การพัฒนากิจกรรมการเรียนการสอนที่เสริมสร้างระดับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เซต ตามกรอบทฤษฎี APOS โดยใช้ภาษาไพธอน สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษา

THE DEVELOPMENT OF INSTRUCTIONAL ACTIVITIES TO ENHANCE MATHEMATICAL UNDERSTANDING LEVEL OF SET BASED ON APOS THEORY BY USING PYTHON FOR MATHAYOMSUKSA STUDENTS

เขมจิรา เที่ยงอยู่

บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ

2565

การพัฒนากิจกรรมการเรียนการสอนที่เสริมสร้างระดับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เซต ตามกรอบทฤษฎี APOS โดยใช้ภาษาไพธอน สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษา

เขมจิรา เที่ยงอยู่

ปริญญานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตร
การศึกษาดุษฎีบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์
คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ
ปีการศึกษา 2565
ลิขสิทธิ์ของมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ

THE DEVELOPMENT OF INSTRUCTIONAL ACTIVITIES TO ENHANCE MATHEMATICAL UNDERSTANDING LEVEL OF SET BASED ON APOS THEORY BY USING PYTHON FOR MATHAYOMSUKSA STUDENTS

KHEMJIRA TIENGYOO

A Dissertation Submitted in Partial Fulfillment of the Requirements

for the Degree of DOCTOR OF EDUCATION

(Mathematics)

Faculty of Science, Srinakharinwirot University

2022

Copyright of Srinakharinwirot University

ปริญญานิพนธ์

เรื่อง

การพัฒนากิจกรรมการเรียนการสอนที่เสริมสร้างระดับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์

เรื่อง เซต ตามกรอบทฤษฎี APOS โดยใช้ภาษาไพธอน สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษา

ของ

เขมจิรา เที่ยงอยู่

ได้รับอนุมัติจากบัณฑิตวิทยาลัยให้นับเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตร

ปริญญาการศึกษาดุษฎีบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์

ของมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ

(รองศาสตราจารย์ นายแพทย์ฉัตรชัย เอกปัญญาสกุล)

คณบดีบัณฑิตวิทยาลัย

คณะกรรมการสอบปากเปล่าปริญญานิพนธ์

..... ที่ปรึกษาหลัก

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.สายัณห์ โสธะโร)

..... ประธาน

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.กิตติศักดิ์ ชยันตราคม)

..... ที่ปรึกษาร่วม

(อาจารย์ ดร.เสริมศรี ไทยแท้)

..... กรรมการ

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.ขวัญ เพียซ้าย)

..... กรรมการ

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.พิศุทธวรรณศรีภิรมย์ สิรินิลกุล)

ชื่อเรื่อง	การพัฒนากิจกรรมการเรียนการสอนที่เสริมสร้างระดับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เซต ตามกรอบทฤษฎี APOS โดยใช้ภาษาไพธอน สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษา
ผู้วิจัย	เขมจิรา เที่ยงอยู่
ปริญญา	การศึกษาดุษฎีบัณฑิต
ปีการศึกษา	2565
อาจารย์ที่ปรึกษา	ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. สายัณห์ โสธะโร
อาจารย์ที่ปรึกษาร่วม	อาจารย์ ดร. เสริมศรี ไทยแท้

การวิจัยนี้มีความมุ่งหมายเพื่อ (1) วิเคราะห์ปัจจัยที่ส่งผลต่อการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในปัจจุบันของครูที่สอนวิชาคณิตศาสตร์และนักเรียนระดับมัธยมศึกษา โรงเรียนในสังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษาลพบุรี ซึ่งเป็นโรงเรียนที่มีขนาดกลางขึ้นไป (2) พัฒนากิจกรรมการเรียนการสอนที่เสริมสร้างระดับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เซต ตามกรอบทฤษฎี APOS โดยใช้ภาษาไพธอน สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษา ให้มีประสิทธิภาพตามเกณฑ์ 60/60 และ (3) ศึกษาระดับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เซต ตามกรอบทฤษฎี APOS สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษา โดยมีกลุ่มตัวอย่างเป็นครูที่สอนวิชาคณิตศาสตร์และนักเรียนระดับมัธยมศึกษา ของโรงเรียนโคกสำโรงวิทยา โรงเรียนชัยบาดาลวิทยา โรงเรียนบ้านหมี่ โรงเรียนพระนารายณ์ โรงเรียนพัฒนานิคม โรงเรียนพิบูลวิทยาลัย และโรงเรียนวิทยาศาสตร์จุฬาภรณราชวิทยาลัย ลพบุรี ที่ได้จากการสุ่มตัวอย่างแบบหลายขั้นตอน (Multi Stage Sampling) และมีนักเรียนจำนวน 4 คน เป็นนักเรียนกลุ่มเป้าหมายโดยเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ของโรงเรียนวิทยาศาสตร์จุฬาภรณราชวิทยาลัย ลพบุรี ซึ่งได้จากการเลือกแบบเจาะจง (Purposive Sampling) เพื่อศึกษาเชิงลึกเกี่ยวกับระดับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เซต ผลการวิจัยพบว่า (1) เมื่อพิจารณาเพศและระดับการศึกษาของครู มีปัจจัยการสนับสนุนการใช้เทคโนโลยีจากโรงเรียน ความต้องการใช้เทคโนโลยีประกอบการสอน ความสามารถในการใช้เทคโนโลยีพื้นฐาน ความสามารถในการใช้เทคโนโลยีเฉพาะด้าน ความรู้ด้านเนื้อหา วิธีการสอนที่หลากหลาย และปัจจัยวิธีการสอนแบบบรรยาย ไม่แตกต่างกันที่ระดับนัยสำคัญทางสถิติ .05 แม้ว่า อายุของครูมีปัจจัยการสนับสนุนการใช้เทคโนโลยีจากโรงเรียน ความต้องการใช้เทคโนโลยีประกอบการสอน ความสามารถในการใช้เทคโนโลยีพื้นฐาน ความรู้ทางด้านเนื้อหาของครู วิธีการสอนที่หลากหลาย และปัจจัยวิธีการสอนแบบบรรยาย ไม่แตกต่างกัน อย่างไรก็ตาม มีปัจจัยความสามารถในการใช้เทคโนโลยีเฉพาะด้าน แตกต่างกันที่ระดับนัยสำคัญทางสถิติ .05 นอกจากนี้เมื่อพิจารณาระดับการศึกษาของนักเรียน แม้ว่า ปัจจัยการสนับสนุนการใช้เทคโนโลยีจากโรงเรียน ความสามารถในการใช้เทคโนโลยีเฉพาะด้าน และความรู้ทางด้านเนื้อหาของนักเรียน ไม่แตกต่างกัน อย่างไรก็ตาม มีปัจจัยความต้องการใช้เทคโนโลยีประกอบการเรียน ความสามารถในการใช้เทคโนโลยีพื้นฐาน เนื้อหาคณิตศาสตร์มากเกินความจำเป็นต่อการนำไปใช้ และการจัดการเรียนการสอนแตกต่างกันที่ระดับนัยสำคัญทางสถิติ .05 (2) กิจกรรมการเรียนการสอนที่เสริมสร้างระดับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เซต โดยใช้ภาษาไพธอน สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษา มีประสิทธิภาพเท่ากับ 77.18/75.50 ซึ่งสูงกว่าเกณฑ์ 60/60 และ (3) นักเรียนระดับมัธยมศึกษา หลังเรียนด้วยกิจกรรมการเรียนการสอนที่เสริมสร้างระดับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เซต ตามกรอบทฤษฎี APOS โดยใช้ภาษาไพธอน สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษา มีความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เซต แต่ละระดับตามกรอบทฤษฎี APOS ได้แก่ ระดับ A, P, O และ S สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 60 ของคะแนนเต็ม และมีจำนวนมากกว่าร้อยละ 50 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 แสดงว่ามีความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เซต

คำสำคัญ : การวิเคราะห์องค์ประกอบ, ทฤษฎี APOS, การพัฒนากิจกรรมการเรียนการสอน, ความเข้าใจทางคณิตศาสตร์

Title	THE DEVELOPMENT OF INSTRUCTIONAL ACTIVITIES TO ENHANCE MATHEMATICAL UNDERSTANDING LEVEL OF SET BASED ON APOS THEORY BY USING PYTHON FOR MATHAYOMSUKSA STUDENTS
Author	KHEMJIRA TIENGYOO
Degree	DOCTOR OF EDUCATION
Academic Year	2022
Thesis Advisor	Assistant Professor Dr. Sayun Sotaro
Co Advisor	Dr. Sermsri Thaithae

The purposes of this research are as follows: (1) to analyze the factors affecting the current of mathematics by mathematics teachers, learning by students and secondary schools under the jurisdiction of the Secondary Education Service Area Office in Lopburi province, and medium or larger sized schools; (2) to develop teaching and learning activities that enhance the level of mathematics understanding on the topic of set by the APOS theory framework using Python programming language for secondary school students, with 60/60 efficiency index; and (3) to study the level of mathematical understanding on the topic of set by the APOS theory framework among secondary school students. The samples were mathematics teachers and secondary school students from several schools, including Kok Samrongwitthaya School, Chai Badanwitthaya School, Ban Mi School, Phra Nary School, Phatthananikhom School, Pibulwitthayalai School, and Princess Chulabhorn Science High School Lopburi. They were sampled by using Multi-Stage Sampling, and four Mathayomsuksa Two students from Princess Chulabhorn Science High School Lopburi were selected by Purposive Sampling. The obtained results are as follows: (1) considering the gender and educational level of the teachers, the factors for supporting the use of technology from schools, the need for technology and fundamental technology in teaching, ability to use specialized teaching technology, the content knowledge of teachers, several teaching methods, and lecture-based teaching are were significantly different at a significance level of 0.05. In terms of the ages of teachers, factors for supporting the use of technology from schools, the need for technology in teaching, fundamental technology in teaching, the content knowledge of teachers, were not significantly different, but used specialized technology in teaching was significantly different at 0.05. The education level of the students; the use of technology at schools, ability to use specialized technology, and content knowledge were not significantly different, however, the factors as the need for technology in learning, ability to use fundamental technology, and mathematical content and learning management were not significantly different at 0.05; (2) activities that enhance mathematical understanding of the topic of set using Python programming language for secondary school students and a performance equal to 77.18/75.50, greater than the 60/60 efficient index; and (3) learning from activities that enhance mathematical understanding. The students had APOS framework understanding consisting of A, P, O, S levels greater than 60% of full scores. Moreover, 50 percent of students had mathematical understanding the topic of set at a significance level of 0.01.

Keyword : Factor Analysis, APOS Theory, Development of Instructional Activities, Mathematical Understanding

กิตติกรรมประกาศ

ปริญญานิพนธ์เล่มนี้สำเร็จได้ด้วยความอนุเคราะห์จาก ผศ.ดร.กิตติศักดิ์ ชยันตราคม ประธานคณะกรรมการสอบปากเปล่าปริญญานิพนธ์ ที่ได้สละเวลาในการให้คำปรึกษา และคอยช่วยเหลือในการสอบครั้งนี้ ผู้วิจัยรู้สึกซาบซึ้งและขอขอบพระคุณเป็นอย่างสูง พร้อมทั้งขอขอบพระคุณ ผศ.ดร.พิศุทธวรรณ ศรีภิรมย์ สิรินิลกุล ที่กรุณาให้คำชี้แนะ รวมทั้งให้มุมมองต่าง ๆ ที่เป็นประโยชน์ต่องานวิจัย นอกจากนี้ ผู้วิจัยขอขอบพระคุณ ผศ.ดร.ขวัญ เพียซ้าย ที่เมตตา สละเวลาให้คำปรึกษาและข้อควรปรับปรุงต่าง ๆ อีกทั้งยังเป็นกำลังใจแก่ผู้วิจัยเสมอมา ผู้วิจัยรู้สึกซาบซึ้งในความช่วยเหลือของท่านคณะกรรมการทั้งสามเป็นอย่างสูง

ขอขอบพระคุณ ผศ.ดร.สายัณห์ โสธะโร และอาจารย์ ดร.เสริมศรี ไทยแท้ อาจารย์ที่ปรึกษาปริญญานิพนธ์ ตลอดระยะเวลาที่ผู้วิจัยได้ศึกษา ณ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ รวมทั้งการดำเนินการวิจัยในครั้งนี้ ที่นอกจากจะสละเวลา มอบความรู้ และให้คำปรึกษางานวิจัยเป็นอย่างดีแล้ว ยังคอยให้กำลังใจยามผู้วิจัยท้อแท้ หมดแรง ท่านทั้งสองได้มอบคติคำสอนแก่ผู้วิจัย คือ จงมีสติและอยู่กับปัจจุบัน สิ่งนี้เป็นประโยชน์ต่อผู้วิจัยอย่างมาก ผู้วิจัยได้นำคำสอนมาปรับใช้ขณะที่ดำเนินการวิจัยเสมอมา นอกจากนี้ ผู้วิจัยรู้สึกอิ่มเอมใจอย่างยิ่งที่ท่านอาจารย์ทั้งสอง เมตตาและผลักดันผู้วิจัยจนสำเร็จถึงเส้นทางสุดท้ายได้ ผู้วิจัยจะจดจำสิ่งต่าง ๆ เหล่านี้ว่าท่านทั้งสองเป็นกำลังสำคัญที่ส่งให้ผู้วิจัยประสบความสำเร็จในครั้งนี้

ขอขอบพระคุณบัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ที่มอบทุนสนับสนุนค่าธรรมเนียมตลอดระยะเวลาของการศึกษาระดับปริญญาเอกในโครงการ 70 ปี 70 ทุน มศว คืนสู่สังคม

ขอขอบคุณ คุณครูและนักเรียนทั้ง 6 โรงเรียน ได้แก่ โรงเรียนโคกสำโรงวิทยา โรงเรียนชัยบาดาลวิทยา โรงเรียนพระนารายณ์ โรงเรียนบ้านหมี่วิทยา โรงเรียนพิบูลวิทยาลัย และโรงเรียนพัฒนานิคม ที่กรุณาให้ข้อมูลสำหรับการวิเคราะห์ปัจจัยที่ส่งผลต่อการเรียนการสอนคณิตศาสตร์เป็นอย่างยิ่ง นอกจากนี้ผู้วิจัยขอขอบคุณ คุณครูและนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 และ 3 ของโรงเรียนวิทยาศาสตร์จุฬาภรณราชวิทยาลัย ลพบุรี ที่คอยให้การช่วยเหลือ พร้อมทั้งเต็มใจที่เป็นอาสาสมัครในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยรู้สึกซาบซึ้งเป็นอย่างมากที่นักเรียนยอมสละเวลา อีกทั้งยังให้กำลังใจต่อผู้วิจัยขณะดำเนินการเก็บข้อมูลจนผู้วิจัยสามารถเก็บรวบรวมข้อมูลได้สำเร็จ

ขอขอบคุณ นายกฤติธี อนันต์ ที่เป็นผู้ช่วยวิจัยด้วยความเต็มใจ คอยให้กำลังใจเสมอมา รวมทั้งยอมสละเวลาส่วนตัวมาช่วยเหลือผู้วิจัยในครั้งนี้

ขอขอบพระคุณบิดา มารดา และครอบครัวเซี่ยงอยู่ ทุกคน ที่คอยให้การสนับสนุนในทุก ๆ ก้าวเดินของผู้วิจัย คอยให้กำลังใจมาโดยตลอด แม้ว่าบิดาและมารดาบอกกับผู้วิจัยเสมอว่า ไม่ต้องการได้สิ่งใดจากลูก ขอแค่ลูกทำในสิ่งที่รัก สิ่งที่ต้องการ และใช้ชีวิตให้มีความสุข อย่างไรก็ตาม ผู้วิจัยอยากบอกกับบิดาและมารดาว่า ลูกคนนี้ยินดีมอบความสำเร็จนี้ให้กับท่านทั้งสองที่มุมานะทำงานส่งผู้วิจัยเรียนจนสำเร็จการศึกษาได้ สิ่งนี้เป็นความสุขของลูก ลูกหวังว่าจะเป็นความสุขและความปีติของบิดาและมารดาเช่นกัน

เขมจิรา เซี่ยงอยู่

สารบัญ

หน้า

บทคัดย่อภาษาไทย ..... ง

บทคัดย่อภาษาอังกฤษ ..... จ

กิตติกรรมประกาศ ..... ฉ

สารบัญ ..... ซ

สารบัญตาราง ..... ฌ

สารบัญภาพประกอบ ..... ท

บทที่ 1 บทนำ 1

ภูมิหลัง 1

คำถามการวิจัย 6

ความมุ่งหมายของการวิจัย 6

ความสำคัญของการวิจัย 7

ขอบเขตของการวิจัย 7

1. สำหรับการวิเคราะห์ปัจจัยที่ส่งผลต่อการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในปัจจุบันของครูที่สอนวิชาคณิตศาสตร์และนักเรียนระดับมัธยมศึกษา โรงเรียนในสังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษาลพบุรี ซึ่งเป็นโรงเรียนที่มีขนาดกลางขึ้นไป 7

2. สำหรับการพัฒนากิจกรรมการเรียนการสอนที่เสริมสร้างระดับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เซต ตามกรอบทฤษฎี APOS โดยใช้ภาษาไพธอน สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษา 8

3. สำหรับการศึกษาระดับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เซต ตามกรอบทฤษฎี APOS สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษา 8

นิยามศัพท์เฉพาะ 11

สมมติฐานในการวิจัย 14

กรอบแนวคิดการวิจัย 15
บทที่ 2 เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง 17
1. เอกสารที่เกี่ยวข้องกับปัจจัยที่ส่งผลต่อการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในปัจจุบัน 18
1.1 แนวคิดเกี่ยวกับการเรียนการสอนในศตวรรษที่ 21 18
1.2 แนวคิดเกี่ยวกับปัจจัยที่เกี่ยวข้องกับการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ 24
1.3 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับปัจจัยที่ส่งผลต่อการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ 29
2. เอกสารที่เกี่ยวข้องกับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ 33
2.1 ความหมายของความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ 33
2.2 ความสำคัญของความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ 36
2.3 ประเภทของความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ 39
2.4 องค์ประกอบของความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ 44
2.5 การวัดระดับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ 49
2.6 แนวคิดเกี่ยวกับการออกแบบการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนตามแนวคิดคอนสตรัคติวิสต์ 64
2.7 แนวทางการหาประสิทธิภาพของกิจกรรมการเรียนการสอน 77
2.8 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์และการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนตามแนวคิดคอนสตรัคติวิสต์ 83
3. เอกสารที่เกี่ยวข้องกับภาษาไพธอน 94
3.1 ความสำคัญของการเขียนโปรแกรม 94
3.2 ประวัติของภาษาไพธอน 98
3.3 ความสามารถของภาษาไพธอน 98
3.4 เครื่องมือพัฒนาโปรแกรมของภาษาไพธอน 103
3.5 ความสำคัญของภาษาไพธอนกับการเรียนการสอน 106
3.6 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับภาษาไพธอน 108

4. เอกสารที่เกี่ยวข้องกับแนวคิดหลักที่สำคัญ เรื่อง เซต 108
4.1 ประวัติของเซต 108
4.2 ความสำคัญของเซต 112
4.3 แนวคิดหลักที่สำคัญเกี่ยวกับเซต 114
4.4 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับเซต 117
บทที่ 3 วิธีการดำเนินการวิจัย 120
ระยะที่ 1 การวิเคราะห์ปัจจัยที่ส่งผลต่อการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในปัจจุบันของครูที่สอนวิชาคณิตศาสตร์และนักเรียนระดับมัธยมศึกษา โรงเรียนในสังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษาลพบุรี ซึ่งเป็นโรงเรียนที่มีขนาดกลางขึ้นไป 122
1.1 การกำหนดประชากร และเลือกกลุ่มตัวอย่าง 122
1.2 การกำหนดกรอบแนวคิดในการวิเคราะห์ปัจจัยที่ส่งผลต่อการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในปัจจุบันของครูที่สอนวิชาคณิตศาสตร์และนักเรียนระดับมัธยมศึกษา โรงเรียนในสังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษาลพบุรี ซึ่งเป็นโรงเรียนที่มีขนาดกลางขึ้นไป 127
1.3 การสร้างและหาคุณภาพเครื่องมือ 129
1.4 การเก็บรวบรวมข้อมูล 132
1.5 การวิเคราะห์ข้อมูล 133
ระยะที่ 2 การพัฒนากิจกรรมการเรียนการสอนที่เสริมสร้างระดับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เซต ตามกรอบทฤษฎี APOS โดยใช้ภาษาไพธอน สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษา 134
2.1 การกำหนดกลุ่มนำร่อง 134
2.2 การศึกษาและสังเคราะห์เอกสารที่เกี่ยวข้องกับการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่เสริมสร้างระดับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เซต ตามกรอบทฤษฎี APOS โดยใช้ภาษาไพธอน สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษา 135

2.3 การกำหนดกรอบแนวคิดเพื่อพัฒนากิจกรรมการเรียนการสอนที่เสริมสร้างระดับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เซต ตามกรอบทฤษฎี APOS โดยใช้ภาษาไพธอน สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษา 141

2.4 การสร้างและหาคุณภาพเครื่องมือ 145

ระยะที่ 3 การศึกษาระดับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เซต ตามกรอบทฤษฎี APOS สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษา 152

3.1 การกำหนดผู้ช่วยวิจัย 152

3.2 การกำหนดกลุ่มเป้าหมาย 152

3.3 การกำหนดกรอบแนวคิดในการศึกษาระดับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เซต ตามกรอบทฤษฎี APOS สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษา 153

3.4 การดำเนินการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนและเก็บรวบรวมข้อมูล 155

3.5 การวิเคราะห์ข้อมูล 156

บทที่ 4 ผลการวิเคราะห์ข้อมูล 158

ระยะที่ 1 การวิเคราะห์ปัจจัยที่ส่งผลต่อการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในปัจจุบันของครูที่สอนวิชาคณิตศาสตร์และนักเรียนระดับมัธยมศึกษา โรงเรียนในสังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษาลพบุรี ซึ่งเป็นโรงเรียนที่มีขนาดกลางขึ้นไป 158

ตอนที่ 1 ปัจจัยที่ส่งผลต่อการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในปัจจุบันของครูที่สอนวิชาคณิตศาสตร์ โรงเรียนในสังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษาลพบุรี ซึ่งเป็นโรงเรียนที่มีขนาดกลางขึ้นไป 159

1.1 ข้อมูลพื้นฐานของกลุ่มตัวอย่าง 159

1.2 ปัจจัยที่ส่งผลต่อการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในปัจจุบันของครูที่สอนวิชาคณิตศาสตร์ โรงเรียนในสังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษาลพบุรี ซึ่งเป็นโรงเรียนที่มีขนาดกลางขึ้นไป 164

1.3 การวิเคราะห์ปัจจัยที่ส่งผลต่อการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในปัจจุบันของครูที่สอนวิชาคณิตศาสตร์ โรงเรียนในสังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษาลพบุรี ซึ่งเป็นโรงเรียนที่มีขนาดกลางขึ้นไป 171

1.4 การทดสอบสมมติของการวิจัย 187

ตอนที่ 2 ปัจจัยที่ส่งผลต่อการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในปัจจุบันของนักเรียนระดับมัธยมศึกษา โรงเรียนในสังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษาลพบุรี ซึ่งเป็นโรงเรียนที่มีขนาดกลางขึ้นไป 189

2.1 ข้อมูลพื้นฐานของกลุ่มตัวอย่าง 189

2.2 ปัจจัยที่ส่งผลต่อการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในปัจจุบันของนักเรียนระดับมัธยมศึกษา โรงเรียนในสังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษาลพบุรี ซึ่งเป็นโรงเรียนที่มีขนาดกลางขึ้นไป 194

2.3 การวิเคราะห์ปัจจัยที่ส่งผลต่อการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในปัจจุบันของนักเรียนระดับมัธยมศึกษา โรงเรียนในสังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษาลพบุรี ซึ่งเป็นโรงเรียนที่มีขนาดกลางขึ้นไป 201

2.4 การทดสอบสมมติของการวิจัย 217

ระยะที่ 2 การพัฒนากิจกรรมการเรียนการสอนที่เสริมสร้างระดับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เซต ตามกรอบทฤษฎี APOS โดยใช้ภาษาไพธอน สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษา 219

ตอนที่ 1 การหาประสิทธิภาพรายบุคคล 220

ตอนที่ 2 การหาประสิทธิภาพกลุ่มย่อย 224

ตอนที่ 3 การหาประสิทธิภาพภาคสนาม 227

ระยะที่ 3 การศึกษาระดับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เซต ตามกรอบทฤษฎี APOS สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษา 228

ตอนที่ 1: การวิจัยเชิงปริมาณ 228

ตอนที่ 2: การวิจัยเชิงคุณภาพ 233

2.1 ความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เซต ในระดับการกระทำ (A) 233

2.2 ความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เซต ในระดับกระบวนการ (P) 236

2.3 ความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เซต ในระดับวัตถุ (O) 240

2.4 ความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เซต ในระดับการเชื่อมโยงทางปัญญา (S) 242
บทที่ 5 สรุปผล อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ 244
ความมุ่งหมาย สมมติฐาน และวิธีดำเนินการวิจัยโดยสังเขป 244
ความมุ่งหมายของการวิจัย 244
สมมติฐานในการวิจัย 244
วิธีดำเนินการวิจัย 245
ระยะที่ 1 การวิเคราะห์ปัจจัยที่ส่งผลต่อการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในปัจจุบันของครูที่สอนวิชาคณิตศาสตร์และนักเรียนระดับมัธยมศึกษา โรงเรียนในสังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษาลพบุรี ซึ่งเป็นโรงเรียนที่มีขนาดกลางขึ้นไป 245
ระยะที่ 2 การพัฒนากิจกรรมการเรียนการสอนที่เสริมสร้างระดับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เซต ตามกรอบทฤษฎี APOS โดยใช้ภาษาไพธอน สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษา 247
ระยะที่ 3 การศึกษาระดับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เซต ตามกรอบทฤษฎี APOS สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษา 249
สรุปและอภิปรายผลการวิจัย 252
ระยะที่ 1 การวิเคราะห์ปัจจัยที่ส่งผลต่อการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในปัจจุบันของครูที่สอนวิชาคณิตศาสตร์และนักเรียนระดับมัธยมศึกษา โรงเรียนในสังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษาลพบุรี ซึ่งเป็นโรงเรียนที่มีขนาดกลางขึ้นไป 252
1.1 การปัจจัยที่ส่งผลต่อการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในปัจจุบันของครูผู้สอนวิชาคณิตศาสตร์ โรงเรียนในสังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษาลพบุรี ซึ่งเป็นโรงเรียนที่มีขนาดกลางขึ้นไป 252
1.2 การศึกษาความสัมพันธ์ของปัจจัยที่ส่งผลต่อการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในปัจจุบันของนักเรียนระดับมัธยมศึกษา โรงเรียนใน

สังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษาลพบุรี ซึ่งเป็นโรงเรียนที่มีขนาดกลางขึ้นไป 261
ระยะที่ 2 การพัฒนากิจกรรมการเรียนการสอนที่เสริมสร้างระดับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เซต ตามกรอบทฤษฎี APOS โดยใช้ภาษาไพธอน สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษา 271
2.1 ด้านกิจกรรมการเรียนการสอนและการสนับสนุนการใช้เทคโนโลยีจากโรงเรียน 271
2.2 ด้านการเขียนโปรแกรม 272
2.3 ด้านเครื่องมือการวัดและประเมินผล 273
ระยะที่ 3 การศึกษาระดับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เซต ตามกรอบทฤษฎี APOS สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษา 274
3.1 การวิจัยเชิงปริมาณ 275
3.2 การวิจัยเชิงคุณภาพ 276
ข้อเสนอ 280
1. ข้อเสนอแนะสำหรับการเรียนการสอน 280
2. ข้อเสนอแนะสำหรับการวิจัยครั้งต่อไป 280
บรรณานุกรม 282
ภาคผนวก 297
ภาคผนวก ก การหาคุณภาพเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย 298
ภาคผนวก ข ตัวอย่างแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 4 306
ภาคผนวก ค ตัวอย่างกิจกรรมที่ 4, 5, 6 และ 7 322
ภาคผนวก จ รายนามผู้เชี่ยวชาญ 357
ประวัติผู้เขียน 361

สารบัญตาราง

หน้า

ตาราง 1 ปัจจัยที่ส่งผลต่อการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในปัจจุบัน 28

ตาราง 2 เปรียบเทียบความแตกต่างความเข้าใจเชิงมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และความเข้าใจเชิงวิธีดำเนินการทางคณิตศาสตร์ผ่านตัวอย่างของเนื้อหาบางเรื่อง 42

ตาราง 3 เปรียบเทียบระดับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ ตามกรอบแนวคิดของแต่ละทฤษฎี 59

ตาราง 4 แสดงการเปรียบเทียบพฤติกรรมการเรียนรู้ที่แสดงความเข้าใจแต่ละระดับ 61

ตาราง 5 การเปรียบเทียบการจัดการเรียนการสอนรูปแบบเดิมกับรูปแบบคอนสตรัคติวิสต์ 75

ตาราง 6 ตัวอย่างความสามารถของ Module math แต่ละ Function สำหรับภาษาไพธอน 99

ตาราง 7 ตัวอย่างความสามารถการเขียนกราฟด้วย Package matplotlib.pyplot 102

ตาราง 8 ตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้ สาระเทคโนโลยี (วิทยาการคำนวณ) 107

ตาราง 9 ความเข้าใจเกี่ยวกับ เรื่อง เซต สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษา 115

ตาราง 10 โรงเรียน จำนวนนักเรียนระดับมัธยมศึกษา จำนวนครูที่สอนวิชาคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษา และจำนวนห้องเรียนของสังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษาลพบุรีมีขนาดกลางขึ้นไป ซึ่งจำแนกตามขนาดโรงเรียน 123

ตาราง 11 การจำแนกประเภทโรงเรียนตามสหวิทยาเขต 125

ตาราง 12 โรงเรียนที่มีจำนวนครูที่สอนวิชาคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตั้งแต่ 10 คน ขึ้นไป. 125

ตาราง 13 จำนวนนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง 126

ตาราง 14 ตัวอย่างคำถามของข้อมูลทั่วไปในแบบสอบถามเกี่ยวกับปัจจัยที่ส่งผลต่อการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในปัจจุบันของครูที่สอนวิชาคณิตศาสตร์ 130

ตาราง 15 ตัวอย่างคำถามของด้านการรับรู้เกี่ยวกับเทคโนโลยี ความรู้ด้านเทคโนโลยี ความรู้ด้านเนื้อหา และด้านกิจกรรมการเรียนการสอนในแบบสอบถามเกี่ยวกับปัจจัยที่ส่งผลต่อการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในปัจจุบันของครูที่สอนวิชาคณิตศาสตร์ 131

ตาราง 16 พิจารณาระดับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เซต ตามกรอบทฤษฎี APOS 138

ตาราง 17 แนวทางการเตรียมความพร้อมด้านการเขียนโปรแกรมด้วยภาษาไพธอน..... 142

ตาราง 18 แนวทางการจัดการเรียนการสอนที่เสริมสร้างระดับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เซต ตามกรอบทฤษฎี APOS โดยใช้ภาษาไพธอน สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษา 143

ตาราง 19 จำนวนและค่าร้อยละของครูที่สอนวิชาคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษา สังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษาลพบุรี ซึ่งเป็นโรงเรียนที่มีขนาดกลางขึ้นไป ที่ตอบแบบสอบถามของครู โดยจำแนกตามโรงเรียน เพศ อายุ และระดับการศึกษา 160

ตาราง 20 จำนวนและค่าร้อยละของครูที่สอนวิชาคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษา สังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษาลพบุรี ซึ่งเป็นโรงเรียนที่มีขนาดกลางขึ้นไป ที่ตอบแบบสอบถามของครู โดยพิจารณาจากลักษณะความชอบในการสอน ความพร้อมด้านอุปกรณ์ทางเทคโนโลยีที่ใช้ประกอบการสอน การเข้าถึงอินเทอร์เน็ต และระยะเวลาในการใช้อินเทอร์เน็ตปฏิบัติกิจกรรมต่าง ๆ..... 162

ตาราง 21 ค่าเฉลี่ย ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนจากแบบสอบถามของครู 165

ตาราง 22 แสดงค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ของ Pearson จากแบบสอบถามของครู..... 172

ตาราง 23 แสดงค่าดัชนี KMO และการทดสอบ Bartlett's Test of Sphericity จากแบบสอบถามของครู..... 175

ตาราง 24 แสดงค่า Communalities จากแบบสอบถามของครู..... 176

ตาราง 25 แสดงค่าไอเกน ร้อยละของความแปรปรวน และร้อยละของความแปรปรวนสะสมที่ได้จากการสกัดปัจจัยด้วยวิธี PCA จากแบบสอบถามของครู..... 177

ตาราง 26 แสดงค่าน้ำหนักปัจจัยจากการดำเนินการหมุนแกนปัจจัยด้วยวิธีแวริแมกซ์ ของตัวแปรด้านการรับรู้เกี่ยวกับเทคโนโลยี จากแบบสอบถามของครู 178

ตาราง 27 แสดงค่าน้ำหนักปัจจัยจากการดำเนินการหมุนแกนปัจจัยด้วยวิธีแวริแมกซ์ ของตัวแปรด้านความรู้ทางเทคโนโลยี จากแบบสอบถามของครู..... 180

ตาราง 28 แสดงค่าน้ำหนักปัจจัยจากการดำเนินการหมุนแกนปัจจัยด้วยวิธีแวริแมกซ์ ของตัวแปรด้านความรู้ทางเนื้อหา จากแบบสอบถามของครู 182

ตาราง 29 แสดงค่าน้ำหนักปัจจัยจากการดำเนินการหมุนแกนปัจจัยด้วยวิธีแวริแมกซ์ ของตัวแปรด้านกิจกรรมการเรียนการสอน 184

ตาราง 30 ผลการทดสอบสมมติเกี่ยวกับปัจจัยที่ส่งผลต่อการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ของครู 187

ตาราง 31 จำนวนและค่าร้อยละของนักเรียนระดับมัธยมศึกษา สังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษาลพบุรี ซึ่งเป็นโรงเรียนที่มีขนาดกลางขึ้นไป ที่ตอบแบบสอบถามของนักเรียน โดยจำแนกตามโรงเรียน เพศ อายุ แผนการเรียน และระดับการศึกษา 189

ตาราง 32 จำนวนและค่าร้อยละของนักเรียนระดับมัธยมศึกษา สังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษาลพบุรี ซึ่งเป็นโรงเรียนที่มีขนาดกลางขึ้นไป ที่ตอบแบบสอบถามของนักเรียน โดยพิจารณาจากลักษณะความชอบในการเรียน ความพร้อมด้านอุปกรณ์ทางเทคโนโลยีที่ใช้ประกอบการเรียน การเข้าถึงอินเทอร์เน็ต และระยะเวลาในการใช้อินเทอร์เน็ตปฏิบัติกิจกรรมต่างๆ 191

ตาราง 33 ค่าเฉลี่ย ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนจากแบบสอบถามของนักเรียน 195

ตาราง 34 แสดงค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ของ Pearson จากแบบสอบถามของนักเรียน..... 202

ตาราง 35 แสดงค่าดัชนี KMO และการทดสอบ Bartlett's Test of Sphericity จากแบบสอบถามของนักเรียน 205

ตาราง 36 แสดงค่า Communalities จากแบบสอบถามของนักเรียน..... 206

ตาราง 37 แสดงค่าไอเกน ร้อยละของความแปรปรวน และร้อยละของความแปรปรวนสะสมที่ได้จากการสกัดปัจจัยด้วยวิธี PCA จากแบบสอบถามของนักเรียน..... 207

ตาราง 38 แสดงค่าน้ำหนักปัจจัยจากการดำเนินการหมุนแกนปัจจัยด้วยวิธีแวริแมกซ์ ของตัวแปรด้านการรับรู้เกี่ยวกับเทคโนโลยี จากแบบสอบถามของนักเรียน 208

ตาราง 39 แสดงค่าน้ำหนักปัจจัยจากการดำเนินการหมุนแกนปัจจัยด้วยวิธีแวริแมกซ์ ของตัวแปรด้านความรู้ทางเทคโนโลยี จากแบบสอบถามของนักเรียน..... 210

ตาราง 40 แสดงค่าน้ำหนักปัจจัยจากการดำเนินการหมุนแกนปัจจัยด้วยวิธีแวริแมกซ์ ของตัวแปรด้านความรู้ทางเนื้อหา จากแบบสอบถามของนักเรียน 212

ตาราง 41 แสดงค่าน้ำหนักปัจจัยจากการดำเนินการหมุนแกนปัจจัยด้วยวิธีแวริแมกซ์ ของตัวแปรด้านกิจกรรมการเรียนการสอน จากแบบสอบถามของนักเรียน 214

ตาราง 42 ผลการทดสอบสมมติเกี่ยวกับปัจจัยที่ส่งผลต่อการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ของนักเรียน..... 217

ตาราง 43 ผลการหาประสิทธิภาพรายบุคคลของกิจกรรมการเรียนการสอน..... 220

ตาราง 44 ผลการหาประสิทธิภาพกลุ่มย่อยของกิจกรรมการเรียนการสอน 224

ตาราง 45 ผลการหาประสิทธิภาพภาคสนามของกิจกรรมการเรียนการสอน 227

ตาราง 46 ค่าเฉลี่ยและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนจากใบกิจกรรมรายบุคคลที่ 1-7 แบบทดสอบย่อยจำนวน 3 ฉบับ และแบบทดสอบวัดระดับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เซต ของนักเรียนกลุ่มเป้าหมาย..... 229

ตาราง 47 ผลการวิเคราะห์ความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เซต ตามกรอบทฤษฎี APOS สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษา 230

ตาราง 48 ผลการทดสอบสมมติฐานของการวิจัยข้อที่ 1..... 232

ตาราง 49 ผลการทดสอบสมมติฐานของการวิจัยข้อที่ 2..... 232

ตาราง 50 ค่าดัชนีความสอดคล้องของแบบทดสอบย่อยฉบับที่ 1..... 299

ตาราง 51 ค่าดัชนีความสอดคล้องของแบบทดสอบย่อยฉบับที่ 2..... 300

ตาราง 52 ค่าดัชนีความสอดคล้องของแบบทดสอบย่อยฉบับที่ 3..... 301

ตาราง 53 ค่าดัชนีความสอดคล้องของแบบทดสอบวัดระดับความเข้าใจ เรื่อง เซต 302

ตาราง 54 ค่าความยากง่าย (p) และค่าอำนาจจำแนกของแบบทดสอบย่อยฉบับที่ 1, 2 และ 3 303

ตาราง 55 ค่าความยากง่าย (p) และค่าอำนาจจำแนกของแบบทดสอบวัดระดับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เซต 304

ตาราง 56 เกณฑ์การให้คะแนนแบบรูบริค (Rubric Scoring) สำหรับใบกิจกรรมที่ 4..... 318

สารบัญภาพประกอบ

หน้า

ภาพประกอบ 1 กรอบแนวคิดในการวิจัย 16
ภาพประกอบ 2 ความสัมพันธ์ของประเภทความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ตามแนวคิดของ เบริ์นส และ ยูซิสกิ้นส์ 43
ภาพประกอบ 3 องค์ประกอบของสมรรถนะทางคณิตศาสตร์..... 44
ภาพประกอบ 4 โมเดลการพัฒนาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ ของแนวคิด ไพรี และ คีแรน..... 52
ภาพประกอบ 5 ความสัมพันธ์ระหว่าง A ⟶ P ⟶ O 55
ภาพประกอบ 6 ตัวอย่างกิจกรรมบางส่วนของระดับการกระทำ เรื่อง ฟังก์ชัน 57
ภาพประกอบ 7 ตัวอย่างกิจกรรมบางส่วนของระดับกระบวนการ เรื่อง ฟังก์ชัน..... 58
ภาพประกอบ 8 ตัวอย่างกิจกรรมบางส่วนของระดับวัตถุ เรื่อง ฟังก์ชัน..... 58
ภาพประกอบ 9 รูปแบบการจัดการเรียนรู้แบบคอนสตรัคติวิสต์ 70
ภาพประกอบ 10 ตัวอย่างแสดงความสามารถบางส่วนของ Package SymPy..... 101
ภาพประกอบ 11 เมนูที่แสดงบน Notebook Dashboard 104
ภาพประกอบ 12 เมนูที่แสดงบน Notebook..... 105
ภาพประกอบ 13 อธิบายจุดเริ่มต้นของระบบจำนวน 112
ภาพประกอบ 14 ระยะการวิจัยและขั้นตอนในการดำเนินการวิจัย 121
ภาพประกอบ 15 แสดงขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนในแต่ละคาบ 144
ภาพประกอบ 16 ปัจจัยที่ส่งผลต่อการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในปัจจุบันของครู..... 186
ภาพประกอบ 17 ปัจจัยที่ส่งผลต่อการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในปัจจุบันของนักเรียน..... 216
ภาพประกอบ 18 การใช้คำสั่ง A.intersection(B) และ A.union(B) ของ B3..... 234
ภาพประกอบ 19 แสดงผลงานการเขียนโปรแกรมของ B1 ในกิจกรรมที่ 4 235
ภาพประกอบ 20 แสดงผลงานการเขียนโปรแกรมของ B4 ในกิจกรรมที่ 4 236

ภาพประกอบ 21 ผลงานการเขียนโปรแกรมเพื่อหา A-B ของ B1 237

ภาพประกอบ 22 ผังงานแสดงแนวคิดของ A-B 239

ภาพประกอบ 23 งานเขียนความหมายของผลต่างระหว่างเซต A และ B ของ B1 239

ภาพประกอบ 24 แสดงงานเขียนข้อ 12 ในกิจกรรมที่ 6 ของ B1 241

ภาพประกอบ 25 แสดงงานเขียนข้อ 12 ในกิจกรรมที่ 6 ของ B4 242

ภาพประกอบ 26 ผลงานการเขียนโปรแกรมของ B3 จากแฟ้มคำสั่ง “SET7” 243

บทที่ 1
บทนำ

ภูมิหลัง

ความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ถือเป็นหนึ่งในองค์ประกอบที่สำคัญของสมรรถนะทางคณิตศาสตร์ แม้ว่าจะเป็นนามธรรมไม่สามารถวัดได้โดยตรง (Kilpatrick, Swafford, & Findell, 2001, p. 118) ต้องอาศัยการสังเกตจากพฤติกรรมการเรียนรู้ที่ผู้เรียนแสดงออกถึงความสามารถในด้านที่เกี่ยวข้องกับมโนทัศน์ การดำเนินการทางคณิตศาสตร์ และการประยุกต์ใช้ (Curriculum Development and Supplement Materials Commission, 2006, pp. 1-14) มีนักการศึกษาหลายท่านพยายามคิดค้นกรอบการวัดและประเมินเพื่อแบ่งระดับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์สำหรับการเรียนการสอนเป็นจำนวนมาก ตั้งแต่ปีคริสต์ศักราช (ค.ศ.) 1982 บิ๊กส์และคอลลิส (Bigg & Collis, 1982, pp. 237-242) ได้พัฒนาทฤษฎีอนุกรมวิธานแบบโซโล (SOLO Taxonomy) ในช่วงเวลานั้นนับว่าทฤษฎีนี้ได้รับความนิยมอย่างแพร่หลายทั้งในวิชาวิทยาศาสตร์หรือคณิตศาสตร์ ต่อมา ค.ศ. 1992 ไพรีและคีแรน (Pirie & Kieren, 1992, pp. 243-257) ได้อธิบายว่า ความเข้าใจทางคณิตศาสตร์เป็นกระบวนการที่มีลักษณะแบบพลวัตไม่เป็นเส้นตรง สามารถย้อนกลับไปมาได้ อีกทั้งยังมีลักษณะเฉพาะเจาะจงที่ต่างจากวิชาอื่น จึงคิดค้นทฤษฎีพัฒนาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ (A Theory of Growth of Mathematical Understanding) ในขณะที่ คาร์เพนเตอร์และลีเออร์ (Sheffield & Cruikshank, 2005, p. 24) ได้เสนอรูปแบบการประเมินความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ใน ค.ศ. 1999 ว่า สามารถจำแนกระดับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์เป็นระดับ ได้แก่ ระดับการสร้างความสัมพันธ์ ระดับการขยายและสร้างความรู้ทางคณิตศาสตร์ ระดับการสะท้อนประสบการณ์ ระดับการเชื่อมต่อสิ่งที่รู้ และระดับการดำเนินการความรู้คณิตศาสตร์ให้เป็นของตนเอง หากพิจารณาเพิ่มเติมเกี่ยวกับผลการศึกษากรอบการวัดระดับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ข้างต้นจะพบว่า “ทฤษฎีดังกล่าวมีความสอดคล้องกันตามแนวคิดทฤษฎีพัฒนาการทางสติปัญญาของเพียเจต์ (Piaget’s Stages of Cognitive Development)” และปฏิเสธไม่ได้ว่าก่อนศตวรรษที่ 21 ผู้สอนส่วนใหญ่ต่างใช้วิธีการสอนแบบบรรยายเป็นหลัก (สำนักบริหารงานการมัธยมศึกษาตอนปลาย, 2558, น. 4) ทำให้กรอบการวัดระดับความเข้าใจเหล่านั้นนับเป็นอีกหนึ่งแนวทางที่เหมาะสมกับบริบทการจัดการเรียนการสอนของยุคก่อนศตวรรษที่ 21

เมื่อเข้าสู่ศตวรรษที่ 21 อย่างเต็มตัวระบบการศึกษาได้พลิกโฉมใหม่โดยมุ่งเน้นให้ผู้เรียนเป็นศูนย์กลางแห่งการเรียนรู้ เกิดการผสมผสานระหว่างเทคโนโลยีร่วมกับวิธีการสอนและเนื้อหา

สาระมากขึ้น (Partnership for 21st Century Skills, 2007, pp. 1-9; สำนักบริหารงานการมัธยมศึกษาตอนปลาย, 2559, น. 7-17) ทำให้การวัดระดับความเข้าใจตามทฤษฎีอนุกรมวิธานแบบโซโล ทฤษฎีพัฒนาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ของไพรีและคีแรน หรือคาร์เพนเตอร์และลีเออร์ อาจยังไม่ตอบสนองต่อแนวทางการจัดการเรียนรู้ในศตวรรษที่ 21 ซึ่งควรมีการผสมผสานระหว่างเทคโนโลยีร่วมกับวิธีการสอนและเนื้อหา ส่งผลให้ วิดาโควิค (Vidakovic) พัฒนาทฤษฎี APOS (Action-Process-Object-Schema) ของดูบินสกี้ (Dubinsky) ขึ้น ใน ค.ศ. 2018 ซึ่งเป็นทฤษฎีที่ใช้แบ่งระดับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ภายใต้แนวคิดของคอนสตรัคติวิสต์ (Constructivist) ที่มาจากกระบวนการคิดสะท้อนเชิงนามธรรมของเพียเจต์ (Piaget) (Arnon et al., 2014, pp. 6-26) ซึ่งประกอบด้วย 5 กลไก ได้แก่ 1) การทำงานที่เกิดขึ้นภายในจิตใจ 2) การมีส่วนร่วม 3) การคิดย้อนกลับ 4) การรวบรวมความรู้ และ 5) การขยายความรู้ มาประยุกต์ใช้ร่วมกับโครงสร้างความคิดในจิตใจทำให้เกิดโครงสร้างความคิดแบบใหม่ที่แสดงให้เห็นถึงการเกิดความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ ประกอบด้วย 4 ระดับ (Ibrahim Cetin, 2015, pp. 156-157) ได้แก่ ระดับการกระทำ (Actions: A) เป็นจุดเริ่มต้นของความเข้าใจระดับแรกซึ่งผู้เรียนเป็นฝ่ายรับกระบวนภายนอกเข้ามาเป็นสิ่งกระตุ้นให้เกิดการเรียนรู้ โดยผู้เรียนจะปฏิบัติตามคำแนะนำ เงื่อนไข และขั้นตอนการดำเนินการอย่างเป็นลำดับ ไม่สามารถข้ามลำดับขั้นตอนได้ ในขณะที่ระดับกระบวนการ (Processes: P) เป็นระยะการพัฒนาความเข้าใจจากระดับการกระทำซึ่งเกิดจากการดำเนินการหรือปฏิบัติซ้ำกันหลาย ๆ ครั้ง โดยไม่จำเป็นต้องพึ่งคำแนะนำของกระบวนการภายนอก ส่วนระดับวัตถุ (Object: O) เป็นระยะการรวบรวมความรู้จากระดับกระบวนการและการกระทำ ซึ่งผู้เรียนสามารถนำองค์ความรู้ที่มีอยู่เดิมมาผสมผสานกับองค์ความรู้ที่ได้รับจนกลายเป็นองค์ความรู้ใหม่ และระดับการเชื่อมโยงทางปัญญา (Schema: S) เป็นความสามารถในการขยายความรู้ด้วยการเชื่อมโยงระดับ A, P และ O เพื่อนำไปใช้สร้างมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ในระดับสูง อย่างไรก็ตาม วิดาโควิค (Ibrahim Cetin, 2015, pp. 154-168; Vidakovic, Dubinsky, & Weller, 2018, pp. 451-456) ให้ความสนใจเกี่ยวกับการใช้ภาษาโปรแกรมทางคณิตศาสตร์ (Mathematical Programming Language) โดยเชื่อว่าเป็นเครื่องมือหนึ่งในการพัฒนาระดับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ของผู้เรียนภายใต้ทฤษฎี APOS เนื่องจากภาษาโปรแกรมทางคณิตศาสตร์ เป็นภาษาทางคอมพิวเตอร์ที่มีไวยากรณ์ (Syntax) ใกล้เคียงกับสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ซึ่งช่วยกระตุ้นให้ผู้เรียนเกิดความเข้าใจได้อย่างรวดเร็ว พร้อมทั้งสามารถเชื่อมโยงแนวคิดทางคณิตศาสตร์กับภาษาโปรแกรม ตลอดจนนำความรู้มาสร้างนวัตกรรมใหม่ ๆ เพื่อแก้ปัญหาที่ซับซ้อนได้ นอกจากนี้ วิดาโควิค ได้อธิบายเพิ่มเติมว่า โครงสร้างทางความคิดของมโน

ทัศน์ใหม่จะเกิดขึ้นได้นั้น ควรเริ่มจากระดับ A โดยใช้องค์ความรู้เดิมของผู้เรียนทั้งด้านการเขียนโปรแกรมและเนื้อหาทางคณิตศาสตร์ประกอบการหาผลลัพธ์ผ่านงานปฏิบัติ (Tasks) แม้ว่าภายหลังจากการรันโปรแกรม (Run Program) ผลลัพธ์จะแสดงออกมาทันทีโดยปราศจากกระบวนการคิด แต่ผู้สอนจะมีบทบาทสำคัญในการกระตุ้นให้ผู้เรียนเกิดกระบวนการคิดผ่านการตั้งคำถามที่ว่า “จงอธิบายการทำงานของโปรแกรม” หรือ “เพราะเหตุใดจึงแสดงผลลัพธ์ออกมาเช่นนี้” เพื่อให้ผู้เรียนได้สำรวจผลลัพธ์ที่ได้จากการรันโปรแกรม สิ่งเหล่านี้ถือว่ามีอิทธิพลที่สำคัญต่อกระบวนการคิดสะท้อนเชิงนามธรรมโดยเกิดการเปลี่ยนแปลงของกระบวนการภายนอกจากระดับ A ไปสู่กระบวนการภายในจิตใจเป็นระดับ P ผู้เรียนจะสามารถอธิบายวิธีการดำเนินการตามหลักทางคณิตศาสตร์ได้ นอกจากนี้ หากผู้เรียนสามารถรวบรวมความรู้ที่มีมาอธิบายแนวคิดใหม่ ๆ ทางคณิตศาสตร์ได้ แสดงว่าผู้เรียนมีความเข้าใจในระดับ O ซึ่งอาจใช้ภาษาโปรแกรมทางคณิตศาสตร์เป็นตัวช่วยเสริมสร้างระดับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ ส่วนระดับ S เป็นสิ่งที่วัดค่อนข้างยาก ผู้สอนต้องสังเกตพฤติกรรมการเรียนรู้ควบคู่กันว่าผู้เรียนสามารถประยุกต์ความรู้ทางคณิตศาสตร์ร่วมกับการออกแบบโปรแกรมด้วยภาษาโปรแกรมทางคณิตศาสตร์อย่างไร

ภาษาโปรแกรม (Programming หรือ Coding) เป็นภาษาที่ออกแบบมาเพื่อสื่อสารชุดคำสั่งให้ไปควบคุมฮาร์ดแวร์ของคอมพิวเตอร์โดยอาศัย “ตัวแปลภาษา” ซึ่งทำหน้าที่แปลชุดคำสั่งแล้วประมวลผลตามความต้องการของผู้ใช้ โดยทั่วไปตัวแปลภาษาที่ใช้มีด้วยกันหลายภาษา (Dierbach, 2013, p. 9; อรพิน ประวัติบริสุทธิ์, 2564, น. 17) แต่ภาษาที่ได้รับความนิยมในศตวรรษนี้ คือ ภาษาไพธอน เนื่องจากเป็นหนึ่งในภาษาโปรแกรมทางคณิตศาสตร์ที่ใช้ง่ายว่าภาษาอื่น ทำให้หลายประเทศทั่วโลกไม่ว่าจะเป็นประเทศฟินแลนด์ สหรัฐอเมริกา อังกฤษ เอสโตเนีย เกาหลีใต้ หรือจีน เตรียมพื้นฐานให้ผู้เรียนมีแนวคิดด้านการเขียนภาษาไพธอน เพื่อเป็นแนวทางหนึ่งในการพัฒนาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ (Barry, 2017, p.5) สำหรับในประเทศไทย สุชาติ คุ้มมะณี (2562, น. 6) กล่าวว่า ภาษาไพธอนเป็นภาษาที่มีความใกล้เคียงกับสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์และภาษาอังกฤษที่มนุษย์เราใช้ในการสื่อสารกันมากที่สุด สาเหตุเพราะถูกพัฒนาขึ้นจากการนำข้อดีของภาษาต่าง ๆ มาไว้รวมกัน และยิ่งไปกว่านั้น คุณหญิงกัลยา โสภณพานิช รัฐมนตรีช่วยว่าการกระทรวงศึกษาธิการได้ให้ความสำคัญกับการเขียนโปรแกรมด้วยภาษาไพธอน (อานนท์ วิชานนท์, 2562(เอกสารจากเว็บไซต์)) ทำให้กระทรวงศึกษาธิการของประเทศไทยบรรจุภาษาไพธอนเข้าไปอยู่ในหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 (ฉบับปรับปรุง 2560) รายวิชาพื้นฐานวิทยาศาสตร์ สาระเทคโนโลยี (วิทยาการคำนวณ) ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ถึง 6 โดยมีเป้าหมายให้ผู้เรียนสามารถนำความรู้จากการเขียนโปรแกรมด้วยภาษาไพธอน

มาบูรณาการกับศาสตร์อื่นผ่านการพัฒนาชิ้นงาน (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2562, น. 20-28) ที่อาศัย Function, Module, Package, Method และความรู้พื้นฐานด้านการเขียนโปรแกรมผ่านกระบวนการคิดอย่างเป็นขั้นตอนโดยใช้แนวคิดเชิงนามธรรม

เมื่อภาษาไพธอนถูกพัฒนาให้สะดวกต่อการใช้งานมากขึ้นโดยการสร้าง Community ให้ผู้พัฒนาโปรแกรมช่วยกันสร้าง Library ที่เกี่ยวข้องกับการประมวลผลภาพสามมิติ การประมวลผลข้อมูลภาพ การประมวลผลข้อมูลทางด้านคณิตศาสตร์และวิทยาศาสตร์ วิศวกรรมศาสตร์ การเรียนรู้ด้วย Machine Learning ตลอดจนปัญญาประดิษฐ์ (AI) ไว้สำหรับผู้ที่สนใจเขียนโปรแกรมด้วยภาษาไพธอนในเรื่องต่าง ๆ สามารถเรียกใช้ Library เหล่านั้นได้ทันที (Open Source) (Richard, 2018, pp. 4-5; ณัฐวัตน์ คำภักดี, 2561, น. 11-12) จึงไม่แปลกที่องค์กรระดับโลกอย่าง Google เลือกใช้งานภาษานี้ ถ้าพิจารณาเฉพาะด้านคณิตศาสตร์จะเห็นได้ว่า สามารถแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ซับซ้อนผ่าน Module math สำเร็จรูปซึ่งมีการประมวลผลได้อย่างรวดเร็ว (Perkovic, 2015, pp. 320-333; ณัฐวัตน์ คำภักดี, 2561, น. 16) รวมทั้งสามารถเรียกใช้ Package ได้ (Jason, 2013, pp. xx-xxiii; ปราโมทย์ เดชะอำไพ, 2563, น. 1-10) ในอีกแง่มุมหนึ่งของภาษาไพธอน นักพัฒนาโปรแกรมได้พยายามสร้าง Function ภายใน Class ให้อยู่ในรูปของ Method เพื่อเพิ่มการรับข้อมูลชนิดต่าง ๆ ทั้ง List, String, Tuple, Dictionary และ Set หากพิจารณา Method ของ Set จะเห็นว่า มีความพิเศษกว่า Method อื่น เนื่องจากแนวคิด Method ของ Set มีความสัมพันธ์กับเซตทางคณิตศาสตร์ เช่น มีการดำเนินการของเซตแบบยูเนียน อินเตอร์เซกชัน ผลต่าง และคอมพลีเมนต์ สามารถระบุเซตที่เป็นเซตว่าง สมาชิกของเซต การเป็นเซตที่เท่ากัน และสับเซตได้ (Percival & Mike, 2020) คงจะดีไม่น้อยหากผู้สอนแนะนำให้ผู้เรียนทราบถึงกระบวนการทำงานของภาษาไพธอนจนสามารถอธิบายที่มาของผลลัพธ์จากการรันโปรแกรมด้วยตนเอง ดังคำกล่าวของวิดาโควิค ว่า “เมื่อปล่อยให้ผู้เรียนมีปฏิสัมพันธ์กับการเขียนโปรแกรมจะเป็นเครื่องมือสำคัญที่ไม่เพียงกระตุ้นให้ผู้เรียนเกิดความเข้าใจทางคณิตศาสตร์เท่านั้น แต่ยังช่วยเสริมสร้างการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ด้วยอีก” (Vidakovic et al., 2018, p. 453) ถ้าพิจารณาประโยชน์ของเรื่อง เซต จะพบว่า การศึกษาคณิตศาสตร์ยุคใหม่ (Modern Math) ต้องอาศัยความรู้พื้นฐานเรื่อง เซต เป็นสำคัญ ทำให้หลักสูตรคณิตศาสตร์ของโรงเรียนชั้นนำระดับประเทศอย่างโรงเรียนวิทยาศาสตร์จุฬาภรณราชวิทยาลัย (หลักสูตรโรงเรียนวิทยาศาสตร์ภูมิภาค, 2557, น. 16) ได้กำหนดให้ผู้เรียนศึกษาเรื่อง เซต ตั้งแต่ระดับมัธยมศึกษาตอนต้น สะท้อนให้เห็นว่าโรงเรียนให้ความสำคัญกับการศึกษาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เซต เป็นอย่างมาก

ดังคำกล่าวของ พิมพ์เพ็ญ เวชชาชีวะ (2561, น. 1) ว่า “ทุกสิ่งในคณิตศาสตร์สามารถนิยามให้เป็นเซตได้”

สำหรับการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนให้มีประสิทธิภาพ และสอดคล้องกับการวัดระดับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ตามกรอบทฤษฎี APOS ดังที่กล่าวมาข้างต้น ควรใช้การจัดกิจกรรมการเรียนการสอนตามแนวคิดของคอนสตรัคติวิสต์ เป็นหนึ่งในแนวทางการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนในครั้งนี้ (อรุณวรรณ โสภาคำ, 2556, น. 210) เนื่องจากทฤษฎี APOS มีรากฐานมาจากแนวคิดของคอนสตรัคติวิสต์ที่ผู้สอนจำเป็นต้องเปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้ลงมือปฏิบัติผ่านการทดลอง สำรวจซ้ำ และฝึกฝนอย่างสม่ำเสมอ จนสามารถซึมซับความรู้ใหม่ ๆ ผ่านการสังเกตโดยใช้เทคโนโลยีเป็นตัวกลางสำคัญที่เสริมสร้างพลังความรู้ของผู้เรียนขณะปฏิบัติกิจกรรม (Gilakjani, Leong, & Ismail, 2013, pp. 49-63) ผ่านกระบวนการ 4 ขั้น ดังนี้ ขั้นที่ 1 การชักชวน เป็นขั้นที่ผู้สอนนำเสนอสถานการณ์อันเชื่อมโยงกับชีวิตประจำวันหรือศาสตร์อื่น เพื่อสร้างแรงจูงใจต่อการเรียน กระตุ้นให้ผู้เรียนเกิดความอยากรู้อยากเห็น หรือเป็นขั้นที่ผู้สอนทบทวนความรู้เดิมให้แก่ผู้เรียน เพื่อเตรียมความพร้อมสำหรับการเรียนในขั้นถัดไป ส่วนขั้นที่ 2 การสำรวจ เป็นขั้นที่ผู้เรียนลงมือปฏิบัติโดยใช้ภาษาไพธอนเป็นสื่อกลางในการสำรวจ ค้นหาผลลัพธ์ตามคำแนะนำของผู้สอน หรือจากการศึกษาด้วยตนเอง เพื่อเสริมสร้างการมีปฏิสัมพันธ์ระหว่างผู้เรียน ผู้สอน และเทคโนโลยีจนสามารถหาผลลัพธ์ด้วยตนเองได้ สำหรับขั้นที่ 3 ความรู้ใหม่ เป็นขั้นที่ผู้เรียนอธิบายที่มาของผลลัพธ์ สร้างข้อความคาดการณ์ หรือข้อสรุปที่เป็นความรู้ใหม่ได้ และขั้นที่ 4 การประยุกต์ความรู้ เป็นขั้นที่ผู้เรียนใช้ความรู้ทั้ง 3 ขั้น ดังกล่าวข้างต้นมาแก้ปัญหาในสถานการณ์ที่กำหนดให้ (Çalık, Ayas, Coll, Ünal, & Coştu, 2007, pp. 257-270; สำนักการศึกษากรุงเทพมหานคร, 2551, น. 6)

แม้ว่าการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนข้างต้นจะเป็นอีกหนึ่งแนวทางที่ช่วยเสริมสร้างระดับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เซต อย่างไรก็ตาม มิชราและโคเลอร์ ได้อธิบายเพิ่มเติมว่าการนำเทคโนโลยีมาใช้ประกอบการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ให้มีประสิทธิภาพผู้สอนไม่เพียงแค่มีความสามารถในการนำความรู้ด้านเทคโนโลยี ด้านเนื้อหาทางคณิตศาสตร์และด้านกิจกรรมการเรียนการสอนมาบูรณาการเข้าด้วยกันเท่านั้น แต่ยังต้องมีการรับรู้ทางเทคโนโลยีซึ่งเป็นความคิด ความต้องการนำเทคโนโลยีมาใช้ด้วย (Koehler, Mishra, & Cain, 2013, p.14) จึงจะส่งผลให้สามารถสร้างกิจกรรมการเรียนการสอน ตลอดจนสามารถถ่ายทอดองค์ความรู้ให้แก่ผู้เรียนได้อย่างถูกต้อง ในขณะเดียวกัน ผู้เรียนก็ควรได้รับการสนับสนุนทั้ง 4 ด้านดังกล่าวเช่นกัน และเพื่อไม่ให้การจัดกิจกรรมการเรียนการสอนมีความล้าหลัง ผู้วิจัยได้ศึกษา

ปัจจัยที่ส่งผลต่อการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในปัจจุบันของครูที่สอนวิชาคณิตศาสตร์และนักเรียนระดับมัธยมศึกษา ไว้เป็นฐานข้อมูลเชิงการสำรวจเกี่ยวกับความพร้อมทั้ง 4 ด้าน เพื่อนำไปพัฒนาครูและนักเรียนให้เป็นทรัพยากรที่พร้อมขับเคลื่อนและยกระดับการพัฒนาประเทศที่มีคุณภาพภายใต้การควบคุมของผู้ที่เกี่ยวข้องกับการพัฒนาหลักสูตรคณิตศาสตร์ เมื่อทราบว่ามีปัจจัยใดบ้างที่ส่งผลต่อการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในปัจจุบันของครูที่สอนวิชาคณิตศาสตร์และนักเรียนระดับมัธยมศึกษาแล้ว ผู้วิจัยจึงพัฒนากิจกรรมการเรียนการสอนที่เสริมสร้างระดับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เซต โดยใช้ ภาษาไพธอน สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษา เพื่อศึกษาระดับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เซต ตามกรอบทฤษฎี APOS ในลำดับต่อไป

คำถามการวิจัย

1. มีปัจจัยใดบ้างที่ส่งผลต่อการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในปัจจุบันของครูที่สอนวิชาคณิตศาสตร์และนักเรียนระดับมัธยมศึกษา โรงเรียนในสังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษาลพบุรี ซึ่งเป็นโรงเรียนที่มีขนาดกลางขึ้นไป

2. กิจกรรมการเรียนการสอนที่เสริมสร้างระดับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เซต ตามกรอบทฤษฎี APOS โดยใช้ภาษาไพธอน สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษา ควรเป็นอย่างไร

3. นักเรียนระดับมัธยมศึกษามีความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เซต ตามกรอบทฤษฎี APOS แต่ละระดับมีลักษณะเป็นอย่างไร

ความมุ่งหมายของการวิจัย

1. เพื่อวิเคราะห์ปัจจัยที่ส่งผลต่อการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในปัจจุบันของครูที่สอนวิชาคณิตศาสตร์และนักเรียนระดับมัธยมศึกษา โรงเรียนในสังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษาลพบุรี ซึ่งเป็นโรงเรียนที่มีขนาดกลางขึ้นไป

2. เพื่อพัฒนากิจกรรมการเรียนการสอนที่เสริมสร้างระดับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เซต ตามกรอบทฤษฎี APOS โดยใช้ภาษาไพธอน สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษา ให้มีประสิทธิภาพตามเกณฑ์ 60/60

3. เพื่อศึกษาระดับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เซต ตามกรอบทฤษฎี APOS ของนักเรียนระดับมัธยมศึกษา

ความสำคัญของการวิจัย

1. ได้ทราบปัจจัยที่ส่งผลต่อการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในปัจจุบันของครูที่สอนวิชาคณิตศาสตร์และนักเรียนระดับมัธยมศึกษา โรงเรียนในสังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษาลพบุรี ซึ่งเป็นโรงเรียนที่มีขนาดกลางขึ้นไป

2. ได้แนวทางในการพัฒนากิจกรรมการเรียนการสอนที่เสริมสร้างระดับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เซต ตามกรอบทฤษฎี APOS โดยใช้ภาษาไพธอน สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษา การประเมินและพัฒนาเครื่องมือการวัดระดับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เซต สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษา

3. ได้ทราบลักษณะของแต่ละระดับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เซต ตามกรอบทฤษฎี APOS ของนักเรียนระดับมัธยมศึกษา

ขอบเขตของการวิจัย

1. **สำหรับการวิเคราะห์ปัจจัยที่ส่งผลต่อการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในปัจจุบันของครูที่สอนวิชาคณิตศาสตร์และนักเรียนระดับมัธยมศึกษา โรงเรียนในสังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษาลพบุรี ซึ่งเป็นโรงเรียนที่มีขนาดกลางขึ้นไป**

ประชากรที่ใช้สำหรับการวิจัยระยะนี้เป็นครูที่สอนวิชาคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาจำนวน 129 คน และนักเรียนระดับมัธยมศึกษาจำนวน 17,916 คน โรงเรียนในสังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษาลพบุรี ซึ่งเป็นโรงเรียนที่มีขนาดกลางขึ้นไปจำนวน 13 โรงเรียน และมีห้องเรียนทั้งหมดจำนวน 521 ห้องเรียน ในภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2565

เนื่องจากการวิจัยในระยะนี้ พิจารณาปัจจัยที่ส่งผลต่อการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในปัจจุบันของครูที่สอนวิชาคณิตศาสตร์และนักเรียนระดับมัธยมศึกษา ประกอบด้วย 4 ด้าน ได้แก่ ด้านการรับรู้เกี่ยวกับการใช้เทคโนโลยี ด้านความรู้ทางเทคโนโลยี ด้านความรู้ทางเนื้อหา และด้านกิจกรรมการเรียนการสอน ผู้วิจัยจึงพิจารณาเฉพาะโรงเรียนในสังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษาลพบุรี ซึ่งเป็นโรงเรียนที่มีขนาดกลางขึ้นไป เนื่องจากเป็นการลดค่าผิดปกติ (Outliers)

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยระยะนี้เป็นครูที่สอนวิชาคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาจำนวน 60 คน และนักเรียนระดับมัธยมศึกษาจำนวน 400 คน โรงเรียนในสังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษาลพบุรี ซึ่งเป็นโรงเรียนที่มีขนาดกลางขึ้นไปจำนวน 7 โรงเรียน ในภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2565 จากการสุ่มตัวอย่างแบบหลายขั้นตอน (Multi Stage Sampling) โดยกำหนดขนาดของกลุ่มตัวอย่างจากสูตรยามาเน่ (Yamane, 1970, pp. 580-581)

2. **สำหรับการพัฒนากิจกรรมการเรียนการสอนที่เสริมสร้างระดับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เซต ตามกรอบทฤษฎี APOS โดยใช้ภาษาไพธอน สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษา**

ผู้วิจัยมีข้อกำหนดเบื้องต้นในการเลือกกลุ่มนำร่อง เป็นนักเรียนที่มีความรู้พื้นฐานด้านการเขียนโปรแกรมด้วยภาษาใดภาษาหนึ่ง โดยพิจารณาจากคะแนนดิบของนักเรียนในรายวิชาที่เกี่ยวข้องกับการเขียนโปรแกรม รวมทั้งเป็นนักเรียนที่ยังไม่เคยเรียน เรื่อง เซต มาก่อน

กลุ่มนำร่องที่ใช้ในการวิจัยระยะนี้เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนวิทยาศาสตร์จุฬาภรณราชวิทยาลัย ลพบุรี จำนวน 21 คน ซึ่งนอกเหนือจากเวลาเรียนปกติของภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2565 โดยพิจารณาจากคะแนนดิบของนักเรียนในรายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน แล้วแบ่งออกเป็น 3 กลุ่ม ได้แก่ กลุ่มที่มีระดับคะแนนสูง ปานกลาง และต่ำ เพื่อนำไปหาประสิทธิภาพเครื่องมือจำนวน 3 ครั้ง ดังนี้

2.1 **การหาประสิทธิภาพรายบุคคล** เพื่อตรวจสอบความเป็นปรนัยและหาประสิทธิภาพของกิจกรรมการเรียนการสอนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นกับนักเรียนจำนวน 3 คน โดยการสุ่มตัวอย่างแบบง่าย (Simple Random Sampling) จากนักเรียนทั้ง 3 กลุ่ม กลุ่มละ 1 คน

2.2 **การหาประสิทธิภาพกลุ่มย่อย** เพื่อตรวจสอบความเป็นปรนัยและหาประสิทธิภาพของกิจกรรมการเรียนการสอนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นกับนักเรียนที่ไม่ใช่กลุ่มหาประสิทธิภาพรายบุคคลจำนวน 6 คน โดยการสุ่มตัวอย่างแบบง่าย จากนักเรียนทั้ง 3 กลุ่ม กลุ่มละ 2 คน

2.3 **การหาประสิทธิภาพภาคสนาม** เพื่อตรวจสอบความเป็นปรนัยและหาประสิทธิภาพของกิจกรรมการเรียนการสอนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นกับนักเรียนที่ไม่ใช่กลุ่มหาประสิทธิภาพรายบุคคลและกลุ่มย่อยจำนวน 12 คน โดยการสุ่มตัวอย่างแบบง่าย

3. **สำหรับการศึกษาระดับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เซต ตามกรอบทฤษฎี APOS สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษา**

ผู้วิจัยมีข้อกำหนดเบื้องต้นสำหรับการเลือกกลุ่มเป้าหมาย คือ เป็นนักเรียนที่มีความรู้พื้นฐานด้านการเขียนโปรแกรมด้วยภาษาใดภาษาหนึ่ง โดยพิจารณาจากคะแนนดิบของนักเรียนในรายวิชาที่เกี่ยวข้องกับการเขียนโปรแกรม รวมทั้งเป็นนักเรียนที่ยังไม่เคยเรียน เรื่อง เซต มาก่อน

กลุ่มเป้าหมายที่ใช้ในการวิจัยระยะนี้เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนวิทยาศาสตร์จุฬาภรณราชวิทยาลัย ลพบุรี ในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2565 จำนวน 20 คน ซึ่งได้จากการสุ่มตัวอย่างแบบง่าย

นอกจากนี้ ผู้วิจัยเลือกนักเรียนกลุ่มเป้าหมาย (Target Student) เพื่อศึกษาเชิงลึกเกี่ยวกับระดับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เซต ตามกรอบทฤษฎี APOS สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษา ซึ่งได้จากการสัมภาษณ์ครูประจำชั้นของนักเรียนที่เป็นกลุ่มตัวอย่างเกี่ยวกับความกล้าแสดงออก การสื่อสารและการนำเสนอแนวคิดของนักเรียนแต่ละคน โดยนักเรียนเป้าหมายนี้ได้จากการเลือกแบบเจาะจงจำนวน 4 คน จากกลุ่มตัวอย่างจำนวน 20 คน แบ่งเป็นนักเรียนที่มีคะแนนดิบในรายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐานสูง ปานกลาง และต่ำจำนวน 1 คน 2 คน และ 1 คน ตามลำดับ ทั้งนี้ผู้วิจัยได้อ้างอิงการแบ่งจำนวนนักเรียนจาก ธีรเชษฐ์ เรืองสุขอนันต์ (2561, น. 104) ผู้วิจัยใช้กล้องวิดีโอ งานเขียน แบบทดสอบย่อย และแบบทดสอบวัดระดับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เซต ประกอบการศึกษาเชิงลึกเกี่ยวกับระดับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เซต ตามกรอบทฤษฎี APOS สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษา พร้อมทั้งใช้แบบสัมภาษณ์วัดระดับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เซต หลังเสร็จสิ้นแต่ละหน่วยการเรียนรู้

ระยะเวลาที่ใช้ในการวิจัย

ผู้วิจัยใช้ระยะเวลาดำเนินการทดลองตั้งแต่ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2565 ถึงภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2565 โดยแบ่งเป็น 3 ระยะ ดังนี้

ระยะที่ 1 การวิเคราะห์ปัจจัยที่ส่งผลต่อการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในปัจจุบันของครูที่สอนวิชาคณิตศาสตร์และนักเรียนระดับมัธยมศึกษา โรงเรียนในสังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษาลพบุรี ซึ่งเป็นโรงเรียนที่มีขนาดกลางขึ้นไป ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2565 เดือนพฤษภาคม พ.ศ.2565 ถึงเดือนมิถุนายน พ.ศ.2565

ระยะที่ 2 การพัฒนากิจกรรมการเรียนการสอนที่เสริมสร้างระดับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เซต ตามกรอบทฤษฎี APOS โดยใช้ภาษาไพธอน สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษา ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2565 จำนวน 11 คาบเรียน คาบเรียนละ 180 นาที ซึ่งนอกเหนือจากเวลาเรียนปกติระหว่างเดือนกรกฎาคม พ.ศ.2565 ถึงเดือนตุลาคม พ.ศ.2565 สำหรับระยะนี้ผู้วิจัยแบ่งเวลาที่ใช้ในการดำเนินการทดลอง ดังนี้

2.1 ดำเนินการทดลองด้วยกิจกรรมการเรียนการสอนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น จำนวน 3 หน่วยการเรียนรู้ ได้แก่ ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับเซต การดำเนินการของเซต และการประยุกต์ใช้ความรู้เกี่ยวกับเซต จำนวน 3, 2 และ 2 คาบเรียน ตามลำดับ รวมทั้งหมด 7 คาบเรียน

2.2 ดำเนินการตรวจสอบความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เซต จำนวน 4 คาบเรียน ภายหลังจากการปฏิบัติกิจกรรมเสร็จสิ้นแต่ละหน่วยการเรียนรู้

ระยะที่ 3 การศึกษาระดับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เซต ตามกรอบทฤษฎี APOS สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษา ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2565 จำนวน 11 คาบเรียน คาบเรียนละ 180 นาที ซึ่งนอกเหนือจากเวลาเรียนปกติระหว่างเดือนพฤศจิกายน พ.ศ.2565 ถึงเดือนกุมภาพันธ์ พ.ศ.2566 สำหรับระยะนี้ผู้วิจัยแบ่งเวลาที่ใช้ในการดำเนินการทดลอง ดังนี้

3.1 ดำเนินการทดลองด้วยกิจกรรมการเรียนการสอนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น จำนวน 3 หน่วยการเรียนรู้ ได้แก่ ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับเซต การดำเนินการของเซต และการประยุกต์ใช้ความรู้เกี่ยวกับเซต จำนวน 3, 2 และ 2 คาบเรียน ตามลำดับ รวมทั้งหมด 7 คาบเรียน

3.2 ดำเนินการตรวจสอบความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เซต จำนวน 4 คาบเรียน ภายหลังจากการปฏิบัติกิจกรรมเสร็จสิ้นแต่ละหน่วยการเรียนรู้

เนื้อหาที่ใช้ในการวิจัย

สำหรับเนื้อหาที่ใช้ในงานวิจัยครั้งนี้ เป็นเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง เซต โดยอิงตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ.2560) ได้แก่

หน่วยการเรียนรู้ที่ 1: ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับเซต ประกอบด้วย การเขียนเซต เซตว่าง เซตจำกัด เซตอนันต์ เซตที่เท่ากัน สับเซต สับเซตแท้ เอกภพสัมพัทธ์ เพาเวอร์เซต และแผนภาพเวนน์ – ออยเลอร์

หน่วยการเรียนรู้ที่ 2: การดำเนินการของเซต ประกอบด้วย อินเตอร์เซกชัน ยูเนียน คอมพลีเมนต์ ผลต่างระหว่างเซต และสมบัติของการดำเนินการของเซต

หน่วยการเรียนรู้ที่ 3: การประยุกต์ใช้ความรู้เกี่ยวกับเซตสำหรับแก้ปัญหาในสถานการณ์ที่กำหนดให้ ประกอบด้วย จำนวนสมาชิกของเซตจำกัด และการใช้แผนภาพและสูตรสำหรับแก้ปัญหาในสถานการณ์ที่กำหนดให้

แบบแผนการวิจัย

การเก็บรวบรวมข้อมูลของงานวิจัยครั้งนี้ใช้แบบแผนการวิจัยแบบกลุ่มเดียว มีการทดสอบหลังการทดลอง (One Group Posttest-Only Design) ซึ่งเป็นแบบแผนการวิจัยที่เลือกใช้กลุ่มตัวอย่างเพียงกลุ่มเดียว มีการให้ตัวแปรอิสระกับกลุ่มเป้าหมาย และทำการทดสอบหลังการทดลอง แล้วพิจารณาผลการทดลอง โดยใช้การวิเคราะห์ข้อมูลเชิงปริมาณและเชิงคุณภาพกับข้อมูลที่ได้จากผลการทดลอง

ตัวแปรที่ศึกษา

1. ตัวแปรอิสระ คือ การจัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่เสริมสร้างระดับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เซต ตามกรอบทฤษฎี APOS โดยใช้ภาษาไพธอน สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษา

2. ตัวแปรตาม คือ ระดับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เซต ตามกรอบทฤษฎี APOS ของนักเรียนระดับมัธยมศึกษา

นิยามศัพท์เฉพาะ

1. ปัจจัยที่ส่งผลต่อการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในปัจจุบัน หมายถึง ตัวแปรที่คาดว่าจะส่งผลต่อประสิทธิภาพการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในศตวรรษที่ 21 ได้แก่

1.1 การรับรู้เกี่ยวกับการใช้เทคโนโลยี หมายถึง ความคิด ความรู้สึกเกี่ยวกับความต้องการและประโยชน์ของการใช้เทคโนโลยี

1.2 ความรู้ทางเทคโนโลยี หมายถึง ความสามารถเกี่ยวกับการใช้งานทั่วไปของเทคโนโลยีต่าง ๆ มาประกอบการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ เช่น การใช้โปรแกรม Word Processor, Electronic Spreadsheet, นำเสนองาน, เรขาคณิตพลวัต หรือสามารถเขียนโปรแกรมด้วยภาษาใดภาษาหนึ่ง รวมทั้งสามารถเข้าถึงอินเทอร์เน็ต การจัดเก็บข้อมูล ตลอดจนติดตามการใช้งานเทคโนโลยีที่ทันสมัย

1.3 ความรู้ทางเนื้อหา หมายถึง ความสามารถเกี่ยวกับเนื้อหาทางคณิตศาสตร์ที่จำเป็นต้องใช้ในการเรียนการสอน โดยการระบุ อธิบาย หรือทราบที่มาของเนื้อหาทางคณิตศาสตร์ นอกจากนั้นยังสามารถนำความรู้ที่มีมาประยุกต์ใช้ได้ถูกต้อง

1.4 กิจกรรมการเรียนการสอน หมายถึง รูปแบบการสอน หรือวิธีการสอนต่าง ๆ ที่ครูใช้ในการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์

โดยวัดจากแบบสอบถามเกี่ยวกับปัจจัยที่ส่งผลต่อการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในปัจจุบันของครูที่สอนวิชาคณิตศาสตร์และนักเรียนระดับมัธยมศึกษา

2. ระดับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เซต หมายถึง ระดับการแสดงออกถึงพฤติกรรมการเรียนรู้ของนักเรียนตามกรอบทฤษฎี APOS (Action-Processes-Object- Schema) ที่ปรับปรุงจากแนวคิดของวิดาโควิคและเคติน ซึ่งแบ่งออกเป็น 4 ระดับ ได้แก่

2.1 ระดับการกระทำ (Actions: A) เป็นความสามารถของนักเรียนในการใช้ภาษาไพธอน เพื่อสำรวจเซต เช่น การเป็นสมาชิกหรือไม่เป็นสมาชิกของเซต จำนวนสมาชิกของเซต การเท่ากันและไม่เท่ากันของเซต เพาเวอร์เซตของเซตจำกัด และผลการดำเนินการระหว่างเซต

2.2 ระดับกระบวนการ (Processes: P) เป็นความสามารถของนักเรียนในการเขียนสัญลักษณ์การเป็นสมาชิกและไม่เป็นสมาชิกของเซต เขียนเซตแบบแจกแจงสมาชิกและแบบบอกเงื่อนไขของสมาชิก ระบุสมาชิกของเซต อธิบายเกี่ยวกับเซต (เช่น เซตว่าง เซตจำกัด เซตอนันต์ เซตที่เท่ากันและไม่เท่ากัน การเป็นสับเซตและไม่เป็นสับเซต และการดำเนินการระหว่างเซต) หาผลการดำเนินการระหว่างเซต 2 เซต รวมทั้งสามารถหาความสัมพันธ์ของจำนวนสมาชิกของเซต A หรือเซต B และจำนวนสมาชิกของเซต A หรือเซต B หรือเซต C ได้ โดยไม่ใช้ภาษาไพธอน

2.3 ระดับวัตถุ (Object: O) เป็นความสามารถของนักเรียนในการเขียนข้อสรุปเกี่ยวกับลักษณะเซตและการเขียนแสดงเซต จำแนกสิ่งที่เป็นเซตและไม่เป็นเซต จำแนกประเภทของเซต อธิบายสมบัติต่าง ๆ ที่เกี่ยวข้องกับเซต (เช่น สมบัติต่าง ๆ ของสับเซต หรือสมบัติต่าง ๆ ของการดำเนินการระหว่างเซต) อธิบายความหมายพร้อมทั้งหาเพาเวอร์เซตของเซตจำกัดได้ถูกต้อง หาผลการดำเนินการระหว่างเซตตั้งแต่ 3 เซตขึ้นไป และหาความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนสมาชิกของเซต A กับจำนวนของเพาเวอร์เซต A ได้ เมื่อ A มีสมาชิก n ตัว รวมทั้งสามารถใช้ความรู้เกี่ยวกับจำนวนสมาชิกของเซตจำกัดสำหรับแก้สถานการณ์ปัญหาได้ โดยไม่ใช้ภาษาไพธอน

2.4 ระดับการเชื่อมโยงทางปัญญา (Schema: S) เป็นความสามารถของนักเรียนในการเชื่อมโยงความรู้เกี่ยวกับเนื้อหา เรื่อง เซต และ/หรือ เนื้อหาเรื่องอื่นทางคณิตศาสตร์ ร่วมกับการออกแบบโปรแกรมด้วยภาษาไพธอน เพื่อใช้สำหรับแก้สถานการณ์ปัญหาที่กำหนดให้ หรือใช้ในการสร้างความรู้ทางคณิตศาสตร์ใหม่ในระดับที่สูงขึ้น

3. ความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เซต หมายถึง ความสามารถของนักเรียนเกี่ยวกับเซต ซึ่งพิจารณาดังรายละเอียดต่อไปนี้

3.1 ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับเซต เป็นความสามารถของนักเรียนในการใช้สัญลักษณ์เกี่ยวกับเซต อธิบายลักษณะ พร้อมทั้งหาผลลัพธ์ของเซตชนิดต่าง ๆ และเขียนแผนภาพเวนน์-ออยเลอร์ แสดงความสัมพันธ์ระหว่างเซตได้ถูกต้องและเหมาะสม

ขอบเขตชนิดของเซตที่ศึกษา ประกอบด้วย เซตว่าง เซตจำกัด เซตอนันต์ เซตที่เท่ากัน สับเซต สับเซตแท้ และเพาเวอร์เซต

3.2 การดำเนินการของเซต เป็นความสามารถของนักเรียนในการหาผลการดำเนินการระหว่างเซต ประกอบด้วย อินเตอร์เซกชัน ยูเนียน คอมพลีเมนต์ ผลต่างระหว่างเซต และเข้าใจความสัมพันธ์ของสมบัติการดำเนินการของเซต

3.3 การประยุกต์ใช้ความรู้เกี่ยวกับเซตสำหรับแก้ปัญหาในสถานการณ์ที่กำหนดให้ เป็นความสามารถของนักเรียนในการใช้ความรู้เกี่ยวกับเซต จำนวนสมาชิกของเซตจำกัด และการใช้แผนภาพเวนน์-ออยเลอร์ สำหรับแก้ปัญหาในสถานการณ์ที่กำหนดให้

สำหรับการประเมินผลความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เซต จะพิจารณาจาก:

<u>การประเมินผลระหว่างเรียน</u> คิดเป็นร้อยละ 60 ของคะแนนเต็ม ซึ่งประเมินจาก:

1) ใบกิจกรรมรายบุคคล คิดเป็นร้อยละ 30 ของคะแนนเต็ม แบ่งออกเป็น 3 หน่วยการเรียนรู้ หน่วยการเรียนรู้ละ 10 คะแนน ได้แก่ (1) ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับเซต (2) การดำเนินการของเซต และ (3) การประยุกต์ใช้ความรู้เกี่ยวกับเซต

2) แบบทดสอบย่อย คิดเป็นร้อยละ 30 ของคะแนนเต็ม แบ่งออกเป็นแบบทดสอบย่อยแต่ละหน่วยการเรียนรู้ จำนวน 3 ฉบับ ฉบับละ 10 คะแนน

<u>การประเมินผลหลังเรียน</u> คิดเป็นร้อยละ 40 ของคะแนนเต็ม ซึ่งประเมินจากแบบทดสอบวัดระดับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เซต

ถ้านักเรียนมีคะแนนรวมผ่านเกณฑ์ทุกระดับความเข้าใจ (ระดับ A, P, O และระดับ S) ถือว่านักเรียน**มีความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เซต**

4. กิจกรรมการเรียนการสอนที่เสริมสร้างระดับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เซต ตามกรอบทฤษฎี APOS โดยใช้ภาษาไพธอน สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษา หมายถึง กิจกรรมการเรียนการสอนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นตามแนวคิดของคอนสตรัคติวิสต์ โดยมีจุดมุ่งหมายหลัก เพื่อเสริมสร้างระดับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เซต ตามกรอบทฤษฎี APOS สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษา ประกอบด้วย แผนการจัดการเรียนรู้ จำนวน 6 แผน แต่ละแผนการจัดการเรียนรู้มีจุดประสงค์การเรียนรู้ สาระการเรียนรู้ สื่อการเรียนรู้ กิจกรรมการเรียนรู้ การวัดและประเมินผลการเรียนรู้ แบ่งออกเป็น 4 ขั้น ดังนี้

ขั้นที่ 1 ขั้นชักชวน เป็นขั้นที่ครูเสนอสถานการณ์เกี่ยวกับ เรื่อง เซต อันเชื่อมโยงกับชีวิตประจำวันหรือศาสตร์อื่น ๆ เพื่อสร้างแรงจูงใจต่อการเรียน โดยสถานการณ์ที่ครูเลือกมานั้นต้องเหมาะสม ใกล้ตัว และสอดคล้องกับความสามารถของนักเรียน ทำให้นักเรียนเกิดความอยากรู้อยากเห็น หรือเป็นขั้นที่ครูทบทวนความรู้เดิมให้แก่นักเรียน เพื่อเตรียมความพร้อมสำหรับการเรียนในขั้นถัดไป

ขั้นที่ 2 ขั้นสำรวจ เป็นขั้นที่นักเรียนลงมือปฏิบัติกิจกรรม เรื่อง เซต โดยใช้คำสั่งในภาษาไพธอนเป็นสื่อกลางในการสำรวจ ค้นหาผลลัพธ์ ตามคำแนะนำของครู หรือจากการศึกษา

คำสั่งของภาษาไพธอนในใบกิจกรรมด้วยตนเอง เพื่อเสริมสร้างการมีปฏิสัมพันธ์ระหว่างนักเรียนกับครู หรือนักเรียนกับเทคโนโลยี จนสามารถหาผลลัพธ์ เรื่อง เซต จากการรันโปรแกรมได้

ขั้นที่ 3 ขั้นความรู้ใหม่ เป็นขั้นที่นักเรียนสามารถอธิบายที่มาของผลลัพธ์จากการรันโปรแกรม สร้างข้อความคาดการณ์ หรือสรุปความรู้ใหม่ใน เรื่อง เซต ได้โดยไม่ใช้ภาษาไพธอน

ขั้นที่ 4 ขั้นประยุกต์ความรู้ เป็นขั้นที่นักเรียนสามารถใช้ความรู้ เรื่อง เซต ที่ได้จากขั้นที่ 2 และ 3 สำหรับแก้ปัญหาในสถานการณ์ที่กำหนดให้ร่วมกับการใช้ภาษาไพธอนมาออกแบบโปรแกรม

5. ภาษาไพธอน (Python) หมายถึง ภาษาที่ใช้เขียนโปรแกรมในงานวิจัยนี้ โดยใช้เวอร์ชั่น 3.9.2 ของ Python Software Foundation (PSF) ผ่านเว็บบราวเซอร์ ซึ่งมีเครื่องมือที่ใช้สำหรับเขียนโปรแกรมเป็น Jupyter Notebook เพื่อเสริมสร้างการมีปฏิสัมพันธ์ระหว่างนักเรียนกับเทคโนโลยีด้วยการสำรวจและวิเคราะห์สิ่งต่าง ๆ ที่เกี่ยวข้องกับเนื้อหาทางคณิตศาสตร์ โดยใช้ชุดคำสั่งของภาษาไพธอนเป็นสื่อกลางสำหรับการเสริมสร้างระดับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เซต

6. เกณฑ์ หมายถึง ร้อยละ 60 ของคะแนนเต็ม กล่าวคือ ถ้านักเรียนได้คะแนนตั้งแต่ร้อยละ 60 ขึ้นไปของคะแนนเต็ม ถือว่านักเรียนผ่านเกณฑ์

7. ประสิทธิภาพของกิจกรรมการเรียนการสอน หมายถึง คุณภาพของกิจกรรมการเรียนการสอนที่เสริมสร้างระดับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เซต ตามกรอบทฤษฎี APOS โดยใช้ภาษาไพธอน สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษา เมื่อนำไปใช้ในชั้นเรียนแล้วทำให้นักเรียนสามารถบรรลุจุดมุ่งหมายของกิจกรรมการเรียนการสอนที่กำหนดไว้ สำหรับการวิจัยนี้ใช้ E_1/E_2 โดยคิดค่า E_1 เป็นค่าเฉลี่ยร้อยละของคะแนนที่นักเรียนได้จากการทำใบกิจกรรมรายบุคคลและแบบทดสอบย่อย จำนวน 3 ฉบับ ส่วน E_2 เป็นค่าเฉลี่ยร้อยละของคะแนนที่นักเรียนได้จากการทำแบบทดสอบวัดระดับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เซต หลังการทดลองโดยมีเกณฑ์ E_1/E_2 เป็น 60/60 สำหรับการพิจารณาตรวจสอบ

สมมติฐานในการวิจัย

1. เพศ อายุ และระดับการศึกษาของครูคณิตศาสตร์ที่แตกต่างกัน มีค่าปัจจัยที่ส่งผลต่อการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในปัจจุบันของครูคณิตศาสตร์แต่ละปัจจัยแตกต่างกัน

2. เพศ แผนการเรียน และระดับการศึกษาของนักเรียนระดับมัธยมศึกษาที่แตกต่างกัน มีค่าปัจจัยที่ส่งผลต่อการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในปัจจุบันของนักเรียนระดับมัธยมศึกษาแต่ละปัจจัยแตกต่างกัน

3. กิจกรรมการเรียนการสอนที่เสริมสร้างระดับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เซต ตามกรอบทฤษฎี APOS โดยใช้ภาษาไพธอน สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษา มีประสิทธิภาพเป็นไปตามเกณฑ์ 60/60

4. นักเรียนระดับมัธยมศึกษา หลังเรียนด้วยกิจกรรมการเรียนการสอนที่เสริมสร้างระดับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เซต ตามกรอบทฤษฎี APOS โดยใช้ภาษาไพธอน สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษา มีความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เซต สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 60 ของคะแนนเต็ม และมีจำนวนมากกว่าร้อยละ 50 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด

5. นักเรียนระดับมัธยมศึกษา หลังเรียนด้วยกิจกรรมการเรียนการสอนที่เสริมสร้างระดับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เซต ตามกรอบทฤษฎี APOS โดยใช้ภาษาไพธอน สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษา มีความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เซต แต่ละระดับตามกรอบทฤษฎี APOS สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 60 ของคะแนนเต็ม และมีจำนวนมากกว่าร้อยละ 50 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด

กรอบแนวคิดการวิจัย

การวิจัย เรื่อง “การพัฒนากิจกรรมการเรียนการสอนที่เสริมสร้างระดับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เซต ตามกรอบทฤษฎี APOS โดยใช้ภาษาไพธอน สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษา” ผู้วิจัยมีกรอบแนวคิดในการวิจัย ดังภาพประกอบ 1

ภาพประกอบ 1 กรอบแนวคิดในการวิจัย

บทที่ 2
เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

การวิจัย เรื่อง “การพัฒนากิจกรรมการเรียนการสอนที่เสริมสร้างระดับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เซต ตามกรอบทฤษฎี APOS โดยใช้ภาษาไพธอน สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษา” ผู้วิจัยได้ศึกษาเอกสาร ตำรา และงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง ซึ่งนำเสนอตามหัวข้อ ดังนี้

1. เอกสารที่เกี่ยวข้องกับปัจจัยที่ส่งผลต่อการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในปัจจุบัน
    1.1 แนวคิดเกี่ยวกับการเรียนการสอนในศตวรรษที่ 21
    1.2 แนวคิดเกี่ยวกับปัจจัยที่เกี่ยวข้องกับการเรียนการสอนคณิตศาสตร์
    1.3 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับปัจจัยที่ส่งผลต่อการเรียนการสอนคณิตศาสตร์
2. เอกสารที่เกี่ยวข้องกับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์
    2.1 ความหมายของความเข้าใจทางคณิตศาสตร์
    2.2 ความสำคัญของความเข้าใจทางคณิตศาสตร์
    2.3 ประเภทของความเข้าใจทางคณิตศาสตร์
    2.4 องค์ประกอบของความเข้าใจทางคณิตศาสตร์
    2.5 การวัดระดับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์
    2.6 แนวคิดเกี่ยวกับการออกแบบการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนตามแนวคิดคอนสตรัคติวิสต์
    2.7 แนวทางการหาประสิทธิภาพของกิจกรรมการเรียนการสอน
    2.8 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์และการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนตามแนวคิดคอนสตรัคติวิสต์
3. เอกสารที่เกี่ยวข้องกับภาษาไพธอน
    3.1 ความสำคัญของการเขียนโปรแกรม
    3.2 ประวัติของภาษาไพธอน
    3.3 ความสามารถของภาษาไพธอน
    3.4 เครื่องมือพัฒนาโปรแกรมของภาษาไพธอน
    3.5 ความสำคัญของภาษาไพธอนกับการเรียนการสอน
4. เอกสารที่เกี่ยวข้องกับแนวคิดหลักที่สำคัญ เรื่อง เซต
    4.1 ประวัติของเซต
    4.2 ความสำคัญของเซต

4.3 แนวคิดหลักที่สำคัญเกี่ยวกับเซต

4.4 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับเซต

1. เอกสารที่เกี่ยวข้องกับปัจจัยที่ส่งผลต่อการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในปัจจุบัน

1.1 แนวคิดเกี่ยวกับการเรียนการสอนในศตวรรษที่ 21

หากย้อนกลับไปในศตวรรษที่ 20 คงปฏิเสธไม่ได้ว่า การจัดการเรียนการสอนในยุคนั้นเน้นผู้สอนเป็นศูนย์กลางแห่งการเรียนรู้ โดยยึดวิธีการสอนแบบบรรยายผ่านการถ่ายทอดองค์ความรู้จากหนังสือเรียนหรือตำรา และเน้นการเรียนแบบท่องจำเป็นหลัก ส่งผลให้ผู้เรียนไม่มีบทบาทในชั้นเรียน ขาดความเชื่อมั่นในตัวเอง ไม่แสวงหาความรู้ ตลอดจนไม่สามารถเชื่อมโยงความรู้ที่มีไปประยุกต์ใช้ต่อได้ (สำนักบริหารงานการมัธยมศึกษาตอนปลาย, 2558, น. 4) ต่อมาเมื่อเข้าสู่ช่วงศตวรรษที่ 21 ผู้สอนเริ่มนำเทคโนโลยีมาบูรณาการร่วมกับวิธีการสอนและเนื้อหาสาระมากขึ้น (Shulman, 1987, p. 8) รวมทั้งพยายามเปลี่ยนบทบาทของผู้สอนจากผู้บรรยาย (Instructor) เป็นครูฝึก (Coach) หรือผู้อำนวยความสะดวก (Facilitator) หรือพี่เลี้ยง (Mentor) ที่คอยให้คำปรึกษาและแนะนำจนผู้เรียนสามารถสร้างองค์ความรู้ด้วยตนเองได้ ทั้งนี้ ผู้วิจัยได้ศึกษาเอกสารที่เกี่ยวข้องกับการเรียนการสอนในศตวรรษที่ 21 เพื่อหาแนวทางในการพัฒนากิจกรรมการเรียนการสอนให้สอดคล้องกับความต้องการของผู้เรียนและการเปลี่ยนแปลงของโลกในยุคปัจจุบัน พร้อมทั้งสังเคราะห์เอกสารดังกล่าวซึ่งมีรายละเอียด ดังนี้

แนวคิดเกี่ยวกับการจัดการเรียนการสอนในศตวรรษที่ 21 เริ่มต้นจากการประชุมครั้งยิ่งใหญ่ของรัฐบาลร่วมกับนักการศึกษาหลากหลายสาขาในสหรัฐอเมริกา โดยจัดตั้งองค์กรชื่อว่า “เครือข่ายภาคีเพื่อทักษะแห่งศตวรรษที่ 21 (Partnership for 21st Century Skills)” เพื่อยกระดับความรู้ ความเข้าใจของผู้เรียนให้มีความพร้อม และสามารถดำรงชีวิตอยู่ในโลกที่มีการเปลี่ยนแปลงได้ โดยกำหนดกรอบแนวคิดในการจัดการเรียนการสอนในศตวรรษที่ 21 ที่ควรสร้างให้ผู้เรียนมีความรู้ 4 ด้าน (สำนักบริหารงานการมัธยมศึกษาตอนปลาย, 2559, น. 7-17) ได้แก่

1) ความรู้ด้านเนื้อหาวิชาหลัก (Core Subjects) เป็นความสามารถพื้นฐานที่จำเป็นต้องรู้และเข้าใจ ได้แก่ ภาษาแม่และภาษาโลก ศิลปะ คณิตศาสตร์ วิทยาศาสตร์ ภูมิศาสตร์ ประวัติศาสตร์ และพลเมืองที่ดี ทั้งนี้ควรกำหนดให้มีเนื้อหาสาระดังกล่าวระบุในหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐานที่ผู้เรียนทุกคนต้องเกิดความเข้าใจ อย่างไรก็ตาม การที่ผู้เรียนสามารถนำความรู้ด้านเนื้อหาวิชาหลักข้างต้นมาบูรณาการกับการดำรงชีวิตประจำวันได้ เช่น บูรณาการกับบริบททางสังคม โลก การเงิน เศรษฐกิจ สุขภาพ หรือสิ่งแวดล้อม จะแสดงถึงศักยภาพของผู้เรียนและผู้สอนที่พร้อมจะก้าวผ่านการเปลี่ยนแปลงของโลกได้ ฉะนั้น การมีกิจกรรมการเรียนการสอนที่

เน้นการบูรณาการความรู้ด้านเนื้อหาสาระต่าง ๆ เข้าด้วยกัน จะเป็นปัจจัยหนึ่งของการยกระดับความรู้ ความเข้าใจของผู้เรียนได้

2) ความรู้ด้านนวัตกรรมการเรียนรู้ (Learning and Innovation) เป็นความสามารถในการสร้างชิ้นงานผ่านกระบวนการจัดการเรียนรู้โดยใช้โครงงานเป็นฐาน (Project-Based Learning: PBL) โดยเริ่มจากการค้นหาหรือศึกษาสิ่งที่สนใจ แล้วตั้งสมมติฐาน วางแผนการสร้างชิ้นงานตามหลักการหรือทฤษฎี จากนั้นนำความรู้ที่มีร่วมกันอภิปราย แลกเปลี่ยนความคิดเห็นกับเพื่อน เพื่อหาข้อสรุป จนสามารถออกแบบชิ้นงานได้เสร็จสมบูรณ์ หากผู้สอนสามารถสร้างให้ผู้เรียนออกแบบและพัฒนานวัตกรรมได้สำเร็จถือว่าเป็นความสามารถขั้นสูงของผู้เรียน เนื่องจากกระบวนการต่าง ๆ แสดงให้เห็นว่า ผู้เรียนมีการคิดอย่างมีวิจารณญาณ สามารถแก้ปัญหา สื่อสาร ทำงานเป็นกลุ่มและมีความคิดสร้างสรรค์

3) ความรู้ด้านเทคโนโลยีสารสนเทศ (Information and Technology) เป็นการรับรู้สิ่งต่าง ๆ ที่เกิดขึ้น ได้แก่ (1) การรู้เท่าทันสารสนเทศ ผู้เรียนต้องสามารถเข้าถึงแหล่งเรียนรู้ได้อย่างรวดเร็ว และประเมินความน่าเชื่อถือของฐานข้อมูลที่ค้นหาได้ (2) การรู้เท่าทันสื่อ ผู้เรียนต้องสามารถใช้เครื่องมือผลิตสื่อ และเลือกใช้สื่อให้เหมาะสมกับการใช้งานได้ และ (3) การรู้เท่าทันเทคโนโลยี ผู้เรียนต้องสามารถใช้เทคโนโลยีในการค้นหาข้อมูล จัดระบบ สื่อสารเชื่อมโยงเครือข่ายได้อย่างเหมาะสม

4) ความรู้ด้านการทำงานและอาชีพ (Life and Career) เป็นการเรียนรู้ที่จะปรับตัวให้เข้ากับสภาพการเปลี่ยนแปลงได้อย่างชาญฉลาด และการคิดสร้างผลิตภัณฑ์ใหม่ ๆ เพื่อตอบสนองต่อการดำรงชีวิต นำไปสู่การเผยแพร่กลยุทธ์การประกอบอาชีพให้รู้เท่าทันต่อการเปลี่ยนแปลงของสังคมโลก อย่างไรก็ตาม มีปัจจัยที่ส่งผลต่อความรู้ด้านการทำงานและอาชีพให้บรรลุผลได้อย่างมีศักยภาพ ได้แก่ ความยืดหยุ่นและความสามารถในการปรับตัว การริเริ่มสร้างสรรค์และกำกับตนเองได้ การข้ามผ่านสังคมวัฒนธรรม การเป็นผู้ผลิตและสร้างผลงาน การเป็นผู้นำและมีความรับผิดชอบ เป็นต้น

ทั้งนี้ เครือข่ายภาคีเพื่อทักษะแห่งศตวรรษที่ 21 ได้อธิบายเพิ่มเติมว่า “การออกแบบกิจกรรมการเรียนการสอนควรมุ่งเน้นให้ผู้เรียนสร้างองค์ความรู้ด้วยตนเอง โดยมีผู้สอนเป็นผู้อำนวยความสะดวกช่วยให้ผู้เรียนสืบค้น รวบรวมความรู้ต่าง ๆ จากฐานข้อมูลที่เชื่อถือได้ ส่งเสริมการแลกเปลี่ยนและอภิปรายแบบกลุ่ม ตลอดจนนำไปสู่การค้นหาคำตอบที่มีทฤษฎี หลักการทางวิชาการมารองรับ หรือคิดค้นองค์ความรู้ใหม่ และสร้างนวัตกรรมอันเป็นประโยชน์ต่อสังคมในอนาคตได้”

เมื่อกรอบแนวคิดของการจัดการเรียนการสอนในศตวรรษที่ 21 ปรากฏขึ้น นับว่าเป็นปรากฏการณ์แห่งการเปลี่ยนแปลงครั้งยิ่งใหญ่ ส่งผลให้วงการการศึกษาทั่วโลกพยายามออกแบบและพัฒนาหลักสูตร พร้อมทั้งคิดค้นตำราเรียนใหม่ ๆ ที่เน้นการเชื่อมโยงทั้งด้านความรู้เนื้อหาสาระ วิธีการสอน และเทคโนโลยีเข้าร่วมกัน โดยหวังว่าองค์ประกอบเหล่านั้นจะเป็นสิ่งสำคัญต่อการพัฒนาด้านการจัดการเรียนการสอนสำหรับผู้เรียนในศตวรรษที่ 21 ต่อไป (Cox, 2008, p. 97) ขณะที่ โคเลอร์ และ มิชรา (Koehler & Mishra, 2009, pp. 60-67) กล่าวว่า ประสิทธิภาพของการศึกษาจะบรรลุจุดมุ่งหมายตามกรอบการจัดการเรียนการสอนในศตวรรษที่ 21 ได้นั้น สิ่งสำคัญ คือ ผู้สอนต้องมีความพร้อมในการออกแบบกิจกรรมการเรียนการสอนที่ทันสมัย จึงเสนอแนวคิด “ความรู้ในการบูรณาการระหว่างเทคโนโลยี วิธีการสอน และเนื้อหาสาระ (Technological Pedagogical Content Knowledge: TPACK)” เกี่ยวกับองค์ประกอบหลักสำหรับผู้สอนที่ควรมีเพื่อใช้ประกอบการพัฒนาการเรียนการสอนให้ทันต่อโลกในปัจจุบัน ได้แก่

1) ความรู้ด้านเทคโนโลยี (Technological Knowledge: TK) เป็นความสามารถของผู้สอนเกี่ยวกับการใช้เทคโนโลยีที่ถูกต้อง เช่น รู้วิธีการใช้งาน เลือกเทคโนโลยีที่เหมาะสมกับการใช้งาน มีความรู้พื้นฐานเกี่ยวกับระบบปฏิบัติการคอมพิวเตอร์ทั้งฮาร์ดแวร์ และซอฟต์แวร์ทั่วไป

2) ความรู้ด้านวิชาชีพครู (Pedagogical Knowledge: PK) เป็นความสามารถของผู้สอนเกี่ยวกับสาระหลักสูตรและกระบวนการเรียนการสอน สามารถดำเนินการให้บรรลุตามจุดมุ่งหมายทางการศึกษา โดยมีจุดเน้นที่การเรียนรู้ของผู้สอน การจัดการในชั้นเรียน การพัฒนาแผนการจัดการเรียนรู้ การนำแผนการจัดการเรียนรู้ไปปฏิบัติจริง การประเมินผลการเรียนรู้ ตลอดจนสามารถใช้เทคนิคหรือวิธีการสอนที่หลากหลายเพื่อกระตุ้นความสนใจของผู้เรียน

3) ความรู้ด้านเนื้อหา (Content Knowledge: CK) เป็นความสามารถเกี่ยวกับเนื้อหาสาระทางวิชาการ ซึ่งประกอบด้วย ข้อเท็จจริง ความคิดรวบยอด ทฤษฎี และขอบเขตเนื้อหาที่สอนถูกต้อง ชัดเจน หากไม่มีความรู้ด้านนี้แล้วจะไม่สามารถถ่ายทอดความรู้ที่ถูกต้องให้กับผู้เรียนได้

4) ความรู้ในการบูรณาการระหว่างความรู้ 2 ด้าน จาก 3 ด้าน ที่กล่าวมาในข้างต้น ประกอบด้วย

- ความรู้ในการบูรณาการด้านเทคโนโลยีและด้านวิชาชีพครู (Technological Pedagogical Knowledge: TPK) เป็นความสามารถของผู้สอนในการบูรณาการหรือผสมผสานเทคโนโลยีร่วมกับวิธีการสอน ทั้งนี้ผู้สอนต้องสามารถใช้เทคโนโลยีให้เหมาะสมกับการจัดการเรียน

การสอน หรือสภาพแวดล้อมในชั้นเรียน โดยอาศัยเทคโนโลยีเป็นเครื่องมือในการกระตุ้น หรือสร้างความน่าสนใจในบทเรียน

- ความรู้ในการบูรณาการด้านเทคโนโลยีและด้านเนื้อหา (Technological Content Knowledge: TCK) เป็นความสามารถของผู้สอนในการบูรณาหรือผสมผสานเทคโนโลยีร่วมกับเนื้อหาสาระ ทั้งนี้ผู้สอนต้องสามารถเลือกใช้เทคโนโลยีให้เหมาะสมกับบริบทของเนื้อหา เพื่อให้ผู้เรียนเกิดความเข้าใจในเนื้อหาที่ยากให้เข้าใจง่ายยิ่งขึ้น เช่น เนื้อหาในวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน ผู้สอนอาจใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟเป็นเครื่องมือที่เสริมสร้างการเขียนกราฟของฟังก์ชัน หาค่าของฟังก์ชัน ตลอดจนการค้นหาแนวทางการพิสูจน์เกี่ยวกับฟังก์ชันหนึ่งต่อหนึ่ง หรือทั่วถึง ฯลฯ

- ความรู้ในการบูรณาการด้านวิชาชีพครูกับด้านเนื้อหา (Pedagogical Content Knowledge: PCK) เป็นความสามารถของผู้สอนในการบูรณาการหรือผสมผสานวิชาชีพครูเพื่อพัฒนาเนื้อหาสาระที่ตนเองสอนได้อย่างเหมาะสม ทั้งนี้ผู้สอนต้องตระหนักถึงความรู้ในวิชาชีพครูที่ทำให้ผู้สอนสามารถถ่ายทอดความรู้จนผู้เรียนเกิดความเข้าใจได้อย่างถูกต้อง โดยเลือกใช้เทคนิคหรือวิธีการสอนที่เหมาะสมกับเนื้อหาสาระนั้น ๆ รวมทั้ง ลำดับเนื้อ ตระหนักถึงความรู้เก่า ใหม่ เพื่อให้ผู้เรียนเกิดความเข้าใจในแต่ละบทเรียนได้ง่ายขึ้น

5) ความรู้ในการบูรณาการระหว่างความรู้ 3 ด้าน ได้แก่ ด้านเทคโนโลยี วิชาชีพครู และเนื้อหา (Technological Pedagogical Content Knowledge: TPACK) เป็นความสามารถของผู้สอนในการบูรณาการเทคโนโลยีที่เหมาะสมและหลากหลายให้เข้ากับวิธีการจัดการเรียนการสอนในเนื้อหาที่ตนเองสอน ส่งผลให้เกิดการจัดการเรียนการสอนที่มีประสิทธิภาพ รวมทั้งผู้เรียนเกิดการเรียนรู้จนสามารถสร้างองค์ความรู้ใหม่ ๆ ในเนื้อหาที่สอนได้ผ่านการใช้เทคโนโลยีประกอบการเรียนการสอน

ต่อมานักการศึกษาชื่อ คาร์บัช และมาร์ช (Kharbach, 2015, online; March, 2012, online) กล่าวในทำนองเดียวกันว่า การจัดการเรียนการสอนในศตวรรษที่ 21 ให้มีประสิทธิภาพได้ ผู้สอนถือเป็นหัวใจสำคัญของการเปลี่ยนแปลงไปสู่การบรรลุเป้าหมายของการศึกษา หากผู้สอนเตรียมพร้อมและพัฒนาตัวเองให้มีความรู้รอบด้าน จะส่งผลต่อคุณภาพในการจัดการเรียนการสอน ซึ่งประกอบด้วย

1) ด้านความรู้พื้นฐาน (Foundation) เป็นความรู้ในการสื่อสารทางอิเล็กทรอนิกส์ การจัดทำเอกสารประกอบการสอน การเข้าถึงแหล่งข้อมูลออนไลน์ และใช้ซอฟต์แวร์พื้นฐานประกอบการเรียนการสอน

2) ด้านศาสตร์การสอน (Pedagogy) เป็นความสามารถของผู้สอนเกี่ยวกับการจัดการเรียนรู้ตามสภาพจริง ใช้วิธีการสอนที่เหมาะสม ติดตาม และค้นหาความรู้ที่ทันสมัยอยู่ตลอดเวลา

3) ด้านเข้าใจการรับรู้ของผู้เรียน (Student Learning) เป็นสิ่งจำเป็นที่ช่วยให้ผู้สอนสังเกตพฤติกรรมการเรียนรู้ของผู้เรียนได้ทุกขั้นตอน เพื่อให้บรรลุตามเป้าหมายที่ต้องการให้ผู้เรียนได้รับองค์ความรู้

4) ด้านความรู้ทางดิจิทัล (Digital) เป็นความสามารถเกี่ยวกับการนำดิจิทัลมาประกอบการเรียนการสอนได้อย่างเหมาะสม

5) ด้านการเรียนรู้วิชาชีพ (Professional Learning) เป็นด้านที่ผู้สอนมีการพัฒนาตนเองด้วยการสื่อสารและร่วมมือกับกลุ่มผู้สอน โดยการร่วมเป็นส่วนหนึ่งของชุมชนแห่งการเรียนรู้มืออาชีพ (Professional Learning Communities: PLC)

นอกจากนั้น เชิร์ส (Churches, 2016, online) กล่าวว่า การเปลี่ยนแปลงห้องเรียน ผู้สอน และหลักสูตร อาจไม่เพียงพอสำหรับศตวรรษที่ 21 ควรปรับเปลี่ยนด้านศาสตร์การสอนด้วย โดยต้องสามารถสะท้อนให้เห็นถึงวิธีการเรียนรู้ของผู้เรียนที่จะเข้าสู่โลกแห่งอนาคตที่พวกเขากำลังพบเจอ ซึ่งมีองค์ประกอบทั้งหมด 8 องค์ประกอบ ได้แก่ (1) การสร้างความคล่องแคล่วในการใช้เทคโนโลยีสารสนเทศและสื่อ (Technological, Information and Media Fluencies) (2) การถ่ายทอดผ่านบริบทที่อยู่บนพื้นฐานของความจริง (Reality-Based) (3) การเป็นสหวิทยาการ (Interdisciplinary) (4) การทำงานแบบร่วมมือ (Collaboration) (5) การจัดการเรียนรู้โดยใช้โครงงานเป็นฐาน (Project Based Learning) (6) การจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐาน (Problem Solving as Teaching Tools) (7) วิธีการประเมินผลการเรียนรู้อย่างโปร่งใส และยุติธรรม (Transparency) และ (8) พัฒนาทักษะด้านการคิด (Thinking Skills)

สำหรับในประเทศไทย (ถนอม เลาหจรัสแสง, 2559)ได้อธิบายว่า การเรียนการสอนจะมีศักยภาพได้ต้องเริ่มจากการพัฒนาผู้สอนให้มีความพร้อมต่อการจัดการเรียนการสอนในศตวรรษที่ 21 โดยนำเทคโนโลยีมาใช้ประกอบการสอนในชั้นเรียนร่วมกับวิธีการสอนต่าง ๆ ทั้งนี้ผู้สอนควรมีความรู้ทั้ง 8 ด้าน ได้แก่

1) ความรู้ด้านเนื้อหาสาระที่ผู้สอนรับผิดชอบ (C – Content) ถือเป็นสิ่งสำคัญที่สุดและขาดไม่ได้สำหรับผู้สอน หากขาดความรู้ด้านเนื้อหาสาระที่ตนรับผิดชอบสอนไปแล้วคงไม่สามารถสร้างกิจกรรมการเรียนการสอนและสามารถถ่ายทอดให้แก่ผู้เรียนได้อย่างถูกต้อง

2) ความรู้ด้านการใช้คอมพิวเตอร์ (C – Computer Integration) เป็นการประยุกต์ใช้คอมพิวเตอร์ร่วมกับการเรียนการสอนในชั้นเรียน ผ่านการสร้างกิจกรรมการเรียนการสอนที่กระตุ้นความสนใจโดยใช้เทคโนโลยีเป็นเครื่องมือการสอน นอกจากจะช่วยเสริมสร้างความเข้าใจในเนื้อหาสาระแล้ว ยังช่วยเสริมสร้างทักษะและกระบวนการคิดของผู้เรียนได้เป็นอย่างดีเช่นกัน

3) ความรู้ด้านการสร้างองค์ความรู้ (C – Constructionist) การที่ผู้สอนเป็นผู้สร้างสรรค์ต้องมีความเข้าใจเกี่ยวกับแนวคิดของคอนสตรัคนิซึม (Constructionism) โดยมุ่งเน้นว่าการเรียนรู้จะเกิดขึ้นได้เป็นเรื่องภายในของบุคคลจากการลงมือปฏิบัติกิจกรรมใด ๆ ตลอดจนเกิดการสร้างองค์ความรู้ใหม่ที่เชื่อมโยงกับประสบการณ์หรือความรู้เดิมที่อยู่ในตัวบุคคลนั้นมาก่อน ผู้สอนที่เป็นผู้สร้างสรรค์ไม่เพียงแต่ใช้ทักษะนี้ในการพัฒนาด้านเนื้อหาความรู้ใหม่สำหรับผู้เรียนแต่ควรนำไปใช้ในการสร้างแผนการเรียนรู้ต่าง ๆ ให้ครอบคลุมกับกิจกรรมที่เสริมสร้างผู้เรียนให้สามารถสร้างความรู้ด้วยตนเองผ่านการลงมือปฏิบัติชิ้นงานต่าง ๆ ได้แก่ การเขียนโปรแกรม งานศิลปะ หรือโครงงาน ฯลฯ

4) ความรู้ด้านการจัดกิจกรรมที่เชื่อมโยงระหว่างผู้เรียนด้วยกัน (C – Connectivity) การที่ผู้สอนสามารถสร้างกิจกรรมการเรียนการสอนให้เกิดการมีปฏิสัมพันธ์ระหว่างเพื่อน ผู้สอนทั้งในหรือนอกสถานศึกษา และชุมชนเข้ามาเป็นส่วนหนึ่งของสภาพแวดล้อมของการเรียนรู้ย่อมเกิดประโยชน์แก่ผู้เรียนในการเห็นคุณค่าและการนำความรู้ไปประยุกต์ใช้ในชีวิตประจำวันได้

5) ความรู้ด้านการสื่อสาร (C - Communication) เป็นความสามารถของผู้สอนในการอธิบายด้วยการพูด เขียน หรือยกตัวอย่างประกอบการสอนเนื้อหาสาระ รวมทั้งสามารถเลือกใช้สื่อการสอนที่หลากหลายให้เหมาะสมกับบริบทของผู้เรียน เพื่อส่งเสริมให้ผู้เรียนสามารถสร้างองค์ความรู้ด้วยตนเองได้ด้วยตนเอง

6) ความรู้ด้านการเรียนรู้แบบร่วมมือ (C – Collaboration) ผู้สอนควรเปลี่ยนบทบาทของตนเองจากผู้บรรยายเป็นผู้ให้คำปรึกษาด้านการเรียนรู้ เช่น การสร้างฐานการเรียนรู้ให้กับผู้เรียน อำนวยความสะดวกให้ผู้เรียนเกิดฐานการเรียนรู้ ซึ่งจะนำไปสู่การต่อยอดองค์ความรู้ในลำดับต่อไปได้ กล่าวคือ ผู้สอนต้องพยายามสร้างชั้นเรียนในรูปแบบการเรียนรู้แบบร่วมมือ เน้นการทำงานเป็นกลุ่ม โดยมีผู้สอนเป็นผู้ให้คำชี้แนะให้แก่ผู้เรียนจนเกิดความเข้าใจในมโนทัศน์ต่าง ๆ ในเนื้อหาสาระ

7) ความรู้ด้านการคิดสร้างสรรค์ (C – Creativity) การที่ผู้สอนเป็นผู้ที่มีความคิดสร้างสรรค์ เนื่องจากบทบาทของผู้สอนในศตวรรษที่ 21 ไม่มุ่งเน้นการป้อนความรู้ให้ผู้เรียนโดยตรง แต่มุ่งไปสู่การสร้างสรรค์ การออกแบบสิ่งแวดล้อมให้เอื้อกับการเรียนรู้ รวมทั้งรังสรรค์กิจกรรมใหม่ๆ ที่ส่งเสริมการเรียนรู้ของผู้เรียน

8) ความรู้ด้านจิตใจ (C – Caring) ผู้สอนต้องมีมุทิตา ความรัก ความปรารถนาและความห่วงใยอย่างจริงใจแก่ผู้เรียน จะทำให้ผู้เรียนเกิดความเชื่อใจต่อผู้สอน เสมือนสร้างบรรยากาศให้เหมาะแก่การเรียนรู้

จากการศึกษาแนวคิดเกี่ยวกับการเรียนการสอนในศตวรรษที่ 21 สรุปได้ว่า ผู้เรียนจะมีประสิทธิภาพในการเรียนรู้มากน้อยเพียงใด การจัดกิจกรรมการเรียนการสอนถือเป็นอิทธิพลสำคัญต่อประสิทธิภาพของผู้เรียน ดังนั้น องค์ประกอบหลักที่ส่งผลให้การเรียนการสอนมีคุณภาพประกอบด้วย 3 องค์ประกอบ ดังนี้

1) ด้านเทคโนโลยี เป็นความสามารถเกี่ยวกับการใช้งานทั่วไปของเทคโนโลยีต่าง ๆ มาประกอบการเรียนการสอน

2) ด้านเนื้อหา เป็นความสามารถเกี่ยวกับเนื้อหาที่สนใจ (หรือเนื้อหาที่สอน) โดยการระบุ อธิบาย หรือทราบที่มาของเนื้อหาเหล่านั้น และสามารถนำองค์ความรู้ที่มีมาประยุกต์ใช้ได้ถูกต้อง

3) ด้านกิจกรรมการเรียนการสอน เป็นรูปแบบการสอน เทคนิคการสอน หรือวิธีการสอนที่ครูใช้ในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน

องค์ประกอบทั้ง 3 ด้าน ที่กล่าวมาข้างต้น ต่างมีความสัมพันธ์ซึ่งกันและกัน หากผู้ที่มีส่วนเกี่ยวข้องกับการออกแบบและพัฒนาหลักสูตร/กิจกรรมการเรียนการสอน สามารถบูรณาการทั้ง 3 ด้าน ผสมผสานร่วมกันได้ จะเป็นอีกแนวทางหนึ่งในการยกระดับความรู้ ความเข้าใจของผู้เรียนให้มีความพร้อม และสามารถดำรงชีวิตในศตวรรษที่ 21 ได้ นอกจากนั้นยังช่วยให้รูปแบบของการจัดการเรียนการสอนน่าสนใจหรือแตกต่างจากรูปแบบเดิม ๆ อาจส่งผลให้บรรยากาศในชั้นเรียน น่าค้นหา น่าเรียนรู้ ตลอดจนสร้างความกระตือรือร้นในการเรียนยิ่งขึ้น

1.2 แนวคิดเกี่ยวกับปัจจัยที่เกี่ยวข้องกับการเรียนการสอนคณิตศาสตร์

บ่อยครั้งเมื่อกล่าวคำว่า “วิชาคณิตศาสตร์” ผู้เรียนที่มีความสามารถทางคณิตศาสตร์ต่ำ หรือบางส่วนที่ไม่สันทัดกับการเรียนวิชานี้ต่างพูดเป็นเสียงเดียวกัน คือ ยาก เนื่องจากธรรมชาติของวิชาคณิตศาสตร์เต็มไปด้วยทฤษฎี และหลักการต่าง ๆ ที่เป็นนามธรรม แต่อย่างไรก็ตามยังมี

ผู้เรียนอีกส่วนหนึ่งที่ให้ความสนใจกับวิชาคณิตศาสตร์ แม้ว่าเนื้อหาสาระจะยากต่อการทำความเข้าใจ จากส่วนนี้เอง ผู้ที่มีส่วนเกี่ยวข้องกับหลักสูตรทางคณิตศาสตร์หลายท่านจึงให้ความสนใจในการพัฒนากิจกรรมการเรียนการสอนให้บทเรียนเข้าใจง่าย เหมาะสมกับผู้เรียนทุกระดับความสามารถ และสร้างบทเรียนอย่างไรให้น่าเรียนยิ่งขึ้น ผู้วิจัยเล็งเห็นว่า “คงจะดีไม่น้อยหากทราบปัจจัยที่ส่งผลต่อการเรียนการสอนคณิตศาสตร์” เพราะปัจจัยเหล่านี้อาจส่งผลต่อความสำเร็จในการเรียนรู้ของผู้เรียนได้ รวมทั้งจะเป็นอีกหนึ่งแนวทางในการพัฒนาการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ให้มีประสิทธิยิ่งขึ้นได้ ดังนั้น สำหรับหัวข้อนี้ผู้วิจัยได้สรุปและสังเคราะห์เอกสารเกี่ยวกับปัจจัยที่ส่งผลต่อการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ ซึ่งมีรายละเอียดดังนี้

นักการศึกษาชื่อ ดีนส์ (Dienes, 1971, p. 201) เป็นนักคณิตศาสตร์ผู้พัฒนาทฤษฎีการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (Diene’s Principle) กล่าวว่า ปัจจัยที่มีผลต่อประสิทธิภาพการเรียนคณิตศาสตร์มีหลายองค์ประกอบ ได้แก่

1) ความพร้อมทางวุฒิภาวะ (Maturity) เป็นลำดับขั้นของความเจริญงอกงามหรือพัฒนาการของบุคคลที่เกิดขึ้นเองตามธรรมชาติ โดยไม่ต้องอาศัยสิ่งเร้าหรือการฝึกฝนใด ๆ วุฒิภาวะของแต่ละบุคคลจะพัฒนาไปตามวัยทั้งด้านร่างกาย สติปัญญา อารมณ์ และสังคม

2) ความสนใจ (Interest) เป็นความคิดทางบวกที่สร้างความพอใจให้กับผู้เรียน (ปรียาพร วงศ์อนุตรโรจน์, 2544, น. 241-242) เช่น

- การศึกษาความต้องการของผู้เรียนส่วนใหญ่เพื่อจัดทำบทเรียน สภาพห้องเรียน และสื่อการเรียนต่าง ๆ ให้ตรงกับความต้องการของผู้เรียน

- สำรวจภูมิหลังของผู้เรียน โดยเฉพาะความถนัดของผู้เรียน เพื่อจัดสภาพการเรียนการสอนให้ตรงกับความถนัดนั้น ๆ

- จัดสภาพห้องเรียนให้น่าสนใจ มีการตั้งคำถามกระตุ้น และท้าทายความสามารถของผู้เรียน พยายามให้ผู้เรียนมีส่วนร่วมในการเรียนการสอนมากที่สุด เช่น การแสดงความคิดเห็น การแก้ปัญหาเฉพาะหน้า ตลอดจนการพยายามสร้างให้เกิดสิ่งตื่นตาตื่นใจ สิ่งแปลกใหม่ และนำสิ่งที่ทันสมัยมาประกอบการเรียนการสอน

- การเสริมแรง โดยพยายามให้ผู้เรียนประสบความสำเร็จต่อการเรียน โดยเลือกความถนัดให้ตรงกับความสามารถของผู้เรียน ส่งผลให้ผู้เรียนสนใจสิ่งที่ได้รับมอบหมาย

3) การถ่ายโยงการเรียนรู้ (Transfer of Learning) เป็นวิธีการจัดการเรียนรู้ โดยใช้เทคนิคหรือวิธีการสอนที่สอดคล้องกับบริบทของผู้เรียน (Bigge, 1962, p.252)

4) การใช้สื่อการสอนที่เหมาะสม (Instructional) ผู้สอนควรใส่ใจ ค้นคว้า ผลิตสื่อการสอนใหม่ ๆ ให้เหมาะสมกับวิธีการสอนและเนื้อหาที่สอนแต่ละครั้งเสมอ

5) การฝึกฝน (Drill) เป็นเรื่องจำเป็นสำหรับผู้เรียน การฝึกให้ได้ผลดีต้องฝึกเป็นรายบุคคล ฝึกคนละเรื่อง และควรตรวจสอบแบบฝึกหัดแต่ละครั้งเพื่อประเมินผู้เรียนและผู้สอนเลือกแบบฝึกหัดที่สอดคล้องกับบทเรียน โดยคำนึงถึงความแตกต่างระหว่างบุคคล รวมทั้งฝึกได้หลาย ๆ ด้าน และที่สำคัญต้องตระหนักอยู่เสมอว่า ก่อนที่ผู้เรียนทำโจทย์นั้นนักเรียนต้องเข้าใจวิธีการ ทำโจทย์อย่างถ่องแท้และคิดอยู่เสมอว่าฝึกอย่างไรผู้เรียนจึงจะคิดเป็น

ส่วน โรเบิร์ต กาเย (Robert Gagne) ได้เสนอปัจจัยที่ส่งผลต่อการเรียนการสอน ซึ่งประกอบด้วย 2 ปัจจัย ได้แก่ (Gagne, 1985, pp. 6-10) **ปัจจัยภายใน** (Intrinsic) เป็นสภาวะภายในจิตใจและกระบวนการคิดของผู้เรียนที่นำมาใช้ในสถานการณ์แห่งการเรียนรู้ เช่น การใช้ความคิดเพื่อระลึกประสบการณ์เดิมสู่การสร้างประสบการณ์ใหม่ การควบคุมพฤติกรรมการเรียนรู้ด้วยการจดจำสิ่งต่าง ๆ หรือตั้งใจในสิ่งที่ชื่นชอบ ขณะที่ **ปัจจัยภายนอก** (Extrinsic) เป็นสิ่งแวดล้อมหรือสภาพการเรียนการสอนที่ตอบสนองต่อผู้เรียน เพื่อกระตุ้นให้ผู้เรียนเกิดกระบวนการเรียนรู้ได้เร็วยิ่งขึ้นโดยมีตัวกลางสำคัญ ได้แก่ (1) การเร้าความสนใจ เพื่อให้ผู้เรียนมีความพร้อมและสนใจต่อการเรียนรู้ เช่น การใช้เกม วีดิโอ เป็นต้น (2) การชี้แจงจุดประสงค์ เพื่อให้ผู้เรียนใช้กลยุทธ์ วิธีการต่าง ๆ ให้ถูกต้องตรงตามผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง (3) การทบทวนความรู้เดิม เพื่อให้ผู้เรียนเห็นความสัมพันธ์ระหว่างความรู้เก่ากับใหม่ (4) การนำเสนอความรู้และสื่อการเรียนรู้ เป็นเครื่องมือที่ใช้ประกอบการสาธิต นำเสนอ หรือบรรยาย เพื่อให้ผู้เรียนเห็นเป็นรูปธรรมมากขึ้น (5) การชี้แนะแนวทางการเรียนรู้ เป็นการช่วยเหลือผู้เรียนด้วยวิธีการต่าง ๆ เพื่อให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้ (6) ส่งเสริมการปฏิบัติของผู้เรียน เพื่อให้ผู้เรียนได้ฝึกฝนจนเกิดความเข้าใจและมีความชำนาญยิ่งขึ้น (7) การสะท้อนผลให้แก่ผู้เรียน เพื่อให้ผู้เรียนได้ทราบผลการปฏิบัติของตนเองว่าเกิดข้อบกพร่องส่วนใดบ้าง (8) การวัดผลและประเมินผล เป็นข้อสรุปว่าผู้เรียนเกิดการเรียนรู้ตามที่ผู้สอนคาดหวังหรือไม่ และ (9) การส่งเสริมให้ผู้เรียนจดจำและถ่ายโอนความรู้ เพื่อให้ผู้เรียนสามารถนำความรู้ต่าง ๆ ไปใช้กับสถานการณ์ทั้งในบทเรียนหรือชีวิตจริงได้

สำหรับในประเทศไทย ประภา สินวรพันธุ์ (2554, น .9) กล่าวว่า เพศ อายุ การศึกษา และสถานะทางสังคมเป็นปัจจัยหนึ่งที่ส่งผลต่อการเรียนรู้ เนื่องจาก เพศถือเป็นความแตกต่างของบุคคลในการรับรู้ อายุเป็นปัจจัยที่ทำให้บุคคลมีความแตกต่างกับในเรื่องของความคิดและพฤติกรรม การศึกษาเป็นปัจจัยที่ทำให้คนมีความคิด ยกระดับความรู้ ความสามารถ และสถานะทางสังคมเป็นปัจจัยด้านอาชีพ หรือรายได้ ซึ่งอาจส่งผลต่อความเลื่อมล้ำทางการศึกษาได้ ส่วน

เบญจมาศ กระตารัตน์ (2556, น. 111) กล่าวว่า ปัจจัยที่ส่งผลต่อการจัดการเรียนรู้ในศตวรรษที่ 21 ประกอบไปด้วย

1) การจัดบรรยากาศในห้องเรียน เป็นการจัดสภาพแวดล้อมเพื่อเปิดโอกาสให้ผู้เรียนและผู้สอนมีปฏิสัมพันธ์ซึ่งกันและกัน

2) แรงจูงใจในการปฏิบัติกิจกรรม เป็นแรงกระตุ้นจากสิ่งเร้าภายในและภายนอก ไม่ว่าจะเป็นการส่งเสริมหรือการเอื้ออำนวยความสะดวกในการจัดการเรียนรู้ เช่น การให้รางวัล ชมเชย

3) บุคลิกภาพของผู้สอน เป็นการแสดงออกของผู้สอนทั้งทาง:

- ร่างกาย ได้แก่ รูปร่าง กิริยาท่าทาง น้ำเสียง การพูด การแต่งกาย
- อารมณ์และจิตใจ ได้แก่ พฤติกรรมทางอารมณ์ การควบคุมจิตใจ
- สังคม ได้แก่ การรู้จักวิธีการสร้างปฏิสัมพันธ์กับผู้อื่น
- สติปัญญา ได้แก่ การแสดงความสามารถในการแก้ปัญหา

4) ประสบการณ์ เป็นระยะเวลาการฝึกฝน จนชำนาญเรื่องนั้น ๆ

นอกจากนี้ มีนักการศึกษาหลายท่านได้ศึกษาปัจจัยที่ส่งผลต่อการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ ผู้วิจัยจึงรวบรวมข้อมูลเหล่านั้นแสดงดังตาราง 1

ตาราง 1 ปัจจัยที่ส่งผลต่อการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในปัจจุบัน

ปัจจัยที่ส่งผลต่อการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในปัจจุบัน	สำรวย หาญห้าว (2560)	ใจสมี จิยะมากร (2561)	มกดามณี ศรีพงษ์เพริศ (2562)	พรรณภัทร แพ่งเกษม (2562)	ชลทาติ สร้อยทอง (2562)	ณัฐภรณ์ ศิริธร (2563)	ความถี่
เพศ	✓	✓		✓			3
อายุ		✓		✓			2
อาชีพ		✓					1
แผนการเรียน		✓		✓			2
การศึกษา		✓					1
ความรู้ด้านเทคโนโลยี	✓	✓	✓	✓			4
ความรู้ด้านเนื้อหา	✓	✓	✓	✓		✓	5
ความรู้ด้านกิจกรรมการเรียนการสอน		✓	✓	✓		✓	4
สิ่งอำนวยความสะดวก		✓			✓		2
เจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์		✓		✓	✓	✓	4
ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์	✓						1
รายได้			✓				1
ครอบครัว				✓			1
ความรับผิดชอบ			✓		✓		2
การใช้สื่อการเรียนการสอน			✓			✓	2
บรรยากาศในชั้นเรียน			✓			✓	2
การวัดผลและประเมินผล						✓	1

จากตาราง 1 ผู้วิจัยได้คัดสรรปัจจัยที่ส่งผลต่อการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในปัจจุบันจากนักการศึกษาจำนวน 6 ท่าน แม้ว่าปัจจัยที่ส่งผลมากที่สุด ได้แก่ ความรู้ด้านเนื้อหา ความรู้ด้านกิจกรรมการเรียนการสอน เจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ และความรู้ด้านเทคโนโลยี ตามลำดับ อย่างไรก็ตามสำหรับปัจจัยเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ ผู้วิจัยได้พิจารณาเฉพาะความคิด ความรู้สึก หรือความต้องการใช้เทคโนโลยีประกอบการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน สาเหตุเนื่องมาจากแนวคิดสำคัญของการจัดเรียนการสอนในศตวรรษที่ 21 ในหัวข้อข้างต้นที่กล่าวมา นอกจากความรู้ด้านเทคโนโลยีจะเป็นปัจจัยที่อาจส่งผลต่อการเรียนการสอนแล้ว ยังต้องมีการรับรู้เกี่ยวกับการใช้เทคโนโลยี ซึ่งเป็นความคิด ความรู้สึก หรือความต้องการใช้เทคโนโลยีประกอบการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนด้วยเช่นกัน

ในการศึกษาข้อมูลข้างต้น ผู้วิจัยสังเคราะห์ได้ว่า ปัจจัยที่ส่งผลต่อการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในปัจจุบัน ตัวแปรที่คาดว่าจะส่งผลต่อประสิทธิภาพการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในศตวรรษที่ 21 ประกอบด้วย**ปัจจัยภายใน** เป็นองค์ประกอบที่เกี่ยวข้องกับเพศ อายุ อาชีพ การศึกษา และการรับรู้เกี่ยวกับการใช้เทคโนโลยี ส่วน**ปัจจัยภายนอก** เป็นองค์ประกอบที่เกี่ยวข้องกับความรู้ด้านเทคโนโลยี ความรู้ด้านเนื้อหา และกิจกรรมการเรียนการสอน

1.3 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับปัจจัยที่ส่งผลต่อการเรียนการสอนคณิตศาสตร์

1.3.1 งานวิจัยในประเทศ

วรรณา เวสกามี (2555, น. 49) ได้ศึกษาปัจจัยที่ส่งผลต่อประสิทธิภาพการจัดการเรียนรู้ในศตวรรษที่ 21 ของครูในโรงเรียนขนาดเล็ก สังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษาสมุทรปราการ เขต 2 พบว่า ปัจจัยที่มีอิทธิพลต่อประสิทธิภาพการจัดการเรียนรู้ในศตวรรษที่ 21 ซึ่งประกอบด้วย 4 ปัจจัย ได้แก่

1) ปัจจัยแรงจูงใจในการปฏิบัติงาน เป็นเจตคติของครูที่มีต่อการปฏิบัติงาน หากมีแรงจูงใจมากก็จะเสียสละ อุทิศแรงกาย แรงงานให้แก่งาน ส่งผลให้เกิดประสิทธิภาพการจัดการเรียนรู้ที่สูงขึ้น แนวคิด ทฤษฎีเกี่ยวกับแรงจูงใจในการปฏิบัติงานใด ๆ ก็ตาม แรงจูงใจมีความสัมพันธ์ใกล้ชิดที่สุดกับการปฏิบัติงาน เนื่องจากเป็นเรื่องที่เกี่ยวข้องกับทัศนคติและค่านิยมของบุคคล ดังนั้น การทำให้บุคคลเกิดความพึงพอใจในการปฏิบัติงานจนบรรลุวัตถุประสงค์ขององค์กร

2) ปัจจัยเจตคติต่อวิชาชีพครู คือ ความรู้สึกนึกคิดที่มีต่อวิชาชีพครูซึ่งแฝงอยู่ในแต่ละบุคคล และพร้อมที่จะแสดงพฤติกรรมใด ๆ ต่อสิ่งที่เกี่ยวข้องกับการเป็นครูที่มาเว้าใน

แง่ที่เห็นด้วย ไม่เห็นด้วย ยอมรับหรือไม่ยอมรับ ซึ่งอาจกล่าวได้ว่าเป็นการแสดงปรากฏการณ์ทางความคิด อารมณ์ และพฤติกรรมเข้าด้วยกัน

3) ปัจจัยการเตรียมการจัดการเรียนรู้ การวางแผนล่วงหน้าของผู้สอนในการจัดการเรียนรู้ การทำความเข้าใจเกี่ยวกับหลักการ จุดหมาย โครงสร้าง เวลาเรียน การจัดทำกำหนดการเรียนรู้ การทำแผนการจัดการเรียนรู้ การกำหนดจุดประสงค์ วิธีการสอน สื่อการเรียนรู้ การวัดและประเมินผลการเรียน เพื่อให้การจัดการเรียนรู้บรรลุเป้าหมายที่วางไว้

4) ปัจจัยการใช้สื่อการสอน ใช้วัสดุ อุปกรณ์ เทคนิค และวิธีการต่าง ๆ ที่ผู้สอนนำมาใช้ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ เพื่อช่วยให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้อย่างมีประสิทธิภาพ เจตคติ ทักษะตามวัตถุประสงค์ที่ตั้งไว้ และเกิดการเรียนรู้ได้อย่างมีประสิทธิภาพ

เบญจมาศ กระตารัตน์ (2556, น. 111) ได้ศึกษาปัจจัยที่ส่งผลต่อประสิทธิภาพการจัดการเรียนรู้ในศตวรรษที่ 21 ของครูผู้สอนในโรงเรียนสังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา เขต 32 พบว่า ปัจจัยที่มีอิทธิพลต่อประสิทธิภาพการจัดการเรียนรู้ในศตวรรษที่ 21 ซึ่งประกอบด้วย 4 ปัจจัย ได้แก่

1) ปัจจัยด้านการจัดบรรยากาศในห้องเรียน เป็นการจัดสภาพแวดล้อมทางการเรียนในห้องเรียน หรือที่อยู่รอบ ๆ ตัว ทั้งสภาพแวดล้อมทางสังคม และสภาพแวดล้อมทางกายภาพ ระดับอารมณ์ ความรู้สึก รวมทั้งความสามารถในการจัดปฏิสัมพันธ์ระหว่างผู้เรียนกับผู้เรียนของครูผู้สอน ซึ่งมีผลต่อสภาพจิตใจ อารมณ์ของครูผู้สอน และผู้เรียนในห้องเรียนขณะมีการจัดการเรียนรู้

2) ปัจจัยด้านแรงจูงใจในการปฏิบัติงาน เป็นแรงกระตุ้นจากสิ่งเร้าทั้งภายในและภายนอก ไม่ว่าจะเป็นการส่งเสริมและการเอื้ออำนวยความสะดวกในด้านต่าง ๆ ที่เกี่ยวข้องกับการจัดการเรียนรู้ เช่น การให้รางวัลและการชมเชย การได้รับการยกย่อง การได้ดูงานนอกสถานที่ การได้รับสวัสดิการที่เพียงพอ หลักเกณฑ์ในการพิจารณาขั้นเงินเดือนมาตรการการรักษาความปลอดภัย และความก้าวหน้าในอาชีพ ซึ่งเป็นตัวกระตุ้นหรือรบกวนให้บุคคลแสดงพฤติกรรมออกมาทั้งเชิงบวกและลบ กระตุ้นให้ใช้ความสามารถในการปฏิบัติให้ประสบผลสำเร็จตามเป้าหมายในการปฏิบัติงาน ให้ประสบความสำเร็จตาเป้าหมายที่กำหนดไว้

3) ปัจจัยด้านบุคลิกภาพของครู คือ การแสดงออกของครูทั้งทางร่างกาย จิตใจ อารมณ์ การแสดงออกทางอารมณ์ ความรู้สึกนึกคิด ค่านิยม สังคมและบุคลิกภาพทางสติปัญญา และพฤติกรรมที่แสดงออกในสถานการณ์หนึ่ง ๆ จนเกิดเป็นนิสัยที่ยอมรับของผู้เรียนและบุคคลที่เกี่ยวข้องทำให้ผู้เรียนยึดถือเป็นแบบอย่าง ให้การนับถือเคารพยำเกรง ซึ่งส่งเสริมให้

การจัดการเรียนรู้มีประสิทธิภาพยิ่งขึ้น โดยบุคคลภาพของครูแบ่งออกเป็น 4 ด้าน ได้แก่ บุคลิกภาพทางร่างกาย อารมณ์ จิตใจ สังคม และสติปัญญา

4) ปัจจัยด้านประสบการณ์ คือ ระยะเวลาจำนวนปีที่ครูปฏิบัติหน้าที่สอนในโรงเรียน

มุกดามณี ศรีพงษ์เพริศ (2561, น. 3) ได้ศึกษาปัจจัยคัดสรรที่ส่งผลต่อประสิทธิภาพการจัดการเรียนรู้ในศตวรรษที่ 21 ของครูประถมศึกษา จังหวัดปทุมธานี โดยมีวัตถุประสงค์เพื่อ 1) ศึกษาประสิทธิภาพการจัดการเรียนรู้ในศตวรรษที่ 21 ของครูประถมศึกษา จังหวัดปทุมธานี 2) ปัจจัยคัดสรรที่เกี่ยวข้องกับประสิทธิภาพการจัดการเรียนรู้ในศตวรรษที่ 21 ของครูประถมศึกษา จังหวัดปทุมธานี และ 3) ปัจจัยคัดสรรที่ส่งผลต่อประสิทธิภาพการจัดการเรียนรู้ในศตวรรษที่ 21 ของครูประถมศึกษา จังหวัดปทุมธานี ซึ่งมีกลุ่มตัวอย่างเป็นผู้บริหาร และครูระดับประถมศึกษาจังหวัดปทุมธานี จำนวน 359 คน ได้จากการสุ่มตัวอย่างแบบหลายขั้นตอน เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย คือ แบบสอบถาม มาตราส่วนประมาณค่า 5 ระดับ สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล ได้แก่ ค่าเฉลี่ย ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน และการวิเคราะห์สมการถดถอยพหุคูณแบบนำเข้าตัวแปรทั้งหมด ผลการวิจัย พบว่า ประสิทธิภาพการจัดการเรียนรู้ในศตวรรษที่ 21 ของครูประถมศึกษา ประกอบด้วย การสร้างความชัดเจนในบทเรียน การจัดการเรียนรู้เชิงรุก การแสดงความใส่ใจในงานการสอน การทำให้กระบวนการเรียนรู้ของผู้เรียนมีประสิทธิภาพ การส่งเสริมให้ผู้เรียนประสบความสำเร็จ การใช้สื่อการเรียนรู้ ภาพรวมมีค่าเฉลี่ยอยู่ในระดับมาก ส่วน ปัจจัยคัดสรรที่เกี่ยวข้องกับประสิทธิภาพการจัดการเรียนรู้ในศตวรรษที่ 21 ของครูประถมศึกษา ได้แก่ ปัจจัยแรงจูงใจในการปฏิบัติงาน ปัจจัยการจัดบรรยากาศในห้องเรียน และปัจจัยบุคลิกภาพของครู ภาพรวมค่าเฉลี่ยอยู่ในระดับมาก และ ปัจจัยที่ส่งผลต่อประสิทธิภาพการจัดการเรียนรู้ในศตวรรษที่ 21 ของครูประถมศึกษา จังหวัดปทุมธานี ได้แก่ ปัจจัยแรงจูงใจในการปฏิบัติงาน ปัจจัยบุคลิกภาพของครู และปัจจัยการจัดบรรยากาศในห้องเรียน ตามลำดับ โดยปัจจัยดังกล่าวสามารถพยากรณ์ได้ร้อยละ 64.3 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

พรรณภัทร แซ่โท้ว (2562, น. 299-303) ได้ศึกษาปัจจัยที่มีผลต่อการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักศึกษาวิทยาลัยดุสิตธานี พัทยา จำนวน 197 คน โดยมีวัตถุประสงค์ คือ เพื่อหาความสัมพันธ์ระหว่างปัจจัย ได้แก่ ข้อมูลทั่วไปของนักศึกษา เจตคติของผู้เรียน ความวิตกกังวลของผู้เรียน แรงจูงใจของผู้เรียน พฤติกรรมของผู้เรียน และพฤติกรรมของผู้สอนในการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ และศึกษาอิทธิพลข้อมูลทั่วไปของนักศึกษาที่มีต่อเจตคติของผู้เรียน ความวิตกกังวลของผู้เรียน แรงจูงใจของผู้เรียน พฤติกรรมของผู้เรียน และพฤติกรรมของผู้สอน ซึ่ง

มีเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยเป็นแบบสอบถามจำนวน 5 ตอน ได้แก่ ตอนที่ 1 ปัจจัยทั่วไปของนักศึกษา ตอนที่ 2 ปัจจัยที่มีผลต่อเจตคติของผู้เรียนวิชาคณิตศาสตร์ ตอนที่ 3 ปัจจัยความวิตกกังวลของผู้เรียนวิชาคณิตศาสตร์ ตอนที่ 4 ปัจจัยแรงจูงใจของผู้เรียนวิชาคณิตศาสตร์ และตอนที่ 5 ปัจจัยพฤติกรรมการเรียนคณิตศาสตร์ ผลการวิจัยชี้ให้เห็นว่า ปัจจัยที่มีความสัมพันธ์ต่อการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในทิศทางบวก ได้แก่ เจตคติและพฤติกรรมของผู้เรียนวิชาคณิตศาสตร์ รวมถึงความวิตกกังวลมีความสัมพันธ์ในทิศทางลบ นอกจากนี้ผลการวิจัยยังแสดงให้เห็นว่า เพศมีอิทธิพลต่อพฤติกรรมผู้เรียน และแผนการเรียนมัธยมศึกษาตอนปลายมีอิทธิพลต่อความวิตกกังวลในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์

1.3.2 งานวิจัยต่างประเทศ

พอล และเทนเดียไก (Paul & Tendeukai, 2015, pp. 125-130) ได้ศึกษาปัจจัยที่ส่งผลต่อการจัดการเรียนรู้ที่มีประสิทธิภาพในโรงเรียนระดับประถมศึกษา พบว่า มีปัจจัยที่ส่งผลต่อการจัดการเรียนรู้ ประกอบด้วย 5 ปัจจัย ได้แก่ การจัดการเรียนรู้ที่หลากหลาย การใช้สื่อการเรียนรู้ที่หลากหลาย เนื้อหาที่ใช้จัดการเรียนรู้ บรรยากาศในการจัดการเรียนรู้ และการให้ขวัญกำลังใจในการปฏิบัติงาน พร้อมทั้งให้ข้อเสนอแนะเพิ่มเติมว่า หากนำ 5 ปัจจัยเหล่านี้มาพัฒนากิจกรรมการเรียนการสอนจะเป็นอีกแนวทางสำหรับการออกแบบกิจกรรมการเรียนการสอนที่ตอบสนองต่อศตวรรษที่ 21 ได้

นิลโคล (Nicole, 2017, p. 2) ได้ศึกษาปัจจัยที่ส่งผลต่อประสิทธิภาพการจัดการเรียนรู้ ผลการวิจัยพบว่า สวัสดิการหรือค่าตอบแทนของผู้สอนเป็นปัจจัยที่ส่งผลต่อแรงจูงใจที่ทำให้ผู้สอนมีความกระตือรือร้นต่อการจัดการเรียนรู้ให้มีประสิทธิภาพมากที่สุด เนื่องจากเศรษฐกิจในปัจจุบันของประเทศมีอัตราเงินเฟ้อบ่อยครั้ง รวมทั้งมีมาตรฐานการครองชีพที่สูง แรงจูงใจในด้านสวัสดิการหรือค่าตอบแทนของผู้สอนจึงส่งผลต่อแรงจูงใจมากที่สุด

จากการศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง ผู้วิจัยสังเคราะห์ได้ว่า ตัวแปรที่มีอิทธิพลต่อการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในศตวรรษที่ 21 มีมากมาย ได้แก่ ตัวแปรด้านการรับรู้เกี่ยวกับการใช้เทคโนโลยี ตัวแปรเกี่ยวกับความรู้ด้านเทคโนโลยี ตัวแปรเกี่ยวกับความรู้ด้านเนื้อหาทางคณิตศาสตร์ และตัวแปรเกี่ยวกับการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน ซึ่งตัวแปรที่กล่าวมาข้างต้นต่างมีความสัมพันธ์ซึ่งกันและกัน อีกทั้งยังส่งผลต่อประสิทธิภาพในการเรียนการสอน หากผู้สอนและผู้เรียนมีความสัมพันธ์ทางบวกกับตัวแปรเหล่านั้นจะเป็นอีกหนึ่งแนวทางในการยกระดับคุณภาพการศึกษาให้พร้อมต่อการเปลี่ยนแปลงของประเทศในยุคปัจจุบันได้

2. เอกสารที่เกี่ยวข้องกับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์

2.1 ความหมายของความเข้าใจทางคณิตศาสตร์

การเรียนการสอนในปัจจุบันพยายามพัฒนาให้ผู้เรียนเกิดความเข้าใจที่แท้จริงมากกว่าการจำและนำไปใช้ แต่มีคนจำนวนไม่น้อยต่างตั้งคำถามว่า “สิ่งไหนที่เรียกว่าความเข้าใจและความเข้าใจทางคณิตศาสตร์คืออะไร” เนื่องจากความเข้าใจเป็นสิ่งที่เกิดขึ้นเฉพาะบุคคล อีกทั้งยังเป็นสิ่งที่มีความซับซ้อนต้องอาศัยประสบการณ์แต่ละบุคคลเพื่อเชื่อมโยงแนวคิดต่าง ๆ เข้าด้วยกันอย่างเป็นเหตุเป็นผล ด้วยเหตุนี้ส่งผลให้นักการศึกษาหลาย ๆ ท่าน ทั้งในประเทศและต่างประเทศให้ความสนใจกับประเด็นนี้เป็นอย่างมาก ผู้วิจัยได้ศึกษาเอกสารที่เกี่ยวข้องกับความหมายของ “ความเข้าใจ” และ “ความเข้าใจทางคณิตศาสตร์” พร้อมทั้งสังเคราะห์ได้ ดังนี้

คำว่า “ความเข้าใจ” ตรงกับคำในภาษาอังกฤษว่า Understand หมายถึง รู้เรื่อง รู้ความหมาย (ราชบัณฑิตยสถาน, 2554) โดยนักการศึกษาหลายท่าน (Bloom, 1956, p. 271; Hyder, 2016, pp. 288-297) ให้ความหมายของความเข้าใจในทำนองเดียวกันว่า ความเข้าใจเป็นความสามารถของแต่ละบุคคลในการขยายความรู้ความจำให้ไกลออกไปจากเดิมอย่างสมเหตุสมผล ซึ่งสามารถอธิบายได้ด้วยคำพูดของตนเองพร้อมทั้งแสดงพฤติกรรมหรือตอบสนอง 3 แบบ ได้แก่

1) การแปล (Translation) เป็นการแปลข้อความ สัญลักษณ์ และคำ ในแง่มุมใหม่ ๆ ของเนื้อหาวิชาการนั้น ๆ

2) การตีความหมาย (Interpretation) เป็นการวิเคราะห์ สังเคราะห์จากการแปลมารวบรวมเพื่อลงข้อสรุป

3) การขยายสรุปความ (Extrapolation) เป็นการนำเอาข้อสรุปมาขยายความให้เกิดทัศนะใหม่ มุมมองใหม่ ความรู้ใหม่ เพื่อกว้างไกลออกไปจากข้อเท็จจริงภายใต้การใช้ข้อมูลและแนวโน้มที่เพียงพอ

ในเวลาต่อมา เพอร์กิ้นส์ (Perkins, 1993, pp. 28-35) อธิบายว่า ความเข้าใจเป็นความสามารถในการถ่ายทอดความคิดและการเชื่อมโยงความรู้หนึ่งไปสู่ความรู้อื่น ๆ ตลอดจนสามารถนำเสนอความรู้เหล่านั้นด้วยวิธีการต่าง ๆ ได้ ซึ่งความหมายดังกล่าวได้รับการสนับสนุนกับ เซอร์ปริ้นส์ก้า (Sierpinka, 1994, p. 116) ที่ให้ความหมายของความเข้าใจว่า เป็นความสามารถในการให้สัญลักษณ์และความหมายของเรื่องที่ทำความเข้าใจ ซึ่งเกิดจากการใช้ประสบการณ์เดิมมาเชื่อมโยงองค์ความรู้ที่มี นอกจากนั้น เฮวแสตนท์ (Helmstad, 1999, p. 14) ยังให้ความหมายเช่นเดียวกันว่า ความเข้าใจเป็นกระบวนการเชื่อมโยงระหว่างความรู้เดิมกับความรู้ใหม่เข้าด้วยกัน จนสามารถนำความรู้เหล่านั้นมาบูรณาการร่วมกันได้ กล่าวคือ ความเข้าใจ

ไม่เพียงแค่มีความรู้อย่างเดียว แต่ต้องสามารถบูรณาการเข้าร่วมกับองค์ความรู้ต่าง ๆ ขณะที่นักวิชาการหลายท่าน (Booth, 2002, pp. 324-329; North Regional Educational Laboratory, 2000; Robinson, Robinson, & Macell, 2000, pp. 112-126) กล่าวทำนองเดียวกันว่า ความเข้าใจเป็นกระบวนคิดภายในจิตใจที่เกี่ยวข้องกับสิ่งใดสิ่งหนึ่งที่ทำให้บุคคลนั้นสามารถ (1) ทำสิ่งนั้นได้ (2) ทำสิ่งนั้นด้วยวิธีการที่หลากหลาย (3) ทำสิ่งนั้นในสถานการณ์ต่าง ๆ และ (4) ทำสิ่งต่างๆ ได้อย่างถ่องแท้

สำหรับในประเทศไทย อลิสรา ชมชื่น (2550, น. 36) กล่าวว่า ความเข้าใจเป็นความสามารถในการถ่ายทอดความรู้ที่เกิดจากการรับข้อมูลและประสบการณ์ทางความคิดโดยการให้สัญลักษณ์หรือให้ความหมายกับสิ่งหนึ่ง ๆ พร้อมทั้งแสดงออกผ่านการปฏิบัติ การใช้งานและการประยุกต์ใช้ความรู้กับสถานการณ์ใหม่ นอกจากนั้น พัชรี เรื่องสวัสดิ์ (2562, น. 31) ให้ความหมายของความเข้าใจว่า เป็นความสามารถในการใช้ความคิดรวบยอดกับเรื่องใดเรื่องหนึ่งเพื่อจัดการกับสิ่งนั้น (ลักษณะที่เป็นนามธรรม กายภาพ บุคคล สิ่งของ สถานการณ์ต่าง ๆ) ได้อย่างเพียงพอ

นักการศึกษาข้างต้นต่างเห็นว่า “**ความเข้าใจ** หมายถึง กระบวนการคิดขั้นสูงที่เกิดขึ้นภายในจิตใจ ซึ่งรู้เรื่องกับสิ่งใดสิ่งหนึ่งจนสามารถอธิบายหรือถ่ายทอดสิ่ง ๆ นั้นให้กับผู้อื่นได้ โดยความเข้าใจดังกล่าวอาจเกิดขึ้นด้วยตนเอง ผ่านประสบการณ์ การฝึกฝน และการสำรวจหรืออาจเกิดขึ้นผ่านการได้รับข้อมูลต่าง ๆ จากผู้อื่น เพื่อนำมาสู่การพัฒนาสมองของแต่ละบุคคล” นอกจากนั้นยังเชื่อว่าความเข้าใจเป็นเรื่องของแต่ละบุคคลที่มีระดับความเข้าใจแตกต่างกันออกไป บุคคลหนึ่งไม่จำเป็นต้องเข้าใจในทุกเรื่อง แต่อาจเข้าใจเฉพาะเรื่องที่สนใจ

นอกจากความหมายของความเข้าใจ มีนักการศึกษาหลายท่านได้ชี้เฉพาะความเข้าใจที่เกี่ยวข้องกับคณิตศาสตร์โดยตรง และพยายามให้ความหมายของ**ความเข้าใจทางคณิตศาสตร์** (Mathematical Understanding) ว่า เป็นความสามารถในการนำความรู้เดิมมาเป็นพื้นฐานสำหรับแก้ปัญหาหรือใช้กับบริบทใหม่ที่ไม่คุ้นเคย (Wilson, 1971, p. 661) ส่วน สภาครูคณิตศาสตร์แห่งชาติของสหรัฐอเมริกา (National Council of Teacher of Mathematics, 1989, p. 223) กล่าวว่า ความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ไม่เพียงแค่การจำบทนิยามหรือการจำตัวอย่างกระบวนการคำนวณเท่านั้น แต่เป็นความสามารถในการนำแนวคิดทางคณิตศาสตร์มาประยุกต์ใช้เพื่อแก้ปัญหาในสถานการณ์จริงได้ ขณะที่ ฮิลเบิร์ตและคาร์เพนเตอร์ (Hiebert & Carpenter, 1992, pp. 66-92) อธิบายว่า ความเข้าใจทางคณิตศาสตร์เป็นกระบวนการที่เกิดขึ้นภายในจิตใจของแต่ละบุคคลที่สร้างแนวคิดและรวบรวมประสบการณ์ใหม่มาเชื่อมโยงกับโครงสร้างของความรู้

(Network of Knowledge) ที่มีอยู่เดิมหรือเกิดจากการเปลี่ยนแปลงระบบโครงสร้างของความรู้ นอกจากนั้นยังให้ข้อเสนอแนะว่าหากบุคคลใดสามารถแสดงกระบวนการ ขั้นตอน หรืออธิบายแนวคิดที่เกี่ยวข้องกับคณิตศาสตร์ได้เป็นส่วนหนึ่งที่ส่งผลให้เกิดโครงสร้างของความรู้นั้น ๆ จนเกิดความเข้าใจ ซึ่งความเข้าใจนี้จะเกิดมากน้อยเพียงใดขึ้นอยู่กับความแข็งแกร่งของความสามารถต่อการเชื่อมโยงภายในโครงสร้างของความรู้ที่มีอยู่ในตัวบุคคลนั้น นอกจากนั้นนักการศึกษาหลายท่าน (Clemson & Clemson, 1994, p. 18; Skemp, 1978, pp. 9-15) กล่าวในทำนองเดียวกันว่า บุคคลจะเกิดความเข้าใจทางคณิตศาสตร์จากการปฏิบัติกิจกรรมใดกิจกรรมหนึ่งเพื่อให้ได้ผลลัพธ์ทันทีด้วยเครื่องมือการค้นหาคำตอบที่มีอยู่ โดยปราศจากที่มาของการได้มาซึ่งผลลัพธ์นั้น และจะเรียกความเข้าใจลักษณะนี้ว่าความเข้าใจแบบเครื่องมือ (Instrumental Understanding) ส่วนความเข้าใจที่เกิดจากการนำความรู้ที่มีมาประยุกต์ใช้กับสถานการณ์ใหม่ ๆ โดยไม่มุ่งเน้นเพียงผลลัพธ์แต่มุ่งเน้นที่กระบวนการและที่มาของผลลัพธ์นั้น จะเห็นว่าความเข้าใจในลักษณะนี้เป็นความเข้าใจอย่างแท้จริง ซึ่งจะเรียกความเข้าใจลักษณะนี้ว่าความเข้าใจแบบเห็นความสัมพันธ์ (Relational Understanding) ซึ่งความหมายดังกล่าวได้รับการสนับสนุนกับ คีแรนน์ (Kieran, 1994, pp. 593-598) ว่า ความเข้าใจทางคณิตศาสตร์เป็นกระบวนการเรียนรู้ที่พัฒนาความรู้ประยุกต์ และการวิเคราะห์ โดยให้ข้อความเห็นว่าความเข้าใจไม่เพียงแค่ตอบว่า “ได้” หรือ “ไม่ได้” เท่านั้น แต่ต้องรู้ถึงกระบวนตลอดจนสามารถนำแนวคิดต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์มาขยายให้เกิดองค์ความรู้ใหม่ ๆ ส่วน บรูเนอร์ (Bruner, 1995, p. 333) ได้อธิบายว่า ความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ต้องสามารถสัมผัสได้ถึงโครงสร้างทางพื้นฐาน (Simple Structure) กับเรื่องนั้น ๆ โดยเชื่อว่าประสบการณ์เดิมเป็นบทบาทสำคัญต่อการส่งเสริมการเรียนรู้ อีกทั้งเชื่อว่าวุฒิภาวะอย่างเดียวไม่พอต่อการพัฒนาโครงสร้างความรู้ใหม่โดยมีองค์ประกอบอื่น ๆ มาสนับสนุน เช่น ภาษา ประสบการณ์เดิม เป็นต้น และลีเออร์ (Lehrer, 1999, pp. 19-21) ที่อธิบายว่า ความเข้าใจนั้นควรกล่าวในลักษณะของระดับความเข้าใจว่ามีมากหรือน้อยเพียงใด อยู่ในระดับที่ใช้กับสถานการณ์ปัญหาง่าย หรือยุ่งยากซับซ้อน

นอกจากนี้มีนักการศึกษาหลายท่าน (Dosemagen & Schwalbach, 2000, pp. 90-98; Wiggins & McTighe, 2004, pp. 35-55) กล่าวในทำนองเดียวกันว่า ความเข้าใจทางคณิตศาสตร์เป็นความสามารถในการเชื่อมโยงแนวคิด วิธีการ หลักการ หรือข้อเท็จจริงต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ที่มีอยู่เดิม มาแก้ปัญหาที่ท้าทายหรือบูรณาการให้เกิดโครงสร้างความรู้ใหม่ ๆ

สำหรับประเทศไทย ไพโรจน์ น่วมนุ่ม (2554, น. 15) ให้ความหมายของความเข้าทางคณิตศาสตร์ว่า เป็นความสามารถใน 3 ด้าน ได้แก่ (1) การตีความตัวแทนแนวคิดและการใช้

ตัวแทนแนวคิดในการสื่อความหมาย (2) การนำความรู้เดิมไปสัมพันธ์กับความรู้ใหม่ หรือปัญหาใหม่ และ (3) การเชื่อมโยงและเห็นความสัมพันธ์ระหว่างแนวคิดและกระบวนการทางคณิตศาสตร์

นอกจากนั้น อลิสรา ชมชื่น (2550, น. 35-39) และอัมพร ม้าคนอง (2557, น. 15) กล่าวในทำนองเดียวกันว่า ความเข้าใจทางคณิตศาสตร์เป็นความคิดรวบยอดที่เกี่ยวข้องกับที่มา บทนิยาม กฎ สูตร หรือทฤษฎี อันเป็นความรู้เชิงนามธรรมซึ่งผู้เรียนสามารถขยายแนวคิดทางคณิตศาสตร์และนำสิ่งเหล่านั้นมาประยุกต์ใช้กับสถานการณ์หรือปัญหาที่ซับซ้อนได้ ส่วน ชานันท์ ข่าขันมะลี (2559, น. 13) อธิบายว่า ความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ หมายถึง การเชื่อมโยงระหว่างความคิดความจริง กระบวนการทางคณิตศาสตร์ หรือความสามารถในการนำความรู้เดิมมาสัมพันธ์กับความรู้ใหม่แล้วสามารถแก้สถานการณ์ปัญหานั้น ๆ โดยมีการแปลความของตนเอง ตีความจากเรื่องราวต่าง ๆ สรุปความหรือการขยายความคิดโดยอาศัยความสัมพันธ์เกี่ยวกับสถานการณ์ต่าง ๆ หรือนำไปประยุกต์ใช้กับสถานการณ์ปัญหาที่ซับซ้อนได้อย่างถูกต้องและเหมาะสม ขณะที่ ชาญณรงค์ วิเศษสัตย์ (2563, น. 33) ให้ความหมายว่า ความเข้าใจทางคณิตศาสตร์เป็นความเข้าใจในสาระการเรียนรู้ประกอบด้วย สาระจำนวนและพีชคณิต สาระการวัดและเรขาคณิต สาระสถิติและความน่าจะเป็น และสาระแคลคูลัส โดยแต่ละสาระได้ระบุความเข้าใจไว้ในมาตรฐานการเรียนรู้

จากการศึกษาความหมายของความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ สรุปได้ว่า ความเข้าใจทางคณิตศาสตร์เป็นความสามารถในการอธิบาย หาความสัมพันธ์ หรือหาข้อสรุปที่เกี่ยวข้องกับเนื้อหาเรื่องใดเรื่องหนึ่งในวิชาคณิตศาสตร์ พร้อมทั้งรู้กระบวนการดำเนินการเพื่อนำไปสู่การหาผลลัพธ์ที่ถูกต้องได้ และสามารถนำความรู้ที่มีมาประยุกต์ใช้เพื่อแก้ปัญหาในสถานการณ์ต่าง ๆ

2.2 **ความสำคัญของความเข้าใจทางคณิตศาสตร์**

ความเข้าใจเป็นหนึ่งส่วนที่สำคัญที่สุดสำหรับการศึกษา โดยมีเป้าหมายหลัก คือ ต้องการให้ผู้เรียนเกิดความเข้าใจที่แท้จริงเพื่อนำไปประยุกต์หรือพัฒนาด้านอื่น ๆ และความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ถือเป็นเป้าหมายสากลที่ผู้เรียนควรมี (Mwakapenda, 2004, p. 28) เนื่องจากคณิตศาสตร์เป็นรากฐานที่สำคัญต่อการสร้างกฎ นิยาม ทฤษฎี สัจพจน์ หรือหลักการต่าง ๆ เพื่อส่งต่อให้ศาสตร์อื่น ๆ นำไปใช้ได้อย่างมีประสิทธิภาพ (Dossey, 1992, p. 39) โดยจะเห็นได้ว่ามีการศึกษาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ผ่านการประเมินในโครงการศึกษาแนวโน้มการจัดการศึกษาคณิตศาสตร์และวิทยาศาสตร์ระดับนานาชาติ (Trends in International Mathematics and Science Study หรือ TIMSS) จำนวน 39 ประเทศ และประเทศไทยเป็นอีกหนึ่งประเทศที่เข้า

ร่วมโครงการนี้ เพื่อวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์จำนวน 2 ด้าน ประกอบด้วย (1) ด้านเนื้อหา (Content Domain) ได้แก่ เรื่อง จำนวน พีชคณิต เรขาคณิต ข้อมูลและโอกาส และ (2) ด้านพฤติกรรมการเรียนรู้ (Cognitive Domain) ได้แก่ ความรู้ (Knowing) ความเข้าใจ (Understanding) การประยุกต์ใช้ความรู้ (Applying) และการบูรณาการความรู้และการให้เหตุผล (Reasoning) ซึ่งเป็นเนื้อหาที่ครอบคลุมด้านคณิตศาสตร์ตามหลักสูตรจนถึงระดับที่ประเมิน (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2558, น. 1-4) นอกจากนั้นมีโครงการประเมินผลนักเรียนร่วมกับนานาชาติ (Programming of International Student Assessment หรือ PISA) เพื่อประเมินคุณภาพระบบการศึกษาของประเทศสมาชิกและประเทศร่วมโครงการ PISA สำหรับประเมินความรู้และทักษะทางคณิตศาสตร์ แม้ว่าไม่ได้เน้นความรู้เนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ที่เรียนตามหลักสูตรในโรงเรียนเหมือนกับโครงการ TIMSS แต่เน้นการนำคณิตศาสตร์ใช้กับสถานการณ์ของชีวิตจริง โดยนักเรียนต้องขยายความรู้จากที่เรียนมาประยุกต์ใช้กับสถานการณ์จริงในบริบทต่าง ๆ ที่หลากหลาย (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2561 น. 220-266)

จากการศึกษาความหมายของความเข้าใจทางคณิตศาสตร์และจากการสังเคราะห์ข้อสอบที่ใช้ในการประเมินสำหรับ 2 โครงการที่กล่าวมาในข้างต้น พบว่า การที่ผู้เรียนจะสามารถทำข้อสอบให้อยู่ในระดับที่สูงได้ การมีความรู้อย่างเดียวไม่เพียงพอแต่ต้อง**อาศัยความเข้าใจทางคณิตศาสตร์**ทั้งด้านแนวคิดของเนื้อหานั้น ๆ รวมทั้งการดำเนินการต่าง ๆ เพื่อนำความรู้ที่มีมาแก้ปัญหาสถานการณ์ที่ซับซ้อนขึ้นได้ ด้วยเหตุนี้จึงเป็นเหตุผลที่สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (กระทรวงศึกษาธิการ, 2551, น. 49-78) พยายามผลักดันให้มีการจัดการเรียนการสอนที่**มุ่งเน้นให้ผู้เรียนเกิดความเข้าใจทางคณิตศาสตร์**ไปพร้อม ๆ กับการพัฒนาทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ รวมทั้งใช้เทคโนโลยีในการแก้ปัญหาในสถานการณ์ต่าง ๆ ได้อย่างหลากหลาย เพื่อหวังให้ผลการประเมินของโครงการ TIMSS และโครงการ PISA สูงขึ้น เนื่องจากคะแนนประเมินเหล่านี้จะ**สะท้อนให้เห็นถึงศักยภาพของระบบการศึกษา**แต่ละประเทศ อีกทั้งยังแสดงถึงความสามารถของเยาวชนว่าพร้อมจะนำความรู้ความสามารถมาพัฒนาประเทศได้หรือไม่ (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2557, คำชี้แจง)

นอกจากนี้มีนักการศึกษาหลายท่านกล่าวถึงความสำคัญของความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ในแง่มุมต่าง ๆ ผู้วิจัยสังเคราะห์ได้ ดังนี้

นิคเคอร์สัน (Nickerson, 1985, p. 215) กล่าวว่า ความเข้าใจทางคณิตศาสตร์เป็นรากฐานที่สำคัญของการศึกษา อีกทั้งเป็นสิ่งที่ผู้สอนต่างให้ความสนใจว่าผู้เรียนจะเกิดความเข้าใจเกี่ยวกับมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์มากน้อยเพียงใด โดยเชื่อว่าเมื่อผู้เรียนเกิดความเข้าใจทางคณิตศาสตร์จะเป็นอีกหนึ่งปัจจัยที่ส่งผลให้ผู้เรียนเกิดความชำนาญด้านคณิตศาสตร์ รวมทั้งเป็นสิ่งจำเป็นต่อความสำเร็จสำหรับการเรียนคณิตศาสตร์

คิลแพทริก และคณะ (Kilpatrick et al., 2001, pp. 116-118) อธิบายว่า ผู้เรียนที่เข้าใจถึงแก่นของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์จะเป็นบุคคลที่เรียนรู้ได้เร็วเมื่อเรียนเรื่องอื่นจะสามารถเชื่อมโยงความสัมพันธ์ระหว่างความรู้เดิมกับความรู้ใหม่ได้ และยังสามารถจัดการกับความรู้ได้ดีจนนำไปสู่การขยายแนวคิดใหม่ ๆ

ยูซิลกิ้นส์ (Usiskin, 2001, pp. 15-22) กล่าวว่า เมื่อผู้เรียนเกิดความเข้าใจทางคณิตศาสตร์เป็นจุดเริ่มต้นในการพัฒนาความคิดสร้างสรรค์ในระดับสูง สามารถพิสูจน์ ค้นพบแนวใหม่ นำไปใช้ ตลอดจนทำให้ผู้เรียนมีความคิดที่ลึกซึ้งในเรื่องนั้น ๆ โดยผู้สอนมีบทบาทในการสร้างกิจกรรมการเรียนการสอนผ่านการนำเสนอในรูปแบบที่หลากหลายเพื่อส่งเสริมความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ให้แก่ผู้เรียน

เชฟฟิลด์และครูคเชนค์ (Sheffield & Cruikshank, 2005, p. 25) กล่าวว่า การส่งเสริมให้ผู้เรียนเกิดความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ด้วยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ผ่านวิธีการสอนและการใช้เครื่องมือที่เหมาะสม จนผู้เรียนสามารถอธิบายมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ในเรื่องนั้นได้ ส่งผลให้ผู้เรียนเกิดความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ที่แท้จริงและมีความรู้ที่คงทนมากกว่าการเรียนที่จำไร้ความเข้าใจ

ศุภกิจ ประชุมกาเยาะ (2562, น. 23) กล่าวว่า ความรู้ที่ได้มาด้วยความเข้าใจเป็นพื้นฐานให้คิดแตกยอดเป็นความรู้ใหม่และเป็นพื้นฐานเพื่อการคิดแก้ปัญหาหรือที่ไม่คุ้นเคย เมื่อผู้เรียนเกิดความเข้าใจทางคณิตศาสตร์จะเห็นถึงความสัมพันธ์เชื่อมโยงระหว่างแนวคิดรวบยอดและขั้นตอนต่าง ๆ และยังสามารถพิสูจน์เพื่ออธิบายได้ว่า เหตุใดข้อเท็จจริงอันหนึ่งเป็นผลลัพธ์มาจากข้อเท็จจริงอันอื่น ส่งผลให้ผู้เรียนเกิดความมั่นใจและเป็นพื้นฐานให้ผู้เรียนเข้าใจในระดับสูงขึ้น

จากการศึกษาความสำคัญของความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ สรุปได้ว่า สำหรับการจัดการเรียนการสอนควรส่งเสริมให้ผู้เรียนเกิดความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ เนื่องจากความเข้าใจทางคณิตศาสตร์เป็นรากฐานที่สำคัญต่อการเรียนในระดับที่สูงขึ้น โดยผู้เรียนจะสามารถนำความรู้ที่ตนเองเข้าใจไปต่อยอดหรือประยุกต์ใช้แก้โจทย์ปัญหาที่ซับซ้อนได้ด้วยวิธีการที่หลากหลายหรือ

ใช้เทคโนโลยีเป็นตัวช่วยในการค้นหาคำตอบได้ และเชื่อว่าหากผู้เรียนมีความเข้าใจทางคณิตศาสตร์เป็นอย่างดีจะเป็นอีกหนึ่งกำลังในการขับเคลื่อนวงการคณิตศาสตร์ต่อการพัฒนาศักยภาพของผู้เรียนด้านคณิตศาสตร์

2.3 ประเภทของความเข้าใจทางคณิตศาสตร์

สำหรับประเภทของความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ ผู้วิจัยได้ศึกษาเอกสารที่เกี่ยวข้องและสามารถสังเคราะห์พร้อมทั้งสรุปประเภทของความเข้าใจทางคณิตศาสตร์โดยมีรายละเอียดดังนี้

นักการศึกษาหลายท่าน (Byrnes, 1996, pp. 155-156; Hiebert & Carpenter, 1992, p. 1) ได้กล่าวในทำนองเดียวกันว่าความเข้าใจทางคณิตศาสตร์แบ่งเป็น 2 ประเภทใหญ่ ๆ ได้แก่

1) ความเข้าใจเชิงมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ (Mathematical Conceptual Understanding) เมื่อกล่าวถึง “มโนทัศน์ หรือ Concept” โดยทั่วไปจะถูกมองว่าเป็นภาพหรือสิ่งที่เห็นในใจ ซึ่งเป็นตัวแทนของสรรพสิ่งแต่ละชนิด (ราชบัณฑิตยสถาน, 2554) และหากมีการกำหนดสรรพสิ่งเหล่าให้แคบขึ้นเป็นสิ่งที่เราสนใจในคณิตศาสตร์ จะเรียกมโนทัศน์นั้นว่า **มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์** (Mathematical Concept) ซึ่งเป็นความคิดรวบยอดที่สำคัญต่อผู้เรียน ที่ควรเกิดความเข้าใจในแต่ละมโนทัศน์ให้ถูกต้อง เพื่อเป็นพื้นฐานในการเรียนระดับที่สูงขึ้น เช่น

มโนทัศน์ เรื่อง รากที่สองของจำนวนจริง คือ จำนวนจริงที่ยกกำลังสองแล้วได้จำนวนจริงที่กำหนดให้ การหารากที่สองของจำนวนจริง a ใด ๆ จึงต้องหาจำนวนจริง b ที่ยกกำลังสองแล้วได้ a ซึ่งอาจทำได้หลายวิธี ทั้งการแยกตัวประกอบ การถอดราก ความหมายของรากที่สองและที่มาของขั้นตอนหรือวิธีการในการหารากที่สอง จึงมีความสัมพันธ์กันอย่างเป็นเหตุเป็นผลเป็นต้น (อัมพร ม้าคนอง, 2557, น. 16)

ถ้ามองให้ลึกไปถึง**ความเข้าใจเชิงมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์** มีนักการศึกษาหลายท่านได้พยายามอธิบายลักษณะว่า เป็นความเข้าใจของผู้เรียนเกี่ยวกับเรื่องใดเรื่องหนึ่งในคณิตศาสตร์ เช่น ด้านการคำนวณ ความสัมพันธ์ การให้เหตุผลอย่างเป็นแบบแผน และสามารถสรุปเป็นนิยามหรือความหมายของเรื่องนั้น ๆ อันเกิดจากการสำรวจและการสังเกตจากประสบการณ์ที่เคยรับมา (Board, 2002, p. 38; Cooney, Davis, & Henderson, 1983, p. 85; Good, 1959, p. 118) ซึ่งโดโนแวน และแบรนฟอร์ค (Donovan & Bransford, 2005, p. 218) ได้กล่าวว่า ความเข้าใจเชิงมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เป็นความเข้าใจที่เกี่ยวข้องกับมโนทัศน์ การ

ดำเนินการและการแสดงความสัมพันธ์ทางคณิตศาสตร์ ที่แสดงถึงความสามารถของการให้เหตุผลผ่านการปฏิบัติด้วยตัวอย่างตามนิยามหรือความสัมพันธ์ของมโนทัศน์ต่าง ๆ โดยลักษณะดังกล่าวได้รับการสนับสนุนจาก วาลล์ และคณะ (Van de Walle, Karp, & Bay-William, 2010, p. 24) ที่อธิบายว่า ความเข้าใจเชิงมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เป็นความเข้าใจระดับสูงที่ต้องอาศัยแนวคิดของเนื้อหา สาระ หลักการ และการคิดอย่างเป็นระบบ เป็นเหตุเป็นผล เพื่อเป็นรากฐานต่อการแก้ปัญหาที่ซับซ้อน สอดคล้องกับ อัมพร ม้าคนอง (2546, น. 3-4) และเสน่ห์ หมายจากกลาง (2554, น. 55) ที่กล่าวทำนองเดียวกันว่า เป็นความเข้าใจที่ครอบคลุม 3 ด้าน ได้แก่ (1) ความรู้เกี่ยวกับทฤษฎี กฎ หลักการ หรือความหมาย (2) ความรู้เกี่ยวกับที่มาหรือเหตุผลของขั้นตอนการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ (Algorithm) และ (3) ความรู้เกี่ยวกับความสัมพันธ์และสามารถเชื่อมโยงแนวคิดต่าง ๆ

นอกจากนั้น ลอริทเซ้นและแคลเล็ด (Khaled, 2014, p. 187; Lauritzen, 2012, p. 10) ที่กล่าวว่า เป็นความรู้ที่เกี่ยวกับการอธิบายถึงความสัมพันธ์ ความหมาย ภายใต้แนวคิดที่มีอยู่ก่อน เช่น กฎ ทฤษฎี หรือการนำเสนอวิธีการแก้ปัญหาด้วยวิธีการที่แตกต่างและหลากหลาย ขณะที่ สำนักงานการศึกษาแห่งรัฐนิวยอร์ก (The New York State Education Department, 2017) สรุปว่า เป็นความสัมพันธ์ที่ถูกสร้างขึ้นภายใต้แนวคิดและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ซึ่งเน้นการประยุกต์ใช้ของสิ่งที่มีอยู่ทั้งบทนิยาม ทฤษฎี เอกลักษณ์ และข้อเท็จจริงต่าง ๆ เพื่อส่งเสริมให้ผู้เรียนนำสิ่งเหล่านี้เป็นรากฐานของการแก้ปัญหาในสถานการณ์ที่ไม่คุ้นเคย ตลอดจนสามารถจัดการความรู้ของตนให้เป็นองค์รวมโดยมีตัวบ่งชี้ที่สำคัญคือการแสดงแทนแนวคิดหรือสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์ด้วยวิธีการที่หลากหลายได้ (ศุภกิจ ประชุมกาเยาะ, 2562, น. 18)

ดังนั้น ความเข้าใจเชิงมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ที่กล่าวมาข้างต้น ผู้วิจัยสังเคราะห์ได้ว่า **ความเข้าใจเชิงมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์** เป็นความสามารถของการเข้าถึงแนวคิดที่สำคัญทางคณิตศาสตร์อันเกี่ยวข้องกับเนื้อหา และการแสดงความสัมพันธ์ทางคณิตศาสตร์ โดยอาศัยนิยาม ทฤษฎี และหลักการต่าง ๆ ตลอดจนสามารถแก้ปัญหาสถานการณ์ที่หลากหลาย

2) ความเข้าใจเชิงวิธีดำเนินการทางคณิตศาสตร์ (Mathematical Procedural Understanding) สำหรับความเข้าใจเชิงวิธีดำเนินการทางคณิตศาสตร์ ฮิลเบิร์ตและคาร์เพนเตอร์ (Hiebert & Carpenter, 1992, pp. 65-97) ที่ได้กล่าวว่า เป็นกระบวนการแสดงขั้นตอนการคิดคำนวณทางคณิตศาสตร์ ซึ่งผู้เรียนสามารถเลือกใช้กระบวนการที่ถูกต้องและเหมาะสม อีกทั้ง

ผู้เรียนสามารถเชื่อมโยงกระบวนการแต่ละขั้นพร้อมทั้งอธิบายกระบวนการที่ใช้ได้ ซึ่งสอดคล้องกับ ฮัสเซล บริงและมัวร์ (Hasselbling & Moore, 1996, pp. 119-222) ที่อธิบายว่า เป็นความสามารถในการแสดงวิธีการทางคณิตศาสตร์เพื่อนำไปสู่การแก้ปัญหาต่าง ๆ และเชื่อว่าความเข้าใจเชิงวิธีการดำเนินการทางคณิตศาสตร์จะเกิดขึ้นได้จาก 2 ส่วน ได้แก่ (1) ความรู้ที่อาศัยหลักการ กฎเกณฑ์ในการปฏิบัติกิจกรรมทางคณิตศาสตร์ และ (2) ความรู้เรื่องการใช้สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการสื่อสาร สื่อความหมายได้ถูกต้อง นอกจากนั้น ฮัสเซลบริงและมัวร์ อธิบายเพิ่มเติมว่า ผู้เรียนต้องเกิดความเข้าใจต่อกระบวนการ วิธีการ เพื่อค้นหาคำตอบตลอดจนสามารถตรวจสอบคำตอบ โดยอาศัยเกณฑ์การตัดสินใจรวมทั้งหาเหตุผลมาสนับสนุนการได้มาซึ่งคำตอบ อีกทั้งสามารถคิดวิธีที่ง่ายและกะทัดรัดกว่าแบบเดิม หรือสามารถหาวิธีการที่แตกต่างกันได้หลายวิธี คำอธิบายดังกล่าวได้รับการสนับสนุนจาก ไมเคิลและเอสิลเบท (Elsbeth & Michael, p. 1995) พยายามอธิบายว่า เป็นความสามารถที่ทำให้ผู้เรียนรู้เชิงกระบวนการ เพื่อนำไปสู่การแก้ปัญหาได้อย่างรวดเร็วและเต็มไปด้วยประสิทธิภาพ ในทำนองเดียวกับ ลอริทเซ้น (Lauritzen, 2012, p. 10) ที่กล่าวว่า ความเข้าใจเชิงวิธีการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ เป็นความคล่องแคล่วในการใช้กฎ ทฤษฎี และขั้นตอนแสดงวิธีการคำนวณ ส่วน แคลเล็ด (Khaled, 2014, p. 187) สรุปว่า เป็นความสามารถในการอธิบายและตัดสินใจเลือกใช้กระบวนการต่าง ๆ มาแก้ปัญหาได้ถูกต้อง ซึ่งแสดงให้เห็นถึงความชำนาญในการใช้ทักษะทางคณิตศาสตร์ของแต่ละบุคคล ภายใต้การใช้กฎ ทฤษฎี และบทนิยามต่าง ๆ

สำหรับประเทศไทยมีนักการศึกษาหลายท่านได้พยายามอธิบายว่า ความเข้าใจเชิงวิธีการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ เป็นความสามารถในการใช้กฎ ขั้นตอนวิธีการทางคณิตศาสตร์ โดยใช้ความรู้เรื่องวิธีการทางสัญลักษณ์และกฎเกณฑ์ในการดำเนินการทางคณิตศาสตร์เพื่อหาคำตอบได้อย่างถูกต้องเหมาะสม (ศุภกิจ ประชุมกาเยาะ, 2562, น. 19; อลิสรา ชมชื่น, 2550, น. 38) นอกจากนี้ อัมพร ม้าคนอง (2557, น. 15) ได้อธิบายว่า เป็นความรู้เกี่ยวกับวิธีคิดคำนวณและขั้นตอนการทำงานทางคณิตศาสตร์ ซึ่งครอบคลุมความรู้ต่าง ๆ ดังนี้ (1) ความรู้เกี่ยวกับวิธีการระบุปัญหา (2) ความรู้เกี่ยวกับขั้นตอนการคำนวณตามกฎและเงื่อนไขของกฎ และ (3) ความรู้เกี่ยวกับการดำเนินการแก้ปัญหาเพื่อให้ได้คำตอบที่ถูกต้อง

ดังนั้น ความเข้าใจเชิงวิธีดำเนินการทางคณิตศาสตร์ ดังที่กล่าวมาข้างต้น ผู้วิจัยสังเคราะห์ได้ว่า ความเข้าใจเชิงวิธีดำเนินการทางคณิตศาสตร์ เป็นความสามารถในการปฏิบัติตามกระบวนการแต่ละขั้นอย่างสมเหตุสมผล โดยอาศัยกฎ ทฤษฎี นิยามและใช้สัญลักษณ์ในการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ เพื่อสามารถหาคำตอบได้ถูกต้องและเหมาะสม

สำหรับประเภทของความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ ที่สังเคราะห์มาข้างต้น ผู้วิจัยได้เปรียบเทียบความแตกต่างผ่านตัวอย่างบางเนื้อหาพอสังเขปเพื่อให้เกิดมโนภาพที่ชัดเจนขึ้น แสดงดังตาราง 2

ตาราง 2 เปรียบเทียบความแตกต่างความเข้าใจเชิงมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และความเข้าใจเชิงวิธีดำเนินการทางคณิตศาสตร์ผ่านตัวอย่างของเนื้อหาบางเรื่อง

เนื้อหา	มโนทัศน์ที่ควรจะมี	วิธีดำเนินการทางคณิตศาสตร์ที่ควรได้
ฟังก์ชัน	เซตของคู่อันดับ	เป็นวิธีการที่เกิดจากการรับข้อมูลชุดหนึ่ง เพื่อแสดงผลเป็นข้อมูลอีกชุดหนึ่ง
จำนวนธรรมชาติ	สมบัติของเซต หรือกลุ่ม (Class) ของเซตที่มีจำนวนสมาชิกจำกัด	ศูนย์หรือจำนวนที่ได้จากการบวกด้วยหนึ่ง (ผลลัพธ์ของการนับ)
จำนวนตรรกยะ	คู่ของจำนวนเต็มที่เป็นกลุ่มแสดงแทนสมาชิกแต่ละตัวในจำนวนตรรกยะ	เป็นกระบวนการซึ่งเกิดจากการนำจำนวนเต็มสองจำนวนมาดำเนินการหาร
วงกลม	เซตของจุดซึ่งมีระยะห่างระหว่างจุดคงที่กับจุดที่กำหนดให้เท่ากัน	สามารถสร้างวงกลมด้วยวงเวียนได้ เมื่อให้จุดหนึ่งเป็นจุดคงที่ แล้วสร้างเส้นโค้งโดยกางวงเวียนออกระยะหนึ่ง หมุนรอบ ๆ จุดคงที่ให้มีระยะห่างในการหมุนเท่ากัน

ที่ ม า : Anna Sfard. (Feb, 2013). On the dual nature of mathematical conceptions: Reflections on processes and objects as different sides of the same coin. *Educational studies in mathematics, 22(1), p. 5.*

นอกจากแนวคิดของ เบริ์นส ที่แบ่งประเภทของความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ดังที่กล่าวมาข้างต้น พบว่ามีนักการศึกษาชื่อ ยูซิสกิ้นส์ (Usiskin, 2001, pp. 15-22) ได้แบ่งประเภทของความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ ออกเป็น 4 ประเภท ดังนี้

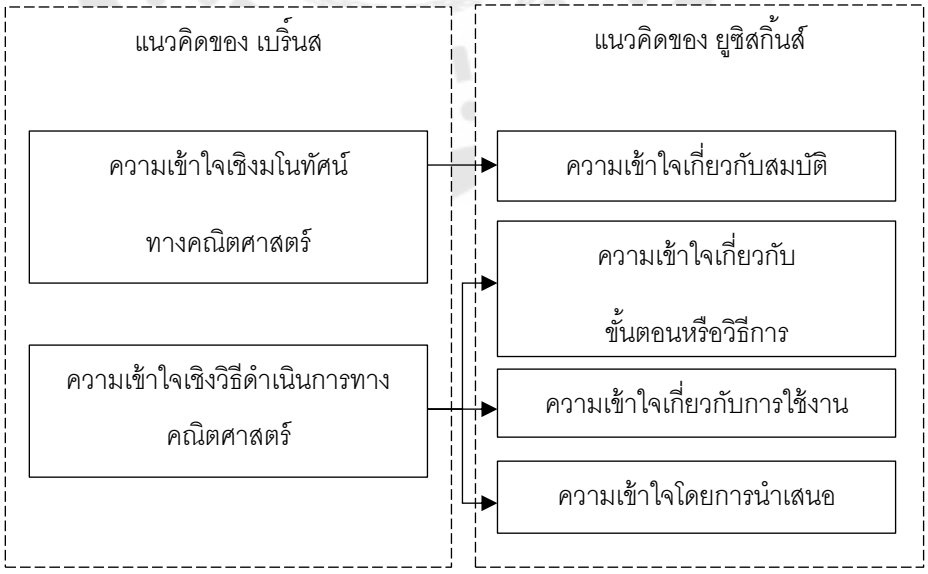
1) ความเข้าใจด้านทักษะ หรือเรียกอีกอย่างว่า ความเข้าใจเกี่ยวกับขั้นตอนหรือวิธีการ (Skill-Algorithm Understanding) เป็นความสามารถในการใช้วิธีการที่แตกต่างสำหรับแก้ปัญหาที่ใกล้เคียงกัน รวมถึงความสามารถในการตรวจสอบขั้นตอนหรือวิธีการที่นำมาซึ่งผลลัพธ์ และสามารถสร้างขั้นตอนหรือกระบวนการใหม่สำหรับการดำเนินการหาผลลัพธ์ ทั้งนี้ผู้เรียนจะเกิดความเข้าใจเกี่ยวกับขั้นตอนหรือวิธีการได้ต้องเกิดจากการลงมือปฏิบัติด้วยตนเองอย่างสม่ำเสมอ

2) ความเข้าใจเกี่ยวกับสมบัติ (Properties-Mathematical Understanding) เป็นความสามารถการนำสมบัติต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์มาใช้งานได้อย่างเหมาะสม ทั้งนี้จะแสดงความสัมพันธ์ระหว่างระดับของงานกับพฤติกรรมที่ผู้เรียนแสดงออกได้ ดังนี้ งานระดับต่ำ: ผู้เรียนสามารถระบุสมบัติทางคณิตศาสตร์ได้ ส่วนงานระดับกลาง: ผู้เรียนสามารถอธิบายความสำคัญของสมบัติได้ ในขณะที่งานระดับสูง: ผู้เรียนสามารถเขียนพิสูจน์โดยใช้หลักการทางคณิตศาสตร์

3) ความเข้าใจเกี่ยวกับการใช้งาน (Use-Application Understanding) เป็นความสามารถสำหรับทำความเข้าใจในมโนทัศน์ และรู้ว่าเมื่อใดควรใช้คณิตศาสตร์ จะใช้อะไร ใช้อย่างไร โดยความเข้าใจในลักษณะเช่นนี้จะรวมไปถึงความสามารถต่อการใช้งานคณิตศาสตร์ตั้งแต่ในห้องเรียนไปสู่การแก้ปัญหาในชีวิตจริง

4) ความเข้าใจโดยการนำเสนอ (Understanding through Representation) ผู้เรียนที่เกิดความเข้าในประเภทนี้ต้องสามารถถ่ายทอดความรู้ที่ตนเองมีผ่านการนำเสนอด้วยวิธีการที่หลากหลาย โดยใช้สื่อหรืออุปกรณ์ใดประกอบการนำเสนอก็ได้ นอกจากนั้นต้องสามารถนำเสนอได้ทั้งในรูปแบบที่เป็นรูปธรรมและนามธรรม

จากการสังเคราะห์ประเภทของความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ตามแนวคิดของ เบริ์นส และ ยูซิสกิ้นส์ พบว่ามีความสัมพันธ์กัน ดังภาพประกอบ 2



ภาพประกอบ 2 ความสัมพันธ์ของประเภทความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ตามแนวคิดของ เบริ์นส และ ยูซิสกิ้นส์

จากการศึกษาเอกสารที่เกี่ยวข้องกับประเภทของความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ จะเห็นได้ว่า ผู้เรียนจะเรียนรู้คณิตศาสตร์ให้มีศักยภาพได้**ควรเกิดความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ทั้ง 2 ประเภทใหญ่ ๆ** ได้แก่ ความเข้าใจเชิงมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และความเข้าใจเชิงวิธีดำเนินการทางคณิตศาสตร์ ซึ่งความเข้าใจทั้ง 2 ประเภทนี้ ต่างมีความสัมพันธ์ซึ่งกันและกัน โดยเสริมสร้างให้ผู้เรียนเกิดความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ที่แท้จริง รวมทั้งเกิดมโนภาพจากแนวคิดและ/หรือกระบวนการที่เกี่ยวข้องกับคณิตศาสตร์

2.4 องค์ประกอบของความเข้าใจทางคณิตศาสตร์

ความเข้าใจทางคณิตศาสตร์เป็นส่วนหนึ่งขององค์ประกอบในสมรรถนะทางคณิตศาสตร์ (Mathematical Proficiency) (ดังภาพประกอบ 3) ที่สภาครูคณิตศาสตร์แห่งชาติของสหรัฐอเมริกา ได้กำหนดไว้เพื่อมุ่งเน้นให้ผู้เรียนเกิดคุณลักษณะตามต้องการ

ภาพประกอบ 3 องค์ประกอบของสมรรถนะทางคณิตศาสตร์

ที่มา: Kilpatrick, J., Swafford, J., & Findell, B. (2001). Adding it up: Help Children Learn Mathematics. Washington: DC: National Research Council.

คิลแพทริก และคณะ (Kilpatrick et al., 2001, pp. 118-120) ได้เสนอว่า สำหรับองค์ประกอบสมรรถนะทางคณิตศาสตร์สามารถแบ่งออกเป็น 5 องค์ประกอบ ได้แก่

1) ความเข้าใจ (Understanding) เป็นการรู้เรื่องเกี่ยวกับมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ การดำเนินการ หาความสัมพันธ์ ใช้สัญลักษณ์ และแผนภาพได้

2) การดำเนินการคำนวณ (Computing) สามารถใช้การดำเนินการคำนวณ เช่น การบวก การลบ การคูณ การหาร ฯลฯ ได้อย่างชำนาญ แม่นยำ และถูกต้อง พร้อมทั้งเลือกใช้วิธีการคำนวณถูกต้องเหมาะสม

3) การประยุกต์ (Applying) เป็นความสามารถในการนำความรู้ที่มีมาคิดหาสูตรและหายุทธวิธีสำหรับแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

4) การให้เหตุผล (Reasoning) เป็นความสามารถในการนำความรู้ที่มีประกอบการให้เหตุผลและสามารถพิสูจน์หาข้อเท็จจริงได้

5) การมีส่วนร่วม (Engaging) เป็นคุณลักษณะที่ควรมีสำหรับการเรียนคณิตศาสตร์ เช่น ใช้เวลาให้คุ้มค่ากับการทำงานคณิตศาสตร์ มีไหวพริบต่อการค้นหาคำตอบตลอดจนทำงานด้วยความเต็มใจ

จากที่กล่าวมาข้างต้นว่า ความเข้าใจทางคณิตศาสตร์เป็นส่วนหนึ่งของสมรรถนะทางคณิตศาสตร์ ซึ่งเป็นนามธรรมไม่สามารถวัดได้โดยตรง ต้องอาศัยเครื่องมือวัดหรือสังเกตในแต่ละองค์ประกอบ (ศุภกิจ ประชุมกาเยาะ, 2562, น. 27) ผู้วิจัยจึงศึกษาเอกสารที่เกี่ยวข้องกับองค์ประกอบของความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ โดย ชาปิน (Curriculum Development and Supplement Materials Commission, 2006, pp. 1-14) ได้อธิบายว่า ความเข้าใจทางคณิตศาสตร์เกิดจากความเข้าใจพื้นฐาน 3 ด้าน ได้แก่ ด้านความเข้าใจที่เกี่ยวข้องกับมโนทัศน์ (Conceptual Understanding) ด้านความเข้าใจที่เกี่ยวข้องกับทักษะการคำนวณและวิธีการดำเนินการพื้นฐาน (Basic Computational and Procedural Skills) และด้านประยุกต์ใช้ในการแก้ปัญหา (Adept at Problem Solving) ซึ่งมีรายละเอียด ดังนี้

1) ด้านความเข้าใจที่เกี่ยวข้องกับมโนทัศน์ เป็นสิ่งสำคัญสำหรับการเรียนทุกระดับที่ผู้เรียนจำเป็นต้องเกิดความเข้าใจในเนื้อหาและความคิดรวบยอดของเรื่องนั้น ๆ เพื่อเป็นพื้นฐานต่อการเรียนในระดับที่สูงขึ้น เช่น

มโนทัศน์ที่ผู้เรียนควรเกิดความเข้าใจในระดับประถมศึกษา ได้แก่

- หาความสัมพันธ์เกี่ยวกับการบวกและการคูณว่า การคูณเป็นการบวกซ้ำ
- การตีความเศษส่วนว่าเป็นส่วนของทั้งหมด
- การวัดระยะทางเป็นพื้นฐานที่ต่างจากวัดพื้นที่
- ข้อมูลขนาดใหญ่เป็นข้อมูลที่น่าเชื่อถือกว่าข้อมูลขนาดเล็ก

นอกจากนั้น เมื่อผู้เรียนจบการศึกษาระดับมัธยมศึกษาตอนปลายจะสามารถหาที่มาด้วยการพิสูจน์โดยใช้นิยาม ทฤษฎีบท และหลักการที่เกี่ยวข้องกับคณิตศาสตร์

2) ด้านความเข้าใจที่เกี่ยวข้องกับทักษะการคำนวณและวิธีการดำเนินการพื้นฐาน สำหรับการสอนคณิตศาสตร์แต่ละระดับต่างมีจุดเน้นด้านทักษะการคำนวณและวิธีการดำเนินการพื้นฐานที่ไม่เหมือนกัน ตัวอย่างเช่น สมัยที่ยังเป็นเด็กไม่สามารถดำเนินการบวกได้โดยตรงเนื่องจากการรับรู้ และ/หรือ เรียนรู้ในตอนนั้นเกิดจากการมองและการจำเท่านั้น แต่เมื่อพัฒนาการการเรียนรู้มากขึ้น ผู้สอนจะเริ่มแสดงขั้นตอนการหาผลบวกของเลขหนึ่งหลัก สองหลัก สามหลักไปเรื่อย ๆ จนให้ผู้เรียนเข้าใจความสัมพันธ์ของสมบัติการบวกและสามารถนำสมบัติเหล่านั้นมาแก้ปัญหาที่ซับซ้อนขึ้นได้ หรือกล่าวอีกนัยหนึ่ง คือ การที่จะหาผลลัพธ์หรือแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้ผู้เรียนต้องวิเคราะห์ว่าปัญหานั้นควรใช้ความรู้หรือแนวคิดใดมาแก้ปัญหาพร้อมทั้งแสดงขั้นตอนดำเนินการที่เฉพาะได้ (Geary & Widaman, 1992, pp. 47-80) โดยพฤติกรรมที่แสดงว่าผู้เรียนมีทักษะการคำนวณและวิธีการดำเนินการพื้นฐาน ได้แก่

- สามารถหาผลลัพธ์การดำเนินการพื้นฐานได้ เช่น การบวก ลบ คูณ หาร
- สามารถหาค่าที่เท่ากันของ เศษส่วน ทศนิยม และร้อยละได้
- สามารถดำเนินการกับเศษส่วน ทศนิยม และร้อยละได้
- สามารถเลือกใช้เครื่องมือวัดได้ถูกต้อง
- สามารถหาเส้นรอบรูปและพื้นที่ของรูปทรงต่าง ๆ ได้
- สามารถหาค่าเฉลี่ยและมัธยฐานของชุดข้อมูลในโลกความเป็นจริงได้
- สามารถใช้สัญกรณ์วิทยาศาสตร์แทนจำนวนที่ใหญ่มากหรือเล็กมากได้
- สามารถใช้เรขาคณิตเบื้องต้น รวมไปถึงทฤษฎีบทพีทาโกรัสได้
- สามารถหาสมการของเส้นตรง เมื่อให้จุดสองจุดที่เส้นตรงผ่านได้
- สามารถแก้ระบบสมการเชิงเส้นได้

พฤติกรรมที่มากล่าวมาข้างต้น เป็นเพียงบางส่วนที่แสดงว่าผู้เรียนมีทักษะการคำนวณและวิธีการดำเนินการพื้นฐาน ทั้งนี้มีนักการศึกษาหลายท่าน (Ericson, Krampe, &

Tesch-Römer, 1993, pp. 363-406) ได้อธิบายแนวทางการพัฒนาและรักษาทักษะการคำนวณและวิธีการดำเนินการพื้นฐาน ดังนี้

- ผู้เรียนต้องฝึกทักษะการคำนวณให้เกิดความชำนาญ จากการทำแบบฝึกหัดที่หลากหลายซึ่งอาจปรากฏในการบ้าน กิจกรรมในชั้นเรียน ทั้งนี้ ครู นักเรียน และผู้ปกครองควรเข้าใจว่า ทักษะจะเกิดขึ้นได้ต้องใช้ระยะเวลาและต้องฝึกฝนอย่างสม่ำเสมอ

- ทักษะการคำนวณและวิธีการดำเนินการพื้นฐานพัฒนาขึ้นตามเวลา และจะเพิ่มขึ้นทุกปี

- การพัฒนาทักษะการคำนวณและวิธีการดำเนินการพื้นฐาน มีเงื่อนไขว่าผู้เรียนต้องสามารถแยกแยะกระบวนการที่แตกต่างโดยเข้าใจถึงขั้นตอนที่ทำ จากนั้นผู้เรียนจะมีพื้นฐานในการตัดสินใจ เมื่อไหร่จะใช้กระบวนการที่เรียน เช่น ผู้เรียนต้องรู้กระบวนการที่ใช้ในการบวกและคูณเศษส่วน และต้องเข้าใจว่ากระบวนการเหล่านี้ทำงานอย่างไร

- สำหรับการรักษาทักษะการคำนวณและวิธีการดำเนินการพื้นฐาน ผู้เรียนต้องใช้ทักษะเหล่านี้อย่างต่อเนื่อง เมื่อผู้เรียนเรียนการใช้ทฤษฎีพีทาโกรัส ต้องใช้อย่างต่อเนื่องสำหรับโจทย์ปัญหาที่เกี่ยวข้องกับพีชคณิตและเรขาคณิต

- ผู้เรียนจะเกิดทักษะการคำนวณและวิธีการดำเนินการพื้นฐานได้อย่างสมบูรณ์ได้ต้องสามารถนำความรู้ที่เรียนนำไปใช้ตลอดจนแก้ปัญหาในสถานการณ์ที่กำหนดให้ได้

3) ด้านประยุกต์ใช้ในการแก้ปัญหา

ปัญหาเกิดขึ้นหลากหลายรูปแบบ บางปัญหาง่ายไว้สำหรับเป็นแบบฝึกเพื่อพัฒนาทักษะ บางปัญหาซับซ้อนต้องมีวิธีการแก้ที่เป็นขั้นตอนซึ่งใช้เวลาฝึกฝนนาน แต่อย่างไรก็ตามธรรมชาติของปัญหาต้องสอดคล้องกับสถานการณ์นามธรรมและโลกความเป็นจริง โดย เกียร์และเมเยอร์ ได้แนะนำกระบวนการแก้ปัญหาในทำนองเดียวกัน ซึ่งมีรายละเอียด ดังนี้ (Geary, 1994, pp. 37-90; Mayer, 1985, pp. 127-150)

3.1 การวางกฎเกณฑ์ การวิเคราะห์ และการแปลความ (Formulation, Analysis and Translation) ปัญหาอาจถูกแสดงในรูปแบบที่ตรงไปตรงมา อธิบายในรูปปริศนาหรือสถานการณ์ที่ซับซ้อน โดยสิ่งสำคัญของแก้ปัญหา คือ ความสามารถในการรับรู้ความสัมพันธ์ทางคณิตศาสตร์ เช่นเดียวกับความสามารถต่อการแยกแยะเงื่อนไขที่โจทย์กำหนดทั้งทางตรงหรือทางอ้อม รวมไปถึงสามารถแยกแยะสิ่งภายนอกและข้อมูลที่ไม่ได้กำหนดให้ เพื่อพิจารณาเลือกใช้กฎเกณฑ์มาวิเคราะห์สถานการณ์ปัญหาจนสามารถสร้างข้อความคาดการณ์ได้ อีกทั้งค้นหาความ

เชื่อมโยงระหว่างโครงสร้างทางคณิตศาสตร์กับความรู้เดิม หรือแปลความจากสถานการณ์ปัญหาไปสู่การแสดงแทนด้วยวิธีการทางคณิตศาสตร์ เช่น สมการ

3.2 การบูรณาการและการแสดงแทน (Integration and Representation) ทักษะที่สำคัญต่อการแปลความ คือ ความสามารถในการบูรณาการและการแสดงแทน สำหรับการบูรณาการนั้นเป็นการนำองค์ความรู้ที่มีมาผสมผสานเพื่อใช้แก้ปัญหาที่ซับซ้อนอาจแสดงขั้นตอนการดำเนินการทางคณิตศาสตร์หลายขั้นตอน ซึ่งผู้เรียนควรเกิดความเข้าใจที่เกี่ยวกับมโนทัศน์และสามารถดำเนินการคำนวณทางคณิตศาสตร์ได้เป็นอย่างดีก่อนจึงสามารถนำความรู้ที่มีมาบูรณาการและแสดงแทนเพื่อแก้ปัญหาได้

3.3 การหาผลเฉลยและการตรวจสอบ (Solutions and Justification) ผู้เรียนควรมีมโนภาพสำหรับแนวทางการแก้ปัญหาที่ใช้แก้โจทย์ พร้อมทั้งสามารถหาวิธีการแก้ปัญหาที่เป็นไปได้ทั้งหมดเพื่อนำไปใช้กับโจทย์ที่ใกล้เคียงกันได้ เช่น

- ใช้กราฟ ตาราง แผนผัง และการวาดรูป ประกอบการหาผลเฉลย
- การแสดงวิธีการคำนวณ
- หาโจทย์เกี่ยวข้องที่ไม่ซับซ้อน
- หารูปแบบ
- สร้างข้อความคาดการณ์พร้อมทั้งตรวจสอบ
- การทำงานย้อนกลับ

ผู้เรียนจะเรียนคณิตศาสตร์ด้วยความเข้าใจได้ควรมีทั้ง 3 องค์ประกอบของความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ ซึ่งมีความเชื่อมโยงและไม่สามารถแยกออกจากกันได้ เนื่องจากองค์ประกอบแต่ละด้านจะสนับสนุนซึ่งกันและกันตั้งแต่การมีมโนทัศน์ที่ดีจะช่วยให้ผู้เรียนเข้าใจกระบวนการดำเนินการแต่ละขั้นโดยปราศจากการจำ ตลอดจนผู้เรียนสามารถนำองค์ความรู้ที่ได้รับมาประยุกต์ใช้ได้อย่างเหมาะสม (Siegler & Stern, 1998, p. 337)

จากการศึกษาแนวคิดข้างต้นสามารถสรุปได้ว่า องค์ประกอบของความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ประกอบด้วย 3 ด้าน ได้แก่ (1) ด้านความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับเนื้อหา หมายถึง ความสามารถในการใช้สัญลักษณ์ อธิบายมโนทัศน์เกี่ยวกับเนื้อหาเรื่องนั้น ๆ พร้อมทั้งหาผลลัพธ์ได้ถูกต้อง ตลอดจนสามารถอธิบายความสัมพันธ์ของมโนทัศน์ที่เกี่ยวข้องได้ (2) ด้านการดำเนินการ หมายถึง ความสามารถสำหรับแสดงขั้นตอนการหาผลลัพธ์ด้วยวิธีการเฉพาะของเนื้อหาทางคณิตศาสตร์ในเรื่องนั้น ๆ และสามารถเลือกสมบัติ กฎ นิยาม หรือทฤษฎี เพื่อใช้ประกอบการดำเนินการหาผลลัพธ์ได้ถูกต้อง และ (3) ด้านการประยุกต์ใช้ความรู้สำหรับแก้ปัญหา

ในสถานการณ์ที่กำหนดให้ หมายถึง ความสามารถในการใช้ความรู้เกี่ยวกับเนื้อหาทางคณิตศาสตร์มาแก้ปัญหาในสถานการณ์ที่กำหนดให้

2.5 การวัดระดับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์

ผู้สอนหลาย ๆ ท่านได้พยายามออกแบบการจัดการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ด้วยเทคนิคหรือวิธีที่แตกต่างกันออกไป ภายใต้ขอบเขตของเนื้อหาที่ระบุไว้ในหลักสูตร เพื่อมุ่งเน้นให้ผู้เรียนเกิดความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ ตลอดจนสามารถวิเคราะห์ได้ว่าผู้เรียนมีความเข้าใจทางคณิตศาสตร์มากน้อยเพียงใดและอยู่ในระดับไหน ซึ่งในปัจจุบันมีหลายทฤษฎีที่ใช้ในการวิเคราะห์ ประเมิน อธิบายเกี่ยวกับการพัฒนาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ และแบ่งระดับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ เช่น

2.5.1 ทฤษฎีอนุกรมวิธานแบบโซโล (Structure of Observed Learning Outcome-SOLO Taxonomy)

ทฤษฎีอนุกรมวิธานแบบโซโล หรือบางครั้งอาจเรียกว่า ตัวแบบของโซโล (SOLO Model) โดย จอห์น บี บิ๊กส์ และ เควิน เอฟ คอลลิส (Bigg & Collis, 1982, pp. 237-242) ได้พัฒนากรอบแนวคิดในการวิเคราะห์และจำแนกระดับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ ในปีคริสต์ศักราช 1982 โดยอาศัยแนวคิดของทฤษฎีพัฒนาการทางสติปัญญาของเพียเจต์ (Piaget's Stages of Cognitive Development) ซึ่งอธิบายลำดับขั้นโครงสร้างของลักษณะผลการเรียนรู้ของผู้เรียนที่แสดงออกต่อระดับความซับซ้อนของสถานการณ์ปัญหาที่เผชิญ บิ๊กส์ และ คอลลิส จึงจำแนกระดับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์แบ่งออกเป็น 5 ระดับ ดังนี้

1) ระดับก่อนโครงสร้าง (Pre-Structure) เป็นระดับที่ผู้เรียนตอบสนองต่อสถานการณ์ปัญหาที่กำหนดให้ต่ำกว่าระดับความเข้าใจในช่วงวัยเดียวกัน อีกทั้งไม่สามารถสร้างความคิดรวบยอดและเชื่อมโยงความคิดในสิ่งที่เรียนรู้ได้ด้วยตนเอง ซึ่งผู้เรียนมักเกิดความคลาดเคลื่อนกับความคิดรวบยอดที่เรียน

2) ระดับโครงสร้างเดี่ยว (Unstructured) เป็นระดับที่ผู้เรียนมีการเรียนรู้เป็นตามช่วงวัยโดยแสดงความเข้าใจในประเด็นปัญหาที่เผชิญ สามารถเชื่อมโยงความคิดรวบยอดอย่างง่ายได้ แต่ยังไม่สามารถเชื่อมโยงความคิดรวบยอดที่ซับซ้อนได้ เช่น ผู้เรียนใช้ข้อมูลที่กำหนดให้หรือประเด็นที่เกี่ยวข้องกับสถานการณ์ปัญหาเพียงประเด็นเดียวในการแก้ปัญหาหรือหาข้อสรุปส่งผลให้ผู้เรียนอาจไม่สามารถแก้ปัญหานั้นได้ในกรณีที่สถานการณ์ปัญหาไม่สามารถหาได้โดยตรง ถึงแม้ว่าผู้เรียนจะรู้ว่าสถานการณ์ที่กำหนดให้เกี่ยวข้องกับอะไร ต้องการให้ทำอะไร

3) ระดับโครงสร้างหลากหลาย (Multi Structure) เป็นระดับที่ผู้เรียนมีความเข้าใจสูงกว่าระดับโครงสร้างเดี่ยว โดยผู้เรียนสามารถเชื่อมโยงความคิดรวบยอดที่ซับซ้อนได้ แต่ไม่สามารถเปรียบเทียบ อธิบายที่มา หาความสัมพันธ์ ประยุกต์ และไม่สามารถบูรณาการความคิดรวบยอดต่าง ๆ เข้าด้วยกันได้ นอกจากนั้นผู้เรียนสามารถใช้ข้อมูลที่กำหนดให้หรือประเด็นที่เกี่ยวข้องกับสถานการณ์ปัญหามาใช้แก้ปัญหาตั้งแต่สองประเด็นขึ้นไปได้

4) ระดับความสัมพันธ์เชิงโครงสร้างความคิดรวบยอด (Relation Structure) เป็นระดับที่ผู้เรียนสามารถเชื่อมโยงความคิดรวบยอดต่าง ๆ เข้าด้วยกันได้อย่างถูกต้อง อีกทั้งสามารถบูรณาการความคิดรวบยอดต่าง ๆ เข้าด้วยกันได้ แต่ไม่สามารถเปรียบเทียบ อธิบายที่มา หาความสัมพันธ์ และประยุกต์ได้ ในขณะที่ผู้เรียนสามารถนำข้อมูลที่กำหนดให้ทั้งหมดหรือประเด็นทั้งหมดมาใช้สำหรับแก้ปัญหาได้อย่างสมเหตุสมผลและได้ผลลัพธ์ที่ถูกต้อง

5) ระดับขยายสู่นามธรรม (Extended Abstract Structure) เป็นระดับที่ผู้เรียนสามารถตอบสนองสถานการณ์ปัญหาที่กำหนดให้เกินระดับการเรียนรู้ในช่วงวัยเดียวกัน กล่าวคือ ผู้เรียนสามารถนำความคิดรวบยอดต่าง ๆ มาเชื่อมโยง สร้างข้อความคาดการณ์ ตลอดจนสามารถสรุปเป็นองค์ความรู้ใหม่ เช่น สร้างกฎ สูตร ทฤษฎี สมมติฐาน หรือนำความรู้เดิมไปประยุกต์ใช้กับศาสตร์อื่นเพื่อแก้ปัญหาของสถานการณ์ที่กำหนดให้ได้

2.5.2 ทฤษฎีพัฒนาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ (A Theory of Growth of Mathematical Understanding)

ช่วง ค.ศ. 1992 นักการศึกษาชื่อ ไพรี และ คีแรน (Pirie & Kieren, 1992, pp. 243-257) อธิบายว่า ความเข้าใจทางคณิตศาสตร์เป็นกระบวนการที่มีลักษณะแบบพลวัต (Dynamic Organizing Process) ไม่เป็นเส้นตรงสามารถย้อนกลับไปมาได้ กล่าวคือ เมื่อผู้เรียนเผชิญกับสถานการณ์ปัญหาที่ไม่สามารถหาผลลัพธ์ได้ทันที ผู้เรียนสามารถย้อนกลับไปในระดับความเข้าใจก่อนหน้าเพื่อนำความเข้าใจเดิมมาประกอบการตัดสินใจและคิดต่อได้ ดังภาพประกอบ 4 และเป็นกระบวนการจัดการความรู้ของแต่ละบุคคลที่มีความต่อเนื่องของระดับความคิด ไพรี และ คีแรน ได้เสนอกระบวนการที่แสดงถึงการเกิดความเข้าใจในการเรียนเนื้อหาคณิตศาสตร์เฉพาะใด ๆ ซึ่งประกอบด้วย 8 ระดับ ดังนี้

1) ระดับการรู้สิ่งเดิม (Primitive Knowing) เป็นจุดเริ่มต้นของระดับความเข้าใจ ที่แสดงถึงการใช้ความรู้พื้นฐานสำหรับเริ่มต้นเรียนรู้สิ่งใหม่และเชื่อว่าความรู้ระดับนี้ผู้เรียนทุกคนต้องมี เพื่อพัฒนาให้เกิดความเข้าใจในระดับต่อไป

2) ระดับการสร้างภาพ (Image Making) เป็นความสามารถซึ่งเกิดจากการใช้เงื่อนไขหรือสถานการณ์ใหม่ ผ่านการแสดงแทนด้วยรูปภาพ (Pictorial

Representation) หรือการแสดงแทนในรูปแบบอื่นที่หลากหลาย เช่น การพับกระดาษเพื่อแสดง “หนึ่งส่วน”, “ครึ่งส่วน”, “หนึ่งในสี่ส่วน” พร้อมทั้งใช้ภาษาหรือคำที่เกี่ยวข้อง

3) ระดับการเกิดภาพในใจ (Image Having) เป็นขั้นที่ผู้เรียนเกิดภาพในใจเกี่ยวกับกิจกรรมที่ปฏิบัติในแต่ละขั้น โดยผู้เรียนจะใช้ภาพเหล่านี้สำหรับการเรียนรู้ทางคณิตศาสตร์ เช่น ผู้เรียนบอกได้ว่าเศษส่วนแสดงถึงขนาดหรือความใหญ่ของส่วนที่ถูกแบ่งหรือถูกพับ ทั้งนี้การเกิดภาพในใจส่งผลให้ผู้เรียนมีความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ผ่านการแสดงออกด้วยการปฏิบัติ

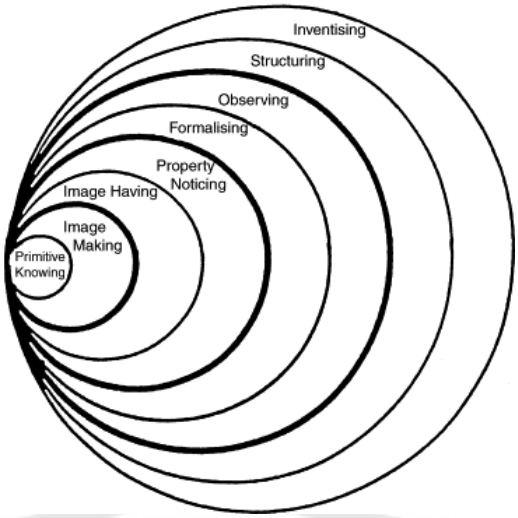
4) ระดับการสังเกตสมบัติ (Property Noticing) ความเข้าใจระดับนี้ผู้เรียนสามารถสังเกตความแตกต่าง การรวม ตรวจสอบสมบัติ หรือเชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ อีกทั้งสร้างข้อความคาดการณ์ของมโนภาพที่เกิดขึ้นได้ ตลอดจนหาความสัมพันธ์สิ่งที่เกิดขึ้นได้ เช่น ผู้เรียนเริ่มจากการสังเกตเห็นว่าเศษส่วนแบ่งครึ่งมาจากการรวมกันของเศษส่วนแบ่งครึ่งอื่น ๆ เป็นต้น ว่า $^1/_2$ เกิดจาก $^1/_4$ รวมกับ $^1/_4$ ซึ่ง $^1/_4$ เป็นเศษส่วนแบ่งครึ่งอีกประเภทหนึ่ง

5) ระดับการจัดระเบียบ (Formalizing) สำหรับระดับนี้ผู้เรียนสามารถนำสมบัติที่สังเกตได้ในระดับก่อนหน้ามาวิเคราะห์พร้อมทั้งจัดระเบียบเพื่อรวบรวมเป็นกฎและหลักการทางคณิตศาสตร์

6) ระดับการสังเกต (Observing) หลังจากที่ผู้เรียนได้จัดระเบียบไปแล้ว ในระดับนี้จะนำมาจัดระบบและหาข้อสรุป ซึ่งผ่านกระบวนการคิดส่วนบุคคล เช่น สังเกตเพื่อหาข้อสรุปว่า ไม่มีเศษส่วนแบ่งครึ่งที่เล็กที่สุดเนื่องจากสามารถแบ่งครึ่งต่อได้เรื่อย ๆ

7) ระดับการสร้างโครงสร้าง (Structuring) เป็นความสามารถที่ผู้เรียนพยายามอธิบายสิ่งที่สังเกตได้โดยมีโครงสร้างอย่างสมเหตุสมผล และหาความสัมพันธ์เหล่านั้นเพื่อนำความรู้ที่ได้มาพิสูจน์ เช่น สามารถพิสูจน์ได้ว่าเศษส่วนแบ่งครึ่งมีสมบัติปิดภายใต้การบวก

8) ระดับการสร้าง (Inventising) ระดับนี้ผู้เรียนเกิดความเข้าใจที่แท้จริง คือ มีความรู้ที่เป็นโครงสร้างอย่างสมบูรณ์ อีกทั้งสามารถสร้างองค์ความรู้หรือมโนทัศน์ใหม่



ภาพประกอบ 4 โมเดลการพัฒนาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์
ของแนวคิด ไพรี และ คีแรน

ในเวลาช่วงเวลาต่อมาประมาณ ค.ศ. 1999 คาร์เพนเตอร์ และลีเออร์ (Sheffield & Cruikshank, 2005, p. 24) ได้เสนอรูปแบบการประเมินเพื่อแบ่งระดับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ออกเป็น 5 ระดับ ได้แก่

1) ระดับการสร้างความสัมพันธ์ เป็นความสามารถในการเชื่อมโยงแนวคิดหรือกระบวนการใหม่กับสิ่งที่เข้าใจแล้ว

2) ระดับการขยายและสร้างความรู้ทางคณิตศาสตร์ เป็นการพัฒนาโครงสร้างความรู้ที่สนับสนุนต่อการเชื่อมโยงแนวคิดและกระบวนการซึ่งมีความสัมพันธ์กับความรู้เดิม

3) ระดับการสะท้อนประสบการณ์ เป็นการทดสอบแนวคิดหรือกระบวนการที่ผู้เรียนเรียนรู้ หรือเกิดการคิดย้อนกลับ

4) ระดับการเชื่อมต่อสิ่งที่รู้ เป็นความสามารถในการแสดงมโนภาพของแนวคิดที่ผู้เรียนได้สะท้อนออกมา ผ่านการแสดงแทนที่หลากหลาย เช่น การเขียน อภิปราย

5) ระดับการดำเนินการความรู้คณิตศาสตร์ให้เป็นของตนเอง เป็นการสร้างองค์ความรู้จากการปฏิบัติกิจกรรม จนเกิดความเข้าใจและความรู้ใหม่เป็นของตนเอง

2.5.3 ทฤษฎี APOS (Action-Process-Object-Schema)

เป็นทฤษฎีแบ่งระดับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ภายใต้กรอบแนวคิด (Framework) ของคอนสตรัคติวิสต์ (Constructivist) ซึ่งถูกพัฒนาขึ้นช่วง ค.ศ. 1991 โดยนัก

การศึกษาชื่อ ดูบินสกี้ (Dubinsky) และคณะ อาศัยรากฐานของแนวคิดที่เกี่ยวกับกระบวนการคิดสะท้อนเชิงนามธรรม (Reflective abstraction) ของเพียเจต์ (Piaget) ที่ประกอบไปด้วย 5 กลไก ได้แก่ (1) การทำงานที่เกิดขึ้นภายในจิตใจ (Interiorization) (2) การมีส่วนร่วม (Coordination) (3) การคิดย้อนกลับ (Reversal) (4) การรวบรวมความรู้ (Encapsulation) และ (5) การขยายความรู้ (Generalization) มาประยุกต์ใช้ร่วมกับโครงสร้างความคิดในจิตใจ (Mental Structures) ทำให้เกิดโครงสร้างความคิดแบบใหม่ที่แสดงให้เห็นถึงการเกิดความเข้าใจในการเรียนเนื้อหาทางคณิตศาสตร์เรื่องต่าง ๆ และสำหรับโครงสร้างนี้จะประกอบด้วย 4 ระดับ (Arnon et al., 2014, pp. 6-26; Ibrahim Cetin, 2015, pp. 156-157) ได้แก่

1) **ระดับการกระทำ** (Actions: A) เป็นจุดเริ่มต้นของความเข้าใจระดับแรกซึ่งผู้เรียนเป็นฝ่ายรับกระบวนภายนอก (External) เข้ามาเป็นสิ่งกระตุ้นให้เกิดการเรียนรู้ โดยผู้เรียนจะปฏิบัติตามคำแนะนำ เงื่อนไข และขั้นตอนการดำเนินการอย่างเป็นลำดับ ไม่สามารถข้ามลำดับขั้นตอนใดได้ เช่น ผู้เรียนสามารถหาค่าลิมิตของ $f(x) = x^2$ เมื่อ $x < 2$ และ $x > 2$ ผ่านการแทนค่า x ทีละค่าภายใต้เงื่อนไขข้างต้นหรือสามารถระบุตำแหน่งของจุดบนกราฟของฟังก์ชันที่กำหนดให้ได้

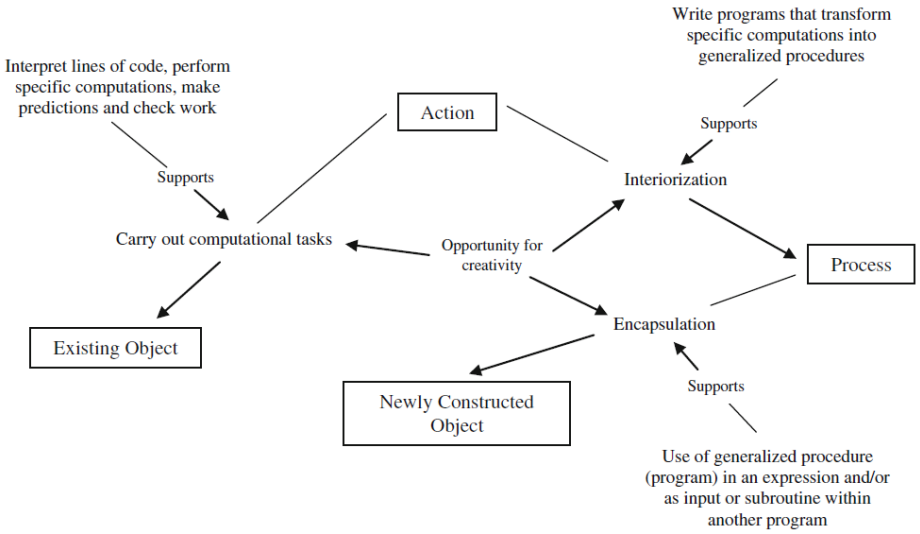
2) **ระดับกระบวนการ** (Processes: P) เป็นโครงสร้างที่เกิดขึ้นจาก 3 กลไก ของกระบวนการคิดสะท้อนเชิงนามธรรม ได้แก่ การทำงานที่เกิดขึ้นภายในจิตใจ การคิดย้อนกลับ และการมีส่วนร่วม กล่าวคือ เป็นระยะการพัฒนาความเข้าใจจากระดับการกระทำซึ่งเกิดจากการดำเนินการหรือปฏิบัติซ้ำกันหลาย ๆ ครั้ง โดยไม่จำเป็นต้องพึ่งคำแนะนำของกระบวนการภายนอก ตลอดจนผู้เรียนสามารถคิดในใจเองหรือสามารถทำงานที่เกิดขึ้นภายในจิตใจได้ ทั้งยังมีส่วนร่วมในการอธิบายความสัมพันธ์ของการกระทำแต่ละขั้นตอนพร้อมทั้งสามารถคิดย้อนกลับโดยไม่จำเป็นต้องแสดงการกระทำในแต่ละขั้นตอนออกมา เช่น ผู้เรียนสามารถหาค่าลิมิตของ $f(x) = x^2$ เมื่อ x เข้าใกล้ 2 ได้

3) **ระดับวัตถุ** (Object: O) เป็นระยะการรวบรวมความรู้จากระดับการกระทำและกระบวนการ ซึ่งผู้เรียนสามารถเอาองค์ความรู้ที่มีอยู่เดิมมาผสมผสานกับองค์ความรู้ที่ได้รับจนกลายเป็นองค์ความรู้ใหม่ โดยมองความรู้เหล่านั้นเป็นวัตถุที่สามารถจับต้องได้ กล่าวคือ ผู้เรียนจะต้องเห็นภาพรวมของ 2 ขั้น ก่อนหน้าว่าควรปฏิบัติอย่างไร เมื่อกระทำจนเกิดความชำนาญแล้วจึงสามารถหาข้อสรุปในรูปทั่วไปได้ เช่น ผู้เรียนสามารถอธิบายนิยามของ $\lim_{x \to a} f(x)$ ได้

4) ระดับการเชื่อมโยงทางปัญญา (Schema: S) เป็นความสามารถในการ*ขยายความรู้*และเชื่อมโยงระดับการกระทำ กระบวนการ และวัตถุ เพื่อนำไปใช้สร้างมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ในระดับที่สูงขึ้น หรือนำเอาความเข้าใจในระดับต่าง ๆ มาใช้ในการแก้ปัญหาที่ซับซ้อนทั้งแบบเฉพาะเจาะจงหรือบูรณาการ ซึ่งกระบวนการสร้างความเข้าใจทางคณิตศาสตร์จะเริ่มต้นจากการกระทำกับวัตถุเชิงกายภาพ (Physical Object) หรือวัตถุเชิงมโนภาพ (Mental Object) ที่มีอยู่เดิมในโครงสร้างทางปัญญา

ในเวลาต่อมา ดูบินสกี้ ได้พยายามพัฒนาทฤษฎี APOS โดยให้ความสนใจเกี่ยวกับการใช้ภาษาโปรแกรมทางคณิตศาสตร์ (Mathematical Programming Language) มากขึ้น เพื่อเป็นเครื่องมือในการพัฒนาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ของผู้เรียน ภายใต้การแบ่งระดับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ด้วยทฤษฎี APOS โดยอธิบายว่า ภาษาโปรแกรมทางคณิตศาสตร์ เป็นภาษาทางคอมพิวเตอร์ที่อาศัยโครงสร้างทางคณิตศาสตร์ซึ่งใช้ไวยากรณ์ (Syntax) ที่ใกล้เคียงกับสัญลักษณ์พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ ปัจจุบันนักพัฒนาโปรแกรมได้ออกแบบภาษาโปรแกรมทางคณิตศาสตร์ให้มีความสามารถและประสิทธิภาพอยู่หลายภาษา เช่น ภาษา ISETL (Interactive SET language) ซึ่งมีรากฐานมาจากภาษา SETL (SET Language) ที่ถูกพัฒนาขึ้นโดย เจ สว็อท (J. Schwartz) (Dubinsky, 1995, p. 451) และสำหรับรายละเอียดต่อไปผู้วิจัยได้**ศึกษาความสัมพันธ์ของทฤษฎี APOS กับการใช้ภาษาโปรแกรมทางคณิตศาสตร์** โดยสรุปความสำคัญ ได้ดังนี้

วิดาโควิค และคณะ (Vidakovic et al., 2018, pp. 451-456) กล่าวว่า สำหรับการใช้ภาษาโปรแกรมทางคณิตศาสตร์ จะช่วยให้ผู้เรียนได้วิเคราะห์และเขียนโปรแกรมคอมพิวเตอร์อย่างง่าย (Simple Computer Programs) ได้ (การเขียนโปรแกรมอย่างง่าย หมายถึงความสามารถในการเขียนโปรแกรมที่มีโครงสร้างไม่ซับซ้อนและเขียนได้ไม่เกิน 10 บรรทัด) โดยทั่วไปการใช้งานภาษาโปรแกรมทางคณิตศาสตร์มีความสัมพันธ์กับทฤษฎี APOS ซึ่งแสดงรายละเอียด ดังภาพประกอบ 5



ภาพประกอบ 5 ความสัมพันธ์ระหว่าง A ⟶ P ⟶ O

จากภาพประกอบ 5 จะเห็นได้ว่า โครงสร้างความคิดของมโนทัศน์ใหม่ (Newly Constructed Object) เริ่มจากระดับการกระทำโดยใช้องค์ความรู้เดิม (Existing Object) ของผู้เรียนทั้งด้านการเขียนโปรแกรมและเนื้อหาทางคณิตศาสตร์ แล้วให้ผู้เรียนทำงานปฏิบัติ (Computational Tasks) ด้วยการเขียนโปรแกรมจากสิ่งที่กำหนดให้ แม้ว่าหลังจากการรันโปรแกรม ผลลัพธ์จะปรากฏออกมาทันทีโดยปราศจากที่มาหรือกระบวนการต่าง ๆ ส่วนนี้ บทบาทของผู้สอนเป็นสิ่งสำคัญต่อการกระตุ้นให้ผู้เรียนเกิดกระบวนการคิดผ่านคำถามที่ว่า “จงอธิบายว่าโปรแกรมทำงานอย่างไร” หรือ “เพราะเหตุใดจึงแสดงผลลัพธ์ออกมาเช่นนี้” ทั้งนี้ ผู้เรียนจะเกิดการสำรวจ สังเกตผลลัพธ์ที่จากการรันโปรแกรม เพื่อสร้างข้อความคาดการณ์ในเรื่องใหม่ ๆ และสิ่งนี้เป็นอิทธิพลสำคัญต่อกระบวนการคิดสะท้อนเชิงนามธรรม เมื่อผู้เรียนได้ปฏิบัติงานผ่านระดับการกระทำดังที่กล่าวมาในข้างต้นซ้ำกันหลาย ๆ ครั้ง จนสามารถทำงานที่เกิดขึ้นภายในจิตใจหรือคิดในใจเองได้ จะเรียกกระบวนการนี้ว่า **กระบวนการทางจิตใจ** (Mental Process) สิ่งนี้ถูกสนับสนุนผ่านความสามารถของผู้เรียนในการเขียนโปรแกรมอย่างง่าย เพื่อคำนวณหาค่าแบบไม่เฉพาะเจาะจง (Unspecified) กล่าวคือ ผู้เรียนรู้วิธีการแปลงจากค่าเฉพาะเจาะจง (Specified) ให้เป็นรูปแบบทั่วไปได้ (General Procedure) นอกจากนี้ มีนักการศึกษาหลายท่าน (Arnon et al., 2014, pp. 6-26) กล่าวว่า เมื่อผู้เรียนได้ลงมือปฏิบัติกิจกรรมหลาย ๆ กิจกรรม จะเป็นตัวขับเคลื่อนให้ผู้เรียนมีระดับความเข้าใจที่สูงขึ้นจาก**ระดับการกระทำ**ซึ่งเกิดจากกระบวนภายนอกไปสู่**ระดับกระบวนการ**ซึ่งเกิดจากกระบวนการภายในจิตใจ

หากย้อนกลับไปเมื่อ 60 ปีก่อน มีนักการศึกษาและผู้เชี่ยวชาญในด้านการสอน อธิบายว่า “การเขียนโปรแกรมไม่ใช่เรื่องที่ใครจะเขียนก็ได้ เนื่องจากโครงสร้างของภาษาโปรแกรมมีความซับซ้อนเป็นอย่างมาก” ฉะนั้น จึงเชื่อว่า “**การเขียนโปรแกรมเป็นเครื่องมือสำคัญต่อการกระตุ้นให้ผู้เรียนเกิดกระบวนการทางจิตใจได้เร็วขึ้น**”

เมื่อผู้เรียนมีระดับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ที่สูงขึ้นจากระดับการกระทำไปสู่ระดับกระบวนการ และด้วยกลไกการรวบรวมความรู้ของกระบวนการคิดสะท้อนเชิงนามธรรม จะถูกกระทำโดยกำหนดแนวคิดของระดับกระบวนการไปสู่**ระดับวัตถุ** ซึ่ง วิดาโควิค และคณะ (Vidakovic et al., 2018, pp. 451-456) ได้เสนอว่าการรวบรวมความรู้เกิดขึ้นเมื่อผู้เรียนเริ่มปฏิบัติกับขั้นกระบวนการเหมือนเป็นการรับเอาข้อมูลเข้ามา (Input) และแสดงผลลัพธ์ออกไป (Output) ในโปรแกรมคอมพิวเตอร์ การจะใช้ขั้นกระบวนการเหมือนเป็นการสร้างโปรแกรมย่อย (Subroutine) ในโปรแกรมที่ซับซ้อนขึ้น และจากกลไกเหล่านี้ของกระบวนการคิดสะท้อนเชิงนามธรรม ซึ่งปกติจะเกิดที่ภายในจิตใต้สำนึกของผู้เรียน เพื่อนำไปสู่โครงสร้างความคิดภายในจิตใจ และเพื่อให้เกิดความเข้าใจมากขึ้นจะนำเสนอแนวคิด (Ideas) นี้ผ่าน เรื่อง ฟังก์ชัน ดังตัวอย่างด้านล่าง

สำหรับมโนทัศน์ เรื่อง ฟังก์ชัน เป็นการส่งข้อมูลจากเซตหนึ่งไปยังอีกเซตหนึ่ง โดยผู้สอนมีบทบาทในการตั้งคำถามกระตุ้นเพื่อให้ผู้เรียนตอบจนสามารถสร้างข้อความคาดการณ์ของผลลัพธ์ผ่านการใช้ *func (subroutine)* เมื่อแทนค่าเฉพาะเจาะจงลงไป *func* ผ่านคำสั่งในภาษา ISETL สำหรับฟังก์ชันทางคณิตศาสตร์จะรับค่าของตัวแปรนำไปสู่การประมวลผลภายใต้เงื่อนไขของคำสั่ง เพื่อแสดงผลลัพธ์ออกมา อีกทั้งสามารถเพิ่มส่วนของโค้ด (Code) เพื่อให้แสดงผลลัพธ์ที่เฉพาะสำหรับแต่ละค่าที่ใส่เข้าไป การนำ *func* ไปใช้นั้นถูกแสดงดังภาพประกอบ 6 ซึ่งแสดงผ่านโค้ดคำสั่งของภาษา ISETL ผู้สอนอาจตั้งคำถามให้ผู้เรียนสร้างข้อความคาดการณ์ถึงผลลัพธ์ของค่าที่ใส่เข้าไปแบบเฉพาะเจาะจง เช่น ใส่ x ด้วย -3, 2, 5, 8 และ 11 จากนั้นให้ตรวจผลลัพธ์จากการรันโปรแกรม

```
>   f:=func(x);
≫     if x<0 then return 2*x**2;
≫     elseif x>=0 and x<3 then return 3-x**3;
≫     elseif x>=3 and x<10 then return 3*x+1;
≫     else return "function not defined";
≫   end;
≫   end;
>
>
>    f(-3); f(2); f(5); f(8); f(11);
18;
-5;
16;
25;
"function not defined";
```

ภาพประกอบ 6 ตัวอย่างกิจกรรมบางส่วนของระดับการกระทำ เรื่อง ฟังก์ชัน

จากภาพประกอบ 6 จะเห็นได้ว่า ผู้เรียนใช้ภาษา ISETL เพื่อหาผลลัพธ์และหาความสัมพันธ์เกี่ยวกับสมาชิกในโดเมนที่ถูกแปลงเป็นสมาชิกในเรนจ์ โดยกิจกรรมนี้จะส่งเสริมให้ผู้เรียนวิเคราะห์กระบวนการทำงานของโปรแกรม ส่งผลให้ผู้เรียนได้แนวคิดเกี่ยวกับมโนทัศน์ เรื่อง ฟังก์ชัน มากขึ้น ผ่านการกระตุ้นให้เกิดการทำงานภายในจิตใจ ตลอดจนผู้เรียนสามารถอธิบายกรณีทั่วไปได้ว่า คอมพิวเตอร์ทำงานอย่างไรเมื่อ *func f* ถูกเรียกใช้งาน

สำหรับการใช้ *func* ผ่านกิจกรรมดังภาพประกอบ 6 ในระดับการกระทำผู้สอนกำหนดโค้ดหรือบอกคำสั่งที่ใช้ให้แก่ผู้เรียนเพื่อให้ผู้เรียนปฏิบัติตามคำสั่งที่กำหนดให้ จากนั้นผู้เรียนต้องวิเคราะห์ได้ว่าฟังก์ชันคืออะไร และเพื่อให้ผู้เรียนมีระดับความเข้าใจที่สูงขึ้นเป็นระดับกระบวนการผู้สอนอาจสร้างสถานการณ์ปัญหาแล้วให้ผู้เรียนแก้ปัญหาโดยสร้างฟังก์ชันด้วยตนเองผ่านการใช้ภาษา ISETL เช่น

สถานการณ์ปัญหา:

หากมีการ์ดรูปสี่เหลี่ยมขนาด 20 นิ้ว * 30 นิ้ว และต้องการตัดรูปสี่เหลี่ยมออกจากแต่ละมุมและพับขึ้นเป็นกล่องจะคำนวณปริมาตรของกล่องจากแต่ละการตัดที่ต่างกันอย่างไร ผู้เรียนใช้ภาษาของภาษา ISETL เพื่อสร้าง *func* ดังภาพประกอบ 7

```
>   V:=func(x);
≫     if 0 < x and x < 20 then
≫     return (20-x)*(30-x)*x;

≫   end;
≫   end;
```

ภาพประกอบ 7 ตัวอย่างกิจกรรมบางส่วนของระดับกระบวนการ เรื่อง ฟังก์ชัน

ในการเขียน *func* ผู้เรียนจะขยายการกระทำที่ได้จากสถานการณ์ปัญหาของฟังก์ชัน สำหรับการเขียนโค้ดผู้เรียนจะเปลี่ยนจากการแทนค่าแบบเฉพาะเจาะจงเป็นการกระทำในรูปทั่วไป และจากที่กล่าวมาจะเห็นว่าเกิดการประยุกต์ระดับการกระทำไปยังระดับกระบวนการ และจากกระบวนการจะเกิดการกระตุ้นเพื่อให้ผู้เรียนรวบรวมความรู้ (ระดับวัตถุ) จนผู้เรียนสามารถเขียนฟังก์ชันที่รับ *func* หนึ่งหรือมากกว่านั้นได้ เช่น

ผู้เรียนสามารถเขียนฟังก์ชัน D เพื่อรับฟังก์ชัน f และให้ค่ากลับเป็นฟังก์ชันคอมพิวเตอร์ที่ค่า x ต่าง ๆ ในโดเมนของฟังก์ชัน จากนั้นสร้างฟังก์ชันเพื่อเขียนโปรแกรมหาความชันของฟังก์ชันใด ๆ ได้ ดังภาพประกอบ 8

```
>   D:=func(f);
≫     return func(x,h);
≫       return (f(x+h)-f(x))/h;
≫     end;
≫   end;

>   k:=func(x);
≫     return x**2;
≫   end;

>   D(k)(1,0.01);
2.010;
```

ภาพประกอบ 8 ตัวอย่างกิจกรรมบางส่วนของระดับวัตถุ เรื่อง ฟังก์ชัน

จากภาพประกอบ 8 ผู้เรียนสามารถเขียน *func* ให้รับค่า f และคืนค่าฟังก์ชันเป็นผลลัพธ์ นอกจากนั้นผู้เรียนจะมองฟังก์ชันเสมือนเป็นวัตถุหรือสิ่งของที่ส่งข้อมูลจากเซตหนึ่งไปยังอีกเซตหนึ่ง

สำหรับตัวอย่างกิจกรรมที่กล่าวมาในข้างต้น ผู้เรียนใช้ภาษา ISETL ตลอดการปฏิบัติกิจกรรม พบว่า ภาษา ISETL เป็นเครื่องมือสำคัญในการส่งเสริมให้เกิดความเข้าใจทางคณิตศาสตร์เร็วขึ้น ด้วยการกระตุ้นให้ผู้เรียนหาจุดเชื่อมโยงและความสัมพันธ์ของกระบวนการทำงานคอมพิวเตอร์ โค้ด และคณิตศาสตร์ นอกจากนั้นผู้เรียนสามารถอธิบายได้ว่าฟังก์ชันคืออะไร และมีกระบวนการดำเนินงานอย่างไร ตัวอย่างเช่น ในการสร้างปริภูมิฟังก์ชันอันดับแรกผู้เรียนจะหาความสัมพันธ์ระหว่างสองเซตด้วยการสร้างฟังก์ชัน ตลอดจนสามารถสร้างมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ใหม่ ๆ และประยุกต์ใช้โดยปราศจากปัจจัยภายนอก ทำให้ผู้เรียนเกิดความเข้าใจระดับ**การเชื่อมโยงทางปัญญา** (Weller et al., 2003, pp. 97-131)

จากการศึกษาเอกสารที่เกี่ยวข้องกับการวัดระดับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ ที่กล่าวมาข้างต้น ผู้วิจัยได้สังเคราะห์และเห็นความสัมพันธ์ของกรอบแนวคิดแต่ละทฤษฎี สามารถเปรียบเทียบระดับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ ดังตาราง 3

ตาราง 3 เปรียบเทียบระดับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ ตามกรอบแนวคิดของแต่ละทฤษฎี

<table>
<tr><th rowspan="2">อนุกรมวิธานแบบโซโล
(ค.ศ.1982)</th><th colspan="2">ทฤษฎีพัฒนาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์</th><th rowspan="2">ทฤษฎี APOS
(ค.ศ.2018)</th></tr>
<tr><th>ไพรี และคีแรน
(ค.ศ.1992)</th><th>คาร์เพนเตอร์และลีเออร์
(ค.ศ.1999)</th></tr>
<tr><td>ระดับก่อนโครงสร้าง</td><td>ระดับการรู้สิ่งเดิม</td><td rowspan="2">ระดับการสร้างความสัมพันธ์</td><td>ระดับการกระทำ</td></tr>
<tr><td>ระดับโครงสร้างเดี่ยว</td><td>ระดับการสร้างภาพ</td><td rowspan="2">ระดับกระบวนการ</td></tr>
<tr><td>ระดับโครงสร้างหลากหลาย</td><td>ระดับการเกิดภาพในใจ</td><td>ระดับการขยายและสร้างความรู้ทางคณิตศาสตร์</td></tr>
<tr><td rowspan="4">ระดับความสัมพันธ์เชิงโครงสร้างความคิดรวบยอด</td><td>ระดับการสังเกตสมบัติ</td><td rowspan="3">ระดับการสะท้อนประสบการณ์</td><td rowspan="4">ระดับวัตถุ</td></tr>
<tr><td>ระดับการจัดระเบียบ</td></tr>
<tr><td>ระดับการสังเกต</td></tr>
<tr><td>ระดับการสร้างโครงสร้าง</td><td>ระดับการเชื่อมต่อสิ่งที่รู้</td></tr>
<tr><td>ระดับขยายสู่นามธรรม</td><td>ระดับการสร้าง</td><td>ระดับการดำเนินการความรู้คณิตศาสตร์ให้เป็นของตนเอง</td><td>ระดับการเชื่อมโยงทางปัญญา</td></tr>
</table>

ทฤษฎีที่เกี่ยวข้องกับการวัดระดับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์มีอยู่หลายทฤษฎี สำหรับทฤษฎีที่กล่าวมาข้างต้นเป็นเพียงส่วนหนึ่งเท่านั้น ซึ่งจะเห็นได้ว่าทฤษฎี APOS เป็นทฤษฎีใหม่ที่ถูกพัฒนาขึ้นให้เหมาะกับสภาพการเรียนการสอนในยุคปัจจุบันที่มุ่งเน้นให้ผู้เรียน**ใช้เทคโนโลยี**ประกอบการเรียนการสอนมากขึ้น ทั้งนี้ผู้เรียนต้องรู้จักประยุกต์ผ่านการแก้ปัญหาในสถานการณ์ที่ซับซ้อน โดยนำความรู้ทางคณิตศาสตร์มาบูรณาการกับความรู้ด้านเทคโนโลยีด้วยการเขียนโปรแกรม พร้อมกันนี้ได้รับการสนับสนุนจากนักการศึกษาหลายท่านที่ให้ความสนใจใช้ภาษาโปรแกรมทางคณิตศาสตร์ประกอบการเรียนการสอน เพื่อพัฒนาระดับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ภายใต้ทฤษฎี APOS ซึ่งกล่าวในทำนองเดียวกันว่า การใช้ภาษาทางคอมพิวเตอร์ เช่น ภาษา C หรือ Java เป็นหนึ่งในปัจจัยที่ช่วยกระตุ้นให้ผู้เรียนเกิดความเข้าใจในเรื่องนั้น ๆ ได้เร็วมากขึ้น รวมทั้งสามารถเชื่อมโยงแนวคิดของคณิตศาสตร์กับคอมพิวเตอร์ และช่วยแก้ปัญหาที่ยุ่งยากซับซ้อน ตลอดจนเป็นส่วนหนึ่งในการพัฒนานักโปรแกรมเมอร์ นวัตกรรม หรือหุ่นยนต์ปราดิษฐ์ (AI) (I. Cetin, 2009, pp. 323-330; 2013, pp. 1-23; Ginat, 2004, pp. 165-181; Milne, 2002) ผลจากการศึกษาเอกสารที่เกี่ยวข้องของ วิดาโควิคและคณะ (Vidakovic et al., 2018, pp. 451-456) ที่ได้กล่าวมาในข้างต้นกับงานวิจัยของเคติน (Ibrahim Cetin, 2015, pp. 155-156) ซึ่งใช้ภาษา C พัฒนาระดับความเข้าใจ เรื่องลูป (Loop) โดย**นำทฤษฎี APOS มาเป็นกรอบแนวคิดในการสร้างเกณฑ์การแบ่งระดับความเข้าใจ**

ดังนั้น กล่าวโดยสรุปได้ว่า ทฤษฎี APOS สามารถนำมาเป็นกรอบแนวคิดเพื่อแบ่งระดับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ได้ และสำหรับการวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยสนใจวัดระดับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เซต ตามกรอบทฤษฎี APOS โดยใช้ภาษาไพธอนเป็นสื่อประกอบการเรียนการสอน และปรับปรุงกรอบแนวคิดของวิดาโควิคและคณะ และเคติน เพื่อสร้างพฤติกรรมการเรียนรู้ที่แสดงความเข้าใจทางคณิตศาสตร์แต่ละระดับ ตามกรอบแนวคิดของทฤษฎี APOS ดังตาราง 4

ตาราง 4 แสดงการเปรียบเทียบพฤติกรรมการเรียนรู้ที่แสดงความเข้าใจแต่ละระดับ

ระดับ	Ibrahim Cetin (2015)	Draga Vidakovic, Ed Dubinsky & Kirk Weller (2018)	**งานวิจัยนี้**

A	ผู้เรียนเข้าใจการวนลูป และองค์ประกอบต่าง ๆ ที่กำหนดให้ผ่านโค้ดในส่วน Initialize, Conditions และ Control รวมทั้งสามารถเขียนและแสดงผลลัพธ์ลูปแต่ละขั้นตอนอย่างเป็นลำดับขั้นตอน โดยไม่สามารถคิดข้ามขั้นตอนได้ **เช่น**
	int t = 10;
	int i = 1, s = 0;
	do{s = s + i;
	i = i + 1;
	printf(“%d”, s);}
	while(i < t);
	printf(“%d”, s);
		ผู้เรียนเข้าใจฟังก์ชันในเทอมของการดำเนินการจากภายนอก (ซึ่งเชื่อว่าการเรียนรู้จะเกิดจากการรับจากภายนอกด้วยโปรแกรมทางคอมพิวเตอร์) โดยรับค่า (Input) จากนั้นดำเนินการภายใต้ *f(x)* ที่กำหนดให้ผ่านการแทน *x* บางค่าเพื่อแสดงผลลัพธ์ (Output)
		เช่น
		เป็นขั้นที่ผู้สอนให้ผู้เรียนทำงานปฏิบัติตามสิ่งที่กำหนดให้ด้วยโปรแกรม ซึ่งผู้เรียนต้อง 1) ตีความโค้ดแต่ละบรรทัด 2) ดำเนินการคำนวณฟังก์ชันอย่างง่ายและแทนค่า *x* ที่เจาะจงทีละ ค่า 3) สามารถคาดการณ์และตรวจสอบคำตอบได้ (ดังภาพประกอบ 6)
			ผู้เรียนสามารถอ่านและลงมือปฏิบัติกิจกรรมโดยใช้โปรแกรม Jupyter Notebook ด้วยภาษาไพธอน ตามคำสั่งที่กำหนดให้ พร้อมทั้งเขียนผลลัพธ์ที่ได้จากการรันโปรแกรมได้ถูกต้อง

ตาราง 4 (ต่อ)

ระดับ	Ibrahim Cetin (2015)	Draga Vidakovic, & Ed Dubinsky and Kirk Weller (2018)	งานวิจัยนี้

P	เมื่อผู้เรียนลงมือปฏิบัติจากการทำลูปในระดับการกระทำซ้ำกันหลายรอบ ส่งผลให้เกิดกระบวนการภายในจิตใจ สามารถคิดเองในใจได้เพื่อนำไปสู่ผลลัพธ์ที่ถูกต้องโดยไม่ต้องดำเนินการครบขั้นตอนหรือครบลูป 9 ลูป
	เช่น
	int t = 10;
	int i = 1, s = 0;
	do { s = s + i;
	i = i + 1;
	printf(“%d”, s); }
	while(i < t);
	printf(“%d”, s);
		เมื่อผู้เรียนได้กระทำจากขั้นก่อนหน้า ส่งผลให้กระตุ้นการเกิด Interiorization กล่าวคือ ผู้เรียนสามารถคิดในใจเองได้ตลอดจนสามารถคิดฟังก์ชันต่าง ๆ ในรูปทั่วไป
		เช่น
		จากขั้น A ผู้สอนจะปฏิบัติซ้ำกันหลาย ๆ ครั้ง จากนั้นกระตุ้นให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้ (Interiorization) ได้เร็วขึ้นผ่านการตั้งคำถามกระตุ้นให้ผู้เรียนตอบ “จงอธิบายหลักการของโปรแกรม, เหตุใดโปรแกรมถึงแสดงผลออกมาเป็นเช่นนี้” นอกจากนั้นผู้สอนอาจสร้างสถานการณ์ให้ผู้เรียนค้นหาคำตอบโดยเขียนโปรแกรมเพื่อแก้สถานการณ์นั้น ในลักษณะรูปทั่วไปของฟังก์ชัน (ดังภาพประกอบ 7) เชื่อว่าการที่เด็กสามารถเขียนโปรแกรมออกมาในรูปแบบทั่วไปได้ แสดงว่าเด็กเกิดความเข้าใจในเรื่องนั้น ๆ
			เมื่อผู้เรียนลงมือปฏิบัติในระดับการกระทำซ้ำกันหลาย ๆ ครั้ง จะสามารถแสดงวิธีการหาผลลัพธ์เหล่านั้นได้โดยไม่ใช้ภาษาไพธอน รวมทั้งสามารถอธิบายมโนทัศน์ต่าง ๆ ที่เกี่ยวข้องกับผลจากการปฏิบัติในระดับการกระทำ

ตาราง 4 (ต่อ)

ปฏิรูป	Ibrahim Cetin (2015)	Draga Vidakovic, & Ed Dubinsky and Kirk Weller (2018)	**งานวิจัยนี้**
O	ความสามารถของผู้เรียนอันเกิดจากการดำเนินการหลายกระบวนการ ส่งผลให้เข้าใจธรรมชาติของลูปว่าเปรียบเสมือนฟังก์ชัน กล่าวคือ เมื่อรับค่า 1 ตัว จะแสดงผลลัพธ์ออกมา 1 ตัวเสมอ นอกจากนั้นสามารถนำความรู้จากการทำความเข้าใจ 1 ลูป มาประยุกต์ทำให้เกิดความรู้จนสามารถทำลูปซ้อนลูปได้ **เช่น** ผู้เรียนสามารถทำลูปซ้อนลูปได้	ผู้เรียนเกิดความเข้าใจฟังก์ชันในเทอมที่คงที่ กล่าวคือสามารถคิดฟังก์ชันได้ **เช่น** ผู้เรียนเขียนโปรแกรมให้อยู่ในรูปทั่วไปได้ ซึ่งสามารถกำหนดค่าของตัวแปรต่าง ๆ ให้รับและส่งไปยังโปรแกรมอื่น ๆ ได้ กล่าวคือ เขียนโปรแกรมให้แสดงผลลัพธ์โดยไม่ *Fix* ฟังก์ชัน (ดังภาพประกอบ 8)	ผู้เรียนสามารถรวบรวมความรู้ที่ได้จากระดับการกระทำและกระบวนการ มาอธิบายสมบัติหรือหลักการต่าง ๆ หรือสร้างข้อความคาดการณ์แสดงความสัมพันธ์เกี่ยวกับมโนทัศน์ที่กำหนดให้ได้
S	-	-	ผู้เรียนสามารถนำความเข้าใจในระดับการกระทำ กระบวนการ และวัตถุ มาประยุกต์ใช้ร่วมกับการออกแบบโปรแกรมด้วยภาษาไพธอน เพื่อแก้สถานการณ์ปัญหาที่กำหนดให้ได้

2.6 แนวคิดเกี่ยวกับการออกแบบการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนตามแนวคิดคอนสตรัคติวิสต์

เนื่องจากการวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยสนใจนำทฤษฎี APOS เป็นกรอบการวัดระดับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ ซึ่งมีรากฐานมาจากแนวคิดของคอนสตรัคติวิสต์ สำหรับหัวข้อนี้ผู้วิจัยได้ศึกษาเอกสารที่เกี่ยวข้องกับแนวคิดคอนสตรัคติวิสต์ เพื่อหาแนวทางสำหรับการออกแบบการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนให้สอดคล้องกับการวัดและประเมินตามกรอบแนวคิดของทฤษฎี APOS ดังนี้

2.6.1 แนวคิดทฤษฎีคอนสตรัคติวิสต์

ทฤษฎีคอนสตรัคติวิสต์ (Constructivist Theory) หรือ ทฤษฎีคอนสตรัคติวิสซึม (Constructivism Theory) เป็นทฤษฎีที่มีรากฐานสำคัญมาจากสองทฤษฎีหลัก ๆ คือ ทฤษฎีพัฒนาการทางเชาวน์ปัญญาของเพียเจต์ (Cognitive Constructivism) และทฤษฎีประวัติศาสตร์สังคมของวีก็อทสกี้ (Social Constructivism) (Prawat & Floden, 1994, pp. 37-48) ดังรายละเอียดต่อไปนี้

ทฤษฎีพัฒนาการทางเชาวน์ปัญญาของเพียเจต์ เน้นการเรียนรู้ของผู้เรียนเป็นรายบุคคลซึ่งผู้เรียนเป็นผู้สร้างความรู้พร้อมทั้งลงมือปฏิบัติด้วยตนเอง โดยเพียเจต์ (Piaget) เชื่อว่าคนทุกคนจะมีการพัฒนาเชาวน์ปัญญาไปตามลำดับ จากการมีปฏิสัมพันธ์และประสบการณ์กับสิ่งแวดล้อมตามธรรมชาติ และประสบการณ์ที่เกี่ยวกับการคิดเชิงตรรกะและคณิตศาสตร์ (Social Trans logical-Mathematical Experience) (ทิศนา แขมมณี, 2559, น. 90-95) หากผู้เรียนถูกกระตุ้นด้วยกระบวนการที่สำคัญ 2 กระบวนการ คือ **กระบวนการซึมซาบ (Assimilation)** เป็นกระบวนการที่ผู้เรียนรับข้อมูลผ่านประสาทสัมผัสจากการมองเห็น การได้ยิน เพื่อให้ผู้เรียนซึมซับข้อมูลเหล่านั้นเข้าสู่ความทรงจำของผู้เรียนเอง เช่น การสอนให้ผู้เรียนรู้ว่าสิ่งมีชีวิตที่อยู่ข้างหน้าเรียกว่าสุนัข ผู้สอนจะใช้วิธีการชี้ให้ผู้เรียนเห็นพร้อมทั้งกล่าวคำว่าสุนัข เพื่อให้ผู้เรียนจดจำว่าสิ่งมีชีวิตที่มีรูปร่างลักษณะแบบนี้จะเรียกว่าสุนัข และ**กระบวนการปรับโครงสร้างทางปัญญา (Accommodation)** เป็นกระบวนการที่ผู้เรียนถูกกระตุ้นด้วยปัญหาที่ก่อให้เกิดความขัดแย้งทางปัญญาระหว่างความรู้เดิมกับความรู้ใหม่ ซึ่งเรียกภาวะนี้ว่าภาวะเสียสมดุลทางปัญญา (Disequilibrium) ผู้เรียนต้องพยายามปรับเปลี่ยนหรือแก้ไขความรู้ที่มีอยู่เดิมให้เข้าสู่ภาวะสมดุลทางปัญญา (Equilibrium) ผ่านการซึมซาบ เช่น เมื่อผู้เรียนเคยเห็นสุนัขตัวเล็กมาก่อนภายหลังเห็นสิ่งมีชีวิตที่มีรูปร่างลักษณะเหมือนสุนัขแต่มีขนาดใหญ่ ผู้เรียนจะปรับโครงสร้างทางปัญญาโดยคิดว่าสิ่งมีชีวิตที่เห็นคือสุนัขตัวใหญ่ (เข้าสู่ภาวะสมดุลทางปัญญา) ในทางตรงข้ามหากผู้เรียนไม่สามารถปรับโครงสร้างทางปัญญาได้ว่าสิ่งมีชีวิตนั้นคือสุนัขตัวใหญ่ นั่นหมายความ

ว่า ผู้เรียนยังเกิดความสับสนและไม่สามารถสร้างความรู้ใหม่ได้ ส่งผลให้เกิดภาวะเสียสมดุลทางปัญญา (Cherry, 2010) ดังนั้นการพัฒนาเชาวน์ปัญญาจึงเป็นไปตามลำดับ ซึ่งถูกพัฒนาจากการสร้างความสมดุลทางปัญญาของผู้เรียนแต่ละคนที่เกิดขึ้นระหว่างการปฏิบัติกิจกรรมต่าง ๆ

ทฤษฎีประวัติศาสตร์สังคมของวีก็อทสกี้ ให้ความสำคัญกับวัฒนธรรมและสังคมเป็นอย่างมาก กล่าวคือ คนทุกคนจะได้รับอิทธิพลจากสิ่งแวดล้อมตั้งแต่แรกเกิด ไม่เพียงแค่อิทธิที่มาจากสิ่งแวดล้อมทางธรรมชาติเท่านั้นแต่ยังได้รับอิทธิจากสิ่งแวดล้อมทางสังคมด้วย (ทิศนา แขมมณี, 2559, น. 90-95) โดยวีก็อสกี้ (Vygotsky) อธิบายว่า ผู้เรียนทุกคนมีระดับพัฒนาการเชาวน์ปัญญาที่ตนเป็นอยู่ ซึ่งถูกเรียกว่า **ขอบเขตการพัฒนาใกล้ชิด** (Zone of Proximal Development **หรือ** Zone of Proximal Growth) ที่แสดงระดับพัฒนาการของผู้เรียนที่เกิดขึ้นตามสถานการณ์หรือประสบการณ์ที่ผู้สอนกำหนด โดยผู้เรียนอาจแก้ปัญหาต่าง ๆ ได้ด้วยตนเองภายใต้คำแนะนำหรือการช่วยเหลือจากผู้ที่มีศักยภาพสูงกว่า เช่น ผู้สอนหรือเพื่อนที่มีความรู้ความเข้าใจมากกว่า เพื่อให้ตนเองมีศักยภาพมากขึ้น และช่วงห่างนี้เองส่งผลให้ผู้เรียนมีความแตกต่างกันในแต่ละบุคคล เช่น เด็กที่มีระดับพัฒนาการทางสมองเท่ากับอายุเด็ก 8 ขวบ โดยทั่วไปนั้นจะสามารถทำงานที่เด็กอายุเท่ากันได้ แต่เมื่อป้อนงานของเด็กอายุสูงกว่าอาจมีเด็กบางคนที่ทำไม่ได้ แต่เมื่อได้รับการชี้แนะหรือสาธิตให้ดูจะสามารถทำได้ นั่นหมายความว่าเด็กคนนี้มีวุฒิภาวะที่จะไปถึงระดับที่ตนเองมีศักยภาพไปให้ถึง ในขณะที่เด็กบางคนถึงแม้ว่าจะได้รับชี้แนะหรือสาธิตให้ดูซ้ำแล้วซ้ำอีกก็ไม่สามารถทำได้ นั่นหมายความว่าเด็กยังมีวุฒิภาวะไม่เพียงพอหรือยังไม่พร้อมที่จะทำสิ่งนั้นส่งผลให้เกิดช่องว่างระหว่างระดับพัฒนาการที่เป็นอยู่กับที่ระดับที่ต้องการไปให้ถึง ผู้สอนอาจลดระดับงานให้ต่ำลงหรือรอจนกว่าผู้เรียนจะมีวุฒิภาวะที่สูงขึ้น ทั้งนี้วีก็อสกี้จึงเชื่อว่าขอบเขตการพัฒนาใกล้ชิดเป็นหัวใจสำคัญต่อระดับพัฒนาการของผู้เรียนที่ส่งผลให้ผู้เรียนสามารถก้าวข้ามพัฒนาการของตนเองไปยังระดับที่สูงขึ้นได้ ผ่านการมีปฏิสัมพันธ์กับสิ่งแวดล้อมและสังคม เช่น ภาษา วัฒนธรรม การเลียนแบบ และการให้ความช่วยเหลือชี้แนะแก่ผู้เรียน จากแนวคิดนี้เองส่งผลให้เกิดการเปลี่ยนแปลงแนวคิดเกี่ยวกับการสอนซึ่งเคยมีลักษณะเป็นเส้นตรง (Linear) หรืออยู่ในแนวเดียวกันเป็นอยู่ในลักษณะที่เหลื่อมกัน โดยผู้สอนจำเป็นต้องสอนองค์ความรู้ต่าง ๆ ให้นำหน้าระดับพัฒนาการของผู้เรียนเสมอ (Cakir, 2008, pp. 193-206)

นักการศึกษาหลายท่านได้เสนอแนวคิดเกี่ยวกับทฤษฎีคอนสตรัคติวิสต์ภายใต้หลักการของเพียเจต์และวีก็อสกี้ว่า การเรียนรู้ตามทฤษฎีคอนสตรัคติวิสต์เป็นกระบวนการ “Acting on” ไม่ใช่ “Take in” กล่าวคือ เป็นกระบวนการที่ผู้เรียนต้องกระทำกับข้อมูลไม่ใช่รับข้อมูลเข้ามาซึ่งเป็นกระบวนการที่แสดงให้เห็นว่าความรู้ต้องเกิดจากการมีปฏิสัมพันธ์ภายในสมอง

(Internal mental interaction) ที่เกี่ยวข้องกับสติปัญญาควบคู่กับการมีปฏิสัมพันธ์กับสังคม (Jonassen, 1992, pp. 137-147) ซึ่งสอดคล้องกับแนวคิดของเซลลี่ (Selley, 1999, pp. 58-67) ที่เสนอแนวคิดว่าทฤษฎีคอนสตรัคติวิสต์เป็นทฤษฎีที่ความรู้ถูกสร้างขึ้นภายในตนเองโดยอาศัยการมีปฏิสัมพันธ์กับสังคมและวัฒนธรรม ซึ่งการเรียนรู้ตามแนวทฤษฎีนี้จะมองว่าเป็นกระบวนการที่ต้องต่อสู้กับความขัดแย้งที่เกิดขึ้นระหว่างโครงสร้างทางปัญญาที่มีอยู่เดิมกับโครงสร้างทางปัญญาใหม่ที่แตกต่างไปจากเดิม โดยผ่านการทำกิจกรรมทางสังคม การร่วมมือ และการแลกเปลี่ยนความคิด ขณะที่ กลาสเซอร์เฟลด์ (Glasersfeld, 2006, pp. 89-100) อธิบายว่าเป็นรากฐานของความรู้มาจากปรัชญา จิตวิทยา และการศึกษา โดยเชื่อว่า (1) ความรู้ไม่ได้เกิดจากการรับเพียงอย่างเดียวแต่เป็นการสร้างขึ้นโดยตัวผู้เรียนแต่ละคนที่มีความรู้ความเข้าใจส่งผลให้สามารถสร้างความรู้ด้วยตนเองได้ (2) หน้าที่ของการรับเป็นการปรับเปลี่ยนเพื่อประมวลประสบการณ์ทั้งหมดแต่ไม่ใช่การค้นพบสิ่งที่เป็นจริง

ถึงแม้ว่าแนวคิดของทฤษฎีคอนสตรัคติวิสต์จะเกิดขึ้นมานานแล้วก็ตาม แต่ในปัจจุบันยังคงเห็นถึงความสำคัญของแนวคิดนี้อีกทั้งยังเป็นทฤษฎีที่ถูกยอมรับและนำมาใช้กันอย่างแพร่หลาย โดยสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2555, น. 10) กล่าวว่าในการเรียนรู้คณิตศาสตร์มีทฤษฎีที่ถูกนำมาใช้ในการเรียนการสอนอยู่หลายทฤษฎี ซึ่งทฤษฎีคอนสตรัคติวิสต์เป็นอีกหนึ่งทฤษฎีที่นิยมนำมาใช้โดยมีความเชื่อว่า ผู้เรียนจะสามารถสร้างความรู้ด้วยตนเองได้ผ่านการมีปฏิสัมพันธ์ของประสบการณ์ตัวผู้เรียนเองหรือจากการแลกเปลี่ยนองค์ความรู้จากผู้อื่นกับโครงสร้างทางปัญญาเดิมที่มีอยู่

จากข้อมูลที่กล่าวข้างต้นสามารถสรุปได้ว่า**แนวคิดทฤษฎีคอนสตรัคติวิสต์**เป็นทฤษฎีที่มีรากฐานสำคัญมาจากสองทฤษฎีหลัก ๆ คือ **ทฤษฎีพัฒนาการทางเชาวน์ปัญญาของเพียเจต์** ซึ่งเชื่อว่าความรู้เป็นสิ่งที่ถูกสร้างจากตัวผู้เรียนเองผ่านทัศนคติ แรงจูงใจหรือความสนใจที่มีอยู่ก่อน ด้วยการรับรู้ผ่านประสาทสัมผัสในด้านการมองเห็น การได้ยิน ตลอดจนสามารถจำจดข้อมูลต่าง ๆ เพื่อนำไปสู่องค์ความรู้ที่เกิดขึ้นใหม่ได้ นอกจากนั้นศักยภาพของผู้เรียนจะเป็นไปตามลำดับขั้นพัฒนาการของสติปัญญาแต่ละคน และ**ทฤษฎีประวัติศาสตร์สังคมของวีก็อทสกี้** ซึ่งเชื่อว่าความรู้เป็นสิ่งที่ถูกสร้างจากตัวผู้เรียนเองเช่นเดียวกับทฤษฎีพัฒนาการทางเชาวน์ปัญญาของเพียเจต์แต่ต้องผ่านการมีปฏิสัมพันธ์ทางสังคมกับผู้อื่นด้วยการรับคำชี้แนะ การเจรจา การปรึกษาหารือ การแลกเปลี่ยนความรู้จากผู้สอน เพื่อน หรือคนรอบข้างที่มีองค์ความรู้สูงกว่าเพื่อเสริมสร้างระดับพัฒนาการของสติปัญญาให้มีศักยภาพที่สูงขึ้น

2.6.2 **ความหมายของทฤษฎีคอนสตรัคติวิสต์**

เนื่องจากการวิจัยครั้งมีความมุ่งหมายเพื่อพัฒนากิจกรรมการเรียนการสอนที่เสริมสร้างระดับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เซต ตามกรอบทฤษฎี APOS โดยใช้ภาษาไพธอน สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษา จากการศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง พบว่า การจัดการเรียนรู้ตามแนวคิดของทฤษฎีคอนสตรัคติวิสต์มีความสอดคล้องกับการพัฒนาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ตลอดจนสามารถใช้เป็นกรอบแนวคิดเพื่อวัดระดับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ได้ ส่งผลให้ผู้วิจัยสนใจนำแนวคิดดังกล่าวมาใช้ในการจัดการเรียนการสอนกับการวิจัยครั้งนี้ และสำหรับ**ความหมายของทฤษฎีคอนสตรัคติวิสต์** มีนักการศึกษาชื่อ ยี่ จ่าว (Zhao, 2003, pp. 78-84) ได้เสนอมุมมองว่าทฤษฎีคอนสตรัคติวิสต์เป็นทฤษฎีที่เน้นการค้นพบของตัวผู้เรียนเอง โดยผู้สอนมีบทบาทเพียงเป็นสื่อกลางในการเปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้แสดงความคิดจากความรู้ที่ถูกสร้างขึ้นอันเป็นผลจากการสั่งสมความรู้เดิมจนเกิดเป็นความรู้ใหม่ ขณะที่ดาก้าและยาเดฟ (Dagar & Yadav, 2016, pp. 1-4) ได้สรุปความหมายของทฤษฎีคอนสตรัคติวิสต์ไว้ว่าผู้เรียนแต่ละคนจะนำความรู้และทักษะต่าง ๆ ที่มีอยู่เดิมเพื่อแก้ปัญหาโดยใช้การมีปฏิสัมพันธ์กับสิ่งแวดล้อมและสังคม ทั้งนี้ผู้สอนกับเพื่อนจะมีบทบาทในการสนับสนุนที่จะส่งเสริมให้ผู้เรียนสามารถสร้างความรู้ด้วยตนเองได้ ซึ่งสอดคล้องกับอับดุลลาซิส และฮิกกินส์ (Alabdulaziz & Higgins, 2017, pp.1111-1118) ที่อธิบายว่าทฤษฎีคอนสตรัคติวิสต์เป็นกระบวนการเรียนรู้แบบพลวัต กล่าวคือ ผู้เรียนมีความสามารถในการค้นหาความรู้ให้กับตนเองผ่านประสบการณ์กิจกรรม หรือจากการรวบรวมความรู้ใหม่ ๆ เข้าไปในจิตใต้สำนึกภายในจิตใจ โดยการเรียนรู้จากสิ่งแวดล้อม วัฒนธรรมพร้อมทั้งยอมรับสิ่งใหม่ ๆ นั้น ส่งผลให้ผู้เรียนสามารถหาข้อเท็จจริงตลอดจนนำไปสู่บทสรุปเองได้ ด้วยการสร้างการเชื่อมโยงและเปรียบเทียบบทสรุปของตนเองกับผู้อื่น อันเป็นพื้นฐานที่สำคัญที่ก่อให้เกิดองค์ความรู้ใหม่ขึ้น

สำหรับประเทศไทย สุมาลี ชัยเจริญ (2557) กล่าวว่าทฤษฎีคอนสตรัคติวิสต์หรือทฤษฎีรังสรรคนิยมเป็นกระบวนการที่เกิดขึ้นภายในของผู้เรียน โดยมีผู้เรียนเป็นผู้สร้างความรู้จากความสัมพันธ์ระหว่างสิ่งที่พบเห็นกับความรู้ความเข้าใจเดิมที่มีมาก่อนโดยพยายามนำความเข้าใจเกี่ยวกับเหตุการณ์และปรากฏการณ์ที่ตนพบเห็นมาสร้างเป็นโครงสร้างทางปัญญา หรือที่เรียกว่าสกีมา (Schema) ซึ่งเป็นหน่วยที่เล็กที่สุดของโครงสร้างทางปัญญาหรือโครงสร้างของความรู้ในสมอง โครงสร้างทางปัญญานี้จะประกอบด้วยความหมายของสิ่งต่าง ๆ ที่ใช้ภาษาหรือเกี่ยวกับเหตุการณ์ หรือสิ่งที่แต่ละบุคคลมีประสบการณ์หรือเหตุการณ์อาจเป็นความเข้าใจหรือความรู้ของแต่ละบุคคล นอกจากนี้ (ศราวุฒิ เพชรอินทร์, 2019, น. 101-109) ได้สรุปความหมาย

ของทฤษฎีคอนสตรัคติวิสต์ไว้ว่าเป็นแนวคิดที่เชื่อว่าความรู้ไม่ใช่สิ่งที่อยู่ภายนอกตัวบุคคลที่จะสามารถถ่ายโอนไปยังผู้เรียนได้ แต่ความรู้ถูกสร้างขึ้นโดยตัวผู้เรียนเองในขณะที่ผู้เรียนพยายามทำความเข้าใจหรือพยายามสร้างมโนทัศน์เกี่ยวกับสถานการณ์ใดสถานการณ์หนึ่งโดยอาศัยความรู้หรือประสบการณ์เดิมและอาศัยการมีปฏิสัมพันธ์ทางสังคมระหว่างผู้เรียนด้วยกันหรือผู้เรียนกับผู้สอน

จาก**ความหมายของทฤษฎีคอนสตรัคติวิสต์**ที่ได้กล่าวมาข้างต้นสามารถสรุปได้ว่า ทฤษฎีคอนสตรัคติวิสต์เป็นทฤษฎีการสร้างองค์ความรู้ด้วยตัวผู้เรียนเอง ผู้เรียนสามารถใช้ความรู้และประสบการณ์เดิมที่มีอยู่เป็นพื้นฐานในการเชื่อมโยงให้เกิดองค์ความรู้ใหม่โดยมุ่งให้ผู้เรียนมีความเข้าใจเกี่ยวกับเนื้อหาพร้อมทั้งสามารถประยุกต์ความรู้ที่มีกับศาสตร์อื่น ๆ เพื่อเป็นรากฐานต่อการแก้ปัญหาต่าง ๆ ได้ ทั้งนี้เชื่อว่ากระบวนการที่ได้มาขององค์ความรู้เหล่านั้นเป็นการเรียนรู้ที่เกิดขึ้นภายในตัวผู้เรียนจากการมีปฏิสัมพันธ์กับสิ่งแวดล้อมภายนอก (ครอบครัว ผู้สอน เพื่อนหรือสื่อการสอนต่าง ๆ) ผ่านการลงมือปฏิบัติด้วยตนเอง ซึ่งกระบวนการสร้างองค์ความรู้ของผู้เรียนแต่ละคนอาจจะมีวิธีการที่แตกต่างกันขึ้นอยู่กับระดับความสามารถของผู้เรียนแต่ละคน

2.6.3 แนวทางการจัดการเรียนการสอนของทฤษฎีคอนสตรัคติวิสต์

การสอนคณิตศาสตร์ในอดีตที่ผ่านมาผู้สอนต่างมุ่งไปที่เนื้อหาซึ่งระบุไว้ในหลักสูตรหรือหนังสือเรียนโดยให้ความสำคัญแค่ “สอนอย่างไรให้ครอบคลุมเนื้อหาทุกเรื่อง” แต่ด้วยเวลาที่ค่อนข้างมีอย่างจำกัด ผู้สอนมีบทบาทเพียงสอนบนกระดาน พิสูจน์หรือแสดงวิธีการหาคำตอบเพื่อให้ผู้เรียนทำแบบฝึกหัดตามวิธีการที่ผู้สอนได้อธิบายไว้ ด้วยวิธีการดังกล่าวส่งผลให้ผู้เรียนขาดความเข้าใจเกี่ยวกับแนวคิดที่สำคัญของเนื้อหาตลอดจนขาดความสามารถในการเชื่อมโยงระหว่างความรู้ที่มีอยู่เดิมกับความรู้ใหม่ ทำให้ผู้เรียนเป็นฝ่ายรับอย่างเดียวโดยปราศจากการสร้างความรู้ด้วยตนเอง และเพื่อให้ผู้เรียนมีพัฒนาการด้านความเข้าใจของเนื้อหาให้มากขึ้นอีกทั้งสามารถเชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ เข้าร่วมกันได้อันเป็นหัวใจสำคัญของการพัฒนาระดับสติปัญญาของผู้เรียน ดังนั้นผู้สอนควรมีวิธีการออกแบบการจัดการเรียนรู้ที่มุ่งให้ผู้เรียนสามารถสร้างความรู้ด้วยตนเองได้

ปัจจุบันมีนักการศึกษาจำนวนมากพยายามหารูปแบบ (Model) สำหรับการจัดการเรียนการสอนตามแนวคิดของทฤษฎีคอนสตรัคติวิสต์ ซึ่งแมเซ็นต์ (Mazen, 2021) กล่าวว่ารูปแบบการจัดการเรียนรู้เหล่านั้นมีหลายรูปแบบ เช่น รูปแบบการจัดการเรียนรู้เพื่อเปลี่ยนแปลงมโนทัศน์ (Conceptual change model หรือ CCM) รูปแบบการจัดการเรียนรู้แบบวัฏจักร (Learning cycle model หรือ LCM) รูปแบบการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐาน (Problem-

Based Learning model) รูปแบบการจัดการเรียนรู้แบบเจนเนอเรทีฟ (Generative Model หรือ GM) รูปแบบการจัดการเรียนรู้แบบคอนสตรัคติวิสต์ (Constructivist Learning Model หรือ CLM) และรูปแบบการจัดการเรียนรู้อื่น ๆ อีกมากมาย แต่อย่างไรก็ตามรูปแบบการจัดการเรียนรู้ดังที่กล่าวมาข้างต้นนั้นได้มุ่งเน้นสิ่งเดียวกันคือผู้เรียนต้องเป็นผู้ที่สร้างความรู้ด้วยตนเองได้ สำหรับงานวิจัยนี้ผู้วิจัยสนใจ**รูปแบบการจัดการเรียนรู้แบบคอนสตรัคติวิสต์** เพื่อพัฒนาระดับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ โดยใช้เทคโนโลยีเป็นเครื่องมือหลักสำหรับการเรียนการสอนจนผู้เรียนสามารถสร้างองค์ความรู้ด้วยตนเองได้ ทั้งนี้มีนักการศึกษาหลายท่านได้เสนอแนวทางการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนตามแนวคิดคอนสตรัติวิสต์ ผู้วิจัยสรุปสาระสำคัญไว้ดังนี้

คาลิคและคณะ (Çalık, Ayas, Coll, Ünal, & Co**ş**tu) เป็นนักการศึกษาที่พัฒนารูปแบบการจัดการเรียนรู้แบบคอนสตรัคติวิสต์ เพื่อแก้ปัญหาให้ผู้เรียนมีความเข้าใจด้านเนื้อหาผ่านการลงมือปฏิบัติ รวมทั้งสามารถเสาะแสวงหาความรู้ด้วยตนเองได้ จึงเสนอแนวทางการจัดการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการสอนตามแนวคอนสตรัคติวิสต์ 4 ขั้นตอน ดังนี้ (Çalık et al., 2007, น. 257-270)

ขั้นที่ 1 ขั้นตรวจสอบความรู้เดิม (Eliciting Students' Pre-Existing Ideas) ครูนำเข้าสู่บทเรียนด้วยการกระตุ้นความรู้เดิม เพื่อให้ผู้เรียนเกิดความความขัดแย้งทางปัญญา เช่น เกิดความสงสัย เกิดประเด็นปัญญา จากนั้นผู้สอนเป็นผู้นำพาผู้เรียนไปสู่การค้นหาคำตอบในประเด็นที่สนใจจะศึกษา

ขั้นที่ 2 ขั้นมุ่งมโนทัศน์เป้าหมาย (Focusing on the Target Concept) ในขั้นนี้ผู้เรียนจะลงมือปฏิบัติ มุ่งศึกษา ค้นคว้าข้อมูล สำรวจ เพื่อนำไปสู่การสร้างแนวคิดใหม่ ๆ

ขั้นที่ 3 ขั้นท้าทายความคิด (Challenging Students' Ideas) ผู้สอนคอยชี้แนะและกระตุ้นให้ผู้เรียนสร้างความรู้ความเข้าใจหรือมโนทัศน์ใหม่ ๆ และเป็นสื่อกลางในการผลักดันให้ผู้เรียนสามารถเชื่อมโยงความรู้เก่าที่มีกับความรู้ใหม่ได้

ขั้นที่ 4 ขั้นประยุกต์ความรู้ (Applying Newly Constructed Ideas to Similar Situation) ในขั้นนี้ผู้สอนจะเปิดโอกาสให้ผู้เรียนออกมานำเสนอแนวคิดใหม่ของตนเองเพื่อนำไปประยุกต์ใช้ในสถานการณ์อื่น ๆ ที่มีความคล้ายคลึงกับเนื้อหาหรือสถานการณ์ในชีวิตประจำวัน

นอกจากนี้ สำนักการศึกษากรุงเทพมหานคร (2551, น. 5-6) ได้เสนอรูปแบบการจัดการเรียนรู้แบบคอนสตรัคติวิสต์ ดังนี้

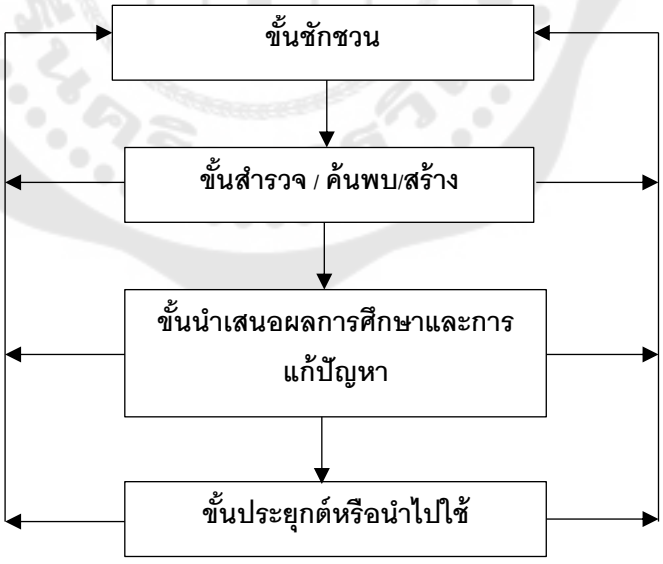
ขั้นที่ 1 ขั้นชักชวน (Invitation) เป็นขั้นที่ผู้สอนมีบทบาทสร้างแรงจูงใจในการเรียนรู้ให้แก่ผู้เรียนโดยการตั้งคำถามหรือให้ผู้เรียนสังเกตสภาพแวดล้อมใด ๆ แล้วตั้งคำถามพร้อมทั้งคำถามหรือปัญหาที่ต้องการหาคำตอบ

ขั้นที่ 2 ขั้นสำรวจ/ค้นพบ/สร้าง (Exploration / Discovery / Creation) เป็นขั้นที่ผู้เรียนมีบทบาทสูง กล่าวคือ ลงมือปฏิบัติเป็นกลุ่มย่อย ออกแบบและปฏิบัติการทดลองหรืออภิปรายเพื่อหาข้อยุติ ดังนั้น ผู้สอนจึงมีบทบาทเป็นผู้ส่งเสริมและสนับสนุนการเรียนรู้

ขั้นที่ 3 ขั้นนำเสนอผลการศึกษาและการแก้ปัญหา (Proposing Explanation and Solution) เป็นขั้นที่ผู้เรียนนำเสนอมโนทัศน์ใหม่ที่เกิดการเรียนรู้ในขั้นที่ 2 ร่วมกันทั้งชั้นเรียนและย้อนกลับไปขั้นที่ 2 อีกเพื่อดำเนินกิจกรรมต่อได้อีก

ขั้นที่ 4 ขั้นประยุกต์หรือนำไปใช้ (Take Action) เป็นขั้นที่ผู้เรียนนำความรู้ที่สร้างขึ้นประยุกต์ใช้ในสภาพการณ์ที่เป็นจริงหรือในสถานการณ์ใหม่

จากรูปแบบการสอนทั้ง 4 ขั้น ของสำนักการศึกษาข้างต้น จะสามารถกล่าวได้ว่าในแต่ละขั้นของการจัดการเรียนรู้มีความสัมพันธ์กัน ผู้เรียนสามารถย้อนกลับไปกลับมาในแต่ละขั้นได้ หากไม่สามารถสร้างแนวคิดหรือความรู้ใหม่ ดังภาพประกอบ 9



ภาพประกอบ 9 รูปแบบการจัดการเรียนรู้แบบคอนสตรัคติวิสต์

ที่มา: สำนักการศึกษา. (2551). แนวทางการจัดการเรียนรู้ตามแนวทฤษฎีสรรคนิยม. หน้า 5.

อย่างไรก็ตามแนวการจัดการเรียนรู้ในรูปแบบคอนสตรัคติวิสต์ควรเน้นการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่เสริมสร้างให้ผู้เรียนได้สื่อสารและมีปฏิสัมพันธ์กับเพื่อน โดยผู้สอนคอยช่วยเหลือ หรือหาสื่อการสอนที่หลากหลาย เช่น การนำเทคโนโลยีเข้ามาเป็นสื่อกลางให้ผู้เรียนมองสิ่งที่ยากให้เป็นรูปธรรมได้ ทั้งนี้เพื่อให้ผู้เรียนสามารถดึงความรู้ออกมาใช้ได้อย่างมีประสิทธิภาพ นอกจากนั้นผู้สอนมีหน้าที่จัดบรรยากาศให้เหมาะแก่การเรียนรู้ ตั้งประเด็นปัญหาที่ท้าทาย ตลอดจนสามารถช่วยเหลือให้ผู้เรียนสร้างความรู้ได้เอง ซึ่งอาเม็ท (Ahmed, 2016, pp. 176-194) สรุปว่าแนวทางการจัดการเรียนรู้ในรูปแบบคอนสตรัคติวิสต์ประกอบไปด้วย 4 ขั้น ดังนี้ (1) ขั้นชักชวน (Engagement หรือ Invitation stage) เป็นขั้นที่ผู้สอนมีหน้าที่เชื่อมโยงความรู้เดิมผ่านการตั้งคำถามหรือสร้างสภาพแวดล้อมให้เหมาะสมกับการเรียนรู้ เพื่อเตรียมความพร้อมก่อนเข้าสู่บทเรียน (2) ขั้นค้นหา (Exploration stage) เป็นขั้นที่มีความสำคัญที่สุด ซึ่งผู้สอนให้นักเรียนลงมือปฏิบัติกิจกรรมด้วยตนเอง ผ่านการสำรวจ ค้นหา ตั้งคำถาม ตลอดจนสามารถหาคำตอบและสร้างความรู้ใหม่ด้วยตนเองได้ ทั้งนี้ผู้สอนอาจจัดกิจกรรมในรูปแบบกลุ่มให้เพื่อนที่มีความรู้สูงกว่าช่วยเพื่อนที่มีความรู้น้อยกว่า หรือนำเอาเทคโนโลยีใหม่ ๆ เข้ามาเป็นสื่อกลางการสำรวจ ค้นหาความรู้เพื่อนำไปสู่มโนทัศน์ใหม่ (Schell & Janicki, 2012, pp. 26-36) โดยผู้สอนมีบทบาทกระตุ้นด้วยคำถามที่เกิดจากความรู้ในขั้นชักชวนหรือความรู้ที่เกี่ยวข้องกับการปฏิบัติกิจกรรม (3) ขั้นอธิบาย (Explanation Stage) เมื่อนักเรียนสร้างความรู้ใหม่จากขั้นค้นหาได้แล้ว สำหรับขั้นนี้จะตรวจสอบความถูกต้องของแนวคิด วิธีการซึ่งถูกนำมาอ้างอิงเพื่อให้เกิดความรู้ใหม่ (4) ขั้นตัดสินใจหรือแก้ปัญหา (Decision Making Stage or Problem Solving) ขั้นนี้จะเกิดขึ้นเมื่อผู้เรียนสามารถหาวิธีแก้ปัญหาที่เหมาะสมที่สุด จนเชื่อมโยงความรู้เดิมกับความรู้ใหม่เข้าด้วยกันได้ตลอดจนสามารถนำความรู้ใหม่ไปประยุกต์ใช้กับสถานการณ์อื่น ๆ ได้

ดังที่ได้กล่าวมาแล้วว่า การจัดการเรียนรู้แบบคอนสตรัคติวิสต์ เป็นการจัดการเรียนรู้ที่ช่วยให้ผู้เรียนสร้างความรู้ใหม่ด้วยตนเองจากการลงมือปฏิบัติกิจกรรมต่าง ๆ โดยผู้เรียนเป็นศูนย์กลางในการควบคุมการดำเนินการต่าง ๆ ในชั้นเรียน เช่น เวลาที่ใช้ในการปฏิบัติกิจกรรม เนื้อหา ความรู้ความเข้าใจใหม่ หรือความต่อเนื่องของการดำเนินการ เป็นต้น และถึงแม้ว่าการจัดการเรียนรู้ในรูปแบบนี้จะมีผู้สอนคอยให้คำชี้แนะ อย่างไรก็ตามการที่ผู้เรียนต้องสร้างความรู้ใหม่ด้วยตนเองภายในเวลาที่มีอย่างจำกัดเป็นสิ่งยาก จึงเป็นความท้าทายกับผู้สอนว่าจะสรรหาวิธีการสอนใดมาส่งเสริมให้ผู้เรียนสามารถเรียนรู้ด้วยความเข้าใจให้เร็วยิ่งขึ้น ด้วยเหตุนี้เองการนำ**เทคโนโลยี** (Technology) เข้ามาในการเรียนการสอน และ**บทบาทของผู้สอน**จึงเป็นตัวแปรที่สำคัญต่อเรียนรู้ จากการสังเคราะห์แนวคิดของนักการศึกษาหลายท่านที่เสนอการใช้

เทคโนโลยีในการเรียนการสอนและบทบาทของผู้สอนด้วยการจัดการเรียนรู้แบบคอนสตรัคติวิสต์ ทำให้ผู้วิจัยสรุปได้ ดังนี้

สิ่งสำคัญของการนำเทคโนโลยีเข้ามาใช้ในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ คือ ผู้สอนควรเน้นให้ผู้เรียนมีพัฒนาการด้านทักษะและกระบวนการคิด พร้อมทั้งเกิดความเข้าใจเนื้อหาอย่างแท้จริงผ่านการลงมือปฏิบัติด้วยตนเอง โดยเชื่อว่าประโยชน์จากเทคโนโลยีที่ก้าวหน้าและทันสมัยเป็นปัจจัยสำคัญที่จะช่วยให้ผู้เรียนเข้าใจเนื้อหาและเรียนคณิตศาสตร์ด้วยความสนุกมากขึ้นอย่างเห็นได้ชัดเจน

กิลลัคจานี และคณะ (Gilakjani, Leong & Ismail) เชื่อว่าการจัดการเรียนรู้แบบคอนสตรัคติวิสต์จะมีประสิทธิภาพได้ผู้เรียนต้องทดลอง สำรวจซ้ำกันหลาย ๆ ครั้งและฝึกฝนอย่างสม่ำเสมอ เพื่อเปิดโอกาสให้ผู้เรียนดูดซึมความรู้ใหม่ ๆ ผ่านการสังเกตและวิธีการที่หลากหลายโดยใช้เทคโนโลยีเป็นตัวกลางสำคัญที่เสริมพลังความรู้ของผู้เรียนขณะดำเนินกิจกรรมเรียนรู้ คิด และแก้ไขปัญหา กล่าวคือ เทคโนโลยีจะช่วยสนับสนุนให้นักเรียนสามารถสำรวจ สังเกตผ่านการทำโจทย์ที่หลากหลายจนสามารถสร้างข้อความคาดการณ์ต่าง ๆ ได้ ในเวลาที่มีอย่างจำกัด ซึ่งในปัจจุบันเทคโนโลยีเป็นเครื่องมือที่เหมาะสมสำหรับการนำมาประยุกต์ใช้กับการจัดการเรียนรู้แบบคอนสตรัคติวิสต์เพื่อเสริมสร้างการมีปฏิสัมพันธ์ระหว่างผู้เรียนกับผู้สอนและเทคโนโลยี นอกจากนั้นระบบซอร์ฟแวร์ต่าง ๆ ก็สามารถนำมาประยุกต์ใช้ได้เช่นเดียวกันซึ่งผู้เรียนสามารถออกแบบหรือสร้างสรรค์ผลงาน ค้นหา หรือแก้ปัญหา โดยเชื่อว่าสิ่งเหล่านี้สร้างความท้าทายในการเรียนรู้และปฏิบัติกิจกรรมของนักเรียน อีกทั้งช่วยเปิดโอกาสให้ผู้เรียนคิดหรือกระทำสิ่งที่เป็นหัวใจของเนื้อหาสาระมากขึ้นโดยปราศจากความกังวลด้านการคำนวณ หรือใด ๆ ก็ตามที่ไม่ใช่สิ่งสำคัญของการเรียนรู้ (Gilakjani et al., 2013, pp. 46-63)

อย่างไรก็ตามข้อตกลงของการใช้เทคโนโลยีสำหรับการจัดการเรียนการสอนก็เป็นสิ่งสำคัญ และเพื่อให้ผู้สอนรู้แนวทางการใช้เทคโนโลยีให้เหมาะสม นักการศึกษาที่ศึกษาเกี่ยวกับทฤษฎีคอนสตรัคติวิสต์ในยุคแรก ๆ คือ แพเพิร์ต (Papert) ได้เสนอเกี่ยวกับข้อตกลงดังกล่าวว่า

1) ผู้สอนควรหากิจกรรมที่เน้นให้ผู้เรียนมีปฏิสัมพันธ์กับเทคโนโลยีที่หลากหลายโดยให้ผู้เรียนเป็นศูนย์กลางของการเรียนรู้ ทั้งนี้ให้ใช้เทคโนโลยีเสมือนลงมือปฏิบัติด้วยมือ ซึ่งผู้เรียนจะได้กระบวนการครบถ้วนเหมือนเดิมแต่ลดเรื่องระยะเวลาลงได้

2) ควรใช้เทคโนโลยีเพื่อส่งเสริมการแก้ปัญหาในชีวิตจริง

3) ดึงเอาข้อดีของเทคโนโลยีมาสร้างประโยชน์ให้คุ้มค่า เช่น การคำนวณด้วยความแม่นยำสูง เป็นต้น เพื่อลดกระบวนการบางอย่างที่ไม่จำเป็นและเน้นกระบวนการที่สำคัญอย่างอื่นตลอดจนผู้เรียนมีแนวคิดหรือแก้ปัญหาในชีวิตจริงได้

4) พยายามนำความรู้เกี่ยวกับเทคโนโลยีไปเชื่อมโยงกับศาสตร์อื่น ๆ เพื่อให้ผู้เรียนเห็นคุณค่าของสิ่งที่กำลังจะเรียน (Papert, 1998)

สำหรับการศึกษาในประเทศไทยได้ให้ความสำคัญกับการนำเทคโนโลยีเข้ามาประกอบการเรียนการสอนในวิชาคณิตศาสตร์ ซึ่ง สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2555, น. 45) เสนอว่า แนวทางการใช้เทคโนโลยีตามแนวคอนสตรัคติวิสต์ควรเป็นการบูรณาการความรู้เดิมในศาสตร์ด้านต่าง ๆ ที่ผู้เรียนเคยศึกษามาใช้ร่วมกันในการสร้างความรู้

นอกจากนั้น สุมาลี ชัยเจริญ (2557) ได้อธิบายการใช้เทคโนโลยีสนับสนุนการเรียนตามแนวคอนสตรัคติวิสต์ ซึ่งกล่าวโดยสรุปว่า

1) เทคโนโลยีเป็นสิ่งที่มีความหมายมากกว่าเครื่องมือ เทคโนโลยีควรประกอบด้วยการออกแบบที่จะช่วยเหลือ สนับสนุนผู้เรียนเกี่ยวกับกลยุทธ์การเรียนรู้ทางพุทธิปัญญา ทักษะการคิดอย่างมีวิจารณญาณ เทคนิคและความสามารถในการประยุกต์

2) เทคโนโลยีการเรียนรู้เป็นสิ่งแวดล้อมใด ๆ ก็ตามที่เป็นกิจกรรมที่ช่วยสนับสนุนผู้เรียนในการสร้างความรู้และความหมาย

3) การสร้างความรู้ไม่ใช่การสนับสนุนจากการใช้เทคโนโลยีที่ใช้เป็นตัวกลางส่ง หรือทำหน้าที่ขนส่งความรู้หรือการสอน ตลอดจนควบคุมปฏิสัมพันธ์ผู้เรียนทั้งหมด

4) เทคโนโลยีสนับสนุนการสร้างความรู้ ถ้าผู้เรียนมีความต้องการเรียนรู้หรือมีแรงขับเคลื่อนภายใน เมื่อมีปฏิสัมพันธ์กับเทคโนโลยีจะช่วยสนับสนุนให้เกิดความคิดรวบยอดและสติปัญญา

5) เทคโนโลยีเปรียบเสมือนเครื่องมือทางปัญญาที่จะช่วยกระตุ้นผู้เรียนให้สร้างการอธิบายของตนเองอย่างมีความหมายและสามารถนำเสนอในชีวิตจริงได้ ซึ่งเครื่องมือทางปัญญานี้จะต้องสนับสนุนปัจจัยทางด้านสติปัญญาและความต้องการในการเรียนรู้

6) ผู้เรียนและเทคโนโลยีควรเป็นสิ่งที่คู่กันเสมือนเพื่อนทางสติปัญญาที่ช่วยส่งเสริมความรับผิดชอบทางพุทธิปัญญาและการแสดงออกถึงความสามารถ

จากที่กล่าวมาผู้วิจัยสังเคราะห์ได้ว่า การเรียนรู้ที่ดีขึ้นไม่ได้มาจากการสรรหาวิธีการสอนของผู้สอนที่ดี แต่มาจากการเปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้สังเกตรวมทั้งสร้างความรู้เองมาก

ขึ้นด้วยเครื่องมือต่าง ๆ ที่เสริมสร้างการมีปฏิสัมพันธ์ระหว่างผู้เรียนกับเทคโนโลยี ซึ่งเทคโนโลยีเปรียบเสมือน**เพื่อนทางสติปัญญาของผู้เรียน** โดยผู้สอนมีหน้าที่กระตุ้น อธิบายและสนับสนุน

เนื่องจากงานวิจัยนี้มุ่งหมายเพื่อศึกษาระดับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์เรื่อง เซต ตามกรอบทฤษฎี APOS โดยใช้ภาษาไพธอน สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษา และจากข้อมูล ข้อสรุปที่ได้กล่าวมา ผู้วิจัยได้นำมาปรับปรุงเพื่อใช้เป็นแนวทางในการจัดการเรียนการสอนตามแนวคิดของทฤษฎีคอนสตรัคติวิสต์ ซึ่งมี 4 ขั้นตอน ดังนี้

ขั้นที่ 1 ขั้นชักชวน เป็นขั้นที่ผู้สอนเสนอสถานการณ์อันเชื่อมโยงกับชีวิตประจำวันหรือเสนอการนำความรู้ทางคณิตศาสตร์ไปใช้กับศาสตร์อื่น ๆ เพื่อสร้างแรงจูงใจต่อการเรียน โดยสถานการณ์ที่ผู้สอนเลือกมานั้นต้องเหมาะสม ใกล้ตัว และสอดคล้องกับความสามารถของผู้เรียน ทำให้ผู้เรียนเกิดความอยากรู้อยากเห็น หรือเป็นขั้นที่ผู้สอนทบทวนความรู้เดิมให้แก่ผู้เรียน เพื่อเตรียมความพร้อมสำหรับการเรียนในขั้นถัดไป

ขั้นที่ 2 ขั้นสำรวจ เป็นขั้นที่ผู้เรียนลงมือปฏิบัติกิจกรรม โดยใช้เทคโนโลยีเป็นสื่อกลางในการสำรวจ ค้นหาผลลัพธ์ ตามคำแนะนำของผู้สอน หรือจากการศึกษาด้วยตนเอง เพื่อเสริมสร้างการมีปฏิสัมพันธ์ระหว่างผู้เรียนกับผู้สอน หรือผู้เรียนกับเทคโนโลยี จนสามารถหาผลลัพธ์เองได้

ขั้นที่ 3 ขั้นความรู้ใหม่ เป็นขั้นที่ผู้เรียนสามารถอธิบายที่มาของผลลัพธ์จากการสำรวจด้วยเทคโนโลยี สร้างข้อความคาดการณ์ หรือสรุปความรู้ใหม่ได้

ขั้นที่ 4 ขั้นประยุกต์ความรู้ เป็นขั้นที่ผู้เรียนจะใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่ได้ในขั้นที่ 2 และ 3 มาแก้ปัญหาในสถานการณ์ที่กำหนดให้ได้

จอร์จ พี เซล และ โทมัส เจ จานิกิ (Schell & Janicki, 2012, p. 29) ได้เปรียบเทียบการจัดการเรียนการสอนรูปแบบเดิมกับรูปแบบคอนสตรัคติวิสต์ ดังตาราง 5

ตาราง 5 การเปรียบเทียบการจัดการเรียนการสอนรูปแบบเดิมกับรูปแบบคอนสตรัคติวิสต์

หัวข้อที่ใช้เปรียบเทียบ	การจัดการเรียนการสอนรูปแบบเดิม	การจัดการเรียนการสอนรูปแบบคอนสตรัคติวิสต์
ประโยชน์หลัก	ใช้เนื้อหาที่ระบุในหลักสูตรอย่างคุ้มค่า	เกิดความเข้าใจที่ลึกและเกิดความรู้ที่คงทนกว่าแบบเดิม
การควบคุม	ผู้สอนเป็นผู้ควบคุมการสอน	ผู้เรียนเป็นศูนย์กลางในการเรียนรู้ โดยผู้สอนเป็นเพียงผู้ให้คำแนะนำ
การศึกษาเน้นไปที่	การเข้าถึงความรู้และข้อเท็จจริงของผู้เรียน	การเข้าถึงกลยุทธ์และกระบวนได้รับความรู้ของผู้เรียน
การสื่อสาร	เน้นที่ผู้สอนถ่ายทอดความรู้ให้ผู้เรียน	เน้นที่การสร้างปฏิสัมพันธ์ระหว่างผู้สอนกับผู้เรียน
ความสัมพันธ์กับเทคโนโลยี	ใช้เทคโนโลยีเพียงเล็กน้อย	รับเอาเทคโนโลยีใหม่ ๆ เพื่อเป็นสื่อกลางในการสื่อสารและค้นหาความรู้ เพื่อนำไปสู่กระบวนการเรียนรู้ใหม่ ๆ

ที่มา: Schell P. George & Janicki J.Thomas. (2012). Online Course Pedagogy and the Constructivist Learning Model. *Journal of the southern association for information systems.* 1(1): 29.

สำหรับ**บทบาทของผู้สอน** มีนักการศึกษาหลายท่านได้เสนอแนวคิดไว้ดังนี้

ปีเตอร์ อี ดูลิทเทิร์น และเดวิล ฮิคส์ (Peter & David, 2003, pp. 72-104) ได้เสนอว่าเครื่องมือสำคัญที่ทำให้ผู้เรียนสามารถสร้างองค์ความรู้ได้อย่างรวดเร็วนั้น คือ ผู้สอนต้องเน้นให้ผู้เรียนมีปฏิสัมพันธ์กับเทคโนโลยี หรือสร้างสื่อการสอนโดยให้ผู้เรียนได้ใช้เทคโนโลยีระหว่างการปฏิบัติกิจกรรมด้วยตนเอง เพื่อให้ผู้เรียนเกิดความสนใจ สืบเสาะหาข้อมูล ตั้งประเด็นปัญหาตลอดจนสร้างความรู้เองได้

อัลซาห์รานี และวูลเลิร์ด (Alzahrani & Woollard, 2013, pp. 4-9) ได้เสนอบทบาทของผู้สอนในการจัดการเรียนการสอนรูปแบบคอนสตรัคติวิสต์ ดังนี้ (1) ผู้สอนเป็นผู้ชี้แนะคอยช่วยเหลือให้ผู้เรียนสร้างความรู้และควบคุมให้ผู้เรียนลงมือปฏิบัติด้วยตนเอง (2) ผู้สอน

ให้ความสำคัญกับการตอบสนองของผู้เรียนเพื่อให้ผู้เรียนมีปฏิสัมพันธ์กับสิ่งแวดล้อมภายนอก เช่น ผู้สอน เพื่อน เทคโนโลยี เป็นต้น และ (3) ผู้สอนปล่อยให้ผู้เรียนเป็นผู้นำบทเรียน ยกระดับกลยุทธ์การสอน และปรับเปลี่ยนเนื้อหาที่เรียน ลดบทบาทของผู้สอนเพื่อส่งเสริมให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้แบบร่วมมือ

ทิศนา แขมมณี (2559, น. 90-105) ได้กล่าวถึงบทบาทของผู้สอนว่า ผู้สอนต้องพยายามสร้างบรรยากาศทางสังคม จริยธรรม ให้เกิดขึ้น กล่าวคือ ผู้เรียนจะต้องมีโอกาสเรียนรู้ในบรรยากาศที่เอื้อต่อการปฏิสัมพันธ์ทางสังคมอันเป็นหัวใจสำคัญของการสร้างองค์ความรู้ เนื่องจากลำพังกิจกรรมและสื่อการเรียนรู้ทั้งหลายที่ผู้สอนจัดให้ หรือผู้เรียนหามาไม่เพียงพอต่อการเรียนรู้ นอกจากนั้นเชื่อว่าผู้เรียนจะสามารถเรียนรู้ซับซ้อนขึ้น หลากหลายขึ้นขึ้นอยู่กับการร่วมมือ การแลกเปลี่ยนความรู้ และการสร้างประสบการณ์ระหว่างผู้เรียนกับผู้เรียน หรือผู้เรียนกับบุคคลอื่น ๆ ที่มีความรู้สูงกว่า

ศราวุฒิ เพชรอินทร์ (2019, น. 101-109) ได้สรุปบทบาทของผู้สอนว่า (1) ผู้สอนมีหน้าที่ช่วยให้ผู้เรียนเกิดความสนใจต่อสถานการณ์ปัญหาที่ผู้สอนเสนอทั้งนี้เพื่อกระตุ้นให้ผู้เรียนเกิดความขัดแย้งทางปัญญาตลอดจนนำไปสู่องค์ความรู้ใหม่ (2) กระตุ้นให้ผู้เรียนสร้างองค์ความรู้ด้วยการใช้คำถามกระตุ้น ให้ข้อมูลที่จำเป็นเท่านั้น (3) ให้เวลาแก่ผู้เรียนได้ใช้ความคิดความรู้เดิมของตนเองรวมทั้งประสบการณ์ที่เคยเรียนมา เพื่อนำมาใช้ในการสร้างความรู้ และ (4) ส่งเสริมให้ผู้เรียนมีปฏิสัมพันธ์กับเพื่อนร่วมชั้นรวมถึงผู้สอน เพื่อเกิดการแลกเปลี่ยนความเห็นและนำไปปรับปรุงวิธีการหาคำตอบหรือแก้ไขปัญหาของตนเอง

จากการศึกษาบทบาทของผู้สอนที่ได้กล่าวมาข้างต้น ผู้วิจัยนำมาสังเคราะห์และพัฒนาบทบาทของผู้สอนในด้านการเตรียมการสอน และการสร้างบรรยากาศในชั้นเรียน สรุปได้ดังนี้

ด้านการเตรียมการสอน สืบค้นสถานการณ์ที่เชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ไปที่ประยุกต์ใช้กับศาสตร์อื่น ๆ เตรียมกิจกรรมการเรียนการสอนให้สอดคล้องกับสิ่งที่ต้องการวัดโดยมุ่งเน้นให้ผู้เรียนมีปฏิสัมพันธ์กับสิ่งแวดล้อมภายนอก เช่น ผู้สอน เพื่อน รวมทั้งการใช้เทคโนโลยี เตรียมเครื่องมือสำหรับการวัดและประเมินผลเพื่อศึกษาระดับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เซต ตามกรอบทฤษฎี APOS โดยใช้ภาษาไพธอน และเตรียมสื่อการสอนโดยใช้ภาษาไพธอนเป็นสื่อกลางให้ผู้เรียนเกิดมโนภาพและเข้าใจกระบวนการทำงานของโปรแกรม

ด้านการสร้างบรรยากาศในชั้นเรียน ควรจัดบรรยากาศในชั้นเรียนให้เป็นกันเอง เพื่อให้ผู้เรียนมีอิสระในการสร้างความรู้ใหม่ ๆ ตามแนวทางของตนเอง ผ่านการกระตุ้น

ซักถามความคิดเห็น ใช้สื่อการสอนที่ถูกสร้างด้วยผู้สอนอย่างเหมาะสม ตลอดจนเปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้ตรวจสอบและทบทวนความเข้าใจด้วยชิ้นงานของตนเอง โดยผู้สอนมีหน้าที่อำนวยความสะดวก ให้คำชี้แนะแก่ผู้เรียน

2.7 แนวทางการหาประสิทธิภาพของกิจกรรมการเรียนการสอน

การพัฒนารูปแบบการจัดการเรียนการสอนหรือนวัตกรรมก่อนนำมาใช้งานจริง จำเป็นต้องอาศัยการทดสอบประสิทธิภาพ (Developmental Testing) เป็นสิ่งรับประกันว่าเครื่องมือ สื่อ หรือนวัตกรรมนั้นมีประสิทธิภาพมากน้อยเพียงใด โดยชัยยงค์ พรหมวงศ์ (2556, น. 7-19) ได้อธิบายแนวทางทดสอบประสิทธิภาพของการจัดการเรียนการสอน ซึ่งมีรายละเอียดดังนี้

2.7.1 **ประสิทธิภาพ** (Efficiency) หมายถึง สภาวะหรือคุณภาพของสมรรถนะในการดำเนินงานเพื่อให้งานมีความสำเร็จโดยใช้เวลา ความพยายาม และค่าใช้จ่ายคุ้มค่าที่สุดตามจุดมุ่งหมายที่กำหนดไว้เพื่อให้ได้ผลลัพธ์ โดยกำหนดเป็นอัตราส่วนหรือร้อยละระหว่างปัจจัยนำเข้า กระบวนการและผลลัพธ์ (Ratio between Input, Process and Output) โดยทั่วไปมักเกิดความสับสนกับคำว่า ประสิทธิผล (Effectiveness) ซึ่งเป็นคำที่คลุมเครือ ไม่เน้นปริมาณ และมุ่งให้บรรลุวัตถุประสงค์และเน้นการทำสิ่งที่ถูกที่ควร (Doing the Right Thing) ในทำนองเดียวกับประสิทธิภาพซึ่งเน้นการดำเนินการที่ถูกต้องหรือกระทำสิ่งใด ๆ อย่างถูกวิธี ดังนั้นคำว่า “ประสิทธิภาพ” กับ “ประสิทธิผล” จึงมักใช้คู่กัน และเมื่อกล่าวถึงประสิทธิภาพของสื่อหรือชุดการสอนในปัจจุบันนิยมนำไปทดสอบด้วยกระบวนการ 2 ขั้นตอน ได้แก่ (1) **การทดสอบประสิทธิภาพใช้เบื้องต้น** (Try Out) เป็นการนำสื่อหรือชุดการสอนที่ผลิตขึ้นเป็นต้นแบบ (Prototype) แล้วไปทดสอบประสิทธิภาพใช้ตามขั้นตอนที่กำหนดไว้ในแต่ละระบบ เพื่อปรับปรุงประสิทธิภาพของสื่อหรือชุดการสอนให้เท่าเกณฑ์ที่กำหนดไว้ และปรับปรุงจนถึงเกณฑ์ (2) **การทดสอบประสิทธิภาพสอนจริง** (Trial Run) เป็นการนำสื่อหรือชุดการสอนที่ได้ทดสอบประสิทธิภาพการใช้และปรับปรุงจนได้คุณภาพถึงเกณฑ์แล้วของแต่ละหน่วย ทุกหน่วยในแต่ละวิชาไปสอนจริงในชั้นเรียนหรือในสถานการณ์การเรียนที่แท้จริงในช่วงเวลาหนึ่ง อาทิ 1 ภาคการศึกษาเป็นอย่างน้อย เพื่อตรวจสอบคุณภาพเป็นครั้งสุดท้ายก่อนนำไปเผยแพร่และผลิตออกมาเป็นจำนวนมาก สำหรับ 2 กระบวนการข้างต้นเป็นกระบวนการสำคัญใน**การทดสอบประสิทธิภาพของสื่อหรือชุดการสอน** ซึ่งผ่านการวิจัยและพัฒนา (Research and Development: R & D) โดยดำเนินการวิจัยในขั้นทดสอบประสิทธิภาพเบื้องต้นและอาจทดสอบ

ประสิทธิภาพซ้ำในขั้นทดสอบประสิทธิภาพใช้จริงด้วยก็ได้ เพื่อประกันคุณภาพของสถาบันการศึกษาทางไกลนานาชาติ

สำหรับความจำเป็นที่จะต้องหาประสิทธิภาพของสื่อหรือชุดการสอน มีด้วยกัน 3 ประการ ได้แก่

1) สำหรับหน่วยงานผลิตสื่อหรือชุดการสอน การทดสอบประสิทธิภาพช่วยประกันคุณภาพของสื่อหรือชุดการสอนว่าอยู่ในขั้นสูง เหมาะสมที่จะลงทุนผลิตออกมาเป็นจำนวนมาก

2) สำหรับผู้ใช้สื่อหรือชุดการสอน สื่อหรือชุดการสอนที่ผ่านการทดสอบประสิทธิภาพจะทำหน้าที่เป็นเครื่องมือช่วยสอนได้เป็นอย่างดี ในการสร้างสภาพการเรียนให้ผู้เรียนได้เปลี่ยนแปลงพฤติกรรมตามที่มุ่งหวัง

3) สำหรับผู้ผลิตสื่อหรือชุดการสอน การทดสอบประสิทธิภาพจะทำให้ผู้ผลิตมั่นใจได้ว่าเนื้อหาสาระที่บรรจุลงในสื่อหรือชุดการสอนมีความเหมาะสม ง่ายต่อการทำความเข้าใจ อันจะช่วยให้ผู้ผลิตมีความชำนาญสูงขึ้น เป็นการประหยัดแรงสมอง แรงงาน เวลาและเงินทองในการเตรียมต้นแบบ

จากที่กล่าวมาข้างต้นจะเห็นได้ว่า การทดสอบประสิทธิภาพของสื่อหรือชุดการสอนมีความจำเป็นทั้งหน่วยงานผลิต ผู้ใช้และผู้ผลิต ผู้วิจัยจึงศึกษาเกี่ยวกับการกำหนดเกณฑ์ประสิทธิภาพ วิธีการคำนวณการประสิทธิภาพ การตีความหมายผลการคำนวณ ขั้นตอนการทดสอบประสิทธิภาพ และการเลือกผู้เรียนมาทดสอบประสิทธิภาพ เพื่อนำมาประยุกต์ใช้ในการวิจัยครั้งนี้

2.7.2 การกำหนดเกณฑ์ประสิทธิภาพ:

สำหรับความหมายของ**เกณฑ์** (Criterion) เป็นขีดกำหนดที่จะยอมรับว่าสิ่งใดหรือพฤติกรรมใดมีคุณภาพและ/หรือปริมาณที่จะรับได้ ส่วน**เกณฑ์ประสิทธิภาพ** เป็นระดับประสิทธิภาพของสื่อหรือชุดการสอนที่จะช่วยให้ผู้เรียนเกิดการเปลี่ยนแปลงพฤติกรรม เป็นระดับที่ผลิตสื่อหรือชุดการสอนจะพึงพอใจ

การกำหนดเกณฑ์ประสิทธิภาพกระทำได้โดยการประเมินผลพฤติกรรมของผู้เรียน 2 ประเภท ได้แก่

(1) พฤติกรรมต่อเนื่อง (Transitional Behavior) เป็นการกำหนดค่าประสิทธิภาพของกระบวนการ (Efficiency of Process, E_1) คือ ประเมินผลต่อเนื่องซึ่งประกอบด้วยพฤติกรรมย่อยของผู้เรียน เรียกว่า “กระบวนการ (Process)” ที่เกิดจากการประกอบ

กิจกรรมกลุ่ม ได้แก่ การทำโครงการ หรือรายงานเป็นกลุ่ม และรายงานบุคคล ได้แก่ งานที่มอบหมายและกิจกรรมอื่นใดที่ผู้สอนกำหนดไว้

(2) พฤติกรรมสุดท้าย (Terminal Behavior) เป็นการกำหนดค่าประสิทธิภาพของผลลัพธ์ (Efficiency of Product, E_2) คือ ประเมินผลลัพธ์ (Product) ของผู้เรียนโดยพิจารณาจากการสอบหลังเรียนและการสอบไล่

การที่จะกำหนดเกณฑ์ E_1/E_2 ให้มีค่าเท่าใดนั้น ผู้สอนสามารถพิจารณาตามความพอใจ โดยพิจารณาพิสัยการเรียนที่ถูกจำแนกในแต่ละด้าน เช่น *ด้านวิทยพิสัยหรือพุทธิพิสัย (Cognitive Domain)* ลักษณะเนื้อหาที่เป็นความรู้ ความจำนิยมตั้งเกณฑ์ไว้สูงสุดแล้วลดต่ำลงมา ได้แก่ 90/90, 85/85, 80/80 หรือ*ด้านจิตพิสัย (Affective Domain)* ในส่วนเนื้อส่วนนี้ต้องใช้เวลาไปฝึกฝนและพัฒนาไม่สามารถทำได้ถึงเกณฑ์ระดับสูงได้ในห้องเรียนหรือในขณะเรียน จึงอนุโลมให้ตั้งไว้ต่ำลง ได้แก่ 80/80, 75/75 แต่ไม่ต่ำกว่า 75/75 เนื่องจากเป็นระดับความพอใจต่ำสุดจึงไม่ควรตั้งเกณฑ์ไว้ต่ำกว่านี้

2.7.3 วิธีการคำนวณหาประสิทธิภาพ:

วิธีการคำนวณหาประสิทธิภาพ กระทำได้ 2 วิธี ได้แก่

ก. โดยใช้สูตร กระทำได้โดยใช้สูตรต่อไปนี้

สูตรที่ 1

$$E_1 = \frac{\sum x}{\frac{N}{A}} \times 100 \text{ หรือ } \frac{\bar{x}}{A} \times 100$$

เมื่อ E_1 คือ ประสิทธิภาพของกระบวนการ

$\sum x$ คือ คะแนนรวมของแบบฝึกปฏิบัติกิจกรรม

A คือ คะแนนเต็มของแบบฝึกปฏิบัติทุกชิ้นรวมกัน

N คือ จำนวนผู้เรียน

สูตรที่ 2

$$E_1 = \frac{\sum F}{\frac{N}{B}} \times 100 \text{ หรือ } \frac{\bar{F}}{B} \times 100$$

เมื่อ E_2 คือ ประสิทธิภาพของผลลัพธ์

$\sum F$ คือ คะแนนรวมของการประเมินหลังเรียน

B คือ คะแนนเต็มของการประเมินงานสุดท้าย

N คือ จำนวนผู้เรียน

การคำนวณหาประสิทธิภาพโดยใช้สูตรดังกล่าวข้างต้น กระทำได้โดยการนำคะแนนรวมแบบฝึกปฏิบัติ หรือผลงานในขณะประกอบกิจกรรมกลุ่ม/เดี่ยว และคะแนนสอบหลังเรียน มาเข้าตารางแล้วจึงคำนวณหาค่า E_1/E_2

ข. โดยใช้วิธีการคำนวณโดยไม่ใช้สูตร

หากจำสูตรไม่ได้หรือไม่อยากใช้สูตร ผู้ผลิตสื่อหรือชุดการสอนก็สามารถใช้วิธีการคำนวณธรรมดาหาค่า E_1 และ E_2 ได้ ด้วยวิธีการคำนวณธรรมดา

สำหรับ E_1 คือ ค่าประสิทธิภาพของงาน และแบบฝึกปฏิบัติ กระทำได้โดยการนำคะแนนงานทุกชิ้นของผู้เรียนในแต่ละกิจกรรม แต่ละคนมารวมกัน แล้วหาค่าเฉลี่ยและเทียบส่วนโดยร้อยละ

สำหรับ E_2 คือ ค่าประสิทธิภาพของผลลัพธ์ของการประเมินหลังเรียนของแต่ละสื่อหรือชุดการสอน กระทำได้โดยการเอาคะแนนจากการสอบหลังเรียนและคะแนนจากงานสุดท้ายของผู้เรียนทั้งหมดรวมกัน หาค่าเฉลี่ยแล้วเทียบส่วนร้อย เพื่อหาค่าร้อยละ

2.7.4 **การตีความหมายผลการคำนวณ:**

หลังจากการคำนวณหาค่า E_1 และ E_2 ได้แล้ว ผู้หาประสิทธิภาพต้องตีความหมายของผลลัพธ์โดยยึดหลักการและแนวทาง คือ ความคลาดเคลื่อนของผลลัพธ์ ให้มีความคลาดเคลื่อนหรือความแปรปรวนของผลลัพธ์ได้ไม่เกิน .05 (ร้อยละ 5) จากช่วงต่ำไปสูง ± 2.5 นั่นให้ผลลัพธ์ของค่า E_1 และ E_2 ที่ถือว่า เป็นไปตามเกณฑ์ไม่เกิน 2.5% และสูงกว่าเกณฑ์ที่ตั้งไว้ไม่เกิน 2.5% หากคะแนน E_1 หรือ E_2 ห่างกันเกิน 5% แสดงว่า กิจกรรมที่ให้นักเรียนทำกับการทดสอบหลังเรียนไม่สมดุลกัน เช่น

ค่า E_1 มากกว่า E_2 แสดงว่า งานที่มอบหมายอาจจะง่ายกว่าการสอบ หรือ

ค่า E_2 มากกว่า E_1 แสดงว่า การสอบง่ายกว่าหรือไม่สมดุลกับงานที่มอบหมายให้ทำจำเป็นต้องปรับแก้

หากสื่อหรือชุดการสอนได้รับการออกแบบและพัฒนาอย่างดีมีคุณภาพ ค่า E_1 หรือ E_2 ที่คำนวณได้จากการทดสอบประสิทธิภาพจะต้องใกล้เคียงกับและห่างไม่เกิน 5% ซึ่งเป็นตัวชี้ที่จะยืนยันได้ว่า ผู้เรียนได้มีการเปลี่ยนพฤติกรรมต่อเนื่องตามลำดับขั้นหรือไม่ ก่อนที่จะมี

การเปลี่ยนพฤติกรรมขั้นสุดท้ายหรืออีกนัยหนึ่งต้องประกันได้ว่าผู้เรียนมีความรู้จริง ไม่ใช่กิจกรรมหรือการสอบได้เพราะการเดา

2.7.5 **ขั้นตอนการทดสอบประสิทธิภาพ**:

เมื่อผลิตสื่อหรือชุดการสอนขึ้นเป็นต้นแบบแล้ว ต้องนำสื่อหรือชุดการสอนไปหาประสิทธิภาพ ซึ่งมีรายละเอียด ดังนี้

(1) การทดสอบประสิทธิภาพแบบเดี่ยว (1:1) เป็นการทดสอบประสิทธิภาพที่ผู้สอน 1 คน ทดสอบประสิทธิภาพสื่อหรือชุดการสอนกับผู้เรียน 1-3 คน โดยใช้เด็กอ่อน ปานกลาง และเด็กเก่ง ระหว่างทดสอบประสิทธิภาพให้จับเวลาในการประกอบกิจกรรม พร้อมทั้งสังเกตพฤติกรรมของผู้เรียนว่า หงุดหงิด ทำหน้าฉงน หรือทำท่าไม่เข้าใจหรือไม่ ประเมินการเรียนจากกระบวนการ คือ กิจกรรมหรือภารกิจและงานที่มอบให้ทำและทดสอบหลังเรียน นำคะแนนมาคำนวณหาประสิทธิภาพ หากไม่ถึงเกณฑ์ต้องปรับปรุงเนื้อหาสาระ กิจกรรมระหว่างเรียน และแบบทดสอบหลังเรียนให้ดีขึ้น โดยปกติคะแนนที่ได้จากการทดสอบประสิทธิภาพแบบเดี่ยวนี้จะได้คะแนนต่ำกว่าเกณฑ์มาก แต่ไม่ต้องกังวลเมื่อปรับปรุงแล้วจะสูงขึ้นมาก ก่อนนำไปทดสอบประสิทธิภาพแบบกลุ่ม ทั้งนี้ E_1/E_2 ที่ได้จะมีค่าประมาณ 60/60

(2) การทดสอบประสิทธิภาพแบบกลุ่ม (1:10) เป็นการทดสอบประสิทธิภาพที่ผู้สอน 1 คน ทดสอบประสิทธิภาพสื่อหรือชุดการสอนกับผู้เรียน 6-10 คน (คละผู้เรียนที่เก่ง ปานกลาง และอ่อน) ระหว่างทดสอบประสิทธิภาพให้จับเวลาในการประกอบกิจกรรม พร้อมทั้งสังเกตพฤติกรรมของผู้เรียนว่า หงุดหงิด ทำหน้าฉงน หรือทำท่าไม่เข้าใจหรือไม่ หลังจากทดสอบประสิทธิภาพให้ประเมินการเรียนจากกระบวนการ คือ กิจกรรมหรือภารงานที่มอบให้ทำประจำหน่วย ให้นำคะแนนมาคำนวณหาประสิทธิภาพ หากไม่ถึงเกณฑ์ต้องปรับปรุงเนื้อหาสาระ คราวนี้คะแนนของผู้เรียนจะเพิ่มขึ้นอีกเกือบเท่าเกณฑ์โดยเฉลี่ย จะห่างจากเกณฑ์ประมาณ 10% นั่นคือ E_1/E_2 ที่ได้จะมีค่าประมาณ 70/70

(3) การทดสอบประสิทธิภาพแบบภาคสนาม (1:100) เป็นการทดสอบประสิทธิภาพที่ผู้สอน 1 คน ทดสอบประสิทธิภาพสื่อหรือชุดการสอนกับผู้เรียนทั้งชั้น ระหว่างทดสอบประสิทธิภาพให้จับเวลาในการประกอบกิจกรรม พร้อมทั้งสังเกตพฤติกรรมของผู้เรียนว่า หงุดหงิด ทำหน้าฉงน หรือท่าทางไม่เข้าใจหรือไม่ หลังจากทดสอบประสิทธิภาพภาคสนามแล้ว ให้ประเมินการเรียนจากกระบวนการ คือ กิจกรรมหรือภารกิจและงานที่มอบให้ทำและทดสอบหลังเรียน นำคะแนนมาคำนวณหาประสิทธิภาพ หากไม่ถึงเกณฑ์ต้องปรับปรุงเนื้อหาสาระ กิจกรรม

ระหว่างเรียนและแบบทดสอบหลังเรียนให้ดีขึ้น แล้วนำไปทดสอบประสิทธิภาพภาคสนามซ้ำกับนักเรียนต่างกลุ่ม อาจทดสอบประสิทธิภาพ 2-3 ครั้ง จนได้ค่าประสิทธิภาพถึงเกณฑ์ขั้นต่ำ

ผลที่ได้จากการทดสอบประสิทธิภาพภาคสนามควรใกล้เคียงกับเกณฑ์ที่ตั้งไว้ หากต่ำจากเกณฑ์ไม่เกิน 2.5% ก็ให้ยอมรับว่าสื่อหรือชุดการสอนมีประสิทธิภาพตามเกณฑ์ที่ตั้งไว้ หาค่าที่ได้ต่ำกว่าเกณฑ์มากกว่า -2.5 ให้ปรับปรุงและทดสอบประสิทธิภาพภาคสนามซ้ำจนกว่าจะถึงเกณฑ์ หากสูงกว่าเกณฑ์เกิน +2.5 ให้ปรับเกณฑ์ขึ้นไปอีกหนึ่งขั้น เช่น ตั้งไว้ 80/80 ก็ให้ปรับขึ้นเป็น 85/85 หรือ 90/90 ตามค่าประสิทธิภาพที่ทดสอบประสิทธิภาพได้

2.7.6 **การเลือกผู้เรียนมาทดสอบประสิทธิภาพสื่อหรือชุดการสอน**:

ผู้เรียนที่ผู้สอนเลือกมาทดสอบประสิทธิภาพสื่อหรือชุดการสอน ควรเป็นตัวแทนของผู้เรียนที่เราจะนำสื่อหรือชุดการสอนนั้นไปใช้ ดังนั้น จึงพิจารณาประเด็นต่อไปนี้ (1) **สำหรับการทดสอบประสิทธิภาพแบบเดี่ยว** (1:1) เป็นการทดสอบประสิทธิภาพผู้สอน 1 คน ต่อผู้เรียน 1-3 คน ให้ทดสอบประสิทธิภาพกับเด็กอ่อนเสียก่อน ทำการปรับปรุงแล้วนำไปทดสอบประสิทธิภาพกับเด็กปานกลาง และนำไปทดสอบประสิทธิภาพกับเด็กเก่ง (2) **สำหรับการทดสอบประสิทธิภาพแบบกลุ่ม** (1:10) เป็นการทดสอบประสิทธิภาพที่ผู้สอน 1 คน ทดสอบประสิทธิภาพกับเด็ก 6-12 คน โดยให้มีผู้เรียนคละกันทั้งเด็กเก่ง ปานกลาง และเด็กอ่อน ขณะทำการทดสอบประสิทธิภาพ ผู้สอนจะต้องจับเวลาด้วยว่ากิจกรรมแต่ละกลุ่มใช้เวลาเท่าไร และ (3) **สำหรับการทดสอบประสิทธิภาพภาคสนาม** (1:100) เป็นการทดสอบประสิทธิภาพที่ใช้ผู้สอน 1 คน กับผู้เรียนทั้งชั้นหรือ 30-40 คน ชั้นเรียนที่เลือกมาทดสอบประสิทธิภาพจะต้องมีนักเรียนคละกันทั้งเก่งและอ่อน

สำหรับงานวิจัยนี้มีกิจกรรมการเรียนการสอนที่มุ่งเน้นให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้ด้วยตนเอง ตลอดจนสามารถออกแบบโปรแกรมด้วยภาษาไพธอนสำหรับแก้ปัญหาในสถานการณ์ที่กำหนดให้ได้ ซึ่งเป็นกระบวนการที่ต้องใช้เวลาในการฝึกฝนและพัฒนา ผู้วิจัยจึงตั้งเกณฑ์ E_1/E_2 เป็น 60/60 โดยแบ่งผู้เรียนในการพัฒนากิจกรรมการเรียนการสอนที่เสริมสร้างระดับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เซต ตามกรอบทฤษฎี APOS โดยใช้ภาษาไพธอน สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษา หาคุณภาพเครื่องมือจำนวน 3 ครั้ง ได้แก่ **ครั้งที่ 1 การหาประสิทธิภาพรายบุคคล** เพื่อตรวจความเป็นปรนัยและหาประสิทธิภาพของกิจกรรมการเรียนการสอนที่เสริมสร้างระดับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เซต ตามกรอบทฤษฎี APOS โดยใช้ภาษาไพธอน สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษา จำนวน 3 คน ประกอบด้วย เก่งจำนวน 1 คน ปานกลางจำนวน 1 คน และอ่อนจำนวน 1 คน ซึ่งได้จากการสุ่มตัวอย่างแบบง่าย (Simple Random Sampling) โดยให้

ผู้เรียนลงมือปฏิบัติกิจกรรมตามแผนการจัดการเรียนรู้ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น เพื่อหาประสิทธิภาพของกิจกรรมการเรียนการสอน จากนั้นนำข้อมูลมาวิเคราะห์ผลหาประสิทธิภาพ E_1/E_2 แล้วเทียบกับเกณฑ์ที่ตั้งไว้ หากไม่เป็นไปตามเกณฑ์ผู้วิจัยจะดำเนินการปรับปรุงแก้ไขเพื่อใช้ในการทดลองขั้นต่อไป ส่วน**ครั้งที่ 2 การหาประสิทธิภาพกลุ่มย่อย** เพื่อตรวจความเป็นปรนัยและหาประสิทธิภาพของกิจกรรมการเรียนการสอนที่เสริมสร้างระดับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เซต ตามกรอบทฤษฎี APOS โดยใช้ภาษาไพธอน สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษา จำนวน 6 คน ประกอบด้วย เก่งจำนวน 2 คน ปานกลางจำนวน 2 คน และอ่อนจำนวน 2 คน ซึ่งได้จากการสุ่มตัวอย่างแบบง่าย และไม่ใช่กลุ่มหาประสิทธิภาพแบบรายบุคคล โดยให้นักเรียนลงมือปฏิบัติกิจกรรมตามแผนการจัดการเรียนรู้ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น เพื่อหาประสิทธิภาพของกิจกรรมการเรียนการสอน จากนั้นนำข้อมูลมาวิเคราะห์ผลหาประสิทธิภาพ E_1/E_2 แล้วเทียบกับเกณฑ์ที่ตั้งไว้ หากไม่เป็นไปตามเกณฑ์ผู้วิจัยจะดำเนินการปรับปรุงแก้ไขเพื่อใช้ในการทดลองขั้นต่อไป สำหรับ**ครั้งที่ 3 การหาประสิทธิภาพภาคสนาม** เพื่อตรวจความเป็นปรนัยและหาประสิทธิภาพของกิจกรรมการเรียนการสอนที่เสริมสร้างระดับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เซต ตามกรอบทฤษฎี APOS โดยใช้ภาษาไพธอน สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษา จำนวน 12 คน ซึ่งได้จากการสุ่มตัวอย่างแบบง่าย และไม่ใช่กลุ่มหาประสิทธิภาพรายบุคคลและกลุ่มย่อย โดยให้นักเรียนลงมือปฏิบัติกิจกรรมตามแผนการจัดการเรียนรู้ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น เพื่อหาประสิทธิภาพของกิจกรรมการเรียนการสอน จากนั้นนำข้อมูลมาวิเคราะห์ผลหาประสิทธิภาพ E_1/E_2 แล้วเทียบกับเกณฑ์ที่ตั้งไว้ หากไม่เป็นไปตามเกณฑ์ผู้วิจัยจะดำเนินการปรับปรุงแก้ไขเพื่อใช้ในการทดลองขั้นต่อไป

2.8 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์และการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนตามแนวคิดคอนสตรัคติวิสต์

2.8.1 งานวิจัยในประเทศ

ด้านความเข้าใจทางคณิตศาสตร์

ศศินภา บุตรสีเขียว and ชาญณรงค์ เฮียงราช (2552, น. 147-155) ได้ทำการวิจัยเกี่ยวกับการศึกษาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ เรื่อง กำหนดการเชิงเส้น ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 โดยใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad (GSP) เป็นเครื่องมือช่วยในการเรียนรู้ ซึ่งใช้นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 โรงเรียนดงมะไฟวิทยา อำเภอเมืองสกลนคร จังหวัดสกลนคร จำนวน 6 คน เป็นกลุ่มเป้าหมายในงานวิจัยนี้ ประกอบด้วย นักเรียนกลุ่มเก่งจำนวน 3 คน และนักเรียนกลุ่มอ่อนจำนวน 3 คน จากนั้นแบ่งนักเรียนกลุ่มเป้าหมายออกเป็น 3 กลุ่ม กลุ่มละ 2 คน ได้แก่ กลุ่มที่ 1 ประกอบด้วยนักเรียนกลุ่มเก่งจำนวน 2 คน กลุ่มที่ 2 ประกอบด้วย

นักเรียนกลุ่มเก่งจำนวน 1 คน และนักเรียนกลุ่มอ่อนจำนวน 1 คน และกลุ่มที่ 3 ประกอบด้วยนักเรียนกลุ่มอ่อนจำนวน 2 คน หลังจากนั้นให้นักเรียนแต่ละกลุ่มปฏิบัติกิจกรรมตามแผนการจัดการเรียนรู้ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นจำนวน 16 แผน ซึ่งเกิดจากการเรียนรู้ด้วยตนเองผู้วิจัยไม่มีการแทรกแซงขณะนักเรียนปฏิบัติกิจกรรม เมื่อนักเรียนปฏิบัติแต่ละกิจกรรมเสร็จสิ้นผู้วิจัยสัมภาษณ์กระบวนการแก้ปัญหาของนักเรียน พร้อมทั้งดำเนินการเก็บข้อมูลด้วยการบันทึกวีดิโอ บันทึกเสียง งานเขียนของนักเรียน และบันทึกภาคสนาม เพื่อนำมาวิเคราะห์ข้อมูลโดยกระบวนการสร้างความคิดรวบยอดเชิงมโนภาพของนักเรียนตามกรอบทฤษฎี APOS ที่ถูกพัฒนาขึ้นโดย เฮียงราช (Heingraj, 2006) ตามแนวทางทฤษฎี APOS ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนสามารถสร้างความคิดรวบยอดเชิงมโนภาพซึ่งเกิดจากความเข้าใจในระดับการจัดกระทำโดยใช้ความรู้เดิมที่มีจนถูกพัฒนาเป็นระดับกระบวนการซึงสะท้อนจากภาพเคลื่อนไหวบนหน้าจอของโปรแกรม GSP ตลอดจนสามารถสร้างความคิดรวบยอดในระดับสูงขึ้นอันเป็นความเข้าใจในระดับโครงสร้าง เนื่องจากบทบาทของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้โปรแกรม GSP เป็นเครื่องมือสำคัญต่อการสร้างโอกาสทางความคิดและแก้ไขปัญหาต่าง ๆ ได้ดีเพื่อสร้างความเข้าใจในระดับที่สูงขึ้น

มลิวรรณ พวงจำปี (2557, น. 59-70) การวิจัยครั้งนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อทำการศึกษาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ ตามกรอบทฤษฎี Action-process-structure (APS) เรื่อง ลิมิตและความต่อเนื่องของฟังก์ชัน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 กลุ่มเป้าหมายที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ ได้แก่ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6/1 โรงเรียนนาดูนประชาสรรพ์ จังหวัดมหาสารคาม ที่เรียนในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2554 จำนวนนักเรียน 45 คน ได้มาโดยการเลือกแบบเจาะจง (Purposive Sampling) และเลือกนักเรียนจำนวน 6 คน เป็นกรณีศึกษาเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ ได้แก่ แบบทดสอบวัดความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ลิมิตและความต่อเนื่องของฟังก์ชัน เป็นแบบอัตนัย จำนวน 5 ข้อ และแบบสัมภาษณ์แบบไม่มีโครงสร้าง วิเคราะห์ข้อมูลด้วยวิธีพรรณนาวิเคราะห์ ผลการวิจัยพบว่านักเรียนมีความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ ข้อที่ 1 มีความเข้าใจระดับการจัดกระทำร้อยละ 88 และระดับกระบวนการร้อยละ 85 ข้อที่ 2 มีความเข้าใจระดับการจัดกระทำร้อยละ 85 และระดับกระบวนการร้อยละ 67 ข้อที่ 3 มีความเข้าใจระดับการจัดกระทำร้อยละ 84 ระดับกระบวนการร้อยละ 66 และระดับโครงสร้างร้อยละ 23 ข้อที่ 4 มีความเข้าใจระดับการจัดกระทำร้อยละ 86 ระดับกระบวนการร้อยละ 65 และระดับโครงสร้างร้อยละ 27 และข้อที่ 5 มีความเข้าใจระดับการจัดกระทำร้อยละ 80 ระดับกระบวนการร้อยละ 68 และระดับโครงสร้างร้อยละ 20 กรณีศึกษานักเรียนมีความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ ข้อที่ 1 นักเรียนกลุ่มเก่งและกลุ่มอ่อน มีความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ระดับการจัดกระทำและระดับกระบวนการ ครบทุก

คน ข้อที่ 2 นักเรียนกลุ่มเก่ง มีความเข้าใจระดับการจัดกระทำ จำนวน 3 คนและระดับกระบวนการ จำนวน 2 คน นักเรียนกลุ่มอ่อน มีความเข้าใจระดับการจัดกระทำ จำนวน 3 คนและระดับกระบวนการ จำนวน 1 คน ข้อที่ 3 นักเรียนกลุ่มเก่ง มีความเข้าใจระดับการจัดกระทำ จำนวน 3 คน ระดับกระบวนการและระดับโครงสร้าง จำนวน 1 คน นักเรียนกลุ่มอ่อน มีความเข้าใจระดับการจัดกระทำ จำนวน 3 คน ระดับกระบวนการและระดับโครงสร้างไม่มีนักเรียนคนใดทำได้ ข้อที่ 4 นักเรียนกลุ่มเก่ง มีความเข้าใจระดับการจัดกระทำ จำนวน 3 คน ระดับกระบวนการและระดับโครงสร้าง จำนวน 2 คน นักเรียนกลุ่มอ่อนไม่มีความเข้าใจได้ทั้ง 3 ระดับ และข้อที่ 5 นักเรียนกลุ่มเก่ง มีความเข้าใจระดับการจัดกระทำ จำนวน 3 คน ระดับกระบวนการ และระดับโครงสร้าง จำนวน 1 คน นักเรียนกลุ่มอ่อนไม่มีความเข้าใจทั้ง 3 ระดับ และจากสรุปสัมภาษณ์นักเรียนกลุ่มเก่งมีความเข้าใจในระดับการจัดกระทำครบทุกคน เพราะนักเรียนเข้าใจนิยาม กฎ ทฤษฎีเกี่ยวกับลิมิตจึงนำมาใช้ในการหาคำตอบได้ ความเข้าใจระดับกระบวนการครบทุกคน เพราะนักเรียนเข้าใจนิยาม ทฤษฎีวิธีการหาคำตอบลิมิตของฟังก์ชันบนช่วง และความเข้าใจระดับโครงสร้างมีความเข้าใจบางคน แต่บางคนก็หาคำตอบความต่อเนื่องของฟังก์ชันไม่ได้ เพราะไม่เข้าใจนิยาม ทฤษฎีและลำดับขั้นตอนวิธีการหาคำตอบว่าแต่ละขั้นตอนมีวิธีการหาคำตอบอย่างไรจึงทำให้หาคำตอบความต่อเนื่องของฟังก์ชันไม่ได้ นักเรียนกลุ่มอ่อนมีความเข้าใจในระดับการจัดกระทำครบทุกคน เพราะนักเรียนเข้าใจนิยาม กฎ ทฤษฎีเกี่ยวกับลิมิตจึงนำมาใช้ในการหาคำตอบได้ไม่มีความเข้าใจระดับกระบวนการและระดับโครงสร้างเพราะนักเรียนไม่เข้าใจนิยาม กฎ ทฤษฎี วิธีการหาคำตอบ และลำดับขั้นตอนวิธีการหาคำตอบว่าแต่ละขั้นตอนมีวิธีการหาคำตอบอย่างไรจึงทำให้หาคำตอบความต่อเนื่องของฟังก์ชันไม่ได้

ธวัตรชัย เดนชา (2558, น. 1719-1732) ได้สำรวจระดับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน เรื่อง เลขยกกำลัง โดยใช้การสอนด้วยวิธีการแบบเปิด (Open Approach) ตามแนวคิดของอินประสิทธิ์ธา (Inprasitha, 2010) โดยมีกลุ่มเป้าหมายเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4/15 ที่กำลังศึกษาในภาคเรียนที่ 2/2557 โรงเรียนผดุงนารี อำเภอเมือง จังหวัดมหาสารคาม จำนวน 6 คน ดำเนินการสอนในหน่วยการเรียนรู้ เรื่อง เลขยกกำลัง จำนวน 6 แผน ภายหลังการสอนเสร็จสิ้นผู้วิจัยดำเนินการเก็บรวบรวมข้อมูลด้วยแบบสำรวจระดับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ เครื่องบันทึกวีดิโอ ผลงานของนักเรียน และการสัมภาษณ์ ซึ่งใช้การวิเคราะห์ข้อมูลด้วยโพรโทคอล (Protocol Analysis) ภายใต้ทฤษฎี APOS ของดูบินสกี้และแมคโดนัล (Dubinsky & McDonald, 2001) ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนสามารถเชื่อมโยงระดับการกระทำ กระบวนการและระดับวัตถุ ให้เป็นส่วนหนึ่งของโครงสร้างทางปัญญาได้ อีกทั้งการสอนด้วยวิธีการแบบเปิดกับ

นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนปลายในรายวิชาคณิตศาสตร์ ทำให้ครูมีแนวทาง “How to” เข้าถึงความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ได้อย่างใกล้ชิด

ศราวุฒิ จำวัน (2560, น. 981-986) ได้ศึกษาการพัฒนาระดับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนตามกรอบแนวคิดของทฤษฎี APOS โดยใช้โปรแกรม GSP สำหรับการวิจัยนี้ใช้ระเบียบวิธีเชิงคุณภาพ ซึ่งมีกลุ่มเป้าหมายเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 จำนวน 27 คน โดยมีเครื่องมือในการวิจัยเป็นกิจกรรมการเรียนรู้ เรื่อง พาราโบลา จำนวน 6 กิจกรรม กิจกรรมละ 1 คาบ จากนั้นนำใบกิจกรรม บันทึกภาคสนาม บันทึกวิดีโอ และกล้องบันทึกภาพนิ่งมาวิเคราะห์ผลพบว่า นักเรียนสามารถเรียนรู้และพัฒนาระดับความเข้าใจด้วยตนเองจากระดับ A ไปสู่ระดับ P จากระดับ P ไปสู่ระดับ O และจากระดับ O ไปสู่ระดับ S ได้อย่างเป็นระบบ โดยไม่ต้องอาศัยครูเป็นผู้ถ่ายทอดซึ่งนักเรียนเกิดการพัฒนาระดับความเข้าใจของตนเองโดยอาศัยประสบการณ์การเรียนรู้ที่เกิดขึ้นก่อนหน้า

ศุภกิจ ประชุมกาเยาะ (2562, น. 126-432) ได้ศึกษาความเข้าใจเชิงมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง การวัดความยาวและการชั่ง ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 โรงเรียนอนุบาลระนอง อำเภอเมือง จังหวัดระนอง ซึ่งใช้ระเบียบการวิจัยเชิงคุณภาพโดยแบ่งขั้นตอนการวิจัยออกเป็น 3 ระยะ ได้แก่ ระยะที่ 1 กำหนดกรอบแนวคิดจากการศึกษาเอกสารที่เกี่ยวข้องกับการวัดระดับความเข้าใจเชิงมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ระยะที่ 2 ค้นหานักเรียนกลุ่มเป้าหมายด้วยแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง การวัดความยาวและการชั่ง และระยะที่ 3 เก็บข้อมูลเชิงลึกกับนักเรียนกลุ่มเป้าหมายด้วยการสัมภาษณ์นักเรียนที่คัดเลือกจากระยะที่ 2 ซึ่งใช้การสัมภาษณ์โดยใช้งานเป็นฐาน (Task-Based Interview) ทั้งนี้ ผู้วิจัยแบ่งความเข้าใจเชิงมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง การวัดความยาวและการชั่ง ออกเป็น 3 ด้าน ได้แก่ ด้านเนื้อหา ด้านการดำเนินการ และด้านความสัมพันธ์ ตามแนวคิดของคิลแพทริกและคณะ จากนั้นนำงานปฏิบัติจำนวน 46 ข้อ แบ่งเป็นงานปฏิบัติ เรื่อง การวัดความยาวจำนวน 24 ข้อ และเรื่อง การชั่งจำนวน 22 ข้อ ที่นักเรียนลงมือทำด้วยตนเองมาวิเคราะห์ผลเพื่อศึกษาความเข้าใจเชิงมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่องการวัดความยาวและการชั่งโดยใช้ทฤษฎี APOS ของดูบินสกี้ (Dubinsky, 1991) พบว่า นักเรียนที่ทำคะแนนผ่านเกณฑ์ตั้งแต่ร้อยละ 80 ขึ้นไปอยู่ในระดับการกระทำมากที่สุดจำนวน 25 คน เนื่องจากนักเรียนสามารถบอกชื่อเครื่องมือวัดความยาวตามคำสั่งที่กำหนดให้ได้ ใช้เครื่องมือในการวัดความยาวตามที่ระบุได้ วัดความยาวตามคำสั่งโดยใช้เครื่องมือที่กำหนดให้ และบอกหน่วยความยาวการวัดความยาวที่กำหนดให้ทั้งที่เป็นแบบมาตรฐานและที่ไม่เป็นมาตรฐานได้ รองลงมา คือ ระดับแผนภาพทางปัญญาจำนวน 17 คน เนื่องจากนักเรียน

สามารถแก้สถานการณ์ปัญหาที่เกี่ยวกับการวัดความยาวโดยอธิบายความเข้าใจในระดับการกระทำ กระบวนการและสิ่งที่เรียนรู้ รองลงมา คือ ระดับกระบวนการ 15 คน คือ นักเรียนสามารถเลือกใช้เครื่องมือวัดความยาวที่เหมาะสมในการวัดสิ่งของที่กำหนดให้พร้อมทั้งบอกเหตุผลในการเลือกเครื่องวัดและคาดคะเนความยาวของสิ่งที่กำหนดให้ทั้งที่เป็นแบบมาตรฐานและที่ไม่เป็นแบบมาตรฐานได้ และน้อยที่สุดอยู่ในระดับสิ่งที่เรียนรู้จำนวน 10 คน เนื่องจากนักเรียนสามารถเปลี่ยนหน่วยความยาวที่กำหนดให้ทั้งที่เป็นแบบมาตรฐานและที่ไม่เป็นมาตรฐานจนสามารถนำกระบวนการในการวัดความยาวมาเชื่อมโยงกับความรู้อื่นเพื่อสร้างมโนทัศน์ใหม่เกี่ยวกับการวัดความยาวได้

ด้านการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนตามแนวคิดคอนสตรัคติวิสต์

อรุณวรรณ โสภาคำ (2556, น. 204-205) ได้ทำงานวิจัยโดยมีวัตถุประสงค์ (1) เพื่อพัฒนากิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ตามแนวคิดทฤษฎีคอนตรัคติวิสต์ โดยใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad ช่วยในการเรียนรู้ เรื่อง รูปวงกลม ชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 (2) เพื่อพัฒนาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 โดยกำหนดให้นักเรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเฉลี่ยตั้งแต่ร้อยละ 70 ขึ้นไป และมีจำนวนนักเรียนไม่น้อยกว่าร้อยละ 70 (3) เพื่อศึกษาเจตคติของนักเรียนต่อการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามแนวคิดทฤษฎีคอนสตรัคติวิสต์ โดยใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad ช่วยในการเรียนรู้ กลุ่มเป้าหมายเป็นนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 โรงเรียนอนุบาลศรีธาตุ อำเภอศรีธาตุ จังหวัดอุดรธานี สังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษาประถมศึกษาอุดรธานี เขต 2 ปีการศึกษา 2554 จำนวน 2 ห้องเรียน คือ ห้อง 6/1 จำนวน 34 คน และห้อง 6/2 จำนวน 35 คน รวม 69 คน ซึ่งเป็นนักเรียนที่มีสภาพทางการเรียนใกล้เคียงกัน เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยแบ่งออกเป็น 3 ประเภท ได้แก่ เครื่องมือที่ใช้ในการทดลองปฏิบัติการ ได้แก่ แผนการจัดการเรียนรู้ตามแนวคิดทฤษฎีคอนสตรัคติวิสต์ โดยใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad ช่วยในการเรียนรู้ เรื่อง รูปวงกลม ในขณะที่เครื่องมือสะท้อนผลการปฏิบัติการ ได้แก่ แบบบันทึกการสังเกตการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบบันทึกผลการใช้แผนการจัดการเรียนรู้ แบบฝึกทักษะ แบบวัดเจตคติของนักเรียนที่มีต่อวิชาคณิตศาสตร์และการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ และเครื่องมือที่ใช้ในการประเมินประสิทธิภาพของรูปแบบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ ได้แก่ แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ผลการวิจัย พบว่า 1) การพัฒนากิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิดทฤษฎีคอนสตรัคติวิสต์ โดยใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad ช่วยในการเรียนรู้ ประกอบด้วย 5 ขั้น คือ (1) ขั้นนำเข้าสู่บทเรียน เพื่อเตรียมความพร้อมของนักเรียน และทบทวนความรู้เดิม (2) ขั้นจัด

กิจกรรมการเรียนรู้ ประกอบด้วย ขั้นไตร่ตรองรายบุคคล ขั้นไตร่ตรองกลุ่มย่อย ขั้นไตร่ตรองระดับชั้น ขั้นสรุปเป็นการสรุปมโนมติ ความรู้ หรือหลักการต่าง ๆ ที่ได้เรียนในแต่ละชั่วโมง ขั้นฝึกทักษะและการนำไปใช้ และขั้นประเมินผล เป็นการตรวจสอบระดับความรู้ของนักเรียนจากการทำกิจกรรมและแบบฝึกทักษะว่ามีความรู้ความสามารถตามเกณฑ์ที่ได้ตั้งไว้หรือไม่ ส่วน 2) ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรม เรื่องรูปวงกลม พบว่า นักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนในวงจรที่ 1 มีร้อยละของคะแนนเฉลี่ย 70.10 และมีจำนวนนักเรียนที่ผ่านเกณฑ์ที่กำหนด จำนวน 24 คน คิดเป็นร้อยละ 70.59 นักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนในวงจรที่ 2 มีร้อยละของคะแนนเฉลี่ย 73.62 และมีจำนวนนักเรียนที่ผ่านเกณฑ์ที่กำหนด จำนวน 26 คน คิดเป็นร้อยละ 74.29 และ 3) นักเรียนมีเจตคติที่ดีต่อกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามแนวคิดทฤษฎีคอนสตรัคติวิสต์โดยใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad ช่วยในการเรียนรู้ ซึ่งนักเรียนมีความคิดเห็นไปในทางเห็นด้วย และพบว่า นักเรียนเห็นด้วยร้อยละ 100 เป็นความคิดเห็นเกี่ยวกับ โปรแกรม GSP สามารถช่วยในการมองเห็นภาพ ทำให้มีความเข้าใจมากยิ่งขึ้น และต้องการให้นำโปรแกรม GSP มาเป็นสื่อในการเรียนเนื้อหาอื่น

ละมัย แก้วสวรรค์ (2558, บทคัดย่อ) การวิจัยครั้งนี้มีความมุ่งหมายเพื่อ 1) เปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มทดลองระหว่างก่อนและหลังการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิดคอนสตรัคติวิสต์ และ 2) เปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มทดลองที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ ตามแนวคิดคอนสตรัคติวิสต์กับกลุ่มควบคุมที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติภายหลังการควบคุมตัวแปรพื้นฐานความรู้เดิมทางคณิตศาสตร์ กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัย ได้แก่ นักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 โรงเรียนวัดใต้ (ราษฎร์นิรมิต) และโรงเรียนหัวหมาก สังกัดสำนักงานเขตสวนหลวง กรุงเทพมหานคร ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2556 จำนวน 78 คน เครื่องมือที่ใช้ ในการวิจัยได้แก่ (1) แบบทดสอบพื้นฐานความรู้เดิมทางคณิตศาสตร์ (2) แบบทดสอบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน และ (3) แบบวัดความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ ข้อมูล ได้แก่ ค่าเฉลี่ยส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน และการทดสอบสมมติฐานใช้ การวิเคราะห์ ความแปรปรวนตัวแปรพหุนาม (Multivariate Analysis of Variance : MANOVA) และการวิเคราะห์ ความแปรปรวนร่วมตัวแปรพหุนาม (Multivariate Analysis of Covariance : MANCOVA) โดยใช้คะแนนพื้นฐานความรู้เดิมทางคณิตศาสตร์เป็นตัวแปรร่วม ผลการวิจัย พบว่า คะแนนเฉลี่ยของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง บทประยุกต์ หลังเรียนของนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ ตาม

แนวคิดคอนสตรัคติวิสต์ สูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และคะแนนเฉลี่ยของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง บทประยุกต์หลังเรียนของนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ ตามแนวคิดคอนสตรัคติวิสต์ สูงกว่านักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

วันซัลมา ปานากาเซ็ง (2560, น. 76-80) ได้ศึกษาผลสัมฤทธิ์และหาค่าดัชนีประสิทธิผลทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ด้วยกิจกรรมการเรียนรู้ตามทฤษฎีคอนสตรัคติวิสต์ เรื่อง กำหนดการเชิงเส้น โดยใช้โปรแกรม GSP สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ซึ่งมีเครื่องมือเป็นแผนการจัดการเรียนรู้ตามทฤษฎีคอนสตรัคติวิสต์ พบว่า หลังจากที่นักเรียนได้ใช้กิจกรรมการเรียนรู้ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 60 และมีค่าดัชนีประสิทธิผลเท่ากับ 0.6136 เนื่องจากผู้เรียนเกิดความตื่นตัวในการเรียนรู้ตลอดเวลา มีการช่วยเหลือซึ่งกันและกันภายในกลุ่ม อีกทั้งผู้เรียนสามารถสร้างความรู้ได้ด้วยตนเองผ่านการปฏิบัติกิจกรรมการเรียนรู้ด้วยโปรแกรม GSP ที่ช่วยเสริมสร้างให้ผู้เรียนสามารถมองเห็นภาพเป็นรูปธรรมมากยิ่งขึ้น ผู้เรียนได้ลงมือปฏิบัติ สังเกต สำรวจ คาดการณ์ สืบเสาะและค้นพบด้วยตนเอง ส่งผลให้ผู้เรียนได้รับประสบการณ์ตรงจากการได้ศึกษาและเรียนรู้ตลอดจนผู้เรียนได้ตรวจสอบความถูกต้องของการทำโจทย์ด้วยตนเองได้ นอกจากนั้นยังพบว่านักเรียนมีความพึงพอใจต่อการเรียนตามทฤษฎีคอนสตรัคติวิสต์โดยใช้โปรแกรม GSP เพราะมีอิสระต่อการทำงาน

ศราวุฒิ เพชรอินทร์ (2019, pp. 101-109) การวิจัยครั้งนี้มีจุดมุ่งหมายเพื่อ 1) ศึกษาผลการเรียนรู้ เรื่อง คณิตศาสตร์เชิงการจัดของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่ใช้การจัดการเรียนรู้ตามแนวคิดคอนสตรัคติวิสต์ และ 2) ศึกษาความพึงพอใจของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่มีต่อการจัดการเรียนรู้ตามแนวคิดคอนสตรัคติวิสต์ เรื่อง คณิตศาสตร์เชิงการจัด กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2561 โรงเรียนเสนางคนิคม ตำบลเสนานิคม อำเภอเสนานิคม จังหวัดอำนาจเจริญ จำนวน 40 คน ผู้วิจัยได้ทำการทดลองโดยให้กลุ่มตัวอย่างเรียนโดยใช้แผนการจัดการเรียนรู้ จำนวน 6 แผน แต่ละแผนใช้เวลา 2 คาบเรียน คาบเรียนละ 50 นาที เนื้อหาเรื่องคณิตศาสตร์เชิงการจัด ซึ่งประกอบด้วยเนื้อหาย่อย ได้แก่ กฎเกณฑ์เบื้องต้นเกี่ยวกับการนับ วิธีเรียงสับเปลี่ยนของสิ่งของที่แตกต่างกันทั้งหมด วิธีเรียงสับเปลี่ยนของสิ่งของที่ไม่แตกต่างกันทั้งหมด วิธีเรียงสับเปลี่ยนเชิง วงกลม และวิธีจัดหมู่ โดยแผนการจัดการเรียนรู้ดังกล่าวได้อาศัยแนวคิดคอนสตรัคติวิสต์ในการจัดการเรียนรู้ ซึ่งประกอบไปด้วย 5 ขั้นตอน คือ (1) ขั้นสถานการณ์ปัญหา (2) ขั้นความรู้และประสบการณ์เดิม (3) ขั้นปฏิสัมพันธ์ทางสังคม (4) ขั้นความรู้ใหม่ และ (5) ขั้นประเมินผล ซึ่งการประเมินผลการเรียนรู้

ประเมินจากคะแนนจากการทำแบบทดสอบย่อย จำนวน 2 ฉบับ และแบบทดสอบวัดผลการเรียนรู้ จำนวน 1 ฉบับ ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่ได้รับการจัดการเรียนรู้ตามแนวคิดคอนสตรัคติวิสต์ เรื่อง คณิตศาสตร์เชิงการจัด มีผลการเรียนรู้ผ่านเกณฑ์เป็นจำนวนมากกว่าร้อยละ 60 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมดที่ระดับนัยสำคัญ .05

พัชรี เรืองสวัสดิ์ (2562, pp. 54-60) การวิจัยครั้งนี้มีวัตถุประสงค์ 1) เพื่อพัฒนารูปแบบการจัดการเรียนรู้ตามแนวคิดทฤษฎีคอนสตรัคติวิสต์ ที่ส่งเสริมความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็น ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ที่มีประสิทธิภาพตามเกณฑ์ 75/75 และ 2) เพื่อศึกษาระดับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็น ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 กลุ่มเป้าหมาย คือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 โรงเรียนสุราษฎร์ธานี จังหวัดสุราษฎร์ธานี จำนวน 42 คน ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2560 เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยประกอบด้วย (1) แผนการจัดการเรียนรู้ตามแนวคิดทฤษฎีคอนสตรัคติวิสต์ที่ส่งเสริมความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ (2) แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ และ (3) แบบทดสอบวัดระดับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล ได้แก่ ค่าเฉลี่ยเลขคณิตและร้อยละ ผลการวิจัยพบว่า รูปแบบการจัดการเรียนรู้ตามแนวคิดทฤษฎีคอนสตรัคติวิสต์ ที่ส่งเสริมความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็น มีประสิทธิภาพเท่ากับ 81.90/83.57 และระดับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็น ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 อยู่ในระดับการจัดกระทำ คิดเป็นร้อยละ 16.67 ระดับกระบวนการ คิดเป็นร้อยละ 30.95 และระดับวัตถุ คิดเป็นร้อยละ 52.38

2.8.2 งานวิจัยต่างประเทศ

ด้านความเข้าใจทางคณิตศาสตร์

เคติน (I. Cetin, 2009, pp. 143-159) ได้ศึกษาความความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ลิมิต สำหรับนักศึกษาวิชาคณิตศาสตร์ ชั้นปีที่ 1 จำนวน 25 คน มหาวิทยาลัย Middle East Technical ประเทศตุรกี ภาคการศึกษา 2007-2008 ซึ่งมีวัตถุประสงค์เพื่อตรวจสอบความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ลิมิต และศึกษาพัฒนาการต่อความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ลิมิต โดยมีเครื่องมือเป็นแผนการจัดการเรียนการสอน เรื่อง ลิมิต บนพื้นฐานของทฤษฎี APOS จำนวน 6 ชั่วโมง ทั้งนี้ผู้วิจัยได้ดำเนินการทดลอง 2 ระยะ สำหรับระยะที่ 1 มอบหมายให้นักเรียนปฏิบัติกิจกรรมเกี่ยวกับการเขียนโปรแกรมด้วยภาษา ISETL พร้อมทั้งกระตุ้นให้นักเรียนเข้าใจมโนทัศน์ เรื่อง ลิมิต ผ่านการเขียนโปรแกรม จากนั้นผู้วิจัยดำเนินต่อในระยะที่ 2 ภายหลังจากที่นักเรียนเข้าใจมโนทัศน์ เรื่อง ลิมิต ด้วย ISETL แล้ว ในระยะนี้จะใช้วิธีการสอนแบบบรรยายพร้อมทั้งพิสูจน์ทฤษฎีบทต่าง ๆ และให้นักเรียนทำแบบทดสอบเพื่อนำมาวิเคราะห์ผล พบว่า การ

ใช้ภาษา ISETL ให้นักเรียนรู้มโนทัศน์ก่อนเรียนเนื้อหาผ่านการบรรยายช่วยเสริมสร้างให้นักเรียนมีระดับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ที่สูงขึ้น อีกทั้งภาษา ISETL ยังมีบทบาทสำคัญเชิงบวกต่อการกระตุ้นให้นักเรียนเกิดความสนใจต่อการเรียนมากขึ้น

ซินกิสวา มายเบิร์ท โมนิก้า โจโจ้ (Zingiswa, 2011, pp. 1-2) ได้ดำเนินการศึกษาเกี่ยวกับการสร้างกรอบความคิดของนักเรียนต่อการเรียนทางคณิตศาสตร์ เรื่อง แคลคูลัส โดยเฉพาะ เรื่อง กฎลูกโซ่ (Chain Rule)เป็นอย่างไร โดยมุ่งสนใจว่านักเรียนใช้กฎลูกโซ่เพื่อหาอนุพันธ์ของฟังก์ชันประกอบ ตามแนวคิดของทฤษฎี APOS สำหรับการประเมินความเข้าใจเชิงมโนทัศน์ที่นักศึกษาชั้นปีที่ 1 สถาบัน University of Technology เพื่อพฤติกรรมที่นักเรียนแสดงออกขณะเรียนเรื่องกฎลูกโซ่ในวิชาแคลคูลัส ทั้งนี้มีกระบวนการวิจัยแบ่งออกเป็น 2 ระยะ โดยทั้งสองระยะใช้ระเบียบวิธีวิจัยเชิงคุณภาพ ระยะที่ 1 เป็นการศึกษานำร่องซึ่งใช้การเก็บรวบรวมข้อมูลผ่านแบบสอบถามปลายเปิด ที่ตอบโดยนักศึกษากลุ่มเป้าหมายซึ่งมีความรู้ความสามารถตามคุณสมบัติที่ต้องการและนักศึกษาที่ผ่านภาคการศึกษาล่าสุด จำนวน 23 คน ระยะที่ 2 มีนักศึกษาชั้นปีที่ 1 จำนวน 30 คน ที่อาสาทำแบบสอบถามเพื่ออธิบายความเข้าใจเรื่องกฎลูกโซ่ เป็นรายบุคคล และนำไปใช้เพื่อวิเคราะห์พัฒนาการความเข้าใจ เรื่อง กฎลูกโซ่ ซึ่งมีเครื่องมือ ดังนี้ 1) การสังเกตการในชั้นเรียน 2) แบบสอบถามที่มีคาถามแบบปลายเปิด 3) การสัมภาษณ์แบบกึ่งโครงสร้างและแบบไม่มีโครงสร้าง 4) การบันทึกวิดีโอ และ 5) งานแบบทดสอบ ผลการศึกษาพบว่า นักศึกษาเข้าใจ เรื่อง กฎลูกโซ่ ได้ดีขึ้น และนักศึกษาที่สามารถสร้างกรอบความคิดได้จะสามารถสร้างแผนภาพทางปัญญาได้ดีขึ้น

มหาราช (Maharaj, 2014, pp. 1-16) ได้ศึกษาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ เรื่อง การหาอนุพันธ์และการประยุกต์ โดยใช้กรอบแนวคิดของทฤษฎี APOS กับนักศึกษาระดับปริญญาตรี จำนวน 35 คน ซึ่งใช้ปัญหาจำนวน 6 ข้อ ทั้งนี้ผู้วิจัยใช้วิธีการวิจัยแบบ ACE ประกอบด้วย การลงมือปฏิบัติ (Action: A) การอภิปราย (Discussion: C) และการลงมือทำแบบฝึกหัด (Exercise: E) เพื่อพัฒนาความเข้าใจเชิงมโนทัศน์ เรื่อง การหาอนุพันธ์และการประยุกต์ พบว่า นักศึกษาขาดโครงสร้างความคิดที่เหมาะสมโดยเฉพาะระดับกระบวนการ ระดับวัตถุ และไม่สามารถมีความเข้าใจให้เข้าถึงระดับโครงสร้างทางปัญญาได้ เรื่อง การใช้หลักเกณฑ์ในการหาอนุพันธ์ เนื่องจากขาดโครงสร้าง นอกจากนั้นให้ข้อเสนอแนะว่า การสอนโดยใช้ ACE ช่วยพัฒนาโครงสร้างทางความคิดระดับกระบวนการ วัตถุ และโครงสร้างทางปัญญา

เคติน (Ibrahim Cetin, 2015, pp. 155-168) ได้ทำงานวิจัยในการศึกษาความเข้าใจเชิงมโนทัศน์ เรื่อง ลูป (Loops) และลูปเชิงซ้อน (Nested Loops) กับนักศึกษา

สาขาวิชาวิศวกรรม จำนวน 63 คน ซึ่งผ่านรายวิชาเขียนโปรแกรมขั้นพื้นฐาน (Introductory Programming) มาแล้ว โดยใช้ทฤษฎี APOS ภายใต้แนวคิดคอนสตรัคติวิสต์อันเป็นทฤษฎีที่พัฒนาระดับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ แต่สำหรับการวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยพยายามนำทฤษฎี APOS เป็นกรอบแนวคิดเพื่อสอนการเขียนโปรแกรม เรื่อง ลูปและลูปเชิงซ้อน ด้วยภาษา C พบว่า ทฤษฎี APOS มีประโยชน์ต่อการกระตุ้นให้นักเรียนหาความสัมพันธ์ระหว่างชิ้นงานกับมโนทัศน์ใหม่

เฮราวาตี และคณะ (Herawaty et al., 2020, pp. 1-6) ศึกษาความเข้าใจเชิงมโนทัศน์เกี่ยวกับพื้นฐานของเซตเปิด โดยใช้แบบทดสอบวัดระดับความเข้าใจเชิงมโนทัศน์ ตามกรอบทฤษฎี APOS เพื่ออธิบายความเข้าใจเชิงมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนของนักเรียนเกี่ยวกับสมบัติของเซตเปิด โดยมีกลุ่มตัวอย่างเป็นนักศึกษาจำนวน 15 คน คณะศึกษาศาสตร์ สาขาวิชาคณิตศาสตร์ มหาลัย Bengkulu ซึ่งถูกเลือกโดยพิจารณาจากงานเขียนที่ทำในรายวิชา Real Analysis จากนั้นนำข้อมูลมาวิเคราะห์เชิงคุณภาพประกอบการสัมภาษณ์เชิงลึก (Deep-Interviews) ด้วยเทคนิค Fixed Comparison ผลการวิจัยพบว่า นักศึกษามีความลำบากในการพิสูจน์ทฤษฎีของเซตปิด เช่น เซต F เป็นซับเซตของเซต R แล้วเซต F เป็นเซตปิด ก็ต่อเมื่อ เซต F อยู่ในจุดเกาะกลุ่ม (Cluster Point) นั่นคือไม่สามารถเกิดกระบวนการภายในจิตใจ (Interiorization) จากขั้นการกระทำ (Action) ไปขั้นกระบวนการ (Process) ได้ และไม่สามารถรวบรวมความรู้ (Encapsulate) จากขั้นกระบวนการ (Process) ไปสู่ขั้นวัตถุ (Object) ส่งผลให้นักศึกษาไม่สามารถไปถึงขั้นโครงสร้างทางปัญญา (Scheme) อันเกี่ยวข้องกับสมบัติของเซตปิดได้ ดังนั้นการนำกรอบทฤษฎี APOS มาใช้วัดความเข้าใจเชิงมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์เป็นอีกหนึ่งแนวทางที่สามารถใช้จัดกลุ่มเพื่อแบ่งระดับความเข้าใจเชิงมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ได้

โบวจิ และปราแนล (R. Martinez, 2020, p. 163) งานวิจัยนี้ได้ประยุกต์ทฤษฎี APOS ในการศึกษาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน เรื่อง การหาอนุพันธ์ของฟังก์ชันโดยปริยายในเนื้อหาของฟังก์ชันหนึ่งตัวแปร โดยศึกษากับนักเรียนจำนวน 25 คนที่ผ่านวิชาแคลคูลัสตัวแปรเดียว ใช้การวิเคราะห์ด้วยการสัมภาษณ์แบบกึ่งโครงสร้าง (Semi-Structured Interviews) ในส่วนของ Intra-Inter-Trans-Traid จากการวิจัยพบว่า สัญลักษณ์ของกฎลูกโซ่และฟังก์ชันโดยปริยายเป็นกุญแจสำคัญที่ส่งผลให้เกิดขั้นโครงสร้างทางปัญญาเกี่ยวข้องกับฟังก์ชันคอมโพสิท นักเรียนต้องสร้างความสัมพันธ์ระหว่างฟังก์ชันโดยปริยายเพื่อสร้างโครงสร้างทางปัญญาด้วยการกระทำ กระบวนการ และวัตถุ ของการหาอนุพันธ์ของฟังก์ชันโดยปริยาย ได้แก่ 1) ฟังก์ชันโดยชัดแจ้ง 2) การหาอนุพันธ์ และ 3) กฎการหาอนุพันธ์ ผลการวิจัยแสดงให้เห็นว่านักเรียนที่ผ่านการเรียนแคลคูลัสเบื้องต้นนั้นถูกตั้งเป้าได้ว่าจะมีความลำบากต่อการทำความ

เข้าใจแนวคิดหลักเกี่ยวกับการหาอนุพันธ์ของฟังก์ชันโดยปริยาย ซึ่งเสนอแนะว่าควรมีการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่ถูกออกแบบเพื่อช่วยเสริมสร้างความเชื่อมโยงของขั้นการกระทำไปกระบวนการไปวัตถุ เพื่อนำไปสู่โครงสร้างทางปัญญาของการหาอนุพันธ์ของฟังก์ชันโดยปริยาย

ด้านการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนตามแนวคิดคอนสตรัคติวิสต์

โบวลิเกอร์ (Bollinger, 2003, pp. 198-212) ศึกษาการเรียนรู้ของนักเรียนในสิ่งแวดล้อมการเรียนรู้ด้วยมัลติมีเดียตามแนวคิดของคอนสตรัคติวิสต์ มีจุดประสงค์เพื่อ 1) ศึกษาวิธีการเข้าถึงในการรับรู้เกี่ยวกับการจัดการเรียนการสอนตามแนวคอนสตรัคติวิสต์ 2) ศึกษาวิธีการรับรู้ของนักเรียนที่เป็นประโยชน์ และ 3) ศึกษาวิธีการรับรู้ของนักเรียนที่ไม่ประสบผลสำเร็จ ซึ่งมีกลุ่มตัวอย่างจำนวน 9 คน เป็นนักศึกษาระดับปริญญาตรีที่ลงทะเบียนเรียนรายวิชาการผลิตสื่อการสอน ครูเปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้ซักถามพร้อมทั้งเตรียมบรรยากาศในห้องเรียนให้พร้อมต่อการเรียนรู้และสนับสนุนการเรียน ซึ่งประกอบไปด้วยเครื่องคอมพิวเตอร์โดยใช้โปรแกรมต่าง ๆ ที่หลากหลาย เช่น โปรแกรม Macromedia, โปรแกรม Firework, โปรแกรม Clikck2Learn และโปรแกรม ToolBook เพื่อให้นักเรียนได้เข้าถึงเทคโนโลยีที่หลากหลาย และในด้านหลักสูตรรายวิชาได้จัดการเรียนรู้โดยใช้เว็บเป็นฐานการเรียน เก็บรวบรวมข้อมูลโดยวิธีคุณภาพเกี่ยวกับการรับรู้และการเรียนรู้ของผู้เรียนในสภาพแวดล้อมที่นักเรียนเป็นศูนย์กลาง จากการศึกษาพบว่า วิธีการเรียนผ่านการลงมือปฏิบัติด้วยตนเองผ่านคอมพิวเตอร์โดยใช้โปรแกรมที่หลากหลายจะเสริมสร้างการเกิดปฏิสัมพันธ์กับคอมพิวเตอร์ เพื่อน ๆ และครู การอภิปรายผลและสะท้อนผลเกี่ยวกับประสบการณ์ที่ได้รับจากการเรียนและสนับสนุนการแลกเปลี่ยนความรู้ ซึ่งทำให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้ได้ข้อคิดเห็นว่าสิ่งที่เป็นประโยชน์ในการเรียนรู้ คือ โครงงานบนเว็บ หนังสือมัลติมีเดีย ครู และงานที่มอบหมาย

มัวร์ (Moore, 2005, p. 59) ได้ทำการศึกษาการใช้รูปแบบการเรียนรู้แบบคอนสตรัคติวิสต์ผ่านการทำงานเป็นกลุ่มในวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น ผลการวิจัยพบว่า ทักษะการทำงานของนักเรียนในชั้นเรียนมีผลกระทบเชิงบวก นักเรียนสามารถจดจำคำถามได้เพิ่มขึ้น ความสามารถในการคิดวิเคราะห์อย่างมีเหตุผลก็เปลี่ยนแปลงไปอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ .05 นอกจากนั้นการเรียนรูปแบบนี้ยังสร้างความมั่นใจให้กับนักเรียนมากขึ้น เนื่องจากนักเรียนได้แลกเปลี่ยนข้อมูลซึ่งกันและกัน ให้การสนับสนุนกันภายในกลุ่ม

คริสโทบอล กัลลาโด อัลบา และคณะ (Cristóbal, Björn, & Beatriz, 2020, pp. 1-10) จากการระบาดของโควิด 19 (Covid-19) ส่งผลให้ระบบการศึกษาทั่วโลกเกิดจุดเปลี่ยนรูปแบบการจัดการเรียนการสอนให้อยู่ในรูปแบบออนไลน์ สำหรับการวิจัยนี้ได้ศึกษาผลจากการ

สอนในรูปแบบที่หลากหลายซึ่งประกอบไปด้วย 1) การจัดการเรียนการสอนตามแนวคิดของคอนสตรัคติวิสต์ และ 2) สอนด้วยบทเรียนสำเร็จรูป โดยผู้วิจัยเสนอว่า ผู้สอนควรใช้การจัดการเรียนการสอนตามแนวคิดของคอนสตรัคติวิสต์เพื่อเปิดโอกาสให้ผู้เรียนคิดอย่างมีอิสระและสร้างองค์ความรู้ด้วยตนเองได้ แต่อาจเปลี่ยนรูปแบบการมีปฏิสัมพันธ์กับสิ่งแวดล้อมต่างไปจากเดิม โดยผู้สอนต้องรักษาการมีส่วนร่วมของผู้เรียนในสภาพแวดล้อมแบบออนไลน์และให้ความสนใจเป็นพิเศษกับบทบาทของการใช้เทคโนโลยีควบคู่กับการเรียนการสอน เพื่อสร้างแรงจูงใจให้กับผู้เรียนและไม่น่าเบื่อ

จากการศึกษางานวิจัยที่เกี่ยวข้อง พบว่า การใช้ทฤษฎี APOS และการจัดการเรียนการสอนตามแนวคิดของคอนสตรัคติวิสต์ ส่งผลดีต่อการพัฒนาระดับความเข้าใจของผู้เรียนระดับมัธยมศึกษา และมหาวิทยาลัย

3. เอกสารที่เกี่ยวข้องกับภาษาไพธอน

3.1 ความสำคัญของการเขียนโปรแกรม

เมื่อ 5 ปีที่ผ่านมา สำนักงานคณะกรรมการพัฒนาการเศรษฐกิจและสังคมแห่งชาติได้ปรับแผนพัฒนาเศรษฐกิจและสังคมแห่งชาติ ฉบับที่ 12 เพื่อเตรียมความพร้อมของคนในสังคมให้มีทักษะต่อการดำรงชีวิตสำหรับโลกในศตวรรษที่ 21 โดยหนึ่งในนโยบายสำคัญของรัฐบาลด้านการศึกษา คือ การพัฒนาทรัพยากรมนุษย์ด้วยภาษาคอมพิวเตอร์ หรือการเขียนโปรแกรม หรือการโค้ดดิ้ง (Coding) (สำนักงานคณะกรรมการพัฒนาการเศรษฐกิจและสังคมแห่งชาติ, 2559, น. 163-169; สำนักงานศึกษาธิการภาค 8, 2563, น. 1) เนื่องจากการเขียนโปรแกรมจะช่วยเสริมสร้างทักษะที่จำเป็นในด้านต่าง ๆ (Codekids Co.Ltd, 2562) ดังนี้

1) ทักษะการคิดเชิงคำนวณ (Computational Thinking) เป็นกระบวนการในการแก้ปัญหาการคิดวิเคราะห์อย่างมีเหตุผลเป็นขั้นตอน เพื่อหาวิธีการแก้ปัญหาในรูปแบบที่สามารถนำไปประมวลผลได้อย่างมีประสิทธิภาพ ทักษะนี้มีความสำคัญในการพัฒนาซอฟต์แวร์ นอกจากนี้ยังสามารถนำไปใช้แก้ปัญหาในศาสตร์อื่น ๆ และปัญหาในชีวิตประจำวันได้ด้วย ซึ่งมีองค์ประกอบที่สำคัญ (Codekids Co.Ltd, 2562; สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2562, น. 29) ได้แก่

- การแบ่งปัญหาใหญ่ออกเป็นปัญหา/งานย่อย (Decomposition) เป็นการพิจารณาและแบ่งปัญหา/งาน/ส่วนประกอบ ออกเป็นส่วนย่อย เพื่อจัดการกับปัญหาได้

- การพิจารณารูปแบบของปัญหาหรือวิธีการแก้ปัญหา (Pattern Recognition) การพิจารณารูปแบบ แนวโน้ม และลักษณะทั่วไปของปัญหาที่คล้ายกันสามารถนำ

วิธีการแก้ปัญหานั้นมาประยุกต์ใช้ และพิจารณารูปแบบปัญหาย่อยซึ่งอยู่ภายในปัญหาเดียวกันว่าส่วนใดที่เหมือนกัน เพื่อใช้วิธีการแก้ปัญหาเดียวกันได้ ทำให้จัดการกับปัญหาได้ง่ายขึ้น และการทำงานมีประสิทธิภาพเพิ่มขึ้น

- การพิจารณาสาระสำคัญของปัญหา (Abstraction) เป็นการพิจารณารายละเอียดที่สำคัญ แยกแยะสาระสำคัญออกจากส่วนที่ไม่สำคัญ

- การออกแบบอัลกอริทึม (Algorithms) ขั้นตอนในการแก้ปัญหาหรือการทำงานโดยมีลำดับของคำสั่งหรือวิธีการที่ชัดเจนที่คอมพิวเตอร์สามารถปฏิบัติตามได้

ซึ่งจะเห็นได้ว่า เมื่อผู้เรียนเกิดทักษะการคิดเชิงคำนวณจะเป็นอีกหนึ่งปัจจัยที่เสริมสร้างให้ผู้เรียนมีความคิดสร้างสรรค์มากขึ้น เนื่องจากการแก้ปัญหาหนึ่งสามารถเขียนอัลกอริทึมด้วยวิธีการที่หลากหลายเพื่อนำไปสู่ผลลัพธ์เดียวกันที่ถูกต้องได้

2) ทักษะการใช้เทคโนโลยี เทคโนโลยีถูกนำมาใช้กับในชีวิตประจำวันมากขึ้น เช่น การเดินทางด้วย Google Map รถไฟฟ้า รถไฟใต้ดิน การติดต่อสื่อสารด้วยโทรศัพท์ การใช้งานผ่านแอพพลิเคชั่นต่าง ๆ และคงปฏิเสธไม่ได้ว่าเบื้องหลังของเทคโนโลยีทั้งหลายมาจากการเขียนโปรแกรมของนักโปรแกรมเมอร์

3) การเขียนโปรแกรมช่วยให้ผู้เรียนแสดงพรสวรรค์ด้านความคิด ผู้เรียนจะเกิดพรสวรรค์ด้านต่าง ๆ ได้ ต้องมาจากการเรียนรู้และฝึกฝน เช่น การเรียนศิลป์เพื่อให้ผู้เรียนแสดงความสามารถออกมาอย่างสร้างสรรค์ผ่านการวาดภาพ แต่ในปัจจุบันคำว่า “แสดงพรสวรรค์ด้านความคิด” ไม่ได้จำกัดเพียงแค่การวาดรูปหรือการเล่นดนตรีเท่านั้น แต่ยังรวมถึงความสามารถด้านการใช้เทคโนโลยีใหม่ ๆ เช่น Scratch, Micro Bit หรือ Python เป็นต้น เพื่อคาดหวังให้ผู้เรียนสามารถเขียนโปรแกรมได้

4) ส่งเสริมการเรียนคณิตศาสตร์ให้เข้าใจมากขึ้น และด้านภาษาที่ดี การเขียนโปรแกรมเป็นการผนวกความรู้ร่วมกับคณิตศาสตร์ โดยเชื่อว่าการเขียนโปรแกรมให้ได้ดีนั้นต้องมาจากรากฐานทางคณิตศาสตร์ที่ดี ซึ่งผู้เรียนจะเห็นความสัมพันธ์ระหว่างภาษาของโปรแกรมกับคณิตศาสตร์ ส่งผลให้ผู้เรียนเรียนคณิตศาสตร์ด้วยความสนุก มีความคิดอย่างเป็นระบบ ใช้ความรู้คณิตศาสตร์เป็นเครื่องมือหลักในการแก้ปัญหา ตลอดจนเห็นคุณค่าของคณิตศาสตร์มากยิ่งขึ้น นอกจากนั้นยังช่วยส่งเสริมด้านภาษา เนื่องจากภาษาคอมพิวเตอร์ส่วนใหญ่มักมีคำสั่งต่าง ๆ ที่เป็นภาษาอังกฤษ เมื่อผู้เรียนลงมือเขียนโปรแกรมด้วยตนเองจะเกิดการจดจำสิ่งเหล่านั้นได้ (ไพรบูลย์ พันธรักษ์พงศ์, 2561, น. 1)

5) ทักษะอาชีพ เทคโนโลยีเป็นอุตสาหกรรมที่มีความต้องการนักโปรแกรมเมอร์ นักวิจัยด้านเทคโนโลยี นักพัฒนาแอพพลิเคชั่น นักพัฒนาเกม หรือแม้แต่บริษัทใหญ่ ๆ อย่าง Microsoft และ Apple ก็ต้องการนักโปรแกรมเมอร์เพื่อพัฒนาและสร้างนวัตกรรมใหม่ ๆ เช่นกัน ฉะนั้นเมื่อสร้างให้ผู้เรียนมีทักษะและสามารถเขียนโปรแกรมได้ จะเป็นหนึ่งแรงที่ช่วยพัฒนานวัตกรรมต่อประเทศชาติได้ รวมทั้งเป็นที่ต้องการของตลาดแรงงานอีกด้วย

นอกจากนี้ ทิม คุก ผู้บริหารบริษัท Apple กล่าวว่า ควรให้**การเขียนโปรแกรมเป็นภาษาที่ 2** เนื่องจากการเขียนโปรแกรมเป็นภาษาสากลสามารถสื่อสารได้กับทุกชาติทั่วโลก ซึ่งเสนอว่า เยาวชนรุ่นใหม่ตั้งแต่ระดับประถมศึกษาถึงมัธยมศึกษาควรได้เรียนในหลักสูตร เนื่องจากเป็นช่วงที่พัฒนาการเรียนรู้เปิดกว้างสำหรับการพัฒนาทักษะพื้นฐานที่จำเป็นต่อการเขียนโปรแกรม โดยอาศัยความคิดสร้างสรรค์ ตรรกศาสตร์ เพื่อเชื่อมโยงการเขียนโปรแกรมกับการเรียนรู้ในสาขาวิชาพื้นฐานอื่น ๆ (DailyGizmo, 2562) ซึ่งสอดคล้องกับ สุชาติ คุ้มมะณี (2562, น. 6) ซึ่งกล่าวว่า ภาษาไพธอนเป็นภาษาที่มีโครงสร้างและรูปแบบคำสั่งที่ไม่ซับซ้อน เข้าใจง่าย มีความ**ใกล้เคียงกับภาษาอังกฤษที่มนุษย์เราใช้ในการสื่อสารกันมากที่สุด** และสามารถนำมาใช้ในการเขียนโปรแกรมที่มีความซับซ้อนได้เช่นเดียวกับภาษาการเขียนโปรแกรมอื่น ๆ ส่วนในระดับมหาวิทยาลัยทั้งในและต่างประเทศต่างแนะนำไพธอนเป็นภาษาแรกในการเรียนเขียนโปรแกรม

ในขณะที่ คุณหญิงกัลยา โสภณพานิช รัฐมนตรีช่วยว่าการกระทรวงศึกษาธิการ ที่ให้ความสำคัญกับการเขียนโปรแกรมเพราะเชื่อว่าจะช่วยให้เยาวชนมีทักษะในการดำรงชีวิตรอบด้าน (อานนท์ วิชานนท์, 2562) กล่าวคือ

C: Creative Thinking ความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ ไม่ปิดกั้นความคิดสร้างสรรค์ของเยาวชนไทยด้วยข้อจำกัดทางการศึกษาด้านเทคโนโลยี

O: Organized Thinking การส่งเสริมให้เยาวชนไทยมีความคิดที่เป็นระบบระเบียบ มีตรรกะวิเคราะห์สิ่งต่าง ๆ ในชีวิตประจำวัน รู้จักคิดที่จะแก้ไขปัญหา ด้วยข้อจำกัดต่าง ๆ ที่มีอยู่ในโลกยุคดิจิทัล

D: Digital Literacy ความสามารถในการเข้าใจภาษาดิจิทัล ทำให้เยาวชนไทยสามารถดำรงชีวิตที่แวดล้อมไปด้วยเทคโนโลยีที่เปลี่ยนไปอย่างรวดเร็วได้อย่างง่ายดาย

I: Innovation นวัตกรรมที่จะนำไปใช้ได้จริง และเกิดประโยชน์แก่คนหมู่มาก

N: Newness การสนับสนุนให้คนไทยมีความริเริ่ม ในการทำสิ่งต่าง ๆ อย่างไม่รอช้า ซึ่งจะส่งผลให้ประเทศไทยไม่เป็นประเทศที่เป็นแค่ผู้ตาม

G: Globalization ยุคโลกาวิวัฒน์ เป็นสิ่งที่คนไทยต้องเตรียมพร้อมที่จะปรับตัวเพื่อหลีกเลี่ยงผลกระทบของการเปลี่ยนแปลงด้านเทคโนโลยี และเปิดรับสิ่งใหม่ ๆ ให้ทัดเทียมหรือก้าวไกลไปกว่านานาอารยประเทศ

ด้วยเหตุนี้ส่งผลให้หน่วยงานจากกระทรวงต่าง ๆ ที่เกี่ยวข้องเข้ามาดำเนินการเกี่ยวกับการเขียนโปรแกรมมากขึ้น เช่น สำนักงานส่งเสริมเศรษฐกิจดิจิทัล (Digital Economy Promotion Agency: DEPA) กระทรวงดิจิทัลเพื่อเศรษฐกิจและสังคม ศูนย์เทคโนโลยีอิเล็กทรอนิกส์และคอมพิวเตอร์แห่งชาติ (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2562, น. 20-28; สำนักงานศึกษาธิการภาค 8, 2563, น. 1) และสำหรับสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี ได้เสนอหลักสูตรวิทยาการคำนวณต่อกระทรวงศึกษาธิการ จนเป็นวิชาบังคับในหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พ.ศ. 2551 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) พร้อมทั้งระบุให้ผู้เรียนได้เรียนการเขียนโปรแกรมตั้งแต่ระดับประถมศึกษา ผ่านโปรแกรม Code.org, Scratch และ Logo เพื่อเสริมสร้างการให้เหตุผลเชิงตรรกะในการแก้ปัญหา การอธิบายการทำงาน ตัดสินใจ การคาดการณ์ผลลัพธ์จากปัญหาอย่างง่าย เช่น นิทานที่มีการโต้ตอบกับผู้ใช้ การ์ตูนสั้น เล่ากิจวัตรประจำวัน การค้นหาเลขหน้าที่ต้องการให้เร็วที่สุด การทายเลข 1-1,000,000 โดยตอบให้ถูกภายใน 20 คำถาม การคำนวณเวลาในการเดินทาง โดยคำนึงถึงระยะทาง เวลา จุดหยุดพัก เป็นต้น และระดับมัธยมศึกษาได้ระบุให้ผู้เรียนการเขียนโปรแกรมด้วยภาษาไพธอน เพื่อมุ่งเน้นการพัฒนาความคิดที่เป็นระบบ แก้ปัญหา ให้เหตุผล หลักการวางลำดับขั้นตอนการคิด ตลอดจนสามารถนำความรู้ไปต่อยอดเพื่อพัฒนาหรือสร้างนวัตกรรมที่มีการบูรณาการกับวิชาอื่นอย่างสร้างสรรค์ เช่น เขียนโปรแกรมแปลงสกุลเงิน โปรแกรมผันเสียงวรรณยุกต์ โปรแกรมจำลองการแบ่งเซลล์ ระบบรดน้ำอัตโนมัติ เป็นต้น

จากความสำคัญของการเขียนโปรแกรมที่กล่าวมาข้างต้น ผู้วิจัยสามารถสรุปได้ว่า การเขียนโปรแกรม เป็นกระบวนการประยุกต์ความรู้ทางคณิตศาสตร์ร่วมกับการใช้ภาษาใดภาษาหนึ่งทางคอมพิวเตอร์ เช่น Scratch, Logo, C, C++, Java, Python เป็นต้น ประกอบการค้นหาผลลัพธ์ของสถานการณ์ปัญหาที่กำหนดให้ ควรสนับสนุนให้เรียนทุกระดับโดยเลือกภาษาให้เหมาะสมและสอดคล้องกับพัฒนาการเรียนรู้ตามช่วงอายุของผู้เรียน เพื่อเสริมสร้างกระบวนการคิดอย่างเป็นระบบสำหรับการวิจัยครั้งนี้สนใจเลือกใช้เลือกไพธอน เนื่องจากสอดคล้องกับบริบทของนักเรียนระดับมัธยมศึกษาและเป็นภาษาที่หลักสูตรบังคับให้ผู้เรียนต้องเรียน

3.2 ประวัติของภาษาไพธอน

ภาษาไพธอน (Python) ถูกพัฒนาขึ้นประมาณปลาย ค.ศ. 1980 โดยกุยโด ฟาน รอสซัม (Guido van Rossum) นักวิจัยคณิตศาสตร์และวิทยาการคอมพิวเตอร์นานาชาติของประเทศเนเธอร์แลนด์ (สุพจน์ สง่าทอง, 2562, น. 2) ได้พัฒนาขึ้นผ่านการผสมผสานความหลากหลายของภาษาอื่น ๆ เช่น ABC, Smalltalk, Perl, Icon, Modula-3, SETL, Haskell, Lisp, C, C++ และ Java ส่งผลให้ภาษาไพธอนเป็นภาษาระดับสูง (High-Level Language) ที่มีความสามารถในการจัดการหน่วยความจำแบบอัตโนมัติ (Automatic Memory Management) การจัดการในเรื่องของตัวแปรที่สร้างขึ้นมาใช้งานโดยไม่ต้องกำหนดชนิดข้อมูล สามารถทำความเข้าใจเกี่ยวกับ List (List Comprehension) ที่นำมาจากการเขียนโปรแกรมเชิงฟังก์ชันของภาษา SETL และ Haskell อีกทั้งยังสร้างนวัตกรรมใหม่โดยการผสมผสานชนิดของข้อมูล (Code ที่เขียนด้วยภาษา C) และ Class (Code ที่เขียนด้วยไพธอน) นอกจากนี้ยังมีการทำงานร่วมกันภายใต้ Python Software Foundation (PSF) ซึ่งเป็นองค์กรที่ไม่แสวงหาผลประโยชน์พร้อมทั้งเปิดโอกาสให้ทุกคนสามารถใช้งานเขียนโปรแกรมต่าง ๆ ด้วยภาษาไพธอนได้ฟรีทั้งในรูปแบบออนไลน์ (Online) หรือออฟไลน์ (Offline) จึงจัดให้**ภาษาไพธอนเป็นฟรีซอฟต์แวร์ (Software Free)** ที่ถูกนำมาใช้อย่างเผยแพร่ช่วง ค.ศ. 2000 ในเวอร์ชั่น 2.6 ต่อมาภาษาไพธอนได้ปรับปรุงและพัฒนาขึ้นเรื่อย ๆ ผ่านเวอร์ชั่นต่าง ๆ จนถึงปัจจุบัน (ค.ศ. 2021) ภาษาไพธอนถูกพัฒนาให้สะดวกต่อการใช้งานมากขึ้นโดยการสร้างชุมชน (Community) เพื่อให้ผู้พัฒนาโปรแกรมช่วยกันสร้าง Library ที่เกี่ยวข้องกับการประมวลผลภาพสามมิติ (3D Graphics Rendering) การประมวลผลข้อมูลภาพ (Image Processing) การประมวลผลข้อมูลทางด้านคณิตศาสตร์และวิทยาศาสตร์ วิศวกรรมศาสตร์ การเรียนรู้ด้วยเครื่องจักร (Machine Learning) ตลอดจนปัญญาประดิษฐ์ (Artificial Intelligent: AI) ไว้สำหรับผู้ที่สนใจเขียนโปรแกรมด้วยภาษาไพธอนในเรื่องต่าง ๆ สามารถเรียกใช้ Library เหล่านั้นได้ทันที (Open Source) (Richard, 2018, pp. 4-5; ณัฐวัตน์ คำภักดี, 2561, น. 11-12) ซึ่งเวอร์ชั่นล่าสุด ณ เดือนกุมภาพันธ์ พ.ศ. 2564 คือ เวอร์ชั่น 3.9.2 (Foundation, 2021)

3.3 ความสามารถของภาษาไพธอน

ปัจจุบันนักพัฒนาโปรแกรมส่วนใหญ่นิยมนำภาษาไพธอนมาใช้ในหน่วยงานและองค์กรต่าง ๆ เช่น Google, Gmail, Google Map, องค์กรอวกาศและงานวิจัยห้วงอวกาศของประเทศสหรัฐอเมริกา (National Aeronautics and Space Administration: NASA) สถาบันการศึกษาต่าง ๆ และหน่วยงานระดับโลก USA Central Intelligence Agency (CIA) เป็นต้น เนื่องจากภาษาไพธอนเป็นอีกหนึ่งภาษาที่มีศักยภาพรอบด้าน โดยเฉพาะด้านคณิตศาสตร์

และการคำนวณที่ไม่เพียงช่วยในการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ ได้แก่ การบวก ลบ คูณ หารและยกกำลัง เท่านั้น แต่ยังสามารถแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ซับซ้อน**ผ่านโมดูลทางคณิตศาสตร์ (Module math) และชุดคำสั่ง (Package) ของภาษาไพธอน**ได้ ทั้งนี้ผู้วิจัยได้สังเคราะห์และรวบรวมสาระสำคัญที่เกี่ยวข้องกับความสามารถในการใช้ Module math และ Package ของภาษาไพธอน (Perkovic, 2015, pp. 320-333; ณัฐวัตน์ คำภักดี, 2561, น. 16) ดังนี้

1) ความสามารถในการใช้โมดูลของภาษาไพธอน

โมดูล (Module) เป็นไฟล์โปรแกรมที่ถูกสร้างขึ้นมาแยกจากไฟล์โปรแกรมหลัก และถูกเรียกใช้งานจากโปรแกรมหลักอีกทีหนึ่ง ซึ่งไฟล์นี้จะมีนามสกุล .py เช่นเดียวกับโปรแกรมหลัก สำหรับ Module หนึ่ง ๆ จะประกอบด้วยฟังก์ชัน (Function) คลาส (Class) หรือตัวแปรกี่ตัวก็ได้ โดยปกติหากมีงานใด ๆ ก็ตามที่ถูกเรียกทำงานซ้ำ ๆ จะสามารถแตกงาน (Subroutine) นั้นออกมาเป็นฟังก์ชัน และนำฟังก์ชันต่าง ๆ ที่เกี่ยวข้องรวมเข้าด้วยกันเป็น Module เนื่องจากภาษาไพธอนมี Module เป็นจำนวนมากเพื่อสนองการใช้งานของผู้เขียนโปรแกรม และสำหรับการวิจัยในครั้งนี้ต้องการศึกษาระดับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ ผู้วิจัยจึงสนใจศึกษาเพียง Module math ซึ่งเกี่ยวข้องกับการใช้งานทางคณิตศาสตร์ (Jason, 2013, pp. xx - xxiii; ปราโมทย์ เดชะอำไพ, 2563, น. 1-10) และสามารถสรุปการใช้งานของ Module math ได้ ดังตาราง 6

ตาราง 6 ตัวอย่างความสามารถของ Module math แต่ละ Function สำหรับภาษาไพธอน

ฟังก์ชัน	ตัวอย่างการใช้งาน	ความหมาย
floor()	math.floor(x)	หาจำนวนเต็มที่มีค่ามากที่สุด
fmod()	math.fmod(x, y)	หาค่าเศษจากการหาร
gcd()	math.gcd(x, y)	หาค่าตัวหารร่วมมากที่มีค่ามากที่สุด
exp()	math.exp(x)	หาค่า e ยกกำลังจากจำนวนใด ๆ ที่กำหนดให้
log()	math.log(x[, base])	หาค่าลอการิทึม
pow()	math.pow(x, y)	หาค่าเลขยกกำลัง
sqrt()	math.sqrt(x)	หาค่ารากที่สองจากจำนวนใด ๆ
gamma()	math.gamma(x)	หาค่าฟังก์ชัน gamma
lgamma()	math.lgamma(x)	หาค่าลอการิทึมธรรมชาติของฟังก์ชัน gamma

ตาราง 6 (ต่อ)

ฟังก์ชัน	ตัวอย่างการใช้งาน	ความหมาย
polar()	math.polar(x)	หาค่าพิกัดเชิงขั้ว (Polar Coordinate) คืนค่ากลับมาเป็นคู่ (r, phi) โดยที่ r แทน ค่าโมดูล และ phi แทน ค่า phase
phase()	math.phase(x)	หาค่ามุม phase ของจำนวนเชิงซ้อน

จากตาราง 6 จะเห็นได้ว่าตัวอย่าง Module math ที่กล่าวมาข้างต้นเป็น Function มาตรฐานทางคณิตศาสตร์ที่ประกอบด้วย Function การคำนวณตั้งแต่การหาค่าของจำนวนจริงจนถึงการหาค่าของจำนวนเชิงซ้อน นอกจากนั้นยังมี Module สำเร็จรูปอื่น ๆ ที่เกี่ยวข้องกับคณิตศาสตร์อีกมากมายที่นักพัฒนาโปรแกรมคิดค้นขึ้นให้ใช้งานในปัจจุบัน

2) ความสามารถในการใช้ชุดคำสั่งของภาษาไพธอน

สำหรับการใช้งานด้วยชุดคำสั่งจำเป็นต้อง import ชุดคำสั่งหรือแพ็กเกจ (Package) ที่เกี่ยวข้องก่อนเพื่อเรียกใช้คำสั่งและ Function ที่ถูกบรรจุด้วย Package นั้นมาใช้งานได้ถูกต้อง รวดเร็ว และแม่นยำ แต่เนื่องจาก Package ในไพธอนมีจำนวนมาก ผู้วิจัยจึงศึกษาเฉพาะ Package ที่นำมาใช้ในงานวิจัยโดยมีรายละเอียด (Summerfield, 2010, pp. 195-232; ปราโมทย์ เดชะอำไพ, 2563, น. 13-185) ดังนี้

- **Package NumPy** ทำหน้าที่เกี่ยวกับการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ สามารถเรียกใช้งานด้วยคำสั่ง

> > > import numpy

สำหรับศักยภาพของ Package นี้สามารถ:

(1) สร้างอาเรย์ (array) เพื่อดำเนินการเกี่ยวกับเวกเตอร์และเมทริกซ์ในด้านการบวก การลบ และการคูณโดยใช้คำสั่ง np.array([ ], [ ], . . ., [ ]) ไว้สำหรับการดำเนินการของเวกเตอร์ และใช้คำสั่ง np.matrix(x) ไว้สำหรับการดำเนินการของเมทริกซ์ นอกจากนั้นสามารถหาการทรานสโพส (Transpose) การหาค่าดีเทอร์มิแนนต์ (Determinant) การหาเมทริกซ์ผกผัน (Inverse) การหาผลลัพธ์จากการดอท (Dot Product) การหาผลลัพธ์จากการครอส (Cross Product) โดยใช้คำสั่ง np.transpose, np.linalg.det(x), np.linalg.inv(x), np.dot(x, y) และ np.cross(x, y) ตามลำดับ

(2) แก้สมการทางพีชคณิต เช่น สมการพหุนาม สมการอดิศัย ฯลฯ รวมทั้งช่วยแก้ระบบสมการเชิงเส้นและไม่เชิงเส้น ตั้งแต่หนึ่งสมการไปจนถึงล้าน ๆ สมการไว้สำหรับแก้ปัญหาขนาดใหญ่ ผ่านการใช้งานของฟังก์ชัน roots(x, y), solve(x, y), fsolve(x, y), np.polyval(x, y), np.polymul(x, y), np.polyadd(x, y) และ np.polydiv(x, y) เป็นต้น

(3) แก้ปัญหาที่เกี่ยวข้องกับแคลคูลัสผ่านคำสั่ง np.polyder(x) และ np.polyint(x) เพื่อหาอนุพันธ์ของฟังก์ชันและอินทิเกรตฟังก์ชัน

(4) แก้ปัญหาที่เกี่ยวข้องกับสถิติ เช่น การหาค่าเฉลี่ยเลขคณิต มัธยฐาน ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ความแปรปรวน หาค่าสูงสุด หาค่าต่ำสุด การเรียงข้อมูลสมาชิกในอาร์เรย์ ฯลฯ โดยใช้คำสั่ง np.mean(x, y, … ,z), np.median(x, y, … ,z), np.std(x, y, … ,z),

np.var(x, y,…,z), np.max(x, y, … ,z), np.min(x, y, … ,z) และ np.argsort(x, y, … ,z) ตามลำดับ

(5) สุ่ม (Random) ข้อมูลชนิดต่าง ๆ ได้ เมื่อใช้คำสั่ง np.random(x, y, … ,z)

- **Package SymPy** ทำหน้าที่จัดการกับตัวแปร ตัวเลข และสมการ เมื่อต้องการให้ผลลัพธ์แสดงออกมาในรูปแบบสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ สามารถเรียกใช้งานด้วยคำสั่ง (Percival & Mike, 2020)

> > > import sympy as sym

จากนั้นต้องระบุว่าตัวแปรใดเป็นสัญลักษณ์ แล้วจึงกำหนดคำสั่งที่ต้องการแสดงผล ดังภาพประกอบ 10

```
1  import sympy as sym
```

```
1  x,y = sym.symbols('x, y')
2
3  x+y
```

$$x + y$$

```
1  for i in range (-2, 0):
2      display(Math('\\text{With }x = %g: x^2+4\\Rightarrow %g^{2}+4 = %g' %(i,i,i**2+4)))
```

With $x = -2 : x^2 + 4 \Rightarrow -2^2 + 4 = 8$

With $x = -1 : x^2 + 4 \Rightarrow -1^2 + 4 = 5$

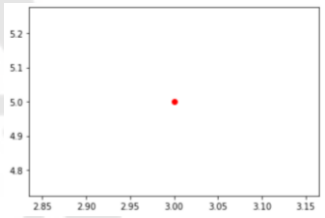
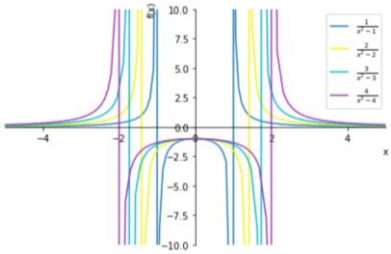
ภาพประกอบ 10 ตัวอย่างแสดงความสามารถบางส่วนของ Package SymPy

- **Package matplotlib.pyplot** สำหรับ Package ที่ใช้ในการเขียนกราฟมีอยู่หลาย Package แต่ Package ที่นิยมนำมาใช้มากที่สุดเพราะง่ายและสะดวกต่อการใช้งาน คือ Package matplotlib.pyplot ทั้งนี้สามารถเรียกใช้งานด้วยคำสั่ง (Percival & Mike, 2020)

> > > import matplotlib.pyplot as plt

ตัวอย่างแสดงความสามารถและคำสั่งในการเขียนกราฟของ Package นี้แสดงรายละเอียดดังตาราง 7

ตาราง 7 ตัวอย่างความสามารถการเขียนกราฟด้วย Package matplotlib.pyplot

คำสั่ง	คำอธิบาย	ผลลัพธ์
x = 3 y = 5 plt.plot(x, y, 'ro') plt.show()	เขียนจุดที่พิกัด (3, 5) และแสดงจุดเป็นสีแดง	
x, a, y = sym.symbols('x, a, y') y = a/(x**2 - a) p = None p = symplot(y.subs(a, 1), (x,-5, 5), show = False) p[0].label = '$%s$' %sym.latex(y.subs(a, 1)) for i in range(2, 5): p.extend(symplot(y.subs (a, i), (x, -5, 5), show = False)) p[i-1].label = '$%s$' %sym.latex(y.subs(a, i)) p[i-1].line_color = list(np.random.rand(3)) p.ylim = [-10, 10] p.legend = True; p.show()	เขียนกราฟของฟังก์ชันเศษส่วน	

จากที่กล่าวมาข้างต้นเป็นความสามารถในการใช้ชุดคำสั่งของภาษาไพธอน ประกอบไปด้วย Package numpy, Package sympy และ Package matplotlib.pyplot ถึงแม้ว่าทั้ง 3 Package จะช่วยด้านการคำนวณทางคณิตศาสตร์แต่ความสามารถของแต่ละ Package แตกต่างกัน โดย Package numpy มีความสามารถเกี่ยวกับการดำเนินการทุกด้านทางคณิตศาสตร์ ส่วนความสามารถที่เกี่ยวข้องกับสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์จะเลือกใช้ Package sympy ในขณะที่ Package matplotlib.pyplot จะช่วยด้านการเขียนกราฟของฟังก์ชันต่าง ๆ แบบ 1, 2 และ 3 มิติ

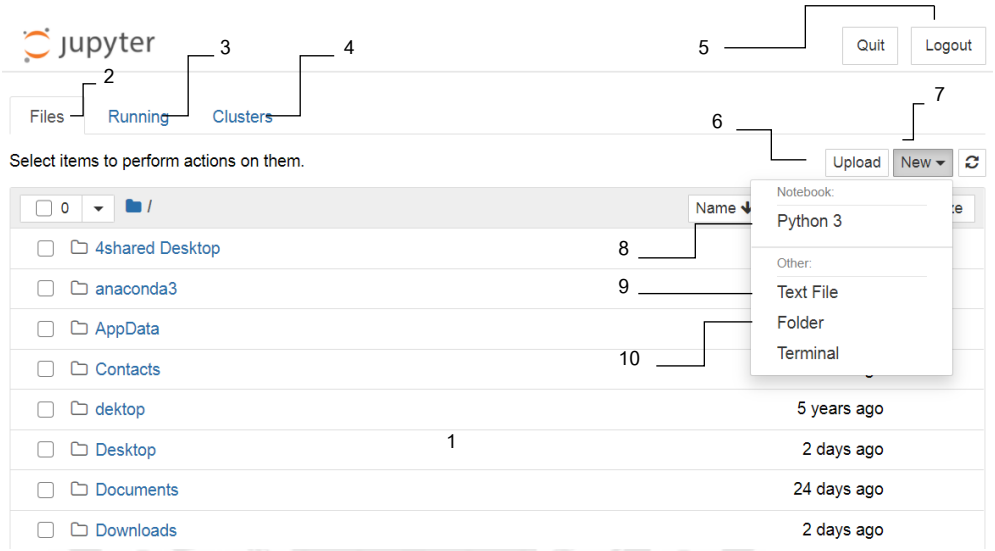
นอกจากนั้น ภาษาไพธอนยังมีอีกหนึ่งความสามารถที่นักพัฒนาโปรแกรมพยายามสร้างฟังก์ชันภายใน Class ให้อยู่ในรูปของ Method เพื่อสามารถรับข้อมูลชนิดต่าง ๆ ทั้ง List, String, Tuple, Dictionary และ Set ได้ พร้อมทั้งแสดงผลลัพธ์ออกมาทันทีหลังเรียกใช้งาน สำหรับ Method ในระดับพื้นฐานที่นิยมนำมาใช้งานบ่อยครั้ง คือ ข้อมูลชนิด List, String, Set และจากการศึกษาเอกสารที่เกี่ยวข้อง ผู้วิจัยได้สังเคราะห์เห็นความสัมพันธ์ของ Method สำหรับชนิดข้อมูลเซตกับคณิตศาสตร์ พบว่า Method สำหรับชนิดข้อมูล Set ในภาษาไพธอนเหมือนทางคณิตศาสตร์ที่ไม่เก็บข้อมูลซ้ำ อีกทั้งสามารถดำเนินการต่าง ๆ เกี่ยวกับเซตได้ เช่น ยูเนียน อินเตอร์เซกชัน ผลต่าง คอมพลีเมนต์ เซตว่าง การเพิ่ม / ลบสมาชิก ฯลฯ โดยมีรายละเอียดการใช้คำสั่ง (สุพจน์ สง่าทอง, 2562, น. 90) ดังนี้

add(x)	เพิ่มสมาชิกลงในเซตทีละค่า
clear(x)	ลบสมาชิกลงในเซตทีละค่า
remove(x)	ลบสมาชิกลงในเซตทีละค่า
A.difference(B)	หาสมาชิกของเซต A ที่ไม่ได้เป็นสมาชิกใน B
A.intersection(B)	หาสมาชิกที่อยู่ทั้งในเซต A และ B
A.union(B)	หาสมาชิกที่อยู่ในเซต A หรือ B
A.update(x, y, . . .)	เพิ่มสมาชิกลงในเซต (ได้มากกว่า 1 ตัวในแต่ละครั้ง)

3.4 เครื่องมือพัฒนาโปรแกรมของภาษาไพธอน

สำหรับหัวข้อที่ผ่านมา ผู้วิจัยได้กล่าวถึงประวัติและความสามารถของภาษาไพธอน ดังนั้น ในหัวข้อนี้จะกล่าวถึงเครื่องมือที่ใช้พัฒนาโปรแกรมด้วยภาษาไพธอนที่ปัจจุบันมี Python Shell ปรากฏขึ้นจำนวนมาก ส่งผลให้การใช้ภาษาไพธอนบนวินโดวส์ (Windows) สะดวกและเรียบร้อยมากขึ้น Python Shell ประกอบไปด้วย IDLE (Integrated Development Environment),

Notepad, PyCharm, Anaconda Navigator (Anaconda 3) และ Jupyter Notebook เป็นต้น (Percival & Mike, 2020) ความสามารถของ Python Shell แต่ละชนิดใกล้เคียงกัน แต่สำหรับการวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยเลือกใช้ Jupyter Notebook เนื่องจากเป็นเครื่องมือที่นิยมนำมาพัฒนาโปรแกรม อีกทั้งยังใช้งานได้ฟรีผ่านเว็บบราวเซอร์หรือเข้าจากโปรแกรมใหญ่ด้วย Anaconda Navigator แล้วเลือก Jupyter Notebook จะปรากฏหน้าเว็บบราวเซอร์ **Notebook Dashboard** ที่แสดงโฟลเดอร์จัดเก็บไฟล์พร้อมทั้งเมนูต่าง ๆ ให้เลือกใช้งาน โดยมีองค์ประกอบ ดังภาพประกอบ 11



ภาพประกอบ 11 เมนูที่แสดงบน Notebook Dashboard

จากภาพประกอบ 11 สามารถอธิบายหน้าที่แต่ละส่วนได้ (ณัฐวัตน์ คำภักดี, 2561, น. 18-19) ดังนี้

ส่วนที่ 1 หน้าเว็บบราวเซอร์ Notebook Dashboard: ทำหน้าที่จัดเก็บไฟล์คำสั่งโปรแกรมซึ่งถูกเขียนด้วย Notebook หรือตรวจสอบไฟล์ที่กำลังประมวลผลคำสั่งโปรแกรม

ส่วนที่ 2 Files: แสดงไฟล์เอกสารที่ถูกจัดเก็บ

ส่วนที่ 3 Running: แสดงไฟล์เอกสารที่กำลังทำงาน

ส่วนที่ 4 Clusters: เมื่อ Jupyter Notebook ถูกใช้งานหลายเครื่อง Clusters จะทำหน้าที่ประมวลผลข้อมูลแบบขนาน

ส่วนที่ 5 Logout: ใช้สำหรับออกจากโปรแกรม

ส่วนที่ 6 Upload: รับและส่งไฟล์เอกสารจากเครื่องหนึ่งไปยังเครื่องหนึ่ง

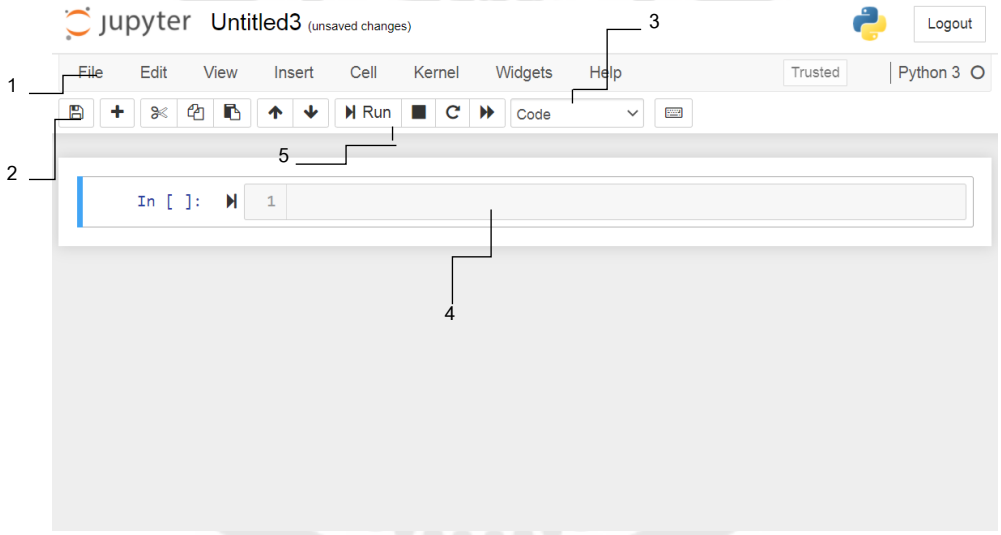
ส่วนที่ 7 New: คลิกเพื่อเลือกเมนูย่อยซึ่งประกอบด้วย Python 3, Text File และ Folder

ส่วนที่ 8 Python 3: สร้างไฟล์เพื่อเขียนโปรแกรมด้วยภาษาไพธอน 3

ส่วนที่ 9 Text File: ใช้สร้างข้อความ

ส่วนที่ 10 Folder: สร้างโฟล์เดอร์เพื่อเก็บไฟล์คำสั่งโปรแกรม

องค์ประกอบทั้ง 10 ส่วน ที่กล่าวมาข้างต้นล้วนมีหน้าที่แตกต่างกันออกไป แต่สำหรับ**ส่วนที่** 8 Python 3 ถือเป็นจุดเริ่มต้นของการเข้าสู่หน้าต่างที่**เรียกว่า** Notebook เพื่อเขียนโปรแกรมด้วยภาษาไพธอน อีกทั้งมีเมนูต่าง ๆ ที่ปรากฏบน Notebook โดยมีรายละเอียดการใช้งานดังภาพประกอบ 12 (Foundation, 2021; Percival & Mike, 2020)



ภาพประกอบ 12 เมนูที่แสดงบน Notebook

จากภาพประกอบ 12 สามารถอธิบายหน้าที่แต่ละส่วนได้ดังนี้ สำหรับ**ส่วนที่** 1 เป็น Menu Bar ซึ่งประกอบด้วย File, Edit, View, Insert, Cell, Kernel, Widgets และ Help ในขณะที่**ส่วนที่** 2 เป็น Tool Bar ที่มีหน้าที่อำนวยความสะดวกสั่งงานต่าง ๆ ด้วยทางลัด เช่น การบันทึกไฟล์โปรแกรม การเพิ่มหน้าต่าง การตัดข้อความ การคัดลอกข้อความ เป็นต้น ซึ่ง**ส่วนที่** 3 คือ Cell Type แสดงให้ทราบถึง Cell ที่กำลังใช้งานอยู่ซึ่งประกอบด้วย Code, Markdown, RAW NBConvert และ Heading และส่วนที่ใช้เขียนโปรแกรม คือ **ส่วนที่** 4 ซึ่งเรียกว่า Cell นอกจากนั้นส่วนที่ใช้ในการ Run Cell คือ **ส่วนที่** 5 เพื่อประมวลผลคำสั่ง หรือกดคีย์ลัด Shift + Enter ได้ในทำนองเดียวกัน

3.5 ความสำคัญของภาษาไพธอนกับการเรียนการสอน

การจัดการเรียนการสอนในยุคปัจจุบัน**เทคโนโลยีถือเป็นหัวใจสำคัญ**ต่อการแก้ปัญหาจากสถานการณ์ต่าง ๆ ที่กำหนดให้ โดยจะเห็นได้ว่า มีเทคโนโลยีมากมายที่ถูกผลิตขึ้นให้ผู้สอนเลือกใช้ แต่อย่างไรก็ตามเทคโนโลยีบางชนิดอาจไม่เหมาะกับทุกเนื้อหาหรือทุกวิชา ดังนั้นการนำเทคโนโลยีเข้ามาประกอบการเรียนการสอนให้เกิดประสิทธิภาพมากที่สุด ผู้สอนควรเลือกใช้เทคโนโลยีให้เหมาะสมและสอดคล้องกับเนื้อหา (National Research Council, 1999) และจากที่ผู้วิจัยได้กล่าวมาในหัวข้อข้างต้นเกี่ยวกับการใช้ Jupyter Notebook ด้วยภาษาไพธอน จะเห็นได้ว่าเป็นการเขียนโปรแกรมที่ต้องอาศัย Module, Package และ Method อีกทั้งต้องใช้ความรู้พื้นฐานด้านการเขียนโปรแกรม ทั้งนี้ผู้วิจัยเห็นบทบาทที่สำคัญของการนำภาษาไพธอนมาใช้ประกอบการเรียนการสอนเพื่อเป็นสื่อกลางในการเปลี่ยนจากสิ่งที่ยากต่อการทำความเข้าใจให้ง่ายขึ้น แม้ว่าภาษาไพธอนจะมีศักยภาพในการแสดงผลลัพธ์ออกมาทันทีแต่การที่ผู้เรียนจะสามารถเขียนโปรแกรมได้ต้องผ่านกระบวนการคิดอย่างเป็นขั้นเป็นตอน รวมทั้งต้องออกแบบอัลกอริทึม (Algorithm) โดยใช้แนวคิดเชิงนามธรรม (Abstraction) เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และวิทยาศาสตร์จากปัญหาที่ง่ายไปสู่ปัญหาที่ซับซ้อนขึ้นได้ (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2562, น. 20) นอกจากนั้นยังพบว่าการเขียนโปรแกรมเป็นเครื่องมือสำคัญต่อการกระตุ้นให้ผู้เรียนเกิดความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ได้เร็วขึ้น (Vidakovic et al., 2018, p. 453)

ภาษาไพธอนถูกนำมาใช้อย่างแพร่หลายไม่เพียงแค่ในวงการวิศวกรรมเท่านั้น สำหรับวงการการศึกษาของประเทศไทยได้นำภาษาไพธอนเข้ามาใช้ประโยชน์เช่นกัน โดย อัมพร พินะสา เลขาธิการคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน (กพฐ.) ให้ความสำคัญกับการพัฒนาหลักสูตรที่อิงสมรรถนะ เพราะต้องการปรับให้ทันสมัยและทันกับปัจจุบันโดยเพิ่มการเรียน Coding ด้วย**ภาษาไพธอนเข้าไปอยู่ในหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 (ฉบับปรับปรุง 2560) รายวิชาพื้นฐานวิทยาศาสตร์ สาระเทคโนโลยี (วิทยาการคำนวณ)** ตั้งแต่ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ถึง 3 ตลอดจนสามารถนำความรู้จากการเขียนโปรแกรมด้วยภาษาไพธอนไปประยุกต์ใช้เพื่อแก้ปัญหาในชีวิตประจำวัน บูรณาการกับศาสตร์อื่น พัฒนาชิ้นงานต่อในระดับมัธยมศึกษาตอนปลายได้ และเพื่อให้ผู้เรียนมีสมรรถนะทันต่อการเปลี่ยนแปลงของโลก สำหรับตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้ที่เกี่ยวข้องกับภาษาไพธอนแสดงรายละเอียดดังตาราง 8 (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2562, น. 20-28)

ตาราง 8 ตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้ สาระเทคโนโลยี (วิทยาการคำนวณ)

ตัวชี้วัด	สาระการเรียนรู้
ออกแบบอัลกอริทึมที่ใช้แนวคิดเชิงนามธรรม เพื่อแก้ปัญหาหรืออธิบายการทำงานที่พบในชีวิตจริง	แนวคิดเชิงนามธรรม เป็นการประเมินความสำคัญของรายละเอียดของปัญหา แยกแยะส่วนที่เป็นสาระสำคัญออกจากส่วนที่ไม่ใช่สาระสำคัญ เช่น ต้องการปูหญ้าในสนามตามพื้นที่ที่กำหนด โดยหญ้าหนึ่งผืนกว้าง 50 เซนติเมตร ยาว 50 เซนติเมตร จะใช้หญ้าทั้งหมดกี่ผืน
ออกแบบและเขียนโปรแกรมอย่างง่าย เพื่อ**แก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์**หรือวิทยาศาสตร์	ออกแบบและเขียนโปรแกรมผ่านภาษาไพธอนที่มีการใช้ตัวแปร เงื่อนไขวนซ้ำ เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์หรือวิทยาศาสตร์อย่างง่าย เช่น โปรแกรมสมการการเคลื่อนที่ คำนวณหาพื้นที่ และคำนวณดัชนีมวลกาย
ออกแบบและเขียนโปรแกรมที่**ใช้ตรรกะและฟังก์ชัน**ในการแก้ปัญหา	ตัวดำเนินการบูลีน ฟังก์ชัน การออกแบบและเขียนโปรแกรมที่มีการใช้ตรรกะและฟังก์ชันด้วยภาษาไพธอน เช่น โปรแกรมตัดเกรด หาคำตอบทั้งหมดของอสมการหลายตัวแปร
พัฒนาแอพพลิเคชันที่มีการบูรณาการกับวิชาอื่นอย่างสร้างสรรค์	ขั้นตอนการพัฒนาแอพพลิเคชัน Internet of Things (Iot) ซอฟต์แวร์ที่ใช้ในการพัฒนาแอพพลิเคชัน คือ ภาษาไพธอน เช่น โปรแกรมแปลงสกุลเงิน ผันวรรณยุกต์ จำลองการแบ่งเซลล์ ระบบรดน้ำอัตโนมัติ

จากตาราง 8 จะเห็นได้ว่าการเรียนการสอนเรื่องภาษาไพธอนต้องอาศัยการใช้แนวคิดเชิงคำนวณในการแก้ปัญหาสถานการณ์จริง การตั้งข้อความคาดการณ์ของผลลัพธ์ผ่านการเขียนโปรแกรม การตรวจสอบหาข้อผิดพลาด และยังสามารถบูรณาการกับวิชาคณิตศาสตร์ได้อย่างชัดเจน เช่น การเขียนโปรแกรมเกี่ยวกับสมการการเคลื่อนที่ การหาพื้นที่ หรือการคำนวณดัชนีมวลกาย ฯลฯ ซึ่งโปรแกรมเหล่านี้ต้องผ่านกระบวนการคิดทางคณิตศาสตร์ก่อนจึงนำไปสู่การเขียนโปรแกรมได้

ดังนั้น จากการศึกษาเอกสารที่เกี่ยวข้องกับภาษาไพธอน ผู้วิจัยจึงสนใจนำภาษาไพธอนเป็นสื่อการเรียนการสอนที่สำคัญต่อการพัฒนาระดับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษา

3.6 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับภาษาไพธอน

มาติเนซ (A. Martinez, 2022, pp. 2-7) ได้สร้างการจัดการเรียนการสอน เรื่อง การให้เหตุผลและเซต โดยใช้ภาษาไพธอน สำหรับผู้เรียนในรายวิชาการพิสูจน์เบื้องต้น (Introduction to Proof) เพื่อศึกษา 1) อิทธิพลของการใช้ภาษาไพธอนประกอบการเรียน เรื่อง การให้เหตุผลและเซต 2) พัฒนาการทางคณิตศาสตร์ เรื่อง การให้เหตุผลและเซต ของผู้เรียนผ่านการปฏิบัติงานเขียน (Task) และ 3) ความเชื่อของนักเรียนเกี่ยวกับการใช้ภาษาไพธอนประกอบการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ ซึ่งมีกลุ่มเป้าหมายจำนวน 10 คน ขณะดำเนินการทดลองอยู่ในช่วงสถานการณ์โควิด (Covid-19) ทำให้แบบแผนการวิจัยเป็นการวิจัยเชิงการทดลองที่มีเก็บข้อมูลด้วยวิธีออนไลน์ผ่านการบันทึกข้อมูลของกลุ่มเป้าหมายด้วยโปรแกรม Zoom โดยใช้การแชร์หน้าจอ 2 หน้าต่าง ประกอบด้วย หน้าต่างที่ 1 ใช้ Google Jamboard ควบคู่กับโปรแกรม Canva เพื่อให้กลุ่มเป้าหมายแสดงผลการปฏิบัติงานเขียน แล้วร่วมกันอภิปรายแนวคิดเกี่ยวกับความรู้ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง การให้เหตุผลและเซต ส่วนหน้าต่างที่ 2 ใช้ Google Jamboard แสดงผลลัพธ์ที่ได้จากการรันโปรแกรมด้วยภาษาไพธอน แล้วเชื่อมโยงแนวคิดของการเขียนโปรแกรมผ่านการเขียนผังงาน (Flow Chart) ไปสู่แนวคิดทางคณิตศาสตร์ เรื่อง การให้เหตุผลและเซต ผลการวิจัยพบว่า การใช้ภาษาไพธอนประกอบการเรียนมีอิทธิพลต่อความสามารถทางคณิตศาสตร์ เรื่อง การให้เหตุผลและเซต อยู่ในระดับดีมาก อย่างไรก็ตาม กลุ่มเป้าหมายมีพัฒนาการด้านการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ โดยสามารถสร้างข้อความคาดการณ์จากการเขียนโปรแกรมด้วยภาษาไพธอนไปสู่แนวคิด บทนิยาม สมบัติ และทฤษฎีเกี่ยวกับการให้เหตุและเซตได้ดีขึ้น นอกจากนี้ ยังเสริมสร้างให้กลุ่มเป้าหมายมีความเชื่อทางคณิตศาสตร์มากยิ่งขึ้นภายหลังจากใช้ภาษาไพธอนประกอบการเรียน โดยกลุ่มเป้าหมายสามารถใช้ภาษาไพธอนเป็นตัวช่วยในการค้นหาคำตอบ ส่งผลให้เกิดความมั่นใจในตัวเอง รวมทั้ง เกิดความสนุกขณะปฏิบัติกิจกรรมโดยใช้ภาษาไพธอนประยุกต์กับเนื้อหาสาระทางคณิตศาสตร์

จากที่กล่าวมาข้างต้นผู้วิจัยสามารถสรุปได้ว่า การนำภาษาไพธอนเป็นเครื่องมือประกอบการเรียนการสอนจะเป็นอีกหนึ่งแนวทางที่ช่วยยกระดับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ได้

4. เอกสารที่เกี่ยวข้องกับแนวคิดหลักที่สำคัญ เรื่อง เซต

4.1 ประวัติของเซต

ช่วงคริสต์ศตวรรษที่ 19 ตอนต้นถือเป็นยุคทองของคณิตศาสตร์ที่ก่อกำเนิด **คณิตศาสตร์ยุคใหม่**ขึ้น เหล่าบรรดานักคณิตศาสตร์ในยุคนี้ต่างพากันตั้งคำถามว่า “จำนวนต่างๆ เกิดขึ้นได้อย่างไรและจำนวนเหล่านั้นคืออะไร” แต่ไม่มีผู้ใดสามารถให้คำตอบได้ถูกต้องจน

กลายเป็นปัญหาที่สร้างความท้าทายให้กับนักคณิตศาสตร์ในยุคนั้นเป็นอย่างมากในไม่ช้าช่วง ค.ศ. 1888 มีนักคณิตศาสตร์ชื่อเดดิคินท์ (Dedekind) ได้อธิบายถึงที่มาของจำนวนต่าง ๆ เหล่านั้นว่าแท้จริงแล้วมีรากฐานมาจากกลุ่มของจำนวนธรรมชาติ (Natural Number) หรือในปัจจุบันเรียกว่าจำนวนนับ (Counting number) ซึ่งนำมาสร้างเป็นจำนวนเต็ม (Integer Number) จำนวนตรรกยะ (Rational Number) และจำนวนจริง (Real Number) ตามลำดับ ทั้งนี้อาศัยสัจพจน์ต่างๆ ที่ถูกรวบรวมโดย เปอาโน (Giuseppe Peano) จำนวน 5 ข้อ คือ

1) ศูนย์เป็นจำนวนธรรมชาติ

2) จำนวนธรรมชาติทุกตัวมี**ตัวตาม**ซึ่งเป็นจำนวนธรรมชาติ

3) ศูนย์ไม่เป็นตัวตามของจำนวนธรรมชาติตัวใด

4) จำนวนธรรมชาติที่แตกต่างกันจะมีตัวตามที่แตกต่างกัน

5) ศูนย์มีคุณสมบัติและทุกจำนวนธรรมชาติที่มีคุณสมบัตินั้นตัวตามของทุกจำนวนนั้นจะมีคุณสมบัตินั้นด้วย (Pinter, 2014, pp. 10-24)

ภายหลังถูกค้นพบว่ากลุ่มของจำนวนที่ถูกสร้างขึ้นนั้นมาจาก**เซต** (Set)

จากสัจพจน์ทั้ง 5 ของเปอาโน แสดงให้เห็นว่า ภาษาคณิตศาสตร์ในสมัยนั้นเป็นเพียงข้อความที่หลาย ๆ คนอ่านแล้วเป็นสิ่งที่ยากต่อการทำความเข้าใจ เนื่องจากยังไม่มีการใช้สัญลักษณ์ให้รัดกุมหรือถูกหลักทางคณิตศาสตร์เหมือนกับปัจจุบัน ดังนั้นเพื่อให้เห็นความชัดเจนเกี่ยวกับสัจพจน์ของเปอาโน ผู้วิจัยจะนำเสนอสัจพจน์ทั้ง 5 ข้อ ผ่านสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ (พิมพ์เพ็ญ เวชชาชีวะ, 2561, น. 58) ดังนี้

เมื่อกำหนดให้ ω แทน เซตของจำนวนธรรมชาติ

$S(n)$ แทน ตัวตามหรือตัวถัดไป

n, m แทน จำนวนธรรมชาติ

1) $0 \in \omega$

2) $S(n) \in \omega$ สำหรับทุก $n \in \omega$

3) $0 \notin S(n)$ สำหรับทุก $n \in \omega$

4) ถ้า $S(n) = S(m)$ แล้ว $n = m$ สำหรับทุก $n, m \in \omega$

5) ทุก $A \subseteq \omega$ ถ้า $0 \in A$ และ $S(n) \in A$ สำหรับทุก $n \in \omega$ แล้ว $A = \omega$

ต่อมาชาร์ล ซี ปิ้นเทอร์ (Charles C. Pinter) กล่าวว่าช่วง ค.ศ. 1897 จอร์จ แคนเทอร์ (Georg Cantor) เป็นนักคณิตศาสตร์ชาวเยอรมันซึ่งได้เสนอ**ทฤษฎีเซต**ขึ้นเพื่อแก้ปัญหาและ

พยายามให้ความหมายของ**เซต**ว่าเป็นกลุ่มของสิ่งต่าง ๆ ที่สามารถกำหนดสมบัติของที่อยู่ในกลุ่มให้มีความหมายได้ โดยเรียกของที่อยู่ในกลุ่มนั้นว่า**สมาชิกเซต** (Element or Member) นอกจากนั้นได้กำหนดสมบัติต่าง ๆ ของเซตโดยใช้แนวคิดเดียวกับเรขาคณิตแบบยุคลิด (Euclidean Geometry) คือ ยอมรับความรู้ส่วนหนึ่งที่ไม่มีข้อโต้แย้งและสามารถนำไปสู่บทพิสูจน์อื่น ๆ ได้อย่างเป็นเหตุเป็นผลจะถือว่าความรู้นี้เป็นจริงโดยไม่ต้องพิสูจน์ ซึ่งเรียกว่า **สัจพจน์ (Axiom or Postulate)** ดังนั้นจอร์จ แคนเทอร์ ได้ยกสมบัติต่าง ๆ ของเซตให้เป็นสัจพจน์ ต่อมาจึงสร้างทฤษฎีบทต่าง ๆ เกี่ยวกับเซตผ่านการพิสูจน์โดยใช้สัจพจน์อ้างให้เกิดความสมเหตุสมผล จนกลายเป็นทฤษฎีเซตที่เขาเสนอขึ้นและถูกนำไปใช้กันอย่างแพร่หลาย

อย่างไรก็ตามในช่วงเวลาเดียวกันนี้มีนักคณิตศาสตร์กลุ่มหนึ่งไม่เห็นด้วยกับแนวคิดของระบบสัจพจน์ อีกทั้งพยายามหาข้อขัดแย้งซึ่งพบว่า ข้อความที่จอร์จ แคนเทอร์ เคยกล่าวมานั้นมีความขัดแย้งในตัวเองซึ่งเรียกว่า **พาราด็อก** (Paradox) โดยมีรายละเอียดดังนี้

จากข้อความที่กล่าวว่า: เซตเป็นกลุ่มของสิ่งต่าง ๆ ที่สามารถกำหนดสมบัติของที่อยู่ในกลุ่มให้มีความหมายได้

ผู้วิจัยได้สังเคราะห์ข้อความข้างต้นซึ่งสามารถแสดงได้ดังนี้

ให้ $S = \{ x \mid x \notin x \}$

สมมติ $S \in S$ จะได้ว่า $S \notin S$

ในทำนองเดียวกัน สมมติ $S \notin S$ จะได้ว่า $S \in S$

จะเห็นว่าเกิดข้อขัดแย้ง นั่นคือเกิดพาราด็อกนั่นเอง

จากข้อบกพร่องของ จอร์จ แคนเทอร์ ทำให้นักคณิตศาสตร์ต่างพากันถกเถียงเกี่ยวกับข้อความที่เป็นพาราด็อกขึ้น โดย แอนสท์ เซอร์เมลโล (Ernst Zermelo) อธิบายว่า หากพิจารณาตามข้อความที่จอร์จ แคนเทอร์ พยายามให้คำจำกัดความของเซตจะพบว่าเกิดพาราด็อก เนื่องจากเซตดังกล่าวมีขนาดใหญ่กว่าสิ่งที่เราสนใจ หากเราพิจารณาเฉพาะสิ่งที่สนใจเท่านั้นจะสามารถหลีกเลี่ยงการเกิดพาราด็อกได้ ดังนั้นเซอร์เมลโล จึงเสนอว่าให้เซตเป็นกลุ่มของสิ่งต่าง ๆ ที่สามารถกำหนดสมบัติของที่อยู่ในกลุ่มให้มีความหมายได้และต้องมีสมาชิกในกลุ่มนี้เสมอภายใต้กลุ่มที่เราสนใจพิจารณาซึ่งเรียกว่า**เอกภพสัมพัทธ์** (Relative Universal Set) ต่อมา อับราฮัม แฟรนเกอว์ (Abraham Fraenkel) และโธราล์ฟ สโคเลม (Thoralf Skolem) ได้พัฒนาทฤษฎีเซตตามแนวคิดของเซอร์เมลโล โดยกำหนดรูปแบบภาษา สัญลักษณ์ให้ถูกหลักทางคณิตศาสตร์ และเพื่อให้เกิดความรัดกุมต่อการสร้างระบบคณิตศาสตร์หนึ่งขึ้นมา ควรกำหนดเซตของเอกภพ

สัมพันธ์ในระบบนั้นให้ชัดเจนเพื่ออธิบายสมาชิกหรือรู้ขอบเขตว่าควรพิจารณาภายใต้เซตใด นั่นหมายความว่าหากเราพิจารณาเอกภพสัมพัทธ์ที่ต่างกันออกไปในแต่ละระบบคณิตศาสตร์ เงื่อนไขสมบัติ หรือทฤษฎีก็จะเปลี่ยนแปลงไปด้วย ดังนั้น สโคเลมและแฟรนเกอร์จึงเสนอให้เซตเป็น**คำอนิยาม** (Undefined Term) ที่ไม่สามารถให้ความหมายและอธิบายได้ว่าเป็นอย่างไร อาศัยเพียงประสบการณ์ ความคุ้นเคยหรือสามัญสำนึกที่มีมโนภาพในใจ พร้อมกันนี้เขาได้ตั้งชื่อทฤษฎีเซตที่พัฒนาขึ้นว่า **ทฤษฎีเซตเซอร์เมลโล-แฟรนเกอร์** (Zermelo-Fraenkel Set Theory or ZF) (Pinter, 2014, pp. 10-24)

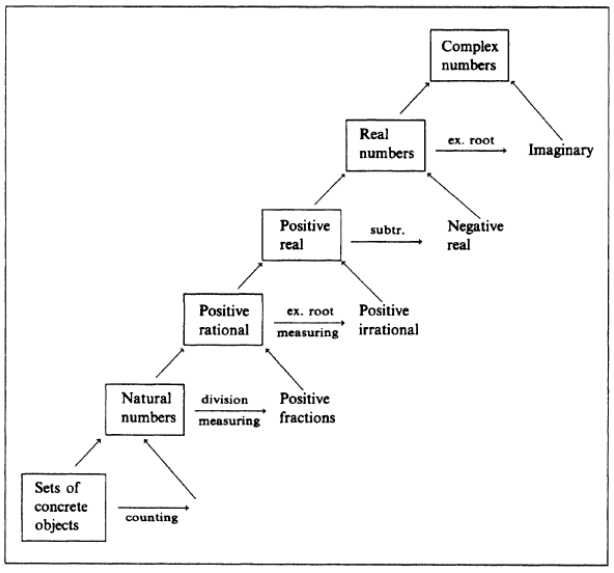
สำหรับที่กล่าวมาในข้างต้นนี้เป็นประวัติของเซตอย่างย่อที่ผู้วิจัยได้สรุปผ่านการศึกษาหนังสือ Set theory ของชาร์ล ซี พิ้นเทอร์ ซึ่งพบว่าในปัจจุบันยังไม่มีผู้ใดเห็นข้อขัดแย้งของแนวคิดทฤษฎีเซตเซอร์เมลโล-แฟรนเกอร์หรือสามารถให้ความหมายของเซตได้ อีกทั้งแนวคิดของทฤษฎีเซตเซอร์เมลโล-แฟรนเกอร์ถูกนำมาใช้ในการศึกษาอย่างแพร่หลาย และสำหรับการศึกษาวิชาคณิตศาสตร์ในประเทศไทยเองก็มีความเชื่อเกี่ยวกับเซตตามแนวคิดของทฤษฎีเซตเซอร์เมลโล-แฟรนเกอร์ ซึ่งได้กล่าวไว้ในหนังสือเรียนรายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐานและเพิ่มเติม ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 (ฉบับปรับปรุง 2560) ว่า สำหรับวิชาคณิตศาสตร์จะใช้ เซต เมื่อถูกกล่าวถึงกลุ่มของสิ่งต่าง ๆ เมื่อกล่าวถึงกลุ่มใดแล้วสามารถทราบได้แน่นอนว่าสิ่งใดอยู่ในกลุ่มและสิ่งใดไม่อยู่ในกลุ่ม โดยเรียกสิ่งที่อยู่ในเซตว่าสมาชิก (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2563, น. 3) ซึ่งสอดคล้องกับศัพท์คณิตศาสตร์ ฉบับราชบัณฑิตยสถาน ที่กล่าวถึงเซต ว่า กลุ่ม ชุด พวก ของสิ่งต่าง ๆ (หรือคำอื่น ๆ ที่มีความหมายในลักษณะเดียวกัน) ซึ่งสามารถระบุได้ว่าสิ่งใดอยู่หรือไม่อยู่ในเซตนั้น และเรียกสิ่งที่อยู่ในเซตว่าสมาชิก (ราชบัณฑิตยสถาน, 2554) ในทำนองเดียวกันพิมพ์เพ็ญ เวชชาชีวะ กล่าวว่าเซตเป็นคำอนิยาม เรานึกถึง เซต ว่าเป็นกลุ่มของสิ่งของ และเมื่อกล่าวถึงขนาดของเซตจะหมายถึงจำนวนสมาชิกทั้งหมดของเซต (พิมพ์เพ็ญ เวชชาชีวะ, 2561, น. 1) ทำให้ผู้วิจัยสังเคราะห์ได้ว่า **เซต เป็นคำอนิยาม**ที่เราไม่สามารถให้ความหมายแบบเฉพาะเจาะจงได้ ภาพของเซตจึงเป็นกลุ่มของสิ่งของที่มารวมกันซึ่งต้องทราบแน่ชัดว่ามีสิ่งใดอยู่ในกลุ่ม ทั้งนี้จะเรียกสิ่งของที่อยู่ในกลุ่มว่า**สมาชิก** ในทางตรงข้ามหากกลุ่มใดไม่สามารถทราบอย่างแน่ชัดว่ามีอะไรอยู่ในกลุ่มบ้างเราจะไม่เรียกกลุ่มนั้นว่าเซต เช่น กลุ่มของคนน่ารักไม่ถือว่าเป็นเซต เนื่องจากคำว่า “คนน่ารัก” ไม่มีเกณฑ์วัดที่แน่ชัดว่าคนน่ารักคิดจากอะไร

4.2 ความสำคัญของเซต

ตั้งแต่อดีตจนถึงปัจจุบันการศึกษาของประเทศไทยได้กำหนดให้ผู้เรียนศึกษา เรื่อง เซต เสมอมา แต่มีผู้เรียนจำนวนไม่น้อยต่างพากันตั้งคำถามว่า *"เราเรียนเซตไปทำไม"* จึงเป็นหน้าที่หลักของผู้สอนที่ต้องอธิบายให้ผู้เรียนรู้ถึงความสำคัญของการเรียน เรื่อง เซต เพราะถ้าพิจารณาจริง ๆ แล้วจะเห็นว่าเซตได้สร้างประโยชน์มากมายให้กับคณิตศาสตร์ในหลาย ๆ เรื่อง ดังนั้นผู้วิจัยจะยกตัวอย่างพอสังเขป ดังนี้

เซตมีความสำคัญต่อการเรียนเรื่อง:

ระบบจำนวนจริง **จำนวนที่เราใช้กันในทุกวันนี้มีจุดเริ่มต้นจากการสร้างเซต** (ดังภาพประกอบ 13) ของจำนวนธรรมชาติเพื่อนำเซตของจำนวนธรรมชาติมาสร้างเป็นเซตของจำนวนเต็ม แล้วนำเซตของจำนวนเต็มมาสร้างเป็นเซตของจำนวนตรรกยะ จากนั้นนำเซตของจำนวนตรรกยะมาสร้างเป็นเซตของจำนวนจริงได้ตามลำดับ (Pinter, 2014, pp. 10-24) ซึ่งจะเห็นว่าภายหลังจากการเกิดจำนวนจริงขึ้นนั้นเป็นประโยชน์ต่อวงการคณิตศาสตร์เป็นอย่างมาก เช่น แคลคูลัส คณิตวิเคราะห์ หรือเรขาคณิต เป็นต้น



ภาพประกอบ 13 อธิบายจุดเริ่มต้นของระบบจำนวน

ที่มา: Anna Sfard. (Feb, 2013). On the dual nature of mathematical conceptions: Reflections on processes and objects as different sides of the same coin. *Educational studies in mathematics, 22(1), p.13.*

ความสัมพันธ์และฟังก์ชัน เนื่องจาก**ความสัมพันธ์** (Relation) **เป็นเซตของคู่อันดับ**และเป็นสับเซตของผลคูณคาร์ทีเซียนระหว่างเซตสองเซต ส่วน**ฟังก์ชัน** (Function) **เป็นความสัมพันธ์**ที่สมาชิกในโดเมนแต่ละตัวจับคู่กับสมาชิกในเรจน์ของความสัมพันธ์เพียงตัวเดียวเท่านั้น (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2563, น. 16)

วงกลม **เป็นเซตของจุดทั้งหมดในระนาบที่ห่างจากจุด ๆ หนึ่งที่ตรึงอยู่กับที่เป็นระยะทางคงตัว** จุดที่ตรึงอยู่กับที่นี้เรียกว่าจุดศูนย์ของวงกลม (Center) ของวงกลม และส่วนของเส้นตรงที่มีจุดศูนย์กลางและจุดบนวงกลมเป็นจุดปลายเรียกว่ารัศมีของวงกลม (Radius) ของวงกลม (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2563, น. 256)

หลักการนับเบื้องต้น เป็นพื้นฐานสำคัญต่อการเรียนเรื่องความน่าจะเป็น และเป็นวิธีการอย่างหนึ่งที่ช่วยในการคำนวณหาจำนวนวิธีการทำงานบางอย่างให้สะดวกและง่ายมากขึ้น ซึ่ง**อาศัยความรู้เรื่องเซต**ได้ ทั้งนี้ประกอบด้วย 2 หลักการ ดังนี้

(1) หลักการบวก เป็นวิธีการทำงานหนึ่งที่แบ่งการทำงานหนึ่งเป็นวิธีต่าง ๆ ซึ่งแต่ละวิธีการจะไม่เกิดขึ้นซ้ำกัน หากเราพิจารณาการทำงานใน**แต่ละวิธีด้วยเซต**ของ $E_1, E_2, \ldots, E_k$ เป็นเซตจำกัด k เซต โดยที่ $E_i \cap E_j = \emptyset$ สำหรับ i และ j ที่ $1 \leq i < j \leq k$ ดังนั้นจำนวนวิธีการทำงานนี้เท่ากับ $n(E_1 \cup E_2 \cup \cdots \cup E_k) = n(E_1) + n(E_2) + \cdots + n(E_k)$

(2) หลักการคูณ เป็นวิธีการทำงานที่เกิดขึ้นอย่างต่อเนื่อง หากเราพิจารณาการทำงานใน**แต่ละวิธีด้วยเซต**ของ $E_1, E_2, \ldots, E_k$ เป็นเซตจำกัด เมื่อ $k \geq 1$

ให้ $E_1 \times E_2 \times \cdots \times E_k = \{ (x_1, x_2, \ldots, x_k) \mid x_i \in E_i, i \in (1, 2, \ldots, k) \}$ ดังนั้นจำนวนวิธีการทำงานนี้เท่ากับ $n(E_1 \times E_2 \times \cdots \times E_k) = n(E_1) \times n(E_2) \times \cdots \times n(E_k)$ (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2556, น. 7-8)

เขียนแสดงคำตอบของอสมการ สามารถเขียนคำตอบให้อยู่ในรูปของเซตได้ เช่น

ให้ x แทน จำนวนจริงใด ๆ

$x < 5$ หมายความว่า จำนวนจริงทุกจำนวนที่น้อยกว่า 5

เขียนแทนด้วย $S = \{x \mid x < 5\} = (-\infty, 5)$

$x \geq 5$ หมายความว่า จำนวนจริงทุกจำนวนที่มากกว่าหรือเท่ากับ 5

เขียนแทนด้วย $S = \{x \mid x \geq 5\} = [5, \infty)$

$1 < x \leq 5$ หมายความว่า จำนวนจริงทุกจำนวนที่มากกว่า 1 แต่น้อยกว่าหรือเท่ากับ 5 เขียนแทนด้วย $S = \{x \mid 1 < x \leq 5\} = (1, 5]$ (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2563, น. 179)

ตรรกศาสตร์ เนื่องจากในวิชาคณิตศาสตร์จะพบว่ามีข้อความ “สำหรับ x ทุกตัว” และ “สำหรับ x บางตัว” จึงมีความจำเป็นที่ต้องทราบว่าข้อความดังกล่าวต้องพิจารณาภายใต้เอกภพสัมพัทธ์ของเซตใด (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2563, น. 53-63) เช่น

สำหรับ x ทุกตัว $x + 0 = x$ เมื่อเอกภพสัมพัทธ์เป็นเซตของจำนวนจริง

สำหรับ x บางตัว $x + x = 2x$ เมื่อเอกภพสัมพัทธ์เป็นเซตของจำนวนจริง

ตัวอย่างที่ยกมาเป็นส่วนหนึ่งของการนำเซตไปใช้ ถึงแม้ว่าเซตเป็นเรื่องที่ถูกนำไปประยุกต์ใช้กับศาสตร์อื่น ๆ ค่อนข้างน้อย เมื่อเทียบกับเนื้อหาอื่นในคณิตศาสตร์ แต่จากที่ได้กล่าวมาข้างต้นจะเห็นว่าเกือบทุกเนื้อหาของคณิตศาสตร์นั้น จำเป็นต้องมี**เซตเข้าไปแทรกซึม**ด้วยเสมออย่างที่ขาดไม่ได้ ดังนั้นจะถือว่า**เซตเป็นรากฐาน** (Fundamental) **ที่สำคัญต่อการเรียนคณิตศาสตร์** ซึ่งสามารถอธิบายกลุ่มต่าง ๆ ของระบบคณิตศาสตร์ใด ๆ ให้เกิดความรัดกุมมากขึ้น และไม่เพียงแค่นั้น**ทุกสิ่งในคณิตศาสตร์สามารถนิยามให้เป็นเซตได้**โดยอาศัยสมบัติหรือสัจพจน์ต่าง ๆ ของเซตที่บ่งบอกว่าลักษณะของเซตเป็นอย่างไร กลุ่มใดเป็นเซตและกลุ่มใดไม่เป็นเซต เพื่อยืนยันการมีจริงของสิ่งต่าง ๆ ในคณิตศาสตร์โดยปราศจากข้อขัดแย้ง

4.3 แนวคิดหลักที่สำคัญเกี่ยวกับเซต

จากการศึกษาเอกสารที่เกี่ยวข้องกับประวัติและความสำคัญของเซต และความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ ผู้วิจัยเห็นถึงประโยชน์ของการเรียน เรื่อง เซต จึงสนใจศึกษาระดับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เซต ทำให้ผู้วิจัยได้วิเคราะห์หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) โดยศึกษามาตรฐานการเรียนรู้และตัวชี้วัดที่เกี่ยวข้อง เพื่อกำหนดกรอบแนวคิดที่สำคัญต่อการเรียนเรื่องเซต สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษา ทั้งนี้กระทรวงศึกษาธิการ (สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน, 2560, น. 6-30) ได้บรรจุให้เรื่องเซตอยู่ใน **สาระที่** 1 จำนวนและพีชคณิต **มาตรฐาน ค** 1.1 เข้าใจความหลากหลายของการแสดงจำนวน ระบบจำนวน การดำเนินการของจำนวน ผลที่เกิดจากการดำเนินการ สมบัติของการดำเนินการ และนำไปใช้

จากการศึกษาจะเห็นได้ว่า เรื่องเซตถูกระบุให้ผู้เรียนได้เรียนทั้งรายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐานและคณิตศาสตร์เพิ่มเติม โดยกำหนดรายละเอียดของตัวชี้วัดและผลการเรียนรู้ กับสาระการเรียนรู้แกนกลางและสาระการเรียนรู้เพิ่มเติมที่เกี่ยวข้องกับเรื่องเซตมีความสอดคล้องกัน ทั้งนี้ผู้วิจัยได้สรุปส่วนที่เกี่ยวข้องดังตาราง 9

ตาราง 9 ความเข้าใจเกี่ยวกับ เรื่อง เซต สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษา

ความเข้าใจที่ควรเกิด	**ขอบเขตเนื้อหา**
ความรู้เบื้องต้นและสัญลักษณ์พื้นฐานเกี่ยวกับเซต	การเขียนเซต เซตว่าง เซตจำกัดและเซตอนันต์ เซตที่เท่ากัน สับเซต สับเซตแท้ เอกภพสัมพัทธ์ และเพาเวอร์เซต
การดำเนินการของเซต	ยูเนียน อินเตอร์เซกชัน และคอมพลีเมนต์ของเซต
การแก้ปัญหา	ใช้แผนภาพเวนน์สำหรับแก้ปัญหาในสถานการณ์ที่กำหนดให้

ในทำนองเดียวกัน สำหรับการศึกษาในประเทศสิงคโปร์ (Ministry of Education Singapore, 2019, p. 19) ได้กำหนดขอบเขตของเนื้อหาซึ่งสอดคล้องกับมาตรฐานการเรียนรู้จำนวนและพีชคณิตที่เกี่ยวข้องกับ เรื่อง เซต ดังนี้

1) ใช้ภาษาของเซตและสัญลักษณ์พื้นฐานเกี่ยวกับเซต เช่น

การยูเนียนของเซต A และ B	$A \cap B$
อินเตอร์เซกชันของเซต A และ B	$A \cup B$
จำนวนสมาชิกของเซต A	$n(A)$
การเป็นสมาชิก	$\in$
การไม่เป็นสมาชิก	$\notin$
การคอมพลีเมนต์ของเซต A	A'
เซตว่าง	$\emptyset$
เอกภพสัมพัทธ์	U
เซต A เป็นสับเซตของเซต B	$A \subseteq B$
เซต A ไม่เป็นสับเซตของเซต B	$A \nsubseteq B$
เซต A เป็นสับเซตแท้ของเซต B	$A \subset B$
เซต A ไม่เป็นสับเซตแท้ของเซต B	$A \not\subset B$

2) ดำเนินการเกี่ยวกับเซตระหว่างเซตสองเซต

3) ใช้แผนภาพเวนน์ในการแก้ปัญหา

นอกจากนี้ ยังมีนักการศึกษาอีกหลายท่านได้ระบุหัวใจสำคัญต่อการเรียน เรื่อง เซต สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาที่ควรรู้ในแง่มุมต่าง ๆ ซึ่งสรุปสาระสำคัญได้ ดังนี้

1) เข้าใจและใช้สัญลักษณ์ต่าง ๆ ที่เกี่ยวข้องกับเซตให้ถูกหลักการทางคณิตศาสตร์ เช่น การเป็นสมาชิก การไม่เป็นสมาชิก เซตว่าง สับเซต เพาเวอร์เซต เป็นต้น (Zazkis & Gunn, 1997, pp. 133-169)

2) ควรเน้นการดำเนินการของเซต เนื่องจากหัวข้อนี้ถูกนำมาใช้ในชีวิตประจำวันอยู่บ่อยครั้ง โดยเฉพาะการยูเนียนและอินเตอร์เซกชันของเซต (อัมพร ม้าคนอง, 2557)

3) เข้าใจสมบัติของการดำเนินการของเซต (Whitesitl, 1964)

4) ใช้ความรู้เรื่องเซตมาใช้แก้โจทย์ปัญหาพร้อมทั้งตรวจสอบความสมเหตุสมผลของคำตอบ (ชวิทธิ์ เทศดี, 2557)

จากที่ได้กล่าวมาข้างต้น ผู้วิจัยได้สังเคราะห์ตัวชี้วัด ผลการเรียนรู้ ขอบเขตของเนื้อหา ตลอดจนแง่มุมต่าง ๆ จากงานวิจัยหรือเอกสารที่เกี่ยวข้องกับเรื่องเซต ทำให้ผู้วิจัยสรุปแนวคิดหลักที่สำคัญ เรื่อง เซต สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาที่ควรเกิดความเข้าใจ มีดังนี้

1) ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับเซต ประกอบด้วย การเขียนเซต เซตว่าง เซตจำกัด

2) เซตอนันต์ เซตที่เท่ากัน สับเซต สับเซตแท้ เอกภพสัมพัทธ์ เพาเวอร์เซต และแผนภาพเวนน์-ออยเลอร์

3) การดำเนินการของเซต ประกอบด้วย อินเตอร์เซกชัน ยูเนียน คอมพลีเมนต์

4) ผลต่างระหว่างเซต และสมบัติของการดำเนินการของเซต

5) การประยุกต์ใช้ความรู้เกี่ยวกับเซตสำหรับแก้ปัญหาในสถานการณ์ที่กำหนดให้ ประกอบด้วย จำนวนสมาชิกของเซตจำกัด และการใช้แผนภาพเวนน์ในการแก้ปัญหาในสถานการณ์ที่กำหนดให้

จากการศึกษาเอกสารที่เกี่ยวข้องกับองค์ประกอบของความเข้าใจทางคณิตศาสตร์และแนวคิดหลักที่เกี่ยวข้องกับ เรื่อง เซต ผู้วิจัยได้สังเคราะห์และให้ความหมายของความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เซต เพื่อเป็นขอบเขตในการศึกษา ดังนี้

ความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เซต หมายถึง ความสามารถของนักเรียนที่เกี่ยวข้องกับเซต ซึ่งพิจารณาจากความเข้าใจที่เกี่ยวกับ (1) ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับเซต (2) การ

ดำเนินการของเซต และ (3) การประยุกต์ใช้ความรู้เกี่ยวกับเซตสำหรับแก้ปัญหาในสถานการณ์ที่กำหนดให้ ซึ่งแต่ละด้านมีรายละเอียดดังนี้

1) ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับเซต หมายถึง ความสามารถของนักเรียนในใช้สัญลักษณ์เกี่ยวกับเซต อธิบายลักษณะพร้อมทั้งหาผลลัพธ์ของเซตชนิดต่าง ๆ และเขียนแผนภาพเวนน์ – ออยเลอร์แสดงความสัมพันธ์ระหว่างเซตได้ถูกต้องและเหมาะสม

ขอบเขตชนิดของเซตที่ศึกษา ประกอบด้วย เซตว่าง เซตจำกัด เซตอนันต์ เซตที่เท่ากัน สับเซต สับเซตแท้ และเพาเวอร์เซต

2) การดำเนินการของเซต หมายถึง ความสามารถของนักเรียนในการหาผลการดำเนินการระหว่างเซตซึ่งประกอบด้วย อินเตอร์เซกชัน ยูเนียน คอมพลีเมนต์ ผลต่างระหว่างเซต และรู้ความสัมพันธ์ของสมบัติการดำเนินการเซต

3) การประยุกต์ใช้ความรู้เกี่ยวกับเซตสำหรับแก้ปัญหาในสถานการณ์ที่กำหนดให้ หมายถึง ความสามารถของนักเรียนในการใช้ความรู้เกี่ยวกับเซต จำนวนสมาชิกของเซตจำกัด และการใช้แผนภาพเวนน์ – ออยเลอร์ ในการแก้ปัญหาในสถานการณ์ที่กำหนดให้

4.4 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับเซต

ชวิทธิ์ เทศดี (2557, น. ง) ศึกษาผลการใช้รูปแบบการสอนมโนทัศน์ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนรู้ในการสอนคณิตศาสตร์ เรื่อง เซต และความสามารถในการคิดเชิงมโนทัศน์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 และเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนรู้ในการสอนคณิตศาสตร์ เรื่อง เซต กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนดัดดรุณี จังหวัดฉะเชิงเทรา ปีการศึกษา 2557 จำนวน 89 คน เป็นนักเรียนกลุ่มทดลองจำนวน 45 คน และกลุ่มควบคุมจำนวน 44 คน เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย ได้แก่ แบบทดสอบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่อง เซต แบบวัดความสามารถในการคิดเชิงมโนทัศน์ และแผนการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ จำนวน 18 แผน วิเคราะห์ข้อมูลโดยการหาค่าเฉลี่ย ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ทดสอบสมมติฐานแบบที ผลการวิจัยพบว่า (1) นักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการสอนมโนทัศน์มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนรู้ เรื่อง เซต ได้คะแนนมากกว่าหรือเท่ากับร้อยละ 60 ของคะแนนเต็มและมีจำนวนมากกว่าร้อยละ 60 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด (2) นักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการสอนมโนทัศน์มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนรู้ เรื่อง เซต สูงกว่านักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการสอนของ สสวท. อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 (3) นักเรียนที่ได้รับ

การจัดการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการสอนมโนทัศน์ มีความสามารถในการคิดเชิงมโนทัศน์สูงกว่านักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการสอนของ สสวท. นัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

กานต์ธีรา วาเพ็ชร (2557, น. ง) ศึกษาผลการใช้กิจกรรมการเรียนรู้แบบ 5อี เพื่อส่งเสริมความคิดรวบยอด เรื่อง เซต ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนดงเจนวิทยาคม จังหวัดพะเยา โดยดำเนินการศึกษากับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4/1 โรงเรียนดงเจนวิทยาคม ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2556 จำนวน 33 คน เครื่องมือที่ใช้ในการศึกษา คือ แผนการจัดกิจกรรม การเรียนรู้แบบ 5อี จำนวน 5 แผน แผนละ 2 ชั่วโมง แบบบันทึกการเรียนรู้ของนักเรียนแบบสังเกต ชั้นเรียน แบบบันทึกหลังสอนของครู และแบบวัดความคิดรวบยอด เรื่อง เซต แบ่งเนื้อหาออกเป็น 5 เรื่อง ในแต่ละเรื่องจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบ 5E ประกอบด้วย 5 ขั้นตอน ได้แก่ ขั้นการสร้างความสนใจ ขั้นสำรวจและค้นคว้า ขั้นอธิบาย ขั้นขยายความรู้ และขั้นการประเมิน โดยใช้การวิเคราะห์ข้อมูลเชิงปริมาณโดยใช้ค่าเฉลี่ย ร้อยละ และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ส่วนข้อมูลเชิงคุณภาพใช้วิธีพรรณนาวิเคราะห์ ผลปรากฏว่านักเรียนมีคะแนนความคิดรวบยอดจากใบงานและบันทึกการเรียนรู้ของนักเรียนคิดเป็นร้อยละ 94.18 และคะแนนของนักเรียนจากแบบวัดความคิดรวบยอดมีค่าเฉลี่ย 18.55 จากคะแนนเต็ม 20 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 92.63 และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 1.04 ดังนั้น นักเรียนมีความคิดรวบยอดใน เรื่อง เซต หลังการใช้กิจกรรมการเรียนรู้แบบ 5E และแบบวัดความคิดรวบยอดเรื่องเซต คิดเป็นร้อยละ 93.46 ซึ่งสูงกว่าเกณฑ์ที่ทางโรงเรียนกำหนดไว้ ผลการศึกษาสรุปได้ว่า นักเรียนมีความคิดรวบยอดเกี่ยวกับเซตในเรื่อง ความรู้พื้นฐานเกี่ยวกับเซต เอกภพสัมพันธ์ สับเซต เพาเวอร์เซต การดำเนินการของเซต จำนวนสมาชิกของเซต และการแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับเซต นอกจากนั้นนักเรียนให้ความร่วมมือในการปฏิบัติกิจกรรมดีมาก มีการช่วยเหลือระหว่างนักเรียนเก่งกับนักเรียนอ่อน มีการรับฟังความคิดเห็นของคนอื่น ซึ่งทำให้เกิดบรรยากาศ การเรียนรู้ที่ทำงานร่วมกันและยอมรับซึ่งกันและกัน นอกจากนี้ นักเรียนยังแสดงพฤติกรรมให้เห็นถึงความกระตือรือร้น ความมุ่งมั่น มีระเบียบวินัย และความรับผิดชอบ มีความเต็มใจในการทำกิจกรรม

อรอนงค์ นุเสน (2562, น. 98) ศึกษาประสิทธิภาพของวิธีการสอนที่แตกต่างตามความสามารถทางพหุปัญญา เรื่อง เซต ของนักเรียนที่มีความบกพร่องทางการได้ยิน ระดับหูหนวก ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 และเพื่อเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนก่อนเรียนและหลังเรียนด้วยวิธีการสอนที่แตกต่างตามความสามารถทางพหุปัญญา เรื่อง เซต ของนักเรียนที่มีความบกพร่องทางการได้ยินระดับหูหนวก ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ใช้วิธีการวิจัยเชิงทดลองจากกลุ่มเป้าหมายที่เป็นนักเรียนที่มีความบกพร่องทางการได้ยิน ระดับหูหนวก กำลังศึกษาอยู่ใน

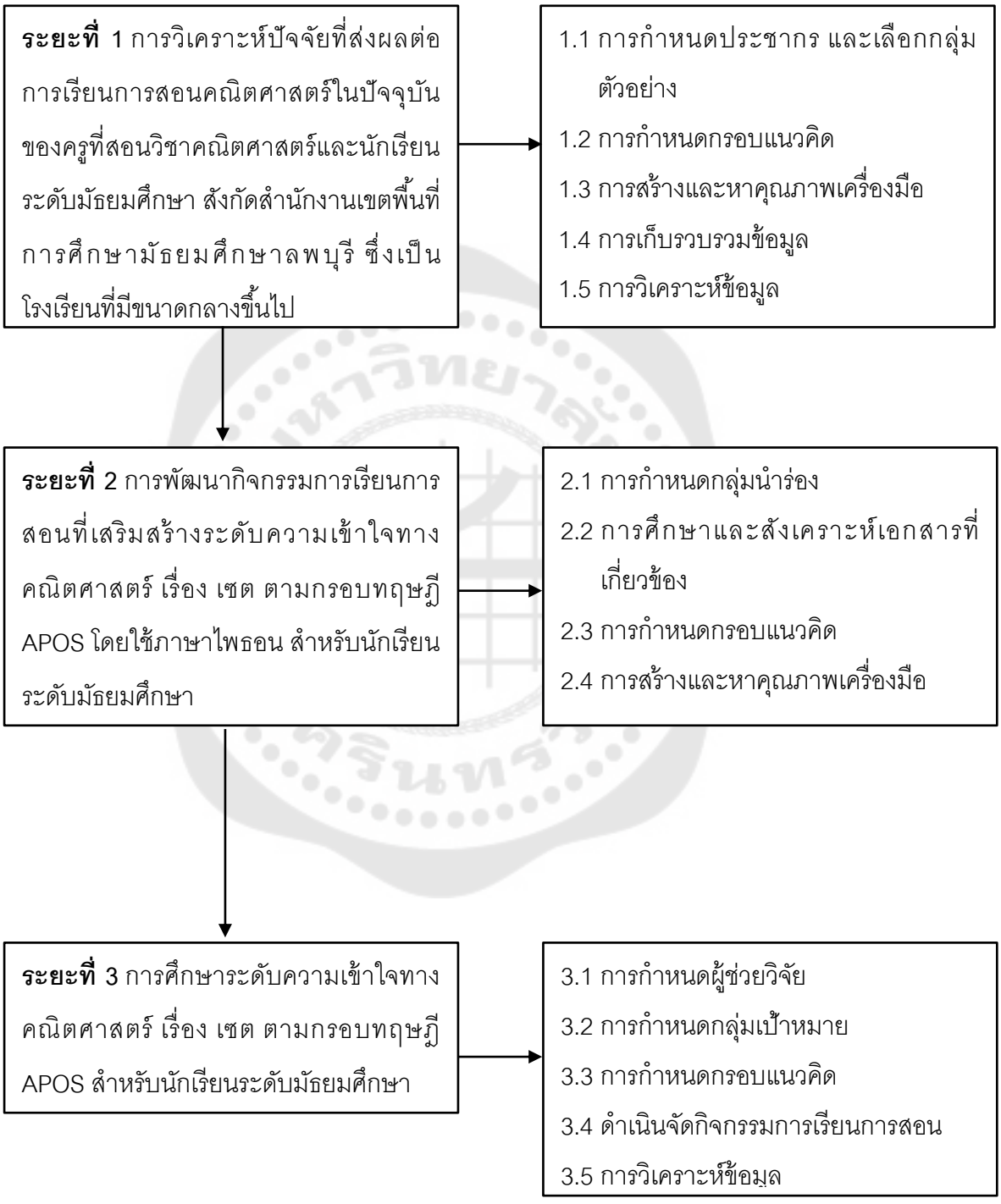
ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2560 โรงเรียนเศรษฐเสถียร ในพระราชูปถัมภ์ จำนวน 15 คน โดยใช้วิธีการเลือกแบบเจาะจง (Purposive Sampling) เครื่องมือที่ใช้ในวิจัย คือ แผนการจัดการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ โดยวิธีการสอนที่แตกต่างตามความสามารถทางพหุปัญญา แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล คือ ค่าร้อยละ ค่าเฉลี่ย ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน การวิเคราะห์ข้อมูลเป็นรายบุคคลและการวิเคราะห์ทั้งกลุ่มหรือรายห้อง ผลการวิจัย พบว่า 1) ประสิทธิภาพของวิธีการสอนที่แตกต่างตามความสามารถทางพหุปัญญาวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง เซต ของนักเรียนที่มีความบกพร่องทางการได้ยินระดับหูหนวกชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนเศรษฐเสถียร ในพระราชูปถัมภ์ ระหว่างเรียนและหลังเรียนมีประสิทธิภาพตามเกณฑ์ เท่ากับ 82.38/80.67 และ 2) ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง เซต ของนักเรียนที่มีความบกพร่องทางการได้ยินระดับหูหนวกชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนเศรษฐเสถียร ในพระราชูปถัมภ์ หลังได้รับวิธีการสอนที่แตกต่างตามความสามารถทาง พหุปัญญาสูงกว่าก่อนได้รับวิธีการสอนที่แตกต่างตามความสามารถทางพหุปัญญา

จากการศึกษางานวิจัยที่เกี่ยวข้อง พบว่า การเรียนการสอนในระบบการศึกษาของโรงเรียนประเภทต่าง ๆ เช่น โรงเรียนรัฐ โรงเรียนเอกชน โรงเรียนทางเลือก หรือโรงเรียนขยายโอกาส ล้วนให้ผู้เรียนได้ศึกษาเนื้อหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เซต ในรูปแบบการสอนต่าง ๆ ที่เหมาะสมกับบริบทหรือสภาพจริงของผู้เรียน นั่นหมายความว่า เซตเป็นพื้นฐานสำหรับการเรียนคณิตศาสตร์ของผู้เรียนทุกคนที่มีความจำเป็นต้องรู้ เพื่อเป็นพื้นฐานต่อการเรียนในระดับที่สูงขึ้น

บทที่ 3
วิธีการดำเนินการวิจัย

สำหรับวิจัยเรื่อง “การพัฒนากิจกรรมการเรียนการสอนที่เสริมสร้างระดับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เซต ตามกรอบทฤษฎี APOS โดยใช้ภาษาไพธอน สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษา” ผู้วิจัยมีความมุ่งหมายเพื่อ 1) วิเคราะห์ปัจจัยที่ส่งผลต่อการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในปัจจุบันของครูที่สอนวิชาคณิตศาสตร์และนักเรียนระดับมัธยมศึกษา โรงเรียนในสังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษาลพบุรี ซึ่งเป็นโรงเรียนที่มีขนาดกลางขึ้นไป แล้ว 2) พัฒนากิจกรรมการเรียนการสอนที่เสริมสร้างระดับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เซต ตามกรอบทฤษฎี APOS โดยใช้ภาษาไพธอน สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษา และ 3) ศึกษาระดับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เซต ตามกรอบทฤษฎี APOS สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษา ซึ่งแบ่งการดำเนินการออกเป็น 3 ระยะ ประกอบด้วย **ระยะที่ 1** การวิเคราะห์ปัจจัยที่ส่งผลต่อการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในปัจจุบันของครูที่สอนวิชาคณิตศาสตร์และนักเรียนระดับมัธยมศึกษา โรงเรียนในสังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษาลพบุรี ซึ่งเป็นโรงเรียนที่มีขนาดกลางขึ้นไป ผลของการศึกษาระยะนี้ทำให้ทราบถึงปัจจัยที่ส่งผลต่อการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในปัจจุบันของครูที่สอนวิชาคณิตศาสตร์และนักเรียนระดับมัธยมศึกษาจำนวน 4 ด้าน ได้แก่ (1) ด้านการรับรู้เกี่ยวกับการใช้เทคโนโลยี (2) ความรู้ทางเทคโนโลยี (3) ความรู้ทางเนื้อหา และ (4) ด้านกิจกรรมการเรียนการสอน รวมทั้งทราบถึงความพร้อมของครูที่สอนวิชาคณิตศาสตร์และนักเรียนระดับมัธยมศึกษาในแต่ละปัจจัยก่อนใช้กิจกรรมการเรียนการสอนด้วยเทคโนโลยีตามการเปลี่ยนแปลงของศตวรรษที่ 21 ส่วน**ระยะที่ 2** ผู้วิจัยได้พัฒนากิจกรรมการเรียนการสอนที่เสริมสร้างระดับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เซต ตามกรอบทฤษฎี APOS โดยใช้ภาษาไพธอน สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษา ให้มีประสิทธิภาพเป็นไปตามเกณฑ์ 60/60 ผลของการพัฒนากิจกรรมในครั้งนี้จะทำให้ทราบว่าลักษณะการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่เสริมสร้างระดับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เซต ตามกรอบทฤษฎี APOS โดยใช้ภาษาไพธอน สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษา ควรเป็นอย่างไร แล้วทำการศึกษาระดับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เซต ตามกรอบทฤษฎี APOS สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษา ใน**ระยะที่ 3** เพื่อให้ทราบว่านักเรียนระดับมัธยมศึกษามีความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เซต ตามกรอบทฤษฎี APOS อยู่ในระดับใด ผ่านการวิเคราะห์ข้อมูลเชิงปริมาณ และแต่ละระดับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เซต ของนักเรียนระดับมัธยมศึกษา มีลักษณะเป็นอย่างไร ผ่านการวิเคราะห์ข้อมูลเชิงคุณภาพซึ่งพิจารณาจากงานเขียน และการสัมภาษณ์

ในการดำเนินการวิจัยทั้ง 3 ระยะที่กล่าวมาข้างต้น ผู้วิจัยสามารถแสดงขั้นตอนการวิจัยได้ดังภาพประกอบ 14



ภาพประกอบ 14 ระยะการวิจัยและขั้นตอนในการดำเนินการวิจัย

ระยะที่ 1 การวิเคราะห์ปัจจัยที่ส่งผลต่อการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในปัจจุบันของครูที่สอนวิชาคณิตศาสตร์และนักเรียนระดับมัธยมศึกษา โรงเรียนในสังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษาลพบุรี ซึ่งเป็นโรงเรียนที่มีขนาดกลางขึ้นไป

ในระยะที่ 1 ผู้วิจัยได้ดำเนินการตามขั้นตอน ดังนี้

1.1 การกำหนดประชากร และเลือกกลุ่มตัวอย่าง

เนื่องจากผู้วิจัยพิจารณาปัจจัยที่ส่งผลต่อการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในปัจจุบันของครูที่สอนวิชาคณิตศาสตร์และนักเรียนระดับมัธยมศึกษาประกอบด้วย 4 ด้าน ได้แก่ ด้านการรับรู้เกี่ยวกับการใช้เทคโนโลยี ความรู้ทางเทคโนโลยี ความรู้ทางเนื้อหา และด้านกิจกรรมการเรียนการสอน จึงเลือกโรงเรียนที่มีขนาดกลางขึ้นไปในสังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษาลพบุรี เพื่อลดค่าผิดปกติ (Outliers) ทำให้**ประชากร**ที่ใช้ในการวิจัยระยะนี้เป็นครูที่สอนวิชาคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาจำนวน 129 คน และนักเรียนระดับมัธยมศึกษาจำนวน 17,916 คน โรงเรียนในสังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษาลพบุรี ซึ่งเป็นโรงเรียนที่มีขนาดกลางขึ้นไป จำนวน 13 โรงเรียน 521 ห้องเรียน ในภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2565

สำหรับ**กลุ่มตัวอย่าง**ที่ใช้ในการวิจัยระยะนี้เป็นครูที่สอนวิชาคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาจำนวน 60 คน และนักเรียนระดับมัธยมศึกษาจำนวน 400 คน ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2565 โรงเรียนในสังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษาลพบุรี ซึ่งเป็นโรงเรียนที่มีขนาดกลางขึ้นไป จากการสุ่มตัวอย่างแบบหลายขั้นตอน (Multi Stage Sampling) โดยมีรายละเอียดการกำหนดขนาดและขั้นตอนการสุ่มกลุ่มตัวอย่าง ดังนี้

1) สำรวจข้อมูลของประชากรจากแหล่งข้อมูลทุติยภูมิ คือ โรงเรียนในสังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษาลพบุรี แล้วจัดทำกรอบการสุ่ม (Sampling Frame) โดยจำแนกตามการจัดขนาดโรงเรียน ผู้วิจัยได้นำหลักเกณฑ์ของสำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2549 จากรายงานข้อมูลสารสนเทศทางการศึกษา กลุ่มนโยบายและแผน สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษาลพบุรี แบ่งเป็น 4 ระดับ ได้แก่ โรงเรียนขนาดเล็ก เป็นโรงเรียนหรือสถานศึกษาที่มีผู้เรียนตั้งแต่ 1 – 499 คน ส่วน โรงเรียนขนาดกลาง เป็นโรงเรียนหรือสถานศึกษาที่มีผู้เรียนตั้งแต่ 500 – 1,499 คน ขณะที่ โรงเรียนขนาดใหญ่ เป็นโรงเรียนหรือสถานศึกษาที่มีผู้เรียนตั้งแต่ 1,500 – 2,499 คน และโรงเรียนขนาดใหญ่พิเศษ เป็นโรงเรียนหรือสถานศึกษาที่มีผู้เรียนมากกว่า 2,499 คน (สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษาลพบุรี, 2565, น. 26-27) ผู้วิจัยดำเนินการสำรวจกลุ่มประชากร พบว่า สังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษาลพบุรี ซึ่งเป็นโรงเรียนที่มีขนาดกลางขึ้นไป ประกอบด้วย ครูที่สอนวิชาคณิตศาสตร์

ระดับมัธยมศึกษาจำนวน 129 คน และนักเรียนระดับมัธยมศึกษาจำนวน 17,916 คน จาก 13 โรงเรียน 521 ห้องเรียน ดังตาราง 10

ตาราง 10 โรงเรียน จำนวนนักเรียนระดับมัธยมศึกษา จำนวนครูที่สอนวิชาคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษา และจำนวนห้องเรียนของสังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษาลพบุรีมีขนาดกลางขึ้นไป ซึ่งจำแนกตามขนาดโรงเรียน

ขนาดโรงเรียน	โรงเรียน	จำนวนนักเรียน ม.ต้น	จำนวนนักเรียน ม.ปลาย	จำนวนนักเรียนทั้งหมด	จำนวนครูคณิตฯ	จำนวนห้องเรียน
ขนาดกลาง	วิทยาศาสตร์จุฬาภรณราชวิทยาลัย ลพบุรี	286	429	715	10	30
	ชัยบาดาลพิทยาคม	410	267	677	5	26
	ท่าหลวงวิทยาคม	407	249	656	4	20
	โคกเจริญวิทยา	355	267	622	4	18
	ท่าวุ้งวิทยาคาร	365	228	593	5	20
	ลำสนธิวิทยา	295	242	537	4	20
	หนองม่วงวิทยา	548	281	829	6	27
ขนาดใหญ่	โคกสำโรงวิทยา	848	850	1,698	11	48
	บ้านหมี่วิทยา	966	653	1,619	11	46
	พัฒนานิคม	665	863	1,528	12	46
ขนาดใหญ่พิเศษ	พิบูลวิทยาลัย	-	2,992	2,992	18	78
	พระนารายณ์	1,641	1,091	2,732	18	72
	ชัยบาดาลวิทยา	1,568	1,150	2,718	21	70
	รวม	8,354	9,562	17,916	129	521

2) กำหนดขนาดของกลุ่มตัวอย่าง

ในการกำหนดขนาดของกลุ่มตัวอย่าง ผู้วิจัยได้ใช้วิธีการคำนวณหาขนาดของกลุ่มตัวอย่างจากสูตรยามาเน่ (Yamane, 1970, pp. 580-581) ดังรายละเอียดต่อไปนี้

สูตรยามาเน่ $$n = \frac{N}{1 + Ne^2}$$

เมื่อ n แทน จำนวนกลุ่มตัวอย่าง
e แทน ความคลาดเคลื่อนของการสุ่มตัวอย่าง
N แทน ขนาดของประชากร

สำหรับการวิเคราะห์ปัจจัยที่ส่งผลต่อการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในปัจจุบันของครูที่สอนวิชาคณิตศาสตร์และนักเรียนระดับมัธยมศึกษา โรงเรียนในสังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษาลพบุรี ซึ่งเป็นโรงเรียนที่มีขนาดกลางขึ้นไป ผู้วิจัยได้กำหนดความคลาดเคลื่อนของการสุ่มครูที่สอนวิชาคณิตศาสตร์นักเรียนระดับมัธยมศึกษา เท่ากับ 0.1 และ 0.05 ตามลำดับ ซึ่งเพียงพอสำหรับการได้มาของขนาดกลุ่มตัวอย่างที่เหมาะสม และเมื่อคำนวณหาขนาดของกลุ่มตัวอย่างโดยใช้สูตรยามาเน่ จึงได้ครูที่สอนวิชาคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาจำนวน 60 คน และนักเรียนระดับมัธยมศึกษาจำนวน 400 คน ตามลำดับ

3) ดำเนินการสุ่มกลุ่มตัวอย่างจากการสุ่มแบบหลายขั้นตอน ดังนี้

ขั้นตอนที่ 1 นำโรงเรียนดังตาราง 10 มาดำเนินการจำแนกประเภทโรงเรียนตามสหวิทยาเขต ซึ่งแบ่งเป็นสหวิทยาเขต 3 สหวิทยาเขต ได้แก่ 1) สหวิทยาเขตละโว้ธานี รับผิดชอบโรงเรียนในอำเภอเมืองลพบุรีและอำเภอท่าวุ้ง 2) สหวิทยาเขตป่าสักชลสิทธิ์ รับผิดชอบโรงเรียนในอำเภอชัยบาดาล อำเภอท่าหลวง อำเภอพัฒนานิคม อำเภอลำสนธิ และอำเภอโคกสำโรง (โรงเรียนวิทยาศาสตร์จุฬาภรณราชวิทยาลัย ลพบุรี) และ 3) สหวิทยาเขตวงพระจันทร์ รับผิดชอบโรงเรียนในอำเภอบ้านหมี่ อำเภอสระโบสถ์ อำเภอโคกเจริญ และอำเภอโคกสำโรง (โรงเรียนโคกสำโรงวิทยา) ดังนั้นจะสามารถจำแนกประเภทโรงเรียนตามสหวิทยาเขตได้ดังตาราง 11

ตาราง 11 การจำแนกประเภทโรงเรียนตามสหวิทยาเขต

สหวิทยาเขต	อำเภอ	โรงเรียน	ขนาดโรงเรียน
ป่าสักชลสิทธิ์	ชัยบาดาล	โรงเรียนชัยบาดาลพิทยาคม	กลาง
	ชัยบาดาล	โรงเรียนชัยบาดาลวิทยา	ใหญ่พิเศษ
	ท่าหลวง	โรงเรียนท่าหลวงวิทยาคม	กลาง
	พัฒนานิคม	โรงเรียนพัฒนานิคม	ใหญ่
	ลำสนธิ	โรงเรียนลำสนธิวิทยา	กลาง
	โคกสำโรง	โรงเรียนวิทยาศาสตร์จุฬาภรณราชวิทยาลัย ลพบุรี	กลาง
ละโว้ธานี	ท่าวุ้ง	โรงเรียนท่าวุ้งวิทยาคาร	กลาง
	เมืองลพบุรี	โรงเรียนพระนารายณ์	ใหญ่พิเศษ
	เมืองลพบุรี	โรงเรียนพิบูลวิทยาลัย	ใหญ่พิเศษ
วงพระจันทร์	โคกเจริญ	โรงเรียนโคกเจริญวิทยา	กลาง
	โคกสำโรง	โรงเรียนโคกสำโรงวิทยา	ใหญ่
	บ้านหมี่	โรงเรียนบ้านหมี่วิทยา	ใหญ่
	หนองม่วง	โรงเรียนหนองม่วงวิทยา	กลาง

ขั้นตอนที่ 2 สุ่มโรงเรียนที่มีจำนวนครูที่สอนวิชาคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตั้งแต่ 10 คน ขึ้นไป เพื่อให้สอดคล้องกับการกำหนดขนาดของกลุ่มตัวอย่างในหัวข้อที่ 2 จะได้ 7 โรงเรียน แบ่งเป็นสหวิทยาเขตป่าสักชลสิทธิ์ ละโว้ธานี และวงพระจันทร์ จำนวน 3, 2 และ 2 โรงเรียน ตามลำดับ แสดงดังตาราง 12

ตาราง 12 โรงเรียนที่มีจำนวนครูที่สอนวิชาคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตั้งแต่ 10 คน ขึ้นไป

สหวิทยาเขต	อำเภอ	โรงเรียน	ขนาดโรงเรียน
ป่าสักชลสิทธิ์	ชัยบาดาล	โรงเรียนชัยบาดาลวิทยา	ใหญ่พิเศษ
	พัฒนานิคม	โรงเรียนพัฒนานิคม	ใหญ่
	โคกสำโรง	โรงเรียนวิทยาศาสตร์จุฬาภรณราชวิทยาลัย ลพบุรี	กลาง
ละโว้ธานี	เมืองลพบุรี	โรงเรียนพระนารายณ์	ใหญ่พิเศษ
	เมืองลพบุรี	โรงเรียนพิบูลวิทยาลัย	ใหญ่พิเศษ
วงพระจันทร์	โคกสำโรง	โรงเรียนโคกสำโรงวิทยา	ใหญ่
	บ้านหมี่	โรงเรียนบ้านหมี่วิทยา	ใหญ่

ขั้นตอนที่ 3 จากขั้นตอนที่ 3 ผู้วิจัยดำเนินการสุ่มครูที่สอนวิชาคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาให้ได้จำนวน 60 คน ผ่านการสุ่มอย่างง่ายด้วยการจับฉลาก ทำให้กลุ่มตัวอย่างจากโรงเรียนโคกสำโรงวิทยา โรงเรียนชัยบาดาลวิทยา โรงเรียนบ้านหมี่ โรงเรียนพระนารายณ์ โรงเรียนพัฒนานิคม โรงเรียนพิบูลวิทยาลัย และโรงเรียนวิทยาศาสตร์จุฬาภรณราชวิทยาลัย ลพบุรี มีจำนวน 5, 14, 5, 7, 9, 13 และ 7 คน ตามลำดับ

ขั้นตอนที่ 4 จากขั้นตอนที่ 3 ผู้วิจัยดำเนินการสุ่มนักเรียนระดับมัธยมศึกษา โรงเรียนละ 2 ห้องเรียน จาก 7 โรงเรียนข้างต้น ผ่านการสุ่มอย่างง่ายด้วยการจับฉลาก เพื่อให้สอดคล้องกับการกำหนดขนาดของกลุ่มตัวอย่างในหัวข้อที่ 2

ขั้นตอนที่ 5 จากขั้นตอนที่ 4 ผู้วิจัยดำเนินการเลือกกลุ่มตัวอย่าง ผ่านการเลือกแบบเจาะจง แสดงดังตาราง 13

ตาราง 13 จำนวนนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง

โรงเรียน	ห้องเรียน	จำนวนนักเรียน
โรงเรียนชัยบาดาลวิทยา	ม.3/2 และ ม.3/3	97
โรงเรียนพัฒนานิคม	ม.4/3 และ ม.4/4	58
โรงเรียนวิทยาศาสตร์จุฬาภรณราชวิทยาลัย ลพบุรี	ม.2/2 และ ม.2/3	46
โรงเรียนพระนารายณ์	ม.5/1 และ ม.5/3	38
โรงเรียนพิบูลวิทยาลัย	ม.5/14 และ ม.5/15	97
โรงเรียนโคกสำโรงวิทยา	ม.2/1 และ ม.2/2	26
โรงเรียนบ้านหมี่วิทยา	ม.1/1 และ ม.1/2	38
	รวม	**100**

จากขั้นตอนการสุ่มขนาดของกลุ่มตัวอย่างในการวิจัยระยะนี้ ผู้วิจัยจึงได้ครูที่สอนวิชาคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาจำนวน 60 คน และนักเรียนระดับมัธยมศึกษาจำนวน 400 คน ตามลำดับ ซึ่งเป็นขนาดที่เหมาะสมและเพียงพอต่อการนำไปใช้วิเคราะห์ผล

1.2 การกำหนดกรอบแนวคิดในการวิเคราะห์ปัจจัยที่ส่งผลต่อการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในปัจจุบันของครูที่สอนวิชาคณิตศาสตร์และนักเรียนระดับมัธยมศึกษา โรงเรียนในสังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษาลพบุรี ซึ่งเป็นโรงเรียนที่มีขนาดกลางขึ้นไป

สำหรับการวิเคราะห์ปัจจัยที่ส่งผลต่อการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในปัจจุบันของครูที่สอนวิชาคณิตศาสตร์และนักเรียนระดับมัธยมศึกษา โรงเรียนในสังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษาลพบุรี ซึ่งเป็นโรงเรียนที่มีขนาดกลางขึ้นไป ผู้วิจัยได้ศึกษากรอบแนวคิดเกี่ยวกับการเรียนการสอนในศตวรรษที่ 21 ของเครือข่ายภาคีเพื่อทักษะแห่งศตวรรษที่ 21 (Partnership for 21st Century Skills, 2017, p.9) (เอกสารจากเว็บไซต์) โคเลอร์และมิชรา (Koehler & Mishra, 2009, pp. 60-67) คาร์บัชและมาร์ช (Kharbach, 2015; March, 2012) (เอกสารจากเว็บไซต์) เชิร์ส (Churches, 2016) (เอกสารจากเว็บไซต์) และ ถนอม เลาหจรัสแสง (2559) (เอกสารจากเว็บไซต์) ผู้วิจัยสังเคราะห์ได้ว่า

“ผู้เรียนจะมีประสิทธิภาพในการเรียนรู้มากน้อยเพียงใด การจัดกิจกรรมการเรียนการสอนถือเป็นอิทธิพลสำคัญต่อประสิทธิภาพของผู้เรียน โดยองค์ประกอบหลักที่ส่งผลให้การเรียนการสอนนั้นมีคุณภาพ ประกอบด้วย 3 องค์ประกอบ ได้แก่ (1) ด้านเทคโนโลยี (2) ด้านเนื้อหา และ (3) ด้านกิจกรรมการเรียนการสอน อย่างไรก็ตาม องค์ประกอบเหล่านี้ต่างมีความสัมพันธ์ซึ่งกันและกัน หากผู้ที่มีส่วนเกี่ยวข้องกับการออกแบบและพัฒนาหลักสูตร/กิจกรรมการเรียนการสอนสามารถบูรณาการทั้ง 3 ด้าน ผสมผสานร่วมกันได้ จะเป็นอีกแนวทางหนึ่งในการยกระดับความรู้ความเข้าใจของผู้เรียนให้มีความพร้อม และสามารถดำรงชีวิตในศตวรรษที่ 21 ได้ พร้อมกันนี้ยังช่วยให้รูปแบบของการจัดการเรียนการสอนน่าสนใจหรือแตกต่างจากรูปแบบเดิม ๆ อาจส่งผลให้บรรยากาศในชั้นเรียน น่าค้นหา น่าเรียนรู้ ตลอดจนสร้างความกระตือรือร้นในการเรียนยิ่งขึ้น”

นอกจากนี้ผู้วิจัยได้ศึกษาแนวคิดปัจจัยที่เกี่ยวข้องกับการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ของดีนส์ (Dienes, 1971, p. 201) โรเบิร์ต กาเย่ (Gagne, 1985, pp. 6-10) และนักการศึกษาอีกหลายท่าน เพื่อคัดสรรปัจจัยที่ส่งผลต่อการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ (ชลชาติ สร้อยทอง, 2562, น. 1235; ณัฐภรณ์ ศิริธร, 2563, น. 162-163; เบญจมาศ กระตารัตน์, 2556, น. 111; ประภา สินวรพันธุ์, 2554, น. 9; พรรณภัทร แซ่โท้ว, 2562, น. 296; มุกดามณี ศรีพงษ์เพริศ, 2561, น. 16; โรสนี จริยะมาการ, 2561, น. 26; สำรวย หาญห้าว, 2560, น. 142-143) ผู้วิจัยได้สังเคราะห์และคัดสรรปัจจัยที่ส่งผลต่อการเรียนการสอนคณิตศาสตร์แสดงดังตาราง 1 ซึ่งพบว่า

“ปัจจัยที่ส่งผลต่อการเรียนการสอนคณิตศาสตร์มากที่สุด ได้แก่ (1) ความรู้ด้านเนื้อหา (2) ความรู้ด้านกิจกรรมการเรียนการสอน (3) ความคิด/ความรู้สึก/การรับรู้ทางคณิตศาสตร์

และเทคโนโลยี และ (4) ความรู้ด้านเทคโนโลยี ตามลำดับ ซึ่งสอดคล้องกับแนวคิดของการเรียนการสอนในศตวรรษที่ 21”

ผลจากการศึกษาข้างต้นทำให้ได้กรอบแนวคิดสำหรับการวิจัยในระยะที่ 1 ซึ่งผู้วิจัยกำหนด**จุดมุ่งหมายของการวิจัย** คือ เพื่อวิเคราะห์ปัจจัยที่ส่งผลต่อการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในปัจจุบันของครูที่สอนวิชาคณิตศาสตร์และนักเรียนระดับมัธยมศึกษา โรงเรียนในสังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษาลพบุรี ซึ่งเป็นโรงเรียนที่มีขนาดกลางขึ้นไป ส่วน**ขอบเขตของการศึกษา**ผู้วิจัยจะพิจารณาตัวแปรที่คาดว่าจะส่งผลต่อประสิทธิภาพการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในศตวรรษที่ 21 จำนวน 4 ด้าน ได้แก่

1) ด้านการรับรู้เกี่ยวกับการใช้เทคโนโลยี เป็นความคิด ความรู้สึกเกี่ยวกับความต้องการและประโยชน์ของการใช้เทคโนโลยี

2) ความรู้ด้านเทคโนโลยี เป็นความสามารถเกี่ยวกับการใช้งานทั่วไปของเทคโนโลยีต่าง ๆ มาประกอบการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ เช่น การใช้โปรแกรม Word Processor, Electronic Spreadsheet, นำเสนองาน, เรขาคณิตพลวัต หรือสามารถเขียนโปรแกรมด้วยภาษาใดภาษาหนึ่ง รวมทั้งสามารถเข้าถึงอินเทอร์เน็ต การจัดเก็บข้อมูล ตลอดจนติดตามการใช้งานเทคโนโลยีที่ทันสมัย

3) ความรู้ด้านเนื้อหา เป็นความสามารถเกี่ยวกับเนื้อหาทางคณิตศาสตร์ที่จำเป็นต้องใช้ในการเรียนการสอน โดยการระบุ อธิบาย หรือทราบที่มาของเนื้อหาทางคณิตศาสตร์ นอกจากนั้นยังสามารถนำความรู้ที่มีมาประยุกต์ใช้ได้ถูกต้อง

4) ด้านกิจกรรมการเรียนการสอน เป็นรูปแบบการสอน หรือวิธีการสอนต่าง ๆ ที่ครูใช้ในการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์

สำหรับแนวทางของการศึกษา ผู้วิจัยทำหน้าที่เป็นผู้สำรวจและเก็บรวบรวมข้อมูลกับครูที่สอนวิชาคณิตศาสตร์จำนวน 60 คน และนักเรียนระดับมัธยมศึกษาจำนวน 400 คน ของโรงเรียนในสังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษาลพบุรี ซึ่งเป็นโรงเรียนที่มีขนาดกลางขึ้นไปจำนวน 7 โรงเรียน ได้แก่ (1) โรงเรียนโคกสำโรงวิทยา (2) โรงเรียนชัยบาดาลวิทยา (3) โรงเรียนบ้านหมี่ (4) โรงเรียนพระนารายณ์ (5) โรงเรียนพัฒนานิคม (6) โรงเรียนพิบูลวิทยาลัย และ (7) โรงเรียนวิทยาศาสตร์จุฬาภรณราชวิทยาลัย ลพบุรี โดยใช้แบบสอบถามเกี่ยวกับปัจจัยที่ส่งผลต่อการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในปัจจุบันของครูที่สอนวิชาคณิตศาสตร์ จำนวน 1 ฉบับ และแบบสอบถามเกี่ยวกับปัจจัยที่ส่งผลต่อการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในปัจจุบันของนักเรียนระดับ

มัธยมศึกษา จำนวน 1 ฉบับ ซึ่งแบบสอบถามแต่ละฉบับผู้วิจัยมุ่งศึกษาตัวแปรจำนวน 4 ด้าน ได้แก่ 1) ด้านการรับรู้เกี่ยวกับการใช้เทคโนโลยี 2) ความรู้ด้านเทคโนโลยี 3) ความรู้ด้านเนื้อหา และ 4) ด้านกิจกรรมการเรียนการสอน เพื่อนำข้อมูลเหล่านี้มาวิเคราะห์ว่าปัจจัยใดส่งผลต่อการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในปัจจุบันบ้าง นอกจากนี้ยังทำให้ทราบถึงความพร้อมของครูที่สอนวิชาคณิตศาสตร์และนักเรียนระดับมัธยมศึกษาในแต่ละปัจจัยว่าเป็นอย่างไร

1.3 การสร้างและหาคุณภาพเครื่องมือ

การสร้างเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

เครื่องมือสำหรับการวิเคราะห์ปัจจัยที่ส่งผลต่อการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในปัจจุบันของครูที่สอนวิชาคณิตศาสตร์และนักเรียนระดับมัธยมศึกษา โรงเรียนในสังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษาลพบุรี ซึ่งเป็นโรงเรียนที่มีขนาดกลางขึ้นไป เป็นแบบสอบถามเกี่ยวกับปัจจัยที่ส่งผลต่อการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในปัจจุบันจำนวน 2 ฉบับ สำหรับ: 1) ครูที่สอนวิชาคณิตศาสตร์ จำนวน 1 ฉบับ และ 2) นักเรียนระดับมัธยมศึกษา จำนวน 1 ฉบับ โดยแบบสอบถามแต่ละฉบับประกอบด้วย 4 ด้าน ได้แก่ ด้านการรับรู้เกี่ยวกับการใช้เทคโนโลยี ความรู้ด้านเทคโนโลยี ความรู้ด้านเนื้อหา และด้านกิจกรรมการเรียนการสอน ส่วนข้อคำถามในแต่ละด้านผู้วิจัยปรับปรุงจาก มุกดามณี ศรีพงษ์เพริศ (2561, น. 163-168) ซึ่งมีทั้งหมด 37 ข้อ อย่างไรก็ตามข้อคำถามแต่ละข้อจะมุ่งวิเคราะห์หาปัจจัยที่ส่งผลต่อการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในปัจจุบันของครูที่สอนวิชาคณิตศาสตร์และนักเรียนระดับมัธยมศึกษา โรงเรียนในสังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษาลพบุรี ซึ่งเป็นโรงเรียนที่มีขนาดกลางขึ้นไป เพื่อให้ทราบถึงปัจจัยที่ส่งผลต่อการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในปัจจุบันของครูที่สอนวิชาคณิตศาสตร์และนักเรียนระดับมัธยมศึกษาทั้ง 4 ด้าน รวมทั้งทราบถึงความพร้อมของครูที่สอนวิชาคณิตศาสตร์และนักเรียนระดับมัธยมศึกษาในแต่ละปัจจัยก่อนใช้กิจกรรมการเรียนการสอนด้วยเทคโนโลยีตามการเปลี่ยนแปลงของศตวรรษที่ 21 ในระยะการวิจัยต่อไป

ผู้วิจัยสร้างแบบสอบถามให้มีลักษณะเป็นแบบมาตราส่วนประมาณค่า (Rating Scale) แบ่งเป็น 5 ระดับ ได้แก่ ไม่เห็นด้วยอย่างยิ่ง ไม่เห็นด้วย ไม่แน่ใจ เห็นด้วย เห็นด้วยอย่างยิ่ง โดยกำหนดเกณฑ์การให้คะแนนเป็น 1, 2, 3, 4 และ 5 ตามลำดับ ส่วนเกณฑ์การแปลผลผู้วิจัยดัดแปลงมาจาก วิมล มิระสิงห์ (2552, น. 56) ซึ่งมีรายละเอียดดังนี้

ค่าเฉลี่ยเลขคณิต	การแปลผล
1.00 – 1.49	ส่งผลต่อการเรียนการสอนในระดับน้อย
1.50 – 2.49	ส่งผลต่อการเรียนการสอนในระดับค่อนข้างน้อย
2.50 – 3.49	ส่งผลต่อการเรียนการสอนในระดับปานกลาง
3.50 – 4.49	ส่งผลต่อการเรียนการสอนในระดับค่อนข้างมาก
4.50 – 5.00	ส่งผลต่อการเรียนการสอนในระดับมาก

ตัวอย่างคำถามของข้อมูลทั่วไปในแบบสอบถามเกี่ยวกับปัจจัยที่ส่งผลต่อการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในปัจจุบันของครูที่สอนวิชาคณิตศาสตร์ แสดงดังตาราง 14

คำชี้แจง: กรุณาพิจารณาข้อเท็จจริงของคำถามแต่ละข้อต่อไปนี้ แล้วทำเครื่องหมาย ✓ ลงในช่องว่างให้ครบถ้วน

ตาราง 14 ตัวอย่างคำถามของข้อมูลทั่วไปในแบบสอบถามเกี่ยวกับปัจจัยที่ส่งผลต่อการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในปัจจุบันของครูที่สอนวิชาคณิตศาสตร์

ข้อ	**ข้อคำถาม**
ข้อมูลทั่วไป	
00	เพศ ○ หญิง ○ ชาย
00	อายุ ○ 26 ปี – 40 ปี ○ มากกว่า 40 ปี

สำหรับตัวอย่างคำถามของด้านการรับรู้เกี่ยวกับเทคโนโลยี ความรู้ด้านเทคโนโลยี ความรู้ด้านเนื้อหา และด้านกิจกรรมการเรียนการสอน ในแบบสอบถามเกี่ยวกับปัจจัยที่ส่งผลต่อการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในปัจจุบันของครูที่สอนวิชาคณิตศาสตร์ แสดงดังตาราง 15

คำชี้แจง: กรุณาพิจารณาข้อคำถามแต่ละข้อว่ามีข้อเท็จจริง/ความรู้สึก/ความสามารถ อยู่ในระดับใด แล้วทำเครื่องหมาย ✓ ลงในช่องข้อความให้ครบถ้วน

ตาราง 15 ตัวอย่างคำถามของด้านการรับรู้เกี่ยวกับเทคโนโลยี ความรู้ด้านเทคโนโลยี ความรู้ด้านเนื้อหา และด้านกิจกรรมการเรียนการสอนในแบบสอบถามเกี่ยวกับปัจจัยที่ส่งผลต่อการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในปัจจุบันของครูที่สอนวิชาคณิตศาสตร์

ข้อ	ข้อคำถาม	ข้อความตรงกับข้อเท็จจริง/ความรู้สึก/ความสามารถของข้าพเจ้า				
		5	4	3	2	1
ด้านการรับรู้เกี่ยวกับการใช้เทคโนโลยี						
AC_0	โรงเรียนของท่านให้ความสำคัญกับการเขียนโปรแกรมด้วยภาษาใดภาษาหนึ่งเช่น ภาษาไพธอน หรือภาษาซี					
ความรู้ด้านเทคโนโลยี						
TK_0	ท่านสามารถเขียนโปรแกรมด้วยภาษาใดภาษาหนึ่ง เช่น ภาษาไพธอน ภาษาซี หรือภาษาจาวา					
ความรู้ด้านเนื้อหา						
CK_0	ท่านสามารถระบุ หรืออธิบายความหมายเกี่ยวกับเนื้อหาสาระที่สอนได้					
กิจกรรมการเรียนการสอน						
IA_0	การเลือกใช้เทคนิคหรือวิธีการสอนที่เหมาะสมต่อการนำเสนอเนื้อหาสาระของวิชาคณิตศาสตร์ ทำให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้ในแต่ละบทเรียนง่ายขึ้น					

การหาคุณภาพของเครื่องมือ

ภายหลังจากการสร้างแบบสอบถามข้างต้น ผู้วิจัยนำแบบสอบถามปัจจัยที่ส่งผลต่อการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในปัจจุบันของครูที่สอนวิชาคณิตศาสตร์และนักเรียนระดับมัธยมศึกษา ทั้ง 2 ฉบับ เสนอต่อคณะกรรมการควบคุมปริญญานิพนธ์จำนวน 5 ท่าน แล้วพิจารณาปรับปรุงแก้ไข เมื่อแก้ไขตามคำแนะนำจนผ่านการพิจารณาแล้วจึงนำแบบสอบถามเสนอต่อผู้เชี่ยวชาญจำนวน 3 ท่าน เพื่อตรวจสอบความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหา ความเหมาะสมของภาษาที่

ใช้ จากนั้นผู้วิจัยคัดเลือกข้อที่มีดัชนีความสอดคล้อง (Index of Objective Congruence: IOC) ตั้งแต่ 0.5 ขึ้นไป เพื่อนำมาปรับปรุงแก้ไขตามข้อเสนอแนะของผู้เชี่ยวชาญ แล้วหาค่าความเชื่อมั่นของแบบสอบถามปัจจัยที่ส่งผลต่อการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในปัจจุบันของครูที่สอนวิชาคณิตศาสตร์และนักเรียนระดับมัธยมศึกษาทั้งฉบับโดยใช้วิธีหาสัมประสิทธิ์แอลฟา (α-Coefficient) ของครอนบัค (Cronbach) ซึ่งมีค่าเท่ากับ .940 และ .934 ตามลำดับ

1.4 การเก็บรวบรวมข้อมูล

ในการวิเคราะห์ปัจจัยที่ส่งผลต่อการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในปัจจุบันของครูที่สอนวิชาคณิตศาสตร์และนักเรียนระดับมัธยมศึกษา โรงเรียนในสังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษาลพบุรี ซึ่งเป็นโรงเรียนที่มีขนาดกลางขึ้นไป ผู้วิจัยนำแบบสอบถามเกี่ยวกับปัจจัยที่ส่งผลต่อการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในปัจจุบันของครูที่สอนวิชาคณิตศาสตร์และนักเรียนระดับมัธยมศึกษา ทั้ง 2 ฉบับ ไปเก็บรวบรวมข้อมูลกับครูที่สอนวิชาคณิตศาสตร์และนักเรียนระดับมัธยมศึกษา ตามลำดับ ในภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2565 จำนวน 7 โรงเรียน ได้แก่ (1) โรงเรียนโคกสำโรงวิทยา (2) โรงเรียนชัยบาดาลวิทยา (3) โรงเรียนบ้านหมี่ (4) โรงเรียนพระนารายณ์ (5) โรงเรียนพัฒนานิคม (6) โรงเรียนพิบูลวิทยาลัย และ (7) โรงเรียนวิทยาศาสตร์จุฬาภรณราชวิทยาลัย ลพบุรี โดยดำเนินการตามขั้นตอน ดังนี้

1) ติดต่อขอหนังสือแนะนำตัวจากบัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ถึงผู้อำนวยการสถานศึกษาของโรงเรียนในสังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษาลพบุรี จำนวน 7 โรงเรียนดังกล่าว เพื่อขอความอนุเคราะห์ในการเก็บรวบรวมข้อมูลกลุ่มตัวอย่าง

2) ผู้วิจัยนำหนังสือราชการจากบัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ยื่นต่อผู้บริหารสถานศึกษาของโรงเรียนในสังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษาลพบุรี จำนวน 7 โรงเรียนดังกล่าวด้วยตนเอง เพื่อขอความอนุเคราะห์ในการเก็บรวบรวมข้อมูลแล้วชี้แจงจุดมุ่งหมายของการวิจัย รายละเอียดข้อคำถาม รูปแบบของแบบสอบถาม วิธีการส่งแบบสอบถาม และนัดหมายวันเก็บรวบรวมข้อมูลกับผู้ประสานงานแต่ละโรงเรียน ทั้งนี้ ผู้ประสานงานแต่ละโรงเรียนจะมีบทบาทในการติดต่อและนัดหมายกลุ่มตัวอย่างตามวันนัดหมายที่ผู้วิจัยได้ตกลงขอเก็บรวบรวมข้อมูลแต่ละโรงเรียน

3) จัดเตรียมแบบสอบถามเกี่ยวกับปัจจัยที่ส่งผลต่อการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในปัจจุบันของครูที่สอนวิชาคณิตศาสตร์และนักเรียนระดับมัธยมศึกษา ในรูปแบบออนไลน์โดยใช้ Google Forms เพื่อเก็บรวบรวมข้อมูลกับกลุ่มตัวอย่างระหว่างเดือนพฤษภาคม

พ.ศ.2565 ถึงเดือนมิถุนายน พ.ศ.2565 อย่างไรก็ตาม ผู้วิจัยจะดำเนินการเก็บรวบรวมข้อมูลทีละโรงเรียนตามวันนัดหมายแต่ละโรงเรียน

4) เมื่อถึงวันนัดหมายผู้วิจัยชี้แจงจุดมุ่งหมายของการวิจัย และรายละเอียดข้อคำถามให้กับกลุ่มตัวอย่าง จากนั้นส่งลิ้งค์แบบสอบถามให้กลุ่มตัวอย่างเพื่อดำเนินการเก็บรวบรวมข้อมูลประมาณ 30 นาที ขณะที่กลุ่มตัวอย่างทำแบบสอบถามผู้วิจัยเน้นย้ำกับกลุ่มตัวอย่างว่า “ถ้ามีท่านใดเกิดข้อสงสัยเกี่ยวกับคำถาม สามารถสอบถามผู้วิจัยได้ทันที หรือระหว่างให้ข้อมูลหากมีท่านใดเกิดความเครียด อึดอัดใจ และไม่สะดวกในการให้ข้อมูลสามารถถอนตัวได้”

5) ผู้วิจัยตรวจสอบความครบถ้วนของการตอบแบบสอบถามที่ได้จากกลุ่มตัวอย่าง แล้วนำข้อมูลมาวิเคราะห์ผลในลำดับต่อไป

1.5 การวิเคราะห์ข้อมูล

ในการวิเคราะห์ปัจจัยที่ส่งผลต่อการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในปัจจุบันของครูที่สอนวิชาคณิตศาสตร์และนักเรียนระดับมัธยมศึกษา โรงเรียนในสังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษาลพบุรี ซึ่งเป็นโรงเรียนตั้งแต่ขนาดกลางขึ้นไป ผู้วิจัยดำเนินการวิเคราะห์ข้อมูลจากผลการสำรวจและรวบรวม โดยมีขั้นตอนต่อไปนี้

1) นำแบบสอบถามมาวิเคราะห์หาค่าสถิติพื้นฐาน โดยใช้ค่าร้อยละ (Percentage) เฉลี่ยเลขคณิต ($\bar{x}$) และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (S.D.)

2) วิเคราะห์ปัจจัยที่ส่งผลต่อการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในปัจจุบันของครูที่สอนวิชาคณิตศาสตร์และนักเรียนระดับมัธยมศึกษา โรงเรียนในสังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษาลพบุรี ซึ่งเป็นโรงเรียนตั้งแต่ขนาดกลางขึ้นไป ด้วยวิธีวิเคราะห์องค์ประกอบ (Factor Analysis) หมุนแกนปัจจัยด้วยวิธีแวริแมกซ์ (Varimax) แล้วเก็บค่าคะแนนปัจจัย (Factor Score)

3) ทดสอบสมมติฐานที่ว่า (1) เพศ อายุ และระดับการศึกษาของครูคณิตศาสตร์ที่แตกต่างกัน มีค่าปัจจัยที่ส่งผลต่อการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในปัจจุบันของครูคณิตศาสตร์แต่ละปัจจัยแตกต่างกัน และ (2) เพศ แผนการเรียน และระดับการศึกษาของนักเรียนระดับมัธยมศึกษาที่แตกต่างกัน มีค่าปัจจัยที่ส่งผลต่อการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในปัจจุบันของนักเรียนระดับมัธยมศึกษาแต่ละปัจจัยแตกต่างกัน โดยใช้การทดสอบ t-test

ระยะที่ 2 การพัฒนากิจกรรมการเรียนการสอนที่เสริมสร้างระดับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เซต ตามกรอบทฤษฎี APOS โดยใช้ภาษาไพธอน สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษา

ในระยะที่ 2 ผู้วิจัยนำผลการวิเคราะห์ปัจจัยที่ส่งผลต่อการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในปัจจุบันของครูที่สอนวิชาคณิตศาสตร์และนักเรียนระดับมัธยมศึกษา โรงเรียนในสังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษาลพบุรี ซึ่งเป็นโรงเรียนที่มีขนาดกลางขึ้นไป มา (1) กำหนดกลุ่มนำร่อง โดยพิจารณาจากความพร้อมของครูที่สอนวิชาคณิตศาสตร์และนักเรียนระดับมัธยมศึกษา โรงเรียนในสังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษาลพบุรี ซึ่งเป็นโรงเรียนที่มีขนาดกลางขึ้นไป และ (2) กำหนดกรอบแนวคิดของกิจกรรมการเรียนการสอน โดยปรับปรุงให้สอดคล้องกับปัจจัยที่ส่งผลต่อการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ทั้ง 4 ด้าน ได้แก่ ด้านการรับรู้เกี่ยวกับการใช้เทคโนโลยี ความรู้ด้านเทคโนโลยี ความรู้ด้านเนื้อหา และด้านกิจกรรมการเรียนการสอน เพื่อพัฒนากิจกรรมการเรียนการสอนให้ทันต่อการเปลี่ยนแปลงในศตวรรษที่ 21 ซึ่งผู้วิจัยได้ดำเนินการตามขั้นตอนต่อไปนี้

2.1 การกำหนดกลุ่มนำร่อง

ผู้วิจัยมีข้อกำหนดเบื้องต้นในการเลือกกลุ่มนำร่อง เป็นนักเรียนที่มีความรู้พื้นฐานด้านการเขียนโปรแกรมด้วยภาษาใดภาษาหนึ่ง โดยพิจารณาจากคะแนนดิบของนักเรียนในรายวิชาที่เกี่ยวข้องกับการเขียนโปรแกรม รวมทั้งเป็นนักเรียนที่ยังไม่เคยเรียน เรื่อง เซต มาก่อน

กลุ่มนำร่องที่ใช้ในการวิจัยระยะนี้เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนวิทยาศาสตร์จุฬาภรณราชวิทยาลัย ลพบุรี จำนวน 21 คน ซึ่งนอกเหนือจากเวลาเรียนปกติของภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2565 โดยพิจารณาจากคะแนนดิบของนักเรียนในรายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน แล้วแบ่งออกเป็น 3 กลุ่ม ได้แก่ กลุ่มที่มีระดับคะแนนสูง ปานกลาง และต่ำ เพื่อนำไปหาประสิทธิภาพเครื่องมือจำนวน 3 ครั้ง ดังนี้

2.1.1 **การหาประสิทธิภาพรายบุคคล** เพื่อตรวจสอบความเป็นปรนัยและหาประสิทธิภาพของกิจกรรมการเรียนการสอนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นกับนักเรียนจำนวน 3 คน โดยการสุ่มตัวอย่างแบบง่าย (Simple Random Sampling) จากนักเรียนทั้ง 3 กลุ่ม กลุ่มละ 1 คน

2.1.2 **การหาประสิทธิภาพกลุ่มย่อย** เพื่อตรวจสอบความเป็นปรนัยและหาประสิทธิภาพของกิจกรรมการเรียนการสอนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นกับนักเรียนที่ไม่ใช่กลุ่มหาประสิทธิภาพรายบุคคลจำนวน 6 คน โดยการสุ่มตัวอย่างแบบง่าย จากนักเรียนทั้ง 3 กลุ่ม กลุ่มละ 2 คน

2.1.3 **การหาประสิทธิภาพภาคสนาม** เพื่อตรวจสอบความเป็นปรนัยและหาประสิทธิภาพของกิจกรรมการเรียนการสอนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นกับนักเรียนที่ไม่ใช่กลุ่มหาประสิทธิภาพรายบุคคลและกลุ่มย่อยจำนวน 12 คน โดยการสุ่มตัวอย่างแบบง่าย

2.2 การศึกษาและสังเคราะห์เอกสารที่เกี่ยวข้องกับการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่เสริมสร้างระดับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เซต ตามกรอบทฤษฎี APOS โดยใช้ภาษาไพธอน สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษา

ผู้วิจัยศึกษาเอกสารที่เกี่ยวข้องกับการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่เสริมสร้างระดับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ เพื่อหาแนวทางการสร้างกิจกรรมการเรียนการสอนที่เสริมสร้างระดับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ให้สอดคล้องกับปัจจัยที่ส่งผลต่อการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในปัจจุบัน ผลจากการศึกษาและสังเคราะห์เอกสารที่เกี่ยวข้องสามารถสรุปได้ดังนี้

1) ผู้วิจัยกำหนดเนื้อหาทางคณิตศาสตร์โดยศึกษาเอกสารที่เกี่ยวข้องกับความหมายของความเข้าใจทางคณิตศาสตร์และแนวคิดหลักที่สำคัญ เรื่อง เซต ตามหลักสูตรแกนกลางขั้นพื้นฐานพุทธศักราช 2551 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) (กระทรวงศึกษาธิการ, 2551, น. 6-30) สาเหตุเนื่องมาจาก เซตเป็นรากฐานสำคัญต่อการเรียนคณิตศาสตร์ทั้งในระดับมัธยมศึกษาตอนต้นและปลาย ซึ่งสอดคล้องกับผลจากการศึกษาหลักสูตรคณิตศาสตร์ของโรงเรียนชั้นนำระดับประเทศอย่างโรงเรียนวิทยาศาสตร์จุฬาภรณราชวิทยาลัย (หลักสูตรโรงเรียนวิทยาศาสตร์ภูมิภาค, 2557, น. 16) ได้กำหนดให้ผู้เรียนศึกษาเรื่อง เซต ตั้งแต่ระดับมัธยมศึกษาตอนต้น แสดงว่า โรงเรียนเห็นแก่นแท้การศึกษาทางคณิตศาสตร์ ดังคำกล่าวของ พิมพ์เพ็ญ เวชชาชีวะ (2561, น. 1) ว่า “ทุกสิ่งในคณิตศาสตร์สามารถนิยามให้เป็นเซตได้” อย่างไรก็ตาม ผู้วิจัยสามารถรวบรวมองค์ความรู้ พร้อมทั้งสังเคราะห์เป็นความเข้าทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เซต ดังรายละเอียดต่อไปนี้

ความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เซต เป็นความสามารถของนักเรียนที่เกี่ยวข้องกับเซต ซึ่งประกอบไปด้วย

(1) ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับเซต เป็นความสามารถของนักเรียนในการใช้สัญลักษณ์เกี่ยวกับเซต อธิบายลักษณะ พร้อมทั้งหาผลลัพธ์ของเซตชนิดต่าง ๆ และเขียนแผนภาพเวนน์-ออยเลอร์ แสดงความสัมพันธ์ระหว่างเซตได้ถูกต้องและเหมาะสม

ขอบเขตชนิดของเซตที่ศึกษา ประกอบด้วย เซตว่าง เซตจำกัด เซตอนันต์ เซตที่เท่ากัน สับเซต สับเซตแท้ และเพาเวอร์เซต

(2) การดำเนินการของเซต เป็นความสามารถของนักเรียนในการหาผลการดำเนินการระหว่างเซต ประกอบด้วย อินเตอร์เซกชัน ยูเนียน คอมพลีเมนต์ ผลต่างระหว่างเซต และเข้าใจความสัมพันธ์ของสมบัติการดำเนินการของเซต

(3) การประยุกต์ใช้ความรู้เกี่ยวกับเซตสำหรับแก้ปัญหาในสถานการณ์ที่กำหนดให้ เป็นความสามารถของนักเรียนในการใช้ความรู้เกี่ยวกับเซต จำนวนสมาชิกของเซตจำกัด และการใช้แผนภาพเวนน์-ออยเลอร์ สำหรับแก้ปัญหาในสถานการณ์ที่กำหนดให้

2) ผู้วิจัยได้ศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการออกแบบการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนตามแนวคิดของคอนสตรัคติวิสต์ของคาลิดและคณะ (Çalık et al., 2007, pp. 257-270) และสำนักการศึกษากรุงเทพมหานคร (2551, น. 6) เนื่องจากเป็นแนวทางหนึ่งที่มีการจัดการเรียนการสอนโดยใช้เทคโนโลยีเป็นสื่อสารระหว่างผู้เรียนกับผู้สอน ซึ่งสอดคล้องกับปัจจัยที่ส่งผลต่อการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ทั้ง 4 ด้าน และแนวทางการจัดการเรียนการสอนตามแนวคิดของศตวรรษที่ 21 ในขณะที่ ผลการวิเคราะห์ปัจจัยที่ส่งผลต่อการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในปัจจุบัน พบว่า ครูที่สอนวิชาคณิตศาสตร์และนักเรียนระดับมัธยมศึกษาให้ความสำคัญกับการเขียนโปรแกรมด้วยภาษาไพธอน สาเหตุอาจเนื่องมาจากทาง สสวท. ได้กำหนดให้ผู้เรียนทุกคนระดับเขียนภาษาไพธอนได้ ทำให้ผู้วิจัยศึกษาเอกสารที่เกี่ยวข้องกับภาษาไพธอนที่พัฒนาขึ้นโดยกุยโด ฟาน รอสซัม เวอร์ชั่น 3.9.2 (Foundation, 2021) เพื่อนำข้อมูลมาสังเคราะห์แล้วออกแบบขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน เรื่อง เซต โดยใช้ภาษาไพธอนตามแนวคิดคอนสตรัคติวิสต์ ดังรายละเอียดต่อไปนี้

ขั้นที่ 1 ขั้นชักชวน เป็นขั้นที่ครูเสนอสถานการณ์เกี่ยวกับ เรื่อง เซต อันเชื่อมโยงกับชีวิตประจำวันหรือศาสตร์อื่น ๆ เพื่อสร้างแรงจูงใจต่อการเรียน โดยสถานการณ์ที่ครูเลือกมานั้นต้องเหมาะสม ใกล้ตัว และสอดคล้องกับความสามารถของนักเรียน ทำให้นักเรียนเกิดความอยากรู้อยากเห็น หรือเป็นขั้นที่ครูทบทวนความรู้เดิมให้แก่นักเรียน เพื่อเตรียมความพร้อมสำหรับการเรียนในขั้นถัดไป

ขั้นที่ 2 ขั้นสำรวจ เป็นขั้นที่นักเรียนลงมือปฏิบัติกิจกรรม เรื่อง เซต โดยใช้คำสั่งในภาษาไพธอนเป็นสื่อกลางในการสำรวจ ค้นหาผลลัพธ์ ตามคำแนะนำของครู หรือจากการศึกษาคำสั่งของภาษาไพธอนในใบกิจกรรมด้วยตนเอง เพื่อเสริมสร้างการมีปฏิสัมพันธ์ระหว่างนักเรียนกับครู หรือนักเรียนกับเทคโนโลยี จนสามารถหาผลลัพธ์ เรื่อง เซต จากการรันโปรแกรมได้

ขั้นที่ 3 ขั้นความรู้ใหม่ เป็นขั้นที่นักเรียนสามารถอธิบายที่มาของผลลัพธ์จากการรันโปรแกรม สร้างข้อความคาดการณ์ หรือสรุปความรู้ใหม่ใน เรื่อง เซต ได้โดยไม่ใช้ภาษาไพธอน

ขั้นที่ 4 ขั้นประยุกต์ความรู้ เป็นขั้นที่นักเรียนสามารถใช้ความรู้ เรื่อง เซต ที่ได้ในขั้นที่ 2 และ 3 มาแก้ปัญหาในสถานการณ์ที่กำหนดให้ร่วมกับการใช้ภาษาไพธอนมาออกแบบโปรแกรม

3) ผู้วิจัยศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการวัดระดับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ ตามกรอบทฤษฎี APOS (Action – Process – Object – Schema) ของวิดาโควิคและเคติน (Ibrahim Cetin, 2015, pp. 155-168; Vidakovic et al., 2018, pp. 451-456) เป็นกรอบในการประเมินระดับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เซต เนื่องจากทฤษฎี APOS มีรากฐานมาจากแนวคิดของคอนสตรัคติวิสต์ซึ่งสอดคล้องกับแนวทางการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่กล่าวมาดังข้อ (2) ทั้งนี้ ผู้วิจัยได้วิเคราะห์ความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ในแต่ละระดับตามกรอบทฤษฎี APOS ร่วมกับสาระและมาตรฐานการเรียนรู้ของหลักสูตรคณิตศาสตร์ เพื่อระบุพฤติกรรมการเรียนรู้ให้สอดคล้องกับแต่ละระดับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เซต ตามกรอบทฤษฎี APOS โดยจำแนกออกเป็น 4 ระดับ ได้แก่ ระดับการกระทำ (Action: A) ระดับกระบวนการ (Process: P) ระดับวัตถุ (Object: O) และการเชื่อมโยงทางปัญญา (Schema: S) แสดงดังตาราง 16

ตาราง 16 พิจารณาระดับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เซต ตามกรอบทฤษฎี APOS

ระดับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์	การกระทำ (Action: A)	กระบวนการ (Process: P)	วัตถุ (Object: O)	โครงสร้างทางปัญญา (Schema: S)
ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับเซต	นักเรียนสามารถใช้ภาษาไพธอนตรวจสอบ: 1. การเป็นสมาชิก หรือไม่เป็นสมาชิกของเซตที่กำหนดให้ได้ 2. การเป็นเซตที่เท่ากัน และไม่เท่ากัน 3. การเป็นสับเซตของเซตที่กำหนดให้	นักเรียนสามารถ: 1. เขียนสัญลักษณ์การเป็นสมาชิกและไม่เป็นสมาชิกของเซตที่กำหนดให้ พร้อมทั้งอธิบายเหตุผลประกอบได้ 2. เขียนเซตแบบแจกแจงสมาชิกและแบบบอกเงื่อนไขของสมาชิกได้3. อธิบายความหมายของเซตว่าง เซตจำกัด เซตอนันต์ เซตที่เท่ากันและเซตไม่เท่ากัน การเป็นสับเซต และไม่เป็นสับเซตได้ 4. ให้เหตุผลการเป็นเซตที่เท่ากันและไม่เท่ากัน การเป็นสับเซตและไม่เป็นสับเซตของเซตที่กำหนดให้ได้	นักเรียนสามารถ: 1. เขียนข้อสรุปเกี่ยวกับลักษณะเซตและการเขียนแสดงเซต 2. จำแนกสิ่งที่เป็นเซตและไม่เป็นเซต เซตว่าง เซตจำกัด และเซตอนันต์จากเซตที่กำหนดให้ พร้อมทั้งให้เหตุผลประกอบได้ 3. อธิบายเกี่ยวกับสมบัติต่าง ๆ ของเซตและสับเซตได้ 4. อธิบายความหมายและหาเพาเวอร์เซตของเซตจำกัดได้ 5. เขียนข้อความคาดการณ์ที่แสดงความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนสมาชิกของเซต A กับจำนวนของเพาเวอร์เซต A ได้ เมื่อ A มีสมาชิก n ตัว	นักเรียนสามารถ: 1. ออกแบบโปรแกรมเพื่อแก้สถานการณ์ปัญหาเกี่ยวกับ “การหาเซตของจำนวนเฉพาะตั้งแต่ 2021-2564” ได้ถูกต้อง 2. ออกแบบโปรแกรมเพื่อแก้สถานการณ์ปัญหาเกี่ยวกับ “การแบ่งกองมรดกของตระกูลเอพอส” 3. ออกแบบโปรแกรมเพื่อแก้สถานการณ์ปัญหาเกี่ยวกับ “หาจำนวนสมาชิกของเพาเวอร์เซต A” และหาความสัมพันธ์ระหว่าง “จำนวนของเพาเวอร์เซต” กับ “จำนวนวิธีการเลือกสิ่งของที่แตกต่างกันทั้งหมด n สิ่ง โดยไม่สนใจลำดับ” ได้ถูกต้อง

ตาราง 16 (ต่อ)

ระดับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์	การกระทำ (Action: A)	กระบวนการ (Process: P)	วัตถุ (Object: O)	โครงสร้างทางปัญญา (Schema: S)
การดำเนินการของเซต	นักเรียนสามารถใช้ภาษาไพธอนตรวจสอบ: 1. ตรวจสอบผลการดำเนินการระหว่างเซตแบบอินเตอร์เซกชัน ยูเนียน คอมพลีเมนต์ และผลต่างระหว่างเซตของเซตที่กำหนดให้ได้	นักเรียนสามารถ: 1. อธิบายความหมายอินเตอร์เซกชัน ยูเนียน คอมพลีเมนต์ และผลต่างระหว่างเซตได้ 2. หาผลการดำเนินการระหว่างเซตแบบอินเตอร์เซกชัน ยูเนียน คอมพลีเมนต์ และผลต่างระหว่างเซตของเซต 2 เซตที่กำหนดให้ได้	นักเรียนสามารถ: 1. หาผลการดำเนินการระหว่างเซตแบบอินเตอร์เซกชัน ยูเนียน คอมพลีเมนต์ และผลต่างระหว่างเซต ตั้งแต่ 3 เซตขึ้นไปได้ 2. อธิบายเกี่ยวกับสมบัติการดำเนินการระหว่างเซตได้ เช่น สมบัตินิจพล สมบัติการสลับที่ สมบัติเอกลักษณ์ สมบัติการเปลี่ยนกลุ่ม สมบัติการแจกแจง สมบัติเดอมอร์แกน และสมบัติคอมพลีเมนต์	นักเรียนสามารถ: 1. ออกแบบโปรแกรมเพื่อแก้สถานการณ์ปัญหาเกี่ยวกับ “หาเซตของคู่อันดับ (x, y) ทั้งหมด ซึ่งสอดคล้องกับเงื่อนไขที่กำหนดให้” ได้ถูกต้อง 2. ออกแบบโปรแกรมเพื่อแก้สถานการณ์ปัญหาเกี่ยวกับ “การหาค่าของ Pr(A) โดยใช้คำสั่ง A.difference(B)” ได้ถูกต้อง

ตารางที่ 16 (ต่อ)

ระดับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์	การกระทำ (Action: A)	กระบวนการ (Process: P)	วัตถุ (Object: O)	โครงสร้างทางปัญญา (Schema: S)
การประยุกต์ความรู้เกี่ยวกับเซต	นักเรียนสามารถใช้ภาษาไพธอนตรวจสอบ: 1. ตรวจสอบจำนวนสมาชิกของเซตที่กำหนดให้ได้	นักเรียนสามารถ: 1. หาจำนวนสมาชิกของเซตที่กำหนดให้โดยใช้แผนภาพแสดงเซตและใช้สูตรได้ 2. อธิบายความสัมพันธ์ระหว่าง $n(A)$, $n(B)$, $n(A \cap B)$ และ $n(A \cup B)$ ได้ 3. อธิบายความสัมพันธ์ระหว่าง $n(A)$, $n(B)$, $n(C)$, $n(A \cap B)$, $n(A \cap C)$, $n(B \cap C)$ และ $n(A \cup B \cup C)$ ได้	นักเรียนสามารถ: 1. ใช้ความรู้เกี่ยวกับจำนวนสมาชิกของเซตจำกัดในการแก้ปัญหาได้	นักเรียนสามารถ: 1. หาความสัมพันธ์ระหว่าง $n(A)$, $n(B)$, $n(C)$, $n(D)$, $n(A \cap B)$, $n(A \cap C)$, $n(A \cap D)$, $n(B \cap C)$, $n(B \cap D)$, $n(C \cap D)$, $n(A \cap B \cap C)$, $n(A \cap B \cap D)$, $n(A \cap C \cap D)$, $n(B \cap C \cap D)$, $n(A \cap B \cap C \cap D)$ และ $n(A \cup B \cup C \cup D)$ ได้ 2. ออกแบบโปรแกรมเพื่อแก้สถานการณ์ปัญหาเกี่ยวกับ “หาจำนวนคนที่ลงทุน Crypto ทั้ง 4 สกุลเงิน” ได้

2.3 การกำหนดกรอบแนวคิดเพื่อพัฒนากิจกรรมการเรียนการสอนที่เสริมสร้างระดับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เซต ตามกรอบทฤษฎี APOS โดยใช้ภาษาไพธอน สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษา

ผลจากการสังเคราะห์เอกสารที่เกี่ยวข้องกับความหมายของความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ แนวคิดที่สำคัญเรื่องเซต แนวทางการออกแบบกิจกรรมการเรียนการสอนตามแนวคิดของคอนสตรัคติวิสต์ และการวัดระดับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ตามกรอบทฤษฎี APOS ผู้วิจัยนำมากำหนดกรอบแนวคิดสำหรับพัฒนากิจกรรมการเรียนการสอนที่เสริมสร้างระดับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เซต ตามกรอบทฤษฎี APOS โดยใช้ภาษาไพธอน สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษา ให้มีประสิทธิภาพตามเกณฑ์ 60/60 โดยมี**จุดมุ่งหมาย**ของการพัฒนากิจกรรมการเรียนการสอน คือ เสริมสร้างระดับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เซต ตามกรอบทฤษฎี APOS สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษา เมื่อพิจารณาขอบเขตเนื้อหา เรื่อง เซต จำนวน 3 หน่วยการเรียนรู้ ได้แก่ หน่วยการเรียนรู้ที่ 1: ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับเซต ส่วนหน่วยการเรียนรู้ที่ 2: การดำเนินการของเซต และหน่วยการเรียนรู้ที่ 3: การประยุกต์ใช้ความรู้เกี่ยวกับเซตสำหรับแก้ปัญหาในสถานการณ์ที่กำหนดให้

อย่างไรก็ตาม ผู้วิจัยได้กำหนด**ขอบเขต**ของการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่พัฒนาขึ้นจำนวนทั้งหมด 11 คาบเรียน คาบเรียนละ 180 นาที ซึ่งมีแผนการจัดการเรียนรู้จำนวน 6 แผน ประกอบด้วย 7 กิจกรรม กิจกรรมละ 1 คาบเรียน แสดงว่านักเรียนกลุ่มนำร่องจะได้ปฏิบัติกิจกรรมทั้งหมด 7 คาบเรียน นอกจากนี้ เพื่อตรวจสอบระดับความเข้าใจของนักเรียนกลุ่มนำร่อง ผู้วิจัยให้นักเรียนกลุ่มนำร่องทดสอบระดับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เซต ตามกรอบทฤษฎี APOS จำนวน 4 ฉบับ ได้แก่ (1) แบบทดสอบย่อยฉบับที่ 1 เรื่อง ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับเซต จะทดสอบหลังจากปฏิบัติกิจกรรมหน่วยการเรียนรู้ที่ 1 เสร็จสิ้น (2) แบบทดสอบย่อยฉบับที่ 2 เรื่อง การดำเนินการของเซต จะทดสอบหลังจากปฏิบัติกิจกรรมหน่วยการเรียนรู้ที่ 2 เสร็จสิ้น (3) แบบทดสอบย่อยฉบับที่ 3 เรื่อง การประยุกต์ใช้ความรู้เกี่ยวกับเซต จะทดสอบหลังจากปฏิบัติกิจกรรมหน่วยการเรียนรู้ที่ 3 เสร็จสิ้น และ (4) แบบทดสอบวัดระดับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เซต จะทดสอบหลังจากปฏิบัติกิจกรรมทุกหน่วยการเรียนรู้เสร็จสิ้น ส่วนระยะเวลาที่ใช้ในการทำแต่ละแบบทดสอบ คือ 1 คาบเรียน แสดงว่านักเรียนกลุ่มนำร่องทำแบบทดสอบทั้งหมด 4 คาบเรียน ตลอดการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนผู้วิจัยใช้เวลานอกเหนือจากเวลาเรียนปกติ ในขณะที่นักเรียนกลุ่มนำร่องปฏิบัติกิจกรรมจะได้ลงมือปฏิบัติโดยใช้คำสั่งต่าง ๆ ของภาษาไพธอนด้วยตนเอง ซึ่งสามารถศึกษาขั้นตอนการปฏิบัติกิจกรรมผ่านใบกิจกรรมแล้วสำรวจผลลัพธ์ที่ได้จากการรันโปรแกรม เพื่อนำไปสู่ข้อความคาดการณ์ การสร้างองค์ความรู้ใหม่ ตลอดจนนำองค์ความรู้ที่

ได้มาประยุกต์ร่วมกับการออกแบบโปรแกรมโดยใช้คำสั่งที่เกี่ยวข้องกับเซตในภาษาไพธอนมาแก้ปัญหาตามสถานการณ์ที่กำหนดให้ ส่วนบทบาทของผู้วิจัยระหว่างที่นักเรียนกลุ่มนำร่องลงมือปฏิบัติกิจกรรมด้วยตนเองเป็นรายบุคคล จะเป็นผู้ให้คำปรึกษา แนะนำ และคอยชี้แนะโดยใช้คำถามกระตุ้นจนนักเรียนกลุ่มนำร่องสามารถค้นหากระบวนการทำงานของโปรแกรม สามารถอธิบายที่มาของผลลัพธ์ภายหลังจากการรันโปรแกรมได้ รวมทั้งหาความสัมพันธ์ระหว่างการทำงานของโปรแกรมกับการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ผ่านการเขียนผังงาน (Flowchart) ได้

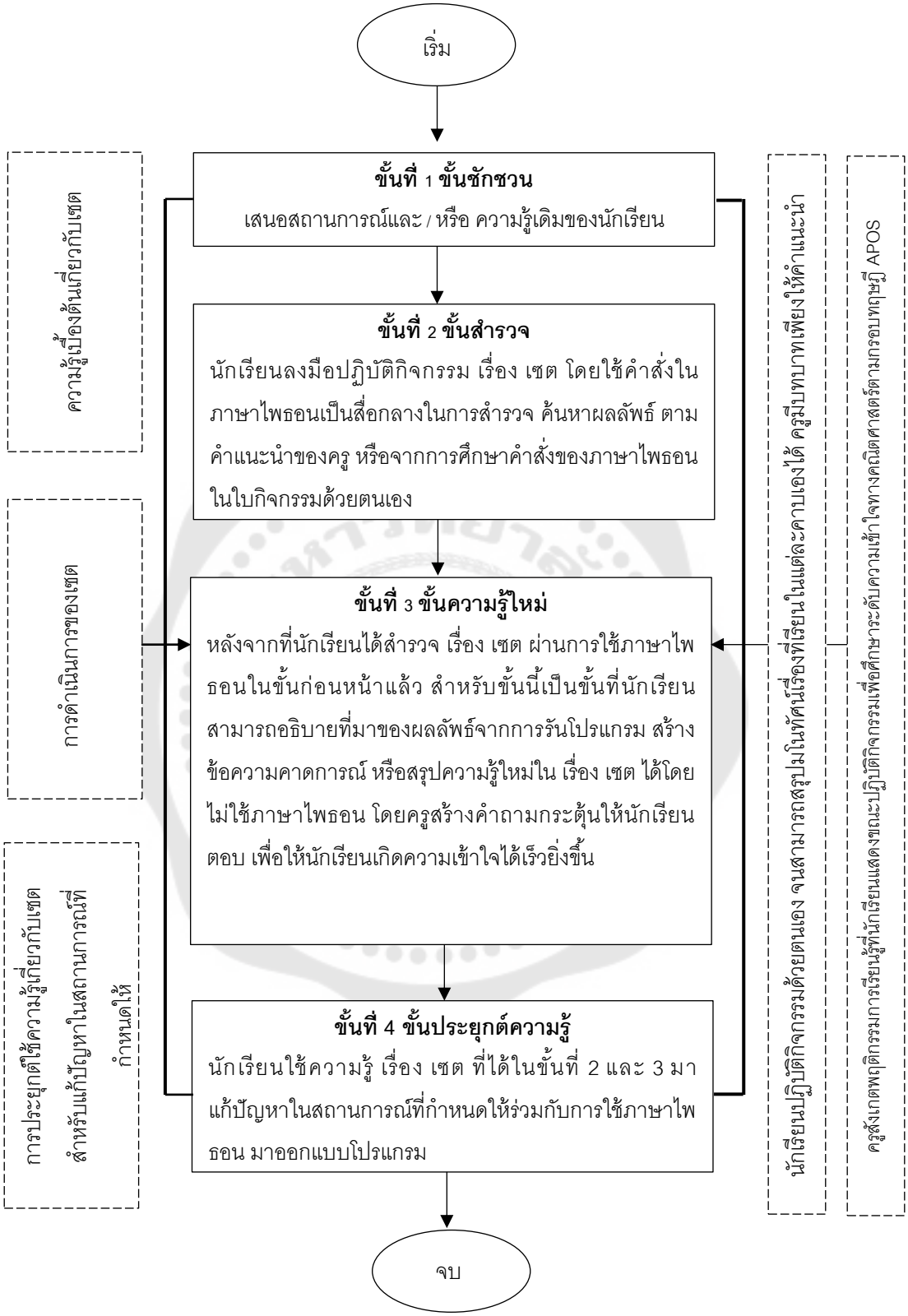
นอกจากนี้ ผู้วิจัยได้**กำหนดแนวทางการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน**โดยเตรียมความพร้อมด้านการเขียนโปรแกรมด้วยภาษาไพธอนให้กับนักเรียนกลุ่มนำร่องก่อนการดำเนินการทดลองจำนวน 3 คาบเรียน ดังตาราง 17 เพื่อปรับภาษาและปรับความเข้าใจให้ไปในทิศทางเดียวกัน จากนั้นจึงดำเนินการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนตามที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นดังตาราง 18 แม้ว่าตลอดการทดลองนักเรียนกลุ่มนำร่องต้องใช้คอมพิวเตอร์ที่มีโปรแกรม Jupyter Notebook ประกอบการทำกิจกรรม อย่างไรก็ตาม นักเรียนกลุ่มนำร่องจะได้รับการสนับสนุนอุปกรณ์เหล่านั้นจากทางโรงเรียน ขณะที่ระหว่างการทดลองผู้วิจัยจะเป็นผู้ดำเนินการสอนนักเรียนกลุ่มนำร่องด้วยตนเอง

ตาราง 17 แนวทางการเตรียมความพร้อมด้านการเขียนโปรแกรมด้วยภาษาไพธอน

เตรียมความพร้อมด้านการเขียนโปรแกรมด้วยภาษาไพธอน		
ปฏิบัติการ	1 (1 คาบ)	แนะนำภาษาไพธอน การรับและแสดงผลข้อมูล ชนิดของข้อมูล
	2 (1 คาบ)	การเขียนผังงาน
	3 (1 คาบ)	โครงสร้างของการเขียนโปรแกรม

ตาราง 18 แนวทางการจัดการเรียนการสอนที่เสริมสร้างระดับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เซต ตามกรอบทฤษฎี APOS โดยใช้ภาษาไพธอน สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษา

เนื้อหา	กิจกรรมที่	กิจกรรมการเรียนการสอน
ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับเซต	1 (1 คาบ)	นักเรียนลงมือปฏิบัติกิจกรรมที่ 1: อะไรเอ่ยอยู่ในเซต *(แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1: ได้ความรู้เกี่ยวกับสมาชิกของเซตและการเขียนเซต)*
	2 (1 คาบ)	นักเรียนลงมือปฏิบัติกิจกรรมที่ 2 ตามล่าหาเซต *(แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2: ได้ความรู้เกี่ยวกับประเภทของเซตและเซตที่เท่ากัน)*
	3 (1 คาบ)	นักเรียนลงมือปฏิบัติกิจกรรมที่ 3: พลังแห่งจันทรา Subset และ Power Set *(แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3: ได้ความรู้เกี่ยวกับแผนภาพเวนน์-ออยเลอร์ สับเซต และเพาเวอร์เซต)*
	(1 คาบ)	ตรวจสอบระดับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ ตามกรอบทฤษฎี APOS ของนักเรียนเกี่ยวกับความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับเซตด้วยแบบทดสอบย่อยฉบับที่ 1
การดำเนินการของเซต	4 (1 คาบ)	นักเรียนลงมือปฏิบัติกิจกรรมที่ 4: ความมหัศจรรย์ของ และ/หรือ *(แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 4: ได้ความรู้เกี่ยวกับการดำเนินการของเซตแบบอินเตอร์เซกชันและยูเนียน)*
	5 (1 คาบ)	นักเรียนลงมือปฏิบัติกิจกรรมที่ 5: Complement and Difference Set *(แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 5: ได้ความรู้เกี่ยวกับการดำเนินการของเซตแบบคอมพลีเมนต์ และผลต่างระหว่างเซต)*
	(1 คาบ)	ตรวจสอบระดับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ ตามกรอบทฤษฎี APOS ของนักเรียนเกี่ยวกับการดำเนินการของเซต ด้วยแบบทดสอบย่อยฉบับที่ 2
ประยุกต์ความรู้เกี่ยวกับเซต	6 (1 คาบ)	นักเรียนลงมือปฏิบัติกิจกรรมที่ 6: The Stock *(แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 6: ได้ความรู้เกี่ยวกับการแก้ปัญหาเกี่ยวกับเซต)*
	7 (1 คาบ)	นักเรียนลงมือปฏิบัติกิจกรรมที่ 7: Crypto *(แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 6: ได้ความรู้เกี่ยวกับการแก้ปัญหาเกี่ยวกับเซต)*
	(1 คาบ)	ตรวจสอบระดับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ ตามกรอบทฤษฎี APOS ของนักเรียนเกี่ยวกับการประยุกต์ใช้ความรู้เกี่ยวกับเซต ด้วยแบบทดสอบย่อยฉบับที่ 3
-	ทดสอบความรู้ (1 คาบ)	ทดสอบระดับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ ตามกรอบทฤษฎี APOS เรื่อง เซต ด้วยแบบทดสอบวัดระดับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เซต



ภาพประกอบ 15 แสดงขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนในแต่ละคาบ

จากภาพประกอบ 15 ผู้วิจัยเขียนแสดงขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนแต่ละคาบเรียน ซึ่งปรับปรุงการออกแบบการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนตามแนวคิดของคอนสตรัคติวิสต์ จากคาลิด (Çalık et al., 2007, pp 257-270) และสำนักการศึกษากรุงเทพมหานคร (2551, น. 6) โดยใช้ภาษาไพธอนที่ถูกพัฒนาโดยกุยโด ฟาน รอสซัม เวอร์ชั่น 3.9.2 (Foundation, 2021) ในขณะที่**บทบาทของครู**ระหว่างจัดกิจกรรมการเรียนการสอนประกอบด้วย

1) ด้านการสร้างบรรยากาศในชั้นเรียน ควรจัดบรรยากาศในชั้นเรียนให้เป็นกันเอง เพื่อให้นักเรียนมีอิสระในการสร้างความรู้ใหม่ ๆ ตามแนวทางของตนเอง ผ่านการกระตุ้นซักถามความคิดเห็น ใช้สื่อการสอนที่ถูกสร้างด้วยครูผู้สอนอย่างเหมาะสม ตลอดจนเปิดโอกาสให้นักเรียนได้ตรวจสอบ และทบทวนความเข้าใจผ่านชิ้นงานของตนเอง โดยครูมีหน้าที่อำนวยความสะดวก หรือให้คำชี้แนะแก่นักเรียน

2) ด้านการปฏิบัติกิจกรรมการสอน ครูมีหน้าที่คอยให้คำแนะนำทั้งด้านการเขียนโปรแกรมและด้านเนื้อหา หรือตั้งคำถามกระตุ้นให้นักเรียนมีแนวคิดเกี่ยวกับปฏิบัติกิจกรรมด้วยใบกิจกรรม และหาความสัมพันธ์ของกระบวนการทำงานโปรแกรมกับแนวคิดทางคณิตศาสตร์ได้ ทั้งนี้ครูต้องเน้นให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้และปฏิบัติด้วยตนเอง พร้อมทั้งรับฟังความคิดเห็นของนักเรียนและสร้างแรงจูงใจให้นักเรียนอยากเรียนรู้ด้วยการใช้ภาษาไพธอนในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ นอกจากนั้นระหว่างนักเรียนปฏิบัติกิจกรรมครูควรสังเกตพฤติกรรมการเรียนรู้ที่นักเรียนแสดงออกถึงความเข้าใจ เพื่อใช้ในการวิเคราะห์ระดับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เซต ตามกรอบทฤษฎี APOS

ส่วน**บทบาทของนักเรียน**ระหว่างปฏิบัติกิจกรรมการเรียนการสอน ได้แก่ (1) นักเรียนเรียนรู้ด้านเนื้อหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เซต และด้านการเขียนโปรแกรมโดยใช้ภาษาไพธอนด้วยตนเอง จนเกิดความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เซต โดยใช้ภาษาไพธอน (2) ปฏิบัติกิจกรรมตามแนวทางที่ระบุไว้ในใบกิจกรรมด้วยตนเอง (3) เขียนโปรแกรมด้วยภาษาไพธอนโดยใช้คำสั่งที่เกี่ยวข้องกับเซต มาประยุกต์ใช้สำหรับแก้ปัญหาสถานการณ์ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ และ (4) รับฟังความคิดเห็นและมีส่วนร่วมในการแลกเปลี่ยนวิธีการ หรือผลการปฏิบัติกิจกรรมกับนักเรียนคนอื่น ๆ ในชั้นเรียน

2.4 การสร้างและหาคุณภาพเครื่องมือ

สำหรับการสร้างและหาคุณภาพเครื่องมือในระยะนี้ ผู้วิจัยแบ่งออกเป็นเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย และขั้นตอนในการสร้างเครื่องมือ ดังรายละเอียดต่อไปนี้

2.4.1) เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

ผู้วิจัยแบ่งเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยเป็น 2 ประเภท ได้แก่ เครื่องมือสำหรับการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่เสริมสร้างระดับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เซต ตามกรอบทฤษฎี APOS โดยใช้ภาษาไพธอน สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษา และเครื่องมือสำหรับการวัดและประเมินผลของระดับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เซต ตามกรอบทฤษฎี APOS

1) เครื่องมือสำหรับการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่เสริมสร้างระดับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เซต ตามกรอบทฤษฎี APOS โดยใช้ภาษาไพธอน สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษา คือ แผนการจัดการเรียนรู้จำนวน 6 แผน แต่ละแผนการจัดการเรียนรู้ประกอบด้วย จุดประสงค์การเรียนรู้ สาระการเรียนรู้ สื่อการเรียนรู้ กิจกรรมการเรียนรู้ และการวัดประเมินผลการเรียนรู้ ในขณะที่ปฏิบัติกิจกรรมการเรียนการสอนนักเรียนกลุ่มนำร่องจะได้ลงมือปฏิบัติกิจกรรมโดยใช้โปรแกรม Jupyter Notebook ด้วยภาษาไพธอน จากการสาธิตของครูผู้สอนหรือศึกษาขั้นตอนการใช้คำสั่งต่าง ๆ ตามแนวทางที่ระบุในใบกิจกรรมด้วยตนเอง แล้วสำรวจสังเกตผลลัพธ์ที่ได้จากการรันโปรแกรม ส่วนครูผู้สอนทำหน้าที่ตั้งคำถามกระตุ้นจนนักเรียนสามารถอธิบายกระบวนการทำงานของโปรแกรม หรือหาความสัมพันธ์ระหว่างกระบวนการทำงานของโปรแกรมกับแนวคิดเรื่องเซตผ่านการเขียนผังงาน จนทราบที่มาของผลลัพธ์ซึ่งได้จากการรันโปรแกรม สามารถสร้างข้อความคาดการณ์ ตลอดจนสามารถนำองค์ความรู้ที่ได้จากการปฏิบัติกิจกรรมไปประยุกต์ใช้สำหรับแก้ปัญหาในสถานการณ์ที่กำหนดให้

2) เครื่องมือสำหรับการวัดและประเมินผลของระดับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เซต ตามกรอบทฤษฎี APOS ประกอบด้วย แบบทดสอบย่อยจำนวน 3 ฉบับ แบบทดสอบวัดระดับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เซต และแบบสัมภาษณ์วัดระดับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เซต ซึ่งมีรายละเอียด ดังนี้

(2.1) แบบทดสอบย่อย ผู้วิจัยสร้างขึ้นเพื่อตรวจสอบระดับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เซต ตามกรอบทฤษฎี APOS ระหว่างเรียนซึ่งมีทั้งหมด 3 ฉบับ คือ **แบบทดสอบย่อยฉบับที่ 1** ใช้ตรวจสอบระดับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับเซต ตามกรอบทฤษฎี APOS จำนวนทั้งหมด 18 ข้อ ประกอบด้วย 3 ตอน ได้แก่ ตอนที่ 1: แบบเลือกคำตอบ จำนวน 7 ข้อ ส่วนตอนที่ 2: แบบเติมคำตอบ จำนวน 8 ข้อ และตอนที่ 3: แบบอัตนัย จำนวน 3 ข้อ ในขณะที่ **แบบทดสอบย่อยฉบับที่ 2** ใช้ตรวจสอบระดับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ เรื่อง การดำเนินการของเซต ตามกรอบทฤษฎี APOS จำนวนทั้งหมด 17 ข้อ

ประกอบด้วย 3 ตอน ได้แก่ ตอนที่ 1: แบบเลือกคำตอบ จำนวน 8 ข้อ ส่วนตอนที่ 2: แบบเติมคำตอบ จำนวน 7 ข้อ และตอนที่ 3: แบบอัตนัย จำนวน 2 ข้อ อย่างไรก็ตาม **แบบทดสอบย่อย ฉบับที่ 3** ใช้ตรวจสอบระดับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ เรื่อง การประยุกต์ใช้ความรู้เกี่ยวกับเซต ตามกรอบทฤษฎี APOS จำนวนทั้งหมด 17 ข้อ ประกอบด้วย 3 ตอน ได้แก่ ตอนที่ 1: แบบเลือกคำตอบ จำนวน 8 ข้อ ส่วนตอนที่ 2: แบบเติมคำตอบ จำนวน 7 ข้อ และตอนที่ 3: แบบอัตนัย จำนวน 2 ข้อ โดยผู้วิจัยสร้างเกณฑ์การให้คะแนนแบบรูบริกแต่ละข้อ

(2.2) แบบทดสอบวัดระดับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เซต ผู้วิจัยสร้างขึ้นเพื่อตรวจสอบระดับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เซต ตามกรอบทฤษฎี APOS ภายหลังจากการเรียนด้วยกิจกรรมการเรียนการสอนเสร็จสิ้น ซึ่งมีลักษณะเป็นแบบทดสอบภาคทฤษฎี จำนวน 17 ข้อ เมื่อพิจารณาจากการเขียนคำตอบของนักเรียนกลุ่มนำร่อง และแบบทดสอบภาคปฏิบัติ จำนวน 7 ข้อ เมื่อพิจารณาจากการเขียนโปรแกรมด้วยภาษาไพธอนของนักเรียนกลุ่มนำร่อง โดยขอบเขตของเนื้อหาที่ผู้วิจัยต้องการตรวจสอบเป็นความรู้เกี่ยวกับการดำเนินการของเซต ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับเซต และการประยุกต์ใช้ความรู้เกี่ยวกับเซตสำหรับแก้ปัญหาในสถานการณ์ที่กำหนดให้ อย่างไรก็ตามผู้วิจัยได้ออกแบบทดสอบให้ครอบคลุมตามจุดประสงค์การเรียนรู้ เรื่อง เซต ตามกรอบทฤษฎี APOS โดยผู้วิจัยสร้างเกณฑ์การให้คะแนนแบบรูบริกแต่ละข้อ

(2.3) แบบสัมภาษณ์วัดระดับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เซต เป็นแบบสัมภาษณ์กึ่งโครงสร้าง (Semi – Structured Interview) โดยใช้คำถามปลายเปิด เพื่อดึงข้อมูลเชิงลึกเกี่ยวกับระดับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เซต ตามกรอบทฤษฎี APOS ภายหลังจากการใช้กิจกรรมการเรียนการสอนที่เสริมสร้างระดับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เซต ตามกรอบทฤษฎี APOS โดยใช้ภาษาไพธอน ในแต่หน่วยการเรียนรู้ซึ่งประกอบด้วยคำถาม 3 ลักษณะ ได้แก่ (1) คำถามหลัก (Main Questions) เป็นคำถามที่ใช้เปิดประเด็น เช่น นักเรียนออกแบบโปรแกรมเพื่อแก้สถานการณ์ปัญหาเกี่ยวกับ……ได้อย่างไร (2) คำถามเพื่อขอทราบละเอียดและความชัดเจน (Probes) ใช้สำหรับกรณีที่คำตอบจากการสัมภาษณ์หลักยังไม่ชัดเจน หรือผู้สัมภาษณ์อาจมีประเด็นเพิ่มเติม โดยผู้สัมภาษณ์อาจกระตุ้นให้นักเรียนแสดงความคิดเห็นเพิ่มเติมหรือช่วยอธิบายให้ละเอียดอีกครั้ง และ (3) คำถามเพื่อตามประเด็น (Follow – up Questions) เป็นคำถามที่มุ่งเพิ่มข้อมูลที่เกี่ยวข้องกับหัวข้อที่สัมภาษณ์ให้ลึกลงไป และคำถามที่ผู้สัมภาษณ์คิดขึ้นในขณะที่สัมภาษณ์อยู่โดยแนวคำถามทั้งหมดต้องมีความยืดหยุ่นไปตาม

สถานการณ์ ไม่ตายตัว นอกจากนี้ขณะสัมภาษณ์ผู้วิจัยมีการบันทึกประเด็นสำคัญ ๆ ผ่านแบบบันทึกของผู้วิจัย

2.4.2) ขั้นตอนในการสร้างเครื่องมือ

ขั้นตอนในการสร้างเครื่องมือในระยะนี้ มีรายละเอียดต่อไปนี้

1) ผู้วิจัยกำหนดจุดมุ่งหมายของเครื่องมือสำหรับการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน เรื่อง เซต ตามกรอบทฤษฎี APOS โดยใช้ภาษาไพธอน สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษา และเครื่องมือสำหรับวัดและประเมินผลระดับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เซต ตามกรอบทฤษฎี APOS

2) ดำเนินการสร้างเครื่องมือสำหรับการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่เสริมสร้างระดับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เซต ตามกรอบทฤษฎี APOS โดยใช้ภาษาไพธอน สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษา

(2.1) สร้างแผนการจัดการเรียนรู้ จากการรวบรวมเอกสารที่เกี่ยวข้องกับเนื้อหาเรื่องเซต การออกแบบโปรแกรมด้วยภาษาไพธอน และการจัดการเรียนรู้ตามแนวคิดคอนสตรัคติวิสต์ จากนั้นผู้วิจัยดำเนินการเขียนแผนการจัดการเรียนรู้ จำนวน 6 แผน 7 กิจกรรม แสดงรายละเอียดดังตาราง 18

(2.2) นำแผนการจัดการเรียนรู้เสนอต่อคณะกรรมการควบคุมปริญญานิพนธ์ เพื่อพิจารณาปรับปรุงแก้ไขตามคำแนะนำจนผ่านการพิจารณาจากคณะกรรมการควบคุมปริญญานิพนธ์แล้ว จึงนำเสนอต่อผู้เชี่ยวชาญจำนวน 3 ท่าน เพื่อตรวจสอบความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหาและของภาษาที่ใช้ แล้วนำมาปรับปรุงแก้ไขตามข้อเสนอแนะของผู้เชี่ยวชาญ เพื่อให้ได้แผนการจัดการเรียนรู้ตามที่กำหนด

(2.3) นำแผนการจัดการเรียนรู้ไปทดลองใช้กับนักเรียนกลุ่มนำร่อง จำนวน 21 คน ซึ่งเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ในภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2565 โรงเรียนวิทยาศาสตร์จุฬาภรณราชวิทยาลัย ลพบุรี ระหว่างเดือนกรกฎาคม พ.ศ.2565 ถึงเดือนตุลาคม พ.ศ.2565 เพื่อตรวจสอบความเหมาะสมของระยะเวลา ภาษาที่ใช้ และหาประสิทธิภาพของกิจกรรมการเรียนการสอนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น ให้เป็นไปตามเกณฑ์ 60/60 ดังรายละเอียดต่อไปนี้

การหาประสิทธิภาพรายบุคคล เพื่อตรวจสอบความเป็นปรนัยและหาประสิทธิภาพของกิจกรรมการเรียนการสอนซึ่งใช้นักเรียนนำร่องจำนวน 3 คน ที่ได้จากการสุ่มตัวอย่างแบบง่าย โดยให้นักเรียนกลุ่มนำร่องลงมือปฏิบัติตามแผนการจัดการเรียนรู้ที่

ผู้วิจัยสร้างขึ้น จากนั้นนำข้อมูลมาหาประสิทธิภาพ E_1/E_2 แล้วเทียบกับเกณฑ์ที่กำหนด คือ 60/60 ถ้าไม่เป็นไปตามเกณฑ์ที่กำหนด ผู้วิจัยดำเนินการปรับปรุงแก้ไขเพื่อใช้ในการทดลองขั้นต่อไป

การหาประสิทธิภาพกลุ่มย่อย เพื่อตรวจสอบความเป็นปรนัยและหาประสิทธิภาพของกิจกรรมการเรียนการสอนซึ่งใช้นักเรียน จำนวน 6 คน ที่ได้จากการสุ่มตัวอย่างแบบง่าย และไม่ใช่กลุ่มหาประสิทธิภาพรายบุคคล โดยให้นักเรียนลงมือปฏิบัติตามแผนการจัดการเรียนรู้ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น จากนั้นนำข้อมูลมาหาประสิทธิภาพ E_1/E_2 แล้วเทียบกับเกณฑ์ที่กำหนด คือ 60/60 ถ้าไม่เป็นไปตามเกณฑ์ที่กำหนดผู้ วิจัยดำเนินการปรับปรุงแก้ไขเพื่อใช้ในการทดลองขั้นต่อไป

การหาประสิทธิภาพภาคสนาม เพื่อตรวจสอบความเป็นปรนัยและหาประสิทธิภาพของกิจกรรมการเรียนการสอนซึ่งใช้นักเรียน จำนวน 12 คน ที่ได้จากการสุ่มตัวอย่างแบบง่าย และไม่ใช่กลุ่มเดียวกับรายบุคคลและกลุ่มย่อย โดยให้นักเรียนลงมือปฏิบัติตามแผนการจัดการเรียนรู้ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น จากนั้นนำข้อมูลมาหาประสิทธิภาพ E_1/E_2 แล้วเทียบกับเกณฑ์ที่กำหนด คือ 60/60

(2.4) หลังการทดลองใช้กับนักเรียนกลุ่มนำร่องและมีประสิทธิภาพเป็นไปตามเกณฑ์ 60/60 แล้ว ผู้วิจัยนำแผนการจัดการเรียนรู้มาปรับปรุงแก้ไขให้มีความเหมาะสมก่อนนำไปใช้กับกลุ่มเป้าหมาย

3) ดำเนินการสร้างเครื่องมือสำหรับวัดและประเมินผลระดับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เซต ตามกรอบทฤษฎี APOS ซึ่งประกอบด้วย แบบทดสอบย่อย จำนวน 3 ฉบับ แบบทดสอบวัดระดับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์เรื่องเซต และแบบสัมภาษณ์วัดระดับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์เรื่องเซต

(3.1) สร้างแบบทดสอบย่อย จำนวน 3 ฉบับ ได้แก่ **แบบทดสอบย่อยฉบับที่ 1** เรื่อง ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับเซต จำนวนทั้งหมด 18 ข้อ ประกอบด้วย 3 ตอน ได้แก่ ตอนที่ 1: แบบเลือกคำตอบ จำนวน 7 ข้อ ส่วนตอนที่ 2: แบบเติมคำตอบ จำนวน 8 ข้อ และตอนที่ 3: แบบอัตนัย จำนวน 3 ข้อ ขณะที่**แบบทดสอบย่อยฉบับที่ 2** เรื่อง การดำเนินการของเซต จำนวนทั้งหมด 17 ข้อ ประกอบด้วย 3 ตอน ได้แก่ ตอนที่ 1: แบบเลือกคำตอบ จำนวน 8 ข้อ ส่วนตอนที่ 2: แบบเติมคำตอบ จำนวน 7 ข้อ และตอนที่ 3: แบบอัตนัย จำนวน 2 ข้อ นอกจากนี้ ผู้วิจัยได้สร้าง**แบบทดสอบย่อยฉบับที่ 3** เรื่อง การประยุกต์ใช้ความรู้เกี่ยวกับเซต จำนวนทั้งหมด 17 ข้อ ประกอบด้วย 3 ตอน ได้แก่ ตอนที่ 1: แบบเลือกคำตอบ จำนวน 8 ข้อ ส่วนตอนที่ 2: แบบเติม

คำตอบ จำนวน 7 ข้อ และตอนที่ 3: แบบอัตนัย จำนวน 2 ข้อ อย่างไรก็ตาม แบบทดสอบย่อยทั้ง 3 ฉบับดังที่ได้กล่าวมาข้างต้นผู้วิจัยสร้างตามกรอบทฤษฎี APOS

จากนั้นผู้วิจัยนำแบบทดสอบย่อยทั้ง 3 ฉบับ เสนอต่อคณะกรรมการควบคุมปริญญานิพนธ์จำนวน 5 ท่าน เพื่อพิจารณาปรับปรุงแก้ไข

ภายหลังจากการปรับปรุงแก้ไขตามคำแนะนำจนผ่านการพิจารณาจากคณะกรรมการควบคุมปริญญานิพนธ์แล้ว ผู้วิจัยนำเสนอต่อผู้เชี่ยวชาญ จำนวน 3 ท่าน เพื่อตรวจสอบความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหา ความเหมาะสมของภาษาที่ใช้ และความชัดเจนของข้อความ พร้อมทั้งคัดเลือกแบบทดสอบย่อยสำหรับข้อที่มีค่าดัชนีความสอดคล้องตั้งแต่ 0.5 ขึ้นไปมาปรับปรุงแก้ไขตามข้อเสนอแนะของผู้เชี่ยวชาญ เพื่อให้ได้แบบทดสอบย่อยตามที่กำหนด

ลำดับสุดท้าย ผู้วิจัยนำแบบทดสอบย่อยทั้ง 3 ฉบับไปใช้กับนักเรียนกลุ่มนำร่อง จำนวน 21 คน ซึ่งเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2565 โรงเรียนวิทยาศาสตร์จุฬาภรณราชวิทยาลัย ลพบุรี พร้อมกับขั้นตอนการหาประสิทธิภาพของกิจกรรมการเรียนการสอนในข้อ (2.3-2.4) แล้ววิเคราะห์หาค่าความยากง่าย (p) และค่าอำนาจจำแนก (r) เป็นรายข้อ โดยคัดเลือกข้อที่มีความยากง่ายตั้งแต่ 0.20-0.80 และอำนาจจำแนกตั้งแต่ 0.20 ขึ้นไป และหาค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบย่อยฉบับที่ 1, 2 และ 3 ด้วยวิธีการหาค่าสัมประสิทธิ์แอลฟาของครอนบัค ซึ่งมีค่าเท่ากับ 0.75, 0.71 และ 0.80 ตามลำดับ

(3.2) สร้างแบบทดสอบวัดระดับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เซต ซึ่งมีลักษณะเป็นแบบทดสอบภาคทฤษฎี จำนวน 17 ข้อ และแบบทดสอบภาคปฏิบัติ จำนวน 7 ข้อ โดยขอบเขตของเนื้อหาที่ผู้วิจัยต้องการตรวจสอบเป็นความรู้เกี่ยวกับการดำเนินการของเซต ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับเซต และการประยุกต์ใช้ความรู้เกี่ยวกับเซตสำหรับแก้ปัญหาในสถานการณ์ที่กำหนดให้ อย่างไรก็ตามผู้วิจัยได้ออกแบบทดสอบให้ครอบคลุมตามจุดประสงค์การเรียนรู้ เรื่อง เซต ตามกรอบทฤษฎี APOS

จากนั้นผู้วิจัยนำแบบทดสอบวัดระดับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เซต เสนอต่อคณะกรรมการควบคุมปริญญานิพนธ์ จำนวน 5 ท่าน เพื่อพิจารณาปรับปรุงแก้ไข

ภายหลังจากการปรับปรุงแก้ไขตามคำแนะนำจนผ่านการพิจารณาจากคณะกรรมการควบคุมปริญญานิพนธ์แล้ว ผู้วิจัยนำเสนอต่อผู้เชี่ยวชาญ จำนวน 3 ท่าน เพื่อตรวจสอบความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหา ความเหมาะสมของภาษาที่ใช้ และความชัดเจนของ

ข้อความ พร้อมทั้งคัดเลือกแบบทดสอบสำหรับข้อที่มีค่าดัชนีความสอดคล้องตั้งแต่ 0.5 ขึ้นไป มาปรับปรุงแก้ไขตามข้อเสนอแนะของผู้เชี่ยวชาญ เพื่อให้ได้แบบทดสอบตามที่กำหนด

ลำดับสุดท้าย ผู้วิจัยนำแบบทดสอบไปใช้กับนักเรียนกลุ่มนำร่อง จำนวน 21 คน ซึ่งเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2565 โรงเรียนวิทยาศาสตร์จุฬาภรณราชวิทยาลัย ลพบุรี พร้อมกับขั้นตอนการหาประสิทธิภาพของกิจกรรมการเรียนการสอนในข้อ (2.3-2.4) แล้ววิเคราะห์หาค่าความยากง่าย (p) และค่าอำนาจจำแนก (r) เป็นรายข้อ โดยคัดเลือกข้อที่มีความยากง่ายตั้งแต่ 0.20-0.80 และอำนาจจำแนกตั้งแต่ 0.20 ขึ้นไป และหาค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดระดับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เซต ด้วยวิธีการหาค่าสัมประสิทธิ์แอลฟาของครอนบัค ซึ่งมีค่าเท่ากับ 0.88

(3.3) สร้างแบบสัมภาษณ์วัดระดับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เซต ซึ่งเป็นแบบสัมภาษณ์กึ่งโครงสร้าง (Semi – Structured Interview) โดยใช้คำถามปลายเปิดเพื่อดึงข้อมูลเชิงลึกเกี่ยวกับระดับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เซต ตามกรอบทฤษฎี APOS ภายหลังจากการปฏิบัติกิจกรรมแต่ละหน่วยการเรียนรู้เสร็จสิ้น สำหรับลักษณะข้อคำถามผู้วิจัยแบ่งเป็น 3 ลักษณะ ได้แก่ (1) คำถามหลัก (Main Questions) เป็นคำถามที่ใช้เปิดประเด็น เช่น นักเรียนออกแบบโปรแกรมเพื่อแก้สถานการณ์ปัญหาเกี่ยวกับ……ได้อย่างไร (2) คำถามเพื่อขอรายละเอียดและความชัดเจน (Probes) ใช้สำหรับกรณีที่คำตอบจากการสัมภาษณ์หลักยังไม่ชัดเจน หรือผู้สัมภาษณ์อาจมีประเด็นเพิ่มเติม โดยผู้สัมภาษณ์อาจกระตุ้นให้นักเรียนแสดงความคิดเห็นเพิ่มเติมหรือช่วยอธิบายให้ละเอียดอีกครั้ง และ (3) คำถามเพื่อตามประเด็น (Follow – up Questions) เป็นคำถามที่มุ่งเพิ่มข้อมูลที่เกี่ยวข้องกับหัวข้อที่สัมภาษณ์ให้ลึกลงไป และคำถามที่ผู้สัมภาษณ์คิดขึ้นในขณะที่สัมภาษณ์อยู่โดยแนวคำถามทั้งหมดต้องมีความยืดหยุ่นไปตามสถานการณ์ ไม่ตายตัว

จากนั้นผู้วิจัยนำแบบสัมภาษณ์เสนอต่อคณะกรรมการควบคุมปริญญานิพนธ์ จำนวน 5 ท่าน เพื่อพิจารณาปรับปรุงแก้ไข

ภายหลังจากการปรับปรุงแก้ไขตามคำแนะนำจนผ่านการพิจารณาจากคณะกรรมการควบคุมปริญญานิพนธ์แล้ว ผู้วิจัยนำเสนอต่อผู้เชี่ยวชาญ จำนวน 3 ท่าน เพื่อตรวจสอบความเหมาะสมของภาษาที่ใช้ และความชัดเจนของข้อความ แล้วนำไปปรับปรุงแก้ไขตามข้อเสนอแนะของผู้เชี่ยวชาญ เพื่อให้ได้แบบสัมภาษณ์ตามต้องการ

ลำดับสุดท้ายผู้วิจัยนำแบบสัมภาษณ์ไปใช้กับกลุ่มนำร่อง จำนวน 4 คน ซึ่งเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2565 โรงเรียน

วิทยาศาสตร์จุฬาภรณราชวิทยาลัย ลพบุรี พร้อมกับขั้นตอนการหาประสิทธิภาพของกิจกรรมการเรียนการสอนในข้อ (2.3-2.4) แล้วนำไปปรับความเหมาะสมของภาษาที่ใช้ เพื่อให้ได้แบบสัมภาษณ์ตามต้องการ

ระยะที่ 3 การศึกษาระดับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เซต ตามกรอบทฤษฎี APOS สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษา

ในระยะที่ 3 ผู้วิจัยได้ดำเนินการตามขั้นตอน ดังนี้

3.1 การกำหนดผู้ช่วยวิจัย

ผู้วิจัยได้กำหนดให้มีผู้ช่วยวิจัย จำนวน 1 คน ซึ่งมีคุณสมบัติ คือ บุคคลที่มีความสามารถด้านการเขียนโปรแกรมด้วยภาษาใดภาษาหนึ่งเป็นอย่างดี เช่น เคยเข้าร่วมค่ายโอลิมปิกวิชาการคอมพิวเตอร์ค่าย 3 เนื่องจากการวิจัยในระยะนี้ผู้วิจัยมุ่งศึกษาระดับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เซต ตามกรอบทฤษฎี APOS แสดงว่านักเรียนกลุ่มเป้าหมายจำเป็นต้องอาศัยความรู้เกี่ยวกับการเขียนโปรแกรมประกอบการเรียนการสอน ผู้ช่วยวิจัยจึงมีหน้าที่ให้คำปรึกษา แนะนำ และดูแลนักเรียนกลุ่มเป้าหมายที่มีปัญหาด้านการเขียนโปรแกรม ในขณะที่ผู้วิจัยจะทำหน้าที่ดำเนินการสอน ให้คำปรึกษา และดูแลนักเรียนกลุ่มเป้าหมายที่มีปัญหาด้านความรู้ทางคณิตศาสตร์หรือด้านการเขียนโปรแกรม

3.2 การกำหนดกลุ่มเป้าหมาย

สำหรับการวิจัยในระยะนี้ ผู้วิจัยมีข้อกำหนดเบื้องต้นในการเลือกกลุ่มเป้าหมาย เป็นนักเรียนที่มีความรู้พื้นฐานด้านการเขียนโปรแกรมด้วยภาษาใดภาษาหนึ่ง เช่น ภาษาไพธอน ซึ่งพิจารณาจากคะแนนดิบของนักเรียนในรายวิชาที่เกี่ยวข้องกับการเขียนโปรแกรม รวมทั้งเป็นนักเรียนที่ยังไม่ผ่านการเรียน เรื่อง เซต มาก่อน

กลุ่มเป้าหมาย คือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนวิทยาศาสตร์จุฬาภรณราชวิทยาลัย ลพบุรี ในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2565 จำนวน 1 ห้องเรียน 20 คน ซึ่งได้จากการสุ่มตัวอย่างแบบง่าย ผู้วิจัยดำเนินการทดลองนอกเหนือจากเวลาเรียนปกติ ระหว่างเดือนพฤศจิกายน พ.ศ.2565 ถึงเดือนกุมภาพันธ์ พ.ศ.2566

นอกจากนี้ ผู้วิจัยเลือกนักเรียนกลุ่มเป้าหมาย (Target Student) เพื่อศึกษาเชิงลึกเกี่ยวกับระดับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เซต ตามกรอบทฤษฎี APOS สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษา ซึ่งได้จากการสัมภาษณ์ครูประจำชั้นของนักเรียนที่เป็นกลุ่มตัวอย่างเกี่ยวกับความกล้าแสดงออก การสื่อสารและการนำเสนอแนวคิดของนักเรียนแต่ละคน โดยนักเรียน

เป้าหมายนี้ได้จากการเลือกแบบเจาะจงจำนวน 4 คน จากกลุ่มตัวอย่างจำนวน 20 คน แบ่งเป็นนักเรียนที่มีคะแนนดิบในรายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐานสูง ปานกลาง และต่ำจำนวน 1 คน 2 คน และ 1 คน ตามลำดับ ทั้งนี้ ผู้วิจัยได้อ้างอิงการแบ่งจำนวนนักเรียนจาก ธีรเชษฐ์ เรืองสุขอนันต์ (2561, น. 104) ผู้วิจัยใช้กล้องวิดีโอ งานเขียน แบบทดสอบย่อย และแบบทดสอบวัดระดับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เซต ประกอบการศึกษาเชิงลึกเกี่ยวกับระดับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เซต ตามกรอบทฤษฎี APOS สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษา พร้อมทั้งใช้แบบสัมภาษณ์วัดระดับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เซต หลังเสร็จสิ้นแต่ละหน่วยการเรียนรู้

3.3 การกำหนดกรอบแนวคิดในการศึกษาระดับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เซต ตามกรอบทฤษฎี APOS สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษา

ผลจากการศึกษาแนวคิดหลักที่สำคัญ เรื่องเซต ตามหลักสูตรแกนกลางขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) (กระทรวงศึกษาธิการ, 2551, น.6) ผู้วิจัยสรุปสาระสำคัญได้ 3 หัวข้อ ได้แก่ ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับเซต การดำเนินการของเซต และการประยุกต์ใช้ความรู้เกี่ยวกับเซตสำหรับแก้ปัญหาในสถานการณ์ที่กำหนดให้ ส่วนแนวทางการออกแบบการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนตามแนวคิดของคอนสตรัคติวิสต์ ผู้วิจัยศึกษาแนวคิดของคาลิดและคณะ (Çalık et al., 2007, pp. 257-270) และสำนักการศึกษากรุงเทพมหานคร (2551, น. 6) ทำให้ได้แนวทางการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนซึ่งประกอบด้วย 4 ขั้น ได้แก่ **ขั้นที่ 1** ขั้นชักชวน **ขั้นที่ 2** ขั้นสำรวจ **ขั้นที่ 3** ขั้นความรู้ใหม่ และ**ขั้นที่ 4** ขั้นประยุกต์ความรู้ อย่างไรก็ตาม สำหรับกรอบการวัดและประเมินผลระดับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เซต ผู้วิจัยศึกษาทฤษฎี APOS ของวิดาโควิคและเคติน (Ibrahim Cetin, 2015, pp. 155-168; Vidakovic et al., 2018, pp. 451-456) พบว่า ความเข้าใจทางคณิตศาสตร์สามารถจำแนกได้เป็น 4 ระดับ ประกอบด้วย ระดับการกระทำ (A) ระดับกระบวนการ (P) ระดับวัตถุ (O) และการเชื่อมโยงทางปัญญา (S)

ผลจากศึกษาข้างต้น ผู้วิจัยได้สังเคราะห์เอกสารที่เกี่ยวข้องจนสามารถกำหนดกรอบแนวคิดในการศึกษาระดับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เซต ตามกรอบทฤษฎี APOS สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษา ดังรายละเอียดต่อไปนี้

ระดับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เซต หมายถึง ระดับการแสดงออกถึงพฤติกรรมการเรียนรู้ของนักเรียนตามกรอบทฤษฎี APOS (Action-Processes-Object- Schema) ที่ปรับปรุงจากแนวคิดของวิดาโควิคและเคติน ซึ่งแบ่งออกเป็น 4 ระดับ ได้แก่

1) ระดับการกระทำ (Actions: A) เป็นความสามารถของนักเรียนในการใช้ภาษาไพธอน เพื่อสำรวจเซต เช่น การเป็นสมาชิกหรือไม่เป็นสมาชิกของเซต จำนวนสมาชิกของเซต การเท่ากันและไม่เท่ากันของเซต เพาเวอร์เซตของเซตจำกัด และผลการดำเนินการระหว่างเซต

2) ระดับกระบวนการ (Processes: P) เป็นความสามารถของนักเรียนในการเขียนสัญลักษณ์การเป็นสมาชิกและไม่เป็นสมาชิกของเซต เขียนเซตแบบแจกแจงสมาชิกและแบบบอกเงื่อนไขของสมาชิก ระบุสมาชิกของเซต อธิบายเกี่ยวกับเซต (เช่น เซตว่าง เซตจำกัด เซตอนันต์ เซตที่เท่ากันและไม่เท่ากัน การเป็นสับเซตและไม่เป็นสับเซต และการดำเนินการระหว่างเซต) หาผลการดำเนินการระหว่างเซต 2 เซต รวมทั้งสามารถหาความสัมพันธ์ของจำนวนสมาชิกของเซต A หรือเซต B และจำนวนสมาชิกของเซต A หรือเซต B หรือเซต C ได้ โดยไม่ใช้ภาษาไพธอน

3) ระดับวัตถุ (Object: O) เป็นความสามารถของนักเรียนในการเขียนข้อสรุปเกี่ยวกับลักษณะเซตและการเขียนแสดงเซต จำแนกสิ่งที่เป็นเซตและไม่เป็นเซต จำแนกประเภทของเซต อธิบายสมบัติต่าง ๆ ที่เกี่ยวข้องกับเซต (เช่น สมบัติต่าง ๆ ของสับเซต หรือสมบัติต่าง ๆ ของการดำเนินการระหว่างเซต) อธิบายความหมายพร้อมทั้งหาเพาเวอร์เซตของเซตจำกัดได้ถูกต้อง หาผลการดำเนินการระหว่างเซตตั้งแต่ 3 เซตขึ้นไป และหาความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนสมาชิกของเซต A กับจำนวนของเพาเวอร์เซต A ได้ เมื่อ A มีสมาชิก n ตัว รวมทั้งสามารถใช้ความรู้เกี่ยวกับจำนวนสมาชิกของเซตจำกัดสำหรับแก้สถานการณ์ปัญหาได้ โดยไม่ใช้ภาษาไพธอน

4) ระดับการเชื่อมโยงทางปัญญา (Schema: S) เป็นความสามารถของนักเรียนในการเชื่อมโยงความรู้เกี่ยวกับเนื้อหา เรื่อง เซต และ/หรือ เนื้อหาเรื่องอื่นทางคณิตศาสตร์ร่วมกับการออกแบบโปรแกรมด้วยภาษาไพธอน เพื่อใช้สำหรับแก้สถานการณ์ปัญหาที่กำหนดให้ หรือใช้ในการสร้างความรู้ทางคณิตศาสตร์ใหม่ในระดับที่สูงขึ้น

ส่วน ความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เซต หมายถึง ความสามารถของนักเรียนเกี่ยวกับเซต ซึ่งพิจารณาดังรายละเอียดต่อไปนี้

1) ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับเซต เป็นความสามารถของนักเรียนในการใช้สัญลักษณ์เกี่ยวกับเซต อธิบายลักษณะ พร้อมทั้งหาผลลัพธ์ของเซตชนิดต่าง ๆ และเขียนแผนภาพเวนน์-ออยเลอร์ แสดงความสัมพันธ์ระหว่างเซตได้ถูกต้องและเหมาะสม

ขอบเขตชนิดของเซตที่ศึกษา ประกอบด้วย เซตว่าง เซตจำกัด เซตอนันต์ เซตที่เท่ากัน สับเซต สับเซตแท้ และเพาเวอร์เซต

2) การดำเนินการของเซต เป็นความสามารถของนักเรียนในการหาผลการดำเนินการระหว่างเซต ประกอบด้วย อินเตอร์เซกชัน ยูเนียน คอมพลีเมนต์ ผลต่างระหว่างเซต และเข้าใจความสัมพันธ์ของสมบัติการดำเนินการของเซต

3) การประยุกต์ใช้ความรู้เกี่ยวกับเซตสำหรับแก้ปัญหาในสถานการณ์ที่กำหนดให้ เป็นความสามารถของนักเรียนในการใช้ความรู้เกี่ยวกับเซต จำนวนสมาชิกของเซตจำกัด และการใช้แผนภาพเวนน์-ออยเลอร์ สำหรับแก้ปัญหาในสถานการณ์ที่กำหนดให้

โดยพิจารณาคะแนนรวมของนักเรียนที่ได้จาก**การประเมินผลระหว่างเรียน** คิดเป็นร้อยละ 60 ของคะแนนเต็ม ซึ่งเป็นการประเมินจาก *1) ใบกิจกรรมรายบุคคล* คิดเป็นร้อยละ 30 ของคะแนนเต็ม แบ่งออกเป็น 3 หน่วยการเรียนรู้ หน่วยการเรียนรู้ละ 10 คะแนน ได้แก่ (1) ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับเซต (2) การดำเนินการของเซต และ (3) การประยุกต์ใช้ความรู้เกี่ยวกับเซต *2) แบบทดสอบย่อย* คิดเป็นร้อยละ 30 ของคะแนนเต็ม แบ่งออกเป็นแบบทดสอบย่อยแต่ละหน่วยการเรียนรู้ จำนวน 3 ฉบับ ฉบับละ 10 คะแนน นอกจากนี้ ผู้วิจัยได้พิจารณาคะแนนรวมของนักเรียนที่ได้จาก**การประเมินผลหลังเรียน**เช่นกัน ซึ่งคิดเป็นร้อยละ 40 ของคะแนนเต็ม ด้วยการทำแบบทดสอบวัดระดับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เซต

ในการศึกษาระดับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เซต ตามกรอบทฤษฎี APOS สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษา ผู้วิจัยจะวิเคราะห์ผลทั้งเชิงปริมาณและเชิงคุณภาพ สำหรับ “*การวิจัยเชิงปริมาณ จะพิจารณาจากคะแนนรวมของนักเรียนด้วยการประเมินผลระหว่างเรียนและหลังเรียน ถ้านักเรียนมีคะแนนรวมผ่านเกณฑ์ทุกระดับความเข้าใจตามกรอบทฤษฎี APOS ถือว่านักเรียนมีความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เซต* ส่วน “*การวิจัยเชิงคุณภาพ จะพิจารณาจากงานเขียนและการสัมภาษณ์ เพื่อตอบคำถามการวิจัยที่ว่า แต่ละระดับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เซต ของนักเรียนระดับมัธยมศึกษา มีลักษณะเป็นอย่างไร*”

3.4 การดำเนินการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนและเก็บรวบรวมข้อมูล

ในการเก็บรวบรวมข้อมูลของงานวิจัยระยะนี้ ผู้วิจัยใช้แบบแผนการวิจัยแบบกลุ่มเดียว มีการทดสอบหลังการทดลอง (One Group Posttest-Only Design) ซึ่งเป็นแบบแผนการวิจัยที่เลือกใช้กลุ่มตัวอย่างเพียงกลุ่มเดียว มีการให้ตัวแปรอิสระกับกลุ่มเป้าหมาย และทำการ

ทดสอบหลังการทดลอง แล้วพิจารณาผลการทดลอง โดยใช้การวิเคราะห์ข้อมูลเชิงปริมาณและเชิงคุณภาพกับข้อมูลที่ได้จากผลการทดลอง

เนื่องจาก การจัดการเรียนการสอนในครั้งนี้ผู้วิจัยดำเนินการเก็บรวบรวมข้อมูลทั้งหมด 11 คาบเรียน คาบเรียนละ 180 นาที (ดังตาราง 18) อย่างไรก็ตาม ก่อนการดำเนินการทดลองผู้วิจัยได้เตรียมความพร้อมเกี่ยวกับการเขียนโปรแกรมด้วยภาษาไพธอนให้กับนักเรียน จำนวน 3 คาบเรียน เพื่อปรับภาษาและปรับความเข้าใจให้ไปในทิศทางเดียวกัน พร้อมทั้งชี้แจงนักเรียนว่า “ตลอดการทดลองนักเรียนต้องใช้คอมพิวเตอร์ที่มีโปรแกรม Jupyter Notebook ประกอบการทำกิจกรรม ซึ่งได้รับการสนับสนุนอุปกรณ์เหล่านั้นจากทางโรงเรียน” และในระหว่างการทดลองผู้วิจัยจะเป็นผู้ดำเนินการสอนนักเรียนด้วยตนเอง โดยจะมีผู้ช่วยวิจัยคอยให้คำปรึกษาสำหรับนักเรียนที่มีข้อสงสัย ซึ่งมีขั้นตอนการดำเนินการดังต่อไปนี้

1) ผู้วิจัยดำเนินการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่เสริมสร้างระดับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์เรื่อง เซต ตามกรอบทฤษฎี APOS โดยใช้ภาษาไพธอน สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษา กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2565 ซึ่งนอกเหนือจากเวลาเรียนปกติ ระหว่างเดือนพฤศจิกายน พ.ศ.2565 ถึงเดือนกุมภาพันธ์ พ.ศ.2566

2) เมื่อปฏิบัติกิจกรรมเสร็จสิ้นในแต่ละหน่วยการเรียนรู้ ได้แก่ หน่วยการเรียนรู้ที่ 1: ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับเซต หน่วยการเรียนรู้ที่ 2: การดำเนินการของเซต และหน่วยการเรียนรู้ที่ 3: การประยุกต์ใช้ความรู้เกี่ยวกับเซต ผู้วิจัยให้นักเรียนทำแบบทดสอบย่อยฉบับที่ 1, 2 และ 3 ตามลำดับ แล้วดำเนินการสัมภาษณ์กับนักเรียนกลุ่มเป้าหมาย เพื่อศึกษาลักษณะความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เซต ของแต่ละระดับ ภายหลังจากนักเรียนทำแบบทดสอบย่อยแต่ละฉบับเสร็จสิ้น

3) ผู้วิจัยให้นักเรียนทำแบบทดสอบวัดระดับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เซต เพื่อตรวจสอบระดับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เซต ตามกรอบทฤษฎี APOS

4) นำข้อมูลจากใบกิจกรรม แบบทดสอบย่อยทั้ง 3 ฉบับ แบบทดสอบวัดระดับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เซต และแบบสัมภาษณ์ มาวิเคราะห์ผลทั้งเชิงปริมาณและเชิงคุณภาพ

3.5 การวิเคราะห์ข้อมูล

ในการวิเคราะห์ข้อมูลระยะนี้ ผู้วิจัยแบ่งออกเป็น (1) การวิเคราะห์ข้อมูลจากการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่เสริมสร้างระดับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เซต ตามกรอบ

ทฤษฎี APOS โดยใช้ภาษาไพธอน สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษา และ (2) สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล ซึ่งมีรายละเอียดดังนี้

1) นำคะแนนจาก (1) ใบกิจกรรมรายบุคคลจำนวน 7 กิจกรรม (2) แบบทดสอบย่อยจำนวน 3 ฉบับ และ (3) แบบทดสอบวัดระดับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เซต มาหาค่าร้อยละ ค่าเฉลี่ยเลขคณิต และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน

2) หาจำนวนนักเรียนที่มีคะแนนรวมจากใบกิจกรรม แบบทดสอบย่อย และแบบทดสอบวัดระดับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เซต ที่มากกว่าร้อยละ 60 ขึ้นไปของคะแนนเต็มทั้งหมด เพื่อนำไปทดสอบสมมติฐานการวิจัยที่ว่า:

(2.1) นักเรียนระดับมัธยมศึกษา หลังเรียนด้วยกิจกรรมการเรียนการสอนที่เสริมสร้างระดับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เซต ตามกรอบทฤษฎี APOS โดยใช้ภาษาไพธอน สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษา มีความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เซต สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 60 ของคะแนนเต็ม และมีจำนวนมากกว่าร้อยละ 50 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด

(2.2) นักเรียนระดับมัธยมศึกษา หลังเรียนด้วยกิจกรรมการเรียนการสอนที่เสริมสร้างระดับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เซต ตามกรอบทฤษฎี APOS โดยใช้ภาษาไพธอน สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษา มีความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เซต แต่ละระดับตามกรอบทฤษฎี APOS สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 60 ของคะแนนเต็ม และมีจำนวนมากกว่าร้อยละ 50 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด

3) นำงานเขียนและแบบสัมภาษณ์มาวิเคราะห์ข้อมูลเชิงคุณภาพ แล้วตอบคำถามการวิจัยที่ว่า “แต่ละระดับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เซต ของนักเรียนระดับมัธยมศึกษา มีลักษณะเป็นอย่างไร”

สำหรับสถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูลระยะนี้ ได้แก่ สถิติพื้นฐาน (ค่าร้อยละ ค่าเฉลี่ยเลขคณิต และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน) และสถิติที่ใช้ในการทดสอบสมมติฐานการวิจัย คือ การทดสอบทวินาม (Binomial Test)

บทที่ 4
ผลการวิเคราะห์ข้อมูล

การวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยได้วิเคราะห์ปัจจัยที่ส่งผลต่อการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในปัจจุบันของครูที่สอนวิชาคณิตศาสตร์และนักเรียนระดับมัธยมศึกษา โรงเรียนในสังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษาลพบุรี ซึ่งเป็นโรงเรียนที่มีขนาดกลางขึ้นไป แล้วพัฒนากิจกรรมการเรียนการสอนที่เสริมสร้างระดับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เซต ตามกรอบทฤษฎี APOS โดยใช้ภาษาไพธอน สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษา ให้มีประสิทธิภาพตามเกณฑ์ 60/60 และศึกษาระดับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เซต ตามกรอบทฤษฎี APOS สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษา อย่างไรก็ตาม ข้อมูลที่ได้จากการเก็บรวบรวมผู้วิจัยนำมาวิเคราะห์ทั้งเชิงปริมาณและคุณภาพ โดยจะนำเสนอผลการวิเคราะห์ข้อมูล**ระยะที่** 1 เกี่ยวกับการวิเคราะห์ปัจจัยที่ส่งผลต่อการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในปัจจุบันของครูที่สอนวิชาคณิตศาสตร์และนักเรียนระดับมัธยมศึกษา โรงเรียนในสังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษาลพบุรี ซึ่งเป็นโรงเรียนที่มีขนาดกลางขึ้นไป ส่วน**ระยะที่** 2 เกี่ยวกับการพัฒนากิจกรรมการเรียนการสอนที่เสริมสร้างระดับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เซต ตามกรอบทฤษฎี APOS โดยใช้ภาษาไพธอน สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษา และ**ระยะที่** 3 เกี่ยวกับการศึกษาระดับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เซต ตามกรอบทฤษฎี APOS สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษา ตามลำดับ

ระยะที่ 1 การวิเคราะห์ปัจจัยที่ส่งผลต่อการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในปัจจุบันของครูที่สอนวิชาคณิตศาสตร์และนักเรียนระดับมัธยมศึกษา โรงเรียนในสังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษาลพบุรี ซึ่งเป็นโรงเรียนที่มีขนาดกลางขึ้นไป

ในระยะที่ 1 ผู้วิจัยได้วิเคราะห์ปัจจัยที่ส่งผลต่อการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในปัจจุบันของครูที่สอนวิชาคณิตศาสตร์และนักเรียนระดับมัธยมศึกษา โรงเรียนในสังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษาลพบุรี ซึ่งเป็นโรงเรียนที่มีขนาดกลางขึ้นไป สำหรับการนำเสนอผลการวิเคราะห์ข้อมูลระยะที่ 1 ผู้วิจัยได้กำหนดสัญลักษณ์และอักษรย่อ ดังนี้

N	แทน	จำนวนกลุ่มตัวอย่าง
$\bar{x}$	แทน	ค่าเฉลี่ยเลขคณิต
S.D.	แทน	ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน
KMO	แทน	ค่าความเพียงพอของตัวแปรในการเป็นตัวอย่างของประชากร
Sig.	แทน	ระดับนัยสำคัญทางสถิติ
χ^2	แทน	ค่าสถิติไคสแควร์
t	แทน	ค่าสถิติที
AC	แทน	ตัวแปรด้านการรับรู้เกี่ยวกับการใช้เทคโนโลยี
TK	แทน	ตัวแปรด้านความรู้ทางเทคโนโลยี
CK	แทน	ตัวแปรด้านความรู้ทางเนื้อหา
IA	แทน	ตัวแปรด้านกิจกรรมการเรียนการสอน

ตอนที่ 1 ปัจจัยที่ส่งผลต่อการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในปัจจุบันของครูที่สอนวิชาคณิตศาสตร์ โรงเรียนในสังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษาลพบุรี ซึ่งเป็นโรงเรียนที่มีขนาดกลางขึ้นไป

ในการวิเคราะห์ปัจจัยที่ส่งผลต่อการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในปัจจุบันของครูที่สอนวิชาคณิตศาสตร์ โรงเรียนในสังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษาลพบุรี ซึ่งเป็นโรงเรียนที่มีขนาดกลางขึ้นไป ผู้วิจัยจะนำเสนอผลการวิเคราะห์ข้อมูลตามลำดับต่อไปนี้

1.1 ข้อมูลพื้นฐานของกลุ่มตัวอย่าง

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้เป็นครูที่สอนวิชาคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาจำนวน 60 คน ในภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2565 ของสังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษาลพบุรี ซึ่งเป็นโรงเรียนที่มีขนาดกลางขึ้นไป โดยจำแนกตามโรงเรียน เพศ อายุ และระดับการศึกษา ปรากฏผลดังตาราง 19

ตาราง 19 จำนวนและค่าร้อยละของครูที่สอนวิชาคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษา สังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษาลพบุรี ซึ่งเป็นโรงเรียนที่มีขนาดกลางขึ้นไป ที่ตอบแบบสอบถามของครู โดยจำแนกตามโรงเรียน เพศ อายุ และระดับการศึกษา

ข้อคำถาม	คุณลักษณะ	จำนวนผู้ตอบแบบสอบถาม (คน)	ร้อยละ
โรงเรียน	โคกสำโรงวิทยา	5	8.30
	ชัยบาดาลวิทยา	14	23.30
	บ้านหมี่วิทยา	5	8.30
	พระนารายณ์	7	11.70
	พัฒนานิคม	9	15.00
	พิบูลวิทยาลัย	13	21.70
	วิทยาศาสตร์จุฬาภรณราชวิทยาลัย ลพบุรี	7	11.70
	รวม	**60**	**100.00**
เพศ	ชาย	11	18.30
	หญิง	49	81.70
	รวม	**60**	**100.00**
อายุ	26 – 40 ปี	45	75.00
	มากกว่า 40 ปี	15	25.00
	รวม	**60**	**100.00**
ระดับการศึกษา	จบการศึกษาระดับปริญญาตรี	35	58.30
	สูงกว่าระดับปริญญาตรี	25	41.70
	รวม	**60**	**100.00**

จากตาราง 19 ข้างต้น เมื่อพิจารณาครูที่ตอบแบบสอบถามซึ่ง**จำแนกตามโรงเรียน** พบว่า มีจำนวนทั้งหมด 60 คน ประกอบด้วย 7 โรงเรียน โดยมีจำนวนครูที่ตอบแบบสอบถามมากที่สุด ได้แก่ โรงเรียนชัยบาดาลวิทยา และโรงเรียนพิบูลวิทยาลัย จำนวน 14 คน

และ 13 คน คิดเป็นร้อยละ 23.30 และ 21.70 ตามลำดับ รองลงมา คือ โรงเรียนพัฒนานิคม จำนวน 9 คน คิดเป็นร้อยละ 15.00 ส่วนโรงเรียนพระนารายณ์กับโรงเรียนวิทยาศาสตร์จุฬาภรณราชวิทยาลัย ลพบุรี และโรงเรียนโคกสำโรงวิทยากับโรงเรียนบ้านหมี่วิทยา มีจำนวนครูที่ตอบแบบสอบถามเท่ากัน นั่นคือ จำนวน 7 คน และ 5 คน คิดเป็นร้อยละ 11.70 และ 8.30 ตามลำดับ สาเหตุที่โรงเรียนดังกล่าวมีจำนวนครูที่ตอบแบบสอบถามเท่ากันอาจมาจากจำนวนทั้งหมดของครูที่สอนวิชาคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษามีจำนวนใกล้เคียงกัน และเมื่อพิจารณาครูที่ตอบแบบสอบถามซึ่ง**จำแนกตามเพศ** พบว่า มีครูที่ตอบแบบสอบถามเป็นเพศหญิงจำนวน 49 คน คิดเป็นร้อยละ 81.70 ซึ่งมากกว่าเพศชายที่ตอบแบบสอบถามเพียงจำนวน 11 คน คิดเป็นร้อยละ 18.30

อย่างไรก็ตาม เมื่อพิจารณาครูที่ตอบแบบสอบถามซึ่ง**จำแนกตามอายุ** พบว่า มีจำนวนครูที่ตอบแบบสอบถามมากที่สุดอยู่ในช่วงอายุตั้งแต่ 26 – 40 ปี จำนวน 45 คน คิดเป็นร้อยละ 75.00 ในขณะที่ช่วงอายุมากกว่า 40 ปี ขึ้นไป มีจำนวนครูที่ตอบแบบสอบถามจำนวน 15 คน คิดเป็นร้อยละ 25.00 สาเหตุที่ครูช่วงอายุตั้งแต่ 26 – 40 ปี มีจำนวนครูที่ตอบแบบสอบถามมากกว่าครูช่วงอายุมากกว่า 40 ปี ขึ้นไปอยู่ 30 คน คิดเป็นร้อยละ 50.00 อาจเนื่องมาจากแบบสอบถามที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นอยู่ในรูปแบบ Google Forms ส่งผลให้ครูช่วงอายุตั้งแต่ 26 – 40 ปี หรือที่เรียกว่า รุ่น Y (Generation Y หรือ Millennials) มีความพร้อมต่อการใช้งาน สื่อสาร หรือตอบสนองต่อเทคโนโลยีมากกว่าครูช่วงอายุมากกว่า 40 ปี ขึ้นไป หรือที่เรียกว่า รุ่น X หรือ Baby Boomer (Generation X หรือ Baby Boomer) และเมื่อพิจารณาครูที่ตอบแบบสอบถามซึ่ง**จำแนกตามระดับการศึกษา** พบว่า มีครูที่ตอบแบบสอบถามเป็นครูที่สอนวิชาคณิตศาสตร์ซึ่งจบการศึกษาระดับปริญญาตรี และจบการศึกษาสูงกว่าระดับปริญญาตรีจำนวน 35 คน และ 25 คน คิดเป็นร้อยละ 58.30 และ 41.70 ตามลำดับ

สำหรับตารางต่อไป เป็นการแสดงจำนวนและค่าร้อยละของครูที่สอนวิชาคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษา สังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษาลพบุรี ซึ่งเป็นโรงเรียนที่มีขนาดกลางขึ้นไป ที่ตอบแบบสอบถามโดยพิจารณาจากข้อคำถามที่เกี่ยวข้องกับลักษณะความชอบในการสอน ความพร้อมด้านอุปกรณ์ทางเทคโนโลยีที่ใช้ประกอบการสอน การเข้าถึงอินเทอร์เน็ต และระยะเวลาในการใช้อินเทอร์เน็ตปฏิบัติกิจกรรมต่าง ๆ ปรากฏผลดังตาราง 20

ตาราง 20 จำนวนและค่าร้อยละของครูที่สอนวิชาคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษา สังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษาลพบุรี ซึ่งเป็นโรงเรียนที่มีขนาดกลางขึ้นไป ที่ตอบแบบสอบถามของครู โดยพิจารณาจากลักษณะความชอบในการสอน ความพร้อมด้านอุปกรณ์ทางเทคโนโลยีที่ใช้ประกอบการสอน การเข้าถึงอินเทอร์เน็ต และระยะเวลาในการใช้อินเทอร์เน็ตปฏิบัติกิจกรรมต่าง ๆ

ข้อคำถาม	**คุณลักษณะ**		**จำนวนผู้ตอบแบบสอบถาม (คน)**	**ร้อยละ**
ท่านชอบการสอนแบบใดมากที่สุด	การสอนในชั้นเรียน		46	76.70
	การสอนแบบออนไลน์ เช่น การสอนผ่านโปรแกรม Zoom Meeting		14	23.30
	รวม		**60**	**100.00**
ท่านมีอุปกรณ์เหล่านี้หรือไม่	คอมพิวเตอร์แบบตั้งโต๊ะ (Desktop computer)	มี	32	53.30
		ไม่มี	28	46.70
		รวม	**60**	**100.00**
	คอมพิวเตอร์แบบพกพา (Laptop หรือ Notebook)	มี	58	96.70
		ไม่มี	2	3.30
		รวม	**60**	**100.00**
	โทรศัพท์อัจฉริยะ (Smartphone)	มี	58	96.70
		ไม่มี	2	3.30
		รวม	**60**	**100.00**
	แท็บเล็ต (Tablet device) หรือ iPad	มี	52	86.70
		ไม่มี	8	13.30
		รวม	**60**	**100.00**
	เครื่องคิดเลขขั้นสูง เช่น TI-Nspire CX II หรือ Casio CI FX-991EX-PK	มี	20	33.30
		ไม่มี	40	66.70
		รวม	**60**	**100.00**

ตาราง 20 (ต่อ)

ข้อคำถาม	คุณลักษณะ	จำนวนผู้ตอบแบบสอบถาม (คน)		ร้อยละ
ท่านเข้าถึงอินเทอร์เน็ตจากที่ใดบ้าง	บ้าน (Home)	มี	59	98.30
		ไม่มี	1	1.70
		รวม	**60**	**100.00**
	ที่ทำงาน (Office)	มี	59	98.30
		ไม่มี	1	1.70
		รวม	**60**	**100.00**
	อื่น ๆ เช่น ร้านอินเทอร์เน็ต (Cybercafe)	มี	19	31.70
		ไม่มี	41	68.30
		รวม	**60**	**100.00**
ท่านใช้อินเทอร์เน็ตปฏิบัติกิจกรรมต่าง ๆ เฉลี่ยวันละกี่ชั่วโมง	น้อยกว่า 4 ชั่วโมง	18		30.00
	5 – 8 ชั่วโมง	23		38.30
	9 – 12 ชั่วโมง	14		23.30
	มากกว่า 12 ชั่วโมง	5		8.40
	รวม	**60**		**100.00**

สำหรับตาราง 20 แสดงให้เห็นว่าจากจำนวนครูที่ตอบแบบสอบถามทั้งหมด 60 คน เมื่อพิจารณา**ลักษณะความชอบในการสอน** พบว่า มีครูที่ชอบการสอนในชั้นเรียน จำนวน 46 คน คิดเป็นร้อยละ 76.70 ส่วนครูที่ชอบการสอนแบบออนไลน์ เช่น การสอนผ่านโปรแกรม Zoom Meeting มีเพียงจำนวน 14 คน คิดเป็นร้อยละ 23.30 และเมื่อพิจารณา**ความพร้อมด้านอุปกรณ์ทางเทคโนโลยีที่ใช้ประกอบการสอน** พบว่า อุปกรณ์ทางเทคโนโลยีของครูที่มีมากที่สุด ได้แก่ คอมพิวเตอร์แบบพกพาและโทรศัพท์อัจฉริยะ ซึ่งมีจำนวนเท่ากันเป็น 58 คน คิดเป็นร้อยละ 96.70 แสดงว่ามีครูเพียงจำนวน 2 คน คิดเป็นร้อยละ 3.30 ที่ไม่มีคอมพิวเตอร์แบบพกพา

และโทรศัพท์อัจฉริยะ ในขณะที่อุปกรณ์ทางเทคโนโลยีของครูที่มีรองลงมา คือ แท็บเล็ต หรือ iPad มีจำนวน 52 คน คิดเป็นร้อยละ 86.70 แสดงว่ามีครูเพียงจำนวน 8 คน คิดเป็นร้อยละ 13.30 ที่ไม่มีแท็บเล็ต หรือ iPad อย่างไรก็ตาม มีครูที่ใช้คอมพิวเตอร์ตั้งโต๊ะอยู่จำนวน 32 คน คิดเป็นร้อยละ 53.30 ส่วนครูที่ไม่ใช้คอมพิวเตอร์ตั้งโต๊ะมีจำนวน 28 คน คิดเป็นร้อยละ 46.70 และสำหรับอุปกรณ์ทางเทคโนโลยีของครูที่มีน้อยที่สุด คือ เครื่องคิดเลขขั้นสูง เช่น TI-Nspire CX II หรือ Casio CI FX-991EX-PK ซึ่งมีเพียงจำนวน 20 คน คิดเป็นร้อยละ 33.30 แสดงว่ามีครูจำนวน 40 คน คิดเป็นร้อย 66.70 ที่ไม่มีเครื่องคิดเลขขั้นสูง

นอกจากนี้ เมื่อพิจารณา**การเข้าถึงอินเทอร์เน็ต** พบว่า สถานที่ของครูส่วนใหญ่ซึ่งสามารถเข้าถึงอินเทอร์เน็ตมากที่สุด ได้แก่ บ้านและที่ทำงาน โดยมีจำนวนเท่ากันเป็น 59 คน คิดเป็นร้อยละ 98.30 แสดงว่ามีครูเพียงจำนวน 1 คน คิดเป็นร้อยละ 1.70 ที่สามารถเข้าถึงอินเทอร์เน็ตจากบ้านและที่ทำงานได้ ส่วนสถานที่อื่น ๆ นอกเหนือจากบ้านและที่ทำงาน เช่น ร้านอินเทอร์เน็ต มีครูจำนวน 19 คน คิดเป็นร้อยละ 31.70 ซึ่งเลือกไปใช้บริการอินเทอร์เน็ตในบางเวลา แสดงว่ามีครูจำนวน 41 คน คิดเป็นร้อยละ 68.30 ซึ่งไม่เลือกไปใช้บริการอินเทอร์เน็ตจากสถานที่อื่น ๆ และเมื่อพิจารณา**ระยะเวลาในการใช้อินเทอร์เน็ตปฏิบัติกิจกรรมต่าง ๆ** พบว่า ช่วงระยะเวลาของครูที่ใช้อินเทอร์เน็ตปฏิบัติกิจกรรมต่าง ๆ โดยเฉลี่ยต่อวันที่มากที่สุด คือ 5 – 8 ชั่วโมง มีจำนวน 23 คน คิดเป็นร้อยละ 38.30 รองลงมา คือ น้อยกว่า 4 ชั่วโมง และ 9 – 12 ชั่วโมง มีจำนวน 18 คน และ 14 คน คิดเป็นร้อยละ 30.00 และ 23.30 ตามลำดับ ส่วนช่วงระยะเวลาของครูที่ใช้อินเทอร์เน็ตปฏิบัติกิจกรรมต่าง ๆ โดยเฉลี่ยต่อวันที่น้อยที่สุด คือ มากกว่า 12 ชั่วโมง มีจำนวน 5 คน คิดเป็นร้อยละ 8.40

1.2 ปัจจัยที่ส่งผลต่อการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในปัจจุบันของครูที่สอนวิชาคณิตศาสตร์ โรงเรียนในสังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษาลพบุรี ซึ่งเป็นโรงเรียนที่มีขนาดกลางขึ้นไป

ผู้วิจัยศึกษาปัจจัย 4 ด้าน ได้แก่ (1) ด้านการรับรู้เกี่ยวกับการใช้เทคโนโลยี ประกอบด้วย 12 ตัวแปร (2) ด้านความรู้ทางเทคโนโลยี ประกอบด้วย 10 ตัวแปร (3) ด้านความรู้ทางเนื้อหา ประกอบด้วย 7 ตัวแปร และ (4) ด้านกิจกรรมการเรียนการสอน ประกอบด้วย 8 ตัวแปร โดยแบบสอบถามมีลักษณะเป็นแบบมาตราส่วนประมาณค่า (Rating Scale) 5 ระดับ ได้แก่ ไม่เห็นด้วยอย่างยิ่ง ไม่เห็นด้วย ไม่แน่ใจ เห็นด้วย เห็นด้วยอย่างยิ่ง ซึ่งกำหนดเกณฑ์การให้คะแนนเป็น 1, 2, 3, 4 และ 5 ตามลำดับ สำหรับเกณฑ์การแปลผลผู้วิจัยดัดแปลงมาจาก วิมล มิระสิงห์ (2552, น. 56) ดังนี้

$\bar{x}$	การแปลผล
1.00 – 1.49	ส่งผลต่อการเรียนการสอนในระดับน้อย
1.50 – 2.49	ส่งผลต่อการเรียนการสอนในระดับค่อนข้างน้อย
2.50 – 3.49	ส่งผลต่อการเรียนการสอนในระดับปานกลาง
3.50 – 4.49	ส่งผลต่อการเรียนการสอนในระดับค่อนข้างมาก
4.50 – 5.00	ส่งผลต่อการเรียนการสอนในระดับมาก

ผลการวิจัย พบว่า ค่าเฉลี่ย ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนจากแบบสอบถามเกี่ยวกับปัจจัยที่ส่งผลต่อการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในปัจจุบันของที่สอนวิชาคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษา ในแต่ละข้อ แต่ละด้าน และทั้งฉบับปรากฏผลดังตาราง 21

ตาราง 21 ค่าเฉลี่ย ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนจากแบบสอบถามของครู

ตัวแปร	ข้อความ	$\bar{x}$	S.D.	ระดับ
ด้านการรับรู้เกี่ยวกับการใช้เทคโนโลยี				
AC _211	โรงเรียนหรือหน่วยงานของท่านมีคอมพิวเตอร์เพียงพอต่อการใช้งาน	3.97	0.86	ค่อนข้างมาก
AC _212	โรงเรียนหรือหน่วยงานของท่านสนับสนุนพื้นที่จัดเก็บข้อมูลในระบบ Cloud เช่น Google drive หรือ Microsoft OneDrive	4.20	0.95	ค่อนข้างมาก
AC _213	โรงเรียนหรือหน่วยงานของท่านสนับสนุนเกี่ยวกับซอฟต์แวร์ที่ใช้ประกอบการสอน เช่น Microsoft Office หรือ Zoom Meeting	4.10	1.00	ค่อนข้างมาก
AC _214	โรงเรียนหรือหน่วยงานของท่านมีเครื่องโปรเจคเตอร์	4.38	0.85	ค่อนข้างมาก
AC _215	โรงเรียนหรือหน่วยงานของท่านมีเครื่องปริ้นเตอร์	4.37	0.84	ค่อนข้างมาก
AC _216	โรงเรียนหรือหน่วยงานของท่านมีอินเทอร์เน็ตความเร็วสูง หรือ Wi-Fi	4.13	0.89	ค่อนข้างมาก
AC _217	โรงเรียนหรือหน่วยงานของท่านให้ความสำคัญกับการเขียนโปรแกรมด้วยภาษาใดภาษาหนึ่ง เช่น ภาษา Python, C, C++ หรือ Java	3.10	1.22	ปานกลาง

ตาราง 21 (ต่อ)

ตัวแปร	ข้อความ	$\bar{x}$	S.D.	ระดับ
AC _218	ท่านต้องการใช้เทคโนโลยีประกอบการสอน เพราะ เทคโนโลยีช่วยให้ผู้เรียนเข้าใจเป็นรูปธรรมยิ่งขึ้น	4.38	0.74	ค่อนข้างมาก
AC _219	ท่านต้องการใช้เทคโนโลยีประกอบการสอน เพราะ เทคโนโลยีเปรียบเสมือนตัวกลางสำหรับติดต่อสื่อสารทั้งภายในและภายนอกโรงเรียนหรือหน่วยงาน	4.27	0.78	ค่อนข้างมาก
AC _2110	ท่านต้องการใช้เทคโนโลยีประกอบการสอน เพราะ เทคโนโลยีช่วยให้ผู้เรียนสามารถค้นคว้าหาข้อมูลได้ง่ายขึ้น	4.52	0.68	มาก
AC _2111	ท่านต้องการใช้เทคโนโลยีประกอบการสอน เพราะ เทคโนโลยีช่วยสร้างนวัตกรรมการเรียนรู้และพัฒนาการเรียนการสอนให้ดีขึ้น	4.45	0.69	ค่อนข้างมาก
AC_2112	การมีความรู้ด้านเทคโนโลยีสามารถส่งเสริมต่อประสิทธิภาพการจัดการเรียนการสอน	4.42	0.65	ค่อนข้างมาก
สรุปผลด้านการรับรู้เกี่ยวกับการใช้เทคโนโลยี		**4.19**	**0.85**	**ค่อนข้างมาก**
ด้านความรู้ทางเทคโนโลยี				
TK_221	ท่านสามารถใช้โปรแกรม Word Processor ได้ เช่น Microsoft-Word หรือ Google Docs	4.28	0.76	ค่อนข้างมาก
TK_222	ท่านสามารถใช้โปรแกรม Electronic Spreadsheet ได้ เช่น Microsoft-Excel หรือ Google Sheets	4.17	0.81	ค่อนข้างมาก
TK_223	ท่านสามารถใช้โปรแกรมนำเสนองานโดยใช้ PowerPoint หรือ Google Slide	4.17	0.76	ค่อนข้างมาก
TK_224	ท่านสามารถใช้โปรแกรมเรขาคณิตพลวัตได้ (Dynamic geometry software) เช่น โปรแกรม GSP หรือ GeoGebra	3.30	1.09	ปานกลาง

ตาราง 21 (ต่อ)

ตัวแปร	ข้อความ	$\bar{x}$	S.D.	ระดับ
ด้านความรู้ทางเทคโนโลยี				
TK_225	ท่านสามารถเขียนโปรแกรมด้วยภาษาใดภาษาหนึ่งได้ เช่น ภาษา C, C++, Python หรือ Java	2.10	1.26	ค่อนข้างน้อย
TK_226	ท่านสามารถสื่อสารผ่านอินเทอร์เน็ตได้ เช่น Email, Line หรือ Messenger	4.63	0.66	มาก
TK_227	ท่านสามารถจัดเก็บข้อมูลที่หลากหลายได้ เช่น Flash card, CD, DVD, Google drive หรือ Dropbox	4.22	0.83	ค่อนข้างมาก
TK_228	ท่านติดตามเทคโนโลยีที่ทันสมัย พร้อมทั้งศึกษาการใช้งานอยู่เสมอ	4.02	0.85	ค่อนข้างมาก
TK_229	ท่านสามารถใช้ซอฟต์แวร์ (Software) เฉพาะด้านมาเป็นสื่อในการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ได้ เช่น Scratch	3.00	1.15	ปานกลาง
TK_2210	ท่านคิดว่าความรู้ด้านเทคโนโลยี ส่งผลต่อการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในปัจจุบัน	4.30	0.69	ค่อนข้างมาก
	สรุปผลด้านความรู้ทางเทคโนโลยี	**3.82**	**0.89**	**ค่อนข้างมาก**
ด้านความรู้ทางเนื้อหา				
CK_231	ท่านสามารถระบุหรืออธิบายความหมายเกี่ยวกับเนื้อหาสาระที่สอนได้	4.38	0.70	ค่อนข้างมาก
CK_232	ท่านอธิบายที่มาของเนื้อหาสาระที่สอนได้	4.28	0.69	ค่อนข้างมาก
CK_233	ท่านสามารถนำองค์ความรู้ที่มีมาประยุกต์ใช้ได้อย่างถูกต้อง	4.27	0.66	ค่อนข้างมาก
CK_234	ท่านหาความรู้เพิ่มเติมจากแหล่งข้อมูลที่ทันสมัยอยู่เสมอ	4.10	0.73	ค่อนข้างมาก

ตาราง 21 (ต่อ)

ตัวแปร	ข้อความ	$\bar{x}$	S.D.	ระดับ
ด้านความรู้ทางเนื้อหา				
CK_235	ท่านคิดว่าเนื้อหาคณิตศาสตร์ในระดับมัธยมศึกษาที่จัดการเรียนการสอนในปัจจุบัน มีมากเกินความจำเป็นต่อการนำไปใช้ในอนาคตของผู้เรียน	4.13	0.98	ค่อนข้างมาก
CK_236	ท่านคิดว่าเนื้อหาที่จัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในปัจจุบัน ตอบสนองต่อความต้องการของผู้เรียน	3.72	0.90	ค่อนข้างมาก
CK_237	ท่านคิดว่าการมีโจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ซับซ้อน จะส่งผลต่อประสิทธิภาพการเรียนการสอนคณิตศาสตร์	3.98	0.68	ค่อนข้างมาก
	สรุปผลด้านความรู้ทางเนื้อหา	**4.12**	**0.76**	**ค่อนข้างมาก**
ด้านกิจกรรมการเรียนการสอน				
IA_241	ท่านชอบวิธีการสอนแบบบรรยาย	3.38	0.90	ปานกลาง
IA_242	ท่านมีความพึงพอใจ เมื่อได้จัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่เน้นให้ผู้เรียนลงมือปฏิบัติด้วยตนเอง	4.33	0.63	ค่อนข้างมาก
IA_243	ท่านมีความพึงพอใจ เมื่อได้จัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่เน้นการแลกเปลี่ยนความรู้ระหว่างผู้เรียนกับผู้เรียน หรือผู้เรียนกับผู้สอน	4.40	0.62	ค่อนข้างมาก
IA_244	ท่านมีความพึงพอใจ เมื่อได้จัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่ผู้เรียนสามารถสร้างข้อความคาดการณ์ด้วยตนเองได้	4.20	0.66	ค่อนข้างมาก
IA_245	ท่านคิดว่าผู้เรียนจะรู้สึกสนใจในบทเรียนมากขึ้น เมื่อนำรูปแบบการสอนร่วมกับการใช้เทคโนโลยี	4.42	0.62	ค่อนข้างมาก
IA_246	เทคโนโลยีเป็นสิ่งสำคัญต่อการกระตุ้น และสร้างมโนภาพให้ผู้เรียนเกิดความเข้าใจในเนื้อหาสาระของวิชาคณิตศาสตร์ยิ่งขึ้น	4.37	0.64	ค่อนข้างมาก

ตาราง 21 (ต่อ)

ตัวแปร	ข้อความ	$\bar{x}$	S.D.	ระดับ
ด้านกิจกรรมการเรียนการสอน				
IA_247	การเลือกใช้เทคนิคหรือวิธีการสอนที่เหมาะสมต่อการนำเสนอเนื้อหาสาระของวิชาคณิตศาสตร์ ทำให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้ในแต่ละบทเรียนง่ายขึ้น	4.40	0.62	ค่อนข้างมาก
IA_248	การเลือกใช้เทคโนโลยีเพื่อสร้างสื่อการสอนให้เหมาะสมกับบริบทของเนื้อหาสาระของวิชาคณิตศาสตร์ จะช่วยให้ผู้เรียนสามารถสร้างความรู้เกี่ยวกับเนื้อหาเหล่านั้นด้วยตนเองได้	4.27	0.55	ค่อนข้างมาก
	สรุปผลด้านกิจกรรมการเรียนการสอน	4.22	0.66	**ค่อนข้างมาก**
	รวมทั้งฉบับ	4.09	0.79	**ค่อนข้างมาก**

จากตาราง 21 ข้างต้น เมื่อพิจารณาแบบสอบถามของครู**ทั้งฉบับ**คะแนนของตัวแปร (ข้อคำถาม) ที่ส่งผลต่อการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในปัจจุบันมีค่าเฉลี่ยเลขคณิตเท่ากับ 4.09 และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน 0.79 แสดงว่าตัวแปรดังกล่าวส่งผลต่อการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในปัจจุบันของครูอยู่ในระดับค่อนข้างมาก และเมื่อพิจารณาตัวแปรที่ส่งผลต่อการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในปัจจุบันของครูแต่ละด้าน คะแนนของตัวแปร**ด้านการรับรู้เกี่ยวกับเทคโนโลยี**มีค่าเฉลี่ยเลขคณิตเท่ากับ 4.19 และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน 0.85 ในขณะที่คะแนนของตัวแปร**ด้านความรู้ทางเทคโนโลยี**มีค่าเฉลี่ยเลขคณิตเท่ากับ 3.82 และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน 0.89 ส่วนคะแนนของตัวแปร**ด้านความรู้ทางเนื้อหา**มีค่าเฉลี่ยเลขคณิตเท่ากับ 4.12 และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน 0.76 และคะแนนของตัวแปร**ด้านกิจกรรมการเรียนการสอน**มีค่าเฉลี่ยเลขคณิตเท่ากับ 4.22 และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน 0.66 แสดงว่าตัวแปรทั้ง 4 ด้านดังกล่าวส่งผลต่อการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในปัจจุบันของครูอยู่ในระดับค่อนข้างมากเช่นกัน

อย่างไรก็ตาม เมื่อพิจารณาตัวแปรที่ส่งผลต่อการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในปัจจุบันของครูแต่ละข้อ พบว่า คะแนนของตัวแปรที่ส่งผลต่อการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในปัจจุบันน้อยที่สุด 3 อันดับแรก ได้แก่ (1) ตัวแปร “ความสามารถในการเขียนโปรแกรมด้วยภาษาใดภาษาหนึ่งได้ เช่น ภาษา C, C++, Python หรือ Java (TK_225)” มีค่าเฉลี่ยเลขคณิตเท่ากับ 2.10 และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน 1.26 ซึ่งเป็นตัวแปรที่ส่งผลต่อการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ใน

ปัจจุบันของครูอยู่ในระดับค่อนข้างน้อย (2) ตัวแปร “ความสามารถในการใช้ซอฟต์แวร์เฉพาะด้านมาสร้างเป็นสื่อในการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ได้ เช่น Scratch (TK_229)” มีค่าเฉลี่ยเลขคณิตเท่ากับ 3.00 และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน 1.15 ซึ่งเป็นตัวแปรที่ส่งผลต่อการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในปัจจุบันของครูอยู่ในระดับปานกลาง และ (3) ตัวแปร “โรงเรียนให้ความสำคัญกับการเขียนโปรแกรมด้วยภาษาใดภาษาหนึ่ง เช่น ภาษา C, C++, Python หรือ Java (AC _217)” มีค่าเฉลี่ยเลขคณิตเท่ากับ 3.10 และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน 1.22 ซึ่งเป็นตัวแปรที่ส่งผลต่อการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในปัจจุบันของครูอยู่ในระดับปานกลาง โดยทั้ง 3 ตัวแปรที่ส่งผลต่อการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในปัจจุบันเป็นตัวแปรในด้านความรู้ทางเทคโนโลยี ด้านความรู้ทางเทคโนโลยี และด้านการรับรู้เกี่ยวกับการใช้เทคโนโลยี ตามลำดับ

จากผลการวิเคราะห์ข้างต้น แม้ว่าตัวแปรทั้ง 4 ด้าน จะส่งผลต่อการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในปัจจุบันของครูอยู่ในระดับค่อนข้างมาก แต่มีบางตัวแปร เช่น TK_225, TK_229 และ AC_217 ที่ส่งผลต่อการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในปัจจุบันของครูอยู่ในระดับค่อนข้างน้อย ปานกลาง และปานกลาง ตามลำดับ ซึ่งล้วนเป็นตัวแปรที่เกี่ยวข้องกับความรู้ทางเทคโนโลยีและการรับรู้เกี่ยวกับการใช้เทคโนโลยีของครู ทั้งนี้อาจเนื่องมาจาก ครูส่วนใหญ่จัดการเรียนการสอนที่มุ่งเน้นเนื้อหาในสาระคณิตศาสตร์เพียงอย่างเดียว ไม่ได้จัดการเรียนการสอนที่บูรณาการระหว่างคณิตศาสตร์กับวิทยาการคำนวณ ส่งผลให้ครูที่สอนวิชาคณิตศาสตร์ไม่ได้มุ่งศึกษาเกี่ยวกับการเขียนโปรแกรมด้วยภาษาใดภาษาหนึ่งได้ เช่น ภาษา C, C++, Python หรือ Java หรือสร้างสื่อการสอนโดยใช้ซอฟต์แวร์เฉพาะด้าน อย่างไรก็ตาม ควรผลักดันครูที่สอนวิชาคณิตศาสตร์ ให้ความสำคัญและพัฒนาด้านการเขียนโปรแกรม เพื่อเพิ่มศักยภาพครูที่สอนวิชาคณิตศาสตร์ ให้สามารถสร้างสื่อ ถ่ายทอดองค์ความรู้ ตลอดจนสามารถพัฒนากิจกรรมการเรียนการสอนที่เน้นการบูรณาระหว่างคณิตศาสตร์กับการเขียนโปรแกรมได้ดียิ่งขึ้น ตามแนวคิดของ สสวท. ที่กำหนดให้เพิ่มการเรียนภาษาไพธอน (การเขียนโปรแกรม) เข้าไปอยู่ในหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 (ฉบับปรับปรุง 2560) รายวิชาพื้นฐานวิทยาศาสตร์ สาระเทคโนโลยี (วิทยาการคำนวณ) ที่เชื่อมโยงแนวคิดระหว่างคณิตศาสตร์กับการเขียนโปรแกรมเข้าร่วมกัน โดยคาดหวังให้นักเรียนมีสมรรถนะทันต่อการเปลี่ยนแปลงของโลก (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2562, น. 20-28) และเมื่อพิจารณาผลการสำรวจความพร้อมด้านอุปกรณ์ทางเทคโนโลยีที่ใช้ประกอบการสอนดังตาราง 19 จะเห็นได้ว่า ครูส่วนใหญ่มีคอมพิวเตอร์แบบพกพา (และโทรศัพท์อัจฉริยะ) และแท็บเล็ต (หรือ iPad) ที่เพียงพอต่อการใช้จัดการเรียนการสอน ด้วยเหตุนี้จึงทำให้ผู้วิจัยพัฒนากิจกรรมการเรียนการสอนที่

เสริมสร้างระดับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เซต ตามกรอบทฤษฎี APOS โดยใช้ภาษาไพธอน สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษา เพื่อเป็นแนวทางหนึ่งในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนของครูที่สอนวิชาคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษา

1.3 การวิเคราะห์ปัจจัยที่ส่งผลต่อการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในปัจจุบันของครูที่สอนวิชาคณิตศาสตร์ โรงเรียนในสังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษาลพบุรี ซึ่งเป็นโรงเรียนที่มีขนาดกลางขึ้นไป

ผู้วิจัยได้ดำเนิน (1) การตรวจสอบว่าตัวแปรต่าง ๆ มีความสัมพันธ์กันหรือไม่ (2) สกัดปัจจัย (Factor Extraction) ด้วยวิธีวิเคราะห์องค์ประกอบหลัก (Principal Component Analysis: PCA) และ (3) หมุนแกนปัจจัย (Factor Rotation) ด้วยวิธีแวริแมกซ์ (Varimax) และการตั้งชื่อปัจจัย ซึ่งมีผลการวิเคราะห์ข้อมูลดังรายละเอียดต่อไปนี้

(1.3.1) การตรวจสอบว่าตัวแปรต่าง ๆ มีความสัมพันธ์กันหรือไม่

ผู้วิจัยจะนำเสนอผลการตรวจสอบว่าตัวแปรต่าง ๆ มีความสัมพันธ์กันหรือไม่โดยพิจารณาจากค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ของ Pearson ดัชนีค่าความเพียงพอของตัวแปรในการเป็นตัวอย่างของประชากรทั้งหมด (Kaiser – Meyer – Olkin: KMO) การทดสอบ Bartlett's Test of Sphericity และค่าการร่วมกันของตัวแปร (Communalities) ซึ่งปรากฏผลดังตาราง 22 ตาราง 23 และตาราง 24

ตาราง 22 แสดงค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ของ Pearson จากแบบสอบถามของครู

ด้านการรับรู้เกี่ยวกับการใช้เทคโนโลยี

		AC _ 211	AC _ 212	AC_ 213	AC _ 214	AC _ 215	AC _ 216	AC _ 217	AC _ 218	AC _ 219	AC _ 2110	AC _ 2111	AC _ 2112
Correlation	AC _ 211		.565	.630	.529	.506	.358	.552	.393	.493	.349	.390	.482
	AC _ 212			.688	.492	.456	.327	.435	.515	.521	.494	.448	.634
	AC _ 213				.573	.637	.383	.491	.336	.443	.422	.442	.589
	AC _ 214					.727	.313	.473	.521	.537	.359	.477	.541
	AC _ 215						.317	.426	.451	.468	.405	.492	.555
	AC _ 216							.518	.178	.241	.221	.283	.402
	AC _ 217								.466	.401	.286	.325	.378
	AC _ 218									.822	.683	.678	.406
	AC _ 219										.732	.741	.450
	AC _ 2110											.719	.430
	AC _ 2111												.554
	AC_ 2112												

ตาราง 22 (ต่อ)

ด้านความรู้ทางเทคโนโลยี

		TK_ 221	TK_ 222	TK_ 223	TK_ 224	TK_ 225	TK_ 226	TK_ 227	TK_ 228	TK_ 229	TK_ 2210
Correlation	TK_ 221		.695	.705	.385	.147	.680	.521	.514	.290	.477
	TK_ 222			.726	.346	.184	.624	.582	.464	.402	.453
	TK_ 223				.528	.336	.525	.588	.672	.386	.511
	TK_ 224					.421	.224	.415	.394	.458	.325
	TK_ 225						.024	.256	.409	.480	.159
	TK_ 226							.550	.460	.289	.499
	TK_ 227								.669	.607	.357
	TK_ 228									.604	.391
	TK_ 229										.254
	TK_ 2210										

ด้านความรู้ทางเนื้อหา

		CK_ 231	CK_ 232	CK_ 233	CK_ 234	CK_ 235	CK_ 236	CK_ 237
Correlation	CK_ 231		.533	.457	.269	.205	.381	.428
	CK_ 232			.760	.548	.318	.592	.554
	CK_ 233				.647	.467	.555	.617
	CK_ 234					.407	.558	.450
	CK_ 235						.368	.488

ตาราง 22 (ต่อ)

ด้านความรู้ทางเนื้อหา									
Correlation		CK_ 231	CK_ 232	CK_ 233	CK_ 234	CK_ 235	CK_ 236	CK_ 237	
	CK_ 236							.575	
	CK_ 237								
ด้านกิจกรรมการเรียนการสอน									
Correlation		IA_ 241	IA_ 242	IA_ 243	IA_ 244	IA_ 245	IA_ 246	IA_ 247	IA_ 248
	IA_ 241		-.109	-.128	-.046	.164	-.072	-.006	.030
	IA_ 242			.569	.327	.465	.621	.437	.475
	IA_ 243				.426	.489	.397	.330	.431
	IA_ 244					.541	.307	.342	.507
	IA_ 245						.552	.622	.666
	IA_ 246							.656	.540
	IA_ 247								.632
	IA_ 248								

จากตาราง 22 ข้างต้น เมื่อพิจารณาตัวแปรที่ส่งผลต่อการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในปัจจุบันของครูในแต่ละด้าน พบว่า (1) **ด้านการรับรู้เกี่ยวกับการใช้เทคโนโลยี** ตัวแปร AC_218 และ AC_219 มีความสัมพันธ์กันมากที่สุด ซึ่งมีค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์เท่ากับ .822 แสดงว่าตัวแปร AC_218 และ AC_219 ควรอยู่ในปัจจัยกลุ่มเดียวกัน และในทำนองเดียวกันตัว AC_219 และ AC_2111 มีความสัมพันธ์กันมาก ซึ่งมีค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์เท่ากับ .741 แสดงว่าตัวแปร AC_219 และ AC_2111 ควรอยู่ในปัจจัยกลุ่มเดียวกัน

(2) **ด้านความรู้ทางเทคโนโลยี** ตัวแปร TK_222 และ TK_223 มีความสัมพันธ์กันมากที่สุด ซึ่งมีค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์เท่ากับ .726 แสดงว่าตัวแปร TK_222 และ TK_223 ควรอยู่ในปัจจัยกลุ่มเดียวกัน และในทำนองเดียวกันตัว TK_223 และ TK_221 มีความสัมพันธ์กันมาก ซึ่งมีค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์เท่ากับ .705 แสดงว่าตัวแปร TK_223 และ TK_221 ควรอยู่ในปัจจัยกลุ่มเดียวกัน (3) **ด้านความรู้ทางเนื้อหา** ตัวแปร CK_232 และ CK_233 มีความสัมพันธ์กันมากที่สุด ซึ่งมีค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์เท่ากับ .760 แสดงว่าตัวแปร CK_232 และ CK_233 ควรอยู่ในปัจจัยกลุ่มเดียวกัน และในทำนองเดียวกันตัว CK_233 และ CK_647 มีความสัมพันธ์กันมาก ซึ่งมีค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์เท่ากับ .647 แสดงว่าตัวแปร CK_233 และ CK_647 ควรอยู่ในปัจจัยกลุ่มเดียวกัน และ (4) **ด้านกิจกรรมการเรียนการสอน** ตัวแปร IA_245 และ IA_248 มีความสัมพันธ์กันมากที่สุด ซึ่งมีค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์เท่ากับ .666 แสดงว่าตัวแปร IA_245 และ IA_248 ควรอยู่ในปัจจัยกลุ่มเดียวกัน และในทำนองเดียวกันตัว IA_247 และ IA_246 มีความสัมพันธ์กันมาก ซึ่งมีค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์เท่ากับ .656 แสดงว่าตัวแปร IA_247 และ IA_246 ควรอยู่ในปัจจัยกลุ่มเดียวกัน

ตาราง 23 แสดงค่าดัชนี KMO และการทดสอบ Bartlett's Test of Sphericity จากแบบสอบถามของครู

ด้าน	KMO	Bartlett's Test of Sphericity		
		χ^2	df	Sig.
ด้านการรับรู้เกี่ยวกับการใช้เทคโนโลยี	.870	442.182**	66	.000
ด้านความรู้ทางเทคโนโลยี	.838	316.919**	45	.000
ด้านความรู้ทางเนื้อหา	.851	187.360**	21	.000
ด้านกิจกรรมการเรียนการสอน	.830	194.253**	28	.000

** *ที่ระดับนัยสำคัญทางสถิติ .01*

จากตาราง 23 ข้างต้น เมื่อพิจารณาค่าดัชนี KMO ของตัวแปรที่ส่งผลต่อการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในปัจจุบันของครูแต่ละด้าน จะเห็นได้ว่า ค่าดัชนี KMO ด้านการรับรู้เกี่ยวกับการใช้เทคโนโลยี ด้านความรู้ทางเทคโนโลยี ด้านความรู้ทางเนื้อหา และด้านกิจกรรมการเรียนการสอน มีค่าเท่ากับ .870, .838, .851 และ .830 ตามลำดับ ซึ่งมากกว่า .5 และเข้าสู่ 1 จึงพอสรุปได้ว่า ข้อมูลชุดนี้มีความเหมาะสมต่อการวิเคราะห์ปัจจัยมาก (Factor Analysis) ซึ่งสอดคล้องกับผลการทดสอบ Bartlett's Test of Sphericity ที่มีค่าไคสแควร์ด้านการรับรู้เกี่ยวกับการใช้เทคโนโลยี ด้านความรู้ทางเทคโนโลยี ด้านความรู้ทางเนื้อหา และด้านกิจกรรมการเรียนการสอน เท่ากับ 442.182, 316.919, 187.360 และ 194.253 ตามลำดับ และเมื่อพิจารณานัยสำคัญทางสถิติของตัวแปรที่ส่งผลต่อการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในปัจจุบันของครูทั้ง 4 ด้าน พบว่า มีนัยสำคัญทางสถิติเท่ากันที่ระดับ .01 แสดงว่าตัวแปรแต่ละตัวของแต่ละด้านมีความสัมพันธ์กัน ส่งผลให้ข้อมูลชุดนี้มีความเหมาะสมต่อการวิเคราะห์ปัจจัย

ตาราง 24 แสดงค่า Communalities จากแบบสอบถามของครู

ด้านการรับรู้เกี่ยวกับการใช้เทคโนโลยี		**ด้านความรู้ทางเทคโนโลยี**		**ด้านความรู้ทางเนื้อหา**		**ด้านกิจกรรมการเรียนการสอน**	
ตัวแปร	Com-munalities	**ตัวแปร**	Com-munalitis	**ตัวแปร**	Com-munalities	**ตัวแปร**	Com-munalities
AC _211	.607	TK_221	.752	CK_231	.388	IA_241	.842
AC _212	.595	TK_222	.712	CK_232	.700	IA_242	.619
AC _213	.705	TK_223	.744	CK_233	.763	IA_243	.543
AC _214	.601	TK_224	.513	CK_234	.558	IA_244	.407
AC _215	.592	TK_225	.683	CK_235	.357	IA_245	.774
AC _216	.436	TK_226	.733	CK_236	.601	IA_246	.619
AC _217	.529	TK_227	.637	CK_237	.620	IA_247	.619
AC _218	.795	TK_228	.670			IA_248	.690
AC _219	.842	TK_229	.677				
AC _2110	.761	TK_2210	.448				
AC _2111	.755						
AC_2112	.577						

จากตาราง 24 ข้างต้น แสดงให้เห็นว่า ค่าการร่วมกันของตัวแปร ที่ใช้ในการวิเคราะห์ปัจจัยอยู่ระหว่าง .357 ถึง .842 ซึ่งมากกว่าค่าขั้นต่ำ คือ .20 นั่นคือ ตัวแปรทั้งหมดของแต่ละด้านมีแนวโน้มที่สามารถจัดให้อยู่ในปัจจัยใดปัจจัยหนึ่ง ผู้วิจัยจึงนำไปใช้วิเคราะห์ปัจจัยต่อไปได้

(1.3.2) การสกัดปัจจัย

ผลการสกัดปัจจัยด้วยวิธี PCA เพื่อพิจารณาจำนวนปัจจัยที่ได้ ค่าไอเกน (Eigenvalues) ร้อยละของความแปรปรวน และร้อยละของความแปรปรวนสะสม ปรากฏผลดังตาราง 25

ตาราง 25 แสดงค่าไอเกน ร้อยละของความแปรปรวน และร้อยละของความแปรปรวนสะสมที่ได้จากการสกัดปัจจัยด้วยวิธี PCA จากแบบสอบถามของครู

ปัจจัย	ผลการสกัดปัจจัยด้วยวิธี PCA		
	ค่าไอเกน	ร้อยละของความแปรปรวน	ร้อยละของความแปรปรวนสะสม
ด้านการรับรู้เกี่ยวกับการใช้เทคโนโลยี			
1	4.143	34.524	34.524
2	3.653	30.436	64.960
ด้านความรู้ทางเทคโนโลยี			
3	3.871	38.710	38.710
4	2.698	26.983	65.693
ด้านความรู้ทางเนื้อหา			
5	3.967	56.669	56.669
ด้านกิจกรรมการเรียนการสอน			
6	3.960	49.503	49.503
7	1.154	14.422	63.925

จากตาราง 25 ข้างต้น เมื่อพิจารณาปัจจัยหลักจากการสกัดปัจจัยด้วยวิธี PCA ในแต่ละด้าน ซึ่งมีค่าไอเกนมากกว่า 1.00 ส่งผลให้**ด้านการรับรู้เกี่ยวกับการใช้เทคโนโลยี** มีปัจจัยหลักจำนวน 2 ปัจจัย และมีค่าร้อยละความแปรปรวนของตัวแปรทั้งหมดเป็น 64.960 ในขณะที่**ด้านความรู้ทางเทคโนโลยี** มีปัจจัยหลักจำนวน 2 ปัจจัย และมีค่าร้อยละความแปรปรวนของตัวแปรทั้งหมดเป็น 65.693 สำหรับ**ด้านความรู้ทางเนื้อหา** มีปัจจัยหลักจำนวน 1 ปัจจัย และมีค่าร้อยละความแปรปรวนของตัวแปรทั้งหมดเป็น 56.669 และ**ด้านกิจกรรมการเรียนการสอน** มีปัจจัยหลักจำนวน 2 ปัจจัย และมีค่าร้อยละความแปรปรวนของตัวแปรทั้งหมดเป็น 63.925

(1.3.3) การหมุนแกนปัจจัยและการตั้งชื่อปัจจัย

เนื่องจากผลของการสกัดปัจจัยด้วยวิธี PCA ไม่สามารถจำแนกตัวแปรแต่ละตัวว่าอยู่ในปัจจัยใดปัจจัยหนึ่งอย่างชัดเจนได้ ผู้วิจัยจึงดำเนินการหมุนแกนปัจจัยด้วยวิธีแวริแมกซ์ เพื่อจำแนกตัวแปรแต่ละตัวว่าอยู่ในปัจจัยใดปัจจัยหนึ่งอย่างชัดเจน ปรากฏผลดังตาราง 26 ตาราง 27 ตาราง 28 และตาราง 29

ตาราง 26 แสดงค่าน้ำหนักปัจจัยจากการดำเนินการหมุนแกนปัจจัยด้วยวิธีแวริแมกซ์ ของตัวแปรด้านการรับรู้เกี่ยวกับเทคโนโลยี จากแบบสอบถามของครู

ตัวแปร	ข้อความ	ปัจจัย	
		1	2
ด้านการรับรู้เกี่ยวกับการใช้เทคโนโลยี			
AC _213	โรงเรียนหรือหน่วยงานของท่านสนับสนุนเกี่ยวกับซอฟต์แวร์ที่ใช้ประกอบการสอน เช่น Microsoft Office หรือ Zoom Meeting	.800	
AC _211	โรงเรียนหรือหน่วยงานของท่านมีคอมพิวเตอร์เพียงพอต่อการใช้งาน	.736	
AC _217	โรงเรียนหรือหน่วยงานของท่านให้ความสำคัญกับการเขียนโปรแกรมด้วยภาษาใดภาษาหนึ่ง เช่น ภาษา Python, C, C++ หรือ Java	.704	
AC _215	โรงเรียนหรือหน่วยงานของท่านมีเครื่องปริ้นเตอร์	.679	

ตาราง 26 (ต่อ)

ตัวแปร	ข้อความ	ปัจจัย	
		1	2
ด้านการรับรู้เกี่ยวกับการใช้เทคโนโลยี			
AC _214	โรงเรียนหรือหน่วยงานของท่านมีเครื่องโปรเจคเตอร์	.670	
AC _2112	การมีความรู้ด้านเทคโนโลยีสามารถส่งเสริมต่อประสิทธิภาพการจัดการเรียนการสอน	.662	
AC _216	โรงเรียนหรือหน่วยงานของท่านมีอินเทอร์เน็ตความเร็วสูง หรือ Wi-F	.660	
AC _212	โรงเรียนหรือหน่วยงานของท่านสนับสนุนพื้นที่จัดเก็บข้อมูลในระบบ Cloud เช่น Google drive หรือ Microsoft OneDrive	.646	
AC _219	ท่านต้องการใช้เทคโนโลยีประกอบการสอน เพราะเทคโนโลยีเปรียบเสมือนตัวกลางสำหรับติดต่อสื่อสารทั้งภายในและภายนอกโรงเรียนหรือหน่วยงาน		.869
AC _218	ท่านต้องการใช้เทคโนโลยีประกอบการสอน เพราะเทคโนโลยีช่วยให้ผู้เรียนเข้าใจเป็นรูปธรรมยิ่งขึ้น		.858
AC _2110	ท่านต้องการใช้เทคโนโลยีประกอบการสอน เพราะเทคโนโลยีช่วยให้ผู้เรียนสามารถค้นคว้าหาข้อมูลได้ง่ายขึ้น		.851
AC_2111	ท่านต้องการใช้เทคโนโลยีประกอบการสอน เพราะเทคโนโลยีช่วยสร้างนวัตกรรมการเรียนรู้ และพัฒนาการเรียนการสอนให้ดีขึ้น		.819

จากตาราง 26 ข้างต้น เมื่อพิจารณาการจำแนกตัวแปรที่ส่งผลต่อการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในปัจจุบันของครู สำหรับ**ด้านการรับรู้เกี่ยวกับการใช้เทคโนโลยี** ให้อยู่ในปัจจัยใดปัจจัยหนึ่งโดยใช้ค่าน้ำหนักปัจจัยที่สูงสุด ผู้วิจัยสามารถจำแนกปัจจัยได้ทั้ง 12 ตัว

แปร ได้แก่ AC_211, AC_212, . . . , AC1112 เนื่องจากมีค่าน้ำหนักปัจจัยตั้งแต่ .646 - .869 ซึ่งมีค่ามากกว่า .2 ตามความเหมาะสมที่ผู้วิจัยตั้งไว้ ส่งผลให้สามารถสรุปปัจจัยที่ส่งผลต่อการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในปัจจุบันของครูที่สอนวิชาคณิตศาสตร์ โรงเรียนในสังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษาลพบุรี ซึ่งเป็นโรงเรียนที่มีขนาดกลางขึ้นไป แบ่งเป็น 2 ปัจจัย ดังนี้

ปัจจัยที่ 1 ประกอบด้วยตัวแปร 8 ตัว ได้แก่ AC_211, AC_212, AC_213, AC_214, AC_215, AC_216, AC_217 และ AC_2112 จึงตั้งชื่อปัจจัยนี้ว่า “การสนับสนุนการใช้เทคโนโลยีจากโรงเรียน”

ปัจจัยที่ 2 ประกอบด้วยตัวแปร 4 ตัว ได้แก่ AC_218, AC_219, AC_2110 และ AC_2111 จึงตั้งชื่อปัจจัยนี้ว่า “ความต้องการใช้เทคโนโลยีประกอบการสอน”

สำหรับตารางต่อไป เป็นการแสดงค่าน้ำหนักปัจจัยจากการดำเนินการหมุนแกนปัจจัยด้วยวิธีแวริแมกซ์ ของตัวแปรด้านความรู้ทางเทคโนโลยี

ตาราง 27 แสดงค่าน้ำหนักปัจจัยจากการดำเนินการหมุนแกนปัจจัยด้วยวิธีแวริแมกซ์ ของตัวแปรด้านความรู้ทางเทคโนโลยี จากแบบสอบถามของครู

ตัวแปร	ข้อความ	ปัจจัย	
		3	4
ด้านความรู้ทางเทคโนโลยี			
TK_226	ท่านสามารถสื่อสารผ่านอินเทอร์เน็ตได้ เช่น Email, Line หรือ Messenger	.856	
TK_221	ท่านสามารถใช้โปรแกรม Word Processor ได้ เช่น Microsoft-Word หรือ Google Docs	.851	
TK_222	ท่านสามารถใช้โปรแกรม Electronic Spreadsheet ได้ เช่น Microsoft-Excel หรือ Google Sheets	.811	
TK_223	ท่านสามารถใช้โปรแกรมนำเสนองานโดยใช้ PowerPoint หรือ Google Slide	.743	
TK_2210	ท่านคิดว่าความรู้ด้านเทคโนโลยี ส่งผลต่อการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในปัจจุบัน	.651	

ตาราง 27 (ต่อ)

ตัวแปร	ข้อความ	ปัจจัย	
		3	4
ด้านความรู้ทางเทคโนโลยี			
TK_226	ท่านสามารถสื่อสารผ่านอินเทอร์เน็ตได้ เช่น Email, Line หรือ Messenger	.856	
TK_221	ท่านสามารถใช้โปรแกรม Word Processor ได้ เช่น Microsoft-Word หรือ Google Docs	.851	
TK_222	ท่านสามารถใช้โปรแกรม Electronic Spreadsheet ได้ เช่น Microsoft-Excel หรือ Google Sheets	.811	
TK_223	ท่านสามารถใช้โปรแกรมนำเสนองานโดยใช้ PowerPoint หรือ Google Slide	.743	
TK_2210	ท่านคิดว่าความรู้ด้านเทคโนโลยี ส่งผลต่อการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในปัจจุบัน	.651	
TK_227	ท่านสามารถจัดเก็บข้อมูลที่หลากหลายได้ เช่น Flash card, CD, DVD, Google drive หรือ Dropbox	.609	
TK_225	ท่านสามารถเขียนโปรแกรมด้วยภาษาใดภาษาหนึ่งได้ เช่น ภาษา C, C++, Python หรือ Java		.824
TK_229	ท่านสามารถใช้ซอฟต์แวร์ (Software) เฉพาะด้านมาเป็นสื่อในการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ได้ เช่น Scratch		.788
TK_224	ท่านสามารถใช้โปรแกรมเรขาคณิตพลวัตได้ (Dynamic geometry software) เช่น โปรแกรม GSP หรือ GeoGebra		.660
TK_228	ท่านติดตามเทคโนโลยีที่ทันสมัย พร้อมทั้งศึกษาการใช้งานอยู่เสมอ		.631

จากตาราง 27 ข้างต้น เมื่อพิจารณาการจำแนกตัวแปรที่ส่งผลต่อการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในปัจจุบันของครู สำหรับ**ด้านความรู้ทางเทคโนโลยี** ให้อยู่ในปัจจัยใดปัจจัยหนึ่งโดยใช้ค่าน้ำหนักปัจจัยที่สูงสุด ผู้วิจัยสามารถจำแนกปัจจัยได้ทั้ง 10 ตัวแปร ได้แก่ TK_221, TK_222, . . . , TK_2210 เนื่องจากมีค่าน้ำหนักปัจจัยตั้งแต่ .609 - .856 ซึ่งมีค่ามากกว่า .2 ตามความเหมาะสมที่ผู้วิจัยตั้งไว้ ส่งผลให้สามารถสรุปปัจจัยที่ส่งผลต่อการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในปัจจุบันของครูที่สอนวิชาคณิตศาสตร์ โรงเรียนในสังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษาลพบุรี ซึ่งเป็นโรงเรียนที่มีขนาดกลางขึ้นไป แบ่งเป็น 2 ปัจจัย ดังนี้

ปัจจัยที่ 3 ประกอบด้วยตัวแปร 6 ตัว ได้แก่ TK_221, TK_222, TK_223, TK_226, TK_227 และ TK_2210 จึงตั้งชื่อปัจจัยนี้ว่า “ความสามารถในการใช้เทคโนโลยีพื้นฐาน”

ปัจจัยที่ 4 ประกอบด้วยตัวแปร 4 ตัว ได้แก่ TK_224, TK_225, TK_228 และ TK_229 จึงตั้งชื่อปัจจัยนี้ว่า “ความสามารถในการใช้เทคโนโลยีเฉพาะด้าน”

สำหรับตารางต่อไป เป็นการแสดงค่าน้ำหนักปัจจัยจากการดำเนินการหมุนแกนปัจจัยด้วยวิธีแวริแมกซ์ ของตัวแปรด้านความรู้ทางเนื้อหา

ตาราง 28 แสดงค่าน้ำหนักปัจจัยจากการดำเนินการหมุนแกนปัจจัยด้วยวิธีแวริแมกซ์ ของตัวแปรด้านความรู้ทางเนื้อหา จากแบบสอบถามของครู

ตัวแปร	ข้อความ	ปัจจัย
		5
ด้านความรู้ทางเนื้อหา		
CK_233	ท่านสามารถนำองค์ความรู้ที่มีมาประยุกต์ใช้ได้อย่างถูกต้อง	.874
CK_232	ท่านอธิบายที่มาของเนื้อหาสาระที่สอนได้	.837
CK_237	ท่านคิดว่าการมีโจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ซับซ้อนจะส่งผลต่อประสิทธิภาพการเรียนการสอนคณิตศาสตร์	.787
CK_236	ท่านคิดว่าเนื้อหาที่จัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในปัจจุบัน ตอบสนองต่อความต้องการของผู้เรียน	.775

ตาราง 28 (ต่อ)

ตัวแปร	ข้อความ	ปัจจัย
		5
ด้านความรู้ทางเนื้อหา		
CK_233	ท่านสามารถนำองค์ความรู้ที่มีมาประยุกต์ใช้ได้อย่างถูกต้อง	.874
CK_232	ท่านอธิบายที่มาของเนื้อหาสาระที่สอนได้	.837
CK_237	ท่านคิดว่าการมีโจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ซับซ้อนจะส่งผลต่อประสิทธิภาพการเรียนการสอนคณิตศาสตร์	.787
CK_236	ท่านคิดว่าเนื้อหาที่จัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในปัจจุบัน ตอบสนองต่อความต้องการของผู้เรียน	.775
CK_234	ท่านหาความรู้เพิ่มเติมจากแหล่งข้อมูลที่ทันสมัยอยู่เสมอ เช่น หนังสือ บทความ การประชุมวิชาการ หรือกิจกรรมต่าง ๆ	.747
CK_231	ท่านสามารถระบุหรืออธิบายความหมายเกี่ยวกับเนื้อหาสาระที่สอนได้	.607
CK_235	ท่านคิดว่าเนื้อหาคณิตศาสตร์ในระดับมัธยมศึกษาที่จัดการเรียนการสอนในปัจจุบัน มีมากเกินความจำเป็นต่อการนำไปใช้ในอนาคตของผู้เรียน	.597

จากตาราง 28 ข้างต้น เมื่อพิจารณาการจำแนกตัวแปรที่ส่งผลต่อการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในปัจจุบันของครู สำหรับ**ด้านความรู้ทางเนื้อหา** ให้อยู่ในปัจจัยใดปัจจัยหนึ่งโดยใช้ค่าน้ำหนักปัจจัยที่สูงสุด ผู้วิจัยสามารถจำแนกปัจจัยได้ทั้ง 7 ตัวแปร ได้แก่ CK_231, CK_232, . . . , CK_237 เนื่องจากมีค่าน้ำหนักปัจจัยตั้งแต่ .597 - .874 ซึ่งมีค่ามากกว่า .2 ตามความเหมาะสมที่ผู้วิจัยตั้งไว้ ส่งผลให้สามารถสรุปปัจจัยที่ส่งผลต่อการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในปัจจุบันของครูที่สอนวิชาคณิตศาสตร์ โรงเรียนในสังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษาลพบุรี ซึ่งเป็นโรงเรียนที่มีขนาดกลางขึ้นไป แบ่งเป็น 1 ปัจจัย ดังนี้

ปัจจัยที่ 5 ประกอบด้วยตัวแปร 7 ตัว ได้แก่ CK_231, CK_232, CK_233, . . . , CK_237 จึงตั้งชื่อปัจจัยนี้ว่า “ความรู้ทางด้านเนื้อหาของครู”

สำหรับตารางต่อไป เป็นการแสดงค่าน้ำหนักปัจจัยจากการดำเนินการหมุนแกนปัจจัยด้วยวิธีแวริแมกซ์ ของตัวแปรด้านกิจกรรมการเรียนการสอน

ตาราง 29 แสดงค่าน้ำหนักปัจจัยจากการดำเนินการหมุนแกนปัจจัยด้วยวิธีแวริแมกซ์ ของตัวแปรด้านกิจกรรมการเรียนการสอน

ตัวแปร	ข้อความ	ปัจจัย	
		6	7
ด้านกิจกรรมการเรียนการสอน			
IA_245	ท่านคิดว่าผู้เรียนจะรู้สึกสนใจในบทเรียนมากขึ้น เมื่อนำรูปแบบการสอน หรือเทคนิคการสอนต่าง ๆ ร่วมกับการใช้เทคโนโลยี	.851	
IA_248	การเลือกใช้เทคโนโลยีเพื่อสร้างสื่อการสอนให้เหมาะสมกับบริบทของเนื้อหาสาระของวิชาคณิตศาสตร์ จะช่วยให้ผู้เรียนสามารถสร้างความรู้เกี่ยวกับเนื้อหาเหล่านั้นด้วยตนเองได้	.826	
IA_247	การเลือกใช้เทคนิคหรือวิธีการสอนที่เหมาะสมต่อการนำเสนอเนื้อหาสาระของวิชาคณิตศาสตร์ ทำให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้ในแต่ละบทเรียนง่ายขึ้น	.784	
IA_246	ทคโนโลยีเป็นสิ่งสำคัญต่อการกระตุ้น และสร้างมโนภาพให้ผู้เรียนเกิดความเข้าใจในเนื้อหาสาระของวิชาคณิตศาสตร์ยิ่งขึ้น	.774	
IA_242	ท่านมีความพึงพอใจ เมื่อได้จัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่เน้นให้ผู้เรียนลงมือปฏิบัติด้วยตนเอง	.712	

ตาราง 29 (ต่อ)

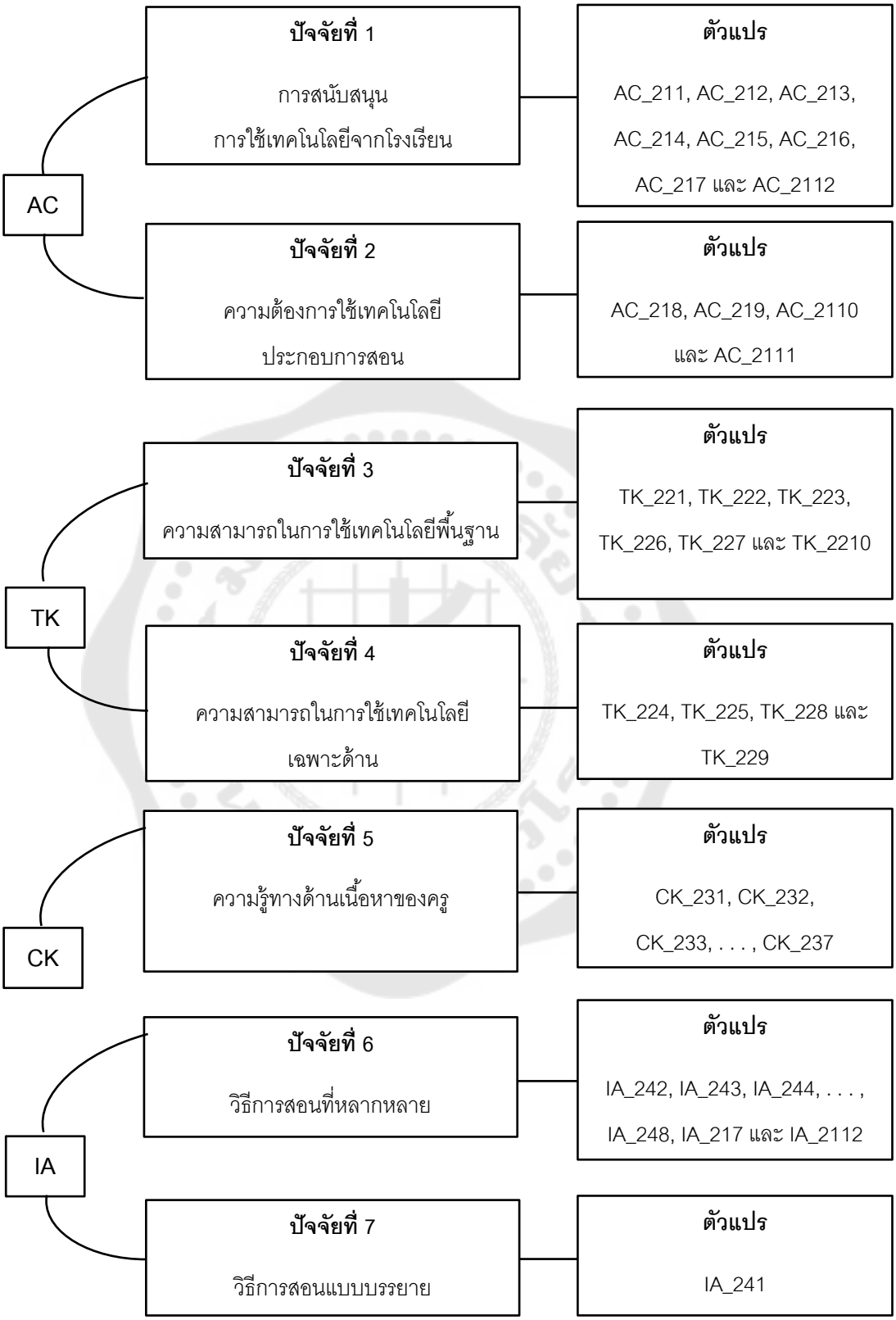
ตัวแปร	ข้อความ	ปัจจัย	
		6	7
ด้านกิจกรรมการเรียนการสอน			
IA_243	ท่านมีความพึงพอใจ เมื่อได้จัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่เน้นการแลกเปลี่ยนความรู้ระหว่างผู้เรียนกับผู้เรียน หรือผู้เรียนกับผู้สอน	.652	
IA_244	ท่านมีความพึงพอใจ เมื่อได้จัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่ผู้เรียนสามารถสร้างข้อความคาดการณ์ด้วยตนเองได้	.638	
IA_241	ท่านชอบวิธีการสอนแบบบรรยาย		.917

จากตาราง 29 ข้างต้น เมื่อพิจารณาการจำแนกตัวแปรที่ส่งผลต่อการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในปัจจุบันของครู สำหรับ**ด้านกิจกรรมการเรียนการสอน** ให้อยู่ในปัจจัยใดปัจจัยหนึ่งโดยใช้ค่าน้ำหนักปัจจัยที่สูงสุด ผู้วิจัยสามารถจำแนกปัจจัยได้ทั้ง 8 ตัวแปร ได้แก่ IA_241, IA_242, IA_243, . . . , IA_248 เนื่องจากมีค่าน้ำหนักปัจจัยตั้งแต่ .638 - .917 ซึ่งมีค่ามากกว่า .2 ตามความเหมาะสมที่ผู้วิจัยตั้งไว้ ส่งผลให้สามารถสรุปปัจจัยที่ส่งผลต่อการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในปัจจุบันของครูที่สอนวิชาคณิตศาสตร์ โรงเรียนในสังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษาลพบุรี ซึ่งเป็นโรงเรียนที่มีขนาดกลางขึ้นไป แบ่งเป็น 2 ปัจจัย ดังนี้

ปัจจัยที่ 6 ประกอบด้วยตัวแปร 7 ตัว ได้แก่ IA_242, IA_243, IA_244, . . . , IA_248 จึงตั้งชื่อปัจจัยนี้ว่า “วิธีการสอนที่หลากหลาย”

ปัจจัยที่ 7 ประกอบด้วยตัวแปร 1 ตัว ได้แก่ IA_241 จึงตั้งชื่อปัจจัยนี้ว่า “วิธีการสอนแบบบรรยาย”

จากข้อมูลข้างต้น ผู้วิจัยสามารถสรุปปัจจัยที่ส่งผลต่อการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในปัจจุบันของครูที่สอนวิชาคณิตศาสตร์ โรงเรียนในสังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษาลพบุรี ซึ่งเป็นโรงเรียนที่มีขนาดกลางขึ้นไป ดังภาพประกอบ 16



ภาพประกอบ 16 ปัจจัยที่ส่งผลต่อการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในปัจจุบันของครู

1.4 การทดสอบสมมติของการวิจัย

เพื่อทดสอบสมมติฐานในงานวิจัยที่ว่า เพศ อายุ และระดับการศึกษาของครูคณิตศาสตร์ที่แตกต่างกัน มีค่าปัจจัยที่ส่งผลต่อการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในปัจจุบันของครูคณิตศาสตร์แต่ละปัจจัยแตกต่างกัน ผู้วิจัยแสดงผลการวิเคราะห์ดังตาราง 30

ตาราง 30 ผลการทดสอบสมมติเกี่ยวกับปัจจัยที่ส่งผลต่อการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ของครู

ลักษณะ	Independent Sample Test		
	t	df	Sig.
เพศ			
การสนับสนุนการใช้เทคโนโลยีจากโรงเรียน	-.153	58	.879
ความต้องการใช้เทคโนโลยีประกอบการสอน	.581	58	.564
ความสามารถในการใช้เทคโนโลยีพื้นฐาน	.536	58	.594
ความสามารถในการใช้เทคโนโลยีเฉพาะด้าน	.093	58	.926
ความรู้ทางด้านเนื้อหาของครู	.016	22.786	.987
วิธีการสอนที่หลากหลาย	-.660	58	.512
วิธีการสอนแบบบรรยาย	-.088	58	.930
อายุ			
การสนับสนุนการใช้เทคโนโลยีจากโรงเรียน	.659	37.333	.514
ความต้องการใช้เทคโนโลยีประกอบการสอน	.272	58	.787
ความสามารถในการใช้เทคโนโลยีพื้นฐาน	.399	58	.691
ความสามารถในการใช้เทคโนโลยีเฉพาะด้าน	4.999**	39.843	.000
ความรู้ทางด้านเนื้อหาของครู	.815	58	.419
วิธีการสอนที่หลากหลาย	-.241	58	.810
วิธีการสอนแบบบรรยาย	.194	58	.847

ตาราง 30 (ต่อ)

ลักษณะ	Independent Sample Test		
	t	df	Sig.
ระดับการศึกษา			
การสนับสนุนการใช้เทคโนโลยีจากโรงเรียน	.478	58	.635
ความต้องการใช้เทคโนโลยีประกอบการสอน	1.644	58	.106
ความสามารถในการใช้เทคโนโลยีพื้นฐาน	.097	58	.923
ความสามารถในการใช้เทคโนโลยีเฉพาะด้าน	1.783	58	.080
ความรู้ทางด้านเนื้อหาของครู	.616	58	.540
วิธีการสอนที่หลากหลาย	.769	58	.445
วิธีการสอนแบบบรรยาย	-1.616	58	.112

** *ที่ระดับนัยสำคัญทางสถิติ .01*

จากตาราง 30 ข้างต้น เมื่อพิจารณา**เพศและระดับการศึกษาของครู** พบว่า ปัจจัย (1) การสนับสนุนการใช้เทคโนโลยีจากโรงเรียน (2) ความต้องการใช้เทคโนโลยีประกอบการสอน (3) ความสามารถในการใช้เทคโนโลยีพื้นฐาน (4) ความสามารถในการใช้เทคโนโลยีเฉพาะด้าน (5) ความรู้ด้านเนื้อหา (6) วิธีการสอนที่หลากหลาย และ (7) วิธีการสอนแบบบรรยาย ไม่แตกต่างกันที่ระดับนัยสำคัญทางสถิติ .05 ในขณะที่ **อายุ** มีปัจจัย (1) การสนับสนุนการใช้เทคโนโลยีจากโรงเรียน (2) ความต้องการใช้เทคโนโลยีประกอบการสอน (3) ความสามารถในการใช้เทคโนโลยีพื้นฐาน (4) ความรู้ทางด้านเนื้อหาของครู (5) วิธีการสอนที่หลากหลาย และ (6) วิธีการสอนแบบบรรยาย ไม่แตกต่างกัน แต่มีปัจจัยความสามารถในการใช้เทคโนโลยีเฉพาะด้านแตกต่างกันที่ระดับนัยสำคัญทางสถิติ .05

ตอนที่ 2 ปัจจัยที่ส่งผลต่อการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในปัจจุบันของนักเรียนระดับมัธยมศึกษา โรงเรียนในสังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษาลพบุรี ซึ่งเป็นโรงเรียนที่มีขนาดกลางขึ้นไป

การวิเคราะห์ปัจจัยที่ส่งผลต่อการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในปัจจุบันของนักเรียนระดับมัธยมศึกษา โรงเรียนในสังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษาลพบุรี ซึ่งเป็นโรงเรียนที่มีขนาดกลางขึ้นไป ผู้วิจัยจะนำเสนอผลการวิเคราะห์ข้อมูลทำนองเดียวกับตอนที่ 1 ดังนี้

2.1 ข้อมูลพื้นฐานของกลุ่มตัวอย่าง

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้เป็นนักเรียนระดับมัธยมศึกษาจำนวน 400 คน ในภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2565 ของสังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษาลพบุรี ซึ่งเป็นโรงเรียนที่มีขนาดกลางขึ้นไป โดยจำแนกตามโรงเรียน เพศ อายุ แผนการเรียน และระดับการศึกษา ปรากฏผลดังตาราง 31

ตาราง 31 จำนวนและค่าร้อยละของนักเรียนระดับมัธยมศึกษา สังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษาลพบุรี ซึ่งเป็นโรงเรียนที่มีขนาดกลางขึ้นไป ที่ตอบแบบสอบถามของนักเรียน โดยจำแนกตามโรงเรียน เพศ อายุ แผนการเรียน และระดับการศึกษา

ข้อคำถาม	คุณลักษณะ	จำนวนผู้ตอบแบบสอบถาม (คน)	ร้อยละ
โรงเรียน	โคกสำโรงวิทยา	26	6.50
	ชัยบาดาลวิทยา	97	24.30
	บ้านหมี่วิทยา	38	9.50
	พระนารายณ์	38	9.50
	พัฒนานิคม	58	14.40
	พิบูลวิทยาลัย	97	24.30
	วิทยาศาสตร์จุฬาภรณราชวิทยาลัย ลพบุรี	46	11.50
	รวม	**400**	**100.00**
เพศ	ชาย	149	37.30
	หญิง	251	62.70
	รวม	**400**	**100.00**

ตาราง 31 (ต่อ)

ข้อคำถาม	คุณลักษณะ	จำนวนผู้ตอบแบบสอบถาม (คน)	ร้อยละ
อายุ	11 – 15 ปี	186	46.50
	16 – 18 ปี	214	53.50
	รวม	**400**	**100.00**
แผนการเรียน	วิทย์ - คณิต	355	88.70
	อื่น ๆ	45	11.30
	รวม	**400**	**100.00**
ระดับการศึกษา	ระดับมัธยมศึกษาตอนต้น	193	48.30
	ระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย	207	51.70
	รวม	**400**	**100.00**

จากตาราง 31 ข้างต้น เมื่อพิจารณานักเรียนที่ตอบแบบสอบถามซึ่ง**จำแนกตามโรงเรียน** พบว่า มีจำนวนทั้งหมด 400 คน ประกอบด้วย 7 โรงเรียน โดยมีจำนวนนักเรียนที่ตอบแบบสอบถามมากที่สุด ได้แก่ โรงเรียนชัยบาดาลวิทยา และโรงเรียนพิบูลวิทยาลัย พบว่า มีจำนวนนักเรียนที่ตอบแบบสอบถามเท่ากัน นั่นคือ จำนวน 97 คน คิดเป็นร้อยละ 24.30 รองลงมา คือ โรงเรียนพัฒนานิคม มีจำนวน 58 คน คิดเป็นร้อยละ 14.40 ส่วนโรงเรียนวิทยาศาสตร์จุฬาภรณราชวิทยาลัย ลพบุรี มีจำนวน 46 คน คิดเป็นร้อยละ 11.50 ในขณะที่โรงเรียนพระนารายณ์กับโรงเรียนบ้านหมี่วิทยา มีจำนวนนักเรียนที่ตอบแบบสอบถามเท่ากัน นั่นคือ จำนวน 38 คน คิดเป็นร้อยละ 9.50 และสำหรับโรงเรียนโคกสำโรงวิทยา มีจำนวน 26 คน คิดเป็นร้อยละ 6.50 นอกจากนี้ เมื่อพิจารณานักเรียนที่ตอบแบบสอบถามซึ่ง**จำแนกตามเพศ** พบว่า มีนักเรียนที่ตอบแบบสอบถามเป็นเพศหญิงจำนวน 251 คน คิดเป็นร้อยละ 62.70 ซึ่งมากกว่าเพศชายที่ตอบแบบสอบถามเพียงจำนวน 149 คน คิดเป็นร้อยละ 37.30

อย่างไรก็ตาม เมื่อพิจารณานักเรียนที่ตอบแบบสอบถามซึ่ง**จำแนกตามอายุ** พบว่า มีจำนวนนักเรียนที่ตอบแบบสอบถามมากที่สุดอยู่ในช่วงอายุตั้งแต่ 16 – 18 ปี จำนวน 214

คน คิดเป็นร้อยละ 53.50 ในขณะที่ช่วง 11 – 15 ปี มีเพียงจำนวน 186 คน คิดเป็นร้อยละ 46.50 ส่วนจำนวนนักเรียนที่ตอบแบบสอบถามซึ่ง**จำแนกตามแผนการเรียน** พบว่า มีนักเรียนที่ตอบแบบสอบถามอยู่แผนการเรียนวิทย์ – คณิต และแผนการเรียนอื่น ๆ ซึ่งนอกเหนือจากแผนการเรียนวิทย์ – คณิต เช่น แผนการเรียนคณิต – คอม หรือศิลป์ – คำนวณ จำนวน 355 คน และ 45 คน คิดเป็นร้อยละ 88.70 และ 11.30 ตามลำดับ สาเหตุที่จำนวนนักเรียนแผนการเรียนวิทย์ – คณิต มีจำนวนมากกว่าแผนการเรียนอื่น ๆ อยู่จำนวน 310 คน คิดเป็นร้อยละ 77.4 อาจเนื่องมาจากโรงเรียนส่วนใหญ่มีจำนวนนักเรียนแผนการเรียนวิทย์ – คณิต มากกว่าแผนการเรียนอื่น ๆ ทำให้ผลการสุ่มกลุ่มตัวอย่างที่นำมาใช้ในงานวิจัยครั้งนี้ส่วนใหญ่เป็นนักเรียนแผนการเรียนวิทย์ – คณิต และเมื่อพิจารณานักเรียนที่ตอบแบบสอบถามซึ่ง**จำแนกตามระดับการศึกษา** พบว่า มีนักเรียนที่ตอบแบบสอบถามศึกษาในระดับมัธยมศึกษาตอนปลายจำนวน 207 คน คิดเป็นร้อยละ 51.70 ซึ่งมากกว่านักเรียนที่ศึกษาในระดับมัธยมศึกษาตอนต้นที่ตอบแบบสอบถามจำนวน 193 คน คิดเป็นร้อยละ 48.30

สำหรับตารางต่อไป เป็นการแสดงจำนวนและค่าร้อยละของนักเรียนระดับมัธยมศึกษา สังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษาลพบุรี ซึ่งเป็นโรงเรียนที่มีขนาดกลางขึ้นไป ที่ตอบแบบสอบถามโดยพิจารณาจากข้อคำถามที่เกี่ยวข้องกับลักษณะความชอบในการเรียน ความพร้อมด้านอุปกรณ์ทางเทคโนโลยีที่ใช้ประกอบการเรียน การเข้าถึงอินเทอร์เน็ต และระยะเวลาในการใช้อินเทอร์เน็ตปฏิบัติกิจกรรมต่าง ๆ ปรากฏผลดังตาราง 32

ตาราง 32 จำนวนและค่าร้อยละของนักเรียนระดับมัธยมศึกษา สังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษาลพบุรี ซึ่งเป็นโรงเรียนที่มีขนาดกลางขึ้นไป ที่ตอบแบบสอบถามของนักเรียน โดยพิจารณาจากลักษณะความชอบในการเรียน ความพร้อมด้านอุปกรณ์ทางเทคโนโลยีที่ใช้ประกอบการเรียน การเข้าถึงอินเทอร์เน็ต และระยะเวลาในการใช้อินเทอร์เน็ตปฏิบัติกิจกรรมต่างๆ

ข้อคำถาม	คุณลักษณะ	จำนวนผู้ตอบแบบสอบถาม (คน)	ร้อยละ
นักเรียนชอบการเรียนแบบใดมากที่สุด	การเรียนในชั้นเรียน	282	70.50
	การเรียนแบบออนไลน์ เช่น การเรียนผ่านโปรแกรม Zoom Meeting	118	29.50
	รวม	**400**	**100.00**

ตาราง 32 (ต่อ)

ข้อคำถาม	คุณลักษณะ		จำนวนผู้ตอบแบบสอบถาม (คน)	ร้อยละ
นักเรียนมีอุปกรณ์เหล่านี้หรือไม่	คอมพิวเตอร์แบบตั้งโต๊ะ (Desktop computer)	มี	119	29.80
		ไม่มี	281	70.2
		รวม	**400**	**100.00**
	คอมพิวเตอร์แบบพกพา (Laptop หรือ Notebook)	มี	159	39.80
		ไม่มี	241	60.20
		รวม	**400**	**100.00**
	โทรศัพท์อัจฉริยะ (Smartphone)	มี	379	94.80
		ไม่มี	21	5.20
		รวม	**400**	**100.00**
	แท็บเล็ต (Tablet device) หรือ iPad	มี	137	34.30
		ไม่มี	263	65.70
		รวม	**400**	**100.00**
	เครื่องคิดเลขขั้นสูง เช่น TI-Nspire CX II หรือ Casio CI FX-991EX-PK	มี	43	10.80
		ไม่มี	357	89.30
		รวม	**400**	**100.00**
นักเรียนเข้าถึงอินเทอร์เน็ตจากที่ใดบ้าง	บ้าน (Home)	มี	120	30.00
		ไม่มี	280	70.00
		รวม	**400**	**100.00**
	โรงเรียน (School)	มี	263	65.80
		ไม่มี	137	34.20
		รวม	**400**	**100.00**
	อื่น ๆ เช่น ร้านอินเทอร์เน็ต (Cybercafe)	มี	117	29.30
		ไม่มี	283	70.70
		รวม	**400**	**100.00**

ตาราง 32 (ต่อ)

ข้อคำถาม	คุณลักษณะ	จำนวนผู้ตอบแบบสอบถาม (คน)	ร้อยละ
นักเรียนใช้อินเทอร์เน็ตปฏิบัติกิจกรรมต่าง ๆ เฉลี่ยวันละกี่ชั่วโมง	น้อยกว่า 4 ชั่วโมง	69	17.30
	5 – 8 ชั่วโมง	112	28.00
	9 – 12 ชั่วโมง	116	29.00
	มากกว่า 12 ชั่วโมง	103	25.70
	รวม	**400**	**100.00**

สำหรับตาราง 32 ข้างต้น แสดงให้เห็นว่า จากจำนวนนักเรียนที่ตอบแบบสอบถามทั้งหมด 400 คน เมื่อพิจารณา**ลักษณะความชอบในการเรียน** พบว่า มีนักเรียนที่ชอบการเรียนในชั้นเรียน จำนวน 282 คน คิดเป็นร้อยละ 70.50 ส่วนนักเรียนที่ชอบการเรียนแบบออนไลน์ เช่น การเรียนผ่านโปรแกรม Zoom Meeting มีเพียงจำนวน 118 คน คิดเป็นร้อยละ 29.50 และเมื่อพิจารณา**ความพร้อมด้านอุปกรณ์ทางเทคโนโลยีที่ใช้ประกอบการเรียน** พบว่า อุปกรณ์ทางเทคโนโลยีของนักเรียนที่มีมากที่สุด ได้แก่ โทรศัพท์อัจฉริยะและคอมพิวเตอร์แบบพกพา ซึ่งมีจำนวน 379 คน และ 159 คน คิดเป็นร้อยละ 94.80 และ 39.80 ตามลำดับ แสดงว่ามีนักเรียนจำนวน 21 คน และ 241 คน คิดเป็นร้อยละ 5.20 และ 60.20 ที่ไม่มีโทรศัพท์อัจฉริยะและคอมพิวเตอร์แบบพกพา ตามลำดับ ในขณะที่อุปกรณ์ทางเทคโนโลยีของนักเรียนซึ่งมีรองลงมา คือ คอมพิวเตอร์แบบตั้งโต๊ะ มีจำนวน 119 คน คิดเป็นร้อยละ 29.80 แสดงว่ามีนักเรียนจำนวน 281 คน คิดเป็นร้อยละ 70.2 ที่ไม่มีคอมพิวเตอร์แบบตั้งโต๊ะ อย่างไรก็ตาม มีนักเรียนที่ใช้แท็บเล็ต หรือ iPad อยู่จำนวน 137 คน คิดเป็นร้อยละ 34.30 ส่วนนักเรียนที่ไม่ใช้แท็บเล็ต หรือ iPad มีจำนวน 263 คน คิดเป็นร้อยละ 65.70 และสำหรับอุปกรณ์ทางเทคโนโลยีของนักเรียนที่มีน้อยที่สุด คือ เครื่องคิดเลขขั้นสูง เช่น TI-Nspire CX II หรือ Casio CI FX-991EX-PK ซึ่งมีเพียง

จำนวน 43 คน คิดเป็นร้อยละ 10.80 แสดงว่ามีนักเรียนจำนวน 357 คน คิดเป็นร้อย 89.30 ที่ไม่มีเครื่องคิดเลขขั้นสูง

นอกจากนี้ เมื่อพิจารณา**การเข้าถึงอินเทอร์เน็ต** พบว่า สถานที่ของนักเรียนส่วนใหญ่ซึ่งสามารถเข้าถึงอินเทอร์เน็ตมากที่สุด คือ โรงเรียน โดยมีจำนวน 263 คน คิดเป็นร้อยละ 65.80 แสดงว่ามีนักเรียนจำนวน 137 คน คิดเป็นร้อยละ 34.20 ที่ไม่สามารถเข้าถึงอินเทอร์เน็ตจากโรงเรียนได้ รองลงมา คือ ที่บ้าน มีจำนวน 120 คน คิดเป็นร้อยละ 28.00 ส่วนสถานที่อื่น ๆ ซึ่งนอกเหนือจากโรงเรียนและที่บ้าน เช่น ร้านอินเทอร์เน็ต มีนักเรียนจำนวน 117 คน คิดเป็นร้อยละ 29.30 ที่เลือกไปใช้บริการอินเทอร์เน็ตในบางเวลา แสดงว่ามีนักเรียนจำนวน 283 คน คิดเป็นร้อยละ 70.70 ซึ่งไม่เลือกไปใช้บริการอินเทอร์เน็ตจากสถานที่อื่น ๆ และเมื่อพิจารณา**ระยะเวลาในการใช้อินเทอร์เน็ตปฏิบัติกิจกรรมต่าง ๆ** พบว่า ช่วงระยะเวลาของนักเรียนที่ใช้อินเทอร์เน็ตปฏิบัติกิจกรรมต่าง ๆ โดยเฉลี่ยต่อวันที่มากที่สุด คือ 9 – 12 ชั่วโมง มีจำนวน 116 คน คิดเป็นร้อยละ 29.00 รองลงมา คือ 5 – 8 ชั่วโมง และมากกว่า 12 ชั่วโมง มีจำนวน 112 คน และ 103 คน คิดเป็นร้อยละ 28.00 และ 25.70 ตามลำดับ ส่วนช่วงระยะเวลาของนักเรียนที่ใช้อินเทอร์เน็ตปฏิบัติกิจกรรมต่าง ๆ โดยเฉลี่ยต่อวันที่น้อยที่สุด คือ น้อยกว่า 4 ชั่วโมง มีจำนวน 69 คน คิดเป็นร้อยละ 17.30

2.2 ปัจจัยที่ส่งผลต่อการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในปัจจุบันของนักเรียนระดับมัธยมศึกษา โรงเรียนในสังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษาลพบุรี ซึ่งเป็นโรงเรียนที่มีขนาดกลางขึ้นไป

ผู้วิจัยศึกษาปัจจัย 4 ด้าน ได้แก่ (1) ด้านการรับรู้เกี่ยวกับการใช้เทคโนโลยี ประกอบด้วย 12 ตัวแปร (2) ด้านความรู้ทางเทคโนโลยี ประกอบด้วย 10 ตัวแปร (3) ด้านความรู้ทางเนื้อหา ประกอบด้วย 7 ตัวแปร และ (4) ด้านกิจกรรมการเรียนการสอน ประกอบด้วย 8 ตัวแปร โดยแบบสอบถามของนักเรียนมีเกณฑ์การให้คะแนน และการแปลผลในทำนองเดียวกับแบบสอบถามของครู

ผลการวิจัย พบว่า ค่าเฉลี่ย ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนจากแบบสอบถามเกี่ยวกับปัจจัยที่ส่งผลต่อการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในปัจจุบันของนักเรียนระดับมัธยมศึกษา ในแต่ละข้อ แต่ละด้าน และทั้งฉบับปรากฏผลดังตาราง 33

ตาราง 33 ค่าเฉลี่ย ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนจากแบบสอบถามของนักเรียน

ตัวแปร	ข้อความ	$\bar{x}$	S.D.	ระดับ
ด้านการรับรู้เกี่ยวกับการใช้เทคโนโลยี				
AC _211	โรงเรียนของนักเรียนมีคอมพิวเตอร์เพียงพอต่อการใช้งาน	4.20	0.83	ค่อนข้างมาก
AC _212	โรงเรียนของนักเรียนสนับสนุนพื้นที่จัดเก็บข้อมูลในระบบ Cloud เช่น Google drive หรือ Microsoft OneDrive	3.97	0.97	ค่อนข้างมาก
AC _213	โรงเรียนของนักเรียนสนับสนุนเกี่ยวกับซอฟต์แวร์ที่ใช้ประกอบการเรียน เช่น Microsoft Office หรือ Zoom Meeting	4.10	0.89	ค่อนข้างมาก
AC _214	โรงเรียนของนักเรียนมีเครื่องโปรเจคเตอร์	4.35	0.82	ค่อนข้างมาก
AC _215	โรงเรียนของนักเรียนมีเครื่องปริ้นเตอร์	3.85	1.03	ค่อนข้างมาก
AC _216	โรงเรียนของนักเรียนมีอินเทอร์เน็ตความเร็วสูง หรือ Wi-Fi	4.22	0.85	ค่อนข้างมาก
AC _217	โรงเรียนของนักเรียนให้ความสำคัญกับการเขียนโปรแกรมด้วยภาษาใดภาษาหนึ่ง เช่น ภาษา Python, C, C++ หรือ Java	3.39	0.98	ปานกลาง
AC _218	นักเรียนต้องการใช้เทคโนโลยีประกอบการเรียน เพราะ เทคโนโลยีช่วยให้นักเรียนเข้าใจเป็นรูปธรรมยิ่งขึ้น	4.19	0.88	ค่อนข้างมาก
AC _219	นักเรียนต้องการใช้เทคโนโลยีประกอบการเรียน เพราะ เทคโนโลยีเปรียบเสมือนตัวกลางสำหรับติดต่อสื่อสารทั้งภายในและภายนอกโรงเรียน	4.31	0.82	ค่อนข้างมาก
AC _2110	นักเรียนต้องการใช้เทคโนโลยีประกอบการเรียน เพราะ เทคโนโลยีช่วยให้นักเรียนสามารถค้นคว้าหาข้อมูลได้ง่ายขึ้น	4.49	0.75	ค่อนข้างมาก

ตาราง 33 (ต่อ)

ตัวแปร	ข้อความ	$\bar{x}$	S.D.	ระดับ
ด้านการรับรู้เกี่ยวกับการใช้เทคโนโลยี				
AC _2111	นักเรียนต้องการใช้เทคโนโลยีประกอบการเรียน เพราะ เทคโนโลยีช่วยสร้างนวัตกรรมการเรียนรู้ และพัฒนาการเรียนการเรียนให้ดีขึ้น	4.33	0.75	ค่อนข้างมาก
AC_2112	การมีความรู้ด้านเทคโนโลยีสามารถส่งเสริมต่อประสิทธิภาพการจัดการเรียนการสอน	4.30	0.81	ค่อนข้างมาก
สรุปผลด้านการรับรู้เกี่ยวกับการใช้เทคโนโลยี		**4.14**	**0.87**	**ค่อนข้างมาก**
ด้านความรู้ทางเทคโนโลยี				
TK_221	นักเรียนสามารถใช้โปรแกรม Word Processor ได้ เช่น Microsoft-Word หรือ Google Docs	3.85	0.95	ค่อนข้างมาก
TK_222	นักเรียนสามารถใช้โปรแกรม Electronic Spreadsheet ได้ เช่น Microsoft-Excel หรือ Google Sheets	3.49	1.01	ปานกลาง
TK_223	นักเรียนสามารถใช้โปรแกรมนำเสนองานโดยใช้ PowerPoint หรือ Google Slide	3.83	0.97	ค่อนข้างมาก
TK_224	นักเรียนสามารถใช้โปรแกรมเรขาคณิตพลวัตได้ (Dynamic geometry software) เช่น โปรแกรม GSP หรือ GeoGebra	3.02	1.18	ปานกลาง
TK_225	นักเรียนสามารถเขียนโปรแกรมด้วยภาษาใดภาษาหนึ่งได้ เช่น ภาษา C, C++, Python หรือ Java	2.85	1.14	ปานกลาง
TK_226	นักเรียนสามารถสื่อสารผ่านอินเทอร์เน็ตได้ เช่น Email, Line หรือ Messenger	4.51	0.81	มาก

ตาราง 33 (ต่อ)

ตัวแปร	ข้อความ	$\bar{x}$	S.D.	ระดับ
ด้านความรู้ทางเทคโนโลยี				
TK_227	นักเรียนสามารถจัดเก็บข้อมูลที่หลากหลายได้ เช่น Flash card, CD, DVD, Google drive หรือ Dropbox	3.65	1.00	ค่อนข้างมาก
TK_228	นักเรียนติดตามเทคโนโลยีที่ทันสมัย พร้อมทั้งศึกษาการใช้งานอยู่เสมอ	4.00	0.92	ค่อนข้างมาก
TK_229	นักเรียนสามารถใช้ซอฟต์แวร์ (Software) เฉพาะด้านประกอบการเรียนคณิตศาสตร์ได้ เช่น Scratch	3.19	1.07	ปานกลาง
TK_2210	นักเรียนคิดว่าความรู้ด้านเทคโนโลยี ส่งผลต่อการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในปัจจุบัน	4.01	0.94	ค่อนข้างมาก
	สรุปผลด้านความรู้ทางเทคโนโลยี	**3.64**	**0.99**	**ค่อนข้างมาก**
ด้านความรู้ทางเนื้อหา				
CK_231	นักเรียนสามารถระบุหรืออธิบายความหมายเกี่ยวกับเนื้อหาสาระที่เรียนได้	3.51	0.82	ค่อนข้างมาก
CK_232	นักเรียนอธิบายที่มาของเนื้อหาสาระที่เรียนได้	3.38	0.86	ปานกลาง
CK_233	นักเรียนสามารถนำองค์ความรู้ที่มีมาประยุกต์ใช้ได้อย่างถูกต้อง	3.60	0.87	ค่อนข้างมาก
CK_234	นักเรียนหาความรู้เพิ่มเติมจากแหล่งข้อมูลที่ทันสมัยอยู่เสมอ เช่น หนังสือ บทความ การประชุมวิชาการ หรือกิจกรรมต่าง ๆ	3.58	0.95	ค่อนข้างมาก
CK_235	นักเรียนคิดว่าเนื้อหาคณิตศาสตร์ในระดับมัธยมศึกษาที่จัดการเรียนการสอนในปัจจุบัน มีมากเกินความจำเป็นต่อการนำไปใช้ในอนาคต	3.71	0.99	ค่อนข้างมาก

ตาราง 33 (ต่อ)

ตัวแปร	ข้อความ	$\bar{x}$	S.D.	ระดับ
ด้านความรู้ทางเนื้อหา				
CK_236	นักเรียนคิดว่าเนื้อหาที่จัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในปัจจุบัน ตอบสนองต่อความต้องการ	3.38	0.94	ปานกลาง
CK_237	นักเรียนคิดว่าการมีโจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ซับซ้อน จะส่งผลต่อประสิทธิภาพการเรียนการสอนคณิตศาสตร์	3.67	0.99	ค่อนข้างมาก
	สรุปผลด้านความรู้ทางเนื้อหา	**3.55**	**0.92**	**ค่อนข้างมาก**
ด้านกิจกรรมการเรียนการสอน				
IA_241	นักเรียนชอบวิธีการสอนแบบบรรยาย	3.56	1.01	ปานกลาง
IA_242	นักเรียนมีความพึงพอใจ เมื่อได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่เน้นให้นักเรียนลงมือปฏิบัติด้วยตนเอง	3.91	0.88	ค่อนข้างมาก
IA_243	นักเรียนมีความพึงพอใจ เมื่อได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่เน้นการแลกเปลี่ยนความรู้ระหว่างนักเรียนกับเพื่อนหรือนักเรียนกับผู้สอน	3.97	0.91	ค่อนข้างมาก
IA_244	นักเรียนมีความพึงพอใจ เมื่อได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่นักเรียนสามารถสร้างข้อความคาดการณ์ด้วยตนเองได้	3.79	0.88	ค่อนข้างมาก
IA_245	นักเรียนรู้สึกสนใจในบทเรียนมากขึ้น เมื่อครูนำรูปแบบการสอน หรือเทคนิคการสอนต่าง ๆ ร่วมกับการใช้เทคโนโลยี	4.05	0.88	ค่อนข้างมาก
IA_246	เทคโนโลยีเป็นสิ่งสำคัญต่อการกระตุ้น และสร้างมโนภาพให้นักเรียนเกิดความเข้าใจในเนื้อหาสาระของวิชาคณิตศาสตร์ยิ่งขึ้น	3.99	0.85	ค่อนข้างมาก

ตาราง 33 (ต่อ)

ตัวแปร	ข้อความ	$\bar{x}$	S.D.	ระดับ
ด้านกิจกรรมการเรียนการสอน				
IA_247	การเลือกใช้เทคนิคหรือวิธีการสอนที่เหมาะสมต่อการนำเสนอเนื้อหาสาระของวิชาคณิตศาสตร์ ทำให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้ในแต่ละบทเรียนง่ายขึ้น	4.03	0.88	ค่อนข้างมาก
IA_248	การเลือกใช้เทคโนโลยีที่ให้เหมาะสมกับบริบทของเนื้อหาสาระของวิชาคณิตศาสตร์จะช่วยให้นักเรียนสามารถสร้างความรู้เกี่ยวกับเนื้อหาเหล่านั้นด้วยตนเองได้	3.98	0.84	ค่อนข้างมาก
	สรุปผลด้านกิจกรรมการเรียนการสอน	3.91	0.89	**ค่อนข้างมาก**
	รวมทั้งฉบับ	3.81	0.92	**ค่อนข้างมาก**

จากตาราง 33 ข้างต้น เมื่อพิจารณาแบบสอบถามของนักเรียน**ทั้งฉบับ**คะแนนของตัวแปร (ข้อคำถาม) ที่ส่งผลต่อการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในปัจจุบันมีค่าเฉลี่ยเลขคณิตเท่ากับ 3.81 และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน 0.92 แสดงว่าตัวแปรดังกล่าวส่งผลต่อการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในปัจจุบันของนักเรียนอยู่ในระดับค่อนข้างมาก และเมื่อพิจารณาตัวแปรที่ส่งผลต่อการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในปัจจุบันของนักเรียนแต่ละด้าน คะแนนของตัวแปร**ด้านการรับรู้เกี่ยวกับเทคโนโลยี**มีค่าเฉลี่ยเลขคณิตเท่ากับ 4.14 และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน 0.87 ในขณะที่คะแนนของตัวแปร**ด้านความรู้ทางเทคโนโลยี**มีค่าเฉลี่ยเลขคณิตเท่ากับ 3.64 และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน 0.99 ส่วนคะแนนของตัวแปร**ด้านความรู้ทางเนื้อหา**มีค่าเฉลี่ยเลขคณิตเท่ากับ 3.55 และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน 0.92 และคะแนนของตัวแปร**ด้านกิจกรรมการเรียนการสอน**มีค่าเฉลี่ยเลขคณิตเท่ากับ 3.91 และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน 0.89 แสดงว่าตัวแปรทั้ง 4 ด้านดังกล่าวส่งผลต่อการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในปัจจุบันของนักเรียนอยู่ในระดับค่อนข้างมากเช่นกัน

อย่างไรก็ตาม เมื่อพิจารณาตัวแปรที่ส่งผลต่อการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในปัจจุบันของนักเรียนแต่ละข้อ พบว่า คะแนนของตัวแปรที่ส่งผลต่อการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในปัจจุบันน้อยที่สุด 3 อันดับแรก ได้แก่ (1) ตัวแปร “ความสามารถในการเขียนโปรแกรมด้วย

ภาษาใดภาษาหนึ่งได้ เช่น ภาษา C, C++, Python หรือ Java (TK_225)" มีค่าเฉลี่ยเลขคณิตเท่ากับ 2.85 และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน 1.14 ซึ่งเป็นตัวแปรที่ส่งผลต่อการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในปัจจุบันของนักเรียนอยู่ในระดับปานกลาง (2) ตัวแปร "ความสามารถในการใช้โปรแกรมเรขาคณิตพลวัต เช่น โปรแกรม GSP หรือ GeoGebra (TK_224)" มีค่าเฉลี่ยเลขคณิตเท่ากับ 3.02 และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน 1.18 ซึ่งเป็นตัวแปรที่ส่งผลต่อการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในปัจจุบันของนักเรียนอยู่ในระดับปานกลาง และ (3) ตัวแปร "ความสามารถในการใช้ซอฟต์แวร์เฉพาะด้านประกอบการเรียนคณิตศาสตร์ เช่น Scratch (TK_229)" มีค่าเฉลี่ยเลขคณิตเท่ากับ 3.19 และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน 1.07 ซึ่งเป็นตัวแปรที่ส่งผลต่อการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในปัจจุบันของนักเรียนอยู่ในระดับปานกลาง โดยทั้ง 3 ตัวแปรที่ส่งผลต่อการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในปัจจุบันเป็นตัวแปรในด้านความรู้ทางเทคโนโลยีทั้ง 3 ตัว

จากผลการวิเคราะห์ข้างต้น แม้ว่าตัวแปรทั้ง 4 ด้าน จะส่งผลต่อการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในปัจจุบันของนักเรียนอยู่ในระดับค่อนข้างมาก แต่มีบางตัวแปร เช่น TK_225 ที่ส่งผลต่อการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในปัจจุบันของนักเรียนอยู่ในระดับปานกลาง ที่ควรให้ความสำคัญและพัฒนา เนื่องจากสอดคล้องกับผลการวิเคราะห์ตัวแปรที่ส่งผลต่อการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในปัจจุบันของครูที่ปรากฏผลดังตอนที่ 1 ซึ่งเป็นตัวแปรที่เกี่ยวข้องกับความรู้ทางเทคโนโลยี นั่นคือ ความสามารถในการเขียนโปรแกรมด้วยภาษาใดภาษาหนึ่ง และอย่างที่ทราบกันว่า ในช่วงปีที่ผ่านมาครูจัดการเรียนการสอนแบบออนไลน์ ซึ่งเป็นผลกระทบจากสถานการณ์โควิค – 19 ทำให้ปฏิเสธไม่ได้ว่า การเรียนแบบออนไลน์นั้นมีผลต่อการเรียนรู้เป็นอย่างมาก โดยเฉพาะวิชาภาคปฏิบัติอย่างวิชาวิทยาการคำนวณที่จำเป็นต้องเขียนโปรแกรมตามครู อาจส่งผลให้นักเรียนตามไม่ทัน และไม่เข้าใจเกี่ยวกับการเขียนโปรแกรม (ด้วยภาษาใดภาษาหนึ่งได้ เช่น ภาษา C, C++, Python หรือ Java) อย่างไรก็ตาม นักเรียนจะสามารถเขียนโปรแกรมให้ได้นั้น การมีความรู้เกี่ยวกับโครงสร้างของภาษาใดภาษาหนึ่งอาจไม่เพียงพอ แต่นักเรียนควรมีความรู้ทางคณิตศาสตร์ควบคู่กันด้วย โดยสังเกตจากหนังสือเรียน สสวท. รายวิชาวิทยาการคำนวณสำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษา ที่ให้นักเรียนเขียนโปรแกรมต่าง ๆ โดยอาศัยความรู้ทางคณิตศาสตร์ร่วม ฉะนั้นจึงควรให้ความสำคัญกับตัวแปร TK_225 โดยพัฒนาการจัดการเรียนการสอนที่เน้นการบูรณาการระหว่างคณิตศาสตร์กับการเขียนโปรแกรม เพื่อให้นักเรียนมีทักษะในด้านการเขียนโปรแกรมโดยอาศัยความรู้ทางคณิตศาสตร์เป็นพื้นฐาน และในทำนองเดียวกัน เพื่อให้นักเรียนมีทักษะด้านคณิตศาสตร์โดยอาศัยความรู้พื้นฐานจากการเขียนโปรแกรมด้วย นอกจากนี้ เมื่อพิจารณาผลการสำรวจความพร้อมด้านอุปกรณ์ทางเทคโนโลยีที่ใช้ประกอบการเรียนดังตาราง 31

แม้ว่าจำนวนนักเรียนที่มี (1) อุปกรณ์ทางเทคโนโลยีที่ใช้ประกอบการเรียน เช่น คอมพิวเตอร์แบบตั้งโต๊ะ คอมพิวเตอร์แบบพกพา แท็บเล็ต หรือ iPad และ (2) สามารถเข้าถึงอินเทอร์เน็ตจากที่บ้าน หรือเข้าถึงอินเทอร์เน็ตจากสถานที่อื่น ๆ ซึ่งนอกเหนือจากที่บ้านและโรงเรียน น้อยกว่าร้อยละ 50 อาจเนื่องมาจาก นักเรียนส่วนใหญ่ไม่มีกำลังมากพอที่จะซื้ออินเทอร์เน็ตและอุปกรณ์ดังกล่าวเป็นของตนเองได้ แต่การไม่มีอุปกรณ์ทางเทคโนโลยีที่ใช้ประกอบการเรียนเหล่านั้น หรือไม่สามารถเข้าถึงอินเทอร์เน็ตจากที่บ้านได้ ไม่เป็นอุปสรรคต่อการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เพราะว่า นักเรียนสามารถใช้งานคอมพิวเตอร์แบบตั้งโต๊ะ หรือคอมพิวเตอร์แบบพกพา โดยยืมจากทางโรงเรียน และยังสามารถเข้าถึงอินเทอร์เน็ตจากทางโรงเรียนได้เช่นกัน แสดงว่า โรงเรียนในสังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษาลพบุรี ซึ่งเป็นโรงเรียนที่มีขนาดกลางขึ้นไป ให้การสนับสนุนเกี่ยวกับอุปกรณ์ทางเทคโนโลยีที่ใช้ประกอบการเรียนและการเข้าถึงอินเทอร์เน็ต ด้วยเหตุนี้จึงทำให้ผู้วิจัยพัฒนากิจกรรมการเรียนการสอนที่เสริมสร้างระดับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เซต ตามกรอบทฤษฎี APOS โดยใช้ภาษาไพธอน สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษา เพื่อเป็นแนวทางหนึ่งในการเสริมสร้างระดับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนระดับมัธยมศึกษา

2.3 การวิเคราะห์ปัจจัยที่ส่งผลต่อการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในปัจจุบันของนักเรียนระดับมัธยมศึกษา โรงเรียนในสังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษาลพบุรี ซึ่งเป็นโรงเรียนที่มีขนาดกลางขึ้นไป

ผู้วิจัยได้ผลการวิเคราะห์ข้อมูลดังรายละเอียดต่อไปนี้

(2.3.1) การตรวจสอบว่าตัวแปรต่าง ๆ มีความสัมพันธ์กันหรือไม่ ผู้วิจัยจะนำเสนอผลการตรวจสอบว่าตัวแปรต่าง ๆ มีความสัมพันธ์กันหรือไม่ โดยพิจารณาจากค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ของ Pearson ดัชนี KMO การทดสอบ Bartlett's Test of Sphericity และค่าการร่วมกันของตัวแปร ซึ่งปรากฏผลดังตาราง 34 ตาราง 35 และตาราง 36

ตาราง 34 แสดงค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ของ Pearson จากแบบสอบถามของนักเรียน

ด้านการรับรู้เกี่ยวกับการใช้เทคโนโลยี

		AC _ 211	AC _ 212	AC _ 213	AC _ 214	AC _ 215	AC _ 216	AC _ 217	AC _ 218	AC _ 219	AC _ 2110	AC _ 2111	AC _ 2112
Correlation	AC _ 211		.487	.458	.442	.325	.220	.337	.291	.323	.322	.263	.296
	AC _ 212			.540	.375	.344	.295	.411	.313	.324	.316	.292	.310
	AC _ 213				.380	.410	.227	.343	.346	.366	.409	.340	.365
	AC _ 214					.419	.419	.402	.410	.414	.390	.409	.389
	AC _ 215						.366	.446	.284	.282	.239	.287	.241
	AC _ 216							.383	.280	.194	.189	.232	.174
	AC _ 217								.349	.283	.269	.317	.291
	AC _ 218									.667	.601	.628	.478
	AC _ 219										.647	.673	.529
	AC _ 2110											.710	.581
	AC _ 2111												.638
	AC_ 2112												

ตาราง 34 (ต่อ)

ด้านความรู้ทางเทคโนโลยี

		TK_221	TK_222	TK_223	TK_224	TK_225	TK_226	TK_227	TK_228	TK_229	TK_2210
Correlation	TK_221		.631	.698	.302	.236	.430	.533	.424	.223	.370
	TK_222			.604	.435	.427	.219	.454	.327	.350	.269
	TK_223				.337	.248	.373	.444	.423	.232	.364
	TK_224					.559	.047	.331	.246	.436	.122
	TK_225						-.048	.304	.196	.346	.033
	TK_226							.381	.418	.092	.416
	TK_227								.497	.378	.381
	TK_228									.391	.353
	TK_229										.186
	TK_2210										

ด้านความรู้ทางเนื้อหา

		CK_231	CK_232	CK_233	CK_234	CK_235	CK_236	CK_237
Correlation	CK_231		.728	.586	.430	.207	.406	.218
	CK_232			.662	.508	.197	.429	.238
	CK_233				.500	.121	.513	.292
	CK_234					.190	.380	.266
	CK_235						-.044	.157

ตาราง 34 (ต่อ)

ด้านความรู้ทางเนื้อหา									
Correlation		CK_231	CK_232	CK_233	CK_234	CK_235	CK_236	CK_237	
	CK_236							337	
	CK_237								
ด้านกิจกรรมการเรียนการสอน									
		IA_241	IA_242	IA_243	IA_244	IA_245	IA_246	IA_247	IA_248
Correlation	IA_241		.112	.193	.213	.266	.196	.147	.227
	IA_242			.482	.484	.398	.330	.374	.374
	IA_243				.532	.552	.523	.465	.493
	IA_244					.456	.452	.474	.445
	IA_245						.585	.623	.596
	IA_246							.710	.682
	IA_247								.624
	IA_248								

จากตาราง 34 ข้างต้น เมื่อพิจารณาตัวแปรที่ส่งผลต่อการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในปัจจุบันของนักเรียนในแต่ละด้าน พบว่า (1) **ด้านการรับรู้เกี่ยวกับการใช้เทคโนโลยี** ตัวแปร AC_2110 และ AC_2111 มีความสัมพันธ์กันมากที่สุด ซึ่งมีค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์เท่ากับ .710 แสดงว่าตัวแปร AC_2110 และ AC_2111 ควรอยู่ในปัจจัยกลุ่มเดียวกัน และในทำนองเดียวกันตัว AC_219 และ AC_2111 มีความสัมพันธ์กันมาก ซึ่งมีค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์เท่ากับ .673 แสดงว่าตัวแปร AC_219 และ AC_2111 ควรอยู่ในปัจจัยกลุ่มเดียวกัน

(2) **ด้านความรู้ทางเทคโนโลยี** ตัวแปร TK_221 และ TK_223 มีความสัมพันธ์กันมากที่สุด ซึ่งมีค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์เท่ากับ .698 แสดงว่าตัวแปร TK_221 และ TK_223 ควรอยู่ในปัจจัยกลุ่มเดียวกัน และในทำนองเดียวกันตัว TK_221 และ TK_222 มีความสัมพันธ์กันมาก ซึ่งมีค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์เท่ากับ .631 แสดงว่าตัวแปร TK_221 และ TK_222 ควรอยู่ในปัจจัยกลุ่มเดียวกัน (3) **ด้านความรู้ทางเนื้อหา** ตัวแปร CK_231 และ CK_232 มีความสัมพันธ์กันมากที่สุด ซึ่งมีค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์เท่ากับ .728 แสดงว่าตัวแปร CK_231 และ CK_232 ควรอยู่ในปัจจัยกลุ่มเดียวกัน และในทำนองเดียวกันตัว CK_232 และ CK_233 มีความสัมพันธ์กันมาก ซึ่งมีค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์เท่ากับ .662 แสดงว่าตัวแปร CK_232 และ CK_233 ควรอยู่ในปัจจัยกลุ่มเดียวกัน และ (4) **ด้านกิจกรรมการเรียนการสอน** ตัวแปร IA_246 และ IA_247 มีความสัมพันธ์กันมากที่สุด ซึ่งมีค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์เท่ากับ .710 แสดงว่าตัวแปร IA_246 และ IA_247 ควรอยู่ในปัจจัยกลุ่มเดียวกัน และในทำนองเดียวกันตัว IA_246 และ IA_248 มีความสัมพันธ์กันมาก ซึ่งมีค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์เท่ากับ .682 แสดงว่าตัวแปร IA_246 และ IA_248 ควรอยู่ในปัจจัยกลุ่มเดียวกัน

ตาราง 35 แสดงค่าดัชนี KMO และการทดสอบ Bartlett's Test of Sphericity จากแบบสอบถามของนักเรียน

ด้าน	KMO	Bartlett's Test of Sphericity		
		χ^2	df	Sig.
ด้านการรับรู้เกี่ยวกับการใช้เทคโนโลยี	.902	2030.227**	66	.000
ด้านความรู้ทางเทคโนโลยี	.852	1491.199**	45	.000
ด้านความรู้ทางเนื้อหา	.820	934.969**	21	.000
ด้านกิจกรรมการเรียนการสอน	.881	1360.904**	28	.000

** *ที่ระดับนัยสำคัญทางสถิติ .01*

จากตาราง 35 ข้างต้น เมื่อพิจารณาค่าดัชนี KMO ของตัวแปรที่ส่งผลต่อการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในปัจจุบันของนักเรียนแต่ละด้าน จะเห็นได้ว่า ค่าดัชนี KMO ด้านการรับรู้เกี่ยวกับการใช้เทคโนโลยี ด้านความรู้ทางเทคโนโลยี ด้านความรู้ทางเนื้อหา และด้านกิจกรรมการเรียนการสอน มีค่าเท่ากับ .902, .852, .820 และ .881 ตามลำดับ ซึ่งมากกว่า .5 และเข้าสู่ 1 จึงพอสรุปได้ว่า ข้อมูลชุดนี้มีความเหมาะสมต่อการวิเคราะห์ปัจจัยมาก ซึ่งสอดคล้องกับผลการทดสอบ Bartlett's Test of Sphericity ที่มีค่าไคสแควร์ด้านการรับรู้เกี่ยวกับการใช้เทคโนโลยี ด้านความรู้ทางเทคโนโลยี ด้านความรู้ทางเนื้อหา และด้านกิจกรรมการเรียนการสอน เท่ากับ 2030.227, 1491.199, 934.969 และ 1360.904 ตามลำดับ และเมื่อพิจารณานัยสำคัญทางสถิติของตัวแปรที่ส่งผลต่อการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในปัจจุบันของนักเรียนทั้ง 4 ด้าน พบว่า มีนัยสำคัญทางสถิติเท่ากันที่ระดับ .01 แสดงว่าตัวแปรแต่ละตัวของแต่ละด้านมีความสัมพันธ์กัน ส่งผลให้ข้อมูลชุดนี้มีความเหมาะสมต่อการวิเคราะห์ปัจจัย

ตาราง 36 แสดงค่า Communalities จากแบบสอบถามของนักเรียน

ด้านการรับรู้เกี่ยวกับการใช้เทคโนโลยี		**ด้านความรู้ทางเทคโนโลยี**		**ด้านความรู้ทางเนื้อหา**		**ด้านกิจกรรมการเรียนการสอน**	
ตัวแปร	Com-munalities	**ตัวแปร**	Com-munalities	**ตัวแปร**	Com-munalities	**ตัวแปร**	Com-munalities
AC _211	.455	TK_221	.662	CK_231	.648	IA_241	.209
AC _212	.524	TK_222	.606	CK_232	.722	IA_242	.376
AC _213	.487	TK_223	.608	CK_233	.702	IA_243	.568
AC _214	.516	TK_224	.664	CK_234	.505	IA_244	.504
AC _215	.499	TK_225	.678	CK_235	.901	IA_245	.643
AC _216	.383	TK_226	.624	CK_236	.639	IA_246	.664
AC _217	.494	TK_227	.561	CK_237	.221	IA_247	.650
AC _218	.642	TK_228	.480			IA_248	.643
AC _219	.716	TK_229	.433				
AC _2110	.736	TK_2210	.475				
AC _2111	.774						
AC_2112	.592						

จากตาราง 36 ข้างต้น แสดงให้เห็นว่า ค่าการร่วมกันของตัวแปร ที่ใช้ในการวิเคราะห์ปัจจัยอยู่ระหว่าง .209 ถึง .901 ซึ่งมากกว่าค่าขั้นต่ำ คือ .20 นั่นคือ ตัวแปรทั้งหมดของแต่ละด้านมีแนวโน้มที่สามารถจัดให้อยู่ในปัจจัยใดปัจจัยหนึ่ง ผู้วิจัยจึงนำไปใช้วิเคราะห์ปัจจัยต่อไปได้

(2.3.2) การสกัดปัจจัย

ผลการสกัดปัจจัยด้วยวิธี PCA เพื่อพิจารณาจำนวนปัจจัยที่ได้ ค่าไอเกน ร้อยละของความแปรปรวน และร้อยละของความแปรปรวนสะสม ปรากฏผลดังตาราง 37

ตาราง 37 แสดงค่าไอเกน ร้อยละของความแปรปรวน และร้อยละของความแปรปรวนสะสมที่ได้จากการสกัดปัจจัยด้วยวิธี PCA จากแบบสอบถามของนักเรียน

ปัจจัย	ผลการสกัดปัจจัยด้วยวิธี PCA		
	ค่าไอเกน	ร้อยละของความแปรปรวน	ร้อยละของความแปรปรวนสะสม
ด้านการรับรู้เกี่ยวกับการใช้เทคโนโลยี			
1	3.582	29.847	29.847
2	3.235	26.961	56.808
ด้านความรู้ทางเทคโนโลยี			
3	3.211	32.111	32.111
4	2.581	25.806	57.917
ด้านความรู้ทางเนื้อหา			
5	3.249	46.409	46.409
6	1.090	15.572	61.981
ด้านกิจกรรมการเรียนการสอน			
7	4.155	51.937	51.937

จากตาราง 37 ข้างต้น เมื่อพิจารณาปัจจัยหลักจากการสกัดปัจจัยด้วยวิธี PCA ในแต่ละด้าน ซึ่งมีค่าไอเกนมากกว่า 1.00 ส่งผลให้**ด้านการรับรู้เกี่ยวกับการใช้เทคโนโลยี** มีปัจจัยหลักจำนวน 2 ปัจจัย และมีค่าร้อยละความแปรปรวนของตัวแปรทั้งหมดเป็น 56.808ในขณะที่**ด้านความรู้ทางเทคโนโลยี** มีปัจจัยหลักจำนวน 2 ปัจจัย และมีค่าร้อยละความแปรปรวนของตัวแปรทั้งหมดเป็น 57.917 สำหรับ**ด้านความรู้ทางเนื้อหา** มีปัจจัยหลักจำนวน 2 ปัจจัย และมีค่าร้อยละความแปรปรวนของตัวแปรทั้งหมดเป็น 61.981 และ**ด้านกิจกรรมการเรียนการสอน** มีปัจจัยหลักจำนวน 1 ปัจจัย และมีค่าร้อยละความแปรปรวนของตัวแปรทั้งหมดเป็น 51.937

(2.3.3) การหมุนแกนปัจจัยและการตั้งชื่อปัจจัย

เนื่องจากผลของการสกัดปัจจัยด้วยวิธี PCA ไม่สามารถจำแนกตัวแปรแต่ละตัวว่าอยู่ในปัจจัยใดปัจจัยหนึ่งอย่างชัดเจนได้ ผู้วิจัยจึงดำเนินการหมุนแกนปัจจัยด้วยวิธีแวริแมกซ์ เพื่อจำแนกตัวแปรแต่ละตัวว่าอยู่ในปัจจัยใดปัจจัยหนึ่งอย่างชัดเจน ปรากฏผลดังตาราง 38 ตาราง 39 ตาราง 40 และตาราง 41

ตาราง 38 แสดงค่าน้ำหนักปัจจัยจากการดำเนินการหมุนแกนปัจจัยด้วยวิธีแวริแมกซ์ ของตัวแปรด้านการรับรู้เกี่ยวกับเทคโนโลยี จากแบบสอบถามของนักเรียน

ตัวแปร	ข้อความ	ปัจจัย	
		1	2
ด้านการรับรู้เกี่ยวกับการใช้เทคโนโลยี			
AC _2111	นักเรียนต้องการใช้เทคโนโลยีประกอบการเรียน เพราะ เทคโนโลยีช่วยสร้างนวัตกรรมการเรียนรู้และพัฒนาการเรียนการเรียนให้ดีขึ้น		.858
AC _2110	นักเรียนต้องการใช้เทคโนโลยีประกอบการเรียน เพราะ เทคโนโลยีช่วยให้นักเรียนสามารถค้นคว้าหาข้อมูลได้ง่ายขึ้น		.836
AC _219	นักเรียนต้องการใช้เทคโนโลยีประกอบการเรียน เพราะ เทคโนโลยีเปรียบเสมือนตัวกลางสำหรับติดต่อสื่อสารทั้งภายในและภายนอกโรงเรียน		.817

ตาราง 38 (ต่อ)

ตัวแปร	ข้อความ	ปัจจัย	
		1	2
ด้านการรับรู้เกี่ยวกับการใช้เทคโนโลยี			
AC _218	นักเรียนต้องการใช้เทคโนโลยีประกอบการเรียน เพราะเทคโนโลยีช่วยให้นักเรียนเข้าใจเป็นรูปธรรมยิ่งขึ้น		.755
AC _2112	การมีความรู้ด้านเทคโนโลยีสามารถส่งเสริมต่อประสิทธิภาพการจัดการเรียนการสอน		.738
AC _215	โรงเรียนของนักเรียนมีเครื่องปริ้นเตอร์	.695	
AC _212	โรงเรียนของนักเรียนสนับสนุนพื้นที่จัดเก็บข้อมูลในระบบ Cloud เช่น Google drive หรือ Microsoft OneDrive	.694	
AC _217	โรงเรียนของนักเรียนให้ความสำคัญกับการเขียนโปรแกรมด้วยภาษาใดภาษาหนึ่ง เช่น ภาษา Python, C, C++ หรือ Java	.680	
AC _211	โรงเรียนของนักเรียนมีคอมพิวเตอร์เพียงพอต่อการใช้งาน	.640	
AC _213	โรงเรียนของนักเรียนสนับสนุนเกี่ยวกับซอฟต์แวร์ที่ใช้ประกอบการเรียน เช่น Microsoft Office หรือ Zoom Meeting	.625	
AC _214	โรงเรียนของนักเรียนมีเครื่องโปรเจคเตอร์	.624	
AC_216	โรงเรียนของนักเรียนมีอินเทอร์เน็ตความเร็วสูง หรือ Wi-Fi	.615	

จากตาราง 38 ข้างต้น เมื่อพิจารณาการจำแนกตัวแปรที่ส่งผลต่อการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในปัจจุบันของนักเรียน สำหรับ**ด้านการรับรู้เกี่ยวกับการใช้เทคโนโลยี** ให้อยู่ในปัจจัยใดปัจจัยหนึ่งโดยใช้ค่าน้ำหนักปัจจัยที่สูงสุด ผู้วิจัยสามารถจำแนก

ปัจจัยได้ทั้ง 12 ตัวแปร ได้แก่ AC_211, AC_212, . . . , AC1112 เนื่องจากมีค่าน้ำหนักปัจจัยตั้งแต่ 615 - .858 ซึ่งมีค่ามากกว่า .2 ตามความเหมาะสมที่ผู้วิจัยตั้งไว้ ส่งผลให้สามารถสรุปปัจจัยที่ส่งผลต่อการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในปัจจุบันของนักเรียนระดับมัธยมศึกษา โรงเรียนในสังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษาลพบุรี ซึ่งเป็นโรงเรียนที่มีขนาดกลางขึ้นไป แบ่งเป็น 2 ปัจจัย ดังนี้

ปัจจัยที่ 1 ประกอบด้วยตัวแปร 7 ตัว ได้แก่ AC_211, AC_212, AC_213, AC_214, AC_215, AC_216 และ AC_217 จึงตั้งชื่อปัจจัยนี้ว่า “การสนับสนุนการใช้เทคโนโลยีจากโรงเรียน” สอดคล้องกับผลการวิเคราะห์ปัจจัยที่ส่งผลต่อการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในปัจจุบันของครู

ปัจจัยที่ 2 ประกอบด้วยตัวแปร 5 ตัว ได้แก่ AC_218, AC_219, AC_2110, AC_2111 และ AC_2112 จึงตั้งชื่อปัจจัยนี้ว่า “ความต้องการใช้เทคโนโลยีประกอบการเรียน” สอดคล้องกับผลการวิเคราะห์ปัจจัยที่ส่งผลต่อการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในปัจจุบันของครู

สำหรับตารางต่อไป เป็นการแสดงค่าน้ำหนักปัจจัยจากการดำเนินการหมุนแกนปัจจัยด้วยวิธีแวริแมกซ์ ของตัวแปรด้านความรู้ทางเทคโนโลยี

ตาราง 39 แสดงค่าน้ำหนักปัจจัยจากการดำเนินการหมุนแกนปัจจัยด้วยวิธีแวริแมกซ์ ของตัวแปรด้านความรู้ทางเทคโนโลยี จากแบบสอบถามของนักเรียน

ตัวแปร	ข้อความ	ปัจจัย	
		3	4
ด้านความรู้ทางเทคโนโลยี			
TK_226	นักเรียนสามารถสื่อสารผ่านอินเทอร์เน็ตได้ เช่น Email, Line หรือ Messenger	.773	
TK_221	นักเรียนสามารถใช้โปรแกรม Word Processor ได้ เช่น Microsoft-Word หรือ Google Docs	.744	
TK_223	นักเรียนสามารถใช้โปรแกรมนำเสนองานโดยใช้ PowerPoint หรือ Google Slide	.693	

ตาราง 39 (ต่อ)

ตัวแปร	ข้อความ	ปัจจัย	
		3	4
ด้านความรู้ทางเทคโนโลยี			
TK_2210	นักเรียนคิดว่าความรู้ด้านเทคโนโลยี ส่งผลต่อการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในปัจจุบัน	.689	
TK_228	นักเรียนติดตามเทคโนโลยีที่ทันสมัย พร้อมทั้งศึกษาการใช้งานอยู่เสมอ	.643	
TK_227	นักเรียนสามารถจัดเก็บข้อมูลที่หลากหลายได้ เช่น Flash card, CD, DVD, Google drive หรือ Dropbox	.635	
TK_225	นักเรียนสามารถเขียนโปรแกรมด้วยภาษาใดภาษาหนึ่งได้ เช่น ภาษา C, C++, Python หรือ Java		.823
TK_224	นักเรียนสามารถใช้โปรแกรมเรขาคณิตพลวัตได้ (Dynamic geometry software) เช่น โปรแกรม GSP หรือ GeoGebra		.809
TK_229	นักเรียนสามารถใช้ซอฟต์แวร์ (Software) เฉพาะด้านประกอบการเรียนคณิตศาสตร์ได้ เช่น Scratch		.628
TK_222	นักเรียนสามารถใช้โปรแกรม Electronic Spreadsheet ได้ เช่น Microsoft-Excel หรือ Google Sheets		.605

จากตาราง 39 ข้างต้น เมื่อพิจารณาการจำแนกตัวแปรที่ส่งผลต่อการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในปัจจุบันของนักเรียน สำหรับ**ด้านความรู้ทางเทคโนโลยี** ให้อยู่ในปัจจัยใดปัจจัยหนึ่งโดยใช้ค่าน้ำหนักปัจจัยที่สูงสุด ผู้วิจัยสามารถจำแนกปัจจัยได้ทั้ง 10 ตัวแปร ได้แก่ TK_221, TK_222, . . . , TK_2210 เนื่องจากมีค่าน้ำหนักปัจจัยตั้งแต่ .605 - .823 ซึ่งมีค่ามากกว่า .2 ตามความเหมาะสมที่ผู้วิจัยตั้งไว้ ส่งผลให้สามารถสรุปปัจจัยที่ส่งผลต่อการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในปัจจุบันของนักเรียนระดับมัธยมศึกษา โรงเรียนในสังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษาลพบุรี ซึ่งเป็นโรงเรียนที่มีขนาดกลางขึ้นไป แบ่งเป็น 2 ปัจจัย ดังนี้

ปัจจัยที่ 3 ประกอบด้วยตัวแปร 6 ตัว ได้แก่ TK_221, TK_222, TK_223, TK_226, TK_227 และ TK_2210 จึงตั้งชื่อปัจจัยนี้ว่า “ความสามารถในการใช้เทคโนโลยีพื้นฐาน” สอดคล้องกับผลการวิเคราะห์ปัจจัยที่ส่งส่งผลต่อการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในปัจจุบันของครู

ปัจจัยที่ 4 ประกอบด้วยตัวแปร 4 ตัว ได้แก่ TK_224, TK_225, TK_228 และ TK_229 จึงตั้งชื่อปัจจัยนี้ว่า “ความสามารถในการใช้เทคโนโลยีเฉพาะด้าน” สอดคล้องกับผลการวิเคราะห์ปัจจัยที่ส่งส่งผลต่อการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในปัจจุบันของครู

สำหรับตารางต่อไป เป็นการแสดงค่าน้ำหนักปัจจัยจากการดำเนินการหมุนแกนปัจจัยด้วยวิธีแวริแมกซ์ ของตัวแปรด้านความรู้ทางเนื้อหา

ตาราง 40 แสดงค่าน้ำหนักปัจจัยจากการดำเนินการหมุนแกนปัจจัยด้วยวิธีแวริแมกซ์ ของตัวแปรด้านความรู้ทางเนื้อหา จากแบบสอบถามของนักเรียน

ตัวแปร	ข้อความ	ปัจจัย	
		5	6
ด้านความรู้ทางเนื้อหา			
CK_233	นักเรียนสามารถนำองค์ความรู้ที่มีมาประยุกต์ใช้ได้อย่างถูกต้อง	.838	
CK_232	นักเรียนอธิบายที่มาของเนื้อหาสาระที่เรียนได้	.835	
CK_231	นักเรียนสามารถระบุหรืออธิบายความหมายเกี่ยวกับเนื้อหาสาระที่เรียนได้	.786	
CK_236	นักเรียนคิดว่าเนื้อหาที่จัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในปัจจุบัน ตอบสนองต่อความต้องการ	.722	
CK_234	นักเรียนหาความรู้เพิ่มเติมจากแหล่งข้อมูลที่ทันสมัยอยู่เสมอ เช่น หนังสือ บทความ การประชุมวิชาการ หรือกิจกรรมต่าง ๆ	.692	

ตาราง 40 (ต่อ)

ตัวแปร	ข้อความ	ปัจจัย	
		5	6
ด้านความรู้ทางเนื้อหา			
CK_237	นักเรียนคิดว่าการมีโจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ซับซ้อน จะส่งผลต่อประสิทธิภาพการเรียนการสอนคณิตศาสตร์	.460	
CK_235	นักเรียนคิดว่าเนื้อหาคณิตศาสตร์ในระดับมัธยมศึกษาที่จัดการเรียนการสอนในปัจจุบันมีมากเกินความจำเป็นต่อการนำไปใช้ในอนาคต		.939

จากตาราง 40 ข้างต้น เมื่อพิจารณาการจำแนกตัวแปรที่ส่งผลต่อการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในปัจจุบันของนักเรียน สำหรับ**ด้านความรู้ทางเนื้อหา** ให้อยู่ในปัจจัยใดปัจจัยหนึ่งโดยใช้ค่าน้ำหนักปัจจัยที่สูงสุด ผู้วิจัยสามารถจำแนกปัจจัยได้ทั้ง 7 ตัวแปร ได้แก่ CK_231, TK_232, . . . , CK_237 เนื่องจากมีค่าน้ำหนักปัจจัยตั้งแต่ .460 - .939 ซึ่งมีค่ามากกว่า .2 ตามความเหมาะสมที่ผู้วิจัยตั้งไว้ ส่งผลให้สามารถสรุปปัจจัยที่ส่งผลต่อการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในปัจจุบันของนักเรียนระดับมัธยมศึกษา โรงเรียนในสังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษาลพบุรี ซึ่งเป็นโรงเรียนที่มีขนาดกลางขึ้นไป แบ่งเป็น 2 ปัจจัย ดังนี้

ปัจจัยที่ 5 ประกอบด้วยตัวแปร 6 ตัว ได้แก่ CK_231, CK_232, CK_233, CK_234, CK_236 และ CK_237 จึงตั้งชื่อปัจจัยนี้ว่า “ความรู้ทางด้านเนื้อหาของนักเรียน”

ปัจจัยที่ 6 ประกอบด้วยตัวแปร 1 ตัว คือ CK_235 จึงตั้งชื่อปัจจัยนี้ว่า “เนื้อหาคณิตศาสตร์มากเกินความจำเป็นต่อการนำไปใช้”

ในขณะที่ ผลการสรุปปัจจัยที่ส่งผลต่อการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในปัจจุบันของครูที่สอนวิชาคณิตศาสตร์ ดังตอนที่ 1 พบว่า CK_231, TK_232, . . . , CK_237 มีความสัมพันธ์กันทั้งหมด ทำให้มีเพียง 1 ปัจจัยที่ส่งผลการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในปัจจุบัน คือ ความรู้ทางด้านเนื้อหาของครู ซึ่งแตกต่างจากผลการวิเคราะห์ข้อมูลของนักเรียนที่ผู้วิจัยได้

กล่าวมาข้างต้น สาเหตุอาจเนื่องมาจาก ครูมีความสนใจ ความรู้ ความสามารถเกี่ยวกับเนื้อหาทางคณิตศาสตร์อยู่แล้ว จึงมองว่าทุกตัวแปรมีความสัมพันธ์กันทั้งหมด (มีเพียง 1 ปัจจัย)

สำหรับตารางต่อไป เป็นการแสดงค่าน้ำหนักปัจจัยจากการดำเนินการหมุนแกนปัจจัยด้วยวิธีแวริแมกซ์ ของตัวแปรด้านกิจกรรมการเรียนการสอน

ตาราง 41 แสดงค่าน้ำหนักปัจจัยจากการดำเนินการหมุนแกนปัจจัยด้วยวิธีแวริแมกซ์ ของตัวแปรด้านกิจกรรมการเรียนการสอน จากแบบสอบถามของนักเรียน

ตัวแปร	ข้อความ	ปัจจัย
		7
ด้านกิจกรรมการเรียนการสอน		
IA_246	เทคโนโลยีเป็นสิ่งสำคัญต่อการกระตุ้น และสร้างมโนภาพให้นักเรียนเกิดความเข้าใจในเนื้อหาสาระของวิชาคณิตศาสตร์ยิ่งขึ้น	.815
IA_247	การเลือกใช้เทคนิคหรือวิธีการสอนที่เหมาะสมต่อการนำเสนอเนื้อหาสาระของวิชาคณิตศาสตร์ ทำให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้ในแต่ละบทเรียนง่ายขึ้น	.806
IA_245	นักเรียนรู้สึกสนใจในบทเรียนมากขึ้น เมื่อครูนำรูปแบบการสอน หรือเทคนิคการสอนต่าง ๆ ร่วมกับการใช้เทคโนโลยี	.802
IA_248	การเลือกใช้เทคโนโลยีที่ให้เหมาะสมกับบริบทของเนื้อหาสาระของวิชาคณิตศาสตร์ จะช่วยให้นักเรียนสามารถสร้างความรู้เกี่ยวกับเนื้อหาเหล่านั้นด้วยตนเองได้	.802
IA_243	นักเรียนมีความพึงพอใจ เมื่อได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่เน้นการแลกเปลี่ยนความรู้ระหว่างนักเรียนกับเพื่อน หรือนักเรียนกับผู้สอน	.753

ตาราง 41 (ต่อ)

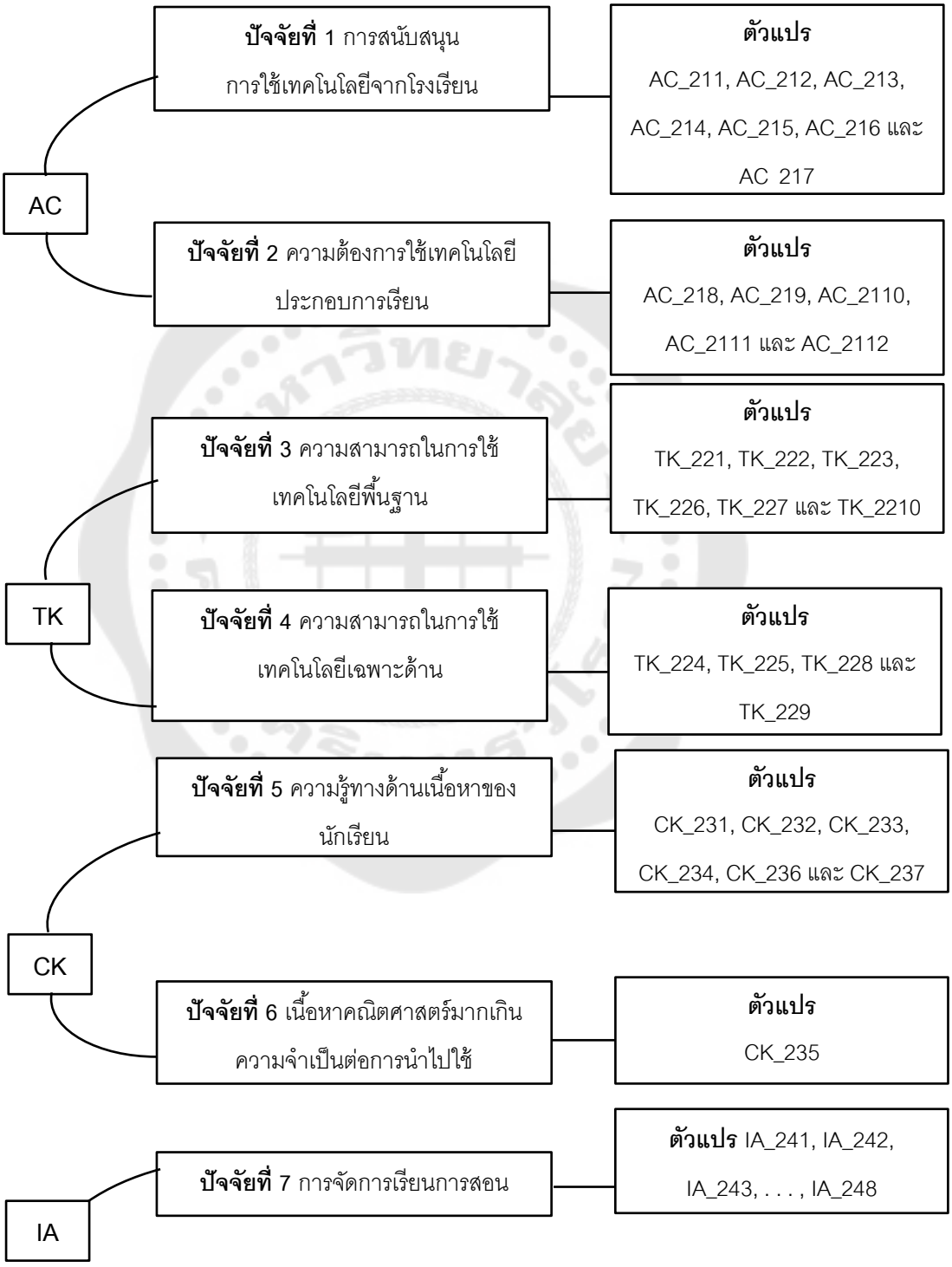
ตัวแปร	ข้อความ	ปัจจัย
		7
ด้านกิจกรรมการเรียนการสอน		
IA_244	นักเรียนมีความพึงพอใจ เมื่อได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่นักเรียนสามารถสร้างข้อความคาดการณ์ด้วยตนเองได้	.710
IA_242	นักเรียนมีความพึงพอใจ เมื่อได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่เน้นให้นักเรียนลงมือปฏิบัติด้วยตนเอง	.613
IA_241	นักเรียนชอบวิธีการสอนแบบบรรยาย	.329

จากตาราง 41 ข้างต้น เมื่อพิจารณาการจำแนกตัวแปรที่ส่งผลต่อการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในปัจจุบันของครู สำหรับ**ด้านกิจกรรมการเรียนการสอน** ให้อยู่ในปัจจัยใดปัจจัยหนึ่งโดยใช้ค่าน้ำหนักปัจจัยที่สูงสุด ผู้วิจัยสามารถจำแนกปัจจัยได้ทั้ง 8 ตัวแปร ได้แก่ IA_241, IA_242, . . . , IA_248 เนื่องจากมีค่าน้ำหนักปัจจัยตั้งแต่ .329 - .815 ซึ่งมีค่ามากกว่า .2 ตามความเหมาะสมที่ผู้วิจัยตั้งไว้ ส่งผลให้สามารถสรุปปัจจัยที่ส่งผลต่อการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในปัจจุบันของนักเรียนระดับมัธยมศึกษา โรงเรียนในสังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษาลพบุรี ซึ่งเป็นโรงเรียนที่มีขนาดกลางขึ้นไป แบ่งเป็น 1 ปัจจัย ดังนี้

ปัจจัยที่ 7 ประกอบด้วยตัวแปร 8 ตัว ได้แก่ IA_241, IA_242, IA_243, . . . , IA_248 จึงตั้งชื่อปัจจัยนี้ว่า “การจัดการเรียนการสอน”

ในขณะที่ ผลการสรุปปัจจัยที่ส่งผลต่อการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในปัจจุบันของครูที่สอนวิชาคณิตศาสตร์ ดังตอนที่ 1 มี 2 ปัจจัย ได้แก่ (1) วิธีการสอนที่หลากหลาย (ตัวแปร IA_242, IA_243, IA_244, . . . , IA_248 มีความสัมพันธ์กัน) และ (2) วิธีการสอนแบบบรรยาย ซึ่งแตกต่างจากผลการวิเคราะห์ข้อมูลของนักเรียนที่ผู้วิจัยได้กล่าวมาข้างต้น สาเหตุอาจเนื่องมาจากมุมมองของนักเรียนและครูแตกต่างกัน โดยนักเรียนมุ่งเน้นด้านการเรียนหรือปฏิบัติกิจกรรมต่าง ๆ ผ่านการสอนจากครูเพียงอย่างเดียว จึงไม่สามารถจำแนกเทคนิคหรือวิธีการสอนต่าง ๆ ได้ ส่งผลให้นักเรียนมองว่าทุกตัวแปรมีความสัมพันธ์กันทั้งหมด (มีเพียง 1 ปัจจัย)

จากข้อมูลข้างต้น ผู้วิจัยสามารถสรุปปัจจัยที่ส่งผลต่อการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในปัจจุบันของนักเรียนระดับมัธยมศึกษา โรงเรียนในสังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษาลพบุรี ซึ่งเป็นโรงเรียนที่มีขนาดกลางขึ้นไป ดังภาพประกอบ 17



ภาพประกอบ 17 ปัจจัยที่ส่งผลต่อการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในปัจจุบันของนักเรียน

2.4 การทดสอบสมมติของการวิจัย

เพื่อทดสอบสมมติฐานในงานวิจัยที่ว่า เพศ แผนการเรียน และระดับการศึกษาของนักเรียนระดับมัธยมศึกษาที่แตกต่างกัน มีค่าปัจจัยที่ส่งผลต่อการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในปัจจุบันของนักเรียนระดับมัธยมศึกษาแต่ละปัจจัยแตกต่างกัน ผู้วิจัยแสดงผลการวิเคราะห์ดังตาราง 42

ตาราง 42 ผลการทดสอบสมมติเกี่ยวกับปัจจัยที่ส่งผลต่อการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ของนักเรียน

ลักษณะ	Independent Sample Test		
	t	df	Sig.
เพศ			
การสนับสนุนการใช้เทคโนโลยีจากโรงเรียน	-.828	398	.408
ความต้องการใช้เทคโนโลยีประกอบการเรียน	-.446	398	.656
ความสามารถในการใช้เทคโนโลยีพื้นฐาน	.926	398	.355
ความสามารถในการใช้เทคโนโลยีเฉพาะด้าน	.808	398	.420
ความรู้ทางด้านเนื้อหาของนักเรียน	-.140	398	.889
เนื้อหาคณิตศาสตร์มากเกินความจำเป็นต่อการนำไปใช้	1.003	398	.316
การจัดการเรียนการสอน	-.580	398	.562
แผนการเรียน			
การสนับสนุนการใช้เทคโนโลยีจากโรงเรียน	1.025	398	.306
ความต้องการใช้เทคโนโลยีประกอบการเรียน	.590	398	.556
ความสามารถในการใช้เทคโนโลยีพื้นฐาน	1.516	398	.130
ความสามารถในการใช้เทคโนโลยีเฉพาะด้าน	.801	398	.424
ความรู้ทางด้านเนื้อหาของนักเรียน	2.246*	398	.025
เนื้อหาคณิตศาสตร์มากเกินความจำเป็นต่อการนำไปใช้	.621	398	.535
การจัดการเรียนการสอน	1.976*	398	. 049

ตาราง 42 (ต่อ)

ลักษณะ	Independent Sample Test		
	t	df	Sig.
ระดับการศึกษา			
การสนับสนุนการใช้เทคโนโลยีจากโรงเรียน	-1.705	357.914	.089
ความต้องการใช้เทคโนโลยีประกอบการเรียน	-3.056**	398	.002
ความสามารถในการใช้เทคโนโลยีพื้นฐาน	-3.159**	398	.002
ความสามารถในการใช้เทคโนโลยีเฉพาะด้าน	.978	398	.329
ความรู้ทางด้านเนื้อหาของนักเรียน	-.968	398	.334
เนื้อหาคณิตศาสตร์มากเกินความจำเป็นต่อการนำไปใช้	-1.994*	398	.047
การจัดการเรียนการสอน	-2.695**	398	.007

* *ที่ระดับนัยสำคัญทางสถิติ .05*

** *ที่ระดับนัยสำคัญทางสถิติ .01*

จากตาราง 42 ข้างต้น เมื่อพิจารณา**เพศของนักเรียน** พบว่า ปัจจัย (1) การสนับสนุนการใช้เทคโนโลยีจากโรงเรียน (2) ความต้องการใช้เทคโนโลยีประกอบการเรียน (3) ความสามารถในการใช้เทคโนโลยีพื้นฐาน (4) ความสามารถในการใช้เทคโนโลยีเฉพาะด้าน (5) ความรู้ทางด้านเนื้อหาของนักเรียน (6) เนื้อหาคณิตศาสตร์มากเกินความจำเป็นต่อการนำไปใช้ และ (7) การจัดการเรียนการสอน ไม่แตกต่างกันที่ระดับนัยสำคัญทางสถิติ .05 และเมื่อพิจารณา**แผนการเรียนของนักเรียน** พบว่า ปัจจัย (1) การสนับสนุนการใช้เทคโนโลยีจากโรงเรียน (2) ความต้องการใช้เทคโนโลยีประกอบกาเรียน (3) ความสามารถในการใช้เทคโนโลยีพื้นฐาน (4) ความสามารถในการใช้เทคโนโลยีเฉพาะด้าน และ (5) เนื้อหาคณิตศาสตร์มากเกินความจำเป็นต่อการนำไปใช้ ไม่แตกต่างกัน แต่มีปัจจัย (1) ความรู้ทางด้านเนื้อหาของนักเรียน และ (2) การจัดการเรียนการสอน แตกต่างกันที่ระดับนัยสำคัญทางสถิติ .05

อย่างไรก็ตาม เมื่อพิจารณา**ระดับการศึกษาของนักเรียน** พบว่า ปัจจัย (1) การสนับสนุนการใช้เทคโนโลยีจากโรงเรียน (2) ความสามารถในการใช้เทคโนโลยีเฉพาะด้าน และ

(3) ความรู้ทางด้านเนื้อหาของนักเรียน ไม่แตกต่างกัน แต่มีปัจจัย (1) ความต้องการใช้เทคโนโลยีประกอบการเรียน (2) ความสามารถในการใช้เทคโนโลยีพื้นฐาน (3) เนื้อหาคณิตศาสตร์มากเกินความจำเป็นต่อการนำไปใช้ และ (4) การจัดการเรียนการสอนแตกต่างกันที่ระดับนัยสำคัญทางสถิติ .05

ระยะที่ 2 การพัฒนากิจกรรมการเรียนการสอนที่เสริมสร้างระดับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เซต ตามกรอบทฤษฎี APOS โดยใช้ภาษาไพธอน สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษา

แม้ว่าการวิจัยระยะที่ 2 ผู้วิจัยนำผลการวิเคราะห์ปัจจัยที่ส่งผลต่อการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในปัจจุบันของครูที่สอนวิชาคณิตศาสตร์และนักเรียนระดับมัธยมศึกษา โรงเรียนในสังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษาลพบุรี ซึ่งเป็นโรงเรียนที่มีขนาดกลางขึ้นไป มากำหนดกลุ่มนำร่องโดยพิจารณาจากความพร้อมเกี่ยวกับการสนับสนุนด้านเทคโนโลยีของครูที่สอนวิชาคณิตศาสตร์และนักเรียนระดับมัธยมศึกษา ทำให้ผู้วิจัยเลือกกลุ่มนำร่องเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนวิทยาศาสตร์จุฬาภรณราชวิทยาลัย ลพบุรี จำนวน 21 คน ซึ่งนอกเหนือจากเวลาเรียนปกติ ในภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2565 พร้อมทั้งปรับปรุงกิจกรรมการเรียนการสอนให้สอดคล้องกับปัจจัยที่ส่งผลต่อการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ทั้ง 4 ด้าน ได้แก่ ด้านการรับรู้เกี่ยวกับการใช้เทคโนโลยี ความรู้ด้านเทคโนโลยี ความรู้ด้านเนื้อหา และด้านกิจกรรมการเรียนการสอน เพื่อพัฒนากิจกรรมการเรียนการสอนให้ทันต่อการเปลี่ยนแปลงในศตวรรษที่ 21 แต่อย่างไรก็ตาม ผู้วิจัยได้หาประสิทธิภาพของกิจกรรมการเรียนการสอน จำนวน 3 ครั้ง เช่นกัน โดยกำหนดข้อตกลงเพิ่มเติมสำหรับการเลือกกลุ่มนำร่อง ได้แก่ (1) เป็นนักเรียนที่มีความรู้พื้นฐานด้านการเขียนโปรแกรมด้วยภาษาใดภาษาหนึ่ง ทั้งนี้ผู้วิจัยจะพิจารณาจากคะแนนดิบของนักเรียนในรายวิชาที่เกี่ยวข้องกับการเขียนโปรแกรม และ (2) เป็นนักเรียนที่ยังไม่เคยเรียน เรื่อง เซต มาก่อน จากนั้นพิจารณาคะแนนดิบของนักเรียนในรายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน ทำให้สามารถแบ่งกลุ่มนำร่องออกเป็น 3 กลุ่ม ได้แก่ กลุ่มที่มีระดับคะแนนสูง ปานกลาง และต่ำ

สำหรับขั้นตอนการพัฒนาและหาประสิทธิภาพของกิจกรรมการเรียนการสอนในแต่ละครั้ง ผู้วิจัยดำเนินการทดลองในลักษณะทำนองเดียวกัน คือ ให้นักเรียนลงมือปฏิบัติแต่ละกิจกรรมเป็นรายบุคคลจำนวน 7 กิจกรรม เมื่อกิจกรรมที่ 1-3 เป็นการตรวจสอบความเข้าใจทางคณิตศาสตร์เกี่ยวกับความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับเซต ส่วนกิจกรรมที่ 4-5 เป็นการตรวจสอบความเข้าใจทางคณิตศาสตร์เกี่ยวกับการดำเนินการของเซต และกิจกรรมที่ 6-7 เป็นการตรวจสอบความเข้าใจทางคณิตศาสตร์เกี่ยวกับการประยุกต์ใช้ความรู้เกี่ยวกับเซต ภายหลังจากการปฏิบัติกิจกรรม

แต่ละหน่วยการเรียนรู้เสร็จสิ้น ผู้วิจัยให้นักเรียนทำ: (1) แบบทดสอบย่อยฉบับที่ 1 เรื่อง ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับเซต (2) แบบทดสอบย่อยฉบับที่ 2 เรื่อง การดำเนินการของเซต และ (3) แบบทดสอบย่อยฉบับที่ 3 เรื่อง การประยุกต์ใช้ความรู้เกี่ยวกับเซต ตามลำดับ แล้วนำคะแนนจากใบกิจกรรมและแบบทดสอบย่อยซึ่งเป็นคะแนนระหว่างเรียน ไปวิเคราะห์หาค่าเฉลี่ยร้อยละ เพื่อเปรียบเทียบกับเกณฑ์ คือ ร้อยละ 60 ของคะแนนรวมระหว่างเรียน ทั้งนี้ผู้วิจัยใช้สัญลักษณ์แทนด้วย E_1 อย่างไรก็ตาม สำหรับค่าเฉลี่ยร้อยละของคะแนนที่นักเรียนได้จากการทำแบบทดสอบวัดระดับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เซต ภายหลังจากการปฏิบัติกิจกรรมทุกกระบวนการเสร็จสิ้นซึ่งเป็นคะแนนหลังเรียน ไปเปรียบเทียบกับเกณฑ์ คือ ร้อยละ 60 ของคะแนนรวมระหว่างเรียน ทั้งนี้ผู้วิจัยใช้สัญลักษณ์แทนด้วย E_2 ในขณะที่ผลการพัฒนาและหาประสิทธิภาพของกิจกรรมการเรียนการสอนแต่ละครั้ง ผู้วิจัยสามารถสรุปและนำเสนอได้ดังนี้

ตอนที่ 1 การหาประสิทธิภาพรายบุคคล

ผู้วิจัยหาประสิทธิภาพรายบุคคล เพื่อตรวจสอบคุณภาพของกิจกรรมการเรียนการสอนและเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยกับนักเรียนจำนวน 3 คน ซึ่งสุ่มตัวอย่างแบบง่าย (Simple Random Sampling) จากนักเรียน 3 กลุ่ม กลุ่มละ 1 คน โดยมีเกณฑ์การตัดสิน E_1/ E_2 เป็น 60/60 ปรากฏผลดังตาราง 43

ตาราง 43 ผลการหาประสิทธิภาพรายบุคคลของกิจกรรมการเรียนการสอน

E_1	E_2	E_1/E_2
68.33	66.67	68.33/66.67

จากตาราง 43 แม้ว่ากิจกรรมการเรียนการสอนที่เสริมสร้างระดับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เซต โดยใช้ภาษาไพธอน สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษา มีประสิทธิภาพเท่ากับ 68.33/66.67 ซึ่งสูงกว่าเกณฑ์ 60/60 อย่างไรก็ตามผู้วิจัยมีข้อค้นพบในการปรับปรุงจำนวน 3 ด้าน ดังนี้

ด้านการเตรียมความพร้อมเกี่ยวกับภาษาไพธอน

เนื่องจากการเตรียมความพร้อมก่อนดำเนินการทดลอง ผู้วิจัยได้ปรับพื้นฐานเกี่ยวกับภาษาไพธอน เช่น การแนะนำเครื่องมือใน Juputer Notebook การบันทึกและการเปิดไฟล์นามสกุล .ipynb การรับและแสดงผลข้อมูล ชนิดของตัวแปร นิพจน์และตัวดำเนินการต่าง ๆ

การเขียนผังงาน รวมทั้งโครงสร้างการเขียนโปรแกรมให้กับนักเรียน ขณะนั้นผู้วิจัยได้จัดรูปแบบการสอนออนไลน์ผ่านโปรแกรมซูม สาเหตุเนื่องมาจากธรรมชาติของนักเรียนเป็นนักเรียนโรงเรียนประจำ ในช่วงเวลาปรับพื้นฐานเกี่ยวกับภาษาไพธอนนักเรียนอยู่ระหว่างการกักตัวจากสถานการณ์โควิด-19 ทำให้ประสิทธิภาพการเรียนรู้น้อยลงด้วยจากปัจจัยแทรกซ้อนหลายอย่าง ทั้งสัญญาณอินเทอร์เน็ต หรือเกิดความคลาดเคลื่อนขณะการรันโปรแกรม หรือเขียนโปรแกรมตามการสาธิตของผู้วิจัยไม่ทัน ฯลฯ ด้วยเหตุนี้ผู้วิจัยจึงแก้ไขรูปแบบการสอนสำหรับการปรับพื้นฐานเกี่ยวกับภาษาไพธอนเป็นการเรียนในชั้นเรียนแทน โดยปรึกษาและวางแผนกับรองฝ่ายวิชาการของโรงเรียน เพื่อให้การทดลองในครั้งต่อไปไม่ตรงกับช่วงที่นักเรียนกลับบ้านใหญ่ (สาเหตุของการกักตัว)

ด้านกิจกรรมการเรียนการสอน

สำหรับกิจกรรมการเรียนการสอน ผู้วิจัยได้ปรับปรุงปริมาณข้อคำถามในใบกิจกรรมรายบุคคลและแฟ้มคำสั่งภาษาไพธอน ดังนี้

1) กิจกรรมที่ 1: อะไรเอ่ยอยู่ในเซต เพื่อลดความซ้ำซ้อนของข้อคำถามในใบกิจกรรมผู้วิจัยได้ลดปริมาณข้อคำถามจำนวน 1 ข้อ ซึ่งใช้แนวคิดเดียวกับข้อคำถามอื่น ทำให้มีจำนวนข้อคำถามคงเหลืออยู่จำนวน 10 ข้อ ส่วนแฟ้มคำสั่งภาษาไพธอนชื่อ “SET1_Student_APOS_TryOut.ipynb” ในข้อ 1 โปรแกรมที่ผู้วิจัยเขียนขึ้นเพื่อใช้ประกอบการปฏิบัติกิจกรรมเกิด Software Bug ขึ้น เช่น เมื่อต้องการให้นักเรียนรับสมาชิกของเซตใด ๆ เข้ามาในโปรแกรมโดยใช้คำสั่ง in ตรวจสอบการเป็นสมาชิกของเซตนั้น ๆ โปรแกรมจะแสดง Error ออกมากรณีที่นักเรียนรับเซตของเซต ({1, {1}}) แสดงว่าภาษาไพธอนไม่สามารถอ่านเซตของเซตได้ สาเหตุเนื่องมาจากผู้วิจัยเขียนโปรแกรมด้วยคำสั่ง *input()* ซึ่งภาษาไพธอนไม่มีโครงสร้างเซตของเซต (Structure Set of Set) ดังนั้น ขณะที่นักเรียนตรวจสอบการเป็นสมาชิกของเซตจำเป็นต้องใส่เครื่องหมาย Single Quote (‘…’) กำกับด้วยเสมอ ด้วยเหตุนี้ผู้วิจัยแก้ไข Software Bug ด้วยคำสั่ง *eval( )* ซึ่งทำหน้าที่แปลงตัวแปรชนิดสตริง (String) สำหรับโครงสร้างเซตของเซตให้เป็นตัวแปรชนิดเซต (Set)

ตัวอย่างเช่น

```
A = eval('{ "4", "{4, {4}}" }')
i = input('กรุณากรอกข้อมูลที่ต้องการตรวจสอบการอยู่ใน D: ')
if i in D:
   print('จริง')
else:
```

```
print('เท็จ')
```

จากตัวอย่างข้างต้น เมื่อกดรันโปรแกรมแล้วหน้าจอจะให้กรอกสมาชิกที่ต้องการตรวจสอบการเป็นสมาชิกของเซต A สมมติว่า นักเรียนต้องการทราบว่า {4} เป็นสมาชิกในเซต A หรือไม่ จะต้องป้อน '{4}' แล้วกดรันโปรแกรม ผลลัพธ์จึงแสดงคำตอบออกมา

2) กิจกรรมที่ 2: ตามล่าหาเซต ในการหาประสิทธิภาพรายบุคคลไม่มีการแก้ไข

3) กิจกรรมที่ 3: พลังจันทรา Subset และ Power Set เพื่อลดความซ้ำซ้อนของข้อคำถามในใบกิจกรรมผู้วิจัยได้ลดปริมาณข้อคำถามจำนวน 3 ข้อ ซึ่งใช้แนวคิดเดียวกับข้อคำถามอื่น ทำให้มีจำนวนข้อคำถามคงเหลืออยู่จำนวน 17 ข้อ ส่วนแฟ้มคำสั่งภาษาไพธอนชื่อ "SET3_Student_APOS_TryOut.ipynb" สำหรับความรู้เกี่ยวกับแผนภาพเวนน์-ออยเลอร์ แผนภาพเวนน์ และแผนภาพออยเลอร์ แม้ว่าผู้วิจัยจะเขียนโปรแกรมแล้วให้นักเรียนรันโปรแกรมเพื่อศึกษาความหมายและความแตกต่างแต่ละแผนภาพด้วยตนเองผ่านการอ่านบน Jupyter Notebook อย่างไรก็ตาม โค้ดที่ผู้วิจัยเขียนขึ้นนั้นใช้ได้เพียงระบบปฏิบัติการของ IOS ในขณะที่นักเรียนใช้ระบบปฏิบัติการของ Windows ด้วยเหตุนี้ผู้วิจัยแก้ไขโค้ดให้สามารถใช้ได้กับทั้งระบบปฏิบัติการของ IOS และ Windows โดยใช้ from PIL import ImageTk, Image แล้วสร้างฟังก์ชัน (Function) openImage ดังนี้

```
from tkinter import *
from PIL import ImageTk, Image
from tkinter import filedialog
import os

mainWindows = Tk()
mainWindows.title('History of Venn-Euler Diagram ')
mainWindows.geometry("900x1200+400+100")
mainWindows.resizable(width=True, height=True)

def openImage():
    mainDirectory = os.getcwd()
    ImageDirectory = os.path.join(mainDirectory,'Image')
    imgName = os.path.join(ImageDirectory,'dif.jpg')
```

```
img = Image.open(imgName)
img = img.resize((500, 450), Image.ANTIALIAS)
img = ImageTk.PhotoImage(img)
panel = Label(mainWindows, image=img)
panel.image = img
panel.place(x=200,y=80)
```

4) กิจกรรมที่ 4: ความมหัศจรรย์ของ “และ/หรือ” เพื่อลดความซ้ำซ้อนของข้อคำถามในใบกิจกรรมผู้วิจัยได้ลดปริมาณข้อคำถามจำนวน 2 ข้อ ซึ่งใช้แนวคิดเดียวกับข้อคำถามอื่น ทำให้มีจำนวนข้อคำถามคงเหลืออยู่จำนวน 15 ข้อ ส่วนแฟ้มคำสั่งภาษาไพธอนชื่อ “SET4_Student_APOS_TryOut.ipynb” ไม่มีการแก้ไข เช่นเดียวกับกิจกรรมที่ 5: Complement and Difference of Set เพียงข้อคำถามคงเหลืออยู่จำนวน 12 ข้อ เมื่อลดปริมาณข้อคำถามเท่ากัน

5) กิจกรรมที่ 6: The Stock และกิจกรรมที่ 7: Crypto ในการหาประสิทธิภาพรายบุคคลไม่มีการแก้ไข

นอกจากนี้ นักเรียนได้ให้ข้อเสนอแนะสำหรับใบกิจกรรมเพิ่มเติมว่า “ควรจัดทำใบกิจกรรมในรูปแบบการเติมคำตอบ เพื่อเป็นการประหยัดเวลาต่อการทำ” ด้วยเหตุนี้ผู้วิจัยจึงนำข้อเสนอแนะไปแก้ไขให้เหมาะสม เช่น ในส่วนของการปฏิบัติกิจกรรมที่ต้องใช้ภาษาไพธอน ผู้วิจัยปรับใบกิจกรรมให้อยู่ในรูปแบบการเติมคำตอบทั้งหมด โดยเขียนเพียงผลลัพธ์ที่ได้จากการรันโปรแกรมเท่านั้น อย่างไรก็ตาม สำหรับการปฏิบัติกิจกรรมที่ไม่จำเป็นต้องใช้ภาษาไพธอน ผู้วิจัยปรับใบกิจกรรมลักษณะแนะแนวทางการเขียนคำตอบเช่นกัน

ด้านระยะเวลา

เนื่องจากการทดลองวิจัยในระยะนี้เป็นการพัฒนากิจกรรมการเรียนการสอนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น ซึ่งเน้นการสร้างองค์ความรู้ด้วยตนเองโดยใช้ภาษาไพธอนผสมผสานกับเนื้อหาทางคณิตศาสตร์เรื่องเซต แสดงว่านักเรียนจำเป็นต้องใช้ระยะเวลาที่มากพอในการศึกษาทั้งภาษาไพธอนกับความรู้เรื่องเซต เพื่อนำไปสู่การสร้างหรือสรุปสาระสำคัญของแต่ละกิจกรรม ตลอดจนสามารถเขียนโปรแกรมสำหรับแก้ปัญหาในสถานการณ์ที่กำหนดให้ได้ ในขณะที่ผู้วิจัยกำหนดระยะเวลาการปฏิบัติแต่ละกิจกรรมเพียง 120 นาที ทำให้นักเรียนไม่สามารถเขียนโปรแกรมสำหรับแก้ปัญหาในสถานการณ์ที่กำหนดให้ทันเวลาได้ ด้วยเหตุนี้ผู้วิจัยจึงขยายระยะเวลาการปฏิบัติกิจกรรมเป็นกิจกรรมละ 180 นาที อย่างไรก็ตามผู้วิจัยได้ปรึกษากับรองฝ่ายวิชาการของโรงเรียนเพื่อขออนุญาตให้นักเรียนสามารถมาเก็บข้อมูลให้แก่ผู้วิจัย พร้อมทั้งขอความอนุเคราะห์สถานที่

และคอมพิวเตอร์ให้กับนักเรียน นอกจากนี้ผู้วิจัยได้พูดคุยถึงสาเหตุการขยายเวลาปฏิบัติกิจกรรมให้นักเรียนทราบ เพื่อขอความยินยอมสำหรับการเก็บข้อมูลในครั้งนี้

ภายหลังจากการขยายระยะเวลาเป็นกิจกรรมละ 180 นาที ผู้วิจัยเพิ่มความยืดหยุ่นให้กับนักเรียนมากยิ่งขึ้น โดยการพักทุก ๆ 60 นาที เพื่อให้นักเรียนได้เข้าห้องน้ำ รับประทานขนมและน้ำ ตามข้อกำหนดของจริยธรรมวิจัยในมนุษย์ซึ่งเป็นแนวทางหนึ่งในการผ่อนคลายความเครียดระหว่างการเก็บข้อมูลวิจัย

ตอนที่ 2 การหาประสิทธิภาพกลุ่มย่อย

ผู้วิจัยหาประสิทธิภาพกลุ่มย่อย เพื่อตรวจสอบคุณภาพของกิจกรรมการเรียนการสอนและเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยกับนักเรียนจำนวน 6 คน ซึ่งสุ่มตัวอย่างแบบง่ายจากนักเรียน 3 กลุ่ม กลุ่มละ 2 คน อย่างไรก็ตาม สำหรับนักเรียนครั้งนี้ไม่ใช่กลุ่มเดียวกับที่หาประสิทธิภาพรายบุคคล โดยมีเกณฑ์การตัดสิน E_1/ E_2 เป็น 60/60 ปรากฏผลดังตาราง 44

ตาราง 44 ผลการหาประสิทธิภาพกลุ่มย่อยของกิจกรรมการเรียนการสอน

E_1	E_2	E_1/ E_2
71.10	70.83	71.10/70.83

จากตาราง 44 แม้ว่ากิจกรรมการเรียนการสอนที่เสริมสร้างระดับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เซต โดยใช้ภาษาไพธอน สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษา มีประสิทธิภาพเท่ากับ 71.10/70.83 ซึ่งสูงกว่าเกณฑ์ 60/60 อย่างไรก็ตามผู้วิจัยมีข้อค้นพบในการปรับปรุง โดยแบ่งการนำเสนอออกเป็น 3 ช่วง ดังนี้

ช่วงที่ 1 (กิจกรรมที่ 1-3)

สำหรับการปฏิบัติกิจกรรมในช่วงที่ 1 ผู้วิจัยมีข้อค้นพบเกี่ยวกับการเขียนโปรแกรมของนักเรียนบางคน คือ ไม่สามารถเขียนโปรแกรมในโครงสร้าง if หรือ if…else หรือ for จากสถานการณ์ปัญหาที่กำหนดให้ได้ สาเหตุเนื่องมาจาก ไม่คุ้นเคยกับการแก้ปัญหาผ่านการเขียนโปรแกรม และมีเจตคติค่อนน้อยต่อการเรียนวิชาคณิตศาสตร์หรือวิชาที่เกี่ยวข้องกับการเขียนโปรแกรม นอกจากนี้ยังพบว่า มีนักเรียนบางคนเขียนผังงานคลาดเคลื่อนกับโค้ดที่ตนเองเขียน สาเหตุเนื่องมาจาก นักเรียนใช้สัญลักษณ์การนำข้อมูลเข้า-ออก (รูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน) และสัญลักษณ์การปฏิบัติงาน (รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า) สลับกัน ด้วยเหตุนี้ผู้วิจัยจึงแก้ไขโดยการนัดเรียน

เสริมเฉพาะนักเรียนที่ไม่สามารถเขียนโปรแกรมในโครงสร้างต่าง ๆ ได้ เพื่อสร้างความคุ้นเคย พร้อมทั้งฝึกทักษะการเขียนโปรแกรมด้วยภาษาไพธอนให้กับนักเรียน รวมทั้งทบทวนความรู้พื้นฐานของภาษาไพธอนเกี่ยวกับโครงสร้างการเขียนโปรแกรมที่จำเป็นต้องใช้ในคาบเรียนนั้น ๆ ก่อนเข้าสู่บทเรียนหรือก่อนการปฏิบัติกิจกรรม รวมทั้งเน้นย้ำเรื่องความหมายและการใช้งานของผังงานขณะปฏิบัติกิจกรรม อย่างไรก็ตาม ผู้วิจัยรับฟังข้อเสนอแนะ มีความยืดหยุ่น เปิดโอกาสให้นักเรียนได้ซักถาม หาเกมและให้การสนับสนุนด้านอาหารว่างก่อนเข้าสู่บทเรียน เพื่อเสริมสร้างเจตคติต่อนักเรียน โดยหวังว่าสิ่งต่าง ๆ เหล่านี้จะเป็นส่วนหนึ่งในการสร้างความรู้สึกที่ดีขณะปฏิบัติกิจกรรม

ช่วงที่ 2 (กิจกรรมที่ 4-5)

ในขณะที่นักเรียนลงมือปฏิบัติกิจกรรมในช่วงที่ 3 ผู้วิจัยได้เดินสังเกตนักเรียนแต่ละคนทำให้มีข้อค้นพบว่า ยังมีนักเรียนบางส่วนที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับการเขียนโปรแกรมดังตัวอย่างต่อไปนี้

(1) เมื่อนักเรียนต้องการแสดงผลลัพธ์ของ A ∪ B แม้ว่านักเรียนจะใช้คำสั่งเพื่อหา A ∪ B ได้อย่างถูกต้อง คือ *A.union(B)* แต่ภายหลังจากการรันโปรแกรมมีนักเรียนบางคนไม่สามารถหาคำตอบได้โดยโปรแกรมขึ้นคำว่า *“Syntax Error: invalid syntax”* แสดงว่า เกิดข้อผิดพลาดในการเขียนตามหลักไวยากรณ์ของภาษาไพธอน สาเหตุเนื่องมาจาก นักเรียนต้องการนำคำสั่ง print เข้ามาช่วยสำหรับการแสดงผลลัพธ์จึงพิมพ์ *print ‘A.union(B)’* ขึ้นมา อย่างไรก็ตาม นักเรียนอาจพิมพ์ *print(‘A.union(B)’)* หรือ *A.union(B)* เพื่อเป็นอีกหนึ่งแนวทางสำหรับการแสดงผลลัพธ์ของ A ∪ B ที่ถูกต้องได้ นอกจากนี้ ผู้วิจัยยังค้นพบลักษณะการใช้คำสั่ง print เช่นเดียวกันกับคำสั่ง A.intersection(B) หรือ A.difference(B) อีกด้วย

(2) เนื่องจากตัวแปรชนิดลิสต์กับตัวแปรชนิดเซตของภาษาไพธอนมีลักษณะการทำงานที่ใกล้เคียงกันค่อนข้างมาก แต่มีความแตกต่างกันเล็กน้อย คือ การเข้าถึงข้อมูลของตัวแปรชนิดเซตจะเร็วกว่าตัวแปรชนิดลิสต์ รวมทั้งสมาชิกของเซตจะตัดตัวซ้ำออก เมื่อนักเรียนกำหนดให้ A = {a, a} โปรแกรมจะเก็บ A เป็น {a} ในขณะที่ ตัวแปรชนิดลิสต์โปรแกรมจะเก็บ A เป็น [a, a] ด้วยเหตุนี้ผู้วิจัยพบว่า มีนักเรียนบางคนไม่ระมัดระวังการใช้ตัวแปรทั้ง 2 ชนิดนี้ ทำให้ผลลัพธ์ที่ได้เกิดความคลาดเคลื่อนขึ้นหากนักเรียนเขียนโปรแกรมเพื่อแก้สถานการณ์ปัญหาที่กำหนดให้ซึ่งจำเป็นต้องใช้ทั้ง 2 ตัวแปรพร้อมกัน

จากตัวอย่างข้อ (1) และ (2) ผู้วิจัยแก้ไขโดยการทบทวนความรู้พื้นฐานของภาษาไพธอน เช่น คำสั่งต่าง ๆ และตัวแปรชนิดต่าง ๆ ที่จำเป็นต้องใช้ในคาบเรียนนั้น ๆ ก่อนเข้าสู่

บทเรียนหรือก่อนการปฏิบัติกิจกรรม รวมทั้งเน้นย้ำสิ่งเหล่านี้ขณะที่ผู้วิจัยดำเนินการปรับพื้นฐานของภาษาไพธอนก่อนดำเนินการทดลอง

(3) ระหว่างปฏิบัติกิจกรรมผู้วิจัยได้กำหนดสัญลักษณ์ของเซตว่างทางคณิตศาสตร์เป็น Ø ในขณะที่หนังสือเรียนของ สสวท. อธิบายว่า “เราสามารถเขียนเซตว่างแทนด้วยสัญลักษณ์ Ø หรือ { }” สาเหตุเนื่องมาจาก นักเรียนบางคนสับสนภาษาทางคณิตศาสตร์กับภาษาไพธอนที่มีความซ้ำซ้อนและข้อจำกัดอยู่บางประการ เช่น สัญลักษณ์ { } ทางคณิตศาสตร์จะหมายถึงเซตว่าง ส่วนทางภาษาไพธอนจะหมายถึงตัวแปรชนิดดิกชันนารีซึ่งไม่ใช่ตัวแปรชนิดเซต ด้วยเหตุนี้ผู้วิจัยจึงแก้ไขโดยตั้งข้อตกลงเบื้องต้นสำหรับการใช้สัญลักษณ์ อย่างไรก็ตาม เมื่อพิจารณาการเขียนคำตอบใด ๆ ในใบกิจกรรมหรือแบบทดสอบ นักเรียนควรเขียนสัญลักษณ์เซตว่างแทนด้วย Ø และเมื่อพิจารณาทุกการเขียนภาษาไพธอนในโปรแกรม นักเรียนควรเขียนสัญลักษณ์เซตว่างแทนด้วย set() ซึ่งเป็นการระบุตัวแปรในภาษาไพธอนว่าเป็นเซตว่างนั้นเอง นอกจากนี้ เพื่อให้นักเรียนเกิดความเข้าใจยิ่งขึ้นเกี่ยวกับความแตกต่างของชนิดตัวแปรในภาษาไพธอน ผู้วิจัยชวนนักเรียนร่วมกันอภิปรายพร้อมทั้งตรวจสอบชนิดของตัวแปรในภาษาไพธอนโดยใช้คำสั่งต่อไปนี้

ตัวอย่างที่ 1 ตัวแปรชนิดลิสต์

```
>>x = [J, I, B]
>>type(x)

Output is <class ‘list’>
```

ตัวอย่างที่ 2 ตัวแปรชนิดเซต

```
>>x = {J, I, B}
>>type(x)

Output is <class ‘set’>
```

ตัวอย่างที่ 3 ตัวแปรชนิดดิกชันนารี

```
>>x = { }
>>type(x)

Output is <class ‘dict’>
```

ช่วงที่ 3 (กิจกรรมที่ 6-7)

สำหรับการปฏิบัติกิจกรรมในช่วงที่ 2 นักเรียนให้ข้อเสนอแนะเกี่ยวกับการใช้ภาษาในใบกิจกรรมที่ 6: The Stock เกี่ยวกับความคลุมเครือของภาษา เช่น โจทย์ข้อ 12 ประโยคที่ว่า “นักลงทุนรายย่อยอื่นที่ไม่ได้ถือหุ้น จำนวน 325,000 คน” นักเรียนนักเรียนบางคนตีความว่า “ไม่ได้ถือหุ้นเพียง 1 บริษัท” หรือ “ไม่ได้ถือหุ้นเพียง 2 บริษัท” หรือ “ไม่ได้ถือหุ้นทั้ง 3 บริษัทเลย” อย่างไรก็ตาม ผู้วิจัยได้หลีกเลี่ยงความคลุมเครือของภาษาเหล่านี้ โดยการแก้ไขโจทย์เป็น “นักลงทุนรายย่อยอื่นที่ไม่ได้ถือหุ้นทั้ง 3 บริษัท จำนวน 325,000 คน” พร้อมทั้งชี้แจงความหมายของโจทย์ปัญหาให้แก่นักเรียนก่อนปฏิบัติกิจกรรมทุกครั้ง เพื่อให้ทุกคนเข้าใจไปในทิศทางเดียวกัน ส่วนใบกิจกรรมที่ 7: Crypto ผู้วิจัยบันทึกวีดิโอ Explain Crypto to Complete Beginners: My Guide ซึ่งบรรยายโดย Bureau จากประเทศสหรัฐอเมริกา เพื่อให้ความรู้เพิ่มเติมเกี่ยวกับความรู้พื้นฐานของ Crypto ก่อนปฏิบัติกิจกรรม แต่เนื่องจากวีดิโอที่ผู้วิจัยบันทึกมานั้นบรรยายด้วยภาษาอังกฤษ ส่งผลให้นักเรียนบางคนเกิดความเข้าใจที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับเนื้อหาในวีดิโอ ด้วยเหตุนี้ผู้วิจัยได้แก้ไขโดยการเพิ่มคำบรรยายภาษาไทย (เปิดจาก YouTube) พร้อมทั้งอธิบายเพิ่มเติมเกี่ยวกับสกุลเงิน BTC, ETH, BNB และ DOT

ตอนที่ 3 การหาประสิทธิภาพภาคสนาม

ผู้วิจัยหาประสิทธิภาพภาคสนาม เพื่อตรวจสอบคุณภาพของกิจกรรมการเรียนการสอนและเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยกับนักเรียนจำนวน 12 คน ซึ่งสุ่มตัวอย่างแบบง่ายจากนักเรียน 3 กลุ่ม กลุ่มละ 4 คน อย่างไรก็ตาม สำหรับนักเรียนครั้งนี้ไม่ใช่กลุ่มเดียวกับที่หาประสิทธิภาพรายบุคคลและกลุ่มย่อย โดยมีเกณฑ์การตัดสิน E_1/ E_2 เป็น 60/60 ปรากฏผลดังตาราง 45

ตาราง 45 ผลการหาประสิทธิภาพภาคสนามของกิจกรรมการเรียนการสอน

E_1	E_2	E_1/ E_2
77.18	75.50	77.18/75.50

จากตาราง 45 พบว่า กิจกรรมการเรียนการสอนที่เสริมสร้างระดับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เซต โดยใช้ภาษาไพธอน สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษา มีประสิทธิภาพเท่ากับ 77.18/75.50 ซึ่งสูงกว่าเกณฑ์ 60/60 อย่างไรก็ตาม สำหรับการหาประสิทธิภาคสนามมีจำนวนกลุ่มตัวอย่างที่มากขึ้น ส่งผลให้ผู้วิจัยไม่สามารถดูแลนักเรียนทุกคนให้ทั่วถึงได้ รวมทั้งเกิด

ความล่าช้าระหว่างการปฏิบัติกิจกรรม สาเหตุเนื่องมาจากกิจกรรมการเรียนการสอนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น นักเรียนต้องใช้ภาษาไพธอนประกอบการปฏิบัติกิจกรรมควบคู่กัน หากเมื่อนักเรียนเกิดปัญหาในระยะเวลาที่ใกล้เคียงกันเกี่ยวกับการเขียนโปรแกรม ผู้วิจัยจำเป็นต้องให้ความช่วยเหลือแก่นักเรียนเหล่านั้นซึ่งทำให้มีความล่าช้าต่อการปฏิบัติกิจกรรมในช่วงต่อ ๆ ไป ด้วยเหตุนี้ผู้วิจัยจึงแก้ไขโดยเลือกผู้ช่วยวิจัยจากการมีความสามารถด้านการเขียนโปรแกรมด้วยภาษาใดภาษาหนึ่งเป็นอย่างดี เช่น เคยเข้าร่วมค่ายโอลิมปิกวิชาการคอมพิวเตอร์ค่าย 3 คอยช่วยเหลือผู้วิจัยตลอดการดำเนินการทดลอง ซึ่งมีทำหน้าที่ให้คำปรึกษา แนะนำ พร้อมทั้งดูแลนักเรียนที่มีปัญหาด้านการเขียนโปรแกรมทั้งในและนอกเวลาดำเนินการทดลอง นอกจากนี้ผู้วิจัยได้ขอความช่วยเหลือจากนักเรียนที่เกิดความเข้าใจแล้ว คอยช่วยเหลือเพื่อนที่มีปัญหาระหว่างการเขียนโปรแกรมเช่นกัน

ระยะที่ 3 การศึกษาระดับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เซต ตามกรอบทฤษฎี APOS สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษา

ในระยะที่ 3 ผู้วิจัยนำข้อมูลที่ได้จากการเก็บรวบรวมมาวิเคราะห์ผล เพื่อศึกษาระดับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เซต ตามกรอบทฤษฎี APOS สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษา โดยจะนำเสนอผลการวิเคราะห์ข้อมูลแบ่งออกเป็น 2 ตอน ได้แก่ ตอนที่ 1: การวิจัยเชิงปริมาณ และตอนที่ 2: การวิจัยเชิงคุณภาพ ตามลำดับ ดังรายละเอียดต่อไปนี้

ตอนที่ 1: การวิจัยเชิงปริมาณ

ผลการวิเคราะห์ความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เซต ตามกรอบทฤษฎี APOS สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษา ผู้วิจัยนำคะแนนจากใบกิจกรรมรายบุคคลที่ 1-7 แบบทดสอบย่อยจำนวน 3 ฉบับ และแบบทดสอบวัดระดับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เซต มาหาค่าเฉลี่ยเลขคณิตและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ผลการวิเคราะห์ข้อมูลปรากฏดังตาราง 46

ตาราง 46 ค่าเฉลี่ยและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนจากใบกิจกรรมรายบุคคลที่ 1-7 แบบทดสอบย่อยจำนวน 3 ฉบับ และแบบทดสอบวัดระดับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เซต ของนักเรียนกลุ่มเป้าหมาย

แหล่งที่มาของคะแนน	คะแนนเต็ม	ค่าเฉลี่ยเลขคณิต	ค่าเฉลี่ยเลขคณิตคิดเป็นร้อยละของคะแนนเต็ม	ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน
ใบกิจกรรมรายบุคคล	30	24.13	80.43	3.02
แบบทดสอบย่อยฉบับที่ 1	10	7.24	72.40	0.99
แบบทดสอบย่อยฉบับที่ 2	10	7.74	77.40	0.83
แบบทดสอบย่อยฉบับที่ 3	10	8.18	81.80	0.85
แบบทดสอบวัดระดับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ เรื่องเซต	40	32.20	80.50	3.37
รวม	100	79.49	79.49	6.63

จากตาราง 46 เมื่อพิจารณาคะแนนรวมจากแต่ละแหล่งที่มาจะเห็นได้ว่า มีค่าเฉลี่ยเลขคณิตของคะแนนจากใบกิจกรรมรายบุคคลเท่ากับ 24.13 คิดเป็นร้อยละ 80.43 ของคะแนนเต็ม โดยมีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 3.02 ในขณะที่ค่าเฉลี่ยเลขคณิตของคะแนนจากแบบทดสอบย่อยฉบับที่ 1, 2 และ 3 เท่ากับ 7.24, 7.74 และ 8.18 คิดเป็นร้อยละ 72.40, 77.40 และ 81.80 ของคะแนนเต็ม ตามลำดับ เมื่อพิจารณา แบบทดสอบย่อยแต่ละฉบับข้างต้นโดยมีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 0.99, 0.83 และ 0.85 ตามลำดับ ส่วนค่าเฉลี่ยเลขคณิตของคะแนนจากแบบทดสอบวัดระดับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เซต เท่ากับ 32.20 คิดเป็นร้อยละ 80.50 ของคะแนนเต็ม โดยมีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 3.37 ส่งผลให้ค่าเฉลี่ยของคะแนนรวมทั้งหมดเท่ากับ 79.49 คิดเป็นร้อยละ 79.49 ของคะแนนเต็ม โดยมีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 6.63

อย่างไรก็ตาม เมื่อพิจารณาคะแนนรวมจากแหล่งที่มาทั้ง 3 ซึ่งจำแนกระดับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เซต ตามกรอบทฤษฎี APOS พบว่า ค่าร้อยละของคะแนนรวมแต่ละระดับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เซต ประกอบด้วย 4 ระดับ นั่นคือ ระดับการกระทำ (A) มีค่าเฉลี่ยเลขคณิตเท่ากับ 93.40 คิดเป็นร้อยละ 93.40 ของคะแนนรวมระดับ A โดยมีส่วนเบี่ยงเบน

มาตรฐานเท่ากับ 5.95 ส่งผลให้มีนักเรียนที่ผ่านเกณฑ์ตั้งแต่ร้อยละ 60 ขึ้นไป มีจำนวน 20 คน ในขณะที่ ระดับกระบวนการ (P) มีค่าเฉลี่ยเลขคณิตเท่ากับ 80.85 คิดเป็นร้อยละ 80.85 ของคะแนนรวมระดับ P โดยมีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 6.71 ส่งผลให้มีนักเรียนที่ผ่านเกณฑ์ตั้งแต่ร้อยละ 60 ขึ้นไป มีจำนวน 20 คน อย่างไรก็ตาม ความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เซต ในระดับวัตถุ (O) มีค่าเฉลี่ยเลขคณิตเท่ากับ 77.65 คิดเป็นร้อยละ 77.65 ของคะแนนรวมระดับ O โดยมีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 7.19 ส่งผลให้มีนักเรียนที่ผ่านเกณฑ์ตั้งแต่ร้อยละ 60 ขึ้นไป มีจำนวน 20 คน และระดับการเชื่อมโยงทางปัญญา (S) มีค่าเฉลี่ยเลขคณิตเท่ากับ 71.30 คิดเป็นร้อยละ 71.30 ของคะแนนรวมระดับ S โดยมีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 10.99 ส่งผลให้มีนักเรียนที่ผ่านเกณฑ์ตั้งแต่ร้อยละ 60 ขึ้นไป มีจำนวน 16 คน (ผลการวิเคราะห์ข้อมูลปรากฏดังตาราง 47) แสดงว่า นักเรียนระดับมัธยมศึกษา มีความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เซต ตามกรอบทฤษฎี APOS จำนวน 16 คน จากจำนวนนักเรียนทั้งหมด

ตาราง 47 ผลการวิเคราะห์ความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เซต ตามกรอบทฤษฎี APOS สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษา

นักเรียนคนที่	ระดับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เซต ตามกรอบทฤษฎี APOS (คิดเป็นร้อยละ)			
	A	P	O	S
1	97	97	94	90
2	99	89	86	75
3	96	90	84	79
4	91	75	73	48
5	97	85	84	78
6	96	77	82	79
7	91	80	78	76
8	97	75	79	77

ตาราง 47 (ต่อ)

นักเรียนคนที่	ระดับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เซต ตามกรอบทฤษฎี APOS (คิดเป็นร้อยละ)			
	A	P	O	S
9	98	81	81	77
10	99	85	81	75
11	96	81	78	79
12	99	84	78	75
13	96	83	77	77
14	93	79	70	58
15	94	80	75	76
16	94	78	69	56
17	87	68	61	51
18	75	84	80	75
19	85	74	72	64
20	88	72	71	61
ค่าเฉลี่ยเลขคณิต	93.40	80.85	77.65	71.30
ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน	5.95	6.71	7.19	10.99
จำนวนนักเรียนที่ผ่านเกณฑ์	20	20	20	16

นอกจากนี้ ผู้วิจัยได้นำข้อมูลที่เก็บรวบรวมมาทดสอบสมมติฐานของการวิจัยจำนวน 2 ข้อ ได้แก่ (1) นักเรียนระดับมัธยมศึกษา หลังเรียนด้วยกิจกรรมการเรียนการสอนที่เสริมสร้างระดับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เซต ตามกรอบทฤษฎี APOS โดยใช้ภาษาไพธอน สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษา มีความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เซต สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 60 ของคะแนนเต็ม และมีจำนวนมากกว่าร้อยละ 50 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด และ (2) นักเรียนระดับมัธยมศึกษา หลังเรียนด้วยกิจกรรมการเรียนการสอนที่เสริมสร้างระดับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เซต ตามกรอบทฤษฎี APOS โดยใช้ภาษาไพธอน สำหรับนักเรียนระดับ

มัธยมศึกษา มีความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เซต แต่ละระดับตามกรอบทฤษฎี APOS สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 60 ของคะแนนเต็ม และมีจำนวนมากกว่าร้อยละ 50 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด ซึ่งปรากฏผลการวิเคราะห์แสดงดังตาราง 48 และ 49 ตามลำดับ

ตาราง 48 ผลการทดสอบสมมติฐานของการวิจัยข้อที่ 1

กลุ่มเป้าหมาย	จำนวนนักเรียน	จำนวนนักเรียนที่มีความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เซต ตามกรอบทฤษฎี APOS	P-Value
	20 คน	16 คน (คิดเป็นร้อยละ 80)	.006**

** *ที่ระดับนัยสำคัญทางสถิติ .01*

จากตาราง 48 นักเรียนระดับมัธยมศึกษา หลังเรียนด้วยกิจกรรมการเรียนการสอนที่เสริมสร้างระดับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เซต ตามกรอบทฤษฎี APOS โดยใช้ภาษาไพธอน สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษา มีความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เซต สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 60 ของคะแนนเต็ม และมีจำนวนมากกว่าร้อยละ 50 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

ตาราง 49 ผลการทดสอบสมมติฐานของการวิจัยข้อที่ 2

จำนวนนักเรียน	ระดับความเข้าใจ	จำนวนนักเรียนที่มีความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เซต ตามกรอบทฤษฎี APOS	P-Value
20 คน	A	20 คน (คิดเป็นร้อยละ 100)	.000**
	P	20 คน (คิดเป็นร้อยละ 100)	.000**
	O	20 คน (คิดเป็นร้อยละ 100)	.000**
	S	16 คน (คิดเป็นร้อยละ 80)	.006**

** *ที่ระดับนัยสำคัญทางสถิติ .01*

จากตาราง 49 นักเรียนระดับมัธยมศึกษา หลังเรียนด้วยกิจกรรมการเรียนการสอนที่เสริมสร้างระดับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เซต ตามกรอบทฤษฎี APOS โดยใช้ภาษาไพธอน สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษา มีความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เซต แต่ละระดับตาม

กรอบทฤษฎี APOS ได้แก่ ระดับ A, P, O และ S สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 60 ของคะแนนเต็ม และมีจำนวนมากกว่าร้อยละ 50 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

ตอนที่ 2: การวิจัยเชิงคุณภาพ

ในการวิเคราะห์ลักษณะของระดับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เซต ตามกรอบทฤษฎี APOS สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษา ผู้วิจัยและผู้ช่วยวิจัยจำนวน 2 คน ได้ร่วมกันวิเคราะห์จาก (1) ผลงานเขียนและแฟ้มคำสั่งเกี่ยวกับภาษาไพธอนของนักเรียนกลุ่มเป้าหมาย และ (2) ผลการสัมภาษณ์ระหว่างผู้วิจัยและนักเรียนกลุ่มเป้าหมาย โดยมีใบกิจกรรมรายบุคคลที่ 1-7 แบบสัมภาษณ์ และกล้องวีดิโอประกอบการบันทึกรายละเอียดระหว่างดำเนินการเก็บข้อมูลกับนักเรียนกลุ่มเป้าหมาย โดยพิจารณานักเรียนกลุ่มเป้าหมายจำนวน 4 คน ประกอบด้วย B1, B2, B3 และ B4 เนื่องจาก **B1** เป็นนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูง ผ่านการเข้าร่วมค่ายทางวิชาการด้านการเขียนโปรแกรมด้วยภาษาซี สมาธิสูง คิดอย่างเป็นขั้นตอน ชอบซักถาม และชอบอธิบายแนวคิดให้เพื่อนฟัง ในขณะเดียวกันก็รับฟังความเห็นของผู้อื่น และเป็นผู้ฟังที่ดี ส่วน **B2 และ B3** เป็นนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนปานกลาง มีความสนใจด้านการเขียนโปรแกรมเป็นพิเศษ ชอบซักถาม สามารถจดจ่อและมีสติระหว่างปฏิบัติกิจกรรมสูง ตลอดจนมีความพยายามที่จะเรียนรู้และแก้สถานการณ์ปัญหาที่กำหนดให้ด้วยการเขียนโปรแกรม สุดท้าย **B4** เป็นนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนต่ำ แต่มีความขยัน อดทน และความพยายามที่จะเรียนรู้และแก้สถานการณ์ปัญหาที่กำหนดให้ด้วยการเขียนโปรแกรม นอกจากนี้ยังเป็นผู้ฟังที่ดีและกล้าแสดงออกเช่นกัน

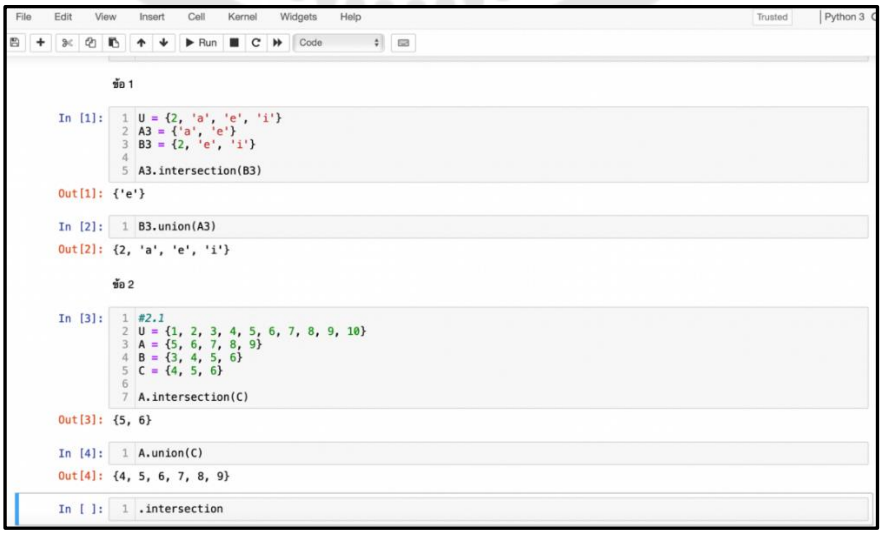
อย่างไรก็ตามสำหรับการวิเคราะห์ผลนี้เป็นการวิเคราะห์ผลเชิงคุณภาพ ผู้วิจัยจะพิจารณาระดับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เซต ตามกรอบทฤษฎี APOS เพื่อตอบคำถามการวิจัยที่ว่า “นักเรียนระดับมัธยมศึกษามีความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เซต ตามกรอบทฤษฎี APOS แต่ละระดับมีลักษณะเป็นอย่างไร” โดยแบ่งผลการนำเสนอตามการจำแนกระดับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เซต ดังนี้

2.1 ความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เซต ในระดับการกระทำ (A)

ผลจากการศึกษาระดับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เซต พบว่า ลักษณะของนักเรียนระดับมัธยมศึกษาที่มีความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เซต อยู่ในระดับ A ซึ่งเป็นระดับความเข้าใจพื้นฐานที่ไม่จำเป็นต้องอาศัยผู้วิจัย ผู้ช่วยวิจัย หรือเพื่อนในชั้นเรียนเป็นผู้ถ่ายทอดองค์ความรู้และแนะแนวทางให้ สาเหตุเนื่องมาจาก นักเรียนใช้ภาษาไพธอนเป็นเครื่องมือ

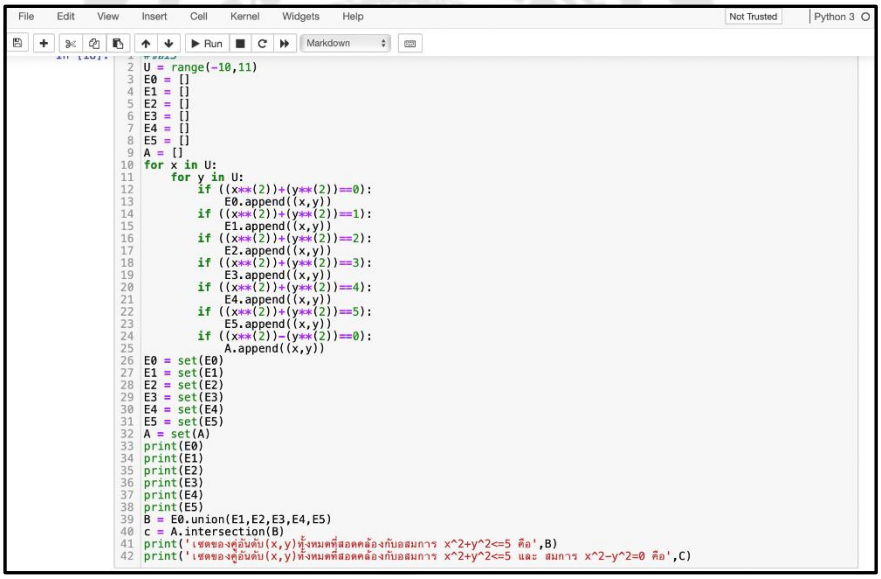
เพื่อสำรวจผลลัพธ์ที่ได้จากการรันโปรแกรม แม้ว่านักเรียนจะไม่สามารถอธิบายเหตุผลของผลลัพธ์ซึ่งได้จากการรันโปรแกรม แต่อย่างไรก็ตาม นักเรียนสามารถ (1) สำรวจการเป็นสมาชิกของเซตโดยใช้คำสั่ง in (2) หาจำนวนสมาชิกของเซตโดยใช้คำสั่ง len() (3) สำรวจการเท่ากันและไม่เท่ากันของเซตโดยใช้คำสั่ง A==B และ (4) สำรวจผลการดำเนินการระหว่างเซตแบบอินเตอร์เซกชันยูเนียน ผลต่างระหว่างเซต และคอมพลีเมนต์ โดยใช้คำสั่ง A.union(B), A.intersection(B) และ A.difference(B) ได้ ทั้งนี้ นักเรียนได้ศึกษาคำสั่งพื้นฐานเหล่านั้นด้วยตนเองขณะปฏิบัติกิจกรรมลำดับต่อไป ผู้วิจัยจะนำเสนอตัวอย่างกิจกรรมที่ 4: ความมหัศจรรย์ของ “และ/หรือ” เพื่ออธิบายลักษณะของระดับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เซต ที่ปรากฏว่าเป็นความเข้าใจในระดับ A ผ่านการวิเคราะห์ผลจากนักเรียนกลุ่มเป้าหมายจำนวน 4 คน สาเหตุเนื่องมาจากนักเรียนกลุ่มเป้าหมายทั้ง 4 คน มีความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เซต อยู่ในระดับ A ในขณะเดียวกันนี้ยังเป็นกิจกรรมแรกที่นักเรียนกลุ่มเป้าหมายทุกคนแสดงลักษณะของระดับ A ได้อย่างรวดเร็วและเด่นชัด รวมทั้งผลจากการสัมภาษณ์อย่างไม่เป็นทางการเกี่ยวกับความรู้สึกสนุกระหว่างการเขียนโปรแกรม ซึ่งมีรายละเอียดดังต่อไปนี้

เมื่อพิจารณาแฟ้มคำสั่ง “SET4” ของกิจกรรมที่ 4: ความมหัศจรรย์ของ “และ/หรือ แม้ว่านักเรียนกลุ่มเป้าหมายทั้ง 4 คน จะสามารถหาผลการดำเนินการระหว่างเซตแบบอินเตอร์เซกชันและยูเนียน โดยใช้คำสั่ง A.intersection(B) และ A.union(B) ตามลำดับ ได้ถูกต้อง (ดังภาพประกอบ 18) แสดงว่านักเรียนกลุ่มเป้าหมายทั้ง 4 คน มีความเข้าใจอยู่ในระดับ A สาเหตุเนื่องมาจาก คำสั่งในระดับนี้เป็นคำสั่งสำเร็จรูป ซึ่งมีความสะดวกต่อการใช้งาน



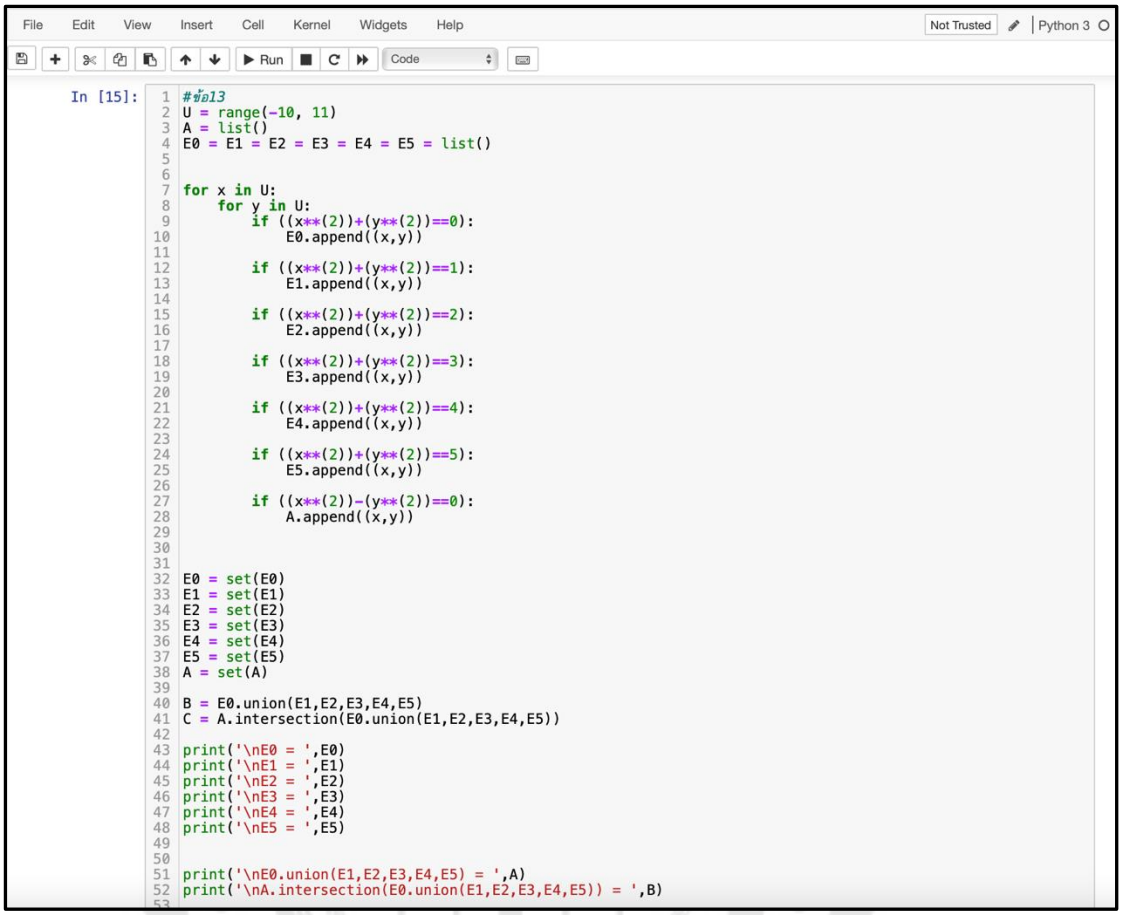
ภาพประกอบ 18 การใช้คำสั่ง A.intersection(B) และ A.union(B) ของ B3

อย่างไรก็ตาม หากเพิ่มความท้าทายให้กับนักเรียนมากยิ่งขึ้นดังสถานการณ์ปัญหาข้อ 13 (ดังภาคผนวก ค) จะพบว่า มีเพียง B1 และ B2 เท่านั้น ที่สามารถเขียนโปรแกรมประกอบการแก้ปัญหาได้ถูกต้อง ซึ่งสถานการณ์ในข้อ 13 ต้องอาศัยความรู้เกี่ยวกับการใช้คำสั่ง in, A.union(B) และ A.intersection(B) ซึ่งเป็นความเข้าใจของระดับ A พร้อมทั้งจำแนกได้ว่าเมื่อไหร่ใช้ยูเนียน เมื่อไหร่ใช้อินเตอร์เซต เนื่องจากในสถานการณ์ข้อ 13 นักเรียนจำเป็นต้องใช้การดำเนินการทั้ง 2 ควบคู่กัน แสดงว่า B1 และ B2 เข้าใจความหมายของอินเตอร์เซคชันและยูเนียน ซึ่งเป็นความเข้าใจในระดับ P แต่ที่ยิ่งไปกว่านั้นคือ B1 และ B2 สามารถเขียนโปรแกรมโดยใช้โครงสร้าง for และ if รวมทั้งหาผลการดำเนินการตั้งแต่ 3 เซตขึ้นไปได้ เมื่อใช้ภาษาไพธอนและไม่ใช้ภาษาไพธอนประกอบการแก้ปัญหา ซึ่งเป็นความเข้าใจในระดับ O และ S ตามลำดับ ผู้วิจัยแสดงผลงานการเขียนโปรแกรมของ B1 ปรากฏดังภาพประกอบ 19



ภาพประกอบ 19 แสดงผลงานการเขียนโปรแกรมของ B1 ในกิจกรรมที่ 4

ในขณะที่ B3 มีลักษณะเช่นเดียวกับ B1 และ B2 แต่ไม่สามารถเขียนโปรแกรมได้ถูกต้อง จึงมีความเข้าใจเพียงระดับ O ในทำนองเดียวกับ B4 แต่ B4 ไม่สามารถหาผลการดำเนินการตั้งแต่ 3 เซตขึ้นไปได้ เมื่อไม่ใช้ภาษาไพธอน จึงมีความเข้าใจเพียงระดับ P อย่างไรก็ตาม ผู้วิจัยแสดงผลงานการเขียนโปรแกรมของ B4 ปรากฏดังภาพประกอบ 20



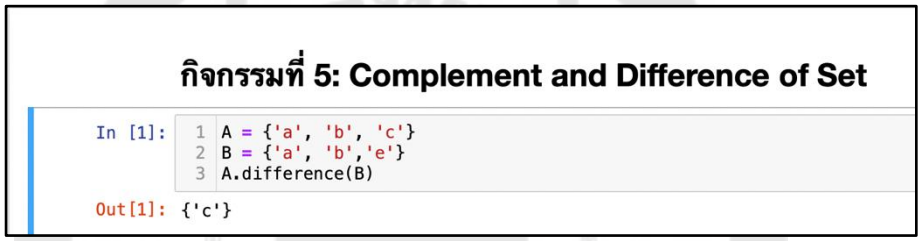
ภาพประกอบ 20 แสดงผลงานการเขียนโปรแกรมของ B4 ในกิจกรรมที่ 4

จากภาพประกอบ 20 แม้ว่า B4 ได้ใช้การสร้างตัวแปรในบรรทัดที่ 4 เพื่อประหยัดเวลาในการเขียนโปรแกรม แต่การเขียนข้างต้นทำให้เกิดข้อผิดพลาดเกี่ยวกับโครงสร้างและไวยกรณ์ของภาษาไพธอน ผลลัพธ์จึงไม่ถูกต้อง สำหรับข้อผิดพลาดนี้เกิดจากการที่ภาษาไพธอนจะนำค่าที่เปลี่ยนแปลงในตัวแปรทางขวาไปเปลี่ยนค่าของตัวแปรทางซ้ายทั้งหมด ผลลัพธ์จึงผิดไปจากที่ควรจะเป็น

2.2 ความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เซต ในระดับกระบวนการ (P)

ผลจากการศึกษาระดับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เซต พบว่า ลักษณะของนักเรียนระดับมัธยมศึกษาที่มีความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เซต อยู่ในระดับ P จะสามารถ (1) เขียนสัญลักษณ์การเป็นสมาชิกและไม่เป็นสมาชิกของเซต (2) เขียนเซตแบบแจกแจงสมาชิกและแบบบอกเงื่อนไขของสมาชิก (3) ระบุสมาชิกของเซต (4) อธิบายความหมายเกี่ยวกับเซต (เช่น เซตว่าง เซตจำกัด เซตอนันต์ เซตที่เท่ากันและไม่เท่ากัน การเป็นสับเซตและไม่เป็นสับ

เซต และการดำเนินการระหว่างเซต) และ (5) หาความสัมพันธ์ของจำนวนสมาชิกของเซต A หรือเซต B และจำนวนสมาชิกของเซต A หรือเซต B หรือเซต C โดยไม่ใช้ภาษาไพธอนได้ นอกจากนี้ ผู้วิจัยมีข้อค้นพบเพิ่มเติมว่า “นักเรียนที่สามารถเขียนผังงาน (Flow Chart) เพื่ออธิบายกระบวนการเขียนโปรแกรมของตนเองถูกต้อง จะสามารถอธิบายหรือแสดงแนวคิดสำหรับแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ในสถานการณ์เดียวกันได้” ซึ่งสอดคล้องกับผลการสัมภาษณ์ของนักเรียนกลุ่มเป้าหมายดังตัวอย่างกิจกรรมที่ 5: Complement and Difference ด้านล่าง สาเหตุอาจเนื่องมาจาก ผู้วิจัยให้ความสำคัญกับการคิดอย่างเป็นระบบ โดยการกระตุ้นและอภิปรายร่วมกับนักเรียน เพื่อให้เห็นความสัมพันธ์ระหว่างแนวคิดการทำงานของภาษาไพธอนมาสู่แนวคิดทางคณิตศาสตร์ เช่น จากความเข้าใจในระดับ A นักเรียนจะสามารถหาผลการดำเนินการระหว่างเซต A-B ดังภาพประกอบ 21



ภาพประกอบ 21 ผลงานการเขียนโปรแกรมเพื่อหา A-B ของ B1

เมื่อนักเรียนได้ผลลัพธ์จากการรันโปรแกรมแล้ว ผู้วิจัยและนักเรียนกลุ่มเป้าหมายร่วมกันอภิปรายดังนี้

ผู้วิจัย: เด็ก ๆ คิดว่าทำไมไพธอนถึงแสดงผลลัพธ์เป็น {‘c’}

B3: ผลต่างของ A กับ B

B4: คืออะไร

B3: difference ภาษาอังกฤษแปลว่าผลต่าง ฮา ๆ ๆ

ผู้วิจัย: แล้วยังไงต่อลูก ฮา ๆ

B2: อ่อ a กับ b เป็นสมาชิกที่อยู่ทั้งเซต A กับ B แต่ c มันเป็นสมาชิกที่อยู่ในเซต A แต่ไม่อยู่ในเซต B อ้าวแล้ว e ล่ะ ไม่ต้องเอามาคิดเหรอ

ผู้วิจัย: งั้นเราลองเปลี่ยนหน้าตาของเซต A กับ B เป็นสมาชิกตัวอื่นซิ้

B1: แบบนี้หรือเปล่า เหมือนไพธอนเค้าเอาแค่สมาชิกตัวหน้าแต่ไม่เอาสมาชิกตัวหลัง เพราะผมลองเปลี่ยนสมาชิกจากเซต A เป็น B แล้วก็จากเซต B เป็น A ผลลัพธ์มันออกมาเป็น {‘e’}

ระหว่างนั้นผู้วิจัยและนักเรียนกลุ่มเป้าหมายร่วมกันสรุปแนวคิดที่ได้จากผลการรันโปรแกรมข้างต้น จากนั้นผู้วิจัยตั้งคำถามกระตุ้นนักเรียน ดังนี้

ผู้วิจัย: เด็ก ๆ คิดว่าไพธอนเค้าคิดยังไง ไหนลองอธิบายแนวคิดตั้งแต่เริ่มแรกให้ฟังหน่อย

B1 : ตอนแรกไพธอนต้องรู้ก่อนว่าเซต A กับ B มีหน้าตาเป็นอย่างไร

ผู้วิจัย: แสดงว่าต้องรับเซต A กับ B มาก่อนหรือเปล่า

B1: ใช่ค้าบบบบบบ

ผู้วิจัย: เอ๊ะ! การรับเซต A กับ B ต้องเขียนผังงานด้วยสัญลักษณ์อะไร

ทุกคน: รูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน (พร้อมทั้งเขียนผังงานประกอบ)

ผู้วิจัย: พอรู้หน้าตาเซต A กับ B แล้วทำยังไงต่อ ถ้าเราใช้คำสั่ง A.difference(B)

B1: แสดงว่าเอาสมาชิกในเซต A ที่ไม่อยู่ในเซต B

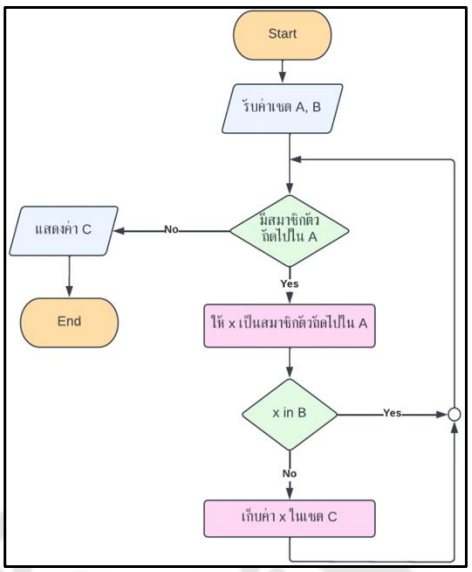
ผู้วิจัย: ตามธรรมชาติ เวลาเด็ก ๆ จะดูว่าสมาชิกตัวใดบ้างอยู่ในเซต A แต่ไม่เป็นสมาชิกในเซต B เด็ก ๆ ทำยังไง

B2: ดูทีละตัวไล่ไป

ผู้วิจัย: ไพธอนเค้าคิดเหมือนเราเลย โดยไพธอนจะดูเทียบกับเซต A เพื่อดูว่ามีสมาชิกตัวต่อไปอยู่ในเซต A หรือไม่ เพราะสิ่งนี้เป็นเงื่อนไขถูกไหม (ระหว่างนั้นนักเรียนกลุ่มเป้าหมายทั้ง 4 คน เขียนผังงานประกอบ) ทีนี้ถ้ามันอยู่หล่ะ จะเกิดอะไรขึ้น

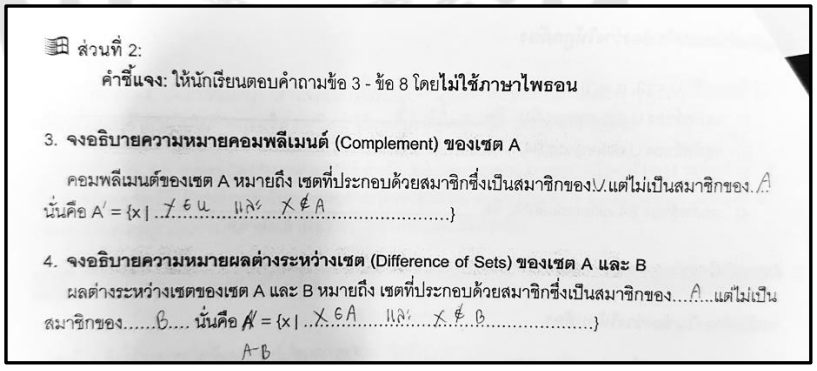
B1: มันก็จะไปดูต่อว่าอยู่ในเซต B ไหม ถ้ามันอยู่ มันจะเดินกลับไปดูสมาชิกตัวถัดไปของเซต A ตัวต่อ ๆ ๆ ๆ ๆ ๆ ไป แต่ถ้ามันไม่อยู่ก็จะเก็บไว้ในผลลัพธ์

จากผลการถาม-ตอบข้างต้น นักเรียนจะสามารถเขียนผังงานดังภาพประกอบ 22



ภาพประกอบ 22 ผังงานแสดงแนวคิดของ A-B

ลำดับต่อไป ผู้วิจัยได้ชี้แจงนักเรียนว่า “เราจะเรียกผลลัพธ์ที่ได้จากการใช้คำสั่ง A.difference(B) (เป็นความเข้าใจระดับ A) ในทางคณิตศาสตร์ว่า ผลต่างระหว่างเซต A และ B เขียนสัญลักษณ์แทนด้วย A-B” แล้วให้นักเรียนหาข้อสรุปเกี่ยวกับความหมายของผลต่างระหว่างเซต A และ B ด้วยตนเอง ดังภาพประกอบ 23


ส่วนที่ 2:
คำชี้แจง: ให้นักเรียนตอบคำถามข้อ 3 - ข้อ 8 โดย**ไม่ใช้ภาษาไพธอน**

3. **จงอธิบายความหมายคอมพลีเมนต์** (Complement) **ของเซต A**

คอมพลีเมนต์ของเซต A หมายถึง เซตที่ประกอบด้วยสมาชิกซึ่งเป็นสมาชิกของ U แต่ไม่เป็นสมาชิกของ A นั่นคือ A′ = {x | x ∈ U และ x ∉ A}

4. **จงอธิบายความหมายผลต่างระหว่างเซต** (Difference of Sets) **ของเซต A และ B**

ผลต่างระหว่างเซตของเซต A และ B หมายถึง เซตที่ประกอบด้วยสมาชิกซึ่งเป็นสมาชิกของ A แต่ไม่เป็นสมาชิกของ B นั่นคือ A-B = {x | x ∈ A และ x ∉ B}

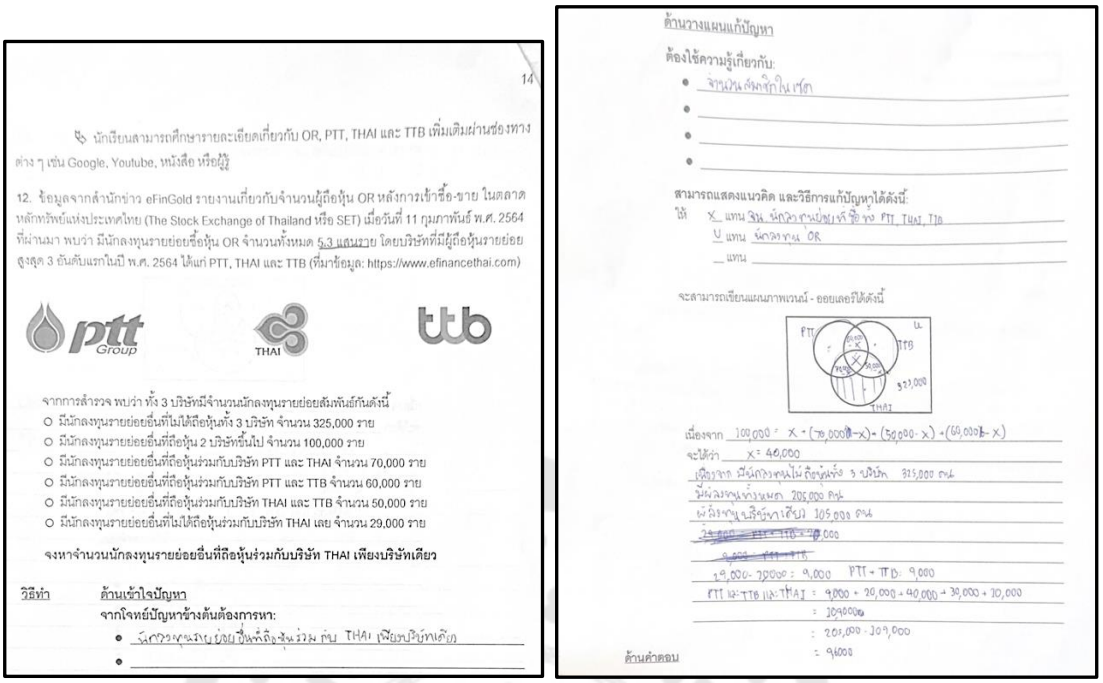
ภาพประกอบ 23 งานเขียนความหมายของผลต่างระหว่างเซต A และ B ของ B1

จากภาพประกอบ 23 เป็นผลงานเขียนของ B1 ซึ่งสามารถสรุปความหมายของผลต่างระหว่างเซต A และ B ได้ถูกต้อง เช่นเดียวกับนักเรียนกลุ่มเป้าหมายอีก 3 คน

2.3 ความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เซต ในระดับวัตถุ (O)

ผลจากการศึกษาระดับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เซต พบว่า ลักษณะของนักเรียนระดับมัธยมศึกษาที่มีความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เซต อยู่ในระดับ O จะสามารถ (1) เขียนข้อสรุปเกี่ยวกับลักษณะเซตและการเขียนแสดงเซต (2) จำแนกสิ่งที่เป็นเซตและไม่เป็นเซต (3) จำแนกประเภทของเซต (4) อธิบายสมบัติต่าง ๆ ที่เกี่ยวข้องกับเซต (เช่น สมบัติต่าง ๆ ของสับเซต หรือสมบัติต่าง ๆ ของการดำเนินการระหว่างเซต) และ (5) หาความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนสมาชิกของเซต A กับจำนวนของเพาเวอร์เซต A ได้ เมื่อ A มีสมาชิก n ตัว รวมทั้งสามารถใช้ความรู้เกี่ยวกับจำนวนสมาชิกของเซตจำกัดสำหรับแก้สถานการณ์ปัญหาได้ โดยไม่ใช้ภาษาไพธอน ในลำดับต่อไป ผู้วิจัยจะนำเสนอตัวอย่างกิจกรรมที่ 6: The Stock เพื่ออธิบายลักษณะของระดับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เซต ที่ปรากฏว่าเป็นความเข้าใจในระดับ O ผ่านการวิเคราะห์ผลจากนักเรียนกลุ่มเป้าหมายจำนวน 3 คน ได้แก่ B1, B2 และ B3 สาเหตุเนื่องมาจากนักเรียนกลุ่มเป้าหมายทั้ง 3 คน ได้แสดงออกถึงพฤติกรรมการเรียนรู้ดังตาราง 16 ซึ่งมีความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เซต อยู่ในระดับ O ในขณะเดียวกันนี้ยังเป็นกิจกรรมแรกที่นักเรียนกลุ่มเป้าหมาย 3 คน แสดงลักษณะของระดับ O ได้อย่างรวดเร็วและเด่นชัด ซึ่งมีรายละเอียดดังต่อไปนี้

สำหรับกิจกรรมที่ 6: The Stock ผู้วิจัยมุ่งเน้นให้นักเรียนสามารถนำความรู้เกี่ยวกับจำนวนสมาชิกของเซตจำกัดประกอบการแก้โจทย์ปัญหา อย่างไรก็ตาม ผู้วิจัยนำเข้าสู่บทเรียนโดยให้นักเรียนศึกษาการใช้คำสั่ง len(S) เพื่อหาจำนวนสมาชิกของเซตด้วยตนเอง ซึ่งจะเห็นได้ว่าในข้อ 1-7 (ดังภาคผนวก ค) นอกจากนักเรียนจะได้ความรู้ใหม่ในคาบเรียนนี้แล้ว ยังมีความจำเป็นต้องอาศัยความรู้จากกิจกรรมที่ 4-5 ในคาบเรียนก่อนหน้านี้ มาประกอบการหาผลลัพธ์การดำเนินการระหว่างเซตแบบยูเนียน อินเตอร์เซคชัน คอมพลีเมนต์ และผลต่างระหว่างเซตเช่นกัน นั่นหมายความว่าการปฏิบัติกิจกรรมในส่วนนี้นักเรียนกลุ่มเป้าหมายใช้ความเข้าใจในระดับ A เพื่อนำไปสู่การสร้างข้อความคาดการณ์และหาบทสรุปเกี่ยวกับ $n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$ และ $n(A \cup B \cup C) = n(A) + n(B) + n(C) - n(A \cap B) - n(A \cap C) - n(B \cap C) + n(A \cap B \cap C)$ แล้วเปิดสื่อแอนนิเมชั่น: $n(A \cup B)$ และ $n(A \cup B \cup C)$ ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นประกอบ ทำให้นักเรียนมีความเข้าใจในระดับ P เมื่อพิจารณานักเรียนกลุ่มเป้าหมาย พบว่ามีเพียง B1, B2 และB3 ที่สามารถหาบทสรุปเกี่ยวกับ $n(A \cup B)$ และ $n(A \cup B \cup C)$ แล้วนำไปแก้โจทย์ปัญหาที่กำหนดให้ได้ถูกต้องโดยไม่ใช้ภาษาไพธอนได้ แสดงว่านักเรียนกลุ่มเป้าหมายทั้ง 3 คน มีความเข้าใจอยู่ในระดับ O ทั้งนี้ ผู้วิจัยแสดงงานเขียนข้อ 12 ในกิจกรรมที่ 6 ของ B1 ดังภาพประกอบ 24



14

นักเรียนสามารถศึกษารายละเอียดเกี่ยวกับ OR, PTT, THAI และ TTB เพิ่มเติมผ่านช่องทางต่าง ๆ เช่น Google, Youtube, หนังสือ หรือผู้รู้

12. ข้อมูลจากสำนักข่าว eFinGold รายงานเกี่ยวกับจำนวนผู้ถือหุ้น OR หลังการเข้าซื้อ-ขาย ในตลาดหลักทรัพย์แห่งประเทศไทย (The Stock Exchange of Thailand หรือ SET) เมื่อวันที่ 11 กุมภาพันธ์ พ.ศ. 2564 ที่ผ่านมา พบว่า มีนักลงทุนรายย่อยซื้อหุ้น OR จำนวนทั้งหมด 5.3 แสนราย โดยบริษัทที่มีผู้ถือหุ้นรายย่อยสูงสุด 3 อันดับแรกในปี พ.ศ. 2564 ได้แก่ PTT, THAI และ TTB (ที่มาข้อมูล: https://www.efinancethai.com)

จากการสำรวจ พบว่า ทั้ง 3 บริษัทมีจำนวนนักลงทุนรายย่อยสัมพันธ์กันดังนี้

- มีนักลงทุนรายย่อยอื่นที่ไม่ได้ถือหุ้นทั้ง 3 บริษัท จำนวน 325,000 ราย
- มีนักลงทุนรายย่อยอื่นที่ถือหุ้น 2 บริษัทขึ้นไป จำนวน 100,000 ราย
- มีนักลงทุนรายย่อยอื่นที่ถือหุ้นร่วมกับบริษัท PTT และ THAI จำนวน 70,000 ราย
- มีนักลงทุนรายย่อยอื่นที่ถือหุ้นร่วมกับบริษัท PTT และ TTB จำนวน 60,000 ราย
- มีนักลงทุนรายย่อยอื่นที่ถือหุ้นร่วมกับบริษัท THAI และ TTB จำนวน 50,000 ราย
- มีนักลงทุนรายย่อยอื่นที่ไม่ได้ถือหุ้นร่วมกับบริษัท THAI เลย จำนวน 29,000 ราย

จงหาจำนวนนักลงทุนรายย่อยอื่นที่ถือหุ้นร่วมกับบริษัท THAI เพียงบริษัทเดียว

วิธีทำ ด้านเข้าใจปัญหา

จากโจทย์ปัญหาข้างต้นต้องการหา:

- นักลงทุนรายย่อยที่ถือหุ้นร่วมกับ THAI เพียงบริษัทเดียว

ด้านวางแผนแก้ปัญหา

ต้องใช้ความรู้เกี่ยวกับ:

- สับเซตในทฤษฎี

สามารถแสดงแนวคิด และวิธีการแก้ปัญหาได้ดังนี้:

ให้ x แทน จำนวนนักลงทุนรายย่อยที่ซื้อหุ้น PTT, THAI, TTB

U แทน นักลงทุน OR

_ แทน _____

จะสามารถเขียนแผนภาพเวนน์ - ออยเลอร์ได้ดังนี้

เนื่องจาก 100,000 = x + (70,000 - x) + (60,000 - x) + (50,000 - x)

จะได้ว่า x = 40,000

เพราะจาก มีนักลงทุนไม่ถือหุ้นเลย 3 บริษัท 325,000 คน

มีนักลงทุนทั้งหมด 530,000 คน

มีนักลงทุนรายย่อย 205,000 คน

29,000 - 20,000 = 9,000 PTT - TTB: 9,000

PTT และ TTB และ THAI = 9,000 + 20,000 + 40,000 + 30,000 + 10,000

= 209,000

= 205,000 - 209,000

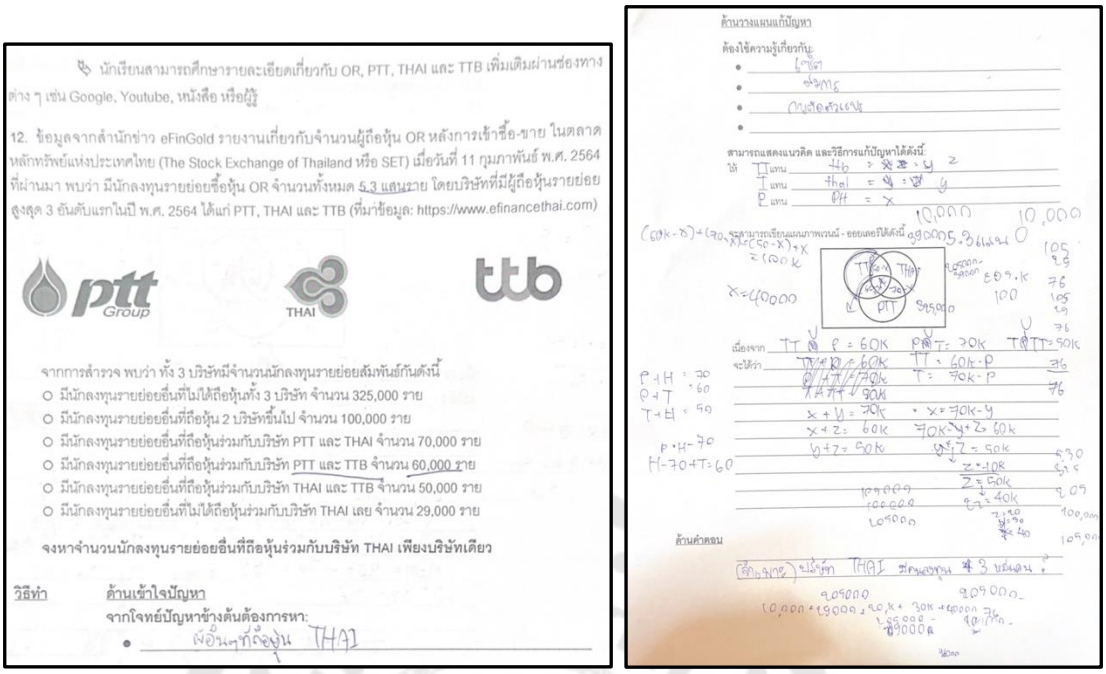
= 96,000

ด้านคำตอบ

ภาพประกอบ 24 แสดงงานเขียนข้อ 12 ในกิจกรรมที่ 6 ของ B1

จากภาพประกอบ 24 จะเห็นได้ว่า B1 มีความเข้าใจปัญหาโดยระบุสิ่งต้องการหาได้ พร้อมทั้งระบุความรู้ที่ใช้ได้ และสามารถกำหนดตัวแปรที่นำไปสู่การหาคำตอบได้ แต่ที่ยิ่งไปกว่านั้นคือ B1 สามารถแสดงขั้นตอนการคำนวณได้ถูกต้องเช่นกัน

ในขณะที่ B4 ไม่สามารถแก้โจทย์ปัญหาที่กำหนดให้โดยไม่ใช้ภาษาไพธอนได้ ดังภาพประกอบ 25


นักเรียนสามารถศึกษารายละเอียดเกี่ยวกับ OR, PTT, THAI และ TTB เพิ่มเติมผ่านช่องทางต่าง ๆ เช่น Google, Youtube, หนังสือ หรือผู้รู้

12. ข้อมูลจากสำนักข่าว eFinGold รายงานเกี่ยวกับจำนวนผู้ถือหุ้น OR หลังการเข้าซื้อ-ขาย ในตลาดหลักทรัพย์แห่งประเทศไทย (The Stock Exchange of Thailand หรือ SET) เมื่อวันที่ 11 กุมภาพันธ์ พ.ศ. 2564 ที่ผ่านมา พบว่า มีนักลงทุนรายย่อยซื้อหุ้น OR จำนวนทั้งหมด 5.3 แสนราย โดยบริษัทที่มีผู้ถือหุ้นรายย่อยสูงสุด 3 อันดับแรกในปี พ.ศ. 2564 ได้แก่ PTT, THAI และ TTB (ที่มาข้อมูล: https://www.efinancethai.com)

จากการสำรวจ พบว่า ทั้ง 3 บริษัทมีจำนวนนักลงทุนรายย่อยสัมพันธ์กันดังนี้
- มีนักลงทุนรายย่อยอื่นที่ไม่ได้ถือหุ้นทั้ง 3 บริษัท จำนวน 325,000 ราย
- มีนักลงทุนรายย่อยอื่นที่ถือหุ้น 2 บริษัทขึ้นไป จำนวน 100,000 ราย
- มีนักลงทุนรายย่อยอื่นที่ถือหุ้นร่วมกับบริษัท PTT และ THAI จำนวน 70,000 ราย
- มีนักลงทุนรายย่อยอื่นที่ถือหุ้นร่วมกับบริษัท PTT และ TTB จำนวน 60,000 ราย
- มีนักลงทุนรายย่อยอื่นที่ถือหุ้นร่วมกับบริษัท THAI และ TTB จำนวน 50,000 ราย
- มีนักลงทุนรายย่อยอื่นที่ไม่ได้ถือหุ้นร่วมกับบริษัท THAI เลย จำนวน 29,000 ราย

จงหาจำนวนนักลงทุนรายย่อยอื่นที่ถือหุ้นร่วมกับบริษัท THAI เพียงบริษัทเดียว

วิธีทำ ด้านเข้าใจปัญหา
จากโจทย์ปัญหาข้างต้นต้องการหา:
- ผู้อื่นๆที่ถือหุ้น THAI

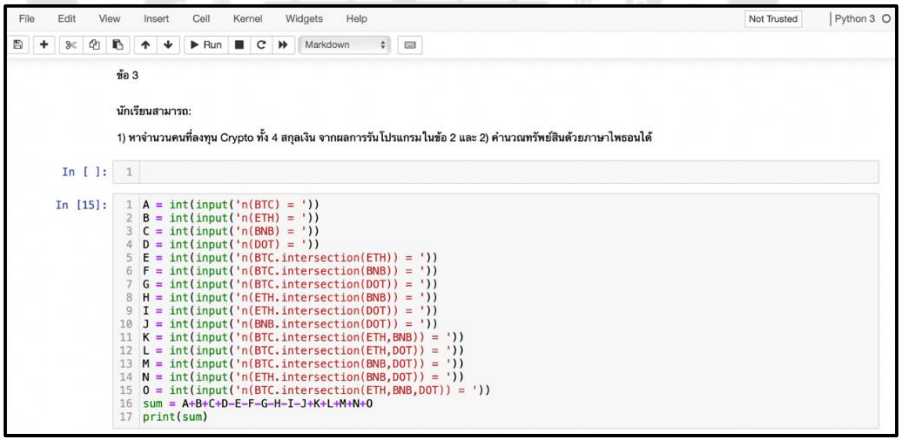
ภาพประกอบ 25 แสดงงานเขียนข้อ 12 ในกิจกรรมที่ 6 ของ B4

จากภาพประกอบ 25 จะเห็นได้ว่า B4 ไม่สามารถแสดงขั้นตอนการคำนวณได้ถูกต้อง แม้ว่าจะพยายามระบุสิ่งที่ต้องการหา ระบุความรู้ที่ใช้ และกำหนดตัวแปรที่นำไปสู่การหาคำตอบก็ตาม อย่างไรก็ตาม ผลการวิเคราะห์งานเขียนของ B4 แสดงให้เห็นว่าไม่มีความเข้าใจในระดับ O เช่นเดียวกับ B1, B2 และ B3

2.4 **ความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เซต ในระดับการเชื่อมโยงทางปัญญา (S)**

ผลจากการศึกษาระดับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เซต พบว่า ลักษณะของนักเรียนระดับมัธยมศึกษาที่มีความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เซต อยู่ในระดับ S จะสามารถ เชื่อมโยงความรู้เกี่ยวกับเนื้อหา เรื่อง เซต และ/หรือ เนื้อหาเรื่องอื่นทางคณิตศาสตร์ร่วมกับการออกแบบโปรแกรมด้วยภาษาไพธอน เพื่อใช้สำหรับแก้สถานการณ์ปัญหาที่กำหนดให้ ในลำดับต่อไป ผู้วิจัยจะนำเสนอตัวอย่างกิจกรรมที่ 7: Crypto เพื่ออธิบายลักษณะของระดับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เซต ที่ปรากฏว่าเป็นความเข้าใจในระดับ S ผ่านการวิเคราะห์ผลจากนักเรียนกลุ่มเป้าหมายจำนวน 3 คน ได้แก่ B1, B2 และ B3 สาเหตุเนื่องมาจากนักเรียนกลุ่มเป้าหมายทั้ง 3 คน ได้แสดงออกถึงพฤติกรรมการเรียนรู้ดังตาราง 16 มีความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เซต อยู่ในระดับ S ซึ่งมีรายละเอียดดังต่อไปนี้

ในกิจกรรมที่ 7: Crypto นักเรียนจำเป็นต้องอาศัยความรู้เดิมจากกิจกรรมที่ 6: The Stock แม้ว่านักเรียนจะมีความรู้เกี่ยวกับการหา n(A ∪ B) และ n(A ∪ B ∪ C) แล้ว แต่อย่างไรก็ตาม กิจกรรมที่ 7: Crypto นักเรียนต้องขยายความรู้เดิมเพื่อหา n(A ∪ B ∪ C ∪ D) แล้วนำไปเขียนโปรแกรม “จำนวนคนที่ลงทุน Crypto ทั้ง 4 สกุลเงิน” ในขณะเดียวกันนี้ ผู้วิจัยได้เปิดวีดิโอซึ่งเป็นความรู้พื้นฐานของ Crypto และร่วมกันอภิปรายความรู้ที่ได้ก่อนการลงมือเขียนโปรแกรมด้วยตนเองในข้อที่ 2 ของกิจกรรมที่ 7: Crypto (ดังภาคผนวก ค) เมื่อพิจารณาผลงานการเขียนโปรแกรมของ B3 จากแฟ้มคำสั่ง “SET7” แสดงให้เห็นว่า B3 สามารถหา n(AUBUCUD) ได้ถูกต้อง ซึ่งสังเกตจากบรรทัดที่ 16 ของแฟ้มคำสั่ง และการเขียนโปรแกรมของ B3 นั้น ถูกต้องตามโครงสร้างและไวยกรณ์ของภาษาไพธอน แม้ว่าการเขียนโปรแกรมในกิจกรรมนี้จะสามารถเขียนได้โดยง่าย แต่การที่นักเรียนจะเขียนโปรแกรมในกิจกรรมนี้ได้ จำเป็นต้องเกิดการขยายความรู้เดิมไปสู่ความรู้ใหม่ ในขณะที่การเรียนการสอนตามแบบปกติ หรือการเรียนการสอนตามแนวทางของ สสวท. ได้กำหนดให้นักเรียนศึกษาเพียงการหา n(A ∪ B) และ n(A ∪ B ∪ C) เท่านั้น รวมทั้ง ละเว้นการบูรณาข้ามศาสตร์ระหว่างวิชาคณิตศาสตร์และการเขียนโปรแกรมสำหรับหลักสูตรคณิตศาสตร์



ภาพประกอบ 26 ผลงานการเขียนโปรแกรมของ B3 จากแฟ้มคำสั่ง “SET7”

จากภาพประกอบ 26 พบว่า B3 สามารถสร้างขยายความรู้ใหม่ได้ เช่นเดียวกับ B1 และ B2 ซึ่งมีแนวคิดการเขียนโปรแกรมเป็นไปในทิศทางเดียวกัน แสดงว่านักเรียนกลุ่มเป้าหมายทั้ง 3 คนข้างต้น มีความเข้าใจอยู่ในระดับ S อย่างไรก็ตาม ผลจากการวิเคราะห์ข้อมูลในครั้งนี้ผู้วิจัยค้นพบว่าการที่นักเรียนจะเกิดความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ให้อยู่ในระดับ S ได้จะต้องมีความเข้าใจในระดับ A, P และ O มาก่อนเสมอ ดังกิจกรรมที่ผู้วิจัยวิเคราะห์ผลมาข้างต้น

บทที่ 5
สรุปผล อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ

ความมุ่งหมาย สมมติฐาน และวิธีดำเนินการวิจัยโดยสังเขป

ความมุ่งหมายของการวิจัย

1. เพื่อวิเคราะห์ปัจจัยที่ส่งผลต่อการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในปัจจุบันของครูที่สอนวิชาคณิตศาสตร์และนักเรียนระดับมัธยมศึกษา โรงเรียนในสังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษาลพบุรี ซึ่งเป็นโรงเรียนที่มีขนาดกลางขึ้นไป

2. เพื่อพัฒนากิจกรรมการเรียนการสอนที่เสริมสร้างระดับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เซต ตามกรอบทฤษฎี APOS โดยใช้ภาษาไพธอน สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษา ให้มีประสิทธิภาพตามเกณฑ์ 60/60

3. เพื่อศึกษาระดับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เซต ตามกรอบทฤษฎี APOS ของนักเรียนระดับมัธยมศึกษา

สมมติฐานในการวิจัย

1. เพศ อายุ และระดับการศึกษาของครูคณิตศาสตร์ที่แตกต่างกัน มีค่าปัจจัยที่ส่งผลต่อการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในปัจจุบันของครูคณิตศาสตร์แต่ละปัจจัยแตกต่างกัน

2. เพศ แผนการเรียน และระดับการศึกษาของนักเรียนระดับมัธยมศึกษาที่แตกต่างกัน มีค่าปัจจัยที่ส่งผลต่อการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในปัจจุบันของนักเรียนระดับมัธยมศึกษาแต่ละปัจจัยแตกต่างกัน

3. กิจกรรมการเรียนการสอนที่เสริมสร้างระดับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เซต ตามกรอบทฤษฎี APOS โดยใช้ภาษาไพธอน สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษา มีประสิทธิภาพเป็นไปตามเกณฑ์ 60/60

4. นักเรียนระดับมัธยมศึกษา หลังเรียนด้วยกิจกรรมการเรียนการสอนที่เสริมสร้างระดับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เซต ตามกรอบทฤษฎี APOS โดยใช้ภาษาไพธอน สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษา มีความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เซต สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 60 ของคะแนนเต็ม และมีจำนวนมากกว่าร้อยละ 50 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด

5. นักเรียนระดับมัธยมศึกษา หลังเรียนด้วยกิจกรรมการเรียนการสอนที่เสริมสร้างระดับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เซต ตามกรอบทฤษฎี APOS โดยใช้ภาษาไพธอน สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษา มีความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เซต แต่ละระดับตามกรอบทฤษฎี

APOS สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 60 ของคะแนนเต็ม และมีจำนวนมากกว่าร้อยละ 50 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด

วิธีดำเนินการวิจัย

วิธีดำเนินการวิจัยในครั้งนี้ เป็นการพัฒนากิจกรรมการเรียนการสอนซึ่งผู้วิจัยแบ่งออกเป็น 3 ระยะ ดังรายละเอียดต่อไปนี้

ระยะที่ 1 การวิเคราะห์ปัจจัยที่ส่งผลต่อการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในปัจจุบันของครูที่สอนวิชาคณิตศาสตร์และนักเรียนระดับมัธยมศึกษา โรงเรียนในสังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษาลพบุรี ซึ่งเป็นโรงเรียนที่มีขนาดกลางขึ้นไป

สำหรับประชากรระยะนี้ เป็นครูที่สอนวิชาคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาจำนวน 129 คน และนักเรียนระดับมัธยมศึกษาจำนวน 17,916 คน ตามลำดับ โรงเรียนในสังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษาลพบุรี ซึ่งเป็นโรงเรียนที่มีขนาดกลางขึ้นไป เนื่องจากการวิจัยระยะนี้ผู้วิจัยพิจารณาปัจจัยที่ส่งผลต่อการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในปัจจุบันของครูที่สอนวิชาคณิตศาสตร์และนักเรียนระดับมัธยมศึกษา ประกอบด้วย 4 ด้าน ได้แก่ ด้านการรับรู้เกี่ยวกับการใช้เทคโนโลยี ด้านความรู้ทางเทคโนโลยี ด้านความรู้ทางเนื้อหา และด้านกิจกรรมการเรียนการสอน จึงเป็นสาเหตุที่ผู้วิจัยจะพิจารณาเฉพาะโรงเรียนที่มีขนาดกลางขึ้นไปในสังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษาลพบุรี เพื่อลดค่าผิดปกติ (Outliers) จากโรงเรียนที่มีขนาดเล็ก ซึ่งอาจมีความพร้อมเกี่ยวกับการใช้เทคโนโลยีไม่เทียบเท่ากับโรงเรียนที่มีขนาดกลางขึ้นไป ส่งผลให้ครูและนักเรียนที่อยู่ในโรงเรียนขนาดเล็กอาจไม่สามารถแยกความแตกต่างระหว่างการใช้เทคโนโลยีและไม่ใช้เทคโนโลยีได้ ทั้งนี้ ผู้วิจัยได้สุ่มตัวอย่างแบบหลายขั้นตอน (Multi Stage Sampling) และกำหนดขนาดของกลุ่มตัวอย่างจากสูตรยามาเน่ (Yamane, 1970, pp. 580-581) โดยให้ความคลาดเคลื่อนของการสุ่มครูและนักเรียนเท่ากับ 0.1 และ 0.05 ตามลำดับ ทำให้มีกลุ่มตัวอย่างเป็นครูที่สอนวิชาคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาจำนวน 60 คน และนักเรียนระดับมัธยมศึกษาจำนวน 400 คน ตามลำดับ ในภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2565 โรงเรียนในสังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษาลพบุรี ซึ่งเป็นโรงเรียนที่มีขนาดกลางขึ้นไป

การวิจัยระยะนี้ ผู้วิจัยเริ่มจากการกำหนดกรอบแนวคิดในการวิจัยโดยการสังเคราะห์จากเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง แล้วใช้กรอบแนวคิดในการวิจัยมาเป็นแนวทางการศึกษาปัจจัยที่ส่งผลต่อการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในปัจจุบันของครูที่สอนวิชาคณิตศาสตร์และนักเรียนระดับมัธยมศึกษา แบ่งเป็น 4 ด้าน ได้แก่ (1) ด้านการรับรู้เกี่ยวกับการใช้เทคโนโลยี (2) ด้านความรู้ทางเทคโนโลยี (3) ด้านความรู้ทางเนื้อหา และ (4) ด้านกิจกรรมการเรียนการสอน

โดยมีเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยเป็นแบบสอบถามจำนวน 2 ฉบับ ได้แก่ แบบสอบถามเกี่ยวกับปัจจัยที่ส่งผลต่อการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในปัจจุบันของครูที่สอนวิชาคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาจำนวน 37 ข้อ ซึ่งมีค่าความเชื่อมั่นของแบบสอบถามทั้งฉบับโดยใช้วิธีหาสัมประสิทธิ์แอลฟา (α - Coefficient) ของครอบบัค (Cronbach) เท่ากับ 0.940 และเมื่อพิจารณาค่าความเชื่อมั่นของแบบสอบถามแต่ละด้าน พบว่า ด้านการรับรู้เกี่ยวกับการใช้เทคโนโลยี (มีจำนวน 12 ข้อ) ด้านความรู้ทางเทคโนโลยี (มีจำนวน 10 ข้อ) ด้านความรู้ทางเนื้อหา (มีจำนวน 7 ข้อ) และด้านกิจกรรมการเรียนการสอน (มีจำนวน 8 ข้อ) มีค่าความเชื่อมั่น เท่ากับ .910, .872, .875 และ .784 ตามลำดับ ส่วนแบบสอบถามเกี่ยวกับปัจจัยที่ส่งผลต่อการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในปัจจุบันของนักเรียนระดับมัธยมศึกษาจำนวน 37 ข้อ ซึ่งมีค่าความเชื่อมั่นของแบบสอบถามทั้งฉบับโดยใช้วิธีหาสัมประสิทธิ์แอลฟาของครอบบัค เท่ากับ 0.934 และเมื่อพิจารณาค่าความเชื่อมั่นของแบบสอบถามแต่ละด้าน พบว่า ด้านการรับรู้เกี่ยวกับการใช้เทคโนโลยี (มีจำนวน 12 ข้อ) ด้านความรู้ทางเทคโนโลยี (มีจำนวน 10 ข้อ) ด้านความรู้ทางเนื้อหา (มีจำนวน 7 ข้อ) และด้านกิจกรรมการเรียนการสอน (มีจำนวน 8 ข้อ) มีค่าความเชื่อมั่น เท่ากับ .873, .863, .778 และ .852 ตามลำดับ ผู้วิจัยให้ครูทำแบบสอบถามเกี่ยวกับปัจจัยที่ส่งผลต่อการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในปัจจุบันของครูที่สอนวิชาคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษา และให้นักเรียนทำแบบสอบถามเกี่ยวกับปัจจัยที่ส่งผลต่อการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในปัจจุบันของนักเรียนระดับมัธยมศึกษา ในรูปแบบออนไลน์ผ่าน Google Forms เพื่อเก็บข้อมูลระหว่างวันที่ 30 พฤษภาคม พ.ศ. 2565 ถึงวันที่ 30 มิถุนายน พ.ศ. 2565 หลังจากได้รับแบบสอบถามแล้วผู้วิจัยทำการคัดเลือกแบบสอบถามที่สมบูรณ์ให้ได้ตามจำนวนกลุ่มตัวอย่างที่กำหนดไว้ จากนั้นนำแบบสอบถามของครูและนักเรียนมาวิเคราะห์หาค่าสถิติพื้นฐาน ปัจจัยที่ส่งผลต่อการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในปัจจุบันของครูผู้สอนวิชาคณิตศาสตร์และนักเรียนระดับมัธยมศึกษา โรงเรียนในสังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษาลพบุรี ซึ่งเป็นโรงเรียนที่มีขนาดกลางขึ้นไป ด้วยวิธี PCA หมุนแกนปัจจัยด้วยวิธีแวริแมกซ์ และทดสอบสมมติฐานที่ว่า (1) เพศ อายุ และระดับการศึกษาของครูคณิตศาสตร์ที่แตกต่างกัน มีค่าปัจจัยที่ส่งผลต่อการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในปัจจุบันของครูคณิตศาสตร์แต่ละปัจจัยแตกต่างกัน และ (2) เพศ แผนการเรียน และระดับการศึกษาของนักเรียนระดับมัธยมศึกษาที่แตกต่างกัน มีค่าปัจจัยที่ส่งผลต่อการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในปัจจุบันของนักเรียนระดับมัธยมศึกษาแต่ละปัจจัยแตกต่างกัน โดยใช้การทดสอบ t-test

ระยะที่ 2 การพัฒนากิจกรรมการเรียนการสอนที่เสริมสร้างระดับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เซต ตามกรอบทฤษฎี APOS โดยใช้ภาษาไพธอน สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษา

สำหรับการวิจัยระยะนี้ ผู้วิจัยนำผลการวิเคราะห์ปัจจัยที่ส่งผลต่อการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในปัจจุบันของครูที่สอนวิชาคณิตศาสตร์และนักเรียนระดับมัธยมศึกษา โรงเรียนในสังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษาลพบุรี ซึ่งเป็นโรงเรียนที่มีขนาดกลางขึ้นไป มา**กำหนดกลุ่มนำร่อง**โดยพิจารณาจากความพร้อมเกี่ยวกับการสนับสนุนด้านเทคโนโลยีของครูที่สอนวิชาคณิตศาสตร์และนักเรียนระดับมัธยมศึกษา ทำให้ผู้วิจัยเลือกกลุ่มนำร่องเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนวิทยาศาสตร์จุฬาภรณราชวิทยาลัย ลพบุรี จำนวน 21 คน ซึ่งนอกเหนือจากเวลาเรียนปกติ ในภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2565 พร้อมทั้งปรับปรุงกิจกรรมการเรียนการสอนให้สอดคล้องกับปัจจัยที่ส่งผลต่อการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ทั้ง 4 ด้าน ได้แก่ ด้านการรับรู้เกี่ยวกับการใช้เทคโนโลยี ความรู้ด้านเทคโนโลยี ความรู้ด้านเนื้อหา และด้านกิจกรรมการเรียนการสอน เพื่อพัฒนากิจกรรมการเรียนการสอนให้ทันต่อการเปลี่ยนแปลงในศตวรรษที่ 21 แม้ว่าผู้วิจัยได้กำหนดข้อตกลงเพิ่มเติมสำหรับการเลือกกลุ่มนำร่อง ได้แก่ (1) เป็นนักเรียนที่มีความรู้พื้นฐานด้านการเขียนโปรแกรมด้วยภาษาใดภาษาหนึ่ง ทั้งนี้ผู้วิจัยจะพิจารณาจากคะแนนดิบของนักเรียนในรายวิชาที่เกี่ยวข้องกับการเขียนโปรแกรม และ (2) เป็นนักเรียนที่ยังไม่เคยเรียนเรื่อง เซต มาก่อน จากนั้นพิจารณาคะแนนดิบของนักเรียนในรายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน ทำให้สามารถแบ่งกลุ่มนำร่องออกเป็น 3 กลุ่ม ได้แก่ กลุ่มที่มีระดับคะแนนสูง ปานกลาง และต่ำ เพื่อนำมาหาประสิทธิภาพของเครื่องมือวิจัยจำนวน 3 ครั้ง ได้แก่ การหาประสิทธิภาพรายบุคคล กลุ่มย่อย และภาคสนาม ตามลำดับ เพื่อตรวจสอบความเป็นปรนัยและหาประสิทธิภาพของกิจกรรมการเรียนการสอนที่ผู้วิจัยสร้าง ให้เป็นไปตามเกณฑ์

ภายหลังจากการเลือกกลุ่มนำร่องแล้ว ผู้วิจัยนำผลจากการสังเคราะห์เอกสารที่เกี่ยวข้องกับความหมายของความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ แนวคิดที่สำคัญเรื่องเซต แนวทางการออกแบบกิจกรรมการเรียนการสอนตามแนวคิดของคอนสตรัคติวิสต์ และการวัดระดับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ตามกรอบทฤษฎี APOS มา**กำหนดกรอบแนวคิด**สำหรับพัฒนากิจกรรมการเรียนการสอนที่เสริมสร้างระดับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เซต ตามกรอบทฤษฎี APOS โดยใช้ภาษาไพธอน สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษา ให้มีประสิทธิภาพตามเกณฑ์ 60/60 โดยมีจุดมุ่งหมายของการพัฒนากิจกรรมการเรียนการสอน คือ เสริมสร้างระดับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เซต ตามกรอบทฤษฎี APOS สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษา เมื่อพิจารณาขอบเขตเนื้อหา เรื่อง เซต จำนวน 3 หน่วยการเรียนรู้ ได้แก่ หน่วยการเรียนรู้ที่ 1: ความรู้เบื้องต้น

เกี่ยวกับเซต ส่วนหน่วยการเรียนรู้ที่ 2: การดำเนินการของเซต และหน่วยการเรียนรู้ที่ 3: การประยุกต์ใช้ความรู้เกี่ยวกับเซตสำหรับแก้ปัญหาในสถานการณ์ที่กำหนดให้ อย่างไรก็ตาม ผู้วิจัยได้กำหนดขอบเขตของการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนซึ่งพัฒนาขึ้นจำนวนทั้งหมด 11 คาบเรียน คาบเรียนละ 180 นาที โดยมีแผนการจัดการเรียนรู้จำนวน 6 แผน ประกอบด้วย 7 กิจกรรม กิจกรรมละ 1 คาบเรียน นอกจากนี้ เพื่อตรวจสอบระดับความเข้าใจของนักเรียน ผู้วิจัยให้นักเรียนกลุ่มนำร่องทดสอบระดับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เซต ตามกรอบทฤษฎี APOS จำนวน 4 ฉบับ ได้แก่ (1) แบบทดสอบย่อยฉบับที่ 1 เรื่อง ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับเซต จะทดสอบหลังจากปฏิบัติกิจกรรมหน่วยการเรียนรู้ที่ 1 เสร็จสิ้น (2) แบบทดสอบย่อยฉบับที่ 2 เรื่อง การดำเนินการของเซต จะทดสอบหลังจากปฏิบัติกิจกรรมหน่วยการเรียนรู้ที่ 2 เสร็จสิ้น (3) แบบทดสอบย่อยฉบับที่ 3 เรื่อง การประยุกต์ใช้ความรู้เกี่ยวกับเซต จะทดสอบหลังจากปฏิบัติกิจกรรมหน่วยการเรียนรู้ที่ 3 เสร็จสิ้น และ (4) แบบทดสอบวัดระดับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เซต จะทดสอบหลังจากปฏิบัติกิจกรรมทุกหน่วยการเรียนรู้เสร็จสิ้น ส่วนระยะเวลาที่ใช้ในการทำแต่ละแบบทดสอบ คือ 1 คาบเรียน แสดงว่านักเรียนกลุ่มนำร่องทำแบบทดสอบทั้งหมด 4 คาบเรียน นอกจากนี้ ผู้วิจัยได้เตรียมความพร้อมด้านการเขียนโปรแกรมด้วยภาษาไพธอนให้กับนักเรียนกลุ่มนำร่องก่อนการดำเนินการทดลองจำนวน 3 คาบเรียน เพื่อปรับภาษาและปรับความเข้าใจให้ไปในทิศทางเดียวกันและจะได้รับการสนับสนุนคอมพิวเตอร์จากทางโรงเรียน

ลำดับต่อไป ผู้วิจัย**สร้างเครื่องมือ**ที่ใช้ในการวิจัย ได้แก่ (1) แผนการจัดการเรียนรู้ จำนวน 6 แผน แผนละ 1 คาบเรียน คาบเรียนละ 180 นาที ซึ่งแต่ละแผนการจัดการเรียนรู้ประกอบด้วย จุดประสงค์การเรียนรู้ สาระการเรียนรู้ สื่อการเรียนรู้ กิจกรรมการเรียนรู้ การวัดผลและประเมินผล และ (2) แบบทดสอบย่อยจำนวน 3 ฉบับ เพื่อตรวจสอบความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เซต ตามกรอบทฤษฎี APOS ของแต่ละหน่วยการเรียนรู้ (3) แบบทดสอบวัดระดับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เซต เพื่อตรวจสอบความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เซต ตามกรอบทฤษฎี APOS และ (4) แบบสัมภาษณ์ เพื่อสอบถามเชิงลึกเกี่ยวกับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เซต ในแต่ละระดับตามกรอบทฤษฎี APOS เมื่อเสร็จแต่ละหน่วยการเรียนรู้

หลังจากที่สร้างเครื่องมือเสร็จเรียบร้อยแล้ว ผู้วิจัยเสนอต่อคณะกรรมการควบคุมปริญญานิพนธ์ เพื่อพิจารณาปรับปรุงแก้ไขตามคำแนะนำจนผ่านการพิจารณาจากคณะกรรมการควบคุมปริญญานิพนธ์แล้วจึงนำเสนอต่อผู้เชี่ยวชาญจำนวน 3 ท่าน เพื่อตรวจสอบความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหาและของภาษาที่ใช้ จากนั้นนำมาคัดเลือกข้อความที่มีค่าดัชนีความสอดคล้องตั้งแต่ 0.5 ขึ้นไป เพื่อนำมาปรับปรุงแก้ไขตามข้อเสนอแนะของผู้เชี่ยวชาญ และนำไปทดลองใช้กับนักเรียน

กลุ่มนำร่อง จำนวน 21 คน ซึ่งเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ในภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2565 โรงเรียนวิทยาศาสตร์จุฬาภรณราชวิทยาลัย ลพบุรี ระหว่างเดือนกรกฎาคม พ.ศ.2565 ถึงเดือนตุลาคม พ.ศ.2565 เพื่อตรวจสอบความเหมาะสมของระยะเวลา ภาษาที่ใช้ และหาประสิทธิภาพของกิจกรรมการเรียนการสอนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น ให้เป็นไปตามเกณฑ์ 60/60 ดังรายละเอียดต่อไปนี้

การหาประสิทธิภาพรายบุคคล เพื่อตรวจสอบความเป็นปรนัยและหาประสิทธิภาพของกิจกรรมการเรียนการสอนซึ่งใช้นักเรียนนำร่องจำนวน 3 คน ที่ได้จากการสุ่มตัวอย่างแบบง่าย (Simple Random Sampling) โดยให้นักเรียนกลุ่มนำร่องลงมือปฏิบัติตามแผนการจัดการเรียนรู้ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น จากนั้นนำข้อมูลมาหาประสิทธิภาพ E_1/E_2 แล้วเทียบกับเกณฑ์ที่กำหนด คือ 60/60 ถ้าไม่เป็นไปตามเกณฑ์ที่กำหนด ผู้วิจัยดำเนินการปรับปรุงแก้ไขเพื่อใช้ในการทดลองขั้นต่อไป

การหาประสิทธิภาพกลุ่มย่อย เพื่อตรวจสอบความเป็นปรนัยและหาประสิทธิภาพของกิจกรรมการเรียนการสอนซึ่งใช้นักเรียน จำนวน 6 คน ที่ได้จากการสุ่มตัวอย่างแบบง่าย และไม่ใช่กลุ่มหาประสิทธิภาพรายบุคคล โดยให้นักเรียนลงมือปฏิบัติตามแผนการจัดการเรียนรู้ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น จากนั้นนำข้อมูลมาหาประสิทธิภาพ E_1/E_2 แล้วเทียบกับเกณฑ์ที่กำหนด คือ 60/60 ถ้าไม่เป็นไปตามเกณฑ์ที่กำหนดผู้วิจัยดำเนินการปรับปรุงแก้ไข เพื่อใช้ในการทดลองขั้นต่อไป

การหาประสิทธิภาพภาคสนาม เพื่อตรวจสอบความเป็นปรนัยและหาประสิทธิภาพของกิจกรรมการเรียนการสอนซึ่งใช้นักเรียน จำนวน 12 คน ที่ได้จากการสุ่มตัวอย่างแบบง่าย และไม่ใช่กลุ่มเดียวกับรายบุคคลและกลุ่มย่อย โดยให้นักเรียนลงมือปฏิบัติตามแผนการจัดการเรียนรู้ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น จากนั้นนำข้อมูลมาหาประสิทธิภาพ E_1/E_2 แล้วเทียบกับเกณฑ์ที่กำหนด คือ 60/60

ระยะที่ 3 การศึกษาระดับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เซต ตามกรอบทฤษฎี APOS สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษา

ในระยะนี้เป็นการศึกษาระดับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เซต ตามกรอบทฤษฎี APOS สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษา ผู้วิจัยเลือกกลุ่มเป้าหมายซึ่งกำหนดข้อตกลงเบื้องต้น คือ เป็นนักเรียนที่มีความรู้พื้นฐานด้านการเขียนโปรแกรมด้วยภาษาใดภาษาหนึ่ง โดยพิจารณาจากคะแนนดิบของนักเรียนในรายวิชาที่เกี่ยวข้องกับการเขียนโปรแกรม รวมทั้งเป็นนักเรียนที่ยังไม่เคยเรียน เรื่อง เซต มาก่อน ทำให้**กลุ่มเป้าหมาย**ที่ใช้ในการวิจัยระยะนี้เป็น

นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนวิทยาศาสตร์จุฬาภรณราชวิทยาลัย ลพบุรี ในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2565 จำนวน 1 ห้องเรียน 20 คน ซึ่งได้จากการสุ่มตัวอย่างแบบง่าย นอกจากนี้ ผู้วิจัยเลือกนักเรียนกลุ่มเป้าหมาย (Target Student) เพื่อศึกษาเชิงลึกเกี่ยวกับระดับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เซต ตามกรอบทฤษฎี APOS สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษา ซึ่งได้จากการสัมภาษณ์ครูประจำชั้นของนักเรียนที่เป็นกลุ่มตัวอย่างเกี่ยวกับความกล้าแสดงออก การสื่อสาร และการนำเสนอแนวคิดของนักเรียนแต่ละคน โดยนักเรียนเป้าหมายนี้ได้จากการเลือกแบบเจาะจงจำนวน 4 คน จากกลุ่มตัวอย่างจำนวน 20 คน แบ่งเป็นนักเรียนที่มีคะแนนดิบในรายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐานสูง ปานกลาง และต่ำจำนวน 1 คน 2 คน และ 1 คน ตามลำดับ ทั้งนี้ ผู้วิจัยได้อ้างอิงการแบ่งจำนวนนักเรียนจาก ธีรเชษฐ์ เรืองสุขอนันต์ (2561, น. 104) ขณะเก็บรวบรวมข้อมูลผู้วิจัยใช้กล้องวิดีโอ งานเขียน แบบทดสอบย่อย และแบบทดสอบวัดระดับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เซต ประกอบการศึกษาเชิงลึกเกี่ยวกับระดับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เซต ตามกรอบทฤษฎี APOS สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษา พร้อมทั้งใช้แบบสัมภาษณ์วัดระดับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เซต หลังเสร็จสิ้นแต่ละหน่วยการเรียนรู้

ลำดับต่อไป ผู้วิจัยนำกิจกรรมการเรียนการสอนซึ่งถูกพัฒนาขึ้นจากระยะที่ 2 โดยมีประสิทธิภาพเป็นไปตามเกณฑ์ 60/60 มาเก็บรวบรวมข้อมูลตามแบบแผนการวิจัยแบบกลุ่มเดียวมีการทดสอบหลังการทดลอง (One Group Posttest-Only Design) กับกลุ่มเป้าหมาย แล้ววิเคราะห์ข้อมูลทั้งเชิงปริมาณและเชิงคุณภาพ ระหว่างการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนผู้วิจัยมีผู้ช่วยวิจัยคอยให้คำแนะนำ ปรึกษา และคอยช่วยเหลือกลุ่มเป้าหมายเพิ่มเติม เมื่อเกิดปัญหาระหว่างการปฏิบัติกิจกรรม อย่างไรก็ตาม สำหรับการดำเนินการเก็บรวบรวมข้อมูลมีทั้งหมด 11 คาบเรียน คาบเรียนละ 180 นาที (ดังตาราง 18) แม้ว่าก่อนการดำเนินการทดลองผู้วิจัยได้เตรียมความพร้อมเกี่ยวกับการเขียนโปรแกรมด้วยภาษาไพธอนให้กับนักเรียนจำนวน 3 คาบเรียน เพื่อปรับภาษาและปรับความเข้าใจให้ไปในทิศทางเดียวกัน พร้อมทั้งชี้แจงนักเรียนว่า “ตลอดการทดลองนักเรียนต้องใช้คอมพิวเตอร์ที่มีโปรแกรม Jupyter Notebook ประกอบการทำกิจกรรม อย่างไรก็ตามนักเรียนจะมีคอมพิวเตอร์และอินเทอร์เน็ตจากทางโรงเรียนตลอดการทดลอง” ในขณะที่ผู้วิจัยจะเป็นผู้ดำเนินการสอนนักเรียนด้วยตนเอง ดังขั้นตอนการดำเนินการต่อไปนี้

1) ดำเนินการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2565 ซึ่งนอกเหนือจากเวลาเรียนปกติ ระหว่างเดือนพฤศจิกายน พ.ศ.2565 ถึงเดือนกุมภาพันธ์ พ.ศ.2566

2) เมื่อปฏิบัติกิจกรรมเสร็จสิ้นในแต่ละหน่วยการเรียนรู้ ได้แก่ หน่วยการเรียนรู้ที่ 1: ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับเซต หน่วยการเรียนรู้ที่ 2: การดำเนินการของเซต และหน่วยการเรียนรู้ที่ 3: การประยุกต์ใช้ความรู้เกี่ยวกับเซต ผู้วิจัยให้นักเรียนทำแบบทดสอบย่อยฉบับที่ 1, 2 และ 3 ตามลำดับ แล้วดำเนินการสัมภาษณ์กับนักเรียนกลุ่มเป้าหมาย เพื่อศึกษาลักษณะความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เซต ของแต่ละระดับ ภายหลังจากนักเรียนทำแบบทดสอบย่อยแต่ละฉบับเสร็จสิ้น

3) ผู้วิจัยให้นักเรียนทำแบบทดสอบวัดระดับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เซต เพื่อตรวจสอบระดับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เซต ตามกรอบทฤษฎี APOS

4) นำข้อมูลจากใบกิจกรรมรายบุคคลจำนวน 7 กิจกรรม พร้อมทั้งแบบทดสอบย่อยจำนวน 3 ฉบับ และแบบทดสอบวัดระดับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เซต มาหาค่าร้อยละ ค่าเฉลี่ยเลขคณิต และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน

5) หาจำนวนนักเรียนที่มีคะแนนรวมจากใบกิจกรรม แบบทดสอบย่อย และแบบทดสอบวัดระดับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เซต ที่มากกว่าร้อยละ 60 ขึ้นไป ของคะแนนเต็มทั้งหมด เพื่อนำไปทดสอบสมมติฐานการวิจัยที่ว่า (1) นักเรียนระดับมัธยมศึกษา หลังเรียนด้วยกิจกรรมการเรียนการสอนที่เสริมสร้างระดับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เซต ตามกรอบทฤษฎี APOS โดยใช้ภาษาไพธอน สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษา มีความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เซต สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 60 ของคะแนนเต็ม และมีจำนวนมากกว่าร้อยละ 50 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด และ (2) นักเรียนระดับมัธยมศึกษา หลังเรียนด้วยกิจกรรมการเรียนการสอนที่เสริมสร้างระดับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เซต ตามกรอบทฤษฎี APOS โดยใช้ภาษาไพธอน สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษา มีความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เซต แต่ละระดับตามกรอบทฤษฎี APOS สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 60 ของคะแนนเต็ม และมีจำนวนมากกว่าร้อยละ 50 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด โดยใช้การทดสอบทวินาม (Binomial Test) ซึ่งเป็นการวิเคราะห์ข้อมูลเชิงปริมาณ

6) นำงานเขียนและแบบสัมภาษณ์มาวิเคราะห์ข้อมูลเชิงคุณภาพ แล้วตอบคำถามการวิจัยที่ว่า “แต่ละระดับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เซต ของนักเรียนระดับมัธยมศึกษา มีลักษณะเป็นอย่างไร”

สรุปและอภิปรายผลการวิจัย

สำหรับวิจัย เรื่อง “การพัฒนากิจกรรมการเรียนการสอนที่เสริมสร้างระดับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เซต ตามกรอบทฤษฎี APOS โดยใช้ภาษาไพธอน สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษา” สามารถสรุปและอภิปรายผลการวิจัย ได้ดังนี้

ระยะที่ 1 การวิเคราะห์ปัจจัยที่ส่งผลต่อการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในปัจจุบันของครูที่สอนวิชาคณิตศาสตร์และนักเรียนระดับมัธยมศึกษา โรงเรียนในสังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษาลพบุรี ซึ่งเป็นโรงเรียนที่มีขนาดกลางขึ้นไป

1.1 การปัจจัยที่ส่งผลต่อการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในปัจจุบันของครูผู้สอนวิชาคณิตศาสตร์ โรงเรียนในสังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษาลพบุรี ซึ่งเป็นโรงเรียนที่มีขนาดกลางขึ้นไป

สำหรับค่าเฉลี่ยจากแบบสอบถามของครูทั้งฉบับมีคะแนนของตัวแปรที่ส่งผลต่อการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในปัจจุบันอยู่ระดับค่อนข้างมาก และเมื่อพิจารณาตัวแปรที่ส่งผลต่อการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในปัจจุบันของครูแต่ละด้าน พบว่า ตัวแปรทั้ง 4 ด้าน ได้แก่ ด้านการรับรู้เกี่ยวกับเทคโนโลยี ด้านความรู้ทางเทคโนโลยี ด้านความรู้ทางเนื้อหา และด้านกิจกรรมการเรียนการสอน อยู่ในระดับค่อนข้างมากเช่นกัน ส่วนตัวแปรที่ส่งผลต่อการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในปัจจุบันซึ่งมีค่าเฉลี่ยน้อยที่สุด 3 อันดับแรกเป็นตัวแปรที่มีค่าเฉลี่ยอยู่ในระดับค่อนข้างน้อย ปานกลาง และปานกลาง ได้แก่ (1) “ความสามารถในการเขียนโปรแกรมด้วยภาษาใดภาษาหนึ่งได้ เช่น ภาษา C, C++, Python หรือ Java (TK_225)” (2) ตัวแปร “ความสามารถในการใช้ซอฟต์แวร์เฉพาะด้านมาสร้างเป็นสื่อในการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ได้ เช่น Scratch (TK_229)” และ 3) ตัวแปร “โรงเรียนให้ความสำคัญกับการเขียนโปรแกรมด้วยภาษาใดภาษาหนึ่ง เช่น ภาษา C, C++, Python หรือ Java (AC _217)” โดยทั้ง 3 ตัวแปรที่ส่งผลต่อการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในปัจจุบันเป็นตัวแปรในด้านความรู้ทางเทคโนโลยี ด้านความรู้ทางเทคโนโลยี และด้านการรับรู้เกี่ยวกับการใช้เทคโนโลยี ตามลำดับ ทั้งนี้อาจเนื่องมาจาก ครูส่วนใหญ่จัดการเรียนการสอนที่มุ่งเน้นเนื้อหาในสาระคณิตศาสตร์เพียงอย่างเดียว ไม่ได้จัดการเรียนการสอนที่บูรณาการระหว่างคณิตศาสตร์กับวิทยาการคำนวณ ส่งผลให้ครูที่สอนวิชาคณิตศาสตร์ไม่ได้มุ่งศึกษาเกี่ยวกับการเขียนโปรแกรมด้วยภาษาใดภาษาหนึ่ง เช่น ภาษา C, C++, Python หรือ Java หรือสร้างสื่อการสอนโดยใช้ซอฟต์แวร์เฉพาะด้าน ผู้วิจัยจึงสังเคราะห์ได้ว่า ควรผลักดันครูที่สอนวิชาคณิตศาสตร์ให้ความสำคัญ และพัฒนาด้านการเขียนโปรแกรม เพื่อเพิ่มศักยภาพครูที่สอนวิชาคณิตศาสตร์ให้สามารถสร้างสื่อ ถ่ายทอดองค์ความรู้ ตลอดจนสามารถพัฒนากิจกรรมการเรียนการสอนที่เน้นการบูรณาระหว่างคณิตศาสตร์กับการเขียนโปรแกรมได้ดียิ่งขึ้น ให้

สอดคล้องกับแนวคิดของ สสวท. ที่กำหนดให้เพิ่มการเรียนภาษาไพธอน (การเขียนโปรแกรม) เข้าไปอยู่ในหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 (ฉบับปรับปรุง 2560) รายวิชาพื้นฐานวิทยาศาสตร์ สาระเทคโนโลยี (วิทยาการคำนวณ) ที่เชื่อมโยงแนวคิดระหว่างคณิตศาสตร์กับการเขียนโปรแกรมเข้าร่วมกัน โดยคาดหวังให้นักเรียนมีสมรรถนะทันต่อการเปลี่ยนแปลงของโลก (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2562, น. 20-28) ในขณะที่ผลการวิจัยของ มาร์ติน (Martinez, 2020, p.6) ได้ค้นพบว่า เมื่อครูใช้การเขียนโปรแกรม (ภาษาไพธอน) ประกอบการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์จะเป็นเครื่องมือสำคัญที่ไม่เพียงสร้างความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ให้กับนักเรียนเท่านั้น แต่ยังสามารถส่งเสริมให้นักเรียนมีทักษะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ที่ดีขึ้นเช่นกัน ฉะนั้นควรส่งเสริมให้หลักสูตรคณิตศาสตร์ในอนาคตใช้การเขียนโปรแกรม (ภาษาไพธอน) ร่วมกับการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มมากขึ้นโดยอาจเริ่มจากเรื่อง ตรรกศาสตร์และทฤษฎีเซตก่อน อย่างไรก็ตาม เมื่อพิจารณาผลการสำรวจความพร้อมด้านอุปกรณ์ทางเทคโนโลยีที่ใช้ประกอบการสอนดังตาราง 20 จะเห็นได้ว่า ครูส่วนใหญ่มีคอมพิวเตอร์แบบพกพา (และโทรศัพท์อัจฉริยะ) และแท็บเล็ต (หรือ iPad) ที่เพียงพอต่อการใช้จัดการเรียนการสอน และเพื่อเป็นแนวทางหนึ่งในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนของครูที่สอนวิชาคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษา ผู้วิจัยวิเคราะห์ว่าควรพัฒนากิจกรรมการเรียนการสอนที่เสริมสร้างระดับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เซต โดยใช้ภาษาไพธอน สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษา

จากที่ผู้วิจัยได้กล่าวมาข้างต้นนั้นสอดคล้องกับผลการวิเคราะห์ปัจจัยที่ส่งผลต่อการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในปัจจุบันของครูที่สอนวิชาคณิตศาสตร์ โรงเรียนในสังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษาลพบุรี ซึ่งเป็นโรงเรียนที่มีขนาดกลางขึ้นไป ด้วยวิธี PCA และหมุนแกนปัจจัยโดยวิธีแวริแมกซ์ เช่นกัน ซึ่งพบว่า ด้านการรับรู้เกี่ยวกับการใช้เทคโนโลยี มีปัจจัยหลักจำนวน 2 ปัจจัย ในขณะที่ด้านความรู้ทางเทคโนโลยี มีปัจจัยหลักจำนวน 2 ปัจจัย ส่วนด้านความรู้ทางเนื้อหา มีปัจจัยหลักจำนวน 1 ปัจจัย และด้านกิจกรรมการเรียนการสอน มีปัจจัยหลักจำนวน 2 ปัจจัย โดยมีค่าไอเกนอยู่ระหว่าง 1.154 – 4.143 ประกอบด้วยปัจจัย ดังนี้

ด้านการรับรู้เกี่ยวกับการใช้เทคโนโลยี

ปัจจัยที่ 1: การสนับสนุนการใช้เทคโนโลยีจากโรงเรียน โดยมีค่าไอเกนเท่ากับ 4.143 และมีตัวแปรของปัจจัยจำนวน 8 ตัว ซึ่งผู้วิจัยได้เรียงน้ำหนักของปัจจัยจากมากที่สุดไปน้อยที่สุดได้ดังนี้ การสนับสนุนเกี่ยวกับ (1) ซอฟต์แวร์ที่ใช้ประกอบการสอน เช่น Microsoft Office หรือ Zoom Meeting (AC_213) (2) คอมพิวเตอร์ (AC_211) (3) การเขียนโปรแกรมด้วยภาษาใดภาษาหนึ่ง เช่น ภาษา Python, C, C++ หรือ Java (AC_217) (4) เครื่องปริ้นเตอร์

(AC_215) (5) โปรเจคเตอร์ (AC_214) (6) การมีความรู้ด้านเทคโนโลยี (AC_2112) (7) อินเตอร์เน็ต (AC_216) และ (8) พื้นที่จัดเก็บข้อมูลในระบบ Cloud โดยมีค่าน้ำหนักปัจจัยเท่ากับ .800, .736, .704, .679, .670, 662, 660 และ .646 ตามลำดับ แสดงว่า ครูที่สอนวิชาคณิตศาสตร์ โรงเรียนในสังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษาลพบุรี ซึ่งเป็นโรงเรียนที่มีขนาดกลางขึ้นไปได้รับการสนับสนุนการใช้เทคโนโลยีจากโรงเรียนมากที่สุด 3 อันดับแรก คือ ซอฟต์แวร์ที่ใช้ประกอบการสอน รองลงมา คือ การสนับสนุนเกี่ยวกับคอมพิวเตอร์ และการเขียนโปรแกรมด้วยภาษาใดภาษาหนึ่ง ตามลำดับ

ปัจจัยที่ 2: ความต้องการใช้เทคโนโลยีประกอบการสอน โดยมีค่าไอเกนเท่ากับ 3.652 และมีตัวแปรของปัจจัยจำนวน 4 ตัว ซึ่งผู้วิจัยได้เรียงน้ำหนักของปัจจัยจากมากที่สุดไปน้อยที่สุดได้ดังนี้ ความต้องการใช้เทคโนโลยี (1) ติดต่อสื่อสารทั้งภายในและภายนอกโรงเรียน (AC_219) (2) ประกอบการสอนเพื่อช่วยให้นักเรียนเข้าใจเป็นรูปธรรมยิ่งขึ้น (AC_218) (3) ค้นคว้าหาข้อมูล (AC_2110) และ (4) สร้างนวัตกรรมการเรียนรู้ และพัฒนาการเรียนการสอน (AC_2111) โดยมีค่าน้ำหนักของปัจจัยเท่ากับ .869, .858, .851 และ .819 ตามลำดับ แสดงว่า ครูที่สอนวิชาคณิตศาสตร์ โรงเรียนในสังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษาลพบุรี ซึ่งเป็นโรงเรียนที่มีขนาดกลางขึ้นไป มีความต้องการใช้เทคโนโลยีประกอบการสอนมากที่สุด 3 อันดับแรก เพื่อติดต่อสื่อสารทั้งภายในและภายนอกโรงเรียน รองลงมา คือ เพื่อช่วยให้ผู้เรียนเข้าใจเป็นรูปธรรมยิ่งขึ้น และค้นคว้าหาข้อมูล ตามลำดับ

จาก 2 ปัจจัยที่กล่าวมาข้างต้น จะเห็นได้ว่า สำหรับด้านการรับรู้เกี่ยวกับการใช้เทคโนโลยี ครูที่สอนวิชาคณิตศาสตร์ โรงเรียนในสังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษาลพบุรี ซึ่งเป็นโรงเรียนที่มีขนาดกลางขึ้นไป มีความเห็นว่าปัจจัยที่ 1: การสนับสนุนการใช้เทคโนโลยีจากโรงเรียน และปัจจัยที่ 2: ความต้องการใช้เทคโนโลยีประกอบการสอน ส่งผลต่อการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ในปัจจุบัน สาเหตุอาจเนื่องมาจาก โรงเรียนในสังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษาลพบุรี ซึ่งเป็นโรงเรียนที่มีขนาดกลางขึ้นไป (1) ให้ความสำคัญเกี่ยวกับการใช้เทคโนโลยีของครูที่สอนวิชาคณิตศาสตร์ เช่น ซอฟต์แวร์ต่าง ๆ คอมพิวเตอร์ และการเขียนโปรแกรม เพื่อนำไปบูรณาการด้านการสอนวิชาคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ ให้สอดคล้องกับการศึกษาในศตวรรษที่ 21 ซึ่งมีตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้แกนกลาง กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ.2560) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 โดยระบุว่า ควรมุ่งเน้นให้นักเรียนมีสมรรถนะการใช้เทคโนโลยี ตลอดจนสามารถนำเทคโนโลยีไปใช้ประกอบการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้ (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์

และเทคโนโลยี, 2562, น.7) และ (2) ตอบสนองต่อความต้องการใช้เทคโนโลยีประกอบการสอนของครูที่สอนวิชาคณิตศาสตร์เช่นกัน เพื่ออำนวยความสะดวกให้แก่ครูในการติดต่อสื่อสารทั้งภายในและภายนอกโรงเรียน สร้างสื่อการสอนให้นักเรียนเกิดความเข้าใจทางคณิตศาสตร์มากยิ่งขึ้น ตลอดจนใช้ในการค้นคว้าหาความรู้ทางคณิตศาสตร์เพิ่มเติม ส่งผลให้ครูที่สอนวิชาคณิตศาสตร์ โรงเรียนในสังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษาลพบุรี ซึ่งเป็นโรงเรียนที่มีขนาดกลางขึ้นไป มีความพร้อมด้านอุปกรณ์ทางเทคโนโลยีที่ใช้ประกอบการสอนซึ่งสอดคล้องกับผลการวิเคราะห์ข้อมูลข้างต้น

ด้านความรู้ทางเทคโนโลยี

ปัจจัยที่ 1: ความสามารถในการใช้เทคโนโลยีพื้นฐาน โดยมีค่าไอเกนเท่ากับ 3.871 และมีตัวแปรของปัจจัยจำนวน 6 ตัว ซึ่งผู้วิจัยได้เรียงน้ำหนักของปัจจัยจากมากที่สุดไปน้อยที่สุดได้ ดังนี้ ความสามารถในการ (1) ใช้เทคโนโลยีสื่อสารผ่านอินเทอร์เน็ต เช่น Email, Line หรือ Messenger (TK_226) (2) ใช้โปรแกรม Word Processor เช่น Microsoft-Word หรือ Google Docs (TK_221) (3) ใช้โปรแกรม Electronic Spreadsheet เช่น Microsoft-Excel หรือ Google Sheets (TK_222) (4) ใช้โปรแกรมนำเสนองานผ่าน PowerPoint หรือ Google Slide (TK_223) (5) ใช้เทคโนโลยีพื้นฐานเพราะคิดว่าการมีความรู้ด้านเทคโนโลยีส่งผลต่อการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ (TK_2210) และ (6) ใช้เทคโนโลยีจัดเก็บข้อมูลที่หลากหลาย เช่น Flash card, CD, DVD, Google drive หรือ Dropbox (TK_227) โดยมีค่าน้ำหนักของปัจจัยเท่ากับ .856, .851, .811, .743, .651 และ .609 ตามลำดับ แสดงว่า ครูที่สอนวิชาคณิตศาสตร์ โรงเรียนในสังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษาลพบุรี ซึ่งเป็นโรงเรียนที่มีขนาดกลางขึ้นไป ให้ความสำคัญมากที่สุด 3 อันดับแรกกับความสามารถในการใช้เทคโนโลยีสื่อสารผ่านอินเทอร์เน็ตมากที่สุด รองลงมา คือ ความสามารถในการใช้โปรแกรม Word Processor และโปรแกรม Electronic Spreadsheet ตามลำดับ

ปัจจัยที่ 2: ความสามารถในการใช้เทคโนโลยีเฉพาะด้าน โดยมีค่าไอเกนเท่ากับ 2.698 และมีตัวแปรของปัจจัยจำนวน 4 ตัว ซึ่งผู้วิจัยได้เรียงน้ำหนักของปัจจัยจากมากที่สุดไปน้อยที่สุดได้ ดังนี้ ความสามารถในการ (1) เขียนโปรแกรมด้วยภาษาใดภาษาหนึ่ง เช่น ภาษา C, C++, Python หรือ Java (TK_225) (2) ใช้ซอฟต์แวร์เฉพาะด้าน เช่น Scratch (TK_229) (3) ใช้โปรแกรมเรขาคณิตพลวัต เช่น โปรแกรม GSP หรือ GeoGebra (TK_224) และ (4) ติดตามเทคโนโลยีที่ทันสมัย พร้อมทั้งศึกษาการใช้งานอยู่เสมอ (TK_228) โดยมีค่าน้ำหนักของปัจจัยเท่ากับ .824, .788, .660 และ .631 ตามลำดับ แสดงว่า ครูที่สอนวิชาคณิตศาสตร์ โรงเรียน

ในสังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษาลพบุรี ซึ่งเป็นโรงเรียนที่มีขนาดกลางขึ้นไป ให้ความสำคัญมากที่สุด 3 อันดับแรกกับความสามารถในการเขียนโปรแกรมด้วยภาษาใดภาษาหนึ่งมากที่สุด รองลงมา คือ ความสามารถในการใช้ซอฟต์แวร์เฉพาะด้าน เช่น Scratch และโปรแกรมเรขาคณิตพลวัต ตามลำดับ

จาก 2 ปัจจัยที่กล่าวมาข้างต้น จะเห็นได้ว่า สำหรับด้านความรู้ทางเทคโนโลยี ครูที่สอนวิชาคณิตศาสตร์ โรงเรียนในสังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษาลพบุรี ซึ่งเป็นโรงเรียนที่มีขนาดกลางขึ้นไป มีความเห็นว่าปัจจัยที่ 1: ความสามารถในการใช้เทคโนโลยีพื้นฐาน และปัจจัยที่ 2: ความสามารถในการใช้เทคโนโลยีเฉพาะด้าน ส่งผลต่อการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ในปัจจุบัน ซึ่งสอดคล้องกับคำกล่าวของ เอิร์ฟจอร์ด (Erfjord, 2011, pp.37-38) ว่า ครูควรมีความสามารถในการเลือกใช้เทคโนโลยีด้านการใช้งานทั่วไป (Usage Schemes) และด้านการใช้งานเฉพาะ (Instrument-Mediated Action Schemes) เนื่องจากเทคโนโลยีเป็นหัวใจสำคัญในการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหาและสร้างนวัตกรรมต่าง ๆ โดยเริ่มจากการมีความรู้เกี่ยวกับการใช้เทคโนโลยีพื้นฐาน เช่น สามารถใช้อินเทอร์เน็ตในการติดต่อสื่อสารกับนักเรียน ผู้ปกครอง ครู และหน่วยงานต่าง ๆ ผ่าน Email, Line หรือ Messenger (วิมล มิระสิงห์, 2552, น.78) รวมทั้งค้นคว้าหาข้อมูลต่าง ๆ ได้ นอกจากนี้ยังสามารถใช้โปรแกรม Microsoft เช่น Word หรือ Excel เพื่อจัดพิมพ์เอกสารประกอบการสอนหรือเป็นสื่อในการคำนวณเกี่ยวกับสูตรทางคณิตศาสตร์ให้แก่นักเรียน ตามลำดับ ส่วนการมีความรู้เกี่ยวกับการใช้เทคโนโลยีเฉพาะด้าน เมื่อพิจารณาน้ำหนักของปัจจัย พบว่า ความสามารถในการเขียนโปรแกรมด้วยภาษาใดภาษาหนึ่งมีค่าน้ำหนักของปัจจัยมากที่สุด ซึ่งสอดคล้องกับคำกล่าวของ แบร์รี่ (Barry, 2017, p.5) ว่า ครูที่สอนวิชาคณิตศาสตร์ควรมีความรู้เกี่ยวกับการเขียนโปรแกรม เพื่อเป็นส่วนหนึ่งในการพัฒนารูปแบบการสอนให้นักเรียนมีความเข้าใจทางคณิตศาสตร์มากขึ้น ในขณะที่ผลการวิจัยของ วิดาโควิดและคณะ (Vidakovic et al., 2018, p. 453) พบว่าการเขียนโปรแกรมเป็นเครื่องมือสำคัญต่อการกระตุ้นให้นักเรียนเกิดความเข้าใจทางคณิตศาสตร์เร็วขึ้น เมื่อปล่อยให้นักเรียนได้สำรวจ หรือตรวจสอบ จนสามารถสร้างข้อความคาดการณ์ทางคณิตศาสตร์ได้ นอกจากนี้ยังพบว่า ครูทั่วโลก เช่น ประเทศฟินแลนด์ สหรัฐอเมริกา อังกฤษ เอสโตเนีย เกาหลีใต้ หรือจีน เล็งเห็นถึงความสัมพันธ์ระหว่างวิชาคณิตศาสตร์กับการเขียนโปรแกรมโดยเฉพาะภาษาไพธอนที่ได้รับฉายาว่า “เป็นภาษาที่ใช้ในการเขียนโปรแกรมที่มีความใกล้เคียงกับสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์และภาษาอังกฤษมากที่สุด” (สุชาติ คุ้มมะณี, 2562, น.6) ส่วน คุณหญิงกัลยา โสภณพานิช รัฐมนตรีช่วยว่าการกระทรวงศึกษาธิการให้ความสำคัญกับการ

เขียนโปรแกรมเช่นกัน ซึ่งคาดหวังว่าเด็กไทยจะสามารถพัฒนาชิ้นงานหรือสร้างนวัตกรรมผ่านการบูรณาการระหว่างการเขียนโปรแกรมกับศาสตร์อื่น (อานนท์ วิชานนท์, 2562) อย่างไรก็ตาม การที่นักเรียนจะมีความสามารถดังที่กล่าวมาได้นั้น ครูควรมีความพร้อมในการใช้เทคโนโลยีเฉพาะด้าน เช่น สามารถเขียนโปรแกรมด้วยภาษาใดภาษาหนึ่งก่อน และจากที่ผู้วิจัยกล่าวมาข้างต้น จึงอาจเป็นเหตุให้ปัจจัยที่ 1: ความสามารถในการใช้เทคโนโลยีพื้นฐาน และปัจจัยที่ 2: ความสามารถในการใช้เทคโนโลยีเฉพาะด้าน ส่งผลต่อการเรียนการสอนของครูที่สอนวิชาคณิตศาสตร์ในปัจจุบัน

ด้านความรู้ทางเนื้อหา

ปัจจัยที่ 1: ความรู้ทางด้านเนื้อหาของครู โดยมีค่าไอเกน เท่ากับ 3.967 และมีตัวแปรของปัจจัยจำนวน 7 ตัว ซึ่งผู้วิจัยได้เรียงน้ำหนักของปัจจัยจากมากที่สุดไปน้อยที่สุดได้ ดังนี้ ความสามารถในการ (1) นำองค์ความรู้ที่มีมาประยุกต์ใช้ (CK_233) (2) อธิบายที่มาของเนื้อหาสาระที่สอน (CK_232) (3) ใช้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ซับซ้อน (CK_237) (4) จัดเนื้อหาคณิตศาสตร์ให้ตอบสนองต่อความต้องการของผู้เรียน (CK_236) (5) หาความรู้เพิ่มเติมจากแหล่งข้อมูลที่ทันสมัยอยู่เสมอ (CK_234) (6) ระบุหรืออธิบายความหมายเกี่ยวกับเนื้อหาสาระที่สอน (CK_231) และ (7) พิจารณาเนื้อหาคณิตศาสตร์ในระดับมัธยมศึกษาว่ามีมากเกินความจำเป็นต่อการนำไปใช้ในอนาคต (CK_235) โดยมีค่าน้ำหนักของปัจจัยเท่ากับ .874, .837, .787, .747, .607 และ .597 ตามลำดับ แสดงว่า ครูที่สอนวิชาคณิตศาสตร์ โรงเรียนในสังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษาลพบุรี ซึ่งเป็นโรงเรียนที่มีขนาดกลางขึ้นไป ให้ความสำคัญมากที่สุด 3 อันดับแรกกับความสามารถในการนำองค์ความรู้ที่มีมาประยุกต์ใช้มากที่สุด รองลงมา คือ ความสามารถในการอธิบายที่มาของเนื้อหาสาระที่สอน และใช้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ซับซ้อน ตามลำดับ

จากปัจจัยที่กล่าวมาข้างต้น จะเห็นได้ว่า สำหรับด้านความรู้ทางเนื้อหา ครูที่สอนวิชาคณิตศาสตร์ โรงเรียนในสังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษาลพบุรี ซึ่งเป็นโรงเรียนที่มีขนาดกลางขึ้นไป มีความเห็นว่าปัจจัยที่ 1: ความรู้ทางด้านเนื้อหาของครู ส่งผลต่อการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ในปัจจุบัน และเมื่อพิจารณาค่าน้ำหนักปัจจัย พบว่า ความสามารถในการนำองค์ความรู้ที่มีมาประยุกต์ใช้มีค่าน้ำหนักของปัจจัยมากที่สุด อาจเนื่องมาจาก การที่ครูจะสามารถนำองค์ความรู้ที่มีมาประยุกต์ใช้ได้อย่างถูกต้อง แสดงว่า ครูเกิดความเข้าใจเกี่ยวกับความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ หรือเนื้อหาที่จะสอนอย่างถ่องแท้ ซึ่งสอดคล้องกับผลการวิจัยของโคเลอร์ และ มิชรา (Koehler & Mishra, 2009, pp. 60-67) ที่พบว่า ความรู้ทางด้านเนื้อหาของครู

เป็นปัจจัยหนึ่งที่ส่งผลต่อประสิทธิภาพของการศึกษา โดยครูจำเป็นต้องมีความสามารถเกี่ยวกับเนื้อหาสาระทางวิชาการ ประกอบด้วย ที่มา ข้อเท็จจริง ความคิดรวบยอด ทฤษฎี ขอบเขตของเนื้อหา ตลอดจนแก้โจทย์ปัญหาที่ซับซ้อนได้ นอกจากนี้ยังกล่าวอีกว่า “หากครูไม่มีความรู้ทางด้านเนื้อหาจะไม่สามารถถ่ายทอดความรู้ที่ถูกต้องให้กับนักเรียนได้ และสำหรับความรู้ด้านนี้ถือว่าสำคัญที่สุดซึ่งครูควรมีเพื่อนำไปสู่การประยุกต์ใช้ในอนาคต” ส่วน วีรศ กิติวรากูล (2565, น.42) ได้กล่าวในทำนองเดียวกันว่า สำหรับความรู้ทางด้านเนื้อหาที่ครูจำเป็นต้องมีไม่เพียงแค่การระบุหรือทราบความหมายว่าสิ่งนั้นคืออะไร แต่เป็นการเข้าใจถึงที่มาและการนำไปใช้ขององค์ความรู้นั้น

ด้านกิจกรรมการเรียนการสอน

ปัจจัยที่ 1: วิธีการสอนที่หลากหลาย โดยมีค่าไอเกน เท่ากับ 3.960 และมีตัวแปรของปัจจัยจำนวน 7 ตัว ซึ่งผู้วิจัยได้เรียงน้ำหนักของปัจจัยจากมากที่สุดไปน้อยที่สุดได้ ดังนี้ (1) นำรูปแบบการสอน หรือเทคนิคการสอนต่าง ๆ ร่วมกับการใช้เทคโนโลยี (IA_245) (2) เลือกใช้เทคโนโลยีสร้างสื่อการสอนให้เหมาะสมกับเนื้อหาสาระของวิชาคณิตศาสตร์ (IA_248) (3) เลือกใช้เทคนิคหรือวิธีการสอนที่เหมาะสมต่อการนำเสนอเนื้อหาสาระของวิชาคณิตศาสตร์ (IA_247) (4) ใช้เทคโนโลยีกระตุ้นและสร้างมโนภาพให้ผู้เรียน (IA_246) (5) จัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่เน้นให้ผู้เรียนลงมือปฏิบัติด้วยตนเอง (IA_242) (6) จัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่เน้นการแลกเปลี่ยนความรู้ร่วมกัน (IA_243) (7) จัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่ให้ผู้เรียนสามารถสร้างข้อความคาดการณ์ด้วยตนเองได้ (IA_244) โดยมีค่าน้ำหนักของปัจจัยเท่ากับ .851, .826, .784, .774, .712, .652 และ .638 ตามลำดับ แสดงว่า ครูที่สอนวิชาคณิตศาสตร์ โรงเรียนในสังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษาลพบุรี ซึ่งเป็นโรงเรียนที่มีขนาดกลางขึ้นไป ให้ความสำคัญมากที่สุด 3 อันดับแรกกับนำรูปแบบการสอน หรือเทคนิคการสอนต่าง ๆ ร่วมกับการใช้เทคโนโลยีมากที่สุด รองลงมา คือ เลือกใช้เทคโนโลยีสร้างสื่อการสอนให้เหมาะสมกับเนื้อหาสาระของวิชาคณิตศาสตร์ และเลือกใช้เทคนิคหรือวิธีการสอนที่เหมาะสมต่อการนำเสนอเนื้อหาสาระของวิชาคณิตศาสตร์ ตามลำดับ

ปัจจัยที่ 2: วิธีการสอนแบบบรรยาย โดยมีค่าไอเกน เท่ากับ 1.154 และมีตัวแปรของปัจจัยจำนวน 1 ตัว คือ จัดการเรียนการสอนด้วยวิธีการสอนแบบบรรยาย (IA_241) โดยมีค่าน้ำหนักปัจจัยเท่ากับ .917 แสดงว่า ครูที่สอนวิชาคณิตศาสตร์ โรงเรียนในสังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษาลพบุรี ซึ่งเป็นโรงเรียนที่มีขนาดกลางขึ้นไป ให้ความสำคัญกับการจัดการเรียนการสอนด้วยวิธีการสอนแบบบรรยาย

จาก 2 ปัจจัยที่กล่าวมาข้างต้น จะเห็นได้ว่า สำหรับด้านกิจกรรมการเรียนการสอน ครูที่สอนวิชาคณิตศาสตร์ โรงเรียนในสังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษาลพบุรี ซึ่งเป็นโรงเรียนที่มีขนาดกลางขึ้นไป มีความเห็นว่าปัจจัยที่ 1: วิธีการสอนที่หลากหลาย และปัจจัยที่ 2: วิธีการสอนแบบบรรยาย ส่งผลต่อการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ในปัจจุบัน สาเหตุอาจเนื่องมาจาก ครูที่สอนวิชาคณิตศาสตร์ โรงเรียนในสังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษาลพบุรี ซึ่งเป็นโรงเรียนที่มีขนาดกลางขึ้นไป (1) ให้ความสำคัญเกี่ยวกับวิธีการสอนที่หลากหลาย เช่น นำรูปแบบการสอน หรือเทคนิคการสอนต่าง ๆ ร่วมกับการใช้เทคโนโลยี เลือกใช้เทคโนโลยีสร้างสื่อการสอนให้เหมาะสมกับเนื้อหาสาระของวิชาคณิตศาสตร์ ตลอดจนให้ความสำคัญในการเลือกใช้เทคนิคหรือวิธีการสอนที่เหมาะสมต่อการนำเสนอเนื้อหาสาระของวิชาคณิตศาสตร์ ซึ่งสอดคล้องกับทฤษฎี “ความรู้ในการบูรณาการระหว่างเทคโนโลยี วิธีการสอน และเนื้อหาสาระ (Technological Pedagogical Content Knowledge: TPACK)” ที่เสนอว่า สำหรับการจัดการเรียนการสอนครูควรมีความรู้ในการบูรณาการด้านเทคโนโลยีและด้านวิชาชีพครู (Technological Pedagogical Knowledge: TPK) ซึ่งเป็นความสามารถของครูในการบูรณาการหรือผสมผสานเทคโนโลยีร่วมกับวิธีการสอน และความรู้ในการบูรณาการด้านเทคโนโลยีและด้านเนื้อหา (Technological Content Knowledge: TCK) ซึ่งเป็นความสามารถของครูในการบูรณาหรือผสมผสานเทคโนโลยีร่วมกับเนื้อหาสาระ รวมทั้งความรู้ในการบูรณาการด้านวิชาชีพครูกับด้านเนื้อหา (Pedagogical Content Knowledge: PCK) ซึ่งเป็นความสามารถของครูในการบูรณาการหรือผสมผสานวิชาชีพครูเพื่อพัฒนาเนื้อหาสาระที่ตนเองสอนได้อย่างเหมาะสม (Koehler & Mishra, 2009, pp. 60-67) ในขณะที่ โคเลอร์ และคณะ (Matthew J. Koehler et al., 2013, pp. 15-16) ได้กล่าวในทำนองเดียวกันว่า ความสามารถด้านการเลือกวิธีการนำเสนอเนื้อหาในแต่ละเรื่องให้กับนักเรียนได้อย่างเหมาะสม และด้านเทคนิคหรือวิธีการสอนในห้องเรียนเพื่อให้นักเรียนสามารถสร้างองค์ความรู้ด้วยตนเอง รวมทั้งด้านเทคโนโลยี เป็นสิ่งที่ครูควรมี เพื่อเป็นเครื่องมือสำคัญที่ช่วยให้นักเรียนสามารถเรียนรู้เนื้อหานั้น ๆ ได้เร็วยิ่งขึ้น ตลอดจนสามารถช่วยแก้ปัญหาหรืออุปสรรคต่อการทำความเข้าใจในบทเรียนของนักเรียนได้ นอกจากนี้ ผู้วิจัยสังเคราะห์เพิ่มเติมได้ว่า แนวทางหนึ่งในการจัดการเรียนการสอนให้เหมาะสมกับปัจจุบัน ควรพัฒนาหรือผลักดันให้ครูที่สอนวิชาคณิตศาสตร์บูรณาการใช้เทคโนโลยีร่วมกับการจัดการเรียนการสอน โดยอาศัยเทคโนโลยีที่เหมาะสมกับเนื้อหาทางคณิตศาสตร์เป็นตัวกลางที่เสริมสร้างความเข้าใจให้กับนักเรียน จนสามารถสร้างองค์ความรู้ด้วยตนเองได้ตามแนวทางการจัดการเรียนการสอนของทฤษฎีคอนสตรัคติวิสต์ (Mazen, 2021) ที่มุ่งเน้นให้นักเรียนสร้างความรู้ด้วยตนเอง โดย

ใช้เทคโนโลยีเป็นเครื่องมือหลักสำหรับการจัดการเรียนการสอน อย่างไรก็ตาม อาจมีเนื้อหาบางเรื่องของวิชาคณิตศาสตร์ที่ไม่สามารถเลือกใช้เทคโนโลยีประกอบการสอนให้เหมาะสมได้ หรือระยะเวลาที่ใช้ประกอบการสอนอันน้อยนิด ส่งผลให้เป็นข้อจำกัดหนึ่งสำหรับการจัดการเรียนการสอนโดยใช้เทคโนโลยีร่วม หรือการสร้างองค์ความรู้ด้วยตนเองของนักเรียน ตามลำดับ จึงอาจเป็นสาเหตุให้ครูที่สอนวิชาคณิตศาสตร์ โรงเรียนในสังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษาลพบุรี ซึ่งเป็นโรงเรียนที่มีขนาดกลางขึ้นไปยังคง (2) ให้ความสำคัญกับวิธีการสอนแบบบรรยาย ซึ่งสอดคล้องกับ ทิศนา แขมมณี (2559, น. 477) ที่กล่าวว่า เอกลักษณ์ของวิธีการสอนแบบบรรยาย คือ ช่วยให้ครูสามารถถ่ายทอดเนื้อหาสาระจำนวนมากได้ในระยะเวลาที่มีอย่างจำกัด

จากผลการวิเคราะห์ปัจจัยข้างต้น ทำให้ผู้วิจัยทราบว่า สำหรับด้านการรับรู้เกี่ยวกับการใช้เทคโนโลยี ประกอบด้วย (1) การสนับสนุนการใช้เทคโนโลยีจากโรงเรียน และ (2) ความต้องการใช้เทคโนโลยีประกอบการสอน แสดงให้เห็นว่า ครูที่สอนวิชาคณิตศาสตร์มีความพร้อมด้านอุปกรณ์ทางเทคโนโลยีที่ใช้ประกอบการสอน ส่วนด้านความรู้ทางเทคโนโลยี ประกอบด้วย (1) ความสามารถในการใช้เทคโนโลยีพื้นฐาน เช่น การใช้อินเทอร์เน็ต และ (2) ความสามารถในการใช้เทคโนโลยีเฉพาะด้าน เช่น การเขียนโปรแกรม ในขณะที่ด้านความรู้ทางเนื้อหา ประกอบด้วย (1) ความรู้ทางด้านเนื้อหาของครู ที่จำเป็นต้องมีเพื่อนำองค์ความรู้ที่มีไปประยุกต์ใช้ และด้านกิจกรรมการเรียนการสอน ประกอบด้วย (1) วิธีการสอนที่หลากหลาย โดยใช้เทคโนโลยีร่วมกับการจัดการเรียนการสอน เพื่อให้นักเรียนสามารถสร้างองค์ความรู้ด้วยตนเองได้ และ (2) วิธีการสอนแบบบรรยาย เป็นปัจจัยที่ส่งผลต่อการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในปัจจุบันของครูที่สอนวิชาคณิตศาสตร์ โรงเรียนในสังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษาลพบุรี ซึ่งเป็นโรงเรียนที่มีขนาดกลางขึ้นไป

นอกจากนี้ ผู้วิจัยนำผลการวิเคราะห์ปัจจัยที่ส่งผลต่อการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในปัจจุบันของครูที่สอนวิชาคณิตศาสตร์ข้างต้นมาทดสอบสมมติฐานที่ว่า “เพศ อายุ และระดับการศึกษาของครูมีแต่ละปัจจัยที่ส่งผลต่อการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในปัจจุบันแตกต่างกันหรือไม่” เมื่อพิจารณาเพศและระดับการศึกษาของครู พบว่า ปัจจัย (1) การสนับสนุนการใช้เทคโนโลยีจากโรงเรียน (2) ความต้องการใช้เทคโนโลยีประกอบการสอน (3) ความสามารถในการใช้เทคโนโลยีพื้นฐาน (4) ความสามารถในการใช้เทคโนโลยีเฉพาะด้าน (5) ความรู้ด้านเนื้อหา (6) วิธีการสอนที่หลากหลาย และ (7) วิธีการสอนแบบบรรยาย ไม่แตกต่างกันที่ระดับนัยสำคัญทางสถิติ .05 สาเหตุอาจเนื่องมาจาก ครูที่สอนวิชาคณิตศาสตร์ทั้งเพศชายหรือหญิง ซึ่งจบการศึกษาระดับปริญญาตรีหรือสูงกว่าระดับปริญญาตรี ของโรงเรียนในสังกัดสำนักงานเขต

พื้นที่การศึกษามัธยมศึกษาลพบุรี ซึ่งเป็นโรงเรียนที่มีขนาดกลางขึ้นไป ได้รับการสนับสนุนด้านอุปกรณ์ทางเทคโนโลยี หรือมีความรู้ทางคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษา หรือความสามารถในการจัดการเรียนการสอน หรือมีบริบทของนักเรียนและโรงเรียนที่ใกล้เคียงกัน ซึ่งสอดคล้องกับทฤษฎีแห่งความหมาย (Meaning Theory) ที่อธิบายว่า ประสิทธิภาพการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของนักเรียนขึ้นอยู่กับความรู้ด้านเนื้อหา ความสามารถในการจัดสภาพแวดล้อมให้เหมาะสมกับบริบทของนักเรียน และวิธีการสอนของครู (วัชรี กาญจน์กีรติ, 2554, น. 27) โดยไม่ขึ้นกับเพศและระดับการศึกษาแต่ขึ้นกับประสบการณ์ของครูแต่ละคน (ไตรรงค์ กล่ำบุตร, 2557, น. 2; ศราญลักษณ์ บุตรรัตน์, 2553, น. 3; สุภัทรา เกิดมงคล, 2550, น. 1-2) ในขณะที่ อายุ มีปัจจัย (1) การสนับสนุนการใช้เทคโนโลยีจากโรงเรียน (2) ความต้องการใช้เทคโนโลยีประกอบการสอน (3) ความสามารถในการใช้เทคโนโลยีพื้นฐาน (4) ความรู้ทางด้านเนื้อหาของครู (5) วิธีการสอนที่หลากหลาย และ (6) วิธีการสอนแบบบรรยาย ไม่แตกต่างกัน แต่มีปัจจัยความสามารถในการใช้เทคโนโลยีเฉพาะด้าน แตกต่างกันที่ระดับนัยสำคัญทางสถิติ .05 สาเหตุอาจเนื่องมาจาก ครูที่สอนวิชาคณิตศาสตร์ในช่วงอายุ 26-40 ปี และมากกว่า 40 ปี ของโรงเรียนในสังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษาลพบุรี ซึ่งเป็นโรงเรียนที่มีขนาดกลางขึ้นไป ได้รับการสนับสนุนด้านอุปกรณ์ทางเทคโนโลยี หรือมีความรู้ทางคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษา หรือความสามารถในการจัดการเรียนการสอนที่ใกล้เคียงกัน แต่มีความสามารถในการใช้เทคโนโลยีเฉพาะด้าน เช่น การเขียนโปรแกรมด้วยภาษาใดภาษาหนึ่ง เช่น ภาษาไพธอน การใช้ซอฟต์แวร์เฉพาะด้าน เช่น Scratch และโปรแกรมเรขาคณิตพลวัตที่ไม่ใกล้เคียงกัน เพราะแต่ละช่วงอายุอาจมีความพร้อมและการตอบสนองต่อนวัตกรรมหรือเทคโนโลยีใหม่ ๆ ต่างกัน เช่น การเขียนโปรแกรม (ภาษาไพธอน) หรือการใช้ Scratch ที่นับว่าเป็นสิ่งใหม่ที่ระบบการศึกษาของไทยให้ความสำคัญ ซึ่งสอดคล้องกับทฤษฎีการเชื่อมโยงของธอร์นไดค์ (Thorndike's Connectionism) ที่อธิบายว่า การเรียนรู้สิ่งใหม่ ๆ ขึ้นอยู่กับความพร้อมทั้งทางด้านร่างกาย และจิตใจ (American Psychology Association, 2006)

1.2 การศึกษาความสัมพันธ์ของปัจจัยที่ส่งผลต่อการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในปัจจุบันของนักเรียนระดับมัธยมศึกษา โรงเรียนในสังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษาลพบุรี ซึ่งเป็นโรงเรียนที่มีขนาดกลางขึ้นไป

สำหรับค่าเฉลี่ยจากแบบสอบถามของนักเรียนทั้งฉบับมีคะแนนของตัวแปรที่ส่งผลต่อการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในปัจจุบันอยู่ระดับค่อนข้างมาก และเมื่อพิจารณาตัวแปรที่ส่งผลต่อการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในปัจจุบันของนักเรียนแต่ละด้าน พบว่า ตัวแปรทั้ง 4 ด้าน ได้แก่ ด้านการรับรู้เกี่ยวกับเทคโนโลยี ด้านความรู้ทางเทคโนโลยี ด้านความรู้ทางเนื้อหา และ

ด้านกิจกรรมการเรียนการสอน อยู่ในระดับค่อนข้างมากเช่นกัน ส่วนตัวแปรที่ส่งผลต่อการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในปัจจุบันซึ่งมีค่าเฉลี่ยน้อยที่สุดอยู่ระดับปานกลาง คือ ตัวแปร “ความสามารถในการเขียนโปรแกรมด้วยภาษาใดภาษาหนึ่งได้ เช่น ภาษา C, C++, Python หรือ Java (TK_225)” โดยตัวแปรดังกล่าวอยู่ในด้านความรู้ทางเทคโนโลยี ส่งผลให้สอดคล้องกับผลการสรุปและอภิปรายผลดังหัวข้อ 1.1 ทั้งนี้อาจเนื่องมาจาก ในช่วงปีที่ผ่านมาครูจัดการเรียนการสอนแบบออนไลน์ ซึ่งเป็นผลกระทบจากสถานการณ์โควิค – 19 ทำให้ปฏิเสธไม่ได้ว่า การเรียนแบบออนไลน์นั้นมีผลต่อการเรียนรู้เป็นอย่างมาก โดยเฉพาะวิชาภาคปฏิบัติอย่างวิชาวิทยาการคำนวณที่จำเป็นต้องเขียนโปรแกรมตามครู อาจส่งผลให้นักเรียนตามไม่ทัน และไม่เข้าใจเกี่ยวกับการเขียนโปรแกรม (ด้วยภาษาใดภาษาหนึ่งได้ เช่น ภาษา C, C++, Python หรือ Java) อย่างไรก็ตาม นักเรียนจะสามารถเขียนโปรแกรมให้ได้นั้น การมีความรู้เกี่ยวกับโครงสร้างของภาษาใดภาษาหนึ่งอาจไม่เพียงพอ แต่นักเรียนควรมีความรู้ทางคณิตศาสตร์ควบคู่กันด้วย โดยสังเกตจากหนังสือเรียน สสวท. รายวิชาวิทยาการคำนวณสำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษา ที่ให้นักเรียนเขียนโปรแกรมต่าง ๆ โดยอาศัยความรู้ทางคณิตศาสตร์ร่วมเพื่อให้นักเรียนมีทักษะในด้านการเขียนโปรแกรมโดยอาศัยความรู้ทางคณิตศาสตร์เป็นพื้นฐาน และในทำนองเดียวกัน คือ เพื่อให้นักเรียนมีทักษะด้านคณิตศาสตร์โดยอาศัยความรู้พื้นฐานจากการเขียนโปรแกรมด้วย ในขณะที่ผลการวิจัยของ มาร์ติน (Martinez, 2022, p. 6) ได้ค้นพบว่า การเขียนโปรแกรม (ภาษาไพธอน) ควบคู่กับการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ จะเป็นเครื่องมือสำคัญที่ไม่เพียงสร้างความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ให้กับนักเรียนเท่านั้น แต่ยังสามารถส่งเสริมให้นักเรียนมีทักษะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ที่ดีขึ้นเช่นกัน นอกจากนี้ เมื่อพิจารณาผลการสำรวจความพร้อมด้านอุปกรณ์ทางเทคโนโลยีที่ใช้ประกอบการเรียนดังตาราง 32 แม้ว่าจำนวนนักเรียนที่มี (1) อุปกรณ์ทางเทคโนโลยีที่ใช้ประกอบการเรียน เช่น คอมพิวเตอร์แบบตั้งโต๊ะ คอมพิวเตอร์แบบพกพา แท็บเล็ต หรือ iPad และ (2) สามารถเข้าถึงอินเทอร์เน็ตจากที่บ้าน หรือเข้าถึงอินเทอร์เน็ตจากสถานที่อื่น ๆ ซึ่งนอกเหนือจากที่บ้านและโรงเรียน น้อยกว่าร้อยละ 50 อาจเนื่องมาจาก นักเรียนส่วนใหญ่ไม่มีกำลังมากพอที่จะซื้ออินเทอร์เน็ตและอุปกรณ์ดังกล่าวเป็นของตนเองได้ แต่การไม่มีอุปกรณ์ทางเทคโนโลยีที่ใช้ประกอบการเรียนเหล่านั้น หรือไม่สามารถเข้าถึงอินเทอร์เน็ตจากที่บ้านได้ ไม่เป็นอุปสรรคต่อการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เพราะว่า นักเรียนสามารถใช้งานคอมพิวเตอร์แบบตั้งโต๊ะหรือคอมพิวเตอร์แบบพกพา โดยยืมจากทางโรงเรียน และยังสามารถเข้าถึงอินเทอร์เน็ตจากทางโรงเรียนได้เช่นกัน แสดงว่า โรงเรียนในสังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษาลพบุรี ซึ่งเป็นโรงเรียนที่มีขนาดกลางขึ้นไป ให้การสนับสนุนเกี่ยวกับอุปกรณ์ทางเทคโนโลยีที่ใช้ประกอบการ

เรียนและการเข้าถึงอินเทอร์เน็ต ดังนั้นเพื่อเป็นแนวทางหนึ่งในการเสริมสร้างระดับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ ผู้วิจัยวิเคราะห์ว่าควรพัฒนากิจกรรมการเรียนการสอนที่เสริมสร้างระดับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เซต โดยใช้ภาษาไพธอน สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษา

สำหรับผลการวิเคราะห์ปัจจัยที่ส่งผลต่อการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในปัจจุบันของนักเรียนระดับมัธยมศึกษา โรงเรียนในสังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษาลพบุรี ซึ่งเป็นโรงเรียนที่มีขนาดกลางขึ้นไป ด้วยวิธี PCA และหมุนแกนปัจจัยโดยวิธีแวริแมกซ์เช่นกัน ซึ่งพบว่า ด้านการรับรู้เกี่ยวกับการใช้เทคโนโลยี มีปัจจัยหลักจำนวน 2 ปัจจัย ในขณะที่ด้านความรู้ทางเทคโนโลยี มีปัจจัยหลักจำนวน 2 ปัจจัย ส่วนด้านความรู้ทางเนื้อหา มีปัจจัยหลักจำนวน 2 ปัจจัย และด้านกิจกรรมการเรียนการสอน มีปัจจัยหลักจำนวน 1 ปัจจัย โดยมีค่าไอเกนอยู่ระหว่าง 1.090 – 4.155 ประกอบด้วยปัจจัย ดังนี้

ด้านการรับรู้เกี่ยวกับการใช้เทคโนโลยี

ปัจจัยที่ 1: การสนับสนุนการใช้เทคโนโลยีจากโรงเรียน โดยมีค่าไอเกนเท่ากับ 3.582 และมีตัวแปรของปัจจัยจำนวน 7 ตัว ซึ่งผู้วิจัยได้เรียงน้ำหนักของปัจจัยจากมากที่สุดไปน้อยที่สุดได้ดังนี้ การสนับสนุนเกี่ยวกับ (1) เครื่องปริ้นเตอร์ (AC_215) (2) พื้นที่จัดเก็บข้อมูลในระบบ Cloud (AC_212) (3) การเขียนโปรแกรมด้วยภาษาใดภาษาหนึ่ง เช่น ภาษา Python, C, C++ หรือ Java (AC_217) (4) คอมพิวเตอร์ (AC_211) (5) ซอฟต์แวร์ที่ใช้ประกอบการเรียน เช่น Microsoft Office หรือ Zoom Meeting (AC_213) (6) เครื่องโปรเจคเตอร์ (AC_214) และ (7) อินเตอร์เน็ต (AC_216) โดยมีค่าน้ำหนักปัจจัยเท่ากับ .695, .694, .680, .640, .625, .624 และ .615 ตามลำดับ แสดงว่า นักเรียนระดับมัธยมศึกษาโรงเรียนในสังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษาลพบุรี ซึ่งเป็นโรงเรียนที่มีขนาดกลางขึ้นไปได้รับการสนับสนุนการใช้เทคโนโลยีจากโรงเรียนมากที่สุด 3 อันดับแรก คือ เครื่องปริ้นเตอร์ รองลงมา คือ การสนับสนุนเกี่ยวกับพื้นที่จัดเก็บข้อมูลในระบบ Cloud และการเขียนโปรแกรมด้วยภาษาใดภาษาหนึ่งตามลำดับ

ปัจจัยที่ 2: ความต้องการใช้เทคโนโลยีประกอบการเรียน โดยมีค่าไอเกนเท่ากับ 3.235 และมีตัวแปรของปัจจัยจำนวน 5 ตัว ซึ่งผู้วิจัยได้เรียงน้ำหนักของปัจจัยจากมากที่สุดไปน้อยที่สุดได้ดังนี้ ความต้องการใช้เทคโนโลยี (1) สร้างนวัตกรรมการเรียนรู้และพัฒนาการเรียน (AC_2111) (2) ค้นคว้าหาข้อมูล (AC_2110) (3) ติดต่อสื่อสารทั้งภายในและภายนอกโรงเรียน (AC_219) (4) ประกอบการสอนเพื่อช่วยให้นักเรียนเข้าใจเป็นรูปธรรมยิ่งขึ้น (AC_218) และ (5) การมีความรู้ด้านเทคโนโลยี (AC_2112)โดยมีค่าน้ำหนักของปัจจัยเท่ากับ .858, .836,

.817, .755 และ .738 ตามลำดับ แสดงว่า นักเรียนระดับมัธยมศึกษา โรงเรียนในสังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษาลพบุรี ซึ่งเป็นโรงเรียนที่มีขนาดกลางขึ้นไป มีความต้องการใช้เทคโนโลยีประกอบการเรียนมากที่สุด 3 อันดับแรก เพื่อใช้นวัตกรรมการเรียนรู้และพัฒนาการเรียน รองลงมา คือ เพื่อค้นคว้าหาข้อมูล และติดต่อสื่อสารทั้งภายในและภายนอกโรงเรียน ตามลำดับ

จาก 2 ปัจจัยที่กล่าวมาข้างต้น จะเห็นได้ว่า สำหรับด้านการรับรู้เกี่ยวกับการใช้เทคโนโลยี นักเรียนระดับมัธยมศึกษา โรงเรียนในสังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษาลพบุรี ซึ่งเป็นโรงเรียนที่มีขนาดกลางขึ้นไป มีความเห็นว่าปัจจัยที่ 1: การสนับสนุนการใช้เทคโนโลยีจากโรงเรียน และปัจจัยที่ 2: ความต้องการใช้เทคโนโลยีประกอบการเรียน ส่งผลต่อการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ในปัจจุบัน สาเหตุอาจเนื่องมาจาก โรงเรียนในสังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษาลพบุรี ซึ่งเป็นโรงเรียนที่มีขนาดกลางขึ้นไป (1) ให้ความสำคัญเกี่ยวกับการใช้เทคโนโลยีของนักเรียนระดับมัธยมศึกษา เช่น เครื่องปริ้นเตอร์ และการสนับสนุนเกี่ยวกับพื้นที่จัดเก็บข้อมูลในระบบ Cloud สอดคล้องกับผลการวิจัยของ มุกดามณี ศรีพงษ์เพริศ (2561, น. 115) ว่า การสนับสนุน จัดหาอุปกรณ์ รวมทั้งจัดหาเอกสารที่เกี่ยวข้องกับการเรียนเป็นปัจจัยหนึ่งที่ส่งผลต่อประสิทธิภาพการเรียนของนักเรียนในศตวรรษที่ 21 นอกจากนี้ เมื่อพิจารณาด้านการเขียนโปรแกรม จะเห็นได้ว่า ถูกให้ความสำคัญมากที่สุดเป็นอันดับที่ 3 ในทำนองเดียวกับผลการสรุปและอภิปรายผลของครูที่สอนวิชาคณิตศาสตร์ดังหัวข้อ 1.1 โดย ไพรบูลย์ พันธรักษ์พงศ์ (2561, น. 1) มีความเชื่อว่า ถ้านักเรียนเห็นถึงความสัมพันธ์ระหว่างการเขียนโปรแกรมกับคณิตศาสตร์แล้ว จะส่งผลให้นักเรียนรู้สึกสนุกกับการเรียน มีความคิดอย่างเป็นระบบ ตลอดจนเห็นคุณค่าของวิชาคณิตศาสตร์มากยิ่งขึ้น และ (2) ตอบสนองต่อความต้องการใช้เทคโนโลยีประกอบการเรียนของนักเรียนระดับมัธยมศึกษาเช่นกัน เพื่ออำนวยความสะดวกให้แก่นักเรียนในการใช้นวัตกรรมการเรียนรู้ ค้นคว้าหาความรู้ทางคณิตศาสตร์เพิ่มเติม ตลอดจนใช้ในการติดต่อสื่อสารทั้งภายในและภายนอกโรงเรียน

ด้านความรู้ทางเทคโนโลยี

ปัจจัยที่ 1: ความสามารถในการใช้เทคโนโลยีพื้นฐาน โดยมีค่าไอเกนเท่ากับ 3.211 และมีตัวแปรของปัจจัยจำนวน 6 ตัว ซึ่งผู้วิจัยได้เรียงน้ำหนักของปัจจัยจากมากที่สุดไปน้อยที่สุดได้ ดังนี้ ความสามารถในการ (1) ใช้เทคโนโลยีสื่อสารผ่านอินเทอร์เน็ต เช่น Email, Line หรือ Messenger (TK_226) (2) ใช้โปรแกรม Word Processor เช่น Microsoft-Word หรือ Google Docs (TK_221) (3) ใช้โปรแกรมนำเสนองานผ่าน PowerPoint หรือ Google Slide

(TK_223) (4) ใช้เทคโนโลยีพื้นฐานเพราะคิดว่าการมีความรู้ด้านเทคโนโลยีส่งผลต่อการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ (TK_2210) (5) ติดตามเทคโนโลยีที่ทันสมัย พร้อมทั้งศึกษาการใช้งานอยู่เสมอ (TK_228) และ (6) ใช้เทคโนโลยีจัดเก็บข้อมูลที่หลากหลาย เช่น Flash card, CD, DVD, Google drive หรือ Dropbox (TK_227) โดยมีค่าน้ำหนักของปัจจัยเท่ากับ .773, .744, .693, .689, .643 และ .635 ตามลำดับ แสดงว่า นักเรียนระดับมัธยมศึกษา โรงเรียนในสังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษาลพบุรี ซึ่งเป็นโรงเรียนที่มีขนาดกลางขึ้นไป ให้ความสำคัญมากที่สุด 3 อันดับแรกกับความสามารถในการใช้เทคโนโลยีสื่อสารผ่านอินเทอร์เน็ตมากที่สุด รองลงมา คือ ความสามารถในการใช้โปรแกรม Word Processor และโปรแกรม PowerPoint ตามลำดับ

ปัจจัยที่ 2: ความสามารถในการใช้เทคโนโลยีเฉพาะด้าน โดยมีค่าไอเกนเท่ากับ 2.581 และมีตัวแปรของปัจจัยจำนวน 4 ตัว ซึ่งผู้วิจัยได้เรียงน้ำหนักของปัจจัยจากมากที่สุดไปน้อยที่สุดได้ ดังนี้ ความสามารถในการ (1) เขียนโปรแกรมด้วยภาษาใดภาษาหนึ่ง เช่น ภาษา C, C++, Python หรือ Java (TK_225) (2) ใช้โปรแกรมเรขาคณิตพลวัต เช่น โปรแกรม GSP หรือ GeoGebra (TK_224) (3) ใช้ซอฟต์แวร์เฉพาะด้าน เช่น Scratch (TK_229) และ (4) ใช้โปรแกรม Electronic Spreadsheet เช่น Microsoft-Excel หรือ Google Sheets (TK_222) โดยมีค่าน้ำหนักของปัจจัยเท่ากับ .823, .809, .628 และ .605 ตามลำดับ แสดงว่า นักเรียนระดับมัธยมศึกษา โรงเรียนในสังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษาลพบุรี ซึ่งเป็นโรงเรียนที่มีขนาดกลางขึ้นไป ให้ความสำคัญมากที่สุด 3 อันดับแรกกับความสามารถในการเขียนโปรแกรมด้วยภาษาใดภาษาหนึ่งมากที่สุด รองลงมา คือ โปรแกรมเรขาคณิตพลวัต และความสามารถในการใช้ซอฟต์แวร์เฉพาะด้าน เช่น Scratch ตามลำดับ

จาก 2 ปัจจัยที่กล่าวมาข้างต้น จะเห็นได้ว่า สำหรับด้านความรู้ทางเทคโนโลยี ครูที่สอนวิชาคณิตศาสตร์ โรงเรียนในสังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษาลพบุรี ซึ่งเป็นโรงเรียนที่มีขนาดกลางขึ้นไป มีความเห็นว่าปัจจัยที่ 1: ความสามารถในการใช้เทคโนโลยีพื้นฐาน และปัจจัยที่ 2: ความสามารถในการใช้เทคโนโลยีเฉพาะด้าน ส่งผลต่อการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ในปัจจุบัน เมื่อพิจารณาความสามารถในการใช้เทคโนโลยีพื้นฐาน พบว่า นักเรียนระดับมัธยมศึกษา โรงเรียนในสังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษาลพบุรี ซึ่งเป็นโรงเรียนที่มีขนาดกลางขึ้นไป ให้ความสำคัญมากที่สุด 3 อันดับแรก ได้แก่ การใช้เทคโนโลยีสื่อสารผ่านอินเทอร์เน็ต การใช้โปรแกรม Word Processor และโปรแกรม PowerPoint ตามลำดับ สาเหตุอาจเนื่องมาจาก นักเรียนส่วนใหญ่ใช้ Email, Line หรือ Messenger เป็นเครื่องมือหลักในการส่งงาน หรือติดสื่อสารระหว่างเพื่อน ครู และโรงเรียน เพราะว่า เป็นช่องทางการติดต่อสื่อสารที่

สะดวกและรวดเร็วสุดสำหรับสถานการณ์ในปัจจุบัน นอกจากนี้ นักเรียนส่วนใหญ่ยังใช้โปรแกรม Word Processor และโปรแกรม PowerPoint เป็นเครื่องมือหลักในการปฏิบัติงานทั้งด้านการเขียนรายงาน โครงงานคณิตศาสตร์ หรือการนำเสนอวิชาต่าง ๆ เพราะว่า เป็นโปรแกรมที่ได้รับการสนับสนุนจากทางโรงเรียนและเป็นโปรแกรมที่ใช้ง่าย ไม่ยุ่งยาก ในขณะที่ผลการวิเคราะห์ของระวีวรรณ แก้ววิทย์ (2550, น.26) ที่กล่าวว่า อินเทอร์เน็ตเปรียบเสมือนหนังสือที่บรรจุความรู้อย่างไม่จำกัดหากครูฝึกให้นักเรียนใช้อินเทอร์เน็ตให้ถูกต้อง เช่น ใช้ค้นคว้าหาความรู้ใหม่ ๆ ด้วยตนเอง ติดต่อสื่อสาร จะเป็นปัจจัยหนึ่งที่ช่วยพัฒนาสมรรมถะด้านการใช้สารสนเทศของนักเรียนได้ เช่นเดียวกับการฝึก/ประยุกต์การจัดการเรียนการสอนให้นักเรียนมีโอกาสได้ใช้โปรแกรม Microsoft ต่าง ๆ ซึ่งเป็นโปรแกรมพื้นฐานสำหรับการทำงาน อาชีพในอนาคต ส่วนการมีความรู้เกี่ยวกับการใช้เทคโนโลยีเฉพาะด้าน เมื่อพิจารณาน้ำหนักของปัจจัย พบว่า ความสามารถในการเขียนโปรแกรมด้วยภาษาใดภาษาหนึ่งมีค่าน้ำหนักของปัจจัยมากที่สุด ซึ่งสอดคล้องกับคำกล่าวของเคติน (I. Cetin, 2009, pp. 143-159) ว่า บทบาทสำคัญของการเขียนโปรแกรมไม่เพียงแค่เสริมสร้างความรู้เชิงมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ให้กับนักเรียนเท่านั้น แต่ยังช่วยกระตุ้นให้นักเรียนเกิดความสนใจต่อการเรียนคณิตศาสตร์มากขึ้นเช่นกัน เนื่องจากนักเรียนจะรู้สึกว่าเป็นการท้าทายความสามารถของตนเองในการเชื่อมโยงองค์ความรู้ข้ามศาสตร์ ส่วนผลการวิจัยของ วิดาโควิด และคณะ (Vidakovic et al., 2018, p. 453) พบว่า การเขียนโปรแกรมเป็นเครื่องมือสำคัญต่อการกระตุ้นให้นักเรียนเกิดความเข้าใจทางคณิตศาสตร์เร็วขึ้น เมื่อปล่อยให้นักเรียนได้สำรวจ หรือตรวจสอบ จนสามารถสร้างข้อความคาดการณ์ทางคณิตศาสตร์ได้ และ ทิม คุก (DailyGizmo, 2562) ผู้บริหารบริษัท Apple กล่าวว่า ควรให้การเขียนโปรแกรมเป็นภาษาที่ 2 เนื่องจากการเขียนโปรแกรมเป็นภาษาสากลสามารถสื่อสารได้กับทุกชาติทั่วโลก ซึ่งเสนอว่า เยาวชนรุ่นใหม่ตั้งแต่ระดับประถมศึกษาถึงมัธยมศึกษาควรได้เรียนในหลักสูตร อย่างไรก็ตาม การที่นักเรียนจะมีความสามารถดังที่กล่าวมาได้นั้น ครูควรถ่ายทอดความรู้การใช้เทคโนโลยีเฉพาะด้านอย่างการเขียนโปรแกรมด้วยภาษาใดภาษาหนึ่งให้กับนักเรียนอย่างครบถ้วน และจากที่ผู้วิจัยกล่าวมาข้างต้น จึงอาจเป็นเหตุให้ปัจจัยที่ 1: ความสามารถในการใช้เทคโนโลยีพื้นฐาน และปัจจัยที่ 2: ความสามารถในการใช้เทคโนโลยีเฉพาะด้าน ส่งผลต่อการเรียนการสอนของครูที่สอนวิชาคณิตศาสตร์ในปัจจุบัน

ด้านความรู้ทางเนื้อหา

ปัจจัยที่ 1: ความรู้ทางด้านเนื้อหาของนักเรียน โดยมีค่าไอเกน เท่ากับ 3.249 และมีตัวแปรของปัจจัยจำนวน 6 ตัว ซึ่งผู้วิจัยได้เรียงน้ำหนักของปัจจัยจากมากที่สุดไปน้อย

ที่สุดได้ ดังนี้ ความสามารถในการ (1) นำองค์ความรู้ที่มีมาประยุกต์ใช้ (CK_233) (2) อธิบายที่มาของเนื้อหาสาระที่เรียน (CK_232) (3) ระบุหรืออธิบายความหมายเกี่ยวกับเนื้อหาสาระที่เรียน (CK_231) (4) จัดเนื้อหาคณิตศาสตร์ให้ตอบสนองต่อความต้องการ (CK_236) (5) หาความรู้เพิ่มเติมจากแหล่งข้อมูลที่ทันสมัยอยู่เสมอ (CK_234) และ (6) ใช้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ซับซ้อน (CK_237) โดยมีค่าน้ำหนักของปัจจัยเท่ากับ .838, .835, .786, .722, .692 และ .460 ตามลำดับ แสดงว่า นักเรียนระดับมัธยมศึกษา โรงเรียนในสังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษาลพบุรี ซึ่งเป็นโรงเรียนที่มีขนาดกลางขึ้นไป ให้ความสำคัญมากที่สุด 3 อันดับแรกกับความสามารถในการนำองค์ความรู้ที่มีมาประยุกต์ใช้มากที่สุด รองลงมา คือ ความสามารถในการอธิบายที่มาของเนื้อหาสาระที่เรียน และระบุหรืออธิบายความหมายเกี่ยวกับเนื้อหาสาระที่เรียนตามลำดับ

ปัจจัยที่ 2: เนื้อหาคณิตศาสตร์มากเกินความจำเป็นต่อการนำไปใช้ โดยมีค่าไอเกน เท่ากับ 1.090 และมีตัวแปรของปัจจัยจำนวน 1 ตัว คือ เนื้อหาคณิตศาสตร์ในระดับมัธยมศึกษาที่จัดการเรียนการสอนในปัจจุบันมีมากเกินความจำเป็นต่อการนำไปใช้ในอนาคต (CK_235) โดยมีค่าน้ำหนักของปัจจัยเท่ากับ .939 แสดงว่า นักเรียนระดับมัธยมศึกษา โรงเรียนในสังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษาลพบุรี ซึ่งเป็นโรงเรียนที่มีขนาดกลางขึ้นไป ให้ความสำคัญกับเนื้อหาคณิตศาสตร์ในระดับมัธยมศึกษาที่จัดการเรียนการสอนในปัจจุบันมีมากเกินความจำเป็นต่อการนำไปใช้ในอนาคต

จากปัจจัยที่กล่าวมาข้างต้น จะเห็นได้ว่า สำหรับด้านความรู้ทางเนื้อหานักเรียนระดับมัธยมศึกษา โรงเรียนในสังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษาลพบุรี ซึ่งเป็นโรงเรียนที่มีขนาดกลางขึ้นไป มีความเห็นว่าปัจจัยที่ 1: ความรู้ทางด้านเนื้อหาของนักเรียน และปัจจัยที่ 2: เนื้อหาคณิตศาสตร์มากเกินความจำเป็นต่อการนำไปใช้ ส่งผลต่อการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ในปัจจุบัน เมื่อพิจารณาค่าน้ำหนักปัจจัยความรู้ทางด้านเนื้อหาของนักเรียน พบว่า ความสามารถในการนำองค์ความรู้ที่มีมาประยุกต์ใช้ มีค่าน้ำหนักของปัจจัยมากที่สุด อาจเนื่องมาจากการนำองค์ความรู้ที่มีมาประยุกต์ใช้นับว่าเป็นเรื่องยากสำหรับนักเรียน ที่ไม่เพียงแค่เกิดความเข้าใจเกี่ยวกับความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ เช่น อธิบายที่มา ระบุนิยาม ทฤษฎี หลักการทางคณิตศาสตร์เท่านั้น แต่จำเป็นต้องอาศัยระยะเวลาในการฝึกฝนจนมีทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ที่มากพอ ซึ่งสอดคล้องกับผลการวิจัยของ สเวทซ์และฮาร์ทเลอร์ (Koehler & Mishra, 2009, pp. 60-67) ที่พบว่า ปัจจัยที่สำคัญมากอย่างหนึ่งที่มีอิทธิพลต่อการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ คือ การนำองค์ความรู้ที่มีมาประยุกต์ใช้ในสถานการณ์ปัญหาใหม่ ๆ ซึ่ง

จำเป็นต้องอาศัยความรู้ทางคณิตศาสตร์พื้นฐานร่วม แต่หากนักเรียนไม่คุ้นเคยกับการนำองค์ความรู้มาประยุกต์ใช้จะไม่สามารถเชื่อมโยงกลยุทธ์และความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ที่เรียนมาไปสู่หาค้นหาคำตอบของสถานการณ์นั้นได้ และเมื่อพิจารณาเนื้อหาคณิตศาสตร์มากเกินความจำเป็นต่อการนำไปใช้ พบว่า นักเรียนระดับมัธยมศึกษา โรงเรียนในสังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษาลพบุรี ซึ่งเป็นโรงเรียนที่มีขนาดกลางขึ้นไป มีความเห็นว่า เนื้อหาคณิตศาสตร์มากเกินความจำเป็นต่อการนำไปใช้ ซึ่งสอดคล้องกับผลการวิเคราะห์ของ สสวท. (สสวท., 2560, น. 9) เกี่ยวกับการเปลี่ยนแปลงของหลักสูตรด้านเนื้อหาว่า การจัดการศึกษาระดับมัธยมศึกษา มุ่งหวังให้นักเรียนทุกคนมีความรู้และทักษะที่จำเป็นและเพียงพอกับการดำรงชีวิตในโลกอนาคตที่มีการพัฒนาและเปลี่ยนแปลงอย่างรวดเร็ว จึงจำเป็นต้องมีการคัดเนื้อหาที่ไม่จำเป็นออกและเพิ่มเนื้อหาที่จำเป็น โดยเน้นการบูรณาระหว่างศาสตร์หรือชีวิตประจำวัน เพื่อให้นักเรียนเห็นคุณค่าของการเรียนคณิตศาสตร์มากยิ่งขึ้น ฉะนั้นการมีเนื้อหาคณิตศาสตร์มากเกินความจำเป็นต่อการนำไปใช้ในอนาคต จึงเป็นปัจจัยที่มีอิทธิต่อการเรียนของนักเรียนในปัจจุบัน

ด้านกิจกรรมการเรียนการสอน

ปัจจัยที่ 1: การจัดการเรียนการสอน โดยมีค่าไอเกน เท่ากับ 4.155 และมีตัวแปรของปัจจัยจำนวน 8 ตัว ซึ่งผู้วิจัยได้เรียงน้ำหนักของปัจจัยจากมากที่สุดไปน้อยที่สุดได้ ดังนี้ (1) เทคโนโลยีกระตุ้นและสร้างมโนภาพให้เกิดความเข้าใจในเนื้อหา (IA_246) (2) เลือกใช้เทคนิคหรือวิธีการสอนที่เหมาะสมต่อการนำเสนอเนื้อหาสาระของวิชาคณิตศาสตร์ (IA_247) (3) นำรูปแบบการสอน หรือเทคนิคการสอนต่าง ๆ ร่วมกับการใช้เทคโนโลยี (IA_245) (4) การใช้เทคโนโลยีให้เหมาะสมกับเนื้อหาสาระของวิชาคณิตศาสตร์ (IA_248) (5) กิจกรรมการเรียนการสอนที่เน้นการแลกเปลี่ยนความรู้ร่วมกัน (IA_243) (6) กิจกรรมการเรียนการสอนที่ให้นักเรียนสามารถสร้างข้อความคาดการณ์ด้วยตนเองได้ (IA_244) (7) กิจกรรมการเรียนการสอนที่เน้นให้นักเรียนลงมือปฏิบัติด้วยตนเอง (IA_242) และ (8) วิธีการสอนแบบบรรยาย (IA_241) โดยมีค่าน้ำหนักของปัจจัยเท่ากับ .815, .806, .802, .802, .753, .710, .613 และ .329 ตามลำดับ แสดงว่า นักเรียนระดับมัธยมศึกษา โรงเรียนในสังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษาลพบุรี ซึ่งเป็นโรงเรียนที่มีขนาดกลางขึ้นไป ให้ความสำคัญมากที่สุด 3 อันดับแรกกับการใช้เทคโนโลยีกระตุ้นและสร้างมโนภาพให้เกิดความเข้าใจในเนื้อหามากที่สุด รองลงมา คือ เลือกใช้เทคนิคหรือวิธีการสอนที่เหมาะสมต่อการนำเสนอเนื้อหาสาระของวิชาคณิตศาสตร์ และนำรูปแบบการสอนหรือเทคนิคการสอนต่าง ๆ ร่วมกับการใช้เทคโนโลยี (หรือการใช้เทคโนโลยีให้เหมาะสมกับเนื้อหาสาระของวิชาคณิตศาสตร์) ตามลำดับ

จากปัจจัยที่กล่าวมาข้างต้น จะเห็นได้ว่า สำหรับด้านกิจกรรมการเรียนการสอนของนักเรียนระดับมัธยมศึกษา โรงเรียนในสังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษาลพบุรี ซึ่งเป็นโรงเรียนที่มีขนาดกลางขึ้นไป มีความเห็นว่าปัจจัยที่ 1: การจัดการเรียนการสอนส่งผลต่อการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ในปัจจุบัน สาเหตุอาจเนื่องมาจาก นักเรียนระดับมัธยมศึกษา โรงเรียนในสังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษาลพบุรี ซึ่งเป็นโรงเรียนที่มีขนาดกลางขึ้นไป ให้ความสำคัญกับการใช้เทคโนโลยีกระตุ้นและสร้างมโนภาพให้เกิดความเข้าใจในเนื้อหา หรือเลือกใช้เทคนิคหรือวิธีการสอนที่เหมาะสมต่อการนำเสนอเนื้อหาสาระของวิชาคณิตศาสตร์ หรือนำรูปแบบการสอน หรือเทคนิคการสอนต่าง ๆ ร่วมกับการใช้เทคโนโลยี (หรือการใช้เทคโนโลยีให้เหมาะสมกับเนื้อหาสาระของวิชาคณิตศาสตร์ แสดงว่า การนำเทคโนโลยีบูรณาการร่วมกับรูปแบบการสอนและเนื้อหา ทำให้นักเรียนมีความสนใจ และเข้าใจในบทเรียนมากขึ้น ซึ่งสอดคล้องกับผลการสรุปและอภิปรายผลของครูดังหัวข้อ 1.1. ส่งผลให้ผู้วิจัยได้แนวทางหนึ่งในการจัดการเรียนการสอนให้เหมาะสมกับความพร้อมและต้องการของนักเรียน โดยอาศัยเทคโนโลยีที่เหมาะสมกับเนื้อหาทางคณิตศาสตร์เป็นตัวกลางที่เสริมสร้างความเข้าใจให้กับนักเรียน จนสามารถสร้างองค์ความรู้ด้วยตนเองได้ตามแนวทางการจัดการเรียนการสอนของทฤษฎีคอนสตรัคติวิสต์ (Mazen, 2021) ที่มุ่งเน้นให้นักเรียนสร้างความรู้ด้วยตนเอง โดยใช้เทคโนโลยีเป็นเครื่องมือหลักสำหรับการจัดการเรียนการสอน นอกจากนี้ยังเป็นการสร้างบรรยากาศภายในชั้นเรียนเพื่อกระตุ้นความสนใจให้กับนักเรียนด้วยเช่นกัน

จากผลการวิเคราะห์ปัจจัยข้างต้น ทำให้ผู้วิจัยทราบว่า สำหรับด้านการรับรู้เกี่ยวกับการใช้เทคโนโลยี ประกอบด้วย (1) การสนับสนุนการใช้เทคโนโลยีจากโรงเรียน และ (2) ความต้องการใช้เทคโนโลยีประกอบการเรียน แสดงให้เห็นว่า นักเรียนระดับมัธยมศึกษามีความพร้อมด้านอุปกรณ์ทางเทคโนโลยีที่ใช้ประกอบการเรียน ส่วนด้านความรู้ทางเทคโนโลยี ประกอบด้วย (1) ความสามารถในการใช้เทคโนโลยีพื้นฐาน เช่น การใช้อินเทอร์เน็ต และ (2) ความสามารถในการใช้เทคโนโลยีเฉพาะด้าน เช่น การเขียนโปรแกรม ในขณะที่ด้านความรู้ทางเนื้อหา ประกอบด้วย (1) ความรู้ทางด้านเนื้อหาของนักเรียน ที่จำเป็นต้องมีเพื่อนำองค์ความรู้ที่มีไปประยุกต์ใช้ และ (2) เนื้อหาคณิตศาสตร์มากเกินความจำเป็นต่อการนำไปใช้ และด้านกิจกรรมการเรียนการสอน ประกอบด้วย (1) การจัดการเรียนการสอน โดยใช้เทคโนโลยีร่วมกับการจัดการเรียนการสอน เพื่อให้นักเรียนสามารถสร้างองค์ความรู้ด้วยตนเองได้ เป็นปัจจัยที่ส่งผลต่อการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในปัจจุบันของนักเรียนระดับมัธยมศึกษา โรงเรียนในสังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษาลพบุรี ซึ่งเป็นโรงเรียนที่มีขนาดกลางขึ้นไป

นอกจากนี้ ผู้วิจัยนำผลการวิเคราะห์ปัจจัยที่ส่งผลต่อการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในปัจจุบันของนักเรียนระดับมัธยมศึกษาข้างต้นมาทดสอบสมมติฐานที่ว่า “เพศ แผนการเรียน และระดับการศึกษาของนักเรียนมีแต่ละปัจจัยที่ส่งผลต่อการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในปัจจุบัน แตกต่างกันหรือไม่” เมื่อพิจารณาเพศของนักเรียน พบว่า ปัจจัย (1) การสนับสนุนการใช้เทคโนโลยีจากโรงเรียน (2) ความต้องการใช้เทคโนโลยีประกอบการเรียน (3) ความสามารถในการใช้เทคโนโลยีพื้นฐาน (4) ความสามารถในการใช้เทคโนโลยีเฉพาะด้าน (5) ความรู้ทางด้านเนื้อหาของนักเรียน (6) เนื้อหาคณิตศาสตร์มากเกินความจำเป็นต่อการนำไปใช้ และ (7) การจัดการเรียนการสอน ไม่แตกต่างกันที่ระดับนัยสำคัญทางสถิติ .05 สาเหตุอาจเนื่องมาจาก นักเรียนระดับมัธยมศึกษาทั้งเพศชายหรือหญิงของโรงเรียนในสังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษาลพบุรี ซึ่งเป็นโรงเรียนที่มีขนาดกลางขึ้นไป มีความพร้อมทางวุฒิภาวะหรือประสบการณ์รับรู้ หรือได้รับการสนับสนุนด้านอุปกรณ์ทางเทคโนโลยี หรือมีความรู้ทางคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษา หรือความพอใจเกี่ยวกับรูปแบบการจัดการเรียนการสอน หรือมีบริบท หรือมีอายุที่ใกล้เคียงกัน ส่งผลให้เพศไม่เป็นอุปสรรคกับปัจจัยดังกล่าว ซึ่งสอดคล้องกับทฤษฎีการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของดีนส์ (Dienes, 1971, p. 201) ที่อธิบายว่า เพศไม่ได้ส่งผลต่อการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียน หากแต่การมีความพร้อมในทุก ๆ ด้าน รวมทั้งมีประสบการณ์เรียนรู้ที่มากพอนับว่าเป็นปัจจัยที่มีอิทธิต่อการเรียนคณิตศาสตร์ (ไตรรงค์ กล่ำบุตร, 2557, น. 2; ศราญลักษณ์ บุตรรัตน์, 2553, น. 3; สุภัทรา เกิดมงคล, 2550, น. 1-2)ในขณะที่ แผนการเรียนของนักเรียน พบว่า ปัจจัย (1) การสนับสนุนการใช้เทคโนโลยีจากโรงเรียน (2) ความต้องการใช้เทคโนโลยีประกอบกาเรียน (3) ความสามารถในการใช้เทคโนโลยีพื้นฐาน (4) ความสามารถในการใช้เทคโนโลยีเฉพาะด้าน และ (5) เนื้อหาคณิตศาสตร์มากเกินความจำเป็นต่อการนำไปใช้ ไม่แตกต่างกัน แต่มีปัจจัย (1) ความรู้ทางด้านเนื้อหาของนักเรียน และ (2) การจัดการเรียนการสอนแตกต่างกันที่ระดับนัยสำคัญทางสถิติ .05 สาเหตุอาจเนื่องมาจาก นักเรียนระดับมัธยมศึกษาทั้งแผนการเรียนแบบวิทย์ - คณิต และแผนการเรียนอื่น ๆ (เช่น ศิลป์ – คำนวณ และคณิต - คอม) ของโรงเรียนในสังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษาลพบุรี ซึ่งเป็นโรงเรียนที่มีขนาดกลางขึ้นไป ได้รับการสนับสนุนด้านอุปกรณ์ทางเทคโนโลยี หรือมีความสามารถในการใช้เทคโนโลยีพื้นฐานและเฉพาะด้าน รวมทั้งมีความคิดเห็นเกี่ยวกับเนื้อหาคณิตศาสตร์มากเกินความจำเป็นต่อการนำไปใช้ในอนาคตที่ใกล้เคียงกัน แต่มีความสามารถด้านเนื้อหาทางคณิตศาสตร์ไม่ใกล้เคียงกัน ซึ่งสอดคล้องกับผลการวิจัยของ พรรณภัทร แซ่โท้ว (2562, น. 302) ที่พบว่า นักเรียนที่ศึกษาแผนการเรียนวิทย์ – คณิตศาสตร์ มีความสามารถทางคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนที่ศึกษา

แผนการเรียนอื่น ๆ ส่วน การจัดการเรียนการสอน จะเห็นได้ว่า นักเรียนที่ศึกษาแผนการเรียนวิทย์ – คณิตศาสตร์ และแผนการเรียนอื่น ๆ ไม่ใกล้เคียงเช่นกัน สาเหตุอาจเนื่องมาจาก นักเรียนที่ศึกษาแผนการเรียนอื่น ๆ มีเจตคติในทางลบและมีความกังวลต่อการเรียนวิชาคณิตศาสตร์เป็นทุนเดิม ไม่ว่าครูจะปรับรูปแบบการจัดการเรียนการสอนไปในทิศทางที่น่าสนใจขึ้น อาจทำให้นักเรียนที่ศึกษาแผนการเรียนอื่น ๆ สนใจเรียนวิชาคณิตศาสตร์มากกว่าเดิมแต่อาจไม่เทียบเท่ากับนักเรียนที่ศึกษาแผนการเรียนวิทย์ – คณิตศาสตร์ที่มีความสามารถด้านเนื้อหาและเจตคติในทางบวกกับวิชาคณิตศาสตร์มาก่อน (เมธาสิทธิ์ ธัญรัตน์ศรีสกุล, 2558, น.88-89) สำหรับ ระดับการศึกษาของนักเรียน พบว่า ปัจจัย (1) การสนับสนุนการใช้เทคโนโลยีจากโรงเรียน (2) ความสามารถในการใช้เทคโนโลยีเฉพาะด้าน และ (3) ความรู้ทางด้านเนื้อหาของนักเรียน ไม่แตกต่างกัน แต่มีปัจจัย (1) ความต้องการใช้เทคโนโลยีประกอบการเรียน (2) ความสามารถในการใช้เทคโนโลยีพื้นฐาน (3) เนื้อหาคณิตศาสตร์มากเกินความจำเป็นต่อการนำไปใช้ และ (4) การจัดการเรียนการสอน แตกต่างกันที่ระดับนัยสำคัญทางสถิติ .05 สาเหตุอาจเนื่องมาจาก เมื่อระดับการศึกษาต่างกันส่งผลให้มีข้อจำกัดในการใช้เทคโนโลยีประกอบการเรียน ความสามารถในการใช้เทคโนโลยีพื้นฐาน ความคิดเห็นเกี่ยวกับเนื้อหาคณิตศาสตร์มากเกินความจำเป็นต่อการนำไปใช้ รวมทั้งความพอใจเกี่ยวกับรูปแบบการจัดการเรียนการสอนที่ไม่ใกล้เคียงกัน ตามทฤษฎีพัฒนาการทางเชาวน์ปัญญาของเพียเจต์ (Prawat & Floden, 1994, pp. 37-48) ที่เชื่อว่าคนทุกคนจะมีการพัฒนาเชาวน์ปัญญาไปตามลำดับไม่สามารถข้ามขั้นได้

ระยะที่ 2 การพัฒนากิจกรรมการเรียนการสอนที่เสริมสร้างระดับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เซต ตามกรอบทฤษฎี APOS โดยใช้ภาษาไพธอน สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษา

ผลจากการหาประสิทธิภาพของกิจกรรมการเรียนการสอนที่เสริมสร้างระดับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เซต ตามกรอบทฤษฎี APOS โดยใช้ภาษาไพธอน สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษา พบว่า กิจกรรมการเรียนการสอนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น มีประสิทธิภาพเท่ากับ 77.18/75.50 ซึ่งสูงกว่าเกณฑ์ 60/60 สาเหตุอาจเนื่องมาจากประเด็นดังต่อไปนี้

2.1 ด้านกิจกรรมการเรียนการสอนและการสนับสนุนการใช้เทคโนโลยีจากโรงเรียน

กิจกรรมการเรียนการสอนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นเพื่อเสริมสร้างระดับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เซต ถูกสร้างและพัฒนาตามแนวคิดของทฤษฎีคอนสตรัคติวิสต์ซึ่งเน้นให้นักเรียนเป็นศูนย์กลางสำหรับการเรียนรู้โดยมีผู้วิจัยคอยให้คำแนะนำ สร้างบรรยากาศ ตลอดจน

อำนวยความสะดวกในด้านอุปกรณ์ทางเทคโนโลยีที่จำเป็นต้องใช้ประกอบการปฏิบัติกิจกรรมซึ่งได้รับการสนับสนุนจากทางโรงเรียน เช่น โปรแกรม Jupyter Notebook คอมพิวเตอร์ และอินเทอร์เน็ต เป็นต้น ส่งผลให้นักเรียนมีอิสระในเรียนรู้ผ่านการใช้ภาษาไพธอนสำรวจเซตใด ๆ จนสามารถอธิบายแนวคิดทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เซต ซึ่งเป็นผลลัพธ์ที่ได้จากการรันโปรแกรม ผู้วิจัยสังเคราะห์ได้ว่าสิ่งเหล่านี้อาจเป็นอีกหนึ่งแนวทางที่ทำให้นักเรียนเกิดความเข้าใจที่ลึกและคงทนยิ่งขึ้น ภายหลังจากปฏิบัติกิจกรรมเสร็จสิ้นผู้วิจัยได้ให้นักเรียนแสดงความคิดเห็นเกี่ยวกับรูปแบบการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น พบว่า นักเรียนส่วนใหญ่ไม่รู้สึกเบื่อหน่ายเมื่อใช้ภาษาไพธอนประกอบการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ในขณะเดียวกันนี้ ยังให้ความคิดเห็นเพิ่มเติมเกี่ยวกับการเห็นคุณค่าในเนื้อหามากยิ่งขึ้น สาเหตุคือนักเรียนเห็นตรรกะ (Logic) ระหว่างการเขียนโปรแกรมกับคณิตศาสตร์ซึ่งมีความสัมพันธ์กัน โดยเฉพาะเรื่อง เซต แม้ว่าคำสั่งในภาษาไพธอนจะสามารถหาผลลัพธ์เกี่ยวกับเซตออกมาทันที แต่อย่างไรก็ตามนักเรียนก็สามารถแสดงแนวคิดและอธิบายที่มาของผลลัพธ์ในทางคณิตศาสตร์ได้เช่นกัน โดยระหว่างปฏิบัติกิจกรรมผู้วิจัยใช้คำถามกระตุ้น พร้อมทั้งเชื่อมโยงแนวคิดของภาษาไพธอนไปสู่แนวคิดทางคณิตศาสตร์ จึงเป็นความท้าทายต่อการเรียนรู้ของนักเรียน ซึ่งสอดคล้องกับผลการวิจัยของ เซล และจานิกิ (Schell & Janicki, 2012, p. 29) ที่พบว่า เครื่องมือสำคัญที่ทำให้ผู้เรียนสามารถสร้างองค์ความรู้ได้อย่างรวดเร็วนั้น คือ ผู้สอนต้องเน้นให้ผู้เรียนมีปฏิสัมพันธ์กับเทคโนโลยี หรือสร้างสื่อการสอนโดยให้ผู้เรียนได้ใช้เทคโนโลยีระหว่างการปฏิบัติกิจกรรมด้วยตนเอง เพื่อให้ผู้เรียนเกิดความสนใจ สืบเสาะหาข้อมูล ตั้งประเด็นปัญหาตลอดจนสร้างความรู้เองได้ ในขณะที่ คริสโทบอลและคณะ (Cristóbal et al., 2020, pp. 1-10) ได้ศึกษาการจัดการเรียนการสอนตามแนวคิดคอนสตัคติวิสต์ที่พบว่า การจัดการเรียนการสอนตามแนวคิดของคอนสตรัคติวิสต์จะสามารถเปิดโอกาสให้นักเรียนคิดอย่างมีอิสระและสร้างองค์ความรู้ด้วยตนเองได้ เมื่อใช้เทคโนโลยีใด ๆ ที่ครูผู้สอนเชี่ยวชาญควบคู่กับการเรียนการสอนในเนื้อหาสาระ พร้อมทั้งยังสร้างแรงจูงใจให้กับนักเรียนและไม่น่าเบื่อ

2.2 ด้านการเขียนโปรแกรม

ผู้วิจัยใช้ภาษาไพธอนซึ่งรันผ่านโปรแกรม Jupyter Notebook เป็นเทคโนโลยีหลักสำหรับการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนในครั้งนี้ ส่งผลให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้เร็วยิ่งขึ้น อาจเป็นเพราะนักเรียนมีความรู้พื้นฐานเกี่ยวกับการเขียนโปรแกรมมาก่อนจึงไม่เป็นอุปสรรคต่อการเรียนรู้เนื้อหาสาระ เรื่อง เซต สำหรับนักเรียน นอกจากนี้ผู้วิจัยพบว่า ภาษาไพธอนช่วย

เสริมสร้างทักษะความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ตามทฤษฎีโครงสร้างทางสติปัญญาของกิลฟอร์ด (Guilford, 1967, p.15) กล่าวคือ ขณะนักเรียนใช้ภาษาไพธอนประกอบการแก้สถานการณ์ปัญหาเกี่ยวกับเซตที่ผู้วิจัยกำหนดให้ มีนักเรียนบางคนสามารถเขียนโปรแกรมได้มากกว่า 1 โปรแกรม แสดงว่านักเรียนมีความคิดคล่องซึ่งเป็นองค์ประกอบหนึ่งของทักษะความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ ซึ่งสอดคล้องกับผลการวิจัยของ อานอนและคณะ (Arnon et al., 2014, pp. 6-26) ที่พบว่า การเขียนโปรแกรมเป็นเครื่องมือสำคัญต่อการกระตุ้นให้นักเรียนเกิดความเข้าใจแนวคิดทางคณิตศาสตร์ได้เร็วยิ่งขึ้น เมื่อปล่อยให้นักเรียนได้สำรวจซ้ำกันหลาย ๆ ครั้ง ขณะที่ มาติเนซ (A. Martinez, 2022, pp. 2-7) ได้กล่าวในทำนองเดียวว่า การใช้ภาษาไพธอนประกอบการเรียนมีอิทธิพลต่อความสามารถทางคณิตศาสตร์ เรื่อง การให้เหตุผลและเซต อยู่ในระดับดีมาก เมื่อพิจารณาด้วยการสร้างข้อความคาดการณ์จากการเขียนโปรแกรมด้วยภาษาไพธอนไปสู่แนวคิด บทนิยาม สมบัติ และทฤษฎีเกี่ยวกับการให้เหตุและเซตได้ดีขึ้น นอกจากนี้ ยังเสริมสร้างให้กลุ่มเป้าหมายมีความเชื่อทางคณิตศาสตร์มากยิ่งขึ้นภายหลังจากใช้ภาษาไพธอนประกอบการเรียน โดยกลุ่มเป้าหมายสามารถใช้ภาษาไพธอนเป็นตัวช่วยในการค้นหาคำตอบ ส่งผลให้เกิดความมั่นใจในตัวเอง รวมทั้ง เกิดความสนุกขณะปฏิบัติกิจกรรมโดยใช้ภาษาไพธอนประยุกต์กับเนื้อหาสาระทางคณิตศาสตร์

2.3 ด้านเครื่องมือการวัดและประเมินผล

ผู้วิจัยสร้างกรอบการวัดระดับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ตามแนวคิดของทฤษฎี APOS ซึ่งสอดคล้องกับกิจกรรมการเรียนการสอนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น เนื่องจากแนวคิดของทฤษฎี APOS และแนวคิดของทฤษฎีคอนสตรัคติวิสต์ มาจากรากฐานเดียวกัน คือ กระบวนการคิดสะท้อนเชิงนามธรรม (Reflective abstraction) ของเพียเจต์ (Piaget) ที่ประกอบไปด้วย 5 กลไก ได้แก่ 1) การทำงานที่เกิดขึ้นภายในจิตใจ (Interiorization) 2) การมีส่วนร่วม (Coordination) 3) การคิดย้อนกลับ (Reversal) 4) การรวบรวมความรู้ (Encapsulation) และ 5) การขยายความรู้ (Generalization) มาประยุกต์ใช้ร่วมกับโครงสร้างความคิดในจิตใจ (Mental Structures) ทำให้เกิดโครงสร้างความคิดแบบใหม่ที่แสดงให้เห็นถึงการเกิดความเข้าใจในการเรียนเนื้อหาทางคณิตศาสตร์เรื่องต่าง ๆ และสำหรับโครงสร้างนี้จะประกอบด้วย 4 ระดับ (Arnon et al., 2014, pp. 6-26; Ibrahim Cetin, 2015, pp. 156-157) ได้แก่ ระดับ A เป็นจุดเริ่มต้นของความเข้าใจระดับแรกซึ่งผู้เรียนเป็นฝ่ายรับกระบวนภายนอก (External) เข้ามาเป็นสิ่งกระตุ้นให้เกิดการเรียนรู้ โดยผู้เรียนจะปฏิบัติตามคำแนะนำ เงื่อนไข และขั้นตอนการดำเนินการอย่างเป็น

ลำดับ ไม่สามารถข้ามลำดับขั้นตอนใดได้ ส่วนระดับ P เป็นโครงสร้างที่เกิดขึ้นจาก 3 กลไก ของกระบวนการคิดสะท้อนเชิงนามธรรม ได้แก่ *การทำงานที่เกิดขึ้นภายในจิตใจ การคิดย้อนกลับ และการมีส่วนร่วม* กล่าวคือ เป็นระยะการพัฒนาความเข้าใจจากระดับการกระทำซึ่งเกิดจากการดำเนินการหรือปฏิบัติซ้ำกันหลาย ๆ ครั้ง โดยไม่จำเป็นต้องพึ่งคำแนะนำของกระบวนการภายนอก ตลอดจนผู้เรียนสามารถคิดในใจเองหรือสามารถ*ทำงานที่เกิดขึ้นภายในจิตใจ*ได้ ทั้งยัง*มีส่วนร่วม*ในการอธิบายความสัมพันธ์ของการกระทำแต่ละขั้นตอนพร้อมทั้งสามารถ*คิดย้อนกลับ*โดยไม่จำเป็นต้องแสดงการกระทำในแต่ละขั้นตอนออกมา ในขณะที่ระดับ O เป็นระยะ*การรวบรวมความรู้*จากระดับการกระทำและกระบวนการ ซึ่งผู้เรียนสามารถเอาองค์ความรู้ที่มีอยู่เดิมมาผสมผสานกับองค์ความรู้ที่ได้รับจนกลายเป็นองค์ความรู้ใหม่ โดยมองความรู้เหล่านั้นเป็นวัตถุที่สามารถจับต้องได้ กล่าวคือ ผู้เรียนจะต้องเห็นภาพรวมของ 2 ขั้น ก่อนหน้าว่าควรปฏิบัติอย่างไร เมื่อกระทำจนเกิดความชำนาญแล้วจึงสามารถหาข้อสรุปในรูปทั่วไปได้ และระดับ S เป็นความสามารถในการ*ขยายความรู้*และเชื่อมโยงระดับการกระทำ กระบวนการ และวัตถุ เพื่อนำไปใช้สร้างมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ในระดับที่สูงขึ้น หรือนำเอาความเข้าใจในระดับต่าง ๆ มาใช้ในการแก้ปัญหาที่ซับซ้อนทั้งแบบเฉพาะเจาะจงหรือบูรณาการ ซึ่งสอดคล้องกับผลการวิจัยของพัชรี เรื่องสวัสดิ์ (2562, pp. 54-60) ที่ศึกษาระดับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็น ตามทฤษฎี APOS สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 พบว่า ภายหลังจากการจัดการเรียนรู้ตามแนวคิดทฤษฎีคอนสตรัคติวิสต์ ที่ส่งเสริมความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็น มีประสิทธิภาพเท่ากับ 81.90/83.57 ทำให้นักเรียนมีระดับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็น อยู่ในระดับA คิดเป็นร้อยละ 16.67 ระดับ P คิดเป็นร้อยละ 30.95 และระดับ O คิดเป็นร้อยละ 52.38 พร้อมทั้งอธิบายเพิ่มเติมว่า สำหรับการจัดการเรียนรู้ตามแนวคิดทฤษฎีคอนสตรัคติวิสต์ ควรสร้างเครื่องวัดและประเมินผลตามแนวคิดของทฤษฎี APOS

ระยะที่ 3 การศึกษาระดับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เซต ตามกรอบทฤษฎี APOS สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษา

สำหรับการสรุปและอภิปรายผลศึกษาระดับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เซต ตามกรอบทฤษฎี APOS สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษา ผู้วิจัยได้แบ่งการนำเสนอออกเป็น 2 ตอน ได้แก่ ตอนที่ 1: การวิจัยเชิงปริมาณ และตอนที่ 2: การวิจัยเชิงคุณภาพ ตามลำดับ ดังรายละเอียดต่อไปนี้

3.1 การวิจัยเชิงปริมาณ

นักเรียนระดับมัธยมศึกษา หลังเรียนด้วยกิจกรรมการเรียนการสอนที่เสริมสร้างระดับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เซต ตามกรอบทฤษฎี APOS โดยใช้ภาษาไพธอน สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษา มีความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เซต สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 60 ของคะแนนเต็ม และมีจำนวนมากกว่าร้อยละ 50 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 และเมื่อพิจารณาแต่ละระดับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เซต ตามกรอบทฤษฎี APOS พบว่า นักเรียนระดับมัธยมศึกษามีความเข้าใจอยู่ระดับ A, P, O และ S สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 60 ของคะแนนเต็ม และมีจำนวนมากกว่าร้อยละ 50 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 เช่นกัน สาเหตุอาจเนื่องมาจาก แต่ละกิจกรรมการเรียนการสอนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น ได้เรียงสถานการณ์ปัญหาจากง่ายไปยาก โดยสร้างความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เซต จากแนวทางการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน**ตามแนวคิดของคอนสตรัคติวิสต์** โดยเริ่มจาก**ขั้นชักชวน** เป็นขั้นที่ผู้วิจัยเสนอสถานการณ์เกี่ยวกับ เรื่อง เซต อันเชื่อมโยงกับชีวิตประจำวันหรือศาสตร์อื่น ๆ เพื่อสร้างแรงจูงใจต่อการเรียน โดยสถานการณ์ที่ผู้วิจัยเลือกมานั้นต้องเหมาะสม ใกล้ตัว และสอดคล้องกับความสามารถของนักเรียน ทำให้นักเรียนเกิดความอยากรู้อยากเห็น หรือเป็นขั้นที่ผู้วิจัยทบทวนความรู้เดิมให้แก่นักเรียน เพื่อเตรียมความพร้อมสำหรับการเรียนในขั้นถัดไป ส่วน**ขั้นสำรวจ** เป็นขั้นที่นักเรียนมีความเข้าใจอยู่ในระดับ A ซึ่งเป็นความเข้าใจระดับแรก โดยเน้นให้นักเรียนใช้ภาษาไพธอนสำรวจเซตใด ๆ เพื่อนำไปสู่การสรุปและอธิบายแนวคิดเกี่ยวกับเซตตามหลักการทางคณิตศาสตร์ ใน**ขั้นความรู้ใหม่**ซึ่งทำให้นักเรียนมีความเข้าใจในระดับที่สูงขึ้น คือ ระดับ P อย่างไรก็ตาม เมื่อนักเรียนเริ่มเกิดความชำนาญในเนื้อหาสาระมากยิ่งขึ้น จนสามารถสร้างมโนทัศน์ใหม่ ๆ ด้วยตนเองได้ แสดงว่ามีความเข้าใจอยู่ในระดับ O และเมื่อผู้วิจัยสร้างความท้าทายผ่านสถานการณ์ปัญหาใน**ขั้นประยุกต์ความรู้** นักเรียนต้องอาศัยความรู้จากความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เซต ในระดับ A, P และ O ตามลำดับ มาประยุกต์ร่วมกับการเขียนโปรแกรมด้วยภาษาไพธอนให้ได้ ซึ่งเป็นความเข้าใจในระดับสูงที่สุด คือ ความเข้าใจในระดับ S ซึ่งสอดคล้องกับผลการวิจัยของ ศราวุฒิ จำวัน (2560, น. 981-986) ที่พัฒนาสื่อมัลติมีเดียทางคณิตศาสตร์ เรื่อง แกนสมมาตร ตามกรอบทฤษฎี APOS พบว่า ดัชนีประสิทธิผลของสื่อมัลติมีเดียทางคณิตศาสตร์ เรื่องแกนสมมาตร ตามกรอบทฤษฎี APOS มีค่าเท่ากับ 0.8148 แสดงว่า นักเรียนมีความก้าวหน้าทางการเรียน ร้อยละ 81.48 นอกจากนี้ยังพบว่านักเรียนสามารถเรียนรู้ พร้อมทั้งพัฒนาระดับของความเข้าใจได้ด้วยตนเอง

ผ่านกระบวนการเรียนรู้ในรูปแบบกลุ่ม จากระดับ A ไปสู่ระดับ P จากระดับ P ไปสู่ระดับ O และจากระดับ O ไปสู่ระดับ S ได้อย่างเป็นระบบ

3.2 การวิจัยเชิงคุณภาพ

ในการวิเคราะห์ลักษณะของระดับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เซต ตามกรอบทฤษฎี APOS สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษา ผู้วิจัยสามารถสรุปและอภิปรายผลได้ดังรายละเอียดต่อไปนี้

1) ความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เซต ในระดับการกระทำ (A) ของนักเรียนระดับมัธยมศึกษา จะใช้ภาษาไพธอนเป็นเครื่องมือเพื่อสำรวจผลลัพธ์ที่ได้จากการรันโปรแกรม แม้ว่านักเรียนจะไม่สามารถอธิบายเหตุผลของผลลัพธ์ซึ่งได้จากการรันโปรแกรม แต่อย่างไรก็ตาม นักเรียนสามารถ (1) สำรวจการเป็นสมาชิกของเซตโดยใช้คำสั่ง in (2) หาจำนวนสมาชิกของเซตโดยใช้คำสั่ง len() (3) สำรวจการเท่ากันและไม่เท่ากันของเซตโดยใช้คำสั่ง A==B และ (4) สำรวจผลการดำเนินการระหว่างเซตแบบอินเตอร์เซกชัน ยูเนียน ผลต่างระหว่างเซต และคอมพลีเมนต์ โดยใช้คำสั่ง A.union(B), A.intersection(B) และ A.difference(B) ได้ เมื่อนักเรียนได้ศึกษาคำสั่งพื้นฐานเหล่านั้นด้วยตนเองขณะปฏิบัติกิจกรรม แสดงว่า นักเรียนสามารถอ่านและลงมือปฏิบัติกิจกรรมโดยใช้โปรแกรม Jupyter Notebook ด้วยภาษาไพธอน ตามคำสั่งที่กำหนดให้ พร้อมทั้งเขียนผลลัพธ์ที่ได้จากการรันโปรแกรมได้ถูกต้อง

2) ความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เซต ในระดับการกระทำ (P) ของนักเรียนระดับมัธยมศึกษาจะสามารถ (1) เขียนสัญลักษณ์การเป็นสมาชิกและไม่เป็นสมาชิกของเซต (2) เขียนเซตแบบแจกแจงสมาชิกและแบบบอกเงื่อนไขของสมาชิก (3) ระบุสมาชิกของเซต (4) อธิบายความหมายเกี่ยวกับเซต (เช่น เซตว่าง เซตจำกัด เซตอนันต์ เซตที่เท่ากันและไม่เท่ากัน การเป็นสับเซตและไม่เป็นสับเซต และการดำเนินการระหว่างเซต) และ (5) หาความสัมพันธ์ของจำนวนสมาชิกของเซต A หรือเซต B และจำนวนสมาชิกของเซต A หรือเซต B หรือเซต C โดยไม่ใช้ภาษาไพธอนได้ นอกจากนี้ผู้วิจัยมีข้อค้นพบเพิ่มเติมว่า “นักเรียนที่สามารถเขียนผังงาน (Flow Chart) เพื่ออธิบายกระบวนการเขียนโปรแกรมของตนเองถูกต้อง จะสามารถอธิบายหรือแสดงแนวคิดสำหรับแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ในสถานการณ์เดียวกันได้” แสดงว่า นักเรียนลงมือปฏิบัติในระดับ A ซ้ำกันหลาย ๆ ครั้ง จะสามารถแสดงวิธีการหาผลลัพธ์เหล่านั้นได้โดยไม่ใช้ภาษาไพธอน รวมทั้งสามารถอธิบายมโนทัศน์ต่าง ๆ ที่เกี่ยวข้องกับผลจากการปฏิบัติในระดับ A

3) ความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เซต ในระดับการกระทำ (O) ของนักเรียนระดับมัธยมศึกษาจะสามารถ (1) เขียนข้อสรุปเกี่ยวกับลักษณะเซตและการเขียนแสดงเซต (2) จำแนกสิ่งที่เป็นเซตและไม่เป็นเซต (3) จำแนกประเภทของเซต (4) อธิบายสมบัติต่าง ๆ ที่เกี่ยวข้องกับเซต (เช่น สมบัติต่าง ๆ ของสับเซต หรือสมบัติต่าง ๆ ของการดำเนินการระหว่างเซต) และ (5) หาความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนสมาชิกของเซต A กับจำนวนของเพาเวอร์เซต A ได้ เมื่อ A มีสมาชิก n ตัว รวมทั้งสามารถใช้ความรู้เกี่ยวกับจำนวนสมาชิกของเซตจำกัดสำหรับแก้สถานการณ์ปัญหาได้ โดยไม่ใช้ภาษาไพธอน แสดงว่า นักเรียนสามารถรวบรวมความรู้ที่ได้จากระดับ A และ P มาอธิบายสมบัติหรือหลักการต่าง ๆ หรือสร้างข้อความคาดการณ์แสดงความสัมพันธ์เกี่ยวกับมโนทัศน์ที่กำหนดให้ได้

4) ความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เซต ในระดับการกระทำ (S) ของนักเรียนระดับมัธยมศึกษาจะสามารถเชื่อมโยงความรู้เกี่ยวกับเนื้อหา เรื่อง เซต และ/หรือ เนื้อหาเรื่องอื่นทางคณิตศาสตร์ ร่วมกับการออกแบบโปรแกรมด้วยภาษาไพธอน เพื่อใช้สำหรับแก้สถานการณ์ปัญหาที่กำหนดให้ แสดงว่า นักเรียนสามารถนำความเข้าใจในระดับ A, P และ O มาประยุกต์ใช้ร่วมกับการออกแบบโปรแกรมด้วยภาษาไพธอน เพื่อแก้สถานการณ์ปัญหาที่กำหนดให้ได้

ผลจากการสรุปข้างต้น จะเห็นได้ว่า ทฤษฎี APOS เป็นทฤษฎีใหม่ที่ถูกพัฒนาขึ้นให้เหมาะกับสภาพการเรียนการสอนในยุคปัจจุบันที่มุ่งเน้นให้ผู้เรียนใช้เทคโนโลยีประกอบการเรียนการสอนมากขึ้น ทั้งนี้ผู้เรียนต้องรู้จักประยุกต์ผ่านการแก้ปัญหาในสถานการณ์ที่ซับซ้อน โดยนำความรู้ทางคณิตศาสตร์มาบูรณาการกับความรู้ด้านเทคโนโลยีด้วยการเขียนโปรแกรม พร้อมกันนี้ได้รับการสนับสนุนจากนักการศึกษาหลายท่านที่ให้ความสนใจใช้ภาษาโปรแกรมทางคณิตศาสตร์ประกอบการเรียนการสอน เพื่อพัฒนาระดับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ภายใต้ทฤษฎี APOS ซึ่งกล่าวในทำนองเดียวกันว่า การใช้ภาษาทางคอมพิวเตอร์ เช่น ภาษา C หรือ Java เป็นหนึ่งในปัจจัยที่ช่วยกระตุ้นให้ผู้เรียนเกิดความเข้าใจในเรื่องนั้น ๆ ได้เร็วมากขึ้น รวมทั้งสามารถเชื่อมโยงแนวคิดของคณิตศาสตร์กับคอมพิวเตอร์ และช่วยแก้ปัญหาที่ยุ่งยากซับซ้อน ตลอดจนเป็นส่วนหนึ่งในการพัฒนานักโปรแกรมเมอร์ นวัตกรรม หรือหุ่นยนต์ปัญญาประดิษฐ์ (AI) (I. Cetin, 2009, pp. 323-330; 2013, pp. 1-23; Ginat, 2004, pp. 165-181; Milne, 2002) ซึ่งสอดคล้องกับผลการวิจัยของ วิดาโควิคและคณะ (Vidakovic et al., 2018, pp. 451-456) ที่ศึกษาระดับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน โดยใช้ภาษา ISETL ตามกรอบทฤษฎี APOS พบว่า สำหรับมโนทัศน์ เรื่อง ฟังก์ชัน เป็นการส่งข้อมูลจากเซตหนึ่งไปยังอีกเซตหนึ่ง

โดยผู้สอนมีบทบาทในการตั้งคำถามกระตุ้นเพื่อให้ผู้เรียนตอบจนสามารถสร้างข้อความคาดการณ์ของผลลัพธ์ผ่านการใช้ *func (subroutine)* เมื่อแทนค่าเฉพาะเจาะจงลงไป *func* ผ่านคำสั่งในภาษา ISETL สำหรับฟังก์ชันทางคณิตศาสตร์จะรับค่าของตัวแปรนำไปสู่การประมวลผลภายใต้เงื่อนไขของคำสั่ง เพื่อแสดงผลลัพธ์ออกมา อีกทั้งสามารถเพิ่มส่วนของโค้ด (Code) เพื่อให้แสดงผลลัพธ์ที่เฉพาะสำหรับแต่ละค่าที่ใส่เข้าไป การนำ *func* ไปใช้นั้นถูกแสดงดังภาพประกอบ 6 ซึ่งแสดงผ่านโค้ดคำสั่งของภาษา ISETL ผู้สอนอาจตั้งคำถามให้ผู้เรียนสร้างข้อความคาดการณ์ถึงผลลัพธ์ของค่าที่ใส่เข้าไปแบบเฉพาะเจาะจง เช่น ใส่ x ด้วย -3, 2, 5, 8 และ 11 จากนั้นให้ตรวจผลลัพธ์จากการรันโปรแกรม

```
>   f:=func(x);
≫     if x<0 then return 2*x**2;
≫     elseif x>=0 and x<3 then return 3-x**3;
≫     elseif x>=3 and x<10 then return 3*x+1;
≫     else return "function not defined";
≫    end;
≫    end;
>
>
>    f(-3); f(2); f(5); f(8); f(11);
18;
-5;
16;
25;
"function not defined";
```

ภาพประกอบ 6 ตัวอย่างกิจกรรมบางส่วนของระดับการกระทำ เรื่อง ฟังก์ชัน

จากภาพประกอบ 6 จะเห็นได้ว่า ผู้เรียนใช้ภาษา ISETL เพื่อหาผลลัพธ์และหาความสัมพันธ์เกี่ยวกับสมาชิกในโดเมนที่ถูกแปลงเป็นสมาชิกในเรนจ์ โดยกิจกรรมนี้จะส่งเสริมให้ผู้เรียนวิเคราะห์กระบวนการทำงานของโปรแกรม ส่งผลให้ผู้เรียนได้แนวคิดเกี่ยวกับมโนทัศน์เรื่อง ฟังก์ชัน มากขึ้น ผ่านการกระตุ้นให้เกิดการทำงานภายในจิตใจ ตลอดจนผู้เรียนสามารถอธิบายกรณีทั่วไปได้ว่า คอมพิวเตอร์ทำงานอย่างไรเมื่อ *func f* ถูกเรียกใช้งาน

สำหรับการใช้ *func* ผ่านกิจกรรมดังภาพประกอบ 6 ในระดับการกระทำ ผู้สอนกำหนดโค้ดหรือบอกคำสั่งที่ใช้ให้แก่ผู้เรียนเพื่อให้ผู้เรียนปฏิบัติตามคำสั่งที่กำหนดให้ จากนั้นผู้เรียนต้องวิเคราะห์ได้ว่าฟังก์ชันคืออะไร และเพื่อให้ผู้เรียนมีระดับความเข้าใจที่สูงขึ้นเป็น

ระดับกระบวนการผู้สอนอาจสร้างสถานการณ์ปัญหาแล้วให้ผู้เรียนแก้ปัญหาโดยสร้างฟังก์ชันด้วยตนเองผ่านการใช้ภาษา ISETL เช่น

สถานการณ์ปัญหา:

หากมีการ์ดรูปสี่เหลี่ยมขนาด 20 นิ้ว * 30 นิ้ว และต้องการตัดรูปสี่เหลี่ยมออกจากแต่ละมุมและพับขึ้นเป็นกล่องจะคำนวณปริมาตรของกล่องจากแต่ละการตัดที่ต่างกันอย่างไร ผู้เรียนใช้ภาษาของภาษา ISETL เพื่อสร้าง *func* ดังภาพประกอบ 7

```
>   V:=func(x);
≫     if 0 < x and x  <  20 then
≫     return (20-x)*(30-x)*x;

≫   end;
≫   end;
```

ภาพประกอบ 7 ตัวอย่างกิจกรรมบางส่วนของระดับกระบวนการ เรื่อง ฟังก์ชัน

ในการเขียน *func* ผู้เรียนจะขยายการกระทำที่ได้จากสถานการณ์ปัญหาของฟังก์ชัน สำหรับการเขียนโค้ดผู้เรียนจะเปลี่ยนจากการแทนค่าแบบเฉพาะเจาะจงเป็นการกระทำในรูปทั่วไป และจากที่กล่าวมาจะเห็นว่าเกิดการประยุกต์ระดับการกระทำไปยังระดับกระบวนการ และจากกระบวนการจะเกิดการกระตุ้นเพื่อให้ผู้เรียนรวบรวมความรู้ (ระดับวัตถุ) จนผู้เรียนสามารถเขียนฟังก์ชันที่รับ *func* หนึ่งหรือมากกว่านั้นได้ เช่น ผู้เรียนสามารถเขียนฟังก์ชัน D เพื่อรับฟังก์ชัน f และให้ค่ากลับเป็นฟังก์ชันคอมพิวเตอร์ที่ค่า x ต่าง ๆ ในโดเมนของฟังก์ชัน จากนั้นสร้างฟังก์ชันเพื่อเขียนโปรแกรมหาความชันของฟังก์ชันใด ๆ ได้ ดังภาพประกอบ 8

```
>   D:=func(f);
≫     return func(x,h);
≫       return (f(x+h)-f(x))/h;
≫     end;
≫   end;

>   k:=func(x);
≫     return x**2;
≫   end;
```

ภาพประกอบ 8 ตัวอย่างกิจกรรมบางส่วนของระดับวัตถุ เรื่อง ฟังก์ชัน

จากภาพประกอบ 8 ผู้เรียนสามารถเขียน *func* ให้รับค่า f และคืนค่าฟังก์ชันเป็นผลลัพธ์ นอกจากนั้นผู้เรียนจะมองฟังก์ชันเสมือนเป็นวัตถุหรือสิ่งของที่ส่งข้อมูลจากเซตหนึ่งไปยังอีกเซตหนึ่ง

สำหรับตัวอย่างกิจกรรมที่กล่าวมาในข้างต้น ผู้เรียนใช้ภาษา ISETL ตลอดการปฏิบัติกิจกรรม พบว่า ภาษา ISETL เป็นเครื่องมือสำคัญในการส่งเสริมให้เกิดความเข้าใจทางคณิตศาสตร์เร็วขึ้น ด้วยการกระตุ้นให้ผู้เรียนหาจุดเชื่อมโยงและความสัมพันธ์ของกระบวนการทำงานคอมพิวเตอร์ โค้ด และคณิตศาสตร์ นอกจากนั้นผู้เรียนสามารถอธิบายได้ว่าฟังก์ชันคืออะไร และมีกระบวนการดำเนินงานอย่างไร (Weller et al., 2003, pp. 97-131)

ข้อเสนอ

1. ข้อเสนอแนะสำหรับการเรียนการสอน

1.1) สำหรับการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่เสริมสร้างระดับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เซต โดยใช้ภาษาไพธอน ผู้ที่สนใจอาจเน้นรูปแบบการสอนแบบร่วมมือ โดยให้นักเรียนแก้สถานการณ์ปัญหาด้วยการเขียนภาษาไพธอนร่วมกัน

1.2) ควรใช้ระยะเวลาให้เหมาะสม และต้องเพียงพอต่อการสร้างความรู้ทั้ง 2 ส่วนให้กับนักเรียน ได้แก่ ความรู้ด้านการเขียนโปรแกรม และความรู้ทางคณิตศาสตร์

1.3) ก่อนการใช้กิจกรรมการเรียนการสอนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น ควรปรับพื้นฐานด้านการเขียนโปรแกรมให้กับนักเรียนเป็นอย่างดี เพื่อลดอุปสรรคต่อการเรียนรู้ของนักเรียน

1.4) ครูผู้สอนวิชาคณิตศาสตร์ควรมีความรู้เกี่ยวกับการเขียนภาษาไพธอน

1.5) ระหว่างจัดกิจกรรมการเรียนการสอน นักเรียนและครูผู้สอนจำเป็นต้องมีคอมพิวเตอร์ หรือโน้ตบุ๊ค และอินเทอร์เน็ต ประกอบการปฏิบัติกิจกรรม

1.6) สร้างบทเรียนออนไลน์ เพื่อศึกษาระดับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เซต ซ้ำกัน 2 หรือ 3 ครั้ง หรือระหว่างการปฏิบัติกิจกรรมครูผู้สอนอาจให้นักเรียนปฏิบัติกิจกรรมเป็นคู่หรือกลุ่ม

1.7) ดาวน์โหลดแฟ้มคำสั่งจากภาษาไพธอนลงในคอมพิวเตอร์ หรือโน้ตบุ๊ค เพื่อป้องกันความล่าช้าของสัญญาอินเทอร์เน็ต

2. ข้อเสนอแนะสำหรับการวิจัยครั้งต่อไป

2.1) ผลจากการวิจัยในระยะที่ 1 ผู้วิจัยได้ค้นพบว่าปัจจัย (1) การสนับสนุนการใช้เทคโนโลยีจากโรงเรียน (2) ความต้องการใช้เทคโนโลยีประกอบการสอน (3) ความสามารถในการใช้เทคโนโลยีพื้นฐาน (4) ความสามารถในการใช้เทคโนโลยีเฉพาะด้าน (5) ความรู้ด้านเนื้อหา (6)

วิธีการสอนที่หลากหลาย และ (7) วิธีการสอนแบบบรรยาย ส่งผลต่อการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในศตวรรษที่ 21 ของครูโรงเรียนในสังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษาลพบุรี สำหรับประเด็นในการวิจัยครั้งต่อไปควรเก็บรวบรวมข้อมูลกับประชากรที่มีขนาดใหญ่ขึ้น เช่น ระดับภูมิภาค ระดับประเทศ เป็นต้น พร้อมทั้งศึกษาพัฒนาการของครูคณิตศาสตร์ในหน่วยงานต่าง ๆ ของประเทศไทยเกี่ยวกับความสามารถใน 7 ปัจจัยข้างต้น โดยดำเนินการเก็บรวบรวมข้อมูลซ้ำภายหลังจาก 3 ปี นอกจากนั้นยังควรศึกษาความสัมพันธ์ของแต่ละปัจจัยที่ส่งผลต่อการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในศตวรรษที่ 21 ด้วยวิธีการวิเคราะห์โมเดลสมการโครงสร้าง (SEM)

2.2) กิจกรรมการเรียนการสอนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นเป็นรูปแบบหนึ่งที่เสริมสร้างระดับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เซต สำหรับผู้ที่สนใจสามารถ:

(2.2.1) สร้างกิจกรรมการเรียนการสอนที่เสริมสร้างระดับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ โดยใช้เนื้อหาทางคณิตศาสตร์เรื่องอื่น ๆ

(2.2.2) สร้างกิจกรรมการเรียนการสอนที่เสริมสร้างระดับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ โดยใช้การเขียนโปรแกรมด้วยภาษาอื่น ๆ

2.3) อาจใช้กรอบการวัดและประเมินผลในรูปแบบอื่น ๆ

2.4) อาจศึกษาความสามารถความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ ภายหลังจากการสร้างกิจกรรมการเรียนการสอนทางคณิตศาสตร์ เมื่อใช้ภาษาไพธอนประกอบการจัดกิจกรรม

บรรณานุกรม

Ahmed, O. Q. (2016). The Effect of Using the Constructivist Learning Model in Teaching Science on the Achievement and Scientific Thinking of 8th Grade Students. *International Education Studies, 9*(7), 178-196.

Alabdulaziz, M., & Higgins, S. (2017). Understanding Technology Use and Constructivist Strategies when Addressing Saudi Primary Students' Mathematics Difficulties. *International journal of innovative research in science, engineering and technology, 6*(1), 1111-1118.

Alzahrani, I., & Woollard, J. (2013). *The Role of the Constructivist Learning Theory and Collaborative Learning Environment on Wiki Classroom, and the Relationship between Them*. Online Submission.

American Psychology Association. (2006). Evidence-Based Practice in Psychology. *American Psychology, 61*(1), 271-285.

Arnon, I., Cottrill, J., Dubinsky, E., Oktaç, A., Solange, F. R., Trigueros, M., & Weller, K. (2014). *APOS Theory: A Framework for Research and Curriculum Development in Mathematics Education*. New York: Springer.

Barry, P. (2017). *Head First Python* (2nd ed). USA: O'Reilly Media, Inc.

Bigg, J. B., & Collis, K. F. (1982). *Evaluation the Quality of Learning: The SOLO Taxonomy*. New York: Academic Press.

Bigge, M. (1962). *Psychological Foundation of Education*. New York: Harper and Row.

Bloom, B. (1956). *Taxonomy of Educational Objectives: The Classification of Educational Goals*. London: Longman.

Board, C. (2002). *Mathematics Framework for the 2003 National Assessment of Educational Progress*. Washington,D.C: National Assessment Governing Board.

Bollinger, C. (2003). Articulating Contact in the Classroom: Towards a Constitutive Focus in Critical Pedagogy. *Language and Intercultural Communication, 3*(3), 198-212.

Booth, S. (2002, June). *Learning and Teaching for Understanding Mathematics*. Paper presented at the Proceedings of SEFI Mathematics, Vienna.

Bruner, J. (1995). On Learning Mathematics. *Mathematics Teacher, 88*(April), 330-335.

Byrnes, J. P. (1996). *Congnitive Development and Learning in Instruction Contexts*. Massachusetts: Allyn and Bacon.

Cakir, M. (2008). Constructivist Approaches to Learning in Science and Their Implications for Science Pedagogy: A Literature Review. *International Journal of Environmental and Science Education, 3*(4), 193-206.

Çalık, M., Ayas, A., Coll, R., Ünal, S., & Co**Ş**tu, B. (2007). Investigating the Effectiveness of a Constructivist-based Teaching Model on Student Understanding of the Dissolution of Gases in Liquids. *Journal of Science Education and Technology, 16*(3), 257-270.

Cetin, I. (2009). *Students' Understanding of Limit Concept: An APOS Perspective.* (Doctor). Middle East Technical University, Turkey. (Computer Education and Instructional Technology).

Cetin, I. (2013). Visualization: A tool for enhancing students' concept images of basic object-oriented concepts. *Computer Science Education, 23*(1), 1-23.

Cetin, I. (2015). Students' Understanding of Loops and Nested Loops in Computer Programming: An APOS Theory Perspective. *Canadian Journal of Science, Mathematics and Technology Education, 15*(2), 155–170.

Cherry, K. (2010). Background and key concepts of Piaget's theory. *About.comPsychology*.

Churches, A. (2016). 21st Century Pedagogy. Retrieved from http://www.edurigami.edublogs.org

Clemson, D., & Clemson, W. (1994). *Mathematics in the Early Years*. London: Routtedge.

Codekids Co.Ltd. (2562). เหตุผล 5 ประการ ทำไมเด็กถึงควรที่จะเรียนการเขียนโปรแกรม. Retrieved from https://www.codekids.co/parent/what-coding-children/

Cooney, T. J., Davis, E. J., & Henderson, K. B. (1983). *Dynamics Teaching Secondary School Mathematics* (2nd ed). Boston: Houghton Mifflin.

Cox, S. M. (2008). *A Conceptual Analysis of Technological Pedagogical Content Knowledge.* (Doctoral Dissertation). Brigham Young University, USA.

Cristóbal, G.-A., Björn, G., & Beatriz, S.-S. (2020, December 29, 2020). A Constructivist-Based Proposal for Bioinformatics Teaching Practices During Lock-Down. Retrieved from http://www.preprints.org/

Curriculum Development and Supplement Materials Commission. (2006). *Mathematics Framework for California Public School Kinderten Through Grade Twelve*. California: California Department of Education.

Dagar, V., & Yadav, A. (2016). Constructivism: A Paradigm for Teaching and Learning. *Arts and Social Sciences Journal, 7*(4), 1-4.

DailyGizmo. (2562). Coding สำคัญยังไง ทำไมต้องเป็นภาษาที่ 2. Retrieved from https://www.dailygizmo.tv/2019/12/16/what-is-coding/

Dienes. (1971). *Building up Mathematics* (4th ed). London: Hutchinson Educational LTD.

Dierbach, C. (2013). *Introduction to Computer Science Using Python*. USA: John Wiley & Sons, Inc.

Donovan, M. S., & Bransford, J. D. (2005). *How Student Learn: History Mathematics and Science in the Classroom: Committee on how People Learn a Targeted Report for Teacher*. Washington, D.C: The National Academies.

Dosemagen, & Schwalbach. (2000). Developing Student Understanding Contextualising Calculus Concepts. *School Science and Mathematics, 100*, 90-98.

Dossey, J. (1992). The Nature of Mathematics: Its Role and Its Influence. Retrieved from https://www.researchgate.net/publication/243769794_The_nature_of_mathematics_Its_role_and_its_influence/link/0a85e5345c36c43d0b000000/download

Dubinsky, E. (1995). ISETL: A Programming Language for Learning Mathematics. *Communications in Pure and Applied Mathematics, 48*, 1-25.

Elsbeth, S., & Michael, S. *Conceptual and Procedural Knowledge of a Mathematics Problem: Their Measurement and their Causal Interrelations*. Paper presented at the Proceedings of the Cognitive Science Society.

Erfjord, I. (2011). Teachers' Initial Orchestration of Students' Dynamic Geometry Software Use: Consequences for Students' Opportunities to Learn Mathematics. *Technology, Knowledge and Learning, 16*, 35-54.

Ericson, K. A., Krampe, R. T., & Tesch-Römer, C. (1993). The Role of Deliberate Practice in the Acquisition of Expert Performance. *Psychological Review, 100*, 363-406.

Foundation, P. S. (2021). Python. Retrieved from https://www.python.org/downloads/

Gagne, R. (1985). *The Conditions of Learning* (4th ed). New York: Holt, Rinehart, & Winston.

Geary, D. C. (1994). *Children's Mathematics Development: Research and Pratical Applications*. Washington: D.C.: American Psychological Association.

Geary, D. C., & Widaman, K. F. (1992). Numerical Cognition: On the Convergence of Componential and Psychometric Modles. *Intelligence, 16*, 47-80.

Gilakjani, P. A., Leong, L.-M., & Ismail, N. H. (2013). Teachers' Use of Technology and Constructivism. *I.J.Modern Education and Computer Science, 4*, 49-63.

Ginat, D. (2004). On novice loop boundaries and range conceptions. *Computer Science Education, 14*(3), 165–181.

Glasersfeld, E. (2006). *Radical constructivism in mathematics education* (Vol. 7). New York: Springer Science & Business Media.

Good, C. V. (1959). *Dictionary of Education*. New York: McGraw-Hill.

Hasselbling, T. D., & Moore, P. E. (1996). Developing Mathematical Literacy through he Use of Contexualized Learning Environment. *Journal of Computing in Childhood Education, 7*(3-4), 119-222.

Helmstad, G. (1999). *Understandings of Understanding: An inquiry Concerning Experiential Conditions for Developmental Learning* Educational Sciences 134. Sweden: Göteborg: Acta Universitatis Gothoburgensis.

Herawaty, D., Widada, W., Handayani, S., Berindo, Febrianti, R., & Anggoro, F. D. A. (2020). *Students' Obstacles in Understanding the Properties of the Closed Sets in Terms of the APOS Theory*. Paper presented at the The 7th South East Asia Design Research International Conference.

Hiebert, J. C., & Carpenter, T. P. (1992). *Learning and Teaching with Understanding D.A. Grouns Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning*. Old Tappan,NJ: Macmillan.

Hyder, I. (2016). Bloom's Taxonomy in Higher Education Settings: Reflection Brief. *Journal of Education and Educational Development, 3*(2), 288-297.

Jason, B. R. (2013). *Python for Kids*. Silang: No Starch Press.

Jonassen, D. H. (1992). *Evaluation constructivist learning* Constructivism and the technology of instuction (D. T.M.(Ed.) Ed.). New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates Publishers.

Khaled, H. K. (2014). Conceptual and Procedural Knowledge of Rational Numbers for Riyadh Elementary School Teachers. *Journal of Education and Human Development, 3*(4), 181-197.

Kharbach, M. (2015). The 20 Digital Skills Every 21st Century Teacher Should Have. Retrieved from http://www.educatorstechnology.com/2012/06/33-digital-skills-every-21st-century.html

Kieran, C. (1994). Doing and Seeing Things Differently: A 25-Year Retrospective of Mathematics Education Research on Learning. *Journal for Research in Mathematics Classroom, 25*(December 1994), 583-687.

Kilpatrick, J., Swafford, J., & Findell, B. (2001). *Adding it up: Help Children Learn Mathematics*. Washington: DC: National Research Council.

Koehler, M., & Mishra, P. (2009). What is Technological Pedagogical Content Knowledge (TPACK) ? *Contemporary Issues in Technology and Teacher Education, 9*(1), 60-70.

Koehler, M., Mishra, P., & Cain, W. (2013). What is Technological Pedagogical Content (TPACK)? *Journal of Education, 193*, 13-19.

Lauritzen, P. (2012). *Conceptual and Procedural Knowledge of Mathematical Functions*. Finland: University of Eastern Finland.

Lehrer, R. (1999). *Teaching and Learning Mathematics with Understanding* Mahwah: NJ: Erlbaum.

Maharaj, A. (2014). An APOS Analysis of Nuatural Science Students' Understanding of Derivatives. *South African Journal fo Education, 3*(1), 41-52.

March, T. (2012). 21st Century teaching skills. Retrieved from

http://tommarch.com/strategies/skills-checklist/

Martinez, A. (2022). Emergent Modeling: Using Python in an Instructional Task Sequence on Logic and Set Theory. Retrieved from https://www.researchgate.net/publication/357575470

Martinez, R. (2020). On Students' Understanding of Implicit Differentiation Based on APOS Theory. *Educational Studies in Mathematics volume, 105*, 163-179.

Mayer, R. E. (1985). *Mathematical Ability in Human Ability: An Information Processing Approach*. San Francisco: Freeman.

Mazen, H. (2021). Cognitive Constructivist. Retrieved from http://www.hosamma2en.blogspot.com

Milne, I., &Rowe, G. . (2002). Difficulties in learning and teaching programming—Views of students and tutors. *Education and Information Technologies, 7*(1), 55–66.

Moore, N. M. (2005). *Constructivism Using Group Work and the Impact on Self-Efficacy, Intrinsic Motivation, and Group Work Skills on Middle-School Mathematics Students.* (Doctoral dissertation). Capella University, Capella. (Psychology).

Mwakapenda, W. (2004). Understanding Student Understanding in Mathematics. *Pythagoras, 2*(60), 28-35.

National Council of Teacher of Mathematics. (1989). *Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics*. Reston: VA: NCTM.

National Research Council. (1999). *Being Fluent with Information Technology*. Washington: DC: The National Academies Press.

Nickerson, R. S. (1985). Understanding Understanding. *American Journal of Education, 10*(93), 201-239.

Nicole, O. (2017). 21st Century Learning (Master's thesis, Northwestern College, Orange City, IA). Retrieved from https://nwcommons.nwciowa.edu/cgi/viewcontent.cgi?article=1024&context=education_masters

North Regional Educational Laboratory. (2000). Advance Thinking. Retrieved from http://www.ncrl.orgsdrs/areas/issues/students/atrisk/at7lk4.htm

Papert, S. (1998). Computer as Material: Messing About with Time. Retrieved from http://www.papert.org/articles/ComputerAsMaterial.html

Partnership for 21st Century Skills. (2007). Framework for 21st Century Learning. https://www.teacherrambo.com/file.php/1/21st_century_skills.pdf

Paul, M., & Tendeukai, I. C. (2015). Factors Contributing to Ineffective Teaching and Learning in Primary Schools: Why are Schools in Decadence? *Journal of Education and Practice, 16*(19), 125-132.

Percival, R., & Mike, C. X. (2020). Master Math by Coding in Python Courses. Retrieved from https://www.udemy.com/topic/python/

Perkins, D. (1993). Teaching for Understanding. *The Professional Journal of the American Federation of Teacher, 17*(3), 28-35.

Perkovic, L. (2015). Introduction to Computing using Python *Wiley, 2*(2), 5-6.

Peter, E. D., & David, H. (2003). Constructivism as a Theoretical Foundation for the Use of Technology in Social Studies. *Theory and Research in Social Education, 31*(1), 72-104.

Pinter, C. C. (2014). *A Book of Set Theory*. Massachusetts: Addison-Wesley Publishing Company.

Pirie, S. E. B., & Kieren, T. E. (1992). Watching Sandy;s Understanding Grow. *Journal of Mathematical Behavior, 11*(3), 243-257.

Prawat, R. S., & Floden, R. E. (1994). Philosophical Perspective on Constructivist View of Learning. *Educational Psychologist, 29*(1), 37-48.

Richard, H. L. (2018). *Fundamentals of Python Programming*. Silang: Southern Adventist University.

Robinson, E. E., Robinson, M. E., & Macell, J. C. (2000). *The Impact of Standarda-Based Instructional Materials Mathematics in the Classroom*. Reston,VA: NCTM.

Schell, G., & Janicki, T. (2012). Online Course Pedagogy and the Constructivist Learning Model. *Journal of the Southern Assiciation for Systems, 1*(1), 26-36.

Selley, N. (1999). *The Art of Constructivist Teaching in the Primary School*. London: David Fulton Publishers Ltd.

Sheffield, L. J., & Cruikshank, E. D. (2005). *Teaching and Learning Mathematics: Pre-Kindergarten through Middle School*.

Shulman, L. (1987). Knowledge and Teaching: Foundations of the New Reform. *Harvard Educational Review, 57*(1), 1-23.

Siegler, R. S., & Stern, E. (1998). Conscious and Unconscious Strategy Discoveries: A Microgenetic Analysis. *Journal of Experimental Psychology: General, 127*(97), 377.

Sierpinka, A. (1994). *Understanding in Mathematics*. London: The Falmer Press.

Skemp, R. (1978). Relational Understanding and Instrumental Understanding. *Arithmetic Teacher, 26*(November 1978), 9-15.

Summerfield, M. (2010). Programming in Python 3: A Complete Introduction to the Python Language. *Pearson Education, 2*.

The New York State Education Department. (2017). New York State Next Generation Mathematics Learning Standards. Retrieved from http://www.nysed.gov/common/nysed/files/programs/curriculum-instruction/nysnext-generation-mathematics-p-12-standards.pdf

Usiskin, A. (2001). *Paper-and-Pencil Algorithms in a Calculator-and-Computer Age*. Reston,VA: NCTM.

Van de Walle, J. A., Karp, K. A., & Bay-William, J. M. (2010). *Elementary and middle school mathematics: teacher developmentally (7th)*. Boston: Allyn&Bacon.

Vidakovic, D., Dubinsky, E., & Weller, K. (2018). *Creativity and Tachnology in Mathematics Education* APOS Theory: Use of Computer Programs to Foster Mental Constructions and Student's Creativity (Vol. 10): Springer International Publishing AG

Weller, K., Clark, J. M., Dubinsky, E., Loch, S., McDonald, M. A., & Merkovsky, R. (2003). *Student Performance and Attitudes in Courses Based on APOS Theory and the ACE Teaching Cycle* In Research in collegiate mathematics education V. CBMS issues in mathematics educational studies in mathematics (Vol. 12). Providence, RI: American Mathematical Society.

Whitesitl, R. W. (1964). *Introduction to Statistics*. New York: The Macmillan Company,Inc.

Wiggins, G., & McTighe, J. (2004). *Understanding by Design* (2). Alexandria,VA: Association for Supervision and Curriculum Development.

Wilson, J. W. (1971). *Evaluation of Learning in Secondary School Mathematics* Handbook of Formative and Summative of Student Learning. USA: McGraw-Hill.

Yamane, T. (1970). *Statistics-An Introductory Analysis* (2nd). Tokyo: John Weather Hill, Inc.

Zazkis, R., & Gunn, C. (1997). Sets, Subsets, and the Empty Set: Students'Constructions and Mathematical Conventions. *Jl. of Computers in Mathematics and Science Teaching, 16*(1), 133-169.

Zhao, Y. (2003). The use of a constructivist teaching model in environmental science at Beijing Normal University. *The China Papers, 2*, 78-84.

Zingiswa, M. M. J. (2011). *An APOS Exploration of Conceptual Understanding of The 463 Chain Rule in Calculus by First Engineering Students.* (Ed.D.). University of Kwa-Zulu Natal, Edgewood Campus. (Mathematics Education).

กระทรวงศึกษาธิการ. (2551). หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช *2551*. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์คุรุสภาลาดพร้าว.

กานต์ธีรา วาเพ็ชร. (2557). การใช้กิจกรรมการเรียนรู้แบบ *5*อี เพื่อส่งเสริมความคิดรวบยอด เรื่อง เซต ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ *4* โรงเรียนดงเจนวิทยาคม จังหวัดพะเยา. (การศึกษามหาบัณฑิต). มหาวิทยาลัยเชียงใหม่, บัณฑิตวิทยาลัยมหาวิทยาลัยเชียงใหม่. (ศึกษาศาสตรมหาบัณฑิต (คณิตศาสตร์ศึกษา)).

ชลชาติ สร้อยทอง. (2562). ปัจจัยที่ส่งผลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ *3* โรงเรียนปทมุคงคา. Paper presented at the การประชุมวิชาการระดับชาติและนานาชาติ มหาวิทยาลัยศรีปทุมคงคา.

ชวิทธิ์ เทศดี. (2557). ผลการใช้รูปแบบการสอนมโนทัศน์ในการสอนคณิตศาสตร์ เรื่อง เซต สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ *4*. (ดุษฎีบัณฑิต). มหาวิทยาลัยบูรพา, บัณฑิตวิทยาลัย. (ปริญญานิพนธ์, หลักสูตรและการสอน).

ชัยยงค์ พรหมวงศ์. (2556). การทดสองประสิทธิภาพสื่อหรือชุดการสอน. ศิลปากรศึกษาศาสตร์วิจัย, *1*(5), 1-20.

ชาญณรงค์ วิเศษสัตย์. (2563). แนวทางการจัดการเรียนรู้ เพื่อส่งเสริมความเข้าใจทางคณิตศาสตร์.

วารสารคณิตศาสตร์, *65*(702), 27-44.

ชานันท์ ข่าขันมะลี. (2559). การศึกษาพัฒนาการความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ เกี่ยวกับรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติของนักเรียชั้นมัธยมศึกษาปีที่ *1*. (ครุศาสตรมหาบัณฑิต). มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม, บัณฑิตวิทยาลัยมหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม. (คณะศึกษาศาสตร์).

ณัฐภรณ์ ศิริธร. (2563). ปัจจัยที่ส่งผลต่อประสิทธิภาพการสอนของครูผู้สอนกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ สังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษาประถมศึกษาหนองคาย เขต 2. วารสารวิชาการมหาวิทยาลัยราชภัฏอุดรธานี, *8*(2), 162-177.

ณัฐวัตน์ คำภักดี. (2561). คู่มือเขียนโปรแกรมด้วยภาษาไพธอน (พิมพ์ครั้งที่ 2). กรุงเทพฯ: ซีเอ็ดยูเคชั่น.

ไตรรงค์ กล่ำบุตร. (2557). การพัฒนาชุดกิจกรรมเพื่อส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผล เรื่อง การให้เหตุผลเกี่ยวกับรูปสามเหลี่ยมและรูปสี่เหลี่ยม สำหรับนักเรียนชั้นนัธยมศึกษาปีที่ *3*. บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยนเรศวร, พิษณุโลก. (วิทยานิพนธ์ กศ.ม. (วิทยาศาสตร์ศึกษา)).

ถนอม เลาหจรัสแสง. (2559). C-Teacher. สืบค้นจาก http://www.sornorinno.blogspot.com

ทิศนา แขมมณี. (2559). ศาสตร์การสอน (พิมพ์ครั้งที่ 20). กรุงเทพฯ: จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

ธวัตรชัย เดนชา. (2558). ความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน เรื่อง เลขยกกำลัง ในชั้นเรียนที่ใช้การสอนด้วยวิธีการแบบเปิด. *E-Journal Slipakorn University, 8*(2), 1719-1732.

ธีรเชษฐ์ เรืองสุขอนันต์. (2561). การพัฒนากิจกรรมการเรียนการสอนที่เสริมสร้างความสามารถในการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ ผ่านการแก้ปัญหาและการตั้งปัญหาทางเรขาคณิต สำหรับนักเรียนห้องเรียนพิเศษวิทยาศาสตร์ ระดับมัธยมศึกษาตอนต้น. (การศึกษาดุษฎีบัณฑิต). ศรีนครินทรวิโรฒ, บัณฑิตวิทยาลัย. (คณะวิทยาศาสตร์).

เบญจมาศ กระตารัตน์. (2556). ปัจจัยที่ส่งผลต่อประสิทธิภาพการสอนวิทยาศาสตร์ โรงเรียนสังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา เขต *19*. (มหาบัณฑิต). มหาวิทยาลัยราชภัฏเลย, บัณฑิตวิทยาลัย. (คณะวิทยาศาสตร์).

ประภา สินวรพันธุ์. (2554). ปัจจัยที่ส่งผลต่อแนวโน้มการศึกษาต่อในระดับปริญญาโทของพนักงานบริษัทเอกชนในเขตกรุงเทพมหานคร. (ปริญญาบริหารธุรกิจมหาบัณฑิต). มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ, บัณฑิตวิทยาลัย. (สาขาวิชาการจัดการ).

ปราโมทย์ เดชะอำไพ. (2563). *Python for Mathematics Computations*. กรุงเทพฯ: สำนักพิมพ์

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

ปรียาพร วงศ์อนุตรโรจน์. (2544). จิตวิทยาการศึกษา: กรุงเทพฯ: ศูนย์สื่อเสริมกรุงเทพ.

พรรณภัทร แซ่โท้ว. (2562). ปัจจัยที่ส่งผลต่อการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักศึกษาวิทยาลัยดุสิตธานี พัทยา. วารสาริทยาลัยดุสิตธานี, *13*(2), 294-306.

พัชรี เรื่องสวัสดิ์. (2562). การพัฒนารูปแบบการจัดการเรียนรู้ตามแนวคิดทฤษฎีคอนสตรัคติวิสต์ที่ส่งเสริมความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ เรื่องความน่าจะเป็น ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ *5*. (ปริญญาวิทยาศาสตรมหาบัณฑิต). มหาวิทยาลัยทักษิณ, บัณฑิตวิทยาลัย. (ปริญญานิพนธ์, คณิตศาสตร์และคณิตศาสตรศึกษา).

พิมพ์เพ็ญ เวชชาชีวะ. (2561). ทฤษฎีเซต. กรุงเทพฯ: วี.พริ้นท์(1991).

ไพรบูลย์ พันธรักษ์พงศ์. (2561). คณิตศาสตร์พื้นฐานเพื่อการเขียนโปรแกรมคอมพิวเตอร์. กรุงเทพฯ: บริษัท ด่านสุทธาการพิมพ์ จำกัด.

ไพโรจน์ น่วมนุ่ม. (2554). การออกแบบการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน เรื่อง ฟังก์ชัน เพื่อเสริมสร้างความเข้าใจที่คงทน สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ *4* โดยใช้วิธีการออกแบบย้อนกลับกับการเรียนรู้ตามสภาพจริง. (การศึกษาดุษฎีบัณฑิต). มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ, บัณฑิตวิทยาลัยมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. (วิทยาศาสตร์).

มลิวรรณ พวงจำปี. (2557). การศึกษาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ ตามกรอบทฤษฎี Action-Process-Structure (APS) เรื่อง ลิมิตและความต่อเนื่องของฟังก์ชัน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6. ว.มรม.(มนุษยศาสตร์และสังคมศาสตร์), *8*(2), 259-270.

มุกดามณี ศรีพงษ์เพริศ. (2561). ปัจจัยคัดสรรที่ส่งผลต่อประสิทธิภาพการจัดการเรียนรู้ในศตวรรษที่ *21* ของครูประถมศึกษา จังหวัดปทุมธานี. (มหาบัณฑิต). มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีราชมงคลธัญบุรี, บัณฑิตวิทยาลัย. (การบริหารการศึกษา).

เมธาสิทธิ์ ธัญรัตน์ศรีสกุล. (2558). การวิเคราะห์ปัจจัยที่ส่งผลกระทบต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ *6* โรงเรียนราชินีบูรณะ จังหวัดนครปฐม. Paper presented at the เรื่องเต็มการประชุมทางวิชาการของมหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์ ครั้งที่ 53: สาขาศึกษาศาสตร์, สาขาเศรษฐศาสตร์และบริหารธุรกิจ, สาขามนุษยศาสตร์และสังคมศาสตร์, กรุงเทพฯ.

ระวีวรรณ แก้ววิทย์. (2550). ปัจจัยที่มีอิทธิพลต่อพฤติกรรมการใช้อินเทอร์เน็ตของนักศึกษาระดับอุดมศึกษาในเขตกรุงเทพมหานครและปริมณฑล. สืบค้นจาก http://dspace.bu.ac.th/jspui/handle/123456789/3355

ราชบัณฑิตยสถาน. (2554). พจนานุกรม ฉบับราชบัณฑิตยสถาน พ.ศ. 2554. สืบค้นจาก http://www.royin.go.th/dictionary/

โรสนี จริยะมาการ. (2561). ปัจจัยที่มีอิทธิพลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักศึกษามหาวิทยาลัย นราธิวาสราชนครินทร์: การวิเคราะห์พหุระดับ. วารสารมหาวิทยาลัยนราธิวาส สาขามนุษยศาสตร์และสังคมศาสตร์, *5*(5), 26-40.

ละมัย แก้วสวรรค์. (2558). ผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิดคอนสตรัคติวิสต์ที่มีผลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ *6*. (การศึกษามหาบัณฑิต). มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ, บัณฑิตวิทยาลัยมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. (คณะศึกษาศาสตร์).

วรรณา เวสกามี. (2555). ปัจจัยที่ส่งผลต่อประสิทธิภาพการสอนของครูในโรงเรียนขนาดเล็ก สังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษาประถมศึกษาสมุทรปราการ เขต *2*. (การศึกษามหาบัณฑิต). มหาวิทยาลัยนอร์ทกรุงเทพ, บัณฑิตวิทยาลัย. (คณะวิทยาศาสตร์).

วัชรี กาญจน์กีรติ. (2554). การจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์. เพชรบุรี: มหาวิทยาลัยเพรชบุรี.

วันซัลมา ปานากาเซ็ง. (2560). กิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามทฤษฎีคอนสตรัคติวิสต์ เรื่อง กำหนดการเชิงเส้น โดยใช้โปรแกรม *The Geometer's Sketchpad* สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ *5*. (วิทยาศาสตรมหาบัณฑิต). มหาวิทยาลัยบูรพา, บัณฑิตวิทยาลัยบูรพา. (สาขาวิชาคณิตศาสตร์ศึกษา คณะวิทยาศาสตร์).

วิมล มิระสิงห์. (2552). ปัจจัยบางประการที่ส่งผลต่อการใช้เทคโนโลยีสารสนเทศเพื่อการเสริมการเรียนรู้ในชั้นเรียนของนักเรียนระดับช่วงชั้นที่ *2* โรงเรียนในสังกัดสำนักงานคณะกรรมการศึกษาขั้นพื้นฐาน เขตพื้นที่การศึกษากรุงเทพมหานคร เขต *2*. (ปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต). มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ, กรุงเทพฯ.

วีริศ กิติวรากูล. (2565). รูปแบบการสอนที่เสริมสร้างพัฒนาการของ *TPACK* ในการใช้โปรแกรมคณิตศาสตร์พลวัต สำหรับนิสิตครู. (การศึกษาดุษฎีบัณฑิต). มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ, กรุงเทพฯ.

ศราญลักษณ์ บุตรรัตน์. (2553). การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ส่งเสริมทักษะการให้เหตุผล เรื่อง "วงกลม" โดยใช้โปรแกรม *The Geometer's Sketchpad* สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ *3* โรงเรียนบางละมุง จังหวัดชลบุรี. บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์, กรุงเทพฯ. (วิทยานิพนธ์ ศษ.ม. (การสอนคณิตศาสตร์)).

ศราวุฒิ จำวัน. (2560). การพัฒนาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ เรื่อง พาราโบลา ตามแนวคิดทฤษฎี

APOS โดยใช้โปรแกรม *GSP* เป็นเครื่องมือ. Paper presented at the The National and International Graduate Research Conference 2016, ขอนแก่น.

ศราวุฒิ เพชรอินทร์. (2019). การศึกษาผลการเรียนรู้ เรื่อง คณิตศาสตร์เชิงการจัด (Combinatorics) ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่ใช้การจัดการเรียนรู้ตามแนวคอนสตรัคติวิสต์. วารสารครุศาสตร์อุตสาหกรรม, *18*(2), 101-109.

ศศินภา บุตรสีเขียว, & ชาญณรงค์ เฮียงราช. (2552). การศึกษาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์เรื่องกำหนดการเชิงเส้นของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 โดยใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad เป็นเครื่องมือช่วยในการเรียนรู้. วารสารศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยขอนแก่น, *32*(4), 147-155.

ศุภกิจ ประชุมกาเยาะ. (2562). การศึกษาความเข้าใจเชิงมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์เรื่องการวัดความยาวและการชั่งของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ *6*. (การศึกษาดุษฎีบัณฑิต (คณิตศาสตร์)). มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ, บัณฑิตวิทยาลัยมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. (คณะวิทยาศาสตร์).

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2555). ครูคณิตศาสตร์มืออาชีพเส้นทางสู่ความสำเร็จ. กรุงเทพฯ: 3-คิว มีเดีย.

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2556). คอมบินาทอริก (พิมพ์ครั้งที่ 4). กรุงเทพฯ: ไฮเอ็ดพับลิชชิ่ง.

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2557). ตัวอย่างข้อสอบคณิตศาสตร์ *2012*. กรุงเทพฯ: ห้างหุ้นส่วนจำกัด วี.เจ.พริ้นติ้ง.

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2558). รายงานผลการวิจัยโครงการ *TIMSS 2015*. กรุงเทพฯ: กระทรวงศึกษาธิการ.

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2561). ผลการประเมิน *PISA 2015* วิทยาศาสตร์ การอ่าน และคณิตศาสตร์. บริษัท ซัคเซสพับลิเคชั่น จำกัด: โครงการ PISA ประเทศไทย สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และแทคโนโลยี.

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2562). คู่มือการใช้หลักสูตรรายวิชาพื้นฐานวิทยาศาสตร์ ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นฐาน พุทธศักราช *2551 (*ฉบับปรับปรุง พ.ศ.*2560)* สาระเทคโนโลยี (วิทยาการคำนวณ) ระดับประถมศึกษาและมัธยมศึกษา. กรุงเทพฯ: กระทรวงศึกษาธิการ.

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2563). หนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม

คณิตศาสตร์ เล่ม *2* ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ *4*. กรุงเทพฯ: สำนักพิมพ์จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

สำนักการศึกษากรุงเทพมหานคร. (2551). เอกสารแนวทางการจัดการเรียนรู้ตามแนวทฤษฎีสรรคนิยม กลุ่มสาระการเรียนรู้ภาษาไทย ช่วงชั้นที่ *1*. กรุงเทพฯ: สำนักงานพระพุทธศาสนาแห่งชาติ.

สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษาลพบุรี. (2565). ข้อมูลสารสนเทศทางการศึกษา ลพบุรี: สังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษาลพบุรี.

สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน. (2560). ตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้แกนกลางกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. ๒๕๖๐) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช ๒๕๕๑. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์ชุมนุมสหกรณ์การเกษตรแห่งประเทศไทย.

สำนักงานคณะกรรมการพัฒนาการเศรษฐกิจและสังคมแห่งชาติ. (2559). แผนพัฒนาเศรษฐกิจและสังคมแห่งชาติ ฉบับที่ *12* พ.ศ. *2560-2564*. กรุงเทพฯ: สำนักงานคณะกรรมการพัฒนาการเศรษฐกิจและสังคมแห่งชาติ.

สำนักงานศึกษาธิการภาค 8. (2563). รายงานวิจัยโครงการศึกษาแนวทางการจัดการเรียนการสอนโค้ดดิ้ง (*Coding)*. ชลบุรี: สำนักงานปลัดกระทรวงศึกษาธิการ.

สำนักบริหารงานการมัธยมศึกษาตอนปลาย. (2558). แนวทางการจัดทักษะการเรียนรู้ในศตวรรษที่ *21* ที่เน้นสมรรถนะทางสาขาวิชาชีพ. กรุงเทพฯ: สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน.

สำนักบริหารงานการมัธยมศึกษาตอนปลาย. (2559). แนวทางจัดการเรียนรู้ในศตวรรษที่ 21. สืบค้นจาก https://webs.rmutl.ac.th/assets/upload/files/2016/09/20160908101755_51855.pdf

สำรวย หาญห้าว. (2560). ปัจจัยที่มีผลต่อเจตคติและความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โรงเรียนสาธิตมหาวิทยาลัยรามคำแหง. วารสารการศึกษา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ, *18*(1), 142-158.

สุชาติ คุ้มมะณี. (2562). *Basic Python Coding* เรียนง่ายเป็นเร็ว. นนทบุรี: บริษัท ไอดีซี พรีเมียร์ จำกัด.

สุพจน์ สง่าทอง. (2562). การเขียนโปรแกรมภาษา *Python*. กรุงเทพฯ: รีไวว่า.

สุภัทรา เกิดมงคล. (2550). กิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องสมบัติของวงกลมโดยใช้ซอฟต์แวร์เรขาคณิตแบบพลวัตสำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ *3*. บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรี

นครินทรวิโรฒ, กรุงเทพฯ. (ปริญญานิพนธ์ กศ.ม. (คณิตศาสตร์)).

สุมาลี ชัยเจริญ. (2557). การออกแบบการสอน : หลักการ ทฤษฎี สู่การปฏิบัติ = *Instructional design : principles and theories to practices*. ขอนแก่น: สาขาเทคโนโลยีการศึกษา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยขอนแก่น

เสน่ห์ หมายจากกลาง. (2554). ความรู้เชิงมโนทัศน์: จุดเน้นของการสอนคณิตศาสตร์. *My Math, 7*(2), 54-59.

หลักสูตรโรงเรียนวิทยาศาสตร์ภูมิภาค. (2557). หลักสูตรโรงเรียนวิทยาศาสตร์ภูมิภาค ระดับมัธยมศึกษาตอนต้น พุทธศักราช *2554 (*ฉบับปรับปรุง พุทธศักราช *2557)*. มุกดาหาร: โรงเรียนจุฬาภรณราชวิทยาลัย

อรพิน ประวัติบริสุทธิ์. (2564). *คัมภีร์ Python* ฉบับสมบูรณ์. กรุงเทพฯ: บริษัท พิมพ์ดี จำกัด.

อรอนงค์ นุเสน. (2562). การศึกษาผลสัมฤทธิ์การเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง เซต โดยวิธีการสอนที่แตกต่างตามความสามารถทางพหุปัญญาของนักเรียนที่มีความบกพร่องทางการได้ยินชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4. วารสารวิจัยและพัฒนาการศึกษาพิเศษ, *9*(1), 98-113.

อรุณวรรณ โสภาคำ. (2556). การพัฒนากิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ตามแนวคิดทฤษฎีคอนสตรัคติวิสต์ โดยใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad ช่วยในการเรียนรู้ เรื่อง รูปวงกลม ชั้นประถมศึกษาปีที่ 6. วารสารศึกษาศาสตร์ ฉบับวิจัยบัณฑิตศึกษา มหาวิทยาลัยขอนแก่น, *7*(2), 204-212.

อลิสรา ชมชื่น. (2550). การพัฒนากระบวนการเรียนการสอนโดยบูรณาการทฤษฎีการพัฒนาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ การสื่อสารและการให้เหตุผลเพื่อเสริมสร้างสมรรถภาพทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาตอนต้น. (ปริญญาดุษฎีบัณฑิต). จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, บัณฑิตวิทยาลัย. (ปริญญานิพนธ์, หลักสูตรและการสอน).

อัมพร ม้าคนอง. (2546). การสอนและการเรียนรู้. กรุงเทพฯ: ศูนย์ตำราและเอกสารทางวิชาการ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

อัมพร ม้าคนอง. (2557). คณิตศาสตร์สำหรับครูมัธยม. กรุงเทพฯ: จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

อานนท์ วิชานนท์. (2562). แถลงนโยบายด้านการศึกษา เพื่อพัฒนาคนสู่ศตวรรษที่ 21 หนุนเด็กไทยต้องได้เรียน CODING. สืบค้นจาก https://moe360.blog/2019/08/09/coding9861/

ภาคผนวก

ภาคผนวก ก
การหาคุณภาพเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

การหาคุณภาพเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

ตาราง 50 ค่าดัชนีความสอดคล้องของแบบทดสอบย่อยฉบับที่ 1

ข้อที่	ผลการพิจารณาของผู้เชี่ยวชาญ			IOC	แปลผล
	คนที่ 1	คนที่ 2	คนที่ 3		
ตอนที่ 1					
1	+1	+1	+1	1.00	ใช้ได้
2	+1	+1	+1	1.00	ใช้ได้
3	+1	+1	+1	1.00	ใช้ได้
4	+1	+1	+1	1.00	ใช้ได้
5	+1	+1	+1	1.00	ใช้ได้
6	+1	+1	+1	1.00	ใช้ได้
7	+1	+1	+1	1.00	ใช้ได้
ตอนที่ 2					
1	+1	+1	+1	1.00	ใช้ได้
2	+1	+1	+1	1.00	ใช้ได้
3	+1	+1	+1	1.00	ใช้ได้
4	+1	+1	+1	1.00	ใช้ได้
5	+1	+1	+1	1.00	ใช้ได้
6	+1	+1	+1	1.00	ใช้ได้
7	0	+1	+1	0.67	ใช้ได้
8	+1	+1	+1	1.00	ใช้ได้
ตอนที่ 3					
1	+1	+1	+1	1.00	ใช้ได้
2	+1	+1	+1	1.00	ใช้ได้
3	+1	+1	+1	1.00	ใช้ได้

ตาราง 51 ค่าดัชนีความสอดคล้องของแบบทดสอบย่อยฉบับที่ 2

ข้อที่	ผลการพิจารณาของผู้เชี่ยวชาญ			IOC	แปลผล
	คนที่ 1	คนที่ 2	คนที่ 3		
ตอนที่ 1					
1	+1	+1	+1	1.00	ใช้ได้
2	+1	+1	+1	1.00	ใช้ได้
3	+1	+1	+1	1.00	ใช้ได้
4	+1	+1	+1	1.00	ใช้ได้
5	+1	+1	+1	1.00	ใช้ได้
6	+1	+1	+1	1.00	ใช้ได้
7	+1	+1	+1	1.00	ใช้ได้
8	+1	+1	+1	1.00	ใช้ได้
ตอนที่ 2					
1	+1	+1	+1	1.00	ใช้ได้
2	+1	+1	+1	1.00	ใช้ได้
3	+1	+1	+1	1.00	ใช้ได้
4	+1	+1	+1	1.00	ใช้ได้
5	+1	+1	+1	1.00	ใช้ได้
6	+1	+1	+1	1.00	ใช้ได้
7	+1	+1	0	0.67	ใช้ได้
ตอนที่ 3					
1	+1	+1	+1	1.00	ใช้ได้
2	+1	+1	+1	1.00	ใช้ได้

ตาราง 52 ค่าดัชนีความสอดคล้องของแบบทดสอบย่อยฉบับที่ 3

ข้อที่	ผลการพิจารณาของผู้เชี่ยวชาญ			IOC	แปลผล
	คนที่ 1	คนที่ 2	คนที่ 3		
ตอนที่ 1					
1	+1	+1	+1	1.00	ใช้ได้
2	+1	+1	+1	1.00	ใช้ได้
3	+1	+1	+1	1.00	ใช้ได้
4	+1	+1	+1	1.00	ใช้ได้
5	+1	+1	+1	1.00	ใช้ได้
6	+1	+1	+1	1.00	ใช้ได้
7	+1	+1	+1	1.00	ใช้ได้
8	+1	+1	+1	1.00	ใช้ได้
ตอนที่ 2					
1	+1	+1	+1	1.00	ใช้ได้
2	+1	+1	+1	1.00	ใช้ได้
3	+1	+1	+1	1.00	ใช้ได้
4	+1	+1	+1	1.00	ใช้ได้
5	+1	+1	+1	1.00	ใช้ได้
6	+1	+1	+1	1.00	ใช้ได้
7	0	+1	+1	0.67	ใช้ได้
ตอนที่ 3					
1	+1	+1	+1	1.00	ใช้ได้
2	+1	+1	+1	1.00	ใช้ได้

ตาราง 53 ค่าดัชนีความสอดคล้องของแบบทดสอบวัดระดับความเข้าใจ เรื่อง เซต

ข้อที่	ผลการพิจารณาของผู้เชี่ยวชาญ			IOC	แปลผล
	คนที่ 1	คนที่ 2	คนที่ 3		
ภาคทฤษฎี					
1	+1	+1	+1	1.00	ใช้ได้
2	+1	+1	+1	1.00	ใช้ได้
3	+1	+1	+1	1.00	ใช้ได้
4	+1	+1	+1	1.00	ใช้ได้
5	+1	+1	+1	1.00	ใช้ได้
6	+1	+1	+1	1.00	ใช้ได้
7	+1	+1	+1	1.00	ใช้ได้
8	+1	+1	+1	1.00	ใช้ได้
9	+1	+1	+1	1.00	ใช้ได้
10	+1	+1	+1	1.00	ใช้ได้
11	+1	+1	+1	1.00	ใช้ได้
12	+1	+1	+1	1.00	ใช้ได้
13	+1	+1	+1	1.00	ใช้ได้
14	+1	+1	+1	1.00	ใช้ได้
15	0	+1	+1	0.67	ใช้ได้
16	+1	+1	+1	1.00	ใช้ได้
17	+1	+1	+1	1.00	ใช้ได้
ภาคปฏิบัติ					
1	+1	+1	+1	1.00	ใช้ได้
2	+1	+1	+1	1.00	ใช้ได้
3	+1	+1	+1	1.00	ใช้ได้
4	+1	+1	+1	1.00	ใช้ได้
5	+1	+1	+1	1.00	ใช้ได้
6	+1	+1	+1	1.00	ใช้ได้
7	+1	+1	+1	1.00	ใช้ได้

หมายเหตุ สำหรับสูตรการคำนวณค่า IOC มีรายละเอียดดังนี้

คะแนน +1 เป็นข้อสอบที่สอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้

คะแนน 0 เป็นข้อสอบที่ไม่แน่ใจว่าสอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้

คะแนน -1 เป็นข้อสอบที่ไม่สอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้

โดยใช้สูตรการคำนวณค่า IOC คือ

$$IOC = \frac{\sum R}{N}$$

เมื่อ IOC แทน ดัชนีความสอดคล้อง

$\sum R$ แทน ผลรวมของคะแนนที่ได้จากการผู้เชี่ยวชาญ

N แทน จำนวนผู้เชี่ยวชาญทั้งหมด

ตาราง 54 ค่าความยากง่าย (p) และค่าอำนาจจำแนกของแบบทดสอบย่อยฉบับที่ 1, 2 และ 3

ข้อที่	แบบทดสอบย่อยฉบับที่ 1		แบบทดสอบย่อยฉบับที่ 2		แบบทดสอบย่อยฉบับที่ 3	
	p	r	p	r	p	r
ตอนที่ 1						
1	0.60	0.30	0.65	0.25	0.70	0.30
2	0.80	0.20	0.70	0.30	0.63	0.42
3	0.70	0.20	0.75	0.25	0.58	0.33
4	0.70	0.20	0.45	0.25	0.46	0.25
5	0.80	0.20	0.60	0.30	0.71	0.25
6	0.50	0.20	0.60	0.40	0.54	0.58
7	0.80	0.20	0.30	0.20	0.45	0.25
8	-ไม่มี-	-ไม่มี-	0.65	0.25	0.69	0.21
ตอนที่ 2						
1	0.70	0.20	0.60	0.30	0.56	0.21
2	0.80	0.20	0.80	0.20	0.54	0.25
3	0.63	0.20	0.75	0.25	0.54	0.25
4	0.60	0.40	0.58	0.75	0.88	0.58
5	0.55	0.30	0.50	0.30	0.67	0.83
6	0.50	0.60	0.80	0.20	0.63	0.25
7	0.80	0.30	0.70	0.80	0.67	0.22
8	0.32	0.60	-ไม่มี-	-ไม่มี-	-ไม่มี-	-ไม่มี-
ตอนที่ 3						
1	0.63	0.50	0.53	0.40	0.64	0.22
2	0.58	0.20	0.44	0.20	0.88	0.53
3	0.45	0.40	-ไม่มี-	-ไม่มี-	-ไม่มี-	-ไม่มี-

ตาราง 55 ค่าความยากง่าย (p) และค่าอำนาจจำแนกของแบบทดสอบวัดระดับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เซต

ข้อที่	แบบทดสอบวัดระดับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เซต	
	p	r
ภาคทฤษฎี		
1	0.70	0.35
2	0.65	0.40
3	0.55	0.35
4	0.50	0.40
5	0.55	0.25
6	0.60	0.45
7	0.65	0.40
8	0.33	0.40
9	0.50	0.80
10	0.60	0.85
11	0.85	0.40
12	0.40	0.80
13	0.60	0.25
14	0.75	0.45
15	0.58	0.40
16	0.50	0.40
17	0.60	0.30
ภาคปฏิบัติ		
1	0.75	0.40
2	0.55	0.50
3	0.70	0.40
4	0.68	0.45
5	0.63	0.50
6	0.55	0.44
7	0.58	0.54

หมายเหตุ สำหรับสูตรค่าความยากง่าย (p) และค่าอำนาจจำแนก (r) มีรายละเอียดดังนี้

ค่าความยากง่าย

$$p = \frac{S_U + S_l - (2NX_{MIN})}{2N(X_{MAX} - X_{MIN})}$$

เมื่อ p แทน ค่าความยากง่าย

S_U แทน ผลรวมของคะแนนนักเรียนกลุ่มสูง

S_l แทน ผลรวมของคะแนนนักเรียนกลุ่มต่ำ

N แทน จำนวนนักเรียนกลุ่มสูงหรือต่ำ

X_{MAX} แทน คะแนนนักเรียนที่ได้สูงสุด

X_{MIN} แทน คะแนนนักเรียนที่ได้ต่ำสุด

ค่าอำนาจจำแนก

$$r = \frac{S_U - S_l}{N(X_{MAX} - X_{MIN})}$$

เมื่อ r แทน ค่าอำนาจจำแนก

อย่างไรก็ตาม เมื่อผู้วิจัยวิเคราะห์หาค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบย่อยฉบับที่ 1, 2, 3 และแบบทดสอบวัดระดับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เซต ด้วยวิธีหาค่าสัมประสิทธิ์แอลฟาของครอนบัค พบว่า มีค่าเป็น 0.75, 0.71, 0.80 และ 0.88 ตามลำดับ ซึ่งหาจากสูตรดังนี้

ค่าสัมประสิทธิ์แอลฟาของครอนบัค

$$\frac{k}{k-1}\left(1 - \frac{\sum_{i=1}^{k} S_l}{S^2}\right)$$

เมื่อ r แทน ค่าอำนาจจำแนก

S_U แทน ผลรวมของคะแนนนักเรียนกลุ่มสูง

S_l แทน ผลรวมของคะแนนนักเรียนกลุ่มต่ำ

N แทน จำนวนนักเรียนกลุ่มสูงหรือต่ำ

ภาคผนวก ข
ตัวอย่างแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 4

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 4		
รายวิชา	คณิตศาสตร์เพิ่มเติม	**ระดับมัธยมศึกษา**
หน่วยการเรียนรู้	เซต	
หัวข้อเรื่อง	การดำเนินการระหว่างเซตแบบอินเตอร์เซกชัน และยูเนียน (1)	**เวลา 120 นาที**

1. **จุดประสงค์การเรียนรู้ เพื่อให้นักเรียนสามารถ**:

1.1 ตรวจสอบผลการดำเนินการระหว่างเซตแบบอินเตอร์เซกชันและยูเนียนของเซตที่กำหนดให้ โดยใช้ภาษาไพธอนได้

1.2 อธิบายความหมายอินเตอร์เซกชันและยูเนียนของเซต A และ B ได้

1.3 หาผลการดำเนินการระหว่างเซตแบบอินเตอร์เซกชันและยูเนียนตั้งแต่ 2 เซต

1.4 เขียนข้อความคาดการณ์เกี่ยวกับสมบัตินิจพล การสลับที่ เอกลักษณ์ การเปลี่ยนกลุ่ม และการแจกแจงของการดำเนินการระหว่างเซตแบบอินเตอร์เซกชันและยูเนียนได้

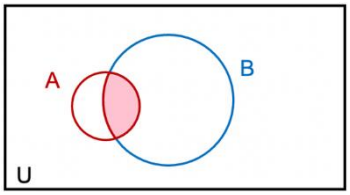
1.5 **ออกแบบ**โปรแกรมเพื่อแก้สถานการณ์ปัญหาเกี่ยวกับ “การหาเซตของคู่อันดับ (x, y) ทั้งหมดซึ่งสอดคล้องกับอสมการ $x^2 + y^2 \leq 5$ และสมการ $x^2 - y^2 = 0$ เมื่อ x และ y เป็นจำนวนเต็ม” ได้

2. **สาระการเรียนรู้**

ความรู้เกี่ยวกับคณิตศาสตร์

ให้ A และ B เป็นสับเซตในเอกภพสัมพัทธ์ U จะเรียกเซตที่ประกอบด้วยสมาชิกซึ่งเป็นสมาชิกของทั้งเซต A และ B ว่า **อินเตอร์เซกชัน** (Intersection) **ของเซต A และ B** เขียนแทนด้วย $A \cap B$ นอกจากนี้ อาจเขียนแสดง $A \cap B$ ได้ด้วยแผนภาพเวนน์ – ออยเลอร์ หลายรูปแบบ ดังนี้

เมื่อ: เซต A และเซต B มีสมาชิกร่วมกันบางตัว



บทนิยาม 1

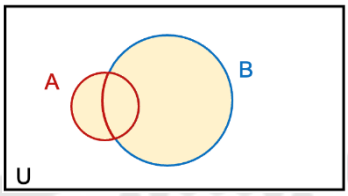
$$A \cap B = \{x \mid x \in A \text{ และ } x \in B\}$$

ให้ A และ B เป็นสับเซตในเอกภพสัมพัทธ์ U

ยูเนียน (Union) ของเซต A และ B หมายถึง เซตที่ประกอบด้วยสมาชิกซึ่งเป็นสมาชิกของทั้งเซต A หรือ B เขียนแทนด้วย $A \cup B$

นอกจากนี้ อาจเขียนแสดง $A \cup B$ ได้ด้วยแผนภาพเวนน์ – ออยเลอร์ หลายรูปแบบ ดังนี้

เมื่อ: เซต A และเซต B มีสมาชิกร่วมกันบางตัว



บทนิยาม 2

$$A \cup B = \{x \mid x \in A \text{ หรือ } x \in B\}$$

ความรู้เกี่ยวกับการเขียนโปรแกรม

คำสั่งที่ 1

A.intersection(B, C, . . .)

โดยที่ A คือ ตัวแปรชนิดข้อมูลเซตที่ต้องการหาสมาชิกที่เหมือนกันกับ B, C, . . .

B, C, . . . คือ ตัวแปรชนิดข้อมูลเซตที่ถูกนำมาหาสมาชิกที่เหมือนกันกับ A

ตัวอย่างที่ 1	**ตัวอย่างที่ 2**	**ตัวอย่างที่ 3**
>>A = {0}	>>A = {1, 2}	>>A = {“a”, “b”, “c”}
>>B = {1, 2, 3}	>>B = {1, 2, 3}	>>B = {“a”, “b”, “e”}
		>>C = {“a”, “e”, 1}
>>A.intersection(B)	>>A.intersection(B)	>>A.intersection(B, C)
set()	{1, 2}	{a}

คำสั่งที่ 2

A.union(B, C, . . .)

โดยที่ A คือ ตัวแปรชนิดข้อมูลเซตที่ต้องรวมสมาชิกเข้ากับ B, C, . . .

B, C, . . . คือ ตัวแปรชนิดข้อมูลเซตที่ถูกรวมสมาชิกเข้ากับ A

ตัวอย่างที่ 1	**ตัวอย่างที่ 2**	**ตัวอย่างที่ 3**
>>A = {0}	>>A = {1, 2}	>>A = {“a”, “b”, “c”}
>>B = {1, 2, 3}	>>B = {1, 2, 3}	>>B = {“a”, “b”, “e”}
		>>C = {“a”, “e”, 1}
>>A.union(B)	>>A.union (B)	>>A.union(B, C)
{0, 1, 2, 3}	{1, 2, 3}	{a, b, c, e, 1}

3. สื่อการเรียนรู้/แหล่งการเรียนรู้

3.1 ใบกิจกรรมที่ 4: ความมหัศจรรย์ของ “และ/หรือ” (สำหรับนักเรียนแต่ละคน)

3.2 แฟ้มคำสั่งกิจกรรม “SET4_APOS” ภาคปฏิบัติในโปรแกรม Jupyter Notebook ด้วยภาษาไพธอน (สำหรับนักเรียนแต่ละคน)

3.3 คอมพิวเตอร์หรือโน้ตบุ๊คที่ลงโปรแกรม Jupyter Notebook (สำหรับนักเรียนแต่ละคน)

3.4 ใบความรู้ที่ 2: เกร็ดความรู้เพิ่มเติม (สำหรับนักเรียนแต่ละคน)

4. กิจกรรมการเรียนรู้

ขั้นชักชวน

ขั้นนี้ใช้เวลาประมาณ 15 นาที ซึ่งมีรายละเอียดดังนี้

1) ครูแจกใบกิจกรรมที่ 4: ความมหัศจรรย์ของ “และ/หรือ” จากนั้นนำเข้าสู่บทเรียนโดยให้นักเรียนเปิดแฟ้มคำสั่งชื่อ “SET4_APOS” แล้วปฏิบัติกิจกรรม Mini Handshake (ใช้เวลาประมาณ 8 นาที) เพื่อให้นักเรียนรู้จักคำว่า “และ” กับ “หรือ” พร้อมทั้งอธิบายแนวทางการปฏิบัติกิจกรรม ดังนี้

2) ลำดับแรกนักเรียนควรอ่านและทำความเข้าใจสถานการณ์ปัญหาที่กำหนดให้ (หากนักเรียนคนใดไม่เข้าใจหรือมีข้อสงสัย ครูหรือผู้ช่วยการสอนให้คำแนะนำแก่นักเรียน)

3) จากนั้น ลงมือปฏิบัติกิจกรรมโดยการรันโปรแกรมช่อง #Mini Handshake1-3 และ #Mini Handshake4-6 ตามลำดับ

4) ครูบอกนักเรียนว่า “จะมีการถาม-ตอบเกี่ยวกับกิจกรรม Mini Handshake ให้นักเรียนสังเกตผลลัพธ์ที่ได้จากการรันโปรแกรมช่อง #Mini Handshake1-3 และ #Mini Handshake4-6 ในแต่ละครั้ง”

ขณะที่นักเรียนปฏิบัติกิจกรรมครูเน้นย้ำว่า “ถ้าผลลัพธ์จากการรันโปรแกรมปรากฏเป็น 0 หมายถึง การไม่ได้จับมือกับศิลปินท่านนั้น ในทางตรงข้ามหากปรากฏเป็น 1 หมายถึง การได้จับมือกับศิลปินท่านนั้น”

5) เพื่อตรวจสอบความเข้าใจของนักเรียนเกี่ยวกับรายละเอียดในกิจกรรม Mini Handshake ครูตั้งคำถามให้นักเรียนตอบ (ใช้เวลาประมาณ 4 นาที) ดังนี้

(5.1) โปรแกรมจะนับจำนวนศิลปินที่**โอตะสายลม และโอตะตะวัน**ได้จับมือเหมือนกัน เมื่อใด

[นักเรียนควรตอบ เมื่อผลการสุ่มของโอตะสายลม และโอตะตะวัน กับศิลปินท่านนั้น ปรากฏเป็น 1 ทั้งคู่]

(5.2) ในทางคณิตศาสตร์ “**และ** (And)” หมายถึงอะไร

[นักเรียนควรตอบ จากการสังเกตผลลัพธ์ที่ได้จากการรันโปรแกรมช่อง #Mini Handshake1-3 พบว่า “**และ**” หมายถึง ทั้งสองอย่างที่ขาดอย่างใดอย่างหนึ่งไม่ได้ บางครั้งอาจเขียนในรูปอื่นที่มีความหมายเดียวกัน เช่น “**แต่**” หรือ “**กับ**”]

(5.3) โปรแกรมจะนับจำนวนศิลปินที่**โอตะสายลม หรือโอตะตะวัน**ได้จับมือ เมื่อใด

[นักเรียนควรตอบ เมื่อผลการสุ่มของโอตะสายลม หรือโอตะตะวัน กับศิลปินท่านนั้น ปรากฏเป็น 1, 0 หรือ 1 ท่านใดท่านหนึ่งสลับกัน (โอตะ) หรือ 2. 1 ทั้งคู่]

(5.4) ในทางคณิตศาสตร์ “**หรือ** (Or)” หมายถึงอะไร

[นักเรียนควรตอบ จากการสังเกตผลลัพธ์ที่ได้จากการรันโปรแกรมช่อง #Mini Handshake4-6 พบว่า “**หรือ** (Or)” หมายถึง อย่างใดอย่างหนึ่ง หรือทั้งสองอย่าง]

6) ครูสรุปกิจกรรม Mini Handshake ตามประเด็นคำถามข้างต้น โดยอธิบายให้นักเรียนเห็นความแตกต่างระหว่างคำว่า “และ” กับ “หรือ” แล้วบอกนักเรียนว่า “สำหรับคาบเรียนนี้จะใช้คำว่า “และ” กับ “หรือ” เป็นหัวใจหลักของการเรียนการสอน” (ใช้เวลาประมาณ 3 นาที)

ขั้นสำรวจ

ขั้นนี้ใช้เวลาประมาณ 25 นาที ซึ่งมีรายละเอียดดังนี้

1) ครูเตรียมความพร้อมให้นักเรียนก่อนเข้าสู่กิจกรรมส่วนที่ 1 ในใบกิจกรรมที่ 4 โดยเน้นย้ำประเด็นต่อไปนี้

(1.1) การสร้าง Cell สำหรับการเขียนคำสั่งโปรแกรมแต่ละข้อคำถามทุกครั้ง และทุกข้อที่มีการใช้ภาษาไพธอนประกอบการปฏิบัติกิจกรรมโดยกด Insert แล้วเลือก Insert Cell Below

(1.2) การเขียนผลลัพธ์ที่ได้จากการรันโปรแกรมแต่ละข้อ (ที่มีการใช้ภาษาไพธอนประกอบ) ลงในใบกิจกรรมให้ครบถ้วนทุกครั้ง

(1.3) การเขียนแผนภาพเวนน์-ออยเลอร์ ให้นักเรียนเขียนเองโดยไม่ใช้ภาษาไพธอน กรณีนักเรียนคนใดต้องการทบทวน สามารถศึกษารายละเอียดดังใบกิจกรรมที่ 3

(1.4) การเขียนเซตแบบแจกแจงสมาชิก เพื่อตอบคำถามข้อ 2.1 และ 3.1 ในใบกิจกรรมที่ 4 นักเรียนอาจใช้ภาษาไพธอน หรือไม่ใช้ภาษาไพธอนประกอบการหาผลลัพธ์ได้ กรณีนักเรียนคนใดต้องการทบทวนแนวคิดเกี่ยวกับการเขียนเซต สามารถศึกษารายละเอียดดังใบกิจกรรมที่ 1

2) ครูบอกนักเรียนเพิ่มเติมว่า “หากนักเรียนคนใดไม่เข้าใจ หรือมีข้อสงสัย หรือพบปัญหาระหว่างการรันโปรแกรม สามารถสอบถามครู หรือผู้ช่วยการสอนได้ทันที”

3) เมื่อนักเรียนรับทราบข้อมูลข้างต้นแล้ว ครูให้นักเรียนศึกษาการใช้คำสั่ง A.intersection(B, C, . . .) และ A.union(B, C, . . .) ในใบกิจกรรมที่ 4 ตารางคำสั่งที่ 1 และ 2 ตามลำดับ

4) ครูให้นักเรียนสำรวจกิจกรรม**ส่วนที่ 1** ในใบกิจกรรมที่ 4 ข้อ 1 - ข้อ 2 ด้วยตนเองผ่านภาษาไพธอน (ใช้เวลาประมาณ 15 นาที)

5) เมื่อนักเรียนลงมือปฏิบัติกิจกรรมส่วนที่ 1 ในใบกิจกรรมที่ 4 ข้อ 1 - ข้อ 2 เสร็จแล้ว เพื่อกระตุ้นให้นักเรียนทราบที่มาของผลลัพธ์จากการรันโปรแกรมยิ่งขึ้น (ดู Flowchart ในใบกิจกรรมที่ 4 หน้า 4 และ 5 ประกอบ) ครูให้นักเรียนสังเกตผลลัพธ์ที่ได้จากการรันโปรแกรมในแต่ละข้อ แล้วตั้งคำถาม (บางข้อ) จากใบกิจกรรมให้นักเรียนตอบ ดังนี้

จากข้อ 1

ให้ U = {2, a, e, i}, A3 = {a, e} และ B3 = {2, e, i}

สมาชิกตัวใดบ้างที่อยู่ในเซต A3 **และ** B3

[นักเรียนควรตอบ e เป็นสมาชิกที่อยู่ทั้งเซต A3 และ B3 ร่วมกัน]

ผลลัพธ์ของ A3.intersection(B3) คือ

[นักเรียนควรตอบ ผลลัพธ์ของ A3.intersection(B3) คือ {e}]

สมาชิกตัวใดบ้างที่อยู่ในเซต A3 **หรือ** B3

[นักเรียนควรตอบ 2, a, e และ i เป็นสมาชิกของเซต A3 หรือ B3]

ผลลัพธ์ของ A3.union(B3) คือ

[นักเรียนควรตอบ ผลลัพธ์ของ A3.union(B3) คือ {2, a, e, i}]

จากข้อ 2

ให้ U เป็นเซตของจำนวนเต็มบวก โดยที่ $A = \{x \mid 5 \leq x < 10\}$, $B = \{x \mid 2 < x \leq 6\}$ และ $C = \{x \mid 3 < x < 7\}$

เขียนเซต U ในรูปการเขียนเซตแบบแจกแจงสมาชิกได้อย่างไร

[นักเรียนควรตอบ U = {1, 2, 3, . . .}]

เขียนเซต A ในรูปการเขียนเซตแบบแจกแจงสมาชิกได้อย่างไร

[นักเรียนควรตอบ A = {5, 6, 7, 8, 9}]

เขียนเซต B ในรูปการเขียนเซตแบบแจกแจงสมาชิกได้อย่างไร

[นักเรียนควรตอบ B = {3, 4, 5, 6}]

เขียนเซต C ในรูปการเขียนเซตแบบแจกแจงสมาชิกได้อย่างไร

[นักเรียนควรตอบ C = {4, 5, 6}]

สมาชิกตัวใดบ้างที่อยู่ในเซต A **และ** C

[นักเรียนควรตอบ 5 และ 6 เป็นสมาชิกที่อยู่ทั้งเซต A และ C ร่วมกัน]

ผลลัพธ์ของ A.intersection(C) คือ

[นักเรียนควรตอบ ผลลัพธ์ของ A.intersection(C) คือ {5, 6}]

สมาชิกตัวใดบ้างที่อยู่ในเซต C **หรือ** B

[นักเรียนควรตอบ 3, 4, 5 และ 6 เป็นสมาชิกของเซต C หรือ B]

ผลลัพธ์ของ C.union(B) คือ

[นักเรียนควรตอบ ผลลัพธ์ของ C.union(B) คือ {3, 4, 5, 6}]

ขั้นความรู้ใหม่

ขั้นนี้ใช้เวลาประมาณ 40 นาที ซึ่งมีรายละเอียดดังนี้

1) เพื่อให้นักเรียนเห็นความสอดคล้องระหว่าง “และ/หรือ” กับ “คำสั่ง A.intersection(B) และ A.union(B)” มากขึ้น ครูตั้งคำถามให้นักเรียนตอบ ดังนี้

(1.1) “และ” สอดคล้องกับคำสั่งใด

[นักเรียนควรตอบ “และ” สอดคล้องกับคำสั่ง A.intersection(B)]

(1.2) “หรือ” สอดคล้องกับคำสั่งใด

[นักเรียนควรตอบ “หรือ” สอดคล้องกับคำสั่ง A.union(B)]

2) ครูอธิบายให้นักเรียนเห็นว่า “การปฏิบัติกิจกรรมส่วนที่ 1 ในใบกิจกรรมที่ 4 นักเรียนจะได้**ดำเนินการจาก 2 เซตใด ๆ** โดยใช้คำสั่ง A.intersection(B) และ A.union(B) ซึ่งคำสั่งดังกล่าวสามารถ**สร้างเซตใหม่จากเซตที่กำหนดให้ได้** ทั้งนี้ ให้นักเรียนสังเกตผลลัพธ์ในการรันโปรแกรมข้อ 1 - ข้อ 2 ในใบกิจกรรมที่ 4 ประกอบ”

3) ครูกำหนดข้อตกลงกับนักเรียนในประเด็นต่อไปนี้

ในทางคณิตศาสตร์จะเรียกเซตใหม่ที่เกิดจากการใช้คำสั่ง A.intersection(B) ว่า “อินเตอร์เซกชัน (Intersection) ของเซต A และ B เขียนแทนด้วย A ∩ B”

จะเรียกเซตใหม่ที่เกิดจากการใช้คำสั่ง A.union(B) ว่า “ยูเนียน (Union) ของเซต A และ B เขียนแทนด้วย A ∪ B”

4) ครูเน้นย้ำว่า “อินเตอร์เซกชัน และยูเนียน เป็นส่วนหนึ่งของการดำเนินการระหว่างเซต ซึ่งเราจะพิจารณาภายใต้เอกภพสัมพัทธ์เดียวกัน”

5) เพื่อตรวจสอบความเข้าใจของนักเรียนจากการปฏิบัติกิจกรรมส่วนที่ 1 ครูให้นักเรียนลงมือปฏิบัติกิจกรรม**ส่วนที่ 2** (ไม่ใช้ภาษาไพธอน) ในใบกิจกรรมที่ 4 ข้อ 3 - ข้อ 8 ด้วยตนเอง

6) ถ้านักเรียนทำข้อ 3 – ข้อ 8 เสร็จแล้ว ครูให้นักเรียนสังเกตผลจากการปฏิบัติกิจกรรมส่วนที่ 1 และ 2 ในใบกิจกรรมที่ 4 ประกอบ เพื่อนำไปสู่การสร้างข้อความคาดการณ์เกี่ยวกับสมบัตินิจพล การสลับที่ และเอกลักษณ์ ตามลำดับ

7) ครูให้นักเรียนเขียนข้อความคาดการณ์โดยใช้ผลจากการการปฏิบัติกิจกรรมข้างต้นลงในใบกิจกรรมหัวข้อ “ข้อสังเกต” จากนั้นครูและนักเรียนร่วมกันตรวจสอบความถูกต้องของข้อความคาดการณ์ โดยครูตั้งคำถามให้นักเรียนตอบ ดังนี้

ให้ A และ B เป็นสับเซตในเอกภพสัมพัทธ์ U

(7.1) A ∪ A เท่ากับ

[นักเรียนควรตอบ A ∪ A = A]

(7.2) A ∩ A เท่ากับ

[นักเรียนควรตอบ A ∩ A = A]

ครูกำหนดข้อตกลงว่า การดำเนินการระหว่างเซตในข้อ 1) และข้อ 2) เป็น **สมบัตินิจพล** (Idempotent Properties)

(7.3) $A \cup B = B \cup A$ จริงหรือไม่

[นักเรียนควรตอบ $A \cup B = B \cup A$ เป็นจริง]

(7.4) $A \cap B = B \cap A$ จริงหรือไม่

[นักเรียนควรตอบ $A \cap B = B \cap A$ เป็นจริง]

ครูกำหนดข้อตกลงว่า การดำเนินการระหว่างเซตในข้อ 3) และข้อ 4) เป็น **สมบัติการสลับที่** (Commutative Properties)

(7.5) $A \cup \emptyset$ เท่ากับ

[นักเรียนควรตอบ $A \cup \emptyset = A$]

(7.6) $A \cap \emptyset$ เท่ากับ

[นักเรียนควรตอบ $A \cap \emptyset = \emptyset$]

(7.7) $A \cup U$ เท่ากับ

[นักเรียนควรตอบ $A \cup U = U$]

(7.8) $A \cap U$ เท่ากับ

[นักเรียนควรตอบ $A \cap U = A$]

ครูกำหนดข้อตกลงว่า การดำเนินการระหว่างเซตในข้อ 5) - ข้อ 8) เป็น **สมบัติเอกลักษณ์** (Identify Laws)

8) เพื่อท้าทายความสามารถของนักเรียน ครูให้นักเรียนหาผลการดำเนินการระหว่างเซตแบบอินเตอร์เซกชัน และยูเนียนตั้งแต่ 3 เซตขึ้นไป ในใบกิจกรรมที่ 4 ข้อ 9 - ข้อ 12

9) เมื่อนักเรียนลงมือปฏิบัติกิจกรรมข้อ 9 - ข้อ 12 เสร็จแล้ว ครูให้นักเรียนเขียนข้อความคาดการณ์โดยใช้ผลจากการการปฏิบัติกิจกรรมข้างต้น ลงในใบกิจกรรมที่ 4 หัวข้อ “ข้อสังเกต” จากนั้นครูและนักเรียนร่วมกันตรวจสอบความถูกต้องของข้อความคาดการณ์ โดยครูตั้งคำถามให้นักเรียนตอบ ดังนี้

ให้ A, B, C, …, Z เป็นสับเซตในเอกภพสัมพัทธ์ U

(9.1) ข้อความคาดการณ์ที่ได้จากการทำข้อ 9 คือ

[นักเรียนควรตอบ $(A \cap B \cap \cdots \cap Y) \cap Z = A \cap (B \cap \cdots \cap Y \cap Z)$]

(9.2) ข้อความคาดการณ์ที่ได้จากการทำข้อ 10 คือ

[นักเรียนควรตอบ $(A \cup B \cup \cdots \cup Y) \cup Z = A \cup (B \cup \cdots \cup Y \cup Z)$]

ครูกำหนดข้อตกลงว่า การดำเนินการระหว่างเซตในข้อ 9) และ 10) เรียกว่า **สมบัติการเปลี่ยนกลุ่ม** (Associative Properties)

(9.3) ข้อความคาดการณ์ที่ได้จากการทำข้อ 11 คือ

[นักเรียนควรตอบ

$A \cup (B \cap \cdots \cap Y \cap Z) = (A \cup B) \cap (A \cup C) \cap \cdots \cap (A \cup Z)$]

(9.4) ข้อความคาดการณ์ที่ได้จากการทำข้อ 12 คือ

[นักเรียนควรตอบ

$A \cap (B \cup \cdots \cup Y \cup Z) = (A \cap B) \cup (A \cap C) \cup \cdots \cup (A \cap Z)$]

ครูกำหนดข้อตกลงว่า การดำเนินการระหว่างเซตในข้อ 11) และ 12) เรียกว่า **สมบัติการแจกแจง** (Distributive Properties)

10) ครูให้นักเรียนร่วมกันสรุปสาระสำคัญที่ได้จากการปฏิบัติกิจกรรมโดยใช้ประเด็นคำถามต่อไปนี้

(10.1) อินเตอร์เซกชันและยูเนียนของเซต A และ B หมายถึงอะไร (สุ่มนักเรียน 2 – 3 คน มาตอบ)

(10.2) สมบัตินิจพล การสลับที่ เอกลักษณ์ การเปลี่ยนกลุ่ม และการแจกแจงของการดำเนินการระหว่างเซตแบบอินเตอร์เซกชันและยูเนียน มีอะไรบ้าง (สุ่มนักเรียน 5 คน ตอบคนละสมบัติ)

ขั้นประยุกต์ความรู้

ขั้นนี้ใช้เวลาประมาณ 40 นาที ซึ่งมีรายละเอียดดังนี้

1) เพื่อเตรียมความพร้อมก่อนปฏิบัติกิจกรรมส่วนที่ 4 ในใบกิจกรรมที่ 4 ครูให้นักเรียนศึกษา:

(1.1) คำสั่ง range(start, stop), A.intersection(B, C, . . .) และ A.union(B, C, . . .)

(1.2) การเขียน Flowchart โครงสร้างต่าง ๆ ด้วยตนเอง จากใบความรู้: ความรู้พื้นฐานของภาษาไพธอน

(1.3) การเขียนโปรแกรมเบื้องต้น จากใบความรู้: ความรู้พื้นฐานของภาษาไพธอน

2) ครูให้นักเรียนนำความรู้ที่ได้มาประยุกต์ใช้ผ่านการแก้สถานการณ์ปัญหา **ส่วนที่ 4** ในใบกิจกรรมที่ 4 ข้อ 13 ด้วยตนเอง ขณะที่นักเรียนลงมือปฏิบัติกิจกรรมในส่วนนี้ ถ้า

นักเรียนคนใดไม่สามารถแก้ปัญหาเองได้ ครูใช้คำถามกระตุ้นในประเด็นต่อไปนี้กับนักเรียนเป็นรายบุคคล

(2.1) สถานการณ์ปัญหานี้ควรใช้คำสั่งอะไรในการเขียนโปรแกรม และมีเงื่อนไขอะไรบ้าง

[นักเรียนควรตอบ ต้องแสดงผลลัพธ์เป็นเซตของ E_i และ A โดยใช้คำสั่ง A.intersection(B, C, . . .) หรือ A.union(B, C, . . .)]

(2.2) สถานการณ์ปัญหานี้ต้องการหาอะไร

[นักเรียนควรตอบ หาเซตของคู่อันดับ (x, y) ทั้งหมด ซึ่งสอดคล้องกับอสมการ

$x^2 + y^2 \leq 5$ และสมการ $x^2 - y^2 = 0$ เมื่อ x และ y เป็นจำนวนเต็ม]

(2.3) ควรใช้แนวคิดทางคณิตศาสตร์ และการเขียนโปรแกรมเรื่องใดบ้างมาช่วยแก้ปัญหา

[นักเรียนควรตอบ แนวคิดเกี่ยวกับ 1. คู่อันดับ 2. การแก้สมการ และอสมการกำลังสอง สองตัวแปร 3. อินเตอร์เซกชัน ยูเนียน และสมบัติการแจกแจงของเซต 4. การใช้คำสั่ง range(start, stop), A.intersection(B, C, . . .) หรือ A.union(B, C, . . .) และ 5. การเขียนโปรแกรมเบื้องต้น]

3) ครูให้นักเรียนแต่ละคนลงมือปฏิบัติกิจกรรมข้อ 13 โดยเน้นย้ำว่า “นักเรียนสามารถใช้ภาษาไพธอนช่วยหาผลลัพธ์ได้ และนักเรียนคนไหนปฏิบัติกิจกรรมเสร็จแล้วบันทึกไฟล์ชื่อ SET4_ชื่อ_เลขที่ พร้อมทั้งเขียนผลลัพธ์ที่ได้ลงในใบกิจกรรมให้ครบถ้วน”

4) เมื่อนักเรียนลงมือปฏิบัติกิจกรรมเสร็จแล้ว ครูตั้งข้อสังเกตให้นักเรียนเห็นเกี่ยวกับ “ผลจากการปฏิบัติกิจกรรมส่วนที่ 4 ในใบกิจกรรมที่ 4 ว่า *เราสามารถนำความรู้ เรื่อง เซต เป็นพื้นฐานสำคัญสำหรับการเรียนในเนื้อหาที่สูงขึ้นได้ เช่น เรื่อง หลักการนับเบื้องต้น (หลักการบวก)”* จากนั้นครูอธิบายเกร็ดความรู้เพิ่มเติม ดังรายละเอียดในใบความรู้ที่ 2

5) เมื่อนักเรียนเข้าใจความรู้ข้างต้นแล้ว ครูเน้นย้ำว่า “เราสามารถเขียน**หลักการบวก**ในรูปของเซตได้เป็น $n(E_1 \cup E_2 \cup E_3 \cup \cdots \cup E_k) = n(E_1) + n(E_2) + \cdots + n(E_k)$ แต่อย่างไรก็ตาม นักเรียน**อย่าสับสน**กับ เรื่อง จำนวนสมาชิกของเซตในบทประยุกต์ ซึ่งนักเรียนจะได้เรียนในหน่วยการเรียนรู้ต่อไป เนื่องจากมีรายละเอียดของการนำมาใช้และความหมายต่างกัน แม้ว่าสัญลักษณ์ที่ใช้เขียนแทนจะเหมือนกัน”

5. การวัดและประเมินผลการเรียนรู้

เพื่อให้สอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้ การวัดและประเมินผลการเรียนรู้ในคาบนี้มีดังนี้

<table>
<tr><th>จุดประสงค์การเรียนรู้
ที่ต้องการวัดและประเมินผล</th><th>การวัดผล</th><th>การประเมินผล</th></tr>
<tr><td>1. ตรวจสอบผลการดำเนินการระหว่างเซตแบบอินเตอร์เซกชันและยูเนียนของเซตที่กำหนดให้โดยใช้ภาษาไพธอนได้</td><td rowspan="4">วิธีวัดผล:
พิจารณาจากความถูกต้องในการตอบคำถามใบกิจกรรมที่ 4: ความมมหัศจรรย์ของ “และ / หรือ”

เครื่องมือวัด:
ใบกิจกรรมที่ 4: ความมหัศจรรย์ของ “และ / หรือ”ส่วนที่ 1 – 3 ข้อ 1 – 12</td><td rowspan="4">เกณฑ์การให้คะแนน:
ดังตาราง 56

เกณฑ์การประเมินผล:
ถ้านักเรียนได้คะแนนตั้งแต่ 45 คะแนนขึ้นไป ถือว่าผ่าน</td></tr>
<tr><td>2. อธิบายความหมายอินเตอร์เซกชันและยูเนียนของเซต A และ B ได้</td></tr>
<tr><td>3. หาผลการดำเนินการระหว่างเซตแบบอินเตอร์เซกชันและยูเนียนตั้งแต่ 2 เซตขึ้นได้</td></tr>
<tr><td>4. เขียนข้อความคาดการณ์เกี่ยวกับสมบัตินิจพล การสลับที่ เอกลักษณ์ การเปลี่ยนกลุ่ม และการแจกแจงของการดำเนินการระหว่างเซตแบบอินเตอร์เซกชันและยูเนียนได้</td></tr>
<tr><td>5. ออกแบบโปรแกรมเพื่อแก้สถานการณ์ปัญหาเกี่ยวกับ “การหาเซตของคู่อันดับ (x, y) ทั้งหมดซึ่งสอดคล้องกับอสมการ $x^2 + y^2 \leq 5$ และสมการ $x^2 - y^2 = 0$ เมื่อ x และ y เป็นจำนวนเต็ม” ได้</td><td>วิธีวัดผล:
พิจารณาจากความถูกต้องในการตอบคำถามใบกิจกรรมที่ 4: ความมมหัศจรรย์ของ “และ / หรือ”
เครื่องมือวัด:
ใบกิจกรรมที่ 4: ความมหัศจรรย์ของ “และ / หรือ”ส่วนที่ 4 ข้อ 13</td><td>เกณฑ์การให้คะแนน:
ดังตาราง 56

เกณฑ์การประเมินผล:
ถ้านักเรียนได้คะแนนตั้งแต่ 30 คะแนนขึ้นไป ถือว่าผ่าน</td></tr>
</table>

ตาราง 56 เกณฑ์การให้คะแนนแบบรูบริค (Rubric Scoring) สำหรับใบกิจกรรมที่ 4

ข้อ	เกณฑ์การให้คะแนน	คะแนน	หมายเหตุ
Rubric Scoring			
A1	ตอบถูกต้อง และเขียนแผนภาพเวนน์ – ออยเลอร์ได้ถูกต้อง ตอบถูกต้อง และเขียนแผนภาพเวนน์ – ออยเลอร์ได้ถูกต้องบางส่วน ตอบถูกต้อง หรือเขียนแผนภาพเวนน์ – ออยเลอร์ได้ถูกต้องบางส่วน (อย่างใดอย่างหนึ่ง) ตอบไม่ถูกต้อง และไม่สามารถเขียนแผนภาพเวนน์ – ออยเลอร์ได้เลย หรือไม่ตอบ	3 2 1 0	รวม 3 คะแนน
A2.1 – A2.3,	ตอบถูกต้อง ตอบไม่ถูกต้องหรือไม่ตอบ	1 0	ข้อละ 2 คะแนน รวม 8 คะแนน
A9.1 – A9.2, A11.1 - A11.2	ตอบถูกต้อง และเขียนแผนภาพเวนน์ – ออยเลอร์ได้ถูกต้อง ตอบถูกต้อง และเขียนแผนภาพเวนน์ – ออยเลอร์ได้ถูกต้องบางส่วน ตอบถูกต้อง หรือเขียนแผนภาพเวนน์ – ออยเลอร์ได้ถูกต้องบางส่วน (อย่างใดอย่างหนึ่ง) ตอบไม่ถูกต้อง และไม่สามารถเขียนแผนภาพเวนน์ – ออยเลอร์ได้เลย หรือไม่ตอบ	3 2 1 0	ข้อละ 3 คะแนน รวม 12 คะแนน
A9.3, A11.3	ตอบถูกต้อง ตอบไม่ถูกต้องหรือไม่ตอบ	1 0	ข้อละ 2 คะแนน รวม 4 คะแนน

ตาราง 56 (ต่อ)

ข้อ	เกณฑ์การให้คะแนน	คะแนน	หมายเหตุ
Rubric Scoring			
P3	อธิบายความหมายอินเตอร์เซกชันของเซต A และ B ได้ถูกต้องครบถ้วน อธิบายความหมายอินเตอร์เซกชันของเซต A และ B ถูกต้องบางส่วน อธิบายความหมายอินเตอร์เซกชันของเซต A และ B ไม่ถูกต้อง หรือไม่อธิบาย	2 1 0	รวม 2 คะแนน
P4	อธิบายความหมายยูเนียนของเซต A และ B ได้ถูกต้องครบถ้วน อธิบายความหมายยูเนียนของเซต A และ B ถูกต้องบางส่วน อธิบายความหมายยูเนียนของเซต A และ B ไม่ถูกต้อง หรือไม่อธิบาย	2 1 0	รวม 2 คะแนน
P5.1 – P5.2	แรเงาส่วนที่แทนเซตถูกต้องครบถ้วน แรเงาส่วนที่แทนเซตถูกต้องบางส่วน แรเงาส่วนที่แทนเซตไม่ถูกต้องครบถ้วน หรือไม่ตอบ	2 1 0	ข้อละ 2 คะแนน รวม 4 คะแนน
P6 – P7	ตอบถูกต้อง และอธิบายได้ถูกต้อง ตอบถูกต้อง และอธิบายได้ถูกต้องบางส่วน ตอบถูกต้อง หรืออธิบายได้ถูกต้องบางส่วน (อย่างใดอย่างหนึ่ง) ตอบไม่ถูกต้อง และไม่สามารถอธิบายได้เลย หรือไม่ตอบ	3 2 1 0	ข้อละ 3 คะแนน รวม 6 คะแนน
P8.1 – P8.10	ตอบถูกต้อง ตอบไม่ถูกต้องหรือไม่ตอบ	1 0	ข้อละ 1 คะแนน รวม 10 คะแนน

ตาราง 56 (ต่อ)

ข้อ	เกณฑ์การให้คะแนน	คะแนน	หมายเหตุ
Rubric Scoring			
O9.4, O10	เขียนข้อความคาดการณ์ได้ถูกต้องครบถ้วน เขียนข้อความคาดการณ์ถูกต้องบางส่วน เขียนข้อความคาดการณ์ไม่ถูกต้อง หรือไม่อธิบาย	2 1 0	ข้อละ 2 คะแนน รวม 4 คะแนน
O11.4, O12	ตอบถูกต้อง และให้เหตุผลได้ถูกต้อง ตอบถูกต้อง และให้เหตุผลได้ถูกต้องบางส่วน ตอบถูกต้อง หรือให้เหตุผลได้ถูกต้องบางส่วน (อย่างใดอย่างหนึ่ง) ตอบไม่ถูกต้อง และไม่สามารถเขียนให้เหตุผลได้เลย หรือไม่ตอบ	3 2 1 0	ข้อละ 3 คะแนน รวม 6 คะแนน
O **ข้อสังเกตสมบัติ**	ตอบถูกต้อง ตอบไม่ถูกต้องหรือไม่ตอบ	1 0	รวม 12 คะแนน
S13	**ส่วนที่ 1: โปรแกรม** **ด้านทำความเข้าใจปัญหา** ระบุสิ่งที่ต้องการหา และสิ่งที่โจทย์กำหนดได้ถูกต้องครบถ้วน ระบุสิ่งที่ต้องการหา และสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ได้ถูกต้องบางส่วน ระบุสิ่งที่ต้องการหา หรือสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ได้ถูกต้อง 1 ส่วนอย่างใดอย่างหนึ่ง	 3 2 1	

ตาราง 56 (ต่อ)

ข้อ	เกณฑ์การให้คะแนน	คะแนน	หมายเหตุ
Rubric Scoring			
S13	ไม่ระบุสิ่งที่ต้องการหาหรือระบุสิ่งที่ต้องการหาไม่ถูกต้อง **และ**ระบุสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ไม่ถูกต้องหรือไม่ระบุเลย	0	ข้อละ 2 คะแนน รวม 16 คะแนน
	ด้านวางแผนแก้ปัญหา		
	อธิบายความรู้ที่นำไปใช้ในการแก้ปัญหา **และ**เขียน Flowchart ได้ถูกต้องครบถ้วน	2	
	อธิบายความรู้ที่นำไปใช้แก้ปัญหา **หรือ**เขียน Flowchart ได้**ถูกต้องบางส่วน** (อย่างใดอย่างหนึ่ง)	1	
	อธิบายความรู้ที่นำไปใช้แก้ปัญหา **และ**เขียน Flowchart ไม่**ถูกต้อง**	0	
	ด้านการดำเนินการแก้ปัญหา และการตรวจสอบผลลัพธ์ (ส่วนนี้พิจารณาจากโปรแกรม)		
	เขียนโปรแกรมและผลลัพธ์ที่ได้จากการรันโปรแกรมถูกต้อง	1	
	เขียนโปรแกรมไม่ถูกต้องหรือผลลัพธ์ที่ได้จากการรันโปรแกรมไม่ถูกต้อง	0	
S13.1	ส่วนที่ 2 ข้อ 13.1		
	จำนวนของคู่อันดับถูกต้อง และเขียนเซตของคู่อันดับได้ถูกต้องครบถ้วน	2	
	จำนวนของคู่อันดับถูกต้อง หรือเขียนเซตของคู่อันดับได้ถูกต้องบางส่วน (อย่างใดอย่างหนึ่ง)	1	
	จำนวนของคู่อันดับถูกต้องไม่ถูกต้อง และเขียนเซตของคู่อันดับไม่ถูกต้อง หรือไม่เขียนเลย	0	

ภาคผนวก ค

ตัวอย่างกิจกรรมที่ 4, 5, 6 **และ** 7

ใบกิจกรรมที่ 4: ความมหัศจรรย์ของ “และ / หรือ”

Mini Handshake

ที่มาภาพ: https://web.facebook.com/Passioneshoppingdestination/posts/2282638698417844/

“สายลม” กับ **“ตะวัน”** เป็นโอตะ (แฟนคลับ) ของสมาชิกในวง BNK48 ซึ่ง 2 ปีที่ผ่านมาก่อนเชื้อไวรัส Covid-19 เกิดการแพร่ระบาดในประเทศไทย วง BNK48 ได้จัดงานจับมือ หรือที่เรียกว่า Mini Handshake เพื่อเปิดโอกาสให้ศิลปินและเหล่าโอตะได้ใกล้ชิดสนิทสนมกันมากขึ้น ทั้งนี้คณะจัดงาน Mini Handshake ได้กำหนดกติกาในการจับมือโดยการสุ่มศิลปินจำนวน 6 ท่าน ได้แก่ แก้ว (Kaew), เนย (Noey), ปัญ (Pun), เจนนิส (Jennis), น้ำหนึ่ง (Namneung) และมายด์ (Mind) ให้กับโอตะสายลม และโอตะตะวัน ซึ่งโอตะ 1 ท่าน อาจได้จับมือกับศิลปินทั้ง 6 ท่าน หรืออาจไม่ได้จับมือกับศิลปินท่านใดเลยขึ้นอยู่กับดวงและโชคชะตา

ถ้าครูให้นักเรียนทำหน้าที่เป็นคนสุ่มการจับมือในงาน Mini Handshake ที่คณะจัดงานกำลังจะจัดขึ้น จำนวน 6 ครั้ง โดยใช้โปรแกรม Anaconda และสุ่มด้วยคำสั่ง Random ของภาษาไพธอน (รันโปรแกรมในไฟล์ชื่อ SET4_APOS ช่อง #Mini Handshake1-3 และ #Mini Handshake4-6 ตามลำดับ หากผลลัพธ์ปรากฏเป็น 0 หมายถึง การไม่ได้จับมือกับศิลปินท่านนั้น และหากผลลัพธ์ปรากฏเป็น 1 หมายถึง การได้จับมือกับศิลปินท่านนั้น) พร้อมทั้งสังเกตผลลัพธ์ที่ได้จากการรันโปรแกรม

ข้อสังเกตที่ได้จากการรันโปรแกรมในช่อง #Mini Handshake1-3 และ #Mini Handshake4-6

☺ ในทางคณิตศาสตร์ **“และ (And)”** หมายถึง ทั้งสองอย่างที่ขาดอย่างใดอย่างหนึ่งไม่ได้ บางครั้งอาจเขียนในรูปอื่นที่มีความหมายเดียวกัน เช่น **“แต่”** หรือ **“กับ”**

☺ ในทางคณิตศาสตร์ **“หรือ (Or)”** หมายถึง อย่างใดอย่างหนึ่ง หรือทั้งสองอย่าง

ส่วนที่ 1:

คำชี้แจง: ให้นักเรียนใช้ภาษาไพธอนประกอบการปฏิบัติกิจกรรมด้วยคำสั่งต่าง ๆ ที่ระบุไว้ในแต่ละข้อ พร้อมทั้งตอบคำถามในใบกิจกรรมข้อ 1 - ข้อ 2 ให้ถูกต้อง โดยปฏิบัติตามขั้นตอนดังต่อไป

↳ กด Insert Cell Below แล้วใช้คำสั่ง A.intersection(B, C, . . .) และ A.union(B, C, . . .) (รายละเอียดดังตารางคำสั่งที่ 1 และ 2) เพื่อสำรวจผลลัพธ์ที่ได้จากการรันโปรแกรมแล้วนำผลลัพธ์ที่ได้ตอบคำถามข้อ 1 ทั้งนี้นักเรียนสามารถศึกษา Flowchart ควบคู่ไปกับการใช้คำสั่งได้ เพื่อให้เข้าใจที่มาของผลลัพธ์ยิ่งขึ้น

คำสั่งที่ 1

A.intersection(B, C, . . .)

โดยที่ A คือ ตัวแปรชนิดข้อมูลเซตที่ต้องการหาสมาชิกที่เหมือนกันกับ B, C, . . .

B, C, . . . คือ ตัวแปรชนิดข้อมูลเซตที่ถูกนำมาหาสมาชิกที่เหมือนกันกับ A

ตัวอย่างที่ 1	**ตัวอย่างที่ 2**
>>A = {0}	>>A = {1, 2}
>>B = {1, 2, 3}	>>B = {1, 2, 3}
>>A.intersection(B)	>>A.intersection(B)
set()	{1, 2}

ข้อสังเกตุ:

ถ้านักเรียนลองใช้คำสั่ง A & B เมื่อกำหนดให้ A และ B เป็นเซต ผลลัพธ์ที่ได้จากการรันโปรแกรมก็คือผลลัพธ์เดียวกับ**คำสั่งที่ 1** นั่นเอง เช่น

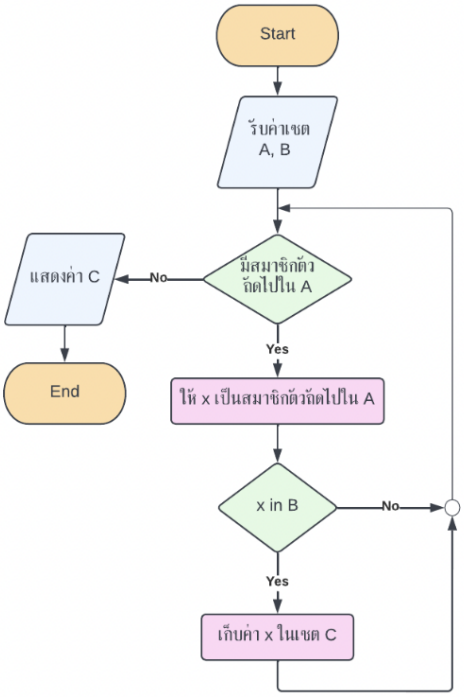
>>A = {0}

>>B = {1, 2, 3}

>>A & B

set()

**ทั้งนี้นักเรียนใช้คำสั่งที่ 1



1. จงเติมคำตอบลงในช่องว่างให้ถูกต้อง

กำหนดให้ U = {2, a, e, i}, A3 = {a, e} และ B3 = {2, e, i}

1) ผลลัพธ์ของ A3.intersection(B3) คือ _____

2) ผลลัพธ์ของ A3.union(B3) คือ _____

3) จงเขียนแผนภาพเวนน์-ออยเลอร์ ที่แทนเซต A3 และ B3

2. กำหนดให้ U เป็นเซตของจำนวนเต็มบวก

$A = \{x \mid 5 \leq x < 10\}$, $B = \{x \mid 2 < x \leq 6\}$ และ $C = \{x \mid 3 < x < 7\}$

จงเติมคำลงในช่องว่างให้ถูกต้อง

2.1 จงเขียนเซต U ในรูปการเขียนเซตแบบแจกแจงสมาชิก U = _____

จงเขียนเซต A ในรูปการเขียนเซตแบบแจกแจงสมาชิก A = _____

จงเขียนเซต B ในรูปการเขียนเซตแบบแจกแจงสมาชิก B = _____

จงเขียนเซต C ในรูปการเขียนเซตแบบแจกแจงสมาชิก C = _____

2.2 ผลลัพธ์ของ A.intersection(C) คือ_____

ผลลัพธ์ของ A.union(C) คือ_____

2.3 ผลลัพธ์ของ C.intersection(B) คือ_____

ผลลัพธ์ของ C.union(B) คือ_____

☺ **ข้อตกลง**: ในทางคณิตศาสตร์จะเรียก A.intersection(B) ว่า_____ ของเซต A และ B เขียนแทนด้วย_____

และเรียก A.union(B) ว่า _____ ของเซต A และ B เขียนแทนด้วย_____

ส่วนที่ 2:

คำชี้แจง: ให้นักเรียนตอบคำถามข้อ 3 - ข้อ 8 โดย**ไม่ใช้ภาษาไพธอน**

3. จงอธิบายความหมายอินเตอร์เซกชัน (Intersection) ของเซต A และ B

อินเตอร์เซกชันของเซต A และ B หมายถึง เซตที่ประกอบด้วยสมาชิกซึ่งเป็นสมาชิกของทั้ง.....................
นั่นคือ A ∩ B = {x | .... }

4. จงอธิบายความหมายยูเนียน (Union) ของเซต A และ B

ยูเนียนของเซต A และ B หมายถึง เซตที่ประกอบด้วยสมาชิกซึ่งเป็นสมาชิกของทั้ง..............................
นั่นคือ A ∪ B = {x | .... }

5. จงแรเงาส่วนที่แทนเซตในแต่ละข้อต่อไปนี้

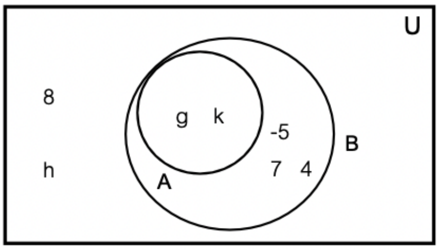
5.1 A ∩ B

เมื่อ เซต A และเซต B มีสมาชิกร่วมกันบางตัว

5.2 A ∪ B

เมื่อ เซต A และเซต B มีสมาชิกร่วมกันบางตัว

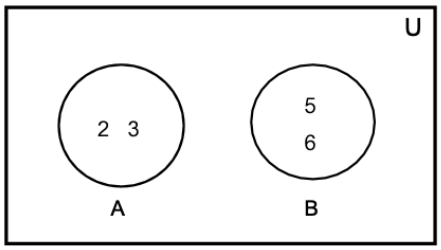
6. จงหา A ∩ B และ A ∪ B เมื่อกำหนดแผนภาพเวนน์ – ออยเลอร์ แสดงเซต ดังนี้



วิธีทำ จากแผนภาพเซต A และ B มีสมาชิกร่วมกัน ได้แก่..........และ..........จะได้ A ∩ B =................
เนื่องจาก A ∪ B เกิดจากการนำสมาชิกของเซต A และ B มาเขียนไว้ด้วยกัน จะได้ A ∪ B = ...

ดังนั้น A ∩ B = ...และ A ∪ B = ...

7. จงหา A ∩ B และ A ∪ B เมื่อกำหนดแผนภาพเวนน์ – ออยเลอร์ แสดงเซต ดังนี้



วิธีทำ จากแผนภาพเซต A และ B .....สมาชิกร่วมกัน จะได้ A ∩ B = ...
เนื่องจาก A ∪ B เกิดจากการนำสมาชิกของเซต A และ B มาเขียนไว้ด้วยกัน จะได้ A ∪ B = ...
ดังนั้น A ∩ B = ... และ A ∪ B = ...

8. กำหนดให้ U = {0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10}, A = {0, 2, 4, 6, 8}, B = {1, 3, 5, 7} และ C = {4, 5, 6} จงเขียนเซตต่อไปนี้แบบแจกแจงสมาชิก

8.1 C ∪ C = _____
8.2 C ∩ C =_____
8.3 A ∪ Ø =_____
8.4 A ∩ Ø =_____
8.5 B ∪ U =_____
8.6 B ∩ U =_____
8.7 A ∩ B =_____
8.8 B ∩ A =_____
8.9 A ∪ B =_____
8.10 B ∪ A =_____

ส่วนที่ 3:

คำชี้แจง: ให้นักเรียนตอบคำถามข้อ 9 - ข้อ 12 พร้อมทั้งปฏิบัติกิจกรรมดังรายละเอียดต่อไปนี้

☺ **ข้อสังเกต** จากการปฏิบัติกิจกรรมในส่วนที่ 1 และส่วนที่ 2 พบข้อสังเกต ดังนี้

ให้ A และ B เป็นสับเซตในเอกภพสัมพัทธ์ U

1) **สมบัตินิจพล** (Idempotent Properties)

1.1 A ∪ A =_____ 1.2 A ∩ _____= A

2) **สมบัติการสลับที่** (Commutative Properties)

2.1 _____= B ∪ A 2.2 A ∩ B =_____

3) **สมบัติเอกลักษณ์** (Identify Properties)

3.1 A ∪ _____= A 3.3 A ∩ Ø =_____

3.2 A ∪ U =_____ 3.4 A ∩ U =_____

↳ ใช้คำสั่ง A.intersection(B, C, . . .) และ A.union(B, C, . . .) ในภาษาไพธอนหาผลลัพธ์การดำเนินการระหว่างเซต (อินเตอร์เซกชัน และยูเนียน) แล้วตอบคำถามในแต่ละข้อให้ถูกต้อง

9. จงหาเซตในแต่ละข้อต่อไปนี้ เมื่อกำหนดให้ U = {0, {0}, 1, {1}, {1, 4}, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10}, A = {1, 2, {1, 4}, 5, 6}, B = {1, 2, 4, 6, 8}, C = {1, 2, 6, 9} **และ** D = {1, {1}, 5, 6, 9}

9.1 (A ∩ B) ∩ C =_____

จงแรเงาส่วนที่แทนเซต (A ∩ B) ∩ C

9.2 A ∩ (B ∩ C) =_____

จงแรเงาส่วนที่แทนเซต A ∩ (B ∩ C)

9.3 (A ∩ B ∩ C) ∩ D =_____

A ∩ (B ∩ C ∩ D) =_____

9.4 ให้ A, B, C, ..., Z เป็นสับเซตในเอกภพสัมพัทธ์ U

(A ∩ B ∩ ⋯ ∩ Y) ∩ Z = A ∩ (B ∩ C ∩ ⋯ ∩ Y ∩ Z) เป็นจริงหรือเท็จ

_____

_____

ให้นักเรียนตอบคำถามข้อ 10 - ข้อ 12 โดย**ไม่ใช้ภาษาไพธอน**

10. ให้ A, B, C, ..., Z เป็นสับเซตในเอกภพสัมพัทธ์ U
(A ∪ B ∪ ⋯ ∪ Y) ∪ Z = A ∪ (B ∪ C ∪ ⋯ ∪ Y ∪ Z) เป็นจริงหรือเท็จ

_____

11. จงหาเซตในแต่ละข้อต่อไปนี้ เมื่อกำหนดให้ U = {0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10}, A = {1, 2, 3}, B = {1, 2, 3, 6, 8, 9}, C = {1, 2, 6, 9} และ D = {2, 4, 6}

11.1 $A \cup (B \cap C)$ =_____

จงแรเงาส่วนที่แทนเซต $A \cup (B \cap C)$

11.2 $(A \cup B) \cap (A \cup C)$ =_____

จงแรเงาส่วนที่แทนเซต $(A \cup B) \cap (A \cup C)$

11.3 $A \cup (B \cap C \cap D)$ =_____

$(A \cup B) \cap (A \cup C) \cap (A \cup D)$ =_____

11.4 ให้ A, B, C, ..., Z เป็นสับเซตในเอกภพสัมพัทธ์ U

$A \cup (B \cap \cdots \cap Y \cap Z) = (A \cup B) \cap (A \cup C) \cap (A \cup D) \cap \cdots \cap (A \cup Z)$ เป็นจริงหรือเท็จ เพราะเหตุใด

..... เพราะว่า $A \cup (B \cap \cdots \cap Y \cap Z)$ = _____

= _____

⋮

= _____

12. ให้ A, B, C, ..., Z เป็นสับเซตในเอกภพสัมพัทธ์ U

$A \cap (B \cup \cdots \cup Y \cup Z) = (A \cap B) \cup (A \cap C) \cup (A \cap D) \cup \cdots \cup (A \cap Z)$ **เป็นจริงหรือเท็จ เพราะเหตุใด**

..... เพราะว่า $A \cap (B \cup \cdots \cup Y \cup Z)$ = _____

= _____

⋮

= _____

☺ **ข้อสังเกต** จากการปฏิบัติกิจกรรมในส่วนที่ 3 พบข้อสังเกต ดังนี้

ให้ A, B, C, ..., Z เป็นสับเซตในเอกภพสัมพัทธ์ U

1) **สมบัติการเปลี่ยนกลุ่ม** (Associative Properties)

1.1 $(A \cap B \cap \cdots \cap Y) \cap Z$ = _____

1.2 _____ = $A \cup (B \cup C \cup \cdots \cup Y \cup Z)$

2) **สมบัติการแจกแจง** (Distributive Properties)

2.1 _____ = $(A \cup B) \cap (A \cup C) \cap (A \cup D) \cap \cdots \cap (A \cup Z)$

2.2 $A \cap (B \cup \cdots \cup Y \cup Z)$ = _____

เตรียมความพร้อมก่อนเขียนโปรแกรม: ให้นักเรียนศึกษาการเขียน Flowchart โครงสร้างต่าง ๆ ในใบความรู้ เรื่อง ความรู้พื้นฐานของภาษาไพธอน (สำหรับนักเรียนที่ต้องการทบทวน)

ส่วนที่ 4:

คำชี้แจง: ให้นักเรียนออกแบบโปรแกรมด้วยภาษาไพธอน เพื่อแก้สถานการณ์ปัญหาในข้อ 13 แล้วตอบคำถามข้อ 13.1 ให้ถูกต้อง

13. สายธารได้รับมอบหมายจากหัวหน้างานฝ่ายการแข่งขันคณิตศาสตร์ระดับประเทศ

"ให้เขียนโปรแกรมหาเซตของคู่อันดับ (x, y) **ทั้งหมดซึ่งสอดคล้องกับอสมการ** $x^2 + y^2 \leq 5$ **และสมการ** $x^2 - y^2 = 0$ **เมื่อ** x **และ** y **เป็นจำนวนเต็ม โดยที่**

U **แทน** **เซตของจำนวนเต็ม**

E_i **แทน** $\{(x, y) \mid x, y \in \mathbb{Z}$ **และ** $x^2 + y^2 = i\}$ **สำหรับ** $i \in \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$

A **แทน** $\{(x, y) \mid x, y \in \mathbb{Z}$ **และ** $x^2 - y^2 = 0\}$

นอกจากนั้น หัวหน้างานได้กำชับว่า ต้องการให้โปรแกรมแสดงผลลัพธ์เป็นเซตของ E_i **และ** A (กรณีเป็นเซตอนันต์ สามารถกำหนด range(start, stop) ในภาษาไพธอนด้วยตนเองได้) **ซึ่งสอดคล้องกับอสมการ และสมการดังกล่าว จากนั้นใช้คำสั่ง** A.intersection(B, C, . . .) **หรือ** A.union(B, C, . . .) **เพื่อหาเซตของคู่อันดับ** (x, y)

เมื่อนักเรียนปฏิบัติกิจกรรมเสร็จสิ้น ให้ Save ไฟล์ชื่อ "SET4_ชื่อ_เลขที่"

วิธีทำ **ด้านทำความเข้าใจปัญหา**

กำหนดให้:

- _____
- _____
- _____
- _____
- _____
- _____

จากโจทย์ปัญหาข้างต้นต้องการหา:

- _____
- _____

ด้านวางแผนแก้ปัญหา

ต้องใช้ความรู้เกี่ยวกับ:

- _____
- _____

สามารถแสดงแนวคิด และวิธีการแก้ปัญหาได้ดังนี้:

ให้ __ แทน _____

__ แทน _____

จะสามารถเขียน Flowchart ได้ดังนี้

<u>ด้านดำเนินการแก้ปัญหาและตรวจสอบผลลัพธ์</u> (ส่วนนี้ให้นักเรียนแสดงผลลัพธ์ผ่านการเขียนโปรแกรมด้วยภาษาไพธอน

13.1 จงเติมคำตอบลงในตารางต่อไปนี้

สำหรับ $i = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$

ให้ $E_i = \{(x, y) \mid x, y \in \mathbb{Z} \text{ และ } x^2 + y^2 = i\}$ และ $A = \{(x, y) \mid x, y \in \mathbb{Z} \text{ และ } x^2 - y^2 = 0\}$

E_i	เซตของคู่อันดับ	จำนวนของคู่อันดับ (x, y)
E_0		
E_1		
E_2		
E_3		
E_4		
E_5		
$E_0 \cup E_1 \cup E_2 \cup E_3 \cup E_4 \cup E_5$		
$A \cap (E_0 \cup E_1 \cup E_2 \cup E_3 \cup E_4 \cup E_5)$		

ใบความรู้ที่ 2: เกร็ดความรู้เพิ่มเติม

☺ **ข้อสังเกต:**

จากข้อ 15.1 จะเห็นได้ว่า วิธีการหาจำนวนของคู่อันดับ (x, y) ซึ่งสอดคล้องกับอสมการ $x^2 + y^2 \leq 5$ เมื่อ x และ y เป็นจำนวนเต็ม คือ หาจำนวนของคู่อันดับแต่ละ $E_i = \{(x, y) \mid x, y \in \mathbb{Z} \text{ และ } x^2 + y^2 = i\}$ สำหรับ $i \in \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$ กล่าวคือ หาจำนวนของ $E_0 \cup E_1 \cup E_2 \cup E_3 \cup E_4 \cup E_5$

วิธีการข้างต้นเป็นแนวคิดเดียวกับหลักการนับเบื้องต้น ซึ่งนักเรียนจะได้เรียนในระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย ที่เรียกว่า**หลักการบวก** เป็นการทำงานหนึ่งประกอบด้วยวิธีการทำงานหลายวิธี และแต่ละวิธีการทำงานนั้นจะทำพร้อม ๆ กันไม่ได้ ดังนั้น การหาจำนวนวิธีการทำงานหนึ่ง หรือเหตุการณ์ที่เกิดขึ้น กระทำได้ดังนี้ ถ้าการทำงานหนึ่งประกอบด้วยวิธีการทำงาน k วิธี กล่าวคือ

วิธีการที่ 1 มีวิธีการทำงาน n_1 วิธี
วิธีการที่ 2 มีวิธีการทำงาน n_2 วิธี
⋮ ⋮
วิธีการที่ k มีวิธีการทำงาน n_k วิธี

โดยที่วิธีการทำงานแต่ละวิธีจะทำพร้อม ๆ กันไม่ได้ ดังนั้น **จำนวนวิธีทำงานนี้เท่ากับ** $n_1 + n_2 + \cdots + n_k$

เราสามารถเขียนหลักการบวกในรูปของเซตได้ดังนี้

หลักการบวกในรูปของเซต

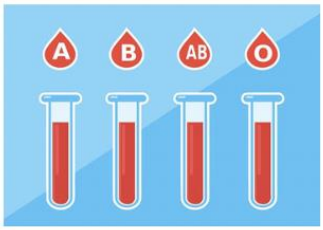
เมื่อเขียน n(E) แทน จำนวนสมาชิกของเซต E

ถ้า $E_1, E_2, \ldots, E_k$ เป็นเซตจำกัด k เซต ($k \geq 1$) โดยที่ $E_i \cap E_j = \emptyset$ สำหรับ i และ j ที่ $1 \leq i < j \leq k$ ดังนั้น

$$n(E_1 \cup E_2 \cup E_3 \cup \cdots \cup E_k) = n(E_1) + n(E_2) + \cdots + n(E_k)$$

ใบกิจกรรมที่ 6: The Stock

ยกตัวอย่างสถานการณ์: “ABO”



ในร่างกายคนเรามีโลหิตอยู่ประมาณร้อยละ 9 – 10 ของน้ำหนักตัว โลหิตมีความสำคัญต่อการดำรงชีวิตของเราเป็นอย่างมาก และมีส่วนประกอบที่สำคัญดังนี้

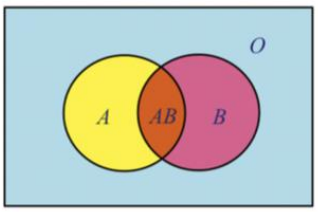
1. **ส่วนที่เป็นของเหลวซึ่งเรียกว่า น้ำโลหิต หรือพลาสมา (Plasma)** มีอยู่ประมาณร้อยละ 55 ของปริมาณโลหิตที่ไหลอยู่ในร่างกาย ในน้ำโลหิตประกอบด้วยน้ำร้อยละ 91 นอกนั้นเป็นสารอื่น ๆ ได้แก่ เอนไซม์ ฮอร์โมน สารอาหารต่าง ๆ และแก๊ส รวมทั้งของเสียที่ร่างกายไม่ต้องการ เช่น ยูเรีย แก๊สคาร์บอนไดออกไซด์ เป็นต้น น้ำโลหิตทำหน้าที่ลำเลียงสารอาหาร เอนไซม์ ฮอร์โมน และแก๊สกลับไปเลี้ยงเซลล์ต่าง ๆ ของร่างกาย และลำเลียงของเสียต่าง ๆ มายังปอดเพื่อขับออกจากร่างกาย

2. **ส่วนที่เป็นของแข็ง** ได้แก่ เซลล์เม็ดโลหิต และเกล็ดโลหิต ซึ่งมีอยู่ประมาณร้อยละ 45 ของปริมาณโลหิตทั้งหมด

หมู่โลหิต คือ การแยกโลหิตของคนเราออกเป็นหมู่/เป็นกรุ๊ป (Group หรือ Type) ตามชนิดของสารชีวเคมี (Biochemicalsubstance) ที่มีชื่อว่า ไกลโคโปรตีน (Glycoprotein) หรือไกลโคไลปิด (Glycolipid) ที่ร่างกายสร้างขึ้นและปรากฏบนผิวเม็ดโลหิตแดงและเรียกว่าแอนติเจน/สารก่อภูมิต้านทาน (Antigen) ซึ่งมีลักษณะจำเพาะในแต่ละหมู่โลหิต

โลหิตของมนุษย์สามารถแบ่งออกเป็น 2 กลุ่มใหญ่ ได้แก่ หมู่โลหิตระบบ ABO และหมู่โลหิตระบบ Rh

1. หมู่โลหิตระบบ ABO



หมู่โลหิตเริ่มค้นพบใน ค.ศ. 1900 โดย Karl Landsteiner พบหมู่โลหิต A, B, และ O ส่วนหมู่โลหิต AB พบโดย Von Decastello และ Sturli ในปี ค.ศ. 1902 สถิติหมู่โลหิต ABO ของคนไทย มีดังนี้

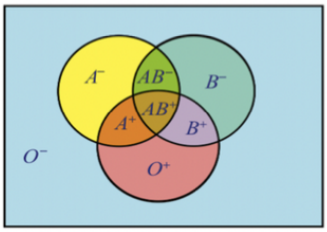
หมู่โลหิตเริ่มค้นพบใน ค.ศ. 1900 โดย Karl Landsteiner พบหมู่โลหิต A, B, และ O ส่วนหมู่โลหิต AB พบโดย Von Decastello และ Sturli ในปี ค.ศ. 1902 สถิติหมู่โลหิต ABO ของคนไทย มีดังนี้หมู่โลหิตระบบเอบีโอประกอบด้วยหมู่โลหิตหลัก 4 หมู่ได้แก่ หมู่เอ (A), หมู่บี (B), หมู่โอ (O) และหมู่เอบี (AB) ซึ่งกำหนดหมู่โลหิตได้โดยชนิดของแอนติเจน/สารก่อภูมิต้านทานที่อยู่บนผิวของเม็ดโลหิตแดง และแอนติบอดี/สารภูมิต้านทาน (Antibody) ที่อยู่ในน้ำเหลืองหรือพลาสมาซึ่งถูกสร้างขึ้นมาโดยธรรมชาติเช่นกัน แต่จะพบว่าคนเราจะไม่สร้างแอนติบอดีต่อแอนติเจนที่ตนเองมีอยู่แล้ว (แอนติบอดีหรือสารภูมิต้านทานเป็นสารที่ร่างกายสร้างขึ้นเมื่อมีสารแปลกปลอมหรือแอนติเจนเข้าสู่ร่างกาย) ดังนั้น เราจะสามารถบอกชนิด

ของหมู่โลหิตของแต่ละคนได้โดยการตรวจหาแอนติเจนและ แอนติบอดีจากโลหิต โดยหมู่โลหิตแต่ละหมู่จะมีลักษณะดังนี้

หมู่เอ: มีแอนติเจนเอบนผิวเม็ดโลหิตแดง มีแอนติบอดีบีในพลาสมา
หมู่บี: มีแอนติเจนบีบนผิวเม็ดโลหิตแดง มีแอนติบอดีเอในพลาสมา
หมู่โอ: ไม่มีแอนติเจนทั้งเอและบีบนผิวเม็ดโลหิตแดง แต่มีทั้งแอนติบอดีเอและบีในพลาสมา
หมู่เอบี: มีแอนติเจนทั้งเอและบีบนผิวเม็ดโลหิตแดง แต่ไม่มีทั้งแอนติบอดีเอและบีในพลาสมา

2. หมู่โลหิต ระบบอาร์เอช (Rh)

ปี ค.ศ. 1939 Levine และ Stetson รายงานการค้นพบหมู่โลหิตระบบอาร์เอช เป็นหมู่โลหิตที่ประกอบด้วย 2 หมู่



หมู่โลหิตอาร์เอชบวก (Rh Positive, Rh+) : ได้แก่ A^+, B^+, O^+ และ AB^+
หมู่โลหิตอาร์เอชลบ (Rh Negative, Rh-) : ได้แก่ A^-, B^-, O^- และ AB^-

หมู่โลหิตระบบอาร์เอชเป็นหมู่โลหิตที่มีความสำคัญรองลงมาจากหมู่โลหิตระบบเอบีโอ เนื่องจากสามารถกระตุ้นให้สร้างแอนติบอดีได้ดีกว่าแอนติเจนอื่น ๆ ของเม็ดโลหิตแดงปกติโดยธรรมชาติในคนเราจะไม่สร้างแอนติบอดีต่อแอนติเจน แต่จะพบว่า มากกว่า 80% ของคนหมู่อาร์เอชลบจะสร้างแอนติบอดีได้ เมื่อได้รับโลหิตหมู่อาร์เอชบวกจากการถ่ายโลหิต/ได้รับโลหิตหรือจากตั้งครรภ์ ดังนั้น จึงจำเป็นต้องตรวจหมู่โลหิตอาร์เอช (ตรวจได้จากการตรวจโลหิต) ทั้งในผู้ป่วยและในผู้บริจาคโลหิตเพื่อให้มั่นใจว่าผู้ป่วยที่เป็นหมู่โลหิตอาร์เอชลบ จะได้รับโลหิตอาร์เอชลบเท่านั้นเพื่อป้องกันการสร้างแอนติบอดี ซึ่งเป็นแอนติบอดีที่มีความสำคัญทางคลินิกเพราะสามารถทำให้เกิดเม็ดโลหิตแดงแตก/ถูกทำลายในคนที่มีแอนติบอดี และได้รับโลหิตอาร์เอชบวกเข้าไป

ถ้าผู้รับมีหมู่เลือด A ซึ่งมีแอนติบอดี B^- ได้รับเลือดของผู้ให้ที่มีเลือดหมู่ B แอนติเจนของผู้ให้ก็จะจับกับแอนติบอดีของผู้รับทำให้เม็ดเลือดแดงของผู้ให้จับตัวกันเป็นกลุ่มตกตะกอนทำให้เกิดอันตรายแก่ผู้รับได้ กล่าวโดยสรุปคือ การให้เลือดจะต้องระวังมิให้แอนติเจนของผู้ให้เป็นชนิดเดียวกันแอนติบอดีของผู้รับ

ตารางการให้เลือดและรับเลือด

Group	Can donate blood to	Can receive blood from
A	A and AB	A and O
B	B and AB	B and O
AB	AB	All groups
O	All groups	O

การถ่ายทอดหมู่โลหิต ระบบ ABO ของพ่อ-แม่-ลูก ที่เป็นไปได้

หมู่โลหิตของพ่อ	หมู่โลหิตของแม่	หมู่โลหิตของลูกที่อาจจะเป็นไปได้
O	O	O
O	A	O, A
O	B	O, B
O	AB	A, B
A	A	A, O
A	B	O, A, B, AB
A	AB	A, B, AB
B	B	B, O
B	AB	A, B, AB
AB	AB	A, B, AB

ที่มา: http://www.scimath.org/article-biology/item/7418-2017-08-08-07-40-26

ส่วนที่ 1:

คำชี้แจง: ให้นักเรียนใช้ภาษาไพธอนประกอบการปฏิบัติกิจกรรมด้วยคำสั่งต่าง ๆ ที่ระบุไว้ในแต่ละข้อ พร้อมทั้งตอบคำถามในใบกิจกรรมข้อ 1 - ข้อ 3 ให้ถูกต้อง โดยปฏิบัติตามขั้นตอนดังต่อไป

↳ กด Insert Cell Below แล้วใช้คำสั่ง len(S) (รายละเอียดดังตารางคำสั่งที่ 1) เพื่อสำรวจผลลัพธ์ที่ได้จากการรันโปรแกรม จากนั้นนำผลลัพธ์ที่ได้ตอบคำถามข้อ 1

คำสั่งที่ 1		
len(S)		
โดยที่ S คือ ตัวแปรชนิดข้อมูลเซตที่ต้องการแสดงจำนวนสมาชิกทั้งหมด		
ตัวอย่างที่ 1	**ตัวอย่างที่ 2**	**ตัวอย่างที่ 3**
>>S = {0}	>> B = {1, “w”, 4, “p”, 8}	>>A = {“a”, “b”, “c”}
>>len(S)	>>len(B)	>>len(A)
1	5	3

☺ **ข้อตกลง:** ในทางคณิตศาสตร์จะเขียนแทน**จำนวนสมาชิกของเซตจำกัด A ใด ๆ ด้วย** n(A)

1. จงเติมจำนวนสมาชิกของเซตต่อไปนี้ ลงในช่องว่างให้ถูกต้อง

1.1 กำหนดให้ U = {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10}, A1 = {1, 3, 5, 7} และ B1 = {2, 4, 6, 8, 10}

n(A1 ∪ B1) = _____ตัว

1.2 กำหนดให้ U = {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10}, A2 = {1, 1, 2} และ B2 = {1, 2, 2, 4, 6, 8, 8}

n(A2 ∩ B2) = _____ตัว

1.3 กำหนดให้ U = {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10}, A3 = {1, 1, 3, 5, 7} และ B3 = {2, 3, 3, 4, 5, 6, 6}

n(B3 – A3) = _____ตัว

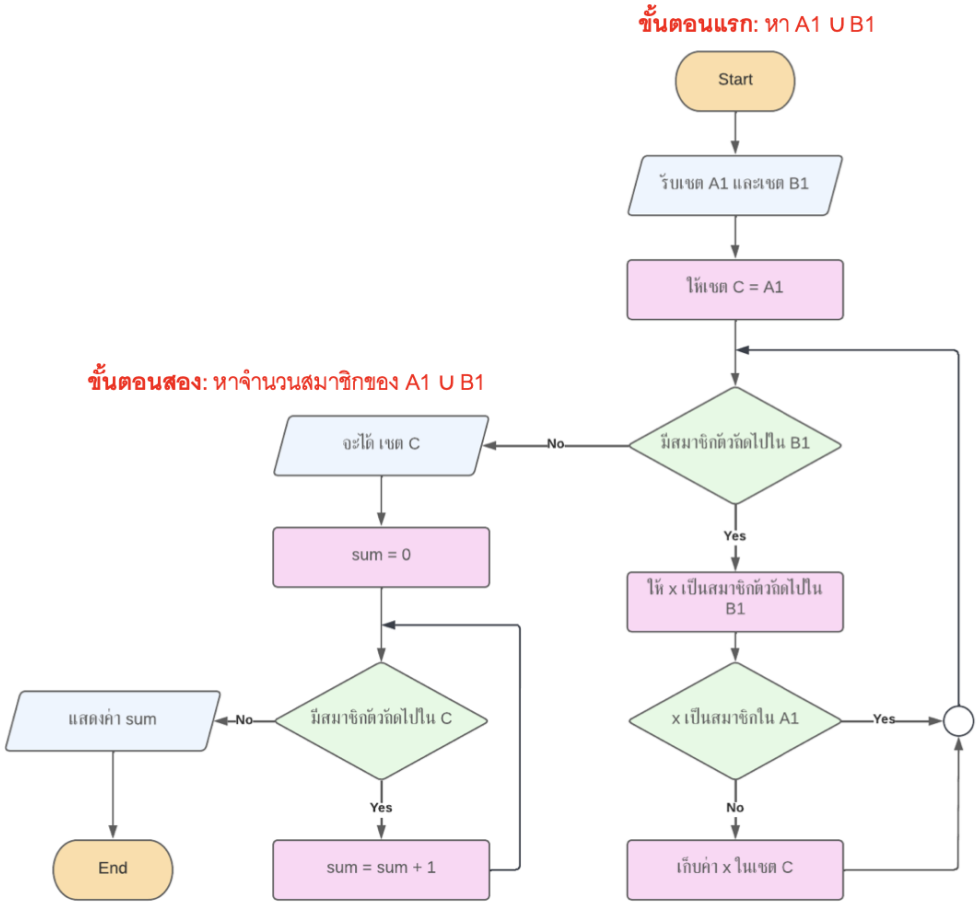
1.4 กำหนดให้ U = {2, a, e, i}, A4 = {a, e} และ B4 = {2, e, i}

$n(A4 - B4)^{/}$ = _____ตัว

1.5 กำหนดให้ U = {m, n, q}, A5 = {m, n} และ B5 = {n, q}

$n(B5^{/} \cap A5)$ = _____ตัว

ให้พิจารณาว่า “เพราะเหตุใดผลลัพธ์ที่ได้จากการรันโปรแกรมจึงแสดงผลเช่นนั้น” แล้วแสดงแนวคิดข้อ 1.1 ผ่านการเขียนผังงาน (Flowchart)



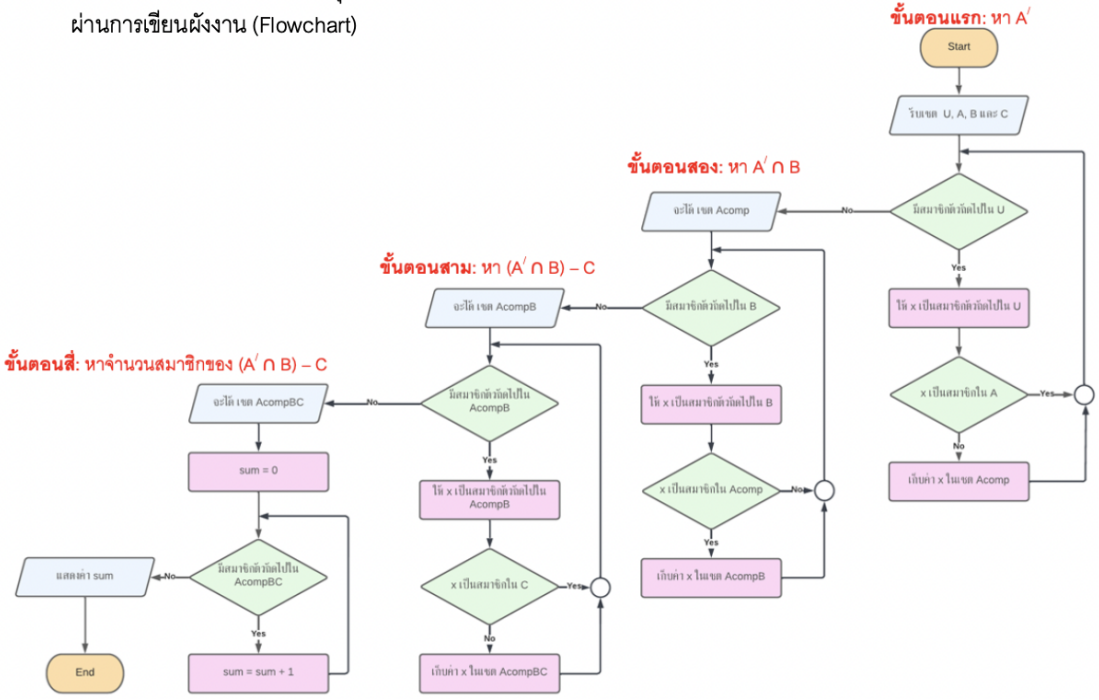
2. กำหนดให้ $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$
$A = \{x \mid 5 \leq x < 10\}$, $B = \{x \mid 2 < x \leq 6\}$ **และ** $C = \{x \mid 3 < x < 7\}$
จงหา $n((A' \cap B) - C)$

เนื่องจาก สามารถเขียนเซต U ในรูปการเขียนเซตแบบแจกแจงสมาชิกเป็น U = {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10}
สามารถเขียนเซต A ในรูปการเขียนเซตแบบแจกแจงสมาชิกเป็น A = {5, 6, 7, 8, 9}
สามารถเขียนเซต B ในรูปการเขียนเซตแบบแจกแจงสมาชิกเป็น B = {3, 4, 5, 6}
สามารถเขียนเซต C ในรูปการเขียนเซตแบบแจกแจงสมาชิกเป็น C = {4, 5, 6}
จะได้ $n((A' \cap B) - C)$ =_____ตัว

3. กำหนดให้ $U = \{x \in \mathbb{N} \mid 1 \leq x \leq 25\}$
$A = \{x \mid x^3 + 1 = 0\}$, $B = \{20, 21, 22, 23, 24, 25\}$ **และ** $C = \{x \mid x^2 = 529\}$
จงหา $n((C \cup A) - B')$

เนื่องจาก สามารถเขียนเซต U ในรูปการเขียนเซตแบบแจกแจงสมาชิกเป็น U = {1, 2, 3, . . . , 25}
สามารถเขียนเซต A ในรูปการเขียนเซตแบบแจกแจงสมาชิกเป็น A = ∅
สามารถเขียนเซต B ในรูปการเขียนเซตแบบแจกแจงสมาชิกเป็น B = {20, 21, 22, 23, 24, 25}
สามารถเขียนเซต C ในรูปการเขียนเซตแบบแจกแจงสมาชิกเป็น C = {23}
จะได้ $n((C \cup A) - B')$ =_____ตัว

ให้พิจารณาว่า “เพราะเหตุใดผลลัพธ์ที่ได้จากการรันโปรแกรมจึงแสดงผลเช่นนั้น” แล้วแสดงแนวคิดข้อ 2 ผ่านการเขียนผังงาน (Flowchart)



ส่วนที่ 2:

คำชี้แจง: ให้นักเรียนตอบคำถามข้อ 4 - ข้อ 5 และ ข้อ 8 - ข้อ 10 โดย**ไม่ใช้ภาษาไพธอน** สำหรับคำถามข้อ 6 - ข้อ 7 สามารถใช้ภาษาไพธอนตรวจสอบจำนวนสมาชิกของเซตต่าง ๆ ที่กำหนดให้ได้

4. จงอธิบายที่มาของผลลัพธ์ที่ได้จากการรันโปรแกรมในข้อต่อไปนี้

4.1 กำหนดให้ U = {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10}, A2 = {1, 1, 2} และ B2 = {1, 2, 2, 4, 6, 8, 8}

เนื่องจาก ..... = {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10}, ... = {1, 1, 2} และ ..... = {1, 2, 2, 4, 6, 8, 8}

จะได้ A2 ∩ B2 = _____ ดังนั้น n(A2 ∩ B2) =_____

4.2 กำหนดให้ U = {2, a, e, i}, A4 = {a, e} และ B4 = {2, e, i}

เนื่องจาก ..... = {2, a, e, i}, ... = {a, e} และ ..... = {2, e, i}

จะได้ A4 – B4 =_____

$(A4 - B4)'$ =_____

ดังนั้น $n(A4 - B4)'$ =_____

4.3 กำหนดให้ U = {m, n, q}, A5 = {m, n} และ B5 = {n, q}

เนื่องจาก ..... = {m, n, q}, ... = {m, n} และ ..... = {n, q}

จะได้ $B5'$ =_____

$B5' \cap A5$ =_____

ดังนั้น $n(B5' \cap A5)$ =_____

5. กำหนดให้ $U = \{x \in \mathbb{N} \mid 1 \leq x \leq 25\}$

$A = \{x \mid x^3 + 1 = 0\}$, $B = \{20, 21, 22, 23, 24, 25\}$ **และ** $C = \{x \mid x^2 = 529\}$

จงอธิบายแนวคิดของผลลัพธ์ที่ได้จากการรันโปรแกรมเพื่อหา $n((C \cup A) - B')$

เนื่องจาก สามารถเขียนเซต U ในรูปการเขียนเซตแบบแจกแจงสมาชิกเป็น U = _____

สามารถเขียนเซต A ในรูปการเขียนเซตแบบแจกแจงสมาชิกเป็น A = _____

สามารถเขียนเซต B ในรูปการเขียนเซตแบบแจกแจงสมาชิกเป็น B = _____

สามารถเขียนเซต C ในรูปการเขียนเซตแบบแจกแจงสมาชิกเป็น C = _____

จะได้ $C \cup A$ = _____และ B' = _____

$(C \cup A) - B'$ = _____ดังนั้น $n((C \cup A) - B')$ = _____

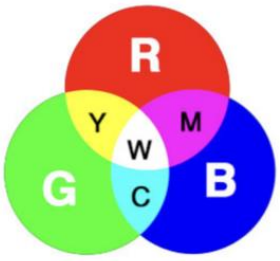
↳ สำหรับข้อ 6 – ข้อ 7 นักเรียนสามารถใช้คำสั่ง len(S) ในภาษาไพธอน เพื่อตรวจสอบจำนวนสมาชิกของเซตต่าง ๆ ประกอบการปฏิบัติกิจกรรมได้

6. จงตอบคำถามแต่ละข้อต่อไปนี้

6.1 ให้นักเรียนเขียนบันทึกคำตอบลงในตาราง

คำถามที่	เซต	n(A)	n(B)	n(A ∩ B)	n(A ∪ B)
1	A = {1, 2, 3, {2}, 4} และ B = {{1, 2, 3}, 4, a, b}	5	4	1	8
2	A = { {1, 2, 3} } และ B = { {1, 2, 3} }				
3	A = {1, 2, . . ., 10} และ B = Ø	10	0	0	10
4	A = {2, 3, 5, 7} และ B = {7, 10, 20, p, x, z}	4	6	1	9
5	A = Ø และ B = {1234, 1, 2, 3}				
6	A = {5, 7, 9} และ B = {e, g, k, v, g, h}	3	5	0	8
7	A = {c, o, v, i, d, 1, 9} และ B = {1, 9, c, o, v, i, d}	7	7	7	7
8	A = { {0}, 0, {0, {0}} } และ B = {0, {{0}, {0}} }	3	2	1	4

เกร็ดความรู้: เนื่องจากเนื้อหาในส่วนต่อไปนักเรียนจำเป็นต้องใช้ความรู้เกี่ยวกับการเขียนแผนภาพเวนน์-ออยเลอร์ประกอบการแก้ปัญหา ซึ่งปัญหาต่าง ๆ อาจมีการดำเนินการเขียนแผนภาพหลายขั้นตอน เพื่อให้นักเรียนเกิดมโนภาพระหว่างเขียนแผนภาพมากขึ้น จะขอเสนอการใช้สีดังนี้



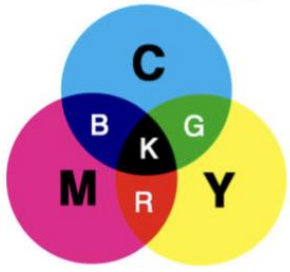
Addative
Red, Green Blue
Used with projectors, TVs, & computers
R + G = Y, R + B = M, B + G = C, R + G + B = W

RGB เป็นสีของแสง หรือคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าที่เรามองเห็นได้ ความยาวคลื่นแสงที่แตกต่างกันทำให้เกิดแสงสีต่างๆ มากมาย เมื่อแสงสีต่างๆ เข้ามาผสมมากขึ้นทำให้เกิดความสว่างมากขึ้น เมื่อสว่างถึงจุดหนึ่งก็กลายเป็นแสงสีขาว เราเรียกระบบสีที่ทำงานแบบนี้ว่า “Additive” คือ เมื่อผสมมากก็ยิ่งสว่างมาก

แม่สี RGB ประกอบด้วย R = Red-แดง, G = Green-เขียว และ B = Blue-น้ำเงิน **แสงสีที่ใช้กับระบบนี้ได้แก่ จอมอนิเตอร์ จอโทรทัศน์ โปรเจ็กเตอร์ เว็บ คอมพิวเตอร์ เครื่องฉายแสงอื่น ๆ**

CMY เป็นสีของสาร หรือหมึกพิมพ์ซึ่งจะทำงานในลักษณะตรงข้ามกับสีของ GRB เมื่อผสมกันมากขึ้น ๆ แทนที่จะสว่างขึ้นกลับมืดเข้มลง เราเรียกระบบสีที่ทำงานแบบนี้ว่า “Subtractive”

แม่สี CMY ประกอบด้วย C = Cyan-ฟ้าอมเขียว, M = Magenta-ม่วงแดง และ Y = Yellow-เหลือง **โหมดสี CMY ใช้ในงานสื่อสิ่งพิมพ์เป็นส่วนใหญ่**



Subtractive
AKA “Process Color”
Used with print
C + Y = G, C + M = B, M + Y = R, C + M + Y = K

☺ เพราะว่าการเรียนการสอนครั้งนี้ใช้ภาษาไพธอนซึ่งอยู่ภายใต้การใช้งานของคอมพิวเตอร์ จึง**เหมาะสมกับการใช้สีของแสง** (RGB)

↳ ให้นักเรียนรันโปรแกรมใน Cell ช่อง #Cardinality2Set เพื่อศึกษาความสัมพันธ์ระหว่าง n(A), n(B), n(A ∩ B) และ n(A ∪ B) เพิ่มเติม

6.2 ให้นักเรียนเขียน “ข้อความคาดการณ์ที่แสดงความสัมพันธ์ระหว่าง n(A), n(B), n(A ∩ B) และ n(A ∪ B)”

ให้ _____

จะสามารถเขียนข้อความคาดการณ์ได้ดังนี้

---

7. จงตอบคำถามแต่ละข้อต่อไปนี้

7.1 ให้นักเรียนเขียนบันทึกคำตอบลงในตาราง

คำถามที่	เซต	n(A)	n(B)	n(C)	n(A ∩ B)	n(A ∩ C)	n(B ∩ C)	n(A∩B∩C)	n(A∪B∪C)
1	A = {1, 2, 3, {2}, 4}, B = {{1, 2, 3}, 4, a, b} และ C = {2, 3, 4, b}	5	4	4	1	3	2	1	8
2	A = { {1, 2, 3} }, B = { {1, 2, 3} } และ C = { {1, 2, 3}, 4, 5}								
3	A = {1, 2, . . ., 10}, B = ∅ และ C = {8, 10, 20}	10	0	3	0	2	0	0	11
4	A = {2, 3, 5, 7}, B = {7, 10, 20, p, x, z} และ C = {p, x, 7}	4	6	3	1	1	3	1	9
5	A = ∅ B = {1234, 1, 2, 3} และ C = {2}								
6	A = {5, 7, 9}, B = {e, g, k, v, g, h} และ C = {7, g, z}	3	6	3	0	1	1	0	10
7	A = {c, o, v, i, d, 1, 9}, B = {1, 9, c, o, v, i, d} และ C = { d, 1, 9, c, o, v, i }	7	7	7	7	7	7	7	7
8	A = { {0}, 0, {0, {0}} }, B = {0, {{0}, {0}} } และ C = {0, {0, {0}} }	3	2	2	1	2	1	1	4

↳ ให้นักเรียนรันโปรแกรมใน Cell ช่อง #Cardinality3Set เพื่อศึกษาความสัมพันธ์ระหว่าง n(A), n(B), n(C), n(A ∩ B), n(A ∩ C), n(B ∩ C), n(A ∩ B ∩ C) และ n(A ∪ B ∪ C) เพิ่มเติม

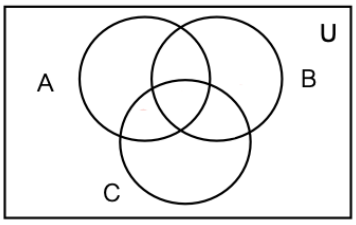
7.2 ให้นักเรียนเขียน “ข้อความคาดการณ์ที่แสดงความสัมพันธ์ระหว่าง n(A), n(B), n(C), n(A ∩ B), n(A ∩ C), n(B ∩ C), n(A ∩ B ∩ C) และ n(A ∪ B ∪ C)”

ให้ _____

จะสามารถเขียนข้อความคาดการณ์ได้ดังนี้

↳ ให้นักเรียนรันโปรแกรมใน Cell ช่อง #เกร็ดความรู้เพิ่มเติม1 เพื่อศึกษาจำนวนสมาชิกของเซตเพิ่มเติม แล้วตอบคำถามข้อ 8 – ข้อ 10

8. กำหนดให้ n(U) = 49, n(A) = 20, n(B) = 25, n(C) = 18, n(A ∩ B) = 13, n(A ∩ C) = 11, n(B ∩ C) = 12 และ n(A ∩ B ∩ C) = 8 จงหา n(A ∩ B)′ ∪ C โดยใช้แผนภาพเวนน์ – ออยเลอร์



เนื่องจาก n(A ∩ B) = 13, n(A ∩ C) = 11, n(B ∩ C) = 12 และ n(A ∩ B ∩ C) = 8

จะได้ว่า ส่วนของ A ∩ B ที่ไม่อยู่ในเซต A ∩ B ∩ C มีจำนวนสมาชิก ..... ตัว

ส่วนของ A ∩ C ที่ไม่อยู่ในเซต A ∩ B ∩ C มีจำนวนสมาชิก .....ตัว

ส่วนของ B ∩ C ที่ไม่อยู่ในเซต A ∩ B ∩ C มีจำนวนสมาชิก .....ตัว

เนื่องจาก n(A) = 20, n(B) = 25, n(C) = 18 และ n(U) = 49

จะได้ว่า ส่วนของเซต A ที่ไม่อยู่ในเซต B และ C มีจำนวนสมาชิก .....ตัว

ส่วนของเซต B ที่ไม่อยู่ในเซต A และ C มีจำนวนสมาชิก .....ตัว

ส่วนของเซต C ที่ไม่อยู่ในเซต B และ A มีจำนวนสมาชิก .....ตัว

ส่วนของเซต U ที่ไม่อยู่ในเซต A ∪ B ∪ C มีจำนวนสมาชิก .....ตัว

จากแผนภาพเวนน์ - ออยเลอร์ จะได้ n(A ∩ B)′ ∪ C .....ตัว

9. กำหนดให้ $n(U) = 70, n(A) = 40, n(B) = 20, n(C) = 18$ และ $n(A \cup B)' = 20$
จงหา $n(A \cap B)$ โดยใช้สูตร

เนื่องจาก $n(U) =$ ....., $n(A) =$ ....., $n(B) =$ ....., $n(C) =$ ..... และ $n(A \cup B)' =$ .....

จะได้ $n(A \cup B)$ = ...

= .....

= .....

เพราะว่า $n(A \cap B)$ = ...

= .....

= .....

ดังนั้น $n(A \cap B)$ = ...

10. กำหนดให้ $n(A \cap B) = 5, n(A' - B) = 10, n(A \cup B') = 20$ และ $n(A' \cup B) = 40$
จงหา $n(A), n(B), n(A \cup B)$ และ $n(U)$

เนื่องจาก $A' - B$ = ... = ...

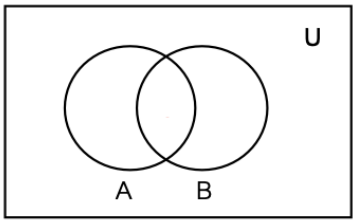
จะได้ $n(A' - B)$ = ... = ...

เนื่องจาก $A \cup B'$ = ... = ...

จะได้ $n(A \cup B')$ = ... = ...

$n(A' \cup B)$ = ... = ...

จะสามารถเขียนแผนภาพเวนน์ - ออยเลอร์ ได้ดังนี้



เพราะว่า $n(B - A)'$ = ... จะได้ a = ...

$n(A - B)'$ = ... จะได้ b = ...

ดังนั้น $n(A)$ = ..., $n(B)$ = ..., $n(A \cup B)$ = ... และ $n(U)$ = ...

↳ ให้นักเรียนรันโปรแกรมใน Cell ช่อง #เกร็ดความรู้เพิ่มเติม2 เพื่อศึกษาการแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับจำนวนสมาชิกของเซตจำกัด

ส่วนที่ 3:

คำชี้แจง: ให้นักเรียนแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับจำนวนสมาชิกของเซตจำกัดในข้อ 11 – ข้อ 12 พร้อมทั้งแสดงวิธีทำอย่างละเอียด

11. นักเรียนโรงเรียนมัธยมแห่งหนึ่งมีจำนวนนักเรียนที่เลือกวิชาคอมพิวเตอร์ หรือคณิตศาสตร์ หรือภาษาอังกฤษจำนวน 300 คน ซึ่งมีรายละเอียดการเลือก ดังนี้

- 150 คน เลือกวิชาคอมพิวเตอร์
- 206 คน เลือกวิชาคณิตศาสตร์
- 80 คน เลือกวิชาภาษาอังกฤษ
- 74 คน เลือกวิชาคอมพิวเตอร์และคณิตศาสตร์
- 32 คน เลือกวิชาคอมพิวเตอร์และอังกฤษ
- 20 คน เลือกทั้ง 3 วิชา

จงหาจำนวนนักเรียนที่เลือกเรียนวิชาเดียว

วิธีทำ **ด้านเข้าใจปัญหา**

จากโจทย์ปัญหาข้างต้นต้องการหา:

- _____
- _____

โดยกำหนดให้:

- _____
- _____
- _____
- _____
- _____
- _____

ด้านวางแผนแก้ปัญหา

ต้องใช้ความรู้เกี่ยวกับ:

- _____
- _____
- _____

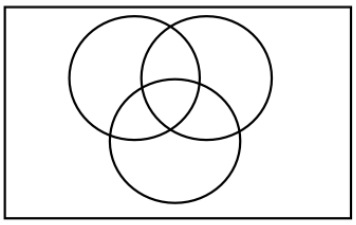
สามารถแสดงแนวคิด และวิธีการแก้ปัญหาได้ดังนี้:

ให้ C แทน _____

M แทน _____

E แทน _____

จะสามารถเขียนแผนภาพเวนน์ - ออยเลอร์ ได้ดังนี้



เนื่องจาก _____

จะได้ว่า _____

_____

_____

_____

_____

_____

_____

_____

_____

_____

_____

_____

_____

_____

_____

_____

_____

<u>ด้านคำตอบ</u>

_____

_____

↳ นักเรียนสามารถศึกษารายละเอียดเกี่ยวกับ OR, PTT, THAI และ TTB เพิ่มเติมผ่านช่องทางต่าง ๆ เช่น Google, Youtube, หนังสือ หรือผู้รู้

12. ข้อมูลจากสำนักข่าว eFinGold รายงานเกี่ยวกับจำนวนผู้ถือหุ้น OR หลังการเข้าซื้อ-ขาย ในตลาดหลักทรัพย์แห่งประเทศไทย (The Stock Exchange of Thailand หรือ SET) เมื่อวันที่ 11 กุมภาพันธ์ พ.ศ. 2564 ที่ผ่านมา พบว่า มีนักลงทุนรายย่อยซื้อหุ้น OR จำนวนทั้งหมด 5.3 แสนราย โดยบริษัทที่มีผู้ถือหุ้นรายย่อยสูงสุด 3 อันดับแรกในปี พ.ศ. 2564 ได้แก่ PTT, THAI และ TTB (ที่มาข้อมูล: https://www.efinancethai.com)

จากการสำรวจ พบว่า ทั้ง 3 บริษัทมีจำนวนนักลงทุนรายย่อยสัมพันธ์กันดังนี้

- มีนักลงทุนรายย่อยอื่นที่ไม่ได้ถือหุ้นทั้ง 3 บริษัท จำนวน 325,000 ราย
- มีนักลงทุนรายย่อยอื่นที่ถือหุ้น 2 บริษัทขึ้นไป จำนวน 100,000 ราย
- มีนักลงทุนรายย่อยอื่นที่ถือหุ้นร่วมกับบริษัท PTT และ THAI จำนวน 70,000 ราย
- มีนักลงทุนรายย่อยอื่นที่ถือหุ้นร่วมกับบริษัท PTT และ TTB จำนวน 60,000 ราย
- มีนักลงทุนรายย่อยอื่นที่ถือหุ้นร่วมกับบริษัท THAI และ TTB จำนวน 50,000 ราย
- มีนักลงทุนรายย่อยอื่นที่ไม่ได้ถือหุ้นร่วมกับบริษัท THAI เลย จำนวน 29,000 ราย

จงหาจำนวนนักลงทุนรายย่อยอื่นที่ถือหุ้นร่วมกับบริษัท THAI เพียงบริษัทเดียว

วิธีทำ

ด้านเข้าใจปัญหา

จากโจทย์ปัญหาข้างต้นต้องการหา:

- _____
- _____

โดยกำหนดให้:

- _____
- _____
- _____
- _____
- _____
- _____

<u>ด้านวางแผนแก้ปัญหา</u>

ต้องใช้ความรู้เกี่ยวกับ:

- _____
- _____
- _____
- _____

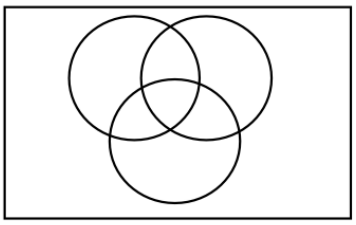
สามารถแสดงแนวคิด และวิธีการแก้ปัญหาได้ดังนี้:

ให้ __ แทน _____

__ แทน _____

__ แทน _____

จะสามารถเขียนแผนภาพเวนน์ - ออยเลอร์ได้ดังนี้



เนื่องจาก _____

จะได้ว่า _____

_____

_____

_____

_____

_____

_____

_____

_____

<u>ด้านคำตอบ</u>

_____

_____

ใบกิจกรรมที่ 7: Crypto

เตรียมความพร้อมก่อนเขียนโปรแกรม:

- ให้นักเรียนศึกษาในใบความรู้: ความรู้พื้นฐานของภาษาไพธอน ดังนี้ (ใช้เวลาประมาณ 15 นาที)
  1) การเขียน Flowchart โครงสร้างต่าง ๆ
  2) การเปลี่ยนตัวแปรชนิดสตริงให้เป็นจำนวนเต็มด้วยคำสั่ง int()
  3) ตัวดำเนินการทางคณิตศาสตร์ (Arithmetic Operator) ของภาษาไพธอน
  4) คำสั่งที่ 1 และ 2 ดังตารางด้านล่าง ด้วยตนเอง

คำสั่งที่ 1

len(S)

โดยที่ S คือ ตัวแปรชนิดข้อมูลเซตที่ต้องการแสดงจำนวนสมาชิกทั้งหมด

ตัวอย่างที่ 1	**ตัวอย่างที่ 2**	**ตัวอย่างที่ 3**
>>S = {0}	>> B = {1, “w”, 4, “p”, 8}	>>A = {“a”, “b”, “c”}
>>len(S)	>>len(B)	>>len(A)
1	5	3

คำสั่งที่ 2

variable = input('arg')

โดยที่ variable คือ ตัวแปรที่ใช้เก็บข้อมูล input โดยจะเก็บตามชนิดข้อมูลที่ป้อนเข้ามา
arg คือ ข้อความที่แสดงบนหน้าจอก่อนรับข้อมูล input

ตัวอย่าง

```
>>> a = input('Enter a number of your ages : ')        #รับ input เก็บในตัวแปร
Output:   Enter a number of your ages : 12             #แสดงข้อความและรับค่า
>>> print('Your age is ', a)                           #แสดงค่าในตัวแปรที่รับมาจาก input
Output:    Your age is 12
```

Preliminary

↳ สามารถใช้คำสั่ง len(S) ในภาษาไพธอน เพื่อตรวจสอบจำนวนสมาชิกของเซตต่าง ๆ ประกอบการปฏิบัติกิจกรรมได้

Preliminary1 ให้นักเรียนเขียนบันทึกคำตอบลงในตาราง

เซต	n(A)	n(B)	n(C)	n(D)	n(A ∩ B)	n(A ∩ C)	n(A ∩ D)	n(B ∩ C)	n(B ∩ D)	n(C ∩ D)	n(A∩B∩C)	n(A∩B∩D)	n(A∩C∩D)	n(B∩C∩D)	n(A∩B∩C∩D)
1. A = {1, 2, 3, {2}, 4} B = {{1, 2, 3}, 4, a, b} C = {2, 3, 4, b} D = {1, 2, 3, b}	5	4	4	4	1	3	3	2	1	3	1	0	2	1	0
2. A = { {1, 2, 3} } B = { {1, 2, 3} } C = { {1, 2, 3}, 4, 5} D = {1, 2, 3}															
3. A = {1, 2, . . ., 10} B = ∅ C = {8, 10, 20} D = {8, 10}	10	0	3	2	0	2	2	0	0	2	0	0	2	0	0
4. A = {2, 3, 5, 7} B = {7, 10, 20, p, x, z} C = {p, x, 7} D = {x, 7, 20}	4	6	3	3	1	1	0	3	3	2	1	1	1	2	1
5. A = ∅ B = {1234, 1, 2, 3} C = {2} D = {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8}															
n(A ∪ B ∪ C ∪ D)											**ข้อ 1**	**ข้อ 2**	**ข้อ 3**	**ข้อ 4**	**ข้อ 5**

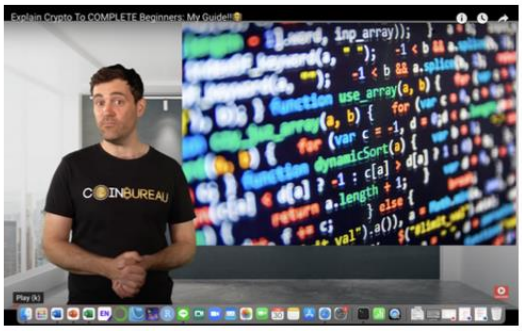
Preliminary2 ให้นักเรียนเขียน "ข้อความคาดการณ์ที่แสดงความสัมพันธ์ระหว่าง n(A), n(B), n(C), n(D), n(A ∩ B), n(A ∩ C), n(A ∩ D), n(B ∩ C), n(B ∩ D), n(C ∩ D), n(A ∩ B ∩ C), n(A ∩ B ∩ D), n(A ∩ C ∩ D), n(B ∩ C ∩ D), n(A ∩ B ∩ C ∩ D) และ n(A ∪ B ∪ C ∪ D)

ให้ ..... เป็นเซตใด ๆ จะสามารถเขียนข้อความคาดการณ์ได้ดังนี้

_____

_____

คำชี้แจง: ให้นักเรียนศึกษาความรู้เพิ่มเติมเกี่ยวกับ “การลงทุน Crypto และสกุลเงินต่าง ๆ” จากวีดิโอ Explain Crypto To COMPLETE Beginners: My Guide บรรยายโดย Bureau USA จากนั้นปฏิบัติกิจกรรมข้อ 1 –ข้อ 3



1. ให้นักเรียนสำรวจความสนใจเกี่ยวกับการลงทุน Crypto เพื่อซื้อสกุลเงินจำนวน 4 สกุลเงิน (ได้แก่ BTC, ETH, BNB และ DOT) ของเพื่อนในห้องผ่าน Google Form (https://forms.gle/KbKR4PvdqW4zyhg6A)
แล้วบันทึกข้อมูลที่ได้ลงในตารางด้านล่าง

กำหนดให้ BTC, ETH, BNB และ DOT เป็นเซตจำกัด

✍ สำหรับข้อนี้จะเขียนจำนวนคนที่ลงทุน Crypto แทนด้วยสี่เหลี่ยมสีต่าง ๆ ดังนี้

n(BTC) n(ETH) n(BNB) n(DOT) n(BTC ∩ ETH)

n(BTC ∩ BNB) n(BTC ∩ DOT) n(ETH ∩ BNB) n(ETH ∩ DOT) n(BNB ∩ DOT)

n(BTC ∩ ETH ∩ BNB) n(BTC ∩ ETH ∩ DOT)

n(BTC ∩ BNB ∩ DOT) n(ETH ∩ BNB ∩ DOT)

n(BTC ∩ ETH ∩ BNB ∩ DOT)

จำนวนสมาชิก	จำนวนเพื่อนที่ลงทุนรวม

2. ให้นักเรียนออกแบบโปรแกรม “หาจำนวนคนที่ลงทุน Crypto ทั้ง 4 สกุลเงิน” โดยต้องการให้:
   - โปรแกรมรับจำนวนคนที่ลงทุน Crypto ทั้งหมดที่เป็นไปได้ เพื่อนำไปสู่สิ่งที่ต้องการหาผลลัพธ์
   - แสดงผลลัพธ์เป็นจำนวนคนที่ลงทุน Crypto ทั้ง 4 สกุลเงิน

   เมื่อนักเรียนปฏิบัติกิจกรรมเสร็จสิ้น ให้ Save ไฟล์ชื่อ “SET6+7_ชื่อ_เลขที่”

วิธีทำ

ด้านเข้าใจปัญหา

จากโจทย์ปัญหาข้างต้นต้องการหา:

- _____
- _____

โดยกำหนดให้:

- _____
- _____
- _____
- _____
- _____
- _____

ด้านวางแผนแก้ปัญหา

ต้องใช้ความรู้เกี่ยวกับ:

- _____
- _____
- _____
- _____

สามารถแสดงแนวคิด และวิธีการแก้ปัญหาได้ดังนี้:

ให้ __ แทน _____
__ แทน _____
__ แทน _____
__ แทน _____
__ แทน _____
__ แทน _____
__ แทน _____

__ แทน _____
__ แทน _____
__ แทน _____
__ แทน _____
__ แทน _____
__ แทน _____
__ แทน _____
__ แทน _____

ให้ num แทน _____
จะได้ num = _____

จะสามารถเขียน Flowchart ได้ดังนี้

<u>ด้านคำตอบ</u>

_____
_____

3. การลงทุน Crypto เป็นที่ให้ความสนใจกับนักลงทุนหน้าใหม่หลาย ๆ คน และจากการสำรวจ พบว่า จำนวนนักลงทุนหน้าใหม่ที่เลือกลงทุน Crypto ทั้ง 4 สกุลเงินมีดังนี้

n(BTC) = 5	n(ETH) = 4	n(BNB) = 3	n(DOT) = 3
n(BTC ∩ ETH) = 3	n(BTC ∩ BNB) = 2	n(BTC ∩ DOT) = 1	n(ETH ∩ BNB) = 3
n(ETH ∩ DOT) = 2	n(BNB ∩ DOT) = 2	n(BTC ∩ ETH ∩ BNB) = 4	n(BTC ∩ ETH∩ DOT)=3
n(BTC ∩ BNB ∩ DOT) = 2	n(ETH ∩ BNB ∩ DOT)=1	n(BTC ∩ ETH ∩ BNB ∩ DOT) = 2	

สมมติว่า สกุลเงินทั้ง 4 มีราคาขาย ณ วันที่ 31 มกราคม พ.ศ. 2564 เป็น 1 THB = 33.62 Coin เมื่อ Coin แทน สกุลเงิน BTC, ETH, BNB และ DOT

กำหนดให้ เงินต้นของผู้ลงทุนทั้งหมด (เพื่อนในห้อง และนักลงทุนหน้าใหม่) มีดังนี้

จำนวนทั้งหมดของผู้ลงทุน	เงินต้น (บาท) / คน
1 – 5	500
6 – 10	1,000
11 – 15	1,500
16 – 20	2,000

จากข้อ 1, 2 และข้อมูลข้างต้น ให้นักเรียนเปรียบเทียบทรัพย์สินที่ได้จากการลงทุน Crypto ทั้ง 4 สกุลเงิน พร้อมทั้งระบุทรัพย์สินรวมของ “เพื่อนในห้อง” กับ “นักลงทุนหน้าใหม่” [นักเรียนสามารถ **1)** หาจำนวนคนที่ลงทุน Crypto ทั้ง 4 สกุลเงิน จากผลการรันโปรแกรมในข้อ 2 และ **2)** คำนวณทรัพย์สินด้วยภาษาไพธอนได้]

<u>วิธีทำ</u> **<u>ด้านเข้าใจปัญหา</u>**

จากโจทย์ปัญหาข้างต้นต้องการหา:

- _____
- _____

โดยกำหนดให้:

- _____
- _____
- _____
- _____
- _____

<u>ด้านวางแผนแก้ปัญหา</u>

ต้องใช้ความรู้เกี่ยวกับ:

- _____
- _____
- _____
- _____

สามารถแสดงแนวคิด และวิธีการแก้ปัญหาได้ดังนี้:

ให้ __ แทน _____

__ แทน _____

__ แทน _____

เนื่องจาก _____

จะได้ว่า _____

_____

_____

_____

_____

_____

_____

_____

_____

_____

_____

_____

_____

_____

_____

_____

<u>ด้านคำตอบ</u>

_____

_____

ภาคผนวก จ
รายนามผู้เชี่ยวชาญ

ที่ อว 8718/1073

บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ
114 สุขุมวิท 23 แขวงคลองเตยเหนือ
เขตวัฒนา กรุงเทพฯ 10110

26 เมษายน 2565

เรื่อง ขอความอนุเคราะห์เชิญบุคลากรในสังกัดเป็นผู้เชี่ยวชาญ

เรียน ผู้อำนวยการโรงเรียนวิทยาศาสตร์จุฬาภรณราชวิทยาลัย ลพบุรี

เนื่องด้วย นางสาวเขมจิรา เที่ยงอยู่ นิสิตระดับปริญญาเอก สาขาวิชาคณิตศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ได้รับอนุมัติให้ทำปริญญานิพนธ์ เรื่อง “การพัฒนากิจกรรมการเรียนการสอนที่เสริมสร้างระดับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เซต ตามกรอบทฤษฎี APOS โดยใช้ภาษาไพธอน สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษา” โดยมี ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.สายัณห์ โสธะโร และอาจารย์ ดร.เสริมศรี ไทยแท้ เป็นอาจารย์ที่ปรึกษาปริญญานิพนธ์

ในการนี้ บัณฑิตวิทยาลัยขอเรียนเชิญ นางสาววัชรี จันทร์เผือก เป็นผู้เชี่ยวชาญตรวจแผนการจัดการเรียนรู้ แบบทดสอบย่อย แบบทดสอบวัดระดับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์เรื่องเซต และแบบสัมภาษณ์ ทั้งนี้ นิสิตได้ติดต่อประสานงานเบื้องต้นกับบุคลากรของท่านแล้ว และจะประสานงานในรายละเอียดดังกล่าวต่อไป

จึงเรียนมาเพื่อขอความอนุเคราะห์บุคลากรในสังกัดเป็นผู้เชี่ยวชาญให้ นางสาวเขมจิรา เที่ยงอยู่ และขอขอบพระคุณมา ณ โอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(รองศาสตราจารย์ นายแพทย์ฉัตรชัย เอกปัญญาสกุล)
รักษาการแทนคณบดีบัณฑิตวิทยาลัย

สำนักงานคณบดีบัณฑิตวิทยาลัย
โทร. 0 2649 5064
หมายเหตุ : สอบถามข้อมูลเพิ่มเติมกรุณาติดต่อนิสิต โทรศัพท์ 089 539 6928

ที่ อว 8718/1073

บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ
114 สุขุมวิท 23 แขวงคลองเตยเหนือ
เขตวัฒนา กรุงเทพฯ 10110

26 เมษายน 2565

เรื่อง ขอความอนุเคราะห์เชิญบุคลากรในสังกัดเป็นผู้เชี่ยวชาญ
เรียน ผู้อำนวยการโรงเรียนพิบูลวิทยาลัย จังหวัดลพบุรี

เนื่องด้วย นางสาวเขมจิรา เที่ยงอยู่ นิสิตระดับปริญญาเอก สาขาวิชาคณิตศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ได้รับอนุมัติให้ทำปริญญานิพนธ์ เรื่อง “การพัฒนากิจกรรมการเรียนการสอนที่เสริมสร้างระดับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เซต ตามกรอบทฤษฎี APOS โดยใช้ภาษาไพธอน สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษา” โดยมี ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.สายัณห์ โสธะโร และอาจารย์ ดร.เสริมศรี ไทยแท้ เป็นอาจารย์ที่ปรึกษาปริญญานิพนธ์

ในการนี้ บัณฑิตวิทยาลัยขอเรียนเชิญ นายศุภสฤษฎ์ ชาปัญญา เป็นผู้เชี่ยวชาญตรวจแบบสอบถาม ทั้งนี้ นิสิตได้ติดต่อประสานงานเบื้องต้นกับบุคลากรของท่านแล้ว และจะประสานงานในรายละเอียดดังกล่าวต่อไป

จึงเรียนมาเพื่อขอความอนุเคราะห์บุคลากรในสังกัดเป็นผู้เชี่ยวชาญให้ นางสาวเขมจิรา เที่ยงอยู่ และขอขอบพระคุณมา ณ โอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(รองศาสตราจารย์ นายแพทย์ฉัตรชัย เอกปัญญาสกุล)
รักษาการแทนคณบดีบัณฑิตวิทยาลัย

สำนักงานคณบดีบัณฑิตวิทยาลัย
โทร. 0 2649 5064
หมายเหตุ : สอบถามข้อมูลเพิ่มเติมกรุณาติดต่อนิสิต โทรศัพท์ 089 539 6928

บันทึกข้อความ

ส่วนงาน งานบริหารและธุรการ บัณฑิตวิทยาลัย โทร. 15644

ที่ อว 8718.1/1074 **วันที่** 26 เมษายน 2565

เรื่อง ขอความอนุเคราะห์เชิญบุคลากรในสังกัดเป็นผู้เชี่ยวชาญ

เรียน คณบดีคณะวิทยาศาสตร์

เนื่องด้วย นางสาวเขมจิรา เที่ยงอยู่ นิสิตระดับปริญญาเอก สาขาวิชาคณิตศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ได้รับอนุมัติให้ทำปริญญานิพนธ์ เรื่อง “การพัฒนากิจกรรมการเรียนการสอนที่เสริมสร้างระดับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เซต ตามกรอบทฤษฎี APOS โดยใช้ภาษาไพธอน สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษา” โดยมี ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.สายัณห์ โสธะโร และอาจารย์ ดร.เสริมศรี ไทยแท้ เป็นอาจารย์ที่ปรึกษาปริญญานิพนธ์

ในการนี้ บัณฑิตวิทยาลัยขอเรียนเชิญ ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.ขวัญ เพียซ้าย และอาจารย์ ดร.ธีรศักดิ์ ฉลาดการณ์ เป็นผู้เชี่ยวชาญตรวจแบบสอบถาม แผนการจัดการเรียนรู้ แบบทดสอบย่อย แบบทดสอบวัดระดับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์เรื่องเซต และแบบสัมภาษณ์ ทั้งนี้ นิสิตได้ติดต่อประสานงานเบื้องต้นกับบุคลากรของท่านแล้ว และจะประสานงานในรายละเอียดดังกล่าวต่อไป สามารถสอบถามข้อมูลเพิ่มเติมได้ที่โทร.086 905 1813

จึงเรียนมาเพื่อขอความอนุเคราะห์บุคลากรในสังกัดเป็นผู้เชี่ยวชาญให้ นางสาวเขมจิรา เที่ยงอยู่ และขอขอบพระคุณมา ณ โอกาสนี้

(รองศาสตราจารย์ นายแพทย์ฉัตรชัย เอกปัญญาสกุล)
รักษาการแทนคณบดีบัณฑิตวิทยาลัย

ประวัติผู้เขียน