวัดและประเมินผล

1.3 ขั้นตอนการพัฒนารูปแบบการจัดการเรียนรู้

การพัฒนารูปแบบการจัดการเรียนรู้ คือ การจัดรูปแบบการเรียนรู้ที่มีความสอดคล้องกับองค์ประกอบของการจัดการเรียนรู้ ที่ รวมถึงมีเหมาะสมกับผู้เรียน เนื้อหาของหลักสูตร การเรียนรู้ที่ร่วมสมัย เพื่อให้ผู้เรียนเกิดคุณลักษณะตามวัตถุประสงค์ เป้าหมายที่คาดหวัง จากการศึกษาเอกสารที่เกี่ยวข้องกับการพัฒนารูปแบบการจัดการเรียนรู้ พบว่า กระบวนการ ขั้นตอนในการดำเนินการเรียนรู้ที่เป็นระบบและมีความน่าเชื่อถือ จะสามารถสร้างแนวทางการพัฒนารูปแบบที่มีประสิทธิภาพและประสิทธิผลได้สูงสุด ผู้วิจัยได้รวบรวมแนวทางของการพัฒนารูปแบบการจัดการเรียนรู้ที่มีความสนใจไว้ดังนี้

ทีศนา แชมมณี (2550, p. น.201) ได้สรุปขั้นตอนในการพัฒนารูปแบบการสอนไว้ดังนี้

1. กำหนดจุดมุ่งหมายการพัฒนารูปแบบการสอนให้ชัดเจน
2. ศึกษาหลักการ ทฤษฎีที่เกี่ยวข้องเพื่อกำหนดองค์ประกอบและเห็นแนวทางในการจัดความสัมพันธ์ขององค์ประกอบต่าง ๆ ของรูปแบบการสอน
3. ศึกษาสภาพการณ์และปัญหาที่เกี่ยวข้อง เพื่อช่วยในการค้นหาองค์ประกอบที่สำคัญที่จะช่วยให้รูปแบบมีประสิทธิภาพเมื่อนำมาใช้จริง ปัญหาและอุปสรรคต่าง ๆ เป็นสิ่งที่ต้องนำมาพิจารณาในการจัดองค์ประกอบต่าง ๆ และจัดความสัมพันธ์ขององค์ประกอบทั้งหลาย การนำข้อมูลจากความเป็นจริงมาใช้ในการสร้างรูปแบบจะช่วยขจัดหรือป้องกันปัญหาซึ่งจะทำให้รูปแบบนั้นมีประสิทธิภาพ

4. กำหนดองค์ประกอบของรูปแบบ ได้แก่ การพิจารณาว่ามีอะไรบ้างที่สามารถช่วยให้เป้าหมายหรือจุดมุ่งหมายบรรลุผลสำเร็จ ในขั้นตอนนี้ต้องอาศัยประสบการณ์ ความคิดสร้างสรรค์ และความละเอียดรอบคอบจึงจะสามารถกำหนดองค์ประกอบที่จะเอื้อให้รูปแบบนั้นประสบความสำเร็จได้

5. นำองค์ประกอบต่าง ๆ มาจัดเป็นหมวดหมู่ เพื่อความสะดวกในการคิด และดำเนินการในขั้นต่อไป

6. จัดความสัมพันธ์ขององค์ประกอบ โดยพิจารณาว่าองค์ประกอบใดเป็นเหตุและเป็นผลขึ้นต่อกันในลักษณะใด สิ่งใดควรมาก่อนมาหลัง สิ่งใดสามารถดำเนินการคู่ขนานไปได้ ขั้นนี้ เป็นขั้นที่อาจใช้เวลาในการพิจารณามาก

7. สร้างความสัมพันธ์ขององค์ประกอบต่าง ๆ โดยแสดงให้เห็นถึงผังจำลองขององค์ประกอบต่าง ๆ

8. ทดลองใช้รูปแบบเพื่อศึกษาผลที่เกิดขึ้น

9. ประเมินผลโดยการศึกษาผลที่เกิดขึ้นจากการทดลองใช้รูปแบบว่าได้ผลตามเป้าหมาย หรือใกล้เคียงกับเป้าหมายมากน้อยเพียงใด

10. ปรับปรุงรูปแบบโดยนำผลการทดลองมาปรับปรุงรูปแบบให้ดียิ่งขึ้น (ทีศนา แชมมณี, 2550)

จากการศึกษาของทีศนา แชมมณี ผู้วิจัยได้วิเคราะห์ขั้นตอนในการพัฒนารูปแบบการเรียนรู้และได้สรุปเพิ่มเติมเป็น 5 ข้อดังนี้

ขั้นตอนที่ 1 – 3 จะเป็นขั้นตอนของการศึกษาวิเคราะห์ข้อมูลพื้นฐานต่าง ๆ เกี่ยวกับเนื้อหาที่ต้องการนำมาพัฒนารูปแบบการเรียนรู้

ขั้นตอนที่ 4 – 5 จะเป็นขั้นตอนของการกำหนดวัตถุประสงค์ของรูปแบบการเรียนรู้

ขั้นตอนที่ 6 – 7 จะเป็นขั้นตอนของการกำหนดกิจกรรม ขั้นตอน กระบวนการของการจัดการเรียนรู้ที่จะต้องมีความสอดคล้อง เชื่อมโยงในเนื้อหาของรูปแบบการเรียนรู้

ขั้นตอนที่ 8 จะเป็นขั้นตอนของการนำรูปแบบการเรียนรู้ไปใช้

ขั้นตอนที่ 9 - 10 จะเป็นขั้นตอนของการประเมินผลจากการใช้รูปแบบการเรียนรู้ที่กำหนดขึ้น และนำสู่การปรับปรุงให้ดียิ่งขึ้น

Joyce & Weil (1986, p 30 - 34) ได้กล่าวถึงขั้นตอนการพัฒนา รูปแบบการจัดการเรียนรู้ที่สามารถสรุปได้ดังนี้

1. ศึกษาวิเคราะห์ข้อมูลพื้นฐานต่าง ๆ เกี่ยวกับเรื่องที่ต้องการนำเป็นรูปแบบการเรียนรู้

2. นำเสนอแนวคิดสำคัญของข้อมูลที่ได้จากการวิเคราะห์มา กำหนดหลักการเป้าหมาย และองค์ประกอบอื่น ๆ ที่เห็นว่ามี ความสำคัญทำให้รูปแบบการเรียนรู้มีประสิทธิภาพมากขึ้น รวมทั้งกำหนดลำดับความสำคัญและรายละเอียดขององค์ประกอบ

3. กำหนดแนวทางในการนำรูปแบบไปใช้โดยให้รายละเอียดเกี่ยวกับเงื่อนไขวิธีการใช้รูปแบบ

4. ประเมินรูปแบบ โดยทดสอบประสิทธิภาพของรูปแบบที่ได้สร้างขึ้น โดยการประเมินความเป็นไปได้ ความสอดคล้องภายในขององค์ประกอบต่าง ๆ โดยผู้เชี่ยวชาญด้านรูปแบบการเรียนรู้ทั้งในด้านทฤษฎีและปฏิบัติ และความเป็นไปได้เชิงปฏิบัติการ โดยนำรูปแบบที่พัฒนาขึ้นไปทดลองใช้ในสถานการณ์จริง คำนวณค่าประสิทธิภาพของรูปแบบด้วยสถิติ

5. ปรับปรุงรูปแบบในช่วงก่อนนำไปทดลองโดยข้อมูลจากผู้เชี่ยวชาญ และหลังจากการทดลองใช้รูปแบบเพื่อปรับปรุงอาจทดลองซ้ำหลายครั้งจนได้ผลเป็นที่น่าพอใจ (Joyce & Weil, 1986)

นอกจากนี้ Kelvin Kruse (2008, pp. pp. 1-20) ได้นำเสนอแนวทางการพัฒนารูปแบบการจัดการเรียนรู้ "ADDIE MODEL" ที่ออกแบบเพื่อใช้พัฒนาระบบการจัดการเรียนรู้ หรือการเรียนการสอน โดยอาศัยหลักของวิธีการระบบ (System Approach) ซึ่งเป็นวิธีการดำเนินการที่ยอมรับกันโดยทั่วไปว่าสามารถนำไปใช้ออกแบบและพัฒนารูปแบบการจัดการเรียนรู้เพื่อนำไปจัดการเรียนรู้กับผู้เรียนได้เป็นอย่างดี เนื่องจากเป็นขั้นตอนที่ครอบคลุมกระบวนการพัฒนาทั้งหมดอย่างละเอียด โดยพิจารณาจากผลลัพธ์ในขั้นประเมินผล ซึ่งเป็นขั้นสุดท้ายแล้วนำข้อมูลไปตรวจปรับแก้ไขให้สมบูรณ์จากขั้นตอนที่ผ่านมาทั้งหมด ประกอบด้วยขั้นตอนการดำเนินงาน 5 ขั้นตอน ดังนี้

1. วิเคราะห์ข้อมูลพื้นฐาน (A: Analysis Phase) วิเคราะห์และประเมินความต้องการดังนี้

- ใครคือกลุ่มเป้าหมายและมีคุณลักษณะอย่างไร
- ระบุพฤติกรรมใหม่ที่คาดหวังว่าจะเกิดขึ้นกับผู้เรียน
- ข้อจำกัดในการเรียนรู้อะไรบ้าง

- อะไรที่เป็นทางเลือกสำหรับการเรียนรู้ที่มีอยู่บ้าง
- หลักการจัดการเรียนรู้ที่พิจารณาเป็นแบบไหน และเป็นอย่างไร
- มีช่วงเวลาการพัฒนาเป็นอย่างไร

2. **ขั้นการออกแบบ (D: Design Phase)** ออกแบบร่างรูปแบบการจัดการเรียนรู้และการนำเสนอ ขั้นตอนการออกแบบประกอบด้วย การกำหนดองค์ประกอบของรูปแบบการจัดการเรียนรู้ การสร้างจุดประสงค์การเรียนรู้ กำหนดเครื่องมือวัดประเมินผล เนื้อหาสาระการเรียนรู้ การสร้างแผนการจัดการเรียนรู้ การวางแผนการจัดการเรียนรู้ รวมถึงการเลือกสื่อการจัดการเรียนรู้ ขั้นตอนการออกแบบควรจะทำอย่างเป็นระบบ มีระเบียบแบบแผนของการพัฒนาที่เป็นลำดับขั้นตอน และมีระบบการประเมินแผนยุทธวิธีที่วางไว้เพื่อให้บรรลุเป้าหมาย

3. **ขั้นพัฒนา (D: Develop Phase)** ขั้นพัฒนาการจัดการเรียนรู้ เป็นขั้นตอนที่ผู้สอนสร้างคู่มือประกอบการใช้รูปแบบการจัดการเรียนรู้และเครื่องมือในการเก็บข้อมูลวิจัย เมื่อสร้างเสร็จเรียบร้อยแล้วก็ทำการตรวจสอบความเหมาะสมเพื่อหาข้อผิดพลาดจากผู้เชี่ยวชาญแล้วนำไปลองใช้ศึกษานำร่องกับกลุ่มทดลองที่ไม่ใช่กลุ่มตัวอย่างจริง และนำผลที่ได้จากการศึกษานำร่องไปปรับปรุงแก้ไขร่างรูปแบบที่พัฒนาขึ้นมา ก่อนที่จะนำไปทดลองใช้จริงกับกลุ่มตัวอย่าง

4. **ขั้นทดลองใช้ (I: Implement Phase)** นำรูปแบบที่ได้รับการปรับปรุงแก้ไขไปใช้จริงกับกลุ่มตัวอย่างที่กำหนดไว้และดำเนินการจัดการเรียนรู้ตามลำดับขั้นตอนที่ได้พัฒนาขึ้นมาอย่างมีระบบ ในขั้นตอนนี้หมายถึงขั้นของการจัดการเรียนรู้โดยอาจจะเป็นรูปแบบการจัดการเรียนรู้ในชั้นเรียน การฝึกอบรมหรือการทดลองในห้องทดลอง โดยจุดมุ่งหมายของขั้นตอนนี้คือการจัดการเรียนรู้เพื่อให้เกิดประสิทธิภาพและเกิดประสิทธิผล ต้องมีการส่งเสริมความเข้าใจของผู้เรียนและสนับสนุนการเรียนรู้ของผู้เรียนตามวัตถุประสงค์ต่าง ๆ ที่ตั้งไว้

5. **ขั้นประเมินผล (E: Evaluate Phase)** เป็นขั้นตอนของการประเมินความก้าวหน้าของผู้เรียนและหาประสิทธิผลของรูปแบบการจัดการเรียนรู้ที่ใช้ในการจัดการเรียนรู้ (Kelvin Kruse, 2008)

ดิคและคาเรย์ (Dick & Carey, 1996:2-7) ได้เสนอแนวทางในการพัฒนารูปแบบการจัดการเรียนรู้ไว้ 4 ขั้นตอน คือ

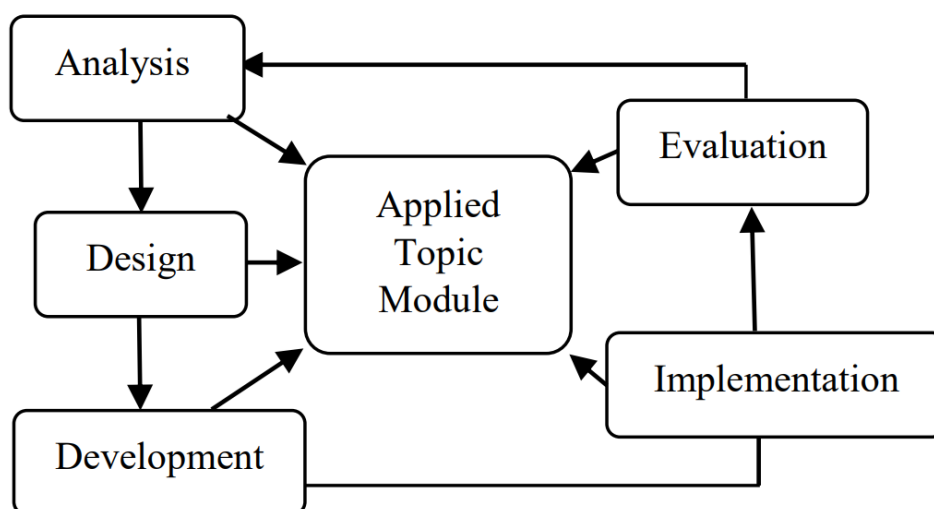
1. **ขั้นศึกษาข้อมูลพื้นฐานที่สำคัญ**เกี่ยวข้องกับงานวิจัย แนวคิดและทฤษฎีที่เกี่ยวข้อง โดยการวิเคราะห์และสังเคราะห์ปัญหาหรือทำการประเมินความต้องการ เพื่อให้ได้รายละเอียดที่เกี่ยวข้องกับปัญหา ทำการวิเคราะห์ว่าปัญหาคืออะไร มีปัญหาอะไรบ้างที่เกี่ยวข้องกับการจัดการเรียนรู้ ปัญหาที่เจอนั้นเป็นปัญหาที่แท้จริงหรือไม่ อะไรคือสาเหตุของปัญหา อะไร

คือทางออกทางแก้ไขปัญหาเหล่านั้น มีการประเมินความต้องการเป็นการกำหนดเพื่อความมั่นใจว่าการจัดการเรียนรู้ที่กำลังจะพัฒนาขึ้นมาเป็นสิ่งที่ต้องการจริงๆ หรือไม่ รวมถึงการวิเคราะห์ผู้เรียน คุณลักษณะของผู้เรียนทั้งด้านเพศ อายุ พื้นฐานเศรษฐกิจ ความถนัด แรงจูงใจ ความรู้พื้นฐานเดิมที่มีของผู้เรียนรวมถึงความแตกต่างในเรื่องของการเรียนรู้ของผู้เรียน

2. ขั้นการพัฒนา (Development Phase) ในขั้นตอนนี้เป็นการแยกการพัฒนาเนื้อหาความรู้ กระบวนการจัดการเรียนรู้ แบบทดสอบ สื่อการสอนและอุปกรณ์ต่างๆ และการพัฒนากิจกรรมการเรียนรู้ในห้องเรียน โดยการสร้างแผนการจัดการเรียนรู้จะต้องมีการระบุการดำเนินการที่ชัดเจนว่ามีการดำเนินการอย่างไร โดยทั่วไปการจัดการเรียนรู้ที่มีประสิทธิภาพมักจะประกอบไปด้วยกิจกรรมชั้นสูงใจสร้างความสนใจกับผู้เรียน ชี้แจงวัตถุประสงค์แก่ผู้เรียน การทดสอบความรู้พื้นฐานของผู้เรียน และการสร้างแบบประเมินวัดความสามารถกับผู้เรียนที่จะต้องมีการศึกษาวัตถุประสงค์การเรียนรู้เพื่อสร้างแบบทดสอบให้สอดคล้องและดำเนินการวัดและประเมินได้อย่างมีประสิทธิภาพ รวมถึงการสร้างสื่อและอุปกรณ์การจัดการเรียนรู้ ผู้ออกแบบต้องดำเนินการจัดการเรียนรู้ที่จำเป็นอย่างรอบคอบเพื่อให้การพัฒนารูปแบบออกมาอย่างมีคุณภาพ

3. ขั้นการนำไปทดลองใช้ (Implementation Phase) เป็นขั้นของการนำรูปแบบที่สร้างขึ้นมาไปทดลองใช้ในสภาพห้องเรียนจริง โดยต้องให้ความสำคัญใน 2 ประเด็น คือ การจัดการเรียนรู้และการบริหารการจัดการเรียนรู้ โดยต้องตระหนักให้เกิดการจัดการเรียนรู้ที่เน้นผู้เรียนเป็นสำคัญ มีความสัมพันธ์ระหว่างผู้เรียนและครูผู้สอนคือ ครูผู้สอนเป็นผู้คอยชี้แนะ และพยายามจัดสภาพการเรียนรู้ที่เอื้อต่อการเรียนรู้ ทำให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้และแรงจูงใจที่อยากจะเรียนรู้ ผู้สอนต้องพัฒนาวิธีการจัดการเรียนรู้ให้ทันสมัยอยู่เสมอ

4. ขั้นการประเมินผล (Evaluation Phase) เป็นขั้นตอนของการวัดและประเมินประสิทธิภาพของการจัดการเรียนรู้ รวมถึงการให้ข้อมูลย้อนกลับ (feedback) จึงเป็นส่วนที่สำคัญที่ได้จากการประเมินผล เพื่อนำผลไปปรับปรุงแก้ไขในขั้นตอนต่างๆ ให้ดีขึ้นและเป็นไปตามวัตถุประสงค์ที่กำหนดไว้ (Dick & Carey, 1996) สรุปได้ดังภาพประกอบที่ 2



ภาพประกอบ 2 รูปแบบแนวคิด ADDIE Model

จากแนวทางการพัฒนารูปแบบการจัดการเรียนรู้จากนักการศึกษาหลายท่านที่ได้กล่าวมานั้น ผู้วิจัยพบว่า การพัฒนารูปแบบการจัดการเรียนรู้จะมีลักษณะขั้นตอนและแนวทางการพัฒนาที่มีความแตกต่างกันบ้างเพียงเล็กน้อย พบว่ามีขั้นตอนการดำเนินการพัฒนารูปแบบการจัดการเรียนรู้ประมาณ 4-5 ขั้นตอน การพัฒนารูปแบบการจัดการเรียนรู้ของ (ทีศนา แซมมณี, 2550, p. น.201)(ตามที่คุณวิจัยได้สรุปรวมเป็นขั้นตอน) ADDIE Model ตามแนวคิดของ เควิน ครูส (Kevin Kruse. 2009: 9) และ Joyce and Weil (1986, pp. pp. 30-34) ประกอบไปด้วย 5 ขั้นตอน ซึ่งมีลักษณะที่ค่อนข้างคล้ายคลึงและสอดคล้องกัน ได้แก่ การวิเคราะห์ข้อมูลพื้นฐาน การออกแบบ การพัฒนา การนำไปใช้ และประเมินประสิทธิผล ในขณะที่แนวทางการพัฒนารูปแบบการจัดการเรียนรู้ตามแนวคิดของ ดิกและแคเรีย (Dick; & Carey. 1996: 2-7) ประกอบไปด้วย 4 ระยะของการดำเนินการ ได้แก่ การประเมินความต้องการ การออกแบบ การพัฒนาและทดลองใช้ และการประเมินและสรุปผล และหากมองในภาพรวมแนวทางการพัฒนารูปแบบการจัดการเรียนรู้ สามารถแบ่งออกเป็น 2 ขั้นตอนใหญ่ๆ คือ

1. ขั้นตอนการสร้างหรือพัฒนารูปแบบที่มักจะต้องประกอบไปด้วยขั้นตอนของการศึกษาข้อมูลที่เกี่ยวข้องกับ หลักการ แนวคิด มีการกำหนดวัตถุประสงค์ที่ชัดเจน รวมถึงพัฒนารูปแบบการเรียนรู้ ในด้านกระบวนการ กิจกรรม ลักษณะที่สำคัญของรูปแบบที่จะดำเนินการพัฒนาขึ้นมา

2. ขั้นตอนการหาคุณภาพของรูปแบบการเรียนรู้ที่พัฒนาขึ้น โดยได้รับการทดสอบประสิทธิภาพจากคำแนะนำและข้อเสนอแนะแก้ไขจากผู้เชี่ยวชาญ เพื่อนำไปปรับปรุง

รูปแบบก่อนนำรูปแบบที่พัฒนาขึ้นไปใช้จริงในชั้นเรียน และมีการวัดและประเมินผลภายหลังจากนำรูปแบบการเรียนรู้อื่นที่พัฒนาขึ้นไปใช้จัดการเรียนรู้จริง

การพัฒนาในรูปแบบการจัดการเรียนรู้ที่สร้างขึ้นจะแสดงถึงความสัมพันธ์และความเชื่อมโยงของแต่ละขั้นตอนอย่างเป็นเหตุเป็นผลและเป็นระบบ มีการวัดและประเมินผลเพื่อประเมินถึงการจัดการเรียนรู้ว่าเป็นตามวัตถุประสงค์ที่ระบุไว้หรือไม่ เพื่อให้การพัฒนาในรูปแบบการเรียนรู้อื่นที่ยอมรับ จึงต้องอาศัยกระบวนการวิจัยเพื่อพิสูจน์และการทดสอบว่ารูปแบบการเรียนรู้อื่นที่พัฒนาขึ้นมา นั้นมีประสิทธิภาพ

จากแนวทางในการพัฒนา รูปแบบการจัดการเรียนรู้ดังที่นำเสนอมาทั้ง 4 แนวทาง ในงานวิจัยเรื่องการพัฒนา รูปแบบการใช้วิธีการนี้ภาพเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงพีชคณิตของนักเรียนระดับชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ผู้วิจัยได้ศึกษาแนวทางการพัฒนา รูปแบบการจัดการเรียนรู้ ของของ (ทีศนา แชมมณี, 2550, p. น.201) ADDIE Model ตามแนวคิดของ เควิน ครูซ (Kevin Kruse. 2009: 1-20) และ Joyce and Weil (1986, pp. pp. 30-34) มาใช้เป็นแนวทางของการดำเนินการพัฒนา รูปแบบการจัดการเรียนรู้ในงานวิจัยเรื่องนี้ เนื่องจาก ทั้ง 3 แนวทาง มีแนวทางของการพัฒนา รูปแบบการจัดการเรียนรู้ที่มีวิธีการดำเนินการพัฒนา รูปแบบที่มีความสอดคล้องของขั้นตอนอย่างเป็นเหตุเป็นผลและเป็นระบบ และมีการกำหนดเป้าหมายวัตถุประสงค์ในขั้นตอน กระบวนการที่ชัดเจน เป็นไปในทิศทางเดียวกันกับการดำเนินการวิจัยและพัฒนา (Research and Development) ทั้งนี้เมื่อศึกษาขั้นตอนต่าง ๆ ข้างต้น ผู้วิจัยขอเลือกแนวทางแบบ ADDIE Model ตามแนวคิดของ เควิน ครูซ (Kevin Kruse. 2009: 1-20) ในการช่วยให้ผู้วิจัยสามารถพัฒนา รูปแบบการจัดการเรียนรู้เกิดประสิทธิภาพมากที่สุด อีกทั้งยังมีขั้นตอนกระบวนการในการจัดทำที่ชัดเจนและสามารถดำเนินการได้จริง

1.4 การวัดและประเมินผลรูปแบบการจัดการเรียนรู้

Eisner (1976 อ้างถึงในปิยพงษ์ พรหมนนท์. 2565) ได้สังเคราะห์การตรวจสอบคุณภาพของรูปแบบการเรียนรู้อื่นในรูปแบบเชิงคุณภาพและเชิงปริมาณ มีรายละเอียดดังนี้

1. การประเมินโดยผู้ทรงคุณวุฒิ การประเมินในลักษณะนี้มีได้เน้นผลลัพธ์ของเป้าหมายหรือวัตถุประสงค์ของกระบวนการเรียนการสอน (Goal-based model) แต่เป็นการประเมินจากผู้ทรงคุณวุฒิเพื่อวิเคราะห์ วิจัยอย่างลึกซึ้งเฉพาะประเด็นที่กำหนดมาพิจารณาโดยมีการกำหนดปัจจัยในการพิจารณาต่าง ๆ เข้าด้วยกัน เพื่อให้ผู้ทรงคุณวุฒิประเมินคุณภาพและความเหมาะสมของสิ่งที่ทำการประเมิน

2. การประเมินแบบเน้นความเชี่ยวชาญเฉพาะ (Specialization) ในเรื่องที่ต้องการประเมิน โดยผู้ประเมินต้องใช้ความรู้ความสามารถในการประเมินอย่างแท้จริง โดยผู้ประเมินต้องมีความรู้ในเรื่องที่ประเมิน ดังนั้นการคัดเลือกผู้ประเมินต้องมีความรู้เฉพาะสาขานั้น ๆ จะทราบและเข้าใจอย่างลึกซึ้ง และได้ผลการประเมินที่มีคุณภาพ สามารถนำไปแก้ไขกระบวนการเรียนการสอนได้ต่อไป

3. การประเมินโดยใช้รูปแบบที่ใช้ตัวบุคคล คือ การใช้ผู้ทรงคุณวุฒิเป็นเครื่องมือในการประเมิน โดยให้ความเชื่อที่ว่าผู้ทรงคุณวุฒิมีความเที่ยงธรรมและมีดุลพินิจที่ดี มีการกำหนดมาตรฐานและเกณฑ์การพิจารณาต่าง ๆ ที่ให้ผู้ทรงคุณวุฒิ ผลการประเมินขึ้นอยู่กับประสบการณ์และความชำนาญของผู้ทรงคุณวุฒิ

4. การประเมินที่ให้ความยืดหยุ่นในกระบวนการทำงานของผู้ทรงคุณวุฒิตามอัธยาศัยและความถนัดของแต่ละคน ทั้งนี้การเลือกผู้ทรงคุณวุฒิในการประเมินกระบวนการเรียนการสอนจะเน้นที่สถานภาพทางวิชาชีพ ประสบการณ์ และการเป็นที่เชื่อถือ (High credit) ของวิชาชีพนั้น ๆ เป็นสำคัญ (ปิยพงษ์ พรหมนนท์, 2564)

การตรวจสอบรูปแบบการจัดการเรียนรู้ที่พัฒนาขึ้น จึงมีความสำคัญเป็นอย่างยิ่งสามารถนำผลที่ได้รับจากการตรวจสอบและประเมินผลมาใช้ในการพัฒนาและปรับปรุงรูปแบบการจัดการเรียนรู้ที่พัฒนาขึ้นให้มีคุณภาพและประสิทธิภาพ สามารถที่จะพัฒนานักเรียนให้มีความสามารถให้เป็นที่ตามวัตถุประสงค์ของรูปแบบการเรียนรู้ที่ต้องการให้เกิดขึ้นกับนักเรียน ผู้วิจัยใช้รูปแบบการประเมินและตรวจสอบคุณภาพของรูปแบบการจัดการเรียนรู้จากการประเมินโดยผู้ทรงคุณวุฒิ แล้วนำมาปรับปรุงและแก้ไขกระบวนการเรียนการสอนให้มีประสิทธิภาพมากขึ้น

2. แนวคิด ทฤษฎี หลักการ เกี่ยวกับการจัดการเรียนรู้

ผู้วิจัยได้ศึกษาแนวคิดทฤษฎีการเรียนรู้ต่าง ๆ ที่เกี่ยวข้องกับการพัฒนารูปแบบการจัดการเรียนรู้ และได้ศึกษาแนวคิดทฤษฎีทางการเรียนรู้อื่น ๆ ที่มีความเกี่ยวข้องกับงานวิจัยเพิ่มเติม มีสาระสำคัญของแนวคิดทฤษฎีต่างๆ มีดังนี้

2.1 ทฤษฎีการเรียนรู้ทฤษฎีพัฒนาการทางสติปัญญาของเพียเจต์

เพียเจต์ (Piaget) ได้ศึกษาเกี่ยวกับพัฒนาการทางด้านความคิดของเด็ก และได้อธิบายว่าพัฒนาการทางสติปัญญา จะส่งผลต่อการเรียนรู้ของเด็ก ดังนั้นเด็กจะมีพัฒนาการไปตามวัยต่าง ๆ เป็นลำดับ ซึ่งเป็นไปตามธรรมชาติ การเร่งให้เด็กข้ามจากพัฒนาการขั้นหนึ่งไปสู่อีกขั้นหนึ่งจะทำให้เกิดผลเสียแก่เด็ก แต่หากเราจัดประสบการณ์ที่ช่วยส่งเสริมพัฒนาการของเด็กให้ไปสู่ขั้นที่สูงกว่าอย่างค่อยเป็นค่อยไป จะช่วยให้เด็กพัฒนาไปอย่างรวดเร็ว ซึ่งเพียเจต์ได้ให้

ความสำคัญของการเข้าใจธรรมชาติและพัฒนาการของเด็กมากกว่าการเร่งกระตุ้นให้เด็กมีพัฒนาการเร็วขึ้น ทั้งนี้ (ทิสนา เขมมณี, 2555, pp. น.64-66) ได้สรุปสาระสำคัญ ดังนี้

1. พัฒนาการทางสติปัญญาของบุคคลเป็นไปตามวัยต่าง ๆ เป็นลำดับขั้นดังนี้
 - 1.1 ขั้นรับรู้ด้วยประสาทสัมผัส (Sensorimotor Period) เป็นขั้นพัฒนาการในช่วงอายุ 0 - 2 ปี ความคิดของเด็กวัยนี้ขึ้นกับการรับรู้และการกระทำเด็กยึดตัวเองเป็นศูนย์กลางและยังไม่สามารถเข้าใจความคิดเห็นของผู้อื่น
 - 1.2 ขั้นก่อนปฏิบัติการคิด (Preoperational Period) เป็นขั้นพัฒนาการในช่วงอายุ 2 - 7 ปี ความคิดของเด็กวัยนี้ยังขึ้นอยู่กับการรับรู้เป็นส่วนใหญ่มิสามารถที่จะใช้เหตุผลอย่างลึกซึ้งแต่สามารถเรียนรู้และใช้สัญลักษณ์ได้การใช้ภาษาแบ่งเป็นขั้นย่อย ๆ 2 ขั้น คือ
 - 1.2.1 ขั้นก่อนปฏิบัติการคิด (Per-conceptual intellectual period) เป็นขั้นพัฒนาการในช่วงอายุ 2 - 4 ปี
 - 1.2.2 ขั้นการคิดด้วยความเข้าใจของตนเอง (Intuitive thinking period) เป็นพัฒนาการในช่วงอายุ 4 - 7 ปี
 - 1.3 ขั้นการคิดแบบรูปธรรม (Concrete operational period) เป็นขั้นพัฒนาการในช่วง อายุ 7- 11 ปี เป็นขั้นที่การคิดของเด็กไม่ขึ้นกับการรับรู้จากรูปร่างเท่านั้น เด็กสามารถสร้างภาพในใจ และสามารถคิดย้อนกลับได้ และมีความเข้าใจเกี่ยวกับความสัมพันธ์ของตัวเลขและสิ่งต่าง ๆ ได้มากขึ้น
 - 1.4 ขั้นการคิดแบบนามธรรม (Formal operational period) เป็นขั้นพัฒนาการในช่วง อายุ 11 - 15 ปี เด็กสามารถคิดสิ่งที่เป็นนามธรรมได้และสามารถคิดตั้งสมมติฐานและใช้กระบวนการทางวิทยาศาสตร์ได้
2. ภาษาและกระบวนการคิดของเด็กแตกต่างจากผู้ใหญ่
3. กระบวนการทางสติปัญญา มีลักษณะ ดังนี้
 - 3.1 การซึมซับหรือการดูดซึม (Assimilation) เป็นกระบวนการทางสมองในการรับ ประสบการณ์เรื่องราวและข้อมูลต่าง ๆ เข้ามาสะสมเก็บไว้เพื่อใช้ประโยชน์ต่อไป
 - 3.2 การปรับและจัดระบบ (Accommodation) คือกระบวนการทางสมองในการปรับ ประสบการณ์เดิมและประสบการณ์ใหม่ให้เข้ากันเป็นระบบหรือเครือข่ายทางปัญญาที่ตนสามารถ เข้าใจได้เกิดเป็นโครงสร้างทางปัญญาใหม่ขึ้น
 - 3.3 การเกิดความสมดุล (Equilibration) เป็นกระบวนการที่เกิดขึ้นจากขั้นของการปรับ หากการปรับเป็นไปอย่างผสมผสานกลมกลืนก็จะก่อให้เกิดสภาพที่มีความสมดุลขึ้น

หากบุคคลไม่สามารถปรับประสบการณ์ใหม่และประสบการณ์เดิมให้เข้ากันได้ก็จะเกิดภาวะความไม่สมดุลเกิดขึ้น ซึ่งจะก่อให้เกิดความขัดแย้งทางปัญญาขึ้นในตัวบุคคล หลักการจัดการศึกษา/ การสอน ทฤษฎีพัฒนาการทางสติปัญญาของ เพียเจต์ มีหลักการจัดการศึกษา/ การสอน ดังนี้

3.3.1. ในการพัฒนาเด็ก ควรจัดประสบการณ์ให้เด็กอย่างเหมาะสม และสอดคล้องกับหลักของการพัฒนาการทางสติปัญญาของเด็ก และไม่ควรเร่งให้เด็กเรียนรู้ในสิ่งที่เด็กยังไม่พร้อม และมากเกินไปจนพัฒนาการตามวัยของเค้า เพราะอาจทำให้เด็กเกิดเจตคติที่ไม่ดี

3.3.1.1 การจัดสภาพแวดล้อมที่เอื้อให้เด็กเกิดการเรียนรู้ตามวัยของตนสามารถช่วยให้ เด็กพัฒนาไปสู่พัฒนาการขั้นสูงขึ้นไปได้

3.3.1.2 ในขณะที่เด็กมีอายุที่เท่ากัน เด็กอาจมีพัฒนาการที่ต่างกันไปและระดับพัฒนาการ อาจไม่เท่ากัน ดังนั้นการเปรียบเทียบเด็กจึงเป็นสิ่งที่ไม่ควรทำ เราควรให้เด็กมีอิสระที่จะเรียนรู้และส่งเสริมพัฒนาตามระดับพัฒนาการของเขา

3.3.1.3 ในการสอนควรใช้สิ่งที่เด็กสามารถสัมผัส จับต้อง และเป็นรูปธรรม เนื่องจากเด็กจะเข้าใจลักษณะต่าง ๆ ได้ดีขึ้นและจะช่วยพัฒนาการช่วงการคิดแบบรูปธรรมให้เด็กสามารถสร้างภาพในใจได้ดี

3.2. การดูแลและสังเกตเด็กอย่างใกล้ชิด จะช่วยให้รู้จักและทราบลักษณะเฉพาะตัวของเด็ก

3.3. ในการสอนเด็กเล็กๆ เด็กจะรับรู้ภาพในลักษณะองค์รวม (Whole) ได้ดีกว่าการแยกส่วนย่อย (Part) ดังนั้น ครูจึงควรสอนในลักษณะองค์รวม จากนั้นจึงสอนแบบแยกสอนในส่วนย่อย

3.4. ในการสอนควรเริ่มจากสิ่งที่เด็กเคยมีประสบการณ์ หรือคุ้นเคยมาก่อน แล้วจึงเสนอประสบการณ์ใหม่ที่มีความสัมพันธ์กับประสบการณ์เดิมของเด็ก เพื่อที่จะช่วยให้เด็กเกิดการเรียนเป็นลำดับขั้นตอนและเป็นระบบได้ง่ายขึ้น

3.5. การเปิดโอกาสให้เด็กได้เรียนรู้จากประสบการณ์และเรียนรู้กับสิ่งแวดล้อม จะช่วยให้เด็กซึมซับข้อมูลจากการเรียนรู้เข้าสู่โครงสร้างทางความคิดและสติปัญญา ซึ่งเป็นการส่งเสริมพัฒนาการทางสติปัญญาของเด็ก

2.2 ทฤษฎีพัฒนาการทางสติปัญญาของบรูเนอร์

Bruner's intellectual development theory บรูเนอร์ (Bruner) เป็นนักจิตวิทยาที่ให้สนใจและศึกษาเรื่องของพัฒนาการทางสติปัญญาต่อเนื่องจากเพียเจต์ ทั้งนี้บรูเนอร์มีความเชื่อว่ามนุษย์สามารถเลือกที่จะเรียนรู้สิ่งที่ตนเองสนใจและการเรียนรู้เกิดจากกระบวนการค้นพบด้วย

ตัวเอง (Discovery learning) ทฤษฎีการเรียนรู้ทฤษฎีพัฒนาการทางสติปัญญาของ บรูเนอร์ (ทีศนา แชมมณี, 2555, pp. น.66-68) ได้สรุปสาระสำคัญ ดังนี้

1. การจัดโครงสร้างของความรู้ควรจัดโดยคำนึงถึงความสัมพันธ์และสอดคล้องกับพัฒนาการทางสติปัญญาของเด็ก เพื่อส่งผลต่อการเรียนรู้ของเด็ก

2. การจัดหลักสูตรและการเรียนการสอนให้เหมาะสมกับระดับความพร้อมของผู้เรียน และคำนึงถึงพัฒนาการทางสติปัญญาตามวัยของผู้เรียนจะส่งเสริมให้การเรียนรู้เกิดประสิทธิภาพ

3. การคิดแบบหยั่งรู้ (Intuition) คือเด็กสามารถคิดหาเหตุผลอย่างอิสระได้ด้วยตนเอง ซึ่งจะพัฒนาความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ได้

4. แรงจูงใจภายในเป็นสิ่งหนึ่งที่จะช่วยให้ผู้เรียนประสบผลสำเร็จในการเรียนรู้

5. ทฤษฎีพัฒนาการทางสติปัญญาของมนุษย์แบ่งได้เป็น 3 ชั้นใหญ่ ๆ ได้แก่

5.1 ชั้นการเรียนรู้จากการกระทำ (Enactive stage) คือชั้นของการเรียนรู้โดยใช้ประสาทสัมผัสในการรับรู้สิ่งต่าง ๆ ทั้งนี้การลงมือทำการทำกิจกรรม จะช่วยให้เด็กเกิดการเรียนรู้ได้ดี

5.2 ชั้นการเรียนรู้จากความคิด (Iconic stage) เป็นชั้นที่เด็กที่ผ่านการเรียนรู้จากของจริง และสามารถสร้างมโนภาพในใจ จึงทำให้สามารถเรียนรู้จากภาพแทนของจริงได้

5.3 ชั้นการเรียนรู้สัญลักษณ์และนามธรรม (Symbolic stage) เป็นชั้นที่ใช้ประสบการณ์จากการเรียนรู้และนำมาสู่การเข้าใจในการใช้สัญลักษณ์ ซึ่งซับซ้อนและเป็นนามธรรมได้

6. การเรียนรู้ที่เกิดจากการสร้างความคิดรวบยอด หรือสามารถจัดระบบความคิด การแยกประเภทของสิ่งต่าง ๆ ได้อย่างเหมาะสม

7. การเรียนรู้ที่ได้ผลที่สุด คือ การให้ผู้เรียนค้นพบการเรียนรู้ด้วยตนเอง (Discovery learning) หลักการจัดการศึกษา/การสอน ทฤษฎีพัฒนาการทางสติปัญญาของ บรูเนอร์มีหลักการจัดการศึกษา/การสอน ดังนี้

7.1. การเรียนรู้โดยการค้นพบด้วยตนเองเป็นกระบวนการเรียนรู้ที่มีความหมายสำหรับผู้เรียน

7.2. การวิเคราะห์และจัดโครงสร้างเนื้อหาสาระการเรียนรู้ให้เหมาะสมกับผู้เรียนเป็นสิ่งที่ต้องเตรียมก่อนการสอนเสมอ

7.3. การจัดหลักสูตรแบบเกลียว (Spiral curriculum) เป็นการจัดวิชาให้มีความสัมพันธ์ ต่อเนื่องกันตามประสบการณ์ของผู้เรียน ช่วยให้สามารถสอนเนื้อหาหรือความคิดรวบยอดเดียวกัน แก่ผู้เรียนทุกระดับได้โดยต้องจัดเนื้อหาความคิดรวบยอดและวิธีสอนให้เหมาะสมกับขั้นพัฒนาการของผู้เรียน

7.4. ในการเรียนผู้เรียนควรได้รับการส่งเสริมให้คิดและคิดอย่างอิสระเพื่อช่วยส่งเสริมความคิดสร้างสรรค์ของผู้เรียน

7.5. การสร้างแรงจูงใจภายในให้เกิดขึ้นกับผู้เรียนเป็นสิ่งสำคัญในการจัดประสบการณ์การเรียนรู้แก่ผู้เรียน

7.6. การที่ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้ได้ดั่งนั้น มีผลจากการจัดกระบวนการเรียนรู้ให้เหมาะสมกับขั้นพัฒนาการทางสติปัญญาของผู้เรียน

7.7. สิ่งจำเป็นในการสอนอีกอย่างคือ การสอนให้ผู้เรียนเกิดความคิดรวบยอด

7.8. การจัดประสบการณ์ที่ส่งเสริมให้ผู้เรียนได้ค้นพบการเรียนรู้ด้วยตนเอง จะช่วยให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้ที่ดี

2.3 ทฤษฎีการเรียนรู้ที่มีความหมายของ Ausubel

ทฤษฎีการเรียนรู้ที่มีความหมาย (Theory of meaningful learning) พัฒนาขึ้นโดย David Paul Ausubel (ค.ศ. 1918 – 2008) นักจิตวิทยาชาวอเมริกัน เขามีความเชื่อว่า การเรียนรู้ใดๆ จะมีความหมายต่อผู้เรียนหากสามารถเชื่อมโยงกับสิ่งที่เคยเรียนรู้มาก่อน เนื้อหาสาระใดๆ สามารถจัดการเรียนรู้ให้กับเด็กได้ แต่ต้องใช้วิธีการที่เหมาะสมกับ ศักยภาพของเด็กแต่ละคน (มารุต พัฒนาผล, 2563)

1. แนวความคิดพื้นฐาน การรับรู้หรือการค้นพบเป็นขั้นแรกของการเรียนรู้ต่อมาผู้เรียนจะต้องนำความรู้ที่ได้จดจำไว้ใช้ต่อไป ถ้าผู้เรียนต้องการให้ความรู้ที่ได้รับใหม่เกิดความคงทนจดจำได้นานโดยการนำไป สัมพันธ์กับความรู้เดิมจะก่อให้เกิดการเรียนรู้ที่มีความหมาย แต่ถ้าไม่นำความรู้ใหม่ไปสัมพันธ์ กับความรู้เดิมจะเกิดการเรียนรู้แบบท่องจำ ซึ่งลักษณะการเรียนรู้ตามแนวความคิดของ Ausubel สามารถจัดได้ 4 รูปแบบ คือ (สุรางค์ โค้วตระกูล, 2550)

1.1 การเรียนแบบรับรู้ที่มีความหมายเป็นการเรียนที่ได้รับการสอนสิ่งใหม่ๆ อย่าง ครบถ้วนและผู้เรียนนำไปสัมพันธ์กับความรู้เดิมที่มีอยู่

1.2 การเรียนแบบรับรู้โดยการท่องจำเป็นการเรียนรู้ที่ผู้เรียนได้รับการสอนสิ่งใหม่ อย่างครบถ้วนและผู้เรียนท่องจำไว้

1.3 การเรียนแบบค้นพบอย่างมีความหมายเป็นการเรียนที่ผู้เรียนค้นหาคำตอบด้วยตนเองและนำไปสัมพันธ์กับความรู้เดิมที่มีอยู่

1.4 การเรียนแบบค้นพบโดยท่องจำเป็นการเรียนที่ผู้เรียนค้นพบแต่ท่องจำได้

2. การเรียนแบบรับรู้อย่างมีความหมาย Ausubel ได้แบ่งการเรียนแบบรับรู้อย่างมีความหมายออกเป็น 3 ประเภท คือ

2.1 การเรียนรู้ระดับพื้นฐานเป็นการเรียนรู้โดยการรับรู้อย่างมีความหมายโดยใช้ กระบวนการจัดหมวดหมู่ที่เป็นการเชื่อมโยงสิ่งที่เรียนรู้ใหม่กับหลักการหรือกฎเกณฑ์ที่เคยเรียนรู้ มาแล้วอย่างมีความหมาย

2.2 การเรียนรู้โดยวิธีการอนุมานเป็นการเรียนรู้โดยการจับกลุ่มของสิ่งที่เรียนรู้ใหม่ ให้เข้ากับมโนคติที่กว้างและครอบคลุมกว่า

2.3 การเรียนรู้โดยวิธีการเชื่อมโยงเป็นการเรียนรู้หลักการกฎเกณฑ์เชิงผสมในวิชา คณิตศาสตร์และวิชาวิทยาศาสตร์ โดยการให้เหตุผลหรือจากการสังเกต

3. เทคนิคแอดวานซ์อแกไนเซอร์ (Advance organizer) เป็นการจัดเรียงเรียงข้อมูล ข่าวสารที่ต้องการให้ผู้เรียนเรียนรู้ออกเป็นหมวดหมู่ หรือให้หลักการอย่างกว้างๆ ก่อนที่จะเรียนรู้ใหม่หรือแบ่งบทเรียนออกเป็นหัวข้อสำคัญ ถ้ามีความคิดรวบยอดที่สำคัญเกี่ยวกับหัวข้อที่จะต้อง เรียนรู้ใหม่ควรที่จะอธิบายให้ผู้เรียนทราบก่อนที่จะสอนหน่วยการเรียนรู้ใหม่ หรือกล่าวได้ว่า เป็น เทคนิควิธีที่เชื่อมความรู้เดิมกับความรู้ใหม่เข้าสู่โครงการความรู้ที่แต่ละบุคคลมีอยู่

4. หลักการจัดการศึกษา Ausubel กล่าวว่า ความสำคัญของการให้การศึกษา คือ การให้ความรู้ที่ถูกต้อง ชัดเจนมีความหมาย เป็นความรู้ที่รวบรวมไว้อย่างเป็นระบบระเบียบ โดยเสนอหลักการที่จะทำให้การเรียนการสอนบรรลุวัตถุประสงค์ มี 2 ประการ คือ

4.1 การจัดความรู้ให้มีโครงสร้างที่เหมาะสม

4.2 การจัดลำดับความยากง่ายของความรู้ที่เหมาะสม

5. วัตถุประสงค์ของการจัดการศึกษา Ausubel ได้นำเสนอวัตถุประสงค์ที่สำคัญของการศึกษา 2 ประการ คือ

5.1 กระตุ้นให้ผู้เรียนมีความต้องการที่จะเรียนรู้และมีความคงทนในการเรียนรู้มากที่สุด

5.2 ให้ความรู้ฝึกทักษะในการแก้ปัญหาได้อย่างมีประสิทธิภาพการเรียนรู้อย่างมีความหมายจะเกิดขึ้นเมื่อความรู้ใหม่เชื่อมมโนคติที่อยู่ในโครงสร้างของความรู้เดิมที่มีอยู่ใน

สมองด้วยกระบวนการดูดซึม เรียกว่า ซัมชูเมอร์ แต่ถ้าไม่ได้นำความรู้ใหม่เข้าไปเชื่อมกับความรู้เดิมที่มีอยู่ จะเป็นการเรียนรู้แบบท่องจำ

จากแนวคิด ทฤษฎีการเรียนรู้ที่มีความหมายของ Ausubel สรุปได้ว่า การเรียนรู้ที่มีความหมาย นั่นคือผู้เรียนต้องนำความรู้ใหม่เชื่อมโยงกับความรู้เดิม ถ้าไม่นำไปเชื่อมโยงกับความรู้เดิมจะเป็นการเรียนรู้แบบท่องจำ ทั้งนี้ความสำคัญของการให้การศึกษา คือ ครูต้องให้ความรู้แก่นักเรียนอย่างถูกต้อง ชัดเจน มีความหมาย และเป็นความรู้ที่รวบรวมไว้อย่างเป็นระบบระเบียบ มีการกระตุ้นให้ผู้เรียนต้องการที่จะเรียนรู้ และเกิดการเชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ที่ได้รับและให้ผู้เรียนเกิดความคงทนในการเรียนรู้ให้มากที่สุด และในการวิจัยครั้งนี้ได้ประยุกต์ใช้แนวคิด ทฤษฎีการเรียนรู้ที่มีความหมายของ Ausubel (Theory of meaningful learning) มาใช้ในการพัฒนารูปแบบการเรียนรู้วิธีการนี้ภาพเพื่อส่งเสริมความคิดเชิงพีชคณิต

2.4 ทฤษฎีพัฒนาการทางเชาว์ปัญญาของวิกโกตสกี

ทฤษฎีการเรียนรู้ วิกโกตสกี (Vygotsky) เป็นนักจิตวิทยาชาวรัสเซียที่ได้ศึกษาวิจัยเกี่ยวกับพัฒนาการทางเชาว์ปัญญาในสมัยเดียวกับเพียเจต์ (Piaget) ทฤษฎีพัฒนาการทางเชาว์ปัญญาของเพียเจต์และวิกโกตสกีเป็นรากฐานที่สำคัญของทฤษฎีการสร้างความรู้ด้วยตนเอง (Constructivism) เพียเจต์อธิบายว่า พัฒนาการทางเชาว์ปัญญาของบุคคลมีการพัฒนาจากกระบวนการซึมซับหรือดูดซึม (assimilation) และการปรับโครงสร้างทางปัญญา (accommodation) ดังนั้นเมื่อบุคคลรับและซึมซับ ข้อมูลหรือประสบการณ์ใหม่เข้าไปสัมพันธ์กับความรู้หรือประสบการณ์ โครงสร้างเดิมที่มีอยู่ ซึ่งหากประสบการณ์ไม่มีความสัมพันธ์กัน จะทำให้เกิดภาวะไม่สมดุลขึ้น (disequilibrium) บุคคลพยายามที่จะปรับสภาวะให้อยู่ในสภาวะสมดุล (equilibrium) โดยใช้กระบวนการปรับโครงสร้างทางปัญญา (accommodation) ทั้งนี้เพียเจต์และวิกโกตสกี ถือเป็นนักทฤษฎีการเรียนรู้ในกลุ่มพุทธินิยม (Cognitivism) ซึ่งเป็นกลุ่มที่ให้ความสนใจศึกษาเกี่ยวกับ “cognition” กระบวนการรู้คิด หรือกระบวนการทางปัญญา (ทีटना แคมมณี, 2555, pp. น.90-94) นักคิดคนสำคัญในกลุ่มนี้คือ อุลริค ไนส์เซอร์ (Ulrich Neisser) เพื่อให้เข้าใจแนวคิดของทฤษฎีการสร้างความรู้ได้ดียิ่งขึ้น ผู้เขียนจึงจะขอเปรียบเทียบแนวคิดนี้กับแนวคิดของทฤษฎีกลุ่มปรนัยนิยม (Objectivism) ซึ่งมีความเห็นว่า โลกนี้มีความรู้ ความจริง ซึ่งเป็นแก่นแท้แน่นอนไม่เปลี่ยนแปลง การศึกษาคือการให้ผู้เรียนได้เรียนรู้ความรู้ ความจริงเหล่านี้ ทั้งนี้ทฤษฎีการสร้างความรู้ด้วยตนเอง ซึ่งคิดค้นโดยวิกโกตสกี (Vygotsky) กล่าวโดยสรุป (ชัยวัฒน์ สุทธิรัตน์, 2552, pp. น.38-40) ได้ไว้ว่า

ทฤษฎีการสร้างความรู้ด้วยตนเอง คิดค้นโดยวิกทอทสกี (Vygotsky) ซึ่งผลงานของเขา เป็นที่ยอมรับกันในประเทศรัสเซีย และเริ่มเผยแพร่สู่ประเทศสหรัฐอเมริกาและประเทศต่างๆ ในยุโรป มีทฤษฎีการเรียนรู้และการ ประยุกต์ใช้ในการจัดการเรียนรู้สรุปได้ดังนี้ ทฤษฎีการเรียนรู้ Vygotsky ให้ความสำคัญกับวัฒนธรรมและสังคมมาก โดยสถาบันสังคมต่างๆ เริ่ม ตั้งแต่สถาบันครอบครัวจะมีอิทธิพลต่อพัฒนาการทางเซาว์ปัญญาของแต่ละบุคคล ส่วนภาษา เป็นเครื่องมือ สำคัญของการคิดและการพัฒนาเซาว์ปัญญาขั้นสูง พัฒนาการทางภาษาและ ทางความคิดของเด็กเริ่มด้วยการพัฒนาที่แยกจากกัน แต่เมื่ออายุมากขึ้นพัฒนาการทั้ง 2 ด้าน จะเป็นไปร่วมกัน วิกทอทสกีเน้นความสำคัญของความแตกต่างระหว่างบุคคลและการให้ความช่วยเหลือผู้เรียน เพื่อให้ก้าวหน้าจากระดับพัฒนาการที่เป็นอยู่ไปถึงระดับพัฒนาการที่เด็กมีศักยภาพจะไปถึงได้ (ชัยวัฒน์ สุทธิรัตน์, 2552, pp. น.37-39)

แนวคิดเกี่ยวกับ “Zone of proximal development” หรือ “Zone of proximal growth” ที่วิกทอทสกีเสนอ ส่งผลให้เกิดการเปลี่ยนแปลงแนวคิดเกี่ยวกับการสอน ซึ่งเคยมี ลักษณะ เป็นเส้นตรง (linear) หรืออยู่ในแนวเดียวกันเปลี่ยนแปลงไปเป็นอยู่ในลักษณะที่เหลื่อมกันโดยการ สอนจะต้องนำหน้าระดับพัฒนาการเสมอ นอกจากนี้ วิกทอทสกียังมีความเชื่อว่าการให้ความ ช่วยเหลือชี้แนะแก่เด็ก ซึ่งอยู่ในลักษณะของ “assisted learning” หรือ “scaffolding” เป็นสิ่ง สำคัญมาก เพราะสามารถช่วยพัฒนาเด็กให้ไปถึงระดับที่อยู่ในศักยภาพของเด็กได้ โดย ประยุกต์ใช้ในการจัดการเรียนรู้ทำได้ดังนี้

1. ผู้สอนจะต้องเป็นตัวอย่างและฝึกฝนกระบวนการเรียนรู้ให้ผู้เรียนเห็น ผู้เรียน จะต้องฝึกฝนการสร้างความรู้ด้วยตนเอง
2. การเรียนรู้ทักษะต่างๆจะต้องมีประสิทธิภาพถึงขั้นทำได้และแก้ปัญหาได้จริง
3. การเรียนการสอนผู้เรียนจะเป็นผู้มีบทบาทในการเรียนอย่างกระตือรือร้น (active) ผู้เรียนจะต้องเป็นผู้ดำเนินการหรือมีประสบการณ์ต่าง ๆ และสร้างความหมายให้กับสิ่งที่ เรียนรู้ด้วยตนเอง โดยการให้ผู้เรียนอยู่ในบริบทจริง การจัดกิจกรรมที่เปิดโอกาสให้ ผู้เรียนใช้สื่อ วัสดุอุปกรณ์ สิ่งของหรือข้อมูลต่างๆ ที่เป็นของจริงและเป็นสิ่งที่ผู้เรียนให้ความสนใจ โดยผู้เรียน สามารถจัดกระทำศึกษา สืบค้น วิเคราะห์ ทดลอง ลองผิดลองถูกกับสิ่งนั้น ๆ จนเกิดเป็นความรู้ ความเข้าใจขึ้น
4. การจัดการเรียนรู้ผู้สอนจะต้องพยายามสร้างบรรยากาศทางสังคมจริยธรรม (socio moral) ให้เกิดขึ้น โดยผู้เรียนจะต้องมีโอกาสเรียนรู้ในบรรยากาศที่เอื้อต่อการปฏิสัมพันธ์ ทางสังคม ซึ่งทางสังคมถือว่าเป็นปัจจัยสำคัญของการสร้างความรู้

5. การเรียนการสอน ผู้เรียนควรที่จะมีบทบาทในการเรียนรู้อย่างเต็มที่ โดยผู้เรียนจะนำตนเองและควบคุมตนเองในการเรียนรู้

6. การเรียนการสอนแบบสร้างความรู้ ผู้สอนจะมีบทบาทโดยเป็นผู้อำนวยความสะดวก และช่วยเหลือผู้เรียนในการเรียนรู้ ซึ่งหมายถึง ในการจัดการเรียนการสอนจะต้องเปลี่ยนจาก “การให้ความรู้” (instruction) เป็น “การให้ผู้เรียนสร้างความรู้” (construction) ผู้สอนจะมีหน้าที่กระตุ้นและสร้างแรงจูงใจภายในให้เกิดแก่ผู้เรียน จัดเตรียมกิจกรรมการเรียนการสอนที่ตรงกับความสนใจของผู้เรียน ดำเนินกิจกรรมที่เป็นการส่งเสริมพัฒนาการของผู้เรียน คอยคำปรึกษาแนะนำทั้งทางด้านวิชาการและด้านสังคม รวมถึงดูแลให้ความช่วยเหลือผู้เรียนที่มีปัญหา และประเมินการเรียนรู้ของผู้เรียน ผู้สอนต้องมีความเป็นประชาธิปไตยและมีเหตุผลกับผู้เรียนด้วย

7. การประเมินผล ควรมีลักษณะที่ยืดหยุ่นในแต่ละบุคคล โดยใช้วิธีการหลากหลาย แตกต่างกันไป ซึ่งอาจเป็นการประเมินจากเพื่อน แฟ้มผลงาน (portfolio) รวมทั้งการประเมินตนเองด้วย การวัดผลต้องอาศัยบริบทจริงที่ค่อนข้างมีความซับซ้อนเช่นเดียวกับการจัดการเรียนการสอนที่ต้องอาศัย กิจกรรม และงานที่เป็นจริง การวัดผลจะต้องใช้กิจกรรมหรืองานในบริบทจริงด้วย ซึ่งในกรณี ที่จำเป็นต้องจำลองของจริงก็สามารถทำได้ แต่เกณฑ์ที่ใช้ควรเป็นเกณฑ์ที่ใช้ในโลกของความเป็นจริง (real world criteria) ด้วย

2.5 แนวคิด Concrete Pictorial Abstract (CPA)

เป็นกระบวนการที่มีขั้นตอนเพื่อส่งเสริมและพัฒนาผู้เรียนจากการเรียนจากรูปธรรมไปสู่นามธรรมโดยใช้ขั้นตอนและประสบการณ์ของผู้เรียน ทั้งนี้ประเทศสิงคโปร์ใช้เป็นหลักในการสอนคณิตศาสตร์ ที่เรารู้จักในชื่อ Singapore Math ซึ่งมีการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิด CPA (Concrete Pictorial Abstract) โดยกระทรวงศึกษาธิการ ประเทศสิงคโปร์ออกแบบรูปแบบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ ตั้งแต่ช่วงปีคริสต์ศักราช 1980 และการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิด CPA ยังคงปรากฏอยู่ในหลักสูตรวิชาคณิตศาสตร์ของประเทศสิงคโปร์ ตั้งแต่ระดับปฐมวัยจนถึงระดับมัธยมศึกษาตอนต้น (Hafiziani Eka Putri 2020; Hoong, 2005) จากจัดการเรียนการสอนตามแนวคิด CPA ของประเทศสิงคโปร์ส่งผลให้คะแนนการวัดผล PISA ของประเทศสิงคโปร์อยู่ในระดับต้น ๆ ของโลก นับว่าเป็นวิธีการสอน ที่ได้รับการพิสูจน์ว่ามีประสิทธิภาพในการสอนคณิตศาสตร์ (Sousa Moreira et al., 2007)

โดยขั้นตอนการสอนตามแนวคิด CPA (Concrete - Pictorial – Abstract) กระทรวงศึกษาธิการประเทศสิงคโปร์ (Naroth & Luneta, 2015; Yeo et al., 2019) ได้ให้ความหมายโดยสังเขป ดังนี้การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิด CPA หมายถึง แนวทางการสอน

คณิตศาสตร์ซึ่งช่วยในการวางแผนการจัดประสบการณ์การเรียนรู้ของผู้เรียน ที่มีจุดมุ่งหมายเพื่อพัฒนาความเข้าใจและมโนทัศน์ในคณิตศาสตร์ ประกอบไปด้วย ขั้นตอนการสอน 3 ขั้นตอนตามลำดับ และมีการเชื่อมโยงระหว่างขั้น และยกตัวอย่างการสอนมโนทัศน์ของจำนวน "5" ดังนี้

1) ขั้นตอนการสอนเชิงรูปธรรม (Concrete) เป็นการสอนมโนทัศน์จำนวน "5" โดยใช้ในการนับวัตถุที่เป็นรูปธรรมสามารถจับต้องได้จริง จำนวน 5 ชิ้น เช่น ผลแอปเปิ้ล บล็อก ลูกบาศก์ ก้อน กระจุก ของเล่น หรือการนับนิ้วมือ โดยเริ่มจากการให้นักเรียนได้ลงมือนับสิ่งของด้วยตนเอง และเมื่อนักเรียนคุ้นเคยแล้วจึงเริ่มให้นักเรียนนับสิ่งของจากระยะไกลหรือไม่ต้องสัมผัสสิ่งของนั้น

2) ขั้นตอนการสอนเชิงรูปภาพ (Pictorial) เป็นการสอนมโนทัศน์จำนวน "5" หลังจากนักเรียนเชี่ยวชาญในมโนทัศน์ที่เป็นเชิงรูปธรรมแล้ว ด้วยการนำรูปภาพ เช่น จุดหรือขีดนับ ซึ่งเป็นตัวแทนของวัตถุจริงในขั้นตอนการสอนเชิงรูปธรรม

3) ขั้นตอนการสอนเชิงนามธรรม (Abstract) เป็นการสอนมโนทัศน์จำนวน "5" โดยการใช้สัญลักษณ์ ซึ่งเป็นตัวแทนของวัตถุ 5 ชิ้น ในขั้นตอนการสอนเชิงรูปธรรม หรือ จุด 5 จุด ในขั้นตอนการสอนเชิงรูปภาพ หากพิจารณาความสัมพันธ์ระหว่างคำว่าตัวแทน (Representation) และคำว่าเชิงรูปภาพ (Pictorial) พบว่าตัวแทนสามารถจำแนกได้เป็น 5 ลักษณะ ได้แก่ ตัวแบบที่จับต้องได้ (Manipulative models) การนำรูปภาพ (Pictures) การเขียนสัญลักษณ์ (Written symbols) การสื่อสารด้วยการพูด (Oral Language) และสถานการณ์โลกจริง (Real-world situation)

นักการศึกษาหลายท่านกล่าวถึงขั้นตอนการสอนตามแนวคิด CPA (Concrete - Pictorial - Abstract ดังนี้

โซอูซา Sousa (2007 as cited in Putri, 2015) ได้กล่าวถึงขั้นตอนของการจัดการเรียนรู้โดยใช้ CPA มี 3 ขั้นตอน ดังต่อไปนี้

1) ขั้นตอนที่ 1 ในระหว่างการจัดการเรียนรู้ ใช้วัตถุที่อาจเป็นเครื่องมือวัดหรือวัตถุใด ๆ ก็ตามที่สามารถจับต้องได้ซึ่งถือเป็นองค์ประกอบที่เป็นรูปธรรม

2) ขั้นตอนที่ 2 แสดงรูปภาพ คือ ความสามารถในการสร้าง การอ่าน หรือการตีความแผนภูมิ หรือรูปภาพ

3) ขั้นตอนที่ 3 ใช้สัญลักษณ์นามธรรม คือ การใช้ตัวแทนสัญลักษณ์ เช่น ตัวเลข หรือตัวพยัญชนะที่ถูกเขียนหรือถูกตีความเมื่อต้องการแก้ไขปัญหา

วิทเชล, ริคคอมมินี, และ ชไนเดอร์ (Witzel et al., 2008) ได้ให้ความหมายของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิด CRA ว่าหมายถึง การสอนซึ่งประกอบไปด้วยขั้นตอนการสอน 3

ชั้น แต่ละชั้นการสอนเป็นการพัฒนาความรู้ที่ได้มาจากชั้นการสอนก่อนหน้า โดยชั้นการสอนทั้ง 3 ชั้น มีดังนี้

1) ชั้นการสอนเชิงรูปธรรม (Concrete) หมายถึง การเรียนรู้ผ่านแนวคิดที่เป็นรูปธรรม การลงมือปฏิบัติ หรือใช้วัตถุที่จับต้องได้จริง

2) ชั้นการสอนโดยใช้ตัวแทน (Representational) หมายถึง การเรียนรู้ผ่านการใช้รูปภาพที่เป็นตัวแทนของแนวคิดที่เป็นรูปธรรม การลงมือปฏิบัติ หรือวัตถุที่จับต้องได้จริงที่ได้เรียนมาแล้วในชั้นการสอนเชิงรูปธรรม

3) ชั้นการสอนเชิงนามธรรม (Abstract) หมายถึง การเรียนรู้ผ่านการใช้สัญลักษณ์ซึ่งมีความเป็นนามธรรม เช่น เลขอารบิก สัญลักษณ์การดำเนินการทางคณิตศาสตร์ เป็นต้น

คูเปอร์ (Cooper & Majid, 2021) กล่าวว่า การเรียนรู้โดยใช้กระบวนการ CPA มี 3 ขั้นตอน คือ

1) ขั้นตอนที่ 1 การเริ่มต้นเกี่ยวข้องกับนักเรียนที่มีปฏิสัมพันธ์ทางกายกับวัตถุที่เป็นรูปธรรม

2) ขั้นตอนที่ 2 เกี่ยวข้องกับการทำงานร่วมกับรูปภาพ ซึ่งโดยปกติจะเป็นรูปร่างกลม จุด การนับ หรือรูปทรงเรขาคณิต

3) ขั้นตอนที่ 3 เป็นนามธรรมโดยใช้ตัวเลข ตัวแปรและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์

Flores (2010) กล่าวว่า การจัดการเรียนรู้โดยใช้วิธี Concrete - Pictorial - Abstract (CPA) ว่ามีขั้นตอนการสอนประกอบด้วย 3 ชั้น คือ ชั้นแรกมีการใช้วัตถุหรือสิ่งของที่มีการเลียนแบบ เพื่อนำความเข้าใจ ขั้นที่สองคือระดับกระบวนการเรียนรู้ได้อธิบายไว้ดังนี้ คือ ผู้สอนแสดงให้เห็นถึงกระบวนการ ทักษะทางคณิตศาสตร์ ด้วยการให้วัตถุที่จับต้องได้ ให้นักเรียนมีส่วนร่วมในการใช้วัตถุจับต้องได้ ให้คำแนะนำ และให้นักเรียนใช้การจัดการวัตถุเพื่อแสดงทักษะกระบวนการ การเรียนการสอนระดับการเป็นตัวแทนจะทำตามขั้นตอนเดียวกัน แทนที่ด้วยภาพหรือภาพวาด หลังจากขั้นตอนการเป็นตัวแทน ส่วนใหญ่ของการสอนเกี่ยวข้องกับกระบวนการ CPA เพื่อให้นักเรียนสามารถจำขั้นตอนในกระบวนการของการทางคณิตศาสตร์ที่เป็นการเปลี่ยนจากการให้ภาพวาดหรือภาพเขียน ในขั้นสุดท้ายนักเรียนใช้ตัวเลขในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และการเรียนการสอนเน้นความคล่องแคล่ว (Solano-Flores, 2010)

สรุปจากทฤษฎีและหลักการต่าง ๆ เมื่อเราเปรียบเทียบ ทฤษฎีความรู้ความเข้าใจ 3 ทฤษฎี คือ ทฤษฎีของเพียเจต์ บรูเนอร์ และออสเชเบล ซึ่งทั้ง 3 ทฤษฎีจะมีความแตกต่างในบางลักษณะ ของคำอธิบายของการพัฒนาทางสติปัญญา ซึ่งแต่ละทฤษฎีจะมีลักษณะเฉพาะ ซึ่งเป็นพื้นฐานของรูปแบบการเชื่อมโยงของการพัฒนาทางสติปัญญา ซึ่งทฤษฎีต่าง ๆ นี้ ถือว่าการเปลี่ยนแปลงในระบบทางความคิด การนี้ภาพ และเมื่อเวลาผ่านไป การเติบโตของผู้เรียนก็จะทำให้เกิดพัฒนาทางปัญญาซึ่งเป็นการเปลี่ยนแปลงเชิงคุณภาพในระบบความคิด การเปลี่ยนแปลงจะมองได้จากมุมมองที่หลากหลาย ทั้งในด้านคุณสมบัติของระบบโครงสร้างภายใน และสภาพแวดล้อมภายนอกจากการจัดประสบการณ์ แต่ละทฤษฎีได้นำเสนอรูปแบบการแก้ไขข้อขัดแย้งว่าเป็นกลไกสำคัญของการเปลี่ยนแปลงทางความคิด แม้ว่ารูปแบบของกลไกการเปลี่ยนแปลงดังกล่าวจะแตกต่างกันไปตั้งแต่ขั้นตอนขององค์การภายในของเพียเจต์ไปจนถึงแนวคิดของบรูเนอร์เกี่ยวกับเครื่องขยายเสียงภายนอกและกระบวนการอนุมานของออสเชเบล มีการตรวจสอบความหมายเฉพาะและเสริมที่ทฤษฎีเหล่านี้มีต่อการศึกษามีการเสนอว่าความคล้ายคลึงพื้นฐานในการบัญญัติสำหรับการเติบโตทางปัญญาชี้ให้เห็นถึงการบูรณาการของการสนับสนุนพิเศษแต่ละอย่างเป็นไปได้และมีประโยชน์สำหรับนักการศึกษา ในเวลาเดียวกัน การเปรียบเทียบมุมมองที่เป็นเอกลักษณ์และหลากหลายของการพัฒนาทางปัญญาซึ่งแต่ละทฤษฎีมีให้ อาจช่วยชี้แจงโดยเปรียบเทียบการมีส่วนสนับสนุนเฉพาะของแต่ละคนที่มีต่อการศึกษา

ทั้งนี้ในอีกมุมมองหนึ่ง Piaget และ Vygotsky เชื่อว่าเด็ก ๆ พยายามทำความเข้าใจโลกรอบตัวพวกเขาอย่างกระตือรือร้นซึ่งเรียกว่าคอนสตรัคติวิสต์ อย่างไรก็ตาม Piaget ถูกระบุว่า เป็นคอนสตรัคติวิสต์ทางปัญญาซึ่งมุ่งเน้นไปที่การเรียนรู้อย่างอิสระ ในขณะที่ Vygotsky เป็นนักคอนสตรัคติวิสต์ทางสังคมที่อาศัยปฏิสัมพันธ์ทางสังคมเพื่อการเรียนรู้ นักพัฒนาการนิยมได้เพิ่มความเข้าใจนี้โดยพิจารณาว่าเด็กจัดระเบียบข้อมูลและพัฒนาทฤษฎีของตนเองเกี่ยวกับโลกได้อย่างไร ทฤษฎี-ทฤษฎีเป็นแนวโน้มของเด็กที่จะสร้างทฤษฎีเพื่ออธิบายทุกสิ่งทุกอย่างที่พวกเขาพบ แนวความคิดนี้บอกเป็นนัยว่าโดยธรรมชาติแล้ว มนุษย์มีแนวโน้มที่จะค้นหาเหตุผลและอธิบายว่าทำไมสิ่งต่าง ๆ จึงเกิดขึ้น เด็ก ๆ มักถามคำถามเกี่ยวกับสิ่งที่พวกเขาเห็นหรือได้ยินรอบตัว

เมื่อมองภาพรวมของทฤษฎีต่าง ๆ พบว่าแนวจัดการเรียนการสอนแบบ CPA (Singapore Math) เป็นแบบอย่างการจัดการเรียนรู้ที่นำทฤษฎีต่าง ๆ โดยเฉพาะทฤษฎีพัฒนาการทางสติปัญญาของมนุษย์ของบรูเนอร์ (ทิตินา แชมมณี, 2555, pp. น.66-68) ซึ่งสรุปได้ดังนี้ พัฒนาการทางสติปัญญาของมนุษย์ที่แบ่งได้เป็น 3 ขั้นใหญ่ๆ คือ ขั้นการเรียนรู้จากการกระทำ (Enactive stage) คือขั้นของการเรียนรู้จากการใช้ประสาทสัมผัสรับรู้สิ่งต่าง ๆ การลงมือกระทำ

ช่วยให้เด็กเกิดการเรียนรู้ได้ดี การเรียนรู้เกิดจากการกระทำ ขั้นการเรียนรู้จากความคิด (Iconic stage) เป็นขั้นที่เด็กสามารถสร้างมโนภาพในใจได้ โดยเด็กสามารถเรียนรู้จากภาพแทนของจริงได้ ขั้นการเรียนรู้สัญลักษณ์และนามธรรม (Symbolic stage) เป็นขั้นการเรียนรู้สิ่งที่ใช้ประสบการณ์จากการเรียนรู้และนำมาสู่การเข้าใจในการใช้สัญลักษณ์ ซึ่งซับซ้อนและเป็นนามธรรมได้

จากความสำเร็จในการสอนวิชาคณิตศาสตร์ในประเทศสิงคโปร์ในระดับโลก นับว่าเป็นการแสดงให้เห็นถึงผลลัพธ์ที่ได้แนวคิด ทฤษฎีต่าง ๆ ในการจัดการเรียนรู้ จึงทำให้ผู้วิจัยมองในมุมมองของวิธีการนิกภาพทางคณิตศาสตร์ ซึ่งจะเกิดคุณภาพที่เพิ่มขึ้นตามเวลาและปัจจัยภายในและภายนอกของนักเรียน ทั้งนี้หากผู้สอนสร้างกระบวนการที่กระตุ้นและส่งเสริมให้นักเรียนได้รับประสบการณ์จากการใช้สิ่งที่จับต้องเป็นรูปธรรมสู่การใช้ตัวแทนที่หลากหลายทางคณิตศาสตร์ที่เป็นนามธรรม จากเนื้อหาคณิตศาสตร์ที่ส่งเสริมการคิดเชิงพีชคณิต โดยมีขั้นตอนต่าง ๆ ตามทฤษฎีและหลักการ รวมถึงนำเสนอความคิดโดยตัวแทนทางคณิตศาสตร์ที่กล่าวมาได้ แล้วนั้น จะนำมาซึ่งความเข้าใจที่มากขึ้นและส่งผลต่อการพัฒนารูปแบบการเรียนรู้ตามวิธีการนิกภาพเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงพีชคณิตของนักเรียนระดับชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 การศึกษาในส่วนนี้จะช่วยทำให้ผู้วิจัยสามารถนำความรู้ที่ได้ในการสร้างและพัฒนารูปแบบการจัดการเรียนรู้ที่เป็นลำดับขั้นตอน เพื่อให้เกิดกระบวนการที่นักเรียนสามารถถอดรหัสทางนามธรรม ให้เป็น ภาพ ภาษา ตลอดจนสัญลักษณ์ ตัวเลข หรืออื่น ๆ ในรูปแบบต่างๆ เพื่อให้เข้าใจได้ด้วยตนเองและยังสามารถสื่อสารสะท้อนออกมาให้ผู้อื่นเข้าใจได้

3. แนวคิด หลักการ เกี่ยวกับวิธีการนิกภาพและตัวแทนทางคณิตศาสตร์

เมื่อกล่าวถึงการนิกภาพ หลายคนจะมองว่าเป็นการสร้างสรรค์ทางความคิดที่ไร้ขอบเขต ทุกคนสามารถที่จะนิกภาพตามที่ตนต้องการได้ ซึ่งแต่ละบุคคลจะมีการนิกภาพที่ไม่เหมือนกัน ทั้งนี้อาจมาจากประสบการณ์ที่แตกต่างกัน เมื่อเราเรียนรู้สิ่งต่าง ๆ การนิกภาพก็เป็นส่วนหนึ่งที่จะสร้างสรรค์และสามารถเชื่อมโยงหลายสิ่งเข้าด้วยกัน ดังนั้นการนิกภาพเข้าก็เกี่ยวข้องกับการเรียนรู้ด้วย เมื่อเรามองถึงวิชาคณิตศาสตร์การที่นักเรียนจะสามารถเข้าใจถึงตัวเลขต่าง ๆ นักเรียนก็จะต้องมีการเรียนรู้จากสิ่งที่เห็นจริงสัมผัสได้ และมีกรนิกภาพภายในความคิดของตนเองว่า จำนวนตัวเลขต่าง ๆ มีค่าเช่นไร ที่กล่าวมาเป็นมุมมองของผู้วิจัยเอง ในอีกมุมมองหนึ่งผู้วิจัยต้องการทราบว่า นักการศึกษาและผู้ที่เกี่ยวข้องท่านอื่น ๆ ได้ให้ความหมายและความสำคัญของการนิกภาพทางคณิตศาสตร์อย่างไร การนิกภาพทางคณิตศาสตร์มีกี่ประเภท รวมถึงวิธีการในการพัฒนารูปแบบการนิกภาพ เพื่อเป็นแนวทางในการพัฒนารูปแบบการเรียนการสอนซึ่งผู้วิจัยมีความสนใจ การหาคำตอบเหล่านี้ ทำให้ผู้วิจัยสนใจศึกษาจากเอกสารต่าง ๆ และผลงานวิจัย ที่มีนักปรัชญา

นักจิตวิทยา องค์กรทางการศึกษา รวมถึงนักการศึกษาหลายท่าน ที่ได้เคยศึกษาเกี่ยวกับการนี้ ภาพทางคณิตศาสตร์ ซึ่งมีข้อมูลดังนี้

3.1 ความหมายของการนี้ภาพทางคณิตศาสตร์

ประวัติของการนี้ภาพทางคณิตศาสตร์นั้นมีมายาวนาน ตั้งแต่จุดเริ่มต้นของ ทศวรรษ 1980 นักการศึกษาคณิตศาสตร์มีความสนใจในความท้าทายเชิงปฏิบัติของการสอนที่จะ นำข้อมูลที่ได้จัดกระทำขั้นตอนและมีอยู่ในความคิดสู่การนี้ภาพทางคณิตศาสตร์ การวิเคราะห์ที่ เกี่ยวกับการนี้ภาพทางคณิตศาสตร์ เพื่อที่จะแสดงออกมาให้ผู้อื่นได้เข้าใจ โดยใช้สัญลักษณ์ต่าง ๆ เป็นตัวแทนทางการนี้ภาพทางคณิตศาสตร์ ความสำเร็จของนักคณิตศาสตร์เป็นผลมาจาก ทักษะการนี้ภาพทางคณิตศาสตร์ หากแต่ไม่ใช่ทุกคนที่จะสามารถนำภาพการนี้ภาพทาง คณิตศาสตร์ที่ตนเองมีอยู่ ออกมาแสดงในเชิงสัญลักษณ์ เพื่อช่วยให้ผู้อื่นเข้าใจความคิดของพวกเขาได้ ในช่วงสองทศวรรษที่ผ่านมา เราได้เห็นการเติบโตที่เพิ่มขึ้นความสนใจในการใช้การนี้ภาพ ทางคณิตศาสตร์เป็นการเปลี่ยนแปลงที่เกิดขึ้น การนี้ภาพทางคณิตศาสตร์ และสื่อสารออกมา นับเป็นพัฒนาการหลายอย่างในความพยายามที่จะสื่อสารสิ่งที่อยู่ในความคิด จึงต้องหาช่องทาง การถ่ายทอดและมีการนำเสนอผ่านสิ่งต่าง ๆ ในที่นี้ผู้วิจัยขอเรียกว่าเป็นการนำเสนอตัวแทนที่มีทั้ง ผ่านทางคำพูด ภาพวาด รวมถึงการนำเสนอต่อตัวทางคณิตศาสตร์ในรูปของตัวเลข สัญลักษณ์ ในกระบวนการเชิงพีชคณิตนับเป็นการสะท้อนถึงการเกิดตัวแทนที่หลากหลายคณิตศาสตร์ ที่ ออกมาในรูปแบบสัญลักษณ์ ตัวเลข และอีกหลายสิ่ง

สำหรับ “การนี้ภาพทางคณิตศาสตร์” หากจะเชื่อมโยงมิติในเชิงคณิตศาสตร์แล้ว การนี้ภาพเป็นกระบวนการสำคัญ ที่ใช้ภาพประกอบรูปเรขาคณิต สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ สร้างจนเกิดการนี้ภาพทางคณิตศาสตร์ ซึ่งจัดว่าเป็นลักษณะของ ความสามารถ การดำเนิน กระบวนการ และผลผลิต ที่เกิดความคิดสร้างสรรค์ การตีความ แปลความหมาย การไตร่ตรอง ซึ่งจะ ออกมาในรูปแบบของรูปภาพ สัญลักษณ์ และอื่น ๆ การนี้ภาพทางคณิตศาสตร์ นับเป็นหนึ่งใน เทคนิคที่พบมากที่สุด สำหรับใช้ในการสอนวิชาคณิตศาสตร์ การนี้ภาพทางคณิตศาสตร์ เป็นการ ทดสอบความคิดและมุมมองของบุคคล ซึ่งช่วยในการเปรียบเทียบข้อคาดการณ์ได้อย่างใดอย่างหนึ่ง หากกล่าวถึงในบริบทของ การนี้ภาพทางคณิตศาสตร์ คงจะหมายรวมถึงความสามารถในการ เข้าใจของปัญหาด้วยลักษณะของโครงสร้างและหรือการใช้ไดอะแกรม ทั้งนี้ภาพทำให้สามารถ มองเห็นวิธีในการแก้ปัญหาได้ การนี้ภาพทางคณิตศาสตร์ จึงเป็นกระบวนการของการใช้รูปทรง เรขาคณิตที่จะแสดงให้เห็นถึงการนี้ภาพทางคณิตศาสตร์ การนี้ภาพมีความหมายในหลายด้าน องค์กรความรู้ เพื่อนำมาซึ่งการเสนอข้อมูลโดยการแสดงข้อมูลรูปแบบสัญลักษณ์ต่าง ๆ หรือรูปแบบ

ตัว เลข (Deliyianni et al., 2009; Habre et al., 2016; Mathewson, 1999; Zarzycki, 2004; Zhang & Linn, 2011)

ดังนั้นความสำคัญโดยรวมของการนึกภาพทางคณิตศาสตร์ กล่าวได้คือ เป็นความคิดที่เป็นระบบ เป็นการช่วยถ่ายโอนความรู้จากสิ่งที่คุ้นเคยไปสู่สิ่งที่แปลกใหม่ โดยใช้ลักษณะของตัวแทนต่าง ๆ ระบบสัญลักษณ์ไดนามิก ที่จะสามารถนำข้อมูล เพื่อจัดระเบียบ และเปลี่ยนแปลงรับรู้ข้อมูลต่าง ๆ เพื่อใช้สำหรับการกำหนดปัญหา สิ่งที่ต้องการรู้ ซึ่งหากเราสามารถมองภาพและเห็นได้ว่าอะไรคือข้อเท็จจริง อะไรคือสิ่งที่มีอยู่และ สิ่งใดที่หายไป จะทำให้การตัดสินใจเลือกขั้นตอนที่จะใช้ในการค้นหาข้อเท็จจริง หรือสิ่งที่หายไป สามารถจัดกระทำได้ง่ายขึ้น สะท้อนออกมาเป็นภาพหรือข้อมูลความรู้สึกเชิงปริภูมิซึ่งเป็นความสามารถในการรับรู้ เข้าใจ เกี่ยวกับขนาด รูปร่าง ตำแหน่ง ทิศทาง ระยะทาง และความสัมพันธ์ของรูปและสิ่งต่าง ๆ องค์ประกอบที่สำคัญของกระบวนการต่าง ๆ ที่จะทำให้เกิดการเปลี่ยนแปลงจากลักษณะความคิดที่เป็นนามธรรม ไปสู่ความคิดที่เป็นรูปธรรม การแปลงข้อมูลในลักษณะของความสัมพันธ์ที่เป็นนามธรรม และข้อมูลที่ไม่ใช่ข้อมูลร่าง เพื่อใช้ในการมองเป็นรูปธรรม เป็นรูปแบบของการสื่อสาร การนำเสนอ ที่อยู่เหนือการประยุกต์ ประยุกต์ และขอบเขตของเทคโนโลยี เป็นการผสมผสานของมุมมองที่เป็นตัวแทนของ ธรรมชาติกับรูปร่างที่เป็นทางการที่จะเสริมสร้างให้เกิดความเข้าใจ การรับรู้ทางปัญญา การศึกษาขับเคลื่อนของระบบใน คอมพิวเตอร์ และมนุษย์ ที่ช่วยให้เกิดการรับรู้ในการใช้งาน และสื่อสารข้อมูลภาพ ความสามารถของบุคคลที่จะสามารถจัดการกับวัตถุในจินตนาการจนเกิดความคิดเชิงปริภูมิ และทำให้เกิดวัตถุจากมุมมองใหม่ การนึกภาพมีผู้ที่ให้นิยามเกี่ยวกับการนึกภาพที่มากมายและมีความหลากหลายสามารถสรุปได้ว่าการนึกภาพเป็นวิธีการที่เราใช้ในการสื่อสารระหว่างการรับรู้ที่เชื่อมโยงกับความคิด อารมณ์ แต่ละคนจะสามารถกำหนดและเชื่อมโยงระหว่างความคิดภายใน ตามที่แต่ละคนสามารถกำหนดเองได้ ซึ่งเป็นการเชื่อมโยงที่มีความสัมพันธ์ระหว่างโครงสร้างภายในและสิ่งทำให้เกิดกระบวนการ โดยผ่านทางประสาทสัมผัส และสิ่งที่ได้รับการ โดยจะสะท้อนออกมาผ่านตัวแทนต่าง ๆ (Ben-Chaim et al., 1989; DeFanti et al., 1989; Johnson & Nelson, 1998; Paivio, 1977; Richardson, 1985; Rieber, 1995; Strong & Smith, 2001; ณิชชา กมล, 2548; วิษณุ นภาพันท์, 2551)

ทั้งนี้การนึกภาพนับเป็นการกระทำหรือกระบวนการของการแปลความในการมองหรือการวางในรูปแบบที่มองเห็นได้โดยการนึกภาพในสมองหรือการนึกคิดโดยใช้ ประสบการณ์เกี่ยวกับความจำ การสร้างมโนภาพ และการมองเห็น เป็นการนึกภาพที่เกี่ยวกับความจำ ความฝัน และสามารถสะท้อนความเข้าใจออกมาเป็นภาพได้ เพื่อสื่อความเข้าใจและทำให้เกิดการระลึก

เหตุการณ์ หรือวัตถุที่เราเคยมีประสบการณ์ การนึกภาพทางคณิตศาสตร์จัดว่าเป็นลักษณะของความสามารถ การดำเนินกระบวนการ และผลผลิต ที่เกิดความสามารถ การตีความ แปลความหมาย การไตร่ตรอง ซึ่งจะออกมาในรูปแบบของรูปภาพ ความสามารถของการนึกภาพที่อยู่ภายใต้ความคิดหรือการดัดแปลงทางความนึกคิด จนเกิดเป็นวัตถุ หรือ ภาพที่ปรากฏขึ้น การรู้ในเรื่องการนึกภาพนับเป็นความสามารถของบุคคลที่จะเข้าใจและสามารถใช้ภาพในการคิดและการเรียนรู้ในหัวข้อของภาพ เช่น การนึกภาพ เป็นชนิดของจิตที่อยู่เบื้องลึกของความคิดที่คนเราจะสามารถพัฒนาและมีการสำรวจให้เกิดขึ้นได้ เป็นชนิดของการแสดงสิ่งที่อยู่ภายใน ซึ่งสามารถแสดงโดยวัตถุ บุคคล ฉาก สถานการณ์ และสิ่งต่าง ๆ) การรับรู้ ประสบการณ์ที่มีมาก่อนหน้านี้ หรือ (ค) การที่เราไม่เคยได้รับรู้เลย กระบวนการของการแปลงข้อมูลที่อยู่ในรูปแบบของการรับรู้ เพื่อให้เกิดการแสดงผลที่มองเห็นตามความสัมพันธ์ในข้อมูลพื้นฐานที่มีความสามารถในการเชื่อมโยงกัน การใช้การนึกภาพ อาจเป็นได้ทั้งที่มีหรือไม่มีภาพวาด แผนภาพที่เรียกว่าการนึกภาพ การนึกภาพเป็นกระบวนการของการใช้รูปทรงเรขาคณิตที่จะแสดงให้ เห็นถึงมิติทัศน์ทางในอีกมุมมองหนึ่งได้มีผู้ให้ความหมายของการนึกภาพ ที่เป็นเรื่องของการสื่อสาร ซึ่งมีลักษณะต่าง ๆ ดังนี้ เพื่อใช้สื่อความหมายแทนภาษา เป็นวิธีการธรรมชาติสำหรับมนุษย์เหมือนกับการพูด ภาพเป็นวิธีหนึ่งที่ใช้ในการสื่อสาร การคิด การแสดงออก ตลอดจนการค้นพบ เหมือนกับภาษา การสื่อสารข้อมูลต่าง ๆ ที่เกี่ยวกับลักษณะของความคิด การเรียนรู้ในสิ่งที่ไม่รู้ให้เกิดเป็นความรู้ และความเข้าใจขั้นสูง เป็นเครื่องมือที่เป็นตัวแทนในการแสดง ถ่ายทอดความคิด "การสะท้อนความคิดจากการนึกภาพนับได้ว่าเป็นเครื่องมือหนึ่งที่สามารถนำมาใช้สำหรับการสื่อสาร การสะท้อนทางความคิด และการเกิดการเรียนรู้เป็นลักษณะเฉพาะบุคคล (เกิดการประมวลความรู้เดิมและ ทักษะองค์ความรู้ของตนเอง) เพื่อที่จะสามารถนำไปใช้ได้อย่างมีประสิทธิภาพ และนำไปเป็น "ตัวแทนความคิด ของวัตถุหรือเหตุการณ์ ภาพที่เป็น ตัวแทนโครงสร้างภายในเนื้อหาที่อธิบายไว้ในข้อความหรือ แสดงในภาพ การรู้เรื่องภาพอธิบายความสามารถในการแปลความหมายของภาพ ได้เช่นเดียวกับผู้ที่ต้องการจะสะท้อนภาพจากความคิด ที่ต้องการสื่อสารความคิดและมิติทัศน์ของตนเอง สะท้อนให้เห็นถึงความคิดที่ไม่สามารถนิยามด้วยภาษาได้ การนึกภาพ เป็นความสามารถในการจัดการหรือการแปลงภาพของ รูปแบบสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ การใช้ตัวเลขและอื่น ๆ เข้าสู่การสะท้อนทางความคิด การนึกภาพ เป็นองค์ประกอบที่มีส่วนของความเข้าใจที่สามารถศึกษามุมมองของวัตถุและรูปแบบภาพ ภายใต้ ความหมายภาพสามมิติที่มีนัยอยู่ด้านในและเป็นการกำหนดลักษณะของความเข้าใจในการแปลงโครงสร้าง และมีความสัมพันธ์กับหน้าที่ และการนึกภาพเป็นทักษะที่สำคัญในการเกิดการนึกภาพทาง

คณิตศาสตร์ ภาพภายในสามารถแสดงได้ทั้งที่เป็นรูปธรรมหรือนามธรรม ทั้งที่มีความเป็นจริงหรือการใช้จินตนาการ หรืออาจเป็นอย่างใดอย่างหนึ่ง (Ben-Chaim et al., 1989; Dalacosta et al., 2009; Garmendia et al., 2007; JK Gilbert et al., 2008; Hubbard & Ernst, 1996; Korakakis et al., 2009; Mathai & Ramadas, 2009; Piburn et al., 2005)

สำหรับการวิจัยฉบับนี้จะให้นิยามการนึกภาพทางคณิตศาสตร์ว่า เป็นการถ่ายโอนความรู้จากประสบการณ์ และสิ่งที่คุ้นเคยไปสู่สิ่งที่แปลกใหม่โดยนำข้อมูล จัดระบบ สะท้อนออกมาด้วยการนำเสนอตัวแทนที่เป็นได้ทั้ง ภาพ ภาษา สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ จากการกำหนดความหมายของการนึกภาพทางคณิตศาสตร์ดังกล่าว ทำให้เห็นว่าการนึกภาพของแต่ละบุคคลนั้นมีความแตกต่างกันโดยขึ้นอยู่กับประสบการณ์ ความสามารถในการแปลงข้อมูลจนนำมาสะท้อนออกในรูปแบบต่าง ๆ โดยใช้การนำเสนอตัวแทน เช่น ทางภาษา การวาดภาพ และการใช้สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ ซึ่งทำให้เราจำเป็นต้องวิเคราะห์เกี่ยวกับความแตกต่างที่เป็นความสามารถของแต่ละบุคคล ดังนั้นสิ่งที่จำเป็นในการศึกษาลำดับต่อไปคือ ความสามารถในการนึกภาพทางคณิตศาสตร์

3.2 ความสามารถในการนึกภาพทางคณิตศาสตร์

ดังที่ได้เกริ่นไว้เกี่ยวกับความแตกต่างในการนึกภาพทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน ซึ่งเราควรพิจารณาความแตกต่างนี้ น่าจะมีผลจากความสามารถในการนึกภาพทางคณิตศาสตร์ที่แตกต่างกัน ในส่วนนี้จะแสดงให้เห็นถึงข้อมูลที่รวบรวม สังเคราะห์จากนักการศึกษา องค์กรทางการศึกษาว่าความสามารถในการนึกภาพทางคณิตศาสตร์เป็นอย่างไร

ความสามารถในการนึกภาพทางคณิตศาสตร์ เกิดขึ้นจากการจินตนาการ โดยใช้ภาพประกอบทางเรขาคณิต เกิดเป็นกระบวนการสะท้อนที่เกิดของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เพื่อคิดหาคำตอบ เป็นกระบวนการที่จะได้ภาพหรือเกิดภาพที่ปรากฏ (กระทรวงศึกษาธิการ, 2552; สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน, 2551; Zarzycki, 2004; Bihop, 1989) โดยการคิดวิเคราะห์ จากภาพประกอบทางเรขาคณิต หรือรูปเรขาคณิตสามมิติ ในการหาคำตอบ นับได้ว่าเป็นความสามารถในการนึกและมองเห็นภาพของรูปเรขาคณิต การตีความ ใช้การไต่ตรองรูปภาพ รูปวาด ไดอะแกรม ใช้สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ หรือการวิเคราะห์ ภาพหรือรูปเรขาคณิตต่างๆในจินตนาการ ซึ่งอาจแสดงออกมาให้เห็นเพื่อแทนข้อความด้วยการเขียน การร่างรูป หรือการสำรวจ เป็นกระบวนการและผลผลิตของการสร้างสรรค์ (Arcavi, 2003; Hershkowitz et al., 1998; Zarzycki, 2004; กระทรวงศึกษาธิการ สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน, 2560; เกษณีย์ ยอดไพอินทร์, 2556)

อีกทั้งยังสามารถสื่อสารความคิดออกมาเป็นรูปธรรมภายนอก โดยการวาดรูปหรืออธิบายแสดงแนวคิดเพื่อหาคำตอบหรือกระบวนการที่จะได้ภาพหรือเกิดภาพที่ปรากฏ รวมถึงเป็นการแปลง ความสัมพันธ์ที่เป็นนามธรรมและข้อมูลที่ไม่ใช่ข้อมูลร่างเพื่อใช้ในการมอง นอกจากนี้ยังรวมถึง วัตถุประสงค์และการแปลงของนิกภาพตัวแทนความคิดมีการจัดการและการเปลี่ยนแปลงของการเป็น ตัวแทนภาพ (Bishop, 1989; เกษณีย์ ยอดไพอินทร์, 2556) ซึ่งแสดงถึงการกระทำในสิ่งที่แต่ละคนกำหนดขึ้น เป็นการเชื่อมโยงที่แข็งแกร่งระหว่างโครงสร้าง ภายในและบางสิ่งในกระบวนการที่รับเข้าผ่านทางประสาทสัมผัส เช่น การเชื่อมโยงสามารถทำได้ในทั้งสองทิศทาง คือ การแสดงของการนิกภาพอาจประกอบด้วยโครงสร้างภายในของวัตถุหรือ กระบวนการเชื่อมโยง การรับรู้โดยภายนอก (Zazkis et al., 1996) และเป็นการแสดงฟังก์ชันทางปัญญาในการรับรู้ภาพ ในการนิกภาพเป็นการผสมผสานของมุมมองการจัดการกับวัตถุในจินตนาการปริภูมิ 3-D และสร้างตัวแทนของวัตถุจากมุมมองใหม่ ความสามารถในการนิกภาพทางคณิตศาสตร์ เป็นการแสดงฟังก์ชันทางปัญญาในการรับรู้ภาพ ในการนิกภาพเป็นการผสมผสานของมุมมอง เป็นการมองเห็นภาพโครงสร้างภายในของวัตถุหรือภาพสามมิติ อย่างเข้าใจ เพื่อพยายามหาวิธีการแก้สถานการณ์ปัญหาต่าง ๆ เสริมสร้างความเข้าใจทางปัญญา เพื่อ บรรยายให้เห็นภาพ สื่อสาร ข้อมูลเกี่ยวกับความคิด และการพัฒนาความเข้าใจขั้นสูง (Arcavi, 2003; Duval, 1999; Garmendia et al., 2007; Strong & Smith, 2001)

สรุปจากข้อมูลที่สังเคราะห์ สามารถสรุปได้ว่า ความสามารถในการนิกภาพทางคณิตศาสตร์ เป็นลักษณะเฉพาะบุคคลในการคิดวิเคราะห์ จากข้อมูลที่มีโดยใช้รูปเรขาคณิต หรือภาพประกอบทางคณิตศาสตร์ในการหาคำตอบ โดยใช้สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ เพื่อบรรยายให้เห็นภาพ สื่อสารข้อมูลเกี่ยวกับความคิดหรือการวิเคราะห์ ภาพหรือรูป เรขาคณิตต่างๆในการนิกภาพทางคณิตศาสตร์ การผสมผสานของมุมมอง เป็นการมองเห็นภาพโครงสร้างภายในของวัตถุ ด้วยความเข้าใจ เพื่อพยายามหาวิธีการแก้สถานการณ์ปัญหาต่าง ๆ ซึ่งถือได้ว่าความสามารถในการนิกภาพทางคณิตศาสตร์เป็นการพัฒนาความเข้าใจขั้นสูงจนสามารถใช้สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการสะท้อนออกมา จากนี้ผู้วิจัยต้องการศึกษาเกี่ยวกับลักษณะของการนิกภาพทางคณิตศาสตร์ว่าสามารถจัดแบ่งอย่างไร จึงทำให้ศึกษาเกี่ยวกับความสำคัญและประเภทของความสามารถในการนิกภาพทางคณิตศาสตร์ในลำดับต่อไป

3.3 ความสำคัญและประเภทของความสามารถในการนิกรภาพทางคณิตศาสตร์

การนิกรภาพทางคณิตศาสตร์แบ่งออกเป็นลำดับขั้นตอนและมีความสำคัญอย่างไร ในส่วนนี้จะทำให้เราสามารถมองภาพของความเชื่อมโยงการนิกรภาพที่เป็นความสามารถที่แต่ละบุคคลมีความแตกต่างกันโดยมีการให้ข้อมูลส่วนนี้อย่างไร ซึ่งผู้วิจัยได้ศึกษาจากนักการศึกษาหลายท่านที่ให้ข้อมูลโดยสรุปดังนี้

นักการศึกษาหลายท่านได้ให้ความสำคัญของการนิกรภาพทางคณิตศาสตร์โดย Guzman (2002); Hasan (2004); Rahim & Siddo (2009) ได้กล่าวถึงความสำคัญของการนิกรภาพทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า การนิกรภาพทางคณิตศาสตร์เป็นศูนย์กลางการสะท้อนของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ และมีส่วนช่วยในการพัฒนาและแก้ปัญหาการเรียนการสอนในวิชาคณิตศาสตร์ของผู้สอนได้ และหากผู้สอนสามารถสอนให้เห็นถึงการเน้น ในจุดที่สำคัญได้ การนิกรภาพทางคณิตศาสตร์ จะเกิดประสิทธิภาพกับผู้เรียน โดยเฉพาะอย่างยิ่งการนิกรภาพทางคณิตศาสตร์มีมุมมอง และหลากหลายเหตุผลที่สามารถพิสูจน์การใช้การนิกรภาพในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ ซึ่งทำให้มีความน่าสนใจในการเรียนการสอนทุกระดับ เริ่มจากชั้น ประถมศึกษา มัธยมศึกษาและมหาวิทยาลัยทั้งนี้ผู้เรียนสามารถนำไปใช้ประโยชน์ในการเติมเต็ม เพื่อให้เกิดความเข้าใจในการนิกรภาพทางคณิตศาสตร์ และประยุกต์ต่อยอดในการเรียนวิชาต่าง ๆ เช่น ชีววิทยา เคมี ฟิสิกส์ วิศวกรรม วิทยาการคอมพิวเตอร์ สถิติประยุกต์และคณิตศาสตร์ (Duval, 1999; Hasan et al., 2014; Rahim & Siddo, 2009)

สรุปความสำคัญของการนิกรภาพทางคณิตศาสตร์ถือได้ว่าเป็นตัวแปรหนึ่งที่มีส่วนช่วยในการพัฒนาและแก้ปัญหาการเรียนการสอนในวิชาคณิตศาสตร์ ที่นำเสนอออกมาโดยการสะท้อนของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ และเป็นตัวแทนที่หลากหลายที่สามารถสื่อสารให้ผู้อื่นเข้าใจ นำไปใช้ประโยชน์ในการเพิ่มพูนความเข้าใจ เพื่อเป็นพื้นฐานไปสู่การแก้ปัญหาในขั้นต่อไป ซึ่งผู้วิจัยมองเห็นถึงความสำคัญดังกล่าว จึงต้องการศึกษาเกี่ยวกับการนิกรภาพที่เชื่อมโยงกับการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และศึกษาถึงการนิกรภาพที่มีหลากหลายประเภท เพื่อให้เห็นถึงสิ่งแตกต่างในคำว่ากรนิกรภาพทางคณิตศาสตร์ที่แยกโดยจัดเป็นประเภทต่าง ๆ ดังที่จะศึกษาในลำดับต่อไป

3.4 ประเภทของการนิกรภาพทางคณิตศาสตร์

การที่แต่ละบุคคลมีความสามารถในการนิกรภาพที่แตกต่างกันทำให้ผู้วิจัยต้องการศึกษาเกี่ยวกับประเภทของการนิกรภาพทางคณิตศาสตร์ว่ามีลักษณะอย่างไร เพื่อที่จะสามารถมองถึงขั้นตอนในการพัฒนาความสามารถในการนิกรภาพทางคณิตศาสตร์ได้จนถึงขั้นที่นักเรียนสามารถนำเสนอด้วยตัวแทนทางคณิตศาสตร์ที่เป็นสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ได้ จาก

การศึกษาและสังเคราะห์เกี่ยวกับเรื่องนี้พบว่า นักการศึกษาหลายท่านได้กล่าวถึง ประเภทของความสามารถในการนึกภาพทางคณิตศาสตร์ไว้หลากหลาย ซึ่งสามารถสรุปได้ดังนี้ (Crowley, 1987; Gutiérrez, 1992; Liu et al., 1999; Philips et al., 2015; Piburn et al., 2005; Presmeg, 2020; Strong & Smith, 2001; ณัชชา กมล, 2548; วิษณุ นภาพันท์, 2551)

1. การนึกภาพตามสิ่งที่มองเห็น ตามรูปธรรมภายนอก (Visualization) ลักษณะของการนึกภาพวัตถุที่เรามองเห็นเป็นรูปธรรมภายนอก จับต้องได้ และภาพการรับรู้การเปลี่ยนแปลงเคลื่อนไหวได้ ที่ทำให้เข้าใจได้มากกว่าที่เป็นเพียงวัตถุ

2. การนึกภาพโดยการวิเคราะห์ การตีความ (Analysis Visualization) ลักษณะของการนึกภาพที่ต้องใช้กระบวนการวิเคราะห์จากการจินตนาการ การตีความหมายและการแปลความหมาย เพื่อให้เกิดการนึกภาพที่อยู่ในความทรงจำ

3. การนึกภาพตามมโนทัศน์ (Concrete Visualization) ลักษณะของการนึกภาพที่ต้องใช้กระบวนการที่เกิดความคิดที่สามารถสร้างความสัมพันธ์เชื่อมโยงกับ ประสบการณ์ของแต่ละบุคคลที่มีความแตกต่างกัน จึงทำให้เกิดความหลากหลายของการแตกแขนงของความคิดและกระบวนการเพื่อหาคำตอบจากสถานการณ์ที่ได้

จากที่ผู้วิจัยได้ศึกษาสรุปได้ว่าประเภทของการนึกภาพทางคณิตศาสตร์ มี 3 ประเภท จะเห็นว่าลำดับขั้นของความสามารถในการนึกภาพทางคณิตศาสตร์มีระดับที่แตกต่างกัน และพบว่ามีความสอดคล้องกับทฤษฎีการเรียนรู้ของนักวิชาการและ องค์กรด้านการศึกษา หลายท่าน เช่น ทฤษฎีพัฒนาการทางสติปัญญาของ Bruner ทฤษฎีการเรียนรู้ที่มีความหมายของ David Paul Ausubel ทฤษฎีพัฒนาการทางเชอว์บ์ปัญญาของวิกอตสกี Vygotsky's Sociocultural Theory of Cognitive Development ทฤษฎีพัฒนาการทางสติปัญญาของ Piaget รวมถึงแนวคิด CPA (Concrete - Pictorial – Abstract) โดยทฤษฎีและแนวคิดต่าง ๆ ที่กล่าวมานั้นมีขั้นตอนโดยสรุปดังนี้ เริ่มต้นจากสิ่งที่จับต้องได้และเชื่อมโยงเป็นการนึกภาพ จนถึงการสร้างสัญลักษณ์เพื่อนำมาอธิบายกระบวนการทางความคิด โดยผู้วิจัยสนใจศึกษาเพื่อนำมาพัฒนารูปแบบการเรียนรู้โดยใช้การนึกภาพทางคณิตศาสตร์ เป็นความสามารถในลักษณะเฉพาะของแต่ละบุคคล ที่จะนำมาใช้ในการเชื่อมโยงกับกระบวนการ ประสบการณ์และความเข้าใจ ซึ่งเป็นสิ่งที่ผู้วิจัยต้องการศึกษา ความสามารถในการนำความสัมพันธ์เพื่อหาคำตอบ ซึ่งสามารถแยกออกเป็น 2 ประเภทคือภาพที่เป็นนามธรรมและรูปธรรม ซึ่งเป็นการสะท้อนความคิดภายใน (mental Construction and mental representations) หรือกระบวนการที่ซับซ้อนทางปัญญา ในการรับรู้ถึงวัตถุ การเปลี่ยนแปลงต่าง ๆ การนำเสนอตัวแทนทางความคิดเพื่อนำมาอธิบายการนึกภาพที่เกิดขึ้น และไปสู่

การเป็นนามธรรมทางการนึกภาพ ซึ่งสะท้อนการนึกคิดที่มีข้อจำกัดของบริบทต่าง ๆ ซึ่งลำดับขั้นของประเภทของการนึกภาพทางคณิตศาสตร์ ทั้งนี้จากข้อมูลข้างต้นนับเป็นประโยชน์อย่างยิ่ง เนื่องจากทำให้ผู้วิจัยสามารถนำสู่ความเชื่อมโยง เพื่อจะนำไปสู่การพัฒนา รูปแบบการเรียนรู้วิธีการนึกภาพทางคณิตศาสตร์ เพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ ดังนั้นผู้วิจัยจึงสนใจที่จะทราบถึงหลักในการพัฒนาความสามารถในการนึกภาพทางคณิตศาสตร์ เพื่อให้นักเรียนสามารถที่จะนึกภาพทางคณิตศาสตร์ และนำไปสู่การส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ ซึ่งได้ทำการศึกษาเทคนิคการพัฒนาความสามารถในการนึกภาพทางคณิตศาสตร์ในลำดับต่อไป

3.4 เทคนิคการพัฒนาความสามารถในการนึกภาพทางคณิตศาสตร์

จากการที่ผู้วิจัยได้ทราบถึงความหมาย ความสามารถ ความสำคัญ รวมถึงประเภทของการนึกภาพทางคณิตศาสตร์ ทำให้ต้องการทราบวิธีการเพื่อพัฒนาให้นักเรียนเกิดความสามารถในการนึกภาพทางคณิตศาสตร์ กลยุทธ์ที่จะช่วยให้เด็กเข้าใจคณิตศาสตร์โดยใช้การนึกภาพ เป็นการผสมผสานเป็นสิ่งที่มีความเป็นทั้งศาสตร์และศิลป์ การที่นักเรียนเรียนวิชาคณิตศาสตร์ควรที่จะต้องเรียนรู้ที่จะใช้การนึกภาพเป็นตัวช่วย เพื่อให้สามารถจัดทำกระบวนการขั้นตอนในระบบความคิดและเกิดเป็นการนึกภาพทางคณิตศาสตร์ และสะท้อนการนึกภาพทางคณิตศาสตร์ โดยใช้การนำเสนอตัวแทนทางคณิตศาสตร์ในการสื่อสารออกมาเป็นตัวเลขสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ที่มีความหมาย จากการศึกษาพบว่า ผู้เชี่ยวชาญที่สอนทักษะการพัฒนากการนึกภาพทางคณิตศาสตร์ มีกลยุทธ์การสอนหลากหลายที่จะพัฒนากการนึกภาพทางคณิตศาสตร์ เช่น เทคนิคการพัฒนากการนึกภาพทางคณิตศาสตร์

การพัฒนากการนึกภาพทางคณิตศาสตร์มีเทคนิคและวิธีการตามที่นักการศึกษาหลายท่านได้กล่าวไว้โดยสรุปดังนี้ ซึ่งมีเทคนิคดังนี้

1. การสร้างกระบวนการสอนที่มีการเคลื่อนไหว ซึ่งจะสามารถช่วยกระตุ้นให้เกิดภาพ และแนวคิดทางคณิตศาสตร์ให้กับผู้เรียนได้ ขั้นตอนต่อไปคือการช่วยนักเรียนเก็บภาพที่มองเห็นเหล่านั้นไว้ในความคิด ซึ่งเป็นวิธีการส่งเสริมให้นักเรียนสามารถเกิดการนึกภาพการจินตนาการได้

2. สร้างเส้นจำนวน ตัวเลข บนพื้นให้มีขนาดใหญ่ และให้นักเรียนมีโอกาสในการเล่นกับตัวเลข อาจให้นักเรียนได้สัมผัส ซึ่งจะช่วยให้นักเรียนเห็นภาพตัวเลขด้วยประสาทสัมผัส ดังนั้นแม้ว่าเส้นจำนวนหรือตัวเลข จะหายไป นักเรียนก็ยังสามารถจำได้ เป็นการเสริมสร้างจินตนาการในการนึกภาพของนักเรียนได้

3. การที่ครูบอกถึงจำนวน ๆ หนึ่งแก่นักเรียน และให้นักเรียนพิจารณาและหาที่มาของกระบวนการคิด เพื่อให้ได้ซึ่งจำนวน ๆ นั้น หรือคำตอบนั้น ๆ โดยให้นักเรียนใช้วิธีการนี้ภาพ เพื่อคิดแก้ไขโจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ (พร้อมคำตอบ) จากนั้นสร้างปัญหานั้นขึ้นมาใหม่เพื่อให้นักเรียนได้ลองคิดหาคำตอบ ซึ่งจะทำให้นักเรียนเกิดกระบวนการนี้ภาพทางคณิตศาสตร์

4. การใช้บัตรภาพสามารถใช้ได้ทั้งการบวกและการลบ การคูณบัตรภาพที่มีข้อเท็จจริงทั้งหมดจะช่วยให้เด็ก ๆ สร้างกระบวนการและข้อเท็จจริงโดยใช้เชื่อมโยงกับสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ได้

เทคนิคการสร้างภาพมโนทัศน์ 7 ภาพ จากการสรุปข้อมูลของนักวิชาการหลายท่านเกี่ยวกับการสร้างการนึกภาพ และเทคนิคต่าง ๆ ซึ่งการแสดงภาพเป็นการฝึกสร้างบริบทของการจินตนาการโดยการเปลี่ยนความคิดและใช้จินตนาการเพื่อสัมผัสกับพฤติกรรมใหม่และเหตุการณ์ใหม่ ๆ ด้วยการสร้างแผนผังโดยละเอียดของสิ่งที่ต้องการหลาย ๆ ครั้ง เกิดการนึกภาพขึ้นมาในรูปแบบใหม่สำหรับการเปลี่ยนแปลงจะถูกวางไว้ในความคิด การใช้ความคิดเชิงบวกและการเรียนรู้ใหม่ ๆ เหล่านี้เพื่อให้เรามองเห็นสิ่งต่างๆและสถานการณ์ที่แตกต่างกันผ่านการสร้างประสบการณ์ทางประสาทสัมผัสที่เป็นประโยชน์และมีไหวพริบเหล่านี้จะกลายเป็นนิสัยเชิงบวกเพื่อให้เกิดการนึกภาพ

การใช้ Power of Creative Visualization เปิดโอกาสในการสร้างผลลัพธ์เชิงบวก การแสดงภาพผลลัพธ์เชิงบวกช่วยให้นักเรียนสามารถสร้างสิ่งที่มีอยู่ในชีวิตจริง เช่นให้ลองนึกภาพนึกภาพมะนาวสักแก้วผ่าครึ่งหนึ่งแล้วดูว่าเกิดอะไรขึ้นคุณอาจจะเริ่มมีความรู้สึกเปรี้ยวต่อมน้ำลายเริ่มทำงาน ในทำนองเดียวกันลองนึกภาพตัวเองวิ่งขึ้นบันไดหลาย ๆ เราจะรู้สึกถึงผลกระทบที่มีต่อการหายใจและอัตราการเต้นของหัวใจเป็นสิ่งที่เกิดขึ้นจากการนึกภาพ เราสามารถส่งเสริมการนึกภาพให้เกิดขึ้นโดยใช้เทคนิคต่าง ๆ ดังนี้

1. ภาพที่คุ้นเคย นำสิ่งที่เกิดขึ้นจากประสบการณ์ในการนึกภาพให้ดูสิ่งที่เราคุ้นเคย เริ่มต้นในสิ่งที่คุ้นเคยและย้อนอดีตประสบการณ์ นั่นคือการนึกภาพ (Visualization)

2. การนำทางด้วยภาพ ครูอาจทำกิจกรรมโดยให้นักเรียนหลับตาและเริ่มจดจำการเดินทางจากบ้านมาโรงเรียน สถานที่ที่นักเรียนชอบ และสังเกตสิ่งที่อยู่รอบ ๆ ฝึกสังเกตให้มากที่สุด สิ่งนี้จะช่วยให้นักเรียนได้รับการส่งเสริมและพัฒนาสร้างพื้นฐานในการนึกภาพ

3. การทบทวนและตรวจสอบความคิดและการนึกภาพที่เกิดขึ้นของตนเอง เพื่อให้เกิดความถูกต้องตามที่ได้รับข้อมูล

4. การฝึกฝนและทำซ้ำ ๆ จะทำให้นักเรียนสามารถนึกภาพได้รวดเร็วขึ้น

5. การฝึกการนึกภาพ โดยครูอาจจะใช้เวลาเพียง 5 นาทีและฝึกทุกวันให้นักเรียน

สรุปจากการศึกษา จากการพัฒนาการนึกภาพทางคณิตศาสตร์แนวทาง เทคนิคและวิธีการต่าง ๆ ทำให้ผู้วิจัยสามารถมองเห็นการนำไปประยุกต์ใช้ในการพัฒนารูปแบบการเรียนรู้เพื่อสร้างให้นักเรียน ได้เรียนรู้และจัดกิจกรรมที่ส่งเสริมให้นักเรียนเกิดการนึกภาพทางคณิตศาสตร์ โดยมุ่งหวังว่าผู้เรียนสามารถอธิบายวิธีการที่แตกต่าง ตามวิธีการนึกภาพทางที่นักเรียนสามารถเชื่อมโยงความคิดของตนเอง เกิดความสามารถในการเข้าใจของปัญหา หรือสถานการณ์ ที่เป็นความคิดที่เป็นระบบ เป็นการช่วยถ่ายโอนและสะท้อนความรู้ ทั้งนี้การที่ผู้วิจัยต้องการที่จะพัฒนารูปแบบการเรียนรู้ตามวิธีการนึกภาพทางคณิตศาสตร์นั้น หลักการที่จะทำให้การพัฒนารูปแบบนั้นมีความถูกต้องน่าเชื่อถือ ผู้วิจัยจึงศึกษางานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการนึกภาพจากทั้งในและต่างประเทศ เพื่อศึกษากระบวนการรูปแบบและวิธีการ ซึ่งเป็นเนื้อหาสำคัญที่ผู้วิจัยได้ศึกษาในลำดับต่อไป

3.5 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการนึกภาพ

งานวิจัยในประเทศ

ดลนภา โสสิตดุลย์ (2561) ศึกษาความสามารถในการนึกภาพทางคณิตศาสตร์ (Visualization) เกี่ยวกับหน้าตัดของรูปเรขาคณิตสามมิติของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 โรงเรียนหลักเมืองมหาสารคาม อำเภอเมืองมหาสารคาม จังหวัดมหาสารคาม จำนวน 171 คน ซึ่งได้มาจากการสุ่มแบบแบ่งชั้นภูมิตามสัดส่วน จากนั้นจำแนกออกเป็น 3 กลุ่ม ได้แก่ กลุ่มคะแนนสูง กลุ่มคะแนนปานกลาง และกลุ่มคะแนนต่ำ โดยการสุ่มอย่างง่าย รวมเป็นจำนวน 9 คน (กรณีศึกษา) เพื่อศึกษาแนวคิดในการนึกภาพหน้าตัดของรูปเรขาคณิตสามมิติเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย ได้แก่ แบบวัดความสามารถในการนึกภาพทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน จำนวน 16 ข้อ ผลการวิจัยพบว่า การศึกษาความสามารถในการนึกภาพทางคณิตศาสตร์ (Visualization) เกี่ยวกับหน้าตัดของรูปเรขาคณิตสามมิติของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 พบว่า นักเรียนมีการตัดตามแนวระนาบของรูปเรขาคณิตสามมิติ คิดเป็นร้อยละ 30.92 การตัดตามแนวตรงของรูปเรขาคณิตสามมิติ คิดเป็นร้อยละ 27. ส่วนใดส่วนหนึ่งของรูปเรขาคณิตสามมิติคิดเป็นร้อยละ 21.29 และการตัดตามแนวทแยงของรูปเรขาคณิตสามมิติ คิดเป็นร้อยละ 20.35 และในการศึกษาครั้งนี้ ทำให้เห็นได้ว่า นักเรียนที่มีความสามารถในการนึกภาพทางคณิตศาสตร์ได้ จะสามารถสร้างภาพในสมองหรือการนึกคิดโดยใช้ประสบการณ์เกี่ยวกับการตัด สามารถมองเห็นภาพในการตัดตามแนวของรูปเรขาคณิตสามมิติ สามารถอธิบายภาพหน้าตัดได้ถูกต้อง และสามารถวาดภาพออกมาได้ถูกต้อง เนื่องจาก นักเรียนใช้ประสบการณ์ในห้องเรียน นารูปทรงมาเทียบกับวัตถุที่อยู่รอบตัว และ

เชื่อมโยงประสบการณ์ในห้องเรียนและในชีวิตจริงมาช่วยในการนี้ภาพทางคณิตศาสตร์ผลการสัมภาษณ์ พบว่า นักเรียนที่มีความสามารถในนี้ภาพทางคณิตศาสตร์ได้คะแนนระดับสูง นักเรียนสามารถสร้างภาพในสมองหรือการนึกคิดโดยใช้ประสบการณ์เกี่ยวกับการตัดสามารถมองเห็นภาพในการตัดตามแนวของรูปเรขาคณิตสามมิติ และสามารถวาดภาพออกมาได้ถูกต้อง เนื่องจากนักเรียนใช้ประสบการณ์ในห้องเรียน นำรูปทรงมาเทียบกับวัตถุที่อยู่รอบตัวและใช้ประสบการณ์ที่เคยพบเห็นในชีวิตจริงมาช่วยในการนี้ภาพทางคณิตศาสตร์ นักเรียนที่มีความสามารถในนี้ภาพทางคณิตศาสตร์ได้คะแนนระดับปานกลาง พบว่า นักเรียนมีปัญหาในการนี้ภาพทางคณิตศาสตร์ได้ตามแนวตัดทแยงและการตัดรูปทรงออกบางส่วน นักเรียนไม่สามารถนี้ภาพทางคณิตศาสตร์ได้ เนื่องจากขาดทักษะและประสบการณ์ และขาดความพยายามในการนี้ภาพทางคณิตศาสตร์ แต่สำหรับการตัดภาพแนวระนาบและแนวตรงนักเรียนส่วนใหญ่ในระดับคะแนนปานกลางสามารถ นี้ภาพทางคณิตศาสตร์ได้ และนักเรียนที่มีความสามารถในนี้ภาพทางคณิตศาสตร์ได้คะแนนระดับต่ำ ไม่มีความสามารถในการนี้ภาพทางคณิตศาสตร์ เนื่องจากนักเรียนขาดความพยายามในการนี้ภาพทางคณิตศาสตร์และขาดประสบการณ์ในการนี้ภาพหรือมองภาพ ไม่สามารถเชื่อมโยงประสบการณ์ในห้องเรียนและในชีวิตจริงมาช่วยในการนี้ภาพทางคณิตศาสตร์ (ดลนภา โสสิตดุลย์, 2561)

เกรียงไกร มาตรมุล (2015) ศึกษาความสามารถในการนี้ภาพทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่ผ่านการเรียนรู้โดยใช้โปรแกรมภูเกิล สเก็ตชอัป การศึกษาค้นคว้าแบบอิสระนี้มีวัตถุประสงค์ เพื่อศึกษาความสามารถในการนี้ภาพทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่ผ่านการเรียนรู้โดยใช้โปรแกรมภูเกิล สเก็ตชอัป กลุ่มเป้าหมายที่ใช้ในการศึกษาในครั้งนี้ คือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2556 โรงเรียนบ้านคำ อำเภอดอกคำใต้ จังหวัดพะเยา จำนวน 25 คน เครื่องมือที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า ประกอบด้วยแผนการจัดการเรียนรู้โดยใช้โปรแกรมภูเกิล สเก็ตชอัปในเนื้อหา เรื่อง ความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ และแบบทดสอบวัดความสามารถในการนี้ภาพทางคณิตศาสตร์ ผลการศึกษา พบว่า นักเรียนมีความสามารถในการนี้ภาพทางคณิตศาสตร์ อยู่ในระดับดีมาก เมื่อผ่านการจัดการเรียนรู้โดยใช้โปรแกรมภูเกิล สเก็ตชอัป (เกรียงไกร มาตรมุล, 2015)

เกษณีย์ ยอดไพอินทร์ (2557) ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลเฟสเมทีออดคอมปิเนชันและกลยุทธ์การพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผลและการนี้ภาพ ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ซึ่งการวิจัยครั้งนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อ 1) เปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลและการนี้ภาพ

ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลเฟสเมท้อดคอมบิเนชันและกลยุทธ์การพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ระหว่างก่อนเรียนกับหลังเรียน 2) เปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลและการนิรนัยทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนระหว่างกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลเฟสเมท้อดคอมบิเนชันและกลยุทธ์การพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์กับกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ 3) ศึกษาพัฒนาการความสามารถในการให้เหตุผลและการนิรนัยทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลเฟสเมท้อดคอมบิเนชันและกลยุทธ์การพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนพุทไธสง ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2556 กลุ่มทดลอง 40 คน และกลุ่มควบคุม 40 คน เครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูลคือ แบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และแบบวัดความสามารถในการนิรนัยทางคณิตศาสตร์ เครื่องมือที่ใช้ในการทดลองคือ แผนการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลเฟสเมท้อดคอมบิเนชันและกลยุทธ์การพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์และแผนการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ วิเคราะห์ข้อมูลโดยหาค่าเฉลี่ยเลขคณิต ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน และการทดสอบค่าที ผลการวิจัยพบว่า 1) นักเรียนกลุ่มทดลองมีความสามารถในการให้เหตุผลและการนิรนัยทางคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 2) นักเรียนกลุ่มทดลองมีความสามารถในการให้เหตุผลและการนิรนัยทางคณิตศาสตร์สูงกว่ากลุ่มควบคุมอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 3) ความสามารถในการให้เหตุผลและการนิรนัยทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มทดลองมีพัฒนาการที่ดีขึ้น (เกษณีย์ ยอดไพอินทร์, 2556)

สุภาดา อินมา (2564) การพัฒนาความสามารถในการนิรนัยทางคณิตศาสตร์ด้วยกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิด Concrete Pictorial Abstract: CPA ร่วมกับชุดลูกบอลและแท่งเรียนรู้เรขาคณิต เรื่อง รูปเรขาคณิตสามมิติ ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 การวิจัยครั้งนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อพัฒนาความสามารถในการนิรนัยทางคณิตศาสตร์ด้วยกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิด Concrete Pictorial Abstract: CPA ร่วมกับชุดลูกบอลและแท่งเรียนรู้เรขาคณิต เรื่อง รูปเรขาคณิตสามมิติ ของนักเรียน ชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ผู้เข้าร่วมการวิจัย คือ นักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2563 จำนวน 25 คน ของโรงเรียนบ้านท่าซุ่ม (ประชาอุทิศวิทยาการ) โดยใช้รูปแบบการวิจัยปฏิบัติการในชั้นเรียนและเก็บข้อมูลเชิงคุณภาพ จัดกิจกรรม การเรียนรู้ทั้งหมด 9 ชั่วโมง เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย คือ แผนการจัดการเรียนรู้จำนวน 4 แผน ใบกิจกรรมและแบบทดสอบความสามารถในการนิรนัยทางคณิตศาสตร์ โดยน าข้อมูลที่ได้

มาท การวิเคราะห์ข้อมูลเชิงเนื้อหา โดยการจัดกลุ่มคำตอบของนักเรียนตามความสามารถในการ
 นึกภาพทางคณิตศาสตร์ 3 ด้าน คือ การวาดภาพ การบอกชนิดและการเลือกภาพ ซึ่งแบ่งออกเป็น
 ด้านละ 3 ระดับ ได้แก่ ระดับ 1 ระดับ 2 และระดับ 3 ใช้สถิติพื้นฐาน คือ ค่าความถี่และร้อยละ
 ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนส่วนใหญ่มีความสามารถในการนึกภาพทางคณิตศาสตร์อยู่ในระดับ 3
 กล่าวคือ นักเรียนสามารถนึกถึงภาพของ รูปเรขาคณิต วิเคราะห์รูปเรขาคณิตต่าง ๆ ในจินตนาการ
 เพื่อสื่อสารความคิดออกมาเป็นรูปธรรมภายนอก เกี่ยวกับรูปเรขาคณิตสามมิติ หน้าตัดหรือฐาน
 และหน้าข้างของรูปเรขาคณิตสามมิติ ในด้านการวาดภาพ การบอกชนิด และการเลือกภาพได้
 อย่างถูกต้อง (สุภาดา อินมา, 2564)

งานวิจัยต่างประเทศ

MuPad Research Group (2006) ศึกษาเกี่ยวกับ Visualizing Mathematics: Imagery Techniques for Learning Abstract Concepts ได้กล่าวว่า รูปภาพมีค่าหนึ่งพันคำ โดยเฉพาะอย่างยิ่งในวิชาคณิตศาสตร์ที่รูปภาพหรือแบบจำลองภาพประเภทอื่น ๆ อาจมีประโยชน์ ในการอธิบายความคิดทางคณิตศาสตร์ นอกจากนี้แบบจำลองได้พิสูจน์แล้วว่ามีความประโยชน์ในการ ทำความเข้าใจแนวคิดนามธรรม ให้ลึกซึ้งยิ่งขึ้นและเป็นเครื่องมือในการแก้ปัญหา ในช่วงยี่สิบปีที่ ผ่านมาโดยเฉพาะอย่างยิ่งเนื่องจากการพัฒนาความสามารถในการสร้างภาพด้วยภาพของ คอมพิวเตอร์ส่วนบุคคลคณิตศาสตร์ได้พัฒนาขึ้นเพื่อตอบคำถามเกี่ยวกับภาพเหล่านี้ งานวิจัยใหม่ นี้มักเรียกกันง่าย ๆ ว่าคณิตศาสตร์ภาพ แนวคิดทั่วไปคือนักเรียนที่ประสบความสำเร็จในการเรียน คณิตศาสตร์จะต้องเป็นนักคิดที่ "สมองซีกซ้าย" ความคิดนี้อาจเกิดขึ้นได้หากสังเกตบทบาทของแต่ ละฝ่าย แรงจูงใจที่อยู่เบื้องหลังการใช้ภาพในห้องเรียนคือการใช้ความสามารถในการแสดง ภาพกราฟิกที่เป็นธรรมชาติของนักเรียนในปัจจุบันและใช้เทคนิคและแอปพลิเคชันคอมพิวเตอร์ สมัยใหม่ในการกำจัดของพวกเขา ตัวอย่างภาพที่เป็นภาพเฉพาะที่ให้ไว้ในบทความนี้ออกแบบมา เพื่อช่วยให้นักเรียนมีความเข้าใจอย่างถ่องแท้เมื่อเรียนรู้แนวคิดเชิงนามธรรม ความคาดหวังคือ เทคนิคการมองเห็นเหล่านี้รวมกับการพัฒนาทางทฤษฎีที่มั่นคงของเนื้อหาทางคณิตศาสตร์และ การจัดห้องเรียนร่วมกันจะรวมกันเพื่อสร้างสภาพแวดล้อมการเรียนรู้ที่มีประสิทธิผล (Daugherty, 2008)

Kajsa Brating & Johanna Pejlar (2008) การแสดงภาพในวิชาคณิตศาสตร์ ภาควิชาคณิตศาสตร์มหาวิทยาลัยอุซอกลาประเทศสวีเดน ในบทความนี้เราจะพูดถึงการสร้าง ภาพในคณิตศาสตร์จากประวัติศาสตร์ และมุมมองทางยุทธวิธี เราพิจารณาการถกเถียงทาง ประวัติศาสตร์ตั้งแต่วันที่ 17 และ 19 หลายศตวรรษเกี่ยวกับบทบาทของสัญชาตญาณและการ

สร้างภาพในคณิตศาสตร์ เรายังพิจารณาปัญหาว่าการสร้างภาพในการเรียนรู้ทางคณิตศาสตร์สามารถบรรลุได้อย่างไร ในการศึกษาเชิงประจักษ์เราตรวจสอบข้อสรุปทางคณิตศาสตร์ที่นักศึกษามหาวิทยาลัยทำบนพื้นฐานของการสร้างภาพ เรายืนยันว่าการสร้างภาพในคณิตศาสตร์ควรได้รับการพิจารณาในบริบทที่เหมาะสมเสมอ (Bråting & Pejlar, 2008)

Ningwei Sun, Kedong Li, Xuefang Zhu (2016) ได้ศึกษาเรื่อง Action Research on Visualization Learning of Mathematical Concepts Under Personalized Education Idea: Take Learning of Geometrical Concepts of Elementary Math for Example พบว่า แนวคิดทางคณิตศาสตร์มักเป็นนามธรรมและเกี่ยวข้องกับตรรกะ นักเรียนจำเป็นต้องเชี่ยวชาญแนวคิดทางคณิตศาสตร์จำนวนมากเพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้อย่างราบรื่นและใช้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และการตัดสินใจ อย่างไรก็ตามในขั้นตอนการเปลี่ยนแปลงจากการคิดภาพเฉพาะไปสู่การคิดเชิงตรรกะเชิงนามธรรมนักเรียนมีปัญหาในการทำความเข้าใจแนวคิดทางคณิตศาสตร์ที่เป็นนามธรรม จากทฤษฎีกิจกรรมการเรียนรู้บทความนี้เสนอกิจกรรมการเรียนรู้ด้วยภาพ 5 กิจกรรม ได้แก่ สถานการณ์การคิดการโต้ตอบการประเมินและการประเมินผล มีจุดมุ่งหมายเพื่อปลูกฝังความสามารถของนักเรียนในการเรียนรู้อย่างอิสระความคิดทางคณิตศาสตร์การสำรวจแบบร่วมมือการแสวงหาและการปรับโครงสร้างความรู้และการเสนอและการแก้ปัญหา ผ่านการวิจัยเชิงปฏิบัติการสองรอบสิ่งเหล่านี้ถูกนำไปใช้กับการเรียนรู้แนวคิดทางเรขาคณิตของคณิตศาสตร์ระดับประถมศึกษา ผลการประเมินพบว่า การเรียนรู้ด้วยจินตภาพของคณิตศาสตร์ระดับประถมศึกษาสามารถพัฒนาความสามารถในการเรียนรู้ (Sun et al., 2016a)

Leslie Aspinwall & Kenneth L. Shaw (2002) ได้ศึกษา Connecting Research to Teaching: When Visualization Is a Barrier to Mathematical Understanding พบว่า นักเรียนได้รับประโยชน์จากความสามารถในการเข้าใจการแสดงแนวคิดทางคณิตศาสตร์ที่หลากหลายและสามารถเลือกและประยุกต์ใช้การแสดงที่เหมาะสมกับงานทางคณิตศาสตร์ โดยเฉพาะเมื่อผู้เรียนเรียนรู้ที่จะดำเนินการกับวัตถุทางคณิตศาสตร์และการแปลจากการแสดงทางคณิตศาสตร์หนึ่งไปยังอีกวิธีเมื่อจำเป็น ทั้งนี้ สภาครุคณิตศาสตร์แห่งชาติ (NCTM) ได้นำเสนอที่แตกต่างกันสนับสนุนวิธีคิดและจัดการวัตถุทางคณิตศาสตร์ที่แตกต่างกัน สามารถเข้าใจวัตถุได้ดีขึ้นเมื่อมองผ่านเลนส์หลายตัว” (NCTM 2000) แม้จะมีสัญชาตญาณและประสบการณ์ในการเป็นตัวแทนของนักเรียน แต่ครูของเรามักจะคิดว่าความสามารถด้านกราฟิกและการมองเห็นของนักเรียนเป็นข้อได้เปรียบในการเรียนคณิตศาสตร์เสมอ อันที่จริงเรายอมรับศรัทธาในการสอนว่า

ความเข้าใจแนวคิดของนักเรียนได้รับการปรับปรุงเมื่อใดก็ตามที่พวกเขาใช้การแสดงผลภาพ (Aspinwall & Shaw, 2002)

Rabab'h & Veloo (2015) ได้ศึกษาเรื่อง Spatial visualization as mediating between mathematics learning strategy and achievement among 8 th grade students พบว่ามีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนต่ำในวิชาคณิตศาสตร์ตลอด 4 คาบ (2542, 2546, 2550 และ 2554) ของ Trends in International Mathematics and Science Study (TIMSS) การศึกษานี้มีวัตถุประสงค์เพื่อตรวจสอบว่าการสร้างภาพเชิงพื้นที่เป็นสื่อกลางส่งผลต่อกลยุทธ์การเรียนรู้คณิตศาสตร์ (MLS) ปัจจัย ได้แก่ ทักษะคิดทางคณิตศาสตร์แรงจูงใจทางคณิตศาสตร์การควบคุมตนเองทางคณิตศาสตร์การรับรู้ความสามารถของตนเองทางคณิตศาสตร์และความวิตกกังวลทางคณิตศาสตร์ต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์การศึกษาประกอบด้วยนักเรียน 360 คนจากโรงเรียนมัธยมของรัฐในเขตอัลคูราโดยคัดเลือกโดยการสุ่มแบบแบ่งชั้นโดยใช้ข้อมูล 65 รายการเพื่อประเมิน MLS ซึ่งประกอบด้วยทัศนคติ (18 ข้อ) แรงจูงใจ (7 ข้อ) การควบคุมตนเอง (25 ข้อ) การรับรู้ความสามารถของตนเอง (5 ข้อ) และความวิตกกังวลทางคณิตศาสตร์ (10 ข้อ) แบบทดสอบคณิตศาสตร์ประกอบด้วย 30 ข้อ ซึ่งมีแปดรายการสำหรับตัวเลข 14 รายการสำหรับพีชคณิตและแปดรายการสำหรับเรขาคณิต ในขณะที่การทดสอบการแสดงผลภาพเชิงพื้นที่ประกอบด้วย 32 รายการ ผลการวิจัยพบว่า การสร้างภาพเชิงพื้นที่เป็นสื่อกลางอย่างเต็มที่เกี่ยวกับความสัมพันธ์ระหว่างแรงจูงใจความวิตกกังวลทางคณิตศาสตร์และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์และสื่อกลางบางส่วนของความสัมพันธ์ระหว่างทัศนคติและผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ อย่างไรก็ตามผลการวิจัยพบว่าไม่มีผลในการใกล้เคียงระหว่างการควบคุมตนเองการรับรู้ความสามารถของตนเองและผลสัมฤทธิ์ทางคณิตศาสตร์เมื่อพิจารณาจากผลลัพธ์เหล่านี้ขอแนะนำว่าควรให้ความสำคัญกับทัศนคติทางคณิตศาสตร์แรงจูงใจทางคณิตศาสตร์และความวิตกกังวลทางคณิตศาสตร์ในชั้นเรียนเพื่อให้บรรลุผลสำเร็จในวิชาคณิตศาสตร์ได้ง่ายขึ้น ยิ่งไปกว่านั้นปัจจัยเหล่านี้ช่วยให้นักเรียนเข้าใจคณิตศาสตร์อย่างลึกซึ้งผ่านความสนใจในการสร้างภาพเชิงพื้นที่เนื่องจากเป็นสื่อกลางระหว่างปัจจัยที่เกี่ยวข้องและผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ (Rabab'h & Veloo, 2015)

Ng & Lee (2009) ได้ศึกษาเรื่อง The Model Method: Singapore Children's Tool for Representing and Solving Algebraic Word Problems ได้ศึกษาการแก้ปัญหาโจทย์ทางคณิตศาสตร์และพีชคณิตเป็นองค์ประกอบสำคัญของหลักสูตรคณิตศาสตร์ระดับประถมศึกษาของสิงคโปร์ วิธีการหนึ่งที่สอนแบบฮิวริสติกคือวิธีการวาดไดอะแกรมเพื่อแสดงข้อมูล

สำคัญในปัญหา เราอธิบายโมเดลเมธอดและกรอบทฤษฎีสามเพสที่สนับสนุนการใช้งาน เราดำเนินการ 2 การศึกษาเพื่อตรวจสอบการรับรู้ของครูและการประยุกต์ใช้วิธีการแบบอย่างของเด็ก กลุ่มตัวอย่างเป็นครูระดับประถมศึกษา 14 คนจากโรงเรียน 4 แห่งและเด็กประถมศึกษาปีที่ 5 จำนวน 151 คน วิธีการแบบจำลองช่วยให้เด็กที่มีความสามารถสูงขึ้นโดยไม่ต้องเข้าถึงพีชคณิต สัญลักษณ์ที่เป็นตัวอักษร ซึ่งหมายถึงการแสดงและแก้ปัญหาเกี่ยวกับพีชคณิต วิธีแก้ปัญหานั้น ถูกต้องบางส่วนแนะนำว่าการนำเสนอไม่ใช่กระบวนการทั้งหมดหรือไม่มีเลยซึ่งการวาดแบบจำลองนั้นถูกต้องหรือไม่ถูกต้องทั้งหมด การแก้ปัญหานั้นไม่ถูกต้องอาจเป็นผลมาจากการบิดเบือนข้อมูลเพียงส่วนเดียว ผลการวิจัยของเราเสนอแนวทางสนับสนุนในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ให้กับเด็กที่มีความสามารถโดยเฉลี่ย การศึกษานี้ก่อให้เกิดกลุ่มงานวิจัยที่การสอนทักษะการเป็นตัวแทนสนับสนุนเด็กที่มีความสามารถสูงขึ้นไปในการทำงานด้วยปัญหาเลขคณิตและพีชคณิต ที่สำคัญว่านั่น การศึกษานี้เสนอช่องทางให้เด็กที่มีความสามารถโดยเฉลี่ยได้รับการสนับสนุนในกิจกรรมการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ของพวกเขา ภาพวาดแบบจำลองที่ถูกต้องบางส่วนแสดงให้เห็นว่าการนำเสนอแบบนี้ไม่ใช่กระบวนการทั้งหมดหรือไม่มีเลย การแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ของเด็กที่มีความสามารถโดยเฉลี่ยเกี่ยวกับจำนวนเต็มสามารถปรับปรุงได้ หากพวกเขาเรียนรู้ที่จะใช้ความระมัดระวังมากขึ้นในการสร้างแบบจำลองที่เกี่ยวข้อง (Ng & Lee, 2009)

สรุปผู้วิจัยศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องทั้งในและต่างประเทศเกี่ยวกับหัวข้อของเรื่องต่าง ๆ ที่ผู้วิจัยต้องการศึกษา ซึ่งทำได้แนวทางการวิจัยที่แต่ละเรื่องก็มีแนวทางการวิจัยที่มีความแตกต่างกันโดยสามารถประยุกต์กับแนวทฤษฎีที่ได้ศึกษา จึงทำให้ผู้วิจัยได้เห็นแนวทางในการนำมาพัฒนารูปแบบการเรียนการสอนตามที่ผู้วิจัยคาดหวังไว้ในลำดับต่อไป จากการศึกษาและสังเคราะห์ข้างต้นที่ผู้วิจัยได้ศึกษาข้อมูลต่าง ๆ ของวิธีการนี้ภาพทางคณิตศาสตร์ ทั้งนี้การนี้ภาพต่าง ๆ เป็นปรากฏการณ์ที่เกิดขึ้นภายในสมองของนักเรียนแต่ละคน ดังนั้นหากเราต้องการจะช่วยกระตุ้น และส่งเสริมวิธีการนี้ภาพทางคณิตศาสตร์ของผู้เรียน จำเป็นอย่างยิ่งที่เราจะต้องทราบ กระบวนการ และสิ่งต่างๆที่อยู่ภายในสมองของนักเรียน ดังนั้นจึงจำเป็นต้องให้นักเรียนถ่ายทอดออกมาให้เราเข้าใจ ซึ่งสามารถใช้ การวาดภาพ ภาษา สัญลักษณ์ต่าง และ สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ ซึ่งทั้งหมดนี้เรียกโดยรวมว่าเป็นการนำเสนอโดยใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ ดังนั้นผู้วิจัยจึงศึกษาข้อมูลเพิ่มเติมเพื่อให้ทราบเกี่ยวกับ ความหมาย ความสำคัญ ประเภทของตัวแทนทางคณิตศาสตร์ รวมถึงงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง เพื่อสามารถนำมาใช้ในการกระตุ้น ส่งเสริมให้นักเรียนถ่ายทอดวิธีการนี้ภาพออกมาได้อย่างถูกต้องชัดเจน และนำไปสู่การส่งเสริมการคิดเชิงพีชคณิตในลำดับต่อไป

3.6 ความหมายของตัวแทนทางคณิตศาสตร์ (Representation)

หากเรามองถึงการศึกษารายวิชาของประเทศไทยจะพบว่าในวิชาคณิตศาสตร์เราให้ความสำคัญของตัวแทนทางคณิตศาสตร์ (Representation) ซึ่งจะเป็นสิ่งที่ทำให้เราใช้ในสื่อสารสิ่งที่อยู่ในการคิด การนึกภาพ โดยนับว่า ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ (Representation) เป็นความสามารถทางคณิตศาสตร์ในด้านการสื่อสารและการสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ของกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง 2560) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 ที่ได้กำหนดว่า ให้ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์เป็นความสามารถที่จะนำความรู้ไปประยุกต์ใช้ในชีวิตประจำวันได้อย่างมีประสิทธิภาพ ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ที่เน้นทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ที่จำเป็นและต้องการพัฒนาให้เกิดขึ้นกับผู้เรียน ได้แก่ความสามารถโดยสรุปดังนี้

1. การแก้ปัญหา เป็นความสามารถของเรียนในการทำความเข้าใจปัญหา คิดวิเคราะห์ในการวางแผนแก้ปัญหา และสามารถเลือกใช้วิธีการที่เหมาะสมในการแก้ปัญหา รวมทั้งคำนึงถึงความสมเหตุสมผลของคำตอบ พร้อมทั้งตรวจสอบความถูกต้อง

2. การสื่อสารและการสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ เป็นการเลือกใช้รูป ภาษา และสัญลักษณ์ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์นำมาใช้ในการสื่อสาร สื่อความหมาย สรุปผล และนำเสนอ ได้ถูกต้องชัดเจน

3. การเชื่อมโยง เป็นการนำความรู้ทางคณิตศาสตร์ใช้เป็นเครื่องมือ เพื่อการเรียนรู้เนื้อหาคณิตศาสตร์ต่าง ๆ หรือศาสตร์อื่น ๆ และสามารถนำไปใช้ในชีวิตประจำวัน

4. การให้เหตุผล เป็นการเหตุผล รับฟังและสามารถให้เหตุผลสนับสนุน หรือมีข้อโต้แย้งเพื่อนำไปสู่การสรุป และมีข้อเท็จจริงทางคณิตศาสตร์รองรับ

5. การคิดสร้างสรรค์ เป็นความสามารถในการขยายแนวคิดคิดที่มีอยู่เดิม หรือสร้างแนวคิดใหม่ เพื่อปรับปรุง พัฒนาองค์ความรู้

จากการศึกษาความหมายของตัวแทนทางคณิตศาสตร์พบว่าได้มีนักการศึกษาองค์การทางการศึกษาหลายคนให้ความหมายของตัวแทนทางคณิตศาสตร์ได้ให้ความหมายว่า ตัวแทนเป็นเครื่องมือที่มีพลัง เป็นทั้งกระบวนการคิดและผลิตผล หรือการกระทำที่เกิดจากมโนทัศน์ ซึ่งมีหลากหลายเนื้อหาที่สามารถสื่อสารออกมได้โดยการนำเสนอตัวแทนที่หลากหลายได้ หรืออาจกล่าวได้ว่าตัวแทนเป็นการทำให้สิ่งหนึ่งเปลี่ยนแปลงเป็นอีกสิ่งหนึ่ง และใช้การนำเสนอ โดยรูปแบบต่าง ๆ ทั้งนี้การใช้ตัวแทนสามารถแบ่งได้เป็น 2 รูปแบบ คือ แบบที่ 1 การใช้ตัวแทนภายนอก (External representation) เป็นตัวแทนที่ช่วยให้เราใช้เพื่อสื่อสารกับคนอื่นและทำให้

ผู้อื่นสามารถเข้าใจได้ ซึ่งเป็นได้ในหลายรูปแบบ เช่น เครื่องหมาย สัญลักษณ์ ภาพเรขาคณิต การวาดภาพรวมถึงสมการ แบบที่ 2 การใช้ตัวแทนภายใน (Internal representation) ซึ่งเป็นการนึกภาพจินตนาการ ที่เกิดขึ้นในความคิดของเรา ที่อาจเป็นข้อมูล เนื้อหาต่าง ๆ รวมถึง กระบวนการคิด และกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ซึ่งเป็นสิ่งที่ยากต่อการอธิบายให้ผู้อื่นเข้าใจ จึงจำเป็นต้องใช้ตัวแทนจะช่วยให้เข้าใจ คณิตศาสตร์และช่วยสนับสนุนการให้เหตุผล โดยช่วยให้นักเรียนเข้าใจ ลักษณะสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์ อีกทั้งยังเป็นการสื่อสาร แนวคิดหรือความเข้าใจทางคณิตศาสตร์เพื่อให้คนอื่นได้รับรู้ ทั้งนี้จะมีการสื่อสารผ่านรูปแบบการนำเสนอตัวแทนที่หลากหลายทางคณิตศาสตร์ ออกมาเป็นคำพูด ท่าทาง รูปแบบของภาพ สัญลักษณ์ต่าง ๆ รวมถึง สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ เป็นต้น การใช้ตัวแทนเป็นทักษะทางคณิตศาสตร์ที่สำคัญอีกอย่างหนึ่งที่จะ ช่วยพัฒนาความคิด ความเข้าใจในการแก้ปัญหา และเป็นทักษะหนึ่งที่สำคัญที่ควรส่งเสริมให้เกิดขึ้นกับนักเรียนในการเรียนคณิตศาสตร์ เพื่อให้ผู้เรียนสามารถเรียนรู้คณิตศาสตร์ได้ อย่างมีความหมาย สามารถเชื่อมโยงความเป็นนามธรรมทางคณิตศาสตร์สู่การเรียนรู้ในชีวิตประจำวันได้ ทำให้เกิดความคิดรวบยอดในการแก้ปัญหาและ สามารถมองเห็นแนวทางการแก้ปัญหานั้นได้ (Cuoco & Curcio, 2001; Friedlander & Tabach, 2001; G. A. Goldin & J. J. Kaput, 1996; Hiebert & Carpenter, 1992; NCTM, 2000; Perkins & Unger, 1994)

จากที่กล่าวมาสรุปได้ว่า การตัวแทนทางคณิตศาสตร์ หมายถึง การสร้างตาราง การเขียนกราฟ การวาดภาพ การใช้สัญลักษณ์ สมการ และอีกหลากหลายสิ่งที่เป็นตัวแทนในการช่วยให้ผู้เรียนเข้าใจ พัฒนา การแก้ปัญหาคณิตศาสตร์และสามารถสื่อความหมายจากสิ่งที่เป็นนามธรรมไปสู่รูปธรรมกลายเป็นความคิดรวบยอด และสามารถมองเห็นแนวทางในการแก้ปัญหานั้นได้ เพื่อที่จะสร้างความเข้าใจ สามารถสื่อสาร จากเรื่องที่เข้าใจยากไปสู่การนำเสนอที่ทำให้ผู้อื่นเกิดความเข้าใจที่ตรงกัน

3.7 ความสำคัญของตัวแทนทางคณิตศาสตร์

นักการศึกษาได้สรุปความสำคัญของตัวแทนเป็นเครื่องมือที่มีพลัง ที่จะช่วยสร้างความเข้าใจ ช่วยให้นักเรียนรวบรวมความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ในสถานการณ์ที่แตกต่างกัน สนับสนุนการให้เหตุผลในการคิดโดยช่วยให้นักเรียนเข้าใจลักษณะ สถานการณ์ทางคณิตศาสตร์ และสร้างการสื่อสาร ทั้งนี้นักเรียนและครูต้องเปลี่ยนความคิดเกี่ยวกับความเข้าใจและการคิดเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ในการสื่อสารกับผู้อื่น โดยเลือกใช้สัญลักษณ์ให้เป็นตัวแทนในการคิดทางคณิตศาสตร์ การใช้สัญลักษณ์และเครื่องหมายควรจะเริ่มขึ้นเล็ก ๆ ของโครงสร้างการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เมื่อนักเรียนสามารถเชื่อมโยงความเข้าใจ และการคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน

เพื่อให้สามารถสร้างความเข้าใจเกี่ยวกับ ความสัมพันธ์ของข้อมูลต่าง ๆ การใช้ตัวแทนที่แตกต่างกันสามารถช่วยเพิ่มความเข้าใจ การใช้ความคิดรวบยอด และกระบวนการทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน ซึ่งเป็นสิ่งที่ นักเรียนต้องพัฒนาและใช้ตัวแทนในสถานการณ์ที่หลากหลายและปรากฏในการอธิบายความคิดซึ่งนักเรียนสามารถพูด เขียน อธิบายและ การสอนรูปแบบการใช้ตัวแทนจะทำให้เกิดความสมบูรณ์ในตัวนักเรียนรวมถึงการเรียนการสอน (Ainsworth et al., 2009; Arcavi, 2008; Cai et al., 2005; Duval, 1999; Lubinski & Otto, 2002; Zhang & Linn, 2011)

จากที่กล่าวมาสรุปได้ว่า จะเห็นได้ว่าความสำคัญของการใช้ตัวแทน คือ ช่วยให้นักเรียน ได้นำความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ มาประยุกต์ใช้ให้เกิดเป็นความคิดรวบยอด ทำให้นักเรียน สามารถถ่ายทอด และ เชื่อมโยงความเข้าใจเกี่ยวกับกระบวนการคิด การเลือกใช้ยุทธวิธีในการ แก้ปัญหา เพื่อทำให้เห็นแนวทางการแก้ปัญหา ที่อาจสื่อสารความเข้าใจโดยใช้การวาดภาพ เขียน กราฟ หรือสัญลักษณ์ในการสื่อความหมายดังกล่าว

3.8 ประเภทของตัวแทนทางคณิตศาสตร์

การนำเสนอตัวแทนที่หลากหลายทางคณิตศาสตร์ เพื่ออธิบายการดำเนินการทางสัญลักษณ์ในการเรียนรู้ และให้นักเรียนมองเห็น ความสัมพันธ์โดยตัวแทนต่าง ๆ เช่น กราฟ ตัวเลข สัญลักษณ์ ซึ่งสามารถทำความเข้าใจได้จากการนำเสนอตัวแทนที่หลากหลายทางคณิตศาสตร์ และเป็นเครื่องมือสำคัญ ในการสนับสนุนให้เกิดการคิด มีประเภทของการนำเสนอตัวแทนที่หลากหลายทางคณิตศาสตร์ ที่จะช่วยให้นักเรียนสามารถรวบรวมความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ในสถานการณ์ที่แตกต่างกัน และนำมาถ่ายทอดความเข้าใจระหว่างการใช้การนำเสนอที่แตกต่างกัน จะช่วยเพิ่มความเข้าใจ และสามารถสื่อสารความคิด กระบวนการในการใช้ความคิดรวบยอดที่ผ่านการนี้ภาพทางคณิตศาสตร์ออกมา และใช้ประเภทของการนำเสนอตัวแทนที่หลากหลายทางคณิตศาสตร์ที่มีความเหมาะสม เพื่อเกิดการสร้างความเข้าใจ ในการสื่อสารข้อมูลแสดงการให้เหตุผลต่อทั้งตนเองและผู้อื่น ซึ่งมีนักการศึกษาคณิตศาสตร์และผู้ที่เกี่ยวข้องได้จำแนกประเภทของตัวแทนที่ หลากหลายทางคณิตศาสตร์ไว้ ดังนี้

Goldin & Kaput (1996: 397-430) ได้แบ่งประเภทของตัวแทนคณิตศาสตร์ เป็น 2 ประเภทคือ

1. ตัวแทนภายนอก (External Representations) คือ สิ่งที่เกิดขึ้นได้ง่าย เช่น ข้อความ รูป กราฟ ตาราง ประโยชน์สัญลักษณ์ เป็นต้น
2. ตัวแทนภายใน (Internal Representations) คือ สิ่งที่อยู่ในสมองของนักเรียน ซึ่งไม่สามารถที่จะวัดหรือสังเกตได้โดยตรง รวมถึงยากที่จะให้ผู้อื่นเข้าใจ ต้องสังเกตจากการใช้

ตัวแทนภายนอก หรือพฤติกรรม ภายนอกที่วัดได้ เช่น คำพูด หรือสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ (Goldin & Kaput, 1996)

Mayes & Robert (1998: 87) ได้กล่าวถึงประเภทของตัวแทนทางคณิตศาสตร์ได้แก่

1. ตัวแทนภาษา (Verbal Representation) คือข้อความที่ใช้ภาษาพูดหรือการอธิบาย ความสัมพันธ์ ระหว่างสิ่งสองสิ่งที่เกี่ยวข้องกัน

2. ตัวแทนจำนวน (Numeric Representation) คือ ตัวเลข คู่อันดับ และตาราง

3. ตัวแทนรูปภาพ (Geometric Representation) คือ แผนภาพ แผนภูมิแท่ง และกราฟ

4. ตัวแทนพีชคณิต (Algebraic Representation) คือ ตัวแปร สูตร สมการ (Mayes & Roberts, 2001)

จากการศึกษาเกี่ยวกับประเภทของการนำเสนอตัวแทนทางคณิตศาสตร์ทำให้ผู้วิจัยได้ทราบถึงความหลากหลายที่สามารถนำมาอธิบาย สื่อสารความคิด และความยืดหยุ่นในการเลือกใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ ตามความเหมาะสมของประเภทต่อ สถานการณ์ทางคณิตศาสตร์ การใช้การนำเสนอตัวแทนทางคณิตศาสตร์เป็นเครื่องมือ สนับสนุนให้เกิดการคิด เกิดการเชื่อมโยงในการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ในการนำเสนอ และเป็นเครื่องมือช่วยให้เข้าใจคณิตศาสตร์และการใช้การนำเสนอจะช่วยสนับสนุนการให้เหตุผล โดยผู้เรียนจะเข้าใจลักษณะของโจทย์ปัญหา สถานการณ์ทาง คณิตศาสตร์ รวบรวมความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ในสถานการณ์ที่แตกต่างกัน เพื่อนำมาถ้อยความเข้าใจระหว่างการใช้การนำเสนอที่แตกต่างกัน ช่วยเพิ่มความเข้าใจการใช้ความคิดรวบยอดกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ความสัมพันธ์ กับมโนทัศน์ และการประยุกต์ความรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนโดยมีประเภทที่หลากหลายของตัวแทนทางคณิตศาสตร์ในการนำเสนอ ซึ่งเป็นกลไกสำคัญในการสื่อสารออกมาจากนักเรียน

3.9 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ (Representation)

งานวิจัยในประเทศ

กัลยา ทองสุ (2545: 57) ได้ทำการพัฒนาชุดกิจกรรมคณิตศาสตร์แบบสืบสวน สอบสวน เพื่อส่งเสริมการใช้ตัวแทนเรื่อง ระบบสมการเชิงเส้นระดับมัธยมศึกษาปีที่ 3 โดยสร้างสภาพปัญหา ที่ ใช้ตัวแทนที่หลากหลายในการแก้ปัญหา เช่น การวาดรูปประกอบการแก้ปัญหา การคาดเดา การสร้างตาราง การเขียนกราฟ และการคำนวณทางพีชคณิตซึ่งพบว่า การใช้ตัวแทนที่หลากหลายใน การแก้ปัญหาจะช่วยพัฒนาความเข้าใจ ความคิดรวบยอดในเรื่องระบบสมการเชิงเส้นให้กับนักเรียน นักเรียนสามารถมองเห็นการใช้ตัวแทน เพื่อแสดงความสัมพันธ์ ระหว่าง

ปริมาณกับตัวแปรทำให้ เข้าใจเรื่องสมการ นิพจน์ ความแตกต่างของสัญลักษณ์ที่ใช้แทน ความสัมพันธ์ของสมการเชิงเส้น (กัลยา ทองสุ, 2545)

จริยาวดี บรรทัดเพียง (2547: 62) ได้ทำการศึกษาเกี่ยวกับการใช้ชุดที่ส่งเสริมทักษะ/ กระบวนการทางคณิตศาสตร์ด้านการใช้ตัวแทนเรื่องคู่อันดับและกราฟสำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษา ปีที่ 1 พบว่าผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์จากการใช้ชุดกิจกรรมที่ส่งเสริมทักษะ/กระบวนการ ทางคณิตศาสตร์ด้านการใช้ตัวแทนเรื่องคู่อันดับและกราฟสำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 หลัง การทดลองสอนสูงกว่าก่อนการทดลองสอนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 (จริยาวดี บรรทัดเพียง, 2547)

อรุณศรี ดำบรรณ (2548: 75) ได้ทำการศึกษาการสร้างแบบฝึกวิเคราะห์โจทย์ปัญหา เศษส่วนโดยการใช้ตัวแทนสำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่มีผลการเรียนต่ำ พบว่าผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสาระการเรียนรู้ คณิตศาสตร์ของนักเรียนภายหลังได้รับการสอนด้วยแบบฝึกวิเคราะห์ โจทย์ปัญหาเศษส่วนโดยการใช้ตัวแทนสูงกว่าก่อนได้รับการสอนและนักเรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการ เรียนตามเกณฑ์ร้อยละ 50 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

อรรถ ฎบุญเต็ม (2550: 67) ได้ทำการศึกษาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เรื่องโจทย์สมการของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โดยการใช้ตัวแทน พบว่าความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เรื่องโจทย์สมการของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 หลังการทดลองสูงกว่าก่อนการทดลองสอนแก้โจทย์สมการโดยการใช้ตัวแทน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ ระดับ .01

งานวิจัยต่างประเทศ

ฮิลด์ (Hail, 2000: 61-07A) ได้ศึกษาผลการใช้ตัวแทนที่หลากหลายในการสร้างความรู้และ ทักษะเกี่ยวกับความเข้าใจในพื้นฐานพีชคณิต ในการศึกษาครั้งนี้พยายามตอบคำถามว่า 1) ความรู้ และทักษะเกี่ยวกับตัวแปรและการเท่ากันของนักเรียนเปลี่ยนไปหรือไม่ระหว่างที่เรียนพีชคณิตเบื้องต้น ถ้าเปลี่ยน เปลี่ยนอย่างไร 2) การใช้ตัวแทนที่หลากหลายช่วยให้นักเรียนพัฒนาความรู้และทักษะใน ความเข้าใจพีชคณิตเบื้องต้นหรือไม่ อย่างไร 3) ทักษะของนักเรียนเกี่ยวกับฟังก์ชันเปลี่ยนไปหรือไม่ ระหว่างที่เรียนพีชคณิตเบื้องต้น 4) นักเรียนมีการเปลี่ยนแปลงการใช้ตัวแทนในการแก้ปัญหา พีชคณิตหรือไม่อย่างไร และ 5) นักเรียนสามารถใช้ตัวแทนที่หลากหลายและมีทักษะที่เปลี่ยนไป หรือไม่ในขณะที่แก้ปัญหา ถ้าไม่เปลี่ยน เป็นเพราะเหตุใด กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียน 29 คน ที่เรียน พีชคณิตเบื้องต้น โดยใช้เวลาสอน 4 สัปดาห์ ด้วยวิธีการใช้ตัวแทนที่หลากหลายเพื่อช่วยให้นักเรียน เข้าใจในเรื่องตัวแปร สมการ และการแก้สมการ

ผลการศึกษพบว่านักเรียนใช้กราฟและใช้อุปกรณ์ ในการดำเนินการทางสัญลักษณ์ นักเรียนมักใช้ตัวแทนในการอธิบายการดำเนินการทางสัญลักษณ์ และส่วนที่ผิดพลาดการใช้อุปกรณ์จะช่วยให้นักเรียนเรียนรู้เรื่องการแก้สมการ กราฟ ช่วยให้นักเรียน มองเห็นความสัมพันธ์ของตัวแปรทั้งกราฟและการใช้อุปกรณ์ช่วยให้นักเรียนมองเห็นสัญลักษณ์ของ การเท่ากันและการเปรียบเทียบ นักเรียนจะใช้กราฟในขั้นตอนสุดท้ายของการเรียน แม้ว่าจะมี นักเรียนหลายคนยังไม่ได้เรียนในเรื่องกราฟ มีนักเรียน 5 คน ที่พัฒนาทักษะเกี่ยวกับฟังก์ชันและมี นักเรียนจำนวน 2 คนที่แสดงให้เห็นถึงวิธีการแก้ปัญหาที่หลากหลาย มีนักเรียนบางคนที่สามารถ เปลี่ยนทักษะและการใช้ตัวแทนในการแก้ปัญหาได้อย่างง่ายขึ้นในวิชาพีชคณิต (Hail, 2000)

เบลลาร์ด (Belard. 2000: 61-09A) ได้ศึกษาการใช้ตัวแทนที่หลากหลายในการแก้ปัญหาของนักเรียนในวิชาคณิตศาสตร์ (Unity Mathematics) มีจุดมุ่งหมายเพื่อตรวจสอบว่านักเรียนใช้ ตัวแทนอะไรบ้างในการแก้ปัญหา นักเรียนเลือกตัวแทนนั้นเมื่อใด ใช้ตัวแทนบ่อยแค่ไหนและประสบความสำเร็จ ในการใช้ตัวแทนเพียงใด ผู้วิจัยค้นหารูปแบบพฤติกรรมของนักเรียนที่ประสบความสำเร็จ และไม่ประสบความสำเร็จในการใช้ตัวแทน กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียน 21 คน ผู้วิจัยสัมภาษณ์ใน การแก้ปัญหาความน่าจะเป็นจำนวน 5 ข้อ และให้นักเรียนอธิบายถึงวิธีการหาคำตอบนั้น ๆ ด้วย ผลการศึกษพบว่านักเรียนที่ประสบความสำเร็จและไม่ประสบความสำเร็จในการใช้ตัวแทนมีวิธีการ แก้ปัญหาที่แตกต่างกันอย่างเห็นได้ชัด นักเรียนที่ประสบความสำเร็จในการแก้ปัญหาสามารถ วิเคราะห์ปัญหา ค้นหาวิธีหาคำตอบและทราบว่าจะใช้แผนภาพเวนน ใช้สัญลักษณ์เมื่อไรและ อย่างไร ส่วนนักเรียนที่ไม่ประสบความสำเร็จในการใช้ตัวแทนจะไม่สามารถ ค้นหาวิธีการหาคำตอบได้ ไม่สามารถแยกการแปลความหมายและการใช้ตัวแทนได้อย่างชัดเจน ซึ่งสิ่งเหล่านี้บ่งชี้ให้เห็นว่านักเรียนที่ไม่ประสบความสำเร็จในการแก้ปัญหาจะไม่ทราบว่าต้องแก้ปัญหาอย่างไรและไม่เข้าใจว่า 1) ตัวแทนอย่างไรที่จะช่วยให้ปัญหาชัดเจน 2) จุดมุ่งหมายของการใช้ตัวแทนคืออะไร และ 3) ตัวแทนแบบใดที่ใช้ในการแก้ปัญหา ผู้วิจัยเสนอแนะว่า นักเรียนจำเป็นต้องฝึกการแปลความหมาย ของตัวแทน ต้องเข้าใจลักษณะการใช้ตัวแทนที่หลากหลาย และต้องฝึกการใช้ตัวแทนในลักษณะที่แตกต่างกัน (Ballard, 2000)

Ainsworth et.al, (2009) ได้ศึกษาเรื่อง Examining the Effects of Different Multiple Representational Systems in Learning Primary Mathematics กล่าวว่าปัจจุบันสภาพแวดล้อมการเรียนรู้แบบหลายตัวแทนเป็นเรื่องธรรมดาในโรงเรียนและที่บ้าน การวิจัยที่ประเมินประสิทธิภาพของสภาพแวดล้อมดังกล่าวแสดงให้เห็นว่าผู้เรียนสามารถได้รับประโยชน์จากการนำเสนอหลายครั้งเมื่อพวกเขาเชี่ยวชาญที่ซับซ้อนจำนวนหนึ่ง งานสำคัญประการหนึ่ง

สำหรับการเรียนรู้ด้วยการนำเสนอตัวแทนที่หลากหลายทางคณิตศาสตร์ คือการแปรระหว่างการนำเสนอที่ประสบความสำเร็จ เพื่อสำรวจปัจจัยที่มีอิทธิพลต่อการแปลของผู้เรียนระหว่างการเป็นตัวแทน บทความนี้นำเสนอการทดลอง 2 รายการที่มีสภาพแวดล้อมแบบหลายตัวแทนซึ่งมีการจัดการความยากลำบากในการแปรระหว่างการแสดงแทน มีการใช้การนำเสนอแบบรูปภาพ คณิตศาสตร์ หรือแบบผสมรูปภาพและคณิตศาสตร์เพื่อสอนเด็กใน 1 ใน 3 ด้านเงื่อนไขการทดลองของการประมาณค่าทางคอมพิวเตอร์ในการทดลองที่ 1 เด็กทุกคนเรียนรู้ที่จะเป็นผู้ประมาณค่าที่แม่นยำยิ่งขึ้น พัฒนาความสามารถในการตัดสินใจความต้องการของการประมาณการ แต่เด็กในสภาพผสมไม่ได้ การทดลองที่ 2 สำรวจว่าความยากในการแปลของเงื่อนไขที่มีความซับซ้อน โดยต้องใช้เวลาเพิ่มเติมในระบบหรือไม่ พบว่าเด็กในทุกสภาวะการทดลองมีพัฒนาการด้านความแม่นยำในการประมาณการที่ดีขึ้น (Ainsworth et al., 2002)

Oylum Akkus & Erdinc Cakiroglu (2010: 420 - 429) ได้ศึกษาเกี่ยวกับการคิดเชิงพีชคณิตของนักเรียนเกรด 7 วัตถุประสงค์ของการศึกษาค้นคว้าครั้งนี้เพื่อศึกษาผลกระทบของการนำเสนอตัวแทนที่หลากหลายทางคณิตศาสตร์ การสอนพีชคณิตของนักเรียนเกรด 7 จากโรงเรียนรัฐบาลสองแห่งโดยใช้ระยะเวลา 8 สัปดาห์ สำหรับการประเมินการแสดงพีชคณิตสามเครื่องมือที่เรียกว่าการแปรระหว่างทักษะการนำเสนอตัวแทนที่หลากหลายทางคณิตศาสตร์ ใช้การทดสอบ การทดสอบผลสัมฤทธิ์ตามวัตถุประสงค์ และการทดสอบพีชคณิตการวินิจฉัยของ Chelsea การวิเคราะห์ดำเนินการโดยใช้แบบจำลองทางสถิติความแปรปรวนร่วมหลายตัวแปร ผลลัพธ์ชี้ให้เห็นว่าการสอนแบบใช้ตัวแทนหลายแบบมีผลอย่างมีนัยสำคัญ เกี่ยวกับผลการเรียนพีชคณิตของนักเรียนเมื่อเทียบกับการสอนแบบเดิม ๆ นอกจากนี้นักเรียนจากกลุ่มทดลองพบว่าวิธีการสอนนี้มีผลตามที่ผู้วิจัยกล่าวว่านักการศึกษาคณิตศาสตร์ควรตระหนักถึงการจัดตั้งระหว่างแนวคิดสำหรับการสอนคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนทุกคนปัจจุบันมีความพยายามมากมายในการปรับปรุงการสอนคณิตศาสตร์ การสอนแบบการนำเสนอตัวแทนที่หลากหลายทางคณิตศาสตร์ สำหรับการทำความเข้าใจพีชคณิตเชิงแนวคิดเป็นเพียงสิ่งเดียวเท่านั้นที่ผู้วิจัยได้นำไปปฏิบัติและชื่นชมประโยชน์ของการใช้วิธีนี้ให้โอกาสในการเรียนรู้วิธีใหม่ๆ เช่น การนำเสนอแบบหลายขั้นตอน การสอนในห้องเรียนคณิตศาสตร์ช่วยให้นักเรียนเรียนรู้คณิตศาสตร์ได้ดีขึ้นอย่างทีโคลน์ (2003) บอกเป็นนัย; 'เรียนรู้การสร้างและตีความการแสดงแทนโดยใช้สื่อเฉพาะ เช่น ตัวหนังสือ ภาพกราฟิก หรือแม้แต่วิดีโอเทปก็ล้วนแล้วแต่เป็นหลักสูตรเป้าหมายสำหรับครูและนักเรียนจำนวนมากในฐานะที่เป็นครูคณิตศาสตร์ที่มีประสบการณ์สามปีมาก่อน นักวิจัยสามารถพูดได้ว่าในห้องเรียนคณิตศาสตร์แบบดั้งเดิมจำเป็นต้องส่งเสริมให้นักเรียนคิดอย่างลึกซึ้งยิ่งขึ้นเกี่ยวกับ

แนวคิดทางคณิตศาสตร์ เพื่อสร้างแรงจูงใจในการเรียนรู้ ให้นักเรียนชื่นชมธรรมชาติของคณิตศาสตร์โดยการกำจัดการท่องจำและหลีกเลี่ยงการเน้นมากเกินไปกฎทางคณิตศาสตร์และอัลกอริทึม อันที่จริง วิธีการสอนแบบใหม่ เช่น การสอนแบบการนำเสนอตัวแทนที่หลากหลายทางคณิตศาสตร์ สามารถตอบสนองความต้องการนี้ได้ (Akkus & Cakiroglu, 2010)

คาโต้ และคนอื่น ๆ (Kato, et al. 2002: 30) ได้ทำการทดลองกับเด็กญี่ปุ่น 60 คน อายุ ระหว่าง 3 ปี 4 เดือน กับ 7 ปี 5 เดือน ในการสัมภาษณ์เป็นรายบุคคล การวิจัยนี้ศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างระดับความคิดนามธรรม (การประเมินในการถามที่ยุ่งยากเกี่ยวกับจำนวน) กับ ระดับของการใช้ตัวแทนของนักเรียน (ประเมินโดยการถามเกี่ยวกับการใช้ตัวแทนทางภาพ (graphic representation) ของกลุ่มของวัตถุ) ในการศึกษาสรุปว่า ความคิดนามธรรมและการใช้ตัวแทนเป็นสิ่ง ใกล้ชิดกันมาก และเด็กสามารถใช้ตัวแทนตามระดับหรือต่ำกว่าระดับนามธรรม แต่ไม่มีใครที่ใช้ระดับ ตัวแทนได้เหนือกว่าระดับนามธรรม สภาวะที่เกี่ยวข้องกับการศึกษา คือความต้องการที่จะพิจารณาไป จิตได้สำนึกของเด็กในการทำ (ตัวอย่าง , นามธรรมของเด็ก ๆ เพราะว่า การให้ความหมายของเด็ก สามารถแสดงสัญลักษณ์ที่ติดอยู่กับระเบียบแบบแผนในระดับนามธรรมของเด็ก

Barkar et al., (2020) ได้ศึกษา เรื่อง Use of Multiple Representations in Understanding Addition: The Case of Pre-school Children ได้สำรวจการใช้คำพูดหลายคำของเด็กเล็ก (อายุ 6 ขวบ) ในเข้าใจแนวคิดของการบวกระหว่างกิจกรรมการแก้ปัญหาการศึกษาใช้การออกแบบการวิจัยกรณีศึกษาซึ่งประกอบด้วยเด็กสองคนเด็กในศูนย์อนุบาลแห่งหนึ่ง การเก็บรวบรวมข้อมูลรวมถึงการสังเกตสนทนากับเด็กๆ และวิเคราะห์การสร้างสรรค์และการใช้งานต่างๆ ของการเป็นตัวแทนที่ฉายแสงในความสามารถของเด็กทั้งสองในการใช้ประโยชน์แบบฟอร์มการแสดงผลต่าง ๆ และดำเนินการแปล ผลการวิจัยได้เผยความสามารถของเด็กๆ ในการใช้การแสดงผลที่หลากหลายแบบฟอร์มและดำเนินการแปลภายในและระหว่างที่แตกต่างกันแบบฟอร์มการเป็นตัวแทน (พร้อมท์) การศึกษานี้กล่าวถึงความสำคัญของการอำนวยความสะดวกในการพัฒนาการใช้เด็กเล็กก่อนวัยอันควรของการแสดงหลายรายการและดำเนินการแปลเพื่อสนับสนุนความเข้าใจอย่างลึกซึ้งของแนวคิดเรื่องการบวก เนื่องจากเด็กขาดประสบการณ์ในการแก้ปัญหา พวกเขาจึงต้องพึ่งพากำลังใจและคำแนะนำจากครูก่อนสำรวจและประสบการณ์ใช้และประโยชน์ของรูปแบบการนำเสนออื่นที่แตกต่างจากที่ต้องการการเป็นตัวแทน นัยของการศึกษานี้สำหรับครูเน้นการสอนนั้นควรประกอบด้วยตรวจสอบที่เหมาะสมระหว่างการปฏิบัติการแก้ปัญหา สิ่งสำคัญครูควรเน้นย้ำถึงความซาบซึ้งในการใช้งานการแสดงผลหลายแบบและให้อำนาจเด็กเลือกการเป็นตัวแทนที่

เป็นมีความหมายต่อพวกเขาว่าเป็นจุดเริ่มต้นของการพัฒนาเห็นได้ชัดว่าการสำรวจการใช้ตัวแทนของเด็กในการแก้ปัญหาเป็นหนึ่งในวิธีที่ดีที่สุดในการกระตุ้นกระบวนการคิด ทั้งนี้เนื่องมาจากความจริงที่ว่าการใช้ตัวแทนของเด็กในการแก้ปัญหะซ่อนถึงแง่มุมต่างๆ ของความคิดทางคณิตศาสตร์ของพวกเขา สิ่งนี้ทำให้ครู/นักวิจัยสามารถอนุมานพัฒนาการของเด็กในการเข้าใจคณิตศาสตร์ตามวิถีทางที่เด็กๆ ท่องไปพร้อมๆ กับการแก้ปัญหา (Bakar et al., 2020)

แซซคิส และลิลเจดาห์ล (Zazkis; & Liljedahl. 2004: 182-184) ได้ทำการศึกษาบทบาทของการใช้ตัวแทนที่มีผลต่อความเข้าใจเกี่ยวกับจำนวนเฉพาะของครูที่สอนระดับประถมศึกษา (K-7) และได้พบว่า ตัวแทนมีบทบาทสำคัญต่อความเข้าใจเกี่ยวกับจำนวนเฉพาะของครูที่สอนคณิตศาสตร์ ในระดับประถมศึกษา เพราะตัวแทนเหล่านี้ทำหน้าที่เป็นเสมือนเครื่องมือ (tools) สำหรับการเรียนรู้ และการสื่อสารคณิตศาสตร์ (สื่อสารความคิดและสื่อสารระหว่างบุคคล) นอกจากนี้จะได้ว่า ตัวแทนมี บทบาทสำคัญที่มักจะถูกมองในเรื่องของการสร้างความเข้าใจที่เกี่ยวข้องกับความคิดรวบยอด (Zazkis & Liljedahl, 2004)

เอสคูเดอร์ (Escuder. 2007) ได้ศึกษาการใช้ตัวแทนทางเรขาคณิตของเศษส่วนต่อเนื่องโดยการใช้รูปภาพเป็นตัวแทนในการศึกษาทฤษฎีของเศษส่วนต่อเนื่องซึ่งแบ่งเป็น 3 ส่วน ส่วนที่ 1 เป็นเอกสารเกี่ยวกับทฤษฎีบทพื้นฐานและนิยามของเศษส่วนต่อเนื่อง ส่วนที่ 2 แสดงการใช้ เทคโนโลยีโดยเฉพาะ Dynamic Geometry Software ในการสร้างทฤษฎีบทพื้นฐานโดยทดลองกับ นักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 จนถึงชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 และส่วนที่ 3 เป็นการแสดงผลการประสพการณ์ ของผู้วิจัยเกี่ยวกับเศษส่วนต่อเนื่องให้แก่ นักเรียน (Escuder, 2007)

จากการศึกษางานวิจัยพบว่า การใช้ตัวแทนในการเรียนคณิตศาสตร์ โดยส่วนใหญ่แล้วมักใช้ กับเนื้อหาที่มีลักษณะที่เป็นนามธรรมที่ยากต่อการเข้าใจ และเป็นเรื่องของการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ที่จะถ่ายทอดออกมาในรูปของกราฟ ตาราง การวาดรูป สัญลักษณ์ ซึ่งจะ เป็นสิ่งที่ช่วยให้นักเรียนสามารถแก้ปัญหาและหาข้อสรุปได้ง่ายขึ้น เรียนรู้ได้ดีขึ้น เพราะการใช้ตัวแทนจะช่วยสร้างความคิดรวบยอดให้กับผู้เรียน อีกทั้งยังช่วยมองสิ่งที่เป็นนามธรรมได้ง่ายขึ้นอีกด้วย ทำให้ผู้เรียนรู้จักสัญลักษณ์ต่าง ๆ ที่จะทำให้ผู้เรียนสามารถเลือกใช้ สัญลักษณ์ต่าง ๆ ได้อย่างเหมาะสม และควรที่จะส่งเสริม สร้างสิ่งกระตุ้นที่ทำให้ผู้เรียนได้รับการฝึกฝน เพื่อทำให้นักเรียนได้มีประสบการณ์รวมถึงเห็นแนวทางในการแก้ปัญหา หรือสถานการณ์ต่าง ๆ ได้ดีขึ้น

4.แนวคิด หลักการ เอกสารที่เกี่ยวข้องกับการคิดเชิงพีชคณิต

4.1 ความหมายของพีชคณิต

คนส่วนใหญ่มักจะคิดว่าพีชคณิตคือวิชาคณิตศาสตร์ในเรื่องของการแก้สมการเกี่ยวข้องกับตัวแปร ซึ่งแท้จริงแล้วจะมีกระบวนการอื่น ๆ มาประยุกต์เข้าด้วยกัน มีนักการศึกษาหลายท่านได้ให้ความหมายขอพีชคณิตโดยสรุปดังนี้ พีชคณิตนับเป็นภาษาหนึ่งของวิชาคณิตศาสตร์ เป็นภาษาแทนกรณีทั่วไปของเลขคณิตและเป็นภาษาที่มีลักษณะพิเศษเฉพาะที่เกี่ยวข้องกับตัวไม่ทราบค่า สูตร กรณีทั่วไปการแทนค่าและความสัมพันธ์ เป็นต้น ซึ่งจะเกี่ยวข้องกับการค้นหา แบบรูปของสิ่งต่างๆ นับว่าเป็นเครื่องมือในการวิเคราะห์สถานการณ์ ได้แก่การวิเคราะห์ข้อมูลจากสถานการณ์ปัญหาและการนำเสนอข้อมูลในรูปของการอธิบายและการหาคำตอบ เช่น การหาตัวไม่ทราบค่า การทดสอบข้อคาดเดา คนส่วนใหญ่จะเข้าใจว่าพีชคณิตเป็นวิชาที่ว่าด้วยการแก้สมการที่ซับซ้อนหรือการดำเนินการเกี่ยวกับนิพจน์ ที่เกี่ยวข้องกับเรื่องของตัวแปร ทั้งนี้ยังเป็นการศึกษาวิธีการของการแก้สมการ เป็นสิ่งที่สนับสนุนการทำงานทางคณิตศาสตร์ในหลายๆ ด้าน เป็นนัยทั่วไปของความคิด ที่เกี่ยวกับตัวแปรที่ไม่ทราบค่าลักษณะที่เป็นนามธรรมหรือกรณีทั่วไปของเลขคณิต เช่น เรื่องสมบัติต่าง ๆ ของจำนวนจริง หากพิจารณาในรายละเอียดของเนื้อหาจะพบว่าพีชคณิตควรประกอบด้วย สองส่วนคือ ส่วนของเนื้อหา ได้แก่ เรื่องตัวแปร ฟังก์ชัน กราฟ สมการและอสมการ และส่วนของสมบัติ ได้แก่ สมบัติของจำนวนจริงและสับเซตของจำนวนจริง ทั้งสองส่วนนี้ประกอบกันจะเกิดเป็นระบบสัญลักษณ์ หลักทางพีชคณิต ควรประกอบด้วย การให้เหตุผลแบบอุปนัยและนิรนัย การนำเสนอ สมการ ตัวแปร ฟังก์ชัน และสัดส่วน ที่สามารถนำไปใช้อธิบายและสรุปความสัมพันธ์ระหว่างปริมาณต่าง ๆ ได้

พีชคณิตคือวิชาที่เกี่ยวข้องกับนิพจน์ สัญลักษณ์ และการขยายจำนวนที่นอกเหนือไปจากจำนวนนับ เพื่อหาคำตอบของสมการ เพื่อวิเคราะห์ความสัมพันธ์และเพื่อกำหนดโครงสร้างของระบบการนำเสนอซึ่งประกอบด้วยนิพจน์และความสัมพันธ์ รวมถึงปัญหาและการนำเสนอข้อมูลในรูปของการอธิบายและการหาคำตอบ จะพบได้ในการแก้ปัญหา ทั้งนี้พีชคณิตยังทำหน้าที่เป็นทางผ่านและเป็นอุปสรรคสำหรับนักเรียน ในการนำเสนอความคิดในรูปของสมการ ตาราง และกราฟ และการแก้สมการ เพื่อหาคำอธิบายของสถานการณ์ เป็นต้น เครื่องมือ ในการวิเคราะห์สถานการณ์ปัญหา การนำเสนอข้อมูลในรูปการอธิบายและหาคำตอบ การทดสอบข้อความคาดการณ์ หรือการอธิบายความสัมพันธ์ระหว่างจำนวน (Greenes & Findell, 1999, p. 127; Herbert & Brown, 1997, p. 1) Usiskin. 1999: 5; Chirstmas: & Fey. 1999; NCTM, 2000, p. 37; Kiegler. 2003; Lot, 2000 cited in Jennifer, 2003; Lew. 2004; วิษณุ นภาพันธ์. 2551; ไศจิวัจน์ เสริฐศรี. 2553; ณัชชา กมล; 2554)

4.2 ความสำคัญของการคิดเชิงพีชคณิต

การคิดเชิงพีชคณิตเป็นแขนงหนึ่งของวิชาคณิตศาสตร์ วิชาพีชคณิตมีประโยชน์มากในการศึกษาศาสตร์ต่างๆ เราอาจแก้ปัญหาเลขคณิตที่ยุ่งยากได้ง่ายโดยใช้วิธีทางพีชคณิต เริ่มด้วยการให้ตัวอักษรแทนจำนวนที่ยังไม่รู้ค่า ตั้งสมการตามเงื่อนไขที่โจทย์กำหนด คำนวณหาผลลัพธ์จากการแก้สมการ แล้วจึงตรวจสอบผลลัพธ์ นักการศึกษาได้กล่าวถึงความสำคัญของการคิดเชิงพีชคณิตไว้ดังนี้ ว่าพีชคณิตเป็นเครื่องมือทางคณิตศาสตร์เพื่อประยุกต์กับวิทยาศาสตร์ ธุรกิจ เศรษฐกิจ การค้า การคำนวณ และ บริบทที่เกี่ยวข้องกับจำนวนในชีวิตประจำวัน ซึ่งพีชคณิตจะถูกใช้เป็นเครื่องมือในการวิเคราะห์สถานการณ์ปัญหา พีชคณิตถือเป็นเครื่องมือทางคณิตศาสตร์ที่ประยุกต์ให้เข้าการวิเคราะห์ข้อมูลต่างๆ เพื่อพบกระบวนการในการแก้สถานการณ์ปัญหา และความสามารถในการนำเสนอความคิดแทนจำนวนในสถานการณ์ปัญหา เป็นการสร้างความสัมพันธ์ของตัวแปร เราจึงใช้การคิดเชิงพีชคณิตในการแก้โจทย์ปัญหาได้อย่างหลากหลายวิธี เป็นส่วนหนึ่งที่พัฒนาความเข้าใจของนักเรียนในรายวิชาคณิตศาสตร์ นับเป็นความสำคัญสำหรับการเรียนรู้ ซึ่งจะทำให้นักเรียนเข้าใจเกี่ยวกับเนื้อหาของวิชาคณิตศาสตร์ โรงเรียนจึงมีความสำคัญเป็นอย่างมาก ซึ่งผู้เรียนจะประสบความสำเร็จ ด้วยการคิดเชิงพีชคณิตเป็นเครื่องมือในการพัฒนาการคิดเชิงคณิตศาสตร์ และนำไปสู่การพัฒนาตัวผู้เรียนให้มีระบบระเบียบ ในการคิดสามารถประยุกต์การคิดในการแก้สถานการณ์ปัญหาและพัฒนาการคิดเกี่ยวกับการใช้ชีวิตได้อย่างมีประสิทธิภาพ ซึ่งจะเป็นการสร้างพื้นฐานในการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ในระดับที่สูงขึ้น และยังเป็นรากฐานของการศึกษาของศาสตร์สำคัญอีกหลายแขนง (Herbert & Brown, 1997; Lee, 1996; Natcha & Yeap, 2010, p. p.2; ปรีฉัตร จันท์หอม, 2555, p. น.68)

ดังนั้นการคิดเชิงพีชคณิตจึงนับเป็นองค์ประกอบสำคัญอย่างยิ่ง สำหรับการเรียนคณิตศาสตร์ ทั้งนี้ยังนับเป็นเครื่องมือที่มีประสิทธิภาพในการแก้ปัญหา/ สถานการณ์ของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ซึ่งเป็นการค้นหากระบวนการที่ต้องมองหาความสัมพันธ์ของตัวแปรต่างๆ ที่มี และสามารถพัฒนาความคิดที่เป็นระบบ นำไปสู่ค้นพบคำตอบ อีกทั้งยังเป็นการพัฒนาให้ผู้เรียน เพื่อนำไปสู่แก้ไขปัญหามในชีวิตจริง

4.3 องค์ประกอบของการคิดเชิงพีชคณิต

มีนักการศึกษาหลายท่านได้ให้ความคิดเห็นเกี่ยวกับลักษณะองค์ประกอบการคิดเชิงพีชคณิตไว้ดังนี้

NCTM (2000) กล่าวว่า พีชคณิตนอกเหนือจากการจัดการสัญลักษณ์ก็ยังมีส่วนสำคัญดังนี้

1. การทำความเข้าใจรูปแบบ ความสัมพันธ์ และฟังก์ชัน
2. การแสดงแทน และการวิเคราะห์สถานการณ์ทางคณิตศาสตร์ และโครงสร้างทางคณิตศาสตร์โดยใช้สัญลักษณ์เชิงพีชคณิต
3. การใช้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์เพื่อแสดงแทน และอธิบายความสัมพันธ์เชิงปริมาณ
4. การวิเคราะห์การเปลี่ยนแปลงในบริบทต่าง ๆ เพื่อให้เกิดการคิดเชิงพีชคณิต

Driscoll (2001) ได้กล่าวถึง คุณสมบัติการคิดเชิงพีชคณิตดังนี้

1. การจัดระเบียบข้อมูล (Organizing information) เป็นการจัดระเบียบข้อมูลในลักษณะที่เป็นประโยชน์สำหรับการเปิดเผยรูปแบบและกฎที่กำหนดรูปแบบ
2. การคาดการณ์แบบรูป (Predicting patterns) เป็นการสังเกตกฎหรือรูปแบบวิธีในการทำงานและพยายามคาดเดาวิธีการทำงาน
3. การจัดกลุ่มข้อมูล (Chunking the information) เป็นการมองหาการทำซ้ำของข้อมูลที่แสดงให้เห็นถึงรูปแบบการทำงาน
4. การอธิบายกฎ (Describing a rule) เป็นความสามารถในการอธิบายขั้นตอนของกระบวนการหรือกฎอย่างชัดเจน
5. การแสดงแทนที่แตกต่าง (Different Representations) สงสัยว่าจะมีข้อมูลอะไรบ้างเกี่ยวกับสถานการณ์หรือปัญหา ที่อาจจะได้รับจากตัวแสดงแทนที่แตกต่างกันแล้วลองหาตัวแสดงแทนที่แตกต่างกัน
6. การอธิบายการเปลี่ยนแปลง (Describing Change) เป็นการอธิบายถึงการเปลี่ยนแปลงในกระบวนการหรือความสัมพันธ์
7. การแสดงเหตุผลของกฎอย่างสมเหตุสมผล (Justifying a Rule) การแสดงการทำงานของกฎอย่างสมเหตุสมผล ถึงการทำงานของจำนวนต่าง ๆ

Lee (2001) การวิเคราะห์การคิดเชิงพีชคณิต ที่เน้นกลยุทธ์พื้นฐานบางอย่างที่อธิบายถึงลักษณะทางคณิตศาสตร์ ว่าวิเคราะห์การคิดเชิงพีชคณิตจะต้องพิจารณาจาก

1. การให้เหตุผลเกี่ยวกับรูปแบบเช่น กราฟ รูปแบบตัวเลข รูปร่าง เป็นต้น
2. ลักษณะทั่วไปหรือการคิดในแง่ทั่วไป

3. การจัดการความรู้ที่ยังไม่ทราบ และการคิดย้อนกลับ
4. การคิดเกี่ยวกับความสัมพันธ์ทางคณิตศาสตร์มากกว่าวัตถุทางคณิตศาสตร์

Will Windsor (2009) พิจารณาลักษณะการคิดเชิงพีชคณิต ดังนี้

1. การให้เหตุผลเกี่ยวกับแบบรูป (ด้วยกราฟ จำนวน แบบรูป รูปภาพ) เน้นให้เห็นถึงความเหมือนและความแตกต่าง
2. สามารถหากรณีทั่วไปได้และพิจารณาความเป็นธรรมชาติหรือลักษณะเฉพาะ
3. สามารถหาตัวไม่ทราบค่า การสลับสับเปลี่ยนหรือการเปลี่ยนแปลงของขั้นตอนการดำเนินการ
4. สามารถมองเห็นความสัมพันธ์เกี่ยวกับคณิตศาสตร์

Matos & Ponte (2009) ได้กล่าวว่า ลักษณะที่แสดงว่านักเรียนมีการคิดเชิงพีชคณิตมีดังนี้

1. ระบุและสามารถอธิบายเรื่องแบบรูป ในสถานการณ์ปัญหาที่มีความหลากหลายมีซับซ้อนและกรณีที่ไม่ซับซ้อนได้
2. สามารถนำเสนอ รวมถึง สามารถวิเคราะห์ความสัมพันธ์ของฟังก์ชันผ่านตาราง กราฟและความสัมพันธ์อื่น ๆ
3. สามารถให้เหตุผลในเชิงพีชคณิต และใช้ภาษาสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการสื่อสาร (Matos & Ponte, 2009)

Herbert and Brown (1997) ได้ให้ลักษณะของการคิดเชิงพีชคณิต ไว้ดังนี้

1. การแยกแยะ วิเคราะห์ หรือการแสดงข้อมูลในสถานการณ์ปัญหา
2. สามารถแสดงข้อมูลต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ด้วยภาษา ตาราง กราฟ แผนภาพและสมการ
3. การตีความและประยุกต์ผลจากกรค้นพบทางคณิตศาสตร์ เช่น การแก้ปัญหา สำหรับตัวไม่ทราบค่า การทดสอบ การคาดการณ์ และการระบุหน้าที่ความสัมพันธ์
4. การใช้สัญลักษณ์และเครื่องมือทางคณิตศาสตร์ในการวิเคราะห์สถานการณ์ปัญหาต่าง ๆ ได้อย่างถูกต้องเหมาะสม

จากที่กล่าวมาข้างต้น จะเห็นว่า มีนักวิชาการหลายท่านได้ศึกษาองค์ประกอบของการคิดเชิงพีชคณิตไว้อย่างหลากหลาย ผู้วิจัยจึงได้วิเคราะห์องค์ประกอบในภาพรวม ซึ่งในแนวคิดของนักวิชาการแต่ละท่านทำให้เราสามารถเห็นถึงองค์ประกอบที่สำคัญ ดังตารางที่ 2

ตาราง 2 ผลการวิเคราะห์องค์ประกอบการคิดเชิงพีชคณิต

องค์ประกอบการคิดเชิงพีชคณิต	วิเคราะห์/เปรียบเทียบ	แบบแผนระบบงาน	ขั้นตอน	สรุป
NCTM (2000)	✓	✓		✓
Driscoll (2001)	✓	✓		✓
Lee (2001)	✓	✓	✓	
Windsor (2009)	✓	✓	✓	✓
Matos (2009)	✓	✓	✓	
Herbert & Brown (1997)	✓	✓		✓
วิชญ์ นภาพันท์ (2551)	✓		✓	

จากตาราง 2 วิเคราะห์องค์ประกอบการคิดเชิงพีชคณิตจากนักการศึกษาที่กล่าวมาข้างต้น พอจะสรุปได้ถึงองค์ประกอบจากการสังเคราะห์องค์ประกอบที่สำคัญของการคิดเชิงพีชคณิตข้างต้นนั้นทำให้ผู้วิจัยมีแนวทางในการพัฒนารูปแบบการใช้วิธีการนี้ภาพเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงพีชคณิต ของนักเรียนระดับชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ที่ผู้วิจัยจะพัฒนาขึ้นครั้งนี้ โดยองค์ประกอบการคิดเชิงพีชคณิตสรุปตามตารางได้ประกอบด้วยองค์ประกอบสำคัญ 4 องค์ประกอบ คือ 1) ความเข้าใจ/วิเคราะห์ 2) เชื่อมโยงกระบวนการ 3) ให้เหตุผล 4) การนำเสนอ สื่อสา แต่เนื่องจากด้านความเข้าใจและการเชื่อมโยงกระบวนการเป็นสิ่งที่ควรเกิดควบคู่กัน จึงปรับโดยใช้คำว่า การแก้ปัญหา ดังนั้นจึงสรุปได้ว่าองค์ประกอบการคิดเชิงพีชคณิตในงานวิจัยนี้มี 3 องค์ประกอบ คือ 1) การแก้ปัญหา 2) การใช้ตัวแทนและการนำเสนอ 3) การให้เหตุผล

4.4 การให้เหตุผลเชิงพีชคณิต

การให้เหตุผลเชิงคณิตศาสตร์ เป็นองค์ประกอบหนึ่งที่ผู้วิจัยได้จากรางวิเคราะห์องค์ประกอบความคิดเชิงพีชคณิต ซึ่งการให้เหตุผลจะทำให้ผู้สอนสามารถมองเห็น กระบวนการต่าง ๆ ที่ได้มาซึ่งคำตอบ เช่นกระบวนการคิดวิเคราะห์ (Critical Thinking) การคิดอย่างมีเหตุมีผล (Logical Thinking) การคิดสร้างสรรค์ (Creative Thinking) กระบวนการคิดผ่านภาพ (Visualize Thinking) ทั้งนี้ นักเรียนจะมีวิธีการคิดแก้ปัญหาอย่างเป็นธรรมชาติ ซึ่งมีความหลากหลายในแต่ละบุคคล นักการศึกษาได้กล่าวถึง การให้เหตุผลเชิงพีชคณิตไว้มากมายดังนี้

ฟอร์และธอร์นควิสท์ (O' Daffer, & Thornquist. 1993: 43) กล่าวว่า การให้เหตุผลเชิงคณิตศาสตร์คือ ส่วนหนึ่งของการคิดเชิงคณิตศาสตร์ ซึ่งประกอบด้วย การสร้างกรณีทั่วไป และการสร้างข้อสรุปที่สมเหตุสมผลเกี่ยวกับแนวคิดทางคณิตศาสตร์เรื่องต่าง ๆ (Wilson, 1993)

สมาคมนานาชาติเพื่อการประเมินผลสัมฤทธิ์ทางการศึกษา (The International Association for the Evaluation of Educational Achievement. 2003: 32) ได้กำหนดนิยามของการให้เหตุผลเชิงคณิตศาสตร์ว่าประกอบด้วยความสามารถในการคิดอย่างเป็นระบบและมีเหตุผลเพื่อหาคำตอบของปัญหาที่ผู้เรียนไม่เคยเผชิญมาก่อน (Non-routine Problem) ซึ่งอาจเป็นปัญหาทางคณิตศาสตร์หรือปัญหาในชีวิตประจำวันที่ผู้เรียนต้องแปลงความรู้และทักษะที่มีอยู่เพื่อใช้กับสถานการณ์ใหม่ โดยได้นำเสนอกรอบแนวคิดในการประเมินความสามารถในการให้เหตุผลของนักเรียนด้านต่าง ๆ ดังต่อไปนี้

1. การสร้างสมมุติฐาน คาดเดา การทำนาย (Hypothesize/ Conjecture/ Predict) คือ ความสามารถในการตั้งข้อคาดเดาที่เหมาะสมจากการที่ได้สำรวจแบบรูป อภิปรายแนวคิด สร้างแบบจำลอง หรือทดสอบเซตของข้อมูล เป็นต้น
2. การวิเคราะห์ (Analyze) คือ ความสามารถในการอธิบายความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรหรือสิ่งต่าง ๆ ในสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์
3. การประเมิน (Evaluate) คือ ความสามารถในการวิจารณ์และประเมินแนวคิดทางคณิตศาสตร์ ข้อคาดเดา วิธีการแก้ปัญหา และการพิสูจน์ เป็นต้น
4. การสร้างกรณีทั่วไป (Generalize) คือ ความสามารถในการขยายผลของความคิดทางคณิตศาสตร์ และผลการแก้ปัญหาเดิมไปสู่การได้ผลลัพธ์ใหม่ที่มีความเป็นกรณีทั่วไปและใช้ได้กว้างขวางขึ้น เช่น กำหนดแบบรูป 1, 4, 7, 10 แล้วให้หาความสัมพันธ์ระหว่างเทอมที่อยู่ติดกัน เป็นต้น

5. การเชื่อมโยง (Connect) คือ ความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้เดิมที่มีอยู่กับความรู้ใหม่ เชื่อมโยงระหว่างความคิดทางคณิตศาสตร์แต่ละเรื่อง เชื่อมโยงความรู้และรูปแบบการนำเสนอในลักษณะต่าง ๆ ที่เกี่ยวข้อง เช่น กำหนดรูปสามเหลี่ยมที่มีความยาวด้านเป็น 3 4 และ 5 เซนติเมตร แล้วให้หาว่ารูปสามเหลี่ยมดังกล่าวมีพื้นที่เป็นเท่าใด ซึ่งนักเรียนต้องเชื่อมโยงความรู้เกี่ยวกับสมบัติของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากเข้ามาช่วยในการหาพื้นที่ เป็นต้น

6. การสังเคราะห์ (Synthesize/integrate) คือ ความสามารถในการรวมกระบวนการทางคณิตศาสตร์เพื่อสร้างผลสรุป และรวบรวมโครงสร้างต่าง ๆ เพื่อสร้างผลสรุปใหม่ เช่น การใช้ข้อมูลจากการวิเคราะห์ตารางเพื่อนำไปใช้แก้ปัญหา หรือ การอาศัยข้อมูลที่เหมือนกันของกราฟสองกราฟเพื่อใช้ในการแก้ปัญหา เป็นต้น

7. การแก้ปัญหาที่ไม่คุ้นเคย (Solve Non-routine Problems) คือ ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์หรือปัญหาในสถานการณ์จริงที่นักเรียนไม่เคยเผชิญมาก่อน และความสามารถในการประยุกต์ใช้ขั้นตอนวิธีทางคณิตศาสตร์ในบริบทที่แตกต่างจากที่เคยใช้ (Unfamiliar Context) เช่น ถ้าเขียนแทนตัวเลข 11 ด้วย 01 เขียนแทน 42 ด้วย พนฐ และเขียนแทน 26 ด้วย พ1ด แล้วจะเขียนแทน 37 ได้อย่างไร

8. การพิสูจน์ (Justify/Prove) คือ ความสามารถในการใช้สมบัติทางคณิตศาสตร์ยืนยันว่าประโยคใดเป็นจริงหรือเท็จภายใต้ข้อมูลที่กำหนดให้ เช่น จงแสดงว่าผลบวกของจำนวนดีสองจำนวนได้ผลลัพธ์เป็นจำนวนคู่เสมอ

สมาคมครูคณิตศาสตร์แห่งสหรัฐอเมริกา (NCTM, 2000) ได้กำหนดมาตรฐานในส่วนของการให้เหตุผลเชิงคณิตศาสตร์ว่า ในการจัดการศึกษาตั้งแต่ระดับก่อนอนุบาลถึงมัธยมศึกษาตอนปลายต้องเน้นการพัฒนาให้นักเรียนมีความสามารถ ดังต่อไปนี้

1. เห็นคุณค่าของการให้เหตุผลว่าเป็นลักษณะพื้นฐานของวิชาคณิตศาสตร์ กล่าวคือในการจัดการเรียนรู้ต้องมุ่งให้นักเรียนมีความเข้าใจว่าการยืนยันเรื่องใด ๆ ต้องมีเหตุผลที่เหมาะสมรองรับเสมอ ประโยค(Statement)จำเป็นต้องมีหลักฐานมาสนับสนุนว่าเป็นจริง หรือมีตัวอย่างมาค้ำยันว่าเป็นเท็จ การเสนอความคิดได้ออกมานักเรียนต้องสามารถตอบได้ว่า ทำไมถึงคิดอย่างนั้น ทำไมถึงคิดว่าเป็นสิ่งที่ถูกต้อง

2. สร้างและตรวจสอบข้อคาดเดาทางคณิตศาสตร์ กล่าวคือ นักเรียนจะต้องเรียนรู้การสร้างพัฒนา ดันหา และตรวจสอบข้อคาดเดาตั้งแต่ระดับประถมศึกษา เนื่องจากคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่เกี่ยวข้องกับการค้นพบ และข้อคาดเดาก็คือเส้นทางไปสู่การค้นพบ

นอกจากนี้ นักเรียนต้องถูกฝึกให้คุ้นเคยกับคำถามที่เกี่ยวกับการค้นหาแบบรูป ว่าแบบรูปนี้มีลักษณะอย่างไร เทอมต่อไปคืออะไรแบบรูปนี้เป็นจริงตลอดหรือเป็นบางครั้ง

3. พัฒนาและประเมินการให้เหตุผลและการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ กล่าวคือ ต้องให้นักเรียนเรียนรู้การให้เหตุผลเพื่อยืนยันหรือปฏิเสธข้อาคัดเดาที่มีความเป็นกรณีทั่วไปได้ เช่น เด็กในระดับประถมศึกษาตอนต้นต้องสามารถยืนยันความจริงในกรณีทั่วไปโดยใช้ความรู้จากกรณีเฉพาะได้จากการที่นักเรียนสามารถแสดงได้ว่า 9 เป็นจำนวนคี่โดยการจับคู่ที่ละสองแล้วเหลือเศษหนึ่งทำให้เขาสามารถให้เหตุผลได้ว่าจำนวนคี่ทุกจำนวนเมื่อจับคู่ที่ละสองแล้วต้องเหลือเศษหนึ่งเสมอ เด็กในระดับประถมศึกษาตอนปลายต้องสามารถสร้างการให้เหตุผลของสถานการณ์ปัญหาโดยอาศัยความรู้คณิตศาสตร์อื่น ๆ เช่น ใช้ความรู้ที่ว่ารูปสองรูปที่เท่ากันทุกประการต้องมีพื้นที่เท่ากัน มาให้เหตุผลว่ารูปตามเหลี่ยมและรูปสี่เหลี่ยมมีพื้นที่เท่ากันเพราะทั้งคู่มีพื้นที่เป็นครึ่งหนึ่งของรูปสี่เหลี่ยมรูปเดียวกัน เป็นต้น นอกจากนี้ยังต้องส่งเสริมให้เด็กได้เรียนรู้การตรวจสอบข้อบกพร่องของการให้เหตุผล ซึ่งอาจทำได้โดยการให้เด็กอภิปรายร่วมกับเพื่อนร่วมชั้น เพื่อเปรียบเทียบความคิดของตนเองกับความคิดของคนอื่น ๆ ส่งผลให้เขาได้ปรับปรุงให้เหตุผลของตนมีความน่าเชื่อถือมากยิ่งขึ้น ชั้นเรียนที่มีการกระตุ้นให้นักเรียนนำเสนอความคิดของตนเอง และรับฟังข้อเสนอแนะจากคนอื่น เป็นชั้นเรียนที่เต็มไปด้วยบรรยากาศที่เหมาะสมสำหรับการพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลเชิงคณิตศาสตร์อย่างยิ่ง ลักษณะการนำเสนอเหตุผลของเด็กเล็กจะอธิบายโดยใช้ภาษาของตนเอง หรืออาจใช้อุปกรณ์ แต่สำหรับเด็กโตเขาสามารถที่จะนำเสนอการให้เหตุผลโดยใช้รูปแบบการเขียนที่ตามารถยอมรับได้โดยผู้เชี่ยวชาญ แต่สิ่งสำคัญก็คือควรต้องตระหนักว่ารูปแบบการเขียนพิสูจน์มีความสำคัญน้อยกว่าการคิดและการให้เหตุผลเชิงคณิตศาสตร์ที่ถูกต้องและชัดเจน

4. เลือกและใช้วิธีการและรูปแบบต่าง ๆ ของการให้เหตุผลและการพิสูจน์ กล่าวคือ นักเรียนจะต้องได้รับการฝึกให้รู้ว่าจะใช้ความรู้และข้อมูลที่มีอยู่สร้างการให้เหตุผลที่ชัดเจนได้อย่างไร เรียนรู้เกี่ยวกับมาตรฐานในการให้เหตุผล และประเภทของการให้เหตุผลแบบต่างๆ แบบลองผิดลองถูก การพิสูจน์แบบหาข้อขัดแย้ง แบบอุปนัย และแบบนิรนัย เป็นต้นว่าจะเลือกใช้รูปแบบใดของการพิสูจน์ที่เหมาะสมกับแต่ละกรณี

เบทท์ (Begg, 1994) เสนอว่าความสามารถในการให้เหตุผลเชิงคณิตศาสตร์ ควรประกอบด้วยความสามารถด้านต่าง ๆ ต่อไปนี้

1. การจำแนกและการอธิบาย ประกอบด้วย การจำแนกประเภทของสิ่งต่างๆ การอธิบายถึงสิ่งต่างๆ อย่างชัดเจน

2. การให้เหตุผล ประกอบด้วย การสร้างข้อสรุปที่มีเหตุผล ใช้แบบจำลอง ข้อมูล สมบัติและความสัมพันธ์ เพื่อสร้างเป็นเหตุผล การพิสูจน์คำตอบและกระบวนการ การใช้แบบรูปและความสัมพันธ์เพื่อวิเคราะห์สถานการณ์ การให้เหตุผลโดยใช้กราฟและการนำเสนอด้วยกราฟ คิดตามการให้เหตุผลทางตรรกศาสตร์ ตัดสินความสมเหตุสมผลของการให้เหตุผล สร้างการให้เหตุผลที่สมเหตุสมผลแบบง่าย ๆ เข้าใจและประยุกต์ใช้การให้เหตุผลแบบนิรนัย เข้าใจและประยุกต์ใช้การให้เหตุผลแบบอุปนัย การยกตัวอย่างค้าน และการยอมรับว่าการให้เหตุผลคือส่วนหนึ่งของคณิตศาสตร์

3. การสรุปอ้างอิง ประกอบด้วย การสร้างและประเมินข้อคาดเดาทางคณิตศาสตร์ การสร้างกรณีทั่วไป การตัดสินใจที่เหมาะสมและเชื่อถือได้

4. การพิสูจน์ ประกอบด้วย การยอมรับธรรมชาติของระบบสัจพจน์ในทางคณิตศาสตร์ การสร้างการพิสูจน์ ทั้งการพิสูจน์ทางอ้อม และการพิสูจน์โดยวิธีอุปนัย

บาร์วูดี้ (Baroody & Coslick, 1993) มีความเห็นว่า การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สามารถจำแนกออกได้ เป็น 3 ประเภทคือ การให้เหตุผลเชิงประจักษ์ (Intuitive Reasoning) การให้เหตุผลแบบนิรนัย (Inductive Reasoning) และการให้เหตุผลแบบอุปนัย (Deductive Reasoning) แต่อย่างไรก็ตามบาร์วูดี้แนะนำว่าในการจัดหลักสูตรเพื่อเน้นการพัฒนาให้ผู้เรียนมีทักษะในการให้เหตุผลนั้นควรเน้นในเรื่องของการแยกแยะจำแนกประเภทของสิ่งต่าง ๆ การสำรวจแบบรูปซึ่งส่งเสริมความสามารถในการวิเคราะห์ และการประเมินการให้เหตุผล ข้อคาดเดา และข้อสรุปว่ามีความสมเหตุสมผลหรือไม่ เพิ่มเติมเข้ามาอีกส่วนหนึ่ง (Baroody & Coslick, 1993)

โดยสรุปจะเห็นว่าแนวคิดเกี่ยวกับการให้เหตุผลเชิงคณิตศาสตร์ ของนักการศึกษาหลายท่านโดยทั่วไปจะมีความใกล้เคียงกัน กล่าวคือ การให้เหตุผลเชิงคณิตศาสตร์สามารถพิจารณาได้ว่าเป็นส่วนหนึ่งของการให้เหตุผล เพราะองค์ประกอบต่าง ๆ ซึ่งมีขั้นตอนที่หลากหลายดังที่ผู้วิจัยสนใจศึกษาในการพัฒนาการคิดเชิงพีชคณิตเพื่อให้ทราบถึงกระบวนการคิดที่ได้มาซึ่งคำตอบของนักเรียน เพื่อเป็นส่วนหนึ่งในการพัฒนารูปแบบการใช้วิธีการนี้ภาพที่ส่งเสริมการคิดเชิงพีชคณิต ของนักเรียนระดับชั้นประถมศึกษาปีที่ 6

4.5 แนวคิดในการจัดการเรียนรู้และการวัดประเมินผลการคิดเชิงพีชคณิตในระดับประถมศึกษา

พีชคณิตในระดับประถมศึกษาเป็นสิ่งที่สร้างรากฐานเบื้องต้น เพื่อให้ให้นักเรียนมีความเข้าใจในการคิดแก้ปัญหาอย่างเป็นเหตุเป็นผล ซึ่งอาจมีความเหมือนหรือต่างกันทั้งนี้ขึ้นอยู่กับประสบการณ์ การคิดวิเคราะห์ การคิดเชิงเหตุผล การเชื่อมโยง การมองกระบวนการคิดผ่านภาพ ความคิดสร้างสรรค์และอีกหลากหลายสิ่ง ที่นักเรียนสามารถสร้างสรรค์ตัวแทนในการนำเสนอ

คำตอบของพวกเขาได้ นักการศึกษาได้กล่าวถึงแนวคิดในการจัดการเรียนรู้พีชคณิตในระดับประถมศึกษาไว้ดังนี้

การเรียนรู้พีชคณิตแต่ละเรื่องจะเป็นไปได้ง่ายขึ้นถ้านักเรียนได้ผ่านการเรียนรู้เรื่องที่เป็นพื้นฐานมาก่อน ทั้งนี้มีความเป็นไปได้ที่จะให้นักเรียนระดับประถมศึกษาเรียนพีชคณิตในลักษณะของ

1. เรื่องแบบจำลอง (Modeling)
2. การหาแบบรูป (Pattern Finding)
3. การศึกษาโครงสร้าง (The Study of Structure)

ทั้งนี้ต้องเริ่มต้นจากการสอนให้เข้าใจความหมายไม่ใช่มุ่งไปที่การใช้สัญลักษณ์ในระดับประถมศึกษิต้องเปิดโอกาสให้เด็กคิดและแสดงความคิดเห็นเกี่ยวกับเรื่องของจำนวนและสมบัติของจำนวน จนกว่านักเรียนจะสามารถใช้สัญลักษณ์ทางพีชคณิตได้อย่างเป็นธรรมชาติ อีกทั้งไม่ควรเน้นเนื้อหาที่ยากเกินไป ซึ่งจะเป็นปัจจัยพื้นฐานที่สำคัญสำหรับการเรียนรู้พีชคณิตที่เป็นทางการมากขึ้นในอนาคต แต่ควรเน้นไปที่การเปิดโอกาสให้นักเรียนได้สำรวจ สนทนาเกี่ยวกับสถานการณ์ทาง คณิตศาสตร์ที่จะส่งผลให้นักเรียนรู้จักให้เหตุผลเชิงพีชคณิตซึ่งการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เกี่ยวกับเรื่องเหล่านี้จะเปิดโอกาสให้นักเรียนได้สร้างการให้เหตุผลที่แสดงถึงพื้นฐานของวิธีการคิดที่แตกต่างกัน ดังนั้นจุดเน้นของการจัดการเรียนรู้ในระดับประถมศึกษาจึงไม่ใช่อยู่ที่กิจกรรมที่มีลักษณะเป็นพีชคณิตแต่ต้องเน้นที่การคิดและการให้เหตุผลของนักเรียน ซึ่งมุมมองดังกล่าวจะมีประโยชน์มากเพราะจะช่วยขจัดปัญหาที่จะจำกัดความหมายว่าอะไรคือเนื้อหาของพีชคณิตที่จะนำมาจัดการเรียนรู้สำหรับนักเรียนในระดับประถมศึกษา ซึ่งประเด็นสำคัญอยู่ที่ธรรมชาติของการคิดและการให้เหตุผลเชิงพีชคณิตของนักเรียนนั่นเอง ซึ่งจะเป็นปัจจัยพื้นฐานที่สำคัญในการเรียนรู้พีชคณิตที่เป็นนามธรรมในระดับที่สูงขึ้น สำหรับการเรียนรู้พีชคณิตที่เป็นทางการมากขึ้นในอนาคต (Yackel, 1997, pp. p.276-280) NCTM. 2000: 37; Cathcart; et al. 2003: 380)

จากแนวคิดการจัดการเรียนรู้พีชคณิตในระดับประถมศึกษาข้างต้นทำให้ทราบว่านักการศึกษาหลายท่านได้มีความคิดเห็น ในการเริ่มให้นักเรียนได้เรียนรู้เนื้อหาเกี่ยวกับพีชคณิตในระดับประถมศึกษา เพื่อให้ธรรมชาติทางความคิดของนักเรียนมีการปรับกระบวนการคิด วิเคราะห์ ประมวลผลจากวิธีการต่าง ๆ ซึ่งผู้วิจัยได้ตระหนักถึงการเรียนรู้สำหรับนักเรียนประถมนั้น คงต้องนำการเรียนรู้ในลักษณะของการจับต้องได้ซึ่งเป็นรูปธรรมและค่อย ๆ ให้นักเรียนมองการแก้ปัญหาจากกระบวนการนี้ภาพ ซึ่งเป็นการนำสู่การเรียนรู้ในลักษณะของนามธรรม จนเกิดการ

คิดเชิงพีชคณิตที่สอดคล้องกับงานของผู้วิจัยที่ต้องการทราบรูปแบบ เพื่อนำเข้าสู่ผลของ การพัฒนา รูปแบบการใช้วิธีการนี้ภาพที่ส่งเสริมการคิดเชิงพีชคณิต ของนักเรียนระดับประถมศึกษา ปีที่ 6

สำหรับการวัดและประเมินการคิดเชิงพีชคณิตในระดับประถมศึกษา สาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์มีสาระที่สำคัญสามารถแบ่งออกได้เป็น 2 ส่วน คือ 1. สาระที่เป็นองค์ความรู้ในเนื้อหาคณิตศาสตร์ 2. สาระที่เป็นทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์การประเมินผล ซึ่งจะต้องประเมินทั้งความรู้ในเชิงเนื้อหา และทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์ ทั้งนี้พีชคณิต คือวิชาที่เกี่ยวข้องกับนิพจน์ สัญลักษณ์ และการขยายจำนวนที่นอกเหนือ ไปจากจำนวนนับ เพื่อหาคำตอบของสมการ เพื่อวิเคราะห์ความสัมพันธ์และเพื่อกำหนดโครงสร้างของระบบการนำเสนอซึ่งประกอบด้วยนิพจน์และความสัมพันธ์ รวมถึงปัญหาและการนำเสนอข้อมูลในรูปของการอธิบายและการหาคำตอบ การให้เหตุผลจะทำให้ผู้สอนสามารถมองเห็น กระบวนการต่าง ๆ ที่ได้มาซึ่งคำตอบ เช่นการคิดอย่างมีเหตุมีผล (Logical Thinking) กระบวนการคิดวิเคราะห์ (Critical Thinking) กระบวนการคิดผ่านภาพ (Visualize Thinking) การคิดสร้างสรรค์ (Creative Thinking) ดังนั้นขั้นตอนการประเมินที่สอดคล้องกับกระบวนการจัดการเรียนรู้ ซึ่งหลักการที่สำคัญของการวัดและประเมินผลการเรียนรู้ คือ การวัดและประเมินผลต้องทำต่อเนื่องควบคู่ไปกับกระบวนการจัดการเรียนรู้ โดยครูผู้สอนควรใช้กิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์เพื่อกระตุ้นและส่งเสริมให้นักเรียนได้มีส่วนร่วมในการเรียนรู้ และใช้คำถามเพื่อที่ครูผู้สอนจะสามารถตรวจสอบ ความรู้ และกระตุ้นและส่งเสริมให้เกิดการคิดเชิงพีชคณิต โดยให้นักเรียนได้มีโอกาสแสดงความคิดเห็นและแลกเปลี่ยนความคิดเห็นกับนักเรียนคนอื่น ๆ ในการประเมินการคิดเชิงพีชคณิต ในด้านการให้เหตุผลสามารถทำได้โดยใช้เครื่องมือและวิธีการที่เหมาะสมอย่างหลากหลาย เช่น การมอบหมายงานให้ทำการบ้าน การเขียนแบบบันทึกทางคณิตศาสตร์ (math note) การทดสอบ การสังเกต การสัมภาษณ์ รวมทั้งการให้นักเรียนได้ประเมินตนเอง โดยประเมินได้จากความสามารถในการแสดงออกตามขั้นตอนของทักษะการให้เหตุผล ดังนี้

- นำความรู้หลากหลายที่เกี่ยวข้องในการสร้างกระบวนการแก้ปัญหา
- ใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ในการจัดลำดับขั้นตอนการให้เหตุผลและสร้าง

ข้อสรุป

- ตรวจสอบความถูกต้องและการให้เหตุผลอย่างความสมเหตุสมผล

กรมวิชาการ (2539:54-59) ได้ให้ความหมายของเกณฑ์การประเมิน หมายถึง เครื่องมือที่ใช้เป็นแนวทางประเมินการปฏิบัติงานของนักเรียนโดยการสร้างแนวทางการให้คะแนน ซึ่งจะต้องกำหนดมาตรฐานวัดและรายการของคุณลักษณะที่บรรยายถึงความสามารถในการแสดงออกของแต่ละจุดในมาตรฐานวัดไว้อย่างชัดเจน (กรมวิชาการ, 2539)

รูบริก คือ ข้อความที่แสดงรายละเอียดของเกณฑ์คุณภาพการเรียนรู้ จากระดับที่ยอดเยี่ยมไปจนถึงระดับที่ต้องพัฒนา โดยทั่วไปการให้คะแนนของรูบริกมี 2 รูปแบบ คือ

1) การให้คะแนนเป็นภาพรวม (Holistic Score) คือ การให้คะแนนชิ้นงาน โดยดูภาพรวมหรือองค์รวมของชิ้นงานนั้น

2) การให้คะแนนแบบแยกองค์ประกอบ (Analytic Score) เป็นการวิเคราะห์งานออกเป็นองค์ประกอบย่อยและกำหนดคะแนนสำหรับแต่ละองค์ประกอบย่อย

Goodrich (1997:14-17) ได้กล่าวถึงสาเหตุที่ทำให้การให้คะแนนแบบรูบริกเป็นสิ่งที่น่าสนใจสำหรับครูและนักเรียน โดยสรุปได้ดังนี้

1) เกณฑ์การให้คะแนนแบบรูบริก เป็นเครื่องมือที่มีประสิทธิภาพสูง สำหรับการสอน สามารถสะท้อนและช่วยให้นักเรียนปรับปรุงการทำงานได้ตลอดเวลาเหมือนกับการตรวจสอบของครู เกณฑ์ที่สร้างขึ้นจะช่วยให้นักเรียนได้ทราบถึงแนวทางในการทำงานที่จะทำให้บรรลุจุดมุ่งหมายของเนื้อหานั้น ๆ ได้ดีขึ้น ดังนั้นสิ่งที่สำคัญที่สุดของการให้คะแนนแบบรูบริก คือ การนิยามเกณฑ์หรือระดับของคุณภาพที่ชัดเจน

2) เกณฑ์การให้คะแนนแบบรูบริก จะทำให้นักเรียนมีความละเอียดรอบคอบ ในการตัดสินคุณภาพของตนเองและผู้อื่น ทำให้ตระหนักถึงความแตกต่างระหว่างงานที่เสร็จและงานที่มีคุณภาพ

3) เกณฑ์การให้คะแนนแบบรูบริกจะช่วยลดเวลาที่ครูใช้ในการประเมินชิ้นงาน ทั้งนี้เมื่อมีเกณฑ์ที่ชัดเจน จะช่วยให้นักเรียนสามารถวิเคราะห์และประเมินชิ้นงานของตนเองและผู้อื่นได้อย่าง ชัดเจน มีความเที่ยงตรง มีความยุติธรรม รวมถึงคนอื่นในชั้นเรียนยอมรับได้

4) เกณฑ์การให้คะแนนแบบรูบริกเป็นสิ่งที่ง่ายต่อการ ใช้และการอธิบาย (Goodrich, 1997)

ในขณะที่เกณฑ์การประเมินความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ กระทรวงศึกษาธิการ (2551) ได้กำหนดเกณฑ์การให้คะแนนการทำข้อสอบแบบอัตนัยทักษะ หรือ กระบวนการให้เหตุผล ดังตารางที่ 3

ตาราง 3 เกณฑ์การให้คะแนนผลการทำข้อสอบแบบอัตนัย ทักษะหรือกระบวนการให้เหตุผล

ระดับคะแนน / ความหมาย	ผลการทำข้อสอบแบบอัตนัย	ความสามารถในการให้เหตุผล
4 / ดีมาก	การแสดงวิธีทำชัดเจนสมบูรณ์ คำตอบถูกต้องครบถ้วน	มีการอ้างอิง เสนอ แนวคิด ประกอบการตัดสินใจอย่าง สมเหตุสมผล
3 / ดี	การแสดงวิธีทำยังไม่ชัดเจนนัก แต่อยู่ในแนวทางที่ถูกต้อง คำตอบถูกต้อง ครบถ้วน	มีการอ้างอิงที่ถูกต้องบางส่วน และ เสนอแนวคิดประกอบการตัดสินใจ
2 / พอใช้	การแสดงวิธีทำยังไม่ชัดเจน หรือไม่แสดงวิธีทำ คำตอบ ถูกต้องครบถ้วน หรือ การแสดงวิธีทำชัดเจน สมบูรณ์ แต่ คำตอบไม่ถูกต้อง ขาดการตรวจสอบ	เสนอแนวคิดไม่สมเหตุสมผลในการ ประกอบการตัดสินใจ
1 / ต้องปรับปรุง	การแสดงวิธีทำยังไม่ชัดเจน แต่อยู่ในแนวทางที่ถูกต้อง คำตอบไม่ถูกต้อง หรือไม่แสดงวิธีทำและคำตอบที่ได้ไม่ ถูกต้องแต่อยู่ในแนวทางที่ถูกต้อง	มีความพยายามเสนอแนวคิด ประกอบการตัดสินใจ
0 / ไม่พยายาม	ทำได้ไม่ถึงเกณฑ์	ไม่มีแนวคิดประกอบการตัดสินใจ

ทั้งนี้สำหรับแผนการศึกษาแห่งรัฐแคลิฟอร์เนีย (California State Department education 1989) กล่าวถึงเกณฑ์การให้คะแนนกรณีที่ข้อสอบเป็นแบบอัตนัยโดยแบ่งเป็นระดับคะแนนเป็น 6 ระดับ คือ 6 5 4 3 2 1 มีรายละเอียดดังนี้

ระดับ 6 ตอบแบบชัดเจน (Exemplary Response) ให้คำตอบสมบูรณ์ ชัดเจน มีเหตุมีผล ไม่คลุมเครือและอธิบายได้ดีเยี่ยม ซึ่งรวมถึงการใช้แผนผังประกอบการอธิบายชัดเจน อ่านง่าย สามารถสื่อสารได้อย่างมีประสิทธิภาพ แสดงความเข้าใจเกี่ยวกับแนวคิดและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ที่ใช้เพื่อตอบคำถาม จำแนกส่วนประกอบสำคัญของปัญหา ยกตัวอย่างที่ใช้และไม่ใช้ มีข้อมูลสนับสนุนชัดเจนและหนักแน่น

ระดับ 5 ตอบโดยมีข้อมูลเพียงพอ (Competent Response) อธิบายชัดเจน มีเหตุมีผลและสมบูรณ์ ใช้แผนผังประกอบการอธิบายได้เหมาะสม สื่อสาร ได้อย่างมีประสิทธิภาพ แสดงความเข้าใจเกี่ยวกับแนวคิดและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ที่ใช้เพื่อตอบคำถาม จำแนกส่วนประกอบที่สำคัญโดยส่วนใหญ่ของปัญหา มีข้อมูลสนับสนุนเพียงพอ

ระดับ 4 ตอบโดยมีข้อบกพร่องเล็กน้อย แต่มีข้อมูลน่าสนใจ (Minor Flaws But Satisfactory) ตอบคำถามถูกต้อง ครบถ้วน แต่อธิบายสับสน ข้ออ้างหรือข้อสนับสนุนไม่สมบูรณ์ แผนผังประกอบการอธิบายไม่เหมาะสม หรือไม่ชัดเจน แสดงความเข้าใจแนวคิดทางด้าน

คณิตศาสตร์ที่เป็นพื้นฐานในการตอบคำถาม ใช้แนวคิดทางด้านคณิตศาสตร์ได้อย่างมีประสิทธิภาพ

ระดับ 3 โดยมีข้อบกพร่องมากแต่ค่อนข้างพอใช้ (Serious Flaws But Nearly Satisfactory) เริ่มต้นในการตอบคำถามถูกต้องแต่ไม่ตอบคำถามบางคำถาม แสดงออกถึงความไม่เข้าใจ แนวคิดหรือกระบวนการทางคณิตศาสตร์ คำนวณ วิเคราะห์ นำความรู้ทางด้านคณิตศาสตร์ไปใช้ผิด แก้ปัญหาผิดวิธี

ระดับ 2 เริ่มต้นได้แต่แก้ปัญหาไม่ได้ (Begins, But Fails to Complete Problem) เข้าใจ ใช้แผนผังประกอบการอธิบายไม่ชัดเจน แสดงถึงการไม่เข้าใจคำถาม

ระดับ 1 ไม่สามารถเริ่มต้นแก้ปัญหาได้ (Unable to Begin Effectively) คำตอบไม่สอดคล้องกับคำถาม นำเสนอข้อมูลที่ไม่เกี่ยวกับคำถามหรือไม่ตอบ

จากหลักการวัดประเมินผลการคิดเชิงพีชคณิต จากกระบวนการจัดเรียนรู้คณิตศาสตร์ และเกณฑ์การให้คะแนนในด้านทักษะ หรือกระบวนการให้เหตุผล สรุปได้ว่าการวัดและประเมินผลการคิดเชิงพีชคณิต เราสามารถตรวจสอบได้จากการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ควรประกอบด้วย เครื่องมือและวิธีการวัดที่หลากหลาย เช่น การสังเกต การเขียนแบบบันทึกทางคณิตศาสตร์ การทำการบ้าน การทดสอบ การสัมภาษณ์ รวมทั้งการให้นักเรียนได้ประเมินตนเอง และการประเมินความสามารถในการให้เหตุผลควรมีเกณฑ์ตามระดับคะแนน เริ่มตั้งแต่ไม่มีแนวคิดประกอบการตัดสินใจ เพิ่มระดับคะแนนขึ้นไปจนถึงมีการอ้างอิงเสนอแนวคิดประกอบการตัดสินใจอย่างสมเหตุสมผล ทั้งนี้ผู้วิจัยได้เลือกการวัดประเมินผลการคิดเชิงพีชคณิตโดยใช้คะแนนรูปrikเป็นหลัก เนื่องจากแบบทดสอบเป็นแบบอัตนัยรวมถึงนักเรียนกลุ่มตัวอย่างที่ผู้วิจัยกำหนดเป็นนักเรียนที่ศึกษาในระดับชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ซึ่งมีความสามารถในการอ่าน เขียน อธิบาย แสดงวิธีทำ และให้เหตุผล ซึ่งจะทำให้ผู้วิจัยสามารถให้คะแนนได้อย่างมีมาตรฐานเที่ยงตรง และมีความยุติธรรม

4.6 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องเกี่ยวกับการคิดเชิงพีชคณิต

Arens & Meyer (2000) ได้ศึกษาวิจัยเพื่อตอบสนองต่อความต้องการที่จะพัฒนาแนวคิดเกี่ยวกับพีชคณิตใหม่ ๆ ให้แก่ครูประจำการ โดยการเริ่มชุดการพัฒนาวิชาชีพด้วยจุดมุ่งหมายเพื่อพัฒนาเกี่ยวกับการคิดเชิงพีชคณิตให้กับครูฝึกสอน ผู้ประสานงานด้านการเรียนการสอน และบุคลากรอื่น ๆ ในโรงเรียนประถมศึกษา รายงานการวิจัยนี้บรรยายชุดการคิดเชิงพีชคณิตของ McREL (Mid-Continent Research For Education and Learning) ซึ่งประกอบไปด้วย การคิดเชิงพีชคณิตอยู่ในรูปของการใช้กระบวนการทางคณิตศาสตร์ในเรื่องแบบรูปและ

ความสัมพันธ์ การเลือกและการจัดประเภท การสร้างกฎเกณฑ์ และการค้นหากลยุทธ์ในการแก้โจทย์ปัญหาสมการ นอกจากนี้มีการอภิปรายผลของการติดตามการนำชุดการคิดพีชคณิตของ MCREL ไปใช้ 2 ระยะ (Cai et al., 2005) ได้ศึกษาวิเคราะห์ความคิดรวบยอดและตัวแทนทางพีชคณิตที่นำเข้ามา และพัฒนาในหลักสูตรประถมศึกษาในประเทศจีน เกาหลีใต้ สิงคโปร์ รัสเซีย และสหรัฐอเมริกา ซึ่งในหลักสูตรทั้ง 5 หลักสูตรนี้ มีเป้าหมายหลักสำหรับการเรียนรู้ความคิดรวบยอดทางพีชคณิตก็คือ เพื่อให้นักเรียนมีความเข้าใจอย่างลึกซึ้งในความสัมพันธ์เชิงปริมาณ แต่จุดเน้นและแนวคิดในการช่วยให้นักเรียนมีความเข้าใจดีขึ้นในเรื่องความสัมพันธ์เชิงปริมาณนั้น มีความแตกต่างกันมาก การวิเคราะห์ 5 หลักสูตรนี้ มุ่งประเด็นที่เกี่ยวข้องกับการพัฒนาการคิดพีชคณิตในระดับชั้นต้น ๆ 4 ประเด็นคือ 1) ขอบเขตใดที่หลักสูตรคาดหวังให้นักเรียนในระดับชั้นต้น ๆ มีการคิดเชิงพีชคณิต 2) ระดับที่เป็นทางการใดที่คาดหวังในนักเรียนระดับชั้นต้น 3) จะช่วยนักเรียนให้เปลี่ยนผ่านจากการคิดเลขคณิตไปสู่การคิดเชิงพีชคณิตให้ราบรื่นได้อย่างไร 4) การประยุกต์ใช้ตามสภาพจริงมีความจำเป็นสำหรับนักเรียนระดับชั้นต้น ๆ หรือไม่ผลการศึกษาพบว่าหลักสูตรของประเทศจีนเน้นให้นักเรียนได้ศึกษาเปรียบเทียบวิธีการคิดเชิงเลขคณิตกับวิธีคิดเชิงพีชคณิตในการแสดงความสัมพันธ์เชิงปริมาณประเทศเกาหลีใต้เน้นกิจกรรมการดำเนินการด้านรูปธรรมอย่างหลากหลายเพื่อใช้ลดช่องว่างด้านความคิดความเข้าใจระหว่างพีชคณิตกับเลขคณิตประเทศสิงคโปร์ใช้สมการรูปภาพแทนความสัมพันธ์เชิงปริมาณเพื่อช่วยให้นักเรียนพัฒนาการคิดเชิงพีชคณิตของนักเรียนมีความหมายประเทศรัสเซียมุ่งเน้นการพัฒนาความเข้าใจเชิงพีชคณิตโดยการจำลองการแสดงจำนวนด้วย กิจกรรมทางคณิตศาสตร์และความสัมพันธ์ด้านคณิตศาสตร์ ส่วนประเทศสหรัฐอเมริกามุ่งเน้นให้นักเรียนศึกษาความสัมพันธ์เชิงปริมาณโดยวิเคราะห์การเปลี่ยนแปลงในบริบทต่าง ๆ (Arens & Meyer, 2000)

Carraher และคนอื่น ๆ (2006) นำเสนอผลบางส่วนจากการศึกษาการให้เหตุผลเชิงพีชคณิตของนักเรียน 8-10 ปี ในช่วงการทดลองในชั้นเรียนเป็นเวลา 2 ปีครึ่ง โดยเน้นแนวคิดด้านการปฏิบัติในเรื่องการบวก การลบ การคูณ และการหาร แนวคิดด้านการเปลี่ยนผ่านระหว่างเลขคณิตและพีชคณิต มีการเสนอแนะว่าเลขคณิตมีลักษณะเชิงพีชคณิตแฝงอยู่ เช่น ที่เกี่ยวข้องกับรูปทั่วไปและโครงสร้างทั่วไปที่สามารถถูกทดแทนให้เห็นได้อย่างชัดเจนในสัญลักษณ์เชิงพีชคณิต และเชื่อว่าความคิดรวบยอดและสัญลักษณ์ทางพีชคณิตจำเป็นต้องพิจารณาเสมือนเป็นพื้นฐานของคณิตศาสตร์ระดับประถมศึกษา (David W Carraher et al., 2006)

Carpenter and Levi (2000) ได้ศึกษาการพัฒนาการเกิดความคิดรวบยอดของการคิดแบบมีเหตุผลเชิงพีชคณิตในระดับชั้นประถมศึกษา เพื่อช่วยให้นักเรียนมีความรู้ในเรื่องการสรุปจากนามธรรมให้อยู่ในรูปทั่วไป การเป็นตัวแทนและการดำเนินการในด้านความคิดเห็นเชิงคณิตศาสตร์ โดยใช้วิธีการออกแบบการเรียนการสอนตามรูปแบบ CGI (Cognitive Guided Instruction) เป้าหมายคือเพื่อเริ่มต้นเข้าใจวิธีให้ความช่วยเหลือนักเรียนในการสะท้อนผลวิธีการคิดต่าง ๆ เพื่อที่นักเรียนจะได้นำข้อมูลที่สะท้อนนั้นไปสรุปในรูปทั่วไป หรือสร้างในรูปสัญลักษณ์ข้อสรุปก็คือ โดยภาพรวมปรากฏว่านักเรียนในระดับชั้นประถมศึกษาสามารถมีส่วนร่วมในการแสดงความคิดเห็น การเป็นตัวแทน และการพิสูจน์ข้อความคาดการณ์ต่าง ๆ ได้

Kaput (2000) ได้ศึกษาวิจัยที่แสดงว่าหัวใจของการปฏิรูปพีชคณิตก็คือการบูรณาการ การให้เหตุผลเชิงพีชคณิตในทุกระดับชั้นและทุกหัวข้อ มีการแสดงความแตกต่างระหว่างพีชคณิตในโรงเรียนกับพีชคณิตที่เชื่อมโยงความรู้และทักษะต่าง ๆ ทำยสุดมีการเสนอแนะ วิธีทำงานที่ชุมชนด้านการศึกษาจะพาไปสู่การเป็นพีชคณิตที่แท้จริงสำหรับทุกคน ในภาคผนวกมีภาพประกอบเชิงรูปธรรม จากชั้นเรียนเกี่ยวกับองค์ประกอบต่าง ๆ ของพีชคณิตในระดับประถมศึกษา

ณัชชา กมล (2548) ได้พัฒนารอบแนวคิดในการจำแนกลักษณะการคิดเชิงพีชคณิตของนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้น ซึ่งในส่วนของความคิดเชิงพีชคณิตที่เกี่ยวข้องกับแบบรูปนั้น ได้ยึดรูปแบบการวิเคราะห์ลักษณะการตอบสนองของนักเรียนตามแนวคิดของบิกส์และคอลลิส

Biges & Coli (1982) ผลการศึกษาพบว่าความคิดเชิงพีชคณิตของนักเรียนเกี่ยวกับแบบรูปสามารถจำแนกได้เป็น 4 ระดับ ได้แก่ ระดับ 1. นักเรียนไม่เข้าใจหรือเข้าใจสับสนเกี่ยวกับแบบรูปที่กำหนดให้ เดาคำตอบหรือตอบแบบไม่ตรงประเด็น หรือใช้ข้อมูลเพียงประเด็นเดียวในแบบรูปเพื่อหาค่าของแต่ละเทอมในแบบรูป ระดับ 2 นักเรียนสามารถหาค่าของพจน์ถัดไปจากแบบรูปที่กำหนดให้ได้ แต่ไม่สามารถหาค่าของเทอมที่อยู่ไกล ๆ ได้ พยายามที่จะหากรณีทั่วไปของแบบรูปจากข้อมูลที่กำหนดให้ในแบบรูปเพียงประเด็นเดียว ซึ่งทำให้ผลที่ได้ไม่ถูกต้อง ใช้ความสัมพันธ์ระหว่างค่าของพจน์หาค่าของพจน์ถัดไปจากพจน์ที่อยู่ก่อนหน้าโดยใช้การวาดรูปหรือการนับระดับ 3 นักเรียนเข้าใจเฉพาะความสัมพันธ์ระหว่างค่าของพจน์ที่กำหนดให้และใช้ความสัมพันธ์ดังกล่าวในการหาค่าของพจน์ที่อยู่ไกล ๆ ได้ด้วยวิธีการที่เป็นระบบ แต่ไม่เข้าใจความสัมพันธ์ระหว่างตำแหน่งของพจน์และค่าของพจน์ ระดับ 4 นักเรียนเข้าใจความสัมพันธ์ระหว่างตำแหน่งของพจน์และค่าของพจน์ และสามารถอธิบายออกมาในรูปของคำพูดได้

บทที่ 3

วิธีการดำเนินการวิจัย

การพัฒนารูปแบบการจัดการเรียนรู้โดยวิธีการนิกภาพเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงพีชคณิตของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ใช้กระบวนการพัฒนารูปแบบตาม ADDIE Model ซึ่งมี 5 ขั้นตอน ดังนี้

ขั้นตอนที่ 1 A: Analysis วิเคราะห์ข้อมูลพื้นฐาน เป็นการศึกษาแนวคิดทฤษฎีและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการคิดเชิงพีชคณิตของนักเรียนระดับชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 เพื่อสังเคราะห์องค์ประกอบและตัวบ่งชี้การคิดเชิงพีชคณิต

ขั้นตอนที่ 2 D: Design ออกแบบยกร่างรูปแบบการจัดการเรียนรู้โดยวิธีการนิกภาพเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงพีชคณิตของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ตามองค์ประกอบและตัวบ่งชี้การคิดเชิงพีชคณิตจากขั้นตอนที่ 1

ขั้นตอนที่ 3 D: Develop พัฒนาร่างรูปแบบการจัดการเรียนรู้โดยวิธีการนิกภาพเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงพีชคณิตของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 เครื่องมือในการจัดการเรียนรู้หาประสิทธิภาพของร่างรูปแบบการจัดการเรียนรู้โดยวิธีการนิกภาพเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงพีชคณิตของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 และทดลองนำร่อง

ขั้นตอนที่ 4 I: Implement ทดลองใช้ เป็นการนำรูปแบบการจัดการเรียนรู้โดยวิธีการนิกภาพเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงพีชคณิตของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ที่มีประสิทธิภาพไปทดลองกับนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง เพื่อหาประสิทธิผลของรูปแบบการจัดการเรียนรู้โดยวิธีการนิกภาพเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงพีชคณิตของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6

ขั้นตอนที่ 5 E: Evaluate ประเมินผล เป็นการประเมินประสิทธิผลของรูปแบบการจัดการเรียนรู้โดยวิธีการนิกภาพเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงพีชคณิตของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 และปรับปรุงให้สมบูรณ์ พร้อมนำไปเผยแพร่



ภาพประกอบ 3 กระบวนการวิจัย

ขั้นตอนที่ 1 A: Analysis วิเคราะห์ข้อมูลพื้นฐาน เป็นการศึกษาแนวคิดทฤษฎีและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการคิดเชิงพีชคณิตของนักเรียนระดับชั้นประถมศึกษาเพื่อสังเคราะห์องค์ประกอบและตัวบ่งชี้การคิดเชิงพีชคณิต

วัตถุประสงค์

- 1) เพื่อศึกษาและวิเคราะห์ข้อมูลพื้นฐานเกี่ยวข้องกับการคิดเชิงพีชคณิตของนักเรียนชั้นประถมศึกษา
- 2) เพื่อสังเคราะห์องค์ประกอบและตัวบ่งชี้การคิดเชิงพีชคณิตของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6

กลุ่มเป้าหมาย

ผู้เชี่ยวชาญ ที่มีประสบการณ์ด้านคณิตศาสตร์หรือด้านการจัดการเรียนรู้ทางคณิตศาสตร์ ไม่น้อยกว่า 5 ปี จำนวน 5 ท่าน โดยเลือกแบบเจาะจง (Purposive Sampling)

คุณสมบัติดังนี้

- 1) เป็นผู้ที่มีความรู้ความสามารถและประสบการณ์ในการจัดการเรียนรู้ด้านคณิตศาสตร์ในสถาบันอุดมศึกษาเป็นเวลา 5 ปีขึ้นไป และ
- 2) มีวุฒิการศึกษาระดับปริญญาเอก หรือมีตำแหน่งทางวิชาการตั้งแต่ผู้ช่วยศาสตราจารย์ขึ้นไป

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

แบบประเมินความสอดคล้องขององค์ประกอบและตัวบ่งชี้การคิดเชิงพีชคณิตของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 มีกระบวนการสร้างและหาคุณภาพเครื่องมือ ดังนี้

- 1) ศึกษาแนวคิด ทฤษฎีและเอกสารงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการคิดเชิงพีชคณิต แนวทางการส่งเสริมการคิดเชิงพีชคณิต และการสร้างแบบประเมินความสอดคล้อง เพื่อใช้เป็นแนวทางในการสังเคราะห์องค์ประกอบและตัวบ่งชี้การคิดเชิงพีชคณิต และการประเมิน
- 2) สร้างแบบประเมินความสอดคล้องขององค์ประกอบและตัวบ่งชี้การคิดเชิงพีชคณิตซึ่งประกอบด้วยองค์ประกอบหลัก 3 องค์ประกอบ คือ 1) การแก้ปัญหา 2) การใช้ตัวแทนและการนำเสนอ 3) การให้เหตุผล
- 3) นำแบบประเมินความสอดคล้องขององค์ประกอบและตัวบ่งชี้การคิดเชิงพีชคณิตดังกล่าวเสนอต่ออาจารย์ที่ปรึกษาปริญญาโท เพื่อพิจารณาและปรับแก้ตามคำแนะนำ

ขั้นตอนการศึกษาและวิเคราะห์ข้อมูลพื้นฐาน มีรายละเอียดดังนี้

ศึกษาและวิเคราะห์หลักการ แนวคิดและทฤษฎีเกี่ยวกับการคิดเชิงพีชคณิตจากเอกสาร ตำรา บทความและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องทั้งในและต่างประเทศ เพื่อนำข้อมูลไปสังเคราะห์องค์ประกอบและตัวบ่งชี้การคิดเชิงพีชคณิต ด้วยวิธีการวิเคราะห์เนื้อหา (Content Analysis) ในประเด็นเกี่ยวกับความหมายและองค์ประกอบของการคิดเชิงพีชคณิต NCTM (2000); Windsor (2009); Matos (2009) แนวทางการวัดและประเมินผลการคิดเชิงพีชคณิต เพื่อกำหนดตัวบ่งชี้และเกณฑ์การประเมิน (Goodrich (1997:14-17) กรมวิชาการ (2539:54-59) และแนวทางการส่งเสริมการคิดเชิงพีชคณิต (Yackel, 1997, pp. p.276-280), (NCTM.2000: 37) องค์ประกอบ การคิดเชิงพีชคณิตจากการสังเคราะห์เอกสาร ประกอบด้วย 3 องค์ประกอบหลัก ดังตาราง 4

ตาราง 4 ผลการสังเคราะห์องค์ประกอบการคิดเชิงพีชคณิต

นักวิชาการ	การ แก้ปัญหา	การใช้ ตัวแทน	การนำเสนอ	การให้เหตุผล
NCTM (2000)	✓	✓	✓	
Driscoll (2001)	✓	✓	✓	
Lee (2001)	✓			✓
Windor (2009)	✓			✓
Matos (2009)	✓			✓
Herbert & Brown (1997)	✓	✓	✓	
วิษณุ นภาพันธุ์ (2551)	✓			✓

2) สัมภาษณ์เชิงลึกผู้เชี่ยวชาญด้านคณิตศาสตร์หรือด้านการจัดการเรียนรู้ทางคณิตศาสตร์ จำนวน 5 ท่าน และสรุปข้อค้นพบ

3) วิเคราะห์เนื้อหา (Content Analysis) ข้อมูลที่ได้จากการสังเคราะห์เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง ตลอดจนข้อมูลที่ได้จากการสัมภาษณ์เชิงลึกผู้เชี่ยวชาญ สรุปเป็นองค์ประกอบและตัวบ่งชี้การคิดเชิงพีชคณิตสำหรับนักเรียนชั้นประถมศึกษา

4) นำองค์ประกอบและตัวบ่งชี้การคิดเชิงพีชคณิตสำหรับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ที่ได้ให้ผู้เชี่ยวชาญด้านคณิตศาสตร์หรือด้านการจัดการเรียนรู้ทางคณิตศาสตร์ จำนวน 5 ท่าน ประเมินความสอดคล้องด้วยแบบประเมินความสอดคล้องขององค์ประกอบและตัวบ่งชี้การคิดเชิงพีชคณิตของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6

5) ปรับแก้และสรุปองค์ประกอบและตัวบ่งชี้การคิดเชิงพีชคณิตสำหรับนักเรียน ชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 เพื่อนำไปเป็นกรอบในการกร่างรูปแบบการจัดการเรียนรู้โดยวิธีการนี้ภาพเพื่อส่งเสริม การคิดเชิงพีชคณิตของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6

การวิเคราะห์ข้อมูล

1) ค่าความสอดคล้องขององค์ประกอบและตัวบ่งชี้การคิดเชิงพีชคณิตของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 โดยผู้เชี่ยวชาญ ซึ่งมีเกณฑ์การพิจารณา ดังนี้

+1	หมายถึง	แน่ใจว่าองค์ประกอบและตัวบ่งชี้การคิดเชิงพีชคณิตมีความสอดคล้องกัน
0	หมายถึง	ไม่แน่ใจว่าองค์ประกอบและตัวบ่งชี้การคิดเชิงพีชคณิตมีความสอดคล้องกัน
-1	หมายถึง	แน่ใจว่าองค์ประกอบและตัวบ่งชี้การคิดเชิงพีชคณิตไม่มีความสอดคล้องกัน

2) นำผลการพิจารณามาประเมินค่าความสอดคล้อง (*IOC : Index of Item Objective Congruence*) ขององค์ประกอบและตัวบ่งชี้การคิดเชิงพีชคณิต ต้องมีผลการประเมินตั้งแต่ 0.50 ขึ้นไป ($IOC \geq 0.50$) ซึ่งหมายถึงองค์ประกอบและตัวบ่งชี้การคิดเชิงพีชคณิต มีความสอดคล้องกันและผ่านเกณฑ์เป็นที่ยอมรับ ปกติว่าทุกองค์ประกอบมีค่าความสอดคล้องตั้งแต่ 0.80 ถึง 1.00 ถือว่าองค์ประกอบและตัวบ่งชี้ การคิดเชิงพีชคณิตผ่านเกณฑ์ทุกข้อ

ขั้นตอนที่ 2 D: Design ออกแบบร่างรูปแบบการจัดการเรียนรู้โดยวิธีการนี้ภาพเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงพีชคณิตของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ตามองค์ประกอบและตัวบ่งชี้การคิดเชิงพีชคณิตจากขั้นตอนที่ 1

วัตถุประสงค์

1) เพื่อศึกษาแนวคิด ทฤษฎีและเอกสารงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับรูปแบบการจัดการเรียนรู้ และการจัดการเรียนรู้

2) เพื่อยกร่างรูปแบบการจัดการเรียนรู้โดยวิธีการนี้ภาพเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงพีชคณิตของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6

กลุ่มเป้าหมาย -

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย -

ขั้นตอนการศึกษาและยกร่างรูปแบบการจัดการเรียนรู้ มีรายละเอียดดังนี้

1) ศึกษาแนวคิด ทฤษฎีที่เกี่ยวข้องกับการพัฒนารูปแบบการจัดการเรียนรู้ เพื่อใช้ในการยกร่างรูปแบบการจัดการเรียนรู้โดยวิธีการนี้ภาพเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงพีชคณิตของนักเรียน ชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 นำข้อมูลที่ได้ไปสังเคราะห์องค์ประกอบของรูปแบบการจัดการเรียนรู้ ด้วยวิธีการวิเคราะห์เนื้อหา (Content Analysis) ผลการสังเคราะห์องค์ประกอบของรูปแบบการจัดการเรียนรู้ แสดงดังตาราง 5 ผลการสังเคราะห์องค์ประกอบของรูปแบบการจัดการเรียนรู้

ตาราง 5 ผลการสังเคราะห์องค์ประกอบของรูปแบบการจัดการเรียนรู้

นักวิชาการ	องค์ประกอบของรูปแบบการจัดการเรียนรู้				
	หลักการ	เป้าหมาย/ จุดประสงค์	เนื้อหา / สาระการเรียนรู้	ขั้นตอน	การวัดและ ประเมินผล
Arends	✓	✓		✓	
The Robert Dimond Model	✓	✓		✓	✓
Dick & Carey	✓	✓	✓	✓	✓
Joyce & Weil	✓	✓	✓	✓	✓
Kibler	✓	✓		✓	✓
ทีศนา แชมมณี	✓	✓		✓	✓

2) ยกวางรูปแบบการจัดการเรียนรู้โดยวิธีการนี้ภาพเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงพีชคณิตของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ตามองค์ประกอบและตัวบ่งชี้การคิดเชิงพีชคณิตที่ได้จากการศึกษาและวิเคราะห์ข้อมูลพื้นฐานในชั้นตอนที่ 1 และองค์ประกอบของรูปแบบการจัดการเรียนรู้ที่สังเคราะห์ได้ในข้อ 1) การสังเคราะห์องค์ประกอบของรูปแบบการจัดการเรียนรู้แต่ละองค์ประกอบ เพื่อให้ได้ประเด็นสำคัญ ได้แก่ 1) หลักการ 2) เป้าหมาย/วัตถุประสงค์ 3) เนื้อหา/สาระการเรียนรู้ 4) ขั้นตอนการจัดการเรียนรู้ 5) การวัดและประเมินผล

3) นำวางรูปแบบการจัดการเรียนรู้โดยวิธีการนี้ภาพเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงพีชคณิตของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ที่ได้ เสนอต่ออาจารย์ที่ปรึกษาปริญญาโท เพื่อพิจารณาคความเหมาะสมและความสมเหตุสมผลในการนำไปส่งเสริมการคิดเชิงพีชคณิตของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 แล้วปรับแก้ตามคำแนะนำ

ขั้นตอนที่ 3 D: Develop พัฒนารูปแบบการจัดการเรียนรู้โดยวิธีการนี้ภาพเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงพีชคณิตของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 และทดลองนำร่อง

วัตถุประสงค์

- 1) เพื่อสร้างเครื่องมือหาประสิทธิภาพของวางรูปแบบการจัดการเรียนรู้
- 2) เพื่อหาประสิทธิภาพของวางรูปแบบการจัดการเรียนรู้โดยวิธีการนี้ภาพเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงพีชคณิต ชั้นประถมศึกษาปีที่ 6
- 3) เพื่อทดลองนำร่องการใช้รูปแบบการจัดการเรียนรู้

กลุ่มเป้าหมาย

- 1) ผู้เชี่ยวชาญ ที่มีประสบการณ์ด้านคณิตศาสตร์หรือด้านการจัดการเรียนรู้ทางคณิตศาสตร์ไม่น้อยกว่า 5 ปี จำนวน 5 ท่าน โดยเลือกแบบเจาะจง

คุณสมบัติดังนี้

- 1.1) เป็นผู้ที่มีความรู้ความสามารถและประสบการณ์ในการจัดการเรียนรู้ด้านคณิตศาสตร์ในสถาบันอุดมศึกษาเป็นเวลา 5 ปีขึ้นไป และ

- 1.2) มีวุฒิการศึกษาระดับปริญญาเอก หรือมีตำแหน่งทางวิชาการตั้งแต่ผู้ช่วยศาสตราจารย์ขึ้นไป

- 2) นักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 โรงเรียนสาธิต มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร (ฝ่ายประถม) ปีการศึกษา 2565 จำนวน 15 คน โดยการเลือกแบบเจาะจง (Purposive Sampling) จากกลุ่มประชากรแต่ไม่ใช้กลุ่มตัวอย่าง

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

เครื่องมือการวิจัยเพื่อหาประสิทธิภาพของรูปแบบการจัดการเรียนรู้โดยวิธีการนี้ ภาพเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงพีชคณิตของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ประกอบด้วย แบบประเมินความสอดคล้อง และแบบประเมินความเหมาะสม มีกระบวนการสร้างและหาคุณภาพเครื่องมือ ดังนี้

1) แบบประเมินความสอดคล้องของรูปแบบการจัดการเรียนรู้โดยวิธีการนี้ ภาพ เพื่อส่งเสริมการคิดเชิงพีชคณิตของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6

1.1) ศึกษาแนวคิด ทฤษฎี และเอกสารงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการสร้างแบบประเมินความสอดคล้อง

1.2) ศึกษาทบทวนข้อมูลพื้นฐานต่าง ๆ ในขั้นตอนที่ 2 ในด้านองค์ประกอบของรูปแบบที่ได้ นำมาจัดทำร่างแบบประเมินความสอดคล้องของรูปแบบการจัดการเรียนรู้โดยวิธีการนี้ ภาพ เพื่อส่งเสริมการคิดเชิงพีชคณิตของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6

1.3) สร้างแบบประเมินความสอดคล้องของรูปแบบการจัดการเรียนรู้โดยวิธีการนี้ ภาพ เพื่อส่งเสริมการคิดเชิงพีชคณิตของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ประกอบด้วย ความสอดคล้องของ 5 องค์ประกอบสำคัญ ได้แก่ 1) หลักการ 2) เป้าหมาย/วัตถุประสงค์ 3) เนื้อหา/สาระการเรียนรู้ 4) ขั้นตอนการจัดการเรียนรู้ 5) การวัดและประเมินผล โดยแบบประเมินแบ่งออกเป็น 2 ส่วน ได้แก่ ส่วนที่ 1 แบบวัดตามเกณฑ์ 3 ระดับ ซึ่งมีเกณฑ์การพิจารณา ดังนี้ +1 หมายถึง แน่ใจว่าองค์ประกอบของรูปแบบการจัดการเรียนรู้มีความสอดคล้องกัน, 0 หมายถึง ไม่แน่ว่าองค์ประกอบของรูปแบบการจัดการเรียนรู้มีความสอดคล้องกัน, -1 หมายถึง แน่ใจว่าองค์ประกอบของรูปแบบการจัดการเรียนรู้ไม่มีความสอดคล้องกัน และส่วนที่ 2 เป็นแบบปลายเปิด เพื่อให้ผู้ประเมินแสดงความคิดเห็นเพิ่มเติม

1.4) นำแบบประเมินความสอดคล้องของรูปแบบการจัดการเรียนรู้โดยวิธีการนี้ ภาพ เพื่อส่งเสริมการคิดเชิงพีชคณิต ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ที่ได้ เสนอต่ออาจารย์ที่ปรึกษาปริญญาโท เพื่อพิจารณาความถูกต้องเหมาะสมและความสมเหตุสมผลในการนำไปประเมินความสอดคล้องของรูปแบบการจัดการเรียนรู้ แล้วปรับแก้ตามคำแนะนำ

2) แบบประเมินความเหมาะสมของรูปแบบการจัดการเรียนรู้โดยวิธีการนี้ ภาพ เพื่อส่งเสริมการคิดเชิงพีชคณิต ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 โดยมีกระบวนการสร้าง ดังนี้

2.1) ศึกษาแนวคิด ทฤษฎีและเอกสารงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการสร้างแบบประเมินความเหมาะสม

2.2) ศึกษาทบทวนข้อมูลพื้นฐานต่าง ในขั้นตอนที่ 2 ในด้านองค์ประกอบของรูปแบบที่ได้นำมาจัดทำร่างแบบประเมินความเหมาะสมของรูปแบบการจัดการเรียนรู้โดยวิธีการนี้ภาพเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงพีชคณิต ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6

2.3) สร้างร่างแบบประเมินความเหมาะสมขององค์ประกอบรูปแบบการจัดการเรียนรู้ ประกอบด้วย 5 องค์ประกอบสำคัญ ได้แก่ 1) หลักการ 2) เป้าหมาย / วัตถุประสงค์ 3) เนื้อหา / สารการเรียนรู้ 4) ขั้นตอนการจัดการเรียนรู้ 5) การวัดและประเมินผล โดยแบบประเมินแบ่งออกเป็น 2 ส่วน ได้แก่ ส่วนที่ 1 แบบวัดตามเกณฑ์ 5 ระดับ คือ 5 หมายถึง เหมาะสมอยู่ในระดับมากที่สุด, 4 หมายถึง เหมาะสมอยู่ในระดับมาก, 3 หมายถึง เหมาะสมอยู่ในระดับปานกลาง, 2 หมายถึง เหมาะสมอยู่ในระดับน้อย และ 1 หมายถึง เหมาะสมอยู่ในระดับน้อยที่สุด และ ส่วนที่ 2 เป็นแบบปลายเปิด เพื่อให้ผู้ประเมินแสดงความคิดเห็นเพิ่มเติม

2.4) นำร่างแบบประเมินความเหมาะสมของรูปแบบการจัดการเรียนรู้โดยวิธีการนี้ภาพเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงพีชคณิต ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ที่ได้ เสนอต่ออาจารย์ที่ปรึกษาปริญญาโท เพื่อพิจารณาความเหมาะสมและความสมเหตุสมผลในการนำไปประเมินความเหมาะสมของรูปแบบการจัดการเรียนรู้ แล้วปรับแก้ตามคำแนะนำ

ขั้นตอนการหาประสิทธิภาพของรูปแบบการจัดการเรียนรู้โดยวิธีการนี้ภาพเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงพีชคณิตของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6

1) นำแบบประเมินความสอดคล้องของรูปแบบการจัดการเรียนรู้โดยวิธีการนี้ภาพเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงพีชคณิตของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ที่ได้ เสนอผู้เชี่ยวชาญจำนวน 5 ท่าน ด้วยแบบวัดตามเกณฑ์ 3 ระดับ โดยตรวจสอบความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหา (Content validity) และนำมาหาค่าดัชนีความสอดคล้อง (IOC) ซึ่งมีเกณฑ์การพิจารณา ดังนี้

+1	หมายถึง	แน่ใจว่าองค์ประกอบของรูปแบบการจัดการเรียนรู้มีความสอดคล้องกัน
0	หมายถึง	ไม่แน่ใจว่าองค์ประกอบของรูปแบบการจัดการเรียนรู้ไม่มีความสอดคล้องกัน
-1	หมายถึง	แน่ใจว่าองค์ประกอบของรูปแบบการจัดการเรียนรู้ไม่มีความสอดคล้องกัน

จากนั้นนำผลการมาตรวจสอบประเมินค่าดัชนีความสอดคล้อง (IOC) ของรูปแบบการใช้รูปแบบการจัดการเรียนรู้โดยวิธีการนี้ภาพเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงพีชคณิต ซึ่ง

จะต้องมีค่าเฉลี่ยตั้งแต่ 0.50 ขึ้นไป จึงจะหมายถึงองค์ประกอบของรูปแบบการจัดการเรียนรู้มีความสอดคล้องกันและสามารถนำไปใช้ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ได้ และเมื่อพิจารณาภาพรวมความสอดคล้องของแบบประเมินรูปแบบการจัดการเรียนรู้โดยวิธีการนี้ภาพเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงพีชคณิตของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 และพิจารณารายชื่อของความสอดคล้องของรูปแบบการจัดการเรียนรู้โดยวิธีการนี้ภาพเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงพีชคณิตของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 มีค่าเฉลี่ยอยู่ระหว่าง 0.80 - 1.00

2) นำแบบประเมินความเหมาะสมของรูปแบบการจัดการเรียนรู้โดยวิธีการนี้ภาพเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงพีชคณิตของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ที่ได้เสนอผู้เชี่ยวชาญจำนวน 5 ท่าน ด้วยแบบวัดตามเกณฑ์ 5 ระดับ ซึ่งมีเกณฑ์การพิจารณา ดังนี้

5	หมายถึง	เหมาะสมอยู่ในระดับมากที่สุด
4	หมายถึง	เหมาะสมอยู่ในระดับมาก
3	หมายถึง	เหมาะสมอยู่ในระดับปานกลาง
2	หมายถึง	เหมาะสมอยู่ในระดับน้อย
1	หมายถึง	เหมาะสมอยู่ในระดับน้อยที่สุด

จากนั้นนำผลการประเมินมาวิเคราะห์ความเหมาะสมของรูปแบบการจัดการเรียนรู้โดยวิธีการนี้ภาพของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 โดยวิเคราะห์ข้อมูลจากค่าเฉลี่ย (\bar{X}) และค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (S.D.) ของคะแนนความเหมาะสมของรูปแบบการจัดการเรียนรู้โดยวิธีการนี้ภาพเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงพีชคณิต ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 มาแปลความหมายตามเกณฑ์ ดังนี้ (มาเรียม นิลพันธุ์, 2556)

ค่าเฉลี่ยของคะแนน 4.50-5.00 หมายถึง	รูปแบบการจัดการเรียนรู้มีความเหมาะสมอยู่ในระดับมากที่สุด
ค่าเฉลี่ยของคะแนน 3.50-4.50 หมายถึง	รูปแบบการจัดการเรียนรู้มีความเหมาะสมอยู่ในระดับมาก
ค่าเฉลี่ยของคะแนน 2.50-3.50 หมายถึง	รูปแบบการจัดการเรียนรู้มีความเหมาะสมอยู่ในระดับปานกลาง

ค่าเฉลี่ยของคะแนน 1.50-2.50 หมายถึง	รูปแบบการจัดการเรียนรู้มี ความเหมาะสมอยู่ในระดับ น้อย
ค่าเฉลี่ยของคะแนน 1.00-1.49 หมายถึง	รูปแบบการจัดการเรียนรู้มี ความเหมาะสมอยู่ในระดับ น้อยที่สุด

ผู้วิจัยได้กำหนดเกณฑ์ความเหมาะสมของรูปแบบการจัดการเรียนรู้โดยใช้วิธีการ
นิกภาพเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงพีชคณิตของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 โดยผลการประเมินของ
ผู้เชี่ยวชาญจะต้องมีค่าเฉลี่ยตั้งแต่ 3.50 ขึ้นไป หรือมีความเหมาะสมระดับมากขึ้นไป จึงจะถือว่า
รูปแบบการจัดการเรียนรู้โดยใช้วิธีการนิกภาพเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงพีชคณิตของนักเรียนชั้น
ประถมศึกษาปีที่ 6 มีความเหมาะสมที่จะนำไปใช้ได้จากผลการประเมินความเหมาะสมมีค่าเฉลี่ย
เท่ากับ 4.78 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน เท่ากับ 0.46 ซึ่งหมายความว่ารูปแบบการจัดการเรียนรู้โดย
วิธีการนิกภาพเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงพีชคณิตของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 มีความเหมาะสม
อยู่ในระดับมากที่สุด

เครื่องมือที่ใช้เพื่อการทดลองนำร่องการใช้รูปแบบการจัดการเรียนรู้

เครื่องมือวิจัยเพื่อใช้ในรูปแบบการจัดการเรียนรู้โดยใช้วิธีการนิกภาพเพื่อส่งเสริมการ
คิดเชิงพีชคณิตของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ประกอบด้วยแผนการจัดการเรียนรู้ มี
รายละเอียดดังนี้

1) แผนการจัดการเรียนรู้เพื่อใช้ประกอบรูปแบบการจัดการเรียนรู้โดยใช้วิธีการนิก
ภาพเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงพีชคณิตของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 โดยผู้วิจัยนำผลการ
สังเคราะห์ข้อมูลจากเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับเนื้อหาเรื่องเศษส่วน มาใช้เป็นแนวทางใน
การสร้างแผนการจัดการเรียนรู้เพื่อใช้ประกอบรูปแบบการจัดการเรียนรู้โดยใช้วิธีการนิกภาพเพื่อ
ส่งเสริมการคิดเชิงพีชคณิต โดยมีรายละเอียดดังนี้

1.1) ศึกษาหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พ.ศ. 2551 และ
รายละเอียด เนื้อหาของกลุ่มสาระการเรียนรู้และมาตรฐานกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์
ระดับชั้นประถมศึกษาปีที่ 6

1.2) ศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการพัฒนารูปแบบการจัดการ
โดยใช้วิธีการนิกภาพเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงพีชคณิตมาสังเคราะห์ข้อมูลเป็นขั้นตอนการจัดการ

เรียนรู้ เพื่อนำมาใช้ในการจัดทำแผนการจัดการเรียนรู้โดยใช้วิธีการนี้ภาพเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงพีชคณิต

1.3) ศึกษาองค์ประกอบของการคิดเชิงพีชคณิต ซึ่งประกอบด้วยองค์ประกอบสำคัญ 3 องค์ประกอบ คือ 1. การแก้ปัญหา 2. การใช้ตัวแทนและการนำเสนอ 3. การให้เหตุผล เพื่อกำหนดแผนการจัดการเรียนรู้ จุดประสงค์การเรียนรู้ ขั้นตอนการจัดการเรียนรู้ การวัดประเมินผล ให้มีความสอดคล้องกันและกำหนดแผนการจัดการเรียนรู้

1.4) จัดทำแผนการจัดการเรียนรู้โดยใช้วิธีการนี้ภาพเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงพีชคณิต จำนวน 7 แผน รวม 14 คาบ ในแต่ละแผนการจัดการเรียนรู้ประกอบด้วย จุดประสงค์การเรียนรู้ สาระการเรียนรู้ สาระสำคัญ ขั้นตอนการจัดการเรียนรู้ สื่อ และแหล่งเรียนรู้ การวัดและประเมินผล แล้วนำให้อาจารย์ที่ปรึกษาปริญญาโทตรวจสอบความถูกต้องและปรับปรุงแก้ไขตามคำแนะนำ

1.5) สร้างแบบประเมินความเหมาะสมของแผนการจัดการเรียนรู้โดยใช้วิธีการนี้ภาพเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงพีชคณิตในภาพรวม ได้แก่ หลักการ เป้าหมาย/วัตถุประสงค์ เนื้อหา/สาระการเรียนรู้ ขั้นตอนการจัดการเรียนรู้ และการวัดและประเมิน ประกอบด้วยข้อคำถามจำนวน 8 ข้อ

1.6) ร่างแบบประเมินความเหมาะสมของของแผนการจัดการเรียนรู้โดยใช้วิธีการนี้ภาพเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงพีชคณิต โดยแบบประเมินแบ่งออกเป็น 2 ส่วน ได้แก่ ส่วนที่ 1 แบบวัดตามเกณฑ์ 5 ระดับ คือ แผนฯมีความเหมาะสมอยู่ในระดับมากที่สุด แผนฯมีความเหมาะสมอยู่ในระดับมาก แผนฯมีความเหมาะสมอยู่ในระดับปานกลาง แผนฯมีความเหมาะสมอยู่ในระดับน้อย และแผนฯมีความเหมาะสมอยู่ในระดับน้อยที่สุด และส่วนที่ 2 เป็นแบบปลายเปิด เพื่อให้ผู้ประเมินแสดงความคิดเห็นเพิ่มเติม

1.7) นำแบบประเมินความเหมาะสมของของแผนการจัดการเรียนรู้โดยใช้วิธีการนี้ภาพเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงพีชคณิต ที่ได้ เสนอต่ออาจารย์ที่ปรึกษาปริญญาโท เพื่อพิจารณาความถูกต้อง เหมาะสมและความสมเหตุสมผลในการนำไปประเมินความเหมาะสมของแผนการจัดการเรียนรู้ แล้วปรับแก้ตามคำแนะนำ

ขั้นตอนการหาประสิทธิภาพของแผนการจัดการเรียนรู้

1) นำแบบประเมินความเหมาะสมของของแผนการจัดการเรียนรู้โดยใช้วิธีการนี้ภาพเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงพีชคณิตที่ได้ เสนอผู้เชี่ยวชาญจำนวน 5 ท่าน ด้วยด้วยแบบวัดตามเกณฑ์ 5 ระดับ ด้วยแบบวัดตามเกณฑ์ 5 ระดับ ซึ่งมีเกณฑ์การพิจารณา ดังนี้

5	หมายถึง	เหมาะสมอยู่ในระดับมากที่สุด
4	หมายถึง	เหมาะสมอยู่ในระดับมาก
3	หมายถึง	เหมาะสมอยู่ในระดับปานกลาง
2	หมายถึง	เหมาะสมอยู่ในระดับน้อย
1	หมายถึง	เหมาะสมอยู่ในระดับน้อยที่สุด

จากนั้นวิเคราะห์ผลการประเมินความเหมาะสมของแผนการจัดการเรียนรู้โดยวิธีการนี้ภาพของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 โดยวิเคราะห์ข้อมูลจากค่าเฉลี่ย (\bar{X}) และค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (S.D.) ของคะแนนความเหมาะสมของแผนการจัดการเรียนรู้โดยวิธีการนี้ภาพเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงพีชคณิต ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 มาแปลความหมายตามเกณฑ์ ดังนี้ (มาเรียม นิลพันธุ์, 2556, น. 196)

ค่าเฉลี่ยของคะแนน 4.50-5.00 หมายถึง	แผนการจัดการเรียนรู้ มีความเหมาะสมอยู่ ในระดับมากที่สุด
ค่าเฉลี่ยของคะแนน 3.50-4.50 หมายถึง	แผนการจัดการเรียนรู้ มีความเหมาะสมอยู่ ในระดับมาก
ค่าเฉลี่ยของคะแนน 2.50-3.50 หมายถึง	แผนการจัดการเรียนรู้ มีความเหมาะสมอยู่ ในระดับปานกลาง
ค่าเฉลี่ยของคะแนน 1.50-2.50 หมายถึง	แผนการจัดการเรียนรู้ มีความเหมาะสมอยู่ ในระดับน้อย
ค่าเฉลี่ยของคะแนน 1.00-1.49 หมายถึง	แผนการจัดการเรียนรู้ มีความเหมาะสมอยู่ ในระดับน้อยที่สุด

โดยผลการประเมินความเหมาะสมของผู้เชี่ยวชาญจะต้องมีค่าเฉลี่ยตั้งแต่ 3.50 ขึ้นไป หรือมีความเหมาะสมระดับมากขึ้นไป จึงจะถือว่าแผนการจัดการเรียนรู้โดยวิธีการนี้ภาพ เพื่อส่งเสริมการคิดเชิงพีชคณิตของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 มีความเหมาะสมที่จะนำไปใช้ได้ และจากผลการประเมินความเหมาะสมมีค่าเฉลี่ยเท่ากับ 4.55 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 0.59 ซึ่งหมายความว่าแผนการจัดการเรียนรู้โดยวิธีการนี้ภาพเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงพีชคณิตของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 มีความเหมาะสมอยู่ในระดับมากที่สุด

ขั้นตอนการศึกษาและทดลองนำร่องรูปแบบการจัดการเรียนรู้โดยวิธีการนี้ภาพ เพื่อส่งเสริมการคิดเชิงพีชคณิตของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6

- 1) ชี้แจงรายละเอียดการจัดการเรียนการสอนให้กับนักเรียน
- 2) ผู้วิจัยจัดการเรียนรู้ตามรูปแบบการจัดการเรียนรู้โดยวิธีการนี้ภาพเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงพีชคณิต ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ที่ผู้วิจัยพัฒนาขึ้นและผ่านการหาประสิทธิภาพเรียบร้อยแล้ว โดยใช้เวลา 4 สัปดาห์ สัปดาห์ละ 4 คาบ คาบละ 60 นาที รวม 14 คาบ และบันทึกผลการทดลองนำร่อง
- 3) เมื่อสิ้นสุดการจัดการเรียนรู้ตามกำหนดแล้ว ผู้วิจัยนำบันทึกหลังแผนการจัดการเรียนรู้มาสรุปและปรับปรุง เพื่อให้แผนการจัดการเรียนรู้สมบูรณ์
- 4) ผลการนำร่องรูปแบบการจัดการเรียนรู้โดยวิธีการนี้ภาพเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงพีชคณิต ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 สรุปได้ดังนี้
 - 4.1) สิ่งที่พบจากบันทึกหลังแผนจัดการเรียนรู้ เพื่อนำไปใช้ในการปรับปรุงแผนจัดการเรียนรู้ พบว่า
 - 4.1.1) ระยะเวลาของขั้นตอนย่อยควรปรับลด – เพิ่ม ตามรายละเอียดของเนื้อหาแต่ละช่วง เช่น ช่วงการนำเสนอควรให้เวลานักเรียนเพิ่มขึ้น เนื่องจากเวลาจำกัดทำให้นักเรียนอีกหลายคนที่ต้องการจะนำเสนอไม่สามารถทำได้
 - 4.1.2) สื่อที่นำมาใช้ อาจปรับจากสื่อที่จับ สัมผัสได้ที่ใช้ในแผนการจัดการเรียนรู้ช่วงแรก เป็นสื่อที่เป็นภาพเสมือนจริงในแผนการจัดการเรียนรู้ช่วงหลัง
 - 4.1.3) ครูควรใช้คำถาม เพื่อกระตุ้นให้นักเรียนได้ใช้จินตนาการในการนี้ภาพ
 - 4.1.4) เนื่องจากนักเรียนอาจไม่ทราบว่าจะใช้คำพูดอย่างไรในการสื่อสารเพื่อการอธิบายครูควรอธิบายให้เพื่อนได้เข้าใจ
 - 4.1.5) ในการวาดรูปหากมีความหลากหลายของสีต่าง ๆ ก็จะทำให้นักเรียนมองเห็นขั้นตอนของการแก้ปัญหาด้วยภาพได้ง่ายขึ้น

4.2) ปัจจัยส่งเสริมความสำเร็จของการใช้รูปแบบการจัดการเรียนรู้โดยวิธีการนี้ ภาพเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงพีชคณิต ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 พบว่า

4.2.1) การจัดการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการจัดการเรียนรู้โดยวิธีการนี้ ภาพเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงพีชคณิต ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ครูควรมีทักษะพื้นฐานของเรื่อง วาดรูป และมีความเข้าใจในการการแก้ปัญหาโจทย์ / สถานการณ์ต่าง ๆ โดยใช้ภาพ

4.2.2) นักเรียนควรเรียนพื้นฐานเรื่องเศษส่วนมาแล้ว

4.2.3) อุปกรณ์ที่พร้อมในการส่งเสริมการเรียนรู้ของนักเรียน

4.2.4) การสนับสนุนของทางโรงเรียน

ทั้งนี้ปัจจัยที่กล่าวมาจะช่วยส่งเสริมการจัดการเรียนรู้โดยวิธีการนี้ ภาพเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงพีชคณิตของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ได้สมบูรณ์ขึ้น

ขั้นตอนที่ 4 I: Implement ทดลองใช้รูปแบบการจัดการเรียนรู้โดยวิธีการนี้ ภาพกับ นักเรียนกลุ่มตัวอย่างเพื่อหาประสิทธิภาพ

วัตถุประสงค์

เพื่อหาประสิทธิภาพของรูปแบบการจัดการเรียนรู้โดยวิธีการนี้ ภาพเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงพีชคณิต ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ซึ่งประกอบด้วย การคิดเชิงพีชคณิต และความพึงพอใจที่มีต่อรูปแบบการจัดการเรียนรู้โดยวิธีการนี้ ภาพเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงพีชคณิต ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6

กลุ่มเป้าหมาย

1) ผู้เชี่ยวชาญ ที่มีประสบการณ์ด้านคณิตศาสตร์หรือด้านการจัดการเรียนรู้ทางคณิตศาสตร์ไม่น้อยกว่า 5 ปี จำนวน 5 ท่าน โดยเลือกแบบเจาะจง

คุณสมบัติดังนี้

1.1) เป็นผู้ที่มีความรู้ความสามารถและประสบการณ์ในการจัดการเรียนรู้ด้านคณิตศาสตร์ในสถาบันอุดมศึกษาเป็นเวลา 5 ปีขึ้นไป และ

1.2) มีวุฒิการศึกษาระดับปริญญาเอก หรือมีตำแหน่งทางวิชาการตั้งแต่ ผู้ช่วยศาสตราจารย์ขึ้นไป

2) ประชากรและกลุ่มตัวอย่าง

2.1) ประชากร ได้แก่ นักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 โรงเรียนสาธิต มศว ประสานมิตร (ฝ่ายประถม) ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2565 จำนวน 8 ห้อง รวมนักเรียน 240 คน

ซึ่งแต่ละห้องจัดนักเรียนแบบละความสามารถและทุกห้องมีความสามารถใกล้เคียงกัน และในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์แต่ละห้องจะมีการแบ่งนักเรียนออกเป็น 2 กลุ่ม ๆ ละ 15 คน

2.2) กลุ่มตัวอย่าง ได้แก่ เป็นนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 โรงเรียนสาธิต มศว ประสานมิตร (ฝ่ายประถม) ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2565 จำนวน 15 คน โดยการเลือกแบบเจาะจง (Purposive Sampling)

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

เครื่องมือการวิจัยในขั้นตอนนี้ประกอบด้วย แผนการจัดการเรียนรู้ แบบวัดการคิดเชิงพีชคณิต และแบบวัดความพึงพอใจต่อรูปแบบการจัดการเรียนรู้โดยวิธีการนี้ภาพเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงพีชคณิตของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 มีกระบวนการสร้างและหาคุณภาพเครื่องมือ ดังนี้

1) แผนการจัดการเรียนรู้โดยวิธีการนี้ภาพเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงพีชคณิตของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ที่ผ่านการหาประสิทธิภาพและการนำร่องเรียบร้อยแล้ว

2) แบบวัดการคิดเชิงพีชคณิต โดยมีกระบวนการสร้างและหาคุณภาพ ดังนี้

2.1) ศึกษาทฤษฎีและเอกสารงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการสร้างแบบวัดการคิดเชิงพีชคณิต

2.2) ศึกษาและวิเคราะห์หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) และเอกสารมาตรฐานกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ตัวชี้วัด และสาระการเรียนรู้แกนกลาง เรื่อง เศษส่วน เพื่อให้เป็นแนวทางในการสร้างแบบวัดการคิดเชิงพีชคณิต

2.3) สร้างผังแสดงแบบวัดการคิดเชิงพีชคณิต ที่แสดงรายละเอียดและแสดงน้ำหนัก ของแต่ละเนื้อหาการเรียนรู้

2.4) สร้างร่างแบบวัดการคิดเชิงพีชคณิตตามผังแบบวัดการคิดเชิงพีชคณิต และเกณฑ์การให้คะแนนที่สามารถวัดองค์ประกอบของการคิดเชิงพีชคณิต ซึ่งประกอบด้วยองค์ประกอบสำคัญ 3 องค์ประกอบ คือ 1) การแก้ปัญหา 2) การใช้ตัวแทนและการนำเสนอ 3) การให้เหตุผล เป็นแบบอัตนัยอิงสถานการณ์ปัญหา เรื่อง เศษส่วน จำนวน 6 ข้อ ซึ่งใช้ได้จริงเพียง 4 ข้อ

2.5) นำแบบวัดการคิดเชิงพีชคณิตและเกณฑ์การให้คะแนนที่ได้ เสนอต่ออาจารย์ที่ปรึกษาปริญญาโท เพื่อพิจารณาความเหมาะสมและความสมเหตุสมผลในการนำไปใช้วัดการคิดเชิงพีชคณิตของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 แล้วปรับแก้ตามคำแนะนำ

2.6) นำแบบวัดการคิดเชิงพีชคณิตให้ผู้เชี่ยวชาญ ที่มีประสบการณ์ด้านคณิตศาสตร์หรือด้านการจัดการเรียนรู้ทางคณิตศาสตร์ ไม่น้อยกว่า 5 ปี จำนวน 5 ท่าน ประเมินความสอดคล้องของแบบวัดการคิดเชิงพีชคณิต โดยตรวจสอบความตรงเชิงเนื้อหา (Content validity) และนำมาหาค่าดัชนีความสอดคล้อง (IOC) ซึ่งมีเกณฑ์การพิจารณา ดังนี้

- +1 เมื่อแน่ใจว่าแบบวัดการคิดเชิงพีชคณิตมีความสอดคล้องกับองค์ประกอบการคิดเชิงพีชคณิต
- 0 เมื่อไม่แน่ใจว่าแบบวัดการคิดเชิงพีชคณิตมีความสอดคล้องกับองค์ประกอบการคิดเชิงพีชคณิต
- 1 เมื่อแน่ใจว่าแบบวัดการคิดเชิงพีชคณิตไม่มีความสอดคล้องกับองค์ประกอบการคิดเชิงพีชคณิต

และส่วนที่ 2 เป็นแบบปลายเปิดเพื่อให้ผู้ประเมินแสดงความคิดเห็นเพิ่มเติม และให้ข้อเสนอแนะเกี่ยวกับเกณฑ์การให้คะแนนการคิดเชิงพีชคณิต

2.7) พิจารณาความสอดคล้องของแบบวัดการคิดเชิงพีชคณิตเป็นรายข้อ ซึ่งจะต้องมีค่าเฉลี่ยตั้งแต่ 0.50 ขึ้นไป ซึ่งหมายถึงแบบวัดการคิดเชิงพีชคณิต สามารถนำไปใช้ในการวัดการคิดเชิงพีชคณิตได้ ซึ่งความสอดคล้องของแบบการคิดเชิงพีชคณิตของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ของผู้เชี่ยวชาญทั้ง 5 ท่าน ทุกข้อมีค่าเฉลี่ยตั้งแต่ 0.80 - 1.00 แปลว่าแบบวัดการคิดเชิงพีชคณิตมีความตรงเชิงเนื้อหา (ได้ข้อสอบจำนวน 4 ข้อ)

2.8) นำผลการทดสอบมาหาค่าความเชื่อมั่นโดยใช้วิธีสัมประสิทธิ์แอลฟาของครอนบาค (Cronbach) ได้เท่ากับ 0.736

2.9) จัดทำแบบวัดการคิดเชิงพีชคณิตฉบับสมบูรณ์ เพื่อนำไปทดสอบกับนักเรียนกลุ่มตัวอย่างต่อไป

3) แบบวัดความพึงพอใจที่มีต่อการจัดการเรียนรู้โดยวิธีการนี้ภาพเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงพีชคณิตของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6

3.1) ศึกษาเอกสาร ตำราและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการสร้างแบบวัดความพึงพอใจ

3.2) ศึกษาจุดมุ่งหมายของรูปแบบการจัดการเรียนรู้ ขั้นตอนกระบวนการจัดการเรียนรู้ เพื่อกำหนดประเด็นที่ต้องการประเมิน

3.3) สร้างผังแบบวัดความพึงพอใจที่แสดงรายละเอียดจำนวนข้อคำถาม แบบวัดความพึงพอใจที่มีต่อการจัดการเรียนรู้โดยวิธีการนี้ภาพเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงพีชคณิต ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6

3.4) ร่างแบบวัดความพึงพอใจที่มีต่อการจัดการเรียนรู้ของนักเรียนชั้น ประถมศึกษาปีที่ 6 ตามจำนวนข้อที่กำหนดไว้ในผังแบบวัดโดยแบบวัดความพึงพอใจแบ่งออกเป็น 2 ส่วน ได้แก่ ส่วนที่ 1 สอบถามความพึงพอใจของนักเรียนที่มีต่อการจัดการเรียนรู้ แบบวัดตาม เกณฑ์ 5 ระดับ คือ ระดับมากที่สุด ระดับมาก ระดับปานกลาง ระดับน้อย และระดับน้อยที่สุด แบ่งเป็น 3 ด้าน ได้แก่ ด้านเนื้อหา ด้านรูปแบบการจัดการเรียนรู้ และด้านสื่อ อุปกรณ์ ประกอบด้วยข้อคำถาม จำนวน 30 ข้อ และส่วนที่ 2 เป็นแบบปลายเปิด

3.5) นำร่างแบบวัดความพึงพอใจต่อการจัดการเรียนรู้ของนักเรียนชั้น ประถมศึกษาปีที่ 6 เสนอต่ออาจารย์ที่ปรึกษาปริญญาโท เพื่อพิจารณาความเหมาะสมและ ความสมเหตุสมผลในการนำไปวัดความพึงพอใจของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 แล้วปรับแก้ ตามคำแนะนำ

3.6) นำแบบวัดความพึงพอใจให้ผู้เชี่ยวชาญ ที่มีประสบการณ์ด้าน คณิตศาสตร์หรือด้านการจัดการเรียนรู้ทางคณิตศาสตร์ไม่น้อยกว่า 5 ปี จำนวน 5 ท่าน ประเมิน ความสอดคล้องของแบบวัดความพึงพอใจโดยตรวจสอบความตรงเชิงเนื้อหา (Content validity) และนำมาหาค่าดัชนีความสอดคล้อง (IOC) ซึ่งมีเกณฑ์การพิจารณา ดังนี้

+1	เมื่อแน่ใจว่าแบบวัดความพึงพอใจมีความสอดคล้องกับ องค์ประกอบการคิดเชิงพีชคณิต
0	เมื่อไม่แน่ใจว่าแบบวัดความพึงพอใจมีความสอดคล้อง กับองค์ประกอบการคิดเชิงพีชคณิต
-1	เมื่อแน่ใจว่าแบบวัดความพึงพอใจไม่มีความสอดคล้อง กับองค์ประกอบการคิดเชิงพีชคณิต

และส่วนที่ 2 เป็นแบบปลายเปิดเพื่อให้ผู้ประเมินแสดงความคิดเห็นและ ข้อเสนอแนะเพิ่มเติม

3.7) พิจารณาของความสอดคล้องของแบบวัดความพึงพอใจซึ่งจะต้องมี ค่าเฉลี่ยตั้งแต่ 0.50 ขึ้นไป ซึ่งหมายถึงแบบวัดความพึงพอใจเป็นรายข้อ สามารถนำไปใช้ในการวัด ความพึงพอใจได้ ซึ่งความสอดคล้องของแบบวัดความพึงพอใจของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6

ของผู้เชี่ยวชาญทั้ง 5 ท่าน ทุกข้อมีค่าเฉลี่ยตั้งแต่ 0.80 - 1.00 แปลว่าแบบวัดความพึงพอใจมีความตรงเชิงเนื้อหา (ได้ข้อสอบจำนวน 26 ข้อ)

3.8) จัดทำแบบวัดความพึงพอใจที่มีต่อการจัดการเรียนรู้โดยวิธีการนิกภาพเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงพีชคณิตของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ฉบับสมบูรณ์ เพื่อนำไปทดสอบกับนักเรียนกลุ่มตัวอย่างต่อไป

ขั้นตอนการศึกษาและทดลองใช้เพื่อหาประสิทธิผลของรูปแบบการจัดการเรียนรู้โดยวิธีการนิกภาพเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงพีชคณิตของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6

1) ชี้แจงรายละเอียดการจัดการเรียนการสอน หลังจากนั้นทำการทดสอบก่อนเรียน (Pre-test) กับนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง ด้วยแบบวัดการคิดเชิงพีชคณิต ที่ผู้วิจัยได้สร้างขึ้นและผ่านการหาประสิทธิภาพเรียบร้อยแล้ว โดยใช้ครั้งแรกของการเรียนการสอนเป็นเวลา 1 คาบ จากนั้นบันทึกผลการสอบไว้เป็นคะแนนทดสอบก่อนเรียน สำหรับการวิเคราะห์ข้อมูล

2) ผู้วิจัยจัดการเรียนรู้ตามรูปแบบการจัดการเรียนรู้โดยวิธีการนิกภาพเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงพีชคณิต ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ที่ผู้วิจัยพัฒนาขึ้นและผ่านการหาประสิทธิภาพเรียบร้อยแล้ว โดยใช้เวลา 4 สัปดาห์ ๆ ละ 4 คาบ คาบละ 60 นาที รวม 14 คาบ

3) เมื่อสิ้นสุดการสอนตามกำหนดการทดลอง จึงทำการทดสอบหลังเรียน (Post-test) กับนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง โดยใช้แบบวัดการคิดเชิงพีชคณิต ซึ่งเป็นชุดเดียวกับที่ใช้ทดสอบก่อนเรียนและประเมินความพึงพอใจจากแบบวัดความพึงพอใจที่มีต่อการจัดการเรียนรู้ตามรูปแบบการจัดการเรียนรู้โดยวิธีการนิกภาพเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงพีชคณิต ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 โดยใช้ครั้งสุดท้ายของการจัดการเรียนรู้ เป็นเวลา 1 คาบ แล้วบันทึกผลการสอบไว้เป็นคะแนนทดสอบหลังเรียนสำหรับการวิเคราะห์ข้อมูล

4) วิเคราะห์ข้อมูลเพื่อเปรียบเทียบจากการทดสอบแบบวัดการคิดเชิงพีชคณิตที่เรียนโดยใช้รูปแบบการจัดการเรียนรู้โดยวิธีการนิกภาพเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงพีชคณิต ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 โดยใช้การทดสอบค่าที (t-test for dependent) โดยใช้โปรแกรมสำเร็จรูปคอมพิวเตอร์ SPSS

5) วิเคราะห์ข้อมูลเพื่อประเมินความพึงพอใจจากแบบวัดความพึงพอใจที่มีต่อการจัดการกิจกรรมการเรียนรู้ตามรูปแบบการจัดการเรียนรู้โดยวิธีการนิกภาพเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงพีชคณิต ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง โดยนำคะแนนที่ได้ไปหาค่าเฉลี่ย (\bar{X}) และค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (S.D.) และมาแปลความหมายตามเกณฑ์ ดังนี้ (มาเรียม นิล พันธุ์, 2555, 196)

ค่าเฉลี่ยของคะแนน 4.50-5.00 หมายถึง มีความเหมาะสมอยู่ในระดับมากที่สุด

ค่าเฉลี่ยของคะแนน 3.50-4.49 หมายถึง มีความเหมาะสมอยู่ในระดับมาก

ค่าเฉลี่ยของคะแนน 2.50-3.49 หมายถึง มีความเหมาะสมอยู่ในระดับปานกลาง

ค่าเฉลี่ยของคะแนน 1.50-2.49 หมายถึง มีความเหมาะสมอยู่ในระดับน้อย

ค่าเฉลี่ยของคะแนน 1.00-1.49 หมายถึง มีความเหมาะสมอยู่ในระดับน้อยที่สุด

6) ประเมินประสิทธิผลด้วยเกณฑ์การพิจารณา ดังนี้

6.1) เปรียบเทียบคะแนนเฉลี่ยความสามารถการคิดเชิงพีชคณิตหลังการทดลองสูงกว่าก่อนการทดลองอย่าง มีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ. 05

6.2) ประเมินคะแนนเฉลี่ยความพึงพอใจที่มีต่อการใช้รูปแบบการจัดการเรียนรู้โดยวิธีการนี้ภาพเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงพีชคณิตของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 หลังการทดลองอยู่ในระดับมากขึ้นไป

การวิเคราะห์ข้อมูล

1.) การเปรียบเทียบความสามารถการคิดเชิงพีชคณิต ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่างที่เรียนโดยใช้รูปแบบการจัดการเรียนรู้โดยวิธีการนี้ภาพเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงพีชคณิต ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ทดสอบค่าที (t-test for dependent) โดยใช้โปรแกรมสำเร็จรูปคอมพิวเตอร์ SPSS

2.) การประเมินความพึงพอใจจากแบบประเมินความพึงพอใจที่มีต่อการใช้รูปแบบการจัดการเรียนรู้โดยวิธีการนี้ภาพเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงพีชคณิต ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 โดยนำคะแนนที่ได้ไปหาค่าเฉลี่ย (\bar{X}) และค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (S.D) และมาแปลความหมายตามเกณฑ์ที่กำหนดไว้

5. ขั้นประเมินผล (E: Evaluate Phase) เป็นการประเมินประสิทธิผลของรูปแบบการจัดการเรียนรู้โดยวิธีการนิกภาพเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงพีชคณิตของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 และปรับปรุงให้สมบูรณ์ พร้อมนำไปเผยแพร่

ผู้วิจัยประเมินความก้าวหน้าของนักเรียนและหาประสิทธิผลของรูปแบบการจัดการเรียนรู้ที่ใช้ในการจัดการเรียนรู้ เพื่อปรับปรุงรูปแบบการจัดการเรียนรู้ โดยนำผลจากการทดลองกับกลุ่มตัวอย่างมาวิเคราะห์หาประสิทธิผลและปรับปรุง เพื่อให้ได้รูปแบบการจัดการเรียนรู้โดยวิธีการนิกภาพเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงพีชคณิต ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ที่สมบูรณ์ โดยหลังจากนำรูปแบบการจัดการเรียนรู้โดยวิธีการนิกภาพเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงพีชคณิตของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ทดลองใช้แล้วจะทำการรวบรวมข้อมูลและข้อเสนอแนะต่าง ๆ ที่ได้จากการทดลองใช้รูปแบบการจัดการเรียนรู้โดยวิธีการนิกภาพเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงพีชคณิตของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 มาประเมินผลตามเกณฑ์ที่กำหนดและนำมาปรับปรุงแก้ไข ทั้งในด้านโครงสร้าง และรายละเอียดที่เป็นองค์ประกอบของรูปแบบการจัดการเรียนรู้โดยวิธีการนิกภาพเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงพีชคณิตของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 เพื่อให้รูปแบบการจัดการเรียนรู้โดยวิธีการนิกภาพเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงพีชคณิตของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 มีความถูกต้องเหมาะสมและมีความสมบูรณ์

บทที่ 4

ผลการวิเคราะห์ข้อมูล

การวิจัยเรื่องการพัฒนา รูปแบบการจัดการเรียนรู้โดยวิธีการนึ่งภาพ เพื่อส่งเสริมการคิดเชิงพีชคณิตของนักเรียนระดับชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 เป็นการวิจัยกึ่งทดลอง (Quasi Experimental Research) ประเภททดลองกลุ่มตัวอย่างเดียว ทดสอบก่อนและหลังเรียน ดำเนินการออกแบบเชิงระบบโดยใช้ ADDIE MODEL ซึ่งผู้วิจัยได้นำเสนอผลการวิเคราะห์ข้อมูล แบ่งออกเป็น 4 ตอน ดังนี้

ตอนที่ 1 ผลการศึกษาเกี่ยวกับองค์ประกอบและตัวบ่งชี้การคิดเชิงพีชคณิตของนักเรียนระดับชั้นประถมศึกษาปีที่ 6

ตอนที่ 2 ผลการพัฒนา รูปแบบการจัดการเรียนรู้โดยวิธีการนึ่งภาพเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงพีชคณิตของนักเรียนระดับชั้นประถมศึกษาปีที่ 6

- 2.1 หลักการของรูปแบบการเรียนรู้
- 2.2 วัตถุประสงค์ของรูปแบบการเรียนรู้
- 2.3 แนวทางการจัดการเรียนการสอน
- 2.4 ขั้นตอนของรูปแบบการเรียนรู้
- 2.5 การวัดและประเมินผลรูปแบบการเรียนรู้

ตอนที่ 3 ผลการศึกษาเกี่ยวกับประสิทธิภาพของรูปแบบการจัดการเรียนรู้โดยวิธีการนึ่งภาพเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงพีชคณิต ของนักเรียนระดับชั้นประถมศึกษาปีที่ 6

3.1 ผลการศึกษาคความเหมาะสมของรูปแบบการจัดการเรียนรู้โดยวิธีการนึ่งภาพ เพื่อส่งเสริมการคิดเชิงพีชคณิต ของนักเรียนระดับชั้นประถมศึกษาปีที่ 6

3.2 ผลจากการนำร่องโดยใช้รูปแบบการจัดการเรียนรู้โดยวิธีการนึ่งภาพเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงพีชคณิต ของนักเรียนระดับชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 กับกลุ่มที่ไม่ใช่กลุ่มตัวอย่าง

ตอนที่ 4 ผลการศึกษาเกี่ยวกับประสิทธิผลของรูปแบบการจัดการเรียนรู้โดยวิธีการนึ่งภาพเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงพีชคณิต ของนักเรียนระดับชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ดังนี้

4.1 ผลวิเคราะห์คะแนนก่อนเรียนและหลังเรียนโดยใช้รูปแบบการจัดการเรียนรู้โดยวิธีการนึ่งภาพเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงพีชคณิต ของนักเรียนระดับชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 กับกลุ่มตัวอย่าง ด้วยสถิติการวิเคราะห์แบบ t-test fo dependent

4.2 ผลการวิเคราะห์ความพึงพอใจที่มีต่อการจัดการเรียนรู้โดยวิธีการนี้ภาพ เพื่อส่งเสริมการคิดเชิงพีชคณิตของนักเรียนระดับชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ด้วยการวิเคราะห์ค่าเฉลี่ย และค่าเบี่ยงเบนมาตรฐาน

โดยมีรายละเอียดของผลการวิเคราะห์ข้อมูล ดังนี้

ตอนที่ 1 ผลการศึกษาเกี่ยวกับองค์ประกอบและตัวบ่งชี้การคิดเชิงพีชคณิตของนักเรียนระดับชั้นประถมศึกษาปีที่ 6

ผลการศึกษาเกี่ยวกับองค์ประกอบและตัวบ่งชี้การคิดเชิงพีชคณิตของนักเรียนระดับชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ผู้วิจัยได้ศึกษาจากการทบทวนวรรณกรรมจากเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง ทั้งในและต่างประเทศ ซึ่งได้ผลการศึกษาระดมสมองและสรุปองค์ประกอบและตัวบ่งชี้การคิดเชิงพีชคณิต ผลการสังเคราะห์เอกสาร พบว่า การคิดเชิงพีชคณิต หมายถึง กระบวนการในการวิเคราะห์สถานการณ์ปัญหาโดยใช้ข้อมูลที่ได้รับเป็นพื้นฐาน เพื่อการสร้างความสัมพันธ์ เชื่อมโยง ประยุกต์ ทำให้พบกระบวนการในการแก้สถานการณ์ปัญหาได้อย่างหลากหลายวิธี รวมถึงสามารถใช้ตัวแทนที่หลากหลายของนักเรียนเองได้เหมาะสมกับสถานการณ์ปัญหานั้น ๆ มี 3 องค์ประกอบหลัก 8 องค์ประกอบย่อย และ 8 ตัวบ่งชี้ ดังตาราง 6 ผลการสังเคราะห์ องค์ประกอบการคิดเชิงพีชคณิตของนักเรียนระดับ ชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 มีรายละเอียดดังนี้

ตาราง 6 ผลการสังเคราะห์องค์ประกอบการคิดเชิงพีชคณิตของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6

องค์ประกอบหลัก	องค์ประกอบย่อย	ตัวบ่งชี้
1. การแก้ปัญหา	1.1 เข้าใจปัญหา	การที่นักเรียนพิจารณาสถานการณ์ แล้วสามารถบอกรายละเอียดที่ โจทย์ต้องการจะถามได้
	1.2 วางแผนแก้ปัญหา	การที่นักเรียนสามารถวางแผนการ แก้โจทย์ปัญหาด้วยกระบวนการที่ หลากหลาย และสามารถบอก วิธีการแก้โจทย์ปัญหาด้วยการเขียน ออกมาเป็นรูปแบบสัญลักษณ์

ตาราง 6 (ต่อ)

องค์ประกอบหลัก	องค์ประกอบย่อย	ตัวบ่งชี้
	1.3 ปฏิบัติตามแผน	การที่นักเรียนลงมือแก้โจทย์ปัญหา โดยคำนวณหาคำตอบและแสดงวิธี ทำได้ถูกต้องและเหมาะสม
	1.4 สะท้อนคิดเพื่อ ตรวจสอบ	การที่นักเรียนสามารถตรวจสอบ ความสมเหตุสมผลของคำตอบ วิเคราะห์ความเป็นไปได้ของวิธีการ อื่น ๆ
2. การใช้ตัวแทนและ การนำเสนอ	2.1 ใช้ตัวแทน	การที่นักเรียนสามารถเลือกใช้ ตัวแทนหรือสัญลักษณ์ทาง คณิตศาสตร์นำเสนอการแก้ปัญหา เช่น ตัวเลข เครื่องหมายต่าง ๆ ได้ อย่างถูกต้องและเหมาะสม
	2.2 นำเสนอตัวแทน ความคิด	การที่นักเรียนสามารถนำเสนอ กระบวนการคิด การแก้ปัญหาผ่าน ตัวแทนต่าง ๆ เพื่อสรุปความคิดได้ อย่างถูกต้องและเหมาะสม
3. การให้เหตุผล	3.1 ให้เหตุผลที่เกิดจากการ วิเคราะห์สถานการณ์	การที่นักเรียนสามารถสามารถ อธิบายและให้เหตุผลจาก สถานการณ์ที่กำหนดให้ได้ถูกต้อง และเหมาะสม

ตาราง 6 (ต่อ)

องค์ประกอบหลัก	องค์ประกอบย่อย	ตัวบ่งชี้
	3.2 สร้างข้อสรุป	การที่นักเรียนสามารถสร้างข้อสรุปเป็นความคิดของตนเองในรูปแบบภาษาหรือสัญลักษณ์จากการวิเคราะห์สถานการณ์ที่กำหนดให้ได้ถูกต้องและเหมาะสม

ผู้วิจัยประเมินพฤติกรรมบ่งชี้ของการคิดเชิงพีชคณิต ของนักเรียนระดับชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 โดยให้ผู้เชี่ยวชาญด้านการคิดเชิงพีชคณิต หรือด้านการจัดการเรียนรู้ทางคณิตศาสตร์ จำนวน 5 ท่าน ประเมินความเหมาะสมของพฤติกรรมบ่งชี้ของการคิดเชิงพีชคณิต ผลการประเมินความเหมาะสมของพฤติกรรมบ่งชี้ของการคิดเชิงพีชคณิต ของนักเรียนระดับชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ดังตาราง 7 ผลการประเมินความเหมาะสมของพฤติกรรมบ่งชี้ของการคิดเชิงพีชคณิตจากผู้เชี่ยวชาญ

ตาราง 7 ผลการประเมินความเหมาะสมของพฤติกรรมบ่งชี้ของการคิดเชิงพีชคณิตของนักเรียน

รายการประเมิน	ผลการประเมิน		
	\bar{x}	S.D.	ระดับความเหมาะสม
องค์ประกอบหลักที่ 1 การแก้ปัญหา			
1.1 เข้าใจปัญหา การที่นักเรียนพิจารณาสถานการณ์แล้วสามารถบอกรายละเอียดที่โจทย์ต้องการจะถามได้	4.60	0.55	เหมาะสมอย่างยิ่ง
1.2 วางแผนแก้ปัญหา การที่นักเรียนสามารถวางแผนการแก้โจทย์ปัญหาด้วยกระบวนการที่หลากหลาย และสามารถบอกวิธีการแก้โจทย์ปัญหาด้วยการเขียนออกมาเป็นรูปแบบสัญลักษณ์	4.80	0.45	เหมาะสมอย่างยิ่ง
1.3 ปฏิบัติตามแผน การที่นักเรียนลงมือแก้โจทย์ปัญหาโดยคำนวณหาคำตอบและแสดงวิธีทำได้อย่างถูกต้องและเหมาะสม	4.80	0.45	เหมาะสมอย่างยิ่ง
1.4 สะท้อนคิดเพื่อตรวจสอบ การที่นักเรียนสามารถตรวจสอบความสมเหตุสมผลของคำตอบ วิเคราะห์ความเป็นไปได้ของวิธีการอื่น ๆ	4.80	0.45	เหมาะสมอย่างยิ่ง
รวมองค์ประกอบที่ 1	4.75	0.47	เหมาะสมอย่างยิ่ง
องค์ประกอบหลักที่ 2 การใช้ตัวแทนและการนำเสนอ			
2.1 ใช้ตัวแทน การที่นักเรียนสามารถเลือกใช้ตัวแทนหรือสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์นำเสนอการแก้ปัญหา เช่น ตัวเลข เครื่องหมายต่าง ๆ ได้อย่างถูกต้องและเหมาะสม	4.60	0.55	เหมาะสมอย่างยิ่ง
2.2 นำเสนอตัวแทนความคิด การที่นักเรียนสามารถนำเสนอกระบวนการคิด การแก้ปัญหาผ่านตัวแทนต่าง ๆ เพื่อสรุปความคิดได้อย่างถูกต้องและเหมาะสม	4.60	0.55	เหมาะสมอย่างยิ่ง
รวมองค์ประกอบที่ 2	4.60	0.55	เหมาะสมอย่างยิ่ง

ตาราง 7 (ต่อ)

รายการประเมิน	ผลการประเมิน		
	\bar{x}	S.D.	ระดับความเหมาะสม
องค์ประกอบหลักที่ 3 การให้เหตุผล			
3.1 ให้เหตุผลที่เกิดจากการวิเคราะห์สถานการณ์ การที่นักเรียนสามารถสามารถอธิบายและให้เหตุผลจากสถานการณ์ที่กำหนดให้ได้ถูกต้องและเหมาะสม	4.40	0.55	เหมาะสม
3.2 สร้างข้อสรุป การที่นักเรียนสามารถสร้างข้อสรุปเป็นความคิดของตนเองในรูปแบบภาษาหรือสัญลักษณ์จากการวิเคราะห์สถานการณ์ที่กำหนดให้ได้ถูกต้องและเหมาะสม	4.80	0.45	เหมาะสมอย่างยิ่ง
รวมองค์ประกอบที่ 3	4.60	0.50	เหมาะสมอย่างยิ่ง
รวมทั้งหมด	4.65	0.51	เหมาะสมอย่างยิ่ง

จากตาราง 7 พบว่า องค์ประกอบของพฤติกรรมบ่งชี้ของการคิดเชิงพีชคณิต ของนักเรียนระดับชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ในภาพรวมมีความเหมาะสมในระดับเหมาะสมอย่างยิ่ง ($\bar{x} = 4.65, S.D. = 0.51$) และเมื่อพิจารณาตามองค์ประกอบของพฤติกรรมบ่งชี้ของการคิดเชิงพีชคณิต ของนักเรียนระดับชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 รวมในแต่ละองค์ประกอบ พบว่า องค์ประกอบหลักที่ 1 การแก้ปัญหาที่มีความเหมาะสมในระดับเหมาะสมอย่างยิ่ง ($\bar{x} = 4.75, S.D. = 0.47$) 1.1 เข้าใจปัญหาที่มีความเหมาะสมในระดับเหมาะสมอย่างยิ่ง ($\bar{x} = 4.60, S.D. = 0.55$) 1.2 วางแผนแก้ปัญหาที่มีความเหมาะสมในระดับเหมาะสมอย่างยิ่ง ($\bar{x} = 4.80, S.D. = 0.45$) 1.3 ปฏิบัติตามแผนมีความเหมาะสมในระดับเหมาะสมอย่างยิ่ง ($\bar{x} = 4.80, S.D. = 0.45$) 1.4 สะท้อนคิดเพื่อตรวจสอบมีความเหมาะสมในระดับเหมาะสมอย่างยิ่ง ($\bar{x} = 4.80, S.D. = 0.45$) องค์ประกอบหลักที่ 2 การใช้ตัวแทนและการนำเสนอมีความเหมาะสมในระดับเหมาะสมอย่างยิ่ง ($\bar{x} = 4.60, S.D. = 0.55$) 2.1 ใช้ตัวแทนมีความเหมาะสมในระดับเหมาะสมอย่างยิ่ง ($\bar{x} = 4.60, S.D. = 0.55$) 2.2 นำเสนอตัวแทนความคิด มีความเหมาะสมในระดับเหมาะสมอย่างยิ่ง ($\bar{x} = 4.60, S.D. = 0.55$) องค์ประกอบหลักที่

- 3 การให้เหตุผล มีความเหมาะสมในระดับเหมาะสมอย่างยิ่ง ($\bar{x} = 4.60, S.D. = 0.50$) 3.1 ให้เหตุผลที่เกิดจากการวิเคราะห์สถานการณ์ มีความเหมาะสมในระดับเหมาะสม ($\bar{x} = 4.40, S.D. = 0.55$)
- 3.2 สร้างข้อสรุป มีความเหมาะสมในระดับเหมาะสมอย่างยิ่ง ($\bar{x} = 4.80, S.D. = 0.45$)

ตอนที่ 2 ผลการพัฒนารูปแบบการจัดการเรียนรู้โดยวิธีการนิกภาพเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงพีชคณิตของนักเรียนระดับชั้นประถมศึกษาปีที่ 6

ในการวิจัยครั้งนี้เป็นการพัฒนาแบบการจัดการเรียนรู้โดยวิธีการนิกภาพเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงพีชคณิตของนักเรียนระดับชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 โดยวิธีการนิกภาพ ทฤษฎีการเรียนรู้ และแนวคิดต่าง ๆ เป็นฐานในการสังเคราะห์หลักการของการจัดการเรียนรู้ และนำหลักการและวัตถุประสงค์ของการจัดการเรียนรู้มาพัฒนาเป็นแนวทางในการจัดการเรียนรู้ และขั้นตอนการจัดการเรียนรู้ รวมถึงการกำหนดแนวทางในการประเมินผลของการจัดการเรียนรู้ และมีการนำการจัดการเรียนรู้ที่พัฒนาขึ้นไปทดลองใช้เพื่อประเมินผลการใช้การจัดการเรียนรู้และปรับปรุงแก้ไขให้สมบูรณ์ หลังจากนำการจัดการเรียนรู้ไปทดลองใช้แล้ว ผู้วิจัยพบว่า มีบางประเด็นที่ต้องปรับปรุงในส่วน of ขั้นตอนการจัดการเรียนรู้ ในบางขั้นตอนเพื่อให้มีความชัดเจนมากขึ้น หลังจากการแก้ไขและปรับปรุงเรียบร้อยแล้ว สรุปได้ว่ารูปแบบการจัดการเรียนรู้โดยวิธีการนิกภาพเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงพีชคณิตของนักเรียนระดับชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ประกอบด้วย 5 องค์ประกอบ ดังนี้

2.1 หลักการของรูปแบบการเรียนรู้

2.1.1 ครูนำเสนอสถานการณ์ปัญหาการเรียนรู้ที่เปิดโอกาสให้นักเรียนคิดถึงที่จะนำสิ่งของจริง สื่อต่าง ๆ ที่นักเรียนสามารถสัมผัสจับต้องได้ ผ่านสถานการณ์ที่ครูกำหนดให้ หลังจากนั้นนำมาจัดระบบการคิด เพื่อให้นักเรียนเข้าใจในสถานการณ์ปัญหาที่เป็นรูปธรรม เมื่อนักเรียนได้มีประสบการณ์ที่เพียงพอที่จะช่วยส่งเสริมให้นักเรียนใช้จินตนาการ ให้นักเรียนหาจุดเชื่อมโยง ทบทวน ตัดสินใจ เพื่อวางแผนในการแก้ปัญหของตนเอง

2.1.2 การเรียนรู้ที่ส่งเสริมให้นักเรียนมีโอกาส สร้างกระบวนการนิกภาพ เพื่อการวางแผนอย่างมีลำดับขั้นตอนจากง่ายไปยาก ลงมือปฏิบัติภายใต้กระบวนการช่วยเหลือ สะท้อนความคิด อำนวยความสะดวกจากครู จะช่วยให้เกิดกระบวนการวางแผนในการแก้สถานการณ์ และสร้างกระบวนการนิกภาพ เกิดการเรียนรู้ การคิด เพื่อวางแผนหรือแก้ไขสถานการณ์ต่าง ๆ ให้ผู้อื่นสามารถเข้าใจได้ในแนวทางเดียวกัน เกิดการเรียนรู้และสร้างองค์ความรู้ นำไปสู่การแก้ปัญหาได้ จะเป็นการเรียนที่มีความหมายและนักเรียนสามารถสร้างองค์ความรู้ด้วยตนเองได้

2.1.3 การเรียนรู้ที่ส่งเสริมให้นักเรียนได้ปรับโครงสร้างทางปัญญาของตนเองจากสิ่งที่เป็นวิธีการนึกภาพของนักเรียน โดยนักเรียนนำเสนอกระบวนการคิดการวางแผน ผ่านการสื่อสารหรือนำเสนอตัวแทนทางความคิด ซึ่งอาจใช้ภาษา การพูด การเขียน เพื่อบอกเล่ากระบวนการคิด การแก้ปัญหา โดยการวาดภาพ สิ่งต่างๆ ประกอบ หรือใช้สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ ในการอธิบายกระบวนการคิด ตรวจสอบ และปฏิบัติตามแนวทางการแก้สถานการณ์ที่วางไว้ เพื่อนำไปสู่การแก้ปัญหา

2.1.4 การเรียนรู้ที่เน้นการมีส่วนร่วมในชั้นเรียน การแลกเปลี่ยนเรียนรู้ร่วมกับผู้อื่น เพื่อตรวจสอบคำตอบ ก่อนเรียน ระหว่างเรียน และหลังเรียน และสามารถให้เหตุผล จะช่วยให้นักเรียนสามารถนำเสนอความคิดที่เกิดขึ้นจากการนึกภาพ โดยใช้ตัวแทนต่างๆ แสดงการสร้างองค์ความรู้จากการมีปฏิสัมพันธ์ร่วมกันได้อย่างมีความสมเหตุสมผล

2.2 วัตถุประสงค์ของของรูปแบบการเรียนรู้

เพื่อส่งเสริมการคิดเชิงพีชคณิตของนักเรียนระดับชั้นประถมศึกษาปีที่ 6

2.3 เนื้อหา

เรื่อง เศษส่วน ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน สำหรับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6

2.4 ขั้นตอนการจัดการเรียนรู้

รูปแบบการเรียนรู้โดยวิธีการนึกภาพเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงพีชคณิต ของนักเรียนระดับชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ได้จากการวิเคราะห์หลักการของแนวคิดวิธีการนึกภาพ ร่วมกับแนวคิดการจัดการเรียนรู้แบบเชิงรุก ตลอดจนทฤษฎีการเรียนรู้ จนได้ขั้นตอนการจัดการเรียนการสอน 4 ขั้นตอน ดังนี้

1. ขั้นกำหนดสถานการณ์ปัญหา เป็นการจัดการเรียนรู้โดยให้นักเรียนได้พบสถานการณ์ปัญหาจากสิ่งที่นักเรียนมีประสบการณ์ หรือพบในชีวิตประจำวัน เพื่อกระตุ้นความสงสัยและต้องการหาข้อมูล และนึกถึงสิ่งของ สื่อต่าง ๆ ที่จะนำมาจัดระบบความคิด โดยใช้สิ่งของจริงหรือ สื่ออุปกรณ์ต่าง ๆ ให้นักเรียนได้สามารถสัมผัสจับต้อง เช่น สื่อการนับ คลิปหนีบเชือก กระดาษ บัตรค เป็นต้น จากนั้นให้นักเรียนนึกเป็นภาพ เพื่อให้นักเรียนทำความเข้าใจในสถานการณ์ปัญหาและหาแนวทางในการแก้ปัญหาของตนเอง ประกอบด้วย 2 ขั้นตอนย่อย ได้แก่

- 1.1. เข้าใจสถานการณ์ เป็นขั้นตอนที่นักเรียนวิเคราะห์สถานการณ์ แล้วสร้างความเข้าใจถึงสิ่งที่สถานการณ์ปัญหากำหนดมาให้ รวมถึงสิ่งที่เป็นคำถาม จากสถานการณ์ปัญหาที่ครูกำหนดไว้ก่อนหน้านี้

1.2 กระตุ้นการนึกภาพ(สื่อ ภาพ สัญลักษณ์) เป็นขั้นตอนที่ครูให้สถานการณ์ปัญหาจากสิ่งทีนักเรียนมีประสบการณ์ หรือพบในชีวิตประจำวัน เพื่อกระตุ้นให้นักเรียนเกิดความรู้สึกสงสัย หลังจากนั้นให้นักเรียนแสวงหาวิธีการแนวคิดจาก สิ่งของ สื่อต่าง ๆ แหล่งข้อมูลทีหลากหลาย กระตุ้นนักเรียนทำความเข้าใจในสถานการณ์ปัญหาโดยใช้ สิ่งของจริงหรือ สื่ออุปกรณ์ต่าง ๆ ให้นักเรียนได้สามารถสัมผัสจับต้อง เช่น สื่อการนับ คลิปหนีบ เชือก บล็อก เป็นต้น จากนั้นให้นักเรียนวาดเป็นภาพ กระตุ้นการนึกภาพ จินตนาการ

2. ขั้นนึกภาพเป็นเรื่องราว เป็นการจัดการเรียนรู้ที่ใช้เนื้อหาที่มีความเหมาะสมและลำดับขั้นตอนจากง่ายไปยาก กระตุ้นนักเรียนทำความเข้าใจในสถานการณ์ปัญหาโดยใช้ สิ่งของจริงหรือ สื่ออุปกรณ์ต่าง ๆ ให้นักเรียนได้สามารถสัมผัส เพื่อกระตุ้นให้เกิดการนึกภาพ จินตนาการที่เชื่อมโยงทางความคิดในการวางแผนการหาคำตอบในรูปแบบของแผนผังไดอะแกรม โมเดล ตาราง ซึ่งในขั้นตอนนี้จะช่วยให้ นักเรียนได้ทบทวนความเข้าใจ และสามารถนำมาใช้ในการอธิบายประกอบในเรื่องที่เป็นสถานการณ์ปัญหา ตามที่นักเรียนสามารถหาวิธีแก้ไข และนำมาการแลกเปลี่ยน แบ่งปันวิธีการคิด และทำให้นักเรียนคนอื่นสามารถเข้าใจได้ในแนวทางเดียวกัน เกิดการเรียนรู้ซึ่งกันและกัน ประกอบด้วย 2 ขั้นตอนย่อย ได้แก่

2.1 วางแผนการแก้ปัญหาโดยการนึกภาพกระตุ้นการเชื่อมโยง เป็นขั้นตอนที่ใช้เนื้อหาที่มีความเหมาะสมมีลำดับความง่ายไปยาก กระตุ้นนักเรียนทำความเข้าใจในสถานการณ์ปัญหาโดยใช้ สื่ออุปกรณ์ต่าง ๆ ให้นักเรียนได้สามารถสัมผัสได้ เช่น สื่อการนับ กระดาษ คลิปหนีบ เชือก บล็อก เป็นต้น ยกตัวอย่างประกอบที่สามารถทำได้จริง เพื่อให้นักเรียนเข้าใจในสถานการณ์ปัญหา

2.2 สะท้อนคิดการแก้ปัญหาโดยการนึกภาพ เป็นขั้นตอนที่กระตุ้นการนึกภาพ จินตนาการที่เชื่อมโยงจากสิ่งทีนักเรียนได้สัมผัสเป็นรูปธรรม ทางความคิดในการวางแผนการหาคำตอบในรูปแบบของแผนผัง ไดอะแกรม โมเดล ตาราง ซึ่งในขั้นตอนนี้จะช่วยให้ นักเรียนได้ทบทวนความเข้าใจ ลองแก้ปัญหาตามแผนที่วางไว้และนำมาใช้ในการอธิบายประกอบในเรื่องที่เป็นสถานการณ์ปัญหา ตามที่นักเรียนสามารถหาวิธีแก้ไข

3. ขั้นเปลี่ยนภาพความคิดเป็นปฏิบัติ เป็นการจัดการเรียนรู้เพื่อแก้สถานการณ์ปัญหาด้วยตัวแทนประเภทต่าง ๆ ในการอธิบายกระบวนการแก้ปัญหา ที่นักเรียนได้ทบทวน ความเชื่อมโยงของการวางแผน ดูความเป็นเหตุเป็นผล และลองทำตามทีวางแผนไว้แล้วนำเสนอโดยใช้ สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์แทนความคิดให้กับเพื่อน ในการอธิบายกระบวนการแก้ปัญหา ประกอบด้วย 2 ขั้นตอนย่อย ได้แก่

3.1 เปลี่ยนประโยคภาพเป็นประโยคสัญลักษณ์ ความเป็นเหตุเป็นผล เป็นขั้นตอนที่นักเรียนวางแผน ทบทวนหาเหตุผลมาประกอบวิธีการคิด นำเสนอด้วยวิธีการสื่อสารของตนเองและลงสรุปวิธีการคิด

3.2 ปฏิบัติการแก้ปัญหาตามที่ได้วางแผน เป็นขั้นตอนที่นักเรียนได้ทบทวนกระบวนการแก้ปัญหา โดยดูความเชื่อมโยง ความเป็นเหตุเป็นผล

4. ขั้นสะท้อนคิดการปฏิบัติอย่างสมเหตุสมผล เป็นการจัดการเรียนรู้เพื่อให้นักเรียนได้รับสถานการณ์ปัญหาเพิ่มเติมภายหลังจากที่ได้เรียนรู้การสร้างความเข้าใจปัญหาผ่านสื่อ สิ่งของจริงที่จับต้องได้ และมีการนិภาพเพื่อการวางแผนแก้ปัญหา และดำเนินการตามวิธีการที่คิดไว้ จากนั้นแลกเปลี่ยนเรียนรู้กระบวนการแก้ปัญหาที่วางและได้ลองทำตามแผนที่วางไว้ได้อย่างสมเหตุสมผล เพื่อเป็นการตรวจสอบและปรับปรุง ร่วมกับผู้อื่น โดยใช้สัญลักษณ์ และสามารถยืนยันข้อสรุปร่วมกันกับเพื่อนได้อย่างสมเหตุสมผล ประกอบด้วย 2 ขั้นตอนย่อย ได้แก่

4.1. แลกเปลี่ยนเรียนรู้ เป็นการแก้ปัญหาโดยใช้ตัวแทน เป็นขั้นตอนที่กระตุ้นให้นักเรียนสะท้อนการแก้ปัญหาผ่านโดยใช้ภาพความคิด การนิกภาพ และนำเสนอออกมาด้วยภาพโดยอาจเป็นภาพวาด ภาษาต่าง ๆ สัญลักษณ์ต่าง ๆ หรือภาพสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ตามที่นักเรียนสามารถแสดงได้

4.2. ยืนยันข้อสรุปความรู้ร่วมกัน เป็นขั้นตอนที่นักเรียนได้มีการแลกเปลี่ยนเรียนรู้ และยืนยันข้อสรุปการแก้ปัญหา สถานการณ์ ร่วมกันกับเพื่อนได้อย่างสมเหตุสม และผลสรุปความรู้ที่ได้เรียนรู้ร่วมกับเพื่อนและครู

2.5 การวัดและประเมินผล

ผู้วิจัยกำหนดแนวทางการวัดและประเมินผลที่สอดคล้องกับวัตถุประสงค์ของการจัดการเรียนรู้ โดยใช้แบบวัดการคิดเชิงพีชคณิต แบบอัตนัย พร้อมเกณฑ์การประเมินการคิดเชิงพีชคณิต โดยประเมินตามองค์ประกอบของการคิดเชิงพีชคณิต ที่พัฒนาขึ้น ประกอบไปด้วย

1. การประเมินการคิดเชิงพีชคณิต ก่อนการจัดการเรียนรู้ด้วยรูปแบบการจัดการเรียนรู้โดยวิธีการนิกภาพเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงพีชคณิต ของนักเรียนระดับชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ที่พัฒนาขึ้นด้วยแบบวัดการคิดเชิงพีชคณิต

2. การประเมินการคิดเชิงพีชคณิต หลังการจัดการเรียนรู้ด้วยรูปแบบการจัดการเรียนรู้โดยวิธีการนิกภาพเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงพีชคณิต ของนักเรียนระดับชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ที่พัฒนาขึ้นด้วยแบบวัดการคิดเชิงพีชคณิต

ตอนที่ 3 ผลการศึกษาเกี่ยวกับประสิทธิภาพรูปแบบการจัดการเรียนรู้โดยวิธีการนิกภาพ เพื่อส่งเสริมการคิดเชิงพีชคณิต ของนักเรียนระดับชั้นประถมศึกษาปีที่ 6

3.1 ผลการศึกษาคือความเหมาะสมของรูปแบบการจัดการเรียนรู้โดยวิธีการนิกภาพเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงพีชคณิต ของนักเรียนระดับชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ได้นำมาวิเคราะห์ ดังตาราง 8 การวิเคราะห์ความเหมาะสมของรูปแบบการจัดการเรียนรู้โดยวิธีการนิกภาพ

ตาราง 8 ผลการวิเคราะห์ความเหมาะสมของรูปแบบการจัดการเรียนรู้โดยวิธีการนิกภาพ เพื่อส่งเสริมการคิดเชิงพีชคณิต ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6

หัวข้อการประเมิน	\bar{x}	S.D.	ระดับความเหมาะสม
1. หลักการของรูปแบบการเรียนรู้	4.80	0.45	มากที่สุด
2. วัตถุประสงค์ของรูปแบบการเรียนรู้	4.80	0.45	มากที่สุด
3. ขั้นตอนการจัดการเรียนรู้	4.80	0.45	มากที่สุด
1. ขึ้นกำหนดสถานการณ์ปัญหา เป็นการจัดการเรียนรู้โดยให้นักเรียนได้พบสถานการณ์ปัญหาจากสิ่งที่มีนักเรียนมีประสบการณ์ หรือพบในชีวิตประจำวัน เพื่อกระตุ้นความสงสัยและต้องการหาข้อมูล และนี่ถึงสิ่งของ สื่อต่าง ๆ ที่จะนำมาจัดระบบความคิด โดยใช้สิ่งของจริงหรือ สื่ออุปกรณ์ต่าง ๆ ให้นักเรียนได้สามารถสัมผัสจับต้อง เช่น สื่อการนับ คลิปหนีบ เข็อก กระดาษบล็อค เป็นต้น จากนั้นให้นักเรียนนึกเป็นภาพ เพื่อให้นักเรียนทำความเข้าใจในสถานการณ์ปัญหาและหาแนวทางในการแก้ปัญหาของตนเอง ประกอบด้วย 2 ขั้นตอนย่อย ได้แก่	4.80	0.45	มากที่สุด

ตาราง 8 (ต่อ)

หัวข้อการประเมิน	\bar{x}	S.D.	ระดับ ความเหมาะสม
<p>1.1. เข้าใจสถานการณ์ เป็นขั้นตอนที่นักเรียนวิเคราะห์สถานการณ์ แล้วสร้างความเข้าใจถึงสิ่งที่สถานการณ์ปัญหากำหนดมาให้ รวมถึงสิ่งที่เป็นการคำถาม จากสถานการณ์ปัญหาที่ครูกำหนดไว้ก่อนหน้า</p> <p>1.2. กระตุ้นการนึกภาพ(สื่อ ภาพ สัญลักษณ์) เป็นขั้นตอนที่ครูให้สถานการณ์ปัญหาจากสิ่งที่นักเรียนมีประสบการณ์ หรือพบในชีวิตประจำวัน เพื่อกระตุ้นให้นักเรียนเกิดความสงสัย หลังจากนั้นให้นักเรียนแสวงหาวิธีการแนวคิดจาก สิ่งของ สื่อต่าง ๆ แหล่งข้อมูลที่หลากหลาย กระตุ้นนักเรียนทำความเข้าใจในสถานการณ์ปัญหาโดยใช้ สิ่งของจริงหรือ สื่ออุปกรณ์ต่าง ๆ ให้นักเรียนได้สามารถสัมผัสจับต้อง เช่น สื่อการนับ คลิปหนีบ เชือก บล๊อค เป็นต้น จากนั้นให้นักเรียนวาดเป็นภาพ กระตุ้นการนึกภาพ จินตนาการ</p>	4.80	0.45	มากที่สุด
<p>2. ขั้นนึกภาพเป็นเรื่องราว เป็นการจัดการเรียนรู้ที่ใช้เนื้อหาที่มีความเหมาะสม และลำดับขั้นตอนจากง่ายไปยาก กระตุ้นนักเรียนทำความเข้าใจในสถานการณ์ปัญหาโดยใช้ สิ่งของจริงหรือ สื่ออุปกรณ์ต่าง ๆ ให้นักเรียนได้สามารถสัมผัส เพื่อกระตุ้นให้เกิดการนึกภาพ จินตนาการที่เชื่อมโยงทางความคิดในการวางแผนการหาคำตอบในรูปแบบของแผนผัง ไดอะแกรม โมเดล ตาราง ซึ่งในขั้นตอนนี้จะช่วยให้นักเรียนได้ทบทวนความเข้าใจ และสามารถนำมาใช้ในการอธิบายประกอบในเรื่องที่เป็นสถานการณ์ปัญหา</p>	4.80	0.45	มากที่สุด

ตาราง 8 (ต่อ)

หัวข้อการประเมิน	\bar{x}	S.D.	ระดับ ความเหมาะสม
<p>2.1 วางแผนการแก้ปัญหาโดยการนึกภาพ กระตุ้นการเชื่อมโยง เป็นขั้นตอนที่ใช้เนื้อหาที่มีความเหมาะสมมีลำดับความง่ายไปยาก กระตุ้นนักเรียนทำความเข้าใจในสถานการณ์ปัญหาโดยใช้สื่ออุปกรณ์ต่างๆ ให้นักเรียนได้สามารถสัมผัสได้ เช่น สื่อการนับ กระดาษ คลิปหนีบ เชือก บล็อก เป็นต้น ยกตัวอย่างประกอบที่สามารถทำได้จริง เพื่อให้นักเรียนเข้าใจในสถานการณ์ปัญหา</p> <p>2.2. สะท้อนคิดการแก้ปัญหาโดยการนึกภาพ เป็นขั้นตอนที่กระตุ้นการนึกภาพ จินตนาการที่เชื่อมโยงจากสิ่งที่นักเรียนได้สัมผัสเป็นรูปธรรม ทางความคิดในการวางแผนการหาคำตอบในรูปแบบของแผนผัง ไดอะแกรม โมเดล ตาราง ซึ่งในขั้นตอนนี้จะช่วยให้นักเรียนได้ทบทวนความเข้าใจ ลองแก้ปัญหาตามแผนที่วางไว้และนำมาใช้ในการอธิบายประกอบในเรื่องที่เป็นสถานการณ์ปัญหา ตามที่นักเรียนสามารถหาวิธีแก้ไข</p>			
<p>3. ขั้นเปลี่ยนภาพความคิดเป็นปฏิบัติ เป็นการจัดการเรียนรู้เพื่อแก้สถานการณ์ปัญหาด้วยตัวแทนประเภทต่าง ๆ ในการอธิบายกระบวนการแก้ปัญหา ที่นักเรียนได้ทบทวน ความเชื่อมโยงของการวางแผน ดูความเป็นเหตุเป็นผล และลองทำตามที่วางแผนไว้แล้ว นำเสนอโดยใช้สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์แทนความคิดให้กับเพื่อน ในการอธิบายกระบวนการแก้ปัญหา ประกอบด้วย 2 ขั้นตอนย่อย ได้แก่</p>	4.80	0.45	มากที่สุด

ตาราง 8 (ต่อ)

หัวข้อการประเมิน	\bar{x}	S.D.	ระดับ ความเหมาะสม
<p>3.1 เปลี่ยนประโยคภาพเป็นประโยคสัญลักษณ์ ความเป็นเหตุเป็นผล เป็นขั้นตอนที่นักเรียนวางแผน ทบทวนหาเหตุผลมาประกอบวิธีการคิด นำเสนอด้วย วิธีการสื่อสารของตนเองและลงสรุปวิธีการคิด</p> <p>3.2 ปฏิบัติการแก้ปัญหาตามที่ได้วางแผน เป็น ขั้นตอนที่นักเรียนได้ทบทวนกระบวนการแก้ปัญหา โดยดู ความเชื่อมโยง ความเป็นเหตุเป็นผล</p>			
<p>4. ชั้น สะ ท่อน คิด การ ปฏิ บัติ อย่าง สมเหตุสมผล เป็นการจัดการเรียนรู้เพื่อให้นักเรียนได้รับ สถานการณ์ปัญหาเพิ่มเติมภายหลังจากที่ได้เรียนรู้การ สร้างความเข้าใจปัญหาผ่าน สื่อ สิ่งของจริงที่จับต้องได้ และมีการนิกรภาพเพื่อการวางแผนแก้ปัญหา และ ดำเนินการตามวิธีการที่คิดไว้ จากนั้นแลกเปลี่ยนเรียนรู้ กระบวนการแก้ปัญหาที่วางและได้ลองทำตามแผนที่วาง ไว้ได้อย่างสมเหตุสมผล เพื่อเป็นการตรวจสอบและ ปรับปรุง ร่วมกับผู้อื่น โดยใช้สัญลักษณ์ และสามารถ ยืนยันข้อสรุปร่วมกันกับเพื่อนได้อย่างสมเหตุสมผล ประกอบด้วย 1 ขั้นตอนย่อย ได้แก่</p> <p>4.1. แลกเปลี่ยนเรียนรู้ เป็นการแก้ปัญหาโดยใช้ ตัวแทน เป็นขั้นตอนที่กระตุ้นให้นักเรียนสะท้อนการ แก้ปัญหาผ่านโดยใช้ภาพความคิด การนิกรภาพ และนำ สื่อสารออกมาด้วยภาพโดยอาจเป็นภาพวาด ภาษาต่าง ๆ สัญลักษณ์ต่าง ๆ หรือภาพสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ ตามที่นักเรียนสามารถแสดงได้</p>	4.80	0.45	มากที่สุด

ตาราง 8 (ต่อ)

หัวข้อการประเมิน	\bar{x}	S.D.	ระดับ ความเหมาะสม
4.2. ยืนยันข้อสรุปความรู้ร่วมกัน เป็นขั้นตอนที่นักเรียน ได้มีการแลกเปลี่ยนเรียนรู้ และยืนยันข้อสรุปการ แก้ปัญหา สถานการณ์ ร่วมกันกับเพื่อนได้อย่างสมเหตุ สม และผลสรุปความรู้ที่ได้เรียนรู้ร่วมกับเพื่อนและครู			
4. พฤติกรรมครูและพฤติกรรมนักเรียนมีความ ชัดเจนและครบถ้วน			
ขั้นที่ 1 กำหนดสถานการณ์ปัญหา	4.80	0.45	มากที่สุด
ขั้นที่ 2 นึกภาพเป็นเรื่องราว	4.80	0.45	มากที่สุด
ขั้นที่ 3 สะท้อนด้วยตัวแทนที่หลากหลาย	4.80	0.45	มากที่สุด
ขั้นที่ 4 นำเสนอภาพความคิด	4.60	0.55	มากที่สุด
5. การวัดและประเมินผลรูปแบบการเรียนรู้	4.80	0.45	มากที่สุด
ภาพรวม	4.78	0.46	มากที่สุด

จากตาราง 8 พบว่า ผลการประเมินความเหมาะสมของรูปแบบการจัดการเรียนรู้โดย
วิธีการนึกรูปภาพเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงพีชคณิต ของนักเรียนระดับชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 มีค่าเฉลี่ย
ในภาพรวม 4.78 และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน มีค่า 0.46 ซึ่งอยู่ในระดับเหมาะสมมากที่สุด ทั้งนี้มี
ข้อเสนอแนะจากผู้เชี่ยวชาญ เพื่อให้เกิดขั้นตอนการจัดการเรียนรู้ให้เกิดความกระชับและไม่
ซับซ้อนทางผู้วิจัยจึงได้ปรับขั้นตอนการจัดการเรียนรู้ ดังนี้

ขั้นที่ 1 ขั้นกำหนดสถานการณ์ ครูนำเสนอสถานการณ์ปัญหาให้กับนักเรียนซึ่ง
เป็นสถานการณ์ปัญหาที่อยู่บนพื้นฐานของหลักสูตรคณิตศาสตร์ที่นักเรียนได้มีประสบการณ์
มาแล้ว และให้นักเรียนหาจุดเชื่อมโยงเพื่อหาคำตอบ ทั้งนี้สถานการณ์ปัญหาคงต้องมีระดับความ
ยากง่ายที่ต่อเนื่องกัน

1.1. เข้าใจสถานการณ์

1.2. กระตุ้นการนึกรูปภาพ (สื่อ ภาพ สัญลักษณ์)

ขั้นที่ 2 ขั้นนี้ภาพเป็นเรื่องราว จากขั้นที่ 1 ให้นักเรียนนำสิ่งต่าง ๆ รอบตัวมาใช้ เพื่อหาวิธีการแก้สถานการณ์ปัญหาโดยสร้างให้เป็นรูปธรรม (ในขั้นนี้ หากนักเรียนสามารถที่จะ ถ่ายทอดวิธีการนี้ภาพ เพื่อหาคำตอบ ออกมาได้เป็นการวาดภาพ ภาษาหรือการสื่อสารอื่น ๆ ตามความสามารถของนักเรียนก็สามารถทำได้)

2.1 วางแผนการแก้ปัญหาโดยการนี้ภาพ

2.2 สะท้อนคิดการแก้ปัญหาโดยการนี้ภาพ

ขั้นที่ 3 ขั้นเปลี่ยนภาพความคิดเป็นปฏิบัติ ครูส่งเสริมให้นักเรียนนี้ภาพ และ สื่อสารออกมาตามภาษาของนักเรียนเอง และนำมาพูดคุย สามารถบอกเหตุผลในการเลือก กระบวนการในการแก้สถานการณ์ปัญหา โดยมีผู้สอนคอยให้คำแนะนำและกระตุ้นการแก้ สถานการณ์

3.1 เปลี่ยนประโยคภาพเป็นประโยคสัญลักษณ์

3.2 ปฏิบัติการแก้ปัญหาตามที่ได้วางแผน

ขั้นที่ 4 ขั้นสะท้อนคิดการปฏิบัติอย่างสมเหตุสมผล นักเรียนนำกระบวนการใน การแก้สถานการณ์ปัญหา มาสะท้อนออกมาเป็นกระบวนการที่สื่อสารได้โดยใช้สัญลักษณ์ทาง คณิตศาสตร์ได้อย่างถูกต้อง เหมาะสมตามวัยของนักเรียน แลกเปลี่ยนความคิด และสามารถบอก เหตุผลในการเลือกกระบวนการในการแก้สถานการณ์ปัญหา กับนักเรียนคนอื่น ๆ

4.1 แลกเปลี่ยนเรียนรู้

4.2 ยืนยันข้อสรุปความรู้ร่วมกัน

ตอนที่ 4 ผลการศึกษาประสิทธิผลของรูปแบบการจัดการเรียนรู้โดยวิธีการนี้ภาพเพื่อ ส่งเสริมการคิดเชิงพีชคณิต ของนักเรียนระดับชั้นประถมศึกษาปีที่ 6

4.1 การวิเคราะห์คะแนนก่อนเรียนและหลังเรียนโดยใช้รูปแบบการจัดการเรียนรู้โดยวิธี การนี้ภาพเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงพีชคณิตกับกลุ่มตัวอย่าง ได้นำมาวิเคราะห์ ดังตาราง 9

ตาราง 9 ผลการวิเคราะห์คะแนนก่อนเรียนและหลังเรียนโดยใช้รูปแบบการจัดการเรียนรู้โดยวิธีการนี้ภาพเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงพีชคณิต ของนักเรียนระดับชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 กับกลุ่มตัวอย่าง ด้วยสถิติการวิเคราะห์แบบ Dependent (คะแนนเต็ม 32 คะแนน)

การคิดเชิงพีชคณิต	ค่าเฉลี่ย	จำนวน	เบี่ยงเบนมาตรฐาน	t	p-value
ก่อนเรียน	20.06	15	2.34	16.736*	.000
หลังเรียน	31.60	15	.83		

*p < .05

จากตาราง 9 พบว่า นักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ที่เป็นกลุ่มตัวอย่างที่ใช้รูปแบบการจัดการเรียนรู้โดยวิธีการนี้ภาพมีความสามารถในการคิดเชิงพีชคณิตหลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

ผลการวิเคราะห์ข้อมูลเชิงคุณภาพพบว่า การคิดเชิงพีชคณิตในแต่ละองค์ประกอบที่ 1 การแก้ปัญหา พบว่า ก่อนการทดลองใช้รูปแบบการจัดการเรียนรู้โดยวิธีการนี้ภาพมีความสามารถในการคิดเชิงพีชคณิต พบว่า นักเรียนร้อยละ 26.66 ของนักเรียนทั้งหมด ไม่สามารถแก้ปัญหาได้ผ่านตามเกณฑ์ร้อยละ 80 และหลังการทดลองใช้รูปแบบการจัดการเรียนรู้โดยวิธีการนี้ภาพมีความสามารถในการคิดเชิงพีชคณิต พบว่า นักเรียนร้อยละ 100 ของนักเรียนทั้งหมดสามารถแก้ปัญหาได้ผ่านตามเกณฑ์ร้อยละ 80 องค์ประกอบที่ 2 การใช้ตัวแทนและการนำเสนอ พบว่า ก่อนการทดลองใช้รูปแบบการจัดการเรียนรู้โดยวิธีการนี้ภาพมีความสามารถในการคิดเชิงพีชคณิต พบว่า นักเรียนร้อยละ 40.00 ของนักเรียนทั้งหมด ไม่สามารถการใช้ตัวแทนและการนำเสนอ ได้ผ่านตามเกณฑ์ร้อยละ 80 และหลังการทดลองใช้รูปแบบการจัดการเรียนรู้โดยวิธีการนี้ภาพมีความสามารถในการคิดเชิงพีชคณิต พบว่า นักเรียนร้อยละ 100 ของนักเรียนทั้งหมดสามารถการใช้ตัวแทนและการนำเสนอ ได้ผ่านตามเกณฑ์ร้อยละ 80 องค์ประกอบที่ 3 การให้เหตุผล พบว่า ก่อนการทดลองใช้รูปแบบการจัดการเรียนรู้โดยวิธีการนี้ภาพมีความสามารถในการคิดเชิงพีชคณิต พบว่า นักเรียนร้อยละ 60.00 ของนักเรียนทั้งหมด ไม่สามารถการใช้ตัวแทนและการนำเสนอ ได้ผ่านตามเกณฑ์ร้อยละ 80 และหลังการทดลองใช้รูปแบบการจัดการเรียนรู้โดยวิธีการนี้ภาพมีความสามารถในการคิดเชิงพีชคณิต พบว่า นักเรียนร้อยละ 100 ของนักเรียนทั้งหมด สามารถการใช้ตัวแทนและการนำเสนอ ได้ผ่านตามเกณฑ์ร้อยละ 80 สามารถเขียนสิ่งที่

สถานการณ์กำหนดให้ สิ่งที่นักเรียนต้องการหาเพื่อประกอบการหาคำตอบ และระบุสิ่งที่สถานการณ์กำหนด แต่อาจไม่ได้นำมาใช้ในการสร้างแนวคิด มีการเชื่อมโยงความรู้หรือข้อมูลที่ได้เพื่อกำหนดวิธีในการแก้สถานการณ์ปัญหา ระบุวิธีที่หลากหลาย และเลือกใช้วิธีแก้สถานการณ์ปัญหาที่เหมาะสม ลงมือปฏิบัติในการแก้สถานการณ์ปัญหาตามวิธีที่วางไว้ ตลอดจนนึกถึงความเป็นไปได้หรือความสมเหตุสมผลของคำตอบ

องค์ประกอบที่ 1 การแก้ปัญหา

ในปีนี้มีอายุเป็น $\frac{5}{8}$ ของอายุขวัญ กิ่งและฟ้ามีอายุเท่ากัน ซึ่งฟ้ามีอายุเป็น $\frac{1}{2}$ ของอายุน้ำ ถ้าปีนี้น้ำอายุ 20 ปี ขวัญจะมีอายุมากกว่าน้ำกี่ปี

วิเคราะห์สถานการณ์ปัญหา

1. จากสถานการณ์ที่กำหนดนักเรียนทราบอะไรบ้าง

อายุน้ำ = 20 ปี ฟ้ามีอายุเป็น $\frac{1}{2}$ ของอายุน้ำ ฟ้ามีอายุ = กิ่ง
 กิ่งอายุ $\frac{5}{8}$ ของขวัญ

2. ข้อมูลที่นักเรียนต้องหาเพิ่มเติม คืออะไร เพราะอะไร

อายุของน้ำ เพราะเราจะนำอายุของน้ำไปลบด้วยอายุของกิ่ง โดยอายุของกิ่งจะนำไปหาอายุขวัญได้ สุดท้าย เราจะนำอายุขวัญเทียบกับอายุน้ำเมื่อของขวัญมีอายุมากกว่าน้ำกี่ปี

นักเรียนเขียนสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบได้

ภาพประกอบ 4 การแก้ปัญหา ของนักเรียนคนที่ 1

นักเรียนมีการวางแผนการแก้สถานการณ์ปัญหาโดยการวาดภาพ

ภาพประกอบ 5 การแก้ปัญหา ของนักเรียนคนที่ 2

วิธีการแก้สถานการณ์

นักเรียนแสดงวิธีทำเป็นโดยใช้สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ และมีการตรวจคำตอบ

วิธีทำ $20 - [12\frac{4}{5} - \frac{5}{8}(12\frac{4}{5})] = 20 - (12\frac{4}{5} - 6)$

$= 15\frac{1}{5}$

ตอบ $15\frac{1}{5}$

ตรวจ $20 - [12\frac{4}{5} - \frac{5}{8}(12\frac{4}{5})] - 15\frac{1}{5} = 0$

ภาพประกอบ 6 การแก้ปัญหา ของนักเรียนคนที่ 3

องค์ประกอบที่ 2 การใช้ตัวแทนและการนำเสนอ

นักเรียนสามารถใช้สัญลักษณ์ หรือตัวแทนต่าง ๆ ในการนำเสนอวิธีการคิดได้

เนื้อ $30\frac{1}{2}$

สุก 4 คน x $25\frac{7}{10}$

ขาย $4\frac{4}{5}$ $30\frac{1}{2}$

$$30\frac{1}{2} - 4\frac{4}{5} = 30\frac{5}{10} - 4\frac{8}{10}$$

$$= 29\frac{15}{10} - 4\frac{8}{10}$$

$$= 25\frac{7}{10}$$

ที่เนื้อถูกกิน

$$25\frac{7}{10} - 1\frac{1}{2} = 25\frac{7}{10} - 1\frac{5}{10}$$

$$= 17\frac{2}{10}$$

$$x = 17\frac{1}{5}$$

$$17\frac{1}{5} = \frac{86}{5} + \frac{4}{1}$$

$$= \frac{86}{5} + \frac{4}{5}$$

$$= \frac{90}{5}$$

$$= 18$$

ภาพประกอบ 7 การใช้ตัวแทนและการนำเสนอ ของนักเรียนคนที่ 1

แบ่งไม้จิ้มฟัน 4 คน

ทั้งหมด $30\frac{1}{2}$

หายไป

นักเรียนสามารถใช้สัญลักษณ์ หรือ ตัวแทนต่าง ๆ ในการนำเสนอวิธีการคิดได้

$$\frac{24 \times 2 + 17 \times 5}{5 \times 2} = \frac{48 + 85}{10} = \frac{133}{10}$$

$$30\frac{1}{2} - \frac{133}{10} = \frac{61 \times 5 - 133}{2 \times 5 \times 10} = \frac{305 - 133}{10} = \frac{172}{10} = 4\frac{3}{5}$$

4.3 หรือ $4\frac{3}{5}$

ภาพประกอบ 8 การใช้ตัวแทนและการนำเสนอ ของนักเรียนคนที่ 2

องค์ประกอบที่ 3 การใช้ตัวแทนและการนำเสนอ

ประโยคสัญลักษณ์ $(30\frac{1}{2} - (4\frac{4}{5} + 9\frac{1}{2})) \times \frac{1}{4} = \square$

วิธีการแก้สถานการณ์

$$4\frac{4}{5} + 9\frac{1}{2} = 4\frac{8}{10} + 9\frac{5}{10} = \frac{17}{10} + \frac{19}{2} = \frac{17}{10} + \frac{19 \times 5}{2 \times 5} = \frac{17}{10} + \frac{95}{10} = \frac{112}{10} = 11\frac{2}{5}$$

$$30\frac{1}{2} - 11\frac{2}{5} = 30\frac{5}{10} - 11\frac{4}{10} = \frac{305}{10} - \frac{114}{10} = \frac{191}{10} = 19\frac{1}{10}$$

$$19\frac{1}{10} \times \frac{1}{4} = \frac{191}{10} \times \frac{1}{4} = \frac{191}{40} = 4\frac{31}{40}$$

คำตอบ $4\frac{31}{40}$

นักเรียนสามารถหาข้อสรุปจากการวิเคราะห์สถานการณ์ได้

ภาพประกอบ 9 การใช้ตัวแทนและการนำเสนอ ของนักเรียนคนที่ 1

4.2 ผลการวิเคราะห์ความพึงพอใจที่มีต่อการจัดการเรียนรู้โดยวิธีการนี้ภาพเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงพีชคณิตของนักเรียนระดับชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ดังตาราง 10

ตาราง 10 ผลการวิเคราะห์ความพึงพอใจที่มีต่อการจัดการเรียนรู้โดยวิธีการนี้ภาพเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงพีชคณิตของนักเรียนระดับชั้นประถมศึกษาปีที่ 6

	ประเด็น	\bar{x}	S.D.	ระดับความเหมาะสม
ด้านเนื้อหา				
1	เนื้อหาน่าสนใจ	4.00	0.65	มาก
2	เนื้อหาไม่ยากจนเกินไป	4.06	0.59	มาก
3	สามารถนำไปใช้ได้ในชีวิตประจำวันได้	4.20	0.77	มาก
4	การจัดลำดับของเนื้อหา ทำให้เข้าใจบทเรียนได้ง่าย	4.20	0.77	มาก
5	เนื้อหามีความเหมาะสมกับระยะเวลาเรียน	4.06	0.70	มาก
6	สามารถแก้สถานการณ์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และให้เหตุผลในการเลือกวิธีการแก้ปัญหาได้ดีขึ้น	4.40	0.63	มาก
7	เนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ที่สอนมีประโยชน์ในการประกอบอาชีพในอนาคต	4.86	0.35	มากที่สุด
ภาพรวมด้านเนื้อหา		4.25	0.63	มาก
ด้านรูปแบบการเรียนรู้				
1	บรรยากาศการจัดการเรียนรู้มีความเป็นกันเอง และสนุกสนาน	4.40	0.63	มาก
2	รูปแบบการเรียนรู้ที่จัดขึ้น ได้ความรู้ควบคู่ไปกับความสนุกสนาน	4.53	0.51	มากที่สุด
3	สามารถนำประสบการณ์ที่ได้จากการเรียนรู้มาค้นหาคำตอบ ทำให้เกิดความกระตือรือร้นในการเรียนทุกครั้ง	4.26	0.96	มาก

ตาราง 10 (ต่อ)

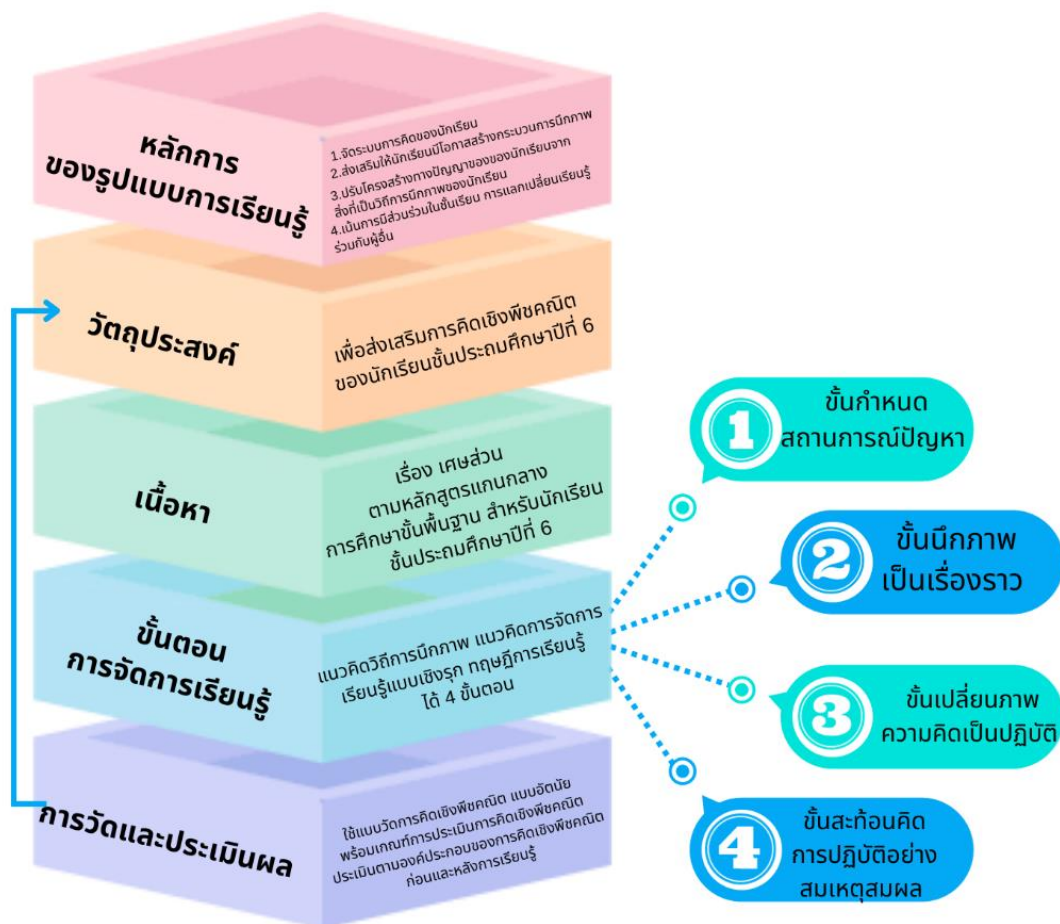
	ประเด็น	\bar{x}	S.D.	ระดับความเหมาะสม
4	รูปแบบการเรียนรู้ฝึกให้รู้จักคิด วิเคราะห์ วางแผน เป็นขั้นตอนในการแก้ปัญหาและใช้รูปภาพ สัญลักษณ์แทนวิธีการ	4.46	0.63	มาก
5	ได้มีส่วนร่วมในกิจกรรม อาทิ ได้แลกเปลี่ยนความรู้ กับเพื่อน เป็นต้น	4.86	0.35	มากที่สุด
6	รูปแบบการเรียนรู้ทำให้ได้นำประสบการณ์ความรู้ เดิมใช้ในการลงมือ วางแผน ปฏิบัติตามขั้นตอน เพื่อหาวิธีการแก้สถานการณ์ได้ด้วยตนเอง	4.26	0.88	มาก
7	รูปแบบการเรียนรู้ทำให้เกิดทักษะในการทำ ความเข้าใจโจทย์ปัญหา วางแผน ใช้รูปภาพ สัญลักษณ์ ต่าง ๆ และ ให้เหตุผลเพื่อสนับสนุนข้อสรุปในการ แก้ปัญหาของตนเอง	4.60	0.50	มากที่สุด
8	การเรียนรู้คณิตศาสตร์รูปแบบนี้ ทำให้ได้พัฒนาการ เรียนรู้ จากวิธีหาคำตอบที่หลากหลาย การใช้สัญลักษณ์ การนำเสนอ ข้อสรุปวิธีการคิดของตนเอง	4.60	0.50	มากที่สุด
9	การเรียนรู้การใช้สัญลักษณ์ ตัวแทนต่าง ๆ ในการแก้ สถานการณ์ที่ได้รับ ทำให้พยายามแก้ปัญหาที่ หลากหลายวิธีขึ้น	4.33	0.72	มาก
10	การเรียนรู้คณิตศาสตร์ในรูปแบบที่จัดขึ้นเป็น ประโยชน์ต่อชีวิตประจำวัน	4.53	0.63	มากที่สุด
11	มีโอกาสได้ฟัง แลกเปลี่ยน และพูดแสดงความคิดเห็น ของตนเองอย่างหลากหลาย ทำให้หาข้อสรุปในการ เลือกรูปวิธีการแก้ปัญหาได้	4.46	0.63	มาก
12	มั่นใจตนเองมากขึ้นในการแก้สถานการณ์	4.33	0.48	มาก

ตาราง 10 (ต่อ)

	ประเด็น	\bar{x}	S.D.	ระดับความเหมาะสม
13	รู้สึกสนุกสนาน / มีความสุขในการเรียนวิชานี้ร่วมกับเพื่อนๆ และผู้สอน	4.33	0.61	มาก
14	ชอบทำกิจกรรมการเรียนรู้ที่จัดให้ทำร่วมกับเพื่อนในชั้นเรียน	4.60	0.63	มากที่สุด
	ภาพรวมด้านรูปแบบการเรียนรู้	4.39	0.62	มาก
	ด้านสื่อ อุปกรณ์			
1	สื่อมีความหลากหลาย น่าสนใจ	4.33	0.89	มาก
2	สื่อช่วยให้สามารถแก้สถานการณ์ได้มากขึ้น	4.53	0.51	มากที่สุด
3	ชอบให้ครูนำสื่อมาให้ด้วย	4.66	0.48	มากที่สุด
4	คิดว่าสื่อมีความสำคัญต่อการเรียนรู้	4.86	0.51	มากที่สุด
5	สื่อทำให้เข้าใจเนื้อหาคณิตศาสตร์ได้ง่ายขึ้น	4.53	0.63	มากที่สุด
	ภาพรวมด้านสื่อ อุปกรณ์	4.42	0.62	มาก
	ภาพรวมทุกด้าน	4.58	0.64	มากที่สุด

จากตารางที่ 10 การวิเคราะห์ความพึงพอใจที่มีต่อการจัดการเรียนรู้โดยวิธีการนี้ ภาพเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงพีชคณิตของนักเรียนระดับชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 พบว่า นักเรียนมีความพึงพอใจในภาพรวมหลังจากเรียน อยู่ในระดับมากที่สุด มีค่าเฉลี่ยเท่ากับ 4.58 และค่าเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 0.64 แบ่งออกเป็นด้านเนื้อหา อยู่ในระดับมาก มีค่าเฉลี่ยเท่ากับ 4.25 และค่าเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 0.63 ด้านรูปแบบการเรียนรู้ อยู่ในระดับมาก มีค่าเฉลี่ยเท่ากับ 4.39 และค่าเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 0.62 โดยด้านสื่อและอุปกรณ์มีค่าเฉลี่ยรายด้านมาก มีค่าเฉลี่ยเท่ากับ 4.42 และค่าเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 0.62 และข้อที่มีค่าเฉลี่ยน้อยสุดคือ เมื่อพิจารณาความพึงพอใจรายข้อในแต่ละด้าน พบว่า “เนื้อหาที่น่าสนใจ” มีค่าเฉลี่ยน้อยสุด เท่ากับ 4.00 และข้อที่ “ไม่คิดว่าสื่อมีความสำคัญต่อการเรียนรู้” “เนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ที่สอนไม่มีประโยชน์ในการประกอบอาชีพในอนาคต” และ “ไม่เคยได้มีส่วนร่วมในกิจกรรม อาทิ ไม่เคยได้แลกเปลี่ยนความรู้กับเพื่อน เป็นต้น” มีค่าเฉลี่ยมากที่สุดเท่ากับ 4.86

รูปแบบการจัดการเรียนรู้โดยวิธีการนิกภาพเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงพีชคณิต ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ที่สมบูรณพร้อมนำไปเผยแพร่ ดังภาพประกอบ 10



ภาพประกอบ 10 รูปแบบการจัดการเรียนรู้โดยวิธีการนิกภาพเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงพีชคณิต ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6

บทที่ 5

สรุปผล อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ

การวิจัยเรื่องการพัฒนา รูปแบบการจัดการเรียนรู้โดยวิธีการนิกภาพ เพื่อส่งเสริมการคิดเชิงพีชคณิตของนักเรียนประถมศึกษาปีที่ 6 ผู้วิจัยสามารถ สรุปผล อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ ด้วยการกล่าวถึงสาระในหัวข้อต่าง ๆ ดังต่อไปนี้

วัตถุประสงค์การวิจัย

งานวิจัยนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อพัฒนา รูปแบบการจัดการเรียนรู้โดยวิธีการนิกภาพ เพื่อส่งเสริมการคิดเชิงพีชคณิตของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 โดยมีวัตถุประสงค์ย่อยดังนี้

1. เพื่อศึกษาองค์ประกอบและตัวบ่งชี้การคิดเชิงพีชคณิตของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6
2. เพื่อพัฒนา รูปแบบการจัดการเรียนรู้โดยวิธีการนิกภาพ เพื่อส่งเสริมการคิดเชิงพีชคณิต ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6
3. เพื่อศึกษาประสิทธิภาพของรูปแบบการจัดการเรียนรู้โดยวิธีการนิกภาพ เพื่อส่งเสริมการคิดเชิงพีชคณิต ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6
4. เพื่อศึกษาประสิทธิผลของรูปแบบการจัดการเรียนรู้โดยวิธีการนิกภาพ เพื่อส่งเสริมการคิดเชิงพีชคณิต ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ดังนี้
 - 4.1 การคิดเชิงพีชคณิต ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6
 - 4.2 ความพึงพอใจที่มีต่อการจัดการเรียนรู้โดยวิธีการนิกภาพ เพื่อส่งเสริมการคิดเชิงพีชคณิต ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6

วิธีการดำเนินการวิจัย

การดำเนินการวิจัย ผู้วิจัยได้ดำเนินการในกระบวนการวิจัยและพัฒนา (Research and Development) ด้วยกระบวนการพัฒนา รูปแบบการจัดการเรียนรู้โดยวิธีการนิกภาพ เพื่อส่งเสริมการคิดเชิงพีชคณิตของนักเรียนประถมศึกษาปีที่ 6 ตาม ADDIE Model ที่มีอยู่ 5 ขั้นตอนดังนี้

ขั้นตอนที่ 1 A: Analysis วิเคราะห์ข้อมูลพื้นฐาน เป็นการศึกษาแนวคิดทฤษฎีและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการคิดเชิงพีชคณิตของนักเรียนระดับชั้นประถมศึกษา เพื่อสังเคราะห์องค์ประกอบและตัวบ่งชี้การคิดเชิงพีชคณิต

ขั้นตอนที่ 2 D: Design ออกแบบยกร่างรูปแบบการจัดการเรียนรู้โดยวิธีการนี้ภาพ เพื่อส่งเสริมการคิดเชิงพีชคณิตของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ตามองค์ประกอบและตัวบ่งชี้ การคิดเชิงพีชคณิตจากขั้นตอนที่ 1

ขั้นตอนที่ 3 D: Develop พัฒนาร่างรูปแบบการจัดการเรียนรู้โดยวิธีการนี้ภาพเพื่อ ส่งเสริมการคิดเชิงพีชคณิตของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 เครื่องมือในการจัดการเรียนรู้ หา ประสิทธิภาพของร่างรูปแบบการจัดการเรียนรู้โดยวิธีการนี้ภาพเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงพีชคณิต ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 และทดลองนำร่อง กับประชากรที่ไม่ใช่กลุ่มตัวอย่าง และนำผล ที่ได้จากการทดลองไปปรับปรุงแก้ไขร่างรูปแบบที่พัฒนาขึ้นมา ก่อนที่จะนำไปทดลองใช้จริงกับ กลุ่มตัวอย่าง

ขั้นตอนที่ 4 I: Implement ทดลองใช้ เป็นการนำรูปแบบการจัดการเรียนรู้โดยวิธีการ นี้ภาพที่มีประสิทธิภาพไปทดลองกับนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง โดยดำเนินการจัดการเรียนรู้ ตามลำดับขั้นตอนที่ได้พัฒนาขึ้นมาอย่างมีระบบ เพื่อหาประสิทธิผลของรูปแบบการจัดการเรียนรู้ โดยวิธีการนี้ภาพเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงพีชคณิตของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6

ขั้นตอนที่ 5 E: Evaluate ประเมินผล เป็นการประเมินประสิทธิผลของการใช้รูปแบบ การจัดการเรียนรู้โดยวิธีการนี้ภาพเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงพีชคณิตของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปี ที่ 6 ประกอบด้วย

5.1 การคิดเชิงพีชคณิต

5.2 ความพึงพอใจที่มีต่อการจัดการเรียนรู้ตามรูปแบบการจัดการเรียนรู้โดยวิธีการ นี้ภาพเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงพีชคณิต ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 นำการประเมินผลที่ ได้มาปรับปรุงเพื่อให้ได้รูปแบบการจัดการเรียนรู้โดยวิธีการนี้ภาพเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงพีชคณิต ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ฉบับสมบูรณ์ พร้อมนำไปเผยแพร่

สรุปผลการวิจัย

จากการดำเนินการวิจัย ผู้วิจัยสามารถสรุปผลการวิจัยได้ดังนี้

1. องค์ประกอบและตัวบ่งชี้การคิดเชิงพีชคณิตของนักเรียนประถมศึกษาปีที่ 6 ที่มี ความเหมาะสม ประกอบด้วย 3 องค์ประกอบ จำนวน 8 ตัวบ่งชี้ ดังนี้

องค์ประกอบที่ 1 การแก้ปัญหา เป็นกระบวนการที่นักเรียนหาวิธีการเพื่อให้ได้มา ซึ่งคำตอบของปัญหานักเรียนจะต้องประยุกต์ใช้ความรู้ ขั้นตอน/กระบวนการแก้ปัญหา และ ประสบการณ์ที่มีอยู่มาผสมผสานกับข้อมูลต่าง ๆ ที่กำหนดในปัญหา เพื่อกำหนดวิธีการหาคำตอบ ของปัญหาทางพีชคณิตเกี่ยวกับ การบวก การลบ การคูณ และการหาร ประกอบด้วยตัวบ่งชี้ที่

สำคัญ 4 ประการ ได้แก่ 1) เข้าใจปัญหา หมายถึง การที่นักเรียนพิจารณาสถานการณ์ แล้วสามารถบอกรายละเอียดที่โจทย์ต้องการจะถามได้ 2) วางแผนแก้ปัญหา หมายถึง การที่นักเรียนสามารถวางแผนการแก้โจทย์ปัญหาด้วยกระบวนการที่หลากหลาย และสามารถบอกวิธีการแก้โจทย์ปัญหาด้วยการเขียนออกมาเป็นรูปแบบสัญลักษณ์ 3) ปฏิบัติตามแผน หมายถึง การที่นักเรียนลงมือแก้โจทย์ปัญหาโดยคำนวณหาคำตอบและแสดงวิธีทำได้อย่างถูกต้องและเหมาะสม 4) สะท้อนคิดเพื่อตรวจสอบ หมายถึง การที่นักเรียนสามารถตรวจสอบความสมเหตุสมผลของคำตอบ วิเคราะห์ความเป็นไปได้ของวิธีการอื่น ๆ

องค์ประกอบที่ 2 การใช้ตัวแทนและการนำเสนอ เป็นกระบวนการที่นักเรียนใช้องค์ความรู้ด้านพีชคณิตนำเสนอโดยผ่านรูปแบบที่หลากหลาย ประกอบด้วยตัวบ่งชี้ที่สำคัญ 2 ประการ ดังนี้ ใช้ตัวแทน หมายถึง การที่นักเรียนสามารถเลือกใช้ตัวแทนหรือสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์นำเสนอการแก้ปัญหา เช่น ตัวเลข เครื่องหมายต่าง ๆ ได้อย่างถูกต้องและเหมาะสม 2) นำเสนอตัวแทนความคิด หมายถึง การที่นักเรียนสามารถนำเสนอกระบวนการคิด การแก้ปัญหาผ่านตัวแทนต่าง ๆ เพื่อสรุปความคิดได้อย่างถูกต้องและเหมาะสม

องค์ประกอบที่ 3 การให้เหตุผล เป็นกระบวนการที่นักเรียนอธิบายหรือแสดงหลักฐานในการหาข้อสรุปของโจทย์ปัญหาที่สร้างขึ้นจากความคิดและถ่ายทอดออกมาในรูปแบบของภาษาของนักเรียนหรือสัญลักษณ์ทางพีชคณิตได้ ประกอบด้วยตัวบ่งชี้ที่สำคัญ 2 ประการ ดังนี้ 1) ให้เหตุผลที่เกิดจากการวิเคราะห์สถานการณ์ หมายถึง การที่นักเรียนสามารถสามารถอธิบายและให้เหตุผลจากสถานการณ์ที่กำหนดให้ได้ถูกต้องและเหมาะสม 2) สร้างข้อสรุป หมายถึง การที่นักเรียนสามารถสร้างข้อสรุปเป็นความคิดของตนเองในรูปแบบภาษาหรือสัญลักษณ์จากการวิเคราะห์สถานการณ์ที่กำหนดให้ได้ถูกต้องและเหมาะสม

2. ผลการศึกษาประสิทธิภาพรูปแบบการจัดการเรียนรู้โดยวิธีการนี้ภาพเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงพีชคณิต ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6

พบว่า ประสิทธิภาพรูปแบบการจัดการเรียนรู้โดยวิธีการนี้ภาพเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงพีชคณิต ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ทำให้นักเรียนมีการคิดเชิงพีชคณิตเพิ่มมากขึ้น กล่าวคือ ผลการนำร่องเพื่อหาประสิทธิภาพรูปแบบการจัดการเรียนรู้โดยวิธีการนี้ภาพของความสามารถในการคิดเชิงพีชคณิตของนักเรียนระดับประถมศึกษาปีที่ 6 ที่ไม่ใช่กลุ่มตัวอย่าง พบว่าความสามารถในการคิดเชิงพีชคณิตหลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

3. ผลการศึกษาประสิทธิผลของรูปแบบการจัดการเรียนรู้โดยวิธีการนี้ภาพเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงพีชคณิต ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ดังนี้

3.1 การคิดเชิงพีชคณิต ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6

พบว่า ประสิทธิภาพรูปแบบการจัดการเรียนรู้โดยวิธีการนี้ภาพเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงพีชคณิต ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ทำให้นักเรียนมีการคิดเชิงพีชคณิตเพิ่มมากขึ้น กล่าวคือ ผลการนำไปเพื่อหาประสิทธิภาพรูปแบบการจัดการเรียนรู้โดยวิธีการนี้ภาพของความสามารถในการคิดเชิงพีชคณิตของนักเรียนระดับประถมศึกษาปีที่ 6 ที่เป็นกลุ่มตัวอย่าง พบว่าความสามารถในการคิดเชิงพีชคณิตหลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

3.2 ความพึงพอใจที่มีต่อการจัดการเรียนรู้โดยวิธีการนี้ภาพเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงพีชคณิต ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6

พบว่า ความพึงพอใจที่มีต่อการจัดการเรียนรู้โดยวิธีการนี้ภาพเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงพีชคณิตของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 พบว่า นักเรียนมีความพึงพอใจในภาพรวมหลังจากเรียน อยู่ในระดับมากที่สุด มีค่าเฉลี่ยเท่ากับ 4.58 และค่าเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 0.64 แบ่งออกเป็นด้านเนื้อหา อยู่ในระดับมาก มีค่าเฉลี่ยเท่ากับ 4.25 และค่าเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 0.63 ด้านรูปแบบการเรียนรู้ อยู่ในระดับมาก มีค่าเฉลี่ยเท่ากับ 4.39 และค่าเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 0.62 โดยด้านสื่อและอุปกรณ์มีค่าเฉลี่ยรายด้านมาก มีค่าเฉลี่ยเท่ากับ 4.42 และค่าเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 0.62 และข้อที่มีค่าเฉลี่ยน้อยสุดคือ เมื่อพิจารณาความพึงพอใจรายข้อในแต่ละด้าน พบว่า “เนื้อหาที่น่าสนใจ” มีค่าเฉลี่ยน้อยสุด เท่ากับ 4.00 และข้อที่ “ไม่คิดว่าสื่อมีความสำคัญต่อการเรียนรู้” “เนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ที่สอนไม่มีประโยชน์ในการประกอบอาชีพในอนาคต” และ “ไม่เคยได้มีส่วนร่วมในกิจกรรม อาทิ ไม่เคยได้แลกเปลี่ยนความรู้กับเพื่อน เป็นต้น” มีค่าเฉลี่ยมากที่สุดเท่ากับ 4.86

อภิปรายผล

จากการสรุปผลการวิจัย ผู้วิจัยสามารถอภิปรายผลการวิจัยในแต่ละประเด็นได้ดังต่อไปนี้

1. จากผลการวิจัยที่พบว่า องค์ประกอบและตัวบ่งชี้การคิดเชิงพีชคณิตของนักเรียนประถมศึกษาปีที่ 6 ที่มีความเหมาะสม ประกอบด้วย 3 องค์ประกอบ จำนวน 8 ตัวบ่งชี้ ผู้วิจัยสามารถอภิปรายผลในแต่ละองค์ประกอบได้ดังนี้

1.1 องค์ประกอบที่ 1 การแก้ปัญหา ถือเป็นองค์ประกอบหนึ่งของการคิดเชิงพีชคณิตของนักเรียนประถมศึกษาปีที่ 6 ซึ่งประกอบด้วย 4 ตัวบ่งชี้ คือ 1) เข้าใจปัญหา 2)

วางแผนแก้ปัญหา 3) ปฏิบัติตามแผน 4) สะท้อนคิดเพื่อตรวจสอบ สาเหตุที่เป็นเช่นนี้ อาจเนื่องมาจากการแก้ปัญหานั้นนับว่าเป็นปัจจัยหลักของการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ จึงเป็นองค์ประกอบใหญ่ในการคิดเชิงพีชคณิต ทำให้มีตัวบ่งชี้มากถึง 4 ตัวบ่งชี้ ซึ่งทุกตัวบ่งชี้เป็นการเชื่อมโยงขั้นตอนต่าง ๆ เพื่อนำไปสู่การแก้ปัญหา ซึ่งสอดคล้องกับเทคนิควิธีสอนแก้โจทย์ปัญหา 4 ขั้นตอนของโพลยา (Polya's Four - Stage Method) (Polya, 2004) ดังนี้ ขั้นที่ 1 ทำความเข้าใจโจทย์ (Understanding the problem) ขั้นที่ 2 วางแผนแก้ปัญหา (Devising a plan) ขั้นที่ 3 ปฏิบัติตามแผน (Carrying out the plan) ขั้นที่ 4 ตรวจสอบ (Looking back) สอดคล้องกับ ทิศนา แชมมณี (2556) ที่กล่าวโดยสรุปว่า ขั้นตอนในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์มีดังนี้ 1) การสังเกต ให้นักเรียนได้ศึกษาข้อมูล รับรู้ถึงข้อมูล ทำความเข้าใจในปัญหาจนสามารถสรุปและตระหนักในปัญหานั้น 2) การวิเคราะห์ ให้นักเรียนในชั้นเรียนได้อภิปราย หรือแสดงความคิดเห็น เพื่อแยกแยะประเด็นปัญหา สาเหตุ และลำดับความสำคัญของปัญหา 3) สร้างทางเลือก โดยผู้เรียนสามารถสร้างทางเลือกในการแก้ปัญหาย่างหลากหลาย ซึ่งอาจจะมีทั้งทดลอง การค้นคว้า ตรวจสอบ เพื่อเป็นข้อมูลประกอบในกาดำเนินงานกิจกรรมกลุ่ม และรวมถึงควรกำหนดหน้าที่ในการทำงานให้แก่ผู้เรียนด้วย 4) เก็บข้อมูลประเมินทางเลือก เป็นขั้นตอนที่ผู้เรียนปฏิบัติตามแผนงานและบันทึกข้อมูลจากการปฏิบัติงานเพื่อรายงาน และนำสู่การตรวจสอบความถูกต้องของทางเลือก 5) สรุปผู้เรียนสรุปความด้วยตนเอง ซึ่งอาจทำในรูปของรายงาน ทั้งนี้ขนาด เชื้อสุวรรณทวี (2542) กล่าวถึง กระบวนการคิดแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ประกอบด้วย 3 ขั้นตอน ดังนี้ขั้นที่ 1 วิเคราะห์ปัญหา ทำความเข้าใจปัญหา โดยอาศัยทักษะการแปลความหมาย การวิเคราะห์ข้อมูล โจทย์ถามอะไรและให้ข้อมูลอะไรมาบ้าง จำแนกแยกแยะสิ่งที่เกี่ยวข้องกับปัญหาและสิ่งที่ไม่เกี่ยวข้องกับปัญหาให้แยกออกจากกัน ขั้นที่ 2 การวางแผนการแก้ปัญหา สมมติสัญลักษณ์อย่างไร จะต้องหาว่าข้อมูลต่างๆ เกี่ยวข้องสัมพันธ์กันอย่างไร สิ่งที่ไม่รู้เกี่ยวข้องกับสิ่งที่รู้แล้วอย่างไร หาวิธีการแก้ปัญหาโดยนำกฎเกณฑ์ หลักการ ทฤษฎีต่างๆ ประกอบกับข้อมูลที่มีอยู่แล้วเสนอออกมาในรูปของวิธีการ ขั้นที่ 3 การคิดคำนวณหาคำตอบที่ถูกต้อง เป็นขั้นที่ต้องคิดคำนวณแก้สมการคิดหาคำตอบที่ถูกต้องสมบูรณ์ที่สุดของปัญหา โดยวิธีการตามแผนที่วางไว้ จะต้องรู้จักวิธีการคำนวณที่เหมาะสมตลอดจนตรวจสอบวิธีการและคำตอบด้วย ครูผู้สอนสามารถกระตุ้นให้นักเรียนคิดทางพีชคณิตมากกว่าที่จะโน้มน้าวให้พวกเขาใช้เฉพาะกลยุทธ์หรือขั้นตอนเป็นผ่านการอภิปรายในระหว่างกระบวนการแก้ปัญหาที่ความคิดเกี่ยวกับในการคิดเชิงพีชคณิต และสามารถพัฒนามุมมองเชิงพีชคณิตของคณิตศาสตร์ได้การส่งเสริมให้นักเรียนได้ตรวจสอบและแบ่งปันประสบการณ์ของตนสามารถช่วยในการนักเรียนพัฒนาวิธีคิดที่แตกต่างกันเกี่ยวกับปัญหา(ขนาด เชื้อสุวรรณ

ทวิ, 2542) ซึ่งสอดคล้องกับผลการวิจัยของ พัชรินทร์ ทิตะยา (2562) ที่ศึกษาเรื่องการพัฒนาความสามารถแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์โดยใช้กระบวนการแก้ปัญหของโพลยา ร่วมกับการเรียนรู้แบบร่วมมือ TAI ของนักเรียนประถมศึกษาปีที่ 6 พบว่า ผลการพัฒนาความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ โดยใช้กระบวนการแก้ปัญหของโพลยา ร่วมกับการเรียนรู้แบบร่วมมือ TAI นักเรียนทุกคน มีคะแนนไม่ต่ำกว่าร้อยละ 80 (พัชรินทร์ ทิตะยา, 2562) ในขณะที่ณัฐพล เลิศนัน (2560) ได้ศึกษายุทธวิธีในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์หนึ่งขั้นตอนที่ เกี่ยวกับการบวก การลบ การคูณและการหารของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 , 5 และ 6 ผลการวิจัยพบว่า ยุทธวิธีในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์หนึ่งขั้นตอนที่เกี่ยวกับการบวกการลบ การคูณและการหารของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 , และ 6 เรียงตามลำดับความถี่จากมากไปหาน้อยเป็นดังนี้คือ การวาดรูปประกอบ การเดาและตรวจสอบคำตอบ, การแจกแจงกรณีที่เป็นไปได้ และการคิดย้อนกลับ (ณัฐพล เลิศนัน, 2562)

1.2 องค์ประกอบที่ 2 การใช้ตัวแทนและการนำเสนอ ถือเป็นองค์ประกอบหนึ่งของการคิดเชิงพีชคณิตของนักเรียนประถมศึกษาปีที่ 6 ซึ่งประกอบด้วย 2 ตัวบ่งชี้ คือ 1) ใช้ตัวแทน 2) นำเสนอตัวแทนความคิด สาเหตุที่เป็นเช่นนี้ อาจเนื่องมาจาก การใช้ตัวแทนและการนำเสนอ นับเป็นการสื่อสารจากความคิดภายในมาสู่ภายนอกเพื่อให้ผู้อื่นได้เข้าใจในความคิดของตนเอง โดยใช้ตัวแทน สัญลักษณ์ รูปภาพ การอธิบาย หรือสิ่งใดใด ที่จะช่วยให้ผู้อื่นเข้าใจในความคิดของตนเอง สอดคล้องกับ Goldin & Kaput (1996: 397-430) ได้แบ่งประเภทของตัวแทนคณิตศาสตร์ เป็น 2 ประเภทคือ 1. ตัวแทนภายนอก (External Representations) คือ สิ่งที่เกิดขึ้นได้ง่าย เช่น ข้อความ รูป กราฟ ตาราง ประโยชน์สัญลักษณ์ เป็นต้น 2. ตัวแทนภายใน (Internal Representations) คือ สิ่งที่อยู่ในสมองของนักเรียน ซึ่งไม่สามารถที่จะวัดหรือสังเกตได้โดยตรง รวมถึงยากที่จะให้ผู้อื่นเข้าใจ ต้องสังเกตจากการใช้ตัวแทนภายนอก หรือพฤติกรรม ภายนอกที่วัดได้ เช่น คำพูด หรือสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ และ Mayes & Robert (1998: 87) Janvier (1987: 93) ได้กล่าวถึงประเภทของตัวแทนทางคณิตศาสตร์ได้แก่ 1. ตัวแทนภาษา (Verbal Representation) คือ ข้อความที่ใช้ภาษาพูดหรือการอธิบาย ความสัมพันธ์ ระหว่างสิ่งสองสิ่งที่เกี่ยวข้องกัน 2. ตัวแทนจำนวน (Numeric Representation) คือ ตัวเลข คู่อันดับ และตาราง 3. ตัวแทนรูปภาพ (Geometric Representation) คือ แผนภาพ แผนภูมิแท่ง และกราฟ 4. ตัวแทนพีชคณิต (Algebraic Representation) คือ ตัวแปร สูตร สมการ ซึ่งสอดคล้องกับบทความ (กุลนิดา ปลื้มปิติวิริยะเวช, 2562: 86-107) การพัฒนากระบวนการเรียนการสอนตามแนวคิดการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ และแนวคิดการเสริมต่อการเรียนรู้ เพื่อส่งเสริมความสามารถในการ

แก้ปัญหาและการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้น ผลวิจัยพบว่า

1. กระบวนการเรียนการสอนที่พัฒนาขึ้น ประกอบด้วย 5 ขั้นตอน คือ 1) การนำเสนอปัญหาเพื่อสร้างความสนใจ 2) การกำหนดเป้าหมายและการสร้างแบบจำลอง 3) การดำเนินการแก้ปัญหาและอ้างอิงผลลัพธ์สู่บริบทในโลกแห่งความจริง 4) การประเมินแบบจำลองและการตรวจสอบความถูกต้องของแบบจำลอง 5) การขยายความคิดสู่สถานการณ์ใหม่
2. หลังการทดลอง นักเรียนกลุ่มทดลองมีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และมีความสามารถในการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ สูงกว่ากลุ่มควบคุมอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 (กุลนิดา ปลื้มปีติวิริยะเวช 2562) และงานวิจัยของวีรพล เทพบรรหาร (2560) ผลการใช้ตัวแทนทางความคิดและตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ร่วมกับแนวคิดการสอนแนะให้รู้คิดที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผลและความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาตอนต้น ผลการวิจัยพบว่า 1) นักเรียนกลุ่มทดลองมีความสามารถในการให้เหตุผลและความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 05 2) นักเรียนกลุ่มทดลองมีความสามารถในการให้เหตุผลและความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่านักเรียนกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 3) ความสามารถในการให้เหตุผลและความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ใช้ตัวแทนทางความคิดและตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ร่วมกับแนวคิดการสอนแนะให้รู้คิดมีพัฒนาการดีขึ้น

1.3 องค์ประกอบที่ 3 การให้เหตุผล ถือเป็นองค์ประกอบหนึ่งของการคิดเชิงพีชคณิตของนักเรียนประถมศึกษาปีที่ 6 ซึ่งประกอบด้วย 2 ตัวบ่งชี้ คือ 1) ให้เหตุผลที่เกิดจากการวิเคราะห์สถานการณ์ 2) สร้างข้อสรุป เนื่องจากการให้เหตุผลนั้นเป็นส่วนหนึ่งของการตัดสินใจวางแผนที่จะเลือกใช้วิธีการแก้ปัญหาในแบบที่นักเรียนต้องการ และสร้างข้อสรุปหลังจากที่ได้ตกผลึกทางความคิดในการแก้ปัญหาเรียบร้อยแล้ว ซึ่งสอดคล้องกับสมาคมครูคณิตศาสตร์แห่งสหรัฐอเมริกา (NCTM. 2000) ได้กำหนดมาตรฐานในส่วนของการให้เหตุผลเชิงคณิตศาสตร์ว่า ในการจัดการศึกษาดังแต่ระดับก่อนอนุบาลถึงมัธยมศึกษาตอนปลายต้องเน้นการพัฒนาให้นักเรียนมีความสามารถ ดังต่อไปนี้ 1. เห็นคุณค่าของการให้เหตุผลว่าเป็นลักษณะพื้นฐานของวิชาคณิตศาสตร์ กล่าวคือในการจัดการเรียนรู้ต้องมุ่งให้นักเรียนมีความเข้าใจว่าการยืนยันเรื่องใด ๆ ต้องมีเหตุผลที่เหมาะสมรองรับเสมอ ประโยค(Statement)จำเป็นต้องมีหลักฐานมาสนับสนุนว่าเป็นจริง หรือมีตัวอย่างมาค้ำยันว่าเป็นเท็จ การเสนอความคิดได้ออกมานักเรียนต้องสามารถตอบได้ว่า ทำไมถึงคิดอย่างนั้น ทำไมถึงคิดว่าเป็นสิ่งที่ถูกต้อง 2. สร้างและตรวจสอบข้อคาดเดาทาง

คณิตศาสตร์ กล่าวคือ นักเรียนจะต้องเรียนรู้การสร้างพัฒนา ดันหา และตรวจสอบข้อคาดเดา ตั้งแต่ระดับประถมศึกษา เนื่องจากคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่เกี่ยวข้องกับการค้นพบ และข้อคาดเดาก็คือเส้นทางไปสู่การค้นพบ นอกจากนี้ นักเรียนต้องถูกฝึกให้คุ้นเคยกับคำถามที่เกี่ยวกับการค้นหาแบบรูป ว่าแบบรูปนี้มีลักษณะอย่างไร เทอมต่อไปคืออะไรแบบรูปนี้เป็นจริงตลอดหรือเป็นบางครั้ง

3. พัฒนาและประเมินการให้เหตุผลและการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ กล่าวคือ ต้องให้นักเรียนเรียนรู้การให้เหตุผลเพื่อยืนยันหรือปฏิเสธข้อคาดเดาที่มีความเป็นกรณีทั่วไปได้ เช่น เด็กในระดับประถมศึกษาตอนต้นต้องสามารถยืนยันความจริงในกรณีทั่วไปโดยใช้ความรู้จากกรณีเฉพาะได้จากการที่นักเรียนสามารถแสดงได้ว่า 9 เป็นจำนวนคี่โดยการจับคู่ที่ละสองแล้วเหลือเศษหนึ่งทำให้เขาสามารถให้เหตุผลได้ว่าจำนวนคี่ทุกจำนวนเมื่อจับคู่ที่ละสองแล้วต้องเหลือเศษหนึ่งเสมอ เด็กในระดับประถมศึกษาตอนปลายต้องสามารถสร้างการให้เหตุผลของสถานการณ์ปัญหาโดยอาศัยความรู้คณิตศาสตร์อื่น ๆ เช่น ใช้ความรู้ที่ว่ารูปสองรูปที่เท่ากันทุกประการต้องมีพื้นที่เท่ากันมาให้เหตุผลว่ารูปตามเหลี่ยมและรูปสี่เหลี่ยมมีพื้นที่เท่ากันเพราะทั้งคู่มีพื้นที่เป็นครึ่งหนึ่งของรูปสี่เหลี่ยมรูปเดียวกัน เป็นต้น นอกจากนี้ยังต้องส่งเสริมให้เด็กได้เรียนรู้การตรวจสอบข้อบกพร่องของการให้เหตุผล ซึ่งอาจทำได้โดยการให้เด็กอภิปรายร่วมกับเพื่อนร่วมชั้นเพื่อเปรียบเทียบความคิดของตนเองกับความคิดของคนอื่น ๆ ส่งผลให้เขาได้ปรับปรุงให้เหตุผลของตนเองมีความน่าเชื่อถือมากยิ่งขึ้น ชั้นเรียนที่มีการกระตุ้นให้นักเรียนนำเสนอความคิดของตนเองและรับฟังข้อเสนอแนะจากคนอื่นเป็นชั้นเรียนที่เต็มไปด้วยบรรยากาศที่เหมาะสมสำหรับการพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลเชิงคณิตศาสตร์อย่างยิ่ง ลักษณะการนำเสนอเหตุผลของเด็กเล็กจะอธิบายโดยใช้ภาษาของตนเอง หรืออาจใช้อุปกรณ์ แต่สำหรับเด็กโตเขาสามารถที่จะนำเสนอการให้เหตุผลโดยใช้รูปแบบการเขียนที่ตมารถยอมรับได้โดยผู้เชี่ยวชาญ แต่สิ่งสำคัญก็คือครูต้องตระหนักว่ารูปแบบการเขียนพิสูจน์มีความสำคัญน้อยกว่าการคิดและการให้เหตุผลเชิงคณิตศาสตร์ที่ถูกต้องและชัดเจน

4. เลือกและใช้วิธีการและรูปแบบต่าง ๆ ของการให้เหตุผลและการพิสูจน์ กล่าวคือนักเรียนจะต้องได้รับการฝึกให้รู้ว่าจะใช้ความรู้และข้อมูลที่มีอยู่สร้างการให้เหตุผลที่ชัดเจนได้อย่างไร เรียนรู้เกี่ยวกับมาตรฐานในการให้เหตุผล และประเภทของการให้เหตุผลแบบต่างๆ แบบลองผิดลองถูก การพิสูจน์แบบหาข้อขัดแย้ง แบบอุปนัย และแบบนิรนัย เป็นต้น จะเลือกใช้รูปแบบใดของการพิสูจน์ที่เหมาะสมกับแต่ละกรณี รวมถึง บารูดี (Baroody, 1993) มีความเห็นว่าการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สามารถจำแนกออกได้ เป็น 3 ประเภทคือ การให้เหตุผลเชิงประจักษ์ (Intuitive Reasoning) การให้เหตุผลแบบนิรนัย (Inductive Reasoning) และการให้เหตุผลแบบอุปนัย (Deductive Reasoning) แต่อย่างไรก็ตาม บารูดี แนะนำว่าในการจัด

หลักสูตรเพื่อเน้นการพัฒนาให้ผู้เรียนมีทักษะในการให้เหตุผลนั้นควรเน้นในเรื่องของการแยกและจำแนกประเภทของสิ่งต่าง ๆ การสำรวจแบบรูปซึ่งส่งเสริมความสามารถในการวิเคราะห์ และการประเมินการให้เหตุผล ข้อคาตเดา และข้อสรุปว่ามีความสมเหตุสมผลหรือไม่ เพิ่มเติมเข้ามาอีกส่วนหนึ่ง สอดคล้องกับงานวิจัยของ Arshad et al., (2017) ได้ศึกษาเรื่องการปรับปรุงทักษะการใช้เหตุผลของนักเรียนเพื่อพัฒนาศักยภาพในการเรียนรู้ในวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม: การทบทวนและพบว่าทักษะการให้เหตุผลเป็นองค์ประกอบหลักอย่างหนึ่งของการศึกษาในระดับที่สูงขึ้น ทักษะการคิดที่นักเรียนจะต้องมีความชำนาญตามที่กำหนดไว้ในการศึกษา馬來เซีย (MEB) 2013-2025 แต่มีหลักฐานเชิงประจักษ์หลักฐานที่แสดงให้เห็นว่า ความอ่อนแอของทักษะการหาเหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนระดับประถมศึกษาที่มีผลกระทบต่อพัฒนาศักยภาพในการเรียนรู้คณิตศาสตร์ในระดับที่สูงขึ้น การที่ผู้เรียนไม่สามารถให้เหตุผลได้อย่างคล่องแคล่ว เป็นสาเหตุหลักของการลดลงของศักยภาพในการเรียนรู้คณิตศาสตร์เชิงวิเคราะห์ (เช่น คณิตศาสตร์เพิ่มเติม). หากนักเรียนระดับประถมศึกษาไม่สามารถให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ได้ดี จะทำให้เกิดผลกระทบอย่างมีนัยสำคัญต่อศักยภาพในการเรียนคณิตศาสตร์ในระดับที่สูงขึ้น การทบทวนของการประมวลความรู้แบบกำหนดขอบเขตต่างๆ ในบริบทของทักษะการหาเหตุผลและศักยภาพในการเรียนรู้ในคณิตศาสตร์หลักและคณิตศาสตร์เพิ่มเติมแสดงว่าทักษะการหาเหตุผลเริ่มจากความรู้นักเรียนมี และจะก้าวไปสู่การคิดอย่างเป็นระบบและสามารถคิดข้ามขั้นตอนและเรียนรู้ความรู้ใหม่ที่พบในขณะที่การแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ที่ซับซ้อน หรือ โจทย์คณิตศาสตร์ทั่วไป การศึกษานี้ทำให้พบว่า การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เป็นสิ่งสำคัญที่จะช่วยให้นักเรียนเข้าใจและเพิ่มศักยภาพในการเรียนคณิตศาสตร์ (Arshad et al., 2017) ซึ่งสอดคล้องกับ Susac et al., (2014) ศึกษาเรื่อง การพัฒนาการใช้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เชิงนามธรรม กรณีพีชคณิต การศึกษานี้พบว่า พัฒนาการของการคิดเชิงพีชคณิตเป็นกระบวนการที่ต้องใช้เวลาค่อนข้างนานในการแก้ปัญหา จากการวิจัยก่อนหน้านี้ เราสามารถสรุปได้ว่าโดยเฉลี่ยแล้ว เด็กอายุ 15-16 ปี จะเปลี่ยนจากการใช้กลยุทธ์ที่เป็นรูปธรรมไปเป็นนามธรรมไปพร้อมๆ กับการแก้ปัญหาพีชคณิตที่จัดทำขึ้นในการศึกษาครั้งนี้ ความเข้าใจที่ดีขึ้นอยู่กับระยะเวลาและความสามารถในการเรียนรู้ของนักเรียนจากการใช้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ที่เป็นรูปธรรมไปเป็นการใช้เหตุผลเชิงพีชคณิตเชิงนามธรรม ครูควรช่วยส่งเสริมการให้เหตุผลเชิงพีชคณิตเชิงนามธรรม จากการออกแบบหลักสูตรและสื่อการสอนที่ดีขึ้นจะช่วยให้นักเรียนการเรียนรู้ในการใช้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เชิงนามธรรมได้ง่ายขึ้น (Susac et al., 2014)

2. จากผลการวิจัยประสิทธิภาพรูปแบบการจัดการเรียนรู้โดยวิธีการนิกภาพเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงพีชคณิต ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 พบว่า ผลการนำร่องเพื่อหาประสิทธิภาพรูปแบบการจัดการเรียนรู้โดยวิธีการนิกภาพของความสามารถในการคิดเชิงพีชคณิตของนักเรียนระดับประถมศึกษาปีที่ 6 ที่ไม่ใช่กลุ่มตัวอย่าง พบว่าความสามารถในการคิดเชิงพีชคณิตหลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 อาจสืบเนื่องมาจากรูปแบบการจัดการเรียนรู้โดยวิธีการนิกภาพเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงพีชคณิต ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ที่ผู้วิจัยจัดทำขึ้นนั้นได้ผ่านการประเมินจากผู้เชี่ยวชาญด้านคณิตศาสตร์ศึกษาและด้านการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์จำนวน 5 คน โดยผู้วิจัยได้ศึกษาขั้นตอนการพัฒนา รูปแบบเพื่อให้มีความเหมาะสม โดยทิตานา แชมมณี (2560:221) ได้ให้ความหมายรูปแบบการจัดการเรียนรู้ไว้ว่า รูปแบบการจัดการเรียนรู้ (Instructional Model) คือ แบบแผนการดำเนินการสอนที่ได้รับการจัดเป็นระบบอย่างสัมพันธ์สอดคล้องกับทฤษฎี หลักการเรียนรู้หรือการสอนที่รูปแบบนั้นยึดถือและได้รับการพิสูจน์ทดสอบว่ามีประสิทธิภาพสามารถช่วยให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้ตามจุดมุ่งหมายเฉพาะของรูปแบบนั้น ๆ โดยทั่วไปแบบแผนการดำเนินการสอนดังกล่าวประกอบด้วยทฤษฎี หลักการที่รูปแบบนั้นยึดถือและกระบวนการสอนที่มีลักษณะเฉพาะอันจะนำผู้เรียนไปสู่จุดมุ่งหมายเฉพาะที่รูปแบบนั้นกำหนดซึ่งผู้สอนสามารถนำไปใช้เป็นแบบแผนหรือแบบอย่างในการจัดและดำเนินการจัดการเรียนรู้อื่น ๆ ที่มีจุดมุ่งหมายเฉพาะเช่นเดียวกันได้ ทั้งนี้ Kelvin Kruse (2008, pp. pp. 1-20) ได้นำเสนอแนวทางการพัฒนารูปแบบการจัดการเรียนรู้ “ADDIE MODEL” ที่ออกแบบเพื่อใช้พัฒนาระบบการจัดการเรียนรู้ หรือการเรียนการสอนโดยอาศัยหลักของวิธีการระบบ (System Approach) ซึ่งเป็นวิธีการดำเนินการที่ยอมรับกันโดยทั่วไปว่าสามารถนำไปใช้ออกแบบและพัฒนารูปแบบการจัดการเรียนรู้เพื่อนำไปจัดการเรียนรู้กับผู้เรียนได้เป็นอย่างดี ประกอบด้วยขั้นตอนการดำเนินงาน 5 ขั้นตอน ดังนี้ 1. วิเคราะห์ข้อมูลพื้นฐาน (A: Analysis Phase) 2. ขั้นตอนการออกแบบ (D: Design Phase) 3. ขั้นพัฒนา (D: Develop Phase) 4. ขั้นทดลองใช้ (I: Implement Phase) 5. ขั้นประเมินผล (E: Evaluate Phase) สอดคล้องกับงานวิจัย Spatioti et al., (2022) การพัฒนาและการประยุกต์ใช้โปรแกรมสำหรับนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ในระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย กรณีโมเดล ADDIE การศึกษานี้พบว่านักเรียนที่เรียนคณิตศาสตร์ไม่ได้มีแรงจูงใจในการเรียนรู้มากขึ้นทำคณิตศาสตร์และส่งเสริมให้มีความมั่นใจในการใช้สื่อการเรียนรู้ที่รวมใจทย่ง่าย ๆ และวิธีแก้ปัญหาโดยละเอียดที่พวกเขาสามารถแก้ไขได้ด้วยตนเอง (Spatioti et al., 2022)

ทั้งนี้ผู้วิจัยได้จัดทำรูปแบบการเรียนรู้โดยวิธีการนี้ภาพเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงพีชคณิต ของนักเรียนระดับชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ที่ได้จากการวิเคราะห์หลักการของแนวคิดวิธีการนี้ภาพ ร่วมกับแนวคิดการจัดการเรียนรู้แบบเชิงรุก ตลอดจนทฤษฎีการเรียนรู้ จนได้ขั้นตอนการจัดการเรียนรู้มี 4 ขั้นตอน ดังนี้ 1.กำหนดสถานการณ์ปัญหา 2.นี้ภาพเป็นเรื่องราว 3.สะท้อนด้วยตัวแทนที่หลากหลาย 4.นำเสนอภาพความคิด สอดคล้องกับงานวิจัยของ สุทินันท์ บุญพัฒนาภรณ์.(2559,หน้า 8 – 10) 2. การพัฒนาหลักสูตรเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 พบว่ามีการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ โดยใช้กระบวนการจัดการเรียนรู้ 7 ขั้นตอน คือ 1) ขั้นกระตุ้นความคิดเร้าความสนใจ 2) ขั้นเสนอและทำความเข้าใจปัญหา 3) ขั้นวางแผนแก้ปัญหา 4) ขั้นนำเสนอแผนที่วางไว้ 5) ขั้นดำเนินการแก้ปัญหา 6) ขั้นตรวจสอบคำตอบและสรุปแนวคิด 7) ขั้นขยายความคิด และชมพูพูนทุ โนนทวงษ์.(2015,หน้า17-25) พบว่าการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ 5 ขั้นตอน อันประกอบไปด้วยขั้นที่ 1 ขั้นนำเข้าสู่บทเรียน ขั้นที่ 2 ขั้นสอนซึ่งประกอบด้วยขั้นย่อย ได้แก่ 1) ขั้นเผชิญสถานการณ์ปัญหาและแก้ปัญหาเป็นรายบุคคล 2)ขั้นระดมสมองระดับกลุ่มย่อย 3)ขั้นได้ระดมระดับกลุ่มใหญ่ ขั้นที่ 3 ขั้นสรุป ขั้นที่ 4 ขั้นฝึกทักษะ ขั้นที่ 5 ขั้นประเมิน

3. ผลการศึกษาประสิทธิผลของรูปแบบการจัดการเรียนรู้โดยวิธีการนี้ภาพเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงพีชคณิต ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ดังนี้

3.1 ประสิทธิผลรูปแบบการจัดการเรียนรู้โดยวิธีการนี้ภาพเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงพีชคณิต ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ทำให้นักเรียนมีการคิดเชิงพีชคณิตเพิ่มมากขึ้น กล่าวคือ ผลการนำไปเพื่อหาประสิทธิผลรูปแบบการจัดการเรียนรู้โดยวิธีการนี้ภาพของความสามารถในการคิดเชิงพีชคณิตของนักเรียนระดับประถมศึกษาปีที่ 6 ที่เป็นกลุ่มตัวอย่าง พบว่าความสามารถในการคิดเชิงพีชคณิตหลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 อาจสืบเนื่องมาจาก

1) รูปแบบการจัดการเรียนรู้โดยวิธีการนี้ภาพของความสามารถในการคิดเชิงพีชคณิตของนักเรียนระดับประถมศึกษาปีที่ 6 ที่พัฒนาขึ้น ผู้วิจัยได้นำทฤษฎีการเรียนรู้ต่าง ๆ เช่น ทฤษฎีพัฒนาการทางสติปัญญาของบรูเนอร์ที่เชื่อว่ามนุษย์เลือกที่จะรับรู้สิ่งที่ตนเองสนใจและการเรียนรู้เกิดจากกระบวนการค้นพบด้วยตัวเอง ดังนั้นผู้วิจัยจึงมีสถานการณ์ที่นำเสนอให้นักเรียน และมีขั้นตอนของการกระตุ้นความสนใจ ทฤษฎีการเรียนรู้ที่มีความหมาย โดย David Paul Ausubel รูปแบบการเรียนรู้นี้คำนึงถึงการจัดการเรียนรู้ในสิ่งที่นักเรียนเคยเรียนรู้มาแล้ว กล่าวคือในขั้นตอนการจัดการเรียนรู้ ผู้วิจัยมีการเชื่อมโยงประสบการณ์เก่าและใหม่ เพื่อให้นักเรียนเข้าใจ

สถานการณ์ปัญหาที่ต้องการกระตุ้นให้นักเรียนเกิดกระบวนการคิดและแก้ปัญหามากขึ้น ดังนั้น ผู้วิจัยจึงใช้เนื้อหาเรื่องเศษส่วนซึ่งเป็นเนื้อหาที่นักเรียนเคยเรียนมาแล้ว สอดคล้องกับทฤษฎีพัฒนาการทางเซอว์ปีญญาของวิก็อตสกีที่จะเกิดการพัฒนาขึ้นเมื่อบุคคลรับและซึมซาบ ข้อมูลหรือประสบการณ์ใหม่เข้าไปสัมพันธ์กับความรู้หรือโครงสร้างทางปัญญาที่มีอยู่เดิม ดังที่ Kolb (2017) ได้กล่าวถึง การเรียนรู้จากประสบการณ์ว่าเป็นกระบวนการที่เกิดในลักษณะของวงจรการเรียนรู้ ซึ่งการเรียนรู้ในมุมมองของ Kolb เริ่มจากจุดใดจุดหนึ่งของวงจรการเรียนรู้ก็ได้ แต่จำเป็นต้องดำเนินให้ครบวงจรการเรียนรู้จึงจะเกิดเป็นประสบการณ์การเรียนรู้กับนักเรียน ซึ่งเขามีความเชื่อว่าการเรียนรู้เกิดขึ้นโดยการถ่ายโอนและแปรเปลี่ยนจากประสบการณ์ ทำให้ความรู้เกิดขึ้นจากกระบวนการ 2 ส่วน ได้แก่ การได้รับประสบการณ์ (Grasping Experience) และการแปรเปลี่ยนประสบการณ์ (Transformation Experience) การได้รับประสบการณ์เป็นกระบวนการรับรู้ข้อมูล ข่าวสาร ส่วนการแปรเปลี่ยนประสบการณ์การเป็นกระบวนการตีความและปรับเปลี่ยนข้อมูลที่นักเรียนได้รับ เชกเช่นเดียวกับสถานการณ์ที่ผู้วิจัยกำหนดให้กับนักเรียนในการแก้ปัญหา (Kolb & Kolb, 2017)

2) นักเรียนมีการคิดเชิงพีชคณิตหลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน สืบเนื่องมาจากรูปแบบการจัดการเรียนรู้กระตุ้นนักเรียนให้เกิดการนึกภาพตามธรรมชาติซึ่งเกิดขึ้นแตกต่างกันในแต่ละบุคคล และใช้สิ่งที่เป็นวิธีการนึกภาพของนักเรียน เพื่อช่วยดึงประสบการณ์ และเปิดโอกาสให้นักเรียนได้คิดตามวิธีการนึกภาพของตนเอง รวมถึงได้แสดงความคิดเห็นจนกว่านักเรียนจะตกผลึกทางความคิดจนมาสู่ขั้นตอนของการใช้ตัวแทน สัญลักษณ์ในการนำเสนอ รูปแบบการเรียนรู้นี้จะมุ่งเน้นการพัฒนาด้านการคิด โดยเริ่มจากรูปธรรมในช่วงแรก มุ่งให้นักเรียนสร้างความคิดทางคณิตศาสตร์ หรือกล่าวคือใช้การนึกภาพที่ติดตัวมากับนักเรียน ซึ่งเกิดเป็นวิธีการนึกภาพของเด็กแต่ละคนซึ่งมีความแตกต่างกัน มีส่วนช่วยในการสร้างกระบวนการตามสถานการณ์ปัญหา และมีการอภิปราย แลกเปลี่ยนความคิดและอธิบายสิ่งดังกล่าวอยู่ในรูปแบบการนำเสนอตัวแทนตามธรรมชาติ รวมถึงวิธีการที่เหมาะสมกับระดับอายุของนักเรียน และจัดเป็นลักษณะของแบบจำลองการหาแบบรูป (Pattern Finding) และการศึกษาโครงสร้าง (The Study of Structure) เพื่อให้ นักเรียนสามารถใช้พีชคณิตอย่างมีความหมาย และเพื่อให้นักเรียนเข้าใจความหมายในเบื้องต้น (Yackle, 1997; Kabut & Blanton, 2000; Battista & Brown, 1998) อีกทั้งผู้วิจัยเปิดโอกาสให้นักเรียนได้คิดและแสดงความคิดเห็นจนกว่านักเรียนจะสามารถใช้สัญลักษณ์ทางพีชคณิตได้อย่างเป็นธรรมชาติ จึงไม่ใช่อยู่ที่กิจกรรมที่มีลักษณะเป็นพีชคณิตแต่เน้นที่กระบวนการคิด รวมถึงสิ่งสำคัญคือการให้เหตุผลของนักเรียน ซึ่งการให้เหตุผลเชิงพีชคณิตเป็นกระบวนการ เพื่อสร้างความคิด

ทางคณิตศาสตร์ตามสถานการณ์ปัญหา โดยผ่านการอภิปราย และแลกเปลี่ยนความคิด จาก การศึกษาของรุ่งทิวา นาบาร์ุง (2550) พบว่านักเรียนมีความคิดทางคณิตศาสตร์เป็นของตนเอง มาตั้งแต่ก่อนเข้าโรงเรียน แต่เมื่อเข้าสู่ระบบของกระบวนการเรียนการสอนที่อยู่ในชั้นเรียนเด็ก หลายคนกลับไม่สามารถนำสิ่งที่ติดตัวมาใช้ในการแก้สถานการณ์ปัญหา จึงเกิดคำถามที่ว่าเรา ควรจะมีวิธีการอย่างไรที่จะทำให้วิถีธรรมชาติแห่งการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของเด็ก โดยใช้การนี้ภาพ ในสมองที่ติดมากับเด็กตั้งแต่เกิดให้ยังคงอยู่และ พัฒนาให้เพิ่มขึ้นเพื่อส่งผลในต่อทักษะ กระบวนการคิด (รุ่งทิวา นาบาร์ุง. 2550) ทำนองเดียวกับนักวิจัยอีกหลายคนต่างพบว่า นักเรียนมี แนวคิดของตัวเองติดตัวมาตั้งแต่ก่อนเข้าโรงเรียน ซึ่งเป็นการนี้ภาพที่ติดอยู่ที่ตัวของแต่ละคน ทั้งนี้เด็กในวัยก่อนเข้าโรงเรียนจะมีความรู้เกี่ยวกับจำนวนอยู่บ้าง การคิดโจทย์ทางคณิตศาสตร์ บางประเภท นักเรียนสามารถคิดได้เอง (Carpenter; Fennema; & Peterson. 1989: 499-531 Kilpatrick; Swafford; & Findell. 2001:1-2) จึงอาจกล่าวได้ว่ากิจกรรมในห้องเรียนสามารถ กระตุ้นนักเรียนให้เกิดการนี้ภาพตามธรรมชาติซึ่งเกิดขึ้นแตกต่างกันในแต่ละบุคคล และใช้สิ่งที่เป็น วิถีการนี้ภาพของพวกเขา เพื่อช่วยดึงประสบการณ์ และเปิดโอกาสให้นักเรียนได้คิดตามวิถี การนี้ภาพของตนเอง รวมถึงแสดงความคิดเห็นจนกว่านักเรียนจะตกผลึกทางความคิด ซึ่ง นักเรียนจะต้องอาศัยวิถีการนี้ภาพเป็นแนวทางแก้สถานการณ์ที่อยู่ในสมองจนเกิดกระบวนการ และสามารถสะท้อนออกมาโดยใช้สัญลักษณ์ทางพีชคณิตได้อย่างเป็นธรรมชาติของตัวนักเรียน เอง

3) กิจกรรมการจัดการเรียนรู้ที่กระตุ้นนักเรียนให้เกิดการนี้ภาพตาม ธรรมชาติซึ่งเกิดขึ้นแตกต่างกันในแต่ละบุคคล และใช้สิ่งที่เป็นวิถีการนี้ภาพของนักเรียน เพื่อช่วย ดึงประสบการณ์ และเปิดโอกาสให้นักเรียนได้คิดตามวิถีการนี้ภาพของตนเองตามความสนใจ รวมถึงแสดงความคิดเห็นจนกว่านักเรียนจะตกผลึกทางความคิด ซึ่งนักเรียนจะต้องอาศัยวิถีการ นี้ภาพเป็นแนวทางแก้สถานการณ์ที่อยู่ในสมองจนเกิดกระบวนการและสามารถสะท้อนออกมา โดยใช้สัญลักษณ์ทางพีชคณิตได้อย่างเป็นธรรมชาติของตัวนักเรียนเอง และรูปแบบการจัดการ เรียนรู้โดยวิถีการนี้ภาพยังมุ่งเน้นทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ที่จำเป็นและต้องการ พัฒนาให้เกิดขึ้นกับผู้เรียน ดังนั้นรูปแบบการจัดการเรียนรู้ที่ส่งเสริมความแตกต่างของนักเรียน กิจกรรม สถานการณ์ต่าง ๆ ที่ผู้วิจัยนำมาใช้จึงสามารถที่จะตอบสนองความต้องการของนักเรียนที่ สามารถแยกความแตกต่างของแต่ละบุคคลได้ โดยกำหนดขอบเขตในการจัดการเรียนการสอนให้ มีความเหมาะสมกับความสนใจและความสามารถของนักเรียน โดยครูมีหน้าที่เป็นผู้อำนวยความสะดวก และช่วยเหลือให้นักเรียนบรรลุวัตถุประสงค์ในการเรียนรู้ (Tomlinson, 2014)

3.2 ความพึงพอใจที่มีต่อการจัดการเรียนรู้โดยวิธีการนี้ภาพเพื่อส่งเสริมการคิดเชิงพีชคณิต ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 พบว่า นักเรียนมีความพึงพอใจในภาพรวมหลังจากเรียน อยู่ในระดับมากที่สุด อาจสืบเนื่องมาจาก

2.1 การจัดการเรียนรู้ที่ผู้วิจัยพัฒนาได้คำนึงถึงเนื้อหาที่นำมาสอนนักเรียนจะเป็นลักษณะของการเรียงลำดับจากเนื้อหาที่ง่ายและค่อย ๆ นำสู่เนื้อหาที่มีความซับซ้อนขึ้น และมีขั้นตอนที่ดำเนิน โดยให้นักเรียนได้เรียนรู้จากการจับต้อง สัมผัส สื่อ อุปกรณ์ นักเรียนได้คิด นึกภาพ โดยใช้รูปแบบที่เป็นระบบต่อเนื่องเพื่อความเชื่อมโยงในแต่ละขั้นตอน ทั้งนี้นักเรียนได้มีการแลกเปลี่ยนความรู้และนำเสนอความคิดของตนเองอย่างมีอิสระ และครูจะเป็นเพียงผู้คอยสอบถามเพื่อตั้งให้นักเรียนบอกถึงเหตุผลและแนวคิด การนำเสนอที่สามารถเป็นได้ทั้งรูปภาพที่นักเรียน และสรุปออกมาเป็นการแก้ปัญหาโดยใช้สัญลักษณ์ได้ ดังที่ศุภสิริ โสมาเกตู (2544: 53) ได้กล่าวโดยสรุปถึงการดำเนินกิจกรรมการเรียนการสอนในห้องเรียน สิ่งหนึ่งที่มีความสำคัญ คือ ความพึงพอใจเพราะเป็นสิ่งที่ช่วยกระตุ้นให้นักเรียนสามารถทำงานที่ได้รับมอบหมาย หรือสิ่งที่นักเรียนต้องการปฏิบัติบรรลุผลตามจุดประสงค์ ดังนั้นผู้สอนจึงต้องคำนึงถึงความพึงพอใจในการเรียนรู้ของนักเรียน ซึ่งหมายความว่า ยิ่งนักเรียนได้เรียนรู้ในสิ่งที่ตนเองชอบ นักเรียนจะเกิดการเรียนรู้

2.2 กิจกรรมการเรียนรู้ตามรูปแบบนี้ส่งเสริมให้นักเรียนได้แลกเปลี่ยนความคิดเห็นตามประเด็นที่ตนเองชื่นชอบ ดังที่ทิตินา แชมมณี (2555) การเปิดนักเรียนมีโอกาสแสดงหรือแลกเปลี่ยนความคิดเห็นร่วมกันในกลุ่มย่อยและกลุ่มใหญ่ เพื่อนำข้อความรู้ที่อภิปรายในชั้นเรียนไปใช้ในการพัฒนางานของตนเองให้ดีขึ้น โดยผู้สอนจัดสถานการณ์ให้กับนักเรียนแสดงความคิดเห็นของตนเองทั้งกลุ่มย่อยและกลุ่มใหญ่ แล้วนำมาอภิปรายหรือแลกเปลี่ยนความคิดเห็นร่วมกับผู้อื่นในประเด็นเดียวกัน โดยให้นักเรียนแต่ละคนร่วมกันแสดงเหตุผลประกอบเกี่ยวกับประเด็นที่กำหนดเอาไว้ เพื่อนำข้อมูลที่ได้จากการแลกเปลี่ยนความคิด การสะท้อนคิดจากเพื่อนและผู้สอนกลุ่มใหญ่ (ชนาธิป พรกุล, 2554)

ข้อเสนอแนะ

จากข้อค้นพบในการวิจัยเรื่องการพัฒนา รูปแบบการจัดการเรียนรู้โดยวิธีการนี้ภาพ เพื่อส่งเสริมการคิดเชิงพีชคณิตของนักเรียนประถมศึกษาปีที่ 6 ผู้วิจัยมีข้อเสนอแนะดังต่อไปนี้

1. ข้อเสนอแนะทั่วไป

การนำรูปแบบการจัดการเรียนรู้โดยวิธีการนี้ภาพ เพื่อส่งเสริมการคิดเชิงพีชคณิตของนักเรียนประถมศึกษาปีที่ 6 ไปใช้ ครูผู้สอนควรดำเนินการดังนี้

1.1 ก่อนนำรูปแบบการจัดการเรียนรู้โดยวิธีการนี้ภาพ เพื่อส่งเสริมการคิดเชิงพีชคณิตไปใช้ อาจเริ่มด้วยการฝึกให้นักเรียนนำเสนอหน้าห้องเรียน และนำเสนอวิธีคิด พร้อมให้เหตุผลของตนเองในกลุ่ม เพื่อให้นักเรียนได้มีวิธีการคิดบนหลักของความสมเหตุสมผล

1.2 ครูควรทำความเข้าใจกระบวนการจัดการเรียนรู้และสถานการณ์ปัญหาที่ใช้ในรูปแบบการจัดการเรียนรู้โดยวิธีการนี้ภาพ เพื่อส่งเสริมการคิดเชิงพีชคณิตก่อนนำไปจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อส่งเสริมการคิดเชิงพีชคณิตให้เกิดประสิทธิผล

1.3 ระหว่างการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ ครูควรกระตุ้นให้นักเรียนอธิบายแนวคิด วิธีการ สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ที่ใช้ระหว่างการแก้สถานการณ์ปัญหา

1.4 การจัดรูปแบบการเรียนรู้ด้วยกระบวนการเรียนรู้ที่พัฒนาขึ้นต้องใช้เวลาค่อนข้างมาก ดังนั้นจึงควรจัดตารางสอนเป็นคาบคู่เพื่อให้จัดกิจกรรมการเรียนรู้ได้ต่อเนื่องไม่ขาดช่วง

1.5 การจัดรูปแบบการเรียนรู้ด้วยกระบวนการเรียนรู้ที่พัฒนาขึ้นต้องใช้เวลาค่อนข้างมาก ครูอาจสอดแทรกลักษณะกระบวนการที่จะส่งเสริมการคิดเชิงพีชคณิตในการเรียนการสอนที่เป็นเนื้อหาปกติในชั้นเรียน เพื่อให้นักเรียนได้รับการส่งเสริมและพัฒนาอย่างต่อเนื่อง

2. ข้อเสนอแนะสำหรับการวิจัยครั้งต่อไป

2.1 ควรมีการวิจัยติดตามผลของการนำรูปแบบการจัดการเรียนรู้โดยวิธีการนี้ภาพ เพื่อส่งเสริมการคิดเชิงพีชคณิตนี้ไปใช้

2.2 ควรเพิ่มตัวแปรอื่น ๆ เช่น Learning Style เพื่อให้เห็นถึงวิธีการ

บรรณานุกรม

- Ainsworth, S., Bibby, P., & Wood, D. (2002). Examining the effects of different multiple representational systems in learning primary mathematics. *The Journal of the Learning Sciences*, 11(1), 25-61.
- Ainsworth, S., Bibby, P., & Wood, D. (2009). Examining the Effects of Different Multiple Representational Systems in Learning Primary Mathematics. 25-61 Retrieved from https://www.tandfonline.com/doi/abs/10.1207/S15327809JLS1101_2
- Akkus, O., & Cakiroglu, E. (2010). The effects of multiple representations-based instruction on seventh grade students' algebra performance. Proceedings CERME,
- Arcavi, A. (2003). The Role of Visual Representations in the Learning of Mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, 52, 215-241.
- Arcavi, A. (2008). Modelling with graphical representations. *For the Learning of Mathematics*, 28(2), 2-10.
- Arends, R. I. (1997). *Classroom Instruction and Management*.
- Arens, S. A., & Meyer, R. D. (2000). Algebraic Thinking: Implications for Rethinking Pedagogy and Professional Development.
- Arshad, M. N., Atan, N. A., Abdullah, A. H., Abu, M. S., & Mokhtar, M. (2017). Improving the reasoning skills of students to overcome learning difficulties in additional Mathematics: a Review. *Journal of Science and Mathematics Letters*, 5, 28-35.
- Aspinwall, L., & Shaw, K. L. (2002). Connecting Research to Teaching: When Visualization Is a Barrier to Mathematical Understanding. *The Mathematics Teacher*, 95(9), 714-717.
- Bakar, K. A., Mohamed, S., Yunus, F., & Karim, A. A. (2020). Use of multiple representations in understanding addition: The case of pre-school children. *International Journal of Learning, Teaching and Educational Research*, 19(2), 292-304.
- Ballard, J. W. (2000). *Students' use of multiple representations in mathematical problem solving*. Montana State University.

- Baroody, A. J., & Coslick, R. T. (1993). *Problem solving, reasoning, and communicating, K-8: Helping children think mathematically*. Merrill.
- Battista, M., & Brown, c. (1998). *Using Spreadsheets to Promote Algebraic Thinking. Teacher children mathematics January*.
- Ben-Chaim, D., Lappan, G., & Houang, R. T. (1989). Adolescents' ability to communicate spatial information: Analyzing and effecting students' performance. *Educational Studies in Mathematics*, 20(2), 121-146.
- Bishop, A. J. (1989). Review of research on visualization in mathematics education. *Focus on learning problems in mathematics*, 11(1), 7-16.
- Borromeo Ferri, R. (2004). *Mathematische Denkstile. . Ergebnisse einer empirischen Studie.Hildesheim: Franzbecker*.
- Bråting, K., & Pejlar, J. (2008). Visualizations in mathematics. *Erkenntnis*, 68, 345-358.
- Cai, J., Lew, H. C., Morris, A., Moyer, J. C., Ng, S. F., & Schmittau, j. (2005). Developing Elementary Teachers' Algebra Eyes and Ears. *Teaching Children Mathematics*, 10(2), 70-77.
- Carpenter, T. P., Fennema, E., Peterson, P. L., Chiang, C.-P., & Loef, M. (1989). Using Knowledge of Children's Mathematics Thinking in Classroom Teaching: An Experimental Study. *American Educational Research Journal*, 26(4), 499-531.
- Carpenter, T. P., & Levi, L. (2000). *Developing Conceptions of Algebraic Reasoning in Primary Grades. Madison: National Center for Improving Student Learning Achievement in Mathematics and Science*
- Carraher, D. W., Schliemann, A. D., Brizuela, B. M., & Eamest, D. (2006). Arithmetic and Algebra in Early Mathematics Education. *Journal for R&search in Mathematics Education*, 37, 87-115.
- Carraher, D. W., Schliemann, A. D., Brizuela, B. M., & Earnest, D. (2006). Arithmetic and algebra in early mathematics education. *Journal for research in Mathematics Education*, 37(2), 87-115.
- Cooper, T., & Majid, N. (2021). Can manipulatives benefit pupils' mathematical thinking at Upper KS2? *Primary Mathematics*, 25(2), 2-5.

- Crowley, M. L. (1987). The van Hiele model of the development of geometric thought. *Learning and teaching geometry, K-12*, 1-16.
- Cuoco, A. A., & Curcio, F. R. (2001). The roles of representation in school mathematics: 2001 Yearbook. (No Title).
- Dalacosta, K., Kamariotaki-Paparrigopoulou, M., Palyvos, J., & Spyrellis, N. (2009). Multimedia application with animated cartoons for teaching science in elementary education. *Computers & Education*, 52(4), 741-748.
- Daugherty, S. C. (2008). A Study of Visualization for Mathematics Education. MODSIM World 2007 Conference and Expo: Select Papers and Presentations from the Education and Training Track,
- DeFanti, T. A., Brown, M. D., & McCormick, B. H. (1989). Visualization: Expanding scientific and engineering research opportunities. *Computer*, 22(08), 12-25.
- Deliyianni, E., Monoyiou, A., Elia, I., Georgiou, C., & Zannettou, E. (2009). Pupils' visual representations in standard and problematic problem solving in mathematics: Their role in the breach of the didactical contract. *European Early Childhood Education Research Journal*, 17(1), 95-110.
- Diamond, R. (2008). *Designing & Assessing Courses & Curricula: A Practical Guide*.
- Dick, W., & Carey, L. (1996). *The systematic design of instruction* (4th ed ed.).
- Driscoll, M. (2001). *Fostering Algebraic Thinking: A Guide for Teachers Grades 6-10*, Heinemann, Portsmouth.
- Duval, R. (1999). Representation, Vision and Visualization: Cognitive Functions in Mathematical Thinking. Basic Issues for Learning.
- Escuder, A. (2007). *Geometric Representation of Continued Fractions* Florida Atlantic University].
- Friedlander, A., & Tabach, M. (2001). Promoting multiple representations in algebra. *The roles of representation in school mathematics*, 11, 173-185.
- Garmendia, M., Guisasola, J., & Sierra, E. (2007). First-year engineering students' difficulties in visualization and drawing tasks. *European Journal of Engineering Education*, 32(3), 315-323.

- Gilbert, J., Reiner, M., & Nakhleh, M. (2008). Models and Modeling in Science Education, visualization: theory and practice in science education. In.
- Gilbert, J., Reiner, M., & Nakhleh, M. (2008). Visualization: Theory and practice in science education. *Springer, Dordrecht*, 3, 233-282.
- Goldin, & Kaput. (1996). A joint perspective on the idea of representation in learning and doing mathematics. *Theories of mathematical learning* 397-430. Retrived from https://www.researchgate.net/publication/269407907_A_joint_perspective_on_the_idea_of_representation_in_learning_and_doing_mathematics
- Goldin, G. A., & Kaput, J. J. (1996). A joint perspective on the idea of representation in learning and doing mathematics. *Theories of mathematical learning*, 397.
- Goo, C. V., & Kappa, P. D. (1973). *Dictionary of Education Publisher*
- Goodrich, H. (1997). Thinking-centered assessment. In S. Veenema, L. Hetland, & K. Chalfen (Eds.), *The Project Zero classroom: New approaches to thinking and understanding*.
- Greenes, C., & Findell, C. (1999). *Developing Students' Algebraic Reasoning Abilities in Developing Mathematical Reasoning in Grades K-12*.
- Gutiérrez, Á. (1992). Exploring the links between Van Hiele Levels and 3-dimensional geometry. *Structural Topology* 1992 núm 18.
- Habre, S., Osta, I., & Shatila, H. (2016). Effects of technology-aided multiple-representations approach on studetns' understanding of derivatives.
- Hafiziani Eka Putri , P. R., Idat Muqodas & Mukhamad Ady Wahyudy,. (2020). The Effect of Concrete-Pictorial-Abstract (CPA) Approach on Improving Elementary School Students' Spatial Sense Ability. *Mimbar Sekolah Dasar*, 7(1).
- Hail, C. J. (2000). *The effects of using multiple representations on students' knowledge and perspectives of basic algebraic concepts*. University of Kentucky.
- Hasan, M., Samavati, F. F., & Jacob, C. (2014). Multilevel focus+ context visualization using balanced multiresolution. 2014 international conference on cyberworlds,
- Herbert, K., & Brown, R. H. (1997). *Patterns as tools for Algebraic Reasoning. In Algebraic thinking. Grades K - 12: Reading from NCTM's School – Based Journals and*

other Publications. Edited by Barbara Moses.

Hershkowitz, R., Duval, R., Bussi, M. G. B., Boero, P., Lehrer, R., Romberg, T., Berthelot, R., Salin, M., & Jones, K. (1998). Reasoning in geometry. In *Perspectives on the Teaching of Geometry for the 21st Century: an ICMI Study* (pp. 29-83). Springer.

Hiebert, J., & Carpenter, T. P. (1992). Learning and teaching with understanding.

Handbook of research on mathematics teaching and learning: A project of the National Council of Teachers of Mathematics, 65, 97.

Hoong, L. Y., Kin, H. W., & Pien, C. L. (2005). Concrete-Pictorial-Abstract: Surveying its Origins and Charting its Future. . *The Mathematics Educator.*, 16(1).

Hortin, J. A., & Bailey, G. D. (1982). Mental rehearsal and visual literacy. *Journal of Instructional Psychology*, 9(4), 202–213.

Hubbard, R. S., & Ernst, K. (1996). *New Entries: Learning by Writing and Drawing*. ERIC.

Johnson, H., & Nelson, E. S. (1998). Using flow maps to visualize time-series data:

Comparing the effectiveness of a paper map series, a computer map series, and animation. *Cartographic Perspectives*(30), 47-64.

Joyce, B., & Weil, M. (1986). *Models of Teaching*. Prentice- Hall.

Joyce, B., & Weil, M. (2000). *Model of teaching* (6th ed ed.).

Kaput, J. J. (2000). *Transforming Algebra from an Engine of Inequity to an Engine of Mathematical Power by "Algebrafying" the K-12 Curriculum*. Dartmouth, MA: National Center for Improving Student Learning and Achievement in Mathematics and Science.

Kaput, J. J., & Blanton, M. L. (2000). *Algebraic Reasoning in the Context of Elementary Mathematics: Making It Implementable on a Massive Scale*.

Kelvin Kruse. (2008). *Introduction to instructional design and the ADDIE model*. Retrieved from

<https://pdfs.semanticscholar.org/9dde/73651c087216677a930f1f5c2df02de6a5f9.pdf>

Kibler, R. J. (1974). Behavioral Objectives and Instructional Process. In *Selected Reading for the Introduction to the Teaching Profession*.

- Kilpatrick, Jeremy, Swafford, Jane, Findell, & Bradford. (2001). *Adding it up: Helping children learn mathematics*.
- Kolb, A. Y., & Kolb, D. A. (2017). Experiential learning theory as a guide for experiential educators in higher education. *Experiential Learning & Teaching in Higher Education*, 1(1), 7-44.
- Korakakis, G., Pavlatou, E. A., Palyvos, J. A., & Spyrellis, N. (2009). 3D visualization types in multimedia applications for science learning: A case study for 8th grade students in Greece. *Computers & Education*, 52(2), 390–401.
- Lee, L. (1996). Algebraic understanding: The search for a model in the mathematics education community. In *Unpublished doctoral dissertation*. University du Quebec a Montreal.
- Lee, L. (2001). *Early algebra - But which algebra?*. In H.
- Liu, B., Salvendy, G., & Kuczek, T. (1999). The role of visualization in understanding graphics. *Intern. J. Cognitive Ergon*, 3(4), 289--305.
- Lubinski, C. A., & Otto, A. D. (2002). Meaningful mathematical representations and early algebraic reasoning. *Teaching Children Mathematics*, 9(2), 76-80.
- Mathai, S., & Ramadas, J. (2009). Visuals and visualisation of human body systems. *International Journal of Science Education*, 31(3), 439-458.
- Mathewson, J. H. (1999). Visual-spatial thinking: An aspect of science overlooked by educators. *Science Education*, 83(1), 33-54.
- Matos, A., & Ponte, J. P. d. (2009). Exploring functional relationships to foster algebraic thinking in grade 8. *Quaderni di Ricerca in Didattica (Matematica)*, 1-9.
- Mayes, A. R., & Roberts, N. (2001). Theories of episodic memory. *Philosophical Transactions of the Royal Society of London. Series B: Biological Sciences*, 356(1413), 1395-1408.
- Naroth, C., & Luneta, K. (2015). Implementing the Singapore mathematics curriculum in South Africa: Experiences of foundation phase teachers. *African Journal of Research in Mathematics, Science and Technology Education*, 19(3), 267-277.
- Natcha, K., & Yeap, B. H. (2010). *Upper primary school students' algebraic thinking*. In

- Sparrow, B. Kissane and C. Hurst. (Eds.), *Shaping the future of mathematics education: Proceedings of the 33rd annual conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia*. Fremantle: MERGA.
- NCTM. (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Reston, VA.: The National Council of Teachers of Mathematics.
- Ng, S. F., & Lee, K. (2009). The model method: Singapore children's tool for representing and solving algebraic word problems. *Journal for research in Mathematics Education*, 40(3), 282-313.
- Paivio, A. (1977). Images, propositions, and knowledge. Images, Perception, and Knowledge: Papers Deriving from and Related to the Philosophy of Science Workshop at Ontario, Canada, May 1974,
- Perkins, D. N., & Unger, C. (1994). A new look in representations for mathematics and science learning. *Instructional Science*, 22, 1-37.
- Philips, A., Walz, A., Bergner, A., Graeff, T., Heistermann, M., Kienzler, S., Korup, O., Lipp, T., Schwanghart, W., & Zeilinger, G. (2015). Immersive 3D geovisualization in higher education. *Journal of Geography in Higher Education*, 39(3), 437-449.
- Piburn, M. D., Reynolds, S. J., McAuliffe, C., Leedy, D. E., Birk, J. P., & Johnson, J. K. (2005). The role of visualization in learning from computer-based images. *International Journal of Science Education*, 27(5), 513-527.
- Polya, G. (2004). *How to solve it: A new aspect of mathematical method* (Vol. 85). Princeton university press.
- Presmeg, N. (2020). Visualization and learning in mathematics education. *Encyclopedia of mathematics education*, 900-904.
- Rabab'h, B. S. H., & Veloo, A. (2015). Spatial visualization as mediating between mathematics learning strategy and mathematics achievement among 8th grade students. *International Education Studies*, 8(5), 1-11.
- Rahim, M. H., & Siddo, R. (2009). The use of visualization for learning and teaching mathematics.
- Resnick, L. B. (1987). The development of mathematical intuition In M. Perlmutter (Ed.),

Minnesota symposium on child psychology.

- Richardson, J. S. (1985). Schematic drawings of protein structures. In *Methods in enzymology* (Vol. 115, pp. 359-380). Elsevier.
- Rieber, L. P. (1995). A historical review of visualization in human cognition. *Educational technology research and development*, 43(1), 45-56.
- Shaw, G. A., & DeMers, S. T. (1986). The relationship of imagery to originality, flexibility and fluency in creative thinking. *Journal of Mental Imagery*, 10(1), 65-74.
- Shepard, R. (1988). The Imagination of the Scientist. In K. Egan & D. Nadaner (Eds.), *Imagination and Education*.
- Solano-Flores, G. (2010). Function and form in research on language and mathematics education. *Language and mathematics education: Multiple perspectives and directions for research*, 113-149.
- Sousa Moreira, I., Alexandrino Fernandes, P., & Joao Ramos, M. (2007). Vascular endothelial growth factor (VEGF) inhibition-a critical review. *Anti-cancer agents in medicinal chemistry (formerly current medicinal chemistry-anti-cancer agents)*, 7(2), 223-245.
- Strong, S., & Smith, R. (2001). Spatial visualization: Fundamentals and trends in engineering graphics. *Journal of industrial technology*, 18(1), 1-6.
- Sun, N., Li, K., & Zhu, X. (2016a). Action research on visualization learning of mathematical concepts under personalized education idea: take learning of geometrical concepts of elementary math for example. Blended Learning: Aligning Theory with Practices: 9th International Conference, ICBL 2016, Beijing, China, July 19-21, 2016, Proceedings 9,
- Sun, N., Li, K., & Zhu, X. (2016b). Action Research on Visualization Learning of Mathematical Concepts Under Personalized Education Idea: Take Learning of Geometrical Concepts of Elementary Math for Example
- Retrieved from <https://dblp.org/rec/conf/icbl/SunLZ16.html>
- Susac, A., Bubic, A., Vrbanc, A., & Planinic, M. (2014). Development of abstract mathematical reasoning: the case of algebra. *Frontiers in Human Neuroscience*, 8,

679.

Tomlinson, C. A. (2014). *The differentiated classroom: Responding to the needs of all learners*. Ascd.

Wilson, P. S. (1993). *Research ideas for the classroom: High school mathematics*. ERIC.

Witzel, B. S., Riccomini, P. J., & Schneider, E. (2008). Implementing CRA with secondary students with learning disabilities in mathematics. *Intervention in School and Clinic*, 43(5), 270-276.

Yackel, E. (1997). A Foundation of Algebraic Reasoning in the Early Grades. *Teaching Children Mathematics*. 3.

Yackel, E., & Bowers, J. (1997). Comparing Individual and Collective Mathematical Activity across Two Teaching Experiments. Draft. Presented at American Educational Research Association Annual Meeting 1997. Retrieved from <https://www.learntechlib.org/p/81210/>.

Yeo, J. B., Choy, B. H., Lim, L. G. P., & Wong, L. F. (2019). Innovative pedagogical practices. *Mathematics education in Singapore*, 165-193.

Zarzycki, P. (2004). From visualizing to proving. *Teaching mathematics and its applications*, 23(3), 108-118.

Zazkis, R., Dubinsky, E., & Dautermann, J. (1996). Coordinating visual and analytic strategies: A study of students' understanding of the group D4. *Journal for research in Mathematics Education*, 27(4), 435-457.

Zazkis, R., & Liljedahl, P. (2004). Understanding primes: The role of representation. *Journal for research in Mathematics Education*, 35(3), 164-186.

Zhang, Z. H., & Linn, M. C. (2011). Can generating representations enhance learning with dynamic visualizations? *Journal of research in science teaching*, 48(10), 1177-1198.

กรมวิชาการ. (2539). *การประกันคุณภาพการศึกษาโครงการประกันคุณภาพการศึกษาสำนักทดสอบทางการศึกษา*.

กระทรวงศึกษาธิการ สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน. (2560). *ตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้แกนกลาง กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) ตามหลักสูตร*

- แกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551.
- กัลยา ทองสุ. (2545). การพัฒนาชุดกิจกรรมคณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวนเพื่อส่งเสริมการใช้
ตัวแทน (Representation) เรื่องระบบสมการเชิงเส้นระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3
มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ]. กรุงเทพฯ.
- กุลนิตา ปลื้มปิติวิริยะเวช (2562). การพัฒนากระบวนการเรียนการสอนตามแนวความคิดการสร้าง
แบบจำลองทางคณิตศาสตร์และแนวความคิดเสริมต่อการเรียนรู้ เพื่อส่งเสริมความสามารถใน
การแก้ปัญหาและการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้น
วารสารครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 47(4), 86-107.
- เกรียงไกร มาตรมุล. (2015). การส่งเสริมความสามารถในการนิยามทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน
ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โดยใช้โปรแกรมกุกิล สเก็ตชอัป มหาวิทยาลัยเชียงใหม่].
- เกษณีย์ ยอดไพอินทร์. (2556). ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลเฟสเมท
อดคอมปิเนชันและยุทธศาสตร์การพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ที่มีต่อความสามารถในการให้
เหตุผลและการนิยามทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 จุฬาลงกรณ์
มหาวิทยาลัย]. กรุงเทพฯ.
- จรรย์วดี บรรทัดเที่ยง. (2547). ผลการใช้ชุดกิจกรรมที่ส่งเสริมทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์
ด้านการใช้ตัวแทน เรื่อง คู่ลำดับและกราฟ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1
มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ]. กรุงเทพฯ.
- ชมนาด เชื้อสุวรรณทวี. (2542). การสอนคณิตศาสตร์. ภาควิชาหลักสูตรและการสอน คณะ
ศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.
- ชัยวัฒน์ สุทธิรัตน์. (2552). 80 นวัตกรรมจัดการเรียนรู้ที่เน้นผู้เรียนเป็นสำคัญ.
- ณัชชา กมล. (2548). กรอบแสดงลักษณะการคิดเชิงพีชคณิตสำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น.
วารสารวิทยาศาสตร์ มศว, 19-21 (พิเศษ), 62-73.
- ณัฐพล เลิศนัน. (2562). การศึกษายุทธวิธีในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์หนึ่งขั้นตอนที่เกี่ยวข้องกับ
การบวก การลบ การคูณและการหารของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 , 5 และ 6
มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม].
- ดลนภา โสมิตตกุลย์. (2561). การศึกษาความสามารถในการนิยามทางคณิตศาสตร์ (Visualization)
เกี่ยวกับหน้าตัดของรูปเรขาคณิตสามมิติ ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 วารสารวิชาการ
มหาวิทยาลัยปทุมธานี, 10(1), 92.
- ทิตินา แคมมณี. (2550). รูปแบบการเรียนการสอน: ทางเลือกที่หลากหลาย (พิมพ์ครั้งที่ 5 ed.).

- ทิตินา แชมมณี. (2555). ศาสตร์การสอน: องค์ความรู้ เพื่อการจัดกระบวนการเรียนรู้ที่มี
ประสิทธิภาพ (พิมพ์ครั้งที่ 15 ed.).
- ทิตินา แชมมณี. (2557). ศาสตร์การสอน: องค์ความรู้ เพื่อการจัดกระบวนการเรียนรู้ที่มี
ประสิทธิภาพ.
- ปรีฉัตร จันทร์หอม. (2555). ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตตามแนวคิดแบบสัทธิวิสต์
และโมเดลเมรอดที่มีต่อความหามารถใบกคิดเชิงพีชคณิตและความสามารถในการแก้ปัญหา
คณิตศาสตร์ ของบักเือนมัยยมศัภษาที่ 1 จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย].
- ปลากัดทอง, ภ. (2551). การพัฒนารูปแบบการเรียนรู้เพื่อเสริมสร้างความสามารถในการเผชิญ
อุปสรรคของนักเรียนระดับช่วงชั้นที่ 2 มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ].
- ปิยพงษ์ พรมนนท์. (2564). การพัฒนากระบวนการเรียนการสอนเขียนตามแนวคิดการตอบสนองต่อ
การช่วยเหลือร่วมกับแนวคิดการสะท้อนคิดเพื่อส่งเสริมความสามารถในการเขียน
ภาษาอังกฤษเพื่อแสดงความคิดเห็นสำหรับนักเรียนประถมศึกษาตอนปลาย จุฬาลงกรณ์
มหาวิทยาลัย].
- พัชรินทร์ ทิตะยา. (2562). การพัฒนาความสามารถการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์โดยใช้
กระบวนการแก้ปัญหาของโพลยา ร่วมกับการเรียนรู้แบบร่วมมือ TAI ของนักเรียน
ประถมศึกษาปีที่ 6 มหาวิทยาลัยธุรกิจบัณฑิตย์]. กรุงเทพฯ ฯ.
- พิมพ์พันธ์ เดชะคุปต์, & เพียว ยินดีสุข. (2557). การจัดการเรียนรู้ในศตวรรษที่ 21
- มารุต พัฒผล. (2563). ทฤษฎีการเรียนรู้กลุ่มการรู้คิด. สืบค้นจาก
https://oer.learn.in.th/search_detail/result/190249
- มาเรียม นิลพันธุ์. (2556). วิธีวิจัยทางการศึกษา. ศูนย์วิจัยและพัฒนาการสอน คณะศึกษาศาสตร์
มหาวิทยาลัยศิลปากร.
- รุ่งทิภา นานำรุ่ง. (2550). วิถีธรรมชาติแห่งการคิดเชิงคณิตศาสตร์เรื่องการคูณและการหารของเด็กที่
มีอายุตั้งแต่ 7-10 ปี.
- วิจารณ์ พานิช. (2555). วิธีสร้างการเรียนรู้เพื่อศิษย์ในศตวรรษที่ 21.
- วิชญ์ นภาพันท์. (2551). การศึกษาลักษณะการให้เหตุผลเชิงพีชคณิตของนักเรียนระดับ
ประถมศึกษาตอนปลาย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ]. กรุงเทพฯ.
- สมเดช บุญประจักษ์. (2550). หลักการคณิตศาสตร์ : เอกสารประกอบการสอน
- สำนักงานคณะกรรมการศึกษาขั้นพื้นฐาน. (2551). แนวดำเนินงานคณะกรรมการเขตพื้นที่การศึกษา
และคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน.

- สำนักวิชาการและมาตรฐานการศึกษา. (2560). *ตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้แกนกลางกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. ๒๕๖๐) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช ๒๕๕๑*. สำนักวิชาการและมาตรฐานการศึกษา สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน.
- สุภาดา อินมา. (2564). การค้นคว้าอิสระ เสนอเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษา มหาวิทยาลัยนเรศวร].
- สุรางค์ โค้วตระกูล. (2550). *จิตวิทยาการศึกษา* (พิมพ์ครั้งที่ 7 ed.).





ภาคผนวก

1. ตัวอย่างแบบวัดการคิดเชิงพีชคณิต

ตัวอย่าง

- แบบวัดการคิดเชิงพีชคณิต ของนักเรียนระดับชั้นประถมศึกษาปีที่ 6
- คำชี้แจง
1. แบบวัดนี้มี 3 ข้อ ใช้เวลา ข้อละ 15 นาที รวม 45 นาที
 2. ให้นักเรียนอ่านและพิจารณาจากสิ่งที่กำหนดให้และตอบคำถาม

ในปีนี้มีกิ่งมีอายุเป็น $\frac{5}{8}$ ของอายุขวัญ กิ่งและฟ้ามี่อายุเท่ากัน ซึ่งฟ้ามี่อายุเป็น $1\frac{1}{2}$ ของอายุน้ำ ถ้าปีนี้น้ำ อายุ 20 ปี ขวัญจะมีอายุมากกว่าน้ำกี่ปี

1. จากสถานการณ์ที่กำหนดให้

1.1 นักเรียนทราบอะไรบ้าง

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

1.2 ข้อมูลที่นักเรียนต้องการเพิ่มเติม คืออะไร เพราะอะไร

.....

.....

.....

.....

.....

2. แนวทางการหาคำตอบ

2. ตัวอย่างแบบวัดความพึงพอใจที่มีต่อการจัดการเรียนรู้

แบบวัดความพึงพอใจของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6

คำชี้แจง ให้นักเรียนทำเครื่องหมาย ✓ ลงในช่องที่ตรงกับระดับความพึงพอใจดังนี้

5 : มากที่สุด 4 : มาก 3 : ปานกลาง 2 : น้อย 1 : น้อยที่สุด

ข้อ	ประเด็น	ระดับความพึงพอใจ				
		5	4	3	2	1
ด้านเนื้อหา						
1	เนื้อหาที่น่าสนใจ					
2	เนื้อหาไม่ยากง่ายจนเกินไป					
3	ข้าพเจ้าสามารถนำเนื้อหาที่เรียนไปใช้ในชีวิตประจำวันได้					
4	การจัดลำดับของเนื้อหา ทำให้ข้าพเจ้ามีความเข้าใจต่อบทเรียนได้ง่าย					
5	เนื้อหามีความเหมาะสมกับระยะเวลาเรียน					
6	ข้าพเจ้าสามารถแก้สถานการณ์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และให้เหตุผลในการเลือกวิธีการแก้ปัญหาได้ดีขึ้น					
7	เนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ที่สอนไม่มีประโยชน์ในการประกอบอาชีพของข้าพเจ้าในอนาคต					

ข้อเสนอแนะอื่น ๆ

.....

.....

.....

.....

3. ตัวอย่างแผนการจัดการเรียนรู้

หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 เศษส่วน

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

รายวิชา คณิตศาสตร์

ชั้นประถมศึกษาปีที่ 6

เรื่อง การแก้โจทย์ปัญหาเศษส่วน และจำนวนคละ เวลา 2 คาบ (120 นาที)

1. มาตรฐานการเรียนรู้ /ตัวชี้วัด หรือผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง

มาตรฐาน ค 1.1

เข้าใจความหลากหลายของการแสดงจำนวน ระบบจำนวน การดำเนินการของจำนวน ผลที่เกิดจากการดำเนินการ สมบัติการดำเนินการ และนำไปใช้

ตัวชี้วัด ป.6/8

แสดงวิธีหาคำตอบของโจทย์ปัญหาเศษส่วนและจำนวนคละ 2 - 3 ขั้นตอน

2. สาระสำคัญ /ความคิดรวบยอด

เมื่อนักเรียนเรียนจบหน่วยการเรียนรู้ไปแล้วนักเรียน 1) วิเคราะห์โจทย์ปัญหาโดยหาสิ่งที่โจทย์กำหนด และสิ่งที่โจทย์ถาม 2) วางแผนแก้โจทย์ปัญหา นักเรียนสามารถวิเคราะห์ความสัมพันธ์ระหว่างจำนวน 2 จำนวนที่เท่ากัน เพื่อสร้างข้อสรุป โดยเขียนเป็นขั้นตอนประโยคสัญลักษณ์และ 3) แก้โจทย์ปัญหา โดยแสดงวิธีหาคำตอบของโจทย์ปัญหา พร้อมให้เหตุผลประกอบได้

3. สาระการเรียนรู้

การแก้โจทย์ปัญหาเศษส่วน และจำนวนคละ

4. จุดประสงค์การเรียนรู้

4.1 ด้านความรู้

อธิบายวิธีการแก้โจทย์ปัญหาการบวก ลบ คูณ หาร เศษส่วนและจำนวนคละได้

4.2 ด้านทักษะ

1) แก้โจทย์ปัญหาการบวก ลบ คูณ หาร เศษส่วนและจำนวนคละ

2) สรุปการแก้โจทย์ปัญหาด้วยการใช้ตัวแทนหรือสัญลักษณ์ได้ถูกต้องและ

สมเหตุสมผล

4.3 ด้านคุณลักษณะ (Characteristic)

มีความมุ่งมั่นในการทำงาน

5. กิจกรรมและขั้นตอนการจัดการเรียนรู้

1. ขั้นกำหนดสถานการณ์ปัญหา (20 นาที) มีรายละเอียดดังนี้

1.1. เข้าใจสถานการณ์

1) ครูทบทวนเรื่องเศษส่วนโดยครูสอบถามถึงประโยคสัญลักษณ์จากภาพที่นักเรียนเห็น แสดงคำตอบด้วยการวาดภาพและให้นักเรียนเขียนประโยคสัญลักษณ์จากโจทย์ภาพที่กำหนดให้

ครู : เรามาดูเศษส่วนข้อแรกกันนะคะ ภาพแรกนักเรียนมีการแบ่งเป็นกี่ส่วนคะ

นักเรียน : 4 ส่วน ครับ/ค่ะ

ครู : ส่วนที่แรเงาเขียนเป็นเศษส่วนได้อย่างไรคะ

นักเรียน : เศษ 1 ส่วน 4 ครับ/ค่ะ

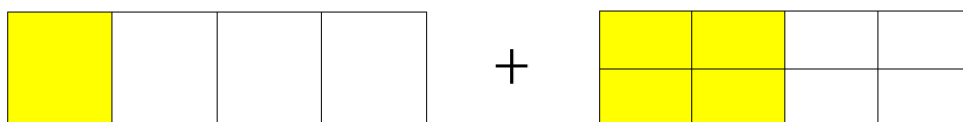
ครู : แล้วอีกรูป ส่วนที่แรเงาเขียนเป็นเศษส่วนได้อย่างไรคะ

นักเรียน : เศษ 4 ส่วน 8 ครับ/ค่ะ

ครู : แล้วถ้าเรานำส่วนที่แรเงามาร่วมกันจะต้องทำยังไงคะ

นักเรียน : ทำส่วนให้เท่ากันก่อนคะ นำ $\frac{1}{4}$ มาคูณ $\frac{2}{2}$ จะได้ $\frac{2}{8}$ แล้วนำ $\frac{2}{8}$ บวกกับ $\frac{4}{8}$ จะได้ $\frac{6}{8}$ ครับ/ค่ะ

ข้อ 1



$$\frac{1}{4} + \frac{4}{8} = \frac{6}{8} \text{ หรือ } \frac{3}{4}$$

ครู : เรามาดูเศษส่วนข้อที่ 2 กันนะคะ ภาพแรกนักเรียนมีการแบ่งเป็นกี่ส่วนคะ

นักเรียน : 9 ส่วน ครับ/ค่ะ

ครู : ส่วนที่แรเงาเขียนเป็นเศษส่วนได้อย่างไรคะ

นักเรียน : เศษ 6 ส่วน 9 ครับ/ค่ะ

ครู : แล้วอีกรูป ส่วนที่แรเงาเขียนเป็นเศษส่วนได้อย่างไรคะ

นักเรียน : เศษ 1 ส่วน 3 ครับ/ค่ะ

ครู : แล้วถ้าเรานำส่วนที่แรเงามาร่วมกันจะต้องทำยังไงคะ

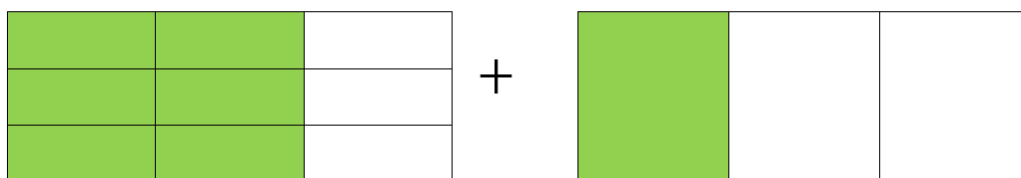
นักเรียน : ทำส่วนของตัวหลังให้เท่ากับส่วนตัวหน้าก่อนคะ นำ $\frac{1}{3}$ มาคูณ $\frac{3}{3}$ จะได้ $\frac{3}{9}$ แล้วจึงนำ $\frac{6}{9}$

บวกกับ $\frac{3}{9}$ จะได้ $\frac{9}{9}$ ครับ/ค่ะ

ครู : ใครรู้บ้างว่า $\frac{9}{9}$ สามารถเขียนแทนด้วยจำนวนใดได้อีกบ้างคะ

นักเรียน : 1 ครับ/ค่ะ

ข้อ 2



$$\frac{6}{9} + \frac{1}{3} = \frac{9}{9} \text{ หรือ } 1$$

ครู : เรามาดูเศษส่วนข้อที่ 3 กันนะคะ ภาพแรกนักเรียนมีการแบ่งเป็นกี่ส่วนคะ

นักเรียน : 8 ส่วน ครับ/ค่ะ

ครู : ส่วนที่แรเงาเขียนเป็นเศษส่วนได้อย่างไรคะ

นักเรียน : เศษ 5 ส่วน 8 ครับ/ค่ะ

ครู : แล้วอีกรูป ส่วนที่แรเงาเขียนเป็นเศษส่วนได้อย่างไรคะ

นักเรียน : เศษ 1 ส่วน 4 ครับ/ค่ะ

ครู : แล้วถ้าเรานำส่วนที่แรเงามาร่วมกันจะต้องทำยังไงคะ

นักเรียน : ทำส่วนของตัวหลังให้เท่ากับส่วนตัวหน้าก่อนคะ นำ $\frac{1}{4}$ มาคูณ $\frac{2}{2}$ จะได้ $\frac{2}{8}$ แล้วจึงนำ $\frac{5}{8}$

บวกกับ $\frac{2}{8}$

จะได้ $\frac{7}{8}$ ครับ/ค่ะ

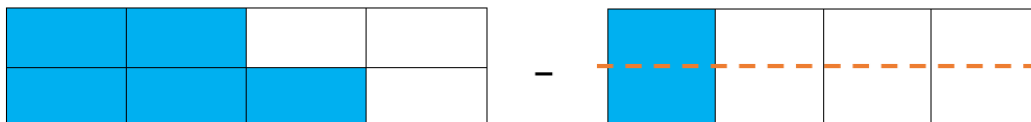
ครู : เก่งมากค่ะ แต่ครูมีอีกวิธีมาบอกนักเรียนคะ ถ้าครูลากเส้นเพิ่มเพียง 1 เส้น ครูจะสามารถหา

คำตอบได้เลย ใครพอช่วยครูได้บ้างคะว่าครูควรลากเส้นไหนดี อาจมีนักเรียนบางคนสามารถ

ลากเส้นสี่เหลี่ยมได้ (ลากเส้นสี่เหลี่ยมเพิ่ม) ถ้าไม่มี ให้ครูพยายามกระตุ้นให้นักเรียนลองแบ่งเศษส่วน

ด้านหลัง ก็จะทำให้เห็นภาพที่แสดงจำนวนเศษส่วนได้เลย

ข้อ 3



$$\frac{5}{8} - \frac{1}{4} = \frac{3}{8}$$

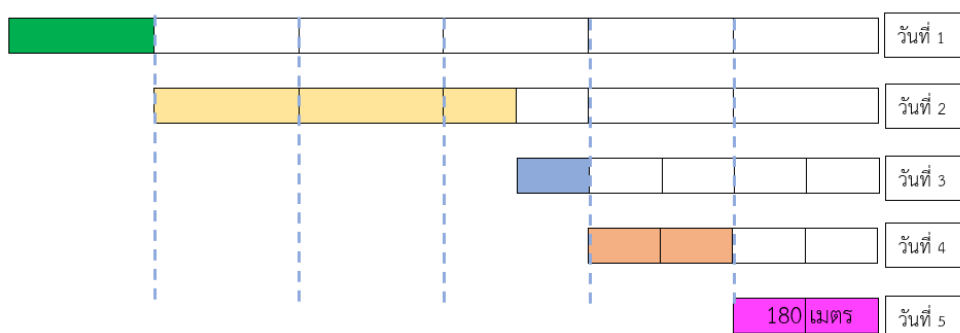
2) ครูเล่านิทานให้นักเรียนฟังเรื่อง เต่าน้อยนักเดินทางดังนี้

เต่าตัวหนึ่ง เริ่มเดินวันแรกได้ระยะทาง $\frac{1}{6}$ ของระยะทางทั้งหมด วันที่สองเดินต่อได้ระยะทาง $\frac{1}{2}$ ของระยะทางที่เหลือ วันที่สามเดินเพิ่มได้อีก $\frac{1}{5}$ ของระยะทางที่เหลือจากวันที่สอง ในวันที่สี่เต่าเดินเพิ่มได้อีก $\frac{1}{2}$ ของระยะทางที่เหลือจากวันที่สาม และวันสุดท้ายเต่าเดินอีก 180 เมตร จึงถึงจุดหมาย ระยะทางทั้งหมดที่เต่าเดินคือเท่าไร

- ครูถามนักเรียนถึง สิ่งที่นักเรียนทราบจากโจทย์ (นักเรียนควรตอบได้ว่า เช่น เต่าเดินทั้งหมด 5 วัน , โจทย์บอกการเดินของเต่าในแต่ละวัน , วันสุดท้ายเดินได้ 180 เมตร) และสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ เพื่อกำหนดแนวทางการสร้างแบบจำลองทางเดินของเต่า

แนวคิด (สำหรับครู)

ระยะทางที่เต่า เดินในแต่ละวัน



$$\begin{aligned} 1 \text{ ช่อง} &= 180 \text{ เมตร} \\ 6 \text{ ช่อง} &= 6 \times 180 \text{ เมตร} \\ &= 1,080 \text{ เมตร} \end{aligned}$$

วันที่ 1	$\frac{1}{6}$	เหลือ	$1 - \frac{1}{6} = \frac{5}{6}$
วันที่ 2	$\frac{1}{2} \times \frac{5}{6}$	เหลือ	$\frac{5}{6} - (\frac{1}{2} \times \frac{5}{6}) = (\frac{5}{6} \times \frac{2}{2}) - (\frac{1}{2} \times \frac{5}{6})$ $= \frac{10}{12} - \frac{5}{12} = \frac{5}{12}$
วันที่ 3	$\frac{1}{5} \times \frac{5}{12}$	เหลือ	$\frac{5}{12} - (\frac{1}{5} \times \frac{5}{12}) = \frac{5}{12} - \frac{1}{12} = \frac{4}{12}$
วันที่ 4	$\frac{1}{2} \times \frac{4}{12}$	เหลือ	$\frac{4}{12} - (\frac{1}{2} \times \frac{4}{12}) = \frac{4}{12} - \frac{2}{12} = \frac{2}{12}$
วันที่ 5			180 เมตร = $\frac{2}{12}$

$$\frac{180}{12} = \frac{2 \times 90}{12 \times 90}$$

เป็นการเชื่อมโยง
ความสัมพันธ์ของ
จำนวน 2 จำนวน ที่มี
ความเท่ากันซึ่งเป็น
การส่งเสริมการคิด
เชิงพีชคณิต

ครูมอบหมายให้นักเรียนร่วมระดมความคิดเห็นเกี่ยวกับการสร้างทางเดินของเต่าตาม
สถานการณ์นิทานที่ครูเล่า เพื่อให้นักเรียนทราบถึงระยะเวลาการเดินทางของเต่า

1.2. กระตุ้นการนึกภาพ

- ครูถามนักเรียนถึง สิ่งที่นักเรียนทราบจากโจทย์ (นักเรียนควรตอบได้ว่า เช่น เต่าเดิน
ทั้งหมด 5 วัน , โจทย์บอกการเดินทางของเต่าในแต่ละวัน, วันสุดท้ายเดินได้ 180 เมตร) และ
สิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ เพื่อกำหนดแนวทางการสร้างแบบจำลองทางเดินของเต่า และให้
นักเรียนลองคิดว่าถ้านักเรียนจะสร้างทางเดินของเต่าขึ้นมา นักเรียนอยากใช้อุปกรณ์ใด
(นักเรียนอาจตอบ ไม้บล็อก ตัวต่อ หรือกระดาษวาดภาพ เป็นต้น)

2. ขั้นนึกภาพเป็นเรื่องราว (30 นาที)

2.1. การวางแผนการแก้ปัญหาโดยการนึกภาพ

- ครูใช้คำถาม เช่น การเดินของเต่าในวันแรกเราควรจะใช้จำนวนช่องกี่ช่อง และเต่าเดินไปที่
ช่อง (นักเรียนควรตอบได้ว่า 6 ช่อง เป็นต้น)

- ครูบอกนักเรียนว่า วันนี้เราจะทำทางเดินของเต่ากัน ให้นักเรียนจินตนาการทางเดินของเต่าหน่อย โดยออกแบบเป็นแผนภาพลงบนกระดาษ A4 และสะท้อนแนวคิดร่วมกันในชั้นเรียน
- ครูมอบหมายให้นักเรียนสร้างทางเดินของเต่า ตามแผนภาพที่นักเรียนได้สะท้อนคิดร่วมกัน โดยกำหนดให้เลือกใช้อุปกรณ์ในการสร้างทางเดินของเต่า เช่น เชือก ตัวต่อบล็อก ดินน้ำมัน กระดาษ A4 เป็นต้น ได้อย่างอิสระตามที่นักเรียนต้องการจะนำมาสร้างทางเดินของเต่า โดยกำหนดให้ใช้อุปกรณ์แต่ละชนิดเป็นตัวแทนระยะทางเดินของเต่าในแต่ละวัน (เพื่อให้นักเรียนพัฒนาระบบการคิดเชิงพีชคณิตโดยใช้สื่อที่เป็นรูปธรรม จับต้องได้ในการฝึกแก้ปัญหา)

2.2. สะท้อนคิดการแก้ปัญหาโดยการนิกรภาพ

- ให้นักเรียนเลือกนำเสนออุปกรณ์ที่นักเรียนคิดว่าสอดคล้องกับแนวคิดที่นักเรียนได้จินตนาการทางเดินของเต่าในช่วงแรก
- ครูให้นักเรียนจับคู่กับเพื่อน และให้ช่วยกันตรวจสอบความเข้าใจ แลกเปลี่ยนเรียนรู้ขั้นตอนในการหาคำตอบของตนเองร่วมกับเพื่อนโดยใช้สิ่งที่นักเรียนสร้างจำลอง หรือภาพที่วาดไว้ให้เห็นถึงแนวคิดในการหาคำตอบ
- ให้นักเรียนนำเสนอขั้นตอนการหาคำตอบจากสิ่งที่นักเรียนสร้างทางเดินของเต่า แสดงให้เพื่อน ๆ ได้ดูและพูดคุย เพื่อมองถึงวิธีการแก้ปัญหา * ในขั้นนี้ครูควรคอยกระตุ้นและตั้งคำถาม ให้นักเรียนค่อย ๆ คิดเป็นขั้นตอนและอธิบายถึงเหตุผลของการเลือกวิธีนั้น ๆ และให้เพื่อน ๆ มีส่วนร่วมในการแสดงความคิดเห็น

3. ขั้นเปลี่ยนภาพความคิดเป็นการปฏิบัติ (30 นาที)

3.1. เปลี่ยนประโยคภาพเป็นประโยคสัญลักษณ์

- จากที่นักเรียนได้ร่วมกันแสดงความคิดเห็นกับเพื่อน ๆ จากนั้นครูจึงให้นักเรียนเขียนขั้นตอนการหาคำตอบโดยนักเรียนสามารถเขียนในรูปแบบใดก็ได้ เช่น การใช้สัญลักษณ์ต่าง ๆ ในแต่ละขั้นตอน รวมถึงการใช้สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ ลงในใบสถานการณ์ของนักเรียน *ในขั้นตอนนี้ครูคอยสังเกตและใช้คำถามเพื่อให้นักเรียนค่อย ๆ มองโดยใช้สัญลักษณ์ตามที่นักเรียนแต่ละคนจะสามารถทำได้

3.2 ปฏิบัติการแก้ปัญหาตามที่ได้วางแผน

- นักเรียนแสดงการแก้ปัญหาตามขั้นตอนการหาคำตอบที่นักเรียนสร้างเป็นประโยคสัญลักษณ์ไว้
- ทบทวนแก้ปัญหาตามขั้นตอนการหาคำตอบ และจับคู่กับเพื่อน เพื่อให้เพื่อนได้ตรวจสอบขั้นตอนวิธีการหาคำตอบ เพื่อนสามารถเขียนข้อเสนอแนะ ขั้นตอนวิธีการหาคำตอบลงในใบสถานการณ์
- ให้นักเรียนจับคู่กับเพื่อน

4 สะท้อนคิดผลการปฏิบัติอย่างสมเหตุสมผล (40 นาที)

4.1. แลกเปลี่ยนเรียนรู้

- นำเสนอการแก้ปัญหาในรูปแบบของการใช้สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ให้ เพื่อน ๆ ในห้องดู และร่วมกันแสดงความคิดเห็น โดยครูคอยตั้งคำถามเพื่อให้นักเรียนให้เหตุผลในการเลือกใช้ตัวแทนต่าง ๆ ในการแก้ สถานการณ์ปัญหา

- ในการนำเสนอ ครูอาจสอบถามแนวความคิด การเชื่อมโยงความสัมพันธ์ของจำนวน 2 จำนวน เพื่อให้ นักเรียนได้มองเห็นความสัมพันธ์ในลักษณะการคิดเชิงพีชคณิต ครูใช้คำถามเพื่อให้นักเรียนมองเห็นความเชื่อมโยงระหว่างจำนวน 2 จำนวนที่เท่ากัน เช่น ในชั้นสรุป หาก 1 ช่องมีค่า เท่ากับ 180 เมตร ดังนั้นเตาเดินทั้งหมดที่ช่องคะ และนักเรียนคิดว่าจะคิดเป็นระยะทางทั้งหมดกี่เมตร (นักเรียนควรตอบได้ว่า เตาดำเดินทั้งหมด 6 ช่อง หาก 1 ช่อง มีระยะทาง เท่ากับ 180 เมตร ดังนั้น 6 ช่อง จะมีระยะทาง เท่ากับ $6 \times 180 = 1,080$ เมตร)

4.2 ยืนยันข้อสรุปร่วมกัน

- ครูร่วมกันกับนักเรียน อธิบาย และสรุปขั้นตอนการแก้ปัญหาอย่างสมเหตุสมผล และเขียนประโยคสัญลักษณ์ตามวิธีของแต่ละคน ซึ่งอาจมีความแตกต่างกัน ซึ่งผลลัพธ์จะเท่ากันในทุกแบบ เพื่อสรุปความหลากหลายของการแก้ปัญหาและนำมาใช้ตัวแทนเพื่อนำเสนอร่วมถึงนักเรียนสามารถเห็นเหตุผลในการดำเนินการแก้ปัญหา

6. สื่อการเรียนรู้ / แหล่งการเรียนรู้

- 6.1 Power point สถานการณ์ปัญหา 2 สถานการณ์
- 6.2 อุปกรณ์ต่าง ๆ เช่น เข็มนาฬิกา ตัวต่อ บล็อก ดินน้ำมัน กระดาษ A4
- 6.3 ใบสถานการณ์(ทางเดินของเตา) เท่ากับจำนวนนักเรียน
- 6.4 อุปกรณ์การเขียน

7. การวัดและประเมินผล เป็นการประเมินโดยภาพรวม ขององค์ประกอบของการคิดเชิง พีชคณิต

ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 จำนวน 3 องค์ประกอบ ดังนี้

1. การแก้ปัญหา
2. การใช้ตัวแทนและการนำเสนอ
3. การให้เหตุผล

เกณฑ์การให้คะแนน

เกณฑ์การให้คะแนน องค์ประกอบที่ 1 การแก้สถานการณ์

คะแนน	องค์ประกอบและพฤติกรรมบ่งชี้
4	<ul style="list-style-type: none"> - สามารถบอกรายละเอียดที่โจทย์ต้องการจะถามได้ และ - สามารถวางแผนการแก้โจทย์ปัญหาด้วยวิธีการที่หลากหลาย และสามารถเขียนประโยคสัญลักษณ์ได้ และ - สามารถลงมือแก้โจทย์ปัญหาโดยคำนวณหาคำตอบและแสดงวิธีทำได้ ถูกต้องและเหมาะสม และ - ตรวจสอบความสมเหตุสมผลของคำตอบ วิเคราะห์ความเป็นไปได้ของวิธีการอื่น ๆ
3	<ul style="list-style-type: none"> - สามารถบอกรายละเอียดที่โจทย์ต้องการจะถามได้ และ - สามารถวางแผนการแก้โจทย์ปัญหาด้วยวิธีการที่หลากหลาย และสามารถเขียนประโยคสัญลักษณ์ได้ และ - สามารถลงมือแก้โจทย์ปัญหาโดยคำนวณหาคำตอบและแสดงวิธีทำได้ ถูกต้องและเหมาะสม
2	<ul style="list-style-type: none"> - สามารถบอกรายละเอียดที่โจทย์ต้องการจะถามได้ และ - สามารถวางแผนการแก้โจทย์ปัญหาด้วยวิธีการที่หลากหลาย และสามารถเขียนประโยคสัญลักษณ์ได้
1	<ul style="list-style-type: none"> - สามารถบอกรายละเอียดที่โจทย์ต้องการจะถามได้

เกณฑ์การให้คะแนน องค์ประกอบที่ 2 การใช้ตัวแทนและการนำเสนอ

คะแนน	องค์ประกอบและพฤติกรรมบ่งชี้
2	<ul style="list-style-type: none"> - สามารถเลือกใช้ตัวแทนหรือสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์นำเสนอการแก้สถานการณ์ เช่น ตัวเลข เครื่องหมายต่าง ๆ ได้อย่างถูกต้องและเหมาะสม และ - สามารถนำเสนอวิธีการการคิด การแก้สถานการณ์ผ่านตัวแทนต่าง ๆ เพื่อสรุปความคิดได้อย่างถูกต้องและเหมาะสม
1	<ul style="list-style-type: none"> - สามารถเลือกใช้ตัวแทนหรือสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์นำเสนอการแก้สถานการณ์ เช่น ตัวเลข เครื่องหมายต่าง ๆ ได้อย่างถูกต้องและเหมาะสม

เกณฑ์การให้คะแนน องค์ประกอบที่ 3 การให้เหตุผล

คะแนน	องค์ประกอบและพฤติกรรมบ่งชี้
2	<ul style="list-style-type: none"> - สามารถอธิบายและให้เหตุผลจากสถานการณ์ที่กำหนดให้ได้ถูกต้องและเหมาะสม และ - สามารถสร้างข้อสรุปเป็นความคิดของตนเองในรูปแบบภาษาหรือสัญลักษณ์จากการวิเคราะห์สถานการณ์ที่กำหนดให้ได้ถูกต้องและเหมาะสม
1	<ul style="list-style-type: none"> - สามารถอธิบายและให้เหตุผลจากสถานการณ์ที่กำหนดให้ได้ถูกต้องและเหมาะสม

8. ใบงานสถานการณ์

ใบงานสถานการณ์ปัญหา

คำชี้แจง

นักเรียนอ่านสถานการณ์ปัญหาที่กำหนด และตอบคำถาม

สถานการณ์ปัญหา

เต่าตัวหนึ่ง เริ่มเดินวันแรกได้ระยะทาง $\frac{1}{6}$ ของระยะทางทั้งหมด วันที่สองเดินต่อได้ระยะทาง $\frac{1}{2}$ ของระยะทางที่เหลือ วันที่สามเดินเพิ่มได้อีก $\frac{1}{5}$ ของระยะทางที่เหลือจากวันที่สอง ในวันที่สี่เต่าเดินเพิ่มได้อีก $\frac{1}{2}$ ของระยะทางที่เหลือจากวันที่สาม และวันสุดท้ายเต่าเดินอีก 180 เมตร จึงถึงจุดหมาย ระยะทางทั้งหมดที่เต่าเดินคือเท่าไร

วิเคราะห์สถานการณ์ปัญหา

1. จากสถานการณ์ที่กำหนดนักเรียนทราบอะไรบ้าง

.....

.....

.....

.....

2. ข้อมูลที่นักเรียนต้องการเพิ่มเติม คืออะไร เพราะอะไร

.....

.....

.....

.....

แนวทางการหาคำตอบ

ประโยคสัญลักษณ์

.....

.....

วิธีการแก้สถานการณ์

.....

.....

.....

.....

.....

.....

คำตอบ

.....

.....

ข้อคิดเห็น / เสนอแนะ

.....

ยืนยัน ข้อสรุปเดิม

ต้องการปรับปรุงแก้ไขข้อสรุปอีกครั้ง พร้อมให้เหตุผล ดังนี้

.....

.....

.....

.....

4. รายนามผู้เชี่ยวชาญ

1. ผู้เชี่ยวชาญในการตรวจแบบวัดการคิดเชิงพีชคณิต

- | | |
|---|--|
| 1. รองศาสตราจารย์ ดร.ชมนาด เชื้อสุวรรณทวี | คณะศึกษาศาสตร์
มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ |
| 2. รองศาสตราจารย์ ดร.มณฑิรา จารุเพ็ง | คณะศึกษาศาสตร์
มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ |
| 3. ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.ขวัญ เพ็ญชัย | คณะวิทยาศาสตร์
มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ |
| 4. ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.สุทินันท์ บุญพัฒนาภรณ์ | โรงเรียนสาธิต มศว ประสานมิตร
(ฝ่ายมัธยม) คณะศึกษาศาสตร์
มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ |
| 5. อาจารย์ ดร.สุณิสา สุมิรัตนะ | คณะศึกษาศาสตร์
มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ |

2. ผู้เชี่ยวชาญในการตรวจแบบวัดความพึงพอใจ

- | | |
|---|--|
| 1. รองศาสตราจารย์ ดร.มณฑิรา จารุเพ็ง | คณะศึกษาศาสตร์
มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ |
| 2. ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.ขวัญ เพ็ญชัย | คณะวิทยาศาสตร์
มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ |
| 3. ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.สุทินันท์ บุญพัฒนาภรณ์ | โรงเรียนสาธิต มศว ประสานมิตร
(ฝ่ายมัธยม) คณะศึกษาศาสตร์
มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ |
| 4. อาจารย์ ดร.สุณิสา สุมิรัตนะ | คณะศึกษาศาสตร์
มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ |
| 5. อาจารย์ ดร.ดลศักดิ์ ไทรเล็กทิม | โรงเรียนสาธิต มศว ประสานมิตร
(ฝ่ายประถม) คณะศึกษาศาสตร์
มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ |

3. ผู้เชี่ยวชาญในการตรวจแบบประเมินความเหมาะสมและความสอดคล้องของรูปแบบการจัดการเรียนรู้

- | | |
|---|--|
| 1. รองศาสตราจารย์ ดร.ชมนาด เชื้อสุวรรณทวี | คณะศึกษาศาสตร์
มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ |
| 2. ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.ขวัญ เพ็ญชัย | คณะวิทยาศาสตร์
มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ |
| 3. อาจารย์ ดร.ธีรเชษฐ เรืองสุขอนันต์ | โรงเรียนสาธิต มศว ประสานมิตร
(ฝ่ายมัธยม) คณะศึกษาศาสตร์
มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ |
| 4. อาจารย์ ดร.ดลศักดิ์ ไทโรเล็กทิม | โรงเรียนสาธิต มศว ประสานมิตร
(ฝ่ายประถม) คณะศึกษาศาสตร์
มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ |
| 5. อาจารย์ ดร.พนม จองเฉลิมชัย | คณะครุศาสตร์
มหาวิทยาลัยราชภัฏนครปฐม |

4. ผู้เชี่ยวชาญในการตรวจแบบประเมินองค์ประกอบและตัวบ่งชี้การคิดเชิงพีชคณิต

- | | |
|--|--|
| 1. ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.ทรงชัย อักษรวิคิด | คณะศึกษาศาสตร์
มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์ |
| 2. ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.ขวัญ เพ็ญชัย | คณะวิทยาศาสตร์
มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ |
| 3. ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.บุญญา แซ่หล่อ | คณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี
มหาวิทยาลัยสงขลานครินทร์ |
| 4. ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.ณัชชา กมล | คณะศึกษาศาสตร์
มหาวิทยาลัยเชียงใหม่ |
| 5. อาจารย์ ดร.สุนิสา สุมิรัตน์ะ | คณะศึกษาศาสตร์
มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ |

ประวัติผู้เขียน

ชื่อ-สกุล	พนิตตา วงษ์พานิช
วัน เดือน ปี เกิด	13 กุมภาพันธ์ 2517
สถานที่เกิด	กรุงเทพมหานคร
วุฒิการศึกษา	ศึกษาศาสตรบัณฑิต (การประถมศึกษา) คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศิลปากร การศึกษามหาบัณฑิต (การประถมศึกษา) คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ปรัชญาดุษฎีบัณฑิต สาขาวิชาวิทยาการทางการศึกษาและการจัดการเรียนรู้ คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ
ผลงานตีพิมพ์	พนิตตา วงษ์พานิช, รุ่งทิวา แย้มรุ่ง และ กิตติชัย สุภาสิโนบล. (2566, ธันวาคม). การพัฒนาองค์ประกอบและตัวบ่งชี้การคิดเชิงพีชคณิตสำหรับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6. Journal of Roi Kaensarn Academi, 8(12).