



การศึกษาค้นคว้าผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง เส้นขนาน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2
ที่ผ่านการจัดการเรียนรู้โดยใช้วิธีการแบบเปิด

A STUDY OF LEARNING ACHIEVEMENT IN PARALLEL LINES TOPICS
OF MATHAYOMSUKSA II STUDENTS VIA OPEN APPROACH

วราภรณ์ ชลภาพ

บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ

2566

การศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง เส้นขนาน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2
ที่ผ่านการจัดการเรียนรู้โดยใช้วิธีการแบบเปิด



ปฏิญานีพจน์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตร
การศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์
คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ
ปีการศึกษา 2566
ลิขสิทธิ์ของมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ

A STUDY OF LEARNING ACHIEVEMENT IN PARALLEL LINES TOPICS
OF MATHAYOMSUKSA II STUDENTS VIA OPEN APPROACH



WARAPORN CHONLAPAP

A Thesis Submitted in Partial Fulfillment of the Requirements
for the Degree of MASTER OF EDUCATION
(Mathematics)

Faculty of Science, Srinakharinwirot University

2023

Copyright of Srinakharinwirot University

ปรินิพนุณนินพน์
 เรือง
 การศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง เส้นขนาน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2
 ที่ผ่านการจัดการเรียนรู้โดยใช้วิธีการแบบเปิด
 ของ
 วราภรณ์ ชลภาพ

ได้รับอนุมัติจากบัณฑิตวิทยาลัยให้นับเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตร

ปรินิพนุณนินพน์มหาบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์
 ของมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ

 (รองศาสตราจารย์ นายแพทย์ฉัตรชัย เอกปัญญาสกุล)
 คณบดีบัณฑิตวิทยาลัย

คณะกรรมการสอบปากเปล่าปรินิพนุณนินพน์

..... ที่ปรึกษาหลัก (ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.ณานิน กองทิพย์) ประธาน (ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.ทรงชัย อักษรคิด)
..... ที่ปรึกษาร่วม (ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.สุกัญญา หะยีสานและ) กรรมการ (อาจารย์ ดร.เสริมศรี ไทยแท้)

ชื่อเรื่อง	การศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง เส้นขนาน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ผ่านการจัดการเรียนรู้โดยใช้วิธีการแบบเปิด
ผู้วิจัย	วราภรณ์ ชลภาพ
ปริญญา	การศึกษามหาบัณฑิต
ปีการศึกษา	2566
อาจารย์ที่ปรึกษา	ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. ญาณิน กองทิพย์
อาจารย์ที่ปรึกษาร่วม	ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. สุกัญญา หะยีสานและ

การวิจัยครั้งนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องเส้นขนาน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ผ่านการจัดการเรียนรู้โดยใช้วิธีการแบบเปิด กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ ได้แก่ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนศึกษานารีวิทยา เขตบางบอน จังหวัดกรุงเทพมหานคร ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2564 จำนวน 1 ห้องเรียน จาก 4 ห้องเรียน จำนวน 41 คน ซึ่งได้จากการสุ่มแบบกลุ่ม (Cluster Random Sampling) เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยประกอบด้วย 1) แผนการจัดการเรียนรู้ เรื่อง เส้นขนาน จำนวน 10 แผน 2) แบบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง เส้นขนาน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เป็นแบบทดสอบที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นเพื่อตรวจสอบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง เส้นขนาน สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล ได้แก่ ค่าเฉลี่ยเลขคณิต ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน แบบทดสอบแบบทวินาม ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง เส้นขนาน หลังจากได้รับการจัดการเรียนการสอนโดยใช้วิธีการแบบเปิด ผ่านเกณฑ์ได้มากกว่าร้อยละ 60 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด ที่ระดับนัยสำคัญ .05

คำสำคัญ : วิธีการแบบเปิด, ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน, เส้นขนาน

Title A STUDY OF LEARNING ACHIEVEMENT IN PARALLEL LINES
TOPICS
OF MATHAYOMSUKSA II STUDENTS VIA OPEN APPROACH

Author WARAPORN CHONLAPAP

Degree MASTER OF EDUCATION

Academic Year 2023

Thesis Advisor Yanin Kongthip

Co Advisor Sukanya Hajjilah

The purposes of this study are to study the learning achievement of Mathayomsuksa Two students on parallel lines after being taught with the Open Approach. The participants were 41 Mathayomsuksa Two students at Suksanareewittaya School in Bangkok, Thailand in the second semester of the 2021 academic year. The instruments used in this study were as follows: 10 lesson plans that allowed students to learn the topic of parallel lines and with an achievement test. The students were said to have learning achievement if they scored 60% or more on test. The collected data were analyzed using basic statistics and a Binomial Test. The findings of this research were the learning achievement of the students who passed the criteria of 60%, with a statistical significance at a the level of .05.

Keyword : Open Approach, Parallel lines, Learning Achievement

กิตติกรรมประกาศ

ปริญญาานิพนธ์ฉบับนี้เสร็จสมบูรณ์ได้เป็นอย่างดีเพราะได้รับความอนุเคราะห์เป็นอย่างดีจากผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.ญานิน กองทิพย์ อาจารย์ที่ปรึกษาหลักปริญญาานิพนธ์ และขอขอบคุณ ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.สุกัญญา หะยิสสาและ อาจารย์ที่ปรึกษาร่วมปริญญาานิพนธ์ ที่กรุณาให้ คำปรึกษา คำแนะนำ และตรวจแก้ไข ตลอดมาตั้งแต่เริ่มทำปริญญาานิพนธ์จนกระทั่งปริญญาานิพนธ์ฉบับนี้เสร็จสมบูรณ์ลุล่วงไปได้ด้วยดี ผู้วิจัยจึงขอกราบขอบพระคุณอย่างสูงไว้ ณ ที่นี้

ขอขอบพระคุณอาจารย์ ดร.เสริมศรี ไทยแท้ อาจารย์ ดร.ธีรศักดิ์ ฉลาดการณ์ และคุณครู กฤษณะ หม่อมรักษา ที่กรุณาเป็นผู้เชี่ยวชาญ ในการตรวจสอบคุณภาพและปรับปรุงเครื่องมือวิจัย ให้สมบูรณ์ยิ่งขึ้น

ขอกราบขอบพระคุณ ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. ทรงชัย อักษรคิด และอาจารย์ ดร. เสริมศรี ไทยแท้ ที่ให้ความกรุณาาร่วมเป็นกรรมการสอบปากเปล่าปริญญาานิพนธ์ และได้ให้ข้อเสนอแนะแก่ ผู้วิจัย ซึ่งเป็นประโยชน์ต่อการปรับปรุงปริญญาานิพนธ์ฉบับนี้ให้สมบูรณ์ยิ่งขึ้น

ขอกราบขอบพระคุณผู้อำนวยการโรงเรียนศึกษานารีวิทยา ที่อนุญาตให้ใช้สถานที่วิจัย และขอขอบพระคุณคุณครูสุตารัตน์ เครือจันทร์ อย่างยิ่งที่คอยให้คำแนะนำ และช่วยเหลือขณะเก็บ ข้อมูลวิจัยเป็นอย่างดี และขอบคุณนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ให้ความร่วมมือกับการทดลอง โดยเฉพาะกลุ่มตัวอย่าง จนได้ข้อมูลที่เป็นประโยชน์ต่องานวิจัย

ขอขอบพระคุณสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.) ที่ได้ให้ทุน โครงการส่งเสริมการผลิตครูที่มีความสามารถพิเศษทางวิทยาศาสตร์ (สควค.) ซึ่งรวมถึงเงินทุน สนับสนุนการทำปริญญาานิพนธ์ฉบับนี้ด้วย

ขอขอบคุณนายเกียรติศักดิ์ แสงทอง ผู้ช่วยในการเก็บข้อมูลวิจัยที่คอยให้คำแนะนำการ สร้างตรวจสอบเครื่องมือ และดูแลความเรียบร้อยในตลอดการดำเนินการเก็บข้อมูลวิจัย

สุดท้ายขอกราบขอบพระคุณมารดา และครอบครัวที่ให้การสนับสนุนทั้งด้านกำลังใจและ ทุนทรัพย์ นอกจากนี้ยังมีผู้ให้การช่วยเหลือผู้วิจัยที่ไม่สามารถกล่าวนามได้ทั้งหมด

จึงขอขอบพระคุณทุกท่านมา ณ โอกาสนี้ด้วย

สารบัญ

	หน้า
บทคัดย่อภาษาไทย.....	ง
บทคัดย่อภาษาอังกฤษ.....	จ
กิตติกรรมประกาศ.....	ฉ
สารบัญ.....	ช
สารบัญตาราง.....	ฎ
สารบัญรูปภาพ.....	ฏ
บทที่ 1 บทนำ.....	1
ภูมิหลัง.....	1
ความมุ่งหมายของการวิจัย.....	4
ความสำคัญของการวิจัย.....	5
ขอบเขตการวิจัย.....	5
ประชากรที่ใช้ในการวิจัย.....	5
กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัย.....	5
เนื้อหาที่ใช้ในการวิจัย.....	5
ระยะเวลาที่ใช้ในการวิจัย.....	6
ตัวแปรที่ใช้ในการวิจัย.....	6
นิยามศัพท์เฉพาะ.....	6
กรอบแนวคิดการวิจัย.....	8
สมมติฐานในการวิจัย.....	8
บทที่ 2 เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง.....	9
1. เอกสารที่เกี่ยวข้องกับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน.....	10

1.1 ความหมายของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน	10
1.2 องค์ประกอบที่มีอิทธิพลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน	11
1.3 บทบาทของครูในการวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน	12
1.4 ประเภทของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน	14
1.5 การวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน.....	18
1.6 ประโยชน์ของการวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน	22
2. เอกสารที่เกี่ยวข้องกับการจัดการเรียนรู้โดยใช้วิธีการแบบเปิด (Open Approach).....	26
2.1 ความหมายของวิธีการแบบเปิด	26
2.2 ขั้นตอนการจัดการเรียนรู้โดยวิธีการแบบเปิด.....	27
2.3 ความหมายของปัญหาปลายเปิด	32
2.4 ประเภทของปัญหาปลายเปิด.....	33
2.5 การสร้างปัญหาปลายเปิด	37
2.6 แนวทางการแก้ปัญหาปลายเปิด	39
2.7 ประโยชน์ของการแก้ปัญหาปลายเปิด	40
3. เอกสารที่เกี่ยวข้องกับการจัดการเรียนรู้เรื่อง เส้นขนาน	43
4. งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง	45
4.1 ด้านผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน	45
4.2 วิธีการแบบเปิด	48
4.3 เส้นขนาน.....	50
บทที่ 3 วิธีการดำเนินการวิจัย	53
1. การกำหนดประชากรและการเลือกกลุ่มตัวอย่าง	53
2. การสร้างเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย	54
3. การเก็บรวบรวมข้อมูลงานวิจัยนี้มีขั้นตอนในการเก็บรวบรวมข้อมูล ดังนี้.....	61

แบบแผนการทำวิจัย.....	61
4. การดำเนินการทดลอง.....	61
5. การวิเคราะห์ข้อมูล.....	62
6. สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล.....	62
สถิติพื้นฐาน.....	62
สถิติที่ใช้ในการตรวจสอบคุณภาพของเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย.....	63
สถิติที่ใช้ในการทดสอบสมมติฐานการวิจัย.....	65
บทที่ 4 ผลการวิเคราะห์ข้อมูล.....	66
1. ค่าเฉลี่ยเลขคณิตและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน.....	66
2. การทดสอบสมมติฐานการวิจัย.....	67
บทที่ 5 สรุปผล อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ.....	81
ความมุ่งหมายของการวิจัย.....	81
สมมติฐานของการวิจัย.....	81
วิธีดำเนินการวิจัย.....	81
ข้อเสนอแนะ.....	86
1. ข้อเสนอแนะการเรียนการสอน.....	86
2. ข้อเสนอแนะสำหรับการวิจัยครั้งต่อไป.....	86
ภาคผนวก.....	88
ภาคผนวก ก การหาคุณภาพของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง เส้นขนาน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2.....	89
ภาคผนวก ข การทดสอบสมมติฐาน.....	98
ภาคผนวก ค ตัวอย่างแผนการจัดการเรียนรู้และใบกิจกรรม ตามวิธีการแบบเปิด.....	101
ภาคผนวก ง แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง เส้นขนาน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2.....	176

ภาคผนวก จ รายนามผู้เชี่ยวชาญ	197
บรรณานุกรม.....	199
ประวัติผู้เขียน.....	206



สารบัญตาราง

	หน้า
ตาราง 1 การสร้างปัญหาปลายเปิด.....	38
ตาราง 2 แบบแผนการทดลอง	61
ตาราง 3 ค่าเฉลี่ยเลขคณิต (\bar{X}) และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (S) ของคะแนนผลสัมฤทธิ์จาก แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง เส้นขนาน ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2.....	67
ตาราง 4 ผลการทดสอบภาวะปกติ (Normality Test) ของคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง เส้นขนาน.....	68
ตาราง 5 ผลการทดสอบสมมติฐานของการวิจัยที่ว่า นักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2 มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง เส้นขนาน หลังจากรับการจัดการเรียนการสอนโดยใช้วิธีการแบบเปิด ผ่านเกณฑ์มากกว่า ร้อยละ 60 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด	68
ตาราง 6 ค่าดัชนีความสอดคล้องของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง เส้นขนาน ชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 2	92
ตาราง 7 ค่าความยากง่าย (p) และค่าอำนาจจำแนก (r) และค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบ วัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง เส้นขนาน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2	96
ตาราง 8 การทดสอบภาวะการถ่วงน้ำหนักของคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง เส้นขนาน	99
ตาราง 9 เกณฑ์การให้คะแนน แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง เส้นขนาน	196

สารบัญรูปร่างภาพ

	หน้า
ภาพประกอบ 1 กรอบแนวคิดการวิจัย	8
ภาพประกอบ 2 ขั้นตอนวิธีการแบบเปิด	27
ภาพประกอบ 3 ตัวอย่างปัญหาปลายเปิด เรื่อง ไม่ขีดไฟ	35
ภาพประกอบ 4 ตัวอย่างปัญหาให้แยกประเภท	36
ภาพประกอบ 5 การค้นหาวิธีการที่ถูกต้องหลาย ๆ วิธี	39
ภาพประกอบ 6 การค้นหาคำตอบที่ถูกต้องหลาย ๆ วิธี	39
ภาพประกอบ 7 วิธีการแก้ปัญหาหลาย ๆ วิธี หรือวิธีการแก้ปัญหาวิธีเดียว	40
ภาพประกอบ 8 กรอบแนวคิดในการจัดการเรียนรู้	58
ภาพประกอบ 9 คะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง เส้นขนาน จากการทำแบบทดสอบ วัด ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง เส้นขนาน ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2	66
ภาพประกอบ 10 ตัวอย่างใบกิจกรรมของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง	71
ภาพประกอบ 11 ตัวอย่างใบกิจกรรมของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง	73
ภาพประกอบ 12 ตัวอย่างใบกิจกรรมของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง	74
ภาพประกอบ 13 ตัวอย่างใบกิจกรรมของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง	75
ภาพประกอบ 14 ตัวอย่างใบกิจกรรมของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง	76
ภาพประกอบ 15 ร่องรอยการหาคำตอบข้อที่ 4 ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง	77
ภาพประกอบ 16 ร่องรอยการหาคำตอบข้อที่ 4 ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง	77
ภาพประกอบ 17 ร่องรอยการหาคำตอบข้อที่ 5 ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง	78
ภาพประกอบ 18 ร่องรอยการหาคำตอบข้อที่ 5 ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง	78
ภาพประกอบ 19 ร่องรอยการหาคำตอบข้อที่ 6 ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง	79
ภาพประกอบ 20 ร่องรอยการหาคำตอบข้อที่ 6 ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง	79



บทที่ 1

บทนำ

ภูมิหลัง

ในปัจจุบันนี้ประเทศเราเข้าสู่ยุคแห่งการแข่งขัน และเน้นการพัฒนาศักยภาพ ซึ่งวัตถุประสงค์หลักของการจัดการศึกษาทุกระบบ คือการสร้างนักเรียนให้เป็นพลเมืองที่มีศักยภาพ คุณภาพ และมีความสามารถแข่งขันได้ในอนาคต การวัดผลทางการศึกษาจึงต้องมุ่งให้นักเรียนประยุกต์ใช้ความรู้ในชีวิตจริง สามารถคิดวิเคราะห์และแก้ปัญหาได้ (โครงการ PISA ประเทศไทย สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2551, น. ก) ประกอบด้วยในศตวรรษที่ 21 มีการระบุไว้ว่าทักษะที่ผู้เรียนควรมีนั้นคือ ทักษะด้านการคิดวิเคราะห์การคิดอย่างมีวิจารณญาณ การแก้ปัญหา การคิดสร้างสรรค์ การใช้เทคโนโลยี การสื่อสารและการร่วมมือซึ่งจะทำให้ผู้เรียนรู้เท่าทันการเปลี่ยนแปลงของระบบเศรษฐกิจ สังคม วัฒนธรรม และสภาพแวดล้อม สามารถแข่งขันกับประชาคมโลกได้ (กระทรวงศึกษาธิการ, 2560, น. 1) ในการเรียนรู้ในศตวรรษที่ 21 คณิตศาสตร์มีบทบาทสำคัญ เนื่องจากคณิตศาสตร์ช่วยให้มนุษย์มีความคิดอย่างมีเหตุผล เป็นระบบมีแบบแผน สามารถคิดวิเคราะห์ปัญหาหรือสถานการณ์ต่างๆ ได้ถี่ถ้วนรอบคอบ ช่วยวางแผน คาดการณ์ ตัดสินใจแก้ปัญหาได้อย่างถูกต้องเหมาะสม นอกจากนี้คณิตศาสตร์ยังเป็นเครื่องมือในการศึกษาศาสตร์อื่น ๆ เช่น วิทยาศาสตร์ เทคโนโลยี เป็นต้น ซึ่งเป็นฐานรากในการพัฒนาทรัพยากรบุคคลของชาติให้มีคุณภาพและพัฒนาเศรษฐกิจของประเทศ เพื่อให้เศรษฐกิจของประเทศทัดเทียมกับนานาชาติ จึงจำเป็นต้องพัฒนาการศึกษาคณิตศาสตร์อย่างต่อเนื่อง (กระทรวงศึกษาธิการ, 2560, น. 1)

ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียน เป็นปัจจัยที่ส่งผลอย่างสำคัญต่อคุณภาพการศึกษาของชาติซึ่งเกี่ยวข้องกับการจัดการเรียนรู้ (Muijs และ Reyneld, 2002, น. 14) ถ้าหากว่าผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนตกต่ำ แสดงให้เห็นว่า นักเรียนขาดความรู้ความสามารถ จะเป็นจุดอ่อนอย่างยิ่งที่จะส่งผลทำให้พลเมืองของประเทศไม่มีความพร้อมในการแข่งขันกับประเทศต่าง ๆ โดยเฉพาะในปัจจุบัน ที่ต้องมีความพร้อมรับมือกับการเปลี่ยนแปลงที่เกิดขึ้นอย่างไม่หยุดยั้งและการแข่งขันอย่างรุนแรง ในเกือบทุกด้าน (วิณา เตชะพนาดร, 2548, น. 56) ศูนย์ดำเนินการ PISA แห่งชาติ สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2564, น. 3) กล่าวถึงเป้าประสงค์ 4.1 ซึ่งมุ่งเน้นคุณภาพการศึกษาเป็นเป้าหมายหนึ่งในเป้าหมายการศึกษาโลก มีมาตรการที่ผสมผสานทั้งด้านปริมาณของนักเรียนในการเข้าเรียนในโรงเรียน กับมาตรการคุณภาพของ

ผลสัมฤทธิ์ทางการศึกษา มาตรการนี้สนับสนุนประเทศต่าง ๆ ที่ยังมีสัดส่วนของเยาวชนจำนวนมาก มีความสำเร็จต่ำในการประเมิน PISA 2018 ให้สามารถจัดการระบบการศึกษาในระดับมัธยมศึกษาครอบคลุมประชากรได้มากขึ้น และปรับปรุงคุณภาพการเรียนและการสอนในโรงเรียนให้มีสัดส่วนของนักเรียนที่มีความสามารถระดับพื้นฐานต่ำสุดให้มีจำนวนมากขึ้น ซึ่งประเทศไทยยังเป็นประเทศที่นับว่าอยู่ในกลุ่มประเทศที่ยังห่างไกลจากเป้าประสงค์นี้

สิ่งที่พบเห็นในปัจจุบันคือสภาพการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ของครูไทยส่วนใหญ่ยังคงให้ความสำคัญกับผลลัพธ์หรือคำตอบมากกว่ากระบวนการหรือแนวคิดของนักเรียน (ไมตรี อินทร์ประสิทธิ์, 2563, น. 25) แนวทางการสอนของครูคณิตศาสตร์ยังเป็นแบบเดิมนั้นคือนั้นการ-บรรยาย สาธิต และให้นักเรียนทำแบบฝึกหัด การสอนแบบนี้เป็นเพียงการที่นักเรียนรับเอาข้อมูลเพื่อจำเท่านั้น โดยไม่ได้ทำความเข้าใจอย่างแท้จริง (Bishara, 2015, น. 18) ยิ่งไปกว่านั้นการเรียนการสอนในโรงเรียนส่วนมากจะสอนให้ผู้เรียนหาคำตอบที่ถูกต้องเพียงคำตอบเดียว และมีวิธีการแก้ปัญหาซ้ำเดิม แต่ปัญหาในชีวิตจริงการมีคำตอบที่ถูกต้องเพียงคำตอบเดียวไม่เพียงพอต่อการแก้ปัญหาจำเป็นที่จะต้องมีความหลากหลายคำตอบ เพื่อให้สามารถเลือกคำตอบที่เหมาะสมกับสถานการณ์ปัญหานั้นได้ (อารี พันธุ์มี, 2544, น. 41) ดังนั้นครูผู้สอนต้องหาวิธีการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนให้มีประสิทธิภาพให้มีการเชื่อมโยงเนื้อหาวิชากับชีวิตจริง (จิราภรณ์ ศิริทวี, ดนุชา ปนคำ, ศุภณัฐ ส่งเสริมและพัฒนาล้างแผ่นดินเชิงคุณธรรม, โรงเรียนสาธิตแห่งมหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์, และ ศูนย์วิจัยและพัฒนาศึกษา, 2551, น. 35) เนื่องจากปัญหาปลายเปิดเป็นปัญหาที่ส่งเสริมให้เกิดความคิดที่หลากหลาย มีลักษณะที่เปิดโอกาสให้ค้นคว้าหาคำตอบที่หลากหลาย (Becker และ Shimada, 1997, น. 5) ดังนั้นจึงถือว่าเป็นวิธีการจัดการเรียนรู้วิธีหนึ่งที่มีความน่าสนใจ

การจัดกิจกรรมการเรียนการสอนด้วยวิธีการแบบเปิด (Open Approach) โดยอาศัยการแก้ปัญหาปลายเปิด (Open-ended problem solving) มาใช้ในชั้นเรียนคณิตศาสตร์ จะส่งเสริมให้นักเรียนเกิดกระบวนการคิด การแก้ปัญหา และการเรียนรู้ การเรียนการสอนเช่นนี้จะทำให้นักเรียนรู้สึกว่าการแก้ปัญหาปลายเปิดนั้นเกี่ยวข้องกับตนเอง ทำให้นักเรียนพยายามคิดหาวิธีแก้ปัญหา และคิดวิเคราะห์ด้วยตนเอง (พงษ์รินทร์ คำสีทิพย์, 2558, น. 2) ซึ่งวิธีการจัดการเรียนรู้แบบเปิดมีขั้นตอนการสอน 4 ขั้นตอน คือ 1) การนำเสนอสถานการณ์ปัญหา 2) การเรียนรู้ด้วยตนเองของนักเรียน 3) การอภิปรายและเปรียบเทียบร่วมกันทั้งชั้น และ

4) การสรุปโดยการเชื่อมโยงแนวคิดของนักเรียนที่เกิดขึ้นในชั้นเรียน (ปรีชา พิมพ์แก้ว, 2550, น. 12)

การจัดการเรียนรู้โดยใช้วิธีการแบบเปิด เป็นวิธีการสอนวิธีหนึ่งที่เน้นผู้เรียนเป็นสำคัญ ซึ่งการจัดการเรียนรู้โดยแบบเปิด สามารถช่วยให้ผู้เรียนได้พบกับปัญหาหรือสถานการณ์ ซึ่งทำให้เกิดกระบวนการคิดวิเคราะห์ สังเคราะห์ ทำความเข้าใจกับปัญหาเพื่อให้ได้คำตอบ จากการแก้ปัญหาที่หลากหลาย คำตอบที่ได้อาจไม่ใช่คำตอบเดียว เพราะวิธีการสอนแบบเปิดเป็นวิธีการสอนที่ครูไม่ได้จำกัดวิธีการคิดของผู้เรียน แต่ครูจะทำความเข้าใจกับแนวคิดหรือเหตุผลในการได้มาของคำตอบ และวิธีการแก้ปัญหาด้วยตัวผู้เรียนเอง การมีปฏิสัมพันธ์ในกลุ่มและระหว่างกลุ่ม ทำให้ผู้เรียนได้เข้าใจถึงกระบวนการสร้างความรู้ที่อาศัยการมีส่วนร่วม และสามารถสร้างความรู้ด้วยตนเอง นอกจากนี้ผู้เรียนสามารถใช้ศักยภาพของตนเองได้อย่างเต็มที่ในกระบวนการคิดและแลกเปลี่ยนเรียนรู้ (Nohda, 1984) ซึ่งผู้เรียนมีบทบาทสำคัญที่สุดในการเรียนรู้และการจัดองค์ความรู้ ด้วยเหตุนี้วิธีการสอนแบบเปิด จึงเน้นกระบวนการเรียนรู้ที่เปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้มีโอกาสเรียนรู้จากประสบการณ์ด้วยการลงมือปฏิบัติ การทำงานเป็นกลุ่ม และการแก้ปัญหา ทำให้ผู้เรียนมีผลต่อการเรียนสูงขึ้น และมีความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาที่ขึ้นการจัดการเรียนรู้โดยใช้วิธีการแบบเปิดเป็นการสอนที่เน้นให้ผู้เรียนคิดเป็น แก้ปัญหาเป็น ให้เป็นคนช่างสังเกตช่างสงสัย พยายามหาข้อสรุปเพื่อให้เกิดความคิดรวบยอดในเรื่องที่กำลังศึกษา (ณิศรา สุทธิสังข์ และ เกียรติ แสงอรุณ, 2555, น. 152-153)

เราคาดคิดเป็นส่วนหนึ่งในสาระการวัดและเรขาคณิตที่นักเรียนจำเป็นต้องเรียนตั้งแต่ระดับประถมศึกษาจนถึงมัธยมศึกษา ซึ่งหลักสูตรในปัจจุบันถูกปรับปรุงใหม่ส่วนหนึ่งอาจเป็นผลมาจากผลการทดสอบทางการศึกษาระดับชาตินี้พื้นฐาน (Ordinary National Educational Test: O-NET) ที่พบว่านักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 มีคะแนนเฉลี่ยของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ต่ำกว่ามาตรฐานขั้นต่ำที่กำหนดไว้ (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2561, น. 5-6) ซึ่งสอดคล้องกับผลการประเมินการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของผู้เรียนในโครงการ Trends in International Mathematics and Science Study (TIMSS) ค.ศ. 2015 โดย International Association for the Evaluation of Education Achievement (IEA) ระบุว่านักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ของประเทศไทยมีคะแนนเฉลี่ยคณิตศาสตร์ทั้งในด้านเนื้อหาและพฤติกรรมการเรียนรู้อยู่ในระดับต่ำ โดยในสาระเรขาคณิต ปี ค.ศ. 2015 มีคะแนนเฉลี่ย 429 ซึ่งเป็นสาระที่มีคะแนนต่ำสุดรองจากสาระข้อมูลและโอกาส (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์

และเทคโนโลยี, 2560a น. 114; 2560b, น. 36) เนื่องด้วยโครงการ TIMSS เป็นหนึ่งในโครงการที่ให้ความสำคัญกับวิชาคณิตศาสตร์ซึ่ง TIMSS ได้ทำการประเมินผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ทั้งทางด้านเนื้อหาและด้านพฤติกรรมการเรียนรู้ เพื่อที่จะนำผลการประเมินมาใช้ในการพิจารณากำหนดแนวทางและนโยบายเกี่ยวกับการพัฒนาด้านวิทยาศาสตร์ และคณิตศาสตร์ของประเทศให้ได้มาตรฐานและทัดเทียมนานาชาติ (ปรีชาญู เดชศรี, 2552, น.1) จากผลการประเมินของTIMSS นี้เป็นนาฬิกาปลุกให้ประเทศที่กำลังพัฒนาได้ระลึกรู้ว่าจะขาดต้นทุนกำลังคน (Human Capital) เหนือโลกตะวันออกอย่างที่เคยเป็นมาอีกต่อไปแล้ว ในโลกที่การแข่งขันเป็นไปอย่างเข้มข้น ประเทศจำเป็นต้องทำงานอย่างหนัก เพื่อรักษาคนที่มีความรู้และทักษะที่โลกยุคใหม่ต้องการ (โครงการ PISA ประเทศไทย สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2553, น. 7)

เส้นขนาน ถือว่าเป็นเนื้อหาสำคัญในสาระการวัดและเรขาคณิต เนื่องจากเป็นพื้นฐานในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ (งามพร้อม อ่อนบัวขาว และ หล้า ภวภูตานนท์, 2557, น. 228) แต่จากการศึกษาพบว่านักเรียนส่วนใหญ่ยังมีปัญหาในเรื่องนี้ เนื่องจากเป็นเนื้อหาที่ค่อนข้างนามธรรม และมีทฤษฎีเกี่ยวข้องมาก โดยครูส่วนใหญ่สอนเรื่องนี้ด้วยการให้นักเรียนท่องจำทฤษฎี จึงทำให้นักเรียนปราศจากความเข้าใจ ทำให้ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนต่ำกว่าเรื่องอื่น (ทวี ไวยมิตรา , 2555, น. 72) นอกจากนี้ เวชฤทธิ์ อังกนะภัทรขจร (2546, น. 62) พบว่านักเรียนช่วงชั้นที่ 3 มีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในเรื่อง เส้นขนาน จึงส่งผลให้นักเรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนไม่ดีเท่าที่ควร และไม่สามารถนำความรู้และทฤษฎีต่าง ๆ ในบทนี้ไปใช้แก้ปัญหาได้

ด้วยเหตุผลดังกล่าวมาข้างต้น ผู้วิจัยมีความสนใจที่จะศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่อง เส้นขนาน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ผ่านการจัดการเรียนรู้ โดยใช้วิธีการแบบเปิดจากกิจกรรมการเรียนการสอนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น

ความมุ่งหมายของการวิจัย

เพื่อศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องเส้นขนานของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ผ่านการจัดการเรียนรู้โดยใช้วิธีการแบบเปิด

ความสำคัญของการวิจัย

1. ได้แนวทางการจัดการเรียนรู้โดยใช้วิธีการแบบเปิด เรื่อง เส้นขนาน สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2
2. เป็นแนวทางในการพัฒนากิจกรรมสำหรับครู นักวิจัย หรือผู้ที่สนใจ สามารถนำแนวคิดไปประยุกต์ใช้เพื่อพัฒนาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียน เรื่อง เส้นขนาน

ขอบเขตการวิจัย

ประชากรที่ใช้ในการวิจัย

นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนศึกษานารีวิทยา เขตบางบอน จังหวัดกรุงเทพมหานคร ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2564 ทั้งหมด 4 ห้องเรียน จำนวน 106 คน ซึ่งแต่ละห้องเรียนมีนักเรียนแบบคละความสามารถ

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัย

นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนศึกษานารีวิทยา เขตบางบอน จังหวัดกรุงเทพมหานคร ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2564 จำนวน 1 ห้องเรียน จาก 4 ห้องเรียน จำนวน 41 คน ซึ่งได้จากการสุ่มแบบกลุ่ม (Cluster Random Sampling)

เนื้อหาที่ใช้ในการวิจัย

เนื้อหาที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้เป็นเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐานระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐานพุทธศักราช 2551 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) ของกระทรวงศึกษาธิการ เรื่อง เส้นขนาน โดยมีหัวข้อดังนี้

การขนานกันของเส้นตรง	จำนวน 1 คาบ
เส้นขนานและมุมภายใน	จำนวน 2 คาบ
เส้นขนานและมุมแย้ง	จำนวน 2 คาบ

เส้นขนานและมุมภายนอกกับมุมภายใน

จำนวน 2 คาบ

เส้นขนานและรูปสามเหลี่ยม

จำนวน 3 คาบ

ระยะเวลาที่ใช้ในการวิจัย

ระยะเวลาที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ ดำเนินการทดลองในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2564 โดยใช้เวลาในการทดลองจำนวน 12 คาบ เป็นการดำเนินการจัดการเรียนรู้ 10 คาบ และทำการทดสอบหลังทดลอง 2 คาบ

ตัวแปรที่ใช้ในการวิจัย

1. ตัวแปรอิสระ คือ การจัดการเรียนรู้โดยใช้วิธีการแบบเปิด (Open Approach)
2. ตัวแปรตาม คือ ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง เส้นขนาน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

นิยามศัพท์เฉพาะ

1. **ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง เส้นขนาน** หมายถึง ความรู้ ความสามารถของนักเรียน จากการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนาน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ได้จากการจัดการเรียนรู้โดยใช้วิธีการแบบเปิด ซึ่งสามารถวัดได้จากการทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น

2. **แบบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง เส้นขนาน** หมายถึง แบบทดสอบเรื่อง เส้นขนาน สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นเพื่อใช้วัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนหลังจากที่ได้รับการจัดการเรียนรู้โดยใช้วิธีการแบบเปิด เป็นแบบทดสอบจำนวน 1 ฉบับ โดยมีลักษณะเป็นแบบทดสอบปรนัย จำนวน 10 ข้อ และแบบทดสอบอัตนัยจำนวน 2 ข้อ

3. **การจัดการเรียนรู้โดยใช้วิธีการแบบเปิด** หมายถึง การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่มีกระบวนการหรือสถานการณ์ต่าง ๆ ให้มีลักษณะเป็นปัญหาปลายเปิด ซึ่งทุกคนสามารถแก้ปัญหา

ได้ตามศักยภาพและความสามารถของตนเอง โดยมีขั้นตอนในการดำเนินการสอนประกอบด้วย 4 ขั้นตอน (ไมตรี อินทร์ประสิทธิ์, 2547) ดังนี้

3.1) ขั้นตอนการนำเสนอปัญหาปลายเปิด (Posing open-ended problem) เป็นขั้นตอนที่ผู้สอนนำเสนอปัญหาปลายเปิดให้นักเรียนได้เผชิญปัญหาและไม่สามารถหาคำตอบได้ในทันที และปัญหาที่นำมาเสนอต้องมีความน่าสนใจ ทำทลายความสามารถของนักเรียน

3.2) ขั้นตอนการการเรียนรู้ด้วยตนเองของนักเรียน (Students' self-learning) เป็นขั้นตอนที่ให้นักเรียนได้ตีความปัญหาที่เจอ เพื่อลดความเข้าใจผิดด้านภาษา ซึ่งนักเรียนสามารถตีความปัญหาโดยใช้ภาษาที่ตนเองถนัดได้ ในขั้นตอนนี้ครูสังเกตการตีความของนักเรียนที่สื่อถึงความเข้าใจปัญหาซึ่งถ้านักเรียนมีแนวโน้มที่จะเข้าใจผิด ครูสามารถถามคำถามที่ทำให้เกิดการวิเคราะห์ปัญหาที่เกิดขึ้นใหม่ จนกระทั่งมีความเข้าใจที่ถูกต้อง

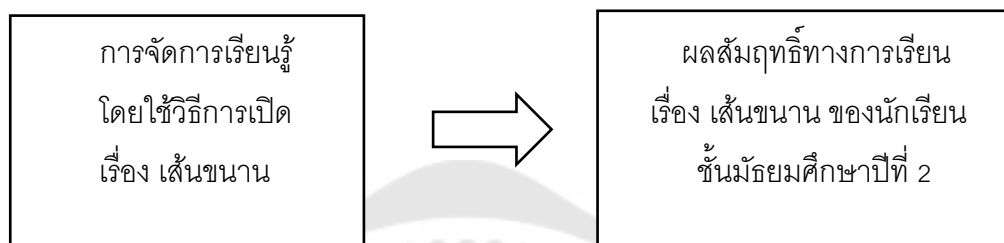
3.3) ขั้นตอนการอภิปรายทั้งชั้นเรียนและการเปรียบเทียบ (Whole class discussion and comparison) เป็นขั้นตอนที่นักเรียนหาวิธีการต่าง ๆ ที่จะสามารถนำไปแก้ปัญหาได้ โดยนักเรียนแต่ละคนอาจจะเสนอแนวทางในการแก้ปัญหาที่แตกต่างกันไปตามความสามารถและประสบการณ์เดิมของแต่ละบุคคล ในขั้นนี้ครูควรจำแนกนักเรียนว่าใครยังไม่เข้าใจปัญหา และให้ตัวอย่างเพิ่มเติม หรือเสนอแนะเพื่อกระตุ้นให้นักเรียนคิดในแนวทางที่เกี่ยวข้องกับปัญหา และจำแนกแนวคิดของนักเรียนที่เหมือนหรือแตกต่างกัน และทำหน้าที่จัดลำดับการนำเสนอให้นักเรียนนำเสนอแนวคิดของตนเองหรือกลุ่มหน้าชั้นเรียนโดยใช้ภาษาของตนเอง โดยครูจะไม่วิจารณ์หรือตัดสินแนวคิดของนักเรียน

3.4) การสรุปโดยการเชื่อมโยงแนวคิดของนักเรียนที่เกิดขึ้นใน ชั้นเรียน (Summarization through connecting students' mathematical ideas emerged in the classroom) ครูรวบรวมแนวคิดทั้งหมดของนักเรียนทั้งแนวคิดจะเหมือนกัน และต่างกัน เมื่อมีแนวคิดบางอย่างที่นำเสนอยังไม่ถูกต้องหรือยังไม่สมบูรณ์ครูควรพิจารณา และปรับแนวคิดเหล่านั้นจากข้อเสนอแนะของนักเรียนคนอื่นๆ เพื่อที่จะนำไปสู่ข้อสรุป

4. เกณฑ์ หมายถึง คะแนนจุดตัดที่กำหนดการผ่านระดับที่ยอมรับได้ โดยเกณฑ์สำหรับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง เส้นขนาน ใช้เกณฑ์ร้อยละ 60 หมายความว่า นักเรียนที่ได้คะแนนตั้งแต่ร้อยละ 60 ของคะแนนรวมขึ้นไปถือว่าผ่านเกณฑ์

กรอบแนวคิดการวิจัย

การศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง เส้นขนาน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ผ่านการจัดการเรียนรู้ โดยใช้วิธีการแบบเปิด ผู้วิจัยมีกรอบแนวคิดดังภาพประกอบ 1



ภาพประกอบ 1 กรอบแนวคิดการวิจัย

สมมติฐานในการวิจัย

นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ได้รับการจัดการเรียนรู้โดยวิธีการแบบเปิด เรื่อง เส้นขนาน มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ผ่านเกณฑ์ตั้งแต่ร้อยละ 60 ขึ้นไปของนักเรียนทั้งหมด

บทที่ 2

เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยได้ศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง และได้นำเสนอตามหัวข้อต่อไปนี้

1. เอกสารที่เกี่ยวข้องกับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน

- 1.1 ความหมายของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน
- 1.2 องค์ประกอบที่มีอิทธิพลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน
- 1.3 บทบาทของครูในการวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน
- 1.4 ประเภทของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน
- 1.5 การวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน
- 1.6 ประโยชน์ของการวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน

2. เอกสารที่เกี่ยวข้องกับการจัดการเรียนรู้โดยใช้วิธีการแบบเปิด

(Open Approach)

- 2.1 ความหมายของวิธีการแบบเปิด
- 2.2 ขั้นตอนการจัดการเรียนรู้โดยใช้วิธีการแบบเปิด
- 2.3 ความหมายของปัญหาปลายเปิด
- 2.4 ประเภทของปัญหาปลายเปิด
- 2.5 การสร้างปัญหาปลายเปิด
- 2.6 แนวทางการแก้ปัญหาปลายเปิด
- 2.7 ประโยชน์ของการแก้ปัญหาปลายเปิด

3. เอกสารที่เกี่ยวข้องกับการจัดการเรียนรู้เรื่อง เส้นขนาน

4. งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

- 4.1 ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน
- 4.2 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับวิธีการแบบเปิด
- 4.3 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับเส้นขนาน

การศึกษาเอกสารที่เกี่ยวข้องกับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ผู้วิจัยได้ศึกษาในประเด็นต่างๆ ดังนี้

1. เอกสารที่เกี่ยวข้องกับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน

1.1 ความหมายของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน

จากที่ได้ศึกษามีผู้ให้ความหมายของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนไว้ ดังนี้

Good และ Merkel (1973, น. 7) กล่าวว่าผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน หมายถึง การได้รับความรู้ หรือ การพัฒนาทักษะในการเรียน ซึ่งอาจจะพิจารณาจากคะแนนสอบที่กำหนดให้ และคะแนนที่ได้จากงานที่ครูมอบให้หรือทั้งสองอย่าง และเป็นตัวชี้วัดความสามารถของนักเรียนจากการทดสอบที่ได้มาตรฐาน

ชวาล แพรัตกุล (2552, น. 9 - 19) ได้กล่าวโดยสรุปไว้ว่าผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน หมายถึงความสำเร็จในด้านทักษะ ความรู้และสมรรถภาพด้านต่างๆ ของสมอง

เดือนใจ เกตุษา (2549, น. 102) ได้กล่าวโดยสรุปไว้ว่าผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน หมายถึงสมรรถภาพสมองด้านการระลึกออกของความจำเกี่ยวกับความรู้ วิธีดำเนินการ ข้อเท็จจริง และความรู้รวบยอดในเรื่อง

ประกิจ รัตนสุวรรณ (2525, น. 200) และ ไพศาล หวังพานิช (2526, น. 137) ได้ให้ความหมายของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน สอดคล้องกันว่า คุณลักษณะและความสามารถของบุคคล หลังจากได้รับการเรียนการสอน เป็นการเปลี่ยนแปลงพฤติกรรมและประสบการณ์ การเรียนรู้ หรือการฝึกฝน

จารุวรรณ นาคคุบัว (2552, น. 25) ได้ให้ความหมายของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน หมายถึง ความรู้หรือความสามารถของผู้เรียนในการพยายามเข้าถึงความรู้ที่เกิดขึ้นหลังจากการเรียนการสอนซึ่งสามารถวัดได้ จากแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน

กรมวิชาการ และ สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2545, น. 4) สรุปความหมายของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนว่าหมายถึงทักษะ หรือความรู้ที่เกิดขึ้นโดยการเรียน วิชาการต่างๆ ในโรงเรียนตามปกติ พิจารณาได้จากคะแนนผลสอบ หรือผลงาน

วิลสัน (Wilson, 1971, น. 643 - 696) กล่าวว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ หมายถึง ความสามารถทางสติปัญญา (Cognitive Domain) ในการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ จาก

แนวคิดของวิลสันพอจะกล่าวได้ว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ คือผลสำเร็จในการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ ที่ประเมินเป็นระดับความสามารถนั่นเอง

จากการศึกษาความหมายของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสามารถสรุปได้ว่า ความหมายของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน หมายถึง ความรู้ความสามารถ ที่สามารถวัดได้โดยแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ซึ่งในการวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยได้ใช้พฤติกรรมในการเรียนรู้ของวิลสันในการวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์

1.2 องค์ประกอบที่มีอิทธิพลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน

เพรสคอตต์ (ภาณุมาศ เศรษฐสุนทร, 2556, น. 20; อ้างอิงจาก Prescott, 1961, น. 14-16) ได้ใช้ความรู้ทางสังคมวิทยา ชีววิทยา การแพทย์ และจิตวิทยา ศึกษาเกี่ยวกับการเรียนของนักเรียน และสรุปผลการศึกษาว่าองค์ประกอบที่มีอิทธิพลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียน ทั้งในและนอกห้องเรียน ดังนี้

- 1) องค์ประกอบทางด้านร่างกาย ได้แก่ อัตราการเจริญเติบโตของร่างกายสุขภาพร่างกาย ข้อบกพร่องทางร่างกายและบุคลิกท่าทาง
- 2) องค์ประกอบทางวัฒนธรรมและสังคม ได้แก่ ขนบธรรมเนียมประเพณี ความเป็นอยู่ของครอบครัวสภาพแวดล้อมทางบ้านการอบรมทางบ้านและฐานะทางบ้าน
- 3) องค์ประกอบทางความรัก ได้แก่ ความสัมพันธ์ของบิดามารดา ความสัมพันธ์ระหว่างลูกๆ ด้วยกันและความสัมพันธ์ระหว่างสมาชิกทั้งหมดในครอบครัว
- 4) องค์ประกอบทางการพัฒนาแห่งตน ได้แก่ สถิติปัญญา ความสนใจ เจตคติของนักเรียน
- 5) องค์ประกอบทางความสัมพันธ์ในเพื่อนวัยเดียวกัน ได้แก่ ความสัมพันธ์ของนักเรียนกับเพื่อนวัยเดียวกันทั้งที่บ้านและที่โรงเรียน
- 6) องค์ประกอบทางการปรับตัว ได้แก่ ปัญหาการปรับตัว การแสดงออกทางอารมณ์

บลูม (อรวรรณ ช่ออินสิงห์, 2553, น. 14 อ้างอิงจาก Bloom, 1976, น. 167 -176) ได้ทำการวิจัยและเสนอทฤษฎีเกี่ยวกับระบบการเรียนการสอนในโรงเรียน โดยองค์ประกอบหรือปัจจัยที่มีผลกระทบต่อระดับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนมี 3 องค์ประกอบ คือ

- 1) พฤติกรรมด้านความรู้ ความคิด (Cognitive Entry Behaviors) ซึ่งหมายถึงความสามารถทั้งหมดของผู้เรียน ซึ่งประกอบด้วยความถนัดและพื้นฐานความรู้เดิมของผู้เรียน
- 2) คุณภาพของการสอน (Quality of Instruction) ซึ่งได้แก่ การได้รับคำแนะนำ การมีส่วนร่วมในการเรียนการสอน การเสริมสร้างของครู การแก้ไขข้อผิดพลาดและรู้ผลว่าตนเองกระทำได้ถูกต้องหรือไม่
- 3) คุณลักษณะทางด้านจิตพิสัย (Affective Entry Behaviors) ซึ่งหมายถึงสภาพการณ์หรือแรงจูงใจที่จะทำให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้อื่นๆ ซึ่งได้แก่ ความสนใจและเจตคติที่มีต่อเนื้อหาวิชา โรงเรียนและระบบการเรียน ความคิดเห็นเกี่ยวกับตนเองและลักษณะซึ่งเป็นคุณลักษณะต่าง ๆ ทางด้านจิตพิสัย ซึ่งบางอย่างอาจเปลี่ยนแปลงได้บางอย่างยังคงอยู่
- 3) คุณภาพของการสอน (Quality of Instruction) ซึ่งได้แก่ การได้รับคำแนะนำ การมีส่วนร่วมในการเรียนการสอน การเสริมสร้างของครู การแก้ไขข้อผิดพลาดและรู้ผลว่าตนเองกระทำได้ถูกต้องหรือไม่

จากการศึกษาแนวความคิดที่กล่าวมาสรุปได้ว่าองค์ประกอบที่มีอิทธิพลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนมีองค์ประกอบอยู่หลายประการ ได้แก่ 1) องค์ประกอบด้านผู้เรียน ได้แก่ การเจริญเติบโตทั้งทางร่างกาย สติปัญญา เจตคติอารมณ์ ความรู้พื้นฐานเดิมและความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ 2) องค์ประกอบด้านความรัก ได้แก่ การมีปฏิสัมพันธ์กับครอบครัวหรือกับเพื่อนวัยเดียวกันไม่ว่าจะเป็นที่บ้านหรือที่โรงเรียน 3) องค์ประกอบด้านวัฒนธรรมและสังคม ได้แก่ การปรับตัวและการอยู่ร่วมกับคนในสังคม 4) องค์ประกอบด้านการสอนของครู ได้แก่ ประสบการณ์การสอนของครู เพศของครู การใช้สื่อการสอน

1.3 บทบาทของครูในการวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน

การวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ในปัจจุบันมุ่งเน้นการประเมินตามสภาพจริงด้วยการวัดและประเมินผลการปฏิบัติงานที่เกิดขึ้นจริง รวมทั้งการประเมินเกี่ยวกับสมรรถภาพของ

ผู้เรียนเพิ่มเติมจากความรู้ที่ได้จากการท่องจำโดยใช้วิธีการประเมินที่หลากหลาย (สถาบันส่งเสริม การสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2555, น. 10) ดังนั้นการวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนนั้น ครูจะเป็นผู้มีหน้าที่วัดและประเมินผล พฤติกรรมของนักเรียน ครูจึงเผชิญปัญหาเฉพาะหน้าที่ เกี่ยวกับการจัดหาเครื่องมือทางการวัดผลชนิดต่างๆมาใช้ให้มีประสิทธิภาพ ครูจึงมีบทบาทสำคัญใน การวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียน ดังที่นักการศึกษาได้กล่าวไว้ ดังนี้

Goslin (1967, น. 5 - 6) กล่าวว่า ครูมีบทบาทสำคัญมากในการวัดผล เพราะ

1) ครูเป็นจุดเริ่มต้นที่ทำให้เกิดความเกี่ยวข้องสัมพันธ์ระหว่างเด็กนักเรียนกับ ระบบการศึกษา สิ่งที่ครูพูดและประพฤติมีอิทธิพลอย่างสูงสำหรับการเรียนรู้และพัฒนา สมรรถภาพสมองของนักเรียน

2) คะแนนที่ได้จากการสอบข้อสอบมาตรฐานของนักเรียนสามารถนำมาใช้ในการ ประเมินประสิทธิภาพในการสอนของครูได้ ฉะนั้นครูจึงควรมีความรู้เกี่ยวกับขบวนการทดสอบและ สามารถหาทางปรับปรุงคะแนนที่ได้จากการทดสอบของนักเรียนให้สูงขึ้น ซึ่งสิ่งเหล่านี้จะส่งผล สะท้อนถึงการปรับปรุงหลักสูตรให้ดีขึ้น จึงเห็นได้ว่าครูมีบทบาทสำคัญในการกำหนดว่า “จะสอนอะไร” และ “จะสอบอย่างไร”

นอกจากนี้ครูยังมีหน้าที่จัดหาและรวบรวมข้อมูลเกี่ยวกับผลสัมฤทธิ์ ทางการเรียนของ นักเรียนแต่ละคนในชั้น เพื่อประโยชน์ในการเลื่อนชั้น การแนะนำการเรียนต่อการเลือกอาชีพ ฯลฯ ซึ่งข้อมูลเหล่านี้จะได้มาจากการทดสอบ

เตือนใจ เกตุษา (2549, น. 2) ได้กล่าวว่า หน้าที่สำคัญอีกประการหนึ่งของครู คือจะต้อง รู้จักวิธีวัดผล และประเมินผล เช่นการสร้างข้อสอบ การให้เกรดการดำเนินการสอบ การแปลผล คะแนนที่ได้จากการสอบ ทั้งจากแบบทดสอบวัดความถนัด และแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ ทางการเรียน นอกจากนี้ครูยังต้องมีความสามารถในการตัดสินใจว่าข้อสอบมาตรฐานฉบับใด มีคุณภาพเหมาะสม

จากการศึกษาเกี่ยวกับบทบาทของครูในการวัดผลสัมฤทธิ์ จะเห็นได้ว่าการจัด การเรียนการสอน และการสร้างข้อสอบนั้นเป็นหน้าที่สำคัญของครู ที่จะเปลี่ยนพฤติกรรมของ นักเรียนจากไม่รู้เป็นรู้ การจัดการเรียนการสอนจะต้องเกี่ยวข้องถึงทัศนคติ ความสนใจ ความเจริญก้าวหน้าของนักเรียนและสามารถสร้างข้อสอบให้มีคุณภาพในการวัดผลสัมฤทธิ์

เพื่อนำมาปรับปรุงการสอนให้ดีขึ้น ดังนั้นในการสร้างข้อสอบจำเป็นต้องมีความเที่ยงตรงและความเชื่อมั่นสูงมาใช้ประเมินผลการสอนว่ามีประสิทธิภาพมากน้อยเพียงใด

1.4 ประเภทของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน

แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนนั้นเป็นแบบทดสอบที่ใช้วัดความรู้ ทักษะ และสมรรถภาพสมองด้านต่างๆ ที่นักเรียนได้รับจากประสบการณ์ทั้งปวง ทั้งจากทางโรงเรียนและทางบ้านไม่รวม ความถนัด การวัดทางร่างกาย และทางบุคคล-สังคม (ชวาล แพ้วัดกุล, 2552, น. 47)

เตือนใจ เกตุษา (2549, น. 11 - 12) ได้กล่าวถึงรูปแบบของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนไว้ดังนี้

1) แบบทดสอบอัตนัย (Essay Test) เป็นแบบทดสอบที่มีรูปแบบของคำถามซึ่งเปิดโอกาสให้ผู้ตอบแสดงความรู้ และความคิดเห็นในการเขียนตอบได้อย่างอิสระ ดังนั้นแบบทดสอบอัตนัย จึงเป็นแบบทดสอบที่ผู้ตอบต้องเขียนตอบข้อความยาวๆ ในการสอบครั้งหนึ่ง อาจมีคำถามเพียง 5-10 ข้อ แต่ผู้ตอบอาจจะต้องเขียนข้อละประมาณ 1-3 หน้า ทั้งนี้ขึ้นอยู่กับว่าถามกว้างหรือแคบเพียงใด

2) แบบทดสอบปรนัย (Objective Test) เป็นแบบทดสอบที่กำหนดคำตอบมาให้เลือกตอบ ข้อสอบแบบนี้มักจะมีรูปคำถามดังนี้

- ให้เลือกตอบทางใดทางหนึ่ง เช่น ถูก - ผิด, จริง - ไม่จริง
- ให้เลือกคำตอบที่ถูกต้องที่สุดมาตอบ
- ให้จับคู่คำตอบกับคำถามที่มีความสัมพันธ์กัน
- ให้เติมคำหรือข้อความในช่องว่างให้ได้ความสมบูรณ์

พิชิต ฤทธิ์จรูญ (2553, น. 96) กล่าวว่าโดยทั่วไปแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์แบ่งออกเป็น 2 ประเภท คือ

1) แบบทดสอบที่ครูสร้างขึ้นเอง หมายถึง แบบทดสอบที่มุ่งวัดผลสัมฤทธิ์ โดยครูเป็นผู้สร้างขึ้นสำหรับนักเรียนเฉพาะกลุ่ม ใช้กันทั่วไปในสถานศึกษา ในลักษณะเป็นแบบทดสอบข้อเขียน (Paper and Pencil Test) ซึ่งแบ่งออกได้อีก 2 ชนิด คือ

1.1) แบบทดสอบอัตนัย (Subjective or Essay Test) เป็นแบบทดสอบที่กำหนดคำถามหรือปัญหาให้แล้วให้ผู้ตอบเขียนโดยแสดงความรู้ ความคิด เจตคติ ได้อย่างเต็มที่

1.2) แบบทดสอบปรนัย หรือแบบให้ตอบสั้นๆ (Objective Test or Short Answer) เป็นแบบทดสอบที่กำหนดให้ผู้สอบเขียนตอบสั้นๆ หรือมีคำตอบให้เลือกแบบจำกัดคำตอบ (Restricted Response Type) ผู้สอบไม่มีโอกาสแสดงความรู้ ความคิดได้อย่างกว้างขวางเหมือน แบบทดสอบอัตนัย แบบทดสอบชนิดนี้แบ่งออกเป็น 4 แบบคือ แบบทดสอบถูก-ผิด แบบทดสอบเติมคำแบบทดสอบจับคู่และแบบทดสอบเลือกตอบ

2) แบบทดสอบมาตรฐาน หมายถึง แบบทดสอบที่มุ่งวัดผลสัมฤทธิ์ ของนักเรียนทั่วไป ซึ่งสร้างโดยผู้เชี่ยวชาญ มีการวิเคราะห์และปรับปรุงอย่างดีจนมีคุณภาพ มีมาตรฐาน กล่าวคือมีมาตรฐานในการดำเนินการสอบ วิธีการให้คะแนน และการแปลความหมายของคะแนน

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2555, น. 31 - 61) กล่าวว่าข้อสอบที่ใช้ในปัจจุบันมีอยู่หลายรูปแบบ ข้อสอบแต่ละรูปแบบมีลักษณะที่แตกต่างกัน จึงมีข้อดีและข้อจำกัดแตกต่างกันด้วย ในที่นี้ได้นำเสนอข้อสอบที่ใช้กันอย่างแพร่หลาย 5 รูปแบบ คือ

1) ข้อสอบแบบเลือกตอบ เป็นข้อสอบที่ประกอบด้วยคำถามและตัวเลือก โดยทั่วไปจะมีตัวเลือกเป็นคำตอบที่ถูกต้องที่สุดเพียงข้อเดียว ข้อสอบแบบเลือกตอบใช้วัดได้ครอบคลุมทั้งด้านความรู้ ความคิด หลักการ ทฤษฎี การตัดสินใจ การแปลความหมายข้อมูล การแสดงความเข้าใจธรรมชาติของคณิตศาสตร์ ตลอดจนความสามารถด้านทักษะ และกระบวนการทางคณิตศาสตร์

2) ข้อสอบแบบถูกผิด เป็นข้อสอบแบบเลือกตอบรูปแบบหนึ่งที่มีตัวเลือกเพียงสองตัวเลือก คือ ถูกและผิด นักเรียนจะตัดสินใจว่าข้อความที่กำหนดให้ถูกหรือผิดและเลือกเพียงอย่างใดอย่างหนึ่งเท่านั้น

3) ข้อสอบแบบจับคู่ และแบบเปรียบเทียบ มีลักษณะคล้ายกันเป็นข้อสอบ ที่มีลักษณะการนำเสนอข้อความ 2 ส่วนที่มีความสัมพันธ์กันเพื่อให้นักเรียนพิจารณาหาความสัมพันธ์ของข้อความเหล่านั้นโดยการจับคู่หรือเปรียบเทียบซึ่งลักษณะข้อสอบแบบจับคู่และแบบเปรียบเทียบ มีรายละเอียดดังนี้

3.1) ข้อสอบแบบจับคู่เป็นข้อสอบที่ให้เลือกจับคู่ข้อความ 2 ส่วนที่มีความสัมพันธ์กันโดยข้อความส่วนที่ 1 จะเป็นคำถามที่มี ลักษณะเป็นคำ หรือ ข้อความ ซึ่งเป็นมโนทัศน์ หรือเนื้อหาเขียนเรียงในแถวตั้งไว้ด้านใดด้านหนึ่ง และข้อความส่วนที่ 2 จะเป็นตัวเลือกซึ่งเป็นคำหรือข้อความที่สัมพันธ์หรือเกี่ยวข้องกับคำถามเขียนเรียงในแถวตั้งไว้อีกด้านหนึ่งของหน้ากระดาษ

3.2) ข้อสอบแบบเปรียบเทียบ เป็นข้อสอบที่เน้นให้นักเรียนได้วิเคราะห์ความสัมพันธ์ระหว่างสิ่งที่กำหนดให้ โดยมีจุดประสงค์เพื่อวัดความรู้ความเข้าใจของนักเรียนในเนื้อหาที่ต้องการวัด ข้อสอบลักษณะนี้ประกอบด้วยสถานการณ์ที่กำหนดไว้ให้ด้านหนึ่ง และข้อความแสดงปริมาณสองข้อความที่มีความสัมพันธ์กันไว้อีกด้านหนึ่งซึ่งความสัมพันธ์จะอยู่ในรูปแบบมากกว่า เท่ากัน น้อยกว่า หรือสรุปไม่ได้

4) ข้อสอบแบบเขียนตอบจะใช้คำถามเพื่อให้นักเรียนแสดงความรู้ ความสามารถ ด้านการคิดวิเคราะห์ ให้เหตุผล แก้ปัญหา และอธิบาย หรือ สื่อความหมาย ด้วยการเขียนตอบ ข้อสอบแบบเขียนตอบมีหลายลักษณะ เช่น การเติมคำตอบลงในช่องว่าง การเขียนตอบอย่างสั้น

การแสดงวิธีทำและการเขียนตอบอย่างละเอียด การสร้างข้อสอบแบบเขียนตอบจะต้องคำนึงถึงระดับและความสามารถของนักเรียน เนื้อหาสาระ พฤติกรรมที่ต้องการวัด และเวลาที่ใช้ในการตอบคำถาม และควรมีการบันทึกส่วนสำคัญของการสร้างข้อสอบ 2 ส่วน คือ

4.1) ส่วนของข้อสอบ ประกอบด้วยสถานการณ์และคำถามที่ใช้ประเมินนักเรียน

4.2) ส่วนของแนวทางการให้คะแนน ประกอบด้วยแนวการตอบที่ถูกต้อง และเกณฑ์การให้คะแนน เพื่อให้ครูใช้เป็นแนวทางในการตรวจ ให้คะแนน ซึ่งจะช่วยให้การตรวจให้คะแนนมีความเป็นปรนัยมากขึ้น

5) ข้อสอบแบบต่อเนื่อง เป็นข้อสอบที่ให้นักเรียนมีการคิดอย่างต่อเนื่องเป็นชุด โดยมีการผสมผสานข้อสอบหลายรูปแบบไว้ด้วยกัน เช่น ข้อสอบแบบเลือกตอบกับแบบเขียนตอบ ข้อสอบต่อเนื่องจึงมีหลายลักษณะในที่นี่จะแสดงไว้ 2 ลักษณะ ดังนี้

5.1) ข้อสอบแบบต่อเนื่องที่กำหนดสถานการณ์ ข้อสอบลักษณะนี้เป็นข้อสอบ ที่มีชุดคำถามต่อเนื่องกัน ผู้สร้างจะกำหนดสถานการณ์และคำถามที่ต้องการมาให้ โดยมีคำถามเป็นข้อย่อยๆ เพื่อทบทวนความรู้ตามลำดับของการตอบคำถามข้อนั้น หรือ เพื่อแนะให้นักเรียนคิดคำตอบในประเด็นย่อยๆ อย่างต่อเนื่องก่อนตอบคำถามหลัก ข้อสอบลักษณะนี้อาจเป็นแบบ เลือกตอบ แบบเขียนตอบหรือทั้งสองแบบผสมกันอยู่ด้วยกัน จึงเหมาะสำหรับการประเมินนักเรียน กลุ่มที่มีความสามารถทางการเรียนหลายระดับอยู่ด้วยกัน

5.2) ข้อสอบแบบต่อเนื่องสองขั้นตอน ข้อสอบลักษณะนี้มุ่งให้นักเรียนพิจารณา เลือกคำตอบที่กำหนดให้ แล้วใช้การคิดหาเหตุผลเพื่ออธิบายคำตอบที่เลือกนั้น เป็นข้อสอบที่เน้นกระบวนการคิดที่ต่อเนื่อง นักเรียนจะต้องทำงานตามขั้นตอนที่กำหนดให้ในข้อสอบประกอบด้วย 2 ตอน ดังนี้

ตอนที่ 1 มีคำถามและตัวเลือกที่ให้นักเรียนเลือกคำตอบ หรือ เป็น ตัวเลือกแบบ ถูกผิดก็ได้

ตอนที่ 2 เป็นการให้เหตุผลหรือให้คำอธิบายตัวเลือกจากขั้นตอนที่ 1 ซึ่ง มีได้ 2 ลักษณะดังนี้

5.2.1) มีตัวเลือกให้นักเรียนเลือกคำตอบ แต่ละตัวเลือกจะเป็นการแสดงผลของคำตอบในตอนต้นๆ ทั้งนี้เหตุผลที่ใช้เป็นตัววางอาจสร้างมาจากข้อผิดพลาดต่างๆที่พบจากการตอบของนักเรียน

5.2.2) มีลักษณะเป็นคำถามปลายเปิดให้นักเรียนได้เขียนอธิบายเหตุผลที่เลือกคำตอบในตอนต้นๆ

จากการศึกษาเกี่ยวกับประเภทของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนที่ใช้ใช้อย่างแพร่หลายนั้นมีอยู่ 2 ประเภทหลัก คือ แบบทดสอบปรนัย และ แบบทดสอบอัตนัย ซึ่งในงานวิจัยนี้

ผู้วิจัยได้เลือกใช้แบบอัตนัย เพื่อที่จะสามารถวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องเส้นขนาน โดยใช้วิธีการแบบเปิดได้

1.5 การวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน

ไพศาล หวังพานิช (2526, น. 79) การวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสามารถวัดได้

2 แบบ คือ

1) การวัดด้านเนื้อหา เป็นการตรวจสอบความสามารถเกี่ยวกับเนื้อหาวิชาอันเป็นประสบการณ์การเรียนรู้ของผู้เรียน สามารถวัดได้โดยใช้แบบสอบวัดผลสัมฤทธิ์ (Achievement test)

2) การวัดด้านการปฏิบัติ เป็นการตรวจสอบระดับความสามารถในการปฏิบัติหรือทักษะของนักเรียน โดยมุ่งเน้นให้นักเรียนได้แสดงออกในรูปแบบของการกระทำจริง เช่น วิชาพลศึกษา วิชางานช่าง หรือวิชาศิลปะ เป็นต้น

3) การวัดด้านเนื้อหา เป็นการตรวจสอบความสามารถเกี่ยวกับเนื้อหาวิชาอันเป็นประสบการณ์การเรียนรู้ของผู้เรียน สามารถวัดได้โดยใช้แบบสอบวัดผลสัมฤทธิ์ (Achievement test)

ล้วน สายยศ และ อังคณา สายยศ (2538, น. 10 - 14) กล่าวว่า การวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเป็นการวัดผลการเรียนการสอนที่นักเรียนได้เรียนแล้ว เพื่อค้นหาและพัฒนาสมรรถภาพแก่นักเรียนให้ดีขึ้น ครูสอนเก่งขึ้น และให้การตัดสินใจที่เที่ยงตรงแน่นอนและยุติธรรมมากที่สุด

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2555, น. 3) กล่าวว่า การวัด และการประเมินผลการเรียนรู้คณิตศาสตร์ควรจัดให้ครอบคลุมทั้งด้านความรู้ ด้านทักษะกระบวนการ ด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์ และสอดคล้องกับผลการเรียนรู้ที่คาดหวังปี และมาตรฐานการเรียนรู้ที่กำหนดไว้ในสถานศึกษา ควรมุ่งเน้นการวัดสมรรถภาพโดยรวมของนักเรียนเป็นหลัก

วิลสัน (Wilson, 1971, น. 16) ได้จำแนกพฤติกรรมที่พึงประสงค์ด้านพุทธิพิสัยในการวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ไว้เป็น 4 ระดับ ดังนี้

1) ความรู้ความจำด้านการคิดคำนวณ (computation) เป็นพฤติกรรมที่อยู่ในระดับต่ำสุดแบ่งออกเป็น 3 ขั้นตอน คือ

1.1) ความรู้ความจำเกี่ยวกับข้อเท็จจริง (Knowledge of Specific Facts) คำถามที่วัดความสามารถระดับนี้จะเกี่ยวกับข้อเท็จจริงตลอดจนความรู้พื้นฐานซึ่งนักเรียนได้สั่งสมมาเป็นระยะเวลาอันยาวนานแล้ว

1.2) ความรู้ความจำเกี่ยวกับศัพท์และนิยาม (Knowledge of Terminology) เป็นความสามารถในการระลึกหรือจำศัพท์ และนิยามต่างๆ ได้ ไม่ต้องอาศัยการคิดคำนวณ โดยคำถามอาจจะถามโดยตรง หรือโดยอ้อม

1.3) ความสามารถในการใช้กระบวนการคิดคำนวณ (Ability to Carry Out Algorithms) เป็นความสามารถในการใช้ข้อเท็จจริง หรือนิยามและกระบวนการที่ได้เรียนมาแล้วมาคิดคำนวณตามลำดับขั้นตอน ข้อสอบวัดความสามารถด้านนี้ต้องเป็นโจทย์ง่ายๆ คล้ายกับตัวอย่างนักเรียน

2) ความเข้าใจ (Comprehension) เป็นพฤติกรรมที่ใกล้เคียงกับพฤติกรรมระดับความรู้เกี่ยวกับการคิดคำนวณแต่ซับซ้อนกว่าแบ่งเป็น 6 ขั้นตอน ดังนี้

2.1) ความเข้าใจเกี่ยวกับมโนคติ (Knowledge of Concept) เป็นความสามารถที่ซับซ้อนกว่าความรู้ ความจำ เกี่ยวกับข้อเท็จจริง ต้องอาศัยการตัดสินใจ ในการตีความหรือยกตัวอย่างของมโนคตินั้น โดยใช้คำพูดของตนในรูปแบบใหม่

2.2) ความเข้าใจเกี่ยวกับหลักการ กฎทางคณิตศาสตร์ และการสรุปอ้างอิงเป็นกรณีทั่วไป (Knowledge of Principles Rules and Generalization) เป็นความสามารถในการ นำเอาหลักการ กฎ และความเข้าใจเกี่ยวกับมโนคติ ไปสัมพันธ์กับโจทย์ปัญหาจนได้แนวทางในการแก้ปัญหา คำถามนั้นเป็นคำถามเกี่ยวกับหลักการ กฎ ที่นักเรียนเพิ่งเคยพบเป็นครั้งแรก อาจจัดเป็นพฤติกรรมในระดับการวิเคราะห์ก็ได้

2.3) ความเข้าใจในโครงสร้างทางคณิตศาสตร์ (Knowledge of Mathematical Structure) คำถามที่วัดพฤติกรรมระดับนี้เป็นคำถามที่วัดเกี่ยวกับสมบัติของระบบจำนวนและ โครงสร้างทางพีชคณิต

2.4) ความสามารถในการเปลี่ยนรูปแบบปัญหาจากแบบหนึ่งไปเป็นอีกแบบหนึ่ง (Ability to Transform from One Mode to Another) เป็นความสามารถในการแปลงข้อความที่กำหนดให้เป็นข้อความใหม่

2.5) ความสามารถในการติดตามแนวของเหตุผล (Ability to Follow of Reasoning) เป็นความสามารถในการอ่านและเข้าใจข้อความทางคณิตศาสตร์

2.6) ความสามารถในการอ่านและตีความโจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ (Ability to Read and Interpret a Problem) ข้อสอบที่วัดความสามารถในขั้นนี้อาจดัดแปลงมาจากข้อสอบที่วัดความสามารถในขั้นอื่นๆ โดยให้นักเรียนอ่านและตีความโจทย์ปัญหา ซึ่งอาจจะอยู่ในรูปของข้อความตัวเลข กราฟ หรือข้อมูลทางสถิติ

3) การนำไปใช้ (Application) เป็นความสามารถในการตัดสินใจแก้ปัญหาที่นักเรียนคุ้นเคยเพราะคล้ายกับปัญหาที่นักเรียนประสบอยู่ในระหว่างเรียน คือแบ่งออกเป็น 4 ขั้นตอน คือ

3.1) ความสามารถในการแก้ปัญหาที่คล้ายกับปัญหาที่ประสบอยู่ในระหว่างเรียน (Ability to Solve Routine Problems)

3.2) ความสามารถในการเปรียบเทียบ (Ability to Make Comparisons) เป็น ความสามารถในการสัมพันธ์ระหว่างข้อมูล 2 ชุด เพื่อสรุปและตัดสินใจ

3.3) ความสามารถในการวิเคราะห์ข้อมูล (Ability to Analyze Data) เป็นความสามารถในการตัดสินใจอย่างต่อเนื่องในการหาคำตอบจากข้อมูลที่กำหนดให้ ซึ่งอาจต้องอาศัยการแยกข้อมูลที่เกี่ยวข้องออกจากข้อมูลที่ไม่เกี่ยวข้องต้องแยกโจทย์ปัญหาออกพิจารณาเป็นส่วนโดยมีการตัดสินใจหลายครั้งอย่างต่อเนื่อง จนได้คำตอบหรือผลลัพธ์ที่ต้องการ

3.4) ความสามารถในการมองเห็นแบบลักษณะโครงสร้างที่เหมือนกัน และการสมมาตร (Ability to Recognize Patterns Isomorphism and Symmetries) เป็นการระลึกถึงความสัมพันธ์ นักเรียนต้องสำรวจหาสิ่งที่คุ้นเคยกันจากข้อมูลหรือสิ่งที่กำหนดจากโจทย์ปัญหาที่พบ

4) การวิเคราะห์ (Analysis) เป็นความสามารถในการแก้ปัญหาที่นักเรียนไม่เคยเห็น หรือ ไม่เคยทำแบบฝึกหัดมาก่อน ซึ่งส่วนใหญ่เป็นโจทย์พลิกแพลงแต่ก็อยู่ในขอบเขตเนื้อหาวิชาที่เรียน พฤติกรรมในระดับนี้ถือว่าเป็นพฤติกรรมขั้นสูงสุดแบ่งเป็น 5 ขั้นตอน ดังนี้

4.1) ความสามารถในการแก้โจทย์ที่ไม่เคยประสบมาก่อน (Ability to Solve No routine Problems) คำถามในขั้นนี้เป็นคำถามที่ซับซ้อนไม่มีในแบบฝึกหัดหรือตัวอย่าง ไม่เคยเห็นมาก่อน นักเรียนต้องอาศัยความคิดสร้างสรรค์ ผสมผสานกับความเข้าใจ มโนเมตนิยาม ตลอดจนทฤษฎีต่างๆ ที่เรียนมาแล้วเป็นอย่างดี

4.2) ความสามารถในการค้นหาความสัมพันธ์ (Ability to Discover Relationships) เป็นความสามารถในการจัดการส่วนต่างๆ ที่โจทย์กำหนดใหม่ แล้วสร้างความสัมพันธ์ขึ้นมาใหม่ เพื่อใช้ในการแก้ปัญหาแทนการจำความสัมพันธ์เดิมที่เคยพบมาแล้วมาใช้กับข้อมูลใหม่เท่านั้น

4.3) ความสามารถในการสร้างข้อพิสูจน์ (Ability to Construct Proofs) เป็นความสามารถในการสร้างข้อพิสูจน์โจทย์ปัญหาที่ไม่เคยพบมาก่อนนักเรียนต้องอาศัย นิยาม ทฤษฎี และ ความรู้ต่างๆ มาช่วยแก้ปัญหา

4.4) ความสามารถในการวิพากษ์วิจารณ์ (Ability to Criticize Proofs) เป็น ความสามารถในการใช้เหตุผลที่ควบคู่ไปกับความสามารถในการพิสูจน์พฤติกรรม ในขั้นตอนนี้ต้องการให้นักเรียนมองเห็นหรือเข้าใจการพิสูจน์นั้นว่าถูกต้องหรือไม่ มีตอนใดผิดพลาดบ้าง

4.5) ความสามารถในการสร้างสูตรและทดสอบความถูกต้องให้มีผลใช้ได้เป็นกรณีทั่วไป (Ability to Formulae and Validate Generalization) เป็นความสามารถในการค้นพบสูตรหรือกระบวนการแก้ปัญหา และพิสูจน์ว่าใช้เป็นกรณี ทั่วไปได้

จากการศึกษาการวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนนั้น การวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเป็นการวัดสิ่งที่นักเรียนได้เรียนไปแล้ว ซึ่งสามารถใช้การวัดทั้งในด้านความรู้ ด้านทักษะ กระบวนการ และ ด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์ โดยใช้แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน (Achievement test) จะต้องสอดคล้องกับตัวชี้วัดและเนื้อหาที่ใช้ในการจัดการเรียนการสอน

1.6 ประโยชน์ของการวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน

การสอบเป็นกระบวนการของการวัด อันจะได้มาซึ่งจำนวน หรือปริมาณ เพื่อจะนำไปสู่การประเมินค่า นั่นคือ การสอบการวัดเป็นเหตุที่จะนำให้เราได้ผล คือคะแนนของนักเรียนจะเอาคะแนนไปทำไม ก็เพื่อเอาไปตีราคาผลสัมฤทธิ์ของการศึกษาว่าทั้งครู และ นักเรียนต่างได้รับผลจากการสอนการเรียนมากน้อยเพียงใด สมดังความปรารถนาที่ตั้งไว้ (หลักสูตร) หรือไม่ ดังนั้น การจัดการสอบที่ดีมีคุณภาพจะมีประโยชน์ดังนี้ (ชวาล แพรัตกุล, 2552, น. 18 - 19) ในด้านครู และ นักเรียน การสอบวัดที่ดีสามารถช่วยให้เรารู้ว่า

- 1) นักเรียนแต่ละคนเก่ง-อ่อน ด้านใด
- 2) ใครมีอัตราอากงาม เร็ว-ช้าเพียงใด
- 3) ควรจะจัดกลุ่มนักเรียนอย่างไร
- 4) ควรเริ่มต้นสอนจากตรงไหน
- 5) นักเรียนคนใดควรเอาใจใส่เป็นพิเศษ
- 6) บอกให้นักเรียนรู้สถานะของตนเอง และหาทางแก้ไขโดยตนเอง
- 7) ช่วยให้เราเห็นว่า ใครสนใจ และมีทัศนคติ เด่น-ด้อยทางไหน
- 8) ใช้เป็นการกระตุ้นการเรียน
- 9) ช่วยให้เราเห็นว่า วิธีสอนแบบไหน ให้ผลมากน้อยอย่างไร
- 10) ควรตัดสินใจ ได้-ตก อย่างไร
- 11) ควรปรับปรุงกิจกรรม และหลักสูตรอย่างไร
- 12) ช่วยเรารู้ว่าจะแจ้งผลการเรียนแก่ผู้ปกครองอย่างไร
- 13) ใช้เป็นระเบียบสนสะสม

Mehrens & Lehmann (1973: 170) ได้จำแนกประโยชน์การวัดผลสัมฤทธิ์ ทางการเรียนไว้ดังนี้

- 1) วัดทักษะและความรู้เฉพาะด้านของนักเรียน
- 2) วัดความมอองงามทางสมองของนักเรียนได้เป็นระยะๆ ตลอดปีการศึกษา
- 3) จัดลำดับความสามารถของนักเรียน

- 4) วิจัยข้อบกพร่องจุดต่างๆของนักเรียนในแต่ละวิชา
- 5) ประเมินวิธีการสอนของครู
- 6) กำหนดความมีประสิทธิภาพของหลักสูตร
- 7) ใช้เป็นเครื่องกระตุ้นให้นักเรียนมีนิสัยที่ดีในการดูหนังสือโดยการสอบบ่อยๆ
- 8) เป็นเครื่องจูงใจให้นักเรียนอยากเรียน

เตือนใจ เกตุษา (2549, น. 5-7) ประโยชน์ของการวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนอาจสรุปได้เป็น 3 ด้านใหญ่ๆ คือ

1) ด้านการเรียนการสอน เป็นการนำผลที่ได้จากการทดสอบไปใช้ให้เป็นประโยชน์ในการปรับปรุงการเรียนการสอนคือ ใช้จัดตำแหน่ง จากผลการสอบจะช่วยให้ครูทราบว่านักเรียนแต่ละคนมี ความรู้ความสามารถ เด่น-ด้อย เพียงใด อยู่ระดับไหนของกลุ่ม ซึ่งจะเป็นประโยชน์ในการแบ่งนักเรียนในชั้นให้สอดคล้องกับหลักของความแตกต่างระหว่างบุคคล ทำให้ครูสามารถจัดแบ่ง นักเรียนตามกำลังความสามารถ ให้งานทำเป็นปริมาณมากน้อยตามสัดส่วน การใช้ผลการสอบในการจัดตำแหน่งนั้นมีประโยชน์ในการนำมาใช้เพื่อจุดประสงค์สำคัญ 2 ประการ คือ

1.1) ใช้ในการสอบคัดเลือก เนื่องจากการสอบคัดเลือกเป็นการสอบเพื่อชิงเอาตำแหน่งที่มีจำนวนน้อยกว่าผู้สมัคร ข้อสอบที่ใช้ในการสอบคัดเลือกจึงควรเป็นข้อสอบที่ค่อนข้างยากเพราะเราต้องการคัดแต่นักเรียนที่เก่งๆ เข้ามาเรียน

1.2) ใช้ในการสอบจำแนก เป็นการใช้ผลการสอบเพื่อจำแนกว่าใคร เก่ง-อ่อน เท่ากันเพียงใด ใครสอบผ่าน หรือสอบตก ใครสอบผ่านเกณฑ์ หรือไม่ผ่าน เช่น การทดสอบเมื่อจบแต่ละบทเรียน เป็นต้น

2) ใช้วินิจฉัย เป็นการใช้ผลการสอบเพื่อค้นหาสมมติฐานว่านักเรียนคนไหน เก่ง-อ่อน เพียงใดในวิชาใด เนื่องจากสาเหตุใดเพื่อครูจะได้ทำการปรับปรุงแก้ไขได้ถูกต้อง การนำผลการสอบไปใช้เพื่อการวินิจฉัยนั้น สามารถนำไปใช้เพื่อจุดมุ่งหมาย 2 ประการ คือ

2.1) เพื่อปรับปรุงการเรียนการสอน เป็นการนำผลการสอบมาวินิจฉัยนักเรียน ว่าใคร เก่ง-อ่อน วิชาใด และไม่เก่งในเนื้อหาใด เป็นเพราะเหตุใด ครูจะได้ทำการแก้ไขตรงจุด

2.2) เพื่อให้เป็นแนวในการจัดกิจกรรม ผลจากการทดสอบเราสามารถนำมาใช้ ช่วยในการแนะกิจกรรมต่างๆ ให้นักเรียน โดยใช้เป็นแนวทางในการแบ่งกลุ่มเด็กตามระดับความสามารถที่แตกต่างกัน ครูจะได้จัดกิจกรรมให้สอดคล้องตามความเหมาะสม และความสามารถของนักเรียน

3) ใช้เปรียบเทียบ การใช้ผลการสอบเพื่อการเปรียบเทียบนั้นเพื่อจะดูว่านักเรียนแต่ละคนหรือแต่ละห้องพัฒนาขึ้นมาจากเดิมเท่าไร เป็นการเปรียบเทียบความสามารถของตนเอง

พินิต ฤทธิจรรยา (2553, น. 23-24) ประโยชน์ของการวัดประเมินผลที่สำคัญ คือมุ่งนำผลการประเมินมาปรับปรุงและพัฒนาคุณภาพการศึกษา ซึ่งผลจากการประเมินจะคุ้มค่ามากน้อยเพียงใดขึ้นอยู่กับผู้เกี่ยวข้องจะนำไปใช้กับใครในกิจการใด และอย่างไรบ้างซึ่งในที่นี้จะพิจารณาประโยชน์จากการประเมิน ดังนี้

1) ประโยชน์ต่อนักเรียน

1.1) ทำให้เกิดการพัฒนาดตนเองในแนวทางที่เหมาะสมยิ่งขึ้น โดยพิจารณาจากผลการประเมินความสามารถของตนเอง

1.2) ทำให้เกิดแรงจูงใจในการเรียนเพิ่มขึ้นเพื่อที่จะรักษามาตรฐานไว้ และช่วยให้ผลการเรียนดีขึ้นตามลำดับ

1.3) ทำให้เกิดความเข้าใจในเนื้อหาที่เรียนชัดเจนยิ่งขึ้น เพราะการสอบแต่ละครั้งทำให้นักเรียนต้องอ่านหนังสือทบทวนเนื้อหา มีการค้นคว้าหาความรู้เพิ่มเติมทำให้เกิดการเรียนรู้เพิ่มขึ้น

1.4) ทำให้ทราบจุดมุ่งหมายในการเรียนชัดเจนยิ่งขึ้น เพราะก่อนสอบครูจะแจ้งจุดประสงค์ที่จะประเมินให้ทราบ

2) ประโยชน์ต่อครู

2.1) ทำให้ครูได้ทราบผลการเรียนของนักเรียนว่า เก่ง -อ่อน เพียงใด เพื่อหาทางช่วยเหลือ

2.2) ทำให้ครูทราบผลการบรรลุจุดประสงค์การเรียนของนักเรียนว่ามีนักเรียน ผ่านจุดประสงค์มากน้อยเพียงใด ซึ่งสะท้อนให้เห็นว่าครูมีประสิทธิภาพในการจัดการเรียน การสอน เพียงใด เทคนิควิธีการสอนที่ครูใช้เหมาะสมเพียงใด อันจะนำไปสู่การปรับปรุงตนเองของครู

2.3) ผลการประเมินจะทำให้ครูใช้เป็นแรงกระตุ้นให้นักเรียนเกิดความสนใจใน การเรียนยิ่งขึ้น

2.4) ช่วยให้ครูตรวจสอบคุณภาพของข้อสอบว่ามีความยากง่ายเพียงใด มีค่า อำนาจจำแนก ความเชื่อมั่นและความเที่ยงตรงเพียงใด

3) ประโยชน์ต่อการวิจัย

3.1) เครื่องมือในการวัดและประเมินผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสามารถนำไปใช้ เป็นเครื่องมือในการวิจัยได้

3.2) ข้อมูลจากการวัดและประเมินผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสามารถนำไปเป็น ข้อมูลพื้นฐานในการทำวิจัยต่อได้

จากการศึกษาประโยชน์ของการวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนพบว่า การสร้างเครื่องมือที่จะนำมาใช้ในการวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนนั้นมีความสำคัญมาก เพราะการวัดผลสัมฤทธิ์เป็นสิ่งสำคัญที่จะช่วยในการพัฒนานักเรียน ครู และโรงเรียนให้มีพัฒนาการที่ดียิ่งขึ้น นักเรียนจะทราบ และพิจารณาตนเองในการเรียนได้โดยจากการวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน และส่งผลให้นักเรียนพัฒนาตนเองให้ดียิ่งขึ้น เพื่อการเรียนครูก็จะสามารถทราบพัฒนาการของนักเรียนในการจัดการเรียนการสอน และสามารถออกแบบการจัดการเรียนการสอนได้เหมาะสมกับความสามารถของนักเรียน อีกทั้งโรงเรียนยังสามารถนำผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนไปใช้ในการปรับปรุงคุณภาพทางการศึกษาได้อีกด้วย

2. เอกสารที่เกี่ยวข้องกับการจัดการเรียนรู้โดยใช้วิธีการแบบเปิด (Open Approach)

การศึกษาเอกสารที่เกี่ยวข้องกับการจัดการเรียนรู้โดยใช้วิธีการแบบเปิด ผู้วิจัยได้ศึกษาในประเด็นต่างๆ ดังนี้

2.1 ความหมายของวิธีการแบบเปิด

โนบุชิโกะ โนดะNohda (2000 อ้างถึงใน ตติมา ทิพย์จินดาชัยกุล, 2557, น. 24) ได้เสนอความหมายของวิธีการแบบเปิดว่า เป็นวิธีการสอนที่เน้นผู้เรียนเป็นสำคัญเป็นการสอนที่เน้นให้ผู้เรียนได้คิดค้นความรู้ และลงมือปฏิบัติหรือกระทำจริงทุกขั้นตอน จนเกิดการเรียนรู้ด้วยตัวเอง ต้องอาศัยกระบวนการเรียนรู้ และเทคนิควิธีการสอนหลายๆ รูปแบบ

ไมตรี อินทร์ประสิทธิ์ (2547, น. 37) ได้ให้ความหมายของวิธีการสอนแบบเปิดไว้ว่า วิธีการสอนแบบเปิด หมายถึง กระบวนการจัดกิจกรรมหรือสถานการณ์ต่างๆ ให้มีลักษณะที่เป็นปัญหาแบบเปิด กระตุ้นให้นักเรียนได้คิด วิธีการแบบเปิดประกอบด้วยประเด็นสำคัญ 3 ประเด็น ได้แก่ การเปิดใจของนักเรียนเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ การเปิดและชนิดของปัญหาปลายเปิด และการประเมินแนวทางหาคำตอบของนักเรียน

ลัดดา ศิลาน้อย (2549, น. 8) ได้กล่าวถึงความหมายของวิธีการแบบเปิดไว้ว่าเป็นวิธีการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่เน้นกระบวนการจัดกิจกรรมหรือสถานการณ์ต่างๆ ให้มีลักษณะที่เป็นปัญหาแบบเปิด กระตุ้นให้นักเรียนได้คิด ซึ่งจะเน้นในเรื่องการเปิดความคิดซึ่งผู้เรียน ให้ผู้เรียนได้คิดกว้าง คิดหลากหลายและคิดสร้างสรรค์ให้มากที่สุดเท่าที่จะสามารถทำได้ตามบริบทของเนื้อหา

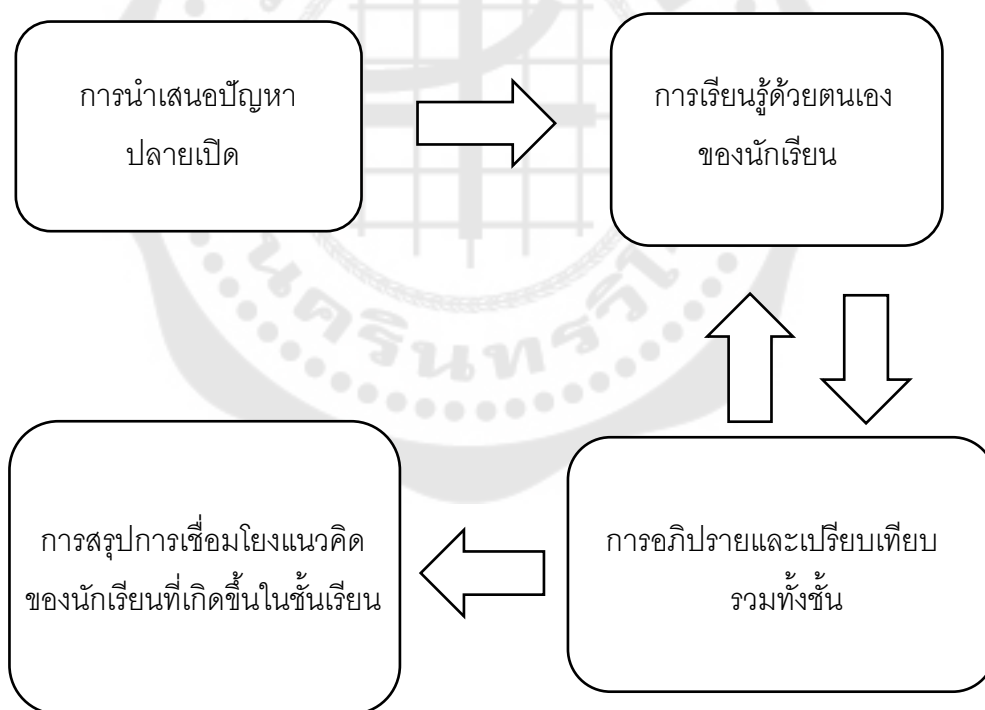
นฤมล อินทร์ประสิทธิ์ (2551, น. 22) ได้ให้ความหมายของวิธีการแบบเปิดว่า วิธีการแบบเปิดเป็นวิธีการที่ใช้สถานการณ์ปัญหาแบบปลายเปิดที่นักเรียนสามารถหาวิธีในการแก้ปัญหาได้หลายวิธี และมีคำตอบหลากหลาย

ชนิดาภรณ์ บุญประจักษ์ (2557, น. 5) ได้สรุปความความหมายของวิธีการแบบเปิดว่า หมายถึง วิธีในการหาคำตอบที่หลากหลาย เปิดกว้าง และมีคำตอบที่ถูกต้องได้หลายคำตอบ โดยเกิดจากกระบวนการแก้ปัญหาของนักเรียน การแสดงการคิดวิเคราะห์ เพื่อแก้ปัญหาอย่างหลากหลาย การอภิปรายร่วมกันแสดงวิธีแก้ปัญหา เกิดการเรียนรู้ด้วยตนเองอย่างอิสระ มีการระดมความคิดเพื่อแก้ปัญหาร่วมกันและแลกเปลี่ยนเรียนรู้ซึ่งกันและกัน ซึ่งสามารถนำประสบการณ์ในการแก้ปัญหาไปใช้เป็นแนวทางในการแก้ปัญหาในสถานการณ์ปัญหาใหม่ได้

จากที่กล่าวมาข้างต้นสามารถสรุปได้ว่า วิธีการแบบเปิด หมายถึง การจัดกิจกรรม การเรียนการสอนที่มีกระบวนการหรือสถานการณ์ต่างๆ ให้มีลักษณะที่เป็นปัญหาปลายเปิด กระตุ้นให้นักเรียนได้คิดค้นหาความรู้และลงมือปฏิบัติจริง จนเกิดการเรียนรู้ด้วยตัวเอง ปัญหาที่ใช้ จะเน้นให้นักเรียน คิดกว้าง คิดหลากหลาย คิดสร้างสรรค์ และสามารถนำประสบการณ์ในการ แก้ปัญหาไปใช้เป็นแนวทางในการแก้ปัญหาในสถานการณ์ปัญหาใหม่ได้ ซึ่งวิธีการนี้จำเป็นต้อง ใช้ทักษะ และกระบวนการคิดค่อนข้างมากทั้งของ ครูผู้สอนและของนักเรียน

2.2 ขั้นตอนการจัดการเรียนรู้โดยวิธีการแบบเปิด

ไมตรี อินทร์ประสิทธิ์ (2547, น. 10) ได้เสนอว่า วิธีการแบบเปิด (Open Approach) ประกอบด้วย 4 ขั้นตอน ได้แก่ การนำเสนอปัญหาปลายเปิด การเรียนรู้ด้วยตนเองของนักเรียน การอภิปรายและเปรียบเทียบรวมทั้งชั้น และการสรุปโดยเชื่อมโยงแนวคิดของนักเรียนที่เกิดขึ้น ในชั้นเรียน ดังภาพประกอบ 2



ภาพประกอบ 2 ขั้นตอนวิธีการแบบเปิด

ที่มา: ไมตรี อินทร์ประสิทธิ์ (2547)

1) การนำเสนอปัญหาปลายเปิด (Posing open-ended problem) เมื่อปัญหาปลายเปิดถูกนำเสนอขึ้นในชั้นเรียน ช่วยให้นักเรียนเข้าใจความหมายของปัญหา โดยครูอาจใช้แนวทางต่อไปนี้

1.1) กระตุ้นให้นักเรียนพิจารณาประเด็นเดียวกันโดยพิจารณาปัญหา

1.2) เพิ่มเติมข้อมูลสำหรับกรณีต่างๆ ไปสำหรับการนำเสนอตัวอย่างที่หลากหลายในสถานการณ์ปัญหาหรือโดยการแสดงข้อมูลที่เป็นรูปธรรมมากกว่าข้อมูลที่มีไว้ในปัญหา

1.3) ให้ตัวอย่างที่ไม่จำกัดแนวทางความคิดเกี่ยวกับปัญหาของนักเรียน

1.4) สร้างสื่อรูปธรรมที่เป็นต้นแบบ

2) การเรียนรู้ด้วยตนเองของนักเรียน (Students' self-learning) เป็นขั้นตอนที่ให้นักเรียนได้ตีความปัญหาที่เจอ เพื่อลดความเข้าใจผิดด้านภาษา ซึ่งนักเรียนสามารถตีความปัญหาโดยใช้ภาษาที่ตนเองถนัดได้ ในขั้นตอนนี้ครูสังเกตการตีความของนักเรียนที่สื่อถึงความเข้าใจปัญหาซึ่งถ้านักเรียนมีแนวโน้มที่จะเข้าใจผิด ครูสามารถถามคำถามที่ทำให้เกิดการวิเคราะห์ปัญหาที่เกิดขึ้นใหม่ จนกระทั่งมีความเข้าใจที่ถูกต้อง

3) การอภิปรายทั้งชั้นเรียนและการเปรียบเทียบ (Whole class discussion and comparison) การเขียนบันทึกการตอบปัญหา แนวทางเข้าสู่ปัญหา หรือวิธีการแก้ปัญหาที่ทำโดยนักเรียนแต่ละคนหรือในกลุ่มการเรียนที่ผ่านมา ผ่านใบงาน ครูสามารถใช้ข้อมูลเหล่านี้มาประเมินการเรียนรู้รายบุคคลหรือการเรียนรู้ในกลุ่มกิจกรรมของนักเรียน จำแนกนักเรียนว่าใครยังไม่เข้าใจปัญหาและให้ตัวอย่างเพิ่มขึ้น

4) การสรุปโดยการเชื่อมโยงแนวคิดของนักเรียนที่เกิดขึ้นในชั้นเรียน (Summarization through connecting students' mathematical ideas emerged in the classroom) ครูหรือนักเรียนควรเขียนงานของตนเอง หรือของกลุ่มบนกระดานเพื่อให้สมาชิกในห้องได้เห็น จากนั้นครูรวบรวมแนวคิดทั้งหมดของนักเรียนถึงแม้ว่าบางแนวคิดจะเหมือนกัน หรือเป็นการกระทำที่ซ้ำกับคนอื่น ๆ นักเรียนควรได้รับการกระตุ้นให้ยืนยันงานของตัวเองไม่ว่าจะสอดคล้องหรือสามารถสรุปรวบยอดแนวคิดเข้ากับแนวคิดของนักเรียนคนอื่น ๆ ได้หรือไม่ก็ตาม

เมื่อแนวคิดนำเสนอยังไม่ถูกต้องหรือยังไม่สมบูรณ์ ครูควรปรับแนวคิดเหล่านั้นจากข้อเสนอแนะของนักเรียนคนอื่นๆ เพื่อที่จะนำไปสู่ข้อสรุป

ตติมา ทิพย์จินดาชัยกุล (2557, น. 24) ได้สรุปขั้นตอนในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้วิธีการแบบเปิด ว่าแบ่งออกเป็นขั้นนำเข้าสู่บทเรียน ขั้นสอน และขั้นสรุป โดยในขั้นสอนจะนำปัญหาปลายเปิดมาใช้ในการจัดการเรียนการสอน โดยพิจารณาจากเนื้อหาที่ใช้ในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนว่าเหมาะสมกับการใช้ปัญหาปลายเปิดชนิดใดจากนั้นให้นักเรียนแก้ปัญหาปลายเปิด จะเน้นให้นักเรียนได้มีโอกาสแสดงความคิดเห็นอย่างอิสระรวมถึงสามารถสร้างแนวทางการแก้ปัญหาที่เป็นของตัวเองโดยใช้วิธีการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ (Problem Solving Method) ซึ่งการจัดการเรียนรู้โดยใช้วิธีการแบบเปิด มีขั้นตอนในการจัดการเรียนรู้ ดังนี้

1) การกำหนดปัญหา เป็นขั้นตอนที่ผู้สอนนำเสนอปัญหาปลายเปิด ให้ผู้เรียนได้เผชิญปัญหา โดยที่ผู้สอนไม่ได้แนะวิธีแก้ปัญหาให้ผู้เรียน ลักษณะของปัญหาอยู่ในรูปของสถานการณ์ เช่น การเล่นเกม ปัญหานั้นไม่สามารถคำตอบได้ในทันที ซึ่งวิธีการแก้ปัญหานั้นจะขึ้นอยู่กับวัตถุประสงค์ของผู้สอนว่าจะกำหนดปัญหาให้ผู้เรียนแก้ไขสถานการณ์ที่กำหนดเป็นปัญหาปลายเปิด ชนิดใด

2) การแก้ปัญหา เป็นขั้นตอนที่ผู้เรียนหาวิธีที่หลากหลายเพื่อนำไปสู่การแก้ปัญหาโดยผู้เรียนแต่ละคนเสนอแนวทางในการแก้ปัญหาที่แตกต่างกันไปตามความสามารถและประสบการณ์เดิมของแต่ละบุคคล แล้วนำมาร่วมกันอภิปรายในกลุ่มย่อย ถึงแนวทางการแก้ปัญหาที่ได้ว่าเหมาะสมกับสถานการณ์หรือไม่เพียงใด พร้อมทั้งนำเสนอวิธีการแก้ปัญหาหน้าชั้นเรียน เพื่อให้ผู้เรียนร่วมกันอภิปรายถึงวิธีการแก้ปัญหาที่เหมาะสมกับสถานการณ์นั้นที่สุด

3) การขยายปัญหา เป็นขั้นตอนการขยายสู่ขั้นตอนใหม่ โดยพิจารณาจากขั้นตอนที่ 2 และอาศัยฐานจากปัญหาเดิม

รอฮานี ปูตะ (2561, น. 7-9) ได้เสนอขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนโดยใช้วิธีการแบบเปิด ดังนี้

1) ขั้นนำเข้าสู่บทเรียน เป็นขั้นของการเตรียมนักเรียนให้พร้อมในการเรียนรู้สิ่งต่างๆ ถามคำถาม หรือพูดคุยเกี่ยวกับเหตุการณ์ต่างๆ รอบตัวนักเรียน เพื่อนำไปสู่ปัญหาที่จะเรียน

2) ชั้นกิจกรรมการเรียนรู้มี 4 ขั้นตอน ดังนี้

2.1) ขั้นตอนการนำเสนอปัญหาปลายเปิด เป็นขั้นตอนที่ผู้สอนนำเสนอปัญหาที่นักเรียนมีโอกาสพบเจอได้ในชีวิตประจำวัน ซึ่งเป็นปัญหาปลายเปิดให้นักเรียนได้เผชิญปัญหาและไม่สามารถหาคำตอบได้ในทันที และปัญหาที่นำมาเสนอต้องมีความน่าสนใจ ทำทลายความสามารถของนักเรียน

2.2) ขั้นตอนการทำความเข้าใจปัญหาปลายเปิด เป็นขั้นตอนที่ทำให้นักเรียนได้ตีความปัญหาที่เจอ เพื่อลดความเข้าใจผิดด้านภาษา ซึ่งนักเรียนสามารถตีความปัญหาโดยใช้ภาษาที่ตนเองถนัดได้คนละไม่เกิน 2 ครั้งต่อบทเรียน ในขั้นตอนนี้ครูสังเกตการตีความของนักเรียนที่สื่อถึงความเข้าใจปัญหาซึ่งถ้านักเรียนมีแนวโน้มที่จะเข้าใจผิด ครูสามารถถามคำถามที่ทำให้เกิดการวิเคราะห์ปัญหาที่เกิดขึ้นใหม่ จนกระทั่งมีความเข้าใจที่ถูกต้อง

2.3) ขั้นตอนการแก้ปัญหา เป็นขั้นตอนที่นักเรียนหาวิธีการต่างๆ ที่จะสามารถนำไปแก้ปัญหาได้ โดยนักเรียนแต่ละคนอาจจะเสนอแนวทางในการแก้ปัญหาที่แตกต่างกันไปตามความสามารถและประสบการณ์เดิมของแต่ละบุคคล ในขั้นนี้ครูผู้สอนต้องเดินสังเกตการณ์

2.4) ขั้นตอนการอภิปรายทั้งชั้นเรียน เป็นขั้นตอนที่ให้นักเรียนนำเสนอวิธีแก้ปัญหาในรูปแบบของตัวเอง มีการจัดกลุ่มวิธีการเหมือนกันหรือใกล้เคียงกัน โดยครูต้องเป็นผู้เลือกลำดับการนำเสนอโดยเริ่มจากวิธีการที่ง่ายไปยังวิธีการที่ซับซ้อนขึ้น ซึ่งครูจะทำหน้าที่จัดบันทึกรูปแบบและวิธีการแก้ปัญหาต่างๆ

3) ชั้นสรุป เป็นขั้นของการนำแนวคิดทั้งหมดมารวบรวมและหาความเชื่อมโยง ครูถามคำถามเพื่อให้นักเรียนเกิดการคิดวิเคราะห์ เชื่อมโยง จัดเรียงแนวคิดต่างๆ นั้นให้เป็นระบบ และ หาจุดเด่น จุดด้อยของแต่ละแนวคิดเพื่อให้ตกผลึกความคิดและนำไปสู่การสรุปการเรียนรู้ได้

4) ชี้นำไปใช้ เป็นขั้นที่ครูจะนำเสนอโจทย์เพิ่มเติมเพื่อฝึกและทบทวนการแก้ปัญหาในเรื่องที่เรียนแต่ละคาบ เช่น การทำใบงาน แบบฝึกหัด โจทย์เพิ่มเติม เป็นต้น และมีการตรวจสอบความเข้าใจของนักเรียนโดยวิธีการเฉลย การถามตอบเป็นรายบุคคล เป็นต้น

จากการศึกษาขั้นตอนในการจัดการเรียนรู้โดยใช้วิธีการแบบเปิดผู้วิจัยข้อเสนอ ขั้นตอนในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนโดยใช้วิธีการแบบเปิดประกอบด้วย 4 ขั้นตอน ดังนี้

- 1) ขั้นตอนการนำเสนอปัญหาปลายเปิด (Posing open-ended problem) เป็นขั้นตอนที่ผู้สอนนำเสนอปัญหาปลายเปิดให้นักเรียนได้เผชิญปัญหาและไม่สามารถหาคำตอบได้ในทันที และปัญหาที่นำมาเสนอต้องมีความน่าสนใจ ทำทลายความสามารถของนักเรียน
- 2) ขั้นตอนการการเรียนรู้ด้วยตนเองของนักเรียน (Students' self-learning) เป็นขั้นตอนที่ให้นักเรียนได้ตีความปัญหาที่เจอ เพื่อลดความเข้าใจผิดด้านภาษา ซึ่งนักเรียนสามารถตีความปัญหาโดยใช้ภาษาที่ตนเองถนัดได้ ในขั้นตอนนี้ครูสังเกตการตีความของนักเรียนที่สื่อถึงความเข้าใจปัญหาซึ่งถ้านักเรียนมีแนวโน้มที่จะเข้าใจผิด ครูสามารถถามคำถามที่ทำให้เกิดการวิเคราะห์ปัญหาที่เกิดขึ้นใหม่ จนกระทั่งมีความเข้าใจที่ถูกต้อง
- 3) ขั้นตอนการอภิปรายทั้งชั้นเรียนและการเปรียบเทียบ (Whole class discussion and comparison) เป็นขั้นตอนที่นักเรียนหาวิธีการต่างๆ ที่จะสามารถนำไปแก้ปัญหาได้ โดยนักเรียนแต่ละคนอาจจะเสนอแนวทางในการแก้ปัญหาที่แตกต่างกันไปตามความสามารถและประสบการณ์เดิมของแต่ละบุคคล ในขั้นนี้ครูควรจำแนกนักเรียนว่าใครยังไม่เข้าใจปัญหาและให้ตัวอย่างเพิ่มขึ้น หรือเสนอแนะเพื่อกระตุ้นให้นักเรียนคิดในแนวทางที่เกี่ยวข้องกับปัญหา และจำแนกแนวคิดของนักเรียนที่เหมือนหรือแตกต่างกัน และทำหน้าที่จัดลำดับการนำเสนอ ให้นักเรียนนำเสนอแนวคิดของตนเองหรือกลุ่มหน้าชั้นเรียนโดยใช้ภาษาของตนเอง โดยครูจะไม่วิจารณ์หรือตัดสินแนวคิดของนักเรียน
- 4) การสรุปโดยการเชื่อมโยงแนวคิดของนักเรียนที่เกิดขึ้นในชั้นเรียน (Summarization through connecting students' mathematical ideas emerged in the classroom) ครูรวบรวมแนวคิดทั้งหมดของนักเรียนทั้งแนวคิดจะเหมือนกัน และต่างกัน เมื่อมีแนวคิดบางอย่างที่นำเสนอยังไม่ถูกต้องหรือยังไม่สมบูรณ์ ครูควรพิจารณาและปรับแนวคิดเหล่านั้นจากข้อเสนอแนะของนักเรียนคนอื่นๆ เพื่อที่จะนำไปสู่ข้อสรุป

2.3 ความหมายของปัญหาปลายเปิด

Becker และ Shimada (1997 อ้างถึงใน วนัญชานา เริงดี, 2555, น. 10) ได้ให้ความหมายของปัญหาปลายเปิดว่า เป็นปัญหาที่สร้างขึ้นให้มีคำตอบถูกต้องหลายคำตอบ เรียกว่าปัญหาไม่สมบูรณ์หรือปัญหาเปิด ปัญหาประเภทนี้มักพบอยู่เสมอในการสอนปกติในชั้นเรียน ที่ครูใช้ถาม นักเรียนโดยมีจุดหมายในการพัฒนาความหลากหลายของวิธีการหรือแนวทางเข้าสู่การหาคำตอบของ ปัญหาที่กำหนด

Munroe (2015, น. 6) ได้ให้ความหมายของปัญหาปลายเปิดว่า เป็นรูปแบบหนึ่งของปัญหาที่มีคำตอบได้หลายคำตอบหรือมีวิธีการแก้ปัญหาที่จะนำไปสู่คำตอบได้หลายวิธีการ เป็นปัญหาที่มีในชีวิตจริง สร้างโอกาสให้นักเรียนในการเรียนรู้สิ่งใหม่ๆ ที่สามารถค้นหาได้จากการแก้ปัญหา

ปรีชา เนาว์เย็นผล (2544, น. 7) ได้กล่าวว่า ปัญหาปลายเปิดเป็นปัญหาที่สร้างขึ้นให้มีคำตอบเปิดกว้าง มีคำตอบที่ถูกต้องหลายคำตอบ หรือมีวิธีการหรือแนวทางในการหาคำตอบได้หลายวิธี

दनัย ถนอมจิตร (2553, น. 55) ได้กล่าวว่าปัญหาปลายเปิดหมายถึงปัญหาที่เปิดโอกาสให้นักเรียนได้แสดงวิธีการและคำตอบที่หลากหลาย ตามศักยภาพของตนเอง

เจนสมุทรร แสงพันธ์ (2548, น. 35) ได้กล่าวว่า ปัญหาปลายเปิดหมายถึงปัญหาที่เปิดโอกาสให้นักเรียนได้แสดงคำตอบและวิธีการอย่างหลากหลายในการแก้ปัญหา เป็นปัญหาที่กระตุ้นความคิด และความสนใจ และให้นักเรียนที่มีความสามารถต่างกันสามารถทำหรือแก้ปัญหาได้ด้วยความรู้ ความสามารถของตนเองโดยการตั้งสมมติฐานคำตอบ การพัฒนาวิธีแก้ปัญหาและสื่อสารความคิดด้วยตัวของตัวเอง

รชธานี ปุตะ (2561, น. 9) ได้ให้ความหมายของปัญหาปลายเปิดว่า เป็นสถานการณ์หรือ ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่เปิดโอกาสให้นักเรียนได้แสดงคำตอบที่ถูกต้องได้หลายคำตอบ หรือวิธีการแก้ปัญหาได้อย่างหลากหลาย เป็นสถานการณ์หรือปัญหาที่กระตุ้นให้คิด ซึ่งนักเรียนทุกคนสามารถแก้ปัญหาได้ตามศักยภาพของตนเอง

จากที่กล่าวมาข้างต้นสามารถสรุปได้ว่า ปัญหาปลายเปิด หมายถึง ปัญหาที่มีคำตอบได้หลายคำตอบหรือมีวิธีการแก้ปัญหาที่จะนำไปสู่คำตอบได้หลายวิธีการ ซึ่งทุกคนสามารถแก้ปัญหาได้ตามศักยภาพและความสามารถของตนเอง

2.4 ประเภทของปัญหาปลายเปิด

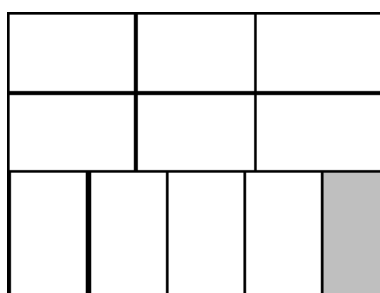
Nohda (1984 อ้างถึงใน ไมตรี อินทร์ประสิทธิ์, 2547, น. 25) จำแนกปัญหาปลายเปิดออกเป็น 3 ประเภท ดังนี้

1) กระบวนการเปิด (Process is open) เป็นปัญหาที่มีแนวทางการแก้ปัญหาที่หลากหลาย โดยทั่วไปแล้วปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ใช้ในการจัดการเรียนการสอนในโรงเรียนมักจะมีเพียงคำตอบเดียวไม่เน้นแ่งมุมเชิงกระบวนการ ตัวอย่างด้านล่างเป็นปัญหาที่เป็นชนิดกระบวนการเปิด

นักเรียน 37 คน ต้องการทำการ์ดวันเกิดสำหรับครู ในที่ประชุมตกลงว่า ทุกคนจะช่วยกันทำการ์ด โดยพวกเขาจะทำการ์ดขนาดเล็ก (รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าที่มีขนาดยาว 15 ซม. และ กว้าง 10 ซม.) จากกระดาษแผ่นใหญ่ (รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าที่มีขนาดยาว 45 ซม. และกว้าง 35 ซม.)

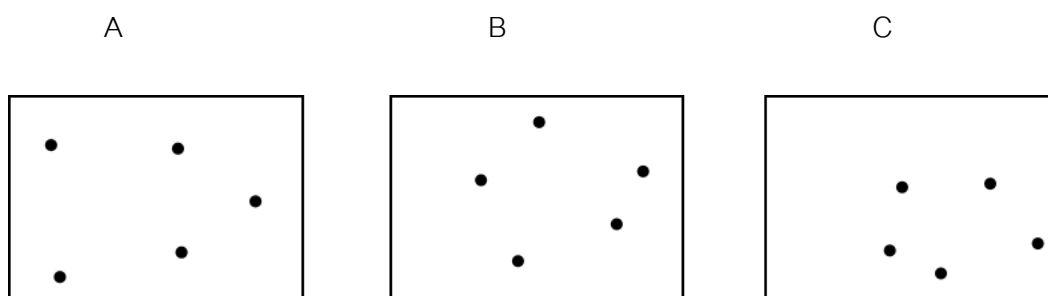
ปัญหาก็คือ จะทำการ์ดแผ่นเล็กจากกระดาษแผ่นใหญ่ได้กี่แผ่น

สำหรับวิธีแก้ปัญหา นักเรียนอาจจะแบ่งกระดาษแผ่นใหญ่ตามขนาดที่กำหนดเป็นกระดาษแผ่นเล็กตามขนาดที่กำหนด หรือคำนวณจากพื้นที่รูปสี่เหลี่ยมโดย $(35 \times 45) \div (15 \times 10)$ ได้คำตอบเป็น 10.5



แนวทางคำตอบสามารถเป็นไปได้หลากหลายขึ้นกับความสามารถและความสนใจของนักเรียน โดยอาศัยการอภิปรายกลุ่ม จะทำให้นักเรียนมีกระบวนการแก้ปัญหาที่ดีกว่าเดิม

2) ผลลัพธ์เปิด (End product are open) ปัญหาปลายเปิดชนิดนี้มีคำตอบที่ถูกต้องหลากหลาย ตัวอย่างของปัญหาปลายเปิดชนิดผลลัพธ์เปิดที่รู้จักกันดีคือ “ปัญหาก้อนหิน”



รูปนี้แสดงการกระจายของก้อนหินที่โยนโดยนักเรียน 3 คน นักเรียน A นักเรียน B และนักเรียน C ในเกมนี้ นักเรียนคนใดที่มีก้อนหินการกระจายน้อยที่สุดจะเป็นผู้ชนะ จากรูปจะเห็นว่าพิสัยของการกระจายจาก A ถึง C นั้นจะเข้าใจได้ง่ายถ้าใช้ตัวเลขกำหนดดีกรีของการกระจายให้นักเรียนลองพิจารณามุมมองที่หลากหลายเพื่อกำหนดดีกรีของการกระจายให้ได้มากที่สุด จากนั้นอธิบายว่าวิธีใดเป็นวิธีที่ดีที่สุดสำหรับนักเรียน เพราะเหตุใด

เพื่อแก้ปัญหานี้ นักเรียนอาจคิดวิธีการกำหนดการกระจายที่แตกต่างกัน เช่น การวัดพื้นที่ของรูปทรงหลายเหลี่ยม การวัดความยาวของส่วนของเส้นตรงทั้งหมด หรือวัดรัศมีของวงกลมที่เล็กที่สุดที่สามารถรวมจุดทั้งหมดของการกระจาย ซึ่งแต่ละวิธีมีข้อดี และข้อเสียแตกต่างกัน ครูควรช่วยชี้แนะให้นักเรียนเห็นถึงข้อดีและข้อเสียของแต่ละวิธีเพื่อนำไปสู่แนวทางคำตอบที่เป็นกรณีทั่วไป

3) แนวทางการพัฒนาเปิด (Ways to develop are open) หลังจากที่นักเรียนแก้ปัญหาแล้ว นักเรียนสามารถพัฒนาไปเป็นปัญหาใหม่ได้โดยการเปลี่ยนแปลงเงื่อนไขหรือองค์ประกอบของปัญหาเดิม การเน้นแง่มุมนี้ซึ่งเรียกว่า “จากปัญหาสู่ปัญหา” ถือได้ว่าเป็นแนวทางการพัฒนาปัญหาปลายเปิดตัวอย่างของปัญหาปลายเปิดนี้ได้แก่เรื่อง ปัญหาไม้ขีดไฟ (Matchstick Problem) ดังภาพประกอบที่ 3 ซึ่งเป็นปัญหาที่ใช้ในการศึกษาเปรียบเทียบเรื่องการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของอเมริกาและญี่ปุ่น



ภาพประกอบ 3 ตัวอย่างปัญหาปลายเปิด เรื่อง ไม้ขีดไฟ

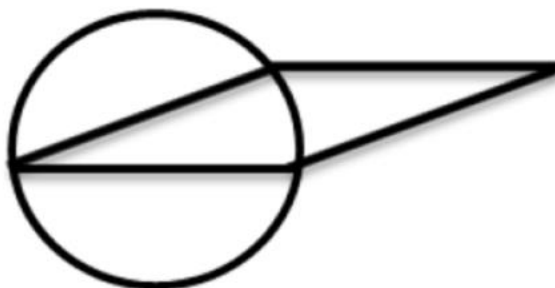
- ให้นักเรียนเขียนแนวทางของการแก้ปัญหาและคำตอบของปัญหาข้างต้น
- ให้นักเรียนลองสร้างปัญหาของนักเรียนให้คล้ายกับปัญหาข้างต้นโดยสร้างปัญหาที่หลากหลายเท่าที่นักเรียนจะทำได้ โดยที่ไม่จำเป็นต้องหาคำตอบที่ตัวเองสร้างขึ้น
- ให้นักเรียนเลือกปัญหาที่นักเรียนคิดว่าดีที่สุดจากปัญหาที่สร้างไว้ข้างต้น โดยระบุข้อที่เลือกแล้วให้เหตุผลว่าทำไมจึงคิดว่าเป็นปัญหาที่ดีที่สุด

นักเรียนอาจพัฒนาปัญหาขึ้นมาโดยการเปลี่ยนจำนวนของสี่เหลี่ยมหรือนักเรียนบางคน อาจจะไปเปลี่ยนเงื่อนไขจาก “สี่เหลี่ยม” เป็น “สามเหลี่ยม” หรือ “สี่เหลี่ยมขนมเปียกปูน” หรือบางคน อาจพัฒนาปัญหาที่ถามเกี่ยวกับจำนวนสี่เหลี่ยมจัตุรัส เมื่อกำหนดจำนวนด้านไม้ขีดให้ด้วย ในแนวทางนี้ นักเรียนสามารถสนุกสนานกับการตั้งปัญหาด้วยตนเอง ยิ่งไปกว่านั้นจากการเปรียบเทียบกับเพื่อนๆ นักเรียนสามารถอภิปรายถกเถียงเกี่ยวกับโครงสร้างทางคณิตศาสตร์ของปัญหาและความเป็นกรณีทั่วไปของแนวทางหาคำตอบที่นักเรียนคิดได้

Becker และ Shimada (1997 อ้างถึงใน ตติมา ทิพย์จินดาชัยกุล, 2557, น. 30) ได้แบ่งปัญหาปลายเปิดออกเป็น 3 ประเภท คือ

- 1) ปัญหาที่ให้หาความสัมพันธ์ (Finding Relation) ปัญหาในลักษณะนี้มีเป้าหมายเพื่อให้นักเรียนหากฎเกณฑ์หรือความสัมพันธ์ เช่น “จงหาความสัมพันธ์ระหว่างรัศมีกับปริมาตรของทรงกลม”
- 2) ปัญหาที่ให้แยกประเภท (Classifying) ปัญหาในลักษณะนี้มีเป้าหมายเพื่อให้นักเรียนแยกประเภทหมวดหมู่ให้ออกมาเป็นคุณลักษณะที่ต่างๆ กัน ซึ่งอาจนำไปสู่การสร้าง

ความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ เช่น “รูปสี่เหลี่ยมบางชนิดสามารถแนบในวงกลมได้ บางชนิดก็ไม่สามารถแนบในวงกลมได้” ดังภาพประกอบที่ 4 ให้นักเรียนวาดภาพเพื่อแสดงว่ามีรูปสี่เหลี่ยมชนิดใดบ้างที่สามารถแนบในวงกลมได้”



ภาพประกอบ 4 ตัวอย่างปัญหาให้แยกประเภท

3) ปัญหาที่ให้ประเมิน หรือประเมินปริมาณของสิ่งของต่างๆ หรือสถานการณ์ (Measuring) เป็นปัญหาที่มีเป้าหมายเพื่อให้นักเรียนประเมินสถานการณ์ที่เกี่ยวกับการคิด การตัดสินใจโดยใช้คณิตศาสตร์ ใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์มาประยุกต์ใช้ในการแก้ปัญหา ตัวอย่างปัญหา เช่น สมมติว่าวันเกิดของท่านคือวันที่ 30 เมษายน และลุงเศรษฐีของท่านคนหนึ่งจะให้ของขวัญโดยให้เลือกระหว่าง

3.1) ให้เงินสด 1,000,000 ดอลลาร์

3.2) ให้ 0.01 ดอลลาร์ในวันที่ 1 เมษายน ให้ 0.02 ในวันที่ 2 เมษายน ให้ 0.04 ในวันที่ 3 เมษายน ให้ 0.08 ในวันที่ 4 เมษายน และให้ในลักษณะนี้ไปจนครบถึงวันเกิดของท่าน ท่านจะเลือกรับของขวัญแบบใด จงอธิบายเหตุผลและพิสูจน์ความถูกต้อง

กรมวิชาการ และ สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2545, น. 206 - 207) ได้แบ่งปัญหาปลายเปิดออกเป็น 2 ประเภท คือ

1) ปัญหาที่มีคำตอบได้หลากหลายคำตอบ

2) ปัญหาที่แสดงแนวคิดหรือวิธีการแก้ปัญหาได้หลายอย่าง

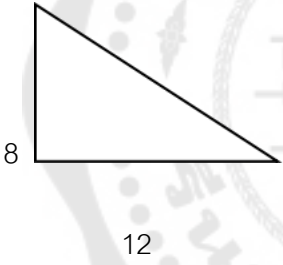
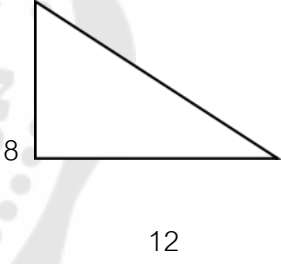
จากการศึกษาสามารถสรุปได้ว่า ปัญหาปลายเปิดแบ่งออกเป็น 3 ประเภท ดังนี้

- 1) กระบวนการเปิด (Process is open) เป็นปัญหาที่มีแนวทางการแก้ปัญหาที่หลากหลาย
- 2) ผลลัพธ์เปิด (End product are open) ปัญหาปลายเปิดชนิดนี้มีคำตอบที่ถูกต้องหลากหลาย
- 3) แนวทางการพัฒนาเปิด (Ways to develop are open) หลังจากที่นักเรียนแก้ปัญหาแล้วนักเรียนสามารถพัฒนาไปเป็นปัญหาใหม่ได้โดยการเปลี่ยนแปลงเงื่อนไขหรือองค์ประกอบของปัญหาเดิม

2.5 การสร้างปัญหาปลายเปิด

Daniels and Anglileri (1995 อ้างถึงใน ปรีชา เนาว์เย็นผล, 2544, น. 19) กล่าวว่าโจทย์ปัญหาที่เป็นแบบฝึกหัดซึ่งนักเรียนทำอยู่เป็นประจำที่เป็นปัญหาปลายปิด ซึ่งมีคำตอบและวิธีการหาคำตอบอย่างเฉพาะเจาะจง สามารถพัฒนาปรับปรุงให้เป็นงานที่มีกระบวนการ และท้าทายยิ่งขึ้นกว่าเดิมโดยปรับเปลี่ยนขยายให้เป็นปัญหาปลายเปิด โดยมีวิธีการ เช่น ตัดเงื่อนไขบางประการออกไป การย้ายคำถาม การเพิ่มข้อมูลที่ไม่จำเป็นเข้าไปในปัญหา ดังตัวอย่างในตาราง 1

ตาราง 1 การสร้างปัญหาปลายเปิด

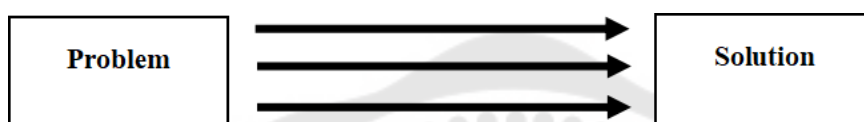
ปัญหาปลายปิด	ปัญหาปลายเปิด
1. $(2 + 6) - 3 = [\quad]$	1. สร้างจำนวนใดได้บ้างจาก 2, 3 และ 6
2. $3 \times 5 = [\quad]$	2. จงสร้างประโยคสัญลักษณ์ที่มีคำตอบเป็น 15
3. จงหาจำนวนต่อไปของลำดับ 1, 2, 4, ...	3. จงอธิบายว่าจำนวนต่อไปของลำดับ 1, 2, 4, ... ควรเป็นจำนวนใด
4. จงหาพื้นที่ของรูปสามเหลี่ยม	4. จงสร้างรูปสามเหลี่ยมให้มีพื้นที่เท่ากับพื้นที่ของรูปสามเหลี่ยมรูปนี้
	
5. เราเรียกรูปร่างที่มีห้าด้านว่ารูปอะไร	5. เราสามารถสร้างรูปเรขาคณิตอะไรได้บ้างจากส่วนของเส้นตรง 5 เส้น
6. จงเขียนกราฟของ $y=3x+5$, $y=2x+1$ และ $y=7-x$	6. จงศึกษากราฟของ $y=ax+b$ สำหรับค่าต่างๆของ a และ b
7. มีตุ๊กตา 12 ตัว จัดใส่ถุง ถุงละ 3 ตัว จัดได้กี่ถุง	7. มีตุ๊กตา 12 ตัว จัดใส่ถุง ถุงละเท่า ๆ กันได้กี่ถุง ถุงละกี่ตัว

ที่มา: Daniels and Anglileri(1995 อ้างถึงใน ปรีชา เนาว์เย็นผล, 2544)

2.6 แนวทางการแก้ปัญหาปลายเปิด

ในการแก้ปัญหาปลายเปิดนักเรียนมีแนวทางการแก้ปัญหาที่ต่างกัน 3 แนวทาง (วนัญชญา เซึ่งดี, 2555, น. 15) ดังนี้

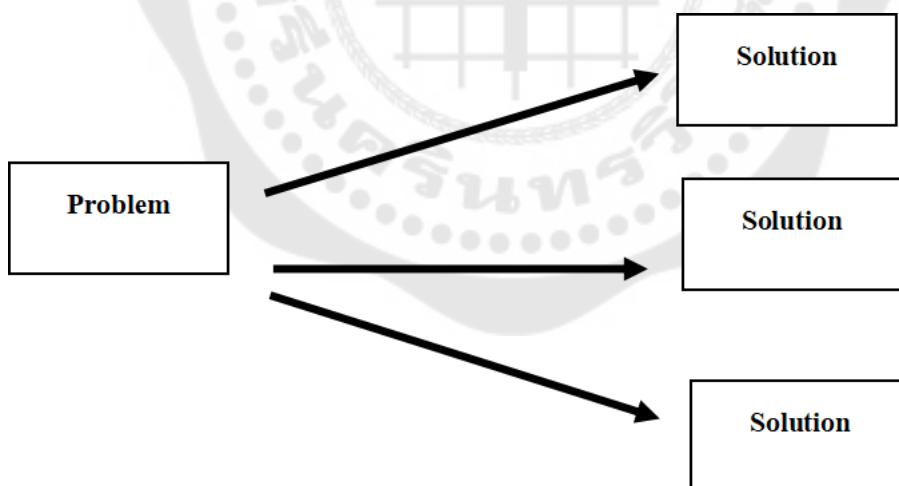
1) นักเรียนค้นหาวิธีการที่ถูกต้องหลายๆ วิธี หรือแนวทางการแก้ปัญหาที่มีเพียงหนึ่งปัญหาหนึ่งวิธีการและแนวทางหลายๆ อย่างเข้าสู่วิธีการแก้ปัญหา (The Process is Open)



ภาพประกอบ 5 การค้นหาวิธีการที่ถูกต้องหลายๆ วิธี

ที่มา: วนัญชญา เซึ่งดี (2555, น. 15)

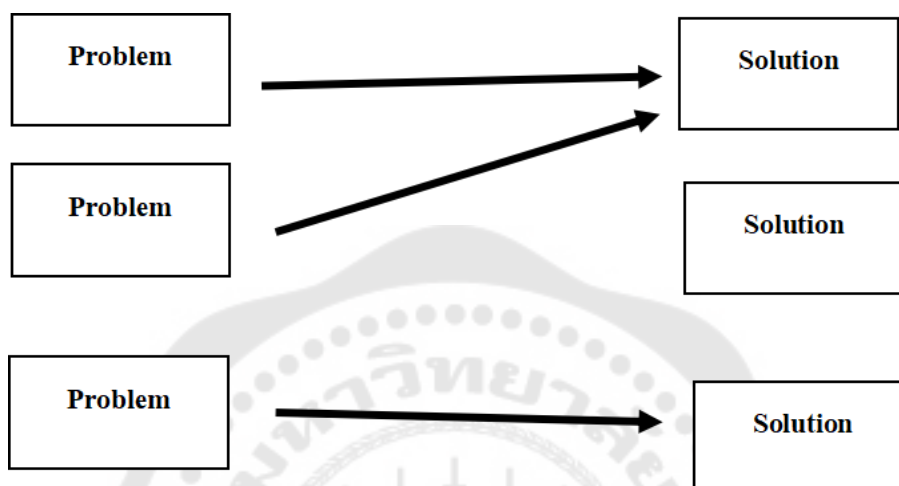
2) นักเรียนค้นหาคำตอบที่ถูกต้องหลายๆ คำตอบตามปัญหาที่มีวิธีการที่ถูกต้องหลายวิธี
ดังภาพประกอบ 6



ภาพประกอบ 6 การค้นหาคำตอบที่ถูกต้องหลายๆ วิธี

ที่มา: วนัญชญา เซึ่งดี (2555, น. 16)

3) นักเรียนกำหนดปัญหาหรือสร้างปัญหาหรือค้นคว้าเกี่ยวกับปัญหาของตนเองที่เชื่อมโยงไปสู่ความคิดรวบยอดหรือแนวคิดที่เฉพาะเจาะจงในหลายๆ ปัญหาและอาจจะมีวิธีการแก้ปัญหาหลายวิธีหรือมีวิธีการแก้ปัญหาวิธีเดียว ดังภาพประกอบ 7



ภาพประกอบ 7 วิธีการแก้ปัญหาหลาย ๆ วิธี หรือวิธีการแก้ปัญหาวิธีเดียว

ที่มา: วนัญชานา เชงดี (2555, น. 17)

จากการศึกษาแนวทางการแก้ปัญหาปลายเปิดสามารถสรุปได้ว่า การแก้ปัญหาปลายเปิดมีแนวทางการแก้ปัญหาที่ต่างกัน 3 แนวทาง ดังนี้

- 1) นักเรียนค้นหาวิธีการที่ถูกต้องหลายๆ วิธี
- 2) นักเรียนค้นหาคำตอบที่ถูกต้องหลายๆ คำตอบ
- 3) นักเรียนกำหนดปัญหาที่เชื่อมโยงไปสู่ความคิดรวบยอดอาจจะมีปัญหาได้หลายปัญหา

2.7 ประโยชน์ของการแก้ปัญหาปลายเปิด

ประโยชน์ของการแก้ปัญหาปลายเปิดตามแนวคิดของ Sawada(1997 อ้างถึงใน วนัญชานา เชงดี, 2555, น. 18) สามารถสรุปได้ 5 ข้อ ดังนี้

1) นักเรียนมีโอกาสเข้าร่วมอย่างกระตือรือร้นในการเรียน และสามารถนำเสนอแนวคิดของตนเองได้อย่างต่อเนื่อง การแก้ปัญหาปลายเปิดเป็นการจัดสิ่งแวดล้อมการเรียนรู้ที่เป็นอิสระสามารถตอบสนองและสนับสนุนได้อย่างดี เพราะว่ามีวิธีการแก้ปัญหาได้หลายวิธีที่แตกต่างกันซึ่งนักเรียนแต่ละคนมีโอกาสที่จะหาคำตอบของตนเองได้โดยไม่เหมือนใคร เพราะฉะนั้น นักเรียนเกิดการอยากรู้อยากเห็นเกี่ยวกับการแก้ปัญหาแบบอื่นๆ และพวกเขาสามารถเปรียบเทียบ และอภิปรายถกเถียงเกี่ยวกับการแก้ปัญหาของแต่ละคน ในกรณีนี้นักเรียนมีความกระตือรือร้นก็จะ ทำให้มีบทสนทนาที่น่าสนใจเกิดขึ้นมากมายในชั้นเรียน

2) นักเรียนมีโอกาสมากขึ้นในการสร้างความเข้าใจเกี่ยวกับการใช้ความรู้ และทักษะทางคณิตศาสตร์ของตนเอง เนื่องจากมีวิธีการแก้ปัญหาที่หลากหลาย นักเรียนสามารถเลือกวิธีการที่ชอบและทำให้ไปถึงคำตอบได้ รวมทั้งเป็นคำตอบที่เฉพาะของตนเองที่ไม่เหมือนใคร กิจกรรมสามารถเปิดโอกาสให้นักเรียนสร้างความเข้าใจเกี่ยวกับการใช้ความรู้และทักษะคณิตศาสตร์ ของตนเอง

3) นักเรียนทุกคนสามารถตอบสนองต่อปัญหาตามวิธีการของตนเอง ในห้องเรียนคณิตศาสตร์ก็จะมีนักเรียนหลายๆ ประเภท เนื่องจากไม่ได้กำหนดแนวทางที่ชัดเจน ดังนั้นการที่นักเรียนทุกคนจะเข้าไปเกี่ยวข้องกับกิจกรรมในชั้นเรียนจึงมีความสำคัญ มากและนักเรียนทุกคนควรจะสนใจบทเรียนได้ ปัญหาปลายเปิดสนับสนุนนักเรียนให้โอกาส ที่ค้นหาคำตอบตนเอง

4) สามารถสนับสนุนให้นักเรียนเกิดประสบการณ์เกี่ยวกับการให้เหตุผลเนื่องจากการเปรียบเทียบและการอภิปรายในชั้นเรียน นักเรียนถูกกระตุ้นให้เป็นคนที่สามารถให้เหตุผลกับคำตอบของตนเอง เพื่ออธิบายต่อคนอื่นอย่างเป็นธรรมชาติและปกติวิสัย ซึ่งถือว่าเป็นโอกาสสำหรับนักเรียนเพื่อพัฒนาการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของตนเอง

5) นักเรียนได้รับประสบการณ์ที่มีคุณค่าที่สามารถค้นพบและการยอมรับการตรวจสอบจากเพื่อนๆ หรือคนอื่นๆ เนื่องจากนักเรียนทุกคนมีวิธีการแก้ปัญหาของแต่ละคนซึ่งอาศัยการคิดที่แตกต่างกัน นักเรียนทุกคนให้ความสนใจกับวิธีการแก้ปัญหาของเพื่อน

กรมวิชาการ และ สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2545) ได้กล่าวถึงปัญหาปลายเปิดในการพัฒนาความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ว่าบรรยากาศที่ช่วยส่งเสริมความคิดริเริ่ม

สร้างสรรค์ได้แก่ การเปิดโอกาสให้นักเรียนคิดและนำเสนอแนวคิดของตนเองอย่างอิสระภายใต้การให้คำปรึกษาแนะนำของผู้สอน การจัดกิจกรรมการเรียนรู้สามารถเริ่มต้นจากการนำเสนอปัญหาที่ทำทนาย น่าสนใจ เหมาะกับวัยของผู้เรียนและเป็นปัญหาที่ผู้เรียนสามารถนำความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ที่มีอยู่มาใช้แก้ปัญหาได้ การแก้ปัญหาควรจัดเป็นกิจกรรมในลักษณะร่วมกันแก้ปัญหาให้ผู้เรียนได้อภิปรายร่วมกันการเปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้เสนอแนวคิดหลายๆ แนวคิด เป็นการช่วยเสริมเติมเต็ม ทำให้ได้แนวคิดในการแก้ปัญหาที่สมบูรณ์และหลากหลาย และเป็นการฝึกการให้เหตุผล

Nohda (2000 อ้างถึงใน ศิริมาศ ศรีลำดวน, 2546) ได้กล่าวถึงประโยชน์ของการนำปัญหาปลายเปิดมาใช้ในการเรียนการสอน ดังนี้

- 1) ตอบสนองความแตกต่างระหว่างบุคคลของนักเรียน ทั้งด้านความสามารถ ความสนใจและในการพัฒนาวิธีการคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนแต่ละคน นักเรียนที่มีความสามารถมากจะมีส่วนร่วมในหลายๆแบบ ในขณะที่นักเรียนที่มีความสามารถระดับต่ำยังคงมีความสนุกสนานในกิจกรรมการแก้ปัญหาปลายเปิดนี้
- 2) ช่วยในกระบวนการสืบค้นการกำหนดและแก้ปัญหาของนักเรียน ปัญหาปลายเปิดซึ่งเป็นปัญหาที่มีคำตอบหลายคำตอบ หรือมีแนวคิดหรือวิธีการในการหาคำตอบได้หลากหลาย เป็นปัญหาที่ช่วยส่งเสริมความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ของผู้เรียนสำหรับปัญหาที่มีหลายคำตอบ เมื่อผู้เรียนคนหนึ่งได้คำตอบแล้ว ก็ยังมีสิ่งที่ทำทนายให้นักเรียนคนอื่นๆ คิดหาคำตอบอื่นๆ ที่เหลืออยู่สำหรับปัญหาที่มีแนวคิดหรือวิธีการในการหาคำตอบได้หลายอย่าง แม้ว่าผู้เรียนจะหาคำตอบได้ ผู้สอนยังต้องแสดงให้ผู้เรียนตระหนักถึงการให้ความสำคัญกับแนวคิดในการหาคำตอบนั้นด้วยการส่งเสริมและยอมรับแนวคิดหรือวิธีการอย่างหลากหลายของผู้เรียนในการให้ผู้เรียนได้มีประสบการณ์ในการเรียนรู้แนวคิดหรือวิธีการหลายๆ อย่างในการแก้ปัญหาใดปัญหาหนึ่ง เป็นสิ่งที่มีคุณค่ามากกว่าการให้ผู้เรียนได้มีประสบการณ์ในการแก้มาแล้วจะเป็นการช่วยให้ผู้เรียนมีความเข้าใจในปัญหาเดิมอย่างแท้จริง และเป็นการช่วยส่งเสริมความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ของผู้เรียนอีกด้วย

จากการศึกษาประโยชน์ของปัญหาปลายเปิดสามารถสรุปได้ว่า ปัญหาปลายเปิดช่วยในการพัฒนาความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ และเป็นปัญหาที่ผู้เรียนสามารถนำความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ที่มีอยู่มาใช้แก้ปัญหาได้

3. เอกสารที่เกี่ยวข้องกับการจัดการเรียนรู้เรื่อง เส้นขนาน

จากการศึกษา ค้นคว้า เอกสาร ที่เกี่ยวข้องกับหลักสูตรคณิตศาสตร์ของประเทศไทย ที่เกี่ยวข้องกับ เรื่อง เส้นขนาน มีผู้ที่ศึกษาไว้ดังนี้

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.) ได้จัดทำหลักสูตรกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 โดยปรับปรุงมาตรฐานการเรียนรู้ และตัวชี้วัดจากหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 โดยระบุถึงที่มาของการปรับปรุงหลักสูตร เนื่องมาจากผลการทดสอบต่าง ๆ เช่น O-NET, PISA, TIMSS และผลการวิจัยและติดตามการใช้หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 ซึ่งรายงานว่ามีมาตรฐานการเรียนรู้และ ตัวชี้วัดมีจำนวนมากและมีความซ้ำซ้อนในกลุ่มสาระ โดยกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์เป็นหนึ่งในกลุ่มสาระที่มีข้อเสนอแนะให้ทบทวนตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้ ซึ่ง สสวท. ได้ร่วมมือกับผู้ทรงคุณวุฒิ ผู้เชี่ยวชาญ อาจารย์ และครู ในการจัดทำหลักสูตรใหม่ขึ้นมา

เมื่อพิจารณาสาระเรขาคณิต จากการเปลี่ยนแปลงหลักสูตร ได้มีการยุบรวมสาระการวัดและสาระเรขาคณิต รวมกันเป็นสาระการวัดและเรขาคณิต โดยระบุสาระสำคัญไว้ดังนี้

การวัดและเรขาคณิต เรียนรู้เกี่ยวกับความยาว ระยะทาง น้ำหนัก พื้นที่ปริมาตร และ ความจุ เงินและเวลา หน่วยวัดระบบต่าง ๆ การคาดคะเนเกี่ยวกับการวัด อัตราส่วนตรีโกณมิติ รูปเรขาคณิตและสมบัติของรูปเรขาคณิต การนี้ภาพ แบบจำลองทางเรขาคณิต ทฤษฎีบททางเรขาคณิต การแปลงทางเรขาคณิตในเรื่องการเลื่อนขนาน การสะท้อน การหมุน และการนำความรู้เกี่ยวกับการวัดและเรขาคณิต ไปใช้ในสถานการณ์ต่าง ๆ

โดยในสาระนี้มีมาตรฐานการเรียนรู้ 2 มาตรฐาน คือ

มาตรฐาน ค 2.1 เข้าใจพื้นฐานเกี่ยวกับการวัด วัดและคาดคะเนขนาดของสิ่งที่ต้องการวัด และนำไปใช้

มาตรฐาน ค 2.2 เข้าใจและวิเคราะห์รูปเรขาคณิต สมบัติของรูปเรขาคณิต ความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิต และทฤษฎีบททางเรขาคณิต และนำไปใช้

เมื่อพิจารณาเนื้อหา เรื่อง เส้นขนาน จัดอยู่ในสาระการวัดและเรขาคณิต ในระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ในภาคเรียนที่ 2 สาระแกนกลาง คือ เส้นขนาน ประกอบด้วยหัวข้อย่อย ได้แก่ สมบัติเกี่ยวกับเส้นขนานและรูปสามเหลี่ยม โดยใช้มาตรฐานการเรียนรู้ ค 2.2 ที่มีตัวชี้วัดคือ

นำความรู้เกี่ยวกับสมบัติของเส้นขนานและรูปสามเหลี่ยมไปใช้ในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ซึ่ง สสวท. ได้ให้คำอธิบายเกี่ยวกับตัวชี้วัดไว้ ดังนี้

“นำความรู้เกี่ยวกับสมบัติของเส้นขนานและรูปสามเหลี่ยมไปใช้ในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์เพื่อให้การเรียนรู้ของนักเรียนสอดคล้องกับตัวชี้วัดนี้ ครูควรจัดประสบการณ์ให้นักเรียนได้มีโอกาส สืบค้นและใช้สมบัติของมุมที่เกี่ยวข้องกับเส้นตัดและเส้นขนาน เข้าใจเงื่อนไขของการเป็นเส้นขนาน ให้เหตุผลในการสร้างข้อเท็จจริง เช่น ข้อเท็จจริงเกี่ยวกับมุมที่เกิดขึ้น เมื่อมีเส้นตัดเส้นขนาน หรือข้อเท็จจริงเกี่ยวกับขนาดของมุมภายในและขนาดของมุมภายนอกของรูปสามเหลี่ยม”

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2562, น. 14) ได้จัดทำหนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ เล่ม 2 สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ตามมาตรฐานการเรียนรู้ และตัวชี้วัดกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 ซึ่งประกอบด้วยเนื้อหาทั้งหมด 5 บท ได้แก่ สถิติ ความเท่ากันทุกประการ เส้นขนาน การให้เหตุผลทางเรขาคณิต และการแยกตัวประกอบของ พหุนาม ดีกรีสอง ตามลำดับ

สำหรับ เรื่อง เส้นขนาน ประกอบด้วย 4 หัวข้อย่อย ได้แก่ เส้นขนานและมุมภายใน เส้นขนานและมุมแย้ง เส้นขนานและมุมภายนอกและมุมภายใน และเส้นขนานและรูปสามเหลี่ยม โดยระบุจุดประสงค์ของบทเรียนไว้ว่า “เมื่อนักเรียนจบบทนี้แล้ว นักเรียนจะสามารถใช้สมบัติของเส้นขนานและรูปสามเหลี่ยมในการให้เหตุผลและแก้ปัญหาคณิตศาสตร์”

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2561) ได้ระบุจำนวนเวลาในการสอน เรื่อง เส้นขนาน ไว้ทั้งหมด 11 ชั่วโมง ดังนี้

เส้นขนานและมุมภายใน	จำนวน 2 ชั่วโมง
เส้นขนานและมุมแย้ง	จำนวน 2 ชั่วโมง
เส้นขนานและมุมภายนอกและมุมภายใน	จำนวน 3 ชั่วโมง
เส้นขนานและรูปสามเหลี่ยม	จำนวน 4 ชั่วโมง

4. งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

จากการศึกษาเอกสารที่เกี่ยวข้องกับงานวิจัยที่ผู้วิจัยทำขึ้นนี้ ผู้วิจัยพบว่ามียางวิจัยที่เกี่ยวข้อง ดังนี้

4.1 ด้านผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน

จากการศึกษา ค้นคว้า งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับผลสัมฤทธิ์ เรื่อง เส้นขนาน ได้มีผู้ศึกษาไว้ ดังนี้

แอปโพลด์ (Appold, 2006, น. 6) ได้ทำการศึกษาเกี่ยวกับสิ่งที่มีอิทธิพล ผลกระทบของครูด้านความเข้าใจรูปแบบขบวนการสื่อสารต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียน โดยในการศึกษาได้ทำการศึกษาความเข้าใจของครูต่อรูปแบบขบวนการสื่อสาร ที่มีผลกระทบต่อค่านัยสำคัญตามคะแนนที่เพิ่มขึ้นด้านวิชาการในระดับเกรด 3,4 และ 5 โดยใช้เครื่องมือในการวัดเป็นแบบการประเมิน NWEA (Northwest Evaluation Association's) ด้วยคอมพิวเตอร์ ปรับแบบการทดสอบวิชาคณิตศาสตร์, การอ่าน และการใช้ภาษา ผลการศึกษาพบว่าความเข้าใจรูปแบบขบวนการสื่อสารไม่เพียงพอที่จะให้เกิดความน่าเชื่อถือ จากค่านัยสำคัญของความก้าวหน้าทางวิชาการของนักเรียน ความสนใจของครูต่อรูปแบบการสื่อสาร อาจจะไม่ได้อาศัยอย่างเต็มที่หรือไม่สอดคล้องกัน

ฟินน์ (Finn, 2003, น. 9) ได้ทำการศึกษาเกี่ยวกับ ความสัมพันธ์ระหว่าง การเปลี่ยนแปลงพฤติกรรมของครูกับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนที่เรียนโดยใช้หลักสูตรมาตรฐานหลัก ผลการวิจัยพบว่าสิ่งสำคัญที่สุดในการจัดการเรียนการสอนคือ การเตรียมการสอนตามหลักสูตรรองลงมาคือพฤติกรรมการสอนของครูที่จะมีผลในทางบวกต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียน

ปรวี อ่อนสอาด (2556, น. 66 - 72) ได้ทำการเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ เรื่องการวัดโดยใช้การจัดการเรียน การสอนแบบกลุ่มช่วยรายบุคคล (TAI) กับการสอนตามปกติ แบ่งกลุ่มการทดลองออกเป็นสองกลุ่มคือ กลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม โดยเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย คือ แผนการจัดการเรียนรู้ วิชาคณิตศาสตร์เรื่อง การวัด โดยในแต่ละเนื้อหาของบทเรียน แต่ละแผนจะมีการจัดการเรียนรู้ 2 วิธี คือ 1) การจัดการเรียนรู้โดยใช้การจัดการเรียนการสอนแบบกลุ่มช่วยรายบุคคล (TAI) 2) การจัดการเรียนรู้ ด้วยวิธีการสอนตามปกติ แบบทดสอบวัดความสามารถทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์เรื่องการวัด แบบเลือกตอบ ชนิด 4 ตัวเลือกและแบบทดสอบวัดความสามารถใน การสื่อสารทางคณิตศาสตร์ แบบอัตนัยในการทดสอบจะทำการทดสอบทั้งก่อน จัดการเรียนการสอน และหลังได้รับการจัดการเรียนการสอน และนำคะแนนของทั้งสองกลุ่มมาเปรียบเทียบ วิเคราะห์ด้วยวิธีการทางสถิติเพื่อ ตรวจสอบสมมติฐาน ผลการวิจัยพบว่านักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนการสอน แบบกลุ่มช่วยรายบุคคล (TAI) มีผลสัมฤทธิ์ ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนที่ได้รับการสอนตามปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 และนักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียน การสอนแบบกลุ่มช่วยรายบุคคล (TAI) มีความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนที่ได้รับการสอนตามปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

ศราวุฑู จอมนำ (2557, น. 89 - 91) ได้ทำการศึกษาผลการจัดการเรียนรู้โดยใช้บริบทเป็นฐาน เรื่องอัตราส่วนและร้อยละที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ความสามารถในการคิดอย่างมีวิจารณญาณและคุณลักษณะใฝ่รู้ของนักเรียน เป็นการวัดผลสัมฤทธิ์ก่อนเรียนและหลังเรียนโดยใช้การจัดการเรียนรู้โดยใช้บริบทเป็นฐาน โดยเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้แผนการจัดการเรียนรู้โดยใช้บริบทเป็นฐาน เรื่องอัตราส่วนและร้อยละ แบบทดสอบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน วิชาคณิตศาสตร์ แบบเลือกตอบ 4 ตัวเลือก แบบประเมินความสามารถในการคิดอย่างมี วิจารณญาณ แบบเลือกตอบ 3 ตัวเลือก และแบบประเมินคุณลักษณะใฝ่รู้ แบบมาตราส่วน ประเมินค่า 6 ระดับ ผลการวิจัยพบว่า หลังจากที่ได้รับการเรียนการสอนโดยการจัดการเรียนรู้โดยใช้บริบทเป็นฐาน นักเรียนมีผลสัมฤทธิ์ หลังการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนสูงกว่าก่อนได้รับการจัดการเรียน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 ความสามารถในการคิดวิจารณญาณของนักเรียนสูงกว่าก่อนได้รับการจัดการเรียนรู้ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 และคุณลักษณะใฝ่เรียนรู้อ่อนของนักเรียนสูงกว่าก่อนได้รับการจัดการเรียนรู้ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

กุลกาญจน์ สุวรรณรักษ์ (2556, น. 60 - 66) ได้ทำการวิจัยเกี่ยวกับการศึกษาผลสัมฤทธิ์และเจตคติทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่องการชั่งและการตวง ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 3 โดยการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ที่เน้นการเชื่อมโยงระหว่างคณิตศาสตร์กับ ชีวิตประจำวันเป็นงานวิจัยเชิงทดลอง โดยเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยคือแผนการจัดการเรียนการสอน คณิตศาสตร์ เรื่องการชั่งและการตวง ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 3 โดยการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ที่เน้นการเชื่อมโยงระหว่างคณิตศาสตร์กับชีวิตประจำวัน แบบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและ แบบวัดเจตคติทางการเรียน โดยการวัดผลการทดสอบในช่วงก่อนและหลังการจัดการเรียนการสอน โดยการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) จากผลการวิจัยพบว่าผลสัมฤทธิ์ สูงกว่าก่อนได้รับการจัดการเรียนการสอนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 และเจตคติทางการเรียนคณิตศาสตร์สูงกว่าก่อนได้รับการจัดการเรียนการสอนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

สุรรัตน์ สมรรถการ (2556, น. 103 - 114) ได้ทำการวิจัยเพื่อศึกษาผลการจัดการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) เรื่องวิธีเรียงสับเปลี่ยนและวิธีจัดหมู่ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 เป็นงานวิจัยวิจัยเชิงการทดลอง โดยที่ใช้งานวิจัยคือแผนการจัดการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) เรื่องวิธีเรียงสับเปลี่ยนและวิธีจัดหมู่ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เป็นแบบเลือกตอบชนิด 4 ตัวเลือก และแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหา และความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ แบบอัตนัย ได้ทำการวัดผลการทดสอบก่อน และหลังการจัดการเรียนการสอน ซึ่งผลการวิจัยพบว่าผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงกว่าก่อนได้รับการจัดการเรียนรู้อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์สูงกว่าก่อนได้รับการจัดการเรียนรู้อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 และการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์สูงกว่าก่อนได้รับการจัดการเรียนรู้อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

ปวันรัตน์ วัฒนนะ (2559, น. 23) ได้ศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง การวัด ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โดยการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ที่เน้นการเชื่อมโยง ผลการวิจัยพบว่าคะแนนเฉลี่ยผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง การวัด ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 หลังได้รับการจัดการเรียนการสอนโดยการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ที่เน้นการเชื่อมโยงระหว่างคณิตศาสตร์กับชีวิตประจำวัน

สูงกว่าก่อนการจัดการเรียนการสอน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง การวัด ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 หลังได้รับการจัดการเรียนการสอนโดยการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ที่เน้นการเชื่อมโยงระหว่างคณิตศาสตร์กับชีวิตประจำวัน สูงกว่าก่อนการจัดการเรียนการสอน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

พีรดา วิชามุข (2561, น. 39) ได้ผลสัมฤทธิ์ เรื่องการแก้โจทย์ปัญหาอัตราส่วนและร้อยละ ผ่านการจัดการเรียนรู้เรื่องอัตราส่วนและร้อยละ โดยการสอนวิธีปกติควบคู่กับวิธีบาร์โมเดลสำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนแห่งหนึ่งในจังหวัดชลบุรี และการวิจัยพบว่านักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ผ่านการจัดการเรียนรู้เรื่องอัตราส่วนและร้อยละโดยการสอนวิธีปกติควบคู่กับวิธีบาร์โมเดล มีผลสัมฤทธิ์เรื่องการแก้โจทย์ปัญหาอัตราส่วนและร้อยละ จากการแสดงวิธีทำบาร์โมเดล ผ่านเกณฑ์ที่มีจำนวนมากกว่าร้อยละ 60 ของจำนวนนักเรียน และนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ผ่านการจัดการเรียนรู้เรื่องอัตราส่วนและร้อยละโดยการสอนวิธีปกติควบคู่กับวิธีบาร์โมเดล มีผลสัมฤทธิ์เรื่องการแก้โจทย์ปัญหาอัตราส่วนและร้อยละ จากการแสดงวิธีทำปกติ ผ่านเกณฑ์ที่มีจำนวนมากกว่าร้อยละ 60 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด

ศณเศศ คุ่มทองสุวรรณ (2562, น. 87) ได้ศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน และความสามารถในการพิสูจน์ เรื่อง เส้นขนาน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนศรีอยุธยา ในพระอุปถัมภ์ฯ ที่ผ่านการจัดการเรียนรู้ตามแนวคิด The Constructivist Learning Model (CLM) ผลการวิจัยพบว่านักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้ตามแนวคิด The Constructivist Learning Model (CLM) มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน และความสามารถในการพิสูจน์สัมพันธ์กันทางบวกในระดับสูง อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

4.2 วิธีการแบบเปิด

ลี และคณะ (Lee et al., 2003, น. 40) ได้พัฒนาแบบทดสอบความคิดสร้างสรรค์ และการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น โรงเรียนแทจอน จำนวน 409 คน และกลุ่มอาสาสมัครจาก Hanbat National University in Daejeon จำนวน 53 คน โดยใช้ปัญหาปลายเปิดจำนวน 5 ข้อ ผลการวิจัยพบว่า แบบทดสอบสำหรับความคิดสร้างสรรค์ และการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์สามารถกระตุ้นให้นักเรียนมีความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ และจะส่งเสริมให้นักเรียนได้แก้ปัญหาที่ทำทนายขึ้น

ควอน, จุง และจี (Kwan, Jung, & Jee, 2006, น. 15) ได้ศึกษาผลการใช้กระบวนการปลายเปิดที่มีต่อการคิดอย่างอิสระในวิชาคณิตศาสตร์ ผลการวิจัยพบว่าปัญหาปลายเปิดสามารถทำให้นักเรียนได้คำตอบหรือวิธีการหาคำตอบที่หลากหลาย และยังนำไปสู่การพัฒนาความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ระหว่างการพูดคุยหาข้อสรุปที่แตกต่างกันของนักเรียนในการแก้ปัญหาปลายเปิด

วันัญชนา เริงดี (2555, น. 66) ได้ศึกษาการพัฒนาทักษะการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ โดยใช้วิธีการแบบเปิด สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 พบว่าทักษะการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์เรื่องการประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ก่อนและหลังเรียนแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญที่ 0.05 และเจตคติต่อการเรียนคณิตศาสตร์ก่อนและหลังเรียนไม่แตกต่างกัน

ตติมา ทิพย์จินดาชัยกุล (2557, น. 82) ได้ศึกษาผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้วิธีการแบบเปิด (Open Approach) ที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาและความสามารถในการให้เหตุผล ทางคณิตศาสตร์ เรื่องทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 พบว่า

1) ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังจากได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้วิธีการแบบเปิด เรื่องทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 สูงกว่าก่อนได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้วิธีการแบบเปิดอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

2) ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังจากได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้วิธีการแบบเปิด เรื่องทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 โดยมีคะแนนเฉลี่ยร้อยละ 75.37

3) ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้วิธีการแบบเปิด เรื่องทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 สูงกว่าก่อนได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้วิธีการแบบเปิด อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

รชธานี ปูตะ (2561, น. 47) ได้ศึกษาผลของการจัดการเรียนการสอนโดยใช้วิธีการแบบเปิดร่วมกับการศึกษาชั้นเรียนที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหา และความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 โรงเรียนบ้านเขาวัง ผลการวิจัยพบว่านักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ก่อนการเรียนโดยใช้วิธีการแบบเปิดร่วมกับการศึกษาชั้นเรียนมีคะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เฉลี่ยเท่ากับ 1.73 มีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 1.29 หลังการเรียนโดยใช้วิธีการแบบเปิดร่วมกับการศึกษาชั้นเรียนมีคะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เฉลี่ยเท่ากับ 14.46 มีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 3.14 เมื่อทดสอบสมมติฐานพบว่านักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ที่เรียนโดยใช้วิธีการแบบเปิดร่วมกับการศึกษาชั้นเรียนมีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

4.3 เส้นขนาน

จากการศึกษาค้นคว้างานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการจัดการเรียนรู้ เรื่อง เส้นขนาน ได้มีผู้ศึกษาไว้ดังนี้

รัตนภรณ์ กุมพันธ์ (2553, น. 93) ได้ทำการศึกษาผลการสอนแบบปฏิบัติการโดยใช้โปรแกรม GSP ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน และความรับผิดชอบในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนาน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนประเทียวิทยาทาน จำนวน 40 คน พบว่าผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนาน ของนักเรียนหลังได้รับการสอนแบบปฏิบัติการโดยใช้โปรแกรม GSP สูงกว่าก่อนเรียน และสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 60 ที่ตั้งไว้ และความรับผิดชอบในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์หลังได้รับการสอนแบบปฏิบัติการโดยใช้โปรแกรม GSP สูงกว่าก่อนเรียน

สุนิสา แก้วกระจ่าง (2553, น. 85) ได้ทำการศึกษาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนาน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ได้รับการจัดการเรียนรู้โดยใช้ชุดกิจกรรมกระบวนการกลุ่มสัมพันธ์ โดยศึกษากับนักเรียน โรงเรียนอัสสัมชัญ เขตบางรัก จำนวน 44 คน ผลการวิจัยพบว่าความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ได้รับการจัดการเรียนรู้โดยใช้ชุดกิจกรรมกระบวนการกลุ่มสัมพันธ์หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษา

ปีที่ 2 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้โดยใช้ชุดกิจกรรมกระบวนการกลุ่มสัมพันธ์ สูงกว่าเกณฑ์ ร้อยละ 70 ที่ตั้งไว้

โชคสุวิชัย สุภาพาส (2554, น. 45) ได้ทำการศึกษาผลการจัดการเรียนการสอนแบบ 4 MAT เรื่อง เส้นขนาน ที่มีต่อความสามารถในการคิดวิเคราะห์ และความสามารถในการคิด สังเคราะห์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โดยทางการศึกษากับนักเรียนโรงเรียนสตรีพัทลุง จำนวน 1 ห้องเรียน จำนวนนักเรียน 49 คน โดยได้ทำการสอนแบบ 4 MATแล้วทำการวัดผลด้วย แบบวัดที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น ผลการวิจัยพบว่าความสามารถในการคิดวิเคราะห์ของนักเรียนหลังจาก ทำการสอน สูงกว่าก่อนได้รับการสอน และผ่านเกณฑ์ร้อยละ 60 ที่ตั้งไว้ โดยมีคะแนนเฉลี่ย 10.70 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 71.33 ความสามารถในการคิดสังเคราะห์ของนักเรียนหลังจากทำการสอน สูงกว่าก่อนได้รับการสอนและผ่านเกณฑ์ร้อยละ 60 ที่ตั้งไว้ โดยมีคะแนนเฉลี่ย 15.96 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 66.50

ทวี ไวยมิตร (2555, น. 64) ได้ทำการพัฒนาบทเรียนคอมพิวเตอร์ช่วยสอน เรื่อง เส้นขนาน สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โดยทำการศึกษากับนักเรียน โรงเรียนห้วยน้ำหอม พัทธาคาร จำนวน 40 คน ซึ่งเลือกมาจากการสุ่มแบบกลุ่ม ผลการวิจัยพบว่าบทเรียนคอมพิวเตอร์ ช่วยสอน ที่จัดทำขึ้นมีประสิทธิภาพ 86.49/82.60 และมีดัชนีประสิทธิผลเท่ากับ .71 และหลังจาก นักเรียนได้เรียนโดยใช้บทเรียนคอมพิวเตอร์ช่วยสอนที่จัดทำขึ้น นักเรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน ผ่านเกณฑ์ร้อยละ 70 ตามเกณฑ์ที่ตั้งไว้ นอกจากนี้การใ้บทเรียน คอมพิวเตอร์ ช่วยสอนจะช่วยให้มีความคงทนในการเรียนรู้

รัชนี ทาเหล็ก (2556, น. 86) ได้ทำการศึกษาผลการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือด้วยเทคนิค จิ๊กซอว์ เรื่อง เส้นขนาน ที่มีต่อความสามารถในการคิดวิเคราะห์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนสวนแตงวิทยา จำนวน 1 ห้องเรียน จำนวนนักเรียน 32 คน โดยทำการจัดการเรียนรู้แบบ ร่วมมือด้วยเทคนิคจิ๊กซอว์ทั้งหมด 9 คาบผลการวิจัยพบว่าความสามารถในการคิดวิเคราะห์ของ นักเรียนหลังจากทำการสอนสูงกว่าก่อนได้รับการสอน และผ่านเกณฑ์ร้อยละ 65 ที่ตั้งไว้

งามพร้อม อ่อนบัวขาว และ หล้า ภวภูตานนท์ (2557, น. 10) ได้ทำการศึกษาเกี่ยวกับการเปลี่ยนแปลงมโนคติทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนาน โดยการจัดกิจกรรมซ่อมเสริมสำหรับ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 กับนักเรียนโรงเรียนแก่นนครวิทยาลัย 2 จำนวน 6 คน ซึ่งผู้วิจัยได้ทำ การสำรวจมโนคติทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนาน ก่อนทำวิจัยแล้วจึงจำแนกนักเรียนออกเป็น

3 กลุ่ม คือ มโนคติทางคณิตศาสตร์แบบไม่สมบูรณ์ มโนคติทางคณิตศาสตร์ที่คลาดเคลื่อน และไม่มีมโนคติทางคณิตศาสตร์ โดยหลังจัดกิจกรรมซ่อมเสริมได้ทำการสำรวจมโนคติอีกครั้งพบว่า นักเรียนกลุ่มทดลองมีมโนคติทางคณิตศาสตร์ที่สมบูรณ์ และมีการเปลี่ยนแปลงมโนคติทางคณิตศาสตร์ 2 ลักษณะ คือ แบบขยายชั้นความเข้าใจ และเปลี่ยนกรอบความเข้าใจ



บทที่ 3

วิธีการดำเนินการวิจัย

ความมุ่งหมายในการวิจัยครั้งนี้ คือ เพื่อศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องเส้นขนานของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ผ่านการจัดการเรียนรู้โดยใช้วิธีการแบบเปิดในการศึกษาผู้วิจัยได้ดำเนินการตามขั้นตอน ดังนี้

1. การกำหนดประชากรและการเลือกกลุ่มตัวอย่าง
2. การสร้างเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย
3. การเก็บรวบรวมข้อมูล
4. การดำเนินการทดลอง
5. การวิเคราะห์ข้อมูล
6. สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล

1. การกำหนดประชากรและการเลือกกลุ่มตัวอย่าง

ประชากรที่ใช้ในการวิจัย

ประชากรที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2564 โรงเรียนศึกษานารีวิทยา เขตบางบอน จังหวัดกรุงเทพมหานคร ทั้งหมด 4 ห้องเรียน จำนวน 106 คน

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัย

ตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2564 โรงเรียนศึกษานารี เขตบางบอน จังหวัดกรุงเทพมหานคร จำนวน 1 ห้องเรียน ซึ่งมีนักเรียนจำนวน 41 คน นักเรียนเหล่านี้ได้มาจากการเลือกตัวอย่างแบบกลุ่ม (Cluster Random Sampling) ซึ่งโรงเรียนได้จัดนักเรียนแต่ละห้องแบบละความสามารของนักเรียนที่มีผลการเรียนแบบ เก่ง ปานกลาง อ่อน

2. การสร้างเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย แบ่งเป็น 2 ส่วน คือ

2.1 เครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง ได้แก่

แผนการจัดการเรียนรู้โดยวิธีการแบบเปิด เรื่อง เส้นขนาน จำนวน 10 แผน ดังนี้

แผนที่ 1 เรื่อง การขนานกันของเส้นตรง

แผนที่ 2 - 3 เรื่อง เส้นขนานและมุมภายใน

แผนที่ 4 - 5 เรื่อง เส้นขนานและมุมแย้ง

แผนที่ 6 - 7 เรื่อง เส้นขนานและมุมภายนอกกับมุมภายใน

แผนที่ 8 - 10 เรื่อง เส้นขนานและรูปสามเหลี่ยม

2.2 เครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล ได้แก่

แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง เส้นขนาน 1 ฉบับ คือ แบบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง เส้นขนาน โดยมีลักษณะเป็นแบบทดสอบปรนัย จำนวน 10 ข้อ และแบบทดสอบอัตนัย จำนวน 2 ข้อ ซึ่งเป็นแบบทดสอบที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นเพื่อตรวจสอบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนหลังจากที่ได้รับการจัดการเรียนรู้โดยใช้วิธีการแบบเปิด

ขั้นตอนการสร้างแผนการจัดการเรียนรู้โดยใช้วิธีการแบบเปิด เรื่อง เส้นขนาน

แผนการจัดการเรียนรู้เรื่อง เส้นขนาน จำนวน 10 แผน ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น มีขั้นตอนในการสร้าง ดังนี้

1) ศึกษาทำความเข้าใจหลักสูตรกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 และหลักสูตรสถานศึกษาของโรงเรียนที่เลือกทำการวิจัย

2) ศึกษาขอบเขตของเนื้อหา จุดประสงค์การเรียนรู้ คำอธิบายรายวิชาจากหนังสือเรียน และคู่มือครูรายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์ เล่ม 2 สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ตามมาตรฐานการเรียนรู้และตัวชี้วัดกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551

3) จัดทำแผนการจัดการเรียนรู้ เรื่อง เส้นขนาน ให้สอดคล้องกับมาตรฐานการเรียนรู้ ตัวชี้วัดและจุดประสงค์การเรียนรู้ โดยแต่ละแผนการจัดการเรียนรู้ ประกอบด้วย

3.1) จุดประสงค์การเรียนรู้ เป็นข้อความที่ระบุสิ่งที่นักเรียนควรรู้ และปฏิบัติได้ รวมทั้งคุณลักษณะของนักเรียนที่ควรมี หลังจากทีนักเรียนได้ผ่านการจัดการเรียนรู้ในคาบเรียนนั้นๆ โดยจุดประสงค์การเรียนรู้แบ่งออกเป็น 3 ด้าน คือ

ด้านที่ 1 ด้านความรู้คณิตศาสตร์

ด้านที่ 2 ด้านทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์

ด้านที่ 3 ด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์

3.2) สาระการเรียนรู้ เป็นเนื้อหาคณิตศาสตร์ที่มีการจัดการเรียนรู้ในคาบเรียนนั้น

3.3) สื่อการเรียนรู้/แหล่งการเรียนรู้ สื่อการเรียนรู้เป็นวัสดุ อุปกรณ์ หรือวิธีการที่เกี่ยวข้องกับการจัดการเรียนรู้ในคาบนั้นๆ และแหล่งการเรียนรู้เป็นแหล่งข้อมูล ข่าวสารสารสนเทศที่นำมาใช้ในการจัดการเรียนรู้ในคาบนั้นๆ

3.4) กิจกรรมการเรียนรู้ เป็นการระบุสิ่งที่จะเกิดขึ้นในการจัดการเรียนรู้ โดยสอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้ โดยยึดขั้นตอนการจัดการเรียนรู้โดยวิธีการแบบเปิด ของ ไมตรี อินทร์ประสิทธิ์ (2547) ประกอบด้วย 4 ขั้นตอน ดังนี้

ขั้นที่ 1 ขั้นตอนการนำเสนอปัญหาปลายเปิด (Posing open-ended problem) เป็นขั้นตอนที่ผู้สอนนำเสนอปัญหาปลายเปิดให้นักเรียนได้เผชิญปัญหา และไม่สามารถหาคำตอบได้ในทันที และปัญหาที่นำมาเสนอต้องมีความน่าสนใจ ท้าทาย ความสามารถของนักเรียน

ขั้นที่ 2 ขั้นตอนการการเรียนรู้ด้วยตนเองของนักเรียน (Students' self-learning) เป็นขั้นตอนที่ให้นักเรียนได้ตีความปัญหาที่เจอ เพื่อลดความเข้าใจผิด ด้านภาษา ซึ่งนักเรียนสามารถตีความปัญหาโดยใช้ภาษาที่ตนเองถนัดได้ ในขั้นตอนนี้ครูสังเกต การตีความของนักเรียนที่สื่อถึงความเข้าใจปัญหาซึ่งถ้านักเรียนมีแนวโน้มที่จะเข้าใจผิด ครู สามารถถามคำถามที่ทำให้เกิดการวิเคราะห์ปัญหาที่เกิดขึ้นใหม่ จนกระทั่งมีความเข้าใจที่ถูกต้อง

ขั้นที่ 3 ขั้นตอนการอภิปรายทั้งชั้นเรียนและการเปรียบเทียบ (Whole class discussion and comparison) เป็นขั้นตอนที่นักเรียนหาวิธีการต่างๆ ที่จะสามารถ นำไปแก้ปัญหาได้ โดยนักเรียนแต่ละคนอาจจะเสนอแนวทางในการแก้ปัญหาที่แตกต่างกันไปตาม ความสามารถ และประสบการณ์เดิมของแต่ละบุคคล โดยให้นักเรียนเขียนบันทึกการตอบปัญหา แนวทางเข้าสู่ปัญหา หรือวิธีการแก้ปัญหาที่ทำโดยนักเรียนแต่ละคนหรือในกลุ่มการเรียนรู้ ครูควร พยายามจำแนกนักเรียนว่าใครยังไม่เข้าใจปัญหา และให้ตัวอย่างเพิ่มขึ้น หรือเสนอแนะเพื่อ กระตุ้นให้นักเรียนคิดในแนวทางที่เกี่ยวข้องกับปัญหา และทำหน้าที่จัดลำดับการนำเสนอ ครูให้ นักเรียนนำเสนอแนวคิดของตนเองหรือกลุ่มหน้าชั้นเรียนโดยใช้ภาษาของนักเรียนเอง ครูพยายาม จำแนกแนวคิดของนักเรียนที่เหมือนหรือแตกต่างกัน ไม่วิจารณ์หรือตัดสินแนวคิดของนักเรียน

ขั้นที่ 4 การสรุปโดยการเชื่อมโยงแนวคิดของนักเรียนที่เกิดขึ้นใน ชั้นเรียน (Summarization through connecting students' mathematical ideas emerged in the classroom) ครูหรือนักเรียนควรเขียนงานของตนเองหรือของกลุ่มบนกระดานเพื่อให้สมาชิก ในห้องได้เห็น จากนั้นครูรวบรวมแนวคิดทั้งหมดของนักเรียนถึงแม้ว่าบางแนวคิดจะเหมือนกันหรือ เป็นการกระทำที่ซ้ำกับคนอื่น ๆ นักเรียนควรได้รับการกระตุ้นให้ยืนยันงานของตัวเองไม่ว่าจะ สอดคล้องหรือสามารถสรุปรวบยอดแนวคิดเข้ากับแนวคิดของนักเรียนคนอื่น ๆ ได้หรือไม่ก็ตาม

ยิ่งไปกว่านั้นเมื่อแนวคิดบางอย่างที่นำเสนอยังไม่ถูกต้องหรือยังไม่สมบูรณ์ ครูควรพิจารณา และปรับแนวคิดเหล่านั้นจากข้อเสนอแนะของนักเรียนคนอื่นๆ เพื่อที่จะนำไปสู่ข้อสรุป

3.5) การวัดและประเมินผลการเรียนรู้ เป็นข้อความที่แสดงให้เห็นถึงการวัด และประเมินผลตามจุดประสงค์การเรียนรู้ที่ได้ออกแบบไว้ โดยจะสอดคล้องกับจุดประสงค์ และมีการกำหนดเกณฑ์และเครื่องมือในการวัด

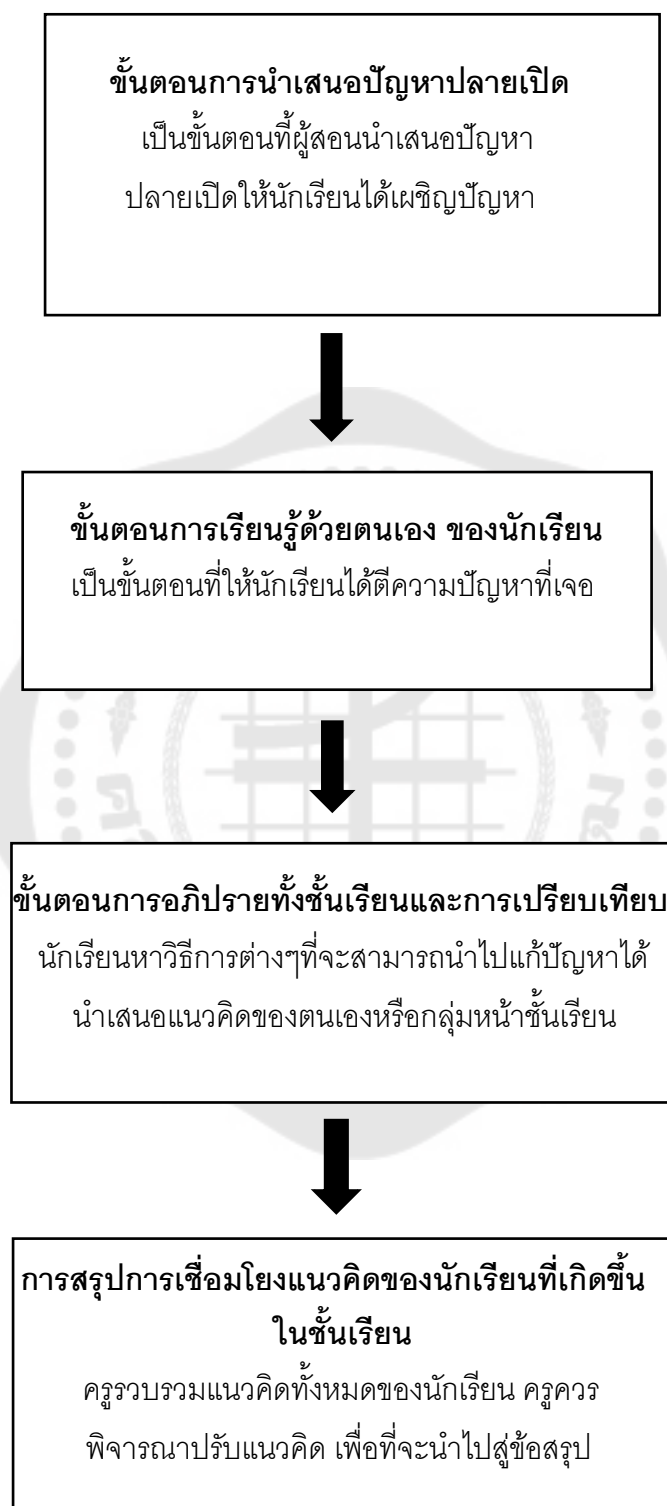
4) นำแผนการจัดการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนาน ที่สร้างเสร็จเรียบร้อยแล้ว เสนอต่อคณะกรรมการควบคุมปริญญาโทเพื่อพิจารณาปรับปรุงแก้ไข

5) นำแผนการจัดการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนาน ที่ได้รับการตรวจสอบมาปรับปรุงแก้ไขตามคำแนะนำของคณะกรรมการควบคุมปริญญาโท และนำเสนอให้ผู้เชี่ยวชาญ จำนวน 3 ท่าน เพื่อตรวจสอบความถูกต้องความเหมาะสมของเนื้อหา และระยะเวลาที่สอน

6) นำแผนการจัดการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนาน ไปทดลองกับนักเรียนกลุ่มนำร่อง ซึ่งเป็นนักเรียนที่ศึกษาอยู่ในระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่มีความสามารถใกล้เคียงกับตัวอย่าง จากนั้นนำแผนการจัดการเรียนรู้มาปรับปรุงให้เหมาะสม

7) นำแผนการจัดการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนาน ไปทดลองใช้กับกลุ่มตัวอย่าง

สำหรับกรอบแนวคิดในการจัดการเรียนรู้ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น แสดงได้ดังนี้



ภาพประกอบ 8 กรอบแนวคิดในการจัดการเรียนรู้

ขั้นตอนการสร้างแบบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง เส้นขนาน

แบบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง เส้นขนาน เป็นแบบทดสอบที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น โดยมีลักษณะเป็นแบบทดสอบปรนัย จำนวน 10 ข้อ แบบทดสอบอัตนัย จำนวน 2 ข้อ ซึ่งผู้วิจัยได้ดำเนินการสร้าง ดังนี้

1) ศึกษาขอบเขตของเนื้อหาจากหนังสือเรียนคณิตศาสตร์ และคู่มือการจัดกิจกรรม การเรียนการสอนคณิตศาสตร์ รายวิชาพื้นฐาน ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เทอม 2 ตามหลักสูตรกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐานพุทธศักราช 2551

2) ศึกษาจุดประสงค์การเรียนรู้ วิเคราะห์สาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ที่ใช้ทดลองเพื่อใช้ในการสร้างแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง เส้นขนาน

3) สร้างแบบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง เส้นขนาน เป็นแบบทดสอบปรนัยแบบเลือกตอบ 2 ตัวเลือก และแบบเลือกตอบ 4 ตัวเลือก จำนวน 16 ข้อ แบบทดสอบอัตนัย จำนวน 4 ข้อ โดยสอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้

4) นำแบบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง เส้นขนาน ที่สร้างเสร็จเรียบร้อยแล้วเสนอต่อคณะกรรมการควบคุมปริญญาภัณฑ์พิจารณาปรับปรุงแก้ไข

5) นำแบบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง เส้นขนาน ที่ได้รับการตรวจสอบมาปรับปรุงแก้ไขตามคำแนะนำของคณะกรรมการควบคุมปริญญาภัณฑ์ แล้วนำเสนอให้ จำนวน 3 ท่าน ตรวจสอบความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหา และความเหมาะสมของข้อคำถาม โดยมีการให้คะแนน ดังนี้

คะแนน +1	หมายถึง ข้อคำถามนั้นมีความสอดคล้อง
คะแนน 0	หมายถึง ไม่แน่ใจว่าข้อคำถามนั้นมีความสอดคล้องหรือไม่
คะแนน -1	หมายถึง ข้อคำถามนั้นไม่มีความสอดคล้อง

จากนั้นนำคะแนนที่ได้ของแต่ละข้อมาเฉลี่ย และพิจารณาว่าข้อคำถามมีความเหมาะสมหรือไม่ (โดยการคัดเลือกข้อคำถามที่มีดัชนีความสอดคล้องตั้งแต่ 0.5 ขึ้นไป) ซึ่งพบว่าข้อคำถามที่มีค่าดัชนีความสอดคล้อง (IOC) ตั้งแต่ 0.5 ขึ้นไป มีจำนวน 12 ข้อ ประกอบด้วยชนิดปรนัย 10 ข้อ และชนิดอัตนัย 2 ข้อ

6) นำแบบทดสอบไปปรับปรุงตามคำแนะนำของผู้เชี่ยวชาญ แล้วนำเสนอให้ผู้เชี่ยวชาญตรวจสอบจนผ่านการพิจารณา

7) นำแบบทดสอบไปทดลองกับนักเรียนกลุ่มนำร่อง ซึ่งเป็นนักเรียนที่ศึกษาอยู่ในระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่มีความสามารถใกล้เคียงกับกลุ่มตัวอย่าง เพื่อพิจารณาว่าข้อคำถามมีความเหมาะสมหรือไม่ โดยพิจารณาการวิเคราะห์หาค่าความยาก (p) และอำนาจจำแนก (r) เป็นรายข้อ แล้วคัดเลือกข้อคำถามที่มีค่าความยาก (p) ตั้งแต่ 0.39 – 0.88 และมีอำนาจจำแนก (r) ตั้งแต่ 0.20 – 0.74 มีจำนวน 12 ข้อ ประกอบด้วยชนิดปรนัย 10 ข้อ และ ชนิดอัตนัย 2 ข้อ

8) นำแบบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง เส้นขนาน ไปทดลองใช้กับกลุ่มตัวอย่าง

3. การเก็บรวบรวมข้อมูลงานวิจัยนี้มีขั้นตอนในการเก็บรวบรวมข้อมูล ดังนี้

แบบแผนการทำวิจัย

การวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยได้ใช้แบบแผนการวิจัยแบบ One – Group Posttest only design ซึ่งแสดงดังตารางต่อไปนี้

ตาราง 2 แบบแผนการทดลอง

กลุ่ม	การทดลอง	การทดสอบหลังเรียน
<i>E</i>	<i>X</i>	<i>T</i>

สัญลักษณ์ที่ใช้ในแบบแผนการวิจัย

<i>E</i> แทน	กลุ่มทดลอง
<i>X</i> แทน	การจัดการเรียนรู้โดยใช้วิธีการแบบเปิด
<i>T</i> แทน	การทดสอบหลังเรียน (Posttest)

4. การดำเนินการทดลอง

การจัดการเรียนรู้โดยใช้วิธีการแบบเปิด (Open Approach) ในการทดลองครั้งนี้ ผู้วิจัยดำเนินการทดลองตามแบบแผนการวิจัย โดยมีขั้นตอนต่อไปนี้

- 1) ผู้วิจัยชี้แจงให้นักเรียนที่เป็นกลุ่มตัวอย่างทราบถึงการจัดการเรียนรู้โดยใช้วิธีการแบบเปิด (Open Approach) เพื่อที่นักเรียนจะได้ปฏิบัติตนได้ถูกต้อง
- 2) ผู้วิจัยดำเนินการสอนในคาบเรียนปกติโดยใช้แผนการจัดการเรียนรู้ตามที่ออกแบบไว้ โดยในแต่ละคาบผู้วิจัยมีการมอบหมายแบบฝึกหัดเป็นการบ้านเพื่อตรวจสอบความเข้าใจของนักเรียน และผู้วิจัยใช้ระยะเวลาในการสอนทั้งหมด 10 คาบ คาบละ 40 นาที
- 3) ผู้วิจัยทำการทดสอบนักเรียนโดยใช้แบบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง เส้นขนาน โดยใช้เวลา 2 คาบ คาบละ 40 นาที โดยในคาบแรกเป็นการทำแบบทดสอบวัดผล

สัมฤทธิ์แบบปรนัยจำนวน 10 ข้อ และคาบที่ 2 เป็นการทำแบบทดสอบแบบอัตนัยจำนวน 2 ข้อ ในแต่ละคาบผู้วิจัยมีการชี้แจงเกี่ยวกับข้อตกลงของการทดสอบเป็นระยะเวลา 5 นาที และให้นักเรียนทำแบบทดสอบเป็นเวลา 35 นาที

4) ผู้วิจัยนำข้อมูลที่ได้ไปใช้วิธีการทางสถิติวิเคราะห์เปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนกับเกณฑ์ที่ตั้งไว้

5. การวิเคราะห์ข้อมูล

ผู้วิจัยนำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง เส้นขนาน มาวิเคราะห์ค่าสถิติพื้นฐาน และทดสอบสมมติฐานโดยนำผลคะแนนของข้อสอบแต่ละฉบับไปเทียบกับเกณฑ์ที่กำหนดไว้ โดยใช้การทดสอบทวินาม (Binomial test)

6. สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล

สถิติพื้นฐาน

1) ค่าเฉลี่ยเลขคณิต (Mean) คำนวณจาก (ล้วน สายยศ และ อังคณา สายยศ, 2538, น. 79)

$$\bar{X} = \frac{\sum X}{n}$$

เมื่อ \bar{X} แทน ค่าเฉลี่ยของข้อมูล

$\sum X$ แทน ผลรวมของข้อมูล

n แทน จำนวนของข้อมูล

2) ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (Standard Deviation) คำนวณจาก (ล้วน สายยศ และ อังคณา สายยศ, 2538, น. 79)

$$S = \sqrt{\frac{n \sum X^2 - (\sum X)^2}{n(n-1)}}$$

เมื่อ S แทน ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน

$\sum X^2$ แทน ผลรวมของแต่ละข้อมูลยกกำลัง 2

$(\sum X)^2$ แทน ผลรวมของกำลังสองของข้อมูล

n แทน จำนวนของข้อมูล

สถิติที่ใช้ในการตรวจสอบคุณภาพของเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

1) ค่าความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหา (IOC) คำนวณจาก (ล้วน สายยศ และ อังคณา สายยศ, 2543, น. 248-249)

$$IOC = \frac{\sum R}{N}$$

เมื่อ IOC แทน ดัชนีความสอดคล้อง

$\sum R$ แทน ผลรวมของคะแนนความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญ

N แทน จำนวนผู้เชี่ยวชาญ

2) ค่าความยาก (p) ค่าอำนาจจำแนก (r) และค่าความเชื่อมั่นของแบบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง เส้นขนาน หาได้ดังนี้

2.1) ค่าความยาก (p) คำนวณจาก (ถ้วน สายยศ และ อังคณา สายยศ, 2543, น. 199-200)

$$p = \frac{S_U + S_L - (2NX_{\min})}{2N(X_{\max} - X_{\min})}$$

เมื่อ	p	แทน	ค่าความยาก
	S_U	แทน	ผลรวมของคะแนนกลุ่มเก่ง
	S_L	แทน	ผลรวมของคะแนนกลุ่มอ่อน
	N	แทน	จำนวนผู้เข้าสอบกลุ่มเก่งหรือกลุ่มอ่อน
	X_{\max}	แทน	คะแนนนักเรียนที่ทำได้ดีที่สุด
	X_{\min}	แทน	คะแนนนักเรียนที่ทำได้ดีต่ำสุด

2.2) ค่าอำนาจจำแนก (r) คำนวณจาก (ถ้วน สายยศ และ อังคณา สายยศ, 2543, น. 199-200)

$$r = \frac{S_U - S_L}{N(X_{\max} - X_{\min})}$$

เมื่อ	r	แทน	อำนาจจำแนก
	S_U	แทน	ผลรวมของคะแนนกลุ่มเก่ง
	S_L	แทน	ผลรวมของคะแนนกลุ่มอ่อน

N แทน จำนวนผู้เข้าสอบของกลุ่มเก่งหรือกลุ่มอ่อน

X_{\max} แทน คะแนนนักเรียนที่ทำได้ดีที่สุด

X_{\min} แทน คะแนนนักเรียนที่ทำได้ดีที่สุด

2.3) ค่าความเชื่อมั่น ใช้วิธีหาค่าสัมประสิทธิ์แอลฟา (α - Coefficient) คำนวณจาก (ล้วน สายยศ และ อังคณา สายยศ, 2543, น. 218)

$$\alpha = \frac{n}{n-1} \left\{ 1 - \frac{\sum S_i^2}{S_t^2} \right\}$$

เมื่อ	α	แทน	ค่าความเชื่อมั่นของแบบวัด
	n	แทน	จำนวนข้อสอบของแบบวัด
	$\sum S_i^2$	แทน	คะแนนความแปรปรวนเป็นรายข้อ
	S_t^2	แทน	คะแนนความแปรปรวนของข้อสอบทั้งฉบับ

สถิติที่ใช้ในการทดสอบสมมติฐานการวิจัย

ผู้วิจัยโดยใช้การทดสอบทวินาม (Binomial test) ในการทดสอบสมมติฐานที่ว่า นักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้โดยวิธีการแบบเปิด มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง เส้นขนาน ผ่านเกณฑ์ ตั้งแต่ร้อยละ 60 ขึ้นไปของนักเรียนทั้งหมดโดยหาจากโปรแกรมสำเร็จรูป SPSS

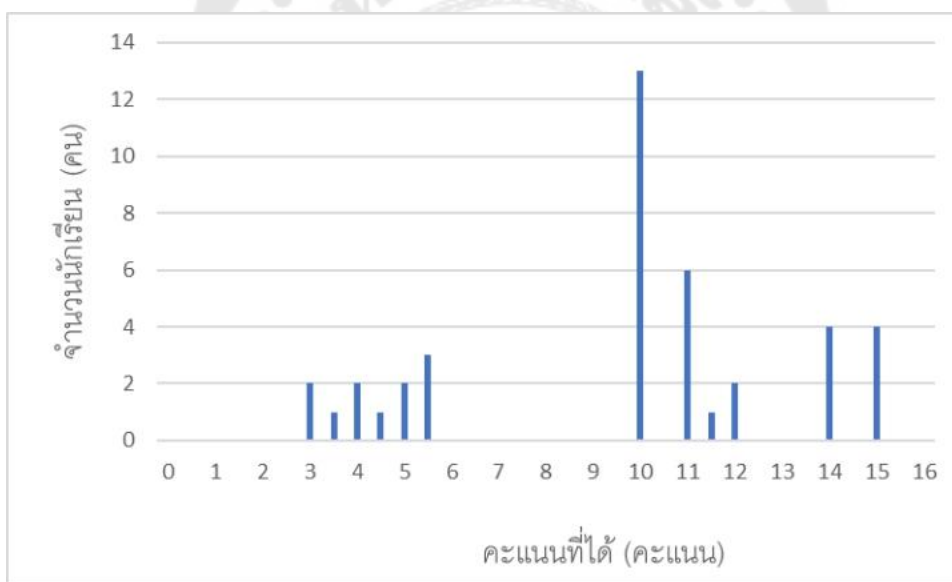
บทที่ 4

ผลการวิเคราะห์ข้อมูล

ความมุ่งหมายของการวิจัยครั้งนี้ คือ เพื่อศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง เส้นขนาน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ภายหลังจากได้รับการจัดการเรียนการสอนโดยใช้วิธีการแบบเปิด ข้อมูลที่ได้จากการเก็บรวบรวม ผู้วิจัยนำมาวิเคราะห์เชิงปริมาณ โดยนำเสนอผลการวิเคราะห์ ข้อมูลดังนี้

1. ค่าเฉลี่ยเลขคณิตและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน

ในการศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง เส้นขนาน โดยใช้วิธีการแบบเปิด ซึ่งมี คะแนนเต็ม 16 คะแนน ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่างแต่ละคน จำนวน 41 คน เป็นดังแผนภูมิแท่ง ด้านล่าง



ภาพประกอบ 9 คะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง เส้นขนาน จากการทำแบบทดสอบ วัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง เส้นขนาน ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2

จากภาพประกอบ 9 พบว่า คะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง เส้นขนาน จากการทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง เส้นขนาน ชั้นมัธยมศึกษา ปีที่ 2 ซึ่งมีคะแนนเต็ม 16 คะแนน นักเรียนมีคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ตั้งแต่ 3 ถึง 15 คะแนน โดยมีค่าเฉลี่ยเลขคณิตเท่ากับ 9.66 คะแนน

จากนั้นผู้วิจัยนำคะแนนผลสัมฤทธิ์มาหาค่าเฉลี่ยเลขคณิต และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ผลการวิเคราะห์ข้อมูล แสดงดังตาราง 3

ตาราง 3 ค่าเฉลี่ยเลขคณิต (\bar{X}) และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (S) ของคะแนนผลสัมฤทธิ์จากแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง เส้นขนาน ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2

แหล่งที่มาของคะแนน	คะแนนเต็ม	ค่าเฉลี่ยเลขคณิต (\bar{X})	ค่าเฉลี่ยเลขคณิต คิดเป็นร้อยละของคะแนนเต็ม	ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (S)
แบบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องเส้นขนาน	16	9.66	60.37	3.64

จากตาราง 3 พบว่าค่าเฉลี่ยเลขคณิตของคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง เส้นขนาน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เท่ากับ 9.66 จากคะแนนเก็บ 16 คะแนน ซึ่งคิดเป็นร้อยละ 60.37 ของ คะแนนเต็ม และมีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 3.64

2.การทดสอบสมมติฐานการวิจัย

เพื่อทดสอบสมมติฐานการวิจัยที่ว่า นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง เส้นขนาน หลังได้รับการจัดการเรียนการสอนโดยใช้วิธีการแบบเปิด ผ่านเกณฑ์มากกว่า ร้อยละ 60 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด ผู้วิจัยได้นำคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง เส้นขนาน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ของนักเรียนที่เป็นกลุ่มตัวอย่างมาทดสอบสมมติฐานการวิจัย ซึ่งการทดสอบสมมติฐานการวิจัยนี้ ประกอบไปด้วย การทดสอบสมมติฐานทางสถิติ 2 ชนิด ได้แก่ (1) การทดสอบภาวะปรกติ (Normality Test) และ (2) การทดสอบทวินาม (Binomial Test)

ตาราง 4 ผลการทดสอบภาวะปรกติ (Normality Test) ของคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง เส้นขนาน

Test of Normality						
	Kolmogrov-Smirnov ^a			Shapiro-Wilk		
	Statistic	df	Sig.	Statistic	df	Sig.
Score	.269	41	.000	.895	41	.001*

a. Lilliefors Significance Correction

* ที่ระดับนัยสำคัญ .05

จากตาราง 4 ค่าพี (p -value) ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่างมีค่าเท่ากับ .001 ซึ่งมีค่าน้อยกว่า .05 ดังนั้น คะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง เส้นขนาน ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่างไม่มีการแจกแจงปกติ

ตาราง 5 ผลการทดสอบสมมติฐานของการวิจัยที่ว่า นักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2 มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง เส้นขนาน หลังได้รับการจัดการเรียนการสอนโดยใช้วิธีการแบบเปิด ผ่านเกณฑ์มากกว่าร้อยละ 60 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด

จำนวนนักเรียน กลุ่มตัวอย่าง (คน)	จำนวนนักเรียน ที่มี ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ผ่านเกณฑ์ (คน)	ร้อยละของนักเรียนที่มี ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง เส้นขนาน ผ่านเกณฑ์	ค่าสถิติ ทดสอบ ทวินาม
41	30	73.17	.057

* ที่ระดับนัยสำคัญ .05

จากตาราง 5 มีนักเรียนร้อยละ 73.17 ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง ที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง เส้นขนาน ผ่านเกณฑ์ เมื่อใช้การทดสอบทวินามพบว่าค่าสถิติทดสอบทวินาม เท่ากับ .057 ซึ่งมีค่ามากกว่า .05 จึงสามารถสรุปได้ว่านักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้โดยใช้วิธีการแบบเปิด เรื่อง เส้นขนาน ผ่านเกณฑ์มากกว่าร้อยละ 60 ของนักเรียนทั้งหมด ที่ระดับนัยสำคัญ .05

จากการทดลองพบว่า นักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้โดยใช้วิธีการแบบเปิด เรื่อง เส้นขนาน สามารถตอบคำถามในใบกิจกรรมได้อย่างหลากหลาย และสามารถนำไปสู่ข้อคาดการณ์ได้ โดยผู้วิจัยได้ทำการวิเคราะห์ข้อมูลเพิ่มเติมจากการศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน

เรื่อง เส้นขนาน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โดยใช้วิธีการแบบเปิด จากการทำกิจกรรมของนักเรียนในแต่ละกลุ่ม ผ่านใบกิจกรรมของนักเรียนซึ่งนักเรียนสามารถอภิปราย และร่วมกันแสดงแนวคิดของตนเอง กับเพื่อนในกลุ่มทั้งในชั้นเรียน และเพื่อนที่เรียนแบบออนไลน์ เนื่องจากขณะที่ผู้วิจัยทำการทดลองทางโรงเรียนมีการจัดให้แต่ละห้องเรียนจัดการเรียนรู้แบบในห้องเรียน และออนไลน์ร่วมกัน ผู้วิจัยจึงให้นักเรียนสามารถใช้อุปกรณ์เทคโนโลยีในการเขียนคำตอบ จนสามารถสร้างข้อคาดการณ์ได้ ซึ่งมีรายละเอียด ดังนี้

จากกิจกรรมที่ 1: สวนสาธารณะ เมื่อนักเรียนได้รับใบกิจกรรม และอ่านสถานการณ์ปัญหาพร้อมข้อความแต่ละข้อแล้ว นักเรียนที่อยู่ในห้องเรียนเป็นผู้นำในการให้เพื่อนในกลุ่มแสดงความคิดเห็น และได้เขียนคำตอบของคำถามข้อที่ 1 ของเพื่อนแต่ละคน และขีดเส้นบนรูปภาพที่มีลักษณะตามที่โจทย์กำหนด ซึ่งภาพประกอบ 10 และ 11 เป็นตัวอย่างคำตอบของนักเรียน 2 กลุ่ม

ใบกิจกรรมที่ 1: สวนสาธารณะ

สถานการณ์ปัญหา นิกก็มาปั่นจักรยานที่สวนสาธารณะแห่งหนึ่ง เขาสังเกตเห็นสิ่งของหลาย ๆ อย่างในสวนสาธารณะแห่งนี้ จึงเกิดข้อสงสัยเกี่ยวกับสิ่งที่เห็น ให้นักเรียนช่วยนิกก็ตอบข้อสงสัยของนิกก็ดังต่อไปนี้



สิ่งของใดบ้างในสวนสาธารณะที่มีส่วนประกอบของส่วนของเส้นตรงอย่างน้อย 2 เส้น จงเติมคำตอบลงในตารางที่กำหนดให้

สิ่งของ	ส่วนที่เป็นเส้นตรง
ป้าย	ไม้กระดาน
เครื่องเล่น	เสา
เสาธง	เสา
ถนน	ปูตบาท
ชิงช้า	เชือก
เก้าอี้	ไม้



2. ส่วนประกอบของสิ่งของใดบ้างในสวนสาธารณะที่มีส่วนประกอบของส่วนของเส้นตรง 2 เส้นที่มีระยะห่างเท่ากันตลอดทั้งเส้นและไม่เท่ากัน ให้นักเรียนลากเส้นบนรูปภาพโดยใช้ปากกาสีน้ำเงินสำหรับเส้นตรงสองเส้นที่มีระยะห่างเท่ากัน และใช้ปากกาสีแดงสำหรับเส้นตรงสองเส้นที่มีระยะห่างไม่เท่ากัน พร้อมเขียนคำตอบลงในตารางที่กำหนดให้

ตอบ

ส่วนประกอบของสิ่งของที่มีระยะห่างระหว่างเส้นตรงสองเส้นเท่ากัน	ส่วนประกอบของสิ่งของที่มีระยะห่างระหว่างเส้นตรงสองเส้นไม่เท่ากัน
เสาธง	บ่อเล่นทราย
ถนน	เก้าอี้
ป้าย	ถังขยะ
ชิงช้า	เครื่องเล่น
ขาด	ตะกร้า

3. นักเรียนมีวิธีการตรวจสอบระยะห่างของส่วนของเส้นตรงทั้งสองเส้นอย่างไร

ตอบ

วิธีการตรวจสอบระยะห่าง

ดูด้วยตา

4. จากคำตอบในข้อที่ 2 สิ่งของในกลุ่มใด ถ้าต่อส่วนของเส้นตรงทั้งสองเส้นให้ยาวออกไปทั้งสองทิศทางแล้วเส้นตรงทั้งสองจะไม่ตัดกัน

ตอบ

กลุ่ม ส่วนประกอบของเส้นตรงของสิ่งของที่มีระยะห่างระหว่างเส้นตรงสองเส้นเท่ากัน

5. ถ้าเส้นตรงที่มีลักษณะดังข้อที่ 4 เรียกว่าเส้นขนาน จงเขียนข้อคาดการณ์เกี่ยวกับเส้นขนาน

ข้อคาดการณ์ :

เส้นตรงตั้งแต่สองเส้นขึ้นไปที่มีระยะห่างระหว่างเส้นเท่ากันไปตลอด

ภาพประกอบ 10 ตัวอย่างใบกิจกรรมของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง

1. สิ่งของใดบ้างในสวนสาธารณะที่มีส่วนประกอบของส่วนของเส้นตรงอย่างน้อย 2 เส้น จงเติมคำตอบลงในตารางที่กำหนดให้

สิ่งของ	ส่วนที่เป็นเส้นตรง
โต๊ะยาว	บริเวณที่นั่งทำมาจากไม้ยาวขนานกัน
ถนน	บริเวณเส้นขอบทางเดิน
กระดานสไลเดอร์	บริเวณตัวสไลด์
ป้ายบอกทาง	บริเวณขอบของป้าย
ชิงช้า	บริเวณเชือกทั้งสองข้าง
ถังขยะ	บริเวณโครงของตัวถัง

2. ส่วนประกอบของสิ่งของใดบ้างในสวนสาธารณะที่มีส่วนประกอบของส่วนของเส้นตรง 2 เส้นที่มีระยะห่างเท่ากันตลอดทั้งเส้นและไม่เท่ากัน ให้นักเรียนลากเส้นบนรูปภาพโดยใช้ปากกาสีน้ำเงินสำหรับเส้นตรงสองเส้นที่มีระยะห่างเท่ากัน และใช้ปากกาสีแดงสำหรับเส้นตรงสองเส้นที่มีระยะห่างไม่เท่ากัน พร้อมเขียนคำตอบลงในตารางที่กำหนดให้

ตอบ

ส่วนประกอบของสิ่งของที่มีระยะห่างระหว่างเส้นตรงสองเส้นเท่ากัน	ส่วนประกอบของสิ่งของที่มีระยะห่างระหว่างเส้นตรงสองเส้นไม่เท่ากัน
ป้ายบอกทาง	ปีกเครื่องบิน
ขอบถนน	โครงชิงช้า
โครงสไลเดอร์	ต้นไม้
เชือกชิงช้า	หัวลูกศร
พนักพิงเก้าอี้ไม้	ขอบถังขยะ

3. นักเรียนมีวิธีการตรวจสอบระยะห่างของส่วนของเส้นตรงทั้งสองเส้นอย่างไร

ตอบ

วิธีการตรวจสอบระยะห่าง

-การใช้เครื่องมือวัดระยะ

-การวัดด้วยสายตา

4. จากคำตอบในข้อที่ 2 สิ่งของในกลุ่มใด ถ้าต่อส่วนของเส้นตรงทั้งสองเส้นให้ยาวออกไปทั้งสองทิศทางแล้วเส้นตรงทั้งสองจะไม่ตัดกัน

ตอบ

กลุ่ม ส่วนประกอบของเส้นตรงของสิ่งของที่ระหว่าง
เส้นตรงสองเส้นเท่ากัน

5. ถ้าเส้นตรงที่มีลักษณะดังข้อที่ 4 เรียกว่าเส้นขนาน จงเขียนข้อคาดการณ์เกี่ยวกับเส้นขนาน

ข้อคาดการณ์ :

เส้นตรงทั้งสองเส้นมีขนาดยาวเท่ากันหรือขนานกัน

และยังมีระยะห่างระหว่างเส้นที่เท่ากัน

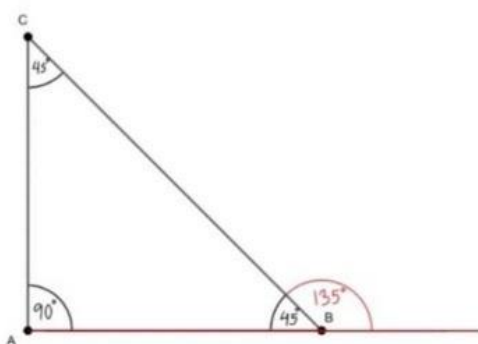
ภาพประกอบ 11 ตัวอย่างใบกิจกรรมของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง

จากรูปภาพประกอบ 10 และ 11 พบว่านักเรียนสามารถระบุสิ่งของที่มีส่วนประกอบของเส้นตรง และสังเกตได้ว่าเส้นตรงคู่ไหนที่มีระยะห่างเท่ากัน นอกจากนี้ยังสามารถเขียนข้อคาดการณ์ได้ใกล้เคียงกับนิยามของเส้นขนานแต่ยังไม่ครบถ้วนเนื่องจากไม่ได้นำสมบัติการไม่ตัดกันที่ได้จากคำถามข้อที่ 4 มาเขียนไว้ในข้อคาดการณ์ ในขั้นตอนที่ 4 การสรุปโดยเชื่อมโยงแนวคิดของนักเรียนที่เกิดขึ้นในชั้นเรียน ของวิธีการแบบเปิด ผู้วิจัยจึงรวบรวมข้อคาดการณ์ของนักเรียนทุกกลุ่ม และกระตุ้นให้นักเรียนช่วยกันพิจารณาข้อความคาดการณ์ และสรุปเป็นข้อความเดียวกัน ดังนี้ “เส้นตรงสองเส้นที่อยู่บนระนาบเดียวกันจะขนานกัน ก็ต่อเมื่อ เส้นตรงทั้งสองเส้นนั้นไม่ตัดกัน”

อีกทั้งในกิจกรรมที่ 7: การต่อรูปสามเหลี่ยม เมื่อนักเรียนได้รับใบกิจกรรม และอ่านสถานการณ์ปัญหาพร้อมข้อความแต่ละข้อแล้ว นักเรียนในแต่ละกลุ่มได้ร่วมกันแสดงความคิดเห็นในการทำกิจกรรมได้หลากหลายวิธี ดังภาพประกอบ 12 – 14 ด้านล่าง

ใบกิจกรรม 7 เรื่อง ต่อรูปสามเหลี่ยม (กลุ่มที่ 1)

1. จากรูปสามเหลี่ยม ABC ด้านล่างที่กำหนดให้ จงลากส่วนของเส้นเพื่อต่อความยาวด้านของรูปสามเหลี่ยม 1 ด้าน โดยลากต่อจากจุดยอดจุดหนึ่ง แล้ววัดมุมภายนอกและมุมภายในที่เกิดขึ้นทั้งหมด และเติมคำตอบลงในช่องว่าง



รูปสามเหลี่ยมด้านบนเป็นรูปสามเหลี่ยม มุมจาก

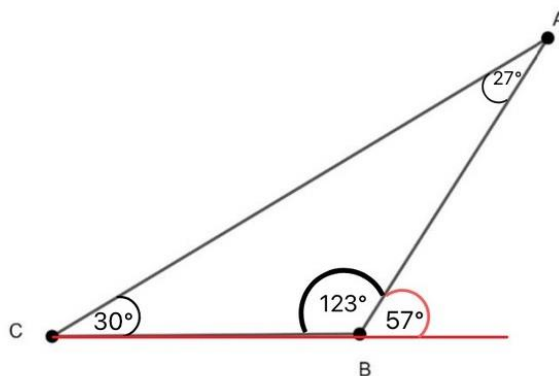
2. จากข้อที่ 1 จงเขียนความสัมพันธ์ของขนาดของมุมที่เกิดขึ้น มาอย่างน้อย 3 ข้อ

- 1) มุมภายในรวมกันได้ 180°
- 2) มุมกลับมีขนาด 270°
- 3) มุมตรงมีขนาด 180°
- 4)
.....
- 5)
.....

ภาพประกอบ 12 ตัวอย่างใบกิจกรรมของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง

ใบกิจกรรม 7 เรื่อง ต่อรูปร่างสามเหลี่ยม (กลุ่มที่ 2)

1. จากรูปสามเหลี่ยม ABC ด้านล่างที่กำหนดให้ จงลากส่วนของเส้นเพื่อต่อความยาวด้านของรูปสามเหลี่ยม 1 ด้าน โดยลากต่อจากจุดยอดจุดหนึ่ง แล้ววัดมุมภายนอกและมุมภายในที่เกิดขึ้นทั้งหมด



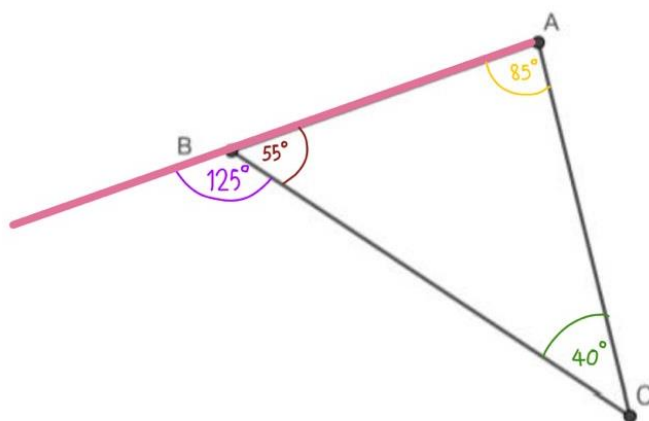
รูปสามเหลี่ยมด้านบนเป็นรูปสามเหลี่ยม มุมป้าน

2. จากข้อที่ 1 จงเขียนความสัมพันธ์ของขนาดของมุมที่เกิดขึ้น มาอย่างน้อย 3 ข้อ
- 1) มุมป้านมีขนาดมากกว่า 90°
 - 2) มุมภายในของรูปสามเหลี่ยมมุมป้านรวมกันแล้วได้ 180°
 - 3) มุมตรงมีขนาด 180°
 - 4)
 - 5)

ภาพประกอบ 13 ตัวอย่างใบกิจกรรมของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง

ใบกิจกรรม 7 เรื่อง ต่อรูปสามเหลี่ยม (กลุ่มที่ 3)

1. จากรูปสามเหลี่ยม ABC ด้านล่างที่กำหนดให้ จงลากส่วนของเส้นเพื่อต่อความยาวด้านของรูปสามเหลี่ยม 1 ด้าน โดยลากต่อจากจุดยอดจุดหนึ่ง แล้ววัดมุมภายนอกและมุมภายในที่เกิดขึ้นทั้งหมด



รูปสามเหลี่ยมด้านบนเป็นรูปสามเหลี่ยม มุมแหลม

2. จากข้อที่ 1 จงเขียนความสัมพันธ์ของขนาดของมุมที่เกิดขึ้น มาอย่างน้อย 3 ข้อ

- 1) ... มุมภายในของสามเหลี่ยมรวมกันได้ 180°
- 2) ... มุมตรงมีขนาด 180°
- 3) ... มุมแหลมจะมีขนาดน้อยกว่า 90°

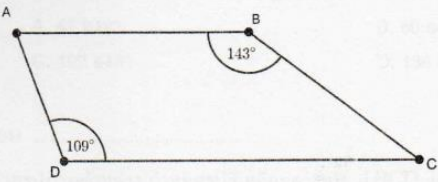
ภาพประกอบ 14 ตัวอย่างใบกิจกรรมของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง

จากภาพประกอบ 12 – 14 พบว่า นักเรียนสามารถลากเส้นต่อจากรูปสามเหลี่ยมได้อย่างแตกต่างกัน นอกจากนี้ยังสามารถเขียนความสัมพันธ์ของมุมภายในของรูปสามเหลี่ยมได้ ผู้วิจัยจึงให้นักเรียนสังเกตคำตอบในแต่ละกลุ่มว่ามีความสัมพันธ์ใดที่เหมือนกัน แต่ยังไม่มียกขบวนใดที่เขียนความสัมพันธ์ของมุมภายนอกและผลรวมของมุมภายในที่ไม่ใช่มุมประชิดของมุมภายนอก ผู้วิจัยจึงกระตุ้นให้นักเรียนหาความสัมพันธ์เพิ่มเติม และสรุปเป็นข้อความคาดการณ์ได้ว่า “ถ้าต่อด้านใดด้านหนึ่งของรูปสามเหลี่ยมออกไป แล้วมุมภายนอกที่เกิดขึ้นจะมีขนาดเท่ากับผลบวกของขนาดของมุมภายในที่ไม่ใช่มุมประชิดของมุมภายนอกนั้น”

นอกจากนี้ผู้วิจัยได้เก็บรวบรวมแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง เส้นขนาน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 พบว่า นักเรียนสามารถแสดงร่องรอยวิธีคิดในแต่ละข้อแตกต่างกัน และคำตอบถูกต้อง ดังภาพประกอบ 15 - 20

(1) ตัวอย่างร่องรอยการหาคำตอบในแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง เส้นขนาน ข้อที่ 4

4. กำหนดรูปสี่เหลี่ยมคางหมู $ABCD$ ดังรูป ด้านล่าง $\widehat{DAB} - \widehat{DCB}$ มีค่าเท่าใด ถ้ากำหนดให้ $\widehat{ABD} = 143^\circ$ และ $\widehat{ACD} = 109^\circ$ (1 คะแนน)



170
143
37

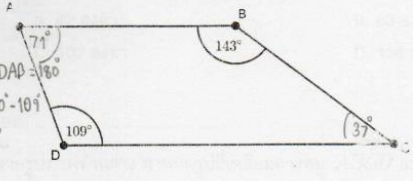
180
109
71
37
34

A. 34 องศา B. 37 องศา
C. 71 องศา D. 108 องศา

ตอบ

ภาพประกอบ 15 ร่องรอยการหาคำตอบข้อที่ 4 ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง

4. กำหนดรูปสี่เหลี่ยมคางหมู $ABCD$ ดังรูป ด้านล่าง $\widehat{DAB} - \widehat{DCB}$ มีค่าเท่าใด ถ้ากำหนดให้ $\widehat{ABD} = 143^\circ$ และ $\widehat{ACD} = 109^\circ$ (1 คะแนน)



143 + DCB = 180 109 + DAB = 180
DCB = 180 - 143 DAB = 180 - 109
DCB = 37 DAB = 71

71
180
109
71
37
34

A. 34 องศา B. 37 องศา
C. 71 องศา D. 108 องศา

ตอบ

5. จากรูปทางด้านล่าง กำหนดให้ $\overline{DE} \parallel \overline{FG}$ โดยที่ $\widehat{ACG} = 105^\circ$ และ $\widehat{DAB} = 49^\circ$ จงหาขนาดของ \widehat{x} (1 คะแนน)

ภาพประกอบ 16 ร่องรอยการหาคำตอบข้อที่ 4 ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง

จากรูปที่ 15 - 16 พบว่านักเรียนทั้งสองคนสามารถหาคำตอบได้อย่างถูกต้องคือ ข้อ C. 34 โดยนักเรียนมีลำดับการคิดคำนวณที่ต่างกัน โดยนักเรียนคนที่ 1 ไม่ได้เขียนการแก้สมการอย่างเป็นทางการ แต่นักเรียนคนที่ 2 ได้เขียนการแก้สมการค่อนข้างสมบูรณ์

(2) ตัวอย่างร่องรอยการหาคำตอบในแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง เส้นขนาน ข้อที่ 5

5. จากรูปภาพด้านล่าง กำหนดให้ $\overline{DE} \parallel \overline{FG}$ โดยที่ $\hat{ACG} = 105^\circ$ และ $\hat{DAB} = 49^\circ$
จงหาขนาดของ \hat{x} (1 คะแนน)

A. 56 องศา B. 105 องศา
C. 131 องศา D. 154 องศา

ตอบ

ภาพประกอบ 17 ร่องรอยการหาคำตอบข้อที่ 5 ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง

5. จากรูปภาพด้านล่าง กำหนดให้ $\overline{DE} \parallel \overline{FG}$ โดยที่ $\hat{ACG} = 105^\circ$ และ $\hat{DAB} = 49^\circ$
จงหาขนาดของ \hat{x} (1 คะแนน)

A. 56 องศา B. 105 องศา
C. 131 องศา D. 154 องศา

ตอบ

ภาพประกอบ 18 ร่องรอยการหาคำตอบข้อที่ 5 ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง

จากรูปที่ 17 - 18 พบว่านักเรียนทั้งสองคนสามารถหาคำตอบได้อย่างถูกต้องคือ ข้อ

C. 131 องศา โดยนักเรียนมีลำดับการคิดคำนวณที่ต่างกัน โดยนักเรียนคนที่ 1 ได้คำนวณ

หลากหลายวิธีจนได้คำตอบที่ถูกต้อง ในขณะที่นักเรียนคนที่สองสามารถหาคำตอบที่ถูกต้องได้ทันที

(3) ตัวอย่างร่องรอยการหาคำตอบในแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง เส้นขนาน ข้อที่ 9

6. กำหนดให้ $\overline{CD} \parallel \overline{EF}$ และมี \overline{GE} เป็นเส้นตัดทำให้ $\angle CGE$ และ $\angle GEH$ เป็นมุมแย้งกัน และ $\overline{GE} \parallel \overline{DH}$ โดยที่ $\angle AGD = 102^\circ$ และ $\angle DHF = 42^\circ$ แล้ว y มีขนาดเท่ากับกี่องศา (1 คะแนน)

$180 - 102 = 78$
 $78 - y = 180$
 $y = 180 - 78$
 $y = 102$ X
 $180 - 42 = 138$
 $138 - 78 = 60$

A. 42 องศา B. 60 องศา
 C. 102 องศา D. 138 องศา

ตอบ

ภาพประกอบ 19 ร่องรอยการหาคำตอบข้อที่ 6 ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง

6. กำหนดให้ $\overline{CD} \parallel \overline{EF}$ และมี \overline{GE} เป็นเส้นตัดทำให้ $\angle CGE$ และ $\angle GEH$ เป็นมุมแย้งกัน และ $\overline{GE} \parallel \overline{DH}$ โดยที่ $\angle AGD = 102^\circ$ และ $\angle DHF = 42^\circ$ แล้ว y มีขนาดเท่ากับกี่องศา (1 คะแนน)

$180 - 102 = 78$
 $180 - 42 = 138$
 $138 - 78 = 60$

A. 42 องศา B. 60 องศา
 C. 102 องศา D. 138 องศา

ตอบ

ภาพประกอบ 20 ร่องรอยการหาคำตอบข้อที่ 6 ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง

จากรูปที่ 19 - 20 พบว่านักเรียนทั้งสองคนสามารถหาคำตอบได้อย่างถูกต้องคือ ข้อ B. 60 องศา โดยนักเรียนมีลำดับการคิดคำนวณที่ต่างกัน โดยนักเรียนทั้งสองคนทดลองคิดหามุมอื่น ๆ ก่อน แต่ไม่สามารถหาค่าของ y ได้ จนสุดท้ายสามารถคำนวณหาค่า y ได้ โดยใช้ทฤษฎีและสมบัติของมุม



บทที่ 5

สรุปผล อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ

การวิจัยเรื่อง การศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่องเส้นขนาน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ผ่านการจัดการเรียนรู้โดยใช้วิธีการแบบเปิด ผู้วิจัยได้สรุปความมุ่งหมาย สมมติฐาน และวิธีดำเนินการวิจัย โดยมีรายละเอียด ดังนี้

ความมุ่งหมายของการวิจัย

เพื่อศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องเส้นขนานของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ผ่านการจัดการเรียนรู้โดยใช้วิธีการแบบเปิด

สมมติฐานของการวิจัย

นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ได้รับการจัดการเรียนรู้โดยวิธีการแบบเปิด เรื่องเส้นขนาน มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนผ่านเกณฑ์ตั้งแต่ร้อยละ 60 ขึ้นไปของนักเรียนทั้งหมด

วิธีดำเนินการวิจัย

1. การกำหนดประชากรและการเลือกกลุ่มตัวอย่าง ประชากรที่ใช้ในการวิจัย

ประชากรที่ใช้ในการวิจัยนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2564 โรงเรียนศึกษานารีวิทยา เขตบางบอน จังหวัดกรุงเทพมหานคร ทั้งหมด 4 ห้องเรียน จำนวน 106 คน

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัย

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2564 โรงเรียนศึกษานารีวิทยา เขตบางบอน จังหวัดกรุงเทพมหานคร จำนวน 41 คน โดยสุ่มนักเรียน 1 ห้องเรียน จากนักเรียนทั้งหมด 4 ห้องเรียน จำนวน 106 คน ซึ่งนักเรียน

กลุ่มนี้ได้มาจากการสุ่มแบบกลุ่ม (Cluster Random Sampling) โดยใช้ห้องเรียนเป็นหน่วยในการสุ่มโรงเรียนได้จัดนักเรียนแต่ละห้องแบบละความสามารภ กล่าวคือ ในแต่ละห้องเรียนประกอบด้วยนักเรียนที่มีผลการเรียนแบบเก่ง ปานกลาง และอ่อน จากนักเรียนทั้งหมด 4 ห้องเรียน

2. การสร้างและตรวจสอบคุณภาพของเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย แบ่งออกเป็น 2 ประเภท ได้แก่ (1) เครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง คือ แผนการจัดการเรียนรู้ เรื่อง เส้นขนาน จำนวน 10 แผน แผนละ 1 คาบเรียน คาบเรียนละ 40 นาที โดยใช้แนวทางการจัดการเรียนรู้โดยใช้วิธีการแบบเปิด ซึ่งแต่ละแผนประกอบด้วย จุดประสงค์การเรียนรู้ สาระการเรียนรู้ สื่อการเรียนรู้ /แหล่งการเรียนรู้ กิจกรรมการเรียนรู้ การวัดและประเมินผลการเรียนรู้เนื้อหาที่ใช้เป็นเนื้อหาเรขาคณิตศาสตร์พื้นฐานเล่มที่ 2 เรื่อง เส้นขนาน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ตามมาตรฐานการเรียนรู้และตัวชี้วัดกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ.2560) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 (2) แบบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง เส้นขนาน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เป็นแบบทดสอบที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นเพื่อตรวจสอบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง เส้นขนาน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 หลังจากได้รับการจัดการเรียนการสอนโดยใช้วิธีการแบบเปิด

หลังจากสร้างเครื่องมือเสร็จเรียบร้อยแล้วผู้วิจัยนำเสนอเครื่องมือต่อคณะกรรมการควบคุมปริญญาบัตรเพื่อให้พิจารณาปรับปรุงแก้ไข จากนั้นนำเครื่องมือที่ผ่านการพิจารณาเสนอต่อผู้เชี่ยวชาญจำนวน 3 ท่าน เพื่อตรวจสอบความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหา ความเหมาะสมของภาษาที่ใช้ ความยากง่ายของปัญหา และความชัดเจนของข้อคำถาม แล้วปรับปรุงแก้ไขตามคำแนะนำของผู้เชี่ยวชาญ จากนั้นนำเครื่องมือไปทดลองกับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 จำนวน 44 คน ที่ไม่ใช่กลุ่มตัวอย่าง แล้วปรับปรุงแก้ไขเครื่องมืออีกครั้งก่อนนำไปทดลองกับกลุ่มตัวอย่างต่อไป

3.การเก็บรวบรวมข้อมูล แบบแผนการวิจัย

การวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยได้ใช้แบบแผนการทดลอง (Experimental Research) เพื่อศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง เส้นขนาน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้โดยใช้วิธีการแบบเปิด ซึ่งผู้วิจัยได้ใช้แบบแผนการวิจัยแบบกลุ่มเดียวมีการทดสอบหลังเรียนเท่านั้น (One – Group Posttest Only Design)

การดำเนินการเก็บรวบรวมข้อมูล

ในการวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยดำเนินการทดลองตามแบบแผนการวิจัย มีรายละเอียดการดำเนินการดังนี้

- 1) ผู้วิจัยชี้แจงจุดประสงค์การเรียนรู้ บทบาทของครูและนักเรียนในการจัดการเรียนการสอนโดยใช้วิธีการแบบเปิด
- 2) จัดการเรียนการสอน เรื่อง เส้นขนาน สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โดยใช้วิธีการสอนแบบเปิดตามแผนการจัดการเรียนรู้ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นทั้งหมด 10 แผน แผนละ 1 คาบเรียน คาบเรียนละ 40 นาที ในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2564 โดยผู้วิจัยจัดการเรียนการสอนด้วยตนเอง
- 3) เมื่อดำเนินการทดลองตามแผนการจัดการเรียนรู้โดยใช้วิธีการแบบเปิด ครบจำนวน 10 แผน ผู้วิจัยดำเนินการทดสอบหลังจากการจัดการเรียนการสอน (Posttest) โดยใช้แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง เส้นขนาน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นกับนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง ซึ่งแบ่งการทดสอบเป็นสองคาบเรียน โดยเป็นการทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนแบบปรนัยจำนวน 10 ข้อ ประกอบด้วยแบบเลือกตอบ 2 ตัวเลือก จำนวน 4 ข้อ และแบบเลือกตอบ 4 ตัวเลือก จำนวน 6 ข้อ จำนวน 1 คาบเรียน เป็นเวลา 40 นาที และเป็นการทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนแบบอัตนัย จำนวน 2 ข้อ จำนวน 1 คาบเรียน เป็นเวลา 40 นาที
- 4) ผู้วิจัยตรวจให้คะแนนแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง เส้นขนาน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 แล้วนำคะแนนมาวิเคราะห์ด้วยวิธีการทางสถิติ เพื่อทดสอบสมมติฐานต่อไป

4. การวิเคราะห์ข้อมูล

ในการวิเคราะห์ข้อมูลเพื่อศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง เส้นขนาน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 หลังได้รับการจัดการเรียนการสอนโดยใช้วิธีการแบบเปิด ผู้วิจัยได้นำข้อมูลมาวิเคราะห์ผลดังนี้

ผู้วิจัยได้นำคะแนนผลสัมฤทธิ์ เรื่อง เส้นขนาน จากการทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง เส้นขนาน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง มาหาค่าเฉลี่ยเลขคณิต (\bar{x}) และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (S.D.) และคำนวณหาจำนวนนักเรียนที่ได้คะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง เส้นขนาน ตั้งแต่ร้อยละ 60 ขึ้นไปของคะแนนเต็ม ทดสอบสมมติฐานที่ว่านักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง เส้นขนาน หลังจากรับการจัดการเรียนการสอนโดยใช้วิธีการแบบเปิดผ่านเกณฑ์ได้มากกว่าร้อยละ 60 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด โดยใช้การทดสอบทวินาม (Binomial Test)

จากการศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง เส้นขนาน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 หลังได้รับการจัดการเรียนการสอนโดยใช้วิธีการแบบเปิดปรากฏผลดังนี้

นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง เส้นขนาน หลังจากรับการจัดการเรียนการสอนโดยใช้วิธีการแบบเปิดผ่านเกณฑ์ได้มากกว่าร้อยละ 60 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด ที่ระดับนัยสำคัญ .05

อภิปรายผลการวิจัย

ผู้วิจัยได้ออกแบบการจัดการเรียนรู้โดยใช้วิธีการแบบเปิด เรื่อง เส้นขนาน สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 และนำไปทดลองใช้กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 พบว่า นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ได้รับการจัดการเรียนรู้โดยใช้วิธีการแบบเปิด เรื่อง เส้นขนาน มีคะแนนผลสัมฤทธิ์ เรื่อง เส้นขนาน ตั้งแต่ร้อยละ 60 ขึ้นไปของคะแนนเต็ม และมีจำนวนมากกว่าร้อยละ 60 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด ทั้งนี้อาจเนื่องมาจากสาเหตุดังต่อไปนี้

การจัดการเรียนรู้โดยใช้วิธีการแบบเปิด เรื่อง เส้นขนาน เป็นการจัดการเรียนรู้ที่ทำให้ นักเรียนสามารถเรียนรู้ด้วยวิธีการที่หลากหลาย และพัฒนาการเรียนรู้ของตนเองได้อย่างเต็ม ศักยภาพของแต่ละคน รวมถึงมีโอกาสได้แลกเปลี่ยนความรู้จนเกิดการเรียนรู้ในระดับที่สูงขึ้น เรียนรู้ที่จะแก้ปัญหาและสร้างสรรค์ในเรื่องที่ไม่รู้จักด้วยตนเอง และผ่านกระบวนการกลุ่มจนเกิด การเปลี่ยนแปลงภายในตนเอง การใช้โจทย์สถานการณ์ปัญหา การส่งเสริมนักเรียนให้ลองผิดลอง ถูกจนสามารถสร้างความรู้ขึ้นได้ด้วยตนเอง การแลกเปลี่ยนเรียนรู้ สังเคราะห์ และสรุปความรู้ใหม่ ร่วมกันทั้งกับเพื่อนนักเรียนและครูภายในห้องเรียน ซึ่งสอดคล้องกับ ไมตรี อินทร์ประสิทธิ์ (2547, กรกฎาคม-ธันวาคม, น. 30) ได้กล่าวว่า วิธีการสอนแบบเปิดช่วยให้นักเรียนมีวิธีคิดในการ แก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ตามความสามารถและความสนใจของตน นักเรียนที่มีความสามารถสูง กว่าก็สามารถที่จะใช้วิธีการทางคณิตศาสตร์ได้อย่างหลากหลาย และนักเรียนที่มีความสามารถ ด้อยกว่าก็ยังทำกิจกรรมทางคณิตศาสตร์ได้ตามความสามารถของตน การทำเช่นนี้เป็นการช่วยให้ นักเรียนได้ทำการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์โดยเปิดโอกาสการสืบเสาะด้วยวิธีการที่ตนเองเชื่อมั่น และนำไปสู่การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่มีความซับซ้อนสูงขึ้น มีความเป็นไปได้ที่นักเรียนจะ เกิดการพัฒนาความคิดขั้นสูงที่จะนำไปสู่การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ในขณะที่เดียวกันยังเป็นการ ช่วยส่งเสริมความคิดสร้างสรรค์ให้นักเรียนแต่ละคนด้วย ซึ่งสอดคล้องกับ สสวท.(2557, น. 34) อธิบายว่า ในกระบวนการ การคิดในเชิงคณิตศาสตร์ ชี้ให้เห็นว่า นักเรียนสามารถรู้และบอก โอกาสที่จะใช้คณิตศาสตร์ในสถานการณ์ของปัญหา แล้วให้โครงสร้างทางคณิตศาสตร์ที่จำเป็น ต้องใช้ในการแปลงสถานการณ์ของปัญหาให้อยู่ในรูปทางคณิตศาสตร์อย่างมีประสิทธิภาพ เพียงใด สำหรับกระบวนการตีความชี้ให้เห็นว่านักเรียนสามารถสะท้อนข้อสรุป และวิธีการ แก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ดีความผลที่ได้ไปสู่บริบทปัญหาในโลกชีวิตจริง และระบุได้ว่าผลลัพธ์ หรือข้อสรุปเป็นเหตุเป็นผลหรือไม่จึงส่งผลให้นักเรียนพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทาง คณิตศาสตร์ด้วยตนเอง และสามารถเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์กับชีวิตประจำวันได้ ซึ่ง สอดคล้องกับเบคเกอร์และชิมาดา (Becker และ Shimada, 1997, น. 27) ได้กล่าวว่า ปัญหา ปลายเปิดจะทำให้นักเรียนมีประสบการณ์ในการเรียนรู้สิ่งใหม่ที่แปลกใหม่ต่างไปจากเดิม จากการที่มี คำตอบเปิดกว้าง แม้ว่าจะมีผู้หาคำตอบของปัญหาได้แล้ว แต่นักเรียนคนอื่นก็ยังมีโอกาสหา คำตอบอื่นๆ ได้อีกจากที่กล่าวมาสามารถสรุปได้ว่าการจัดการเรียนการสอนโดยใช้วิธีการแบบเปิด ส่งเสริมให้นักเรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงขึ้น

จากที่กล่าวมาจะพบว่า การจัดการเรียนการสอนโดยใช้วิธีการแบบเปิด สามารถส่งเสริมผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียน โดยผลที่ได้จากการวิจัยนี้สอดคล้องกับงานวิจัยของ มัญชุพร (มัญชุพร, 2021, น. 32) ที่ได้ศึกษาการพัฒนาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนผู้คณิตศาสตร์โดยใช้วิธีการสอนแบบเปิด (Open Approach) พบว่า นักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนการสอนโดยใช้วิธีการสอนแบบเปิด มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนผู้คณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าเกณฑ์ที่กำหนดไว้ เนื่องจากการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบเปิด เน้นการสอนให้ผู้เรียนได้มีประสบการณ์ที่หลากหลายในการแก้ปัญหาปลายเปิด ที่มีแนวคิดหลากหลายแนวคิด ที่เกิดจากการที่ผู้เรียนได้มีความคิดร่วมกันในกลุ่มของตน จากการทำกิจกรรมเป็นกลุ่มส่งผลให้ผู้เรียนเกิดการช่วยเหลือและสื่อสารกันแบบเพื่อนช่วยเพื่อน ซึ่งเป็นรูปแบบที่น่าสนใจ ทำให้มีความมั่นใจกล้าตัดสินใจ และมีความรอบคอบก่อนส่งคำตอบ ส่งผลให้การเรียนรู้เกิดประสิทธิภาพ และผู้เรียนได้เกิดการพัฒนาอย่างเต็มศักยภาพ

ข้อเสนอแนะ

1. ข้อเสนอแนะการเรียนการสอน

1.1 ในช่วงคาบเรียนที่ 1 – 3 ควรให้เวลานักเรียนในแต่ละชั้นเพิ่มขึ้น เนื่องจากนักเรียนยังไม่คุ้นเคยกับการจัดการเรียนรู้โดยใช้วิธีการแบบเปิด

1.2 สถานการณ์ปัญหาในแต่ละคาบเรียนควรเป็นสถานการณ์ที่นักเรียนไม่เคยพบเจอมาก่อน และไม่ยากต่อการทำความเข้าใจ

1.3 การจัดการกลุ่มนักเรียน ควรมีจำนวนกลุ่มละ 3-4 คน เพื่อให้นักเรียนได้เสนอความคิดเห็นครบทุกคน

2. ข้อเสนอแนะสำหรับการวิจัยครั้งต่อไป


2.1 ควรมีการวิจัยเกี่ยวกับการศึกษาผลของการจัดการเรียนรู้โดยใช้วิธีการแบบเปิดสำหรับเนื้อหาทางคณิตศาสตร์เรื่องอื่น ๆ ในระดับมัธยมศึกษา

2.2 ควรมีการวิจัยเกี่ยวกับการศึกษาผลของการจัดการเรียนรู้ โดยใช้วิธีการแบบเปิด กับตัวแปรที่เกี่ยวข้องอื่นๆเช่น ความสามารถในการแก้ปัญหา ความคิดสร้างสรรค์ การคิดวิเคราะห์ การเชื่อมโยง การให้เหตุผล การสื่อสารและความหมาย

2.3 ควรมีการจัดกลุ่มนักเรียนโดยใช้กระบวนการอื่น ๆ เช่น การเรียนรู้แบบร่วมมือ การเรียนรู้แบบแลกเปลี่ยนความคิด







ภาคผนวก ก
การหาคุณภาพของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน
เรื่อง เส้นขนาน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

การหาคุณภาพของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง เส้นขนาน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

แบบทดสอบที่ใช้เป็นเครื่องมือวัดผล คือ วัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง
เส้นขนาน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 จำนวน 1 ฉบับ ประกอบไปด้วย

1. ข้อสอบแบบเลือกตอบ 2 ตัวเลือก จำนวน 9 ข้อ ซึ่งเป็นข้อสอบที่ใช้วัดผล
สัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง เส้นขนาน (ใช้จริง 4 ข้อ)
2. ข้อสอบแบบเลือกตอบ 4 ตัวเลือก จำนวน 7 ข้อ ซึ่งเป็นข้อสอบที่ใช้วัดผล
สัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง เส้นขนาน (ใช้จริง 6 ข้อ)
3. ข้อสอบแบบอัตนัย จำนวน 4 ข้อ ซึ่งเป็นข้อสอบที่ใช้วัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน
เรื่อง เส้นขนาน (ใช้จริง 2 ข้อ)

ซึ่งผู้วิจัยดำเนินการหาคุณภาพของแบบทดสอบดังนี้

1. วิเคราะห์ความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหา โดยใช้ค่าดัชนีความสอดคล้อง (IOC) ของ
แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง เส้นขนาน ซึ่งผู้วิจัยดำเนินการดังนี้

1.1 นำแบบทดสอบที่สร้างขึ้นเสนอต่อผู้เชี่ยวชาญจำนวน 3 ท่าน เพื่อตรวจสอบ
ความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหา โดยใช้เกณฑ์ในการพิจารณาดังนี้

คะแนน + 1 หมายถึง ข้อสอบมีความสอดคล้อง

คะแนน 0 หมายถึง ไม่แน่ใจว่าข้อสอบมีความสอดคล้องหรือไม่

คะแนน -1 หมายถึง ข้อสอบไม่มีความสอดคล้อง

1.2 คำนวณค่า IOC เป็นรายข้อ แล้วเลือกข้อคำถามที่มีค่า IOC ตั้งแต่ 0.5 ขึ้นไป โดยใช้สูตรการคำนวณ IOC คือ

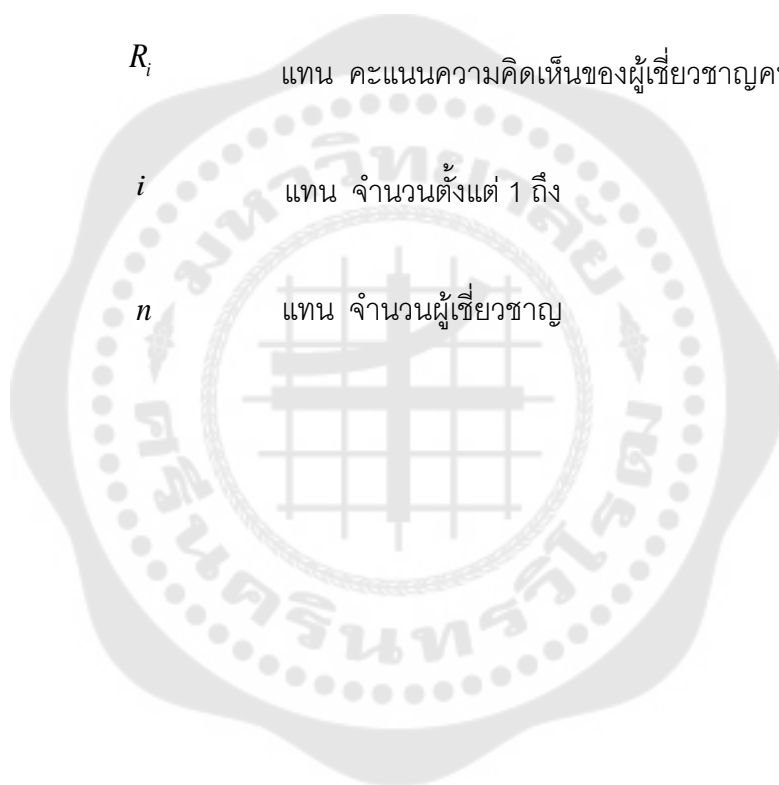
$$IOC = \frac{\sum_{i=1}^n R_i}{n}$$

เมื่อ IOC แทน ค่าดัชนีความสอดคล้อง

R_i แทน คะแนนความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญคนที่ i

i แทน จำนวนตั้งแต่ 1 ถึง

n แทน จำนวนผู้เชี่ยวชาญ



ตาราง 6 ค่าดัชนีความสอดคล้องของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง เส้นขนาน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

ข้อที่	ผลการพิจารณาของผู้เชี่ยวชาญ			รวม	ค่า IOC	แปลผล
	คนที่ 1	คนที่ 2	คนที่ 3			
ข้อสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนแบบเลือกตอบ 2 ตัวเลือก						
1	+1	+1	+1	3	1.00	ใช้ได้
2	+1	+1	+1	3	1.00	ใช้ได้
3	+1	+1	+1	3	1.00	ใช้ได้
4	+1	+1	+1	3	1.00	ใช้ได้
5	+1	+1	+1	3	1.00	ใช้ได้
6	+1	+1	+1	3	1.00	ใช้ได้
7	+1	+1	+1	3	1.00	ใช้ได้
8	+1	+1	+1	3	1.00	ใช้ได้
9	+1	+1	+1	3	1.00	ใช้ได้
ข้อสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนแบบเลือกตอบ 4 ตัวเลือก						
1	+1	+1	+1	3	1.00	ใช้ได้
2	+1	+1	+1	3	1.00	ใช้ได้
3	+1	+1	+1	3	1.00	ใช้ได้
4	+1	+1	+1	3	1.00	ใช้ได้
5	+1	+1	+1	3	1.00	ใช้ได้
6	+1	+1	+1	3	1.00	ใช้ได้
7	+1	+1	+1	3	1.00	ใช้ได้
ข้อสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนแบบอัตนัย						
1	+1	+1	+1	3	1.00	ใช้ได้
2	+1	+1	+1	3	1.00	ใช้ได้
3	+1	+1	+1	3	1.00	ใช้ได้
4	+1	+1	+1	3	1.00	ใช้ได้

2. หาค่าความยากง่าย (P) ค่าอำนาจจำแนก (r) และค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง เส้นขนาน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

2.1 หาค่าความยากง่าย (P) ของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง เส้นขนาน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

หาค่าความยากง่าย (P) ของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง เส้นขนาน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่เป็นข้อสอบแบบเลือกตอบ 2 ตัวเลือก และ 4 ตัวเลือก โดยใช้สูตร

$$p = \frac{R_H + R_L}{2n}$$

เมื่อ	P	แทน ค่าความยากง่าย
	R_H	แทน จำนวนผู้ตอบถูกข้อนั้นในกลุ่มสูง
	R_L	แทน จำนวนผู้ตอบถูกข้อนั้นในกลุ่มต่ำ
	n	แทน จำนวนผู้ตอบในแต่ละกลุ่ม (จำนวนเท่ากัน)

หาค่าความยากง่าย (P) ของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง เส้นขนาน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่เป็นข้อสอบแบบอัตนัย โดยใช้สูตร

เมื่อ	P_i	แทน ค่าความยากง่าย ข้อที่ i
	H_i	แทน คะแนนรวมข้อที่ i ของผู้ตอบถูกในกลุ่มสูง
	L_i	แทน คะแนนรวมข้อที่ i ของผู้ตอบถูกในกลุ่มต่ำ
	T_i	แทน คะแนนเต็มของข้อที่ i
	N_H	แทน จำนวนผู้ตอบทั้งหมดในกลุ่มสูง

N_L แทน จำนวนผู้ตอบทั้งหมดในกลุ่มต่ำ

2.2 หาค่าอำนาจจำแนก (r) ของแบบทดสอบวัดวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง เส้นขนาน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

หาค่าอำนาจจำแนก (r) ของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง เส้นขนาน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่เป็นข้อสอบแบบเลือกตอบ 2 ตัวเลือก และ 4 ตัวเลือก โดยใช้สูตร

$$r = \frac{R_H - R_L}{n}$$

เมื่อ r แทน ค่าอำนาจจำแนก ข้อที่ i
 R_H แทน จำนวนผู้ตอบถูกข้อนั้นในกลุ่มสูง
 R_L แทน จำนวนผู้ตอบถูกข้อนั้นในกลุ่มต่ำ
 n แทน จำนวนผู้ตอบในแต่ละกลุ่ม (จำนวนเท่ากัน)

หาค่าอำนาจจำแนก (r) ของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง เส้นขนาน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่เป็นข้อสอบแบบอัตนัย โดยใช้สูตร

$$r_i = \frac{H_i - L_i}{\left[T \times \frac{1}{2} (N_H + N_L) \right]}$$

เมื่อ r_i แทน ค่าอำนาจจำแนก ข้อที่ i
 H_i แทน คะแนนรวมข้อที่ i ของผู้ตอบถูกในกลุ่มสูง
 L_i แทน คะแนนรวมข้อที่ i ของผู้ตอบถูกในกลุ่มต่ำ
 T_i แทน คะแนนเต็มของข้อที่
 N_H แทน จำนวนผู้ตอบทั้งหมดในกลุ่มสูง
 N_L แทน จำนวนผู้ตอบทั้งหมดในกลุ่มต่ำ

2.3 หาค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง เส้นขนาน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

หาค่าความเชื่อมั่น แบบความสอดคล้องภายในของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง เส้นขนาน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่เป็นข้อสอบแบบเลือกตอบ 2 ตัวเลือก และ 4 ตัวเลือกโดยใช้สูตรของคูเดอร์-ริชาร์ดสัน (Kuder-Richardson: KR) สูตร KR-20 ดังนี้

$$r_{tt} = \frac{k}{k-1} \left\{ 1 - \frac{\sum pq}{S^2} \right\}$$

เมื่อ	r_{tt}	แทน	ค่าความเชื่อมั่นของเครื่องมือวัด
	k	แทน	จำนวนข้อของเครื่องมือวัด
	\sum	แทน	ผลรวม
	p	แทน	สัดส่วนของผู้ตอบถูกในแต่ละข้อ
	q	แทน	สัดส่วนของผู้ตอบผิดในแต่ละข้อ
	S^2	แทน	ความแปรปรวนของคะแนนทั้งฉบับ

หาค่าความเชื่อมั่น แบบความสอดคล้องภายในของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง เส้นขนาน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่เป็นข้อสอบแบบอัตนัยโดยใช้สูตรของ Cronbach ซึ่งมีสูตรการคำนวณ ประสิทธิภาพแอลฟา (alpha coefficient: α) ดังนี้

$$\alpha = \frac{k}{k-1} \left\{ 1 - \frac{\sum s_i^2}{S_t^2} \right\}$$

เมื่อ	α	แทน	ค่าความเชื่อมั่นของเครื่องมือวัด
	k	แทน	จำนวนข้อของเครื่องมือวัด

Σ แทน ผลรวม

S_i^2 แทน ความแปรปรวนของคะแนนแต่ละข้อ

S_t^2 แทน ความแปรปรวนของคะแนนรวมทั้งฉบับ

ตาราง 7 ค่าความยากง่าย (p) และค่าอำนาจจำแนก (r) และค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบ วัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง เส้นขนาน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

ข้อที่	ค่าความยากง่าย (p)	ค่าอำนาจจำแนก (r)
ข้อสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนแบบเลือกตอบ 2 ตัวเลือก		
1	0.72	0.21
2	0.74	0.09
3	0.70	-0.05
4	0.49	-0.02
5	0.72	0.21
6	0.65	0.23
7	0.72	0.12
8	0.51	0.28
9	0.63	0.35
ข้อสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนแบบเลือกตอบ 4 ตัวเลือก		
1	0.47	0.23
2	0.49	0.21
3	0.44	0.21
4	0.49	0.21
5	0.42	0.23
6	0.26	0.12
7	0.56	0.23
ข้อสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนแบบอัตนัย		
1	0.66	1.05
2	0.43	0.31
3	0.79	0.70
4	0.57	0.54

ค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง เส้นขนาน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ในส่วนที่เป็นข้อสอบแบบเลือกตอบ 2 ตัวเลือกและข้อสอบแบบเลือกตอบ 4 ตัวเลือก สำหรับใช้วัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน โดยใช้สูตรของคูเดอร์-ริชาร์ดสัน (Kuder-Richardson: KR) สูตร KR-20 มีค่าเท่ากับ 0.72

ค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง เส้นขนาน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ในส่วนที่เป็นข้อสอบแบบอัตนัย สำหรับวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน โดยวิธีการหาค่าสัมประสิทธิ์แอลฟา (α - Coefficient) ของครอนบาค (Cronbach) มีค่าเท่ากับ 0.48





การทดสอบสมมติฐาน

นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ได้รับการจัดการเรียนรู้โดยวิธีการแบบเปิด เรื่อง เส้นขนาน มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ผ่านเกณฑ์ตั้งแต่ร้อยละ 60 ขึ้นไปของนักเรียนทั้งหมด

การทดสอบภาวะการแจกแจงปกติ

ในการทดสอบภาวะการแจกแจงปกติของข้อมูล ผู้วิจัยได้รวบรวมคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง เส้นขนาน จากแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง เส้นขนาน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 จากกลุ่มตัวอย่างแต่ละคน แล้วนำคะแนนที่ได้ไปทดสอบ

ภาวะการแจกแจงปกติ โดยใช้การทดสอบชาปิโร-วิลค์ (Shapiro-Wilk) ผลที่ได้เป็นดังนี้ ตาราง 8 การทดสอบภาวะการแจกแจงปกติของคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง เส้นขนาน

Test of Normality						
	Kolmogrov-Smirnov ^a			Shapiro-Wilk		
	Statistic	df	Sig.	Statistic	df	Sig.
Score	.269	41	.000	.895	41	.001*

a. Lilliefors Significance Correction

* ที่ระดับนัยสำคัญ .05

จากตาราง 12 ค่าพี (p -value) ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่างมีค่าเท่ากับ .001 ซึ่งมีค่าน้อยกว่า .05 ดังนั้น คะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง เส้นขนาน ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่างไม่มีการแจกแจงแบบปกติ

การทดสอบสมมติฐาน

เนื่องจากข้อมูลไม่มีการแจกแจงปกติ การทดสอบสมมติฐานที่ว่า นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง เส้นขนาน หลังได้รับการจัดการเรียนการสอนด้วยวิธีการแบบเปิดผ่านเกณฑ์ได้มากกว่าร้อยละ 60 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด จึงใช้การทดสอบทวินาม (Binomial Test) ดังนี้

สมมติฐาน คือ $H_0 : p \leq 0.60$

$H_1 : p > 0.60$

$$\text{สถิติทดสอบ คือ } Z = \frac{\hat{p} - p_0}{\sqrt{\frac{p_0(1-p_0)}{n}}}$$

เมื่อ p แทน สัดส่วนนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่มีคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง เส้นขนาน ตั้งแต่ร้อยละ 60 ของคะแนนเต็ม

\hat{p} แทน สัดส่วนนักเรียนในกลุ่มตัวอย่างชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่มีคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง เส้นขนาน ตั้งแต่ร้อยละ 60 ของคะแนนเต็ม

p_0 แทน สัดส่วนนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ต้องการทดสอบ

n แทน จำนวนนักเรียนกลุ่มตัวอย่างชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 จำนวน 41 คน

$$\text{นั่นคือ } \hat{p} = \frac{30}{41} = 0.73$$

$$p_0 = 0.60$$

$$\text{แทนค่า } Z = \frac{0.73 - 0.60}{\sqrt{\frac{0.60(1-0.60)}{41}}}$$

$$\text{ดังนั้น } Z = 1.699$$

เนื่องจาก $Z_{.05^*} = 1.645$ จะได้ $Z > Z_{.05^*}$ เพราะฉะนั้นจึงปฏิเสธ H_0 นั่นคือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง เส้นขนาน หลังได้รับการจัดการเรียนการสอนโดยใช้วิธีการแบบเปิด ผ่านเกณฑ์ได้มากกว่าร้อยละ 60 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมดที่ระดับนัยสำคัญ .05



ภาคผนวก ค
ตัวอย่างแผนการจัดการเรียนรู้และใบกิจกรรม ตามวิธีการแบบเปิด

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1			
รายวิชา	คณิตศาสตร์พื้นฐาน	ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2	
หน่วยการเรียนรู้	เส้นขนาน		
หัวข้อเรื่อง	เส้นขนาน และระยะห่างระหว่างเส้นขนาน		
ปีการศึกษา	2564	ภาคเรียนที่ 2	เวลา 40 นาที

1. จุดประสงค์การเรียนรู้ เพื่อให้นักเรียนสามารถ

1.1 ด้านความรู้ทางคณิตศาสตร์ : เพื่อให้นักเรียนสามารถ

1.1.1 จำแนกเส้นขนานจากส่วนของเส้นตรงคู่ที่กำหนดให้

1.1.2 ระบุทฤษฎีบทของเส้นขนาน

1.2 ด้านทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ : เพื่อให้นักเรียนสามารถ

1.2.1 สร้างข้อความคาดการณ์เกี่ยวกับความสัมพันธ์ของเส้นขนานและระยะห่างระหว่างส่วนของเส้นตรงได้

1.3 ด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์

1.3.1 มีส่วนร่วมในการทำกิจกรรมในชั้นเรียน

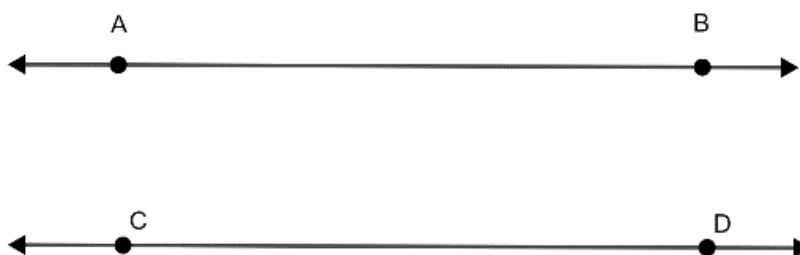
1.3.2 มีความรับผิดชอบในการทำงานที่ได้รับมอบหมาย

2. สารการเรียนรู้

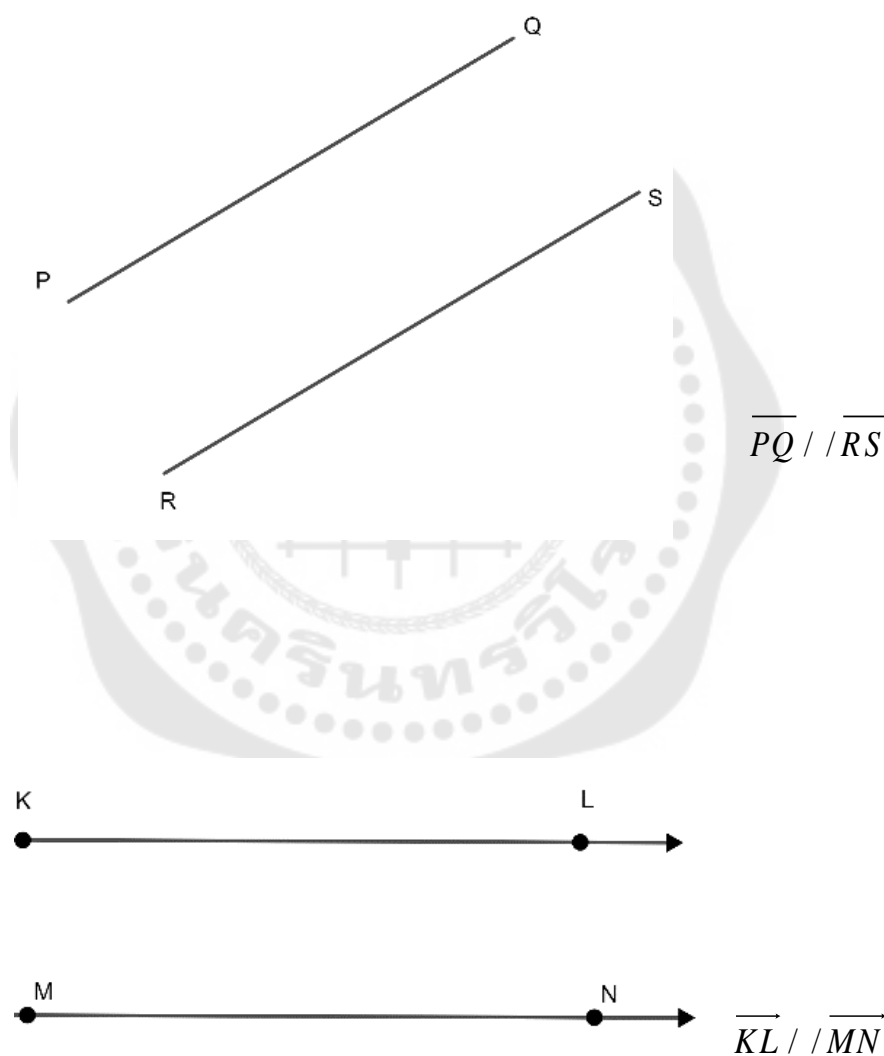
เส้นขนาน

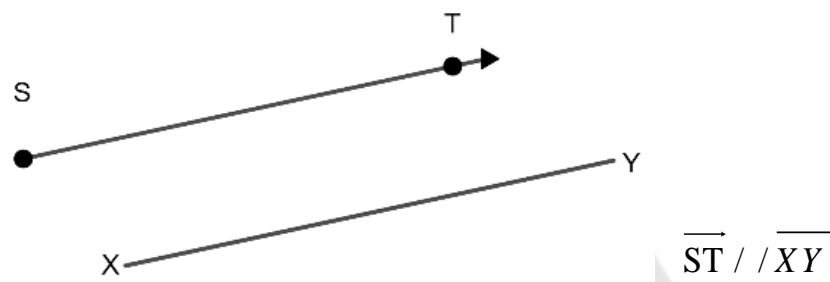
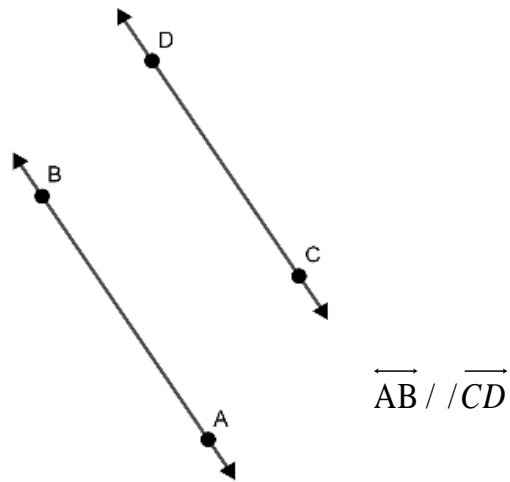
การขนานกันของเส้นตรงมีทฤษฎีบทดังนี้

บทนิยาม เส้นตรงสองเส้นที่อยู่บนระนาบเดียวกัน ขนานกันก็ต่อเมื่อ เส้นตรงทั้งสองเส้นนั้นไม่ตัดกัน

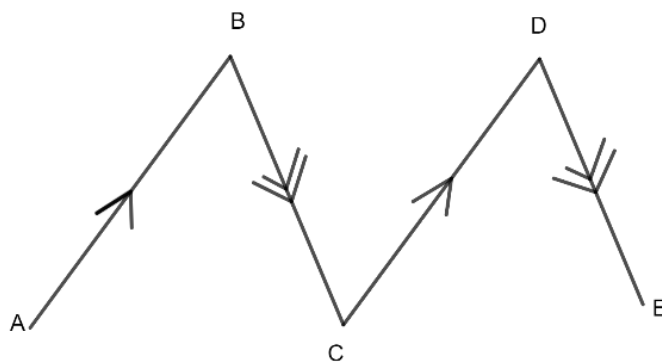


เมื่อ \overrightarrow{AB} และ \overrightarrow{CD} ขนานกัน อาจกล่าวว่า \overrightarrow{AB} ขนานกับ \overrightarrow{CD} หรือ \overrightarrow{CD} ขนานกับ \overrightarrow{AB} และเขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ $\overrightarrow{AB} // \overrightarrow{CD}$ หรือ $\overrightarrow{CD} // \overrightarrow{AB}$ เราสามารถกล่าวได้ว่าส่วนของเส้นตรงหรือรังสีขนานกัน เมื่อส่วนของเส้นตรงหรือรังสีนั้นเป็นส่วนหนึ่งของเส้นตรงที่ขนานกัน เช่น





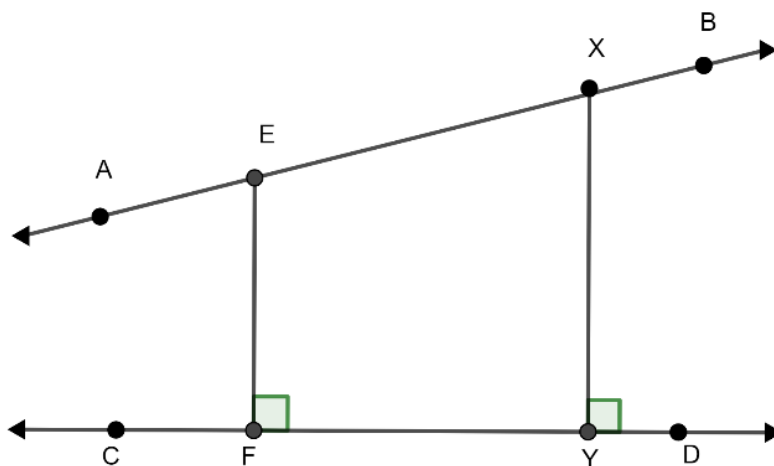
ในการเขียนรูปเส้นตรง ส่วนของเส้นตรง หรือรังสีที่ขนานกัน อาจใช้ลูกศรที่มีลักษณะเหมือนกัน แสดงเส้นที่ขนานกัน ดังตัวอย่างในรูป



จากรูป แสดงว่า $\overline{AB} // \overline{CD}$ และ $\overline{BC} // \overline{DE}$

ระยะห่างระหว่างเส้นขนาน

พิจารณารูปต่อไปนี้



กำหนดให้ \overrightarrow{AB} และ \overrightarrow{CD} อยู่บนระนาบเดียวกัน จุด E และจุด X เป็นจุดที่แตกต่างกันบน \overrightarrow{AB} ลาก \overline{EF} ตั้งฉากกับ \overrightarrow{CD} ที่จุด F และลาก \overline{XY} ตั้งฉากกับ \overrightarrow{CD} ที่จุด Y เรียก \overline{EF} ว่า ระยะห่างระหว่าง \overrightarrow{AB} และ \overrightarrow{CD} ที่วัดจากจุด E และ เรียก \overline{XY} ว่า ระยะห่างระหว่าง \overrightarrow{AB} และ \overrightarrow{CD} ที่วัดจากจุด Y

ในกรณีที่ \overrightarrow{AB} และ \overrightarrow{CD} ไม่ขนานกัน จะได้ว่า $EF \neq XY$ นั่นคือระยะห่างระหว่าง \overrightarrow{AB} และ \overrightarrow{CD} ที่วัดจากจุดที่แตกต่างกันบน \overrightarrow{AB} จะไม่เท่ากัน

ในกรณีที่ \overrightarrow{AB} ขนานกับ \overrightarrow{CD} จะได้ว่า $EF = XY$ นั่นคือระยะห่างระหว่าง \overrightarrow{AB} และ \overrightarrow{CD} ที่วัดจากจุดที่แตกต่างกันบน \overrightarrow{AB} จะเท่ากันเสมอ

ในกรณีทั่วไป ถ้าเส้นตรงสองเส้นขนานกัน แล้วระยะห่างระหว่างเส้นตรงคู่นั้นจะเท่ากันเสมอ และในทางกลับกัน ถ้าเส้นตรงสองเส้นมีระยะห่างเท่ากันเสมอ แล้วเส้นตรงคู่นั้นจะขนานกัน

ในทางปฏิบัติ เมื่อต้องการตรวจสอบว่า เส้นตรงสองเส้นที่กำหนดให้ขนานกันหรือไม่อาจตรวจสอบระยะห่างระหว่างเส้นตรงทั้งสองที่วัดจากจุดสองจุดที่แตกต่างกันบนเส้นตรงเส้นหนึ่ง และจุดทั้งสองนั้นอยู่บนด้านเดียวกันของเส้นตรงอีกเส้นหนึ่ง

3. สื่อการเรียนรู้แห่งการเรียนรู้

- 3.1 ใบกิจกรรม 1 เรื่อง สวนสาธารณะ (สำหรับนักเรียนแต่ละคน)
- 3.2 ใบตรวจสอบความรู้ 1 เรื่อง เส้นขนาน (สำหรับนักเรียนแต่ละคน)
- 3.3 เอกสารแนวแนวทาง 1 เรื่อง เส้นขนาน (สำหรับนักเรียนแต่ละคน)
- 3.4 เว็บไซต์ Google Meet
- 3.5 แอปพลิเคชันไลน์
- 3.6 เว็บไซต์ Google Classroom

4. กิจกรรมการเรียนรู้

ขั้นตอนการนำเสนอปัญหาปลายเปิด ใช้เวลาประมาณ(5 นาที)

1. ครูจัดกลุ่มนักเรียน กลุ่มละ 6 – 7 คน แบบคละความสามารถ โดยใช้คะแนนดิบรายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐานของนักเรียน
2. นักเรียนแต่ละกลุ่มสร้างกลุ่มในแอปพลิเคชันไลน์ และเชิญคุณครูเข้ากลุ่ม
3. นักเรียนแต่ละกลุ่ม เลือก ประธาน รองประธาน และเลขา
4. คุณครูและนักเรียนเปิดเว็บไซต์ Google Meet เพื่อทำการเรียนการสอน
5. ครูนำเข้าสู่บทเรียนโดยการบทเรียนโดยการถามคำถามดังนี้
เวลาเราไป“สวนสาธารณะ นักเรียนพบเห็นสิ่งของอะไรบ้าง
ที่อยู่ในสวนสาธารณะ จงยกตัวอย่างมาคนละ 1 ข้อ”
ให้นักเรียนพิมพ์คำตอบในเว็บไซต์ Google Meet โดยพิมพ์ เลขที่
ชื่อ นามสกุล และคำตอบcomment ของเว็บไซต์Google Meet แล้วสุ่มเรียก 5
คนให้ตอบคำถามโดยการเปิดไมค์แล้วพูดคำตอบของตนเอง แนวคำตอบ:
ถุงพลาสติก หลอด กระจบอง รองเท้า ป้าย ชิงช้า ม้านั่ง ขวดน้ำ พลาสติก ขวด
แก้ว เส้าไฟฟ้า เครื่องออกกำลังกาย
6. ครูนำเข้าสู่สถานการณ์ปัญหาโดยการเล่าเหตุการณ์ดังนี้ “นิกก็มาปั่นจักรยานที่
สวนสาธารณะแห่งหนึ่ง เขาสังเกตเห็นสิ่งของหลาย ๆ อย่างในสวนสาธารณะ
แห่งนี้ จึงเกิดข้อสงสัย ให้นักเรียนช่วยนิกก็ตอบข้อสงสัยของนิกก็ดังต่อไปนี้”
และเปิดรูปภาพในไฟล์ pdf ชื่อ ใบกิจกรรม 1
7. ครูส่งไฟล์ pdf ชื่อ ใบกิจกรรม 1 ไว้ใน เว็บไซต์ Google Classroom
8. นักเรียนดาวน์โหลดไฟล์ pdf ชื่อ ใบกิจกรรม 1 ในเว็บไซต์ Google Classroom
9. ครูอธิบายขั้นตอนการทำใบกิจกรรมดังนี้

- นักเรียนแต่ละกลุ่มอ่านทำความเข้าใจโจทย์ในใบกิจกรรมด้วยตนเอง
- เมื่อนักเรียนมีข้อสงสัยเกี่ยวกับคำถามในใบกิจกรรมให้ถามคุณครู
- นักเรียนแต่ละกลุ่มช่วยกันทำใบกิจกรรมภายในเวลาที่ครูกำหนด
- ครูสุ่มกลุ่มของนักเรียน 2 – 3 กลุ่ม นำเสนอผลงานในใบกิจกรรม
- ครูและนักเรียนร่วมกันอภิปรายคำตอบของใบกิจกรรม

ขั้นตอนการการเรียนรู้ด้วยตนเองของนักเรียน ใช้เวลา(10 นาที)

นักเรียนแต่ละกลุ่มอ่านทำความเข้าใจโจทย์ในแต่ละข้อในใบกิจกรรมที่ 1 เรื่อง สวนสาธารณะ และถามคำ พร้อมตอบข้อคำถามของนักเรียนในกรณีที่นักเรียนมีข้อสงสัย เช่น

- ในคำถามข้อที่ 2 ในใบกิจกรรม เรื่อง สิ่งของ 1 ชิ้น สามารถลากเส้น-ตรงได้กี่คู่ แนวคำตอบ:หลายคู่
- 1) นักเรียนออกจากเว็บไซต์ Google Meet แล้วเข้าประชุมในแอปพลิเคชันไลน์ ของแต่ละกลุ่ม
 - 2) นักเรียนลงมือแก้ปัญหา และเขียนคำตอบลงในใบกิจกรรม
 - 3) ครูสังเกตการทำใบกิจกรรมของนักเรียนแต่ละกลุ่มในแอปพลิเคชันไลน์
 - 4) นักเรียนส่งรูปผลงานใบกิจกรรม 1 ในเว็บไซต์ Google Classroom

ขั้นตอนการอภิปรายทั้งชั้นเรียนและการเปรียบเทียบ ใช้เวลา(15 นาที)

- 1) นักเรียนออกจากแอปพลิเคชันไลน์ แล้วเข้าเว็บไซต์ Google Meet
- 2) ครูสุ่มกลุ่มของนักเรียน 2 – 3 กลุ่ม นำเสนอผลงานในใบกิจกรรม
- 3) ครูสอบถามนักเรียนกลุ่มที่ไม่ได้นำเสนอตั้งนี้ นักเรียนกลุ่มไหนมีคำตอบที่แตกต่างจากกลุ่มที่นำเสนอใหม่และให้นักเรียนนำเสนอคำตอบที่ต่างจากกลุ่มที่นำเสนอ
- 4) เมื่อนักเรียนทุกกลุ่มนำเสนอเสร็จแล้ว ครูและนักเรียนร่วมกันอภิปรายใบกิจกรรมโดยเชื่อมโยงข้อมูลคำตอบของนักเรียนแต่ละกลุ่ม
- 5) นักเรียนดาวน์โหลดไฟล์ pdf ชื่อ เอกสารแนะแนวทาง 1 ในเว็บไซต์ Google Classroom

- 6) ครูและนักเรียนร่วมกันเติมคำตอบลงในเอกสารแนวทางการเกี่ยวกับบทนิยามของเส้นขนาน และสัญลักษณ์ที่ใช้เขียนแทนการขนานกันของเส้นตรงสองเส้น
- 7) เพื่อขยายแนวคิดของนักเรียน ครูแสดงภาพเกี่ยวกับการขนานกันของเส้นตรง รังสี และส่วนของเส้นตรง
- 8) ครูแนะนำการเขียนสัญลักษณ์บนเส้นตรงที่แสดงถึงการขนานกันของเส้นตรงสองเส้น
- 9) ครูอธิบายวิธีการวัดระยะห่างระหว่างเส้นตรงสองเส้น
- 10) ครูสรุปสมบัติของเส้นขนานที่ได้จากการวัดระยะห่างระหว่างเส้นตรงสองเส้นที่ขนานกัน

ขั้นตอนการสรุปโดยการเชื่อมโยงแนวคิดของนักเรียนที่เกิดขึ้นในชั้นเรียน

ใช้เวลา(10 นาที)

- 1) ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปบทนิยามของเส้นขนาน
- 2) ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปสมบัติของเส้นขนานที่ได้จากการวัดระยะห่างระหว่างเส้นตรงสองเส้นที่ขนานกัน
- 3) ครูส่งไฟล์ pdf ชื่อ ใบตรวจสอบความรู้1 ไว้ในเว็บไซต์ Google Classroom
- 4) นักเรียนดาวน์โหลดไฟล์ pdf ชื่อ ใบตรวจสอบความรู้ 1 ในเว็บไซต์ Google Classroom
- 5) นักเรียนทำใบตรวจสอบความรู้ เพื่อทดสอบความรู้ที่นักเรียนได้รับหลังจากการทำใบกิจกรรม และส่งรูปผลงานใบตรวจสอบความรู้ในเว็บไซต์
- 6) Google Classroom ภายในคาบเรียน

5. การวัดและประเมินผลการเรียนรู้

เพื่อให้สอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้ การวัดและประเมินผลการเรียนรู้ในคาบนี้มีดังนี้

จุดประสงค์การเรียนรู้ที่ต้องการวัดและประเมินผล	การวัดผล	การประเมินผล
<p>ด้านความรู้ทางคณิตศาสตร์ :</p> <p>1. จำแนกเส้นขนานจากส่วนของเส้นตรงคู่ที่กำหนดให้</p>	<p>วิธีวัดผล :</p> <p>พิจารณาความถูกต้องของคำตอบของนักเรียนในใบตรวจสอบความรู้ เรื่อง เส้นขนาน ข้อที่ 1</p> <p>เครื่องมือวัดผล :</p> <p>ใบตรวจสอบความรู้ เรื่อง เส้นขนาน และระยะห่างระหว่างเส้นขนาน</p>	<p>เกณฑ์การให้คะแนน :</p> <p>คะแนนเต็ม 5 คะแนน มีเกณฑ์การให้คะแนนในแต่ละข้อ ดังนี้ ถ้านักเรียนตอบได้ถูกต้องจะได้ คะแนน 1 คะแนน ถ้านักเรียน ตอบไม่ถูกต้อง จะได้ คะแนน 0 คะแนน</p> <p>เกณฑ์การประเมินผล :</p> <p>ถ้านักเรียนได้คะแนน 3 คะแนน ถือว่าผ่าน</p>
<p>2. ระบุบทนิยามของเส้นขนาน</p>	<p>วิธีวัดผล :</p> <p>พิจารณาความถูกต้องของคำตอบของนักเรียนในใบตรวจสอบความรู้ เรื่อง เส้นขนาน ข้อที่ 2</p> <p>เครื่องมือวัดผล :</p> <p>ใบตรวจสอบความรู้ เรื่อง เส้นขนาน ข้อที่ 2</p>	<p>เกณฑ์การให้คะแนน :</p> <p>คะแนนเต็ม 2 คะแนน มีเกณฑ์การให้คะแนน ดังนี้ ถ้านักเรียนตอบได้ถูกต้องจะได้ คะแนน 2 คะแนน ถ้านักเรียนตอบถูกต้องบางส่วน จะได้ คะแนน 1 คะแนน ถ้านักเรียนตอบไม่ถูกต้อง จะได้ คะแนน 0 คะแนน</p> <p>เกณฑ์การประเมินผล :</p> <p>ถ้านักเรียนได้คะแนน 1 คะแนน ถือว่าผ่าน</p>

จุดประสงค์การเรียนรู้ที่ต้องการวัดและประเมินผล	การวัดผล	การประเมินผล
<p>ด้านทักษะและกระบวนการ</p> <p>ทางคณิตศาสตร์ :</p> <p>1. สร้างข้อความคาดการณ์เกี่ยวกับเส้นขนานได้</p>	<p>วิธีวัดผล :</p> <p>พิจารณาความถูกต้องของข้อความคาดการณ์ที่นักเรียนสร้างในใบกิจกรรม เรื่อง สวนสาธารณะ ข้อที่ 5</p> <p>เครื่องมือวัดผล :</p> <p>ใบกิจกรรม เรื่อง สวนสาธารณะ ข้อที่ 5</p>	<p>เกณฑ์การให้คะแนน :</p> <p>คะแนนเต็ม 1 คะแนน มีเกณฑ์การให้คะแนน ดังนี้ ถ้านักเรียนตอบได้ถูกต้องจะได้คะแนน 1 คะแนน ถ้านักเรียนตอบไม่ถูกต้อง จะได้ คะแนน 0 คะแนน</p> <p>เกณฑ์การประเมินผล :</p> <p>ถ้านักเรียนได้คะแนน 1 คะแนน ถือว่าผ่าน</p>
<p>ด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์ :</p> <p>1. มีส่วนร่วมในการทำกิจกรรมในชั้นเรียน</p> <p>2. มีความรับผิดชอบในการทำงานที่ได้รับมอบหมาย</p>	<p>วิธีวัดผล :</p> <p>พิจารณาพฤติกรรมหรือการแสดงออกของนักเรียนขณะตอบคำถามหรือทำงานที่ได้รับมอบหมาย โดยมีครูเป็นผู้สังเกตแล้วบันทึกในแบบสังเกตพฤติกรรมการทำงานของนักเรียน</p> <p>เครื่องมือวัดผล :</p> <p>แบบสังเกตพฤติกรรมการทำงานของนักเรียน</p>	<p>เกณฑ์การให้คะแนน :</p> <p>ในแต่ละข้อของแบบสังเกตพฤติกรรม ถ้านักเรียนแสดงออกให้เห็นอย่างเด่นชัดจะได้ คะแนน 2 คะแนน</p> <p>ถ้านักเรียนแสดงออกให้เห็นเพียงเล็กน้อยจะได้ คะแนน 1 คะแนน</p> <p>ถ้านักเรียนไม่แสดงออกเลย คะแนน 0 คะแนน</p> <p>เกณฑ์การประเมินผล :</p> <p>ถ้านักเรียนได้คะแนน 2 คะแนน ถือว่าผ่าน</p>

6. บันทึกหลังการจัดการเรียนรู้

6.1 ด้านนักเรียน

(คุณลักษณะอันพึงประสงค์ของนักเรียนที่พบทักษะและกระบวนการระบุมความรู้)

6.2 ด้านผู้สอน

(ระบุปัญหาหรือผลการจัดการเรียนรู้ ข้อเสนอแนะสำหรับการจัดการเรียนรู้ครั้งต่อไป)

6.3 ด้านอื่นๆ (ถ้ามี)

2. ส่วนประกอบของสิ่งของใดบ้างในสวนสาธารณะที่มีส่วนประกอบของส่วนของเส้นตรง
 2 เส้นที่มีระยะห่างเท่ากันตลอดทั้งเส้นและไม่เท่ากัน ให้นักเรียนลากเส้นบนรูปภาพโดยใช้ปากกาสี
 น้ำเงินสำหรับเส้นตรงสองเส้นที่มีระยะห่างเท่ากัน และใช้ปากกาสีแดงสำหรับเส้นตรงสองเส้นที่มี
 ระยะห่างไม่เท่ากันพร้อมเขียนคำตอบลงในตารางที่กำหนดให้

ตอบ

ส่วนประกอบของสิ่งของที่มีระยะห่าง ระหว่างเส้นตรงสองเส้นเท่ากัน	ส่วนประกอบของสิ่งของที่มีระยะห่าง ระหว่างเส้นตรงสองเส้นไม่เท่ากัน

3. นักเรียนมีวิธีการตรวจสอบระยะห่างของส่วนของเส้นตรงทั้งสองเส้นอย่างไร

ตอบ

วิธีการตรวจสอบระยะห่าง

.....

.....

.....

4. จากคำตอบในข้อที่ 2 สิ่งของในกลุ่มใด ถ้าต่อส่วนของเส้นตรงทั้งสองเส้นให้ยาวออกไปทั้ง
 สองทิศทางแล้วเส้นตรงทั้งสองจะไม่ตัดกัน

ตอบ.....

.....

5. ถ้าเส้นตรงที่มีลักษณะดังข้อที่ 4 เรียกว่าเส้นขนาน จงเขียนข้อคาดการณ์เกี่ยวกับ
เส้นขนาน

ข้อคาดการณ์ :

.....

.....



แนวทางคำตอบ

ใบกิจกรรมที่ 1: สวนสาธารณะ

สถานการณ์ปัญหา นิกก็มาปั่นจักรยานที่สวนสาธารณะแห่งหนึ่ง เขาสังเกตเห็นสิ่งของหลาย ๆ อย่าง ในสวนสาธารณะแห่งนี้ จึงเกิดข้อสงสัยเกี่ยวกับสิ่งที่เห็น ให้นักเรียนช่วยนิกก็ตอบข้อสงสัยของนิกก็ดังต่อไปนี้



1. สิ่งของใดบ้างในสวนสาธารณะที่มีส่วนประกอบของส่วนของเส้นตรงอย่างน้อย 2 เส้น จงเติมคำตอบลงในตารางที่กำหนดให้

สิ่งของ	ส่วนที่เป็นเส้นตรง
เงาตึก	ขอบของเงาตึก
ถังขยะ	ขอบด้านข้างของถังขยะ
หนังสือ	สันหนังสือ
กระดานหก	คานของกระดานหก
เสาธง	เสาของเสาธง
ชิงช้า	เชือกแขวนชิงช้า
ป้ายลูกศร	ตัวลูกศร
ป้ายลูกศร	หัวลูกศร

2. ส่วนประกอบของสิ่งของใดบ้างในสวนสาธารณะที่มีส่วนประกอบของส่วนของเส้นตรง 2 เส้นที่มีระยะห่างเท่ากันตลอดทั้งเส้นและไม่เท่ากัน ให้นักเรียนลากเส้นบนรูปภาพโดยใช้ปากกาสีน้ำเงินสำหรับเส้นตรงสองเส้นที่มีระยะห่างเท่ากัน และใช้ปากกาสีแดงสำหรับเส้นตรงสองเส้นที่มีระยะห่างไม่เท่ากัน พร้อมเขียนคำตอบลงในตารางที่กำหนดให้

ตอบ

ส่วนประกอบของสิ่งของที่มีระยะห่างระหว่างเส้นตรงสองเส้นเท่ากัน	ส่วนประกอบของสิ่งของที่มีระยะห่างระหว่างเส้นตรงสองเส้นไม่เท่ากัน
ขอบของเงาตึก	หัวลูกศร
สันหนังสือ	ขอบด้านข้างของถังขยะ
คานของกระดานหก	เสาของชิงช้า
เสาของเสาธง	ขอบด้านข้างของตะกร้า
เชือกแขวนชิงช้า	
ตัวลูกศร	

3. นักเรียนมีวิธีการตรวจสอบระยะห่างของส่วนของเส้นตรงทั้งสองเส้นอย่างไร

ตอบ

วิธีการตรวจสอบระยะห่าง

ลากเส้นตั้งฉากจากส่วนของเส้นตรงเส้นหนึ่งไปยังส่วนของเส้นตรงอีกเส้นหนึ่งของสิ่งของแต่ละอย่าง แล้ววัดระยะห่างระหว่างส่วนของเส้นตรงทั้งสองเส้น โดยใช้เส้นตั้งฉากเป็นแนววัด

4. จากคำตอบในข้อที่ 2 สิ่งของในกลุ่มใด ถ้าต่อส่วนของเส้นตรงทั้งสองเส้นให้ยาวออกไปทั้งสองทิศทางแล้วเส้นตรงทั้งสองจะไม่ตัดกัน

ตอบ กลุ่มที่เป็นเส้นสีน้ำเงิน หรือกลุ่มที่มีระยะห่างเท่ากัน

5. ถ้าเส้นตรงที่มีลักษณะดังข้อที่ 4 เรียกว่าเส้นขนาน จงเขียนข้อคาดการณ์เกี่ยวกับบทนิยามเส้นขนาน

ข้อคาดการณ์ :

- เส้นตรงสองเส้นที่อยู่บนระนาบเดียวกัน ขนานกัน ก็ต่อเมื่อ เส้นตรงทั้งสองเส้นนั้นไม่ตัดกัน
- ถ้าเส้นตรงสองเส้นขนานกัน แล้วระยะห่างระหว่างเส้นตรงคู่นั้นจะเท่ากันเสมอ
- ถ้าเส้นตรงสองเส้นมีระยะห่างระหว่างเส้นตรงเท่ากันเสมอ แล้วเส้นตรงคู่นั้นจะขนานกัน

ใบตรวจสอบความรู้ 1 : เส้นขนาน

จงตอบคำถามต่อไปนี้

- จากรูปภาพด้านล่าง ให้นักเรียนขีดเส้นตรงสองเส้นที่ขนานกันและสัญลักษณ์แสดงการขนานกันอย่างน้อย 5 คู่



- ให้นักเรียนเขียนบทนิยามของเส้นขนาน

.....

.....

แนวทางคำตอบ

ใบตรวจสอบความรู้ที่ 1 : เส้นขนาน

จงตอบคำถามต่อไปนี้

1. จากรูปภาพด้านล่าง ให้นักเรียนขีดเส้นตรงสองเส้นที่ขนานกันและทำสัญลักษณ์แสดงการขนานกันอย่างน้อย 5 คู่



2. ให้นักเรียนเขียนบทนิยามของเส้นขนาน

ตอบ

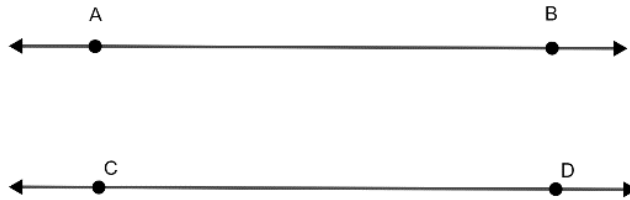
บทนิยาม เส้นตรงสองเส้นที่อยู่บนระนาบเดียวกัน ขนานกันก็ต่อเมื่อ เส้นตรงทั้งสองเส้นนั้น
ไม่ตัดกัน

เอกสารแนะแนวทาง 1 : เส้นขนาน

เส้นขนาน

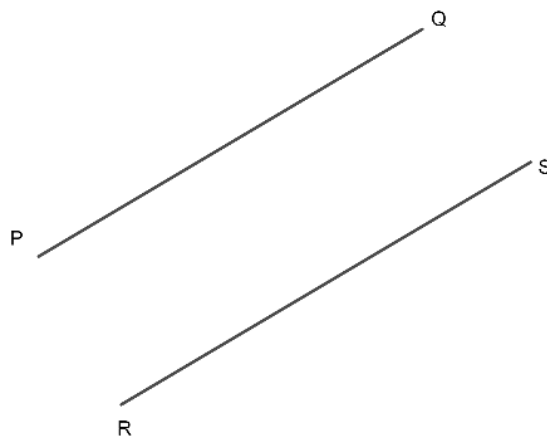
การขนานกันของเส้นตรงมีบทนิยามดังนี้

บทนิยาม เส้นตรงสองเส้นที่อยู่บนระนาบเดียวกัน ขนานกันก็ต่อเมื่อ เส้นตรงทั้งสองเส้นนั้น
ไม่ตัดกัน



เมื่อ \overleftrightarrow{AB} และ \overleftrightarrow{CD} ขนานกัน อาจกล่าวว่า \overleftrightarrow{AB} ขนานกับ \overleftrightarrow{CD} หรือ \overleftrightarrow{CD} ขนานกับ \overleftrightarrow{AB} และเขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ หรือ

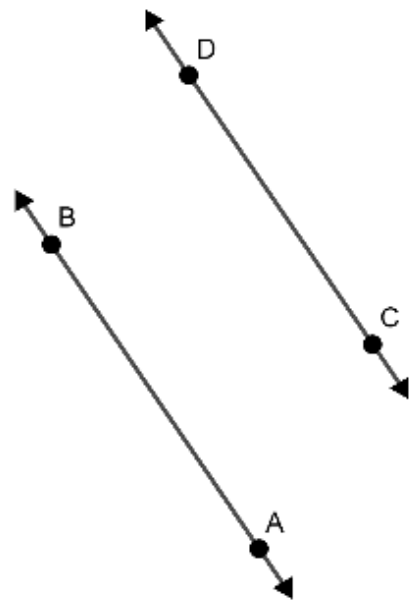
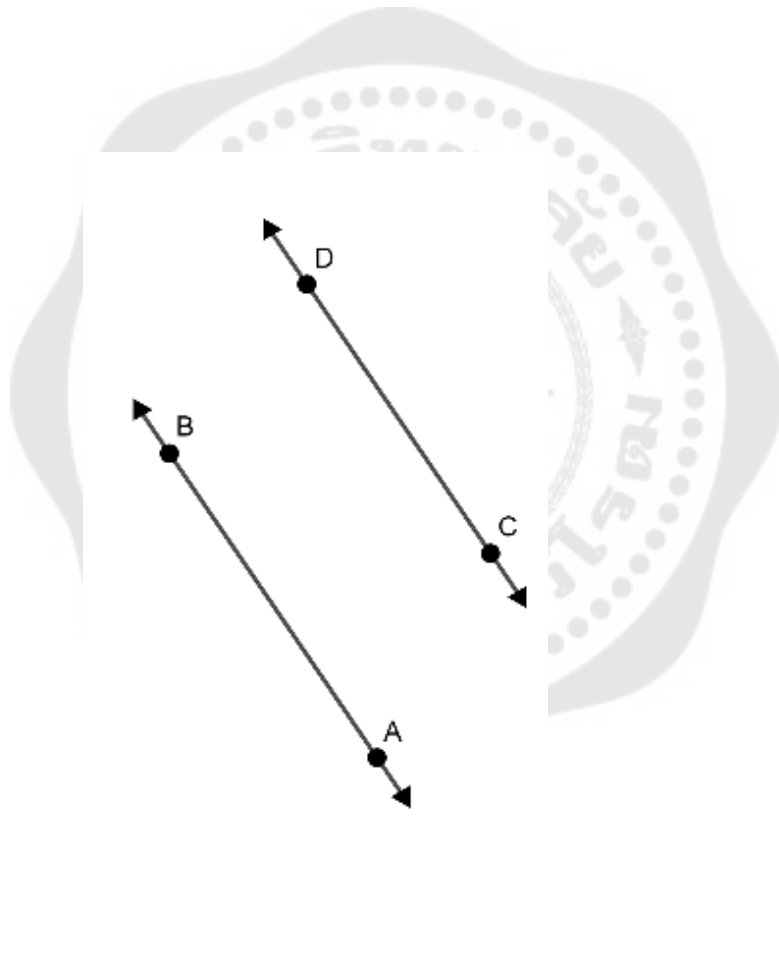
เราสามารถกล่าวว่ส่วนของเส้นตรง หรือรังสีขนานกัน เมื่อส่วนของเส้นตรง หรือรังสีนั้นเป็นส่วน
หนึ่งของเส้นตรงที่ขนานกัน เช่น



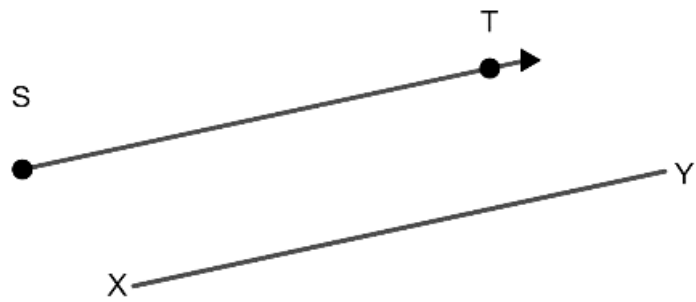
.....



.....

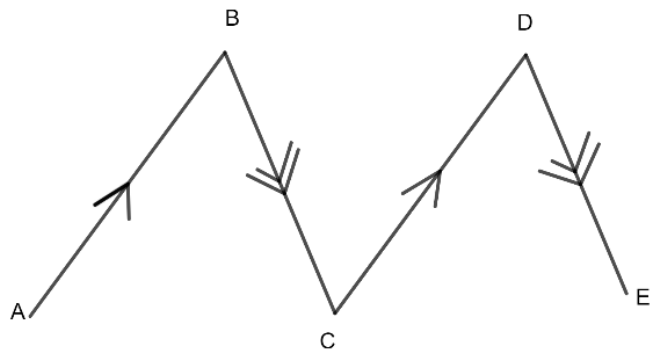


.....



.....

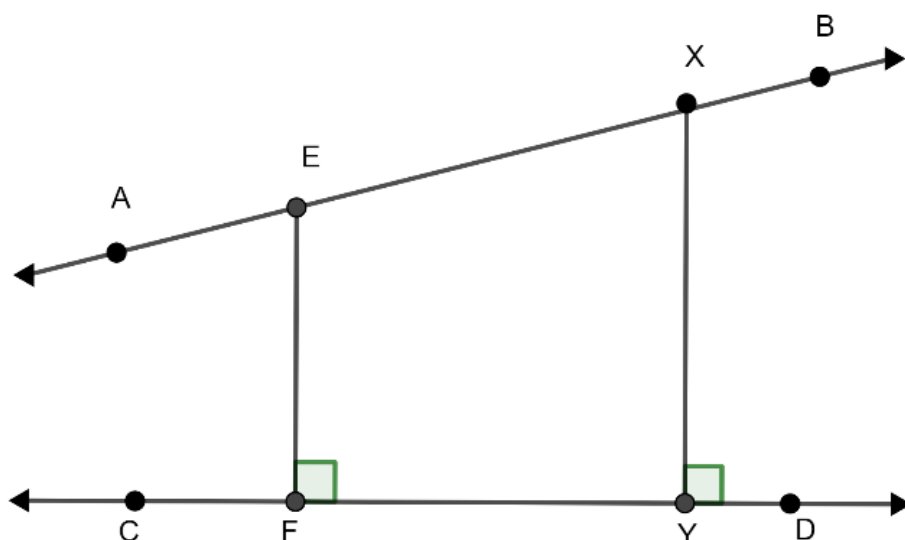
ในการเขียนรูปเส้นตรง ส่วนของเส้นตรง หรือรังสีที่ขนานกัน อาจใช้ลูกศรที่มีลักษณะเหมือนกัน แสดงเส้นที่ขนานกัน ดังตัวอย่างในรูป



จากรูป แสดงว่า และ

ระยะห่างระหว่างเส้นขนาน

กำหนดให้ \overleftrightarrow{AB} และ \overleftrightarrow{CD} อยู่บนระนาบเดียวกัน จุด E และจุด X เป็นจุดที่แตกต่างกัน บน \overleftrightarrow{AB} ลาก \overline{EF} ตั้งฉากกับ \overleftrightarrow{CD} ที่จุด F และลาก \overline{XY} ตั้งฉากกับ \overleftrightarrow{CD} ที่จุด Y



กำหนดให้ \overleftrightarrow{AB} และ \overleftrightarrow{CD} อยู่บนระนาบเดียวกัน จุด E และจุด X เป็นจุดที่แตกต่างกัน บน \overleftrightarrow{AB} ลาก \overline{EF} ตั้งฉากกับ \overleftrightarrow{CD} ที่จุด F และลาก \overline{XY} ตั้งฉากกับ \overleftrightarrow{CD}

ที่จุด Y เรียก ว่า ระยะห่างระหว่าง \overleftrightarrow{AB} และ \overleftrightarrow{CD} ที่วัดจากจุด E

และ เรียก ว่า ระยะห่างระหว่าง \overleftrightarrow{AB} และ \overleftrightarrow{CD} ที่วัดจากจุด Y

ในกรณีที่ \overleftrightarrow{AB} และ \overleftrightarrow{CD} ไม่ขนานกัน จะได้ว่า นั่นคือระยะห่างระหว่าง \overleftrightarrow{AB} และ \overleftrightarrow{CD} ที่วัดจากจุดที่แตกต่างกันบน \overleftrightarrow{AB} จะไม่เท่ากัน

ในกรณีที่ \overleftrightarrow{AB} ขนานกับ \overleftrightarrow{CD} จะได้ว่า นั่นคือระยะห่างระหว่าง \overleftrightarrow{AB} และ \overleftrightarrow{CD} ที่วัดจากจุดที่แตกต่างกันบน \overleftrightarrow{AB} จะเท่ากันเสมอ

ในกรณีทั่วไป ถ้าเส้นตรงสองเส้นขนานกันแล้วระยะห่างระหว่างเส้นตรงคู่นั้นจะเท่ากันเสมอ และในทางกลับกัน ถ้าเส้นตรงสองเส้นมีระยะห่างเท่ากันเสมอ แล้วเส้นตรงคู่นั้นจะขนานกัน

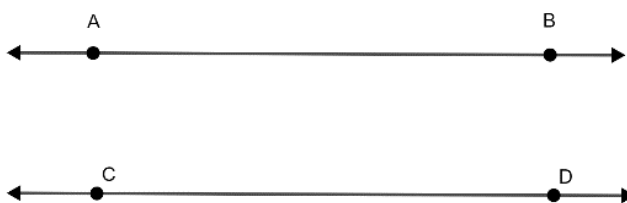
แนวทางคำตอบ

เอกสารแนะแนวทาง 1 : เส้นขนาน

เส้นขนาน

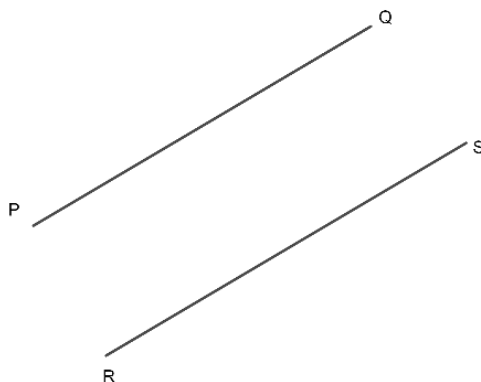
การขนานกันของเส้นตรงมีนิยามดังนี้

นิยาม เส้นตรงสองเส้นที่อยู่บนระนาบเดียวกัน ขนานกันก็ต่อเมื่อ เส้นตรงทั้งสองเส้นนั้น
ไม่ตัดกัน

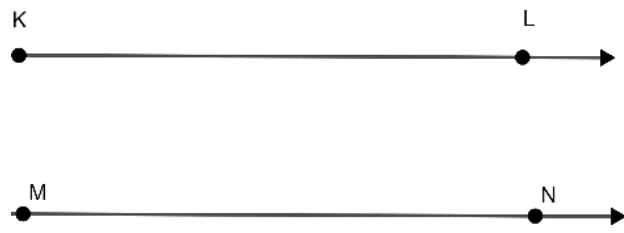


เมื่อ \overleftrightarrow{AB} และ \overleftrightarrow{CD} ขนานกัน อาจกล่าวว่า \overleftrightarrow{AB} ขนานกับ \overleftrightarrow{CD} หรือ \overleftrightarrow{CD} ขนานกับ \overleftrightarrow{AB} และเขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ $\overleftrightarrow{AB} \parallel \overleftrightarrow{CD}$ หรือ $\overleftrightarrow{CD} \parallel \overleftrightarrow{AB}$

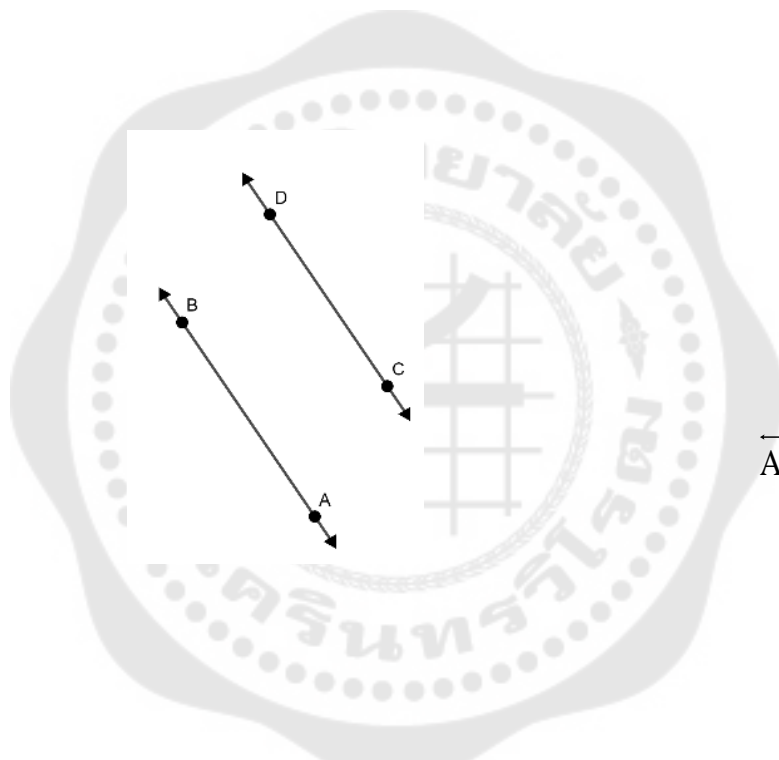
เราสามารถกล่าวว่ส่วนของเส้นตรง หรือรังสีขนานกัน เมื่อส่วนของเส้นตรง หรือรังสีนั้นเป็นส่วนหนึ่งของเส้นตรงที่ขนานกัน เช่น



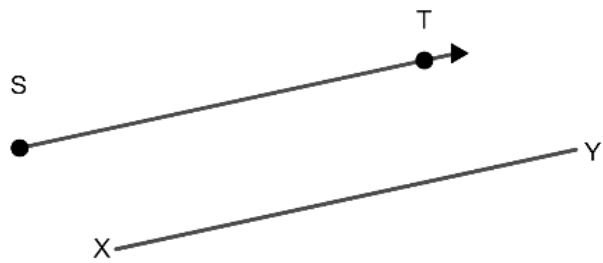
$$\overline{PQ} \parallel \overline{RS}$$



$$\overrightarrow{KL} // \overrightarrow{MN}$$

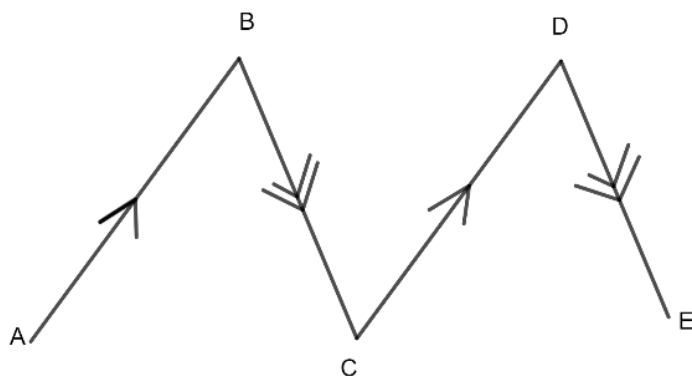


$$\overrightarrow{AB} // \overrightarrow{CD}$$



$$\overrightarrow{ST} // \overrightarrow{XY}$$

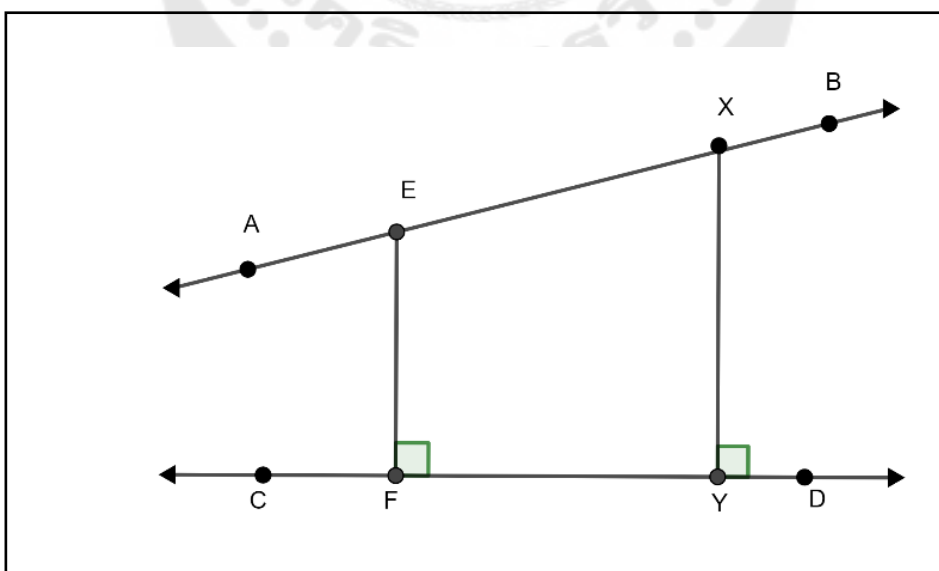
ในการเขียนรูปเส้นตรง ส่วนของเส้นตรง หรือรังสีที่ขนานกัน อาจใช้ลูกศรที่มีลักษณะเหมือนกัน แสดงเส้นที่ขนานกัน ดังตัวอย่างในรูป



จากรูป แสดงว่า $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$ และ $\overline{BC} \parallel \overline{DE}$

ระยะห่างระหว่างเส้นขนาน

กำหนดให้ \overleftrightarrow{AB} และ \overleftrightarrow{CD} อยู่บนระนาบเดียวกัน จุด E และจุด X เป็นจุดที่แตกต่างกัน บน \overleftrightarrow{AB} ลาก \overline{EF} ตั้งฉากกับ \overleftrightarrow{CD} ที่จุด F และลาก \overline{XY} ตั้งฉากกับ \overleftrightarrow{CD} ที่จุด Y



กำหนดให้ \overleftrightarrow{AB} และ \overleftrightarrow{CD} อยู่บนระนาบเดียวกัน จุด E และจุด X เป็นจุดที่แตกต่างกัน บน \overleftrightarrow{AB} ลาก \overline{EF} ตั้งฉากกับ \overleftrightarrow{CD} ที่จุด F และลาก \overline{XY} ตั้งฉากกับ \overleftrightarrow{CD} ที่จุด Y

เรียก EF ว่า ระยะห่างระหว่าง \overrightarrow{AB} และ \overrightarrow{CD} ที่วัดจากจุด E และ เรียก XY ว่า ระยะห่างระหว่าง \overrightarrow{AB} และ \overrightarrow{CD} ที่วัดจากจุด Y

ในกรณีที่ \overrightarrow{AB} และ \overrightarrow{CD} ไม่ขนานกัน จะได้ว่า $EF \neq XY$ นั่นคือระยะห่างระหว่าง \overrightarrow{AB} และ \overrightarrow{CD} ที่วัดจากจุดที่แตกต่างกันบน \overrightarrow{AB} จะไม่เท่ากัน

ในกรณีที่ \overrightarrow{AB} ขนานกับ \overrightarrow{CD} จะได้ว่า $EF = XY$ นั่นคือระยะห่างระหว่าง \overrightarrow{AB} และ \overrightarrow{CD} ที่วัดจากจุดที่แตกต่างกันบน \overrightarrow{AB} จะเท่ากันเสมอ

ในกรณีทั่วไป ถ้าเส้นตรงสองเส้นขนานกัน แล้วระยะห่างระหว่างเส้นตรงคู่นั้นจะเท่ากันเสมอ และในทางกลับกัน ถ้าเส้นตรงสองเส้นมีระยะห่างเท่ากันเสมอ แล้วเส้นตรงคู่นั้นจะขนานกัน



แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2			
รายวิชา	คณิตศาสตร์พื้นฐาน	ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2	
หน่วยการเรียนรู้	เส้นขนาน		
หัวข้อเรื่อง	มุมภายใน และมุมภายนอก		
ปีการศึกษา	2564	ภาคเรียนที่ 2	เวลา 40 นาที

1. จุดประสงค์การเรียนรู้ เพื่อให้นักเรียนสามารถ

1.1 ด้านความรู้ทางคณิตศาสตร์ : เพื่อให้นักเรียนสามารถ

- 1.1.1 บอกมุมภายใน มุมภายนอก และมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด เมื่อกำหนดให้เส้นตรงเส้นหนึ่งตัดเส้นตรงคู่หนึ่ง
- 1.1.2 ระบุได้ว่าเส้นตรงสองเส้นขนานกัน เมื่อกำหนดเส้นตรงสองเส้น เส้นตัด และมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด
- 1.1.3 หาค่าของตัวแปรที่ต้องการทราบ เมื่อกำหนดมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัดของเส้นขนาน

1.2 ด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์

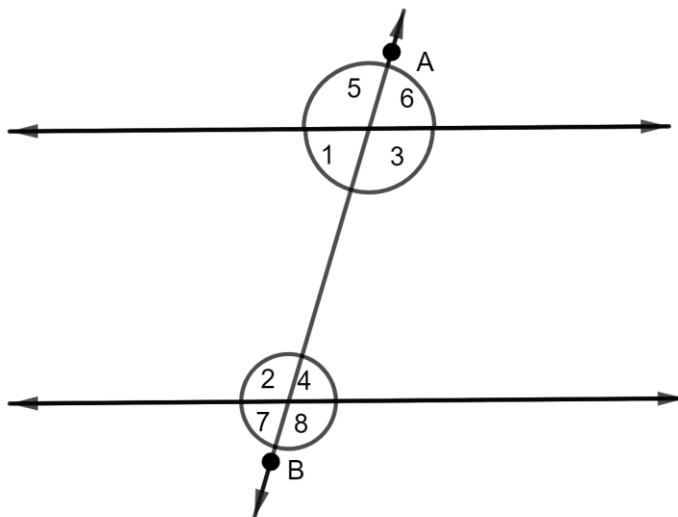
- 1.3.1 มีส่วนร่วมในการทำกิจกรรมในชั้นเรียน
- 1.3.3 มีความรับผิดชอบในการทำงานที่ได้รับมอบหมาย

2. สารการเรียนรู้

ในการตรวจสอบว่าเส้นตรงคู่ใดขนานกันหรือไม่ นอกจากการใช้พินัยของเส้นขนาน โดยตรงและการพิจารณาระยะห่างระหว่างเส้นตรงสองเส้นแล้ว ยังมีวิธีการอื่น ๆ อีกที่จะตรวจสอบโดยพิจารณาจากขนาดของมุมภายใน (interior angle) มุมแย้ง (alternate angles) หรือ มุมภายนอก (exterior angle) มุมเหล่านี้เป็นมุมที่เกิดจากเส้นตรงเส้นหนึ่งมาตัดเส้นตรงคู่หนึ่ง เรียกเส้นตรงดังกล่าวว่า เส้นตัดขวาง (transversal) ซึ่งในที่นี้จะเรียกสั้น ๆ ว่า เส้นตัด

มุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด

พิจารณารูปต่อไปนี้



จากรูป เรียกว่า \overleftrightarrow{AB} เส้นตัด AB

เรียก $\hat{1}$, $\hat{2}$, $\hat{3}$ และ $\hat{4}$ ว่าเป็นมุมภายใน

เรียก $\hat{5}$, $\hat{6}$, $\hat{7}$ และ $\hat{8}$ ว่าเป็นมุมภายนอก

เรียก $\hat{1}$ และ $\hat{2}$ ว่าเป็นมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด AB และ

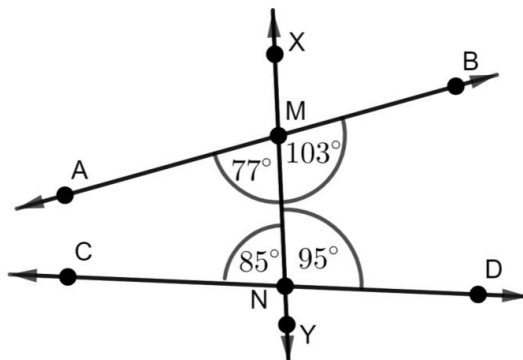
เรียก $\hat{3}$ และ $\hat{4}$ ว่าเป็นมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด AB ด้วย

ในการเขียนรูปเส้นตัด AB อาจใช้ \overrightarrow{AB} หรือ \overleftarrow{AB} แทน \overleftrightarrow{AB} ก็ได้

ตัวอย่าง 1

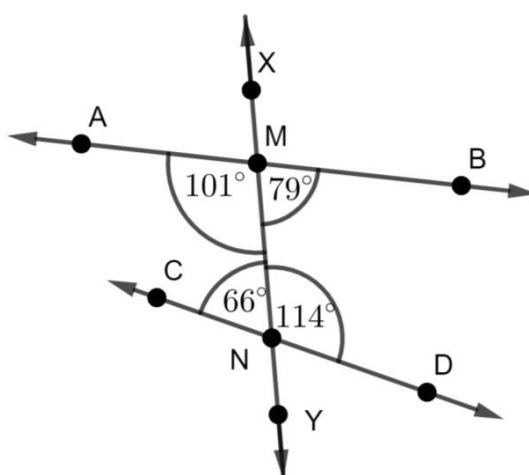
ในแต่ละข้อกำหนดให้ \overleftrightarrow{AB} และ \overleftrightarrow{CD} ไม่ขนานกัน ที่มีเส้นตัด XY ตัด \overleftrightarrow{AB} และ \overleftrightarrow{CD} โดยให้จุด M และจุด N เป็นจุดตัดบน \overleftrightarrow{AB} และ \overleftrightarrow{CD} ตามลำดับ จากนั้นให้ระบุว่า มุมคู่ใดบ้างที่เป็นมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด XY พร้อมทั้งวัดขนาดของมุมเหล่านั้น แล้วเติมลงในตารางให้สมบูรณ์

1.1)



คู่มือ	ชื่อมุม	ขนาดของมุม (องศา)	ผลรวมของขนาดของมุมภายในที่อยู่บน ข้างเดียวกันของเส้นตัด XY (องศา)
1	\widehat{AMN}	77	162
	\widehat{CNM}	85	
2	\widehat{BMN}	103	198
	\widehat{MND}	95	

1.2)

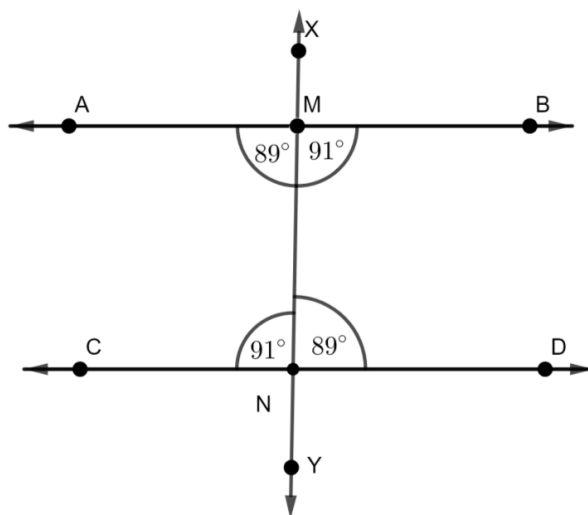


คู่อันดับ	ชื่อมุม	ขนาดของมุม (องศา)	ผลรวมของขนาดของมุมภายในที่อยู่บน ข้างเดียวกันของเส้นตัด XY (องศา)
1	\widehat{AMN}	101	167
	\widehat{CNM}	66	
2	\widehat{BMN}	79	193
	\widehat{MND}	114	

ตัวอย่าง 2

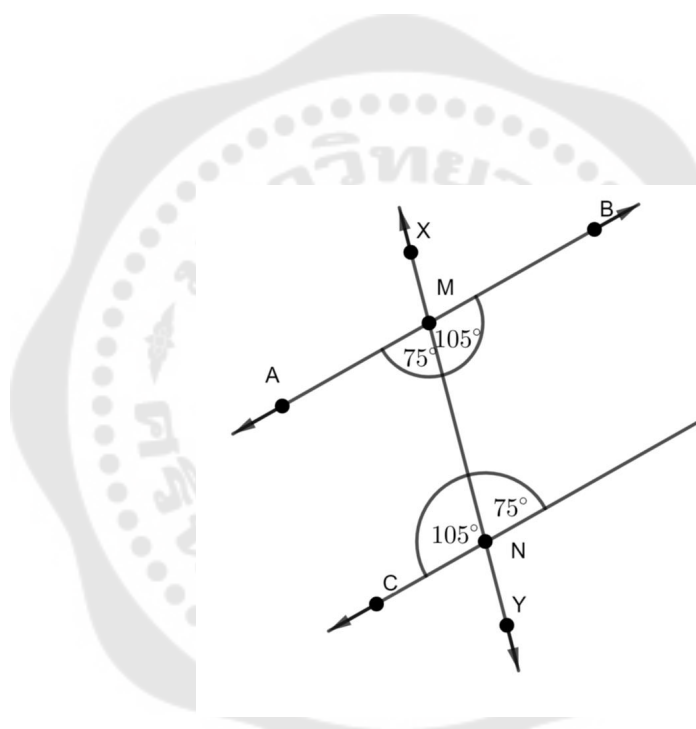
ในแต่ละข้อกำหนดให้ \overleftrightarrow{AB} และ \overleftrightarrow{CD} ขนานกัน ที่มีเส้นตัด XY ตัด \overleftrightarrow{AB} และ \overleftrightarrow{CD} โดยให้จุด M และจุด N เป็นจุดตัดบน \overleftrightarrow{AB} และ \overleftrightarrow{CD} ตามลำดับ จากนั้นให้ระบุว่า มุมคูใดบ้างที่เป็นมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด XY พร้อมทั้งวัดขนาดของมุมเหล่านั้น แล้วเติมลงในตารางให้สมบูรณ์

2.1)



คู่มือ	ชื่อมุม	ขนาดของมุม	ผลรวมของขนาดของมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด XY
1	\widehat{AMN}	89	180
	\widehat{CNM}	91	
2	\widehat{BMN}	91	180
	\widehat{MND}	89	

2.2)



คู่มือ	ชื่อมุม	ขนาดของมุม	ผลรวมของขนาดของมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด XY
1	\widehat{AMN}	75	180
	\widehat{CNM}	105	
2	\widehat{BMN}	105	180
	\widehat{MND}	75	

ข้อความคาดการณ์ที่ได้ในตัวอย่าง สอดคล้องกับสมบัติของเส้นขนาน ดังนี้

1) ถ้าเส้นตรงสองเส้นขนานกันและมีเส้นตัด แล้วขนาดของมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัดรวมกันเท่ากับ 180 องศา

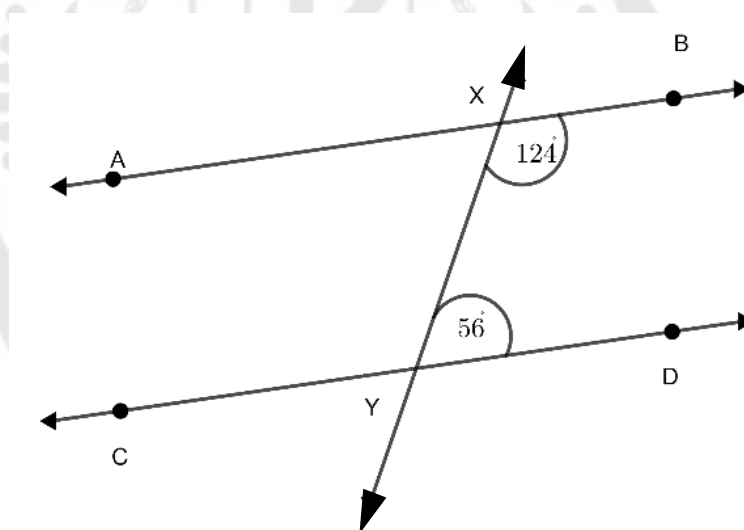
2) ถ้าเส้นตรงเส้นหนึ่งตัดเส้นตรงคู่หนึ่ง ทำให้ขนาดของมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัดรวมกันเท่ากับ 180 องศา แล้วเส้นตรงคู่นั้นขนานกัน

สมบัติข้อ 1 และข้อ 2 นี้เมื่อนำมาเขียนใหม่โดยใช้ ะได้ก็ต่อเมื่อ ดังนี้

เมื่อเส้นตรงเส้นหนึ่งตัดเส้นตรงคู่หนึ่ง เส้นตรงคู่นั้นขนานกัน ก็ต่อเมื่อ ขนาดของมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัดรวมกันเท่ากับ 180 องศา

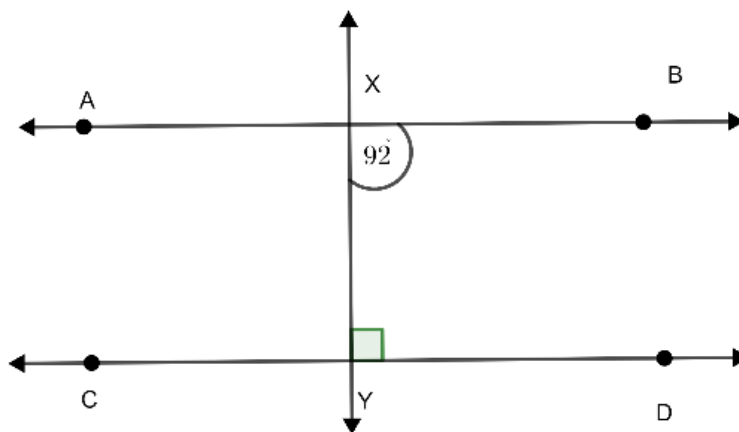
ตัวอย่างที่ 3 \overrightarrow{AB} และ \overrightarrow{CD} ในแต่ละข้อขนานกันหรือไม่ เพราะเหตุใด

3.1)



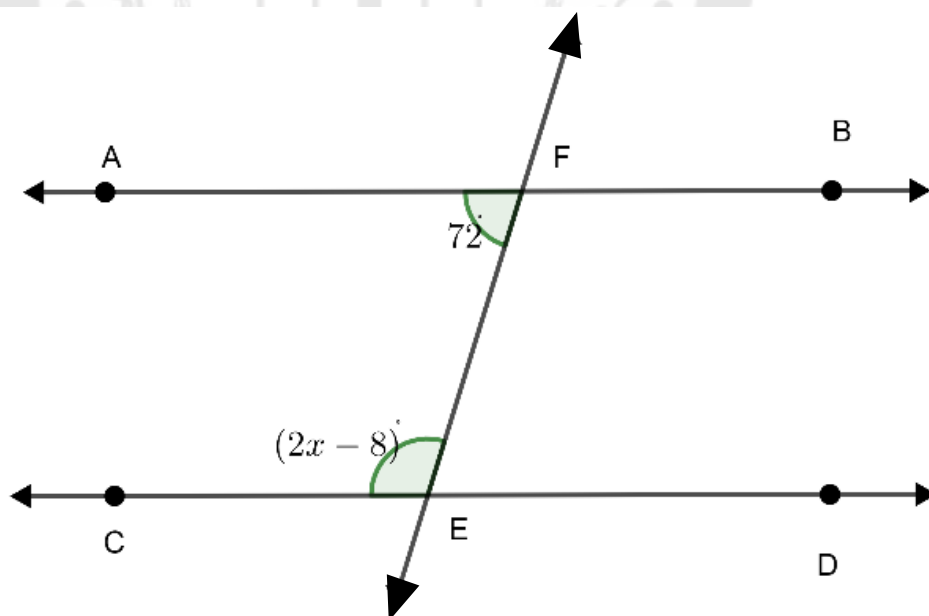
$\overrightarrow{AB} \parallel \overrightarrow{CD}$ เพราะว่า ขนาดของมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัดรวมกันเท่ากับ $124 + 56 = 180$ องศา

3.2)



\overrightarrow{AB} และ \overrightarrow{CD} ไม่ขนานกัน เพราะว่า ขนาดของมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัดรวมกันเท่ากับ $92 + 90 = 182$ องศา ซึ่งไม่เท่ากับ 180 องศา

ตัวอย่างที่ 4 กำหนดให้ $\overrightarrow{AB} \parallel \overrightarrow{CD}$ จงหาค่าของ x



วิธีทำ เนื่องจาก $\overrightarrow{AB} \parallel \overrightarrow{CD}$

จะได้ $(2x - 8) + 72 = 180$ (ขนาดของมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของ

เส้นที่ตัดเส้นขนานรวมกันเท่ากับ 180 องศา

$$2x + 64 = 180$$

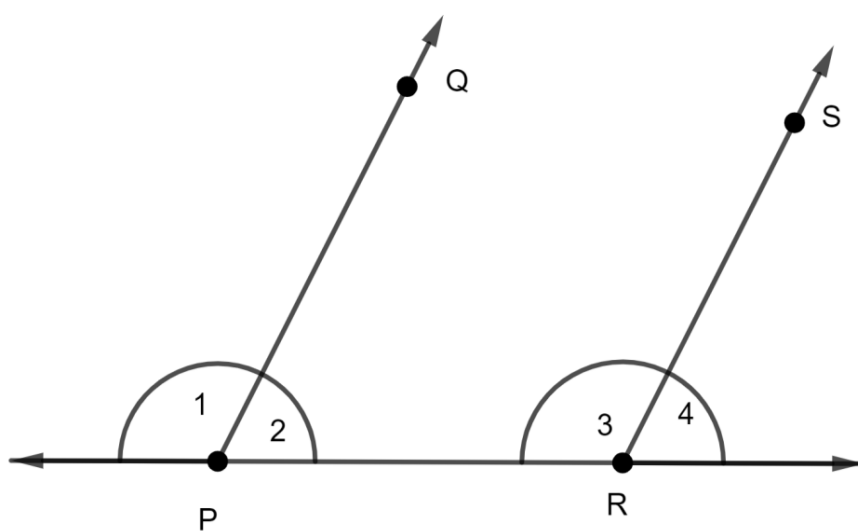
$$2x = 116$$

ดังนั้น

$$x = 58$$

ตอบ 58

ตัวอย่างที่ 5 จากรูป กำหนดให้ $\overline{PQ} \parallel \overline{RS}$ และมี \overline{PR} เป็นเส้นตัด จงพิสูจน์ว่า $\hat{1} = \hat{3}$



กำหนดให้

$\overline{PQ} \parallel \overline{RS}$ และมี \overline{PR} เป็นเส้นตัด

ต้องการพิสูจน์ว่า

$$\hat{1} = \hat{3}$$

พิสูจน์

$\overline{PQ} \parallel \overline{RS}$ และมี \overline{PR} เป็นเส้นตัด กำหนดให้

$$\hat{2} + \hat{3} = 180^\circ \quad (\text{ขนาดของมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด$$

ที่ตัดเส้นขนานรวมกันเท่ากับ 180°)

$$\hat{2} + \hat{1} = 180^\circ \quad (\text{ขนาดของมุมตรง})$$

จะได้

$$\hat{2} + \hat{1} = \hat{2} + \hat{3} \quad (\text{สมบัติของการเท่ากัน})$$

ดังนั้น

$$\hat{1} = \hat{3} \quad (\text{สมบัติของการเท่ากัน})$$

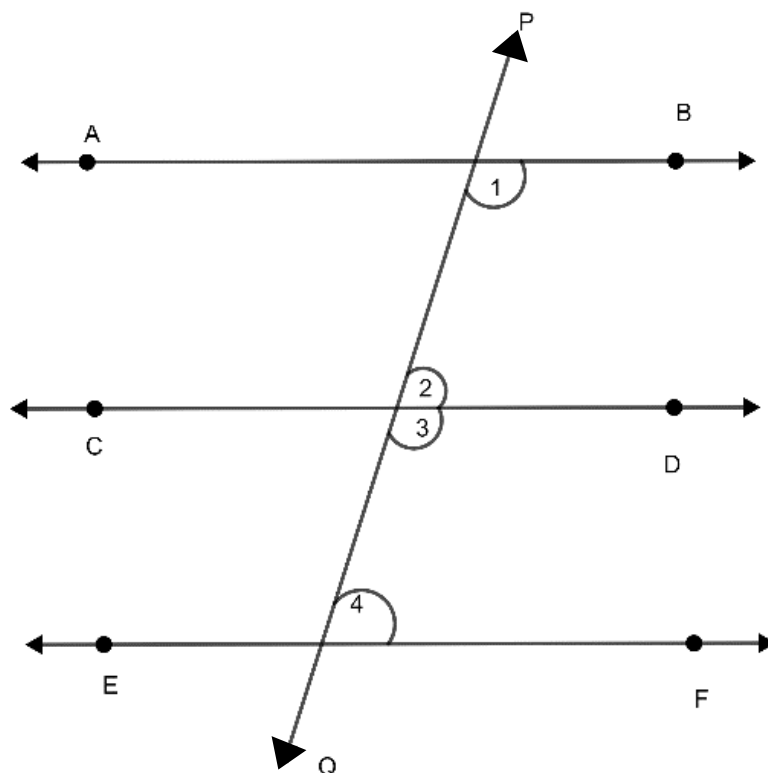
ตัวอย่างที่ 6 กำหนดให้ $\overrightarrow{AB} \parallel \overrightarrow{CD}$ และ $\overrightarrow{CD} \parallel \overrightarrow{EF}$ ดังรูป จงพิสูจน์ว่า $\overrightarrow{AB} \parallel \overrightarrow{EF}$



กำหนดให้ $\overrightarrow{AB} \parallel \overrightarrow{CD}$ และ $\overrightarrow{CD} \parallel \overrightarrow{EF}$

ต้องการพิสูจน์ว่า $\overrightarrow{AB} \parallel \overrightarrow{EF}$

พิสูจน์ ลาก \overrightarrow{PQ} ให้ตัด \overrightarrow{AB} , \overrightarrow{CD} , \overrightarrow{EF} และให้ $\hat{1}$, $\hat{2}$, $\hat{3}$ และ $\hat{4}$ เป็นดังรูป



$\overleftrightarrow{AB} \parallel \overleftrightarrow{CD}$ และมี \overleftrightarrow{PQ} เป็นเส้นตัด (กำหนดให้และจากการสร้าง)

$\hat{1} + \hat{2} = 180^\circ$ (ขนาดของมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด
ที่ตัดเส้นขนานรวมกันเท่ากับ 180°)

$\overleftrightarrow{CD} \parallel \overleftrightarrow{EF}$ และมี \overleftrightarrow{PQ} เป็นเส้นตัด (กำหนดให้และจากการสร้าง)

$\hat{3} + \hat{4} = 180^\circ$ (ขนาดของมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด
ที่ตัดเส้นขนานรวมกันเท่ากับ 180°)

$$\hat{1} + \hat{2} + \hat{3} + \hat{4} = 180^\circ + 180^\circ \quad (\text{สมบัติของการเท่ากัน})$$

เนื่องจาก $\hat{2} + \hat{3} = 180^\circ$ (ขนาดของมุมตรง)

จะได้ $\hat{1} + \hat{4} = 180^\circ$ (สมบัติของการเท่ากัน)

ดังนั้น $\overrightarrow{AB} \parallel \overrightarrow{EF}$ ถ้าเส้นตรงเส้นหนึ่งตัดเส้นตรงคู่หนึ่งทำให้ขนาดของมุมภายในที่อยู่บนข้าง 180 องศา เดียวกันของเส้นตัดรวมแล้วเส้นตรงคู่ขนานกัน

จากตัวอย่างที่ 6 จะเห็นว่า ถ้า $\overrightarrow{AB} \parallel \overrightarrow{CD}$ และ $\overrightarrow{CD} \parallel \overrightarrow{EF}$ แล้ว $\overrightarrow{AB} \parallel \overrightarrow{EF}$ จึงกล่าวได้ว่า การขนานกันของเส้นตรงมีสมบัติถ่ายทอด

3. สื่อการเรียนรู้แหล่งการเรียนรู้

- 3.1 ใบกิจกรรม 2 เรื่อง ขยะบนชายฝั่ง (1) สำหรับนักเรียนแต่ละกลุ่ม
- 3.2 เอกสารแนะนำทาง 2 เรื่อง มุมภายใน และมุมภายนอก(สำหรับนักเรียนแต่ละคน)
- 3.3 ใบตรวจสอบความรู้ 2 เรื่อง มุมภายใน และมุมภายนอก(สำหรับนักเรียนแต่ละคน)
- 3.4 เว็บไซต์ Google Meet
- 3.5 แอปพลิเคชันไลน์
- 3.6 เว็บไซต์ Google Classroom

4. กิจกรรมการเรียนรู้

ขั้นตอนการนำเสนอปัญหาปลายเปิด ใช้เวลาประมาณ(5 นาที)

- 1) คุณครูและนักเรียนเปิดเว็บไซต์ Google Meet เพื่อทำการเรียนการสอน
- 2) ครูนำเข้าสู่บทเรียนโดยการถามคำถามดังนี้ เวลาเราไปที่ยวทะเล บริเวณชายหาดมักจะมีเศษขยะที่เกิดจากมนุษย์ นักเรียนพบเห็นขยะอะไรบ้าง จงยกตัวอย่างมาคนละ 1 ข้อ” ให้นักเรียนพิมพ์คำตอบในเว็บไซต์ Google Meet โดยพิมพ์ เลขที่ ชื่อนามสกุล และ คำตอบในช่อง comment ของเว็บไซต์ Google Meet แล้วสุ่มเรียก 5 คนให้ตอบคำถามโดยการเปิดไมค์แล้วพูดคำตอบของตนเอง แนวคำตอบ ถุงพลาสติก หลอด กระจง รongเท้า ไม้เสียบลูกชิ้น แก้วพลาสติก กล่องอาหารพลาสติก ขวดน้ำพลาสติก ขวดแก้ว ถ้วยพลาสติก
- 3) ครูนำเข้าสู่สถานการณ์ปัญหาโดยการเล่าเหตุการณ์ดังนี้ “แก้วใจไปที่ยวทะเล กับครอบครัว ระหว่างที่เดินอยู่บนชายหาด แก้วใจพบแก้วน้ำ กระบอกน้ำ และกรวยที่ถูกทิ้งไว้ และมีรูรั่ว แก้วใจจึงคิดว่า ถ้าเขานำไม้เสียบลูกชิ้นเสียบเข้าไปในรูฝั่งหนึ่งทะลุไปอีกฝั่งหนึ่งของขยะทั้งสามชนิด สิ่งที่เกิดขึ้นจะมีลักษณะอย่างไร” และเปิดรูปภาพในไฟล์ pdf ชื่อ ใบกิจกรรม 2

- 4) นักเรียนดาวน์โหลดไฟล์ pdf ชื่อ ใบกิจกรรม 2 ในเว็บไซต์ Google Classroom

ขั้นตอนการการเรียนรู้ด้วยตนเองของนักเรียน ใช้เวลาประมาณ(10 นาที)

- 1) นักเรียนแต่ละกลุ่มอ่านทำความเข้าใจโจทย์ในแต่ละข้อของใบกิจกรรม 2 เรื่อง ชยะบนชายฝั่ง (1) พร้อมตอบข้อคำถามของนักเรียนในกรณีที่มีข้อสงสัย เช่น
 - ชยะ 1 ขึ้น ใช้ไม้เสียบลูกชิ้นได้กี่อัน แนวคำตอบ 1 อัน
- 2) นักเรียนออกจากเว็บไซต์ Google Meet แล้วเข้าประชุมในแอปพลิเคชันไลน์ของแต่ละกลุ่ม
- 3) นักเรียนลงมือแก้ปัญหา และเขียนคำตอบลงในใบกิจกรรม
- 4) ครูสังเกตการทำใบกิจกรรมของนักเรียนแต่ละกลุ่มในแอปพลิเคชันไลน์ และกระตุ้นให้นักเรียนทำใบกิจกรรม โดยมีคำถามดังนี้
 - ถ้าเปรียบขอบของสิ่งของเป็นเส้นตรง จะสามารถสร้างส่วนของเส้นตรงได้อย่างไรบ้าง
 - มุมภายในอยู่ด้านในหรือด้านนอกของเส้นขนาน
- 5) นักเรียนส่งรูปผลงานใบกิจกรรม 2 ในเว็บไซต์ Google Classroom

ขั้นตอนการอภิปรายทั้งชั้นเรียนและการเปรียบเทียบ ใช้เวลา(15 นาที)

- 1) นักเรียนออกจากแอปพลิเคชันไลน์ แล้วเข้าเว็บไซต์ Google Meet
- 2) ครูสุ่มกลุ่มของนักเรียน 2 – 3 กลุ่ม นำเสนอผลงานในใบกิจกรรม
- 3) ครูสอบถามนักเรียนกลุ่มที่ไม่ได้นำเสนอดังนี้ นักเรียนกลุ่มไหนมีคำตอบที่แตกต่างจากกลุ่มที่นำเสนอใหม่ และให้นักเรียนนำเสนอคำตอบที่ต่างจากกลุ่มที่นำเสนอ
- 4) เมื่อนักเรียนทุกกลุ่มนำเสนอเสร็จแล้ว ครูและนักเรียนร่วมกันอภิปรายใบกิจกรรมโดยเชื่อมโยงข้อมูลคำตอบของนักเรียนแต่ละกลุ่ม
- 5) ครูส่งไฟล์ pdf ชื่อ เอกสารแนะแนวทาง 2 ไว้ใน เว็บไซต์ Google Classroom

- 6) นักเรียนดาวน์โหลดไฟล์ pdf ชื่อ เอกสารแนะแนวทาง 2 ในเว็บไซต์ Google Classroom
- 7) ครูและนักเรียนร่วมกันเติมคำตอบลงในเอกสารแนะแนวทางเกี่ยวกับมุมภายใน มุมภายนอก และมุมภายในบนข้างเดียวกันของเส้นตัด
- 8) ครูและนักเรียนร่วมกันทำตัวอย่างที่ 1 และ 2 ในเอกสารแนะแนวทาง เพื่อสำรวจขนาดของมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัดที่ตัดเส้นขนาน และเส้นตรงที่ไม่ขนานกัน และหาผลรวมของมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด
- 9) ครูและนักเรียนร่วมกันเชื่อมโยงสมบัติของเส้นขนานที่เกี่ยวกับมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด
- 10) เพื่อให้นักเรียนเข้าใจการนำสมบัติของเส้นขนานที่เกี่ยวกับมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด ครูอธิบายตัวอย่าง 3 – 6 และให้นักเรียนเติมข้อความลงในเอกสารแนะแนวทาง เรื่อง มุมภายใน และมุมภายนอก

ขั้นตอนการสรุปโดยการเชื่อมโยงแนวคิดของนักเรียนที่เกิดขึ้นในชั้นเรียน ใช้เวลา (10 นาที)

ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปเกี่ยวกับ มุมภายใน มุมภายนอก และมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด

- 1) นักเรียนดาวน์โหลดไฟล์ pdf ชื่อ ใบตรวจสอบความรู้ 2 ในเว็บไซต์ Google Classroom
- 2) นักเรียนทำใบตรวจสอบความรู้ 2 เพื่อทดสอบความรู้ที่นักเรียนได้รับหลังจากการทำใบกิจกรรม และส่งรูปผลงานใบตรวจสอบความรู้ในเว็บไซต์ Google Classroom ภายในคาบเรียน

5. การวัดและประเมินผลการเรียนรู้

เพื่อให้สอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้ การวัดและประเมินผลการเรียนรู้ในคาบนี้มีดังนี้

จุดประสงค์การเรียนรู้ที่ ต้องการวัดและประเมินผล	การวัดผล	การประเมินผล
<p>ด้านความรู้ทางคณิตศาสตร์ :</p> <p>1. บอกมุมภายใน มุมภายนอก และมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด เมื่อกำหนดให้เส้นตรงเส้นหนึ่งตัดเส้นตรงคู่หนึ่ง</p>	<p>วิธีวัดผล :</p> <p>พิจารณาความถูกต้องของ คำตอบของนักเรียนในใบ ตรวจสอบความรู้ เรื่อง มุม ภายใน และมุมภายนอก ข้อที่ 1</p> <p>เครื่องมือวัดผล :</p> <p>ใบตรวจสอบความรู้ เรื่อง มุม ภายใน และมุมภายนอก ข้อที่ 1</p>	<p>เกณฑ์การให้คะแนน :</p> <p>คะแนนเต็ม 8 คะแนน มีเกณฑ์ การให้คะแนนแต่ละข้อ ดังนี้ ถ้านักเรียนตอบได้ถูกต้องจะได้ คะแนน 1 คะแนน ถ้านักเรียนตอบไม่ถูกต้องจะได้ คะแนน 0 คะแนน</p> <p>เกณฑ์การประเมินผล :</p> <p>ถ้านักเรียนได้คะแนน 6 คะแนน ถือว่าผ่าน</p>
<p>2. ระบุได้ว่าเส้นตรงสองเส้นขนานกัน เมื่อกำหนดเส้นตรงสองเส้น เส้นตัดและมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด</p>	<p>วิธีวัดผล :</p> <p>พิจารณาความถูกต้องของ คำตอบของนักเรียนในใบ ตรวจสอบความรู้ เรื่อง มุมภายใน และมุมภายนอก ข้อที่ 2</p> <p>เครื่องมือวัดผล :</p> <p>ใบตรวจสอบความรู้ เรื่อง มุม ภายใน และมุมภายนอก ข้อที่ 2</p>	<p>เกณฑ์การให้คะแนน :</p> <p>คะแนนเต็ม 4 คะแนน มีเกณฑ์ การให้คะแนนแต่ละข้อ ดังนี้ ถ้านักเรียนตอบได้ถูกต้องจะได้ คะแนน 1 คะแนน ถ้านักเรียน ตอบไม่ถูกต้อง จะ ได้ คะแนน 0 คะแนน</p> <p>เกณฑ์การประเมินผล :</p> <p>ถ้านักเรียนได้คะแนน 2 คะแนน ถือว่าผ่าน</p>

จุดประสงค์การเรียนรู้ที่ต้องการวัดและประเมินผล	การวัดผล	การประเมินผล
<p>3. หาค่าของตัวแปรที่ต้องการทราบ เมื่อกำหนดมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัดของเส้นขนาน</p>	<p>วิธีวัดผล : พิจารณาความถูกต้องของคำตอบของนักเรียนในใบตรวจสอบความรู้ เรื่อง มุมภายใน และมุมภายนอก ข้อที่ 3</p> <p>เครื่องมือวัดผล : ใบตรวจสอบความรู้ เรื่อง มุมภายใน และมุมภายนอก ข้อที่ 3</p>	<p>เกณฑ์การให้คะแนน : คะแนนเต็ม 2 คะแนน มีเกณฑ์การให้คะแนน ดังนี้ ถ้านักเรียนตอบได้ถูกต้องทั้งหมดจะได้ คะแนน 2 คะแนน ถ้านักเรียนตอบได้ถูกต้องบางส่วนจะได้ คะแนน 1 คะแนน ถ้านักเรียน ตอบไม่ถูกต้องจะได้ คะแนน 0 คะแนน</p> <p>เกณฑ์การประเมินผล : ถ้านักเรียนได้คะแนน 1 คะแนน ถือว่าผ่าน</p>
<p>ด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์ :</p> <ol style="list-style-type: none"> มีส่วนร่วมในการทำกิจกรรมในชั้นเรียน มีความรับผิดชอบในการทำงานที่ได้รับมอบหมาย 	<p>วิธีวัดผล : พิจารณาพฤติกรรมหรือการแสดงออกของนักเรียนขณะตอบคำถามหรือทำงานที่ได้รับมอบหมาย โดยมีครูเป็นผู้สังเกตแล้วบันทึกในแบบสังเกตพฤติกรรมการทำงาน ของนักเรียน</p> <p>เครื่องมือวัดผล : แบบสังเกตพฤติกรรมการทำงาน ของนักเรียน</p>	<p>เกณฑ์การให้คะแนน : ในแต่ละข้อของแบบสังเกตพฤติกรรม ถ้านักเรียนแสดงออกให้เห็นอย่างเด่นชัดจะได้ คะแนน 2 คะแนน ถ้านักเรียนแสดงออกให้เห็นเพียงเล็กน้อยจะได้ คะแนน 1 คะแนน ถ้านักเรียนไม่แสดงออกเลย คะแนน 0 คะแนน</p> <p>เกณฑ์การประเมินผล : ถ้านักเรียนได้คะแนน 2 คะแนน ถือว่าผ่าน</p>

6. บันทึกหลังการจัดการเรียนรู้

6.1 ด้านนักเรียน

(คุณลักษณะอันพึงประสงค์ของนักเรียนที่พบทักษะและกระบวนการระบุนความรู้)

6.2 ด้านผู้สอน

(ระบุปัญหาหรือผลการจัดการเรียนรู้ข้อเสนอแนะสำหรับการจัดการเรียนรู้ครั้งต่อไป)

6.3 ด้านอื่นๆ (ถ้ามี)

ใบกิจกรรมที่ 2: ขยะบนชายหาด (1)

สถานการณ์ปัญหา แก้วใจไปเที่ยวทะเลกับครอบครัว ระหว่างที่เดินอยู่บนชายหาด แก้วใจพบแก้วน้ำ กระบอกน้ำ และกรวยที่ถูกทิ้งไว้ และมีรูรั่ว แก้วใจจึงคิดว่า ถ้าเขานำไม้เสียบลูกชิ้นเสียบเข้าไปในรูฝิ่งหนึ่งทะลุไปอีกฝิ่งหนึ่งของขยะทั้งสามชนิด สิ่งที่เกิดขึ้นจะมีลักษณะอย่างไร



คำสั่ง จงตอบคำถามต่อไปนี้ โดยใช้ข้อมูลจากรูปด้านบน

1. จากภาพด้านบน แก้วใจสามารถนำไม้เสียบลูกชิ้นเสียบชยะทั้งสามชนิดได้อย่างไรบ้าง จงวาดรูปแนวเส้นขอบของชยะทั้งสามชนิด และแนวไม้เสียบลูกชิ้น พร้อมระบุชื่อมุมทุกมุม และจุดทุกจุดที่เกิดขึ้น

ตอบ



2. จากรูปในคำตอบของข้อที่ 1 นักเรียนคิดว่าส่วนของเส้นตรงใดเป็นเส้นตัด และสร้างข้อคาดการณ์ความหมายของเส้นตัด

ตอบ

ข้อคาดการณ์ : เส้นตัด หมายถึง.....

3. จากคำตอบในข้อที่ 1 นักเรียนคิดว่า มุมใดบ้างเป็นมุมภายใน และมุมใดบ้างเป็นมุมภายนอก และจงวาดรูป และสรุปลักษณะของมุมภายในและมุมภายนอก

มุมภายใน	มุมภายนอก



จากรูปสามารถสรุปได้ว่า

.....

.....

.....

4. จากคำตอบในข้อที่ 1 นักเรียนคิดว่า มุมใดบ้างเป็นมุมภายในบนข้างเดียวกันของเส้นตัด

ตอบ

เส้นตัด	มุมภายในบนข้างเดียวกันของเส้นตัด	มุมภายนอกบนข้างเดียวกันของเส้นตัด

5. มุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด ในคำตอบของข้อที่ 4 คู่ใดบ้างมีผลรวมเป็น 180 องศา และระบุสิ่งของที่มีลักษณะดังกล่าว

ตอบ

6. จากการสังเกตรูปทั้งสามรูป และผลรวมของมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัดสามารถสรุปได้อย่างไร

ข้อสรุป :

7. จากลักษณะของขยะทั้งสามชนิดเส้นของแนวขอบของรูปใดบ้างที่มีลักษณะเป็นเส้นขนาน

ตอบ

8. ถ้าเส้นตรงสองเส้นขนานกันและมีเส้นตัดทำให้มุมภายในบนข้างเดียวกันของเส้นตัดเป็นอย่างไร

ตอบ

9. นักเรียนคิดว่า ถ้าเส้นตรงเส้นหนึ่งตัดเส้นตรงคู่หนึ่ง ทำให้ขนาดของมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัดรวมกันเท่ากับ 180 องศา แล้วเส้นตรงคู่นั้นจะมีลักษณะอย่างไร

ตอบ

แนวทางคำตอบ

ใบกิจกรรมที่ 2: ขยะบนชายหาด (1)

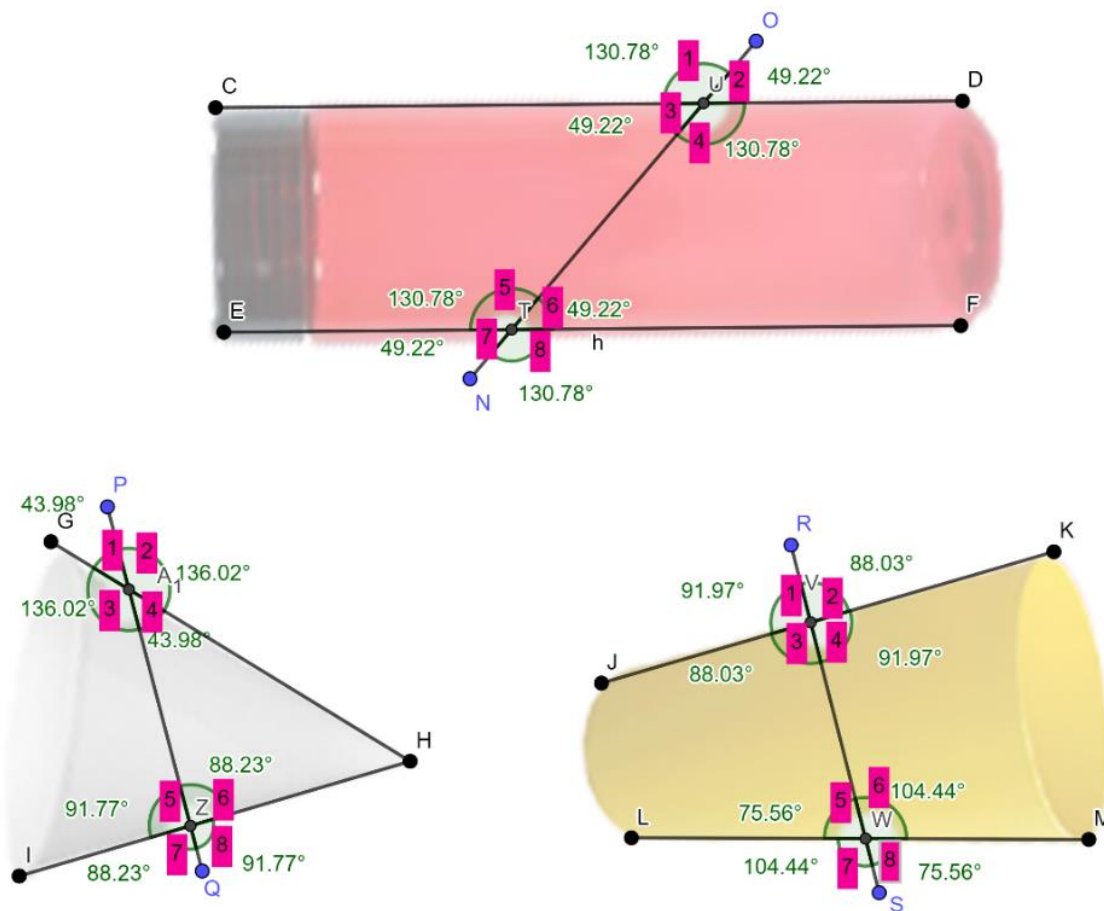
สถานการณ์ปัญหา แก้วใจไปเที่ยวทะเลกับครอบครัว ระหว่างที่เดินอยู่บนชายหาด แก้วใจพบแก้วน้ำ กระบอกน้ำ และกรวยที่ถูกทิ้งไว้ และมีรูรั่ว แก้วใจจึงคิดว่า ถ้าเขานำไม้เสียบลูกชิ้นเสียบเข้าไปในรูฝักหนึ่งทะลุไปอีกฝักหนึ่งของขยะทั้งสามชนิด สิ่งที่เกิดขึ้นจะมีลักษณะอย่างไร



คำสั่ง จงตอบคำถามต่อไปนี้ โดยใช้ข้อมูลจากรูปด้านบน

1. จากภาพด้านบน แก้วใจสามารถนำไม้เสียบลูกชิ้นเสียบขยะทั้งสามชนิดได้อย่างไรบ้าง จงวาดรูปแนวเส้นขอบของขยะทั้งสามชนิด และแนวไม้เสียบลูกชิ้น พร้อมระบุชื่อมุมทุกมุม และจุดทุกจุดที่เกิดขึ้น

ตอบ



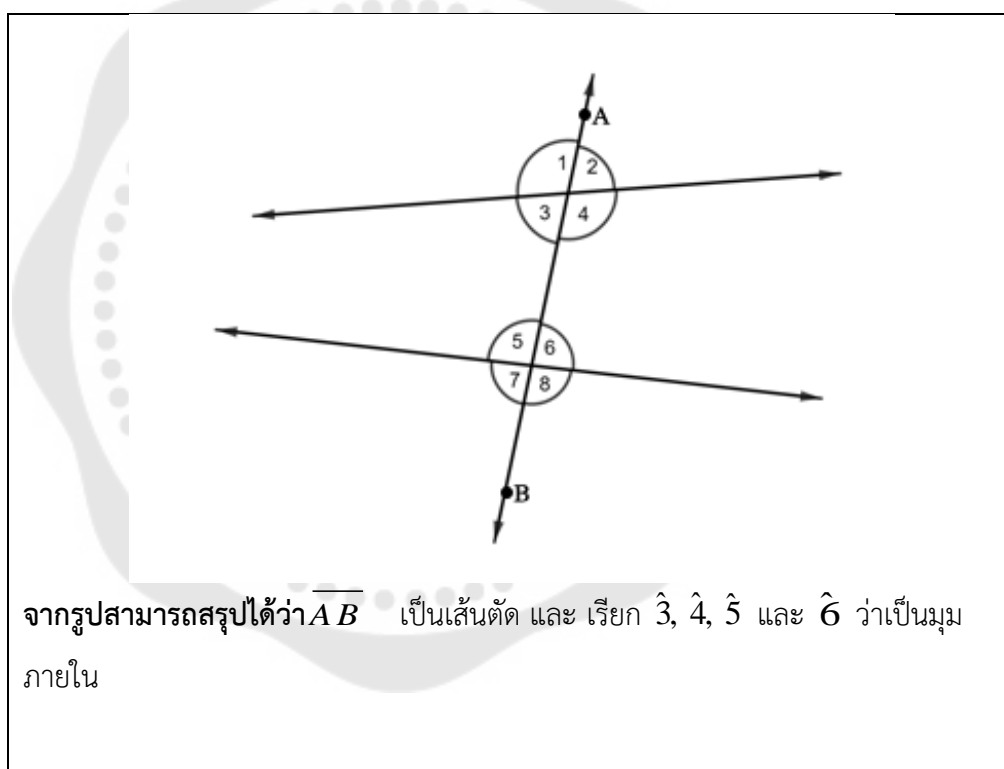
2. จากรูปในคำตอบของข้อที่ 1 นักเรียนคิดว่าส่วนของเส้นตรงใดเป็นเส้นตัด และสร้างข้อ
 คาดการณ์ความหมายของเส้นตัด

ตอบ \overline{ON} , \overline{PQ} และ \overline{RS}

ข้อคาดการณ์ : เส้นตัด หมายถึง เส้นตรงเส้นหนึ่งตัดเส้นตรงคู่หนึ่ง

3. จากคำตอบในข้อที่ 1 นักเรียนคิดว่า มุมใดบ้างเป็นมุมภายใน และมุมใดบ้างเป็น มุมภายนอก และจงวาดรูป และสรุปลักษณะของมุมภายในและมุมภายนอก

มุมภายใน	มุมภายนอก
$\hat{3}, \hat{4}, \hat{5}, \hat{6}$	$\hat{1}, \hat{2}, \hat{7}, \hat{8}$



4. จากคำตอบในข้อที่ 1 นักเรียนคิดว่า มุมใดบ้างเป็นมุมภายในบนข้างเดียวกันของเส้นตัด

ตอบ

เส้นตัด	มุมภายในบนข้างเดียวกันของเส้นตัด
<i>ON</i>	$\hat{3}, \hat{5}$ $\hat{4}, \hat{6}$
<i>PQ</i>	$\hat{3}, \hat{5}$ $\hat{4}, \hat{6}$
<i>RS</i>	$\hat{3}, \hat{5}$ $\hat{4}, \hat{6}$

5. มุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด ในคำตอบของข้อที่ 4 คู่ใดบ้างมีผลรวมเป็น 180 องศา และระบุสิ่งของที่มีลักษณะดังกล่าว

ตอบ รูปกระบอกน้ำ มีผลรวมของมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัดเท่ากับ 180 องศา นั่นคือ $\hat{3} + \hat{5} = 49.22^\circ + 130.78^\circ = 180^\circ$ และ $\hat{4} + \hat{6} = 130.78^\circ + 49.22^\circ = 180^\circ$

6. จากการสังเกตรูปทั้งสามรูป และผลรวมของมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด สามารถสรุปได้อย่างไร

ข้อสรุป :

สำหรับแก้วน้ำ ผลรวมขนาดของมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัดไม่เท่ากับ 180 องศา
 สำหรับกระบอกน้ำ ผลรวมขนาดของมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัดเท่ากับ 180 องศา
 สำหรับกรวย ผลรวมขนาดของมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัดไม่เท่ากับ 180 องศา

7. จากรูปทรงของขยะทั้งสามชนิดเส้นของแนวขอบของรูปใดบ้างที่มีลักษณะเป็นเส้นขนาน

ตอบ กระบอกน้ำ

8. ถ้าเส้นตรงสองเส้นขนานกันและมีเส้นตัดทำให้มุมภายในบนข้างเดียวกันของเส้นตัดเป็นอย่างไร

ตอบ มีผลรวมขนาดของมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัดเท่ากับ 180 องศา

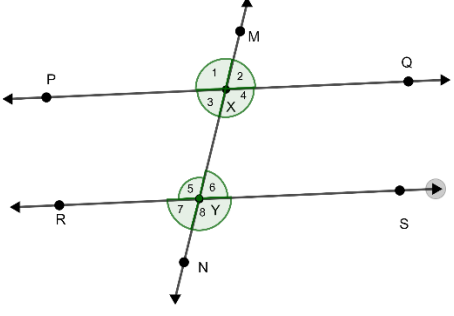
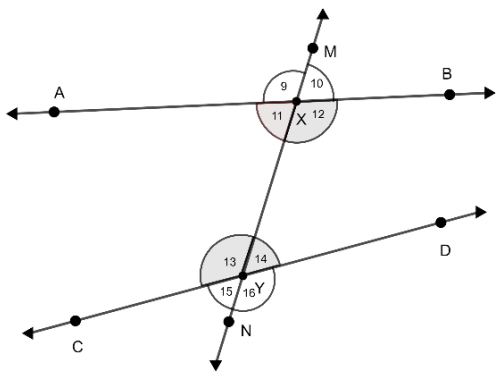
9. นักเรียนคิดว่า ถ้าเส้นตรงเส้นหนึ่งตัดเส้นตรงคู่หนึ่ง ทำให้ขนาดของมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัดรวมกันเท่ากับ 180 องศา แล้วเส้นตรงคู่นั้นจะมีลักษณะอย่างไร

ตอบ ขนานกัน

ใบตรวจสอบความรู้ 2 : มุมภายใน และมุมภายนอก

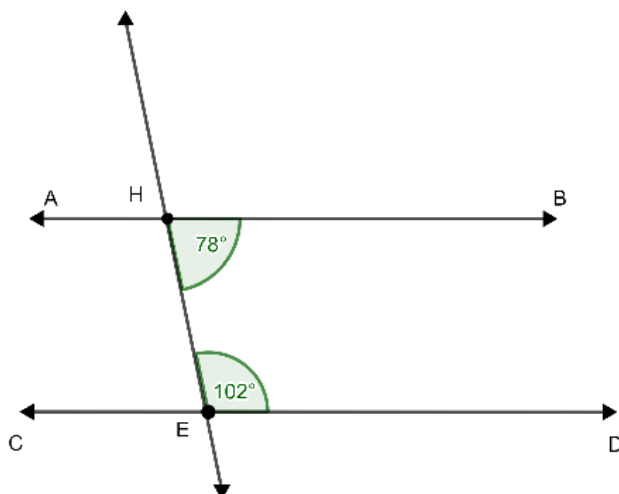
จงตอบคำถามต่อไปนี้

1) จากรูปที่กำหนดให้ในแต่ละข้อ จงระบุมุมภายใน มุมภายนอก และมุมภายในบนข้างเดียวกันของเส้นตัดลงในช่องว่าง

	
<p>..... เป็นมุมภายใน</p> <p>..... เป็นมุมภายนอก</p> <p>..... เป็นมุมภายในที่อยู่บนด้านเดียวกันของเส้นตัด</p> <p>..... เป็นมุมภายในที่อยู่บนด้านเดียวกันของเส้นตัด</p>	<p>..... เป็นมุมภายใน</p> <p>..... เป็นมุมภายนอก</p> <p>..... เป็นมุมภายในที่อยู่บนด้านเดียวกันของเส้นตัด</p> <p>..... เป็นมุมภายในที่อยู่บนด้านเดียวกันของเส้นตัด</p>

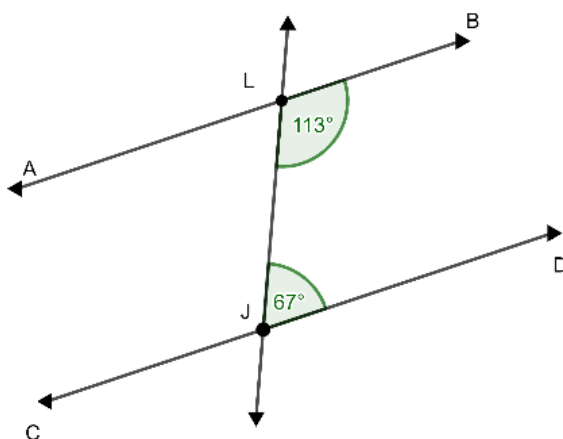
2) จากรูปเส้นตรงคู่ที่กำหนดให้ในแต่ละข้อ และมุมภายในบนข้างเดียวกันของเส้นตัด จงพิจารณาว่าเส้นตรงคู่นั้นขนานกันหรือไม่ เพราะเหตุใด

2.1)



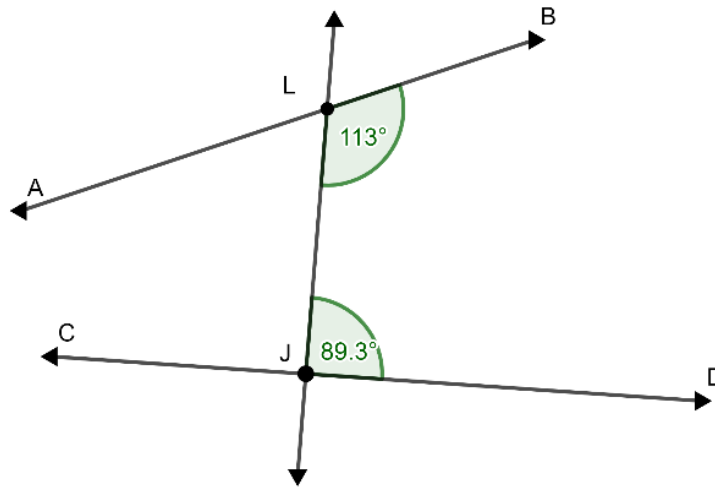
.....เพราะ.....

2.2)

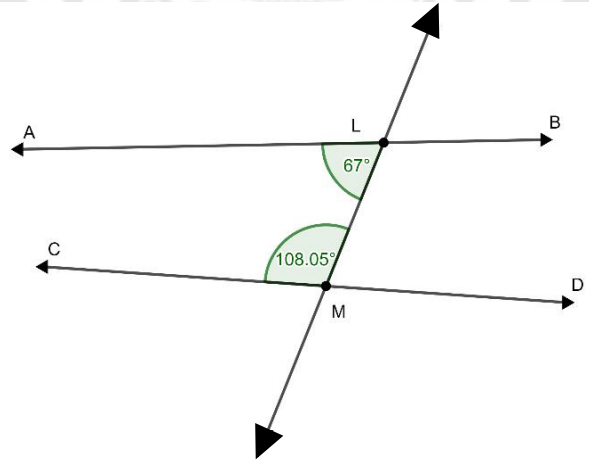


.....เพราะ.....

2.3)

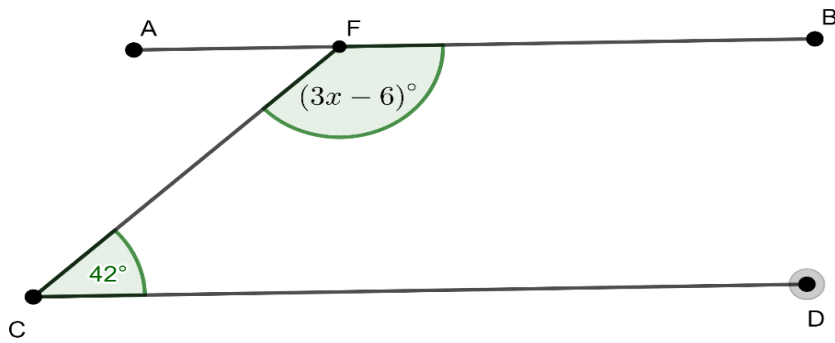


2.4)



.....โพธิ์.....

3) จากรูป กำหนดให้ \overline{AB} และ \overline{CD} ขนานกัน จงหาค่า x



วิธีทำ

.....

.....

.....

.....

.....

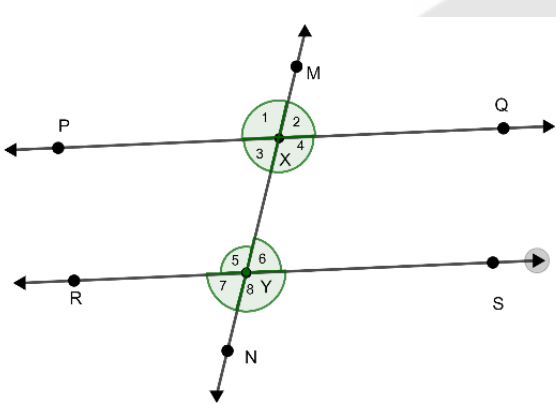
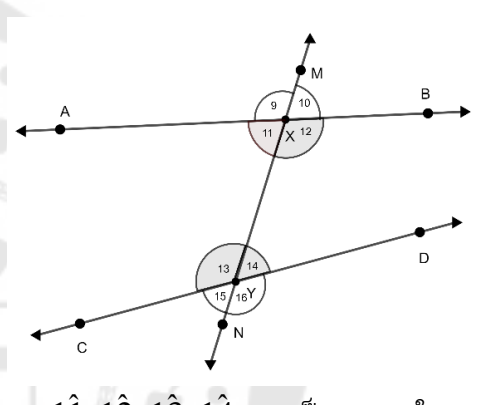
ตอบ.....

แนวทางคำตอบ

ใบตรวจสอบความรู้ 2 : มุมภายใน และมุมภายนอก

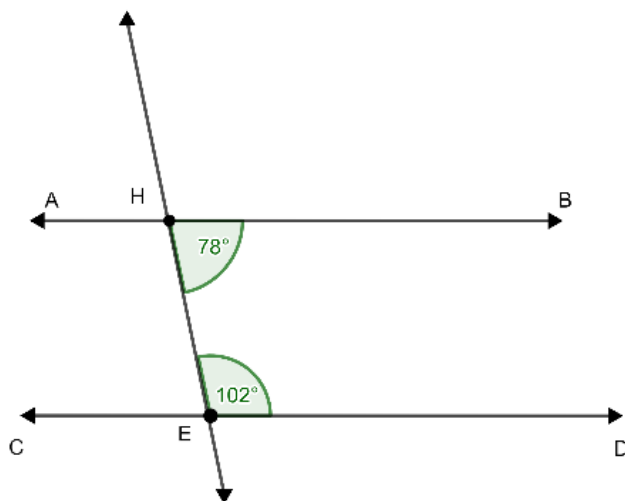
จงตอบคำถามต่อไปนี้

1) จากรูปที่กำหนดให้ในแต่ละข้อ จงระบุมุมภายใน มุมภายนอก และมุมภายในบนข้างเดียวกันของเส้นตัดลงในช่องว่าง

	
<p>..... 3, 4, 5, 6 เป็นมุมภายใน</p> <p>..... 1, 2, 7, 8 เป็นมุมภายนอก</p> <p>... 3, 5 เป็นมุมภายในที่อยู่บนด้านเดียวกันของเส้นตัด</p> <p>... 4, 6 ... เป็นมุมภายในที่อยู่บนด้านเดียวกันของเส้นตัด</p>	<p>..... 11, 12, 13, 14 เป็นมุมภายใน</p> <p>..... 9, 10, 15, 16 เป็นมุมภายนอก</p> <p>... 11, 13 .. เป็นมุมภายในที่อยู่บนด้านเดียวกันของเส้นตัด</p> <p>... 12, 14 ... เป็นมุมภายในที่อยู่บนด้านเดียวกันของเส้นตัด</p>

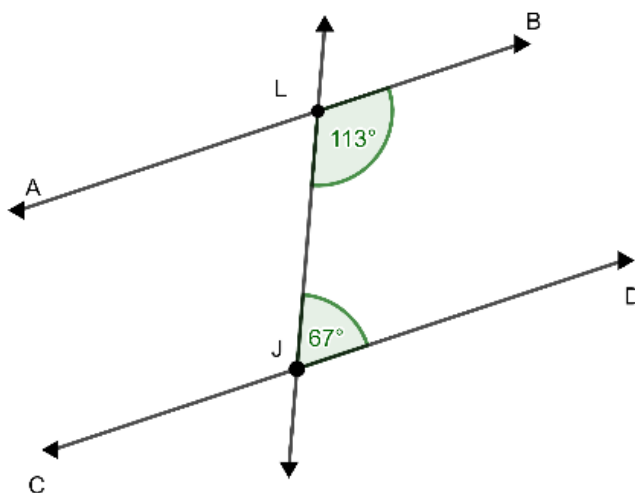
2) จากรูปเส้นตรงคู่ที่กำหนดให้ในแต่ละข้อ และมุมภายในบนข้างเดียวกันของเส้นตัด จงพิจารณาว่าเส้นตรงคู่นั้นขนานกันหรือไม่ เพราะเหตุใด

2.1)



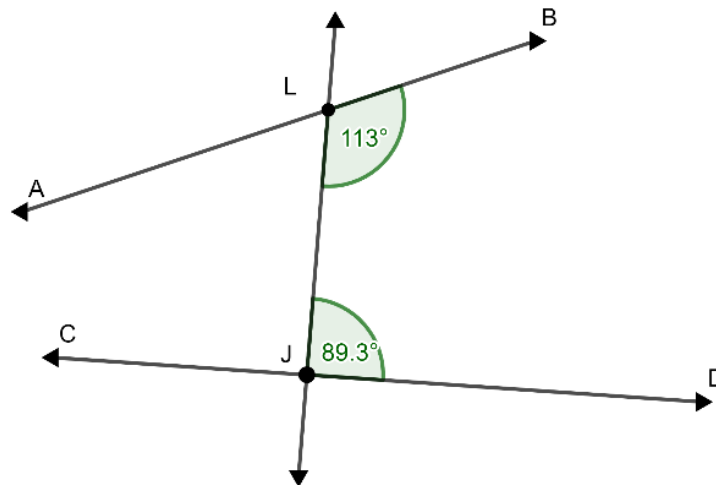
.....ขนานกันเพราะขนาดมุมภายในรวมกันได้ 180 องศา.....

2.2)



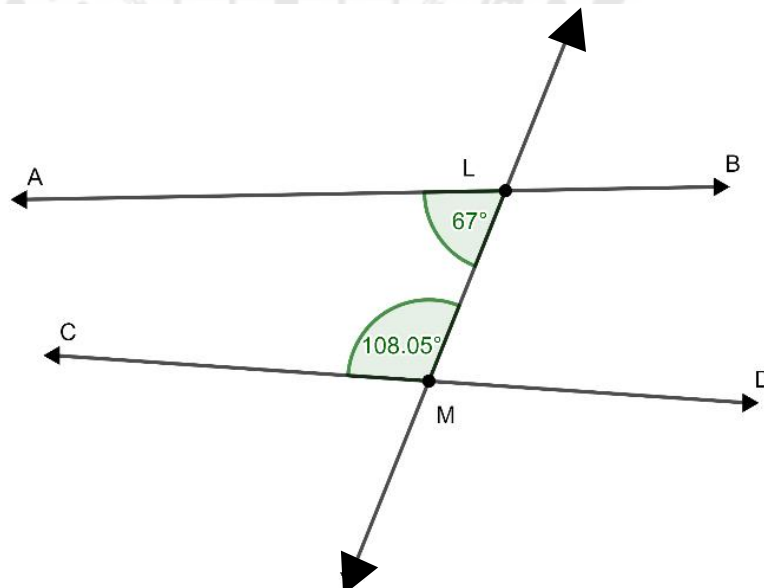
.....ขนานกันเพราะขนาดมุมภายในรวมกันได้ 180 องศา.....

2.3)



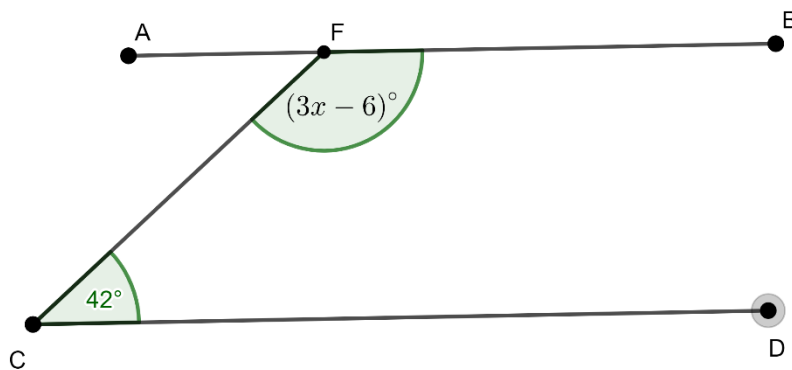
.....ไม่ขนานกันเพราะ ...ขนาดมุมภายในรวมกันไม่เท่ากับ 180 องศา.....

2.4)



.....ไม่ขนานกันเพราะขนาดมุมภายในรวมกันไม่เท่ากับ 180 องศา.....

3) จากรูป กำหนดให้ \overline{AB} และ \overline{CD} ขนานกัน จงหาค่า x



วิธีทำ เนื่องจาก $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$ จะได้ $(3x - 6) + 42 = 180$ (ขนาดของมุมภายในที่อยู่
บนข้างเดียวกันของเส้นตัดที่ตัดเส้นขนานรวมกันเท่ากับ 180 องศา)

$$3x + 36 = 180$$

$$3x = 144$$

ดังนั้น

$$x = 46$$

ตอบ

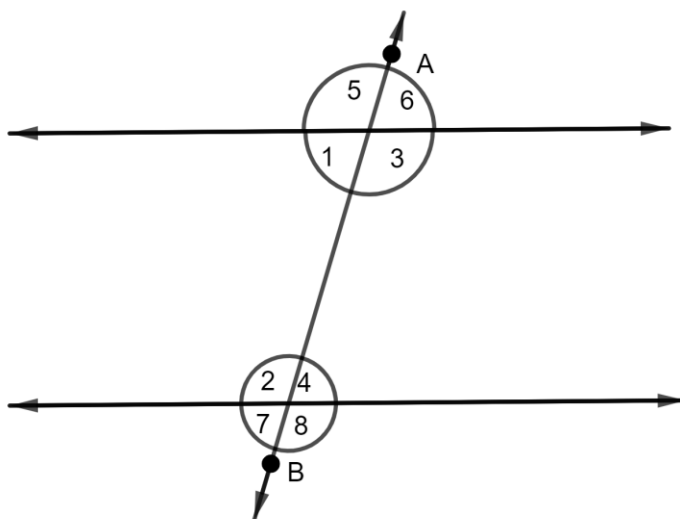
46

เอกสารถ่ายแนวทวง 2 : มุมภายใน และมุมภายนอก

ในการตรวจสอบว่าเส้นตรงคู่ใดขนานกันหรือไม่ นอกจากการใช้บทนิยามของเส้นขนาน โดยตรงและการพิจารณาระยะห่างระหว่างเส้นตรงสองเส้นแล้ว ยังมีวิธีการอื่น ๆ อีกที่จะตรวจสอบ โดยพิจารณาจากขนาดของมุมภายใน (interior angle) มุมแย้ง (alternate angles) หรือ มุมภายนอก (exterior angle) มุมเหล่านี้เป็นมุมที่เกิดจากเส้นตรงเส้นหนึ่งมาตัดเส้นตรงคู่หนึ่ง เรียกว่าเส้นตรงดังกล่าวว่า เส้นตัดขวาง (transversal) ซึ่งในที่นี้จะเรียกสั้น ๆ ว่า เส้นตัด

มุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด

พิจารณารูปต่อไปนี้



จากรูป เรียกว่า \overleftrightarrow{AB} เส้นตัด AB

เรียก และ ว่าเป็นมุมภายใน

เรียก และ ว่าเป็นมุมภายนอก

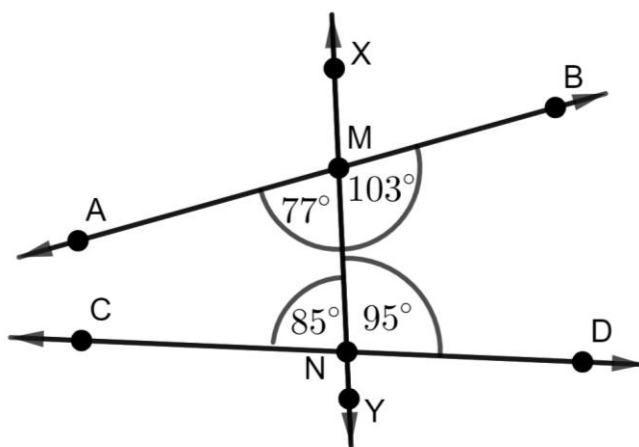
เรียก และ ว่า มุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด AB และ

เรียก และ ว่า มุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด AB ด้วยใน

การเขียนรูปเส้นตัด AB อาจใช้ \overleftrightarrow{AB} หรือ \overleftrightarrow{AB} แทน \overleftrightarrow{AB} ก็ได้

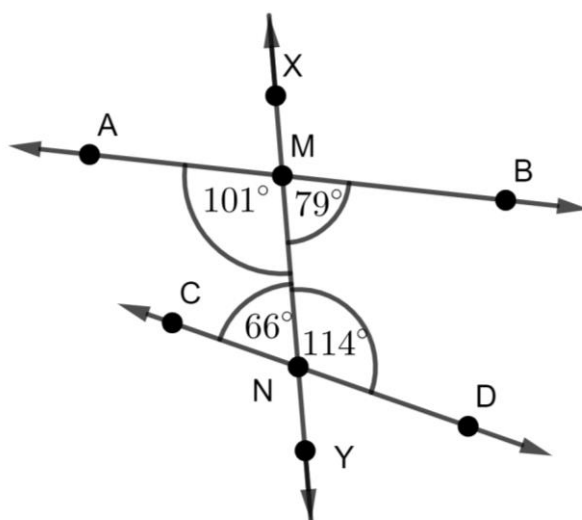
ตัวอย่าง 1 ในแต่ละข้อกำหนดให้ \overleftrightarrow{AB} และ \overleftrightarrow{CD} ไม่ขนานกัน ให้นักเรียนเขียนเส้นตัด XY ตัด \overleftrightarrow{AB} และ \overleftrightarrow{CD} โดยให้จุด M และจุด N เป็นจุดตัดบน \overleftrightarrow{AB} และ \overleftrightarrow{CD} ตามลำดับ จากนั้นให้ระบุ ว่า มุมคู่ใดบ้างที่เป็นมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด XY พร้อมทั้งวัดขนาดของมุมเหล่านั้น แล้วเติมลงในตารางให้สมบูรณ์

1.1)



คู่อันดับ	ชื่อมุม	ขนาดของมุม	ผลรวมของขนาดของมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด XY
1			
2			

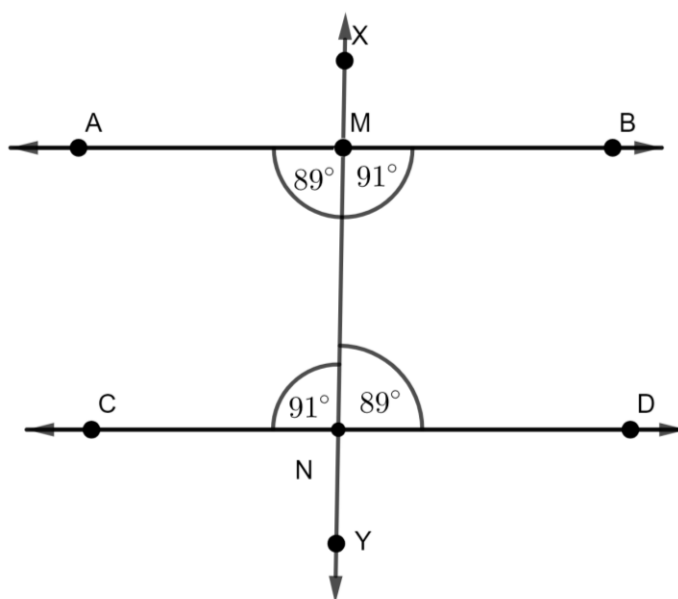
1.2)



คู่อันดับ	ชื่อมุม	ขนาดของมุม	ผลรวมของขนาดของมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด XY
1			
2			

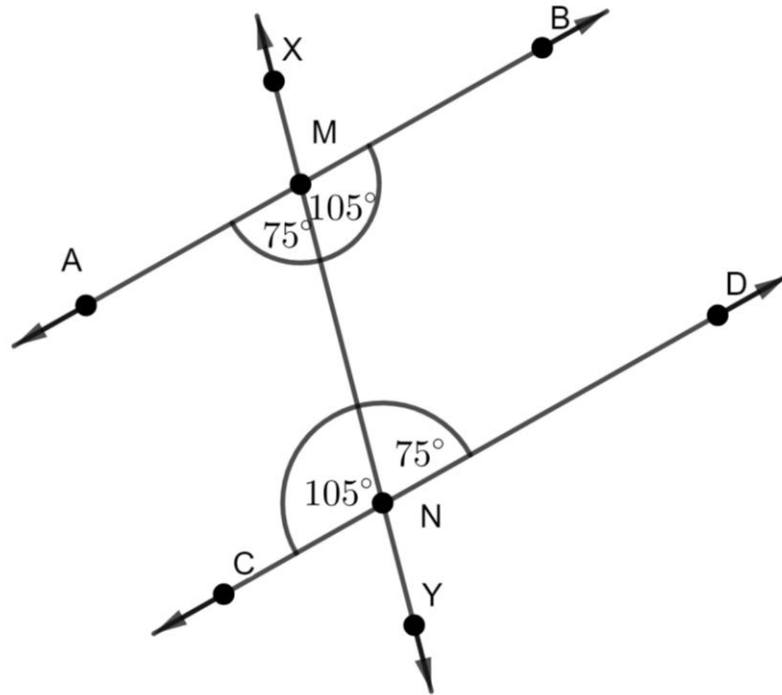
ตัวอย่าง 2 ในแต่ละข้อกำหนดให้ \overrightarrow{AB} และ \overrightarrow{CD} ขนานกัน ให้นักเรียนเขียนเส้นตัด XY ตัด \overrightarrow{AB} และ \overrightarrow{CD} โดยให้จุด M และจุด N เป็นจุดตัดบน \overrightarrow{AB} และ \overrightarrow{CD} ตามลำดับ จากนั้นให้ระบุว่ามุมคู่ใดบ้างที่เป็นมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด XY พร้อมทั้งวัดขนาดของมุมเหล่านั้น แล้วเติมลงในตารางให้สมบูรณ์

2.1)



คู่อันดับ	ชื่อมุม	ขนาดของมุม	ผลรวมของขนาดของมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด XY
1			
2			

2.2)



คู่ที่	ชื่อมุม	ขนาดของมุม	ผลรวมของขนาดของมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด XY
1			
2			

ข้อความคาดการณ์ที่ได้ในตัวอย่าง สอดคล้องกับสมบัติของเส้นขนาน ดังนี้

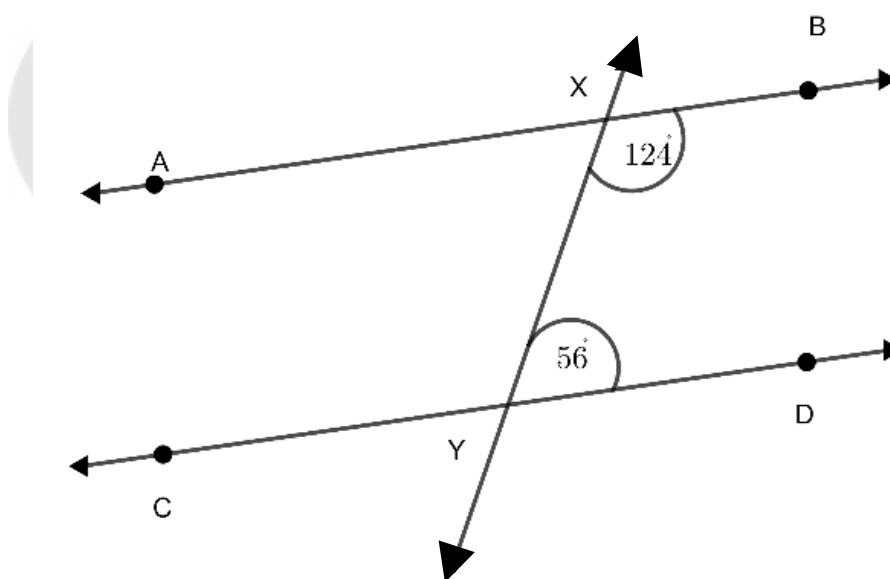
- 1) ถ้าเส้นตรงสองเส้นขนานกันและมีเส้นตัด แล้วขนาดของมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัดรวมกันเท่ากับ 180 องศา
- 2) ถ้าเส้นตรงเส้นหนึ่งตัดเส้นตรงคู่หนึ่ง ทำให้ขนาดของมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัดรวมกันเท่ากับ 180 องศา แล้วเส้นตรงคู่นั้นขนานกัน

สมบัติข้อ 1 และข้อ 2 นี้ เมื่อนำมาเขียนใหม่โดยใช้ จะได้ดังนี้ก็ต่อเมื่อ

เมื่อเส้นตรงเส้นหนึ่งตัดเส้นตรงคู่หนึ่ง เส้นตรงคู่นั้นขนานกัน ก็ต่อเมื่อ ขนาดของมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัดรวมกันเท่ากับ 180 องศา

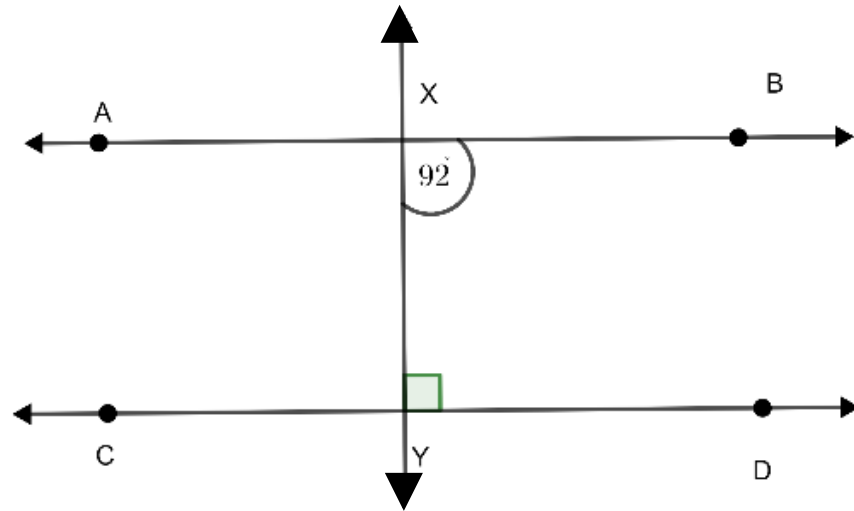
ตัวอย่างที่ 3 \overleftrightarrow{AB} และ \overleftrightarrow{CD} ในแต่ละข้อขนานกันหรือไม่ เพราะเหตุใด

3.1)



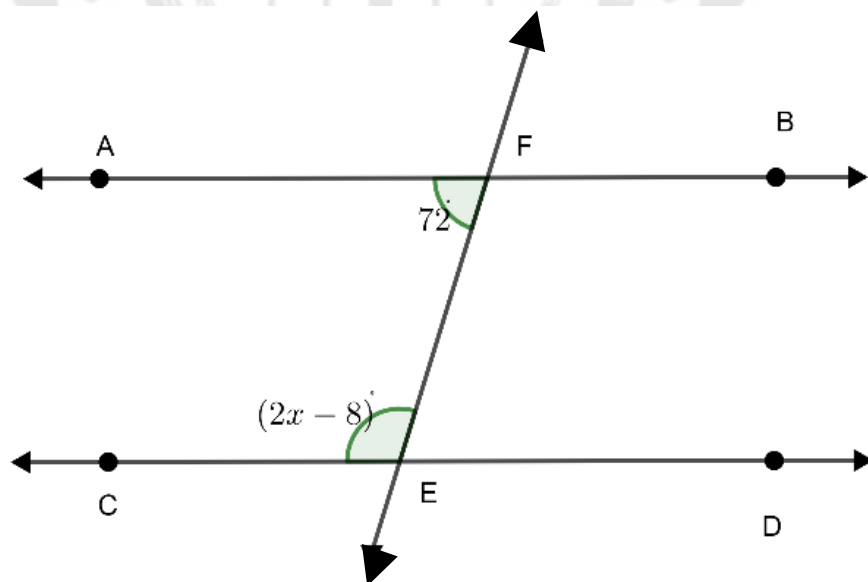
..... เพราะว่า

3.2)



..... เพราะว่า

ตัวอย่างที่ 4 กำหนดให้ $\overrightarrow{AB} \parallel \overrightarrow{CD}$ จงหาค่าของ x



วิธีทำ เนื่องจาก $\overrightarrow{AB} // \overrightarrow{CD}$

จะได้

.....

.....

.....

.....

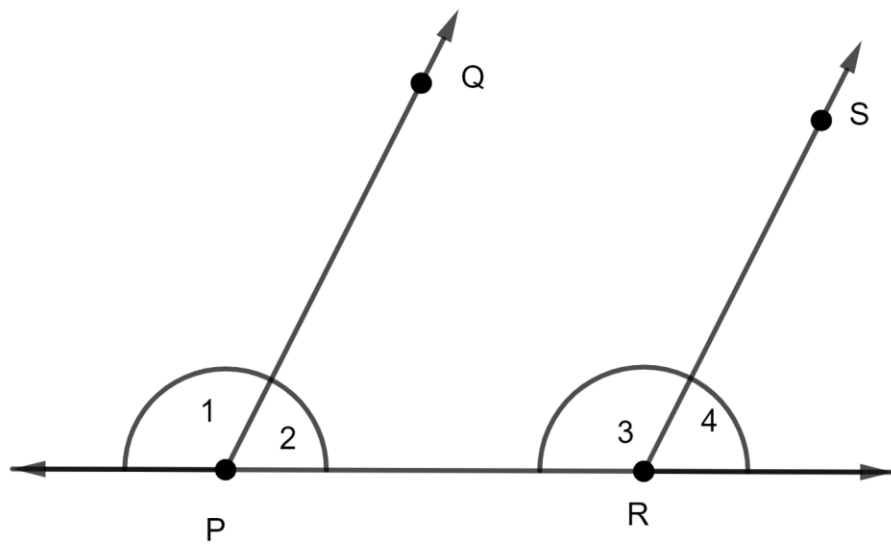
ดังนั้น

.....

ตอบ

.....

ตัวอย่างที่ 5 จากรูป กำหนดให้ $\overrightarrow{PQ} // \overrightarrow{RS}$ และมี \overrightarrow{PR} เป็นเส้นตัด จงพิสูจน์ว่า $\hat{1} = \hat{3}$



กำหนดให้ $\overrightarrow{PQ} // \overrightarrow{RS}$ และมี \overrightarrow{PR} เป็นเส้นตัด

ต้องการพิสูจน์ว่า $\hat{1} = \hat{3}$

พิสูจน์ $\overrightarrow{PQ} // \overrightarrow{RS}$ และมี \overrightarrow{PR} เป็นเส้นตัด (กำหนดให้)

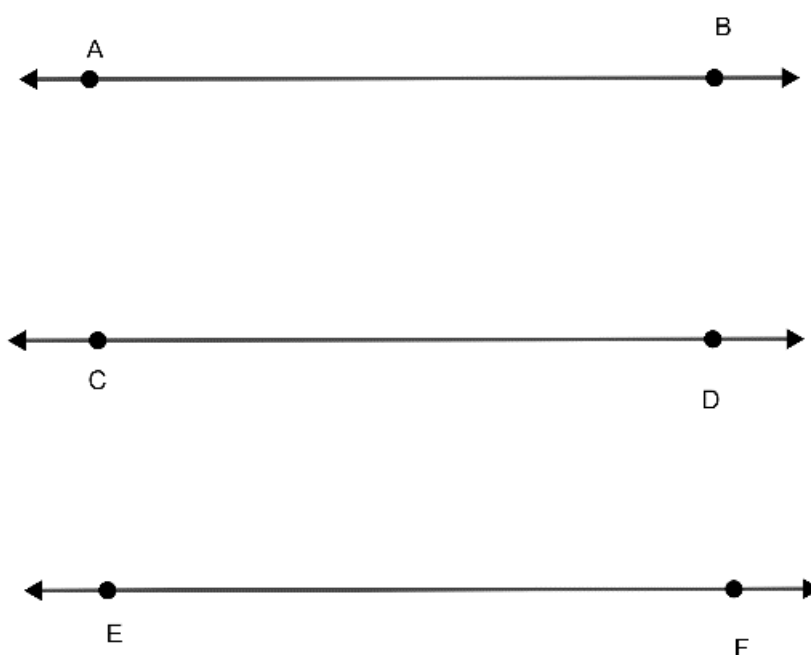
.....

.....

จะได้

ดังนั้น

ตัวอย่างที่ 6 กำหนดให้ $\overleftrightarrow{AB} // \overleftrightarrow{CD}$ และ $\overleftrightarrow{CD} // \overleftrightarrow{EF}$ ดังรูป จงพิสูจน์ว่า $\overleftrightarrow{AB} // \overleftrightarrow{EF}$



กำหนดให้

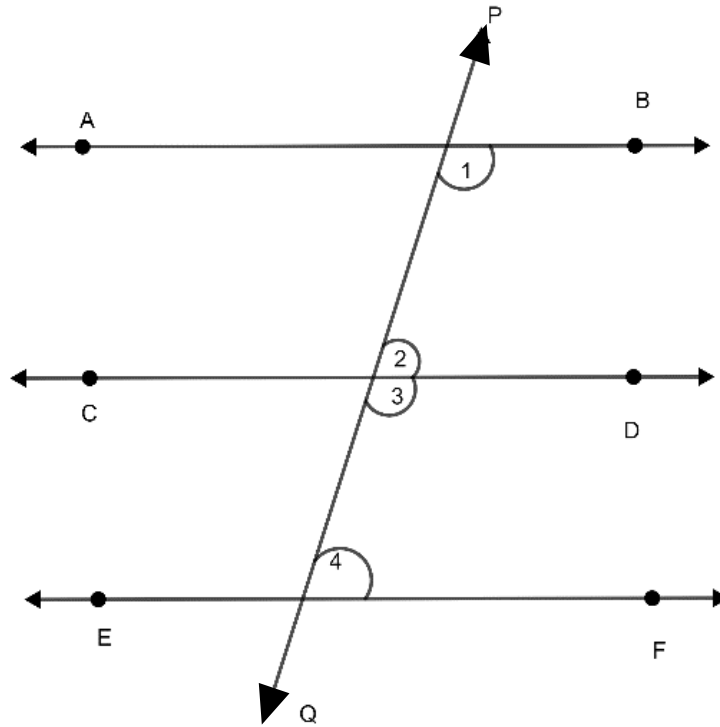
$$\overleftrightarrow{AB} // \overleftrightarrow{CD} \text{ และ } \overleftrightarrow{CD} // \overleftrightarrow{EF}$$

ต้องการพิสูจน์ว่า

$$\overleftrightarrow{AB} // \overleftrightarrow{EF}$$

พิสูจน์

ลาก \overleftrightarrow{PQ} ให้ตัด \overleftrightarrow{AB} , \overleftrightarrow{CD} , \overleftrightarrow{EF} และให้ $\hat{1}$, $\hat{2}$, $\hat{3}$ และ $\hat{4}$ เป็นดังรูป



$\overleftrightarrow{AB} \parallel \overleftrightarrow{CD}$ และมี \overleftrightarrow{PQ} เป็นเส้นตัด (กำหนดให้และจากการสร้าง)
 (ขนาดของมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด
 ที่ตัดเส้นขนานรวมกันเท่ากับ)
 $\overleftrightarrow{CD} \parallel \overleftrightarrow{EF}$ และมี \overleftrightarrow{PQ} เป็นเส้นตัด (กำหนดให้และจากการสร้าง)
 (ขนาดของมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด
 ที่ตัดเส้นขนานรวมกันเท่ากับ)
 (สมบัติของการเท่ากัน)
 เนื่องจาก (ขนาดของมุมตรง)
 จะได้ (สมบัติของการเท่ากัน)

ดังนั้น $\overleftrightarrow{AB} \parallel \overleftrightarrow{EF}$ ถ้าเส้นตรงเส้นหนึ่งตัดเส้นตรงคู่หนึ่งทำให้ขนาดของมุม ภายในที่อยู่บน
ข้างเดียวกันของเส้นตัดรวมกันเท่ากับแล้วเส้นตรงคู่ขนานกันจากตัวอย่างที่ 6 จะเห็นว่า
ถ้า..... และ แล้ว จึงกล่าวได้ว่า การขนานกันของเส้นตรง
มีสมบัติถ่ายทอด



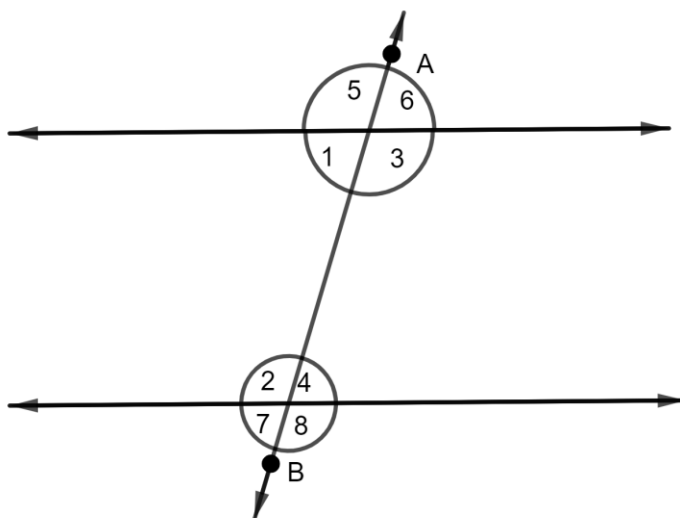
แนวทางคำตอบ

เอกสารแนวแนวทาง 2 : มุมภายใน และมุมภายนอก

ในการตรวจสอบว่าเส้นตรงคู่ใดขนานกันหรือไม่ นอกจากการใช้ทฤษฎีบทของเส้นขนาน โดยตรงและการพิจารณาระยะห่างระหว่างเส้นตรงสองเส้นแล้ว ยังมีวิธีการอื่น ๆ อีกที่จะตรวจสอบ โดยพิจารณาจากขนาดของมุมภายใน (interior angle) มุมแย้ง (alternate angles) หรือ มุมภายนอก (exterior angle) มุมเหล่านี้เป็นมุมที่เกิดจากเส้นตรงเส้นหนึ่งมาตัดเส้นตรงคู่หนึ่ง เรียกเส้นตรงดังกล่าวว่า เส้นตัดขวาง (transversal) ซึ่งในที่นี้จะเรียกสั้น ๆ ว่า เส้นตัด

มุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด

พิจารณารูปต่อไปนี้



จากรูป เรียกว่า \overline{AB} เส้นตัด AB

เรียก 1, 2, 3 และ 4 ว่าเป็นมุมภายใน

เรียก 5, 6, 7 และ 8 ว่าเป็นมุมภายนอก

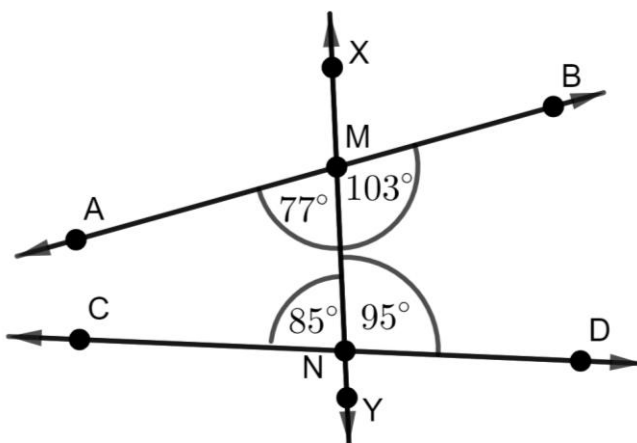
เรียก 1 และ 2 ว่าเป็นมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด AB และ

เรียก 3 และ 4 ว่าเป็นมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด AB ด้วย

ในการเขียนรูปเส้นตัด AB อาจใช้ \overrightarrow{AB} หรือ \overleftarrow{AB} แทน \overleftrightarrow{AB} ก็ได้

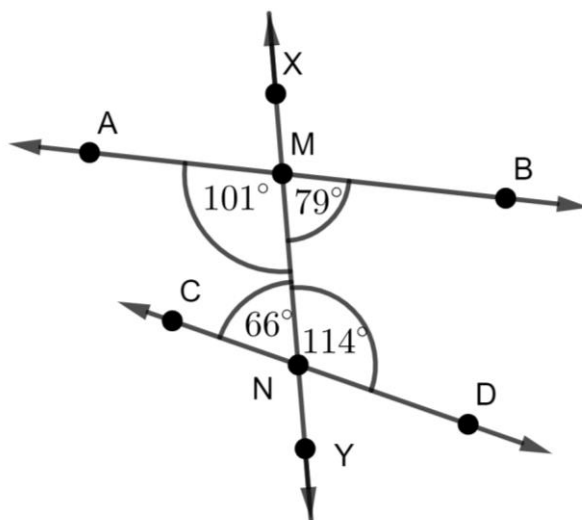
ตัวอย่าง 1 ในแต่ละข้อกำหนดให้ \overleftrightarrow{AB} และ \overleftrightarrow{CD} ไม่ขนานกัน ที่มีเส้นตัด XY ตัด \overleftrightarrow{AB} และ \overleftrightarrow{CD} โดยให้จุด M และจุด N เป็นจุดตัดบน \overleftrightarrow{AB} และ \overleftrightarrow{CD} ตามลำดับ จากนั้นให้ระบุว่า มุมคู่ใดบ้างที่เป็นมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด XY พร้อมทั้งวัดขนาดของมุมเหล่านั้น แล้วเติมลงในตารางให้สมบูรณ์

1.1)



คู่อันดับ	ชื่อมุม	ขนาดของมุม (องศา)	ผลรวมของขนาดของมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด XY (องศา)
1	\widehat{AMN}	77	162
	\widehat{CNM}	85	
2	\widehat{BMN}	103	198
	\widehat{MND}	95	

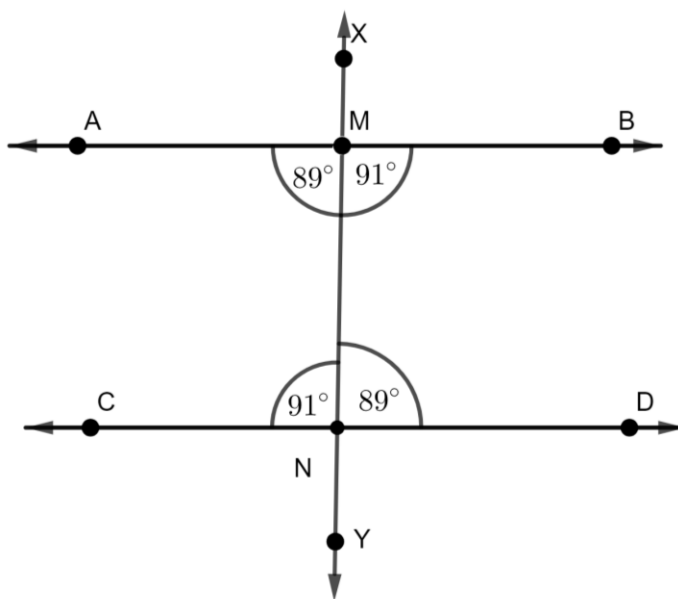
1.2)



คูี่	ชื่อมุม	ขนาดของมุม (องศา)	ผลรวมของขนาดของมุมภายในที่ อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด XY (องศา)
1	\widehat{AMN}	101	167
	\widehat{CNM}	66	
2	\widehat{BMN}	79	193
	\widehat{MND}	114	

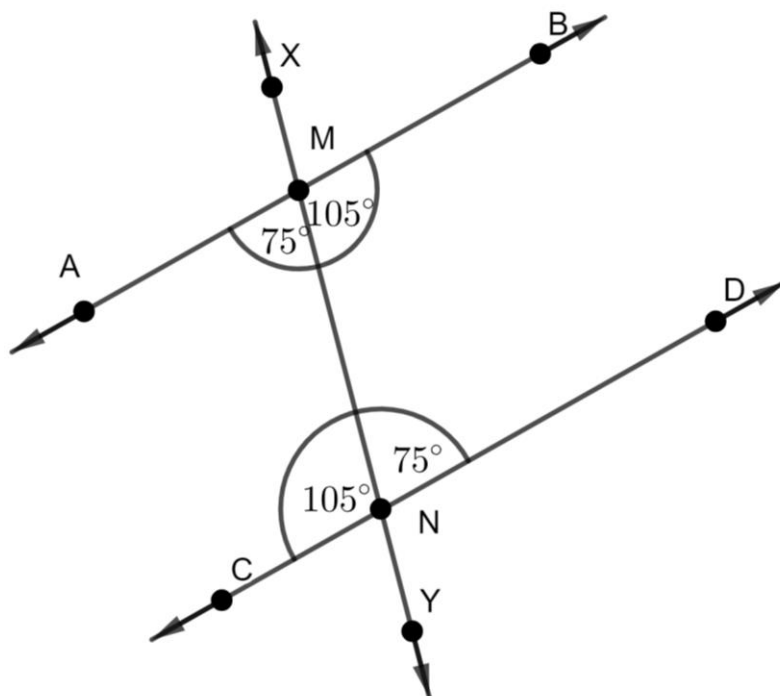
ตัวอย่าง 2 ในแต่ละข้อกำหนดให้ \overrightarrow{AB} และ \overrightarrow{CD} ขนานกัน ที่มีเส้นตัด XY ตัด \overrightarrow{AB} และ \overrightarrow{CD} โดยให้จุด M และจุด N เป็นจุดตัดบน \overrightarrow{AB} และ \overrightarrow{CD} ตามลำดับ จากนั้นให้ระบุว่า มุมคู่ใดบ้างที่เป็นมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด XY พร้อมทั้งวัดขนาดของมุมเหล่านั้นแล้วเติมลงในตารางให้สมบูรณ์

2.1)



คู่อันดับ	ชื่อมุม	ขนาดของมุม	ผลรวมของขนาดของมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด XY
1	\widehat{AMN}	89	180
	\widehat{CNM}	91	
2	\widehat{BMN}	91	180
	\widehat{MND}	89	

2.2)



คู่อันดับ	ชื่อมุม	ขนาดของมุม	ผลรวมของขนาดของมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด XY
1	\widehat{AMN}	75	180
	\widehat{CMB}	105	
2	\widehat{CND}	75	180
	\widehat{MND}	105	

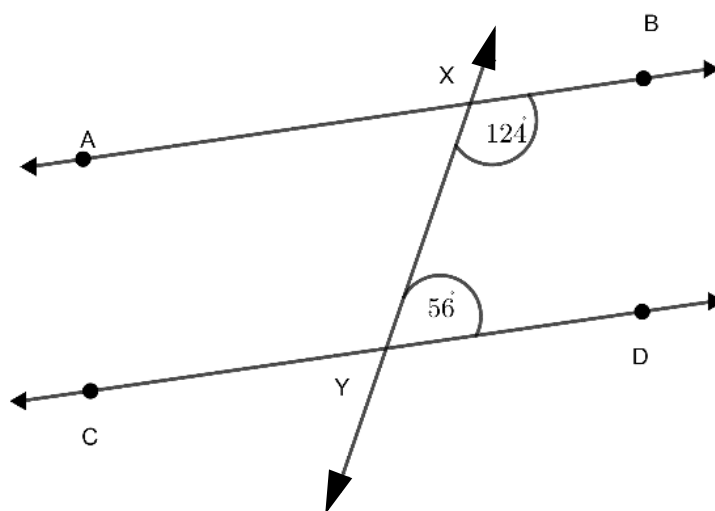
ข้อความคาดการณ์ที่ได้ในตัวอย่าง สอดคล้องกับสมบัติของเส้นขนาน ดังนี้

- 1) ถ้าเส้นตรงสองเส้นขนานกันและมีเส้นตัด แล้วขนาดของมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัดรวมกันเท่ากับ 180 องศา
- 2) ถ้าเส้นตรงเส้นหนึ่งตัดเส้นตรงคู่หนึ่ง ทำให้ขนาดของมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัดรวมกันเท่ากับ 180 องศา แล้วเส้นตรงคู่นั้นขนานกัน

สมบัติข้อ 1 และข้อ 2 นี้ เมื่อนำมาเขียนใหม่โดยใช้ จะได้ดังนี้ก็ต่อเมื่อเมื่อเส้นตรงเส้นหนึ่งตัดเส้นตรงคู่หนึ่ง เส้นตรงคู่นั้นขนานกัน ก็ต่อเมื่อ ขนาดของมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัดรวมกันเท่ากับ 180 องศา

ตัวอย่างที่ 3 \overleftrightarrow{AB} และ \overleftrightarrow{CD} ในแต่ละข้อขนานกันหรือไม่ เพราะเหตุใด

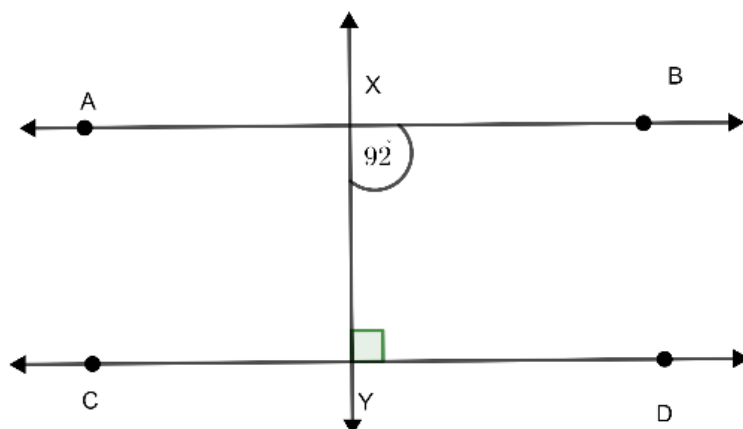
3.1)



$\overleftrightarrow{AB} \parallel \overleftrightarrow{CD}$ เพราะว่า ขนาดของมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัดรวมกันเท่ากับ

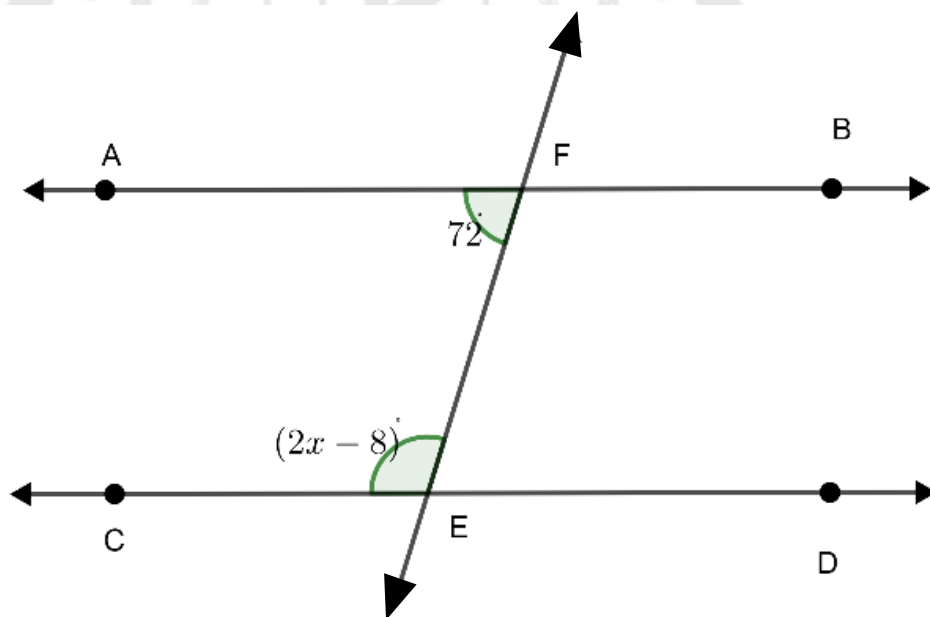
$$124 + 56 = 180 \text{ องศา}$$

3.2)



\overrightarrow{AB} และ \overrightarrow{CD} ไม่ขนานกัน เพราะว่า ขนาดของมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัดรวมกันเท่ากับ $92 + 90 = 182$ องศา ซึ่งไม่เท่ากับ 180 องศาของเส้นตัดรวมกันเท่ากับ $92 + 90 = 182$ องศา ซึ่งไม่เท่ากับ 180 องศา

ตัวอย่างที่ 4 กำหนดให้ $\overrightarrow{AB} \parallel \overrightarrow{CD}$ จงหาค่าของ x



วิธีทำ เนื่องจาก $\overrightarrow{AB} \parallel \overrightarrow{CD}$ จะได้ $(2x - 8) + 72 = 180$ ขนาดของมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัดที่ตัดขนานรวมกันเท่ากับ 180 องศา

$$\begin{aligned} 2x + 64 &= 180 \\ 2x &= 116 \end{aligned}$$

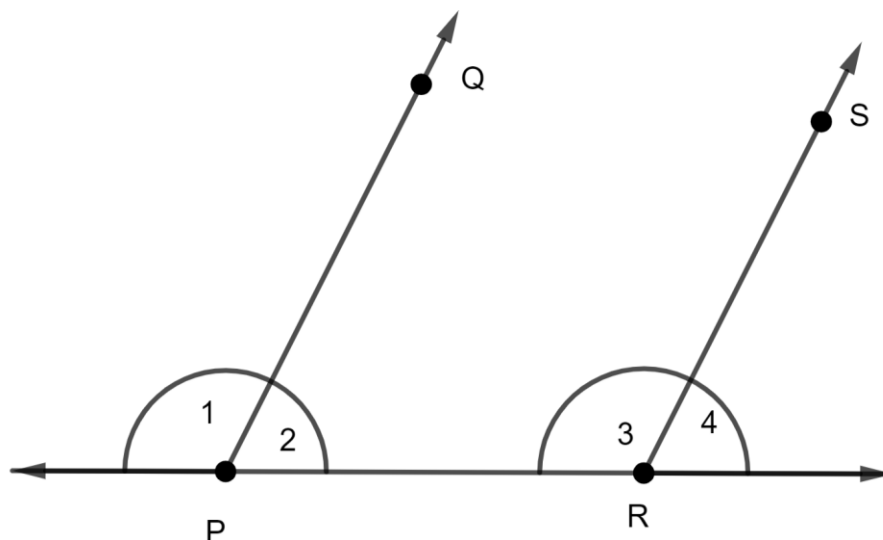
ดังนั้น

$$x = 58$$

ตอบ

58

ตัวอย่างที่ 5 จากรูป กำหนดให้ $\overrightarrow{PQ} \parallel \overrightarrow{RS}$ และมี \overrightarrow{PR} เป็นเส้นตัด จงพิสูจน์ว่า $\hat{1} = \hat{3}$



กำหนดให้ $\overrightarrow{PQ} \parallel \overrightarrow{RS}$ และมี \overrightarrow{PR} เป็นเส้นตัด

ต้องการพิสูจน์ว่า $\hat{1} = \hat{3}$

พิสูจน์ $\overrightarrow{PQ} \parallel \overrightarrow{RS}$ และมี \overrightarrow{PR} เป็นเส้นตัด (กำหนดให้)

$\hat{2} + \hat{3} = 180^\circ$ (ขนาดของมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัดเส้นขนานรวมกันเท่ากับ 180 องศา)

$\hat{2} + \hat{1} = 180^\circ$ (ขนาดมุมตรง)

จะได้ $\hat{2} + \hat{1} = \hat{2} + \hat{3}$ (สมบัติของการเท่ากัน)

ดังนั้น $\hat{1} = \hat{3}$ (สมบัติของการเท่า)

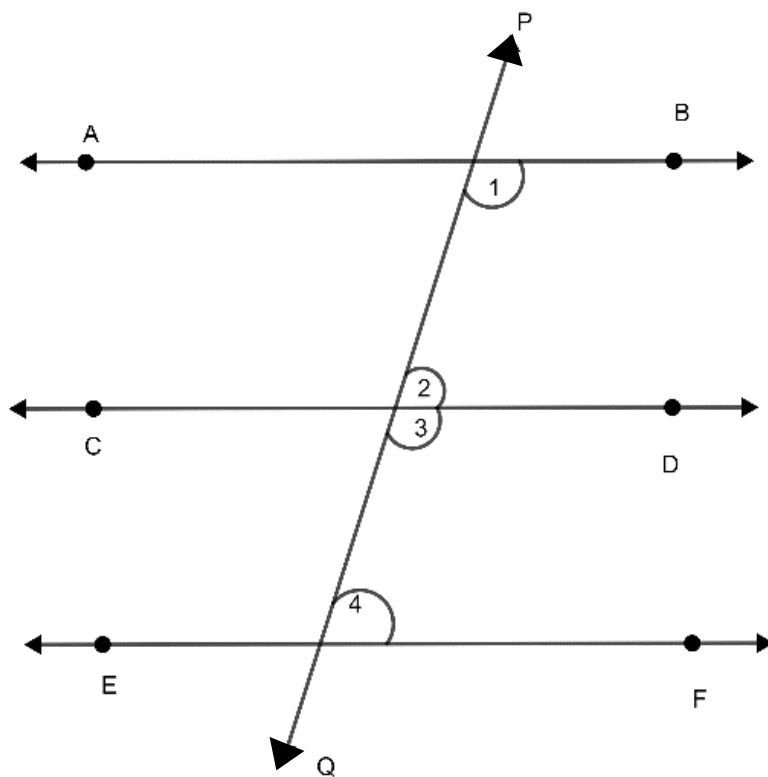
ตัวอย่างที่ 6 กำหนดให้ $\overleftrightarrow{AB} \parallel \overleftrightarrow{CD}$ และ $\overleftrightarrow{CD} \parallel \overleftrightarrow{EF}$ ดังรูป จงพิสูจน์ว่า $\overleftrightarrow{AB} \parallel \overleftrightarrow{EF}$



กำหนดให้ $\overleftrightarrow{AB} \parallel \overleftrightarrow{CD}$ และ $\overleftrightarrow{CD} \parallel \overleftrightarrow{EF}$

ต้องการพิสูจน์ว่า $\overleftrightarrow{AB} \parallel \overleftrightarrow{EF}$

พิสูจน์ ลาก \overleftrightarrow{PQ} ให้ตัด \overleftrightarrow{AB} , \overleftrightarrow{CD} , \overleftrightarrow{EF} และให้ $\hat{1}$, $\hat{2}$, $\hat{3}$ และ $\hat{4}$ เป็นดังรูป



$\overleftrightarrow{AB} \parallel \overleftrightarrow{CD}$ และมี \overleftrightarrow{PQ} เป็นเส้นตัด (กำหนดให้และจากงานสร้าง)

$$\hat{1} + \hat{2} = 180^\circ$$

(ขนาดของมุมภายในที่อยู่บน
ข้างเดียวกันของเส้นตัดที่ตัด
เส้นขนานรวมกันเท่ากับ 180°)

$\overleftrightarrow{CD} \parallel \overleftrightarrow{EF}$ และมี \overleftrightarrow{PQ} เป็นเส้นตัด (กำหนดให้และจากงานสร้าง)

$$\hat{3} + \hat{4} = 180^\circ$$

(ขนาดมุมภายในที่อยู่บน
ข้างเดียวกันของเส้นตัด
ที่ตัดเส้นขนานรวมกันเท่ากับ 180°)

$$\hat{1} + \hat{2} + \hat{3} + \hat{4} = 180^\circ + 180^\circ \quad (\text{สมบัติของการเท่ากัน})$$

เนื่องจาก

$$\hat{2} + \hat{3} = 180^\circ \quad (\text{ขนาดของมุมตรง})$$

จะได้

$$\hat{1} + \hat{4} = 180^\circ \quad (\text{สมบัติของการเท่ากัน})$$

ดังนั้น $\overrightarrow{AB} \parallel \overrightarrow{EF}$ ถ้าเส้นตรงหนึ่งตัดเส้นตรงคู่หนึ่งทำให้ขนาดของมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของ 180 องศา เส้นตัดรวมกันเท่ากับแล้วเส้นตรงคู่ขนานกัน

จากตัวอย่างที่ 6 จะเห็นว่า ถ้า $\overrightarrow{AB} \parallel \overrightarrow{CD}$ และ $\overrightarrow{CD} \parallel \overrightarrow{EF}$ แล้ว $\overrightarrow{AB} \parallel \overrightarrow{EF}$ จึงกล่าวได้ว่า การขนานกันของเส้นตรงมีสมบัติถ่ายทอด



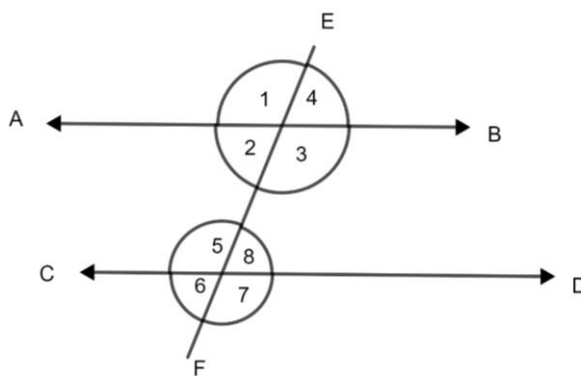


ภาคผนวก ง
แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน
เรื่อง เส้นขนาน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง เส้นขนาน

- คำชี้แจง** 1) แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง เส้นขนาน มีทั้งหมด 10 ข้อ
รวม 16 คะแนน แบ่งออกเป็น แบบทดสอบชนิดปรนัยแบบเติมคำตอบ
ถูกหรือผิด จำนวน 2 ข้อ แบบเลือกตอบจำนวน 6 ข้อ และ แบบทดสอบอัตนัย
จำนวน 2 ข้อ
- 2) จงทำเครื่องหมายกากบาท “X” เลือกคำตอบที่ถูกต้องที่สุด ลงใน
กระดาษคำตอบ สำหรับ ข้อที่ 1 - 8 และเขียนแสดงวิธีทำในข้อที่ 9 - 10

1. กำหนด \overline{EF} ตัด \overline{AB} และ \overline{CD} ดังรูปภาพด้านล่าง

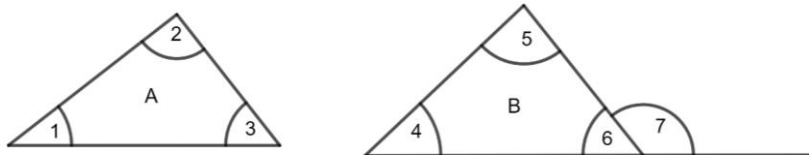


- จากรูป จงพิจารณาข้อความต่อไปนี้ ให้นักเรียนเขียนเครื่องหมายถ้าข้อความความเป็นจริง
”✓“ ถ้าข้อความเท็จ ลงในช่องว่างด้านหน้าแต่ละข้อความ ”X“ และเขียนเครื่องหมาย
(ชื่อย่อละ 1 คะแนน)

_____ 1.1 ถ้า $\hat{2} + \hat{5} = 150^\circ$ แล้วสามารถสรุปได้ว่า $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$

_____ 1.2 ถ้า $\hat{8} = 180^\circ - \hat{3}$ แล้วสามารถสรุปได้ว่า $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$

2.

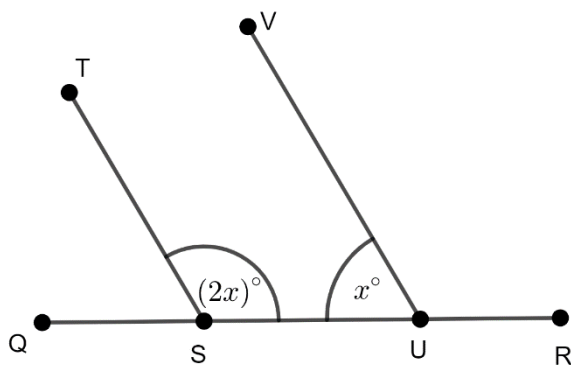


จากรูป จงพิจารณาข้อความต่อไปนี้ ให้นักเรียนเขียนเครื่องหมายถ้าข้อความความเป็นจริง
 ”✓“ถ้าข้อความ เป็นเท็จ ลงในช่องว่างด้านหน้าแต่ละข้อความ”✗“และเขียนเครื่องหมาย
 (ชื่อย่อละ 1 คะแนน)

_____ 2.1 $\hat{5} + \hat{6} = \hat{7}$

_____ 2.2 ถ้ารูปสามเหลี่ยม A และรูปสามเหลี่ยม B เท่ากันทุกประการ แล้วสรุปได้ว่า $\hat{1} + \hat{2} = \hat{7}$

3. จากรูปด้านล่าง กำหนดให้ $\overline{TS} \parallel \overline{VU}$ และมี \overline{QR} เป็นเส้นตัด กำหนดให้ \widehat{TSU} และ \widehat{VUS} เป็นมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด โดยที่ $\widehat{TSU} = (2x)^\circ$ และ $\widehat{VUS} = x^\circ$ จงหาค่าของ x
 (1 คะแนน)



A. 15

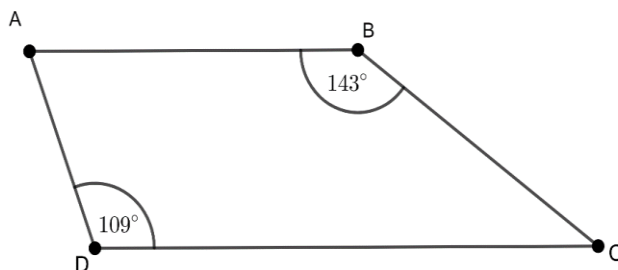
B. 30

C. 45

D. 60

ตอบ.....

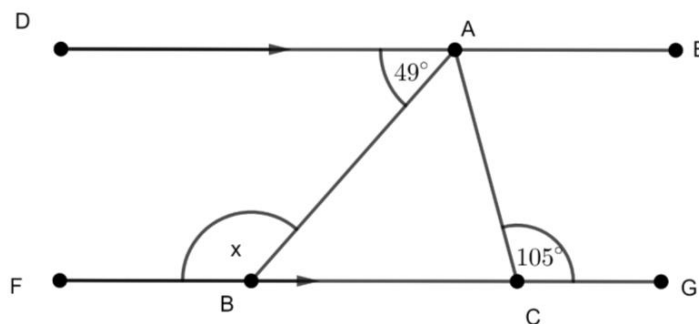
4. กำหนดรูปสี่เหลี่ยมคางหมู $ABCD$ ดังรูป ด้านล่าง $\widehat{DAB} - \widehat{DCB}$ มีค่าเท่าใด
ถ้ากำหนดให้ $\widehat{ABD} = 143^\circ$ และ (1 คะแนน)



- A. 34 องศา B. 37 องศา
C. 71 องศา D. 108 องศา

ตอบ.....

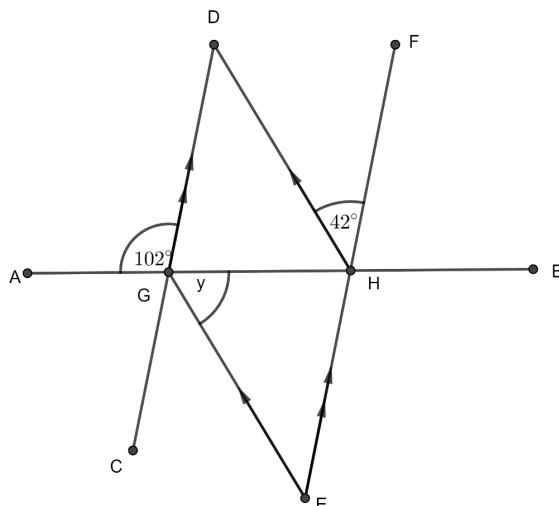
5. จากรูปภาพด้านล่าง กำหนดให้ $\overline{DE} \parallel \overline{FG}$ โดยที่ $\widehat{ACG} = 105^\circ$ และ $\widehat{DAB} = 49^\circ$
จงหาขนาดของ) x (1 คะแนน)



- A. 56 องศา B. 105 องศา
C. 131 องศา D. 154 องศา

ตอบ

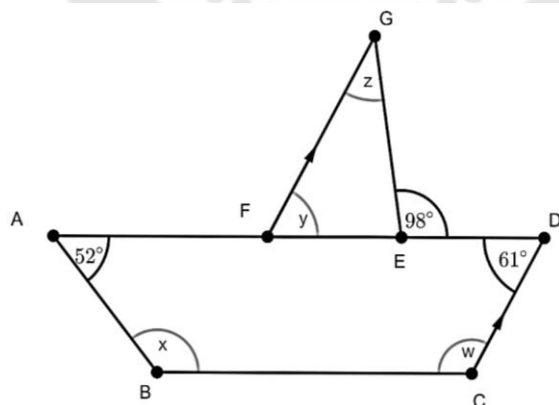
6. กำหนดให้ $\overline{CD} \parallel \overline{EF}$ และมี \overline{GE} เป็นเส้นตัดทำให้ \hat{CGE} และ \hat{GEH} เป็นมุมแย้งกัน และ $\overline{GE} \parallel \overline{DH}$ โดยที่ $\hat{AGD} = 102^\circ$ และ $\hat{DHF} = 42^\circ$ แล้ว y มีขนาดเท่ากับกี่องศา (1 คะแนน)



- A. 42 องศา
- B. 60 องศา
- C. 102 องศา
- D. 138 องศา

ตอบ.....

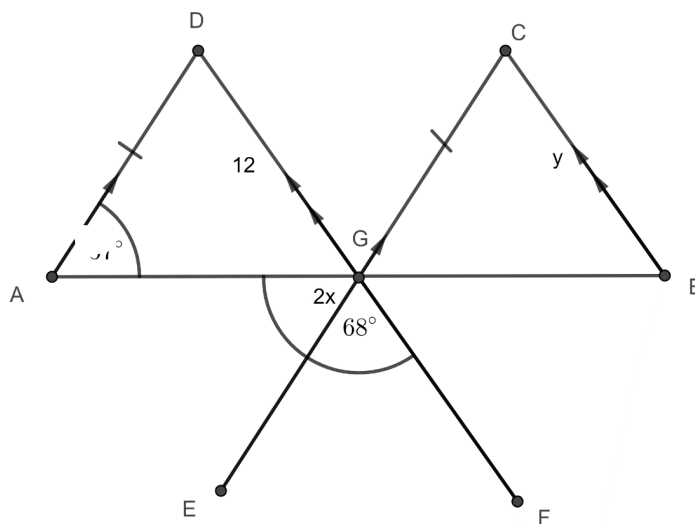
7. จากรูปภาพด้านล่าง กำหนดรูปสี่เหลี่ยมคางหมู $ABCD$ และ $\overline{CD} \parallel \overline{FG}$ โดยที่ $\hat{BAF} = 52^\circ$, $\hat{GED} = 98^\circ$ และ $\hat{EDC} = 61^\circ$ จงหาขนาดของ \hat{w} และ \hat{z} (1 คะแนน)



- A. $\hat{w} = 52^\circ$, $\hat{z} = 37^\circ$
- B. $\hat{w} = 52^\circ$, $\hat{z} = 16^\circ$
- C. $\hat{w} = 119^\circ$, $\hat{z} = 16^\circ$
- D. $\hat{w} = 119^\circ$, $\hat{z} = 37^\circ$

ตอบ

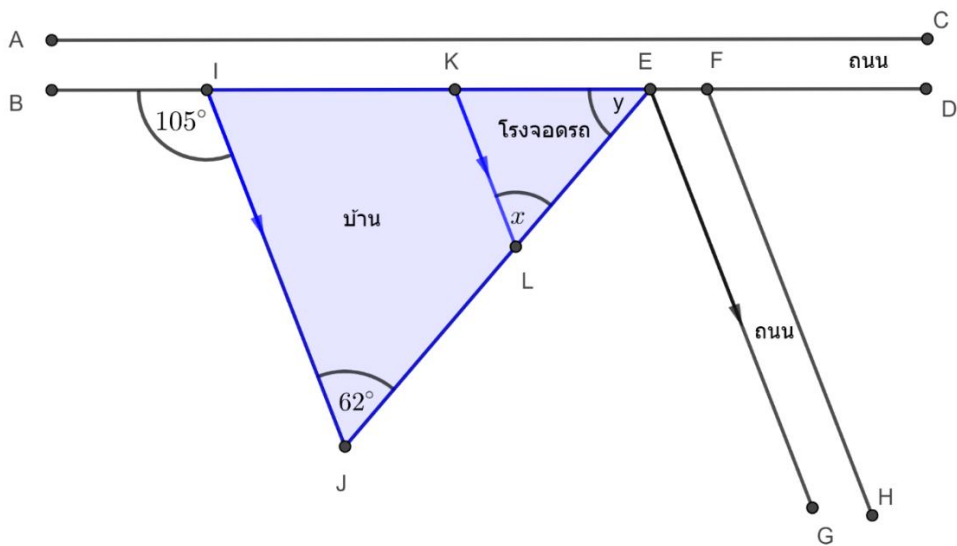
8. จากรูปภาพด้านล่าง กำหนดให้ $\overline{AD} \parallel \overline{EC}$ และ $\overline{FD} \parallel \overline{BC}$ โดยที่ $\hat{DAG} = 57^\circ$, $\hat{AGE} = (2x)^\circ$, $\hat{EGF} = 68^\circ$, $DG = 12$ และ $CB = y$ จงหาว่า y มีความยาวเท่าไร
(1 คะแนน)



1. A. 3
2. B. 6
3. C. 9
4. D. 12

ตอบ.....

9. ที่ดินแปลงหนึ่งมีลักษณะเป็นรูปสามเหลี่ยม ด้านหน้าติดกับถนนเส้นหนึ่งดังรูปภาพด้านล่าง
 เจ้าของที่ดินต้องการสร้างบ้าน 1 หลัง โดยใช้พื้นที่เป็นรูปสี่เหลี่ยมคางหมู ทำให้มีพื้นที่เหลือ
 ด้านข้างเป็นรูปสามเหลี่ยมขนาดเล็ก เจ้าของพื้นที่จึงสนใจใช้เป็นโรงจอดรถ โดยจะให้ช่างทำพื้น
 โรงจอดรถด้วยการปูกระเบื้อง จงหาว่ามุม x และมุม y มีขนาดเท่าไรเพื่อนำไปตัดกระเบื้อง
 (3 คะแนน)



วิธีทำ

.....

.....

.....

.....

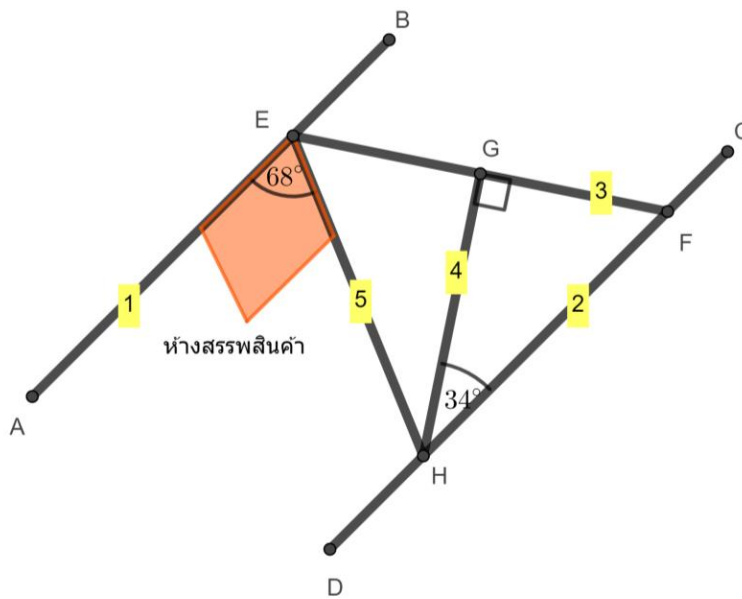
.....

.....

.....

ตอบ

10. ถนนหลักหมายเลข 1 สามารถเดินทางไปยังถนนหลักหมายเลข 2 ได้โดยใช้ถนนหมายเลข 3, 4 และ 5 ซึ่งบริเวณจุดตัดของถนนหมายเลข 5 กับถนนหมายเลข 1 มีห้างสรรพสินค้าตั้งอยู่ดังรูปภาพด้านล่าง และบริเวณที่ถูกปิดล้อมด้วยถนนหมายเลข 2, 3 และ 4 มีลักษณะเป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉากที่เท่ากันทุกประการกับบริเวณที่ถูกปิดล้อมด้วยถนนหมายเลข 5, 3 และ 4 นักเรียนคิดว่า ถนนหมายเลข 1 และ 2 ขนานกันหรือไม่ จงแสดงวิธีทำ (3 คะแนน)



วิธีทำ

.....

.....

.....

.....

.....

ตอบ.....

กระดาษคำตอบ เรื่อง เส้นขนาน

ชื่อ ชั้น.....เลขที่

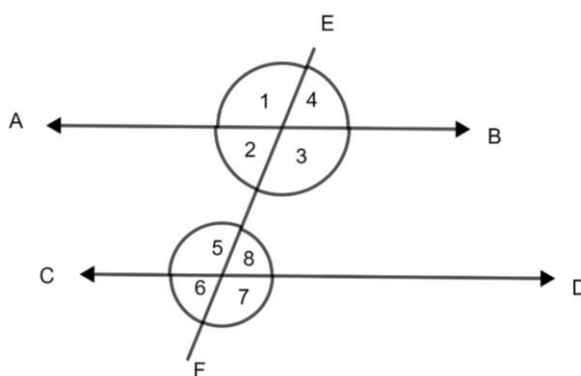
ข้อที่	ถูก	ผิด
1 1.1		
1.2		
2 2.1		
2.2		

ข้อที่	A	B	C	D
3				
4				
5				
6				
7				
8				

แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง เส้นขนาน

- คำชี้แจง** 1) แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง เส้นขนาน มีทั้งหมด 10 ข้อ รวม 16 คะแนน แบ่งออกเป็น แบบทดสอบชนิดปรนัยแบบเติมคำตอบ ถูกหรือผิด จำนวน 2 ข้อ แบบเลือกตอบจำนวน 6 ข้อ และ แบบทดสอบอัตนัย จำนวน 2 ข้อ
- 2) จงทำเครื่องหมายกากบาท “X” เลือกคำตอบที่ถูกต้องที่สุด ลงใน กระดาษคำตอบ สำหรับ ข้อที่ 1 - 8 และเขียนแสดงวิธีทำในข้อที่ 9 - 10

2. กำหนด \overline{EF} ตัด \overline{AB} และ \overline{CD} ดังรูปภาพด้านล่าง

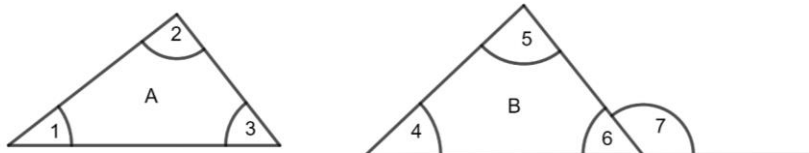


จากรูป จงพิจารณาข้อความต่อไปนี้ ให้นักเรียนเขียนเครื่องหมายถ้าข้อความความเป็นจริง ”✓“ ถ้าข้อความเท็จ ลงในช่องว่างด้านหน้าแต่ละข้อความ ”X“ และเขียนเครื่องหมาย (ช้อย่อยละ 1 คะแนน)

 X 1.1 ถ้า $\hat{2} + \hat{5} = 150^\circ$ แล้วสามารถสรุปได้ว่า $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$

 ✓ 1.2 ถ้า $\hat{8} = 180^\circ - \hat{3}$ แล้วสามารถสรุปได้ว่า $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$

2.

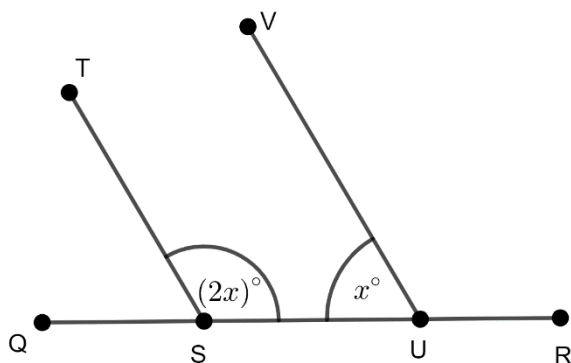


จากรูป จงพิจารณาข้อความต่อไปนี้ ให้นักเรียนเขียนเครื่องหมายถ้าข้อความความเป็นจริง
 ”✓“ถ้าข้อความ เป็นเท็จ ลงในช่องว่างด้านหน้าแต่ละข้อความ”✗“และเขียนเครื่องหมาย
 (ชื่อย่อละ 1 คะแนน)

___ ✗ ___ 2.1 $\hat{5} + \hat{6} = \hat{7}$

___ ✓ ___ 2.2 ถ้ารูปสามเหลี่ยม A และรูปสามเหลี่ยม B เท่ากันทุกประการ แล้วสรุปได้ว่า $\hat{1} + \hat{2} = \hat{7}$

3. จากรูปด้านล่าง กำหนดให้ $\overline{TS} \parallel \overline{VU}$ และมี \overline{QR} เป็นเส้นตัด กำหนดให้ $\angle TSU$ และ $\angle VUS$ เป็นมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด โดยที่ $\angle TSU = (2x)^\circ$ และ $\angle VUS = x^\circ$ จงหาค่าของ
 (1 คะแนน)



A. 15

B. 30

C. 45

D. 60

ตอบ.....D.....

วิธีทำ เนื่องจาก $\overline{TS} \parallel \overline{VU}$ และมี \overline{QR} เป็นเส้นตัดจะได้ว่า $\hat{TSU} + \hat{SUV} = 180^\circ$ (เมื่อเส้นตรงเส้นหนึ่งตัดเส้นตรงคู่หนึ่ง เส้นตรงคู่นั้นขนานกัน ก็ต่อเมื่อขนาดของมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัดรวมกันเท่ากับ 180° องศา)

$$x^\circ + (2x)^\circ = 180^\circ$$

$$(3x)^\circ = 180^\circ$$

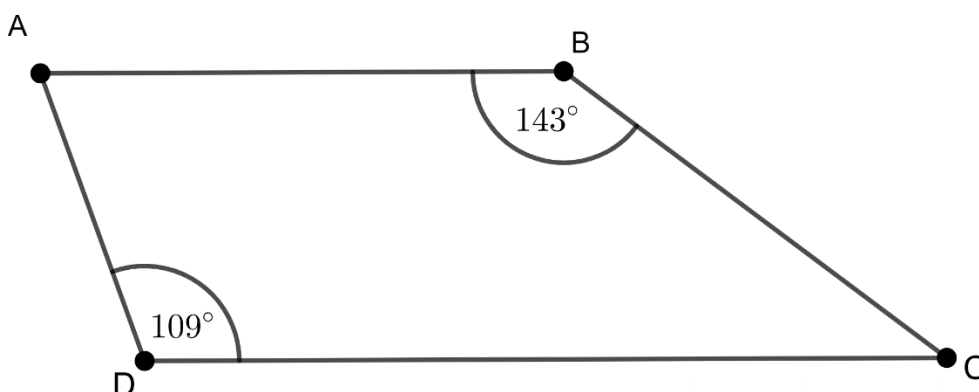
$$3x = 180$$

$$x = 60$$

ดังนั้น

$$x^\circ = 60^\circ$$

4. กำหนดรูปสี่เหลี่ยมคางหมู $ABCD$ ดังรูป ด้านล่าง $\hat{DAB} - \hat{DCB}$ มีค่าเท่าใด ถ้ากำหนดให้ $\hat{ABD} = 143^\circ$ และ $\hat{ACD} = 109^\circ$



A. 34 องศา

B. 37 องศา

C. 71 องศา

D. 108 องศา

ตอบA.....

วิธีทำ เนื่องจาก $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$ และมี \overline{AD} เป็นเส้นตัดจะได้ว่า $\hat{DAB} + \hat{CDA} = 180^\circ$ (เมื่อเส้นตรงเส้นหนึ่งตัดเส้นตรงคู่หนึ่ง เส้นตรงคู่นั้นขนานกัน ก็ต่อเมื่อขนาดของมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัดรวมกันเท่ากับ $\hat{DAB} + 109^\circ = 180^\circ$)

$$\hat{DAB} = 180^\circ - 109^\circ$$

$$\hat{DAB} = 71^\circ$$

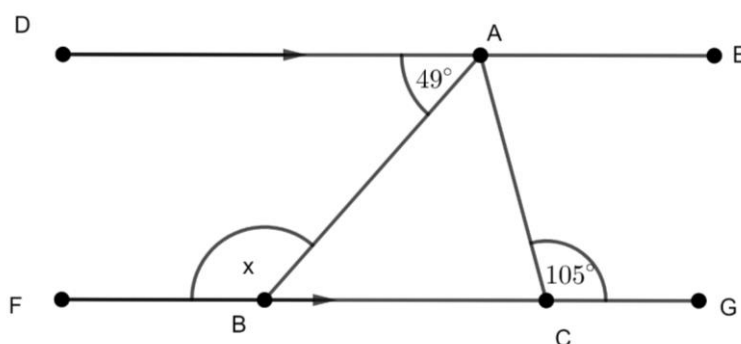
เนื่องจาก $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$ และมี \overline{BC} เป็นเส้นตัดจะได้ว่า $\hat{ABC} + \hat{DCB} = 180^\circ$ (เมื่อเส้นตรงเส้นหนึ่งตัดเส้นตรงคู่หนึ่ง เส้นตรงคู่นั้นขนานกัน ก็ต่อเมื่อขนาดของมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัดรวมกันเท่ากับ 180 องศา)

$$143^\circ + \hat{DCB} = 180^\circ$$

$$\hat{DCB} = 180^\circ - 143^\circ$$

$$\hat{DCB} = 37^\circ$$

ดังนั้น



$$\hat{DAB} - \hat{DCB} = 71^\circ - 37^\circ = 34^\circ$$

5. จากรูปภาพด้านล่าง กำหนดให้ $\overline{DE} \parallel \overline{FG}$ โดยที่ $\hat{ACG} = 105^\circ$ และ $\hat{DAB} = 49^\circ$

จงหาขนาดของมุม x

A. 56 องศา

B. 105 องศา

C. 131 องศา

D. 154 องศา

ตอบC.....

วิธีทำ เนื่องจาก $\overline{DE} \parallel \overline{FG}$ และมี \overline{AB} เป็นเส้นตัดจะได้ว่า $\hat{DAB} = \hat{ABC}$ (เมื่อเส้นตรงเส้นหนึ่งตัดเส้นตรงคู่หนึ่ง เส้นตรงคู่นั้นขนานกัน ก็ต่อเมื่อมุมแย้งมีขนาดเท่ากัน)

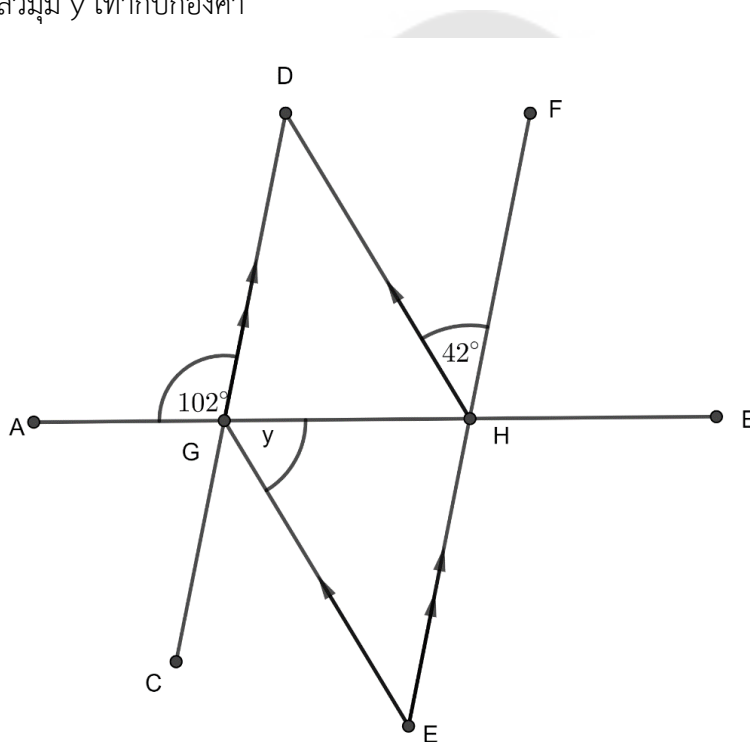
$$\hat{A}BC = 49^\circ$$

จากรูป $\hat{F}BA + \hat{A}BC = 180^\circ$ (มุมตรง)

จะได้ $\hat{F}BA + 49^\circ = 180^\circ$

ดังนั้น $\hat{F}BA = 131^\circ$

6. กำหนดให้ $\overline{CD} \parallel \overline{EF}$ และ $\overline{GE} \parallel \overline{DH}$ โดยที่ $\hat{A}GD = 102^\circ$ และ $\hat{D}HF = 42^\circ$
แล้วมุม y เท่ากับกี่องศา



A. 42 องศา

B. 60 องศา

C. 102 องศา

D. 138 องศา

ตอบB.....

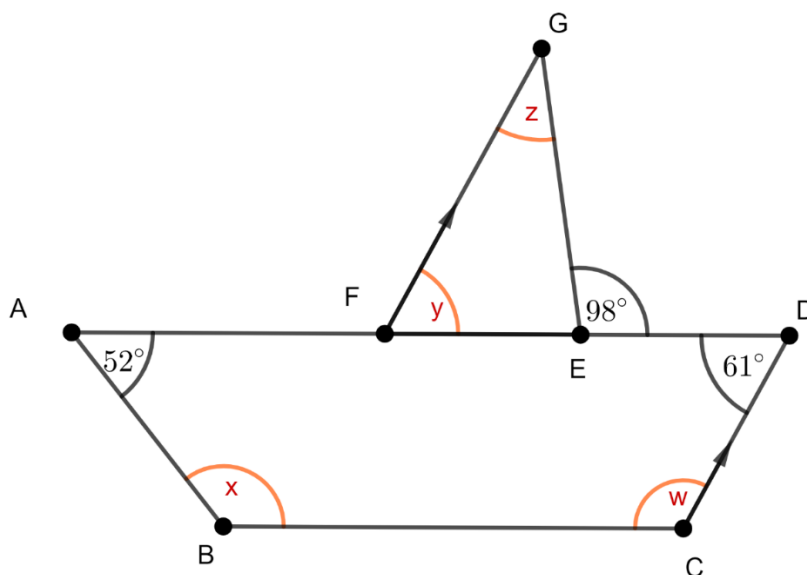
วิธีทำ เนื่องจาก $\overline{CD} \parallel \overline{EF}$ และมี \overline{AB} เป็นเส้นตัดจะได้ว่า $\hat{A}GD = \hat{G}HF$ (เมื่อเส้นตรงเส้นหนึ่งตัดเส้นตรงคู่หนึ่ง เส้นตรงคู่หนึ่งขนานกัน ก็ต่อเมื่อมุมภายนอกและมุมภายในที่อยู่ตรงข้ามบนข้างเดียวกันของเส้นตัดมีขนาดเท่ากัน) $\hat{G}HF = 102^\circ$ จากรูป $\hat{G}HD = 60^\circ$ เนื่องจาก $\overline{GE} \parallel \overline{DH}$ และ

มี \overline{GH} เป็นเส้นตัดจะได้ว่า $\widehat{GHD} = \widehat{EGH}$ (เมื่อเส้นตรงเส้นหนึ่งตัดเส้นตรงคู่หนึ่ง เส้นตรงคู่นั้นขนานกัน ก็ต่อเมื่อมุมแย้งมีขนาดเท่ากัน)

$$\widehat{EGH} = 60^\circ$$

ดังนั้น $\hat{y} = 60^\circ$

7. จากรูปภาพด้านล่าง กำหนดรูปสี่เหลี่ยมคางหมู $ABCD$ และ $\overline{CD} \parallel \overline{FG}$ โดยที่ $\widehat{BAF} = 52^\circ, \widehat{GED} = 98^\circ$ และ $\widehat{EDC} = 61^\circ$ จงหาขนาดของ \hat{w} และ \hat{z} (1 คะแนน)



- A. $\hat{w} = 52^\circ, \hat{z} = 37^\circ$
- B. $\hat{w} = 52^\circ, \hat{z} = 16^\circ$
- C. $\hat{w} = 119^\circ, \hat{z} = 16^\circ$
- D. $\hat{w} = 119^\circ, \hat{z} = 37^\circ$

ตอบD.....

วิธีทำ เนื่องจาก $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ และมี \overline{AB} เป็นเส้นตัดจะได้ว่า $\hat{DAB} + \hat{ABC} = 180^\circ$ (เมื่อเส้นตรงเส้นหนึ่งตัดเส้นตรงคู่หนึ่ง เส้นตรงคู่นั้นขนานกัน ก็ต่อเมื่อผลรวมขนาดของมุมภายในเท่ากัน 180°)

$$52^\circ + \hat{ABC} = 180^\circ$$

ดังนั้น $\hat{x} = \hat{ABC} = 128^\circ$

เนื่องจาก $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ และมี \overline{DC} เป็นเส้นตัดจะได้ว่า $\hat{DCB} + \hat{ADC} = 180^\circ$ (เมื่อเส้นตรงเส้นหนึ่งตัดเส้นตรงคู่หนึ่ง เส้นตรงคู่นั้นขนานกัน ก็ต่อเมื่อผลรวมขนาดของมุมภายในเท่ากัน 180°)

$$\hat{DCB} + 61^\circ = 180^\circ$$

ดังนั้น $\hat{w} = \hat{DCB} = 119^\circ$

เนื่องจาก $\overline{FG} \parallel \overline{DC}$ และมี \overline{FD} เป็นเส้นตัดจะได้ว่า $\hat{GFE} = \hat{FDC}$ (เมื่อเส้นตรงเส้นหนึ่งตัดเส้นตรงคู่หนึ่ง เส้นตรงคู่นั้นขนานกัน ก็ต่อเมื่อมุมแย้งมีขนาดเท่ากัน)

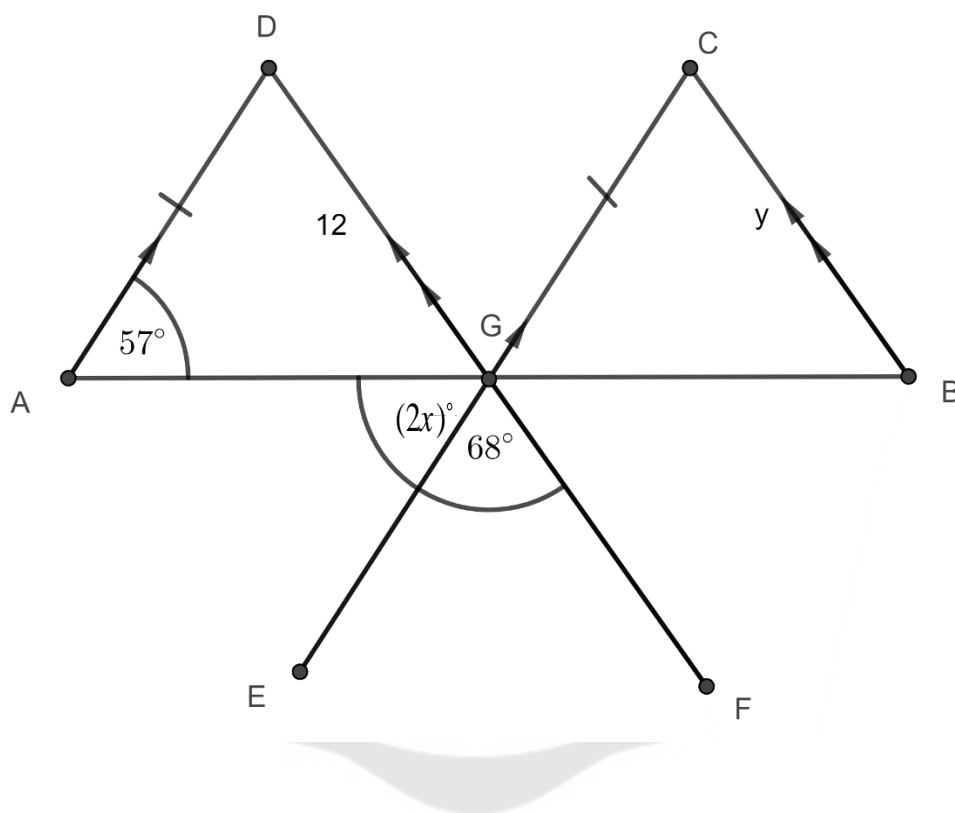
ดังนั้น $\hat{y} = \hat{GFE} = 61^\circ$

จากรูป $\triangle GFE$ จะได้ว่า $\hat{GED} = \hat{GFE} + \hat{EGF}$ (ถ้าต่อด้านใดด้านหนึ่งของรูปสามเหลี่ยมออกไป แล้วมุมภายนอกที่เกิดขึ้นจะมีขนาดเท่ากับผลบวกของขนาดของมุมภายในที่ไม่ใช่มุมประชิดของมุมภายนอกนั้น)

$$98^\circ = 61^\circ + \hat{EGF}$$

ดังนั้น $\hat{z} = \hat{EGF} = 37^\circ$

8. จากรูปภาพด้านล่าง กำหนดให้ $\overline{AD} \parallel \overline{EC}$ และ $\overline{FD} \parallel \overline{BC}$ โดยที่ $\angle D\hat{A}G = 57^\circ$, $\angle A\hat{G}E = (2x)^\circ$, $\angle E\hat{G}F = 68^\circ$, $DG = 12$ และ $CB = y$ จงหาขนาดของ y



- A. 3 B. 6
C. 9 D. 12

ตอบD.....

วิธีทำ เนื่องจาก $\overline{AD} \parallel \overline{EC}$ และมี \overline{AB} เป็นเส้นตัดจะได้ว่า $\angle D\hat{A}G = \angle C\hat{G}B$ (เมื่อเส้นตรงเส้นหนึ่งตัดเส้นตรงคู่หนึ่ง เส้นตรงคู่นั้นขนานกัน ก็ต่อเมื่อมุมภายนอกและมุมภายในที่อยู่ตรงข้ามบนข้างเดียวกันของเส้นตัดมีขนาดเท่ากัน) $\angle C\hat{G}B = 57^\circ$

จากรูป $\hat{A}GE = \hat{C}GB$ (มุมตรงข้าม)

จะได้ว่า $(2x)^\circ = 57^\circ$

ดังนั้น $x = \frac{57}{2} = 28.5$

เนื่องจาก $\overline{CB} \parallel \overline{FD}$ และมี \overline{GB} เป็นเส้นตัดจะได้ว่า $\hat{D}GA = \hat{C}BG$ (เมื่อเส้นตรงเส้นหนึ่งตัดเส้นตรงคู่หนึ่ง เส้นตรงคู่หนึ่งขนานกัน ก็ต่อเมื่อมุมภายนอกและมุมภายในที่อยู่ตรงข้ามบนข้างเดียวกันของเส้นตัดมีขนาดเท่ากัน)

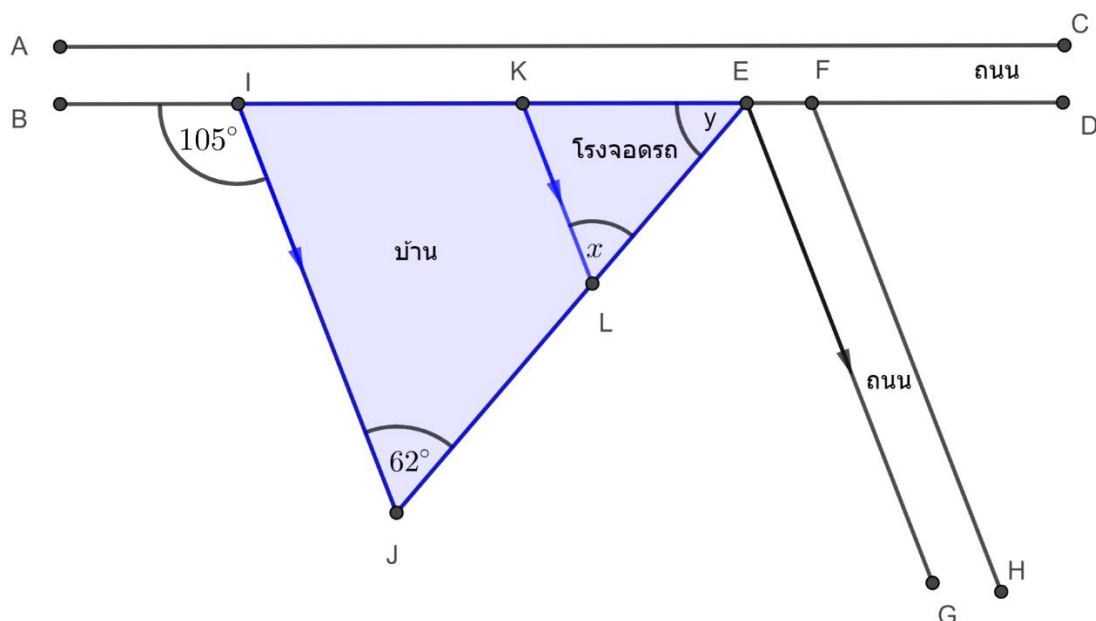
เนื่องจาก $\hat{D}AG = \hat{C}GB$, $\hat{D}GA = \hat{C}BG$ และ $DA = CG$ ดังนั้น

$\triangle DAG \cong \triangle CGB$ (ถ้ารูปสามเหลี่ยมสองรูปมีความสัมพันธ์กันแบบ มุม-มุม-ด้าน (ม.ม.ด.)

กล่าวคือ มีมุมที่มีขนาดเท่ากันสองคู่ และด้านคู่ที่อยู่ตรงข้ามกับมุมที่มีขนาดเท่ากัน ยาวเท่ากันหนึ่งคู่ แล้วรูปสามเหลี่ยมสองรูปนั้นเท่ากันทุกประการ) นั่นคือ $DG = CB = 12$

ดังนั้น $y = 12$

9. ที่ดินแปลงหนึ่งมีลักษณะเป็นรูปสามเหลี่ยม ด้านหน้าติดกับถนนเส้นหนึ่ง ดังรูปภาพด้านล่าง
เจ้าของที่ดินต้องการสร้างบ้าน 1 หลัง โดยใช้พื้นที่เป็นรูปสี่เหลี่ยมคางหมู ทำให้มีพื้นที่เหลือด้านข้างเป็นรูปสามเหลี่ยมขนาดเล็ก เจ้าของพื้นที่จึงสนใจใช้เป็นโรงจอดรถ โดยจะให้ช่างทำพื้นโรงจอดรถด้วยการปูกระเบื้อง จงหาว่ามุม x และมุม y มีขนาดเท่าไร เพื่อนำไปตัดกระเบื้อง



วิธีทำ จากรูป $\overline{IJ} \parallel \overline{KL}$ และมี \overline{JE} เป็นเส้นตัดจะได้ว่า $\hat{I}JL = \hat{K}LE$ เนื่องจากเมื่อเส้นตรงเส้นหนึ่งตัดเส้นตรงคู่หนึ่ง เส้นตรงคู่นั้นขนานกันก็ต่อเมื่อ มุมภายนอกและมุมภายในที่อยู่ตรงข้ามบนข้างเดียวกันของเส้นตัดมีขนาดเท่ากัน นั่นคือ $\hat{x} = 62^\circ$

$$\text{และ } \hat{B}IJ = \hat{I}KL = 105^\circ$$

$$\text{เนื่องจากสมบัติของมุมตรง } \hat{I}KL + \hat{L}KE = 180^\circ$$

$$105^\circ + \hat{L}KE = 180^\circ$$

$$\text{นั่นคือ } \hat{L}KE = 75^\circ$$

เนื่องจาก ผลรวมขนาดของมุมภายในของรูปสามเหลี่ยมเท่ากับ 180°

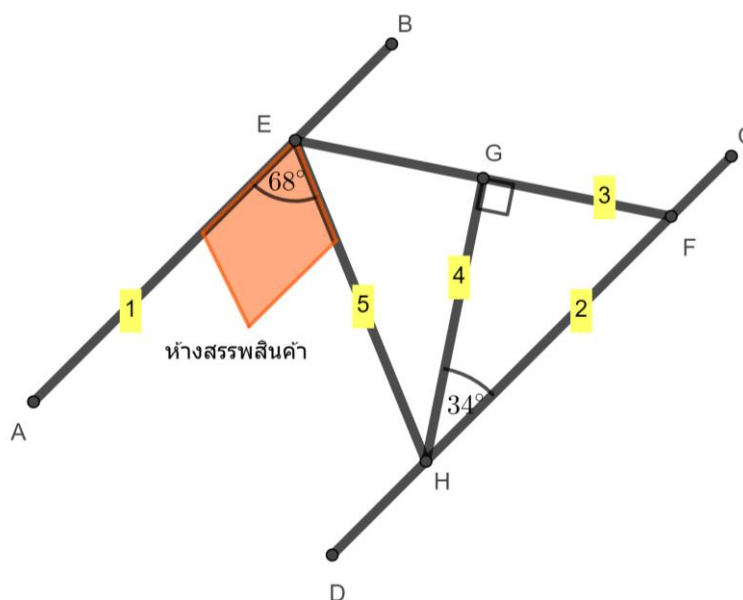
$$\text{จะได้ } \hat{y} + \hat{x} + \hat{L}KE = 180^\circ$$

$$\text{ดังนั้น } \hat{y} = 43^\circ$$

$$\text{ตอบ } \hat{x} = 62^\circ \text{ และ } \hat{y} = 43^\circ$$

10. ถนนหลักหมายเลข 1 สามารถเดินทางไปยังถนนหลักหมายเลข 2 ได้โดยใช้ถนนหมายเลข 3, 4 และ 5 ซึ่งบริเวณจุดตัดของถนนหมายเลข 5 กับถนนหมายเลข 1 มีห้างสรรพสินค้าตั้งอยู่ตั้งรูปทางด้านล่าง และบริเวณที่ถูกปิดล้อมด้วยถนนหมายเลข 2, 3 และ 4 มีลักษณะเป็นรูปสามเหลี่ยมมุม

ฉากที่เท่ากันทุกประการกับบริเวณที่ถูกปิดล้อมด้วยถนนหมายเลข 5, 3 และ 4 นักเรียนคิดว่า ถนนหมายเลข 1 และ 2 ขนานกันหรือไม่ จงแสดงวิธีทำ



วิธีทำ จากรูป $\triangle HGF$ จะได้ว่า $\widehat{HGF} + \widehat{GFH} + \widehat{FHG} = 180^\circ$ (ขนาดของมุมภายในทั้งสามมุมของรูปสามเหลี่ยมรวมกันเท่ากับ 180 องศา $90^\circ + \widehat{GFH} + 34^\circ = 180^\circ$)

$$\text{ดังนั้น} \quad \widehat{GFH} = 56^\circ$$

$$\text{จะได้ว่า} \quad \widehat{HEG} = \widehat{GFH} = 56^\circ \quad (\text{การเท่ากันทุกประการ})$$

$$\text{จะได้ว่า} \quad \widehat{AEH} + \widehat{HEF} + \widehat{FEB} = 180^\circ \quad (\text{ขนาดของมุมตรง})$$

$$68^\circ + 56^\circ + \widehat{FEB} = 180^\circ$$

$$\text{ดังนั้น} \quad \widehat{FEB} = 56^\circ$$

$$\text{นั่นคือ} \quad \widehat{GFH} = \widehat{FEB} = 56^\circ$$

ดังนั้น $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$ (เมื่อเส้นตรงเส้นหนึ่งตัดเส้นตรงคู่หนึ่ง เส้นตรงคู่นั้นขนานกัน ก็ต่อเมื่อมุมแย้งมีขนาดเท่ากัน) นั่นคือถนนหมายเลข 1 และ 2 ขนานกัน

ตาราง 9 เกณฑ์การให้คะแนน แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง เส้นขนาน

ข้อที่	การวัดผล	การประเมินผล
1.1, 1.2, 2.1 และ 2.2	วิธีวัดผล : พิจารณาความถูกต้องของคำตอบของนักเรียน ในแต่ละข้อ	เกณฑ์การให้คะแนน : คะแนนเต็ม 1 คะแนน มีเกณฑ์การให้คะแนนในแต่ละข้อ ดังนี้ ถ้านักเรียนตอบได้ถูกต้องจะได้ คะแนน 1 คะแนน ถ้านักเรียน ตอบไม่ถูกต้อง จะได้ คะแนน 0 คะแนน
3 - 8	วิธีวัดผล : พิจารณาความถูกต้องของคำตอบของนักเรียน ในแต่ละข้อ	เกณฑ์การให้คะแนน : คะแนนเต็ม 1 คะแนน มีเกณฑ์การให้คะแนนในแต่ละข้อ ดังนี้ ถ้านักเรียนตอบได้ถูกต้องจะได้ คะแนน 1 คะแนน ถ้านักเรียน ตอบไม่ถูกต้อง จะได้ คะแนน 0 คะแนน
9 - 10	วิธีวัดผล : พิจารณาความถูกต้องของวิธีทำ และคำตอบของนักเรียน ในแต่ละข้อ	เกณฑ์การให้คะแนน : คะแนนเต็ม 3 คะแนน แบ่งเป็นส่วนวิธีทำ 2 คะแนน และคำตอบ 1 คะแนน โดยมีเกณฑ์การให้คะแนนในแต่ละข้อ ดังนี้ สำหรับส่วนของวิธีทำ ถ้านักเรียนแสดงวิธีทำ ได้ถูกต้องทั้งหมดจะได้ คะแนน 2 คะแนน ถ้านักเรียนแสดงวิธีทำถูกต้องบางส่วนจะได้ คะแนน 1 คะแนน และถ้านักเรียนแสดงวิธีทำไม่ถูกต้องจะได้ คะแนน 0 คะแนน สำหรับส่วนของคำตอบ ถ้านักเรียนตอบได้ถูกต้องทั้งหมด จะได้ คะแนน 1 คะแนน ถ้านักเรียนตอบได้ถูกต้องบางส่วน จะได้ คะแนน 1 คะแนน ถ้านักเรียน ตอบไม่ถูกต้อง จะได้ คะแนน 0 คะแนน

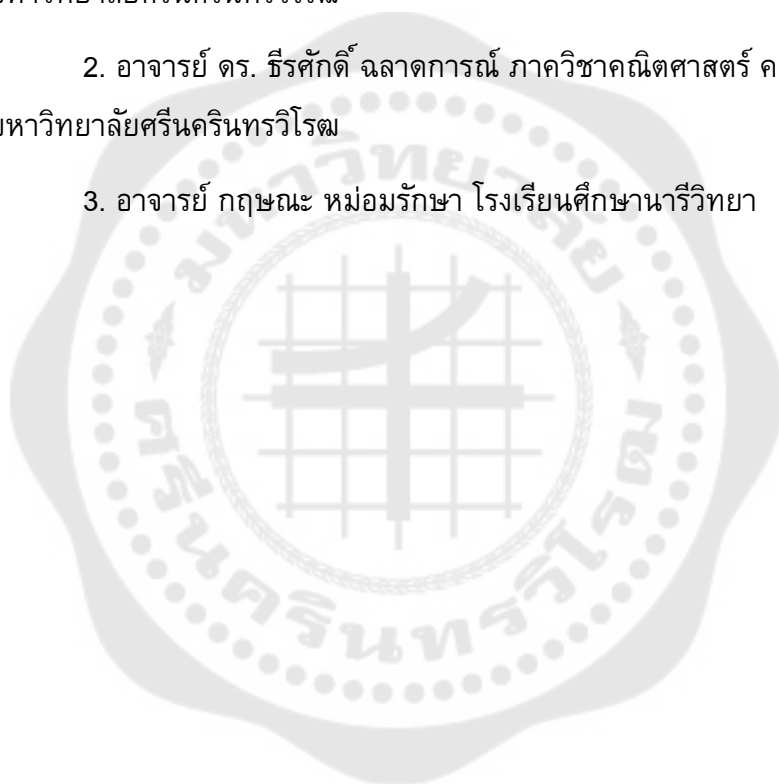


ภาคผนวก จ
รายนามผู้เชี่ยวชาญ

รายนามผู้เชี่ยวชาญ

รายนามผู้เชี่ยวชาญที่ให้ความอนุเคราะห์ตรวจสอบเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย
ซึ่งได้แก่ แผนการจัดการเรียนรู้และใบกิจกรรม ตามวิธีการแบบเปิด เรื่อง เส้นขนาน
ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2
มีดังนี้

1. อาจารย์ ดร. เสริมศรี ไทยแท้ ภาควิชาคณิตศาสตร์ คณะวิทยาศาสตร์
มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ
2. อาจารย์ ดร. ชีรศักดิ์ ฉลาดการณ์ ภาควิชาคณิตศาสตร์ คณะวิทยาศาสตร์
มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ
3. อาจารย์ กฤษณะ หม่อมรักษา โรงเรียนศึกษานารีวิทยา



บรรณานุกรม

- Appold, B. E. (2006). *A case study of the impact of teachers with awareness of the process communication model on student achievement: Central Michigan University*.
- Becker, J. P., และ Shimada, S. (1997). *The Open-Ended Approach: A New Proposal for Teaching Mathematics*: ERIC.
- Bishara, S. (2015). Active and traditional teaching of mathematics in special education. *Creative education*, 6(22), 2313.
- Finn, K. F. (2003). Assertiveness Level of Occupational Therapists. *Dixxertation Abstracts International*, 58(2), 809.
- Good, C. V., และ Merkel, W. R. (1973). *Dictionary of education*: McGraw-Hill.
- Goslin, D. A. (1967). *Teachers and testing*: Russell Sage Foundation.
- Muijs, D., และ Reyneld, D. (2002). Being or doing: The role of teacher behavior and beliefs in school and teacher effectiveness in mathematics. *Journal of Classroom Interaction*, 2(37), 3 - 15.
- Nohda. (1984). *The heart of 'open approach' in mathematics teaching*. Paper presented at the Proceedings of the ICTM-JSME regional Conference on Mathematics Education. Tokyo.
- Nohda. (2000). Teaching by Open-Approach Method in Japanese Mathematics Classroom.
- Wilson, J. W. (1971). Evaluation of learning in secondary school mathematics. *Handbook on formative and summative evaluation of student learning*, 646-696.
- เจนสมุทรร แสงพันธ์. (2548). การใช้คำถามปลายเปิดในการจัดการเรียนการสอนสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนสาธิตมหาวิทยาลัยเชียงใหม่ : รายงานการวิจัย = *Using open-ended question in teaching and learning of mathayom 4 mathematics Chiang Mai University Demonstration School*: กรุงเทพฯ : คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยเชียงใหม่.
- เดือนใจ เกตุษา. (2549). การสร้างแบบทดสอบ 1 : แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ = *Test construction 1 : MR311* (พิมพ์ครั้งที่ 8, [ฉบับพิมพ์ซ้ำ]): กรุงเทพฯ : ภาควิชาการประเมินและการวิจัย มหาวิทยาลัย

รามคำแหง.

เวชฤทธิ์ อังกะภักทขจร. (2546). การสังเคราะห์งานวิจัยเกี่ยวกับมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในรายวิชาคณิตศาสตร์.

(วิทยานิพนธ์ปริญญาโทบริหารธุรกิจ). จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, กรุงเทพฯ.

โครงการ PISA ประเทศไทย สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2551). ตัวอย่างการ

ประเมินผลวิทยาศาสตร์นานาชาติ : PISA และ TIMSS. กรุงเทพฯ:

โครงการ PISA ประเทศไทย สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2553). ผลการประเมิน PISA

2009 การอ่านคณิตศาสตร์และวิทยาศาสตร์ บทสรุปเพื่อการบริหาร. กรุงเทพฯ:

โชคสุวิชัย สุภาพาส. (2554). ผลของการจัดการเรียนการสอนแบบ 4MAT เรื่องเส้นขนาน ที่มีต่อความสามารถใน

การคิดวิเคราะห์และความสามารถในการคิดสังเคราะห์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2. วิทยานิพนธ์

(กศ.ม. (การมัธยมศึกษา)) -- มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ, 2554.

ไพศาล หวังพานิช. (2526). การวัดผลการศึกษา: กรุงเทพฯ : ไทยวัฒนาพานิช.

ไมตรี อินทร์ประสิทธิ์. (2547). การสอนโดยใช้วิธีการแบบเปิดในชั้นเรียนญี่ปุ่น. *KKU Journal of*

Mathematics Education, 1(1), 1-9.

ไมตรี อินทร์ประสิทธิ์. (2563). กระบวนการแก้ปัญหาในคณิตศาสตร์ระดับโรงเรียน (พิมพ์ครั้งที่ 1.) (Non-

fiction): ศูนย์วิจัยคณิตศาสตร์ศึกษา.

กรมวิชาการ, และ สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2545). คู่มือการจัดการเรียนรู้กลุ่มสาระ

การเรียนรู้คณิตศาสตร์ : เอกสารประกอบหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐานพุทธศักราช 2544: กรุงเทพฯ :

กรมวิชาการ : สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี.

กระทรวงศึกษาธิการ. (2560). กระทรวงศึกษาธิการ. (2560). มาตรฐานการเรียนรู้และตัวชี้วัด กลุ่มสาระการ

เรียนรู้คณิตศาสตร์ วิทยาศาสตร์ และสาระภูมิศาสตร์ ในกลุ่มสาระการเรียนรู้สังคมศึกษา ศาสนา และ

วัฒนธรรม (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560). กรุงเทพฯ: ชุมนุมสหกรณ์การเกษตรแห่งประเทศไทย.

กุลกาญจน์ สุวรรณรักษ์. (2556). การศึกษาผลสัมฤทธิ์และเจตคติทางการเรียนคณิตศาสตร์เรื่องการชั่งและการ

ตวงของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 3 โดยการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ที่เน้นทักษะการเชื่อมโยงระหว่าง

คณิตศาสตร์กับชีวิตประจำวัน. วิทยานิพนธ์ (กศ.ม. (การประถมศึกษา)) -- มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิ

โรฒ, 2556.

คณิศร คุ่มก่องสุวรรณ. (2562). การศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความสามารถในการพิสูจน์ เรื่อง เส้นขนาน

ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ผ่านการจัดการเรียนรู้ตามแนวคิด *The Constructivist Learning*

Model (CLM). วิทยานิพนธ์ (กศ.ม. (คณิตศาสตร์)) -- มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ, 2562.

งามพร้อม อ่อนบัวขาว, และ หล้า ภวภูตานนท์. (2557). การศึกษาการเปลี่ยนแปลงมโนคติทางคณิตศาสตร์ เรื่อง

เส้นขนาน โดยการจัดกิจกรรมซ่อมเสริมสำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2. *Journal of Education*

Khon Kaen University (Graduate Studies Research), 8(3), 226-235.

- จารุวรรณ นาคคูบัว. (2552). การศึกษาปัจจัยด้านเชาวน์ปัญญา แรงจูงใจใฝ่สัมฤทธิ์ และรูปแบบการเรียนรู้ที่ส่งผลต่อผลการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์และวิชาภาษาไทย ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 สังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษานครปฐมเขต 1. วารสารจันทร์เกษมสาร (มหาวิทยาลัยราชภัฏจันทรเกษม) ปีที่ 15, ฉบับที่ 28 (ม.ค.- มิ.ย. 2552), หน้า 145-156.
- จิราภรณ์ ศิริทวี, ดนุชา ปนคำ, ศุภย์ส่งเสริมและพัฒนาพลังแผ่นดินเชิงคุณธรรม, โรงเรียนสาธิตแห่งมหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์, และ ศุภย์วิจัยและพัฒนาการศึกษา. (2551). กลยุทธ์การพัฒนาผู้เรียน : ประสบการณ์จากการปฏิบัติจริง = *Student development strategies : experience from practice* (พิมพ์ครั้งที่ 1..): กรุงเทพฯ : ศุภย์ส่งเสริมและพัฒนาพลังแผ่นดินเชิงคุณธรรม ศุภย์คุณธรรม สำนักงานบริหารและพัฒนาองค์ความรู้ องค์การมหาชน.
- ชนิดาภรณ์ บุญประจักษ์. (2557). การพัฒนาความคิดสร้างสรรค์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่เรียนรู้ด้วยวิธีการแบบเปิด (*Open approach*). (วิทยานิพนธ์ปริญญาศึกษาศาสตรมหาบัณฑิต). มหาวิทยาลัยขอนแก่น.
- ชวาล แพรัตกุล. (2552). เทคนิคการวัดผล (พิมพ์ครั้งที่ 7, [ฉบับพิมพ์ซ้ำ]).: กรุงเทพฯ : มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.
- ณิศา สุทธิสังข์, และ เกียรติ แสงอรุณ. (2555). กรอบแนวคิดเชิงทฤษฎีในการวิเคราะห์กระบวนการนามธรรมเพื่อสร้างความคิดรวบยอดของนักเรียนในชั้นเรียนที่ใช้การศึกษาระดับชั้นเรียน และวิธีการแบบเปิด *Theoretical Framework in Analysis of Abstraction Process for The Students' Concept Formation in Classroom Using Lesson*. *KKU Research Journal (Graduate Studies)*, 12(1), 142-154.
- दनัย ถนอมจิตร. (2553). การจัดการเรียนรู้โดยเน้นการใช้คำถามปลายเปิดเพื่อส่งเสริมความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 โรงเรียนวชิรวิทย์ฝ่ายมัธยม จังหวัดเชียงใหม่ = *Learning provision emphasizing open-ended questions to promote mathematical creative thinking for Mathayom Suksa 5 Students at Wachirawit School, Secondary Section, Chiang Mai Province*.
- ตติมา ทิพย์จินดาชัยกุล. (2557). ผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้วิธีการแบบเปิด (*Open Approach*) ที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาและความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เรื่องทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3. วิทยานิพนธ์ (กศ.ม. (การมัธยมศึกษา)) -- มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ, 2557.
- ทวี ไวยมิตร. (2555). การพัฒนาบทเรียนคอมพิวเตอร์ช่วยสอนเรื่อง เส้นขนาน สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปี

- ที่ 2. วารสารวิชาการบัณฑิตศึกษา มหาวิทยาลัยราชภัฏนครสวรรค์ ปีที่ 7, ฉบับที่ 19 (พ.ค.-ส.ค. 2555), หน้า 69-84.
- นฤมล อินทร์ประสิทธิ์. (2551). การศึกษาชั้นเรียน (Lesson Study) นวัตกรรมเพื่อพัฒนาครูและนักเรียน. วารสารหลักสูตรและการเรียนการสอน มหาวิทยาลัยขอนแก่น ปีที่ 2, ฉบับที่ 1 (ก.ค.-ธ.ค. 2551), หน้า 71-84.
- ปรวี อ่อนสอาด. (2556). การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์เรื่องการวัดของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 หลังการจัดการเรียนการสอนแบบกลุ่มช่วยรายบุคคล (TAI) กับการสอนตามปกติ. ปรินญาณิพนธ์ (กศ.ม. (การมัธยมศึกษา)) -- มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ, 2556.
- ประกิจ รัตนสุวรรณ. (2525). การวัดและประเมินผลทางการศึกษา: กรุงเทพฯ : คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.
- ปรีชา เนาว์เย็นผล. (2544). กิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์โดยใช้การแก้ปัญหาปลายเปิด สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1. ปรินญาณิพนธ์ (กศ.ด. (คณิตศาสตร์ศึกษา)) -- มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ, 2544.
- ปรีชา พิมพ์แก้ว. (2550). การศึกษาลักษณะของการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนในการแก้ปัญหาปลายเปิด. (วิทยานิพนธ์ปริญญาศึกษาศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์ศึกษา บัณฑิตวิทยาลัย). มหาวิทยาลัยขอนแก่น.
- ปรีชาญ เดชศรี. (2552). การศึกษาแนวโน้มผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์นานาชาติ = *Trends in international mathematics study 2007*: กรุงเทพฯ : สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี.
- ปวันรัตน์ วัฒนนะ. (2559). การศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เรื่อง การวัด ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โดยการสอนแนะให้คิด (CGI) ที่เน้นการเชื่อมโยงระหว่างคณิตศาสตร์กับชีวิตประจำวัน. ปรินญาณิพนธ์ (กศ.ม. (วิทยาการทางการศึกษาและการจัดการเรียนรู้)) -- มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ, 2559.
- พงษ์รินทร์ คำสีทิพย์. (2558). การส่งเสริมการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ผ่านการเขียนอธิบายของนักเรียน ที่ใช้นวัตกรรมการศึกษาชั้นเรียนและวิธีการแบบเปิด. (โครงการเสริมสร้างความสามารถในการทำวิจัยในชั้นเรียนของนักศึกษาฝึกประสบการณ์วิชาชีพครูสาขาวิชาคณิตศาสตร์ ระยะเวลาที่ 2). มหาวิทยาลัยเชียงใหม่.
- พิชิต ฤทธิ์จรรยา. (2553). หลักการวัดและประเมินผลการศึกษา (พิมพ์ครั้งที่ 6..): กรุงเทพฯ : ศูนย์หนังสือจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย ผู้จัดจำหน่าย.
- พีรดา วิชามุข. (2561). การศึกษาผลสัมฤทธิ์เรื่องการแก้โจทย์ปัญหาอัตราส่วนและร้อยละ ผ่านการจัดการเรียนรู้

- เรื่อง อัตราร่วมและร้อยละ โดยการสอนวิธีปกติควบคู่กับวิธีบาร์โมเดล สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2. ปรินทิพ (กศ.ม. (คณิตศาสตร์)) -- มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ, 2561.
- ภาณุมาศ เศรษฐจันท. (2556). การศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์เรื่อง การวัด ความยาวและการชั่งของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 3 โดยใช้เกมประกอบการจัดการเรียนรู้. วารสาร วิจัยทางการศึกษา คณะศึกษาศาสตร์ มศว ปีที่ 8, ฉบับที่ 1 (เม.ย.-ก.ย. 2556), หน้า 133-143.
- รชานี ปู่ตะ. (2561). ผลของการจัดการเรียนการสอนโดยใช้วิธีการแบบเปิดร่วมกับการศึกษาชั้นเรียนที่มีต่อ ความสามารถในการแก้ปัญหาและความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6. มหาวิทยาลัยสงขลานครินทร์ วิทยาเขตปัตตานี. (Thesis). Available from EBSCOhost PSU Knowledge Bank database.
- รัชนี ทาเหล็ก. (2556). ผลการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือด้วยเทคนิคจิ๊กซอว์เรื่องเส้นขนานที่มีต่อความสามารถใน การคิดวิเคราะห์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2. สารนิพนธ์ (กศ.ม. (การมัธยมศึกษา)) -- มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ, 2556.
- รัตนภรณ์ กุ่มผั่น. (2553). ผลของการสอนแบบปฏิบัติการโดยใช้โปรแกรม GSP ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน และความรับผิดชอบในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนานของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2. สาร นิพนธ์ (กศ.ม. (การมัธยมศึกษา)) -- มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ, 2553.
- ล้วน สายยศ, และ อังคณา สายยศ. (2538). เทคนิคการวิจัยทางการศึกษา (พิมพ์ครั้งที่ 5..): กรุงเทพฯ : สุวีริยา สาส์น.
- ล้วน สายยศ, และ อังคณา สายยศ. (2543). เทคนิคการวัดผลการเรียนรู้ (พิมพ์ครั้งที่ 2..): กรุงเทพฯ : สุวีริยา สาส์น.
- ลัดดา ศิลาน้อย. (2549). ปัญหาปลายเปิด Open approach ในนวัตกรรมการสอน กลุ่มสาระการเรียนรู้สังคม ศึกษาศาสตร์และวัฒนธรรม. วารสารศึกษาศาสตร์ (มหาวิทยาลัยขอนแก่น) ปีที่ 29, ฉบับที่ 1 (ม.ค.- มี.ค. 2549), หน้า 24-34.
- วันัญญา เสงดี. (2555). การพัฒนาทักษะการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้วิธีการแบบเปิด สำหรับนักเรียน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2. (วิทยานิพนธ์ศึกษาศาสตร์มหาบัณฑิต). มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีราชมงคลธัญบุรี.
- วีณา เตชะพนาดร. (2548). การศึกษาและพัฒนาความฉลาดทางจิตใจของนิสิตนักศึกษาในมหาวิทยาลัย. (ดุฎี นิพนธ์การศึกษาดุฎีบัณฑิต, สาขาวิชาจิตวิทยาการให้คำปรึกษา, บัณฑิตวิทยาลัย). มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.
- ศราวรุจ จอมน้า. (2557). ผลของการจัดการเรียนรู้โดยใช้บริบทเป็นฐาน เรื่องอัตราร่วมและร้อยละที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ความสามารถในการคิดอย่างมีวิจารณญาณและคุณลักษณะที่พึงประสงค์ของ

นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2. ปริญญาณิพนธ์ (กศ.ม. (การมัธยมศึกษา)) -- มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ, 2557.

ศูนย์ดำเนินงาน PISA แห่งชาติ สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2564). ผลการประเมิน PISA 2018 การอ่าน คณิตศาสตร์ และวิทยาศาสตร์.

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2555). ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ (พิมพ์ครั้งที่ 3, แก้ไขเพิ่มเติม..): กรุงเทพฯ : 3-คิว มีเดีย.

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2560a). รายงานผลการวิจัยโครงการ TIMSS 2011 วิชาคณิตศาสตร์. สืบค้นจาก <http://timssthailand.ipst.ac.th>

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2561). คู่มือการใช้หลักสูตร กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) ระดับมัธยมศึกษาตอนต้น. สืบค้นจาก <https://www.scimath.org/ebook-mathematics/item/8380-2560-2551-8380>

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2562). คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เล่ม 2 (พิมพ์ครั้งที่ 1) (Non-fiction): โรงพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

สุธาวัฒน์ สมรรถการ. (2556). ผลการจัดการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) เรื่องวิธีเรียงสับเปลี่ยนและวิธีจัดหมู่ที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ความสามารถในการแก้ปัญหาและความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6. ปริญญาณิพนธ์ (กศ.ม. (การมัธยมศึกษา)) -- มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ, 2556.

สุนิสา แก้วกระจ่าง. (2553). การศึกษาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนาน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ได้รับการจัดการเรียนรู้โดยใช้ชุดกิจกรรมกระบวนการกลุ่มสัมพันธ์. สารนิพนธ์ (กศ.ม. (การมัธยมศึกษา)) -- มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ, 2553.

อรวรรณ อ่อนสิงห์. (2553). การศึกษาปัจจัยด้านสติปัญญาและไม่ใช้สติปัญญาที่ส่งผลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์และวิชาภาษาไทยของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ในโรงเรียนสังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษากรุงเทพมหานครเขต 2. วารสารสังคมศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ปีที่ 13, (ม.ค.-ธ.ค. 2553), หน้า 126-139.

อารี พันธุ์ณี. (2544). การพัฒนาความคิดสร้างสรรค์สู่ความเป็นเลิศ: กรุงเทพฯ : พัฒนาศึกษา.



ประวัติผู้เขียน

ชื่อ-สกุล	วราภรณ์ ชลภาพ
วัน เดือน ปี เกิด	03 ธันวาคม 2539
สถานที่เกิด	ประจวบคีรีขันธ์
วุฒิการศึกษา	พ.ศ. 2557 มัธยมศึกษาตอนปลาย จากโรงเรียนบางสะพานวิทยา จังหวัดประจวบคีรีขันธ์ พ.ศ. 2561 ระดับปริญญาตรี วิทยาศาสตร์บัณฑิต (วท.บ.) สาขาคณิตศาสตร์ คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยมหิดล พ.ศ.2565 ระดับปริญญาโท การศึกษามหาบัณฑิต (กศ.ม.) สาขาคณิตศาสตร์ คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ
ที่อยู่ปัจจุบัน	3/3 หมู่ 4 ตำบลปากแพรก อำเภอบางสะพานน้อย จังหวัดประจวบคีรีขันธ์ 77170