



ผลกระทบของความดันสูงต่อความหนาแน่นของของไหลยวดยิ่งและความลึกซาบซึมได้  
ของตัวนำยวดยิ่งที่ขึ้นกับทิศทาง

HIGH PRESSURE EFFECTS ON SUPERFLUID DENSITY AND PENETRATION DEPTH  
OF ANISOTROPIC SUPERCONDUCTORS

กฤษฎิชนม์ ชนินกุล

บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ

2565

ผลกระทบของความดันสูงต่อความหนาแน่นของของไหลยวดยิ่งและความลึกซาบซึมได้  
ของตัวนำยวดยิ่งที่ขึ้นกับทิศทาง



ปริญญานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตร  
ปรัชญาดุษฎีบัณฑิต สาขาวิชาฟิสิกส์  
คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ  
ปีการศึกษา 2565  
ลิขสิทธิ์ของมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ

HIGH PRESSURE EFFECTS ON SUPERFLUID DENSITY AND PENETRATION DEPTH  
OF ANISOTROPIC SUPERCONDUCTORS



GRITTICHON CHANILKUL

A Dissertation Submitted in Partial Fulfillment of the Requirements  
for the Degree of DOCTOR OF PHILOSOPHY  
(Physics)

Faculty of Science, Srinakharinwirot University

2022

Copyright of Srinakharinwirot University

ปริญญานิพนธ์

เรื่อง

ผลกระทบของความดันสูงต่อความหนาแน่นของของไหลวอดยั้งและความลึกซาบซึมได้  
ของตัวนำวอดยั้งที่ขึ้นกับทิศทาง

ของ

กฤษฎิชนม์ ชนิตกุล

ได้รับอนุมัติจากบัณฑิตวิทยาลัยให้นับเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตร

ปริญญาปรัชญาดุษฎีบัณฑิต สาขาวิชาฟิสิกส์

ของมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ

(รองศาสตราจารย์ นายแพทย์ฉัตรชัย เอกปัญญาสกุล)

คณบดีบัณฑิตวิทยาลัย

คณะกรรมการสอบปากเปล่าปริญญานิพนธ์

..... ที่ปรึกษาหลัก ..... ประธาน  
(รองศาสตราจารย์ ดร.พงษ์แก้ว อุดมสมุทรวิโรฒ) (รองศาสตราจารย์ ดร.สุรศักดิ์ เชียงกา)

..... ที่ปรึกษาร่วม ..... กรรมการ  
(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.อาภาพงศ์ ชั่งจันทร์) (รองศาสตราจารย์ ดร.สมศักดิ์ พิมาณแพง)

..... กรรมการ  
(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.อารีญา เลี่ยมบุญ)

ชื่อเรื่อง	ผลกระทบของความดันสูงต่อความหนาแน่นของของไหลยวดยิ่งและความลึกซาบซึมได้ของตัวนำยวดยิ่งที่ขึ้นกับทิศทาง
ผู้วิจัย	กฤษฎิชนม์ ชนิลกุล
ปริญญา	ปรัชญาดุษฎีบัณฑิต
ปีการศึกษา	2565
อาจารย์ที่ปรึกษา	รองศาสตราจารย์ ดร. พงษ์แก้ว อุดมสมุทรศิริ
อาจารย์ที่ปรึกษาร่วม	ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. อาภาพงศ์ ชั่งจันทร์

งานวิจัยนี้มีจุดมุ่งหมายเพื่อศึกษาผลกระทบของความดันสูงต่อความหนาแน่นของของไหลยวดยิ่งและความลึกซาบซึมได้ของตัวนำยวดยิ่งที่ขึ้นกับทิศทาง โดยใช้ทฤษฎีฟังก์ชันคลื่นทฤษฎีบีซีเอส สมการความดันภายนอกและประยุกต์ใช้ฟังก์ชันเดลต้าของความหนาแน่นของสถานะอิเล็กตรอนเพื่ออธิบายคุณสมบัติของตัวนำยวดยิ่งทั้งที่ไม่ขึ้นกับทิศทางและขึ้นกับทิศทาง ชนิดคลื่นเอสและคลื่นดี สำหรับการคำนวณสมการเชิงเส้นของความหนาแน่นของของไหลยวดยิ่งและความลึกซาบซึมได้ในแต่ละชนิดของตัวนำยวดยิ่งที่มีพารามิเตอร์ของความดันเป็น  $\chi$ ,  $\epsilon_0$  และ  $Qp$  และการคำนวณเชิงตัวเลขของตัวนำยวดยิ่ง  $H_3S$  และ  $LaH_{10}$  พบว่าค่า  $\chi = 473$ ,  $\epsilon_0 = 91$  และ  $Qp = 0.1$  และ  $\chi = 504$ ,  $\epsilon_0 = 100$  และ  $Qp = 0.1$  จะให้ค่าใกล้เคียงกับอุณหภูมิวิกฤติที่ได้จากการทดลองและพบว่าค่าความแตกต่างความหนาแน่นของของไหลยวดยิ่งที่สูงสุดของตัวนำยวดยิ่งชนิดคลื่นเอสจะมีค่าประมาณอยู่ 0.7 เท่าของอุณหภูมิวิกฤติ และตัวนำยวดยิ่งชนิดคลื่นดีจะมีค่าประมาณอยู่ 0.6 เท่าของอุณหภูมิวิกฤติ หลังจากนั้นนำค่าความลึกซาบซึมได้จากการคำนวณเชิงตัวเลขเปรียบเทียบกับผลการทดลองของ  $H_3S$  พบว่า  $\lambda(0) = 189$  nm. มีค่าใกล้เคียงกับผลการทดลอง.

คำสำคัญ : ความหนาแน่นของของไหลยวดยิ่ง, ตัวนำยวดยิ่งไฮโดรเจน, ผลกระทบของความดัน, ความลึกซาบซึมได้, ตัวนำยวดยิ่งขึ้นกับทิศทาง

Title	HIGH PRESSURE EFFECTS ON SUPERFLUID DENSITY AND PENETRATION DEPTH OF ANISOTROPIC SUPERCONDUCTORS
Author	GRITTICHON CHANILKUL
Degree	DOCTOR OF PHILOSOPHY
Academic Year	2022
Thesis Advisor	Associate Professor Dr. Pongkaew Udomsamuthirun
Co Advisor	Assistant Professor Dr. Arpapong Changjan

The purpose of this research is to study the effects of high pressure on the superfluid density and the penetration depth of anisotropic superconductors. In order to accomplish this, BCS theory and the semiclassical approach were utilized along with the dispersion relation and electron density delta function to describe s-wave and d-wave superconductors. The analytic equations for superfluid density and penetration depth were derived for each type of superconductor using pressure parameters  $\chi$ ,  $\epsilon_0$ , and  $Qp$  and numerical calculations were conducted for the  $H_3S$  and  $LaH_{10}$  superconductors. The results showed that values of  $\chi = 473$ ,  $\epsilon_0 = 91$ , and  $Qp = 0.1$ , and  $\chi = 504$ ,  $\epsilon_0 = 100$ , and  $Qp = 0.1$  provided critical temperature values that were closely aligned with the experimental data. Furthermore, the findings indicated that S-wave superconductors had a maximum difference in superfluid density of approximately 0.7 times the critical temperature, while D-wave superconductors had a maximum difference of 0.6 times the critical temperature. Finally, our numerical evaluation of the penetration depth revealed a value of  $\lambda(0) = 189$  nm, which agreed closely with the experimental results.

Keyword : Superfluid density, Hydride superconductors, Pressure effect, Penetration depth, Anisotropic superconductors

## กิตติกรรมประกาศ

ปริญญานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จลุล่วงได้นั้น เกิดจากความช่วยเหลือจาก รศ.ดร.พงษ์แก้ว อุดมสมุทราธิรัญญ (ที่ปรึกษาหลัก) และ ผศ.ดร.อาภาพงศ์ ชั่งจันทร์ (ที่ปรึกษาร่วม) โดยทั้งสองท่านได้ให้ความรู้ ความเข้าใจ คำแนะนำที่เกี่ยวกับชื่องานวิจัย ทำให้ผู้เขียนมีความซาบซึ้งในงานวิจัยและคำแนะนำจากอาจารย์ที่ปรึกษาทั้งสองท่าน อีกทั้งคณะกรรมการอาจารย์ รศ.ดร.สุรศักดิ์ เชียงกา รศ.ดร.สมัคร พิมานแพง และ ผศ.ดร.อารีญา เอี่ยมบุญ ให้ความอนุเคราะห์ในการเป็นคณะกรรมการการสอบปากเปล่า ปริญญานิพนธ์และให้คำแนะนำในการแก้ไข ปรับปรุง เพื่อให้ปริญญานิพนธ์ฉบับนี้เสร็จสิ้นสมบูรณ์ นอกเหนือจากนั้นผู้เขียนยังขอขอบพระคุณอาจารย์ภาควิชาฟิสิกส์ มศว ผศ.ดร.สุพจน์ มุศิริ ผศ.ดร.สุรวุฒิ วิจาร์ณ ผศ.ดร.สุวรรณ พลายพิชิต รศ.ดร.ฐิติพงศ์ เครือหงส์ และอาจารย์ท่านอื่นๆที่ให้โอกาสการเข้าถึงองค์ความรู้ และการดำรงชีพ ตลอดระยะเวลาในการศึกษา เพื่อองค์ความรู้ที่สำคัญในการทำวิจัยครั้งนี้

สำหรับด้านการสนับสนุนในการทำวิจัย ผู้เขียนขอขอบคุณบัณฑิตวิทยาลัยที่อำนวยความสะดวกตามระเบียบมหาวิทยาลัยในการทำวิจัย และขอขอบคุณ คุณธัญนพ นิลกำจร คุณเสริมสุข รัตเรง คุณวิวัฒน์ เครือวงศ์และ คุณณัฐชานันท์ รัตนโกเศรษฐ์ ที่ให้ความช่วยเหลือและอำนวยความสะดวกในการทำวิจัย อีกทั้งพี่ๆ น้องๆ ฟิสิกส์ มศว พี่เฟิร์น พี่โจ เพื่อนนวม เพื่อนอ้อม น้องใหญ่ น้องปอนด์ น้องไอ และน้องกล้า ที่คอยให้คำแนะนำหนังสือทั้งในด้านการสอบและการทำวิจัยครั้งนี้

สำหรับกำลังใจในการทำวิจัย ผู้เขียนขอขอบคุณทุกท่าน ตั้งแต่ที่เริ่มเข้ารับการศึกษา จนถึงสำเร็จการศึกษา คุณพ่อปฐุพนธ์ ชนิลกุล คุณแม่ประไพศรี ชนิลกุล น้องชายภคพัชญ์ ชนิลกุล คุณกิตติพงษ์ อ่อนคง คุณชนิษฐา สีดาคำ คุณwillholm ho และผู้มีส่วนเกี่ยวข้องทุกท่าน

นอกเหนือจากนั้นขอขอบคุณทุนสนับสนุนโครงการพัฒนากำลังคนด้านวิทยาศาสตร์ (ทุนเรียนดีวิทยาศาสตร์แห่งประเทศไทย) เป็นอย่างสูงสำหรับการเรียนและการทำวิจัยครั้งนี้ หวังว่าสามารถนำองค์ความรู้ไปประกอบอาชีพในสังคมและอนาคตต่อไป

กฤษฎิชนม์ ชนิลกุล

## สารบัญ

	หน้า
บทคัดย่อภาษาไทย .....	ง
บทคัดย่อภาษาอังกฤษ.....	จ
กิตติกรรมประกาศ.....	ฉ
สารบัญ .....	ช
สารบัญตาราง.....	ญ
สารบัญรูปภาพ .....	ฎ
บทที่ 1 บทนำ.....	1
1.การค้นพบตัวนำวอดยี่งแบบดั้งเดิม .....	1
2.การพัฒนาตัวนำวอดยี่งอุณหภูมิสูง.....	7
3.ตัวนำวอดยี่งใกล้อุณหภูมิห้อง .....	8
4.ตัวนำวอดยี่งกลุ่มไฮไดรด์ .....	9
5.สมบัติของตัวนำวอดยี่ง.....	13
6.ความมุ่งหมายของการทำวิจัย .....	14
7.ความสำคัญของการทำวิจัย.....	15
8.ขอบเขตของการทำวิจัย.....	15
บทที่ 2 ทฤษฎีและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง .....	16
1.แบบจำลองของไหลสองส่วน .....	16
2.สมการลอนดอน.....	17
3.ทฤษฎีกินซ์เบิร์กและแลนดาว .....	20
4.ทฤษฎีบีซีเอส .....	24
5.ผลกระทบของความดันต่อสภาพนำวอดยี่ง.....	34



6. ทฤษฎีकि่งคลาสสิก .....	38
7. ช่องว่างพลังงานที่ขึ้นกับทิศทาง .....	44
8. งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง .....	47
บทที่ 3 วิธีการดำเนินการวิจัย .....	52
1. คำนวณสมการความหนาแน่นของของไหลยวดยิ่งและความลึกซาบซึมได้ที่มีความดัน ภายนอกโดยพิจารณาช่องว่างพลังงานไม่ขึ้นกับทิศทาง (Isotropic).....	54
2. คำนวณสมการผลกระทบความดันภายนอกต่อช่องว่างพลังงานในกรณีต่างๆและอุณหภูมิ วิกฤติ.....	56
3. คำนวณสมการความหนาแน่นของของไหลยวดยิ่งที่มีความดันภายนอก 3 มิติของ องค์ประกอบระนาบเอบีและองค์ประกอบแกนซีโดยใช้ช่องว่างพลังงานขึ้นกับทิศทางชนิด คลื่นเอส .....	62
4. คำนวณสมการความลึกซาบซึมได้ที่มีความดันภายนอก 3 มิติขององค์ประกอบระนาบเอบี และองค์ประกอบแกนซีโดยใช้ช่องว่างพลังงานขึ้นกับทิศทางชนิดคลื่นเอส .....	69
5. คำนวณความหนาแน่นของของไหลยวดยิ่ง ความลึกซาบซึมได้ และช่องว่างพลังงานของคลื่น ดีภายใต้ความดันในกรณีที่ $T$ ต่างๆ .....	71
บทที่ 4 ผลการวิจัย .....	82
1. สำหรับการคำนวณเชิงตัวเลข .....	82
1.1 กรณีช่องว่างพลังงานเป็นคลื่นเอสและไม่ขึ้นกับทิศทาง.....	82
1.2 กรณีช่องว่างพลังงานเป็นคลื่นเอสและขึ้นกับทิศทาง .....	90
1.3 กรณีช่องว่างพลังงานเป็นคลื่นดี .....	103
2. สำหรับการคำนวณเชิงเส้น .....	111
2.1 กรณีช่องว่างพลังงานเป็นคลื่นเอสและไม่ขึ้นกับทิศทาง.....	111
2.2 กรณีช่องว่างพลังงานเป็นคลื่นเอสและขึ้นกับทิศทาง .....	115
2.3 กรณีช่องว่างพลังงานเป็นคลื่นดี .....	121

บทที่ 5 สรุป อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ.....	126
บรรณานุกรม .....	142
ภาคผนวก.....	148
ประวัติผู้เขียน.....	151



## สารบัญตาราง

	หน้า
ตาราง 1 ค่าสัมประสิทธิ์ไอโซโทปของตัวนำยวดยิ่งในธาตุและสารประกอบ .....	4
ตาราง 2 อุณหภูมิวิกฤติของธาตุที่เป็นตัวนำยวดยิ่ง.....	6
ตาราง 3 อุณหภูมิวิกฤติของสารประกอบที่เป็นตัวนำยวดยิ่ง .....	7
ตาราง 4 ค่าคุณสมบัติและพารามิเตอร์ของตัวนำยวดยิ่งต่างๆ .....	49
ตาราง 5 ค่าพารามิเตอร์ของความดันต่างๆที่คำนวณ $T_c$ และ $\Delta_0$ ของ $H_3S$ .....	126
ตาราง 6 ค่า $Qp$ ที่คำนวณ $T_c$ และ $\Delta_0$ ของ $H_3S$ .....	127
ตาราง 7 ค่าพารามิเตอร์ของความดันต่างๆที่คำนวณ $T_c$ และ $\Delta_0$ ของ $LaH_{10}$ .....	128
ตาราง 8 ค่า $Qp$ ที่คำนวณ $T_c$ และ $\Delta_0$ ของ $LaH_{10}$ .....	128
ตาราง 9 ค่าพารามิเตอร์ของความดันต่างๆที่คำนวณ $T_c$ และ $\Delta_0$ ของ $CaAlSi$ รูปทรงรี .....	130
ตาราง 10 ค่า $Qp$ ที่คำนวณ $T_c$ และ $\Delta_0$ ของ $CaAlSi$ รูปทรงรี .....	130
ตาราง 11 ค่าพารามิเตอร์ของความดันต่างๆที่คำนวณ $T_c$ และ $\Delta_0$ ของ $CaAlSi$ รูปแบนแค้ก .	132
ตาราง 12 ค่า $Qp$ ที่คำนวณ $T_c$ และ $\Delta_0$ ของ $CaAlSi$ รูปแบนแค้ก .....	133
ตาราง 13 ค่าพารามิเตอร์ของความดันต่างๆที่คำนวณ $T_c$ และ $\Delta_0$ ของ $LaSrCuO$ .....	135
ตาราง 14 ค่า $Qp$ ที่คำนวณ $T_c$ และ $\Delta_0$ ของ $LaSrCuO$ .....	135
ตาราง 15 ค่าพารามิเตอร์ของความดันต่างๆที่คำนวณ $T_c$ และ $\Delta_0$ ของ $YBaCuO$ .....	137
ตาราง 16 ค่า $Qp$ ที่คำนวณ $T_c$ และ $\Delta_0$ ของ $YBaCuO$ .....	137
ตาราง 17 ค่าพารามิเตอร์ของ $H_3S$ สำหรับสมการที่ (248) และทฤษฎีกิ่งคลาสสิก .....	139
ตาราง 18 ค่าพารามิเตอร์ของตัวนำยวดยิ่งต่างๆ .....	141

## สารบัญรูปภาพ

	หน้า
ภาพประกอบ 1 ความต้านทานไฟฟ้า ( $\Omega$ ) และอุณหภูมิ ( $K$ ) ของ Hg .....	1
ภาพประกอบ 2 อุณหภูมิกวิกฤติ ความหนาแน่นกระแสวิกฤติ .....	2
ภาพประกอบ 3 (1) ตัวนำปกติในสนามแม่เหล็ก (2) ตัวนำยวดยิ่งในสนามแม่เหล็ก .....	3
ภาพประกอบ 4 (1) ตัวนำปกติในสนามแม่เหล็ก (2) ตัวนำยวดยิ่งที่มีเส้นแรงแม่เหล็กคงค้าง .....	4
ภาพประกอบ 5 ค่าความจุความร้อนของสถานะปกติ ( $C_n / T$ ) .....	5
ภาพประกอบ 6 อุณหภูมิกวิกฤติที่ 35.1 K ของตัวนำยวดยิ่ง La-Ba-CuO .....	8
ภาพประกอบ 7 อุณหภูมิกวิกฤติและช่องว่างพลังงานของตัวนำยวดยิ่ง $MgB_2$ .....	8
ภาพประกอบ 8 อุณหภูมิกวิกฤติและสนามแม่เหล็กวิกฤติของตัวนำยวดยิ่ง Fe-based .....	9
ภาพประกอบ 9 อุณหภูมิกวิกฤติและวิธีการเตรียมดีเอซี (DAC) ของตัวนำยวดยิ่ง $H_3S$ .....	10
ภาพประกอบ 10 การเปลี่ยนเฟสระหว่างความดันและอุณหภูมิของ $H_2$ .....	11
ภาพประกอบ 11 การเปลี่ยนเฟสความดันและสมบัติเชิงแสงของ H .....	11
ภาพประกอบ 12 อุณหภูมิกวิกฤติและความดันต่างๆของตัวนำยวดยิ่ง $CSH_x$ .....	12
ภาพประกอบ 13 ช่วงเวลาการค้นพบตัวนำยวดยิ่งที่อุณหภูมิต่างๆ .....	12
ภาพประกอบ 14 แบบจำลองของไหลสองส่วนที่ขึ้นกับอุณหภูมิของของเหลว He .....	17
ภาพประกอบ 15 การลดลงของสนามแม่เหล็กที่ซาบซึมได้เข้าไปในตัวนำยวดยิ่ง .....	19
ภาพประกอบ 16 ความสัมพันธ์ระหว่างความลึกซาบซึมได้กับอุณหภูมิ .....	20
ภาพประกอบ 17 สนามแม่เหล็กภายนอก ( $B_a$ ) และสนามแม่เหล็กภายใน ( $B_i$ ) .....	22
ภาพประกอบ 18 สนามแม่เหล็กภายนอก ( $B_a$ ) และสนามแม่เหล็กภายใน ( $B_i$ ) .....	23
ภาพประกอบ 19 อันตรกิริยาระหว่างคู่อิเล็กตรอนและมีโฟนอนเป็นสื่อกลาง .....	24
ภาพประกอบ 20 อัตราส่วนช่องว่างพลังงานที่อุณหภูมิต่ำต่อช่องว่างพลังงานที่ศูนย์เคลวิน .....	33
ภาพประกอบ 21 ความสัมพันธ์ของความดันและอุณหภูมิกวิกฤติของตัวนำยวดยิ่งต่างๆ .....	34

ภาพประกอบ 22 ความสัมพันธ์ของความดันและอุณหภูมิวิกฤติของตัวนำยวดยิ่งอัลลอย .....	35
ภาพประกอบ 23 การเพิ่มขึ้นของอุณหภูมิวิกฤติด้วยความดันของตัวนำยวดยิ่ง La-Ba-CuO ....	36
ภาพประกอบ 24 การเพิ่มขึ้นของอุณหภูมิวิกฤติด้วยความดันของตัวนำยวดยิ่ง Hg.....	37
ภาพประกอบ 25 การลดลงของอุณหภูมิวิกฤติด้วยความดันของตัวนำยวดยิ่ง $MgB_2$ .....	37
ภาพประกอบ 26 การลดลงของอุณหภูมิวิกฤติด้วยความดันของ (a) CaAlSi (b) SrAlSi.....	38
ภาพประกอบ 27 องค์ประกอบของความเร็วในปริภูมิสามมิติของโมเมนตัม.....	41
ภาพประกอบ 28 ช่องว่างพลังงานที่ขึ้นกับทิศทางในปริภูมิโมเมนตัมรูปทรงรีชนิดคลื่นเอส.....	44
ภาพประกอบ 29 ความหนาแน่นของของไหลยวดยิ่งในองค์ประกอบต่างๆ.....	44
ภาพประกอบ 30 ช่องว่างพลังงานที่ขึ้นกับทิศทางในปริภูมิโมเมนตัมรูปทรงแพนเค้กชนิดคลื่นเอส .....	45
ภาพประกอบ 31 ช่องว่างพลังงานที่ขึ้นกับทิศทางในระนาบ ab และแกน c ของ CaAlSi .....	45
ภาพประกอบ 32 ความหนาแน่นของของไหลยวดยิ่งและอุณหภูมิ .....	46
ภาพประกอบ 33 ค่าพารามิเตอร์ที่เงื่อนไขต่างๆของความดันและอุณหภูมิวิกฤติ.....	49
ภาพประกอบ 34 ความสัมพันธ์ของอุณหภูมิวิกฤติ การเพิ่มขึ้นแถบพลังงาน .....	51
ภาพประกอบ 35 ความหนาแน่นของของไหลยวดยิ่งกับอุณหภูมิในค่าพารามิเตอร์ต่างๆของ $H_3S$ .....	83
ภาพประกอบ 36 ความหนาแน่นของของไหลยวดยิ่งกับอุณหภูมิในค่าพารามิเตอร์ต่างๆของ $H_3S$ .....	83
ภาพประกอบ 37 ความหนาแน่นของของไหลยวดยิ่งกับอุณหภูมิในค่าพารามิเตอร์ต่างๆของ $H_3S$ .....	84
ภาพประกอบ 38 ความลึกซาบซึมได้กับอุณหภูมิในค่าพารามิเตอร์ต่างๆของ $H_3S$ .....	84
ภาพประกอบ 39 ความลึกซาบซึมได้กับอุณหภูมิในค่าพารามิเตอร์ต่างๆของ $H_3S$ .....	85
ภาพประกอบ 40 ช่องว่างพลังงานกับอุณหภูมิในค่าพารามิเตอร์ต่างๆของ $H_3S$ .....	85
ภาพประกอบ 41 ช่องว่างพลังงานกับอุณหภูมิในค่าพารามิเตอร์ต่างๆของ $H_3S$ .....	86



ภาพประกอบ 62 ความหนาแน่นของของไหลยวดยิ่งองค์ประกอบแกนซีในพารามิเตอร์ต่างๆ....	99
ภาพประกอบ 63 ความหนาแน่นของของไหลยวดยิ่งองค์ประกอบแกนซีในพารามิเตอร์ต่างๆ....	99
ภาพประกอบ 64 ความลึกซาบซึมได้อัจฉริยะประกอบระนาบเอบีในพารามิเตอร์ต่างๆ.....	100
ภาพประกอบ 65 ความลึกซาบซึมได้อัจฉริยะประกอบระนาบเอบีในพารามิเตอร์ต่างๆ.....	100
ภาพประกอบ 66 ความลึกซาบซึมได้อัจฉริยะประกอบแกนซีในพารามิเตอร์ต่างๆ.....	101
ภาพประกอบ 67 ความลึกซาบซึมได้อัจฉริยะประกอบแกนซีในพารามิเตอร์ต่างๆ.....	101
ภาพประกอบ 68 ความลึกซาบซึมได้อัจฉริยะประกอบระนาบเอบีในพารามิเตอร์ต่างๆ.....	102
ภาพประกอบ 69 ความลึกซาบซึมได้อัจฉริยะประกอบแกนซีในพารามิเตอร์ต่างๆ.....	102
ภาพประกอบ 70 ช่องว่างพลังงานรูปแพนเค้กของตัวนำยวดยิ่งชนิด CaAlSi.....	103
ภาพประกอบ 71 ความหนาแน่นของของไหลยวดยิ่งกับอุณหภูมิ.....	104
ภาพประกอบ 72 ความหนาแน่นของของไหลยวดยิ่งกับอุณหภูมิ.....	105
ภาพประกอบ 73 ความหนาแน่นของของไหลยวดยิ่งกับอุณหภูมิ.....	105
ภาพประกอบ 74 ความลึกซาบซึมได้กับอุณหภูมิในค่าพารามิเตอร์ต่างๆของ LaSrCuO.....	106
ภาพประกอบ 75 ความลึกซาบซึมได้กับอุณหภูมิในค่าพารามิเตอร์ต่างๆของ LaSrCuO.....	106
ภาพประกอบ 76 ช่องว่างพลังงานกับอุณหภูมิในค่าพารามิเตอร์ต่างๆของ LaSrCuO.....	107
ภาพประกอบ 77 ช่องว่างพลังงานกับอุณหภูมิในค่าพารามิเตอร์ต่างๆของ LaSrCuO.....	107
ภาพประกอบ 78 ความหนาแน่นของของไหลยวดยิ่งกับอุณหภูมิในค่าพารามิเตอร์ต่างๆ.....	108
ภาพประกอบ 79 ความหนาแน่นของของไหลยวดยิ่งกับอุณหภูมิในค่าพารามิเตอร์ต่างๆ.....	108
ภาพประกอบ 80 ความหนาแน่นของของไหลยวดยิ่งกับอุณหภูมิในค่าพารามิเตอร์ต่างๆ.....	109
ภาพประกอบ 81 ความลึกซาบซึมได้กับอุณหภูมิในค่าพารามิเตอร์ต่างๆของ YBaCuO.....	109
ภาพประกอบ 82 ความลึกซาบซึมได้กับอุณหภูมิในค่าพารามิเตอร์ต่างๆของ YBaCuO.....	110
ภาพประกอบ 83 ช่องว่างพลังงานกับอุณหภูมิในค่าพารามิเตอร์ต่างๆของ YBaCuO.....	110
ภาพประกอบ 84 ช่องว่างพลังงานกับอุณหภูมิในค่าพารามิเตอร์ต่างๆของ YBaCuO.....	111

ภาพประกอบ 85 ความหนาแน่นของของไหลยวดยิ่งกับอุณหภูมิในค่าพารามิเตอร์ต่างๆ ..... 112

ภาพประกอบ 86 ความหนาแน่นของของไหลยวดยิ่งกับอุณหภูมิในค่าพารามิเตอร์ต่างๆ ..... 113

ภาพประกอบ 87 ความลึกซาบซึมได้กับอุณหภูมิในค่าพารามิเตอร์ต่างๆของ H<sub>3</sub>S..... 113

ภาพประกอบ 88 ความหนาแน่นของของไหลยวดยิ่งกับอุณหภูมิในค่าพารามิเตอร์ต่างๆ ..... 114

ภาพประกอบ 89 ความหนาแน่นของของไหลยวดยิ่งกับอุณหภูมิในค่าพารามิเตอร์ต่างๆ ..... 114

ภาพประกอบ 90 ความลึกซาบซึมได้กับอุณหภูมิในค่าพารามิเตอร์ต่างๆของ LaH<sub>10</sub>..... 115

ภาพประกอบ 91 ความหนาแน่นของของไหลยวดยิ่งองค์ประกอบระนาบเอบีในพารามิเตอร์ต่างๆ  
ของตัวนำยวดยิ่งชนิด CaAlSi ช่องว่างพลังงานรูปทรงรี..... 118

ภาพประกอบ 92 ความหนาแน่นของของไหลยวดยิ่งองค์ประกอบระนาบเอบีในพารามิเตอร์ต่างๆ  
ของตัวนำยวดยิ่งชนิด CaAlSi ช่องว่างพลังงานรูปทรงรี..... 118

ภาพประกอบ 93 ความลึกซาบซึมได้องค์ประกอบแกนซีในพารามิเตอร์ต่างๆ ..... 119

ภาพประกอบ 94 ความหนาแน่นของของไหลยวดยิ่งองค์ประกอบแกนซีในพารามิเตอร์ต่างๆ.. 119

ภาพประกอบ 95 ความหนาแน่นของของไหลยวดยิ่งองค์ประกอบแกนซีในพารามิเตอร์ต่างๆ.. 120

ภาพประกอบ 96 ความลึกซาบซึมได้องค์ประกอบแกนซีในพารามิเตอร์ต่างๆ ..... 120

ภาพประกอบ 97 ความหนาแน่นของของไหลยวดยิ่งกับอุณหภูมิในค่าพารามิเตอร์ต่างๆ ..... 123

ภาพประกอบ 98 ความหนาแน่นของของไหลยวดยิ่งกับอุณหภูมิในค่าพารามิเตอร์ต่างๆ ..... 123

ภาพประกอบ 99 ความลึกซาบซึมได้กับอุณหภูมิในค่าพารามิเตอร์ต่างๆของ LaSrCuO..... 124

ภาพประกอบ 100 ความหนาแน่นของของไหลยวดยิ่งกับอุณหภูมิในค่าพารามิเตอร์ต่างๆ ..... 124

ภาพประกอบ 101 ความหนาแน่นของของไหลยวดยิ่งกับอุณหภูมิในค่าพารามิเตอร์ต่างๆ ..... 125

ภาพประกอบ 102 ความลึกซาบซึมได้กับอุณหภูมิในค่าพารามิเตอร์ต่างๆของ YBaCuO..... 125

ภาพประกอบ 103 ค่า  $\rho_s$  และ  $\lambda(T)/\lambda(0)$  ของการคำนวณและคลื่นเฮสของ H<sub>3</sub>S ..... 127

ภาพประกอบ 104 ค่า  $\rho_s$  และ  $\lambda(T)/\lambda(0)$  ของการคำนวณและคลื่นเฮสของ LaH<sub>10</sub> ..... 129

ภาพประกอบ 105 ค่า  $\rho_{ab}$  ของการคำนวณและคลื่นเฮสของ CaAlSi รูปทรงรี..... 131

ภาพประกอบ 106 ค่า  $\lambda_{ab}(T)/\lambda_{ab}(0)$  ของการคำนวณและคลื่นเฮสของ CaAlSi รูปทรงรี ..... 131



ภาพประกอบ 107 ค่า  $\rho_c$  ของการคำนวณและคลื่นเฮสของ CaAlSi รูปแพนเค้ก ..... 134

ภาพประกอบ 108 ค่า  $\lambda_c(T)/\lambda_c(0)$  ของการคำนวณและคลื่นเฮสของ CaAlSi รูปแพนเค้ก ... 134

ภาพประกอบ 109 ค่า  $\rho_s$  และ  $\lambda(T)/\lambda(0)$  ของการคำนวณและคลื่นดีของ LaSrCuO..... 136

ภาพประกอบ 110 ค่า  $\rho_s$  และ  $\lambda(T)/\lambda(0)$  ของการคำนวณและคลื่นดีของ YBaCuO ..... 138

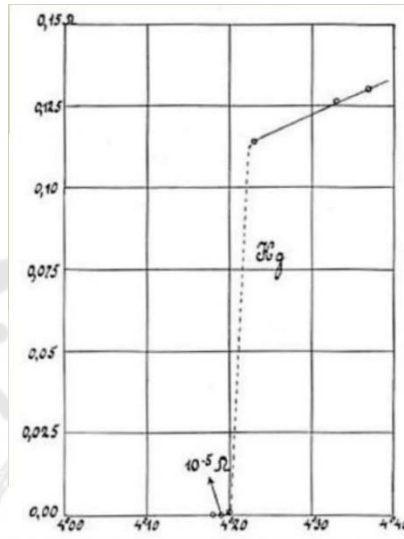
ภาพประกอบ 111 เปรียบเทียบผลการทดลองและการคำนวณเชิงตัวเลขของ H<sub>3</sub>S..... 139



# บทที่ 1

## บทนำ

### 1. การค้นพบตัวนำยวดยิ่งแบบดั้งเดิม



ภาพประกอบ 1 ความต้านทานไฟฟ้า ( $\Omega$ ) และอุณหภูมิ (K) ของ Hg

ที่มา: (Onnes & Keesom, 1911)

การค้นพบตัวนำยวดยิ่งแบบดั้งเดิมถูกเริ่มต้นขึ้นในปี ค.ศ. 1908 ของฮอนเนส (Buckel & Kleiner, 2004) ที่ได้ทำการทดลองเกี่ยวกับแก๊สฮีเลียมเพื่อผลิตของเหลวฮีเลียมและเป็นสิ่งสำคัญสำหรับการเปิดประตูเข้าสู่ฟิสิกส์อุณหภูมิต่ำ หลังจากนั้นในปี ค.ศ. 1911 เขาได้ทำการทดลองต่อเนื่องจากการทดลองเดิมค้นพบความต้านทานไฟฟ้าเป็นศูนย์และสภาพนำยวดยิ่งในธาตุปรอทบริสุทธิ์ (Hg) โดยทำการทดลองเพื่อวัดค่าอุณหภูมิและความต้านทานไฟฟ้า “พบว่าการเปลี่ยนเฟสสถานะของปรอทบริสุทธิ์ที่อุณหภูมิ 4.2 K เมื่ออุณหภูมิต่ำกว่า 4.2 K ปรอทบริสุทธิ์มีความต้านทานไฟฟ้าเป็นศูนย์” สามารถเรียกอุณหภูมิของการเปลี่ยนเฟสสถานะของตัวนำยวดยิ่งได้ว่า “อุณหภูมิวิกฤติ (Critical temperature,  $T_c$ )” ดังภาพประกอบ 1 หลังจากการค้นพบตัวนำยวดยิ่งในปรอทบริสุทธิ์ ฮอนเนสได้ทำการทดลองเพื่อวัดสมบัติต่างๆของตัวนำยวดยิ่งและค้นหาตัวนำยวดยิ่งในธาตุและสารประกอบอื่นๆต่อ เช่น ตะกั่ว ดีบุก โดยมีอุณหภูมิวิกฤติที่ 6 และ 4 K ตามลำดับ ต่อมาในปี 1913 ฮอนเนสทำการทดลองเกี่ยวกับความหนาแน่นกระแสไฟฟ้าในตัวนำยวดยิ่งที่ทำให้เกิดการเปลี่ยนเฟสสถานะเช่นเดียวกับการทดลองครั้งแรก “พบว่าเมื่อมีความ

หนาแน่นของกระแสภายนอกไหลผ่านมากกว่าค่าความหนาแน่นของกระแสภายในตัวนำยิ่งยวดจะทำให้เกิดการเปลี่ยนเฟสสถานะของตัวนำยิ่งยวด” สามารถเรียกความหนาแน่นกระแสของการเปลี่ยนเฟสของสสารได้ว่า “ความหนาแน่นกระแสวิกฤติ (Critical current density,  $J_c$ )” แต่ปริมาณนี้จะมีค่ากลับกันกับอุณหภูมิวิกฤติคือ ความหนาแน่นกระแสวิกฤติจะมีค่าลดลง เมื่ออุณหภูมิสูงขึ้น

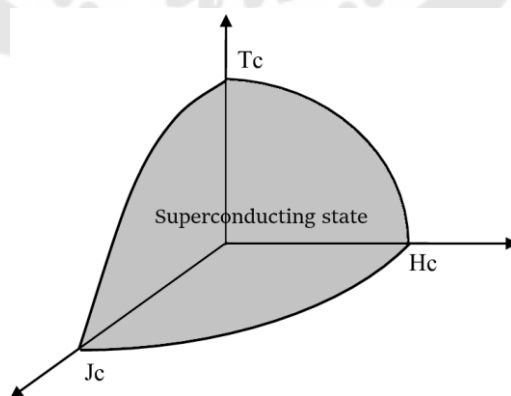
$$J_c(T) = J_c(0) \left( \frac{T_c - T}{T_c} \right) \quad (1)$$

เมื่อ  $J_c(T)$  และ  $J_c(0)$  คือ ความหนาแน่นกระแสวิกฤติที่อุณหภูมิใดๆ และ อุณหภูมิศูนย์องศาสัมบูรณ์ ตามลำดับ

หลังจากนั้นในปี ค.ศ. 1914 ออนเนสได้ทำการทดลองต่อ “พบว่าสนามแม่เหล็กสามารถทำให้ตัวนำยิ่งยวดเปลี่ยนเฟสสถานะเช่นเดียวกับความหนาแน่นกระแสวิกฤติ” สามารถเรียกสนามแม่เหล็กของการเปลี่ยนเฟสของสสารได้ว่า “สนามแม่เหล็กวิกฤติ (Critical magnetic field,  $H_c$ )”

$$H_c(T) = H_c(0) \left[ 1 - \left( \frac{T}{T_c} \right)^2 \right] \quad (2)$$

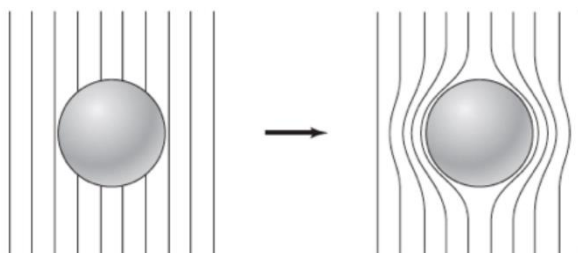
เมื่อ  $H_c(T)$  และ  $H_c(0)$  คือ สนามแม่เหล็กวิกฤติที่อุณหภูมิใดๆ และอุณหภูมิศูนย์องศาสัมบูรณ์ ตามลำดับ



ภาพประกอบ 2 อุณหภูมิวิกฤติ ความหนาแน่นกระแสวิกฤติ และสนามแม่เหล็กวิกฤติของตัวนำยิ่งยวด

ที่มา: (Meslin, Chateigner, & Noudem, 2006)

ในปี ค.ศ. 1916 ซิลส์บี (Silsbee, 1916) ได้ทำการยืนยันปัจจัยที่ทำให้ตัวนำยวดยิ่งเกิดการเปลี่ยนเฟสสถานะคือ อุณหภูมิ ความหนาแน่นกระแส และสนามแม่เหล็ก โดยผลจากการศึกษาของสนามแม่เหล็กเหนี่ยวนำกับสภาพนำยวดยิ่งของลวดที่เป็นตัวนำยวดยิ่ง “พบว่ากระแสวิกฤติเหนี่ยวนำคือปัจจัยที่ทำให้เกิดสนามแม่เหล็กวิกฤติที่ผิวของลวด” ดังภาพประกอบ 2



ภาพประกอบ 3 (1) ตัวนำปกติในสนามแม่เหล็ก (2) ตัวนำยวดยิ่งในสนามแม่เหล็ก

ที่มา: (Kittel, 2004)

ต่อมาในปี ค.ศ. 1933 ไมส์เนอร์ (Meissner & Ochsenfeld, 1933) ได้สนใจคุณสมบัติความหนาแน่นกระแสวิกฤติบริเวณผิวของตัวนำยวดยิ่งและได้ทำการทดลองร่วมกับโอเซนเฟลด์เพื่อวัดค่าสนามแม่เหล็กระหว่างตัวนำยวดยิ่งสองตัวที่ขนานกัน “พบว่าสนามแม่เหล็กของตัวนำยวดยิ่งที่อุณหภูมิต่ำกว่าอุณหภูมิวิกฤติจะมีสมบัติเป็นแม่เหล็กไดอาที่สมบูรณ์ (Perfect diamagnetism)” หลังจากนั้นได้ใส่สนามแม่เหล็กภายนอกไปรอบกวนตัวนำยวดยิ่ง “พบว่าสนามแม่เหล็กภายนอกไม่สามารถพุ่งผ่านเข้าไปยังบริเวณผิวและเนื้อของตัวนำยวดยิ่ง” แต่เมื่อตัวนำยวดยิ่งเปลี่ยนเฟสสถานะเป็นตัวนำปกติ “พบว่าสนามแม่เหล็กภายนอกสามารถพุ่งผ่านเข้าไปยังบริเวณผิวและเนื้อของตัวนำยวดยิ่งได้” สามารถเรียกปรากฏการณ์ที่เกิดขึ้นได้ว่า “ปรากฏการณ์ไมส์เนอร์ (Meissner effect)” ดังภาพประกอบ 3 เมื่อปรอทบริสุทธิ์ถูกค้นพบว่าเป็นตัวนำยวดยิ่งที่มีอุณหภูมิวิกฤติ 4.2 K ทำให้ในปี ค.ศ. 1950 แมกซ์เวลล์และเรย์โนลด์ (Maxwell, 1950; Reynolds, Serin, Wright, & Nesbitt, 1950) ได้ทำการทดลองเพื่อหาความสัมพันธ์ระหว่างมวลไอโซโทปของปรอทบริสุทธิ์และอุณหภูมิวิกฤติ “พบว่ามวลไอโซโทปของปรอทบริสุทธิ์เปลี่ยนแปลงจาก 199.5 ถึง 203.4 amu และอุณหภูมิวิกฤติเปลี่ยนแปลงจาก 4.185 K เป็น 4.146 K” สามารถเขียนความสัมพันธ์ระหว่างมวลไอโซโทปที่มีค่าต่างๆ กับอุณหภูมิวิกฤติเป็น

$$M^\alpha T_c = \text{constant} \quad (3)$$

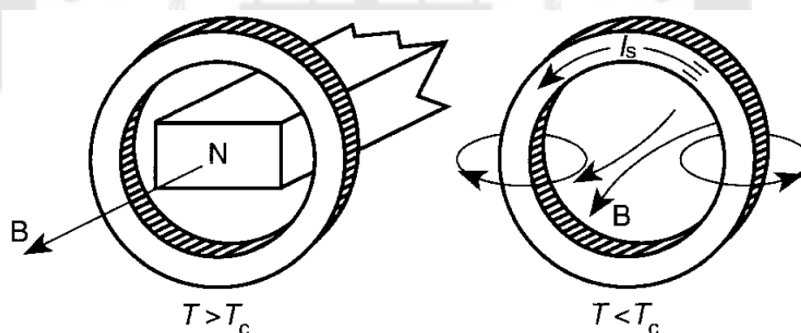
เมื่อ  $\alpha$  เป็นค่าสัมประสิทธิ์ของไอโซโทป ขึ้นอยู่กับค่าคงตัวของธาตุนั้นๆ

หลังจากนั้นได้ทำการทดลองกับธาตุและสารประกอบอื่นๆ ที่เป็นตัวนำยิ่งยวดยิ่ง “พบว่าค่าสัมประสิทธิ์ของไอโซโทปมีค่าประมาณ 0.5” ดังตาราง 1

ตาราง 1 ค่าสัมประสิทธิ์ไอโซโทปของตัวนำยิ่งยวดในธาตุและสารประกอบ

ธาตุและสารประกอบ	สัมประสิทธิ์ไอโซโทป	ธาตุและสารประกอบ	สัมประสิทธิ์ไอโซโทป
Zn	$0.45 \pm 0.05$	Ru	$0.00 \pm 0.05$
Cd	$0.32 \pm 0.07$	Os	$0.15 \pm 0.05$
Sn	$0.47 \pm 0.02$	Mo	0.33
Hg	$0.50 \pm 0.03$	Nb <sub>3</sub> Sn	$0.08 \pm 0.02$
Pb	$0.49 \pm 0.02$	Zr	$0.00 \pm 0.05$

ที่มา: (Kittel, 2004)



ภาพประกอบ 4 (1) ตัวนำปกติในสนามแม่เหล็ก (2) ตัวนำยิ่งยวดที่มีเส้นแรงแม่เหล็กคงค้างและกระแสวิกฤต

ที่มา: (Buckel & Kleiner, 2004)

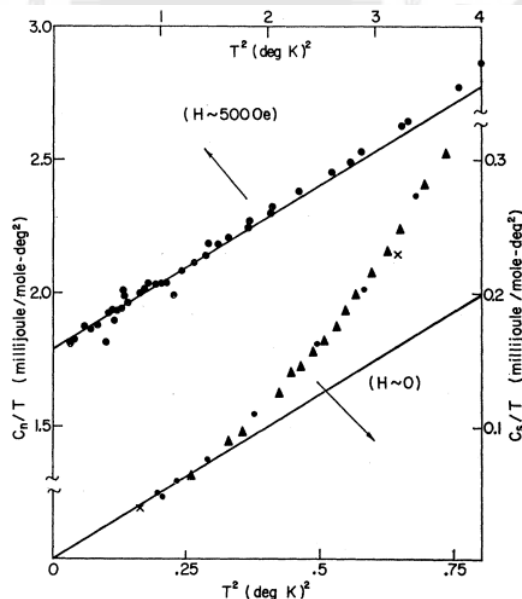
ต่อจากนั้นได้มีการศึกษาความไม่ต่อเนื่องของเส้นแรงแม่เหล็ก (Flux quantization) ของกลุ่มดอลล์และกลุ่มเดี่ยเวอร์ (Buckel & Kleiner, 2004) ในปี ค.ศ. 1961 ได้ทำการทดลองโดยนำสนามแม่เหล็กภายนอกใส่เข้าไปภายในบริเวณตัวนำยิ่งยวดวงแหวน “พบว่าเมื่อตัวนำยิ่งยวดที่มีอุณหภูมิมากกว่าอุณหภูมิวิกฤติ สนามแม่เหล็กภายนอกสามารถพุ่งผ่านตามปรากฏการณ์ไมสเนอร์” หลังจากนั้นเมื่อลดอุณหภูมิจนให้ตัวนำยิ่งยวดมีอุณหภูมิต่ำกว่าอุณหภูมิวิกฤติแล้วนำ

สนามแม่เหล็กภายนอกที่อยู่ภายในวงแหวนออก “พบว่าเกิดฟลักซ์แม่เหล็กที่ยังคงค้างและถูกกักอยู่บริเวณภายในวงแหวนของตัวนำยวดยิ่ง” มีค่าเท่ากับ

$$\varphi_0 = \frac{nhc}{2e} = n \times 2.07 \times 10^{-7} \text{ gauss} \cdot \text{cm}^2 \quad (4)$$

เมื่อ  $n$  เป็นจำนวนเต็มเท่ากับ 1, 2, 3,... ตามลำดับ

นอกจากที่จะพบฟลักซ์แม่เหล็กคงค้างตามกฎการเหนี่ยวนำไฟฟ้าของฟาราเดย์โดยที่ตัวนำยวดยิ่งมีความต้านทานไฟฟ้าเป็นศูนย์ “พบว่าการเหนี่ยวนำของเส้นแรงแม่เหล็กคงค้างทำให้เกิดกระแสไฟฟ้าไหลภายในวงแหวนโดยไม่สูญหาย” สามารถเรียกกระแสไฟฟ้าที่เกิดขึ้นได้ว่า “กระแสนิ่ง (Persistent current)” ดังภาพประกอบ 4 และในปีเดียวกันไบรอันและคีซม (Bryant & Keesom, 1961) ได้ทำการทดลองเพื่อวัดค่าความจุความร้อนจำเพาะ (Specific heat,  $C$ ) ของธาตุอินเดียมและดีบุก “พบว่ามีความไม่ต่อเนื่องของค่าความจุความร้อนจำเพาะ เมื่อตัวนำยวดยิ่งเปลี่ยนเฟสสถานะมีการกระโดดขึ้นแบบฉับพลันของค่าความจุความร้อนจำเพาะ” ดังภาพประกอบ 5



ภาพประกอบ 5 ค่าความจุความร้อนของสถานะปกติ ( $C_n/T$ ) สถานะนำยวดยิ่ง ( $C_s/T$ ) กับ อุณหภูมิกำลังสอง ( $T^2$ )

ที่มา: (Bryant & Keesom, 1961)

นับตั้งแต่มีการค้นพบตัวนำยวดยิ่งในปรอทบริสุทธิ์ของฮอนเนส ทำให้มีการค้นคว้าวิจัยเพิ่มขึ้นเพื่อค้นหาตัวนำยวดยิ่งชนิดใหม่ๆ จนกระทั่งในปี ค.ศ. 1973 นักวิทยาศาสตร์ได้ค้นพบตัวนำยวดยิ่งในสารประกอบไนโอเบียมเจอร์มาเนียม ( $\text{Nb}_3\text{Ge}$ ) ที่มีอุณหภูมิวิกฤติ 23.2 K หลังจากนั้นค้นพบตัวนำยวดยิ่งอย่างต่อเนื่องที่อุณหภูมิวิกฤติมากกว่า 23.2 K แต่ถูกจำกัดการค้นพบที่ 35 K สามารถเรียกตัวนำยวดยิ่งที่มีอุณหภูมิวิกฤติต่ำกว่า 35 K ว่า “ตัวนำยวดยิ่งอุณหภูมิต่ำ (Low-temperature superconductors) หรือ ตัวนำยวดยิ่งแบบดั้งเดิม (Conventional superconductors)” ดังตาราง 2 และ 3

ตาราง 2 อุณหภูมิวิกฤติของธาตุที่เป็นตัวนำยวดยิ่ง

ธาตุ	อุณหภูมิวิกฤติ (K)	ธาตุ	อุณหภูมิวิกฤติ (K)
Al	1.19	Be	0.026
Cd	0.55	Ga	1.09
Hg	4.15	In	3.4
Ir	0.14	La	4.8
Mo	0.92	Nb	9.2
Os	0.65	Pa	1.3
Pb	7.2	Re	1.7
Ru	0.5	Sn	3.72
Ta	4.39	Tc	7.8
Th	1.37	Ti	0.39
Tl	2.39	U	0.2
V	5.3	W	0.012
Zn	0.9	Zr	0.55

ที่มา: (Buckel & Kleiner, 2004)

ตาราง 3 อุณหภูมิวิกฤติของสารประกอบที่เป็นตัวนำยิ่งยวด

สารประกอบ	อุณหภูมิวิกฤติ (K)	สารประกอบ	อุณหภูมิวิกฤติ (K)
CuS	1.6	Bi <sub>2</sub> Cs	4.75
BiNa	2.25	Pd <sub>70</sub> Ag <sub>30</sub> +H	16
V <sub>3</sub> Ge	6.0	V <sub>3</sub> Ga	14.2-14.6
V <sub>3</sub> Si	17.1	Nb <sub>3</sub> Au	11.0-11.5
Nb <sub>3</sub> Sn	18.0	Nb <sub>3</sub> Ge	23.2

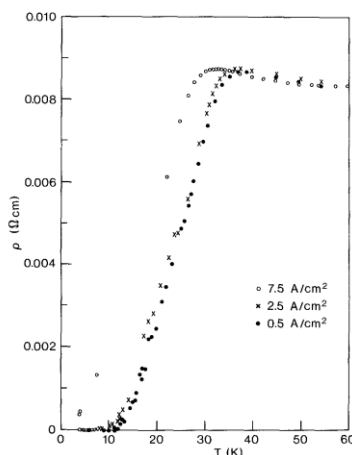
ที่มา: (Buckel & Kleiner, 2004)

## 2. การพัฒนาตัวนำยิ่งยวดอุณหภูมิสูง

หลังจากการค้นพบตัวนำยิ่งยวดแบบดั้งเดิมทำให้เกิดการค้นคว้าวิจัยในด้านทฤษฎีเพื่ออธิบายกลไกการเกิดตัวนำยิ่งยวด คุณสมบัติต่างๆ และหาแนวทางการเพิ่มขึ้นของอุณหภูมิวิกฤติ โดยในปี ค.ศ. 1950 มีการเสนอทฤษฎีกินซ์เบิร์ก-แลนดาว (Ginzburg-Landau theory, GL-theory)(Buckel & Kleiner, 2004) (Poulter, 1991) และ ในปี ค.ศ. 1957 มีการเสนอทฤษฎีบีซีเอส (BCS-theory) (Bardeen, Cooper, & Schrieffer, 1957) ทำให้การศึกษาตัวนำยิ่งยวดสอดคล้องมากขึ้นในทางการทดลองและทฤษฎี จนกระทั่งในปี ค.ศ.1986 กลุ่มวิจัยไอบีเอ็มของเบทเนอร์ชและมุลเลอร์ (Bednorz & Müller, 1986) ได้ทำการศึกษากลุ่มคอปเปอร์ออกไซด์ (CuO) และทดลองเตรียมตัวนำยิ่งยวดแลนทานัม แบเรียม และคอปเปอร์ออกไซด์ (La : Ba : CuO) ด้วยวิธีปฏิกิริยาของของแข็ง (Solid state reaction) “พบว่าตัวนำยิ่งยวดของกลุ่ม La-Ba-CuO มีอุณหภูมิวิกฤติ 35.1 K” ดังภาพประกอบ 6 หลายๆกลุ่มวิจัยสามารถยืนยันผลจากการทดลองของเบทเนอร์ชและมุลเลอร์หลังจากนั้นในปี ค.ศ. 1987 กลุ่มของชู (Wu et al., 1987) ได้ทำการเตรียมตัวนำยิ่งยวดสารกลุ่มเดียวกับเบทเนอร์ชและมุลเลอร์แต่ได้อุณหภูมิวิกฤติที่เพิ่มขึ้นเป็น 40 K โดยเพิ่มความดันที่ 1.3 GPa นอกจากนั้นชูได้รายงานผลของอุณหภูมิวิกฤติที่ 93 K เมื่อเปลี่ยนอะตอมจากแลนทานัม (La) เป็นยิทเทรียม(Y) เป็น Y-Ba-CuO

หลังจากการค้นพบตัวนำยิ่งยวดของกลุ่มคอปเปอร์ออกไซด์หรือคิวเพรท (Cuprate) โดยเบทเนอร์ชและมุลเลอร์ สามารถแบ่งประเภทตัวนำยิ่งยวดได้โดยเรียกตัวนำยิ่งยวดที่มีอุณหภูมิวิกฤติสูงกว่า 35 K ว่า “ตัวนำยิ่งยวดอุณหภูมิสูง (High-temperature superconductors) ทำให้เกิดการวิจัยต่อเนื่องเพื่อปรับปรุงอุณหภูมิวิกฤติให้เพิ่มขึ้นโดยมีค่าเข้าใกล้อุณหภูมิห้องมากที่สุด



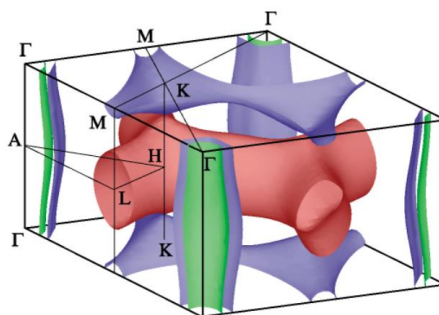
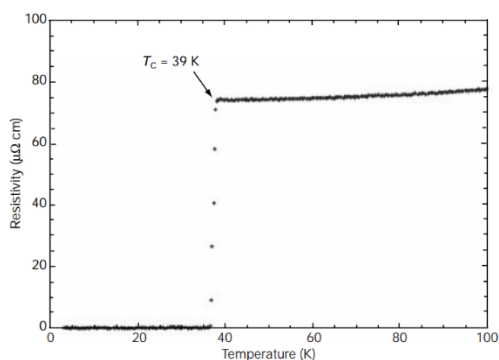


ภาพประกอบ 6 อุณหภูมิวิกฤติที่ 35.1 K ของตัวนำยิ่งยวด La-Ba-CuO

ที่มา: (Bednorz & Müller, 1986)

### 3. ตัวนำยิ่งยวดใกล้อุณหภูมิห้อง

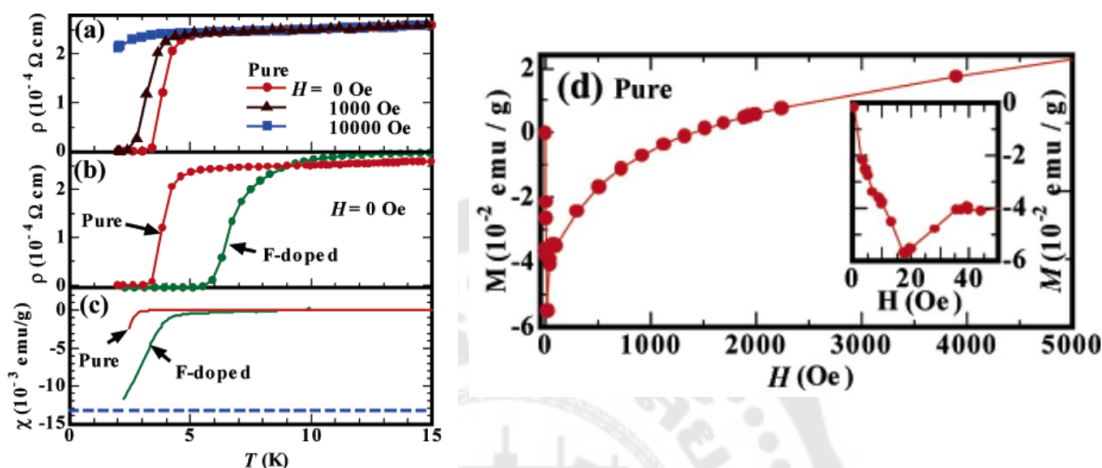
ก่อนการค้นพบตัวนำยิ่งยวดใกล้อุณหภูมิห้องนั้น หลายๆ กลุ่มวิจัยได้ทำการทดลองและค้นพบตัวนำยิ่งยวดของสารประกอบอนินทรีย์ของตัวนำยิ่งยวดแมกนีเซียมไดโบไรด์ ( $\text{MgB}_2$ ) ในปี ค.ศ. 2001 ของกลุ่มนากามัตสึ (Nagamatsu, Nakagawa, Muranaka, Zenitani, & Akimitsu, 2001) “พบว่ามีอุณหภูมิวิกฤติที่ 39 K และสามารถคำนวณช่องว่างพลังงาน (Energy gap) ในผิวเฟอร์มิเป็น แบบ 2 แถบพลังงานและขึ้นกับทิศทางโดยกลุ่มคอรัตัส (Kortus, Mazin, Belashchenko, Antropov, & Boyer, 2001) เป็นพันธะพาย ( $\pi$ -bonding) และพันธะซิกมา ( $\sigma$ -bonding)” เรียกตัวนำกลุ่มนี้ว่า ตัวนำยิ่งยวดแบบใหม่ (Unconventional superconductors) ดังภาพประกอบ 7



ภาพประกอบ 7 อุณหภูมิวิกฤติและช่องว่างพลังงานของตัวนำยิ่งยวด  $\text{MgB}_2$

ที่มา (Kortus et al., 2001; Nagamatsu et al., 2001)

ต่อมาในปี ค.ศ. 2006 กลุ่มคามิฮาระและไฮโซโนะ (Kamihara et al., 2006) ได้ค้นพบตัวนำยวดยิ่งในสารประกอบที่มีเหล็กเป็นองค์ประกอบ (Fe-based) “มีอุณหภูมิวิกฤติประมาณ 45 K และสามารถทำนายสนามแม่เหล็กวิกฤติที่สอง (Upper critical magnetic field) เป็น 43 T จากค่าความยาวอาพันธ์ (Coherence length)” ดังภาพประกอบ 8



ภาพประกอบ 8 อุณหภูมิวิกฤติและสนามแม่เหล็กวิกฤติที่สองของตัวนำยวดยิ่ง Fe-based

ที่มา (Kamihara et al., 2006)

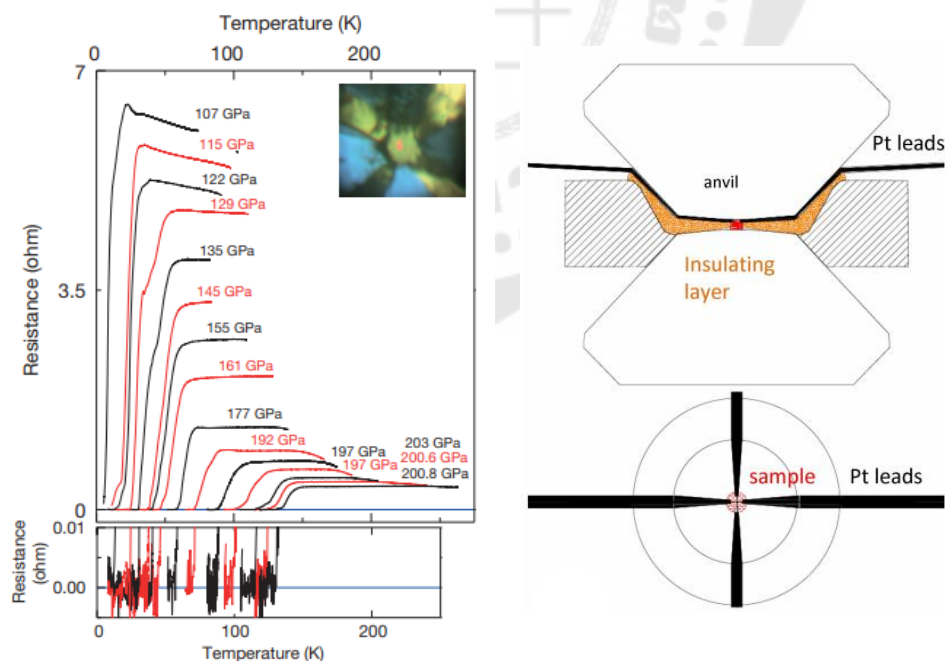
การทดลองเพื่อค้นพบตัวนำยวดยิ่งของกลุ่มสารประกอบต่างๆ ที่กล่าวมาข้างต้นทำให้ทราบถึงคุณสมบัติอื่นๆ เช่น ช่องว่างพลังงานแบบ 2 แถบพลังงาน หรือสนามแม่เหล็กวิกฤติที่สอง ซึ่งสอดคล้องกับผลทางทฤษฎีแต่ถึงอย่างไรยังไม่สามารถปรับปรุงอุณหภูมิวิกฤติให้สูงมากกว่ากลุ่มคิวเพรทโดยตัวนำยวดยิ่งกลุ่มที่เป็นปรอทแบเรียมแคลเซียมคอปเปอร์ออกไซด์ (HgBaCaCuO) มีอุณหภูมิวิกฤติสูงสุดในขณะนั้นที่ 130 K และที่ประมาณ 175 K ที่ความดัน 30 GPa (A. Schilling, M. Cantoni, J. Guo, & H. Ott, 1993) ทำให้เกิดการทดลองกลุ่มสารประกอบใหม่ๆ ที่ความดันสูงขึ้นและเกิดการทบทวนทฤษฎีต่างๆของการเปลี่ยนเฟสสถานะของแก๊สไฮโดรเจนเพื่อปรับปรุงอุณหภูมิวิกฤติให้เพิ่มขึ้นเข้าใกล้อุณหภูมิห้อง

#### 4. ตัวนำยวดยิ่งกลุ่มไฮโดรเจน

เมื่อย้อนกลับไปในปี ค.ศ. 1935 วิกเนอร์และฮันติงตัน (Wigner & Huntington, 1935) ได้คำนวณค่าความดันของการเปลี่ยนเฟสสถานะจากแก๊สไฮโดรเจน (Hydrogen gas) เป็นไฮโดรเจนโลหะ (Metallic hydrogen, MH) ได้ที่ 25 GPa หลังจากนั้น ในปี ค.ศ. 1968 แอชครอฟต์ (Ashcroft, 1968) ได้คำนวณอุณหภูมิวิกฤติด้วยทฤษฎีบีซีเอสของตัวนำยวดยิ่งกลุ่มไฮโดรเจน

โลหะ “พบว่ามีความเป็นไปได้ที่สารกลุ่มนี้จะมีอุณหภูมิวิกฤติสูงกว่าอุณหภูมิห้อง” ทำให้เกิดการวิจัยและทดลองเพื่อเตรียมตัวนำยวดยิ่งกลุ่มไฮโดรเจนที่มีความดันสูง

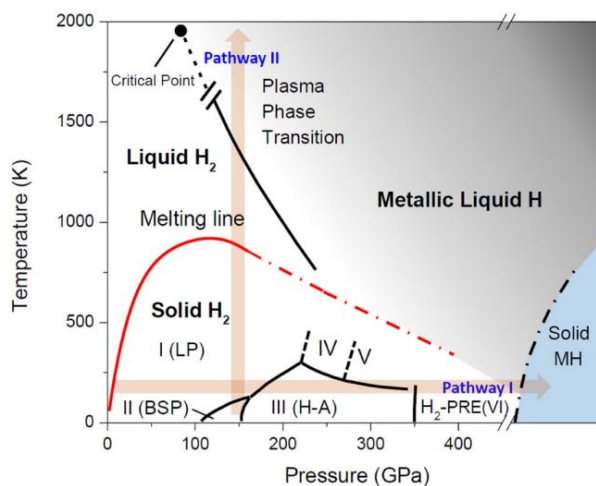
เริ่มต้นในปี ค.ศ. 2003 ของปรินส์ (Prins, 2003) ได้ทำการทดลองเพื่อสังเกตปรากฏการณ์ในสภาพนำยวดยิ่งที่อุณหภูมิห้องของเฟสบนพื้นผิวของเพชรที่เจือออกซิเจน (Oxygen-doped type II diamonds) ในความดัน  $10^{-6}$  mbar “พบว่าแถบช่องว่างพลังงานของอิเล็กตรอนมีความเสถียรและมีเฟสนำไฟฟ้าที่สูงมาก” และในปี ค.ศ. 2004 กลุ่มของโตรเปียและวินโก (P. Tripodi, Di Gioacchino, Borelli, & Vinko, 2003; P. Tripodi, Di Gioacchino, & Vinko, 2004) ได้ค้นพบตัวนำยวดยิ่งของพาลาเดียมไฮโดรเจน (PdHx: x>1) “พบว่ามีความหนาแน่นของกระแสวิกฤติที่ 77 K” หลังจากนั้นในปี ค.ศ. 2007 กลุ่มของโตรเปียและวินโก (Tripodi, Gioacchino, & Vinko, 2007) ได้ยืนยันผลอีกครั้งของพาลาเดียมไฮโดรเจน พบการเปลี่ยนเฟสของสภาพความไวต่อแม่เหล็ก (AC magnetic susceptibility) ที่อุณหภูมิ 260 K ต่อมาในปี ค.ศ. 2008 กลุ่มของอีร์เมตส์และเหยา (Eremets, Trojan, Medvedev, Tse, & Yao, 2008) ได้ค้นพบสภาพนำยวดยิ่งของกลุ่มไฮโดรเจนชนิดซิลิกอนไฮโดรเจน (SiH<sub>4</sub>) ที่มีอุณหภูมิวิกฤติ 17 K และความดันที่ 96 และ 120 GPa ตามลำดับ



ภาพประกอบ 9 อุณหภูมิวิกฤติและวิธีการเตรียมดีเอซี (DAC) ของตัวนำยวดยิ่ง H<sub>2</sub>S

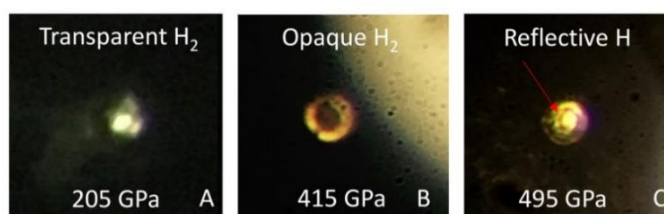
ที่มา (Drozdov, Eremets, Troyan, Ksenofontov, & Shylin, 2015)

จนกระทั่งในปี ค.ศ. 2015 กลุ่มของดรอซดอฟ (Drozdov et al., 2015) ได้ทำการทดลองเตรียมตัวนำยิ่งยวดยิ่งที่ความดันสูงด้วยวิธีการดีเอซี (Diamond anvil cell , DAC) “พบว่าไฮโดรเจนซัลไฟด์ ( $H_2S$ ) มีอุณหภูมิวิกฤติ ที่ 203 K ในความดันประมาณ 100 GPa” ดังภาพประกอบ 9 ส่งผลให้หลายๆ กลุ่มการทดลองนั้นสนใจตัวนำยิ่งยวดยิ่งกลุ่มไฮไดรด์ (Hydride) เพิ่มมากขึ้นจึงมีการศึกษาทดลองเพื่อยืนยันผลการเปลี่ยนเฟสสถานะของไฮโดรเจนที่ความดันสูง



ภาพประกอบ 10 การเปลี่ยนเฟสระหว่างความดันและอุณหภูมิของ  $H_2$

ที่มา:(Dias Ranga & Silvera Isaac, 2017)

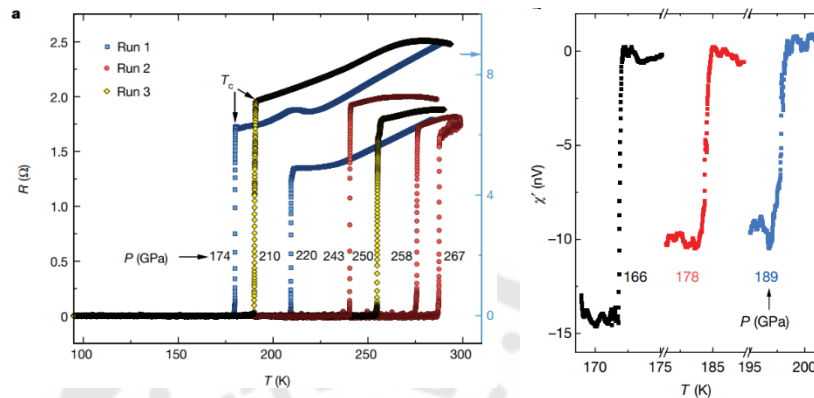


ภาพประกอบ 11 การเปลี่ยนเฟสความดันและสมบัติเชิงแสงของ H

ที่มา:(Dias Ranga & Silvera Isaac, 2017)

ในปี ค.ศ. 2017 กลุ่มของดิอาสและซิลเวอรา (Dias Ranga & Silvera Isaac, 2017) ศึกษาการเปลี่ยนเฟสสถานะของไฮโดรเจนที่คำนวณโดยวิกเนอร์และฮันนิงตันเพื่อยืนยันผลการทดลอง “พบว่าแก๊สไฮโดรเจนสามารถเปลี่ยนเฟสเป็นไฮโดรเจนโลหะที่ความดัน 495 GPa” ดังภาพประกอบ 10 และ 11 หลังจากนั้นในปี ค.ศ. 2018 กลุ่มของซัน (Sun, Lv, Xie, Liu, & Ma, 2019) ทำการทดลองด้วยการเตรียมตัวนำยิ่งยวดยิ่งกลุ่มไฮไดรด์ที่สูง (Superhydride) และมีความ

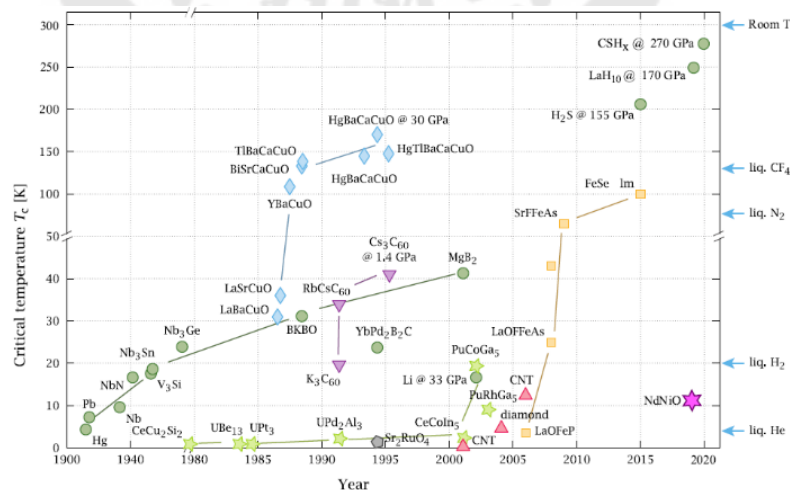
ดันสูงมาก “พบว่าตัวนำยวดยิ่งแลนทานัมไฮไดรด์ (LaH<sub>10</sub>) มีอุณหภูมิวิกฤติที่ 250 K ในความดันประมาณ 200 GPa” ถัดมาอีกหนึ่งปีกลุ่มของดรอซโดฟ (Drozdov et al., 2019) สามารถยืนยันผลการทดลองอีกครั้ง “พบว่าตัวนำยวดยิ่งแลนทานัมไฮไดรด์ (LaH<sub>10±x</sub>) มีอุณหภูมิวิกฤติที่ 250 K ในความดันประมาณ 170 GPa”



ภาพประกอบ 12 อุณหภูมิวิกฤติและความดันต่างๆของตัวนำยวดยิ่ง CSH<sub>x</sub>

ที่มา: (Snider et al., 2020)

และทำยสุดในปี ค.ศ. 2020 กลุ่มของสไนเดอร์ (Snider et al., 2020) ได้ค้นพบตัวนำยวดยิ่งของกลุ่มไฮไดรด์ที่ใกล้เคียงกับอุณหภูมิห้องมากขึ้น “พบว่าตัวนำยวดยิ่งคาร์บอนเนียซ ซัลเฟอร์ไฮไดรด์ (CSH<sub>x</sub>) มีอุณหภูมิวิกฤติที่ 287.7±1.2 K ในความดันที่ 267±10 GPa และมีการเปลี่ยนแปลงของสภาพความไวต่อแม่เหล็กที่ความดัน 160-190 GPa” ดังภาพประกอบ 12



ภาพประกอบ 13 ช่วงเวลาการค้นพบตัวนำยวดยิ่งที่อุณหภูมิต่างๆ

ที่มา: (PJRay, 2015)

## 5. สมบัติของตัวนำยวดยิ่ง

จากการค้นพบตัวนำยวดยิ่งปริมาณที่สำคัญได้แก่ อุณหภูมิวิกฤติ ความหนาแน่นกระแสวิกฤติ และสนามแม่เหล็กวิกฤติ ดังนั้นสามารถสรุปสมบัติของตัวนำยวดยิ่งได้ดังนี้

1. ความต้านทานไฟฟ้าเป็นศูนย์อย่างทันที: เมื่อทำการลดอุณหภูมิให้ตัวนำยวดยิ่งมีอุณหภูมิต่ำกว่าอุณหภูมิวิกฤติจะทำให้ตัวนำยวดยิ่งมีความต้านทานไฟฟ้าเป็นศูนย์ทันทีส่งผลให้ตัวนำยวดยิ่งนำไฟฟ้าได้ดีมาก

2. ปรากฏการณ์ไมสเนอร์: เมื่อนำสนามแม่เหล็กภายนอกไปรบกวนตัวนำยวดยิ่งสถานะปกติ เส้นแรงของสนามแม่เหล็กจะพุ่งผ่านตัวนำยวดยิ่งได้ แต่ถ้าตัวนำยวดยิ่งสถานะนำยวดยิ่ง เส้นแรงของสนามแม่เหล็กภายนอกไม่สามารถพุ่งผ่านตัวนำยวดยิ่งได้ทำให้เส้นแรงของสนามแม่เหล็กหุ้มตัวนำยวดยิ่งและเกิดการยกตัวขึ้นของตัวนำยวดยิ่ง

3. ปรากฏการณ์ไอโซโทป: จากการทดลองเพื่อวัดค่ามวลไอโซโทปที่เปลี่ยนไปของตัวนำยวดยิ่งจะได้สมการความสัมพันธ์ระหว่างมวลไอโซโทป ( $M$ ) ของธาตุต่างๆกับอุณหภูมิวิกฤติเป็น

$$M^\alpha T_c = \text{constant}$$

เมื่อ  $\alpha$  เป็นค่าสัมประสิทธิ์ของไอโซโทป ขึ้นอยู่กับค่าคงตัวของธาตุนั้นๆมีค่าประมาณ 0.5

4. ความไม่ต่อเนื่องของเส้นแรงแม่เหล็ก: ฟลักซ์แม่เหล็กที่ยังคงค้างและถูกกักอยู่บริเวณภายในวงแหวนของตัวนำยวดยิ่งและเกิดการเหนี่ยวนำของเส้นแรงแม่เหล็กที่คงค้างทำให้เกิดกระแสเหนี่ยวนำ ดังนั้นสามารถเขียนสมการฟลักซ์แม่เหล็กเป็น

$$\phi_0 = \frac{nhc}{2e} = n \times 2.07 \times 10^{-7} \text{ gauss} \cdot \text{cm}^2$$

เมื่อ  $n$  เป็นจำนวนเต็มเท่ากับ 1, 2, 3, ... ตามลำดับ

5. การกระโดดของค่าความจุความร้อนจำเพาะ: เมื่อตัวนำยวดยิ่งเปลี่ยนเฟสสถานะมีการกระโดดขึ้นแบบทันทีของค่าความจุความร้อนจำเพาะ ดังนั้นในกรณีที่  $T \rightarrow 0$  สามารถเขียนความสัมพันธ์ของค่าความจุความร้อนจำเพาะในสถานะนำยวดยิ่งและอุณหภูมิเป็น  $C_s \propto e^{-\Delta/T}$  และความสัมพันธ์ของค่าความจุความร้อนจำเพาะในสถานะปกติและอุณหภูมิเป็น  $C_n \propto T^3$  ในกรณีที่  $T$  เข้าใกล้  $T_c$  สามารถเขียนความสัมพันธ์ของความจุความร้อนเป็น

$$\frac{C_n(T_c) - C_s(T_c)}{C_n(T_c)} = 1.42$$

เมื่อ  $C_n$  เป็นค่าความจุความร้อนจำเพาะสถานะปกติ และ  $C_s$  เป็นค่าความจุความร้อนจำเพาะสถานะนำยวดยิ่ง

6.ปรากฏการณ์โจเซฟสัน: เมื่อนำตัวนำยวดยิ่งสองตัวที่มีสถานะนำยวดยิ่งวางประกบกัน โดยมีฉนวนบางๆคั่นกลางระหว่างตัวนำยวดยิ่งพบว่าเกิดกระแสไฟฟ้าไหลผ่านฉนวนได้ ดังนั้นสามารถแบ่งรูปแบบการเกิดขึ้นของปรากฏการณ์นี้ได้เป็น 2 รูปแบบ คือ

6.1 ปรากฏการณ์โจเซฟสันกระแสตรง (DC Josephson effect) โดยมีกระแสที่ไหลผ่านเป็นกระแสตรง ไม่มีสนามแม่เหล็กหรือสนามไฟฟ้ารบกวนระบบ

6.2 ปรากฏการณ์โจเซฟสันกระแสสลับ (AC Josephson effect) โดยมีกระแสที่ไหลผ่านเป็นกระแสสลับซึ่งเกิดจากศักย์ไฟฟ้าของกระแสตรง ( $U_s$ ) แล้วเกิดการวิ่งของกระแสสลับข้ามรอยต่อด้วยความถี่สูง

7.ผลกระทบของความดันภายนอกต่อสภาพนำยวดยิ่ง (High pressure effects on superconductivity): ปรากฏการณ์ที่เกิดจากการเพิ่มความดันให้กับตัวนำยวดยิ่งส่งผลต่อกลไกภายในตามทฤษฎีบีซีเอสทำให้องค์ประกอบของสสารสามารถเข้าใกล้ความไม่เสถียรของแลคทิสเพิ่มมากขึ้นโดยตัวแปรความไม่เสถียรของแลคทิสเป็นตัวแปรสำคัญที่สามารถรับอุณหภูมิวิกฤติให้เพิ่มขึ้นหรือลดลง และอธิบายกลไกของสภาพนำยวดยิ่งได้

ดังนั้นสมบัติของตัวนำยวดยิ่งที่กล่าวไปในหัวข้อนี้คือสมบัติเบื้องต้น นอกจากนี้ยังมีการศึกษาและวิจัยสมบัติอื่นๆ ที่เกี่ยวข้องกับกลไกการเกิดสภาพนำยวดยิ่งและการปรับปรุงอุณหภูมิวิกฤติให้ใกล้เคียงกับอุณหภูมิห้อง เช่น ช่องว่างพลังงาน (Energy gap) สนามแม่เหล็กวิกฤติที่สอง (Upper critical field) ความยาว coherence length) ความหนาแน่นของของไหลยวดยิ่ง (Superfluid density) ความลึกซาบซึมได้ของสนามแม่เหล็ก (Penetration depth) และความดันภายนอก (External hydrostatic pressure) ซึ่งจะกล่าวในบทต่อไป

## 6. ความมุ่งหมายของการทำวิจัย

ในการวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยได้ตั้งความมุ่งหมายไว้ดังนี้

1. เพื่อศึกษาผลกระทบของความดันสูงต่อความหนาแน่นของของไหลยวดยิ่งที่มีช่องว่างพลังงานขึ้นกับทิศทางชนิดคลื่นเอสและช่องว่างพลังงานขึ้นกับทิศทางชนิดคลื่นดี
2. เพื่อศึกษาผลกระทบของความดันสูงต่อความลึกซาบซึมได้ที่มีช่องว่างพลังงานขึ้นกับทิศทางชนิดคลื่นเอสและช่องว่างพลังงานขึ้นกับทิศทางชนิดคลื่นดี
3. เพื่ออธิบายผลกระทบของความดันสูงต่อสมบัติของตัวนำยวดยิ่งที่มีช่องว่างพลังงานขึ้นกับทิศทางชนิดคลื่นเอสและช่องว่างพลังงานขึ้นกับทิศทางชนิดคลื่นดี

## 7. ความสำคัญของการทำวิจัย

การศึกษาผลกระทบของความดันสูงต่อความหนาแน่นของของไหลยวดยิ่งและความลึกซาบซึมได้สามารถอธิบายกลไกการเกิดสภาพนำยวดยิ่งของอุณหภูมิวิกฤติที่สูงขึ้น ช่องว่างพลังงานขึ้นกับทิศทางชนิดคลื่นเอสและสามารถขยายผลการคำนวณถึงช่องว่างพลังงานขึ้นกับทิศทางชนิดคลื่นดี ซึ่งการศึกษาครั้งนี้หวังว่าจะเป็นประโยชน์ต่อการปรับปรุงสภาพนำยวดยิ่งของอุณหภูมิวิกฤติที่สูงขึ้นได้

## 8. ขอบเขตของการทำวิจัย

1.สามารถนำทฤษฎีที่คลาสสิกและสมการความดันภายนอกมาคำนวณเพื่อหาสมการผลกระทบความดันสูงต่อความหนาแน่นของของไหลยวดยิ่งที่มีช่องว่างพลังงานขึ้นกับทิศทางชนิดคลื่นเอสและช่องว่างพลังงานขึ้นกับทิศทางชนิดคลื่นดี

2.สามารถคำนวณเพื่อหาสมการผลกระทบความดันสูงต่อความลึกซาบซึมได้ที่มีช่องว่างพลังงานขึ้นกับทิศทางชนิดคลื่นเอสและช่องว่างพลังงานขึ้นกับทิศทางชนิดคลื่นดี

3.สามารถนำค่าที่คำนวณได้ของผลกระทบความดันสูงต่อความหนาแน่นของของไหลยวดยิ่งและความลึกซาบซึมได้ที่มีช่องว่างพลังงานขึ้นกับทิศทางชนิดคลื่นเอสและช่องว่างพลังงานขึ้นกับทิศทางชนิดคลื่นดีมาเปรียบเทียบกับผลการทดลองของตัวนำยวดยิ่งได้



## บทที่ 2

### ทฤษฎีและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยได้ศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง และได้นำเสนอตามหัวข้อต่อไปนี้

- 1.แบบจำลองของไหลสองส่วน
- 2.สมการลอนดอน
- 3.ทฤษฎีบีซีเอส
- 4.ทฤษฎีกินซ์เบิร์กและแลนดาว
- 5.ผลกระทบของความดันต่อสภาพนำยวดยิ่ง
- 6.ทฤษฎีกึ่งคลาสสิก
- 7.ช่องว่างพลังงานที่ขึ้นกับทิศทาง
- 8.งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

การเปิดประตูสู่ฟิสิกส์อุณหภูมิต่ำและการค้นพบตัวนำยวดยิ่งของฮอนเนสทำให้เกิดการค้นพบความหนาแน่นของของไหลยวดยิ่ง (Superfluid density) ในฮีเลียมเหลว การอธิบายความต้านทานไฟฟ้าเป็นศูนย์ ปรากฏการณ์ไมส์เนอร์ จนถึงระดับพฤติกรรมของอิเล็กตรอนโดยสมบัติและกลไกต่างๆที่เกิดขึ้นนั้นสามารถแบ่งทฤษฎีที่จะอธิบายสิ่งเหล่านี้ได้เป็น 2 รูปแบบคือ ทฤษฎีตัวนำยวดยิ่งแบบจุลภาค เช่น ทฤษฎีพื้นฐานของของไหลยวดยิ่ง (Superfluidity) และทฤษฎีบีซีเอส (BCS theory) เป็นต้น สำหรับทฤษฎีตัวนำยวดยิ่งแบบมหภาค เช่น แบบจำลองของไหลสองส่วน (Two fluid model) สมการลอนดอน (London equation) ทฤษฎีกินซ์เบิร์กและแลนดาว (G-L theory) และทฤษฎีกึ่งคลาสสิก (Semiclassical approach) เป็นต้น

#### 1.แบบจำลองของไหลสองส่วน

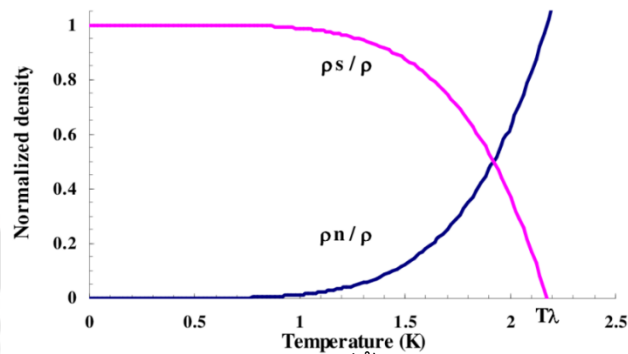
เป็นแบบจำลองที่อธิบายพฤติกรรมของอิเล็กตรอนในฮีเลียมเหลว (Liquid helium II) ที่สภาพปกติและสภาพนำยวดยิ่งโดยประกอบด้วย ความหนาแน่นของของไหลยวดยิ่ง (Superfluid density,  $\rho_s$ ) และความหนาแน่นของของไหลปกติ (Normal fluid density,  $\rho_n$ )

ในปี ค.ศ.1937 การทดลองของการปีซ่า (Kapitza, 1938) เกี่ยวกับฮีเลียมเหลว “พบว่าฮีเลียมเหลวที่อุณหภูมิต่ำกว่าค่าจุดแลมด้า ( $\lambda$ -point) จะประพฤติตัวเป็นของเหลวที่ไม่มีความหนืด” ต่อจากนั้นในปีเดียวกันอัลเลนและไมเซนเนอร์ (Allen & Misener, 1938) ยืนยันผลการทดลองอีกครั้ง “พบว่าการไหลของฮีเลียมเหลวที่ความหนืดเป็นศูนย์” เช่นกัน และได้รับการยืนยัน

ในทางทฤษฎี ในปี ค.ศ.1938 ของทิสซ่า (Tisza, 1938) และในปี ค.ศ.1941 ของแลนดาว (Landau, 1941) ที่อธิบายแบบจำลองของไหลสองส่วนดังนี้

$$\rho = \rho_n + \rho_s \quad (5)$$

เมื่อ  $\rho_n = n_n/V$  เป็นความหนาแน่นของของไหลปกติ (Normal fluid density) และ  $\rho_s = n_s/V$  เป็นความหนาแน่นของของไหลยวดยิ่ง (Superfluid density)



ภาพประกอบ 14 แบบจำลองของไหลสองส่วนที่ขึ้นกับอุณหภูมิของของเหลว He

ที่มา: (Darve, 2011)

## 2. สมการลอนดอน

หลังจากการค้นพบความต้านทานไฟฟ้าเป็นศูนย์และปรากฏการณ์ไมสเนอร์ได้มีการอธิบายปรากฏการณ์นี้ด้วยสมการลอนดอน ในปี ค.ศ. 1935 ฟีน้องลอนดอน (London, London, & Lindemann, 1935) ได้เสนอสมการลอนดอนด้วยการประยุกต์ใช้สมการแมกซ์เวลล์กับตัวนำยวดยิ่งด้วยความหนาแน่นของกระแสยวดยิ่ง (Supercurrent,  $\vec{j}$ )

พิจารณาความหนาแน่นของกระแสยวดยิ่งเป็นของไหลที่มีประจุและมีความเร็ว  $\vec{v}$  จะได้

$$\vec{j} = -n_s e \vec{v} \quad (6)$$

เมื่อ  $n_s$  เป็นความหนาแน่นของอิเล็กตรอนสถานะนำยวดยิ่ง และ  $-e$  เป็นประจุของอิเล็กตรอน

พิจารณาอิเล็กตรอนที่อยู่ในสนามไฟฟ้าดังนั้นจากกฎข้อที่สองของนิวตันจะได้

$$m \frac{d\vec{v}}{dt} = -e\vec{E} \quad (7)$$

เมื่อ  $m$  เป็นมวลของอิเล็กตรอนและ  $E$  คือสนามไฟฟ้าในระบบ

จัดรูปสมการที่ (6) แล้วนำไปแทนในสมการที่ (7) เพื่อหาความสัมพันธ์ความหนาแน่นของกระแสยวดยิ่งกับสนามไฟฟ้าจะได้

$$\Lambda \frac{d}{dt}(\vec{j}) = \vec{E} \quad (8)$$

เมื่อ  $\Lambda = m/n_s e^2$

จากความสัมพันธ์ของสนามไฟฟ้าและสนามแม่เหล็กในสมการแมกซ์เวลล์จะได้

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (9)$$

โดย  $\vec{B} = \vec{\nabla} \times \vec{A}$  และ  $\vec{A}$  เป็นศักย์เวกเตอร์ (Vector potential) จะได้

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{\partial}{\partial t} \vec{\nabla} \times \vec{A} \quad \text{และ} \quad \vec{E} = -\frac{\partial \vec{A}}{\partial t} \quad (10)$$

นำสมการที่ (8) แล้วแทนลงไปในสมการที่ (10) เพื่อหาความสัมพันธ์ความหนาแน่นของกระแสเวกเตอร์กับสนามไฟฟ้าและสนามแม่เหล็กจะได้

$$\Lambda \vec{j} = -\vec{A} \quad \text{หรือ} \quad \vec{j} = \frac{-n_s e^2}{m} \vec{A} \quad (11)$$

$$\text{และ} \quad \vec{\nabla} \times \vec{j} = -\frac{1}{\Lambda} \vec{B} \quad (12)$$

สามารถเรียกสมการที่ (11) เป็นสมการลอนดอน “พบว่าความหนาแน่นของกระแสเวกเตอร์จะแปรผันตรงกับศักย์เวกเตอร์ของสนามแม่เหล็ก” และสมการที่ (12) สามารถอธิบายปรากฏการณ์ไมสเนอร์ที่มีสนามแม่เหล็กได้

ถ้าพิจารณาตัวนำเวกเตอร์ในระนาบ XY โดยใส่สนามแม่เหล็กภายนอกในองค์ประกอบตามแกน Z เท่านั้น

$$\vec{B}_a = (0, 0, B_a) \quad (13)$$

จากสมการแมกซ์เวลล์

$$\vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu_0 \vec{j}$$

เมื่อ  $\mu_0$  คือ ค่าคงตัวแม่เหล็ก

ผลคูณเชิงเวกเตอร์ของสมการแมกซ์เวลล์และนำสมการที่ (12) แทนลงไปในการสื่อนำเวกเตอร์จะได้

$$\vec{\nabla} \times \vec{\nabla} \times \vec{B} = \vec{\nabla} \times (\mu_0 \vec{j}) = -\frac{\mu_0}{\Lambda} \vec{B} \quad (14)$$

จากความสัมพันธ์ของการคูณสามชั้นแบบเวกเตอร์ (Vector triple product) จะได้

$$\vec{\nabla} \times \vec{\nabla} \times \vec{B} = (\vec{\nabla} \cdot \vec{B})\vec{\nabla} - \nabla^2 \vec{B}$$

และกฎของแมกซ์เวลล์ของ  $\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0$  จะได้

$$\nabla^2 \vec{B} = \frac{\mu_0}{\Lambda} \vec{B} \quad (15)$$

นำสมการที่ (13) แทนลงในสมการที่ (15) เพื่อง่ายต่อการแทนค่าจึงพิจารณาตัวนำยวดยิ่งในแกน X เท่านั้นจะได้

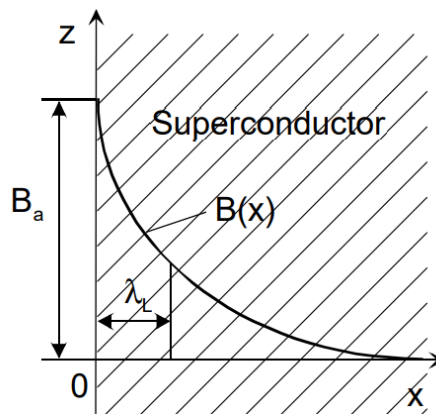
$$\frac{d^2}{dx^2} B_z(x) - \frac{\mu_0}{\Lambda} B_z(x) = 0$$

จะได้ผลเฉลยของสมการคือ

$$B_z(x) = B_z(0)e^{-x/\lambda_L} = B_z(x)\exp(-x/\lambda_L) \quad (16)$$

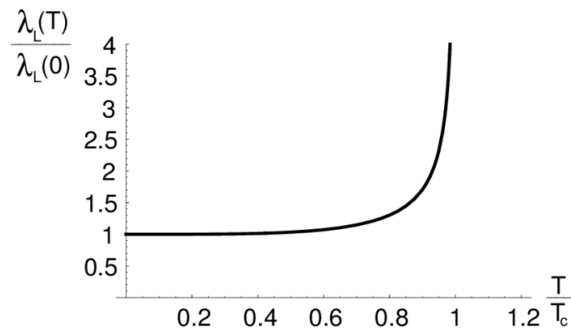
โดย  $\lambda_L = \left(\frac{\mu_0 n_s e^2}{m}\right)^{-1/2}$  สามารถเรียก  $\lambda_L$  ได้ว่า “ความลึกซาบซึมได้ของลอนดอน (London penetration depth)”

ถ้าพิจารณา  $x = \lambda_L(0)$  ที่สนามแม่เหล็กจะมีขนาดลดลงเป็น  $B_z(x) = \frac{B_z(0)}{e}$



ภาพประกอบ 15 การลดลงของสนามแม่เหล็กที่ซาบซึมได้เข้าไปในตัวนำยวดยิ่ง

ที่มา: (Buckel & Kleiner, 2004)



ภาพประกอบ 16 ความสัมพันธ์ระหว่างความลึกซาบซึมได้กับอุณหภูมิ

ที่มา: (Casalbuoni, 2022)

เมื่อพิจารณาความลึกซาบซึมได้กับอุณหภูมิ “พบว่าขนาดของความลึกซาบซึมได้ที่ใกล้  $0\text{ K}$  ( $\lambda_L(0)$ ) จะมีค่าเป็นค่าคงตัว แล้วจะเพิ่มขึ้นอย่างทันทีเมื่อใกล้อุณหภูมิวิกฤติ” ดังนั้นสามารถสรุปได้ตามปรากฏการณ์ไมสเนอร์ แต่ถ้าขนาดความหนาของตัวนำยวดยิ่งมีค่าน้อยกว่าความลึกซาบซึมได้ ( $d < \lambda_L(0)$ ) “พบว่าสนามแม่เหล็กทะลุผ่านได้ทั้งก่อนและหลังอุณหภูมิวิกฤติ” สามารถเรียกว่าปรากฏการณ์นี้ว่า “ปรากฏการณ์ไมสเนอร์ไม่สมบูรณ์” ดังภาพประกอบ 16

### 3. ทฤษฎีกินซ์เบิร์กและแลนดาว

ทฤษฎีนี้ได้รับการพัฒนาต่อยอดมาจากของไหลสองส่วนและสมการลอนดอนในปี ค.ศ. 1950 ของกินซ์เบิร์กและแลนดาวที่เกี่ยวข้องกับการเปลี่ยนสถานะลำดับที่สอง (Second-order phase transition) โดยเริ่มต้นจากตัวแปรความเป็นระเบียบ (Order parameter) ที่รวมกับพลังงานเสรีในสถานะปกติ เมื่อตัวนำยวดยิ่งอยู่ในสถานะปกติตัวแปรความเป็นระเบียบมีค่าเป็นศูนย์

กินซ์เบิร์กและแลนดาวนำเสนอในรูปของฟังก์ชัน  $\psi$  เป็นตัวแปรความเป็นระเบียบ และสามารถเขียนเงื่อนไขของอุณหภูมิวิกฤติได้ดังนี้

$$|\psi|^2 = 0 \quad \text{เมื่อ } T > T_c \\ = \text{constant} \quad \text{เมื่อ } T < T_c$$

เมื่อ  $|\psi|^2$  เป็นความหนาแน่นของอิเล็กตรอนในสภาพนำยวดยิ่ง

ถ้าพิจารณา  $T \rightarrow T_c$  สามารถเขียนสมการความหนาแน่นของพลังงานเสรี (Free energy density) ในเทอมของตัวแปรความเป็นระเบียบได้ดังนี้

$$f_s = f_n + a|\psi|^2 + \frac{1}{2}b|\psi|^4 + \dots \quad (17)$$

โดย  $f_s$  เป็นความหนาแน่นของพลังงานเสรีของสถานะนำเวดยั้งและ  $f_n$  เป็นความหนาแน่นของพลังงานอิสระของสถานะปกติ

เมื่อนำสมการที่ (17) มาเขียนให้อยู่ในความหนาแน่นของพลังงานเสรีของตัวนำเวดยั้งที่อยู่ในรูปสนามแม่เหล็กได้ดังนี้

$$f_s = f_n + a|\psi|^2 + \frac{1}{2}b|\psi|^4 + \frac{1}{2m^*} \left| \left( -i\hbar\nabla + \frac{e^*}{c} \bar{A} \right) \psi \right|^2 + \frac{h^2}{8\pi} \quad (18)$$

โดย  $h^2/8\pi$  คือ ความหนาแน่นพลังงานของสนามแม่เหล็ก

สามารถเขียนสมการความหนาแน่นของพลังงานเสรีโดยใช้การแปลงเลขจองค์ (Legendre tranformation) เป็น

$$g_s = f_s - \frac{\hbar \cdot \bar{H}}{4\pi} \quad (19)$$

ดังนั้นรวมสมการที่ (18) และ (19) แล้วหาค่าสุดขีด (Extremum)  $\frac{\partial g_s}{\partial \psi^*} = 0$  เป็น

$$\frac{1}{2m^*} \left( -i\hbar\nabla + \frac{e^*}{c} \bar{A} \right)^2 \psi + a\psi + b|\psi|^2 \psi = 0 \quad (20)$$

สามารถเรียกสมการที่ (20) ได้ว่า “สมการกินซ์เบิร์กแลนดาวที่หนึ่ง” โดยมีเงื่อนไขที่พื้นผิวเป็น

$$\hat{n} \cdot \left( -i\hbar\nabla + \frac{e^*}{c} \bar{A} \right) \psi = 0$$

ถ้าตัวแปร  $b = 0$  สมการกินซ์เบิร์กแลนดาวที่หนึ่งจะคล้ายกับสมการชโรดิงเงอร์ (Schrodinger equation) ในอนุภาคที่เคลื่อนที่ในสนามแม่เหล็ก

สำหรับสมการกินซ์เบิร์กแลนดาวที่สองนั้นจะพิจารณาสมการที่ (18) และการแปรค่าเทียบกับศักย์เวกเตอร์ ( $\bar{A}$ ) จะได้

$$-\frac{1}{4\pi} \nabla \times (\bar{h} - \bar{H}) = \frac{e^* \hbar}{2m^* i} (\psi^* \nabla \psi - \psi \nabla \psi^*) + \frac{e^{*2}}{m^* c} \bar{A} |\psi|^2 \quad (21)$$

จากความสัมพันธ์ของสมการแมกซ์เวลล์และความหนาแน่นของกระแสไฟฟ้า

$$\vec{j} = \frac{c}{4\pi} \vec{\nabla} \times \vec{h} \quad (22)$$

โดยพิจารณาสนามแม่เหล็กภายนอกที่สม่ำเสมอ

จากสมการที่ (21) และ (22) จะได้

$$\vec{j} = -\frac{e^* \hbar}{2m^* i} (\psi^* \vec{\nabla} \psi - \psi \vec{\nabla} \psi^*) - \frac{e^{*2}}{m^* c} \vec{A} |\psi|^2 \quad (23)$$

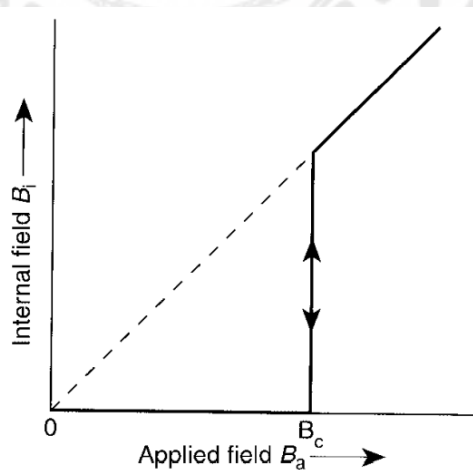
สามารถเรียกสมการที่ (23) ได้ว่า “สมการกินซ์เบิร์กแลนดาวที่สอง” พบว่าสมการนี้จะมีคล้ายกับ

สมการความต่อเนื่อง (Continuity equation) แต่เพิ่มค่า  $\frac{e^{*2}}{m^* c} \vec{A} |\psi|^2$  เข้าไปเท่านั้น

ในทฤษฎีกินซ์เบิร์กและแลนดาวสามารถคำนวณหาสนามแม่เหล็กวิกฤติได้และแบ่งประเภทตัวนำยิ่งยวดได้เป็น 2 ประเภทคือ ตัวนำยิ่งยวดประเภทที่หนึ่ง (Type I superconductors) และตัวนำยิ่งยวดประเภทที่สอง (Type II superconductors)

ตัวนำยิ่งยวดประเภทที่หนึ่งเป็นตัวนำยิ่งยวดที่มีสนามแม่เหล็กวิกฤติเพียงค่าเดียวคือ  $\frac{e^{*2}}{m^* c} \vec{A} |\psi|^2$

ดังภาพประกอบ 17



ภาพประกอบ 17 สนามแม่เหล็กภายนอก ( $B_a$ ) และสนามแม่เหล็กภายใน ( $B_i$ ) ของตัวนำยิ่งยวดประเภทที่หนึ่ง

ที่มา: (Buckel & Kleiner, 2004)

และตัวนำยวดยิ่งประเภทที่สองเป็นตัวนำยวดยิ่งที่มีสนามแม่เหล็กวิกฤติสองค่าคือ  
สนามแม่เหล็กวิกฤติที่สอง (Upper critical field) เป็น

$$\frac{e^* \hbar^2}{m^* c} \bar{A} |\psi|^2$$

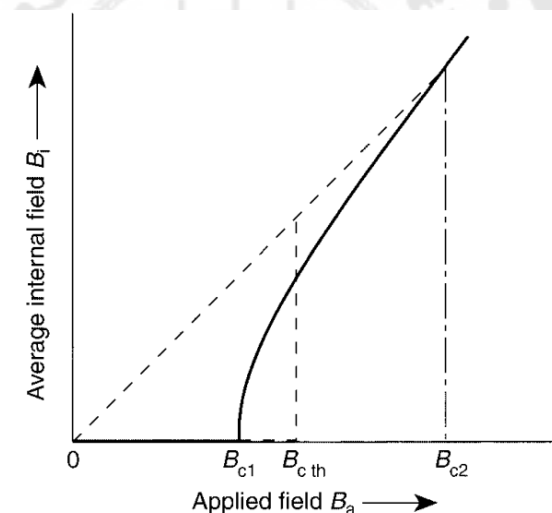
สนามแม่เหล็กวิกฤติที่หนึ่ง (Lower critical field) เป็น

$$H_{c1} \approx \frac{1}{2} \frac{\hbar c}{e^* \lambda_L^2} \ln \kappa$$

เมื่อ  $H_{c1} \approx \frac{1}{2} \frac{\hbar c}{e^* \lambda_L^2} \ln \kappa$  เป็นกิ้นซ์เบิร์กแลนดาวพารามิเตอร์ที่เป็นสัดส่วนของ ความลึกซาบซึมได้

( $\lambda_L$ ) และความยาวอาพันธ์ ( $\xi = \frac{\hbar^2}{2m^* |a|}$ )

สำหรับตัวนำยวดยิ่งประเภทที่หนึ่งจะมีค่า  $\kappa < \frac{1}{\sqrt{2}}$  และประเภทที่สองจะมีค่า  $\kappa > \frac{1}{\sqrt{2}}$



ภาพประกอบ 18 สนามแม่เหล็กภายนอก ( $B_a$ ) และสนามแม่เหล็กภายใน ( $B_i$ )  
ของตัวนำยวดยิ่งประเภทที่หนึ่ง (เส้นประ) และประเภทที่สอง (เส้นทึบ)

ที่มา: (Buckel & Kleiner, 2004)

ดังนั้นทฤษฎีกิ้นซ์เบิร์กและแลนดาวสามารถอธิบายสมบัติของตัวนำยวดยิ่งที่อยู่ใน  
สนามแม่เหล็กได้โดยเกิดจากการกำหนดตัวแปรความเป็นระเบียบและสมการความหนาแน่นของ  
พลังงานเสรีแต่ถึงอย่างไรยังไม่สามารถอธิบายอันตรกิริยาระหว่างคู่อิเล็กตรอนได้

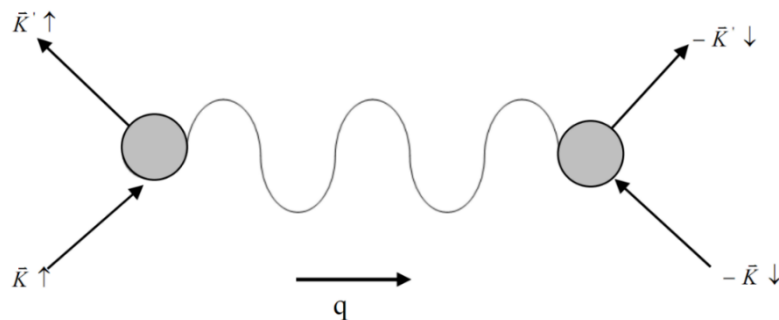


#### 4. ทฤษฎีบีซีเอส

ก่อนการค้นพบทฤษฎีบีซีเอสต่อเนื่องจากสมการลอนดอนที่อธิบายถึงความยาวอาพันธ์ (Coherence length,  $\xi$ ) สามารถคำนวณระยะห่างของคู่อิเล็กตรอนได้ทำให้เป็นพื้นฐานที่สำคัญและเป็นที่มาของการอธิบายอันตรกิริยาระหว่างคู่อิเล็กตรอนได้ ดังนั้นทฤษฎีนี้เป็นทฤษฎีที่อธิบายกลไกการเกิดสภาพนำยิ่งยวดและสมบัติต่างๆที่เริ่มต้นจากสิ่งที่เล็กที่สุดคืออันตรกิริยาระหว่างคู่อิเล็กตรอน

ในปีค.ศ. 1957 บาร์ดีน คูเปอร์ และชรีฟเฟอร์ได้เสนอทฤษฎีบีซีเอสโดยต่อยอดจากตัวแปรพื้นฐานของเกิดสภาพนำยิ่งยวดและการค้นพบปรากฏการณ์ไอโซโทปที่เป็นโครงสร้างของแลตทิซ ทำให้พวกเขาอธิบายได้ว่า “กลไกนี้เกิดขึ้นจากการดึงดูดกันของอิเล็กตรอนโดยมีโฟนอนเป็นสื่อกลาง(การสั่นของโครงสร้างแลตทิซ)” ดังภาพประกอบ 19 โดยมีเงื่อนไขของคู่อิเล็กตรอนจะสามารถดึงดูดกันได้นั้น

1. มีโมเมนตัมและสปินตรงกันข้ามกันคือสปินขึ้นและสปินลง  $\{\vec{k}_\uparrow, -\vec{k}_\downarrow\}$
2. มีพลังงานอยู่ในบริเวณผิวเฟอร์มิ (Fermi surface,  $E_F$ ) แต่ไม่เกินพลังงานเดอบาย (Debye energy)  $E_F - \omega_D$  ถึง  $E_F + \omega_D$  เมื่อ  $\omega_D$  เป็นความถี่เดอบาย (Debye frequency) การดึงดูดกันของคู่อิเล็กตรอนนี้เกิดในช่วงเวลานั้นๆ สามารถเรียกคู่ของอิเล็กตรอนนี้ว่า “คูคูเปอร์ (Cooper pairs)” มีลักษณะเป็นกึ่งอนุภาค (Quasi particle)



ภาพประกอบ 19 อันตรกิริยาระหว่างคู่อิเล็กตรอนและมีโฟนอนเป็นสื่อกลาง

ที่มา: (Buckel & Kleiner, 2004)

ทฤษฎีนี้เริ่มต้นจากการคำนวณจากแผนภาพฟายน์แมนของคูคูเปอร์และใช้ความไม่ต่อเนื่องลำดับที่สอง (Second quantization) พิจารณาฮามิลโทเนียนของตัวนำยิ่งยวดที่ไม่ขึ้นกับทิศทาง (Isotropic) จะได้

$$H = H_0 + H_{red} \quad (24)$$

เมื่อ  $H_0 = \sum_{k\sigma} \varepsilon_k C_{k\sigma}^+ C_{k\sigma}$  เป็นเทอมของพลังงานจลน์ของอิเล็กตรอนเทียบกับพลังงานเฟอร์มิ  $\varepsilon_k = \varepsilon - E_F$ ,  $H_{red} = \sum_{kk'} V_{kk'} C_{k'\uparrow}^+ C_{-k\downarrow}^+ C_{-k\downarrow} C_{k'\uparrow}$  เป็นเทอมที่เกิดจากอันตรกิริยาแบบดึงดูดกันของคู่อิเล็กตรอนที่อยู่ในช่วงแคบๆ บริเวณผิวเฟอร์มิ มีโมเมนตัมและสปินตรงกันข้ามกัน,  $V_{kk'}$  เป็นสัมประสิทธิ์ของอันตรกิริยาแบบดึงดูดกันของคู่อิเล็กตรอน ในกรณีนี้ให้  $V_{kk'} = V$  และ  $C_{k\sigma}^+ (C_{k\sigma})$  เป็นตัวดำเนินการสร้าง(ทำลาย)ของอิเล็กตรอนที่มีเวกเตอร์คลื่นเป็น  $k$  และสปินเป็น  $\sigma$

หลังจากนั้นพิจารณาสมการ (24) โดยใช้ทฤษฎีสถานเฉลี่ย (Mean-field theory) เพื่อหาค่าเฉลี่ยของตัวดำเนินการได้เป็น

$$H = \sum_{k\sigma} \varepsilon_k C_{k\sigma}^+ C_{k\sigma} + \sum_k \Delta (C_{k\uparrow}^+ C_{-k\downarrow}^+ + h.c.)$$

เมื่อ  $\Delta = \sum_k V_{kk'} \langle C_{-k\downarrow} C_{k'\uparrow} \rangle = \Delta^* = \sum_k V_{kk'} \langle C_{k'\uparrow}^+ C_{-k\downarrow}^+ \rangle$  เป็นช่องว่างพลังงานและ  $h.c.$  เป็นเฮอริมีเทียนคอนจูเกต (Hermitian conjugate)

จากฟังก์ชันกรีน (Green's function)

$$G(k, \omega_n) = \langle -T_\tau \Psi_k(\tau) \Psi_k^+(0) \rangle = \left\langle -T_\tau \begin{pmatrix} C_{k\uparrow} C_{k\uparrow}^+ & C_{k\uparrow} C_{-k\downarrow} \\ C_{-k\downarrow} C_{k\uparrow}^+ & C_{-k\downarrow} C_{-k\downarrow} \end{pmatrix} \right\rangle$$

โดย  $\Psi_k^+ = (C_{k\uparrow}^+ \ C_{-k\downarrow}^+)$  และ  $T_\tau$  เป็นตัวจัดการของเวลาจินตภาพ ( $\tau = it$ )

ใช้ความสัมพันธ์ของสมการไฮเซนเบิร์ก  $i \frac{d}{dt} C_{k\uparrow} = [C_{k\uparrow}, H]$  จะได้ฟังก์ชันกรีนของตัวนำยวดยิ่งเป็น

$$G(k, \omega_n) = \frac{1}{(i\omega_n - \varepsilon_k \tau_3 + \Delta \tau_1)}$$

โดย  $\tau_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ ,  $\tau_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$  เป็นเพาลีเมตริกซ์ (Pauli matrices) และ  $\omega_n = \pi T(2n+1)$  เป็น

ความถี่ Matsubara (Matsubara frequency),  $T$  เป็นอุณหภูมิ และ  $n$  เป็นจำนวนเต็ม

พิจารณาช่องว่างพลังงาน

$$\Delta = \sum_k V \langle C_{-k\downarrow} C_{k\uparrow} \rangle = \sum_k V G^{21}(k, \omega_n)$$

จะได้เป็น

$$\Delta = 2T \sum_{k=0}^{\infty} \sum_n V \left( \frac{\Delta}{\omega_n^2 + \varepsilon_k^2 + \Delta^2} \right) = 2N(0)TV \int_0^{\omega_p} d\varepsilon \Delta \sum_n \left( \frac{1}{\omega_n^2 + \varepsilon_k^2 + \Delta^2} \right) \quad (25)$$

เนื่องจาก

$$\sum_n \left( \frac{T}{\omega_n^2 + \varepsilon_k^2} \right) = \sum_n \frac{T}{2E_k} \left( \frac{1}{i\omega_n + E_k} - \frac{1}{i\omega_n - E_k} \right) \quad (26)$$

โดย  $E_k = \sqrt{\varepsilon_k^2 + \Delta^2}$

พิจารณา  $\sum_n \frac{1}{i\omega_n + E_k}$  เป็นอินทิเกรตแบบคอนทัวร์ที่มีโพลจะได้เป็น

$$T \sum_n f(i\omega_n) = -\oint \frac{dz}{2\pi i} n_F(z) f(z)$$

โดยสมการการแจกแจงของอนุภาคเฟอร์มิ (fermi-distribuiton function)

$$n_F(z) = \frac{1}{e^{z/T} + 1}$$

ดังนั้นจะได้

$$T \sum_n \frac{1}{i\omega_n + E_k} = -\frac{1}{2\pi i} \oint \frac{1}{e^{z/T} + 1} \cdot \frac{1}{z + E_k} dz = \frac{1}{e^{-E_k/T} + 1} \quad (27)$$

ในทำนองเดียวกัน

$$T \sum_n \frac{1}{i\omega_n - E_k} = -\frac{1}{e^{E_k/T} + 1} \quad (28)$$

นำสมการที่ (27) และ (28) ไปแทนค่าในสมการที่ (26) จะได้เป็น

$$T \sum_n \frac{1}{i\omega_n + E_k} = -\frac{1}{2\pi i} \oint \frac{1}{e^{z/T} + 1} \cdot \frac{1}{z + E_k} dz = \frac{1}{e^{-E_k/T} + 1}$$

ดังนั้นจะได้สมการช่องว่างพลังงานของตัวนำยวดยิ่งเป็น

$$\Delta = N(0)V \int_0^{\omega_p} \frac{\Delta}{E_k} \tanh\left(\frac{E_k}{2T}\right) d\varepsilon_k \quad (29)$$

โดย  $E_k = \sqrt{\varepsilon_k^2 + \Delta^2}$  เป็นพลังงานของคู่อุปเปอร์ (กึ่งอนุภาค) และ  $\Delta$  เป็นช่องว่างพลังงานเมื่อเกิดการจับคู่กันของคู่อุปเปอร์ และเมื่อเปลี่ยนเป็นสภาพตัวนำปกติช่องว่างพลังงานจะเท่ากับศูนย์

จากสมการที่ (29) สามารถเรียกสมการนี้ว่าสมการเรียกตนเอง (Self-consistent equation) ของช่องว่างพลังงานจะได้เป็น

$$\frac{1}{\lambda_{E_k}} = \int_0^{\omega_D} \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_k^2 + \Delta^2}} \tanh\left(\frac{\sqrt{\varepsilon_k^2 + \Delta^2}}{2T}\right) d\varepsilon_k \quad (30)$$

โดย  $\lambda_{E_k} = N(0)V$  เป็นค่าคงที่แรงคู่ควบ (Coupling constant)

ที่  $T = 0$  พิจารณาสมการที่ (30) ภายใต้เงื่อนไขอันตรกิริยาอย่างอ่อน (Weak interaction) สามารถคำนวณหาช่องว่างพลังงานที่ศูนย์เคลวิน  $\Delta(T) = \Delta(0)$  และ  $\tanh(x) \approx 1$  จะได้เป็น

$$\frac{1}{\lambda_{E_k}} = \int_0^{\omega_D} \frac{d\varepsilon_k}{\sqrt{\varepsilon_k^2 + \Delta^2(0)}} = \sinh^{-1}\left(\frac{\omega_D}{\Delta(0)}\right) \quad (31)$$

ประมาณค่า  $\sinh^{-1}\left(\frac{x}{2}\right) \cong \ln(x)$  เมื่อ  $x$  มีค่ามากๆ สามารถใช้ได้กับอันตรกิริยาอย่างอ่อนที่มี  $\omega_D \gg \Delta$  ดังนั้นจะได้

$$\frac{1}{\lambda_{E_k}} = \ln\left(\frac{\omega_D}{\Delta(0)}\right) \quad (32)$$

หรือ

$$\Delta(0) = 2\omega_D e^{-1/\lambda_{E_k}} \quad (33)$$

ที่  $T = T_c$  พิจารณาสมการที่ (30) โดยช่องว่างพลังงานจะมีค่าเป็นศูนย์  $\Delta(T_c) = 0$  จะได้เป็น

$$\frac{1}{\lambda_{E_k}} = \int_0^{\omega_D} \frac{\tanh(\varepsilon_k / 2T_c) d\varepsilon_k}{\varepsilon_k} = (\ln \varepsilon_k \tanh(\varepsilon_k))_0^{\omega_D/2T_c} - \int_0^{\omega_D/2T_c} \ln \varepsilon_k \operatorname{sech}^2 \varepsilon_k d\varepsilon_k \quad (34)$$

เนื่องจาก  $\omega_D \gg T_c$  ดังนั้น  $\int_0^{\omega_D/2T_c} \rightarrow \int_0^{\infty}$  และ  $\tanh(\omega_D / 2T_c) \cong 1$

$$\int_0^{\infty} \ln \varepsilon_k \operatorname{sech}^2 \varepsilon_k d\varepsilon_k = \ln\left(\frac{\pi}{4\gamma}\right) \quad (35)$$

โดย  $\gamma = e^{0.57} = 1.78$

นำสมการที่ (35) และตัวแปรอื่นๆ แทนค่าลงไปในสมการที่ (34) จะได้เป็น

$$\frac{1}{\lambda_{E_k}} = \ln\left(\frac{\omega_D}{2T_c}\right) - \ln\left(\frac{\pi}{4\gamma}\right) = \ln\left(\frac{\omega_D}{T_c} \frac{2\gamma}{\pi}\right) \quad (36)$$

สามารถคำนวณสมการของอุณหภูมิวิกฤตได้เป็น

$$T_c = \left(\frac{2\gamma}{\pi}\right) \omega_D e^{-1/\lambda_{E_k}}$$

และพบว่าอัตราส่วนระหว่างช่องว่างพลังงานที่ศูนย์เคลวินกับอุณหภูมิวิกฤติมีค่าคงตัวเป็น

$$\frac{2\Delta(0)}{T_c} = \frac{2\pi}{\gamma} = 3.52$$

พิจารณาสมการของปรากฏการณ์ไอโซโทปกับความถี่เดอบายจะได้

$$\omega_D \propto M^{-1/2}$$

ดังนั้นสัมประสิทธิ์ไอโซโทปมีค่าเป็น  $\alpha = 1/2$

ที่  $T \rightarrow 0$  พิจารณาสมการที่ (30) จะได้

$$\frac{1}{\lambda_{E_k}} = \int_0^{\omega_D} \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_k^2 + \Delta^2(T)}} \tanh\left(\frac{\sqrt{\varepsilon_k^2 + \Delta^2(T)}}{2T}\right) d\varepsilon_k \quad (37)$$

เมื่อ  $T$  ต่ำๆ (Burns, 1992) โดย  $T \ll T_c$  ให้  $\Delta(T) = \Delta(0) + \Delta_1(T)$  เมื่อ  $\Delta_1(T)$  มีค่าน้อย  
มากกว่าเทียบกับ  $\Delta(0)$

กำหนดให้  $x = \frac{\sqrt{\varepsilon_k^2 + \Delta^2(T)}}{2T}$  จะได้เป็น

$$\tanh x = \frac{\sinh x}{\cosh x} = \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}} = \frac{e^x (1 - e^{-2x})}{e^x (1 + e^{-2x})} \quad (38)$$

จากกรณี  $x \ll 1$  สามารถประมาณค่าเป็น

$$(1+x)^n \approx 1+nx$$

จะได้เป็น

$$\frac{(1 - e^{-2x})}{(1 + e^{-2x})} = (1 - e^{-2x})(1 + e^{-2x})^{-1} \approx (1 - e^{-2x})^2$$

จากสมการที่ (38) ทำให้ประมาณค่าได้

$$\tanh x \approx 1 - 2e^{-2x} \approx 1 - 2e^{-\frac{\sqrt{\varepsilon_k^2 + \Delta^2(0)}}{T}} \quad (39)$$

พิจารณา

$$\frac{\sqrt{\varepsilon_k^2 + \Delta^2(0)}}{T} \approx \frac{\Delta(0)}{T} + \frac{\varepsilon_k^2}{2T\Delta(0)}$$

ดังนั้นจะได้การประมาณค่าเป็น

$$\tanh x \approx 1 - 2e^{-\frac{\Delta(0)}{T} - \frac{\varepsilon_k^2}{2T\Delta(0)}} \quad (40)$$

นำสมการที่ (40) แทนในไปในสมการที่ (37) จะได้

$$\frac{1}{\lambda_{\varepsilon_k}} = \int_0^{\omega_D} \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_k^2 + \Delta^2(T)}} \left( 1 - 2e^{\left( \frac{\Delta(0)}{T} + \frac{\varepsilon_k^2}{2T\Delta(0)} \right)} \right) d\varepsilon_k \quad (41)$$

กำหนดให้  $\varepsilon_k = \Delta(T) \sinh x$ ,  $d\varepsilon_k = \Delta(T) \cosh x dx$

พิจารณาเทอมแรกของสมการที่ (41) จะได้

$$\int_0^{\omega_D} \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_k^2 + \Delta^2(T)}} d\varepsilon_k = \int_0^{\sinh^{-1}(\omega_D/\Delta(T))} \frac{\Delta(T) \cosh x dx}{\sqrt{(\Delta(T) \cdot \sinh x)^2 + (\Delta(T))^2}}$$

โดย  $\sinh^2 x + 1 = \cosh^2 x$

ดังนั้นจะได้

$$\int_0^{\sinh^{-1}(\omega_D/\Delta(T))} dx = \sinh^{-1}(\omega_D/\Delta(T)) \quad (42)$$

จาก  $\sinh^{-1} x \approx \ln(2x)$  เมื่อ  $x \gg 1$  ดังนั้น  $\omega_D \gg \Delta(T)$  จะได้

$$\sinh^{-1}(\omega_D/\Delta(T)) = \ln\left(\frac{2\omega_D}{\Delta(T)}\right) \quad (43)$$

พิจารณาเทอมสองของสมการที่ (41)

กำหนดให้  $x = \frac{\varepsilon_k}{\sqrt{2T\Delta(0)}}$ ,  $d\varepsilon_k = \sqrt{2T\Delta(0)} dx$  จะได้เป็น

$$\int_0^{\omega_D} \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_k^2 + \Delta^2(T)}} \left( 2e^{\left( \frac{\Delta(0)}{T} + \frac{\varepsilon_k^2}{2T\Delta(0)} \right)} \right) d\varepsilon_k = 2e^{\left( \frac{\Delta(0)}{T} \right)} \cdot \int_0^{\omega_D/\sqrt{2T\Delta(0)}} \frac{e^{-x^2}}{\sqrt{x^2 + \frac{\Delta(0)}{2T}}} dx \quad (44)$$

ที่  $T \rightarrow 0$ ,  $\frac{\omega_D}{T} \rightarrow \infty$  ดังนั้น  $\int_0^{\omega_D/\sqrt{2T\Delta(0)}} \rightarrow \int_0^{\infty}$  และ  $\varepsilon_k \rightarrow 0$  ทำให้  $\frac{\Delta(0)}{2T} \gg \frac{\varepsilon_k}{2T\Delta(0)}$   
ดังนั้น

$$\sqrt{x^2 + \frac{\Delta(0)}{2T}} \approx \sqrt{\frac{\Delta(0)}{2T}}$$

นำค่าตัวแปรที่ได้มาแทนลงในสมการที่ (44) จะได้

$$2e^{\left( \frac{\Delta(0)}{T} \right)} \cdot \int_0^{\omega_D/\sqrt{2T\Delta(0)}} \frac{e^{-x^2}}{\sqrt{x^2 + \frac{\Delta(0)}{2T}}} dx = \sqrt{\frac{2\pi T}{\Delta(0)}} \cdot e^{\left( \frac{\Delta(0)}{T} \right)} \quad (45)$$

เมื่อ  $\int_0^{\infty} e^{-x^2} dx = \frac{\sqrt{\pi}}{2}$   
 ดังนั้นจะได้เป็น

$$\frac{1}{\lambda_{E_k}} = \ln\left(\frac{2\omega_p}{\Delta(T)}\right) - \sqrt{\frac{2\pi T}{\Delta(0)}} \cdot e^{\left(-\frac{\Delta(0)}{T}\right)} \quad (46)$$

นำสมการที่ (32) และ (46) มาคำนวณเพื่อหาความสัมพันธ์ของช่องว่างพลังงานที่  $T = 0$  ( $\Delta(0)$ ) และที่  $T$  ใดๆ ( $\Delta(T)$ ) จะได้เป็น

$$\ln\left(\frac{\Delta(T)}{\Delta(0)}\right) = -\sqrt{\frac{2\pi T}{\Delta(0)}} \cdot e^{\left(-\frac{\Delta(0)}{T}\right)}$$

จะได้

$$\ln\left(1 + \frac{\Delta_1(T)}{\Delta(0)}\right) = -\sqrt{\frac{2\pi T}{\Delta(0)}} \cdot e^{\left(-\frac{\Delta(0)}{T}\right)}$$

เมื่อ  $x \ll 1 \rightarrow \ln(1+x) \approx x$

$$\Delta_1(T) = -\Delta(0) \sqrt{\frac{2\pi T}{\Delta(0)}} \cdot e^{\left(-\frac{\Delta(0)}{T}\right)}$$

ดังนั้นจะได้ช่องว่างพลังงานกรณี  $T \rightarrow 0$

$$\Delta(T) = \Delta(0) \left(1 - \sqrt{\frac{2\pi T}{\Delta(0)}} \cdot e^{\left(-\frac{\Delta(0)}{T}\right)}\right) \quad (47)$$

ที่  $T \rightarrow T_c$  พิจารณาสมการที่ (30) จะได้

$$\frac{1}{\lambda_{E_k}} = \int_0^{\omega_p} \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_k^2 + \Delta^2(T)}} \tanh\left(\frac{\sqrt{\varepsilon_k^2 + \Delta^2(T)}}{2T}\right) d\varepsilon_k$$

จัดรูป

$$\frac{\tanh x}{x} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{1}{x^2 + \left[\pi\left(n + \frac{1}{2}\right)\right]^2} \quad (48)$$

จะได้

$$\begin{aligned} \frac{1}{\lambda_{E_k}} &= \frac{1}{2T} \int_0^{\omega_p} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{1}{\frac{\varepsilon_k^2 + \Delta^2(T)}{4T^2} + \left[\pi\left(n + \frac{1}{2}\right)\right]^2} d\varepsilon_k \\ &= 4T \sum_{n=0}^{\infty} \int_0^{\omega_p} \frac{d\varepsilon_k}{\varepsilon_k^2 + \Delta^2(T) + \omega_n^2} \end{aligned} \quad (49)$$

เมื่อ  $\omega_n = \pi T(2n+1)$  โดย  $n = 0, 1, 2, 3$  ที่ใกล้ลัทธิอนุกรมวิฤติ  $\Delta(T)$  จะมีค่าน้อยสามารถใช้งานได้  
ประมาณค่าเป็น

$$\begin{aligned} \frac{1}{\lambda_{E_k}} &= 4T \sum_{n=0}^{\omega_p/2\pi T} \int_0^{\omega_p} \frac{d\varepsilon_k}{\varepsilon_k^2 + \omega_n^2} \frac{1}{1 + \frac{\Delta^2(T)}{\varepsilon_k^2 + \omega_n^2}} \\ &\cong 4T \sum_{n=0}^{\omega_p/2\pi T} \left[ \int_0^{\omega_p} \frac{d\varepsilon_k}{\varepsilon_k^2 + \omega_n^2} - \int_0^{\omega_p} \frac{\Delta^2(T)}{(\varepsilon_k^2 + \omega_n^2)^2} d\varepsilon_k \right] \end{aligned} \quad (50)$$

พิจารณาเทอม  $4T \sum_{n=0}^{\omega_p/2\pi T} \int_0^{\omega_p} \frac{d\varepsilon_k}{\varepsilon_k^2 + \omega_n^2}$  ของสมการที่ (50)

เมื่อ  $\frac{\omega_D}{T_c} \rightarrow \infty$  และ  $\int_0^\infty \frac{dx}{x^2 + a^2} = \frac{\pi}{2a}$  ดังนั้นประมาณค่าได้เป็น

$$4T \sum_{n=0}^{\omega_p/2\pi T} \int_0^{\omega_p} \frac{d\varepsilon_k}{\varepsilon_k^2 + \omega_n^2} = 2 \sum_{n=0}^{\omega_p/2\pi T} \frac{1}{(2n+1)}$$

เนื่องจาก  $\frac{\omega_D}{T_c} \rightarrow \infty$  ทำให้  $\frac{\omega_D}{2\pi T_c} - \frac{1}{2} \rightarrow \infty$  ด้วย

ดังนั้น

$$\begin{aligned} &= 2 \sum_{n=0}^{(\omega_D/2\pi T) - 1/2} \frac{1}{(2n+1)} \\ &= 2 \left[ 1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{5} + \frac{1}{7} + \dots + \frac{1}{(\omega_D/\pi T)} \right] \\ &= 2 \left\{ \left[ 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{5} + \dots + \frac{1}{(\omega_D/\pi T)} \right] - \left[ \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{6} + \dots + \frac{1}{(\frac{\omega_D}{\pi T} - 1)} \right] \right\} \\ &= 2 \left[ \sum_{n=0}^{\omega_D/\pi T} \frac{1}{n} - \frac{1}{2} \sum_{n=1}^{(\omega_D/\pi T) - 1/2} \frac{1}{n} \right] \\ &= 2 \left\{ C + \ln \left( \frac{\omega_D}{\pi T} \right) - \frac{1}{2} \left[ C + \ln \left( \frac{\omega_D}{2\pi T - \frac{1}{2}} \right) \right] \right\} \\ &= C + 2 \ln \left( \frac{\omega_D}{\pi T} \left( \frac{2\pi T}{\omega_D} \right)^{1/2} \right) \end{aligned}$$

ดังนั้นจะได้เป็น

$$2 \sum_{n=0}^{\omega_p/2\pi T} \frac{1}{(2n+1)} = \ln \left( \frac{2\omega_D \gamma}{\pi T} \right) \quad (51)$$

เมื่อ  $\sum_{m=1}^N \frac{1}{m} = C + \ln N$  เมื่อ  $N \rightarrow \infty$  และ  $C = 0.5772156649$  ซึ่งค่า  $C = \ln \gamma, \gamma = e^C$



พิจารณาเทอม  $4T \sum_{n=0}^{\omega_D/2\pi T} \int_0^{\omega_D} \frac{\Delta^2(T)}{(\varepsilon_k^2 + \omega_n^2)^2} d\varepsilon_k$  ของสมการที่ (50) เปลี่ยน  $\omega_D \rightarrow \infty$  และ  $\sum_{n=0}^{\omega_D/2\pi T} \rightarrow \sum_{n=0}^{\infty}$

จะได้เป็น

$$\begin{aligned} &= 4T \sum_{n=0}^{\infty} \int_0^{\infty} \frac{\Delta^2(T)}{(\varepsilon_k^2 + \omega_n^2)^2} d\varepsilon_k \\ &= 4\Delta^2(T) \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\pi}{4\omega_n^3} \\ &= \frac{\Delta^2(T)}{\pi^2 T^2} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(2n+1)^3} \end{aligned} \quad (52)$$

เมื่อ  $\int_0^{\infty} \frac{dx}{(x^2 + a^2)^2} = \frac{\pi}{4a^3}$

จากรีมันน์ซีตาฟังก์ชัน  $\zeta(x) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n)^x}$  ดังนั้นเทอม  $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(2n+1)^3} = \frac{7}{8} \zeta(3)$   
ดังนั้น

$$4T \sum_{n=0}^{\infty} \int_0^{\infty} \frac{\Delta^2(T)}{(\varepsilon_k^2 + \omega_n^2)^2} d\varepsilon_k = \frac{\Delta^2(T)}{\pi^2 T^2} \frac{7}{8} \zeta(3) \quad (53)$$

และ

$$\frac{1}{\lambda_{E_k}} \cong \ln\left(\frac{2\omega_D \gamma}{T}\right) - \frac{\Delta^2(T)}{\pi^2 T^2} \frac{7}{8} \zeta(3) \quad (54)$$

นำสมการที่ (36) แทนลงในสมการที่ (54)

$$\begin{aligned} \ln\left(\frac{2\omega_D \gamma}{T_c}\right) &\cong \ln\left(\frac{2\omega_D \gamma}{T}\right) - \frac{\Delta^2(T)}{\pi^2 T^2} \frac{7}{8} \zeta(3) \\ \ln\left(\frac{T}{T_c}\right) &\cong -\frac{7}{8} \zeta(3) \frac{\Delta^2(T)}{\pi^2 T^2} \end{aligned} \quad (55)$$

จัดรูปสมการใหม่

$$\ln\left(1 + \frac{T - T_c}{T_c}\right) \cong -\frac{7}{8} \zeta(3) \frac{\Delta^2(T)}{\pi^2 T^2}$$

เมื่อ  $x \ll 1 \rightarrow \ln(1+x) \approx x$

$$\frac{T_c - T}{T_c} \cong \frac{7}{8} \zeta(3) \frac{\Delta^2(T)}{\pi^2 T^2} \quad (56)$$

ดังนั้นจะได้ช่องว่างพลังงานกรณี  $T \rightarrow T_c$

$$\Delta(T) = 3.06\sqrt{T_c(T_c - T)}$$

$$\zeta(3) = 1.20206$$

จากการคำนวณสมการของทฤษฎีบีซีเอสพบว่าได้ค่าของ

$$\frac{2\Delta(0)}{T_c} = 3.52, \quad \alpha = 1/2 \quad \text{และ} \quad \left. \frac{C_s - C_n}{C_n} \right|_{T=T_c} = 1.43$$

และสมการช่องว่างในกรณีที่มีอุณหภูมิต่างๆ

ที่  $T = 0$

$$\Delta(0) = 2\omega_D e^{-1/\lambda_{Eg}} \quad (57)$$

ที่  $T \rightarrow 0$

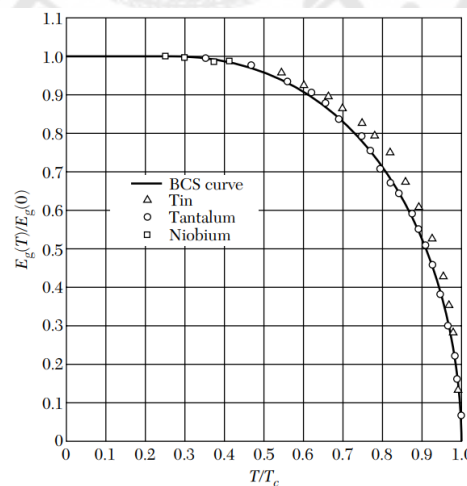
$$\Delta(T) = \Delta(0) \left( 1 - \sqrt{\frac{2\pi T}{\Delta(0)}} \cdot e^{-\frac{\Delta(0)}{T}} \right) \quad (58)$$

ที่  $T \rightarrow T_c$

$$\Delta(T) = 3.06\sqrt{T_c - (T_c - T)} \quad (59)$$

ที่  $T = T_c$

$$\Delta(T_c) = 0 \quad (60)$$



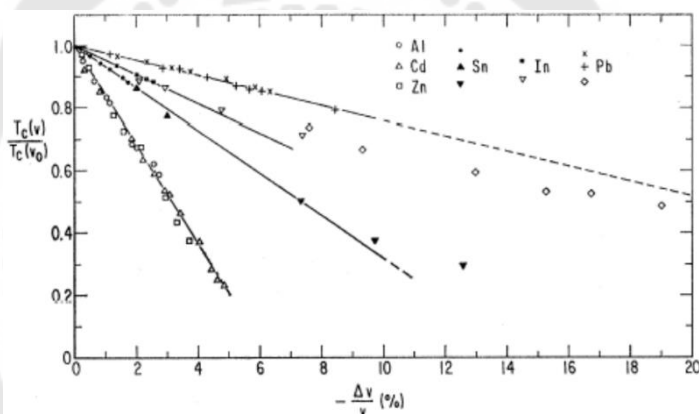
ภาพประกอบ 20 อัตราส่วนช่องว่างพลังงานที่อุณหภูมิต่ำต่อช่องว่างพลังงานที่ศูนย์เคลวิน  
ของตัวนำยวดยิ่งที่ได้จากทฤษฎีบีซีเอสเปรียบเทียบกับผลการทดลอง

ที่มา: (Kittel, 2004)

## 5. ผลกระทบของความดันต่อสภาพนำยวดยิ่ง

### 5.1 ผลกระทบของความดันในตัวนำยวดยิ่งอุณหภูมิต่ำ

ในปี ค.ศ. 1958 เจนนิ่งส์และสเวนสัน (Jennings & Swenson, 1958) ได้ทำการทดลองผลกระทบของความดันที่มีต่ออุณหภูมิวิกฤติของตัวนำยวดยิ่งในดีบุก (Sn) อินเดียม (In) แทนทาลัม (Ta) แทนเลียม (Ti) และปรอท (Hg) “พบว่า การเพิ่มความดันที่สัมพันธ์กับปริมาตรของสารส่งผลต่ออุณหภูมิวิกฤติของตัวนำยวดยิ่ง” และในปี ค.ศ. 1967 สมิทส์และชู (Smith & Chu, 1967) ได้ยืนยันผลการทดลองผ่านการคำนวณด้วยสมการแมคมิลแลนของความสัมพันธ์ปริมาตร ความดันและอุณหภูมิวิกฤติ “พบว่า การเพิ่มความดันในตัวนำยวดยิ่งอุณหภูมิต่ำส่งผลให้อุณหภูมิวิกฤติลดลง” ดังภาพประกอบ 21



ภาพประกอบ 21 ความสัมพันธ์ของความดันและอุณหภูมิวิกฤติของตัวนำยวดยิ่งต่างๆ

ที่มา (Smith & Chu, 1967)

แต่อย่างไรก็ตาม ในปี ค.ศ. 1950 แมททียัส (Matthias, 1953) ยืนยันค่าคงที่แลตทิซที่เกี่ยวข้องกับการลดลงของปริมาตรทำให้อุณหภูมิวิกฤติเพิ่มขึ้นของตัวนำยวดยิ่งไนโอเบียมคาร์บอน (NbC) และไนโอเบียมไนโตรเจน (NbN) ที่อุณหภูมิวิกฤติ 17.8 K และขณะเดียวกันได้ใช้ทฤษฎีพีซีเอสประยุกต์ใช้กับทฤษฎีเอเลียสเบิร์กของสภาพนำยวดยิ่งที่เป็นอันตรกิริยาอย่างเข้ม (Eliashberg theory of strong-coupling superconductivity)

พิจารณาสมการที่ (57) ด้วยค่าคงที่ต่างๆ

$$k_B T_c = 1.13 \hbar \omega_D e^{-1/\lambda_k} \quad (61)$$

เมื่อ  $k_B$  และ  $\hbar$  เป็นค่าคงที่ของโบลซ์มันน์และพลังค์ตามลำดับ

นำสมการที่ (61) มาประยุกต์ใช้กับทฤษฎีเดี่ยไลเชิร์กคำนวณโดยแมคมิลแลน (McMillan, 1968) จะได้เป็น

$$k_B T_c = \frac{\hbar \langle \omega \rangle}{1.2} \exp \left\{ - \frac{1.04(1 + \lambda_{E_k})}{\lambda_{E_k} - \mu^* (1 + 0.62 \lambda_{E_k})} \right\} \quad (62)$$

เมื่อ  $\mu^*$  เป็นคัมภ์เทียบคูลอมบ์

$$\mu^* = \frac{N(E_F) V_c}{1 + N(E_F) V_c \ln \frac{E_B}{\hbar \omega_0}} \quad (63)$$

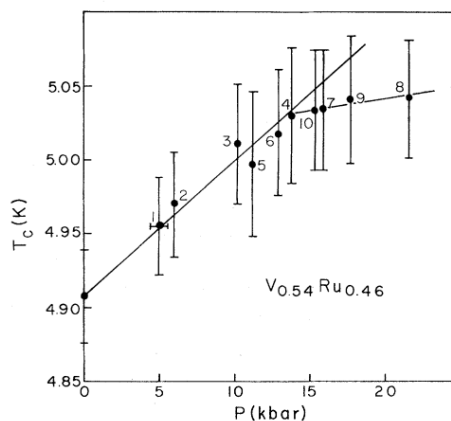
เมื่อ  $V_c$  เป็นองค์ประกอบเมทริกซ์ของค่าคูลอมบ์เฉลี่ยที่ผิวเฟอร์มิ  $E_B$  เป็นความกว้างของแถบพลังงานอิเล็กตรอนและ  $\omega_0$  เป็นความถี่โฟนอนสูงสุด

ดังนั้นจะได้ค่าคงที่ของแรงคู่ควบเป็น

$$\lambda_{E_k} = 2 \int \frac{d\omega \alpha^2(\omega) F(\omega)}{\omega} = \frac{N(E_F) \langle I^2 \rangle}{M \langle \omega^2 \rangle} \quad (64)$$

เมื่อ  $\alpha(\omega)$  และ  $F(\omega)$  เป็น ค่าความเข้มของค่าเฉลี่ยแรงคู่ควบ และความหนาแน่นของสถานะโฟนอนตามลำดับ  $\langle I^2 \rangle$  เป็นค่าเฉลี่ยของผิวเฟอร์มิ  $M$  เป็นค่ามวลอะตอม และ  $\langle \omega^2 \rangle$  ฟังก์ชันของน้ำหนักที่  $n$  ใดๆ

จากสมการที่ (62) และ (64) สามารถนำประยุกต์ใช้การขึ้นกับความดันของอุณหภูมิวิกฤติได้โดย ผลกระทบของความดันจะเป็นตัวแปรของ  $\mu^*$  และ  $\langle I^2 \rangle$  ส่งผลต่อความหนาแน่นของสถานะและค่าเฉลี่ยพลังงานของโฟนอน



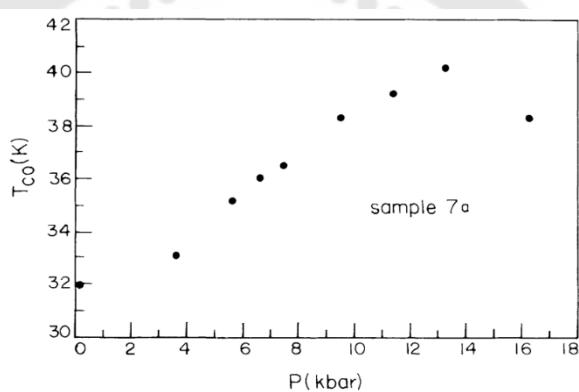
ภาพประกอบ 22 ความสัมพันธ์ของความดันและอุณหภูมิวิกฤติของตัวนำยิ่งยวด V<sub>0.54</sub>Ru<sub>0.46</sub>

ที่มา (Chu, Huang, Smith, & Corenzwit, 1975)

หลังจากนั้นในปี ค.ศ. 1975 ของกลุ่มชูและฮวง (Chu et al., 1975) ที่อธิบายการเพิ่มขึ้นของอุณหภูมิวิกฤติด้วยความดันที่เพิ่มขึ้นของตัวนำยวดยิ่งอัลลอยวานาเดียมรูเดียนเนียมที่ความดัน 1.4 *GPa* ดังภาพประกอบ 22

## 5.2 ผลกระทบของความดันในตัวนำยวดยิ่งอุณหภูมิสูง

จากการค้นพบตัวนำยวดยิ่งอุณหภูมิสูงที่ 35 *K* ของ La-Ba-CuO และได้พบการทดลองครั้งแรกของการเพิ่มความดันให้กับตัวนำยวดยิ่งอุณหภูมิสูงของ La-Ba-CuO “พบว่าอุณหภูมิวิกฤติมีค่าเพิ่มขึ้นเป็น 40 *K* ที่ความดัน 1.3 *GPa*” โดยชูและคณะ (Chu, Hor, Meng, Gao, Huang, et al., 1987) ดังภาพประกอบ 23

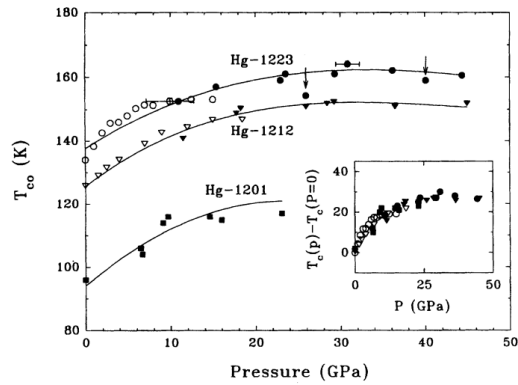


ภาพประกอบ 23 การเพิ่มขึ้นของอุณหภูมิวิกฤติด้วยความดันของตัวนำยวดยิ่ง La-Ba-CuO

ที่มา (Chu, Hor, Meng, Gao, Huang, et al., 1987)

ในปีเดียวกันชูและคณะ (Chu, Hor, Meng, Gao, & Huang, 1987) ทำการทดลองอย่างต่อเนื่องค้นพบตัวนำยวดยิ่งในกลุ่มเดิม  $\text{La}_{1.8}\text{Ba}_{0.2}\text{CuO}_{4-\delta}$  ที่มีอุณหภูมิวิกฤติเป็น 52.5 *K* และความดันที่มากกว่า 6 *GPa* แต่ในกลุ่ม Y-Ba-CuO เมื่อเพิ่มความดันแล้วไม่ส่งผลต่ออุณหภูมิวิกฤติ หลังจากนั้นก็มีหลายกลุ่มการทดลองค้นพบตัวนำยวดยิ่งที่อุณหภูมิสูงขึ้นด้วยการเพิ่มความดันจนมาในปี ค.ศ. 1993 กลุ่มของปูติลิน (Putilin, Antipov, Chmaissem, & Marezio, 1993) และ กลุ่มของชิลลิง (A. Schilling, M. Cantoni, J. D. Guo, & H. R. Ott, 1993) ได้ค้นพบตัวนำยวดยิ่ง  $\text{HgBa}_2\text{CuO}_{4+\delta}$  (Hg-1201) และ  $\text{HgBa}_2\text{Ca}_2\text{Cu}_3\text{O}_{8+\delta}$  (Hg-1223) มีอุณหภูมิวิกฤติ 94 *K* และ 133.5 *K* หลังจากนั้นเจาและคณะ (Gao et al., 1994) ได้ทำการศึกษาเพิ่มเติมของตัวนำยวดยิ่ง

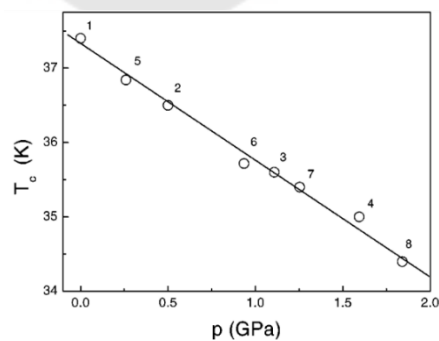
กลุ่มนี้โดยการเพิ่มความดันพบว่า Hg-1223 มีอุณหภูมิวิกฤตสูงสุดที่ 164 K ที่ความดัน 32 GPa  
 ดังภาพประกอบ 24



ภาพประกอบ 24 การเพิ่มขึ้นของอุณหภูมิวิกฤตด้วยความดันของตัวนำยวดยิ่ง Hg  
 ที่มา (Gao et al., 1994)

5.3 ผลกระทบของความดันในตัวนำยวดยิ่งแมกนีเซียมไดโบไรด์และสารประกอบกึ่งโลหะ

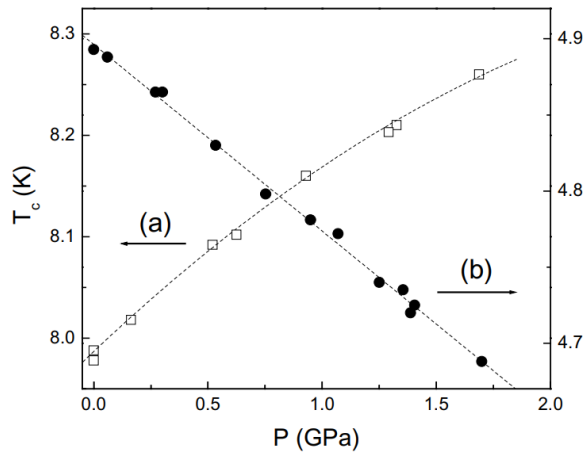
หลังจากการค้นพบตัวนำยวดยิ่งแมกนีเซียมไดโบไรด์ที่ 39 K กลุ่มของลอเรนซ์ (Lorenz, Meng, & Chu, 2001) ได้ทำการทดลองเพิ่มความดันเพื่อดูอุณหภูมิวิกฤตของตัวนำยวดยิ่งแมกนีเซียมไดโบไรด์พบว่าอุณหภูมิวิกฤตลดลงอย่างต่อเนื่อง ดังภาพประกอบ 25 และพบค่าประสิทธิภาพความดันของอุณหภูมิวิกฤต ( $dT_c / dP$ ) เป็น  $-1.6 \text{ K/GPa}$  และได้รับการยืนยันผลจากการคำนวณในทฤษฎีเป็น  $-1.1 \text{ K/GPa}$  (Tomita, Hamlin, Schilling, Hinks, & Jorgensen, 2001)



ภาพประกอบ 25 การลดลงของอุณหภูมิวิกฤตด้วยความดันของตัวนำยวดยิ่ง  $\text{MgB}_2$

ที่มา (Lorenz et al., 2001)

และตัวนำยวดยิ่งในกลุ่มที่มีโครงสร้างใกล้เคียงกับแมกนีเซียมไดโบไรด์คือสทรอนเนียมอะลูมิเนียมซิลิกอน (SrAlSi) ให้ผลที่เหมือนกับแมกนีเซียมไดโบไรด์คืออุณหภูมิวิกฤตลดลงอย่างต่อเนื่องแต่แคลเซียมอะลูมิเนียมซิลิกอน (CaAlSi) ให้ผลตรงกันข้ามเมื่อเพิ่มความดันและมีค่าประสิทธิภาพความดันของอุณหภูมิวิกฤตเป็น  $-0.024$  และ  $0.026$  GPa ตามลำดับ (Lorenz, Cmaidalka, Meng, & Chu, 2003) ดังภาพประกอบ 26



ภาพประกอบ 26 การลดลงของอุณหภูมิวิกฤตด้วยความดันของ (a) CaAlSi (b) SrAlSi

ที่มา (Lorenz et al., 2003)

## 6. ทฤษฎีกึ่งคลาสสิก

ในปี ค.ศ.1993 จันดราเศกขารและไอน์เซล (Chandrasekhar & Einzel, 1993) ได้พัฒนาแบบจำลองกึ่งคลาสสิกที่อธิบายคุณสมบัติของอิเล็กตรอนในโลหะที่สถานะปกติที่เกี่ยวข้องกับโครงสร้างของช่องว่างพลังงานและผิวเฟอร์มิโดยนำไปอธิบายกลไกและคุณสมบัติของตัวนำยวดยิ่ง ทฤษฎีนี้เริ่มจากการพิจารณาความหนาแน่นของกระแสยวดยิ่งกับศักย์เวกเตอร์โดยกำหนดให้เป็นเทนเซอร์สมมาตร (The symmetric response tensor,  $R$ ) ที่อธิบายความสัมพันธ์ระหว่างทฤษฎีบีซีเอสและสมการลอนดอนในตัวนำยวดยิ่ง

เทนเซอร์สมมาตร (The symmetric response tensor,  $R$ )

$$\vec{j} = e \int (d\vec{v}_k \vec{v}_k + d\vec{v}_{-k} \vec{v}_{-k}) = -\frac{e^2}{4\pi^3 c} \int d^3 k \left( -\frac{\partial n_k}{\partial \varepsilon_k} + \frac{\partial f(E_k)}{\partial E_k} \right) (\vec{v}_k \vec{v}_k) \cdot \vec{A} = -R \cdot \vec{A} \quad (65)$$

กำหนดให้

$$R \equiv \frac{e^2}{4\pi^3 c} \int d^3 k \left( -\frac{\partial n_k}{\partial \varepsilon_k} + \frac{\partial f(E_k)}{\partial E_k} \right) (\vec{v}_k \vec{v}_k) \quad (66)$$

เมื่อ  $j$  เป็นความหนาแน่นของกระแสเวดดิ้ง,  $\vec{A}$  เป็นศักย์เวกเตอร์,  $n_k$  เป็นจำนวนความหนาแน่นของอิเล็กตรอน,  $E_k$  เป็นพลังงานของกึ่งอนุภาค,  $\varepsilon_k$  เป็นพลังงานเฟอร์มิ,  $f(E_k)$  เป็นฟังก์ชันการกระจายตัวของพลังงานของกึ่งอนุภาค,  $\vec{v}_k$  เป็นองค์ประกอบความเร็วของอิเล็กตรอน และ  $v_k$  เป็นองค์ประกอบความเร็วของโฮล

นำสมการที่ (66) แทนลงในสมการที่ (65) จะได้เป็น

$$\vec{j} = -R \cdot \vec{A} \quad (67)$$

พิจารณาเทนเซอร์สมมาตร  $R$  ที่ประกอบด้วยเทนเซอร์สมมาตรแม่เหล็กไดอาและแม่เหล็กเฟอร์โร

$$R = R_D - R_p$$

เมื่อ

$$R_D = \frac{e^2}{4\pi^3 c} \int d^3k \left( -\frac{\partial n_k}{\partial \varepsilon_k} \right) (\vec{v}_k \vec{v}_k) \quad (68)$$

$$R_p = \frac{e^2}{4\pi^3 c} \int d^3k \left( -\frac{\partial f(E_k)}{\partial E_k} \right) (\vec{v}_k \vec{v}_k) \quad (69)$$

$$d^3k \rightarrow \frac{dS_F d\varepsilon_k}{\hbar |\vec{v}_F|} \quad (70)$$

เมื่อ  $\vec{j} = -R \cdot \vec{A}$  เป็นผิวเฟอร์มิ

นำสมการที่ (70) แทนลงในสมการที่ (68) และ (69) จะได้เป็น

$$R_D = \frac{e^2}{4\pi^3 \hbar c} \oint dS_k \int_0^\infty d\varepsilon_k \left( -\frac{\partial n_k}{\partial \varepsilon_k} \right) \frac{\vec{v}_F \vec{v}_F}{|\vec{v}_F|} \cong \frac{e^2}{4\pi^3 \hbar c} \oint dS_F \frac{\vec{v}_F \vec{v}_F}{|\vec{v}_F|} \quad (71)$$

และ

$$R_p \cong 2 \cdot \frac{e^2}{4\pi^3 \hbar c} \oint dS_k \frac{\vec{v}_F \vec{v}_F}{|\vec{v}_F|} \int_{\Delta(k)}^\infty dE_k \left( -\frac{\partial f(E_k)}{\partial E_k} \right) \frac{E_k}{\sqrt{E_k^2 + \Delta^2(k)}} \quad (72)$$

พิจารณาที่  $T \rightarrow 0, R_p \rightarrow 0$  และ  $T \rightarrow T_c, R_p \rightarrow R_D$

ดังนั้นจะได้สมการของเทนเซอร์สมมาตรเป็น

$$R = \frac{e^2}{4\pi^3 \hbar c} \oint dS_F \frac{\vec{v}_F \vec{v}_F}{|\vec{v}_F|} \left( 1 + 2 \int_{\Delta(k)}^\infty dE_k \left( -\frac{\partial f(E_k)}{\partial E_k} \right) \frac{E_k}{\sqrt{E_k^2 - \Delta^2(k)}} \right) \quad (73)$$



เมื่อ  $\frac{N(E)}{N(0)} = \frac{E_k}{\sqrt{E_k^2 - \Delta(k)^2}}$  เป็นความหนาแน่นของพลังงานเฟอร์มิได้ๆต่อความหนาแน่นของพลังงานที่ศูนย์

พิจารณาสมการที่ (67) สามารถคำนวณหาความหนาแน่นของของไหลยวดยิ่งและความลึกซาบซึ่มได้ในรูปแบบทั่วไปเป็น

$$\bar{j}(r) = \frac{c}{4\pi} \frac{\bar{A}(r)}{\lambda_{ij}^2} \quad (74)$$

$$\lambda_{ij}^2 = \frac{c}{4\pi R_{ij}} \quad (75)$$

และ

$$n_{ii}(T) = \frac{cm_{ii}}{e^2} R_{ii} \quad (76)$$

เมื่อ  $n_{ii}(T)$  เป็นองค์ประกอบของความหนาแน่นของของไหลยวดยิ่ง

ความสัมพันธ์ระหว่างมวลย้งผลกับองค์ประกอบของความหนาแน่นของของไหลยวดยิ่งเป็น

$$m_{ii} = \frac{e^2 n}{cR_{ii}(0)} \quad (77)$$

เมื่อ  $m_{ii}$  เป็นมวลย้งผลของอิเล็กตรอน

นำสมการที่ (77) แทนลงไปนสมการที่ (76) จะได้สมการนอร์มอลไลซ์องค์ประกอบของความหนาแน่นของของไหลยวดยิ่ง เทนเซอร์สมมาตร และความลึกซาบซึ่มได้เป็น

$$\rho_{ii}(T) = \frac{n_{ii}(T)}{n} = \frac{R_{ii}(T)}{R_{ii}(0)} = \left( \frac{\lambda_{ii}(0)}{\lambda_{ii}(T)} \right)^2 \quad (78)$$

พิจารณาสมการนอร์มอลไลซ์องค์ประกอบของเทนเซอร์สมมาตร นำสมการที่ (73) แทนลงไปนสมการที่ (78) จะได้เป็น

$$\rho_{ii}(T) = \frac{R_{ii}(T)}{R_{ii}(0)} \approx \left( 1 + 2 \int_{\Delta(k)}^{\infty} \frac{\partial f(E_k)}{\partial E_k} \frac{E_k}{\sqrt{E_k^2 + \Delta^2(k)}} dE_k \right) \quad (79)$$

พิจารณาฟังก์ชันการกระจายตัวของพลังงานเป็น

$$f(E_k) = \frac{1}{e^{E_k/T} + 1}, \quad \frac{\partial f(E_k)}{\partial E_k} = -\frac{1}{4 \cosh^2(E_k / 2T)} \quad (80)$$

นำสมการที่ (80) แทนลงไปในสมการที่ (79) จะได้เป็น

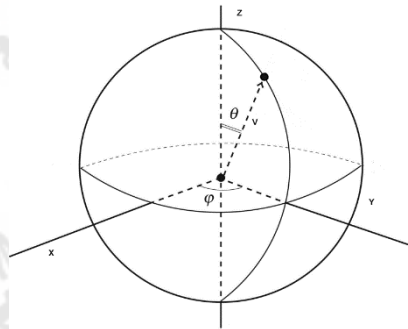
$$\rho_{ii}(T) = 1 - \frac{1}{2T} \int_{\Delta(k)}^{\infty} \frac{1}{\cosh^2(E_k / 2T)} \frac{E_k}{\sqrt{E_k^2 - \Delta(k)^2}} dE_k$$

เมื่อ  $dE_k = \frac{\varepsilon_k}{\sqrt{\varepsilon_k^2 + \Delta^2(k)}} d\varepsilon_k$

พิจารณาช่องว่างพลังงานไม่ขึ้นกับทิศทาง  $\Delta(k) = \Delta$  (Isotropic) จะได้ความหนาแน่นของของไหลยวดยิ่งในองค์ประกอบหนึ่งมิติเป็น

$$\rho_{ii}(T) = 1 - \frac{1}{2T} \int_{\Delta(k)}^{\infty} \cosh^{-2}((\sqrt{\varepsilon_k^2 + \Delta^2}) / 2T) d\varepsilon_k \quad (81)$$

และความหนาแน่นของของไหลยวดยิ่งที่มีผิวเฟอร์มิเป็นทรงกลมสามมิติโดยพิจารณาในปริภูมิของโมเมนตัม (k-space) ดังภาพประกอบ 27



ภาพประกอบ 27 องค์ประกอบของความเร็วในปริภูมิสามมิติของโมเมนตัม

ที่มา: (Ag2gaeh, 2015)

องค์ประกอบในแนวแกน X

$$v_F^X = v_F \sin \theta \cos \varphi$$

องค์ประกอบในแนวแกน Y

$$v_F^Y = v_F \sin \theta \sin \varphi$$

องค์ประกอบในแนวแกน Z

$$v_F^Z = v_F \cos \theta \quad (82)$$

ดังนั้นผิวเฟอร์มิที่อุณหภูมิใดๆ เป็น

$$\oint dS_k(T) = \int_0^\pi \int_0^{2\pi} \sin \theta d\theta d\varphi$$

และกรณีที่  $T \rightarrow 0$  เป็น

$$\oint dS_k(T \rightarrow 0) = \frac{4}{3} \pi$$

นำสมการที่ (82) และผิวเฟอร์มิในอุณหภูมิต่างๆลงไปในสมการที่ (73) จะได้เป็น

$$R(T) = \frac{e^2}{4\pi^3 hc} \int_0^\pi \int_0^{2\pi} \sin \theta d\theta d\varphi \cdot \left[ \frac{(v_F \sin \theta \cos \varphi)^2}{|v_F|} \left( 1 - \frac{1}{2T} \int_0^\infty \frac{1}{\cosh^2(E_k / 2T)} d\varepsilon_k \right) \right] \quad (83)$$

และ

$$R(T \rightarrow 0) = \frac{e^2}{4\pi^3 hc} \frac{4\pi}{3} \quad (84)$$

พิจารณาองค์ประกอบในแนวแกน X นำสมการที่ (83) หารด้วยสมการที่ (84) จะได้เป็น

$$\rho^{aa}(T) = 1 - \frac{3}{8\pi T} \cdot \int_0^\pi \sin^3 \theta d\theta \int_0^{2\pi} \cos^2 \varphi d\varphi \times \left( \int_0^\infty \frac{1}{\cosh^2(E_k / 2T)} d\varepsilon_k \right) \quad (85)$$

กำหนดให้  $\cos \theta = z$  และ  $\sin \theta d\theta = -dz$  และ  $\sin^2 \theta = 1 - \cos^2 \theta = 1 - z^2$

และเปลี่ยนขอบเขตการอินทิเกรต  $\int_0^\pi \rightarrow \int_1^{-1} \rightarrow -2 \int_0^1$

ดังนั้นจะได้สมการนอร์มอลไลซ์ความหนาแน่นของของไหลยวดยิ่งขององค์ประกอบในแนวแกน X เป็น

$$\rho^{aa}(T) = 1 - \frac{3}{4\pi T} \cdot \int_0^1 (1 - z^2) dz \int_0^{2\pi} \cos^2 \varphi d\varphi \times \left( \int_0^\infty \frac{1}{\cosh^2(E_k / 2T)} d\varepsilon_k \right) \quad (86)$$

และสมการความหนาแน่นของของไหลยวดยิ่งใน 3 มิติขององค์ประกอบในแนวแกน X Y และ Z เป็น

$$\rho_{bb}^{aa} = 1 - \frac{3}{4\pi T} \int_0^1 (1 - z^2) \int_0^{2\pi} \left( \frac{\cos^2(\varphi)}{\sin^2(\varphi)} \right) \times \int_0^\infty \cosh^{-2} \left( \frac{\sqrt{\varepsilon_k^2 + \Delta^2(T, \theta, \varphi)}}{2T} \right) d\varepsilon_k d\varphi dz \quad (87)$$

$$\rho_{cc} = 1 - \frac{3}{2\pi T} \int_0^1 z^2 \int_0^{2\pi} \cos^2(\varphi) \times \int_0^\infty \cosh^{-2} \left( \frac{\sqrt{\varepsilon_k^2 + \Delta^2(T, \theta, \varphi)}}{2T} \right) d\varepsilon_k d\varphi dz \quad (88)$$

โดย  $z = \cos(\theta)$ ,  $k_B = 1$

สมการความหนาแน่นของของไหลยวดยิ่งที่ (87) และ (88) สามารถลดรูปให้อยู่ในสมการทั่วไปกรณีอุณหภูมิลดลง  $0 < K$  ได้เป็น

$$\rho(T) = 1 - \frac{1}{2T} \int_0^\infty \cosh^{-2} \left( \frac{\sqrt{\varepsilon_k^2 + \Delta^2(T)}}{2T} \right) d\varepsilon_k = 1 - \frac{1}{2T} \int_0^\infty \left( 1 - \tanh^2 \left( \frac{\sqrt{\varepsilon_k^2 + \Delta^2(T)}}{2T} \right) \right) d\varepsilon_k \quad (89)$$

นำสมการที่ (40) แทนลงในสมการที่ (89) จะได้เป็น

$$\rho(T) = 1 - \frac{1}{2T} \int_0^\infty \left[ 1 - \left( 1 - 2e^{-\left( \frac{\Delta(0)}{T} + \frac{\varepsilon_k^2}{2T\Delta(0)} \right)} \right)^2 \right] d\varepsilon_k$$

เมื่อ  $T \ll T_c$  ทำให้  $4e^{-2\left( \frac{\Delta(0)}{T} + \frac{\varepsilon_k^2}{2T\Delta(0)} \right)}$  มีค่าน้อยมากๆ จะได้เป็น

$$\rho(T) \approx 1 - \frac{1}{2T} \int_0^\infty 4e^{-\left( \frac{\Delta(0)}{T} + \frac{\varepsilon_k^2}{2T\Delta(0)} \right)} d\varepsilon_k \quad (90)$$

จาก  $\int_0^\infty e^{-x^2} dx = \frac{\sqrt{\pi}}{2}$

ดังนั้นจะได้สมการความหนาแน่นของของไหลยวดยิ่งในรูปแบบทั่วไป  $T \rightarrow 0$  เป็น

$$\rho(T) \approx 1 - \sqrt{\frac{2\pi\Delta(0)}{k_B T}} \cdot \exp\left(-\frac{\Delta(0)}{k_B T}\right) \quad (91)$$

จากผลต่างของความลึกขาบซิมได้ต่อความลึกขาบซิมได้ที่อุณหภูมิศูนย์เคลวิน

$$\frac{\Delta\lambda}{\lambda(0)} = \frac{\lambda(T)}{\lambda(0)} - \frac{\lambda(0)}{\lambda(0)} \quad (92)$$

นำสมการที่ (78) แทนลงในสมการที่ (92) จะได้เป็น

$$\begin{aligned} \frac{\Delta\lambda}{\lambda(0)} + 1 &= \frac{1}{\sqrt{\rho(T)}} \\ \rho(T) &= \left( 1 + \frac{\Delta\lambda}{\lambda(0)} \right)^{-2} \approx 1 - 2 \frac{\Delta\lambda}{\lambda(0)} \end{aligned} \quad (93)$$

นำสมการที่ (91) มาแทนลงในสมการที่ (93) จะได้เป็น

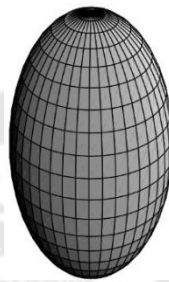
$$\frac{\lambda(T)}{\lambda(0)} \approx 1 + \sqrt{\frac{\pi\Delta(0)}{2k_B T}} \cdot \exp\left(-\frac{\Delta(0)}{k_B T}\right) \quad (94)$$

ดังนั้นจะได้สมการความลึกขาบซิมได้ในรูปแบบทั่วไป  $T \rightarrow 0$  เป็น

$$\lambda(T) \approx \lambda(0) \left( 1 + \sqrt{\frac{\pi\Delta(0)}{2k_B T}} \cdot \exp\left(-\frac{\Delta(0)}{k_B T}\right) \right) \quad (95)$$

## 7. ช่องว่างพลังงานที่ขึ้นกับทิศทาง

ในปี ค.ศ. 2001 ฮาสและมากิ (Haas & Maki, 2001) ได้อธิบายช่องว่างพลังงานที่ขึ้นกับทิศทาง (Anisotropic) โดยมีลักษณะเป็นรูปทรงรี ดังภาพประกอบ 28 ด้วยคุณสมบัติและสภาพนำยวดยิ่งเช่น สนามแม่เหล็กวิกฤติที่สอง ความหนาแน่นของของไหลยวดยิ่ง เป็นต้น สามารถอธิบายตัวนำยวดยิ่งแมกนีเซียมไดโบไรด์ ( $\text{MgB}_2$ ) จากการค้นพบของนากามัตสึและคณะ (Nagamatsu et al., 2001) ดังภาพประกอบ 29



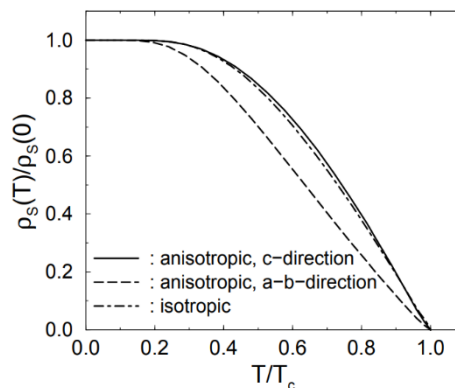
ภาพประกอบ 28 ช่องว่างพลังงานที่ขึ้นกับทิศทางในปริภูมิโมเมนตัมรูปทรงรีชนิดคลื่นเอส

ที่มา: (Haas & Maki, 2001)

สมการช่องว่างพลังงานที่ขึ้นกับทิศทางรูปทรงรี

$$\Delta(T, k) = \Delta(T) \left( \frac{1 + a' z^2}{1 + a'} \right) \quad (96)$$

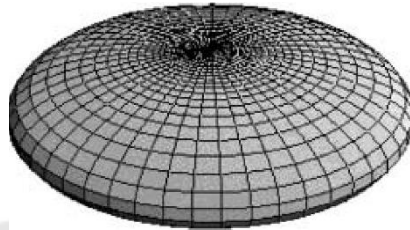
เมื่อ  $z = \cos \theta$ ,  $\Delta(T)$  เป็นช่องว่างพลังงานที่อุณหภูมิใดๆ และ  $a'$  เป็นตัวแปรความไม่สมมาตรระหว่างแกน  $c$  กับระนาบ  $ab$



ภาพประกอบ 29 ความหนาแน่นของของไหลยวดยิ่งในองค์ประกอบต่างๆ

ที่มา: (Haas & Maki, 2001)

หลังจากนั้นโพซาเซนนีโคว่า ดาห์ม และมากิ (Posazhennikova, Dahm, & Maki, 2002) ได้เปรียบเทียบช่องว่างพลังงานที่ขึ้นกับทิศทางของตัวนำยิ่งยวดยิ่งแมกนีเซียมไดโบไรด์ต่อจากฮาส์และมากิแต่มีลักษณะเป็นรูปทรงแพนเค้ก ดังภาพประกอบ 30 สามารถอธิบายคุณสมบัติและสภาพนำยิ่งยวดเช่น สนามแม่เหล็กวิกฤติที่สอง การนำไฟฟ้าเชิงแสง เป็นต้น



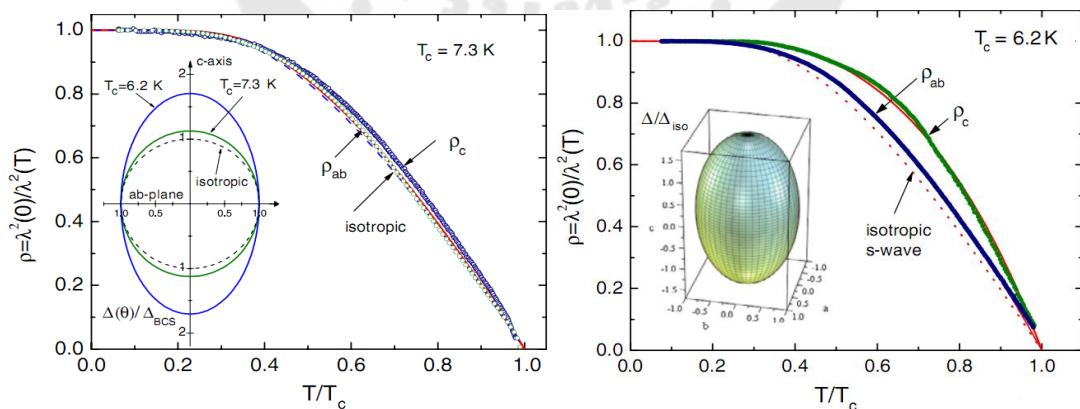
ภาพประกอบ 30 ช่องว่างพลังงานที่ขึ้นกับทิศทางในปริภูมิโมเมนตัมรูปทรงแพนเค้กชนิดคลื่นเอส

ที่มา: (Posazhennikova et al., 2002)

สมการช่องว่างพลังงานที่ขึ้นกับทิศทางรูปแพนเค้ก

$$\Delta(T, k) = \frac{\Delta(T)}{\sqrt{1 + a^2 z^2}} \quad (97)$$

เมื่อ  $z = \cos \theta$ ,  $\Delta(T)$  เป็นช่องว่างพลังงานที่อุณหภูมิใดๆ และ  $a$  เป็นตัวแปรความไม่สมมาตรระหว่างแกน  $c$  กับระนาบ  $ab$



ภาพประกอบ 31 ช่องว่างพลังงานที่ขึ้นกับทิศทางในระนาบ  $ab$  และแกน  $c$  ของ CaAlSi

ที่มา: (Prozorov & Giannetta, 2006)

หลังจากนั้นในปี 2006 โปรโซรอฟและจิแอนเนตตา (Prozorov & Giannetta, 2006) ได้อธิบายคุณสมบัติและสภาพนำยวดยิ่งในตัวนำยวดยิ่งแคลเซียมอะลูมิเนียมซิลิกอน (CaAlSi) ที่ช่องว่างพลังงานขึ้นกับทิศทางและเป็นคลื่นเอสได้โดยทำการทดลองวัดค่าความลึกซาบซึมได้โดยคำนวณความหนาแน่นของของไหลยวดยิ่งในระนาบ  $ab$  และองค์ประกอบในแนวแกน  $c$  ดังภาพประกอบ 31 และได้รับการยืนยันอีกครั้งในปี ค.ศ. 2019 ของชังจันท์และคณะ (Changjan, Chanilkul, Udomsamuthirun, & Tongkhonburi, 2019) พบว่าอะลูมิเนียมซิลิกอนเป็นตัวนำยวดยิ่งที่ขึ้นกับทิศทางโดยอธิบายด้วยความหนาแน่นของของไหลยวดยิ่งและความลึกซาบซึมได้ ดังภาพประกอบ 32

พิจารณาช่องว่างพลังงานที่ขึ้นกับทิศทางที่อุณหภูมิเข้าใกล้ศูนย์เคลวิน

$$\Delta(T) = \Delta(0) \left( 1 - \sqrt{\frac{2\pi T}{\Delta(0)f(\theta, \phi)}} \cdot \exp\left(-\frac{\Delta(0)f(\theta, \phi)}{T}\right) \right) \quad (98)$$

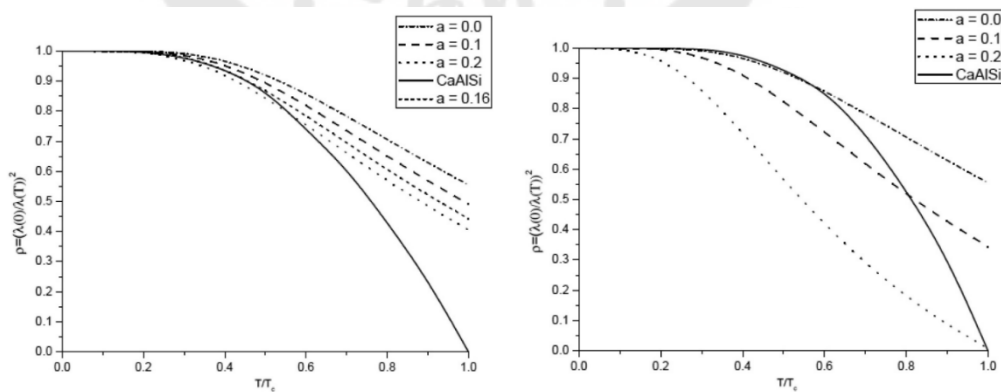
และพิจารณาฟังก์ชันความไม่สมมาตรเป็น

กรณี รูปทรงรี

$$f(\theta, \phi) = \frac{1 + a'z^2}{1 + a'}, \quad z = \cos \theta$$

กรณี รูปแบนแค้ก

$$f(\theta, \phi) = \frac{1}{\sqrt{1 + a'z^2}}, \quad z = \cos \theta$$



ภาพประกอบ 32 ความหนาแน่นของของไหลยวดยิ่งและอุณหภูมิของตัวนำยวดยิ่ง CaAlSi ที่มีช่องว่างพลังงานขึ้นกับทิศทาง

ที่มา: (Changjan et al., 2019)

## 8. งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

8.1 การคำนวณด้วยรูปแบบอย่างง่ายของผลกระทบความดันสูงต่ออุณหภูมิวิกฤติและสมบัติเชิงความร้อนของตัวนำยวดยิ่งชนิดต่างๆ

จากการค้นพบตัวนำยวดยิ่งใกล้อุณหภูมิห้องที่มีความดันสูงทำให้เกิดการอธิบายคุณสมบัติและสภาพนำยวดยิ่งโดยการคำนวณจากทฤษฎีบีซีเอสและเพิ่มสมการของความดันภายนอกในปี ค.ศ. 2018 คริฟโซเซียคและคณะ (Kryzosiak, Gonczarek, Gonczarek, & Jacak, 2018) ได้ทำการคำนวณผลกระทบของความดันภายนอกต่ออุณหภูมิวิกฤติและคุณสมบัติเทอร์โมไดนามิกอื่นๆของตัวนำยวดยิ่ง

พิจารณาสมการที่ (30) ของทฤษฎีบีซีเอสโดยเพิ่มสนามสเกลลาร์ความหนาแน่นสถานะ

$$\frac{1}{g} = \frac{v_0}{2} \left\langle \int_{\xi_p}^{\xi_p} \frac{d\xi \kappa(\xi, \omega)}{2\sqrt{\xi^2 + \Delta^2}} \tanh \frac{\sqrt{\xi^2 + \Delta^2}}{2T} \right\rangle \quad (99)$$

เมื่อ  $v_0$  เป็นความหนาแน่นของสถานะของทฤษฎีบีซีเอส,  $\xi_p$  เป็นพลังงานเฟอร์มิที่พารามิเตอร์เริ่มต้น และ  $\kappa(\xi, \omega)$  เป็นสนามสเกลลาร์ของความหนาแน่นสถานะ

สามารถเขียนให้ง่ายขึ้นโดยลดรูป  $N(\xi) = \langle \kappa(\xi, \omega) \rangle$  จากสมการที่ (99) เป็น

$$\frac{1}{g} = \frac{v_0}{2} \int_{\xi_p}^{\xi_p} \frac{d\xi N(\xi)}{2\sqrt{\xi^2 + \Delta^2}} \tanh \frac{\sqrt{\xi^2 + \Delta^2}}{2T} \quad (100)$$

และพิจารณาความหนาแน่นของสถานะเป็น

$$N(\xi) = 1 + \rho(\xi) \quad (101)$$

นำสมการที่ (101) แทนลงในสมการที่ (100) และกำหนดให้  $x = \xi / 2T$ ,  $x_p = \xi_p / 2T$  และ  $D = \Delta / 2T$  จะได้เป็น

$$\frac{1}{g} = \frac{v_0}{2} \int_{-x_p}^{x_p} \frac{dx [1 + \zeta(x)]}{\sqrt{x^2 + D^2}} \tanh(\sqrt{x^2 + D^2}) \quad (102)$$

เมื่อ  $\rho(\xi)$  เป็นฟังก์ชันของ  $\zeta(x)$  เป็นจุดฟลูคชูเอชัน (Narrow fluctuation) โดยเป็นการเลื่อนจากระยะ  $x_0$  ถึงระดับเฟอร์มิ ดังนั้นจะได้รูปแบบทั่วไปของ

$$\zeta_j(x) = \chi \frac{(2j-1)!!}{2^{j-1}(j-1)!} \cosh^{-2j}(x-x_0) \quad (103)$$

เมื่อ  $x_0$  เป็นจุดที่ห่างจากระดับเฟอร์มิและ  $\zeta_j(x)$  เป็นค่าสูงสุด



พิจารณาภายใต้เงื่อนไข ความดันภายนอก (External Hydrostatic Pressure)

$$\xi_k(p) = \xi_k(0) + Qp \quad (104)$$

$$\text{เมื่อ } Q = \left[ \frac{\partial}{\partial p} \xi_k(p) \right]_{k=k_f, p=0}$$

นำสมการที่ (104) แทนลงในสมการที่ (102) กรณี  $p > 0$

$$\frac{1}{g} = \frac{v_0}{2} \int_{-x_p}^{x_p} \frac{dx[1 + \zeta_j(x)]}{\sqrt{(x + \kappa p)^2 + D^2}} \tanh(\sqrt{(x + \kappa p)^2 + D^2}) \quad (105)$$

เมื่อ  $\kappa = Q/2T$  และสามารถหาค่าที่เหมาะสมที่สุดคือ  $\zeta_j(x) = 2\chi\delta(x - x_0)$

พิจารณา  $T = T_c$  เมื่อ  $\Delta = 0$  และ  $\zeta_j(x) = 2\chi\delta(x - x_0)$  แทนลงในสมการที่ (105) จะได้

$$T_c(\chi, x_0, p) = T_c(0, 0, 0) \exp \left\{ \chi \frac{\tanh[\tau(x_0 + \kappa p)]}{\tau(x_0 + \kappa p)} \right\} \quad (106)$$

สำหรับระบบที่ความดันเป็นศูนย์ ( $p = 0$ )

$$\tau \equiv \tau(\chi, x_0, p) = \frac{T_c(\chi, x_0, 0)}{T_c(\chi, x_0, p)} \quad (107)$$

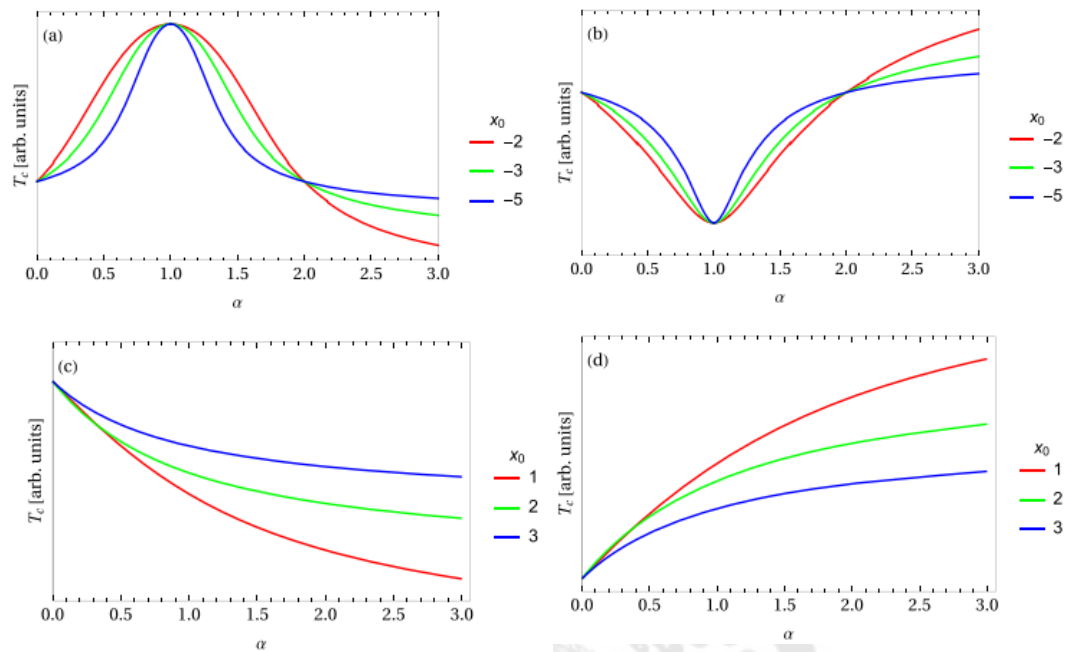
และ  $\tau = 1$  สำหรับ  $p = 0$  จากสมการที่ (106) จะได้เป็น

$$T_c(\chi, x_0, p) = T_c(\chi, x_0, 0) \exp \left\{ \chi \left[ \frac{\tanh[\tau(x_0 + \kappa p)]}{\tau(x_0 + \kappa p)} - \frac{\tanh x_0}{x_0} \right] \right\} \quad (108)$$

พิจารณา  $p = -x_0/\kappa$  ในกรณี  $p = 0$  ในสมการที่ (108) จะได้เป็น

$$T_c(\chi, x_0, -x_0/\kappa) = T_c(\chi, x_0, 0) \exp \left\{ \chi \left[ 1 - \frac{\tanh x_0}{x_0} \right] \right\} \quad (109)$$

ดังนั้นสามารถพิจารณาพารามิเตอร์ต่างๆได้ 4 เงื่อนไข คือ  $x_0 < 0$  และ  $\chi < 0, x_0 < 0$  และ  $\chi > 0, x_0 > 0$  และ  $\chi < 0, x_0 > 0$  และ  $\chi > 0, x_0 > 0$  ดังภาพประกอบ 22 และนำค่าพารามิเตอร์ที่ได้จากผลทดลองดังตาราง 4 มาเปรียบเทียบกับผลทางทฤษฎีตามเงื่อนไขที่เกิดขึ้น



ภาพประกอบ 33 ค่าพารามิเตอร์ที่เงื่อนไขต่างๆของความดันและอุณหภูมิวิกฤติ

ที่มา: (Kryzosiak et al., 2018)

ตาราง 4 ค่าคุณสมบัติและพารามิเตอร์ของตัวนำยิ่งยวดต่างๆ

สารตัวอย่าง	$T_c(0)$ (K)	$T_c(1)$ (K)	$p_m$ (GPa)	$c_p(x_0)$ (K)	$x_0$ (l)	$\chi$ (l)	$\kappa$ (GPa) <sup>-1</sup>
$\alpha$ -FeSe	12	37	7	1.02	-4.0	1.50	0.57
FeSe	7	30	6.5	1.33	-3.6	2.01	0.55
FeSe <sub>0.5</sub> Te <sub>0.5</sub>	13.50	26.20	2	9.75	-1.8	1.40	0.90
La <sub>2-x</sub> Ba <sub>x</sub> CuO <sub>4-y</sub>	32	40	1.33	4.01	-2.4	0.378	1.81
Hg-1223	137	164	34	1.79	-0.65	1.48	0.02
Re	1.70	1.68	0.65	-0.03	-0.55	-0.07	0.85

ที่มา: (Kryzosiak et al., 2018)

จากสมการที่ (106) สามารถคำนวณค่าประสิทธิภาพของความดันที่ศูนย์ได้เป็น

$$c_p = \left. \frac{dT_c(\chi, x_0, p)}{dp} \right|_{p=0} = \frac{\chi \kappa T_c(\chi, x_0, 0) f(x_0)}{1 + \chi g(x_0)} \quad (110)$$

$$\text{เมื่อ } f(x) = \frac{x \cosh^{-2} x - \tanh x}{x^2}, \quad g(x) = \frac{x \cosh^{-2} x - \tanh x}{x}$$

จากสมการที่ (105) พิจารณาที่  $T = 0$  และ  $\zeta_i(x) = 2\chi\delta(x - x_0)$

$$\text{กำหนดให้ } x = \frac{\xi}{2T_c(\chi, x_0, p)}, \quad x_{p,z} = \frac{\xi_p}{2T_c(\chi, x_0, p)} \quad \text{และ } D(0, \chi, x_0, p) = \frac{\Delta(0, \chi, x_0, p)}{2T_c(\chi, x_0, p)}$$

จะได้เป็น

$$\frac{1}{g} = \frac{v_0}{2} \int_{-x_{p,z}}^{x_{p,z}} \frac{dx[1 + 2\chi\delta(x - \tau x_0)]}{\sqrt{(x + \tau\kappa p)^2 + D^2(0, \chi, x_0, p)}} \quad (111)$$

$$\frac{1}{g v_0} = \ln \frac{\xi_p / T_c(\chi, x_0, p)}{D(0, \chi, x_0, p)} + \frac{\chi}{\sqrt{[\tau(x_0 + \kappa p)]^2 + D^2(0, \chi, x_0, p)}} \quad (112)$$

และภายใต้เงื่อนไข  $\chi \neq 0, p > 0$

ดังนั้นจะได้สมการช่องว่างพลังงานที่ศูนย์เคลวินภายใต้ความดันภายนอกเป็น

$$\Delta(0, \chi, x_0, p) = \Delta(0, 0, 0) \exp \left( \chi / \sqrt{[\tau(x_0 + \kappa p)]^2 + \left[ \frac{\Delta(0, \chi, x_0, p)}{2T_c(\chi, x_0, p)} \right]^2} \right) \quad (113)$$

8.2 สภาพนำยวดยิ่งอุณหภูมิห้องที่ถูกกระตุ้นด้วยคู่อิเล็กตรอน

ในปี ค.ศ. 2021 คิม (Kim, 2021) ได้เสนออิทธิพลการจับคู่กันของอิเล็กตรอนต่ออุณหภูมิวิกฤติโดยนำทฤษฎีบีซีเอสมาประยุกต์ใช้กับทฤษฎีบีอาร์ (Brinkman-Rice) เพื่ออธิบายตัวนำยวดยิ่งที่อุณหภูมิห้อง เริ่มต้นจากการพิจารณาสมการช่องว่างพลังงานและอุณหภูมิวิกฤติของทฤษฎีบีซีเอสโดยมีค่าคงที่อย่างอ่อน  $\lambda_{E_k} \leq 0.435$

$$\Delta = \hbar\omega / \sinh[1 / \lambda_{BCS}] = 2\hbar\omega(\exp[-1 / \lambda_{BCS}] / (1 - \exp[-2 / \lambda_{BCS}])) \quad (114)$$

เมื่อ  $\lambda_{BCS} = N(0)V_{e-ph}$

$$T_c = C(z)\Theta_D \exp[-\coth(z) / \lambda_{BCS}] \approx 1.13\Theta_D \exp[-\coth(z) / \lambda_{BCS}] \quad (115)$$

$$\text{เมื่อ } z = \Theta_D / 2T_c \quad \text{และ } C(z) \equiv \frac{1}{2} \exp[-\coth(z)] \int_0^z (\ln(z) / \cosh^2 z) dz]$$

สำหรับ  $\coth(z) = 1$  และจะได้ค่าสูงสุดของ

$$C(z) \equiv \frac{1}{2} \exp[-\int_0^z (\ln(z) / \cosh^2 z) dz] = \left( \frac{2e^\gamma}{\pi} \right) \approx 1.13$$

เมื่อ  $\gamma = 0.577$

ดังนั้นจะได้สมการความสัมพันธ์ระหว่างช่องว่างพลังงานและอุณหภูมิวิกฤติ

$$b = \frac{2\Delta(0)}{k_B T_c} = 3.54 \frac{\exp([\coth(z) - 1] / \lambda_{BCS})}{1 - \exp(-2 / \lambda_{BCS})} \quad (116)$$

พิจารณาสมการที่ (114) โดยใช้ทฤษฎีปีอาร์ Brinkmann-Rice(BR)

$$T_{c, BR-BCS} \approx 1.13 \Theta_D^* \exp\left[-\frac{\coth(z)}{\lambda_{BCS}^*}\right] \approx 1.13 \rho^{\frac{1}{3}} \Theta_D \exp\left[-\coth(z) / \left(\frac{\rho^{\frac{1}{3}}}{1 - \kappa_{BR}^2 \rho^4}\right) \lambda_{BCS}\right] \quad (117)$$

เมื่อ  $\rho \approx 1$  จะได้

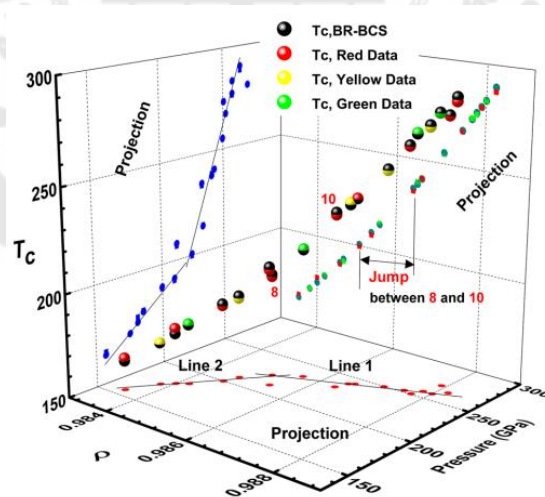
$$= 1.13 \Theta_D \exp\left[-\coth(z) / \left(\frac{1}{1 - \kappa_{BR}^2}\right) \lambda_{BCS}\right]$$

เมื่อ  $\coth(z) = 1$

$$T_{c, BR-BCS} = 1.13 \rho^{\frac{1}{3}} \Theta_D \exp\left[-1 / \left(\frac{\rho^{\frac{1}{3}}}{1 - \kappa_{BR}^2 \rho^4}\right) \lambda_{BCS}\right] \quad (118)$$

โดยที่  $\Theta_D^* = \rho^{\frac{1}{3}} \Theta_D$  เป็นอุณหภูมิเดอบายยังผล,  $\lambda^* \equiv A \lambda_{BCS}$  เป็นค่าคงที่คู่ควบยังผลและ

$N(0)^* / N(0) = \rho^{\frac{1}{3}} / 1 - \kappa_{BR}^2 \rho^4$  สัดส่วนของความหนาแน่นของสถานะ 3 มิติยังผล



ภาพประกอบ 34 ความสัมพันธ์ของอุณหภูมิวิกฤติ การเพิ่มขึ้นแถบพลังงาน และความดันของตัวนำยวดยิ่งต่างๆ

ที่มา: (Kim, 2021)

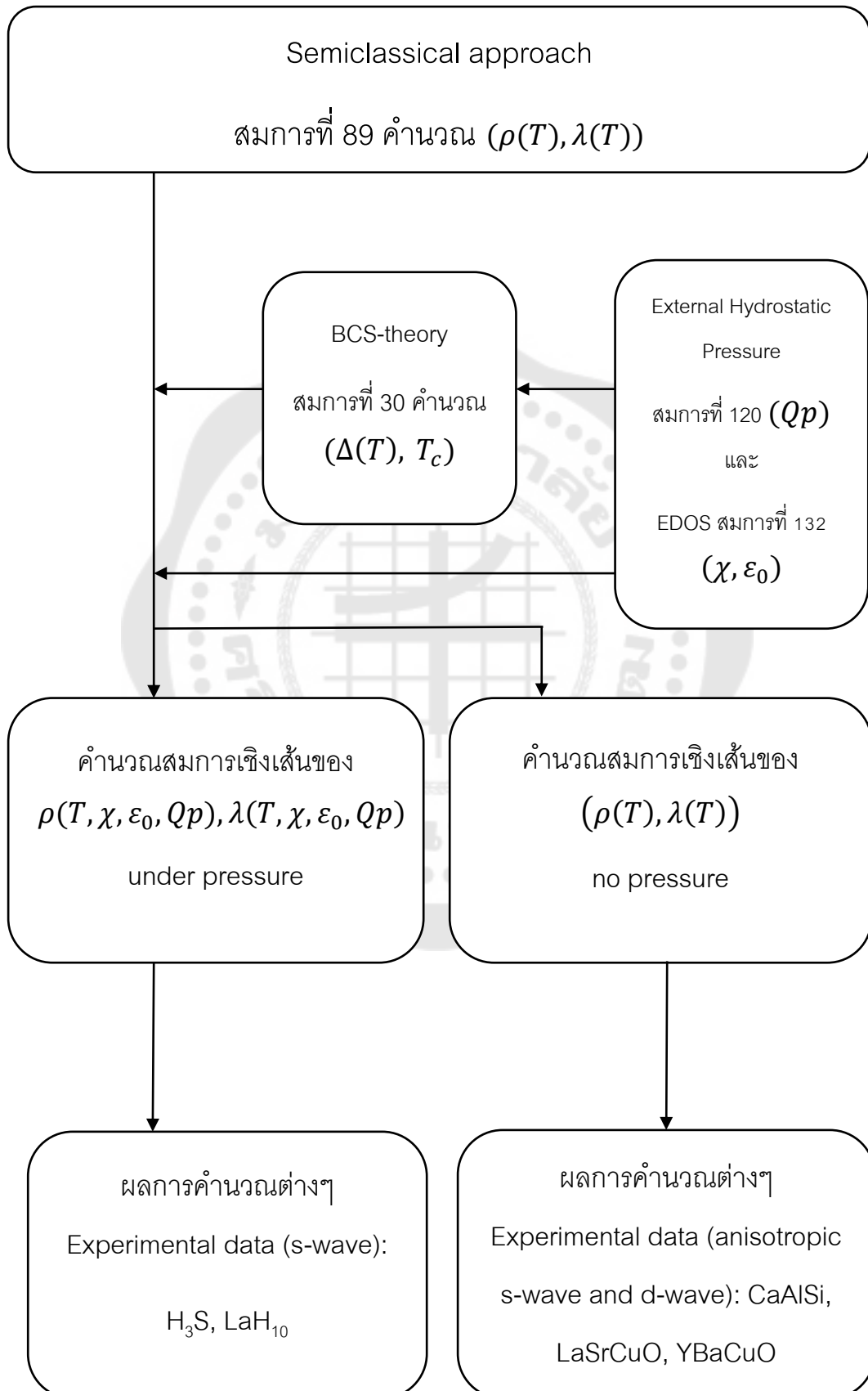
### บทที่ 3

## วิธีการดำเนินการวิจัย

ในการวิจัยผลกระทบของความดันสูงต่อความหนาแน่นของของไหลยวดยิ่งและความลึกซาบซึมได้ของตัวนำยวดยิ่งที่ขึ้นกับทิศทาง

เริ่มต้นจากการคำนวณสมการความหนาแน่นของของไหลยวดยิ่งใน 3 มิติในแต่ละองค์ประกอบโดยใช้ทฤษฎีกลศาสตร์ของจันดราเศกซาร์และไอน์เซล (Chandrasekhar & Einzel, 1993) เพิ่มสมการความดันภายนอกของคริฟโซเชียคและคณะ (Kryzosiak et al., 2018) ต่อจากนั้นใช้ความสัมพันธ์ระหว่างความหนาแน่นของของไหลยวดยิ่งและความลึกซาบซึมได้คำนวณหาสมการความลึกซาบซึมได้และมีความดันภายนอกในรูปแบบทั่วไป หลังจากนั้นคำนวณช่องว่างพลังงานที่ขึ้นกับทิศทางด้วยทฤษฎีบีซีเอส (Bardeen et al., 1957) โดยปรับวิธีการคำนวณด้วยฟังก์ชันความหนาแน่นของสถานะอิเล็กทรอนิกส์ของกอนซาร์เร็คและมุลัค (Gonczarek & Mulak, 1999) และใช้ฟังก์ชันความไม่สมมาตรของคลื่นเอสในรูปแบบจำลองของทอร์รี่ของฮาส์และมากิ (Haas & Maki, 2001) แบบจำลองของแพนเค็กของโพซาเซนนีโคว่า ดาห์ม และมากิ (Posazhennikova et al., 2002) และใช้ฟังก์ชันความไม่สมมาตรของคลื่นดีในรูปแบบจำลองของมีซีอิตและคณะ (Mesot et al., 1999) ทำยสรุปนำสมการช่องว่างพลังงานที่ขึ้นกับทิศทางในรูปแบบต่างๆมาแทนค่าเพื่อคำนวณค่าที่ได้จากสมการผลกระทบของความดันสูงต่อความหนาแน่นของของไหลยวดยิ่งและความลึกซาบซึมได้ในแต่ละองค์ประกอบที่มีช่องว่างพลังงานขึ้นกับทิศทางชนิดคลื่นเอสและช่องว่างพลังงานขึ้นกับทิศทางชนิดคลื่นดีได้ ดังนี้

## แผนภาพแสดงการคำนวณ



1. คำนวณสมการความหนาแน่นของของไหลยืดหยุ่นและความลึกซาบซึมได้ที่มีความดันภายนอกโดยพิจารณาช่องว่างพลังงานไม่ขึ้นกับทิศทาง (Isotropic)

จากสมการที่ (89)

$$\rho(T) = 1 - \frac{1}{2T} \int_0^\infty \cosh^{-2} \left( \frac{\sqrt{\varepsilon_k^2 + \Delta^2(T)}}{2T} \right) d\varepsilon_k \quad (119)$$

พิจารณาภายใต้เงื่อนไข ความดันภายนอก (External Hydrostatic Pressure)

$$\varepsilon_k(p) = \varepsilon_k(0) + Qp, \quad Q = \left[ \frac{\partial}{\partial p} \varepsilon_k(p) \right]_{k=k_f, p=0} \quad (120)$$

นำสมการที่ (120) แทนลงในสมการที่ (119) กรณี  $T \rightarrow 0$  จะได้เป็น

$$\rho(T) = 1 - \frac{1}{2T} \int_0^\infty \left[ 1 - \left( 1 - 2e^{-\frac{\Delta(0) + (\varepsilon_k(0) + Qp)^2}{2T\Delta(0)}} \right)^2 \right] d\varepsilon_k(0) \quad (121)$$

เมื่อ  $T \ll T_c$  ทำให้  $4e^{-\frac{\Delta(0) + (\varepsilon_k(0) + Qp)^2}{2T\Delta(0)}}$  มีค่าน้อยมากๆ

$$\rho(T) = 1 - \frac{1}{2T} \int_0^\infty 4e^{-\frac{\Delta(0) + (\varepsilon_k(0) + Qp)^2}{2T\Delta(0)}} \varepsilon_k(0) \quad (122)$$

กำหนดให้  $y = \varepsilon_k(0) + Qp$  และ  $dy = d\varepsilon_k(0)$ ,  $y_{\min} = \varepsilon_k(0)_{\min} + Qp$ ,  $\varepsilon_k(0)_{\min} = 0 \rightarrow y_{\min} = Qp$

ดังนั้น  $y_{\max} = \varepsilon_k(0)_{\max} + Qp$ ,  $\varepsilon_k(0)_{\max} = \infty \rightarrow y_{\max} = \infty$

จากสมการที่ (122) จะได้เป็น

$$\rho(T) \approx 1 - \frac{2}{T} e^{-\frac{\Delta(0)}{T}} \int_{Qp}^\infty e^{-\frac{y^2}{2T\Delta(0)}} dy \quad (123)$$

พิจารณา  $\int_0^{Qp} = \int_0^{Qp} + \int_{Qp}^\infty \rightarrow \int_{Qp}^\infty = \int_0^\infty - \int_0^{Qp}$  จากสมการที่ (123) จะได้เป็น

$$\rho(T) \approx 1 - \frac{2}{T} e^{-\frac{\Delta(0)}{T}} \left( \int_0^\infty e^{-\frac{y^2}{2T\Delta(0)}} dy - \int_0^{Qp} e^{-\frac{y^2}{2T\Delta(0)}} dy \right) \quad (124)$$

พิจารณาเทอมแรก ของสมการที่ (124)

กำหนดให้  $x = \frac{y}{\sqrt{2T\Delta(0)}}$ ,  $dy = \sqrt{2T\Delta(0)} dx$

$$\int_0^\infty e^{-\frac{y^2}{2T\Delta(0)}} dy = \sqrt{2T\Delta(0)} \int_0^\infty e^{-x^2} dx$$

$$\text{จาก } \int_0^{\infty} e^{-x^2} dx = \frac{\sqrt{\pi}}{2}$$

$$\int_0^{\infty} e^{-\left(\frac{y^2}{2T\Delta(0)}\right)} dy = \sqrt{\frac{\pi T \Delta(0)}{2}} \quad (125)$$

พิจารณาเทอมที่ 2 ของสมการที่ (124)

$$\int_0^{Qp} e^{-\left(\frac{y^2}{2T\Delta(0)}\right)} dy = \sqrt{2T\Delta(0)} \int_0^{Qp} e^{-x^2} dx$$

$$\text{จาก } \int_0^z e^{-x^2} dx = \frac{\sqrt{\pi}}{2} \operatorname{erf}(z)$$

$$\int_0^{Qp} e^{-\left(\frac{y^2}{2T\Delta(0)}\right)} dy = \sqrt{\frac{\pi T \Delta(0)}{2}} \cdot \operatorname{erf}(Qp) \quad (126)$$

พิจารณา  $\operatorname{erf}(Qp)$  ที่  $Qp$  ใกล้เคียงศูนย์

$$\operatorname{erf}(Qp) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \left( Qp - \frac{(Qp)^3}{3} + \frac{(Qp)^5}{5} + 9(Qp)^6 \right) \quad (127)$$

จากสมการที่ (127) สามารถประมาณค่า

$$\frac{2}{\sqrt{\pi}} \tanh(Qp) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \left( Qp - \frac{(Qp)^3}{3} + \frac{(Qp)^5}{5} + 9(Qp)^6 \right) \quad (128)$$

ดังนั้นจะได้สมการความหนาแน่นของของไหลยวดยิ่งในรูปแบบทั่วไปกรณี  $T \rightarrow 0$  และมีตัวแปรของความดัน

$$\rho_{ii}(T) \approx 1 - \sqrt{\frac{2\pi\Delta(0)}{T}} \left\{ 1 - \frac{2}{\sqrt{\pi}} \tanh(Qp) \right\} \cdot \exp\left(-\frac{\Delta(0)}{T}\right) \quad (129)$$

พิจารณาสมการที่ (129) สำหรับ  $Qp$  มีค่าน้อยมากๆสามารถลดรูปเป็นสมการความหนาแน่นของของไหลยวดยิ่งในรูปแบบทั่วไปกรณี  $T \rightarrow 0$  ได้

$$\rho_{ii}(T) \approx 1 - \sqrt{\frac{2\pi\Delta(0)}{T}} \cdot \exp\left(-\frac{\Delta(0)}{T}\right)$$

พิจารณาสมการที่ (95) และสมการที่ (129)

$$\frac{\lambda(T) - \lambda(0)}{\lambda(0)} \approx \sqrt{\frac{2\pi\Delta(0)}{T}} \left\{ 1 - \frac{2}{\sqrt{\pi}} \tanh(Qp) \right\} \cdot \exp\left(-\frac{\Delta(0)}{T}\right) \quad (130)$$



ดังนั้นจะได้สมการความถี่ขาบซึ่งได้ในรูปแบบทั่วไปกรณี  $T \rightarrow 0$  และมีตัวแปรของความถี่

$$\lambda_{ii}(T) \approx \lambda_{ii}(0) \left( 1 + \sqrt{\frac{\pi\Delta(0)}{2T}} \left\{ 1 - \frac{2}{\sqrt{\pi}} \tanh(Qp) \right\} \cdot \exp\left(-\frac{\Delta(0)}{T}\right) \right) \quad (131)$$

## 2. คำนวณสมการผลกระทบความถี่ภายนอกต่อช่องว่างพลังงานในกรณีต่างๆและคุณสมบัติวิฤติ

พิจารณาความหนาแน่นของสถานะในอิเล็กทรอนิกส์ตรอน (EDOS) (Gonczarek & Mulak, 1999) เป็น

$$N(\varepsilon) = N_0(1 + \chi\delta(\varepsilon_k(0) - \varepsilon_0)) \quad (132)$$

กรณีช่องว่างพลังงานที่ไม่ขึ้นกับทิศทาง  $\Delta_k = \Delta(T)$

นำสมการที่ (120) และ (132) แทนลงในสมการที่ (30)

$$\frac{1}{\lambda_{E_k}} = \int_0^{\omega_p} \frac{(1 + \chi\delta(\varepsilon_k(0) - \varepsilon_0))d\varepsilon_k(p)}{\sqrt{(\varepsilon_k(0) + Qp)^2 + \Delta^2(T)}} \tanh\left(\frac{\sqrt{(\varepsilon_k(0) + Qp)^2 + \Delta^2(T)}}{2T}\right) \quad (133)$$

สำหรับ  $T = 0$

$$\frac{1}{\lambda_{E_k}} = \int_{Qp}^{\omega_D + Qp} \frac{1 + \chi\delta(\varepsilon_k(0) - \varepsilon_0)}{\sqrt{y^2 + \Delta^2(0)}} dy \quad (134)$$

$$\frac{1}{\lambda_{E_k}} = \int_{Qp}^{\omega_D + Qp} \frac{dy}{\sqrt{y^2 + \Delta^2(0)}} + \frac{\chi}{\sqrt{(\varepsilon_0 + Qp)^2 + \Delta^2(0)}} \quad (135)$$

พิจารณาเทอมแรกของสมการที่ (135)

กำหนดให้  $y = \Delta(0) \sinh x \rightarrow dy = \Delta(0) \cosh x$

$$= \int_0^{\sinh^{-1}(\omega_D + Qp/\Delta(0))} \frac{\Delta(0) \cosh x dx}{\sqrt{(\Delta(0) \sinh x)^2 + \Delta^2(0)}} - \int_0^{\sinh^{-1}(Qp/\Delta(0))} \frac{\Delta(0) \cosh x dx}{\sqrt{(\Delta(0) \sinh x)^2 + \Delta^2(0)}} \quad (136)$$

จาก  $\sqrt{\sinh^2 x + 1} = \cosh x$

$$= \sinh^{-1}\left(\frac{\omega_D + Qp}{\Delta(0)}\right) - \sinh^{-1}\left(\frac{Qp}{\Delta(0)}\right) \quad (137)$$

จาก  $\sinh^{-1} x \approx \ln(2x)$  เมื่อ  $x \gg 1$  ดังนั้น  $\omega_D \gg \Delta(0)$  และ  $\Delta(0) \gg Qp$

$$\frac{1}{\lambda_{E_k}} = \ln \left( 2 \frac{\omega_D + Qp}{\Delta(0)} \right) + \frac{\chi}{\sqrt{(\varepsilon_0 + Qp)^2 + \Delta^2(0)}} \quad (138)$$

จากสมการที่ (138) กำหนดให้  $\Delta(T, \chi, \varepsilon_0, p) = \Delta(0, \chi, \varepsilon_0, p)$  จะได้เป็น

$$\frac{1}{\lambda_{E_k}} = \ln \left( 2 \frac{\omega_D + Qp}{\Delta(0, \chi, \varepsilon_0, p)} \right) + \frac{\chi}{\sqrt{(\varepsilon_0 + Qp)^2 + \Delta^2(0, \chi, \varepsilon_0, p)}} \quad (139)$$

สำหรับกรณี  $T = 0, \chi = 0, \varepsilon_0 = 0, p = 0$  จะได้ตามทฤษฎีบีซีเอส

$$\frac{1}{\lambda_{E_k}} = \ln \left( 2 \frac{\omega_D}{\Delta(0, 0, 0, 0)} \right) \quad (140)$$

สามารถเขียนให้อยู่ในความสัมพันธ์ระหว่าง  $\Delta(0, 0, 0, 0)$  และ  $\Delta(0, \chi, \varepsilon_0, p)$  เป็น

$$\Delta(0, \chi, \varepsilon_0, p) = \Delta(0, 0, 0, 0) \left( \frac{\omega_D + Qp}{\omega_D} \right) \exp \left( \frac{\chi}{\sqrt{(\varepsilon_0 + Qp)^2 + \Delta^2(0, \chi, \varepsilon_0, p)}} \right) \quad (141)$$

กรณีช่องว่างพลังงานขึ้นกับทิศทางโดยพิจารณาฟังก์ชันความไม่สมมาตร

$$\Delta_k = \Delta(T) \cdot f(\theta, \varphi) \quad (142)$$

นำสมการที่ (132) และ (142) แทนลงในสมการที่ (30) จะได้

$$\frac{1}{\lambda_{E_k}} = \langle f^2(\theta, \varphi) \rangle \cdot \int_0^{\omega_D} \frac{(1 + \chi \delta(\varepsilon_k(0) - \varepsilon_0)) d\varepsilon_k(p)}{\sqrt{\varepsilon_k^2(p) + (\Delta(T) \cdot f(\theta, \varphi))^2}} \tanh \left( \frac{\sqrt{\varepsilon_k^2(p) + (\Delta(T) \cdot f(\theta, \varphi))^2}}{2T} \right) \quad (143)$$

สำหรับพื้นผิวเฟอร์มิอิกประกอบพิกัตทรงกลม  $\langle f^2(\theta, \varphi) \rangle = \frac{1}{4\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^\pi f^2(\theta, \varphi) \cdot \sin \theta d\theta d\varphi$

พิจารณาที่  $T = 0$  จากสมการที่ (139) จะได้เป็น

$$\frac{1}{\lambda_{E_k}} = \langle f^2(\theta, \varphi) \rangle \cdot \int_{Qp}^{\omega_D + Qp} \frac{(1 + \chi \delta(\varepsilon_k(0) - \varepsilon_0)) dy}{\sqrt{y^2 + (\Delta(0) \cdot f(\theta, \varphi))^2}} \quad (144)$$

$$\frac{1}{\lambda_{E_k}} = \langle f^2(\theta, \varphi) \rangle \cdot \left[ \ln \left( 2 \frac{\omega_D + Qp}{\Delta(0) \cdot f(\theta, \varphi)} \right) + \frac{\chi}{\sqrt{(\varepsilon_0 + Qp)^2 + (\Delta(0) \cdot f(\theta, \varphi))^2}} \right] \quad (145)$$

พิจารณาที่  $T \rightarrow 0$  นำสมการที่ (132) และ (142) แทนลงไปในสมการที่ (41)

$$\frac{1}{\lambda_{E_k}} = \langle f^2(\theta, \varphi) \rangle \left[ \begin{array}{l} \int_0^{\omega_p} \frac{(1 + \chi \delta(\varepsilon_k(0) - \varepsilon_0)) d\varepsilon_k(p)}{\sqrt{\varepsilon_k^2(p) + (\Delta(T) \cdot f(\theta, \varphi))^2}} \\ - 2e^{-\Delta(0)/T} \int_0^{\omega_p} \frac{(1 + \chi \delta(\varepsilon_k(0) - \varepsilon_0)) e^{-\varepsilon_k^2(p)/2T\Delta(0) \cdot f(\theta, \varphi)} d\varepsilon_k(p)}{\sqrt{\varepsilon_k^2(p) + (\Delta(0) \cdot f(\theta, \varphi))^2}} \end{array} \right] \quad (146)$$

พิจารณาเทอมแรกของสมการที่ (146)

$$= \left[ \ln \left( 2 \frac{\omega_D + Qp}{\Delta(T) \cdot f(\theta, \varphi)} \right) + \frac{\chi}{\sqrt{(\varepsilon_0 + Qp)^2 + (\Delta(T) \cdot f(\theta, \varphi))^2}} \right] \quad (147)$$

พิจารณาเทอมสองของสมการที่ (146)

$$= \int_0^{\omega_p} \frac{e^{-\varepsilon_k^2(p)/2T\Delta(0) \cdot f(\theta, \varphi)} d\varepsilon_k(p)}{\sqrt{\varepsilon_k^2(p) + (\Delta(0) \cdot f(\theta, \varphi))^2}} + \chi \frac{e^{-(\varepsilon_0 + Qp)^2/2T\Delta(0) \cdot f(\theta, \varphi)}}{\sqrt{(\varepsilon_0 + Qp)^2 + (\Delta(0) \cdot f(\theta, \varphi))^2}} \quad (148)$$

พิจารณาเทอมแรกของสมการที่ (148) กำหนดให้

$$= \int_{Qp}^{\omega_D + Qp} \frac{e^{-y^2/2T\Delta(0) \cdot f(\theta, \varphi)} dy}{\sqrt{y^2 + (\Delta(0) \cdot f(\theta, \varphi))^2}} \quad (149)$$

กำหนดให้  $x = y / \sqrt{2T\Delta(0) \cdot f(\theta, \varphi)} \rightarrow \sqrt{2T\Delta(0) \cdot f(\theta, \varphi)} dx = dy$  ดังนั้นจะได้เป็น

$$= \int_{Qp/\sqrt{2T\Delta(0) \cdot f(\theta, \varphi)}}^{(\omega_D + Qp)/\sqrt{2T\Delta(0) \cdot f(\theta, \varphi)}} \frac{e^{-x^2} dx}{\sqrt{x^2 + \Delta(0) \cdot f(\theta, \varphi) / 2T}} \quad (150)$$

จาก  $\Delta(0) \cdot f(\theta, \varphi) / 2T \gg (\omega_D + Qp) / \sqrt{2T\Delta(0) \cdot f(\theta, \varphi)}$

$$= \sqrt{\frac{2T}{\Delta(0) \cdot f(\theta, \varphi)}} \left[ \int_0^{(\omega_D + Qp)/\sqrt{2T\Delta(0) \cdot f(\theta, \varphi)}} e^{-x^2} dx - \int_0^{Qp/\sqrt{2T\Delta(0) \cdot f(\theta, \varphi)}} e^{-x^2} dx \right] \quad (151)$$

$$= \sqrt{\frac{\pi T}{2\Delta(0) \cdot f(\theta, \varphi)}} \left\{ \frac{2}{\sqrt{\pi}} \left[ \begin{array}{l} \tanh \left( \frac{\omega_D + Qp}{\sqrt{2T\Delta(0) \cdot f(\theta, \varphi)}} \right) \\ - \tanh \left( \frac{Qp}{\sqrt{2T\Delta(0) \cdot f(\theta, \varphi)}} \right) \end{array} \right] \right\} \quad (152)$$

ดังนั้นจากสมการที่ (146) จะได้เป็น

$$\begin{aligned}
\frac{1}{\lambda_{E_k}} = & \langle f(\theta, \varphi) \rangle \cdot \left[ \ln \left( 2 \frac{\omega_D + Qp}{\Delta(T) \cdot f(\theta, \varphi)} \right) + \frac{\chi}{\sqrt{(\varepsilon_0 + Qp)^2 + (\Delta(T) \cdot f(\theta, \varphi))^2}} \right. \\
& - 2e^{-\Delta(0) \cdot f(\theta, \varphi)/T} \left. \left[ \sqrt{\frac{\pi T}{2\Delta(0) \cdot f(\theta, \varphi)}} \left\{ \frac{2}{\sqrt{\pi}} \left[ \begin{aligned} & \tanh \left( \frac{\omega_D + Qp}{\sqrt{2T\Delta(0) f(\theta, \varphi)}} \right) \right. \right. \right. \\ & \left. \left. \left. - \tanh \left( \frac{Qp}{\sqrt{2T\Delta(0) f(\theta, \varphi)}} \right) \right] \right\} \right] \right. \\
& \left. + \chi \frac{e^{-(\varepsilon_0 + Qp)^2 / 2T\Delta(0) \cdot f(\theta, \varphi)}}{\sqrt{(\varepsilon_0 + Qp)^2 + (\Delta(0) \cdot f(\theta, \varphi))^2}} \right] \quad (153)
\end{aligned}$$

จากสมการที่ (153) สามารถประมาณค่าในเทอมที่มีค่าน้อยๆเป็น

$$\begin{aligned}
\frac{1}{\lambda_{E_k}} = & \langle f(\theta, \varphi) \rangle \cdot \left[ \ln \left( 2 \frac{\omega_D + Qp}{\Delta(T) \cdot f(\theta, \varphi)} \right) + \frac{\chi}{\sqrt{(\varepsilon_0 + Qp)^2 + (\Delta(T) \cdot f(\theta, \varphi))^2}} \right. \\
& - 2e^{-\Delta(0) \cdot f(\theta, \varphi)/T} \left. \sqrt{\frac{\pi T}{2\Delta(0) \cdot f(\theta, \varphi)}} \left\{ \frac{2}{\sqrt{\pi}} \tanh \left( \frac{\omega_D + Qp}{\sqrt{2T\Delta(0) f(\theta, \varphi)}} \right) \right\} \right] \quad (154)
\end{aligned}$$

นำสมการที่ (145) เท่ากับ สมการที่ (154) จะได้เป็น

$$\begin{aligned}
\ln \left( \frac{\Delta(T)}{\Delta(0)} \right) = & \frac{\chi}{\sqrt{(\varepsilon_0 + Qp)^2 + (\Delta(T) \cdot f(\theta, \varphi))^2}} \\
& - \frac{\chi}{\sqrt{(\varepsilon_0 + Qp)^2 + (\Delta(0) \cdot f(\theta, \varphi))^2}} \\
& - 2e^{-\Delta(0) \cdot f(\theta, \varphi)/T} \sqrt{\frac{\pi T}{2\Delta(0) \cdot f(\theta, \varphi)}} \left\{ \frac{2}{\sqrt{\pi}} \tanh \left( \frac{\omega_D + Qp}{\sqrt{2T\Delta(0) f(\theta, \varphi)}} \right) \right\}
\end{aligned}$$

จะได้

$$\begin{aligned}
\ln \left( 1 + \frac{\Delta_1(T)}{\Delta(0)} \right) = & \frac{\chi}{\sqrt{(\varepsilon_0 + Qp)^2 + (\Delta(T) \cdot f(\theta, \varphi))^2}} \\
& - \frac{\chi}{\sqrt{(\varepsilon_0 + Qp)^2 + (\Delta(0) \cdot f(\theta, \varphi))^2}} \\
& - 2e^{-\Delta(0) \cdot f(\theta, \varphi)/T} \sqrt{\frac{\pi T}{2\Delta(0) \cdot f(\theta, \varphi)}} \left\{ \frac{2}{\sqrt{\pi}} \tanh \left( \frac{\omega_D + Qp}{\sqrt{2T\Delta(0) f(\theta, \varphi)}} \right) \right\} \quad (155)
\end{aligned}$$

เมื่อ  $x \ll 1 \rightarrow \ln(1+x) \approx x$

$$\Delta_1(T) = \Delta(0) \left[ \frac{\chi}{\sqrt{(\varepsilon_0 + Qp)^2 + (\Delta(T) \cdot f(\theta, \varphi))^2}} \right. \\ \left. - \frac{\chi}{\sqrt{(\varepsilon_0 + Qp)^2 + (\Delta(0) \cdot f(\theta, \varphi))^2}} \right] \\ - e^{-\Delta(0) \cdot f(\theta, \varphi)/T} \sqrt{\frac{2\pi T}{\Delta(0) \cdot f(\theta, \varphi)}} \left\{ \frac{2}{\sqrt{\pi}} \tanh \left( \frac{\omega_d + Qp}{\sqrt{2T\Delta(0)f(\theta, \varphi)}} \right) \right\} \quad (156)$$

กรณี  $\varepsilon_0 + Qp > \Delta(T) \cdot f(\theta, \varphi)$

$$\Delta_1(T) = \Delta(0) \left[ \frac{\chi}{\varepsilon_0 + Qp} \left( 1 + \frac{(\Delta(T) \cdot f(\theta, \varphi))^2}{(\varepsilon_0 + Qp)^2} \right)^{-1/2} \right. \\ \left. - \frac{\chi}{\varepsilon_0 + Qp} \left( 1 + \frac{(\Delta(0) \cdot f(\theta, \varphi))^2}{(\varepsilon_0 + Qp)^2} \right)^{-1/2} \right] \\ - e^{-\Delta(0) \cdot f(\theta, \varphi)/T} \sqrt{\frac{2\pi T}{\Delta(0) \cdot f(\theta, \varphi)}} \left\{ \frac{2}{\sqrt{\pi}} \tanh \left( \frac{\omega_d + Qp}{\sqrt{2T\Delta(0)f(\theta, \varphi)}} \right) \right\} \quad (157)$$

กรณี  $x \ll 1$  สามารถประมาณค่าเป็น  $(1+x)^n \approx 1+nx$  ดังนั้น

$$\Delta_1(T) = \Delta(0) \left[ \frac{\chi}{\varepsilon_0 + Qp} \left( 1 - \frac{(\Delta(T) \cdot f(\theta, \varphi))^2}{2(\varepsilon_0 + Qp)^2} \right) - \frac{\chi}{\varepsilon_0 + Qp} \left( 1 - \frac{(\Delta(0) \cdot f(\theta, \varphi))^2}{2(\varepsilon_0 + Qp)^2} \right) \right] \\ - e^{-\Delta(0) \cdot f(\theta, \varphi)/T} \sqrt{\frac{2\pi T}{\Delta(0) \cdot f(\theta, \varphi)}} \left\{ \frac{2}{\sqrt{\pi}} \tanh \left( \frac{\omega_d + Qp}{\sqrt{2T\Delta(0)f(\theta, \varphi)}} \right) \right\} \\ \Delta_1(T) \cong \Delta(0) \left[ \frac{\chi f^2(\theta, \varphi)}{2(\varepsilon_0 + Qp)^3} (-\Delta^2(T) + \Delta^2(0)) \right] \\ - e^{-\Delta(0) \cdot f(\theta, \varphi)/T} \sqrt{\frac{2\pi T}{\Delta(0) \cdot f(\theta, \varphi)}} \left\{ \frac{2}{\sqrt{\pi}} \tanh \left( \frac{\omega_d + Qp}{\sqrt{2T\Delta(0)f(\theta, \varphi)}} \right) \right\} \quad (158)$$

จาก  $\Delta(T) = \Delta(0) + \Delta_1(T)$

$$\Delta_1(T) \cong \Delta(0) \left[ \frac{\chi f^2(\theta, \varphi)}{2(\varepsilon_0 + Qp)^3} (-\Delta_1^2(T) - 2\Delta(0)\Delta_1(T)) \right] \\ - e^{-\Delta(0) \cdot f(\theta, \varphi)/T} \sqrt{\frac{2\pi T}{\Delta(0) \cdot f(\theta, \varphi)}} \left\{ \frac{2}{\sqrt{\pi}} \tanh \left( \frac{\omega_d + Qp}{\sqrt{2T\Delta(0)f(\theta, \varphi)}} \right) \right\} \quad (159)$$

$$\Delta_1(T) \cong \left[ -\beta \left( \Delta_1^2(T) \Delta(0) + 2\Delta^2(0) \Delta_1(T) \right) - e^{-\Delta(0) \cdot f(\theta, \varphi)/T} \sqrt{\frac{2\pi\Delta(0)T}{f(\theta, \varphi)}} \left\{ \frac{2}{\sqrt{\pi}} \tanh \left( \frac{\omega_D + Qp}{\sqrt{2T\Delta(0)f(\theta, \varphi)}} \right) \right\} \right] \quad (160)$$

$$\text{เมื่อ } \beta = \frac{\chi f^2(\theta, \varphi)}{2(\varepsilon_0 + Qp)^3} \text{ และ } C_2 = e^{-\Delta(0) \cdot f(\theta, \varphi)/T} \sqrt{\frac{2\pi\Delta(0)T}{f(\theta, \varphi)}} \left\{ \frac{2}{\sqrt{\pi}} \tanh \left( \frac{\omega_D + Qp}{\sqrt{2T\Delta(0)f(\theta, \varphi)}} \right) \right\}$$

$$\Delta_1(T) \cong \left[ -\beta \left( \Delta_1^2(T) \Delta(0) + 2\Delta^2(0) \Delta_1(T) \right) - C_2 \right] \quad (161)$$

$$\Delta_1^2(T) + \left( 2\Delta(0) + \frac{1}{\beta\Delta(0)} \right) \Delta_1(T) + \frac{C_2}{\beta\Delta(0)} = 0 \quad (162)$$

$$\Delta_1(T) = - \left( 2\Delta(0) + \frac{1}{\beta\Delta(0)} \right) \pm \sqrt{\frac{\left( 2\Delta(0) + \frac{1}{\beta\Delta(0)} \right)^2 - 4 \frac{C_2}{\beta\Delta(0)}}{2}} \quad (163)$$

ดังนั้นสมการช่องว่างพลังงานที่ขึ้นกับทิศทางภายใต้ความดันกรณีเข้าใกล้ศูนย์เคลวินเป็น

$$\Delta(T) = \Delta(0) - \left( 2\Delta(0) + \frac{1}{\beta\Delta(0)} \right) \pm \sqrt{\frac{\left( 2\Delta(0) + \frac{1}{\beta\Delta(0)} \right)^2 - 4 \frac{C_2}{\beta\Delta(0)}}{2}} \quad (164)$$

สมการอนุกรมมิวิกฤติ

พิจารณาสมการ (133)  $T = T_c \rightarrow \Delta(T_c) = 0$  จะได้เป็น

$$\frac{1}{\lambda_{E_k}} = \int_0^{\omega_p} \frac{(1 + \chi \delta(\varepsilon_k(0) - \varepsilon_0)) d\varepsilon_k(p)}{(\varepsilon_k(0) + Qp)} \tanh \left( \frac{(\varepsilon_k(0) + Qp)}{2T_c} \right) \quad (165)$$

$$\frac{1}{\lambda_{E_k}} = \int_0^{\omega_p} \frac{\tanh \left( \frac{(\varepsilon_k(0) + Qp)}{2T_c} \right)}{(\varepsilon_k(0) + Qp)} d\varepsilon_k(p) + \chi \frac{\tanh \left( \frac{\varepsilon_0 + Qp}{2T_c} \right)}{(\varepsilon_0 + Qp)} \quad (166)$$

พิจารณาเทอมแรกของสมการ (166)

$$\int_{Qp}^{\omega_p + Qp} \frac{\tanh \left( \frac{y}{2T_c} \right)}{y} dy = \int_0^{(\omega_p + Qp)/2T_c} \frac{\tanh(u)}{u} du - \int_0^{Qp/2T_c} \frac{\tanh(u)}{u} du \quad (167)$$

เมื่อ  $\omega_D + Qp \gg T_c$  ดังนั้น  $\frac{\omega_D + Qp}{2T_c} \rightarrow \infty$  ทำให้  $\tanh(\infty) \approx 1$  และ  $Qp \ll T_c$

ทำให้  $\frac{\tanh(u)}{u} \approx u$

$$= \ln(u) \tanh(u) \Big|_0^\infty - \int_0^\infty \ln(u) \cdot \operatorname{sech}^2(u) du - \frac{Qp}{2T_c}$$

เมื่อ  $\int_0^\infty \ln(u) \cdot \operatorname{sech}^2(u) du = \ln\left(\frac{\pi}{4\gamma}\right)$  และ  $\frac{Qp}{2T_c}$  มีค่าน้อยมากๆ

ดังนั้นจะได้

$$\frac{1}{\lambda_{E_k}} = \ln\left(\frac{\omega_D + Qp}{2T_c}\right) - \ln\left(\frac{\pi}{4\gamma}\right) + \chi \frac{\tanh\left(\frac{\varepsilon_0 + Qp}{2T_c}\right)}{(\varepsilon_0 + Qp)} \quad (168)$$

กำหนดให้  $T_c = T_c(\chi, \varepsilon_0, Qp)$

$$\frac{1}{\lambda_{E_k}} = \ln\left(\frac{\omega_D + Qp}{2T_c(\chi, \varepsilon_0, Qp)}\right) - \ln\left(\frac{\pi}{4\gamma}\right) + \chi \frac{\tanh\left(\frac{\varepsilon_0 + Qp}{2T_c(\chi, \varepsilon_0, Qp)}\right)}{(\varepsilon_0 + Qp)} \quad (169)$$

สำหรับกรณี  $\chi = 0, \varepsilon_0 = 0, p = 0$  จะได้ตามทฤษฎีปีชีเอส

$$\frac{1}{\lambda_{E_k}} = \ln\left(\frac{\omega_D}{2T_c(0, 0, 0)}\right) - \ln\left(\frac{\pi}{4\gamma}\right)$$

สามารถเขียนให้อยู่ในความสัมพันธ์ระหว่าง  $T_c(\chi, \varepsilon_0, p)$  และ  $T_c(0, 0, 0)$  เป็น

$$T_c(\chi, \varepsilon_0, Qp) = \left(\frac{\omega_D + Qp}{\omega_D}\right) \cdot T_c(0, 0, 0) \cdot \exp\left[\frac{\chi}{(\varepsilon_0 + Qp)} \tanh\left(\frac{\varepsilon_0 + Qp}{2T_c(\chi, \varepsilon_0, Qp)}\right)\right] \quad (170)$$

### 3.คำนวณสมการความหนาแน่นของของไหลยวดยิ่งที่มีความดันภายนอก 3 มิติขององค์ประกอบระนาบเอบีและองค์ประกอบแกนซีโดยใช้ช่องว่างพลังงานขึ้นกับทิศทางชนิดคลื่นเอส

พิจารณาช่องว่างพลังงานที่ขึ้นกับทิศทางชนิดคลื่นเอสและมีฟังก์ชันความไม่สมมาตรเป็น

กรณี รูปทรงรี

$$f(\theta, \phi) = \frac{1 + a'z^2}{1 + a'}, \quad z = \cos \theta \quad (171)$$

กรณี รูปแบนแค้ก

$$f(\theta, \phi) = \frac{1}{\sqrt{1 + a'z^2}}, \quad z = \cos \theta \quad (172)$$

นำสมการที่ (120) แทนลงไปนสมการที่ (87) และ (88)

$$\rho_{bb}^{aa} = 1 - \frac{3}{4T} \int_0^1 (1-z^2) dz \int_0^\infty \left[ 1 - \tanh^2 \left( \frac{\sqrt{\varepsilon_k^2(p) + \Delta^2(T) \cdot f^2(\theta, \varphi)}}{2T} \right) \right] d\varepsilon_k(p) \quad (173)$$

$$\rho_{cc} = 1 - \frac{3}{2T} \int_0^1 z^2 dz \int_0^\infty \left[ 1 - \tanh^2 \left( \frac{\sqrt{\varepsilon_k^2(p) + \Delta^2(T) \cdot f^2(\theta, \varphi)}}{2T} \right) \right] d\varepsilon_k(p) \quad (174)$$

จากสมการที่ (40) กรณี  $T \rightarrow 0$

$$\tanh x \approx 1 - 2e^{-\left( \frac{\Delta(0) \cdot f(\theta, \varphi)}{T} + \frac{\varepsilon_k^2(p)}{2T\Delta(0) \cdot f(\theta, \varphi)} \right)} \quad (175)$$

ดังนั้นจากสมการที่ (173) และ (174) จะได้เป็น

$$\rho_{bb}^{aa} = 1 - \frac{3}{4T} \int_0^1 (1-z^2) dz \int_0^\infty 4e^{-\left( \frac{\Delta(0) \cdot f(\theta, \varphi)}{T} + \frac{\varepsilon_k^2(p)}{2T\Delta(0) \cdot f(\theta, \varphi)} \right)} d\varepsilon_k(p) \quad (176)$$

$$\rho_{cc} = 1 - \frac{3}{2T} \int_0^1 z^2 dz \int_0^\infty 4e^{-\left( \frac{\Delta(0) \cdot f(\theta, \varphi)}{T} + \frac{\varepsilon_k^2(p)}{2T\Delta(0) \cdot f(\theta, \varphi)} \right)} d\varepsilon_k(p)$$

สำหรับองค์ประกอบระนาบเอบีโดยใช้ช่องว่างพลังงานที่ขึ้นกับทิศทางรูปทรงรี

นำสมการที่ (171) แทนลงไปนสมการที่ (175)

$$\rho_{bb}^{aa} = 1 - \frac{3}{4T} \int_0^1 (1-z^2) dz \int_0^\infty 4e^{-\left( \frac{\Delta(0) \cdot \frac{1+a'z^2}{1+a'}}{T} + \frac{\varepsilon_k^2(p)}{2T\Delta(0) \cdot \frac{1+a'z^2}{1+a'}} \right)} d\varepsilon_k(p) \quad (177)$$

จากสมการที่ (177) สามารถจัดรูปได้เป็น

$$\rho_{bb}^{aa} = 1 - 3 \left( 1 - \frac{2}{\sqrt{\pi}} \tanh(Qp) \right) \cdot \sqrt{\frac{\pi\Delta(0)}{2T}} \cdot e^{-\frac{\Delta(0)}{T}} \int_0^1 (1-z^2) \left( 1 - \left( \frac{a'}{1+a'} (1-z^2) \right) \right)^{1/2} e^{\frac{\Delta(0)}{T} \cdot \frac{a'}{1+a'} (1-z^2)} dz \quad (178)$$

$$\text{โดย } \frac{1+a'z^2}{1+a'} = 1 - \left( \frac{a'}{1+a'} \right) (1-z^2)$$

$$\rho_{bb}^{aa} \cong 1 - 3 \left( 1 - \frac{2}{\sqrt{\pi}} \tanh(Qp) \right) \cdot \sqrt{\frac{\pi\Delta(0)}{2T}} \cdot e^{-\frac{\Delta(0)}{T}} \int_0^1 (1-z^2) \left( 1 - \frac{1}{2} \left( \frac{a'}{1+a'} \right) (1-z^2) \right) e^{\Delta(0)(1-z^2)} dz \quad (179)$$



โดย  $A = \frac{\Delta(0)}{T} \cdot A'$  และ  $A' = \frac{a'}{1+a'}$

$$\rho_{bb}^{aa} \cong 1 - 3 \left( 1 - \frac{2}{\sqrt{\pi}} \tanh(Qp) \right) \cdot \sqrt{\frac{\pi \Delta(0)}{2T}} \cdot e^{-\frac{\Delta(0)}{T}} e^A \left( \int_0^1 e^{-Az^2} dz - \int_0^1 z^2 e^{-Az^2} dz - \frac{1}{2} \left( \frac{a'}{1+a'} \right) \int_0^1 (1-z^2)^2 e^{-Az^2} dz \right) \quad (180)$$

$$\text{จาก } \int_0^1 e^{-Az^2} dz = \frac{\sqrt{\pi}}{2\sqrt{A}} \operatorname{erf}(\sqrt{A}) = \frac{1}{\sqrt{A}} \tanh(\sqrt{A})$$

$$\int_0^1 z^2 e^{-Az^2} dz = \frac{\sqrt{\pi}}{4A\sqrt{A}} \operatorname{erf}(\sqrt{A}) - \frac{e^{-A}}{2A} = \frac{1}{2A\sqrt{A}} \tanh(\sqrt{A}) - \frac{e^{-A}}{2A}$$

$$\int_0^1 z^4 e^{-Az^2} dz = \frac{3\sqrt{\pi}}{8A^2\sqrt{A}} \operatorname{erf}(\sqrt{A}) - \frac{e^{-A}(2A+3)}{4A^2} = \frac{3}{4A^2\sqrt{A}} \tanh(\sqrt{A}) - \frac{e^{-A}(2A+3)}{4A^2}$$

จากสมการที่ (180) พิจารณาเทอมอินทิกรัล

$$\begin{aligned} &= \frac{1}{\sqrt{A}} \tanh(\sqrt{A}) - \frac{1}{2A\sqrt{A}} \tanh(\sqrt{A}) + \frac{e^{-A}}{2A} - \frac{1}{2} A' \left( \frac{1}{\sqrt{A}} \tanh(\sqrt{A}) - 2 \left( \frac{1}{2A\sqrt{A}} \tanh(\sqrt{A}) - \frac{e^{-A}}{2A} \right) \right. \\ &+ \left. \frac{3}{4A^2\sqrt{A}} \tanh(\sqrt{A}) - \frac{e^{-A}(2A+3)}{4A^2} \right) \\ &= \left( 8A^2 \left( 1 - \frac{A'}{2} \right) - 4A(1-A') - 3A' \right) \frac{\tanh(\sqrt{A})}{8A^2\sqrt{A}} e^A + \frac{1}{2A} \left( 1 - \frac{1}{2} A' \left( 1 - \frac{3}{2A} \right) \right) \end{aligned} \quad (181)$$

จากสมการที่ (180) ดังนั้นจะได้ความหนาแน่นของของไหลขดที่ยังภายใต้ความดัน  
องค์ประกอบระนาบเอบีของว่างพลังงานที่ขึ้นกับทิศทางรูปทรงรีเข้าใกล้ศูนย์เคลวินเป็น

$$\rho_{bb}^{aa} \cong 1 - 3 \left( 1 - \frac{2}{\sqrt{\pi}} \tanh(Qp) \right) \cdot \sqrt{\frac{\pi \Delta(0)}{2T}} \cdot e^{-\frac{\Delta(0)}{T}} \left\{ \left( 8A^2 \left( 1 - \frac{A'}{2} \right) - 4A(1-A') - 3A' \right) \frac{\tanh(\sqrt{A})}{8A^2\sqrt{A}} e^A \right. \\ \left. + \frac{1}{2A} \left( 1 - \frac{1}{2} A' \left( 1 - \frac{3}{2A} \right) \right) \right\} \quad (182)$$

สำหรับองค์ประกอบแกนซีโดยใช้ช่องว่างพลังงานที่ขึ้นกับทิศทางรูปทรงรี

นำสมการที่ (171) แทนลงไปในสมการที่ (176)

$$\rho_{cc} = 1 - \frac{3}{2T} \int_0^1 z^2 dz \int_0^\infty 4e^{-\left( \frac{\Delta(0) \frac{1+a'z^2}{1+a'} + \frac{\varepsilon_k^2(p)}{2T\Delta(0) \frac{1+a'z^2}{1+a'}} \right)} d\varepsilon_k(p) \quad (183)$$

จากสมการที่ (182) สามารถจัดรูปได้เป็น

$$\rho_{cc} = 1 - 3 \left( 1 - \frac{2}{\sqrt{\pi}} \tanh(Qp) \right) \cdot \sqrt{\frac{2\pi\Delta(0)}{T}} \cdot e^{-\frac{\Delta(0)}{T}} \int_0^1 z^2 \left( 1 - \left( \frac{a'}{1+a'} (1-z^2) \right) \right)^{1/2} e^{\frac{\Delta(0)}{T} \cdot \frac{a'}{1+a'} (1-z^2)} dz \quad (184)$$

$$\text{โดย } \frac{1+a'z^2}{1+a'} = 1 - \left( \frac{a'}{1+a'} \right) (1-z^2)$$

$$\rho_{cc} \approx 1 - 3 \left( 1 - \frac{2}{\sqrt{\pi}} \tanh(Qp) \right) \cdot \sqrt{\frac{2\pi\Delta(0)}{T}} \cdot e^{-\frac{\Delta(0)}{T}} \int_0^1 z^2 \left( 1 - \frac{1}{2} \left( \frac{a'}{1+a'} \right) (1-z^2) \right) e^{A(1-z^2)} dz \quad (185)$$

$$\text{โดย } A = \frac{\Delta(0)}{T} \cdot A' \text{ และ } A' = \frac{a'}{1+a'}$$

$$\rho_{cc} \approx 1 - 3 \left( 1 - \frac{2}{\sqrt{\pi}} \tanh(Qp) \right) \cdot \sqrt{\frac{2\pi\Delta(0)}{T}} \cdot e^{-\frac{\Delta(0)}{T}} \times e^A \left[ \int_0^1 z^2 e^{-Az^2} dz - \frac{1}{2} \left( \frac{a'}{1+a'} \right) \int_0^1 z^2 e^{-Az^2} dz + \frac{1}{2} \left( \frac{a'}{1+a'} \right) \int_0^1 z^4 e^{-Az^2} dz \right] \quad (186)$$

$$\text{จาก } \int_0^1 z^2 e^{-Az^2} dz = \frac{\sqrt{\pi}}{4A\sqrt{A}} \operatorname{erf}(\sqrt{A}) - \frac{e^{-A}}{2A} = \frac{1}{2A\sqrt{A}} \tanh(\sqrt{A}) - \frac{e^{-A}}{2A}$$

$$\int_0^1 z^4 e^{-Az^2} dz = \frac{3\sqrt{\pi}}{8A^2\sqrt{A}} \operatorname{erf}(\sqrt{A}) - \frac{e^{-A}(2A+3)}{4A^2} = \frac{3}{4A^2\sqrt{A}} \tanh(\sqrt{A}) - \frac{e^{-A}(2A+3)}{4A^2}$$

จากสมการที่ (186) พิจารณาเทอมอินทิกรัล

$$\begin{aligned} &= \frac{e^A}{2A\sqrt{A}} \tanh(\sqrt{A}) - \frac{1}{2A} - \frac{1}{2} \left( \frac{a'}{1+a'} \right) \left( \frac{e^A}{2A\sqrt{A}} \tanh(\sqrt{A}) - \frac{1}{2A} \right) \\ &\quad + \frac{1}{2} \left( \frac{a'}{1+a'} \right) \left( \frac{3e^A}{4A^2\sqrt{A}} \tanh(\sqrt{A}) - \frac{(2A+3)}{4A^2} \right) \end{aligned}$$

$$= \left( 4A \left( 1 - \frac{A'}{2} \right) + 3A' \right) \frac{\tanh(\sqrt{A})}{8A^2\sqrt{A}} e^A - \frac{1}{2A} \left( 1 + \frac{3A'}{4A} \right)$$

จากสมการที่ (186) ดังนั้นจะได้ความหนาแน่นของของไหลยวดยิ่งภายใต้ความดันสำหรับองค์ประกอบแกนซีโดยช่องว่างพลังงานที่ขึ้นกับทิศทางการรูปร่างรีกอร์ณีเข้าใกล้ศูนย์เคลวินเป็น

$$\rho_{cc} \approx 1 - 3 \left( 1 - \frac{2}{\sqrt{\pi}} \tanh(Qp) \right) \cdot \sqrt{\frac{2\pi\Delta(0)}{T}} \cdot e^{-\frac{\Delta(0)}{T}} \cdot \left( \left( 4A \left( 1 - \frac{A'}{2} \right) + 3A' \right) \frac{\tanh(\sqrt{A})}{8A^2\sqrt{A}} e^A - \frac{1}{2A} \left( 1 + \frac{3A'}{4A} \right) \right) \quad (187)$$

สำหรับองค์ประกอบระนาบเอบีโดยใช้ช่องว่างพลังงานที่ขึ้นกับทิศทางรูปทรงแพนเค้ก นำสมการที่ (172) แทนลงในสมการที่ (173)

$$\rho_{bb}^{aa} = 1 - \frac{3}{4T} \int_0^1 (1-z^2) dz \int_0^\infty 4e^{\left[ \frac{\Delta(0)}{T} \frac{1}{\sqrt{1+a'z^2}} + \frac{\varepsilon_k^2(p)}{2T\Delta(0)} \frac{1}{\sqrt{1+a'z^2}} \right]} d\varepsilon_k(p) \quad (188)$$

$$\rho_{bb}^{aa} \approx 1 - 3 \left(1 - \frac{2}{\sqrt{\pi}} \tanh(Qp)\right) \sqrt{\frac{\pi\Delta(0)}{2T}} e^{-\frac{\Delta(0)}{T}} \int_0^1 (1-z^2) e^{-Bz^2} \left(1 - \frac{a'z^2}{4}\right) dz \quad (189)$$

$$\text{โดย } B = \frac{\Delta(0)}{T} \frac{a'}{2}$$

จากสมการที่ (189) พิจารณาเทอมอินทิกรัล กรณี  $a' = -a$

$$\int_0^1 (1-z^2) e^{-Bz^2} \left(1 + \frac{az^2}{4}\right) dz = \int_0^1 e^{-Bz^2} dz - \int_0^1 z^2 e^{-Bz^2} dz + \frac{a}{4} \int_0^1 z^2 e^{-Bz^2} dz - \frac{a}{4} \int_0^1 z^4 e^{-Bz^2} dz \quad (190)$$

$$\text{จาก } \int_0^1 e^{-Bz^2} dz = \frac{\sqrt{\pi}}{2\sqrt{B}} \operatorname{erf}(\sqrt{B}) = \frac{1}{\sqrt{B}} \tanh(\sqrt{B})$$

$$\int_0^1 z^2 e^{-Bz^2} dz = \frac{\sqrt{\pi}}{4B\sqrt{B}} \operatorname{erf}(\sqrt{B}) - \frac{e^{-B}}{2B} = \frac{1}{2B\sqrt{B}} \tanh(\sqrt{B}) - \frac{e^{-B}}{2B}$$

$$\int_0^1 z^4 e^{-Bz^2} dz = \frac{3\sqrt{\pi}}{8B^2\sqrt{B}} \operatorname{erf}(\sqrt{B}) - \frac{e^{-B}(2B+3)}{4B^2} = \frac{3}{4B^2\sqrt{B}} \tanh(\sqrt{B}) - \frac{e^{-B}(2B+3)}{4B^2}$$

$$\begin{aligned} &= \frac{1}{\sqrt{B}} \tanh(\sqrt{B}) - \left( \frac{1}{2B\sqrt{B}} \tanh(\sqrt{B}) - \frac{e^{-B}}{2B} \right) + \frac{a}{4} \left( \frac{1}{2B\sqrt{B}} \tanh(\sqrt{B}) - \frac{e^{-B}}{2B} \right) \\ &\quad - \frac{a}{4} \left( \frac{3}{4B^2\sqrt{B}} \tanh(\sqrt{B}) - \frac{e^{-B}(2B+3)}{4B^2} \right) \\ &= (B(16B-8+2a)-3a) \frac{\tanh(\sqrt{B})}{16B^2\sqrt{B}} + \left(1 + \frac{3a}{8B}\right) \frac{e^{-B}}{2B} \end{aligned}$$

จากสมการที่ (190) ดังนั้นจะได้ความหนาแน่นของของไหลยวดยิ่งภายใต้ความดันองค์ประกอบ ระนาบเอบีช่องว่างพลังงานที่ขึ้นกับทิศทางรูปทรงแพนเค้กกรณี  $a' = -a$  เข้าใกล้ศูนย์เคลวินเป็น

$$\rho_{bb}^{aa} \approx 1 - 3 \left(1 - \frac{2}{\sqrt{\pi}} \tanh(Qp)\right) \sqrt{\frac{\pi\Delta(0)}{2T}} e^{-\frac{\Delta(0)}{T}} \left( (B(16B-8+2a)-3a) \frac{\tanh(\sqrt{B})}{16B^2\sqrt{B}} + \left(1 + \frac{3a}{8B}\right) \frac{e^{-B}}{2B} \right) \quad (191)$$

จากสมการที่ (189) พิจารณาเทอมอินทิกรัล กรณี  $a' = a$

$$\int_0^1 \left(1 - z^2\right) e^{Bz^2} \left(1 - \frac{az^2}{4}\right) dz = \int_0^1 e^{Bz^2} dz - \int_0^1 z^2 e^{Bz^2} dz - \frac{a}{4} \int_0^1 z^2 e^{Bz^2} dz + \frac{a}{4} \int_0^1 z^4 e^{Bz^2} dz \quad (192)$$

$$\text{จาก } \operatorname{erfi}(\sqrt{B}) = -i \operatorname{erf}(\sqrt{iB}) = -i \frac{2}{\sqrt{\pi}} \tanh(\sqrt{iB})$$

$$\int_0^1 e^{Bz^2} dz = \frac{\sqrt{\pi}}{2\sqrt{B}} \operatorname{erfi}(\sqrt{B}) = \frac{-i}{\sqrt{B}} \tanh(\sqrt{iB})$$

$$\int_0^1 z^2 e^{Bz^2} dz = \frac{e^B}{2B} + i \frac{\tanh(\sqrt{iB})}{2B\sqrt{B}}$$

$$\int_0^1 z^4 e^{Bz^2} dz = -i \frac{3}{4B^2\sqrt{B}} \tanh(\sqrt{iB}) + \frac{e^B(2B-3)}{4B^2}$$

$$= \frac{-i}{\sqrt{B}} \tanh(iB) - \left( \frac{e^B}{2B} + i \frac{\tanh(\sqrt{iB})}{2B\sqrt{B}} \right) - \frac{a}{4} \left( \frac{e^B}{2B} + i \frac{\tanh(\sqrt{iB})}{2B\sqrt{B}} \right)$$

$$+ \frac{a}{4} \left( -i \frac{3}{4B^2\sqrt{B}} \tanh(\sqrt{iB}) + \frac{e^B(2B-3)}{4B^2} \right)$$

$$= (B(16B-8-2a)-3a) \frac{-i \tanh(\sqrt{iB})}{16B^2\sqrt{B}} - \left(1 + \frac{3a}{8B}\right) \frac{e^B}{2B}$$

จากสมการที่ (192) ดังนั้นจะได้อัตราความหนาแน่นของของไหลยวดยิ่งภายใต้ความดันองค์ประกอบ  
ระนาบเอปไซลอนว่างพลังงานที่ขึ้นกับทิศทางการทรงแพนเค้กรณี  $a' = a$  เข้าใกล้ศูนย์เคลวินเป็น

$$\rho_{bb}^{aa} \approx 1 - 3 \left(1 - \frac{2}{\sqrt{\pi}} \tanh(Qp)\right) \sqrt{\frac{\pi\Delta(0)}{2T}} e^{-\frac{\Delta(0)}{T}} \left( (B(16B-8-2a)-3a) \frac{-i \tanh(\sqrt{iB})}{16B^2\sqrt{B}} - \left(1 + \frac{3a}{8B}\right) \frac{e^B}{2B} \right)$$

(193)

สำหรับองค์ประกอบแกนซีโดยใช้ช่องว่างพลังงานที่ขึ้นกับทิศทางการทรงแพนเค้กรณี

นำสมการที่ (172) แทนลงไปนสมการที่ (174)

$$\rho_{cc} = 1 - \frac{3}{2T} \int_0^1 z^2 dz \int_0^\infty \exp \left( - \left( \frac{\Delta(0)}{T} \cdot \frac{1}{\sqrt{1+a'z^2}} + \frac{\varepsilon_k^2(p)}{2T\Delta(0) \cdot \frac{1}{\sqrt{1+a'z^2}}} \right) \right) d\varepsilon_k(p)$$

$$\rho_{cc} \approx 1 - 3\left(1 - \frac{2}{\sqrt{\pi}} \tanh(Qp)\right) \sqrt{\frac{2\pi\Delta(0)}{T}} e^{-\frac{\Delta(0)}{T}} \int_0^1 z^2 e^{Bz^2} \left(1 - \frac{a'z^2}{4}\right) dz \quad (194)$$

$$\text{โดย } B = \frac{\Delta(0)}{T} \frac{a'}{2}$$

จากสมการที่ (194) พิจารณาเทอมอินทิกรัล กรณี  $a' = -a$

$$= \int_0^1 z^2 e^{-Bz^2} dz + \frac{a}{4} \int_0^1 z^4 e^{-Bz^2} dz$$

$$\begin{aligned} \text{จาก } \int_0^1 z^2 e^{-Bz^2} dz &= \frac{\sqrt{\pi}}{4B\sqrt{B}} \operatorname{erf}(\sqrt{B}) - \frac{e^{-B}}{2B} = \frac{1}{2B\sqrt{B}} \tanh(\sqrt{B}) - \frac{e^{-B}}{2B} \\ \int_0^1 z^4 e^{-Bz^2} dz &= \frac{3\sqrt{\pi}}{8B^2\sqrt{B}} \operatorname{erf}(\sqrt{B}) - \frac{e^{-B}(2B+3)}{4B^2} = \frac{3}{4B^2\sqrt{B}} \tanh(\sqrt{B}) - \frac{e^{-B}(2B+3)}{4B^2} \\ &= \frac{\tanh(\sqrt{B})}{2B\sqrt{B}} - \frac{e^{-B}}{2B} + \frac{a}{4} \left( \frac{3}{4B^2\sqrt{B}} \tanh(\sqrt{B}) - \frac{e^{-B}(2B+3)}{4B^2} \right) \\ &= \left(8B + \frac{3a}{4}\right) \frac{\tanh(\sqrt{B})}{16B^2\sqrt{B}} - \left(1 + \frac{a}{4} + \frac{3a}{8B}\right) \frac{e^{-B}}{2B} \end{aligned}$$

จากสมการที่ (194) ดังนั้นจะได้ความหนาแน่นของของไหลยวดยิ่งภายใต้ความดันองค์ประกอบ  
แกนสี่ช่องว่างพลังงานที่ขึ้นกับทิศทางรูปทรงแพนเค้กกรณี  $a' = -a$  เข้าใกล้ศูนย์เคลวินเป็น

$$\rho_{cc} \approx 1 - 3\left(1 - \frac{2}{\sqrt{\pi}} \tanh(Qp)\right) \sqrt{\frac{2\pi\Delta(0)}{T}} e^{-\frac{\Delta(0)}{T}} \left( \left(8B + \frac{3a}{4}\right) \frac{\tanh(\sqrt{B})}{16B^2\sqrt{B}} - \left(1 + \frac{a}{4} + \frac{3a}{8B}\right) \frac{e^{-B}}{2B} \right) \quad (195)$$

จากสมการที่ (186) พิจารณาเทอมอินทิกรัล กรณี  $a' = a$

$$= \int_0^1 z^2 e^{Bz^2} dz - \frac{a}{4} \int_0^1 z^4 e^{Bz^2} dz$$

$$\text{จาก } \operatorname{erfi}(\sqrt{B}) = -i \operatorname{erf}(\sqrt{iB}) = -i \frac{2}{\sqrt{\pi}} \tanh(\sqrt{iB})$$

$$\begin{aligned} \int_0^1 z^2 e^{Bz^2} dz &= \frac{e^B}{2B} + i \frac{\tanh(\sqrt{iB})}{2B\sqrt{B}} \\ \int_0^1 z^4 e^{Bz^2} dz &= -i \frac{3}{4B^2\sqrt{B}} \tanh(\sqrt{iB}) + \frac{e^B(2B-3)}{4B^2} \\ &= \frac{e^B}{2B} + i \frac{\tanh(\sqrt{iB})}{2B\sqrt{B}} - \frac{a}{4} \left( -i \frac{3}{4B^2\sqrt{B}} \tanh(\sqrt{iB}) + \frac{e^B(2B-3)}{4B^2} \right) \end{aligned}$$

$$= (8B + 3a) \frac{i \tanh(\sqrt{iB})}{16B^2 \sqrt{B}} + \left(1 - \left(\frac{a}{4}\right) + \frac{3a}{8B}\right) \frac{e^B}{2B}$$

จากสมการที่ (195) ดังนั้นจะได้ความหนาแน่นของของไหลยวดยิ่งภายใต้ความดันองค์ประกอบ แกนซีช่องว่างพลังงานที่ขึ้นกับทิศทางรูปทรงแพนเค้กกรณี  $a' = a$  เข้าใกล้ศูนย์เคลวินเป็น

$$\rho_{cc} = 1 - 3 \left(1 - \frac{2}{\sqrt{\pi}} \tanh(Qp)\right) \sqrt{\frac{2\pi\Delta(0)}{T}} e^{-\frac{\Delta(0)}{T}} \left( (8B + 3a) \frac{i \tanh(\sqrt{iB})}{16B^2 \sqrt{B}} + \left(1 - \left(\frac{a}{4}\right) + \frac{3a}{8B}\right) \frac{e^B}{2B} \right) \quad (196)$$

#### 4. คำนวณสมการความลึกซาบซึมได้ที่มีความดันภายนอก 3 มิติขององค์ประกอบระนาบ เอบีและองค์ประกอบแกนซีโดยใช้ช่องว่างพลังงานขึ้นกับทิศทางชนิดคลื่นเอส

จากสมการที่ (78) ของความสัมพันธ์ระหว่างความหนาแน่นของของไหลยวดยิ่งและความลึกซาบซึมได้ของทฤษฎีที่กึ่งคลาสสิกกรณีทั่วไป

$$\frac{\lambda_{ii}(T)}{\lambda_{ii}(0)} = 1 + \frac{1}{4T} \int_0^\infty \cosh^{-2} \left( \frac{\sqrt{\varepsilon_k^2 + \Delta^2(T)}}{2T} \right) d\varepsilon_k \quad (197)$$

จากสมการที่ (87) ความลึกซาบซึมได้ที่มีความดันภายนอก 3 มิติขององค์ประกอบระนาบเอบีเป็น

$$\frac{\lambda_{bb}^{aa}(T)}{\lambda_{bb}^{aa}(0)} = 1 + \frac{3}{8T} \int_0^1 (1-z^2) dz \int_0^\infty \left[ 1 - \tanh^2 \left( \frac{\sqrt{\varepsilon_k^2(p) + \Delta^2(T) \cdot f^2(\theta, \varphi)}}{2T} \right) \right] d\varepsilon_k(p) \quad (198)$$

และจากสมการที่ (88) ความลึกซาบซึมได้ที่มีความดันภายนอก 3 มิติขององค์ประกอบแกนซีเป็น

$$\frac{\lambda_{cc}(T)}{\lambda_{cc}(0)} = 1 + \frac{3}{4T} \int_0^1 z^2 dz \int_0^\infty \left[ 1 - \tanh^2 \left( \frac{\sqrt{\varepsilon_k^2(p) + \Delta^2(T) \cdot f^2(\theta, \varphi)}}{2T} \right) \right] d\varepsilon_k(p) \quad (199)$$

จากสมการที่ (198) ดังนั้นจะได้ความลึกซาบซึมได้ภายใต้ความดันองค์ประกอบระนาบเอบี ช่องว่างพลังงานที่ขึ้นกับทิศทางรูปทรงรีกรณีเข้าใกล้ศูนย์เคลวินเป็น

$$\begin{aligned} \frac{\lambda_{bb}^{aa}(T)}{\lambda_{bb}^{aa}(0)} = & 1 + 3 \left(1 - \frac{2}{\sqrt{\pi}} \tanh(Qp)\right) \cdot \sqrt{\frac{\pi\Delta(0)}{8T}} \cdot e^{-\frac{\Delta(0)}{T}} \left\{ \left( 8A^2 \left(1 - \frac{A'}{2}\right) - 4A(1 - A') - 3A' \right) \frac{\tanh(\sqrt{A})}{8A^2 \sqrt{A}} e^A \right. \\ & \left. + \frac{1}{2A} \left( 1 - \frac{1}{2} A' \left( 1 - \frac{3}{2A} \right) \right) \right\} \quad (200) \end{aligned}$$

โดย  $A = \frac{\Delta(0)}{T} \cdot A'$  และ  $A' = \frac{a'}{1+a'}$

จากสมการที่ (199) ดังนั้นจะได้ความลึกขาบซึมได้ภายใต้ความดันองค์ประกอบแก๊สช่องว่าง พลังงานที่ขึ้นกับทิศทางรูปทรงรีกริดเข้าใกล้ศูนย์เคลวินเป็น

$$\frac{\lambda_{cc}(T)}{\lambda_{cc}(0)} \approx 1 + 3\left(1 - \frac{2}{\sqrt{\pi}} \tanh(Qp)\right) \cdot \sqrt{\frac{\pi\Delta(0)}{2T}} \cdot e^{-\frac{\Delta(0)}{T}} \cdot \left( \left(4A\left(1 - \frac{A'}{2}\right) + 3A'\right) \frac{\tanh(\sqrt{A})}{8A^2\sqrt{A}} e^A - \frac{1}{2A} \left(1 + \frac{3A'}{4A}\right) \right) \quad (201)$$

$$\text{โดย } A = \frac{\Delta(0)}{T} \cdot A' \text{ และ } A' = \frac{a'}{1+a'}$$

จากสมการที่ (198) ดังนั้นจะได้ความหนาแน่นของของไหลยวดยิ่งภายใต้ความดันองค์ประกอบ ระบายเอปี่ช่องว่างพลังงานที่ขึ้นกับทิศทางรูปทรงแพนเค็กกริด  $a' = -a$  เข้าใกล้ศูนย์เคลวินเป็น

$$\frac{\lambda_{bb}^{aa}(T)}{\lambda_{bb}^{aa}(0)} \approx 1 + 3\left(1 - \frac{2}{\sqrt{\pi}} \tanh(Qp)\right) \sqrt{\frac{\pi\Delta(0)}{8T}} e^{-\frac{\Delta(0)}{T}} \left( (B(16B - 8 + 2a) - 3a) \frac{\tanh(\sqrt{B})}{16B^2\sqrt{B}} + \left(1 + \frac{3a}{8B}\right) \frac{e^{-B}}{2B} \right) \quad (202)$$

$$\text{โดย } B = \frac{\Delta(0)}{T} \frac{a'}{2}$$

จากสมการที่ (199) ดังนั้นจะได้ความหนาแน่นของของไหลยวดยิ่งภายใต้ความดันองค์ประกอบ แก๊สช่องว่างพลังงานที่ขึ้นกับทิศทางรูปทรงแพนเค็กกริด  $a' = -a$  เข้าใกล้ศูนย์เคลวินเป็น

$$\frac{\lambda_{cc}(T)}{\lambda_{cc}(0)} \approx 1 + 3\left(1 - \frac{2}{\sqrt{\pi}} \tanh(Qp)\right) \sqrt{\frac{\pi\Delta(0)}{2T}} e^{-\frac{\Delta(0)}{T}} \left( \left(8B + \frac{3a}{4}\right) \frac{\tanh(\sqrt{B})}{16B^2\sqrt{B}} - \left(1 + \frac{a}{4} + \frac{3a}{8B}\right) \frac{e^{-B}}{2B} \right) \quad (203)$$

$$\text{โดย } B = \frac{\Delta(0)}{T} \frac{a'}{2}$$

จากสมการที่ (198) ดังนั้นจะได้ความหนาแน่นของของไหลยวดยิ่งภายใต้ความดันองค์ประกอบ ระบายเอปี่ช่องว่างพลังงานที่ขึ้นกับทิศทางรูปทรงแพนเค็กกริด  $a' = a$  เข้าใกล้ศูนย์เคลวินเป็น

$$\frac{\lambda_{bb}^{aa}(T)}{\lambda_{bb}^{aa}(0)} \approx 1 + 3\left(1 - \frac{2}{\sqrt{\pi}} \tanh(Qp)\right) \sqrt{\frac{\pi\Delta(0)}{8T}} e^{-\frac{\Delta(0)}{T}} \left( (B(16B - 8 - 2a) - 3a) \frac{-i \tanh(\sqrt{iB})}{16B^2\sqrt{B}} - \left(1 + \frac{3a}{8B}\right) \frac{e^B}{2B} \right) \quad (204)$$

$$\text{โดย } B = \frac{\Delta(0)}{T} \frac{a'}{2}$$

จากสมการที่ (199) ดังนั้นจะได้ความหนาแน่นของของไหลยวดยิ่งภายใต้ความดันองค์ประกอบ  
แกนที่ช่องว่างพลังงานที่ขึ้นกับทิศทางรูปทรงแพนเค้กกรณี  $a' = a$  เข้าใกล้ศูนย์เคลวินเป็น

$$\frac{\lambda_{cc}(T)}{\lambda_{cc}(0)} = 1 + 3\left(1 - \frac{2}{\sqrt{\pi}} \tanh(Qp)\right) \sqrt{\frac{\pi\Delta(0)}{2T}} e^{-\frac{\Delta(0)}{T}} \left( (8B + 3a) \frac{i \tanh(\sqrt{iB})}{16B^2 \sqrt{B}} e^B + \left(1 - \left(\frac{a}{4}\right) + \frac{3a}{8B}\right) \frac{e^B}{2B} \right) \quad (205)$$

$$\text{โดย } B = \frac{\Delta(0) a'}{T \cdot 2}$$

### 5.คำนวณความหนาแน่นของของไหลยวดยิ่ง ความลึกซาบซึมได้ และช่องว่างพลังงาน ของคลื่นดีภายใต้ความดันในกรณี $T$ ต่างๆ

คำนวณความหนาแน่นของของไหลยวดยิ่งและความลึกซาบซึมได้ 2 มิติจากสมการที่ (119)

พิจารณาช่องว่างพลังงานของคลื่นดี  $d_{x^2-y^2} \Delta(T, \theta) = \Delta(T) \cdot \cos(2\theta)$

กรณี  $T \rightarrow 0$

$$\rho_{bb}^{aa}(T) = 1 - \frac{1}{2\pi T} \int_0^{2\pi} \left( \frac{\cos^2 \theta}{\sin^2 \theta} \right) d\theta \int_0^\infty \left[ 1 - \left( 1 - 2e^{-\left( \frac{\Delta(0) \cdot \cos(2\theta)}{T} + \frac{(\varepsilon_k(0) + Qp)^2}{2T\Delta(0) \cdot \cos(2\theta)} \right)^2} \right)^2 \right] d\varepsilon_k(0) \quad (206)$$

เมื่อ  $T \ll T_c$  ทำให้  $4e^{-\left( \frac{\Delta(0) \cdot \cos(2\theta)}{T} + \frac{(\varepsilon_k(0) + Qp)^2}{2T\Delta(0) \cdot \cos(2\theta)} \right)^2}$  มีค่าน้อยมากๆ

$$\rho_{bb}^{aa}(T) = 1 - \frac{1}{2\pi T} \int_0^{2\pi} \left( \frac{\cos^2 \theta}{\sin^2 \theta} \right) d\theta \int_0^\infty 4e^{-\left( \frac{\Delta(0) \cdot \cos(2\theta)}{T} + \frac{(\varepsilon_k(0) + Qp)^2}{2T\Delta(0) \cdot \cos(2\theta)} \right)^2} \varepsilon_k(0) \quad (207)$$

จากสมการที่ (199) จะได้เป็น

$$\rho_{bb}^{aa}(T) \approx 1 - \frac{2}{\pi T} \int_0^{2\pi} \left( \frac{\cos^2 \theta}{\sin^2 \theta} \right) e^{-\frac{\Delta(0) \cdot \cos(2\theta)}{T}} d\theta \left( \int_{Qp}^\infty e^{-\left( \frac{y^2}{2T\Delta(0) \cdot \cos(2\theta)} \right)} dy \right) \quad (208)$$

พิจารณา  $\int_0^{Qp} = \int_0^{Qp} + \int_{Qp}^\infty \rightarrow \int_{Qp}^\infty = \int_0^\infty - \int_0^{Qp}$  จากสมการที่ (208) จะได้เป็น

$$\rho_{bb}^{aa}(T) \approx 1 - \frac{2}{\pi T} \int_0^{2\pi} \left( \frac{\cos^2 \theta}{\sin^2 \theta} \right) e^{-\frac{\Delta(0) \cdot \cos(2\theta)}{T}} d\theta \left( \int_0^\infty e^{-\left( \frac{y^2}{2T\Delta(0) \cdot \cos(2\theta)} \right)} dy - \int_0^{Qp} e^{-\left( \frac{y^2}{2T\Delta(0) \cdot \cos(2\theta)} \right)} dy \right) \quad (209)$$

พิจารณาเทอมที่ 1 ของสมการที่ (209)

$$\text{กำหนดให้ } x = \frac{y}{\sqrt{2T\Delta(0) \cdot \cos(2\theta)}}, \quad dy = \sqrt{2T\Delta(0) \cdot \cos(2\theta)} dx$$



$$\int_0^{\infty} e^{-\left(\frac{y^2}{2T\Delta(0)\cdot\cos(2\theta)}\right)} dy = \sqrt{2T\Delta(0)\cdot\cos(2\theta)} \int_0^{\infty} e^{-x^2} dx$$

จาก  $\int_0^{\infty} e^{-x^2} dx = \frac{\sqrt{\pi}}{2}$

$$\int_0^{\infty} e^{-\left(\frac{y^2}{2T\Delta(0)\cdot\cos(2\theta)}\right)} dy = \sqrt{\frac{\pi T\Delta(0)\cdot\cos(2\theta)}{2}} \quad (210)$$

พิจารณาเทอมที่ 2 ของสมการที่ (209)

$$\int_0^{Qp} e^{-\left(\frac{y^2}{2T\Delta(0)\cdot\cos(2\theta)}\right)} dy = \sqrt{2T\Delta(0)\cdot\cos(2\theta)} \int_0^{Qp} e^{-x^2} dx$$

จาก  $\int_0^z e^{-x^2} dx = \frac{\sqrt{\pi}}{2} \operatorname{erf}(z)$

$$\int_0^{Qp} e^{-\left(\frac{y^2}{2T\Delta(0)\cdot\cos(2\theta)}\right)} dy = \sqrt{\frac{\pi T\Delta(0)\cdot\cos(2\theta)}{2}} \cdot \operatorname{erf}(Qp) \quad (211)$$

พิจารณา  $\operatorname{erf}(Qp)$  ที่  $Qp$  ใกล้ศูนย์

$$\operatorname{erf}(Qp) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \left( Qp - \frac{(Qp)^3}{3} + \frac{(Qp)^5}{5} - \frac{9(Qp)^6}{6} \right) \quad (212)$$

จากสมการที่ (212) สามารถประมาณค่า

$$\frac{2}{\sqrt{\pi}} \tanh(Qp) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \left( Qp - \frac{(Qp)^3}{3} + \frac{(Qp)^5}{5} - \frac{9(Qp)^6}{6} \right) \quad (213)$$

จากสมการที่ (209) จะได้เป็น

$$\rho_{bb}^{aa}(T) \approx 1 - \frac{1}{\pi T} \left\{ 1 - \frac{2}{\sqrt{\pi}} \tanh(Qp) \right\} \cdot \sqrt{2\pi\Delta(0)T} \int_0^{2\pi} \left( \frac{\cos^2 \theta}{\sin^2 \theta} \right) e^{-\frac{\Delta(0)\cdot\cos(2\theta)}{T}} d\theta \cdot \exp\left(-\frac{\Delta(0)\cdot\cos(2\theta)}{T}\right) \quad (214)$$

$$\text{เมื่อ } \cos^2 \theta = \frac{\cos(2x)+1}{2}, \sin^2 \theta = \frac{1-\cos(2x)}{2}$$

สำหรับ คลื่นดีที่สมมาตร  $d_{x^2-y^2}$  ขอบเขตของมุม  $0 \leq \theta \leq \pi/4$  ของ 1 ใน 8 ของการอินทิเกรต

$$\int_0^{2\pi} \cos(2\theta) d\theta \text{ สามารถเปลี่ยนให้อยู่ในรูป } 8 \int_0^{\pi/4} \cos(2\theta) d\theta \text{ (Xu, Yip, \& Sauls, 1995)}$$

ดังนั้นจะได้สมการความหนาแน่นของของไหลยวดยิ่งในรูปแบบทั่วไปกรณี  $T \rightarrow 0$  และมีตัวแปรของความดัน

$$\rho_{bb}^{aa}(T) \approx 1 - \sqrt{2} \left\{ 1 - \frac{2}{\sqrt{\pi}} \tanh(Qp) \right\} \frac{T}{\Delta(0)} \quad (215)$$

และจะได้สมการความลึกขาบซึมได้ในรูปแบบทั่วไปกรณี  $T \rightarrow 0$  และมีตัวแปรของความดัน

$$\frac{\lambda_{bb}^{aa}(T)}{\lambda_{bb}^{aa}(0)} \approx 1 + \frac{\sqrt{2}}{2} \left\{ 1 - \frac{2}{\sqrt{\pi}} \tanh(Qp) \right\} \frac{T}{\Delta(0)} \quad (216)$$

คำนวณช่องว่างงานพลังงานของคลื่นดีภายใต้ความดัน

จากสมการที่ (133) สำหรับ คลื่นเอส  $\psi_n(\theta) = 1$

$$\frac{1}{\lambda_{E_k}} = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} d\theta \psi_n^2(\theta) \int_0^{\omega_p} \frac{N(\varepsilon) d\varepsilon_k}{\sqrt{\varepsilon_k^2 + \Delta^2(T) \psi_n^2(\theta)}} \tanh \left( \frac{\sqrt{\varepsilon_k^2 + \Delta^2(T) \psi_n^2(\theta)}}{2T} \right) \quad (217)$$

พิจารณา คลื่นดี  $d_{x^2-y^2} \psi_n(\theta) = \cos(2\theta)$

$$\frac{1}{\lambda_{E_k}} = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} d\theta \cos^2(2\theta) \int_0^{\omega_p} \frac{(1 + \chi \delta(\varepsilon_k(0) - \varepsilon_0)) d\varepsilon_k(p)}{\sqrt{(\varepsilon_k(0) + Qp)^2 + \Delta^2(T) \cos^2(2\theta)}} \tanh \left( \frac{\sqrt{(\varepsilon_k(0) + Qp)^2 + \Delta^2(T) \cos^2(2\theta)}}{2T} \right) \quad (218)$$

จากสมการที่ (218) กรณี  $T = 0$

$$\frac{1}{\lambda_{E_k}} = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} d\theta \cos^2(2\theta) \int_0^{\omega_p} \frac{(1 + \chi \delta(\varepsilon_k(0) - \varepsilon_0)) d\varepsilon_k(p)}{\sqrt{(\varepsilon_k(0) + Qp)^2 + \Delta^2(0) \cos^2(2\theta)}} \quad (219)$$

พิจารณาเทอมสุดท้ายอินทิกรัลของสมการที่ (219) จะได้

$$= \ln \left( 2 \frac{\omega_p + Qp}{\Delta(0) \cos(2\theta)} \right) - \ln \left( 2 \frac{Qp}{\Delta(0) \cos(2\theta)} \right) + \frac{\chi}{\sqrt{(\varepsilon_0 + Qp)^2 + \Delta^2(0) \cos^2(2\theta)}} \quad (220)$$

เมื่อ  $\Delta(0) \cos(2\theta) \gg Qp$

$$= \ln \left( 2 \frac{\omega_p + Qp}{\Delta(0) \cos(2\theta)} \right) + \frac{\chi}{\sqrt{(\varepsilon_0 + Qp)^2 + \Delta^2(0) \cos^2(2\theta)}}$$

จะได้

$$\frac{1}{\lambda_{E_k}} = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} d\theta \cos^2(2\theta) \left( \ln \left( 2 \frac{\omega_D + Qp}{\Delta(0) \cos(2\theta)} \right) + \frac{\chi}{\sqrt{(\varepsilon_0 + Qp)^2 + \Delta^2(0) \cos^2(2\theta)}} \right) \quad (221)$$

พิจารณาเทอมแรกอินทิกรัลของสมการที่ (221)

$$= \frac{1}{2} \left( \int_0^{2\pi} \cos(4\theta) \ln \left( 2 \frac{\omega_D + Qp}{\Delta(0) \cos(2\theta)} \right) d\theta + \int_0^{2\pi} \ln \left( 2 \frac{\omega_D + Qp}{\Delta(0) \cos(2\theta)} \right) d\theta \right) \quad (222)$$

จาก  $\cos^2(2\theta) = \frac{\cos(4\theta) + 1}{2}$

พิจารณาเทอมแรกอินทิกรัลของสมการที่ (222)

$$= \ln \left( 2 \frac{\omega_D + Qp}{\Delta(0) \cos(2\theta)} \right) \cdot \frac{\sin(4\theta)}{4} \Big|_0^{2\pi} - \frac{1}{4} \int_0^{2\pi} \sin(4\theta) \cdot \tan(2\theta) d\theta = -\frac{\pi}{2}$$

พิจารณาเทอมสองอินทิกรัลของสมการที่ (222)

$$\frac{1}{2} \int_0^{2\pi} \ln \left( 2 \frac{\omega_D + Qp}{\Delta(0) \cos(2\theta)} \right) d\theta = \frac{1}{2} \pi \left( \ln(16) + \ln \left( -\frac{\omega_D + Qp}{\Delta(0)} \right) + \ln \left( \frac{\omega_D + Qp}{\Delta(0)} \right) \right)$$

จากสมการที่ (222) จะได้เป็น

$$\int_0^{2\pi} \cos^2(2\theta) \ln \left( 2 \frac{\omega_D + Qp}{\Delta(0) \cos(2\theta)} \right) d\theta = \frac{\pi}{2} \left( -1 + \ln \left( -16 \left( \frac{\omega_D + Qp}{\Delta(0)} \right)^2 \right) \right) \quad (223)$$

พิจารณาเทอมสองอินทิกรัลของสมการที่ (222)

เมื่อ  $\Delta(0) \cos(2\theta) > (\varepsilon_0 + Qp)$

$$\begin{aligned} \int_0^{2\pi} \frac{\chi \cos^2(2\theta)}{\sqrt{(\varepsilon_0 + Qp)^2 + \Delta^2(0) \cos^2(2\theta)}} d\theta &= \int_0^{2\pi} \frac{\chi \cos^2(2\theta)}{\Delta(0) \cos(2\theta) \left( \left( 1 + \frac{(\varepsilon_0 + Qp)^2}{\Delta^2(0) \cos^2(2\theta)} \right) \right)^{1/2}} d\theta \\ &\approx \chi \int_0^{2\pi} \frac{\cos(2\theta)}{\Delta(0)} \left( 1 - \frac{(\varepsilon_0 + Qp)^2}{2\Delta^2(0) \cos^2(2\theta)} \right) d\theta \\ &\approx \chi \left( 8 \int_0^{\pi/4} \frac{\cos(2\theta)}{\Delta(0)} d\theta - \frac{(\varepsilon_0 + Qp)^2}{2\Delta^3(0)} 16 \int_0^{\pi/8} \sec(2\theta) d\theta \right) \end{aligned}$$

สำหรับ  $\int_0^{2\pi} \cos(2\theta)d\theta$  สามารถเปลี่ยนให้อยู่ในรูป  $8 \int_0^{\pi/4} \cos(2\theta)d\theta$  และ  $\int_0^{2\pi} \sec(2\theta)d\theta$  สามารถเปลี่ยนให้อยู่ในรูป  $16 \int_0^{\pi/8} \sec(2\theta)d\theta$  เพื่อคำนวณขนาดได้

$$\approx \chi \left( \frac{4}{\Delta(0)} - 8 \frac{(\varepsilon_0 + Qp)^2}{\Delta^3(0)} \cdot \tanh^{-1} \left( \frac{1}{\sqrt{2}} \right) \right) \quad (224)$$

จากสมการที่ (213) จะได้ช่องว่างพลังงานกรณี  $T = 0$  ของคลื่นดีเป็น

$$\frac{1}{\lambda_{E_k}} = \frac{1}{4} \left( -1 + \ln \left( -16 \left( \frac{\omega_D + Qp}{\Delta(0)} \right)^2 \right) \right) + \frac{\chi}{2\pi} \left( \frac{4}{\Delta(0)} - 3.5255 \frac{(\varepsilon_0 + Qp)^2}{\Delta^3(0)} \right) \quad (225)$$

จากสมการที่ (221) กำหนดให้  $\Delta(T, \chi, \varepsilon_0, p) = \Delta(0, \chi, \varepsilon_0, p)$  จะได้เป็น

$$\frac{1}{\lambda_{E_k}} = \frac{1}{4} \left( -1 + \ln \left( -16 \left( \frac{\omega_D + Qp}{\Delta(0, \chi, \varepsilon_0, p)} \right)^2 \right) \right) + \frac{\chi}{2\pi} \left( \frac{4}{\Delta(0, \chi, \varepsilon_0, p)} - 3.5255 \frac{(\varepsilon_0 + Qp)^2}{\Delta^3(0, \chi, \varepsilon_0, p)} \right)$$

สำหรับกรณี  $T = 0, \chi = 0, \varepsilon_0 = 0, p = 0$

$$\frac{1}{\lambda_{E_k}} = \left( \frac{1}{4} \left( -1 + \ln \left( -16 \left( \frac{\omega_D}{\Delta(0, 0, 0, 0)} \right)^2 \right) \right) \right) \quad (226)$$

นำสมการที่ (225) เท่ากับ (226) จะได้สมการความสัมพันธ์ช่องว่างพลังงานกรณี  $T = 0$  ของคลื่นดีเป็น

$$\Delta(0, \chi, \varepsilon_0, p) = \Delta(0, 0, 0, 0) \left( \frac{\omega_D + Qp}{\omega_D} \right) \left( \exp \left( \frac{\chi}{2\pi} \left( \frac{4}{\Delta(0, \chi, \varepsilon_0, p)} - 3.5255 \frac{(\varepsilon_0 + Qp)^2}{\Delta^3(0, \chi, \varepsilon_0, p)} \right) \right) \right)^{-1/2} \quad (227)$$

พิจารณา คลื่นดี  $d_{x^2-y^2}$   $\psi_n(\theta) = \cos(2\theta)$  และเพิ่มฟังก์ชันของแวนโฮฟซิงกูลาริตี (Van Holve Singularity function) ใน ความหนาแน่นของสถานะอิเล็กทรอนิกส์ทรอนเป็น (Getino, de Llano, & Rubio, 1993)

$$N(\varepsilon) = N_0 \ln \left| \frac{E_F}{\varepsilon_k(p)} \right| (1 + \chi \delta(\varepsilon_k(0) - \varepsilon_0)) \quad (228)$$

โดย  $\varepsilon_0 = -\varepsilon_{01}$  เมื่อ  $E_F - \omega_D \leq E \leq E_F$

$$= \varepsilon_{02} \text{ เมื่อ } E_F \leq E \leq E_F + \omega_D \text{ และ } 0 \leq \varepsilon_{01}, \varepsilon_{02} \leq 2T_c$$

นำสมการที่ (228) แทนลงไปในสมการที่ (217)

$$\frac{2}{\lambda_{E_k}} = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} d\theta \cos^2(2\theta) \int_{E_F - \omega_D}^{E_F + \omega_D} \frac{\ln \left| \frac{E_F}{\varepsilon_k(p)} \right| (1 + \chi \delta(\varepsilon_k(0) - \varepsilon_0))}{\sqrt{\varepsilon_k^2(p) + \Delta^2(T) \cos^2(2\theta)}} \tanh \left( \frac{\sqrt{\varepsilon_k^2(p) + \Delta^2(T) \cos^2(2\theta)}}{2T} \right) d\varepsilon_k(p) \quad (229)$$

จากสมการที่ (229) กรณี  $T = 0$

$$\frac{2}{\lambda_{E_k}} = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} d\theta \cos^2(2\theta) \int_{E_F - \omega_D}^{E_F + \omega_D} \frac{\ln \left| \frac{E_F}{\varepsilon_k(p)} \right| (1 + \chi \delta(\varepsilon_k(0) - \varepsilon_0))}{\sqrt{\varepsilon_k^2(p) + \Delta^2(0) \cos^2(2\theta)}} d\varepsilon_k(p) \quad (230)$$

พิจารณาเทอมหลังของสมการที่ (230)

$$\begin{aligned} & \int_{E_F - \omega_D}^{E_F + \omega_D} \frac{\ln \left| \frac{E_F}{\varepsilon_k(p)} \right| (1 + \chi \delta(\varepsilon_k(0) - \varepsilon_0))}{\sqrt{\varepsilon_k^2(p) + \Delta^2(0) \cos^2(2\theta)}} d\varepsilon_k(p) = \int_{E_F - \omega_D}^{E_F} \frac{\ln \left| \frac{E_F}{\varepsilon_k(p)} \right| (1 + \chi \delta(\varepsilon_k(0) + \varepsilon_{01}))}{\sqrt{\varepsilon_k^2(p) + \Delta^2(0) \cos^2(2\theta)}} d\varepsilon_k(p) \\ & + \int_{E_F}^{E_F + \omega_D} \frac{\ln \left| \frac{E_F}{\varepsilon_k(p)} \right| (1 + \chi \delta(\varepsilon_k(0) - \varepsilon_{02}))}{\sqrt{\varepsilon_k^2(p) + \Delta^2(0) \cos^2(2\theta)}} d\varepsilon_k(p) \quad (231) \\ & = \int_{-\omega_D}^0 \frac{\ln \left| \frac{E_F}{(\varepsilon_k(0) + Qp)} \right| (1 + \chi \delta(\varepsilon_k(0) + \varepsilon_{01}))}{\sqrt{(\varepsilon_k(0) + Qp)^2 + \Delta^2(0) \cos^2(2\theta)}} d\varepsilon_k(0) + \int_0^{\omega_D} \frac{\ln \left| \frac{E_F}{(\varepsilon_k(0) + Qp)} \right| (1 + \chi \delta(\varepsilon_k(0) - \varepsilon_{02}))}{\sqrt{(\varepsilon_k(0) + Qp)^2 + \Delta^2(0) \cos^2(2\theta)}} d\varepsilon_k(0) \quad (232) \end{aligned}$$

กำหนดให้  $\varepsilon_0 = \varepsilon_{01} = \varepsilon_{02}$  และ  $y = -\varepsilon_k(0)$

$$\begin{aligned} & = - \int_{\omega_D}^0 \frac{\ln \left| \frac{E_F}{-y + Qp} \right| dy (1 + \chi \delta(\varepsilon_k(0) + \varepsilon_0))}{\sqrt{(-y + Qp)^2 + \Delta^2(0) \cos^2(2\theta)}} + \int_0^{\omega_D} \frac{\ln \left| \frac{E_F}{\varepsilon_k(0) + Qp} \right| d\varepsilon_k(0) (1 + \chi \delta(\varepsilon_k(0) - \varepsilon_0))}{\sqrt{(\varepsilon_k(0) + Qp)^2 + \Delta^2(0) \cos^2(2\theta)}} \quad (233) \\ & = \int_0^{\omega_D} \frac{\ln \left( \frac{E_F}{\varepsilon_k(0) + Qp} \right) d\varepsilon_k(0) (1 + \chi \delta(\varepsilon_k(0) + \varepsilon_0))}{\sqrt{(Qp - \varepsilon_k(0))^2 + \Delta^2(0) \cos^2(2\theta)}} + \int_0^{\omega_D} \frac{\ln \left( \frac{E_F}{\varepsilon_k(0) + Qp} \right) d\varepsilon_k(0) (1 + \chi \delta(\varepsilon_k(0) - \varepsilon_0))}{\sqrt{(\varepsilon_k(0) + Qp)^2 + \Delta^2(0) \cos^2(2\theta)}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \int_0^{\omega_p} \frac{\ln\left(\frac{E_F}{\varepsilon_k(0)+Qp}\right) d\varepsilon_k(0)}{\sqrt{(-(\varepsilon_k(0)-Qp))^2 + \Delta^2(0)\cos^2(2\theta)}} + \chi \frac{\ln\left(\frac{E_F}{Qp-\varepsilon_0}\right)}{\sqrt{(\varepsilon_0+Qp)^2 + \Delta^2(0)\cos^2(2\theta)}} \\
&+ \int_0^{\omega_p} \frac{\ln\left(\frac{E_F}{\varepsilon_k(0)+Qp}\right) d\varepsilon_k(0)}{\sqrt{(\varepsilon_k(0)+Qp)^2 + \Delta^2(0)\cos^2(2\theta)}} + \chi \frac{\ln\left(\frac{E_F}{\varepsilon_0+Qp}\right)}{\sqrt{(\varepsilon_0+Qp)^2 + \Delta^2(0)\cos^2(2\theta)}} \quad (234)
\end{aligned}$$

พิจารณาเทอมอินทิกรัลในสมการที่ (234)

กำหนดให้  $y = \varepsilon_k(0) + Qp$  ดังนั้น  $y_{\min} = Qp$  และ  $y_{\max} = \omega_p + Qp$

$$= \int_{Qp}^{\omega_p+Qp} \frac{\ln\left(\frac{E_F}{y}\right) dy}{\sqrt{(y-2Qp)^2 + \Delta^2(0)\cos^2(2\theta)}} + \int_{Qp}^{\omega_p+Qp} \frac{\ln\left(\frac{E_F}{y}\right) dy}{\sqrt{y^2 + \Delta^2(0)\cos^2(2\theta)}} \quad (235)$$

พิจารณาเทอมแรกของสมการ (235)

เมื่อ  $y - 2Qp > \Delta(0)\cos(2\theta)$  ดังนั้น

$$\begin{aligned}
&((y-2Qp)^2 + \Delta^2(0)\cos^2(2\theta))^{-1/2} \approx \frac{1}{y-2Qp} \left(1 - \frac{\Delta^2(0)\cos^2(2\theta)}{2(y-2Qp)^2}\right) \\
&\approx \int_{Qp}^{\omega_p+Qp} \frac{dy}{(y-2Qp)} \ln\left(\frac{E_F}{y}\right) - \Delta^2(0)\cos^2(2\theta) \int_{Qp}^{\omega_p+Qp} \frac{dy}{2(y-2Qp)^3} \ln\left(\frac{E_F}{y}\right) \\
&\approx \frac{\pi^2}{12} - \frac{\ln(2)^2}{2} + \ln(2) \ln\left(\frac{E_F}{Qp}\right) + \ln\left(\frac{E_F}{\omega_p+Qp}\right) \ln\left(\frac{Qp-\omega_p}{2Qp}\right) - \text{Polyln}\left[2, \frac{\omega_p+Qp}{2Qp}\right] \\
&- \frac{\Delta^2(0)\cos^2(2\theta)}{2} \cdot \left( \frac{\ln(Qp-\omega_p) - \ln(Qp+\omega_p) + \frac{2Qp(Qp+\omega_p-2Qp)\left(1 + \ln\left(\frac{E_F}{Qp+\omega_p}\right)\right)}{(Qp-\omega_p)^2}}{8(Qp)^2} \right. \\
&\quad \left. + \frac{1 + 2\ln\left(\frac{E_F}{Qp}\right)}{4Qp^2} \right) \quad (237)
\end{aligned}$$

พิจารณาเทอมสองของสมการ (235)

$$\text{เมื่อ } y > \Delta(0)\cos(2\theta) \text{ ดังนั้น } \sqrt{y^2 + \Delta^2(0)\cos^2(2\theta)} \approx \frac{1}{y} \left(1 - \frac{\Delta^2(0)\cos^2(2\theta)}{2 \cdot y^2}\right)$$

$$\begin{aligned}
& \approx \int_{Qp}^{\omega_D+Qp} \frac{dy}{y} \cdot \ln\left(\frac{E_F}{y}\right) - \int_{Qp}^{\omega_D+Qp} dy \left( \frac{\Delta^2(0) \cos^2(2\theta)}{2y^3} \cdot \ln\left(\frac{E_F}{y}\right) \right) \\
& \approx \frac{1}{2} \left( \ln\left(\frac{E_F}{Qp}\right)^2 - \ln\left(\frac{E_F}{\omega_D+Qp}\right)^2 \right) - \frac{\Delta^2(0) \cos^2(2\theta)}{8} \left( \frac{-1+2\ln\left(\frac{E_F}{Qp}\right)}{(Qp)^2} + \frac{1-2\ln\left(\frac{E_F}{\omega_D+Qp}\right)}{(\omega_D+Qp)^2} \right)
\end{aligned} \tag{238}$$

ดังนั้นจะได้เป็น

$$\begin{aligned}
\frac{1}{\lambda_{E_k}} & \approx \frac{1}{4\pi} \int_0^{2\pi} d\theta \cos^2(2\theta) \\
& \cdot \left( \frac{\pi^2}{12} - \frac{\ln(2)^2}{2} + \ln(2) \ln\left(\frac{E_F}{Qp}\right) + \ln\left(\frac{E_F}{\omega_D+Qp}\right) \ln\left(\frac{Qp-\omega_D}{2Qp}\right) - \text{Polyln}\left[2, \frac{\omega_D+Qp}{2Qp}\right] \right. \\
& \left. - \frac{\Delta^2(0) \cos^2(2\theta)}{8} \cdot \left( \frac{\ln\left(\frac{Qp-\omega_D}{Qp+\omega_D}\right) + 8\ln\left(\frac{E_F}{Qp}\right) + \frac{2Qp\left(Qp+\omega_D-2Qp\left(1+\ln\left(\frac{E_F}{Qp+\omega_D}\right)\right)\right)}{(Qp-\omega_D)^2}}{2Qp^2} \right. \right. \\
& \left. \left. + \frac{1-2\ln\left(\frac{E_F}{Qp+\omega_D}\right)}{(Qp+\omega_D)^2} \right) \right. \\
& \left. + \frac{1}{2} \left( \ln\left(\frac{E_F}{Qp}\right)^2 - \ln\left(\frac{E_F}{\omega_D+Qp}\right)^2 \right) + \chi \frac{\ln\left(\frac{E_F}{Qp-\varepsilon_0}\right)}{\sqrt{(\varepsilon_0+Qp)^2 + \Delta^2(0) \cos^2(2\theta)}} + \chi \frac{\ln\left(\frac{E_F}{\varepsilon_0+Qp}\right)}{\sqrt{(\varepsilon_0+Qp)^2 + \Delta^2(0) \cos^2(2\theta)}} \right)
\end{aligned} \tag{239}$$

จากสมการที่ (229) กรณี  $T = T_c$

$$\frac{2}{\lambda_{E_k}} = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} d\theta \cos^2(2\theta) \int_{E_F-\omega_D}^{E_F+\omega_D} \ln\left|\frac{E_F}{\varepsilon_k(p)}\right| (1 + \chi\delta(\varepsilon_k(0) - \varepsilon_0)) \frac{\tanh\left(\frac{\varepsilon_k(p)}{2T_c}\right)}{\varepsilon_k(p)} d\varepsilon_k(p) \tag{240}$$

พิจารณาเทอมหลังของสมการ (240)

$$= \int_{E_F-\omega_D}^{E_F} \ln\left|\frac{E_F}{\varepsilon_k(0)+Qp}\right| (1 + \chi\delta(\varepsilon_k(0) + \varepsilon_{01})) \frac{\tanh\left(\frac{\varepsilon_k(0)+Qp}{2T_c}\right)}{\varepsilon_k(0)+Qp} d\varepsilon_k(0) \tag{241}$$

$$\begin{aligned}
& + \int_{E_F}^{E_F + \omega_D} \ln \left| \frac{E_F}{\varepsilon_k(0) + Qp} \right| (1 + \chi \delta(\varepsilon_k(0) - \varepsilon_{02})) \frac{\tanh \left( \frac{\varepsilon_k(0) + Qp}{2T_c} \right)}{\varepsilon_k(0) + Qp} d\varepsilon_k(0) \\
\text{ให้ } \varepsilon_0 = \varepsilon_{01} = \varepsilon_{02} \text{ และ } y = -\varepsilon_k(0) \\
& = - \int_{\omega_D}^0 \ln \left| \frac{E_F}{-y + Qp} \right| (1 + \chi \delta(\varepsilon_k(0) + \varepsilon_0)) \frac{\tanh \left( \frac{-y + Qp}{2T_c} \right)}{-y + Qp} dy \\
& + \int_0^{\omega_D} \ln \left| \frac{E_F}{\varepsilon_k(0) + Qp} \right| (1 + \chi \delta(\varepsilon_k(0) - \varepsilon_0)) \frac{\tanh \left( \frac{\varepsilon_k(0) + Qp}{2T_c} \right)}{\varepsilon_k(0) + Qp} d\varepsilon_k(0) \tag{242}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& = \int_0^{\omega_D} \ln \left( \frac{E_F}{\varepsilon_k(0) + Qp} \right) (1 + \chi \delta(\varepsilon_k(0) + \varepsilon_0)) \frac{\tanh \left( \frac{\varepsilon_k(0) - Qp}{2T_c} \right)}{\varepsilon_k(0) - Qp} d\varepsilon_k(0) \\
& + \int_0^{\omega_D} \ln \left( \frac{E_F}{\varepsilon_k(0) + Qp} \right) (1 + \chi \delta(\varepsilon_k(0) - \varepsilon_0)) \frac{\tanh \left( \frac{\varepsilon_k(0) + Qp}{2T_c} \right)}{\varepsilon_k(0) + Qp} d\varepsilon_k(0) \\
& = \int_0^{\omega_D} \ln \left( \frac{E_F}{\varepsilon_k(0) + Qp} \right) \frac{\tanh \left( \frac{\varepsilon_k(0) - Qp}{2T_c} \right)}{\varepsilon_k(0) - Qp} d\varepsilon_k(0) + \chi \ln \left( \frac{E_F}{-\varepsilon_0 + Qp} \right) \frac{\tanh \left( \frac{\varepsilon_0 + Qp}{2T_c} \right)}{\varepsilon_0 + Qp} \\
& + \int_0^{\omega_D} \ln \left( \frac{E_F}{\varepsilon_k(0) + Qp} \right) \frac{\tanh \left( \frac{\varepsilon_k(0) + Qp}{2T_c} \right)}{\varepsilon_k(0) + Qp} d\varepsilon_k(0) + \chi \ln \left( \frac{E_F}{\varepsilon_0 + Qp} \right) \frac{\tanh \left( \frac{\varepsilon_0 + Qp}{2T_c} \right)}{\varepsilon_0 + Qp} \tag{243}
\end{aligned}$$

พิจารณาเทอมอินทิกรัลในสมการที่ (243)

$$\begin{aligned}
& = \int_0^{2T_c + Qp} \ln \left( \frac{E_F}{\varepsilon_k(0) + Qp} \right) \frac{\tanh \left( \frac{\varepsilon_k(0) - Qp}{2T_c} \right)}{\varepsilon_k(0) - Qp} d\varepsilon_k(0) + \int_{2T_c + Qp}^{\omega_D} \ln \left( \frac{E_F}{\varepsilon_k(0) + Qp} \right) \frac{\tanh \left( \frac{\varepsilon_k(0) - Qp}{2T_c} \right)}{\varepsilon_k(0) - Qp} d\varepsilon_k(0) \\
& + \int_0^{2T_c - Qp} \ln \left( \frac{E_F}{\varepsilon_k(0) + Qp} \right) \frac{\tanh \left( \frac{\varepsilon_k(0) + Qp}{2T_c} \right)}{\varepsilon_k(0) + Qp} d\varepsilon_k(0) + \int_{2T_c - Qp}^{\omega_D} \ln \left( \frac{E_F}{\varepsilon_k(0) + Qp} \right) \frac{\tanh \left( \frac{\varepsilon_k(0) + Qp}{2T_c} \right)}{\varepsilon_k(0) + Qp} d\varepsilon_k(0) \tag{244}
\end{aligned}$$



พิจารณา  $\tanh(x) = x$  เมื่อ  $x < 1$   
 $= 1$  เมื่อ  $x > 1$

ดังนั้นจะได้เป็น

$$\begin{aligned} &\approx \int_0^{2T_c+Qp} \ln\left(\frac{E_F}{\varepsilon_k(0)+Qp}\right) \frac{d\varepsilon_k(0)}{2T_c} + \int_{2T_c+Qp}^{\omega_D} \ln\left(\frac{E_F}{\varepsilon_k(0)+Qp}\right) \frac{d\varepsilon_k(0)}{(\varepsilon_k(0)-Qp)} + \int_0^{2T_c-Qp} \ln\left(\frac{E_F}{\varepsilon_k(0)+Qp}\right) \frac{d\varepsilon_k(0)}{2T_c} \\ &+ \int_{2T_c-Qp}^{\omega_D} \ln\left(\frac{E_F}{\varepsilon_k(0)+Qp}\right) \frac{d\varepsilon_k(0)}{(\varepsilon_k(0)+Qp)} \end{aligned} \quad (245)$$

$$\begin{aligned} &\approx \frac{Qp+2T_c-2(Qp+T_c)\ln(2)-Qp\ln\left(\frac{E_F}{Qp}\right)+2(Qp+T_c)\ln\left(\frac{E_F}{Qp+T_c}\right)}{2T_c} \\ &- \ln\left(-\frac{T_c}{Qp}\right) \ln\left(\frac{E_F}{2(Qp+T_c)}\right) + \ln\left(\frac{Qp-\omega_D}{2Qp}\right) \ln\left(\frac{E_F}{Qp+\omega_D}\right) + \text{Polyln}\left[2, \frac{Qp+T_c}{Qp}\right] - \text{Polyln}\left[2, \frac{Qp+\omega_D}{2Qp}\right] \\ &+ \frac{-Qp-2T_c(-1+\ln(2))-Qp\ln\left(\frac{E_F}{Qp}\right)+2T_c\ln\left(\frac{E_F}{T_c}\right)}{2T_c} \\ &+ \frac{1}{2} \left( \ln\left(\frac{E_F}{2T_c}\right)^2 - \ln\left(\frac{E_F}{Qp+\omega_D}\right)^2 \right) \end{aligned} \quad (246)$$

ดังนั้นจะได้  $\frac{1}{\lambda_{E_k}} \approx \frac{1}{4}$

$$\left( \begin{aligned}
 & 2 + \frac{Qp \left( -\ln\left(\frac{2E_F}{Qp}\right) + \ln\left(\frac{E_F}{Qp+T_c}\right) \right)}{T_c} - \ln(4) + \frac{1}{2} \ln\left(\frac{E_F}{2T_c}\right)^2 + \ln\left(\frac{E_F}{T_c}\right) \\
 & - \ln\left(-\frac{T_c}{Qp}\right) \ln\left(\frac{E_F}{2(Qp+T_c)}\right) \\
 & + \ln\left(\frac{E_F}{Qp+T_c}\right) + \ln\left(\frac{Qp-\omega_d}{2Qp}\right) \ln\left(\frac{E_F}{Qp+\omega_d}\right) - \frac{1}{2} \ln\left(\frac{E_F}{Qp+\omega_d}\right)^2 \\
 & + \text{Polyln}\left[2, \frac{Qp+T_c}{Qp}\right] - \text{Polyln}\left[2, \frac{Qp+\omega_d}{2Qp}\right] + \chi \ln\left(\frac{E_F}{-\varepsilon_0+Qp}\right) \frac{\tanh\left(\frac{\varepsilon_0+Qp}{2T_c}\right)}{\varepsilon_0+Qp} \\
 & + \chi \ln\left(\frac{E_F}{\varepsilon_0+Qp}\right) \frac{\tanh\left(\frac{\varepsilon_0+Qp}{2T_c}\right)}{\varepsilon_0+Qp}
 \end{aligned} \right) \quad (247)$$

## บทที่ 4 ผลการวิจัย

### 1. สำหรับการคำนวณเชิงตัวเลข

#### 1.1 กรณีช่องว่างพลังงานเป็นคลื่นเอสและไม่ขึ้นกับทิศทาง

สมการช่องว่างพลังงานที่อุณหภูมิต่ำๆ

$$\frac{1}{\lambda_{\varepsilon_k}} = \int_0^{\omega_p} \frac{\tanh\left(\sqrt{(\varepsilon_k(0) + Qp)^2 + \Delta^2(T)} / 2T\right) d\varepsilon_k(p)}{\sqrt{(\varepsilon_k(0) + Qp)^2 + \Delta^2(T)}} + \chi \frac{\tanh\left(\sqrt{(\varepsilon_0 + Qp)^2 + \Delta^2(T)} / 2T\right)}{\sqrt{(\varepsilon_0 + Qp)^2 + \Delta^2(T)}}$$

ที่  $T = T_c$

$$\frac{1}{\lambda_{\varepsilon_k}} = \int_0^{\omega_p} \frac{\tanh((\varepsilon_k(0) + Qp) / 2T_c) d\varepsilon_k(p)}{\varepsilon_k(0) + Qp} + \chi \frac{\tanh((\varepsilon_0 + Qp) / 2T_c)}{\varepsilon_0 + Qp}$$

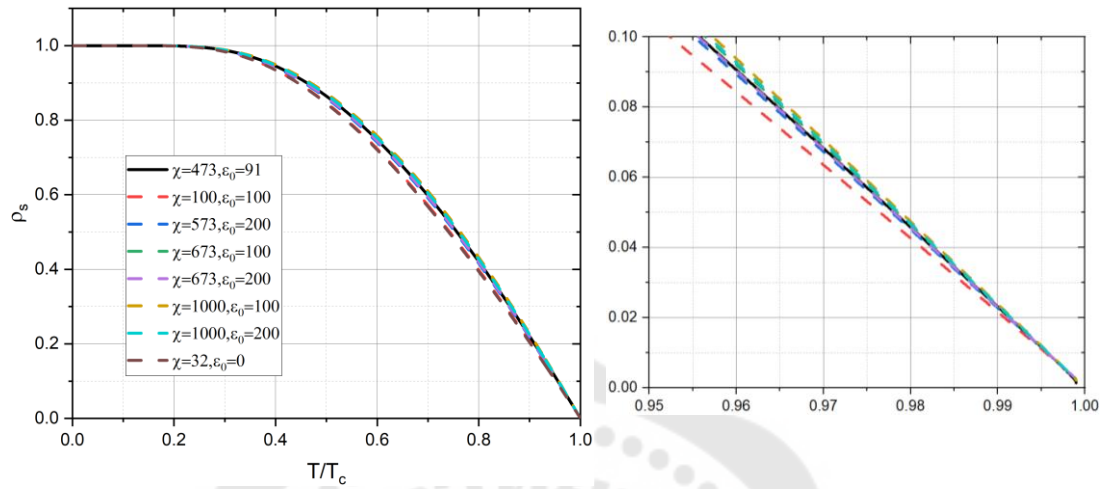
สมการความหนาแน่นของของไหลยวดยิ่งใน 1 มิติ

$$\rho(T) = 1 - \frac{1}{2T} \int_0^{\omega_p} \operatorname{sech}^2\left(\frac{\sqrt{(\varepsilon_k(0) + Qp)^2 + \Delta^2(T)}}{2T}\right) d\varepsilon_k(p)$$

สมการความลึกขาบซิมได้ใน 1 มิติ

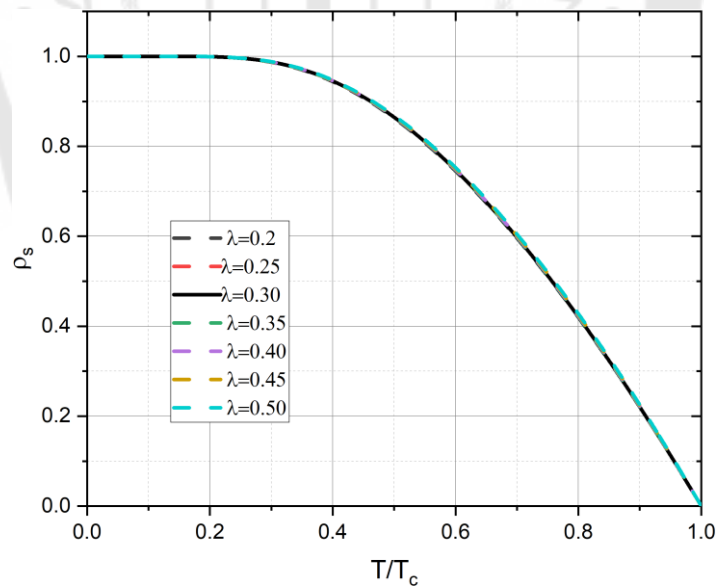
$$\frac{\lambda(T)}{\lambda(0)} = \left( 1 - \frac{1}{2T} \int_0^{\omega_p} \operatorname{sech}^2\left(\frac{\sqrt{(\varepsilon_k(0) + Qp)^2 + \Delta^2(T)}}{2T}\right) d\varepsilon_k(p) \right)^{-1/2}$$

ตัวนำยวดยิ่งชนิด  $\text{H}_3\text{S}$   $\omega_D = 1560 \text{ K}$  ,  $\Delta_0 = 179.29 \text{ K}$  ,  $T_c = 200.8 \text{ K}$  ,  $\lambda_{E_k} = 0.30$  และ  $Qp = 0.1$  โดยใช้ค่า  $\chi$  และ  $\varepsilon_0$  เป็นค่าต่างๆ



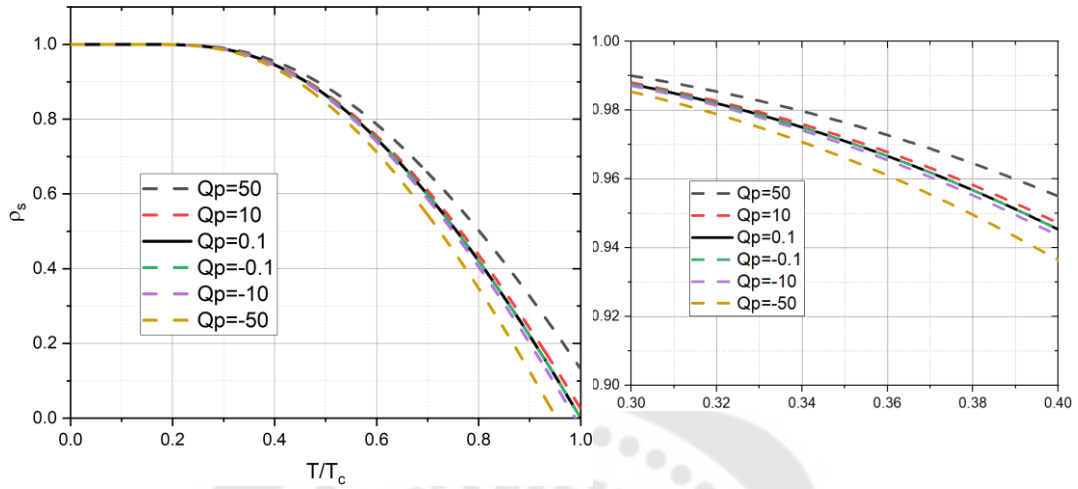
ภาพประกอบ 35 ความหนาแน่นของของไหลยวดยิ่งกับอุณหภูมิในค่าพารามิเตอร์ต่างๆของ  $\text{H}_3\text{S}$

$\omega_D = 1560 \text{ K}$  ,  $\Delta_0 = 179.29 \text{ K}$  ,  $T_c = 200.8 \text{ K}$  ,  $\chi = 473$  ,  $\varepsilon_0 = 91$  และ  $Qp = 0.1$  โดยใช้ค่า  $\lambda_{E_k}$  เป็นค่าต่างๆ



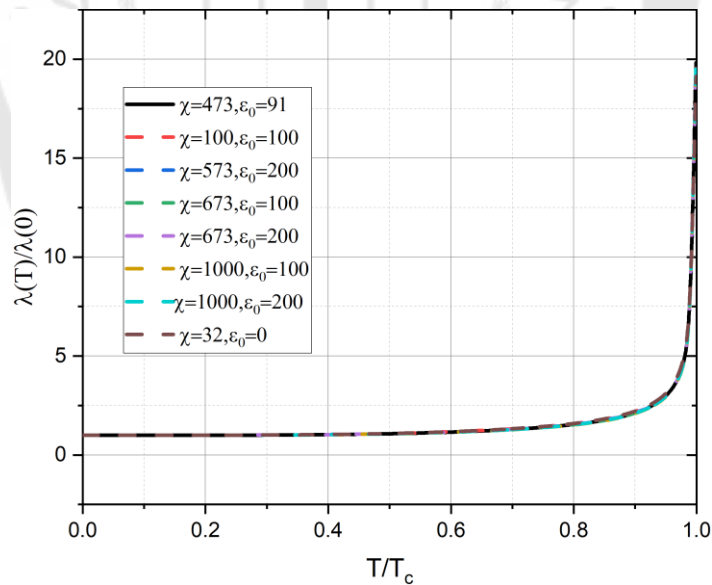
ภาพประกอบ 36 ความหนาแน่นของของไหลยวดยิ่งกับอุณหภูมิในค่าพารามิเตอร์ต่างๆของ  $\text{H}_3\text{S}$

$\omega_D = 1560 \text{ K}$  ,  $\Delta_0 = 179.29 \text{ K}$  ,  $T_c = 200.8 \text{ K}$  ,  $\chi = 473$  ,  $\varepsilon_0 = 91$  และ  $\lambda_{E_k} = 0.30$  โดยใช้  $Qp$  เป็นค่าต่างๆ



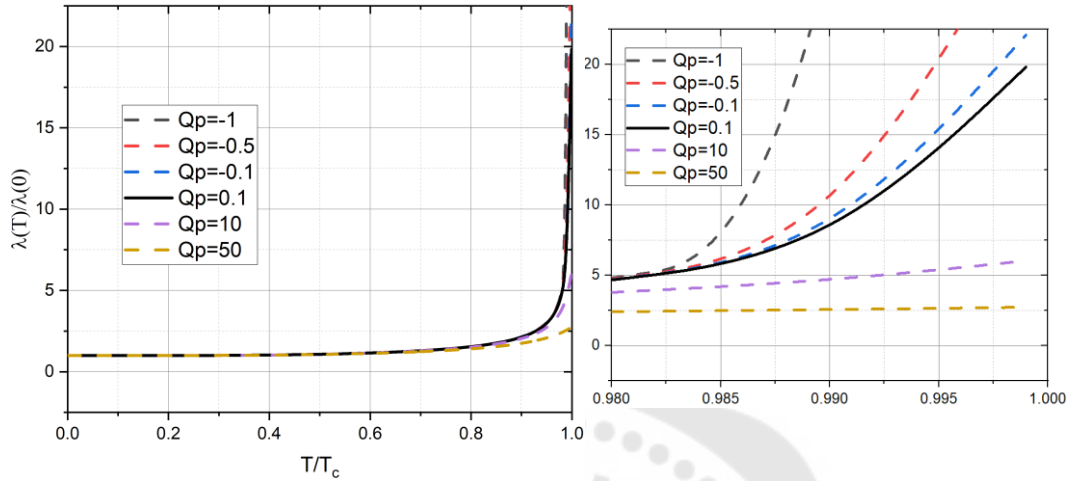
ภาพประกอบ 37 ความหนาแน่นของช่องไหลยวดยิ่งกับอุณหภูมิในค่าพารามิเตอร์ต่างๆของ  $H_3S$

$\omega_D = 1560 \text{ K}$  ,  $\Delta_0 = 179.29 \text{ K}$  ,  $T_c = 200.8 \text{ K}$  ,  $\lambda_{E_k} = 0.30$  และ  $Qp = 0.1$  โดยใช้ค่า  $\chi$  และ  $\varepsilon_0$  เป็นค่าต่างๆ



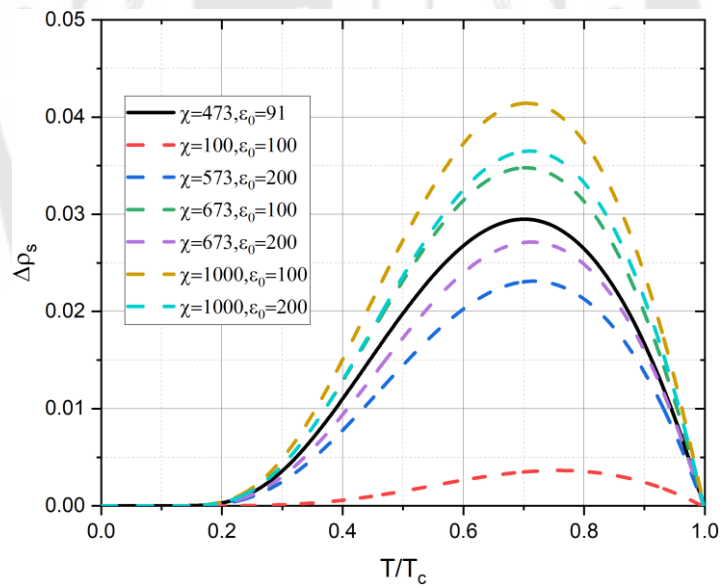
ภาพประกอบ 38 ความลึกขบซึ่มได้กับอุณหภูมิในค่าพารามิเตอร์ต่างๆของ  $H_3S$

$\omega_D = 1560 \text{ K}$  ,  $\Delta_0 = 179.29 \text{ K}$  ,  $T_c = 200.8 \text{ K}$  ,  $\chi = 473$  ,  $\varepsilon_0 = 91$  และ  $\lambda_{E_x} = 0.30$  โดยใช้  $Qp$  เป็นค่าต่างๆ



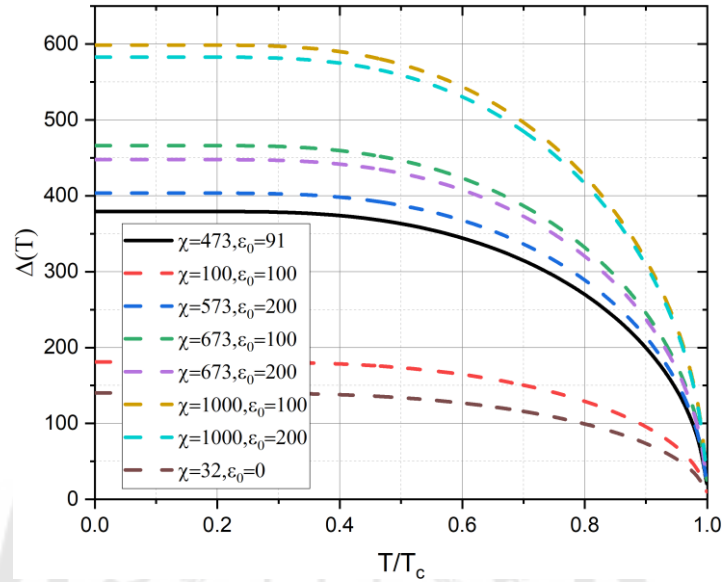
ภาพประกอบ 39 ความลึกซำบซำมได้กับกุณหภูมิในค่าพารามิเตอร์ต่างๆของ  $\text{H}_3\text{S}$

นำข้อมูลจากภาพประกอบ 35 มาคำนวณ  $|\rho(32, 0) - \rho(\chi, \varepsilon_0)|$



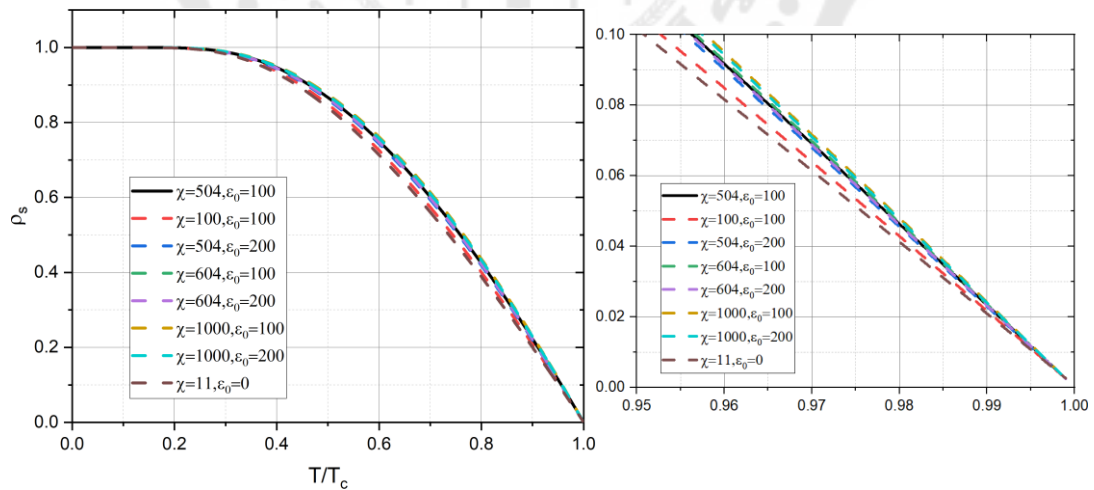
ภาพประกอบ 40 ช่องว่างพลังงานกับอุณหภูมิในค่าพารามิเตอร์ต่างๆของ  $\text{H}_3\text{S}$

$\omega_D = 1560 \text{ K}$  ,  $\Delta_0 = 179.29 \text{ K}$  ,  $T_c = 200.8 \text{ K}$  ,  $\lambda_{E_k} = 0.30$  และ  $Qp = 0.1$  โดยใช้ค่า  $\chi$  และ  $\varepsilon_0$  เป็นค่าต่างๆ



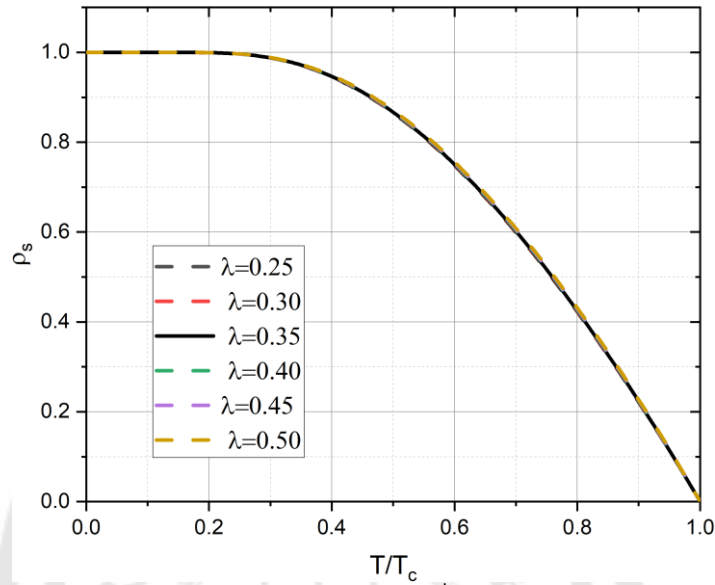
ภาพประกอบ 41 ช่องว่างพลังงานกับอุณหภูมิในค่าพารามิเตอร์ต่างๆของ  $\text{H}_3\text{S}$

ตัวนำยวดยิ่งชนิด  $\text{LaH}_{10}$   $\omega_D = 1310 \text{ K}$  ,  $\Delta_0 = 219.09 \text{ K}$  ,  $T_c = 240 \text{ K}$  ,  $\lambda_{E_k} = 0.35$  และ  $Qp = 0.1$  โดยใช้ค่า  $\chi$  และ  $\varepsilon_0$  เป็นค่าต่างๆ



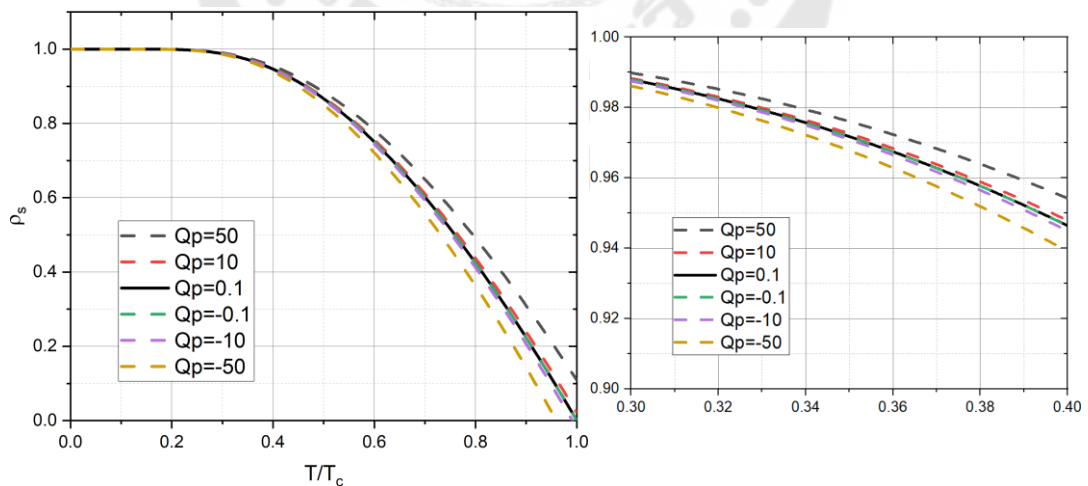
ภาพประกอบ 42 ความหนาแน่นของของไหลยวดยิ่งกับอุณหภูมิในค่าพารามิเตอร์ต่างๆ และที่ความดันต่างๆของ  $\text{LaH}_{10}$

$\omega_d = 1310 \text{ K}$  ,  $\Delta_0 = 219.09 \text{ K}$  ,  $T_c = 240 \text{ K}$  ,  $\chi = 504$  ,  $\varepsilon_0 = 100$  และ  $Qp = 0.1$  โดยใช้ค่า  $\lambda_{E_k}$  เป็นค่าต่างๆ



ภาพประกอบ 43 ความหนาแน่นของของไหลยวดยิ่งกับอุณหภูมิในค่าพารามิเตอร์ต่างๆ และที่ความดันต่างๆของ  $\text{LaH}_{10}$

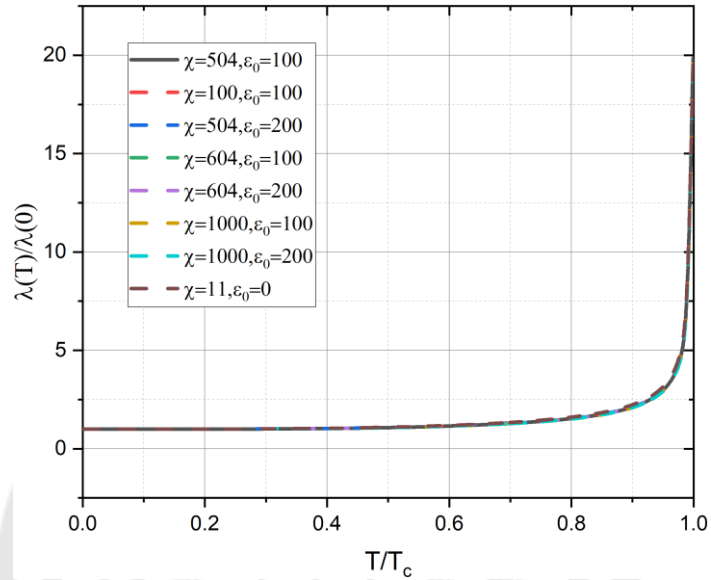
$\omega_d = 1310 \text{ K}$  ,  $\Delta_0 = 219.09 \text{ K}$  ,  $T_c = 240 \text{ K}$  ,  $\chi = 504$  ,  $\varepsilon_0 = 100$  และ  $\lambda_{E_k} = 0.35$  โดยใช้  $Qp$  เป็นค่าต่างๆ



ภาพประกอบ 44 ความหนาแน่นของของไหลยวดยิ่งกับอุณหภูมิในค่าพารามิเตอร์ต่างๆ และที่ความดันต่างๆของ  $\text{LaH}_{10}$

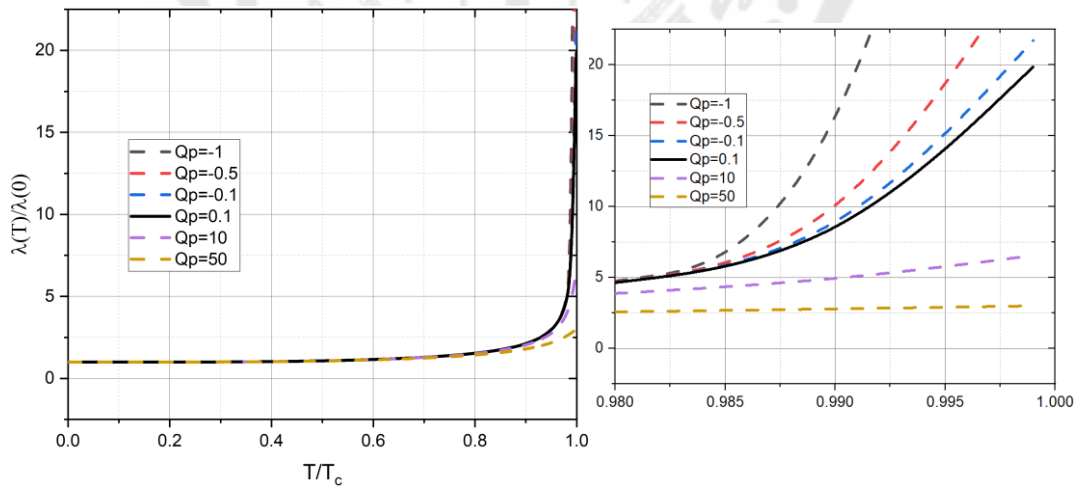


$\omega_d = 1310 \text{ K}$  ,  $\Delta_0 = 219.09 \text{ K}$  ,  $T_c = 240 \text{ K}$  ,  $\lambda_{E_k} = 0.35$  และ  $Qp = 0.1$  โดยใช้ค่า  $\chi$  และ  $\varepsilon_0$  เป็นค่าต่างๆ



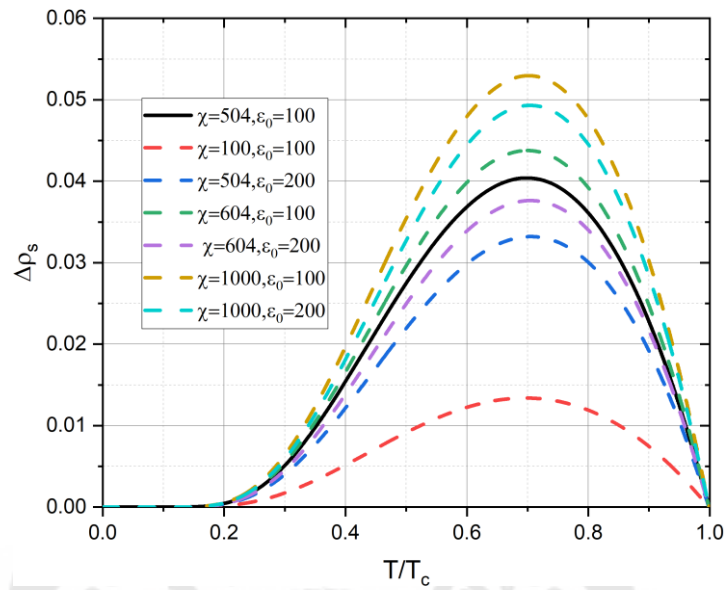
ภาพประกอบ 45 ความลึกซางซึมได้กับอุณหภูมิในค่าพารามิเตอร์ต่างๆของ  $\text{LaH}_{10}$

$\omega_d = 1310 \text{ K}$  ,  $\Delta_0 = 219.09 \text{ K}$  ,  $T_c = 240 \text{ K}$  ,  $\chi = 504$  ,  $\varepsilon_0 = 100$  และ  $\lambda_{E_k} = 0.35$  โดยใช้  $Qp$  เป็นค่าต่างๆ



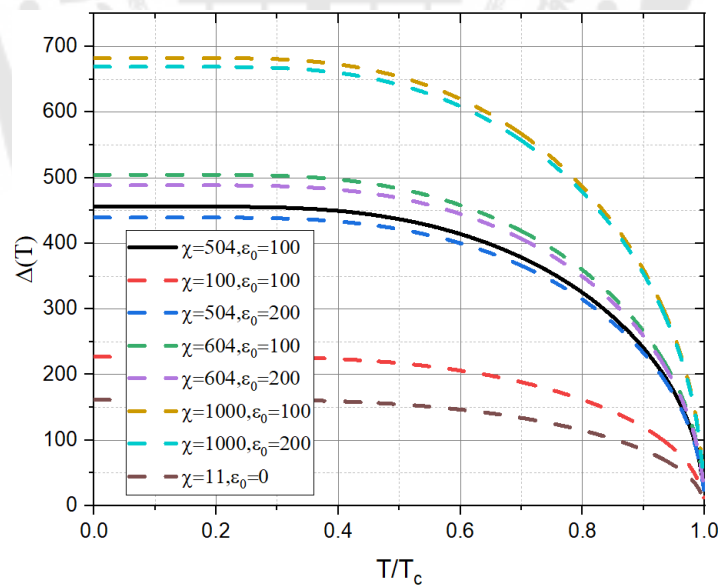
ภาพประกอบ 46 ความลึกซางซึมได้กับอุณหภูมิในค่าพารามิเตอร์ต่างๆของ  $\text{LaH}_{10}$

นำข้อมูลจากภาพประกอบ 42 มาคำนวณ  $|\rho(11,0) - \rho(\chi, \varepsilon_0)|$



ภาพประกอบ 47 ช่องว่างพลังงานกับอุณหภูมิในค่าพารามิเตอร์ต่างๆของ  $\text{LaH}_{10}$

$\omega_D = 1310 \text{ K}$ ,  $\Delta_0 = 219.09 \text{ K}$ ,  $T_c = 240 \text{ K}$ ,  $\lambda_{E_k} = 0.35$  และ  $Qp = 0.1$  โดยใช้ค่า  $\chi$  และ  $\varepsilon_0$  เป็นค่าต่างๆ



ภาพประกอบ 48 ช่องว่างพลังงานกับอุณหภูมิในค่าพารามิเตอร์ต่างๆของ  $\text{LaH}_{10}$

## 1.2 กรณีช่องว่างพลังงานเป็นคลื่นเอสและขึ้นกับทิศทาง

สมการช่องว่างพลังงานรูปทรงรีที่อุณหภูมิใดๆ

$$\frac{1}{\lambda_{\varepsilon_k}} = \left\langle \left( \frac{(1+a'z^2)}{(1+a')} \right)^2 \right\rangle \cdot \left( \int_0^{\omega_p} \frac{\tanh \left( \frac{\sqrt{(\varepsilon_k(0)+Qp)^2 + \Delta^2(T) \cdot ((1+a'z^2)/(1+a'))^2}}{2T} \right) d\varepsilon_k(p)}{\sqrt{(\varepsilon_k(0)+Qp)^2 + \Delta^2(T) \cdot ((1+a'z^2)/(1+a'))^2}} \right. \\ \left. + \chi \frac{\tanh \left( \frac{\sqrt{(\varepsilon_0+Qp)^2 + \Delta^2(T) \cdot ((1+a'z^2)/(1+a'))^2}}{2T} \right)}{\sqrt{(\varepsilon_0+Qp)^2 + \Delta^2(T) \cdot ((1+a'z^2)/(1+a'))^2}} \right)$$

สำหรับพื้นผิวเฟอร์มิอิกประกอบพิคัตทรงกลม

$$\left\langle \left( \frac{(1+a'z^2)}{(1+a')} \right)^2 \right\rangle = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \int_{-1}^1 \left( \frac{(1+a'z^2)}{(1+a')} \right)^2 \cdot dz d\varphi$$

ที่  $T = T_c$

$$\frac{1}{\lambda_{\varepsilon_k}} = \left\langle \left( \frac{(1+a'z^2)}{(1+a')} \right)^2 \right\rangle \cdot \left( \int_0^{\omega_p} \frac{\tanh \left( \frac{(\varepsilon_k(0)+Qp)}{2T_c} \right) d\varepsilon_k(p)}{(\varepsilon_k(0)+Qp)} + \chi \frac{\tanh \left( \frac{(\varepsilon_0+Qp)}{2T_c} \right)}{(\varepsilon_0+Qp)} \right)$$

สมการความหนาแน่นของของไหลยวดยิ่งใน 3 มิติของช่องว่างพลังงานรูปทรงรี

สำหรับระนาบเอบี

$$\rho_{bb}^{aa} = 1 - \frac{3}{4T} \int_0^1 (1-z^2) dz \int_0^{\omega_p} \operatorname{sech}^2 \left( \frac{\sqrt{(\varepsilon_k(0)+Qp)^2 + \Delta^2(T) \cdot (1+a'z^2)^2 / (1+a')^2}}{2T} \right) d\varepsilon_k(p)$$

สำหรับแกนซี

$$\rho_{cc} = 1 - \frac{3}{2T} \int_0^1 z^2 dz \int_0^{\omega_p} \operatorname{sech}^2 \left( \frac{\sqrt{(\varepsilon_k(0)+Qp)^2 + \Delta^2(T) \cdot (1+a'z^2)^2 / (1+a')^2}}{2T} \right) d\varepsilon_k(p)$$

เมื่อ  $z = \cos \theta$

สมการความลึกขบซึ่มได้ใน 3 มิติของช่องว่างพลังงานรูปทรงรี

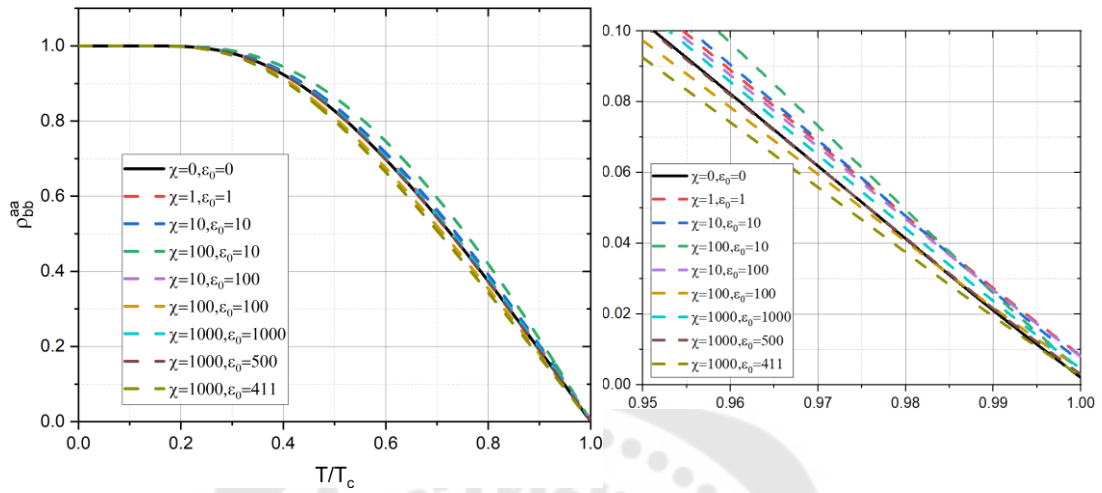
สำหรับระนาบเอบี

$$\frac{\lambda_{bb}^{aa}(T)}{\lambda_{bb}^{aa}(0)} = \left( 1 - \frac{3}{4T} \int_0^1 (1-z^2) dz \int_0^{\omega_p} \operatorname{sech}^2 \left( \frac{\sqrt{(\varepsilon_k(0)+Qp)^2 + \Delta^2(T) \cdot (1+a'z^2)^2 / (1+a')^2}}{2T} \right) d\varepsilon_k(p) \right)^{-1/2}$$

สำหรับแกนซี

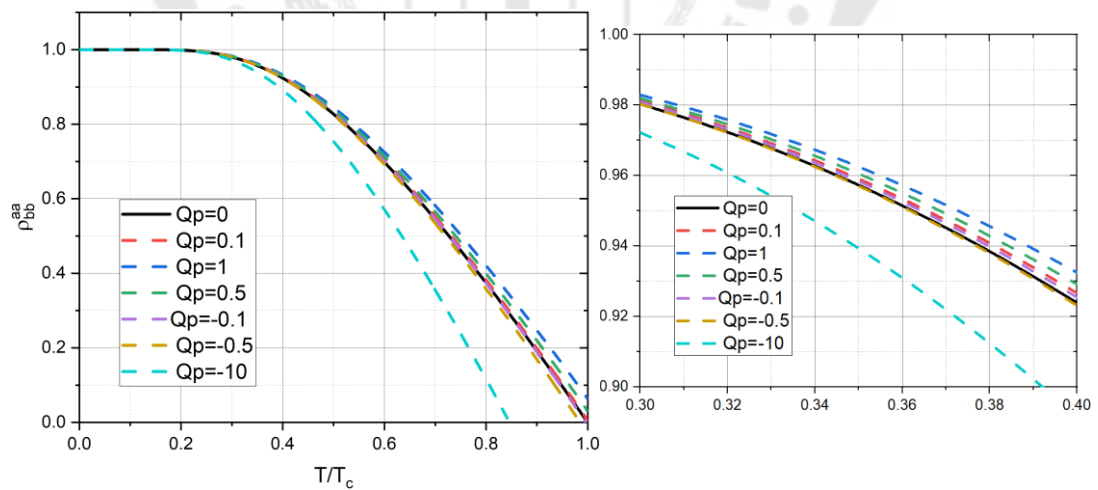
$$\frac{\lambda_{cc}(T)}{\lambda_{cc}(0)} = \left( 1 - \frac{3}{2T} \int_0^1 z^2 dz \int_0^{\omega_p} \operatorname{sech}^2 \left( \frac{\sqrt{(\varepsilon_k(0)+Qp)^2 + \Delta^2(T) \cdot (1+a'z^2)^2 / (1+a')^2}}{2T} \right) d\varepsilon_k(p) \right)^{-1/2}$$

ตัวนำยวดยิ่งชนิด CaAlSi  $\omega_D = 226 \text{ K}$  ,  $\Delta_0 = 15.67 \text{ K}$  ,  $T_c = 7.7 \text{ K}$  ,  $\lambda_{E_k} = 0.32$  ,  $a' = 0.1$   
และ  $Qp = 0.1$  โดยใช้ค่า  $\chi$  และ  $\varepsilon_0$  เป็นค่าต่างๆ



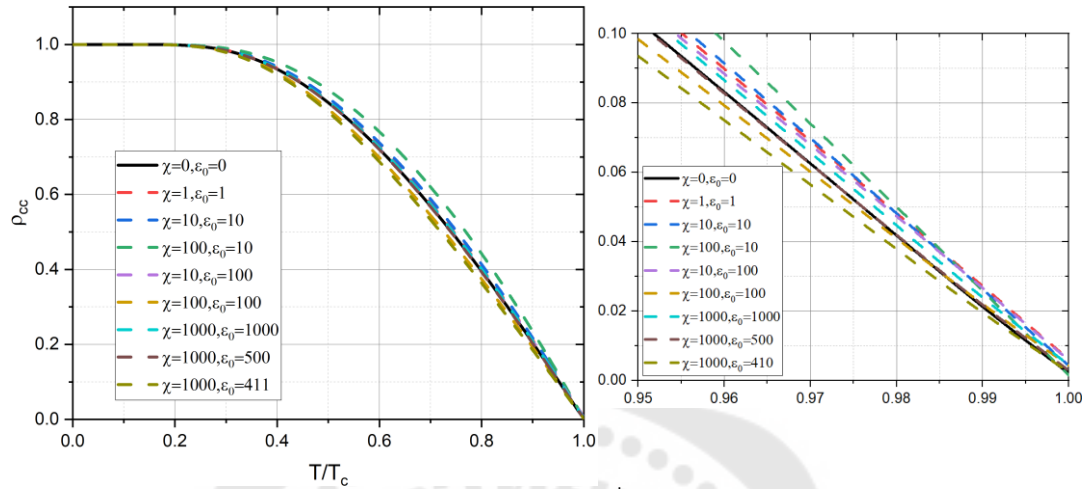
ภาพประกอบ 49 ความหนาแน่นของของไหลยวดยิ่งองค์ประกอบระนาบเอบีในพารามิเตอร์ต่างๆ  
ของตัวนำยวดยิ่งชนิด CaAlSi ช่องว่างพลังงานรูปทรงรี

$\omega_D = 226 \text{ K}$  ,  $\Delta_0 = 15.67 \text{ K}$  ,  $T_c = 7.7 \text{ K}$  ,  $\lambda_{E_k} = 0.32$  ,  $\chi = 1$  ,  $\varepsilon_0 = 1$  และ  $a' = 0.1$  โดยใช้  $Qp$   
เป็นค่าต่างๆ



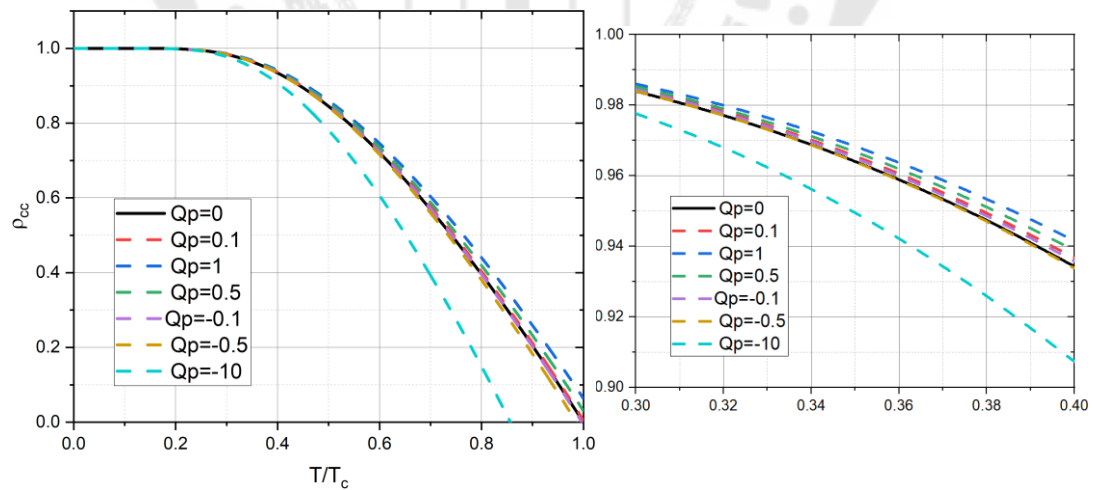
ภาพประกอบ 50 ความหนาแน่นของของไหลยวดยิ่งองค์ประกอบระนาบเอบีในพารามิเตอร์ต่างๆ  
ของตัวนำยวดยิ่งชนิด CaAlSi ช่องว่างพลังงานรูปทรงรี

$\omega_d = 226 \text{ K}$  ,  $\Delta_0 = 15.67 \text{ K}$  ,  $T_c = 7.7 \text{ K}$  ,  $\lambda_{E_k} = 0.32$  และ  $Qp = 0.1$  และ  $a' = 0.1$  โดยใช้ค่า  $\chi$  และ  $\varepsilon_0$  เป็นค่าต่างๆ



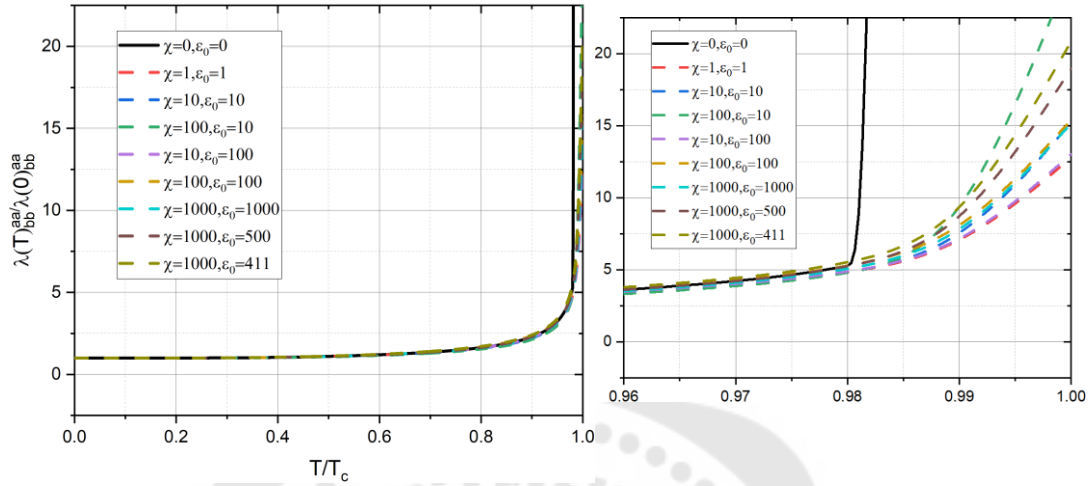
ภาพประกอบ 51 ความหนาแน่นของช่องไหลยวดยิ่งองค์ประกอบแกนซีในพารามิเตอร์ต่างๆ ของตัวนำยวดยิ่งชนิด CaAlSi ช่องว่างพลังงานรูปทรงรี

$\omega_d = 226 \text{ K}$  ,  $\Delta_0 = 15.67 \text{ K}$  ,  $T_c = 7.7 \text{ K}$  ,  $\lambda_{E_k} = 0.32$  ,  $\chi = 1$  ,  $\varepsilon_0 = 1$  และ  $a' = 0.1$  โดยใช้  $Qp$  เป็นค่าต่างๆ



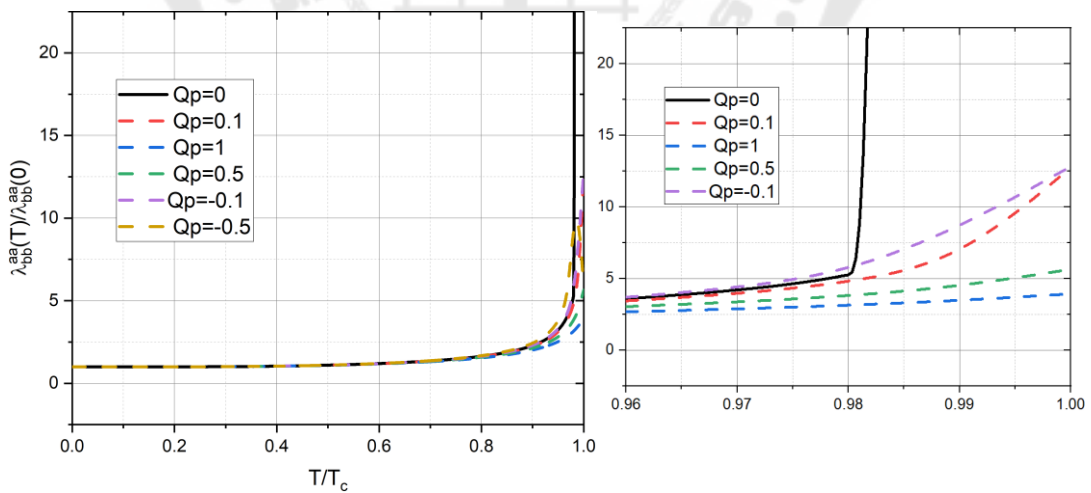
ภาพประกอบ 52 ความหนาแน่นของช่องไหลยวดยิ่งองค์ประกอบแกนซีในพารามิเตอร์ต่างๆ ของตัวนำยวดยิ่งชนิด CaAlSi ช่องว่างพลังงานรูปทรงรี

$\omega_d = 226 \text{ K}$ ,  $\Delta_0 = 15.67 \text{ K}$ ,  $T_c = 7.7 \text{ K}$ ,  $\lambda_{E_k} = 0.32$ ,  $a' = 0.1$  และ  $Q_p = 0.1$  โดยใช้ค่า  $\chi$  และ  $\varepsilon_0$  เป็นค่าต่างๆ



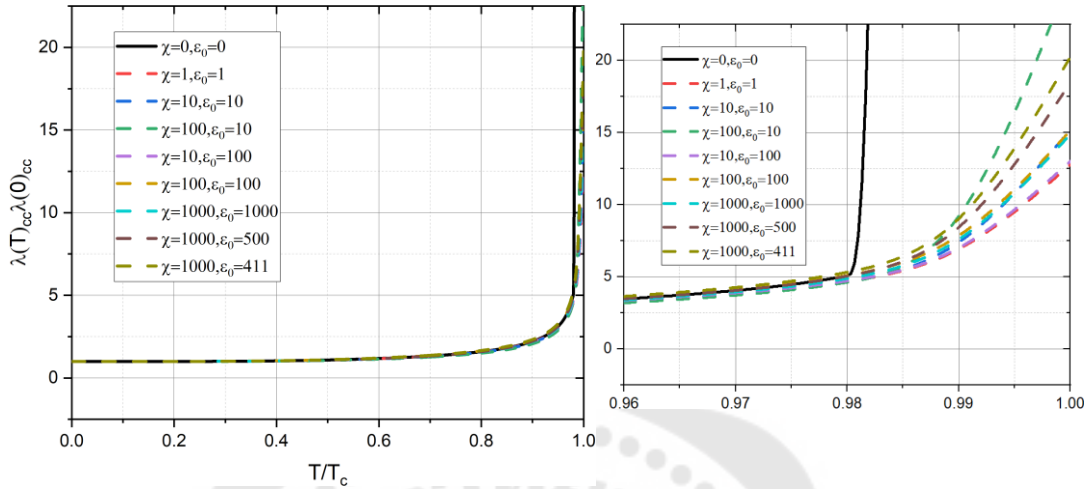
ภาพประกอบ 53 ความลึกซาบซึมได้อังค์ประกอบระนาบเอบีในพารามิเตอร์ต่างๆ ของตัวนำยวดยิ่งชนิด CaAlSi ช่องว่างพลังงานรูปทรงรี

$\omega_d = 226 \text{ K}$ ,  $\Delta_0 = 15.67 \text{ K}$ ,  $T_c = 7.7 \text{ K}$ ,  $\lambda_{E_k} = 0.32$ ,  $\chi = 1$ ,  $\varepsilon_0 = 1$  และ  $a' = 0.1$  โดยใช้  $Q_p$  เป็นค่าต่างๆ



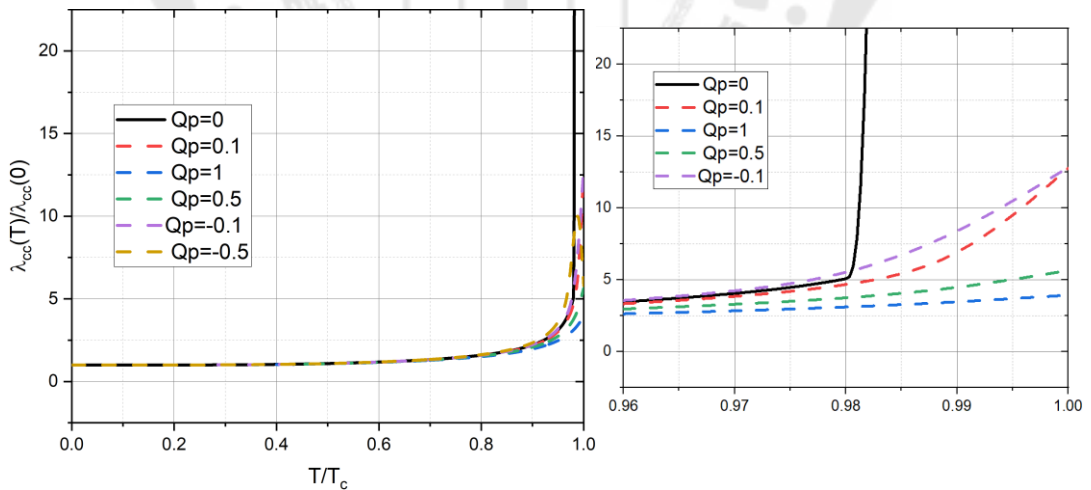
ภาพประกอบ 54 ความลึกซาบซึมได้อังค์ประกอบระนาบเอบีในพารามิเตอร์ต่างๆ ของตัวนำยวดยิ่งชนิด CaAlSi ช่องว่างพลังงานรูปทรงรี

$\omega_D = 226 \text{ K}$  ,  $\Delta_0 = 15.67 \text{ K}$  ,  $T_c = 7.7 \text{ K}$  ,  $\lambda_{E_k} = 0.32$  ,  $a' = 0.1$  และ  $Qp = 0.1$  โดยใช้ค่า  $\chi$  และ  $\epsilon_0$  เป็นค่าต่างๆ



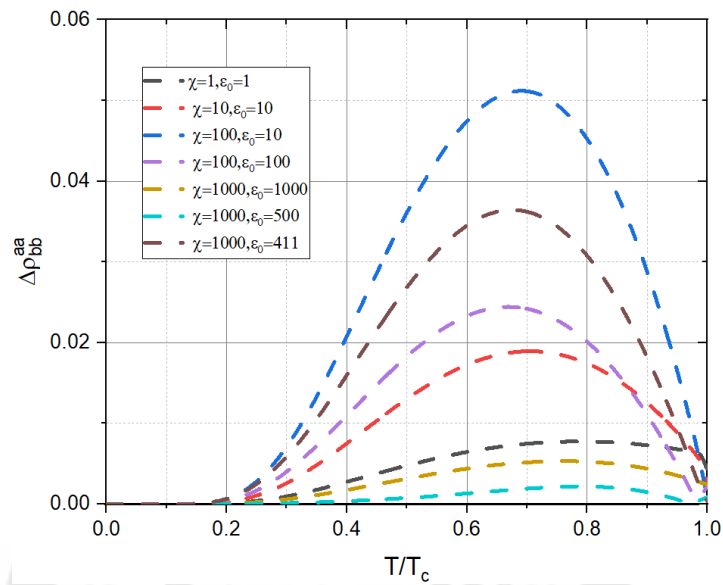
ภาพประกอบ 55 ความลึกซำบซำมได้องค้ประกอบแกนซำในพารำมิเตอร์ต่างๆ  
ของตัวนำยวดยิ่งชนิด CaAlSi ซองว่างพลังงำนรูปทรงรี

$\omega_D = 226 \text{ K}$  ,  $\Delta_0 = 15.67 \text{ K}$  ,  $T_c = 7.7 \text{ K}$  ,  $\lambda_{E_k} = 0.32$  ,  $\chi = 1$  ,  $\epsilon_0 = 1$  และ  $a' = 0.1$  โดยใช้  $Qp$  เป็นค่าต่างๆ



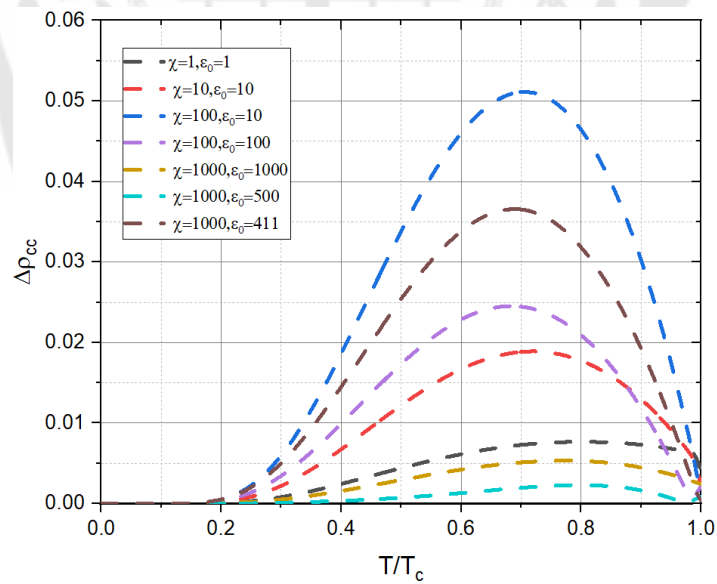
ภาพประกอบ 56 ความลึกซำบซำมได้องค้ประกอบแกนซำในพารำมิเตอร์ต่างๆ  
ของตัวนำยวดยิ่งชนิด CaAlSi ซองว่างพลังงำนรูปทรงรี

นำข้อมูลจากภาพประกอบ 49 มาคำนวณ  $|\rho(\chi, \varepsilon_0) - \rho(0, 0)|$



ภาพประกอบ 57 ความลึกซาบซึมได้อังค์ประกอบระนาบเอบีในพารามิเตอร์ต่างๆ  
ของตัวนำยิ่งยวดชนิด CaAlSi ช่องว่างพลังงานรูปทรงรี

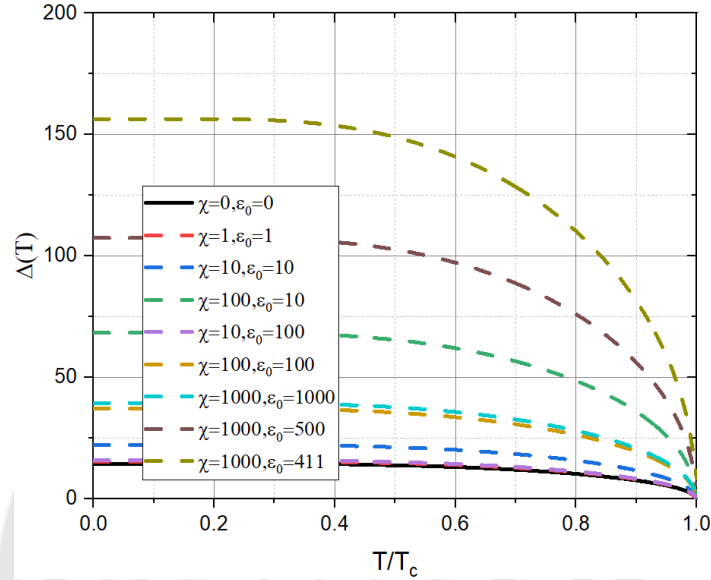
นำข้อมูลจากภาพประกอบ 51 มาคำนวณ  $|\rho(\chi, \varepsilon_0) - \rho(0, 0)|$



ภาพประกอบ 58 ความลึกซาบซึมได้อังค์ประกอบแกนซีในพารามิเตอร์ต่างๆ  
ของตัวนำยิ่งยวดชนิด CaAlSi ช่องว่างพลังงานรูปทรงรี



$\omega_p = 226 \text{ K}$  ,  $\Delta_0 = 15.67 \text{ K}$  ,  $T_c = 7.7 \text{ K}$  ,  $\lambda_{E_k} = 0.32$  ,  $a' = 0.1$  และ  $Qp = 0.1$  โดยใช้ค่า  $\chi$  และ  $\varepsilon_0$  เป็นค่าต่างๆ



ภาพประกอบ 59 ช่องว่างพลังงานรูปทรงรีของตัวนำยวดยิ่งชนิด CaAlSi

สมการช่องว่างพลังงานรูปทรงแพนเค้กที่อุณหภูมิใดๆ

$$\frac{1}{\lambda_{E_k}} = \left\langle \left( \frac{1}{(1+a'z^2)^{1/2}} \right)^2 \right\rangle \cdot \left( \int_0^{\omega_p} \frac{\tanh \left( \frac{\sqrt{(\varepsilon_k(0) + Qp)^2 + \Delta^2(T) \cdot (1/(1+a'z^2)^{1/2})^2} / 2T)}{2T} \right) d\varepsilon_k(p)}{\sqrt{(\varepsilon_k(0) + Qp)^2 + \Delta^2(T) \cdot (1/(1+a'z^2)^{1/2})^2}} \right. \\ \left. + \chi \frac{\tanh \left( \frac{\sqrt{(\varepsilon_0 + Qp)^2 + \Delta^2(T) \cdot (1/(1+a'z^2)^{1/2})^2} / 2T)}{2T} \right)}{\sqrt{(\varepsilon_0 + Qp)^2 + \Delta^2(T) \cdot (1/(1+a'z^2)^{1/2})^2}} \right)$$

สำหรับพื้นผิวเฟอร์มิอิกประกอบพิกัตทรงกลม

$$\left\langle \left( \frac{1}{(1+a'z^2)^{1/2}} \right)^2 \right\rangle = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \int_{-1}^1 \left( \frac{1}{(1+a'z^2)^{1/2}} \right)^2 \cdot dzd\varphi$$

ที่  $T = T_c$

$$\frac{1}{\lambda_{E_k}} = \left\langle \left( \frac{1}{(1+a'z^2)^{1/2}} \right)^2 \right\rangle \cdot \left( \int_0^{\omega_p} \frac{\tanh \left( (\varepsilon_k(0) + Qp) / 2T_c \right) d\varepsilon_k(p)}{(\varepsilon_k(0) + Qp)} + \chi \frac{\tanh \left( (\varepsilon_0 + Qp) / 2T_c \right)}{(\varepsilon_0 + Qp)} \right)$$

สมการความหนาแน่นของขงโหลยวดยิ่งใน 3 มิติของช่องว่างพลังงานรูปแพนเค้ก  
สำหรับระนาบเอบี

$$\rho_{bb}^{aa} = 1 - \frac{3}{4T} \int_0^1 (1-z^2) dz \int_0^\infty \operatorname{sech}^2 \left( \frac{\sqrt{(\varepsilon_k(0) + Qp)^2 + \Delta^2(T) \cdot (1/(1+a'z^2)^{1/2})^2}}{2T} \right) d\varepsilon_k(p)$$

สำหรับแกนซี

$$\rho_{cc} = 1 - \frac{3}{2T} \int_0^1 z^2 dz \int_0^\infty \operatorname{sech}^2 \left( \frac{\sqrt{(\varepsilon_k(0) + Qp)^2 + \Delta^2(T) \cdot (1/(1+a'z^2)^{1/2})^2}}{2T} \right) d\varepsilon_k(p)$$

สมการความลึกซาบซึ่มได้ใน 3 มิติของช่องว่างพลังงานรูปแพนเค้ก

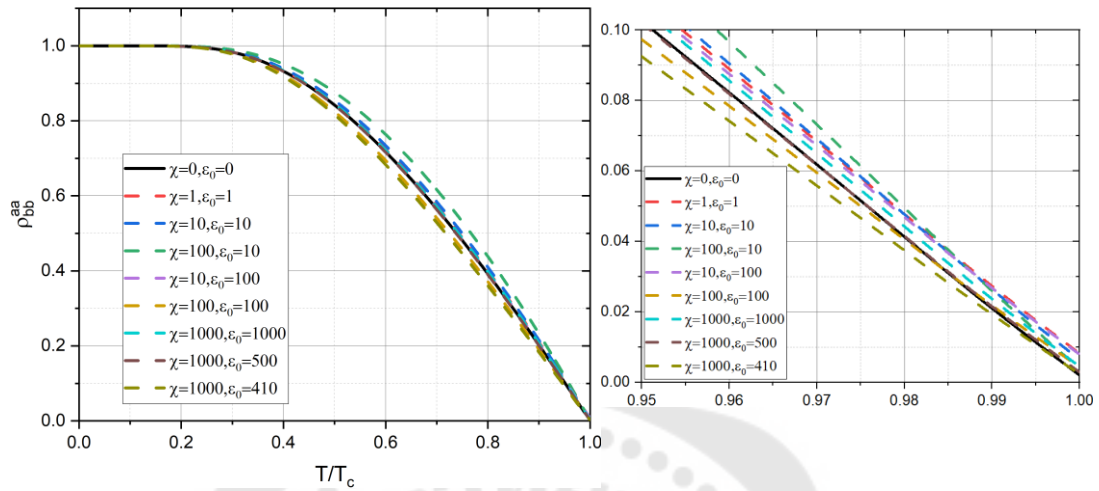
สำหรับระนาบเอบี

$$\frac{\lambda_{bb}^{aa}(T)}{\lambda_{bb}^{aa}(0)} = \left( 1 - \frac{3}{4T} \int_0^1 (1-z^2) dz \int_0^\infty \operatorname{sech}^2 \left( \frac{\sqrt{(\varepsilon_k(0) + Qp)^2 + \Delta^2(T) \cdot (1/(1+a'z^2)^{1/2})^2}}{2T} \right) d\varepsilon_k(p) \right)^{-1/2}$$

สำหรับแกนซี

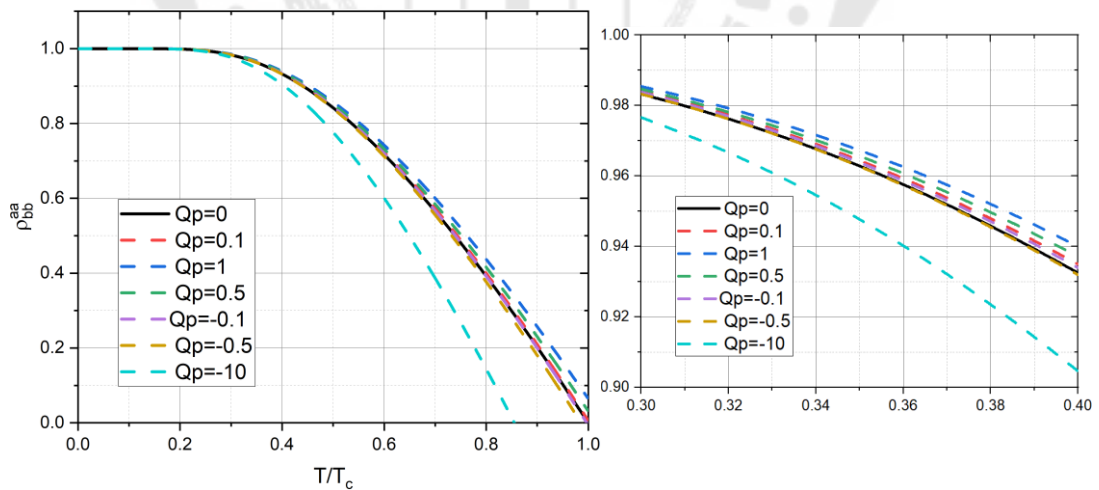
$$\frac{\lambda_{cc}(T)}{\lambda_{cc}(0)} = \left( 1 - \frac{3}{2T} \int_0^1 z^2 dz \int_0^\infty \operatorname{sech}^2 \left( \frac{\sqrt{(\varepsilon_k(0) + Qp)^2 + \Delta^2(T) \cdot (1/(1+a'z^2)^{1/2})^2}}{2T} \right) d\varepsilon_k(p) \right)^{-1/2}$$

ตัวนำยิ่งยวดชนิด CaAlSi  $\omega_D = 226 K$ ,  $\Delta_0 = 15.67 K$ ,  $T_c = 7.7 K$ ,  $\lambda_{E_k} = 0.32$ ,  $a' = 0.44$   
และ  $Qp = 0.1$  โดยใช้ค่า  $\chi$  และ  $\varepsilon_0$  เป็นค่าต่างๆ



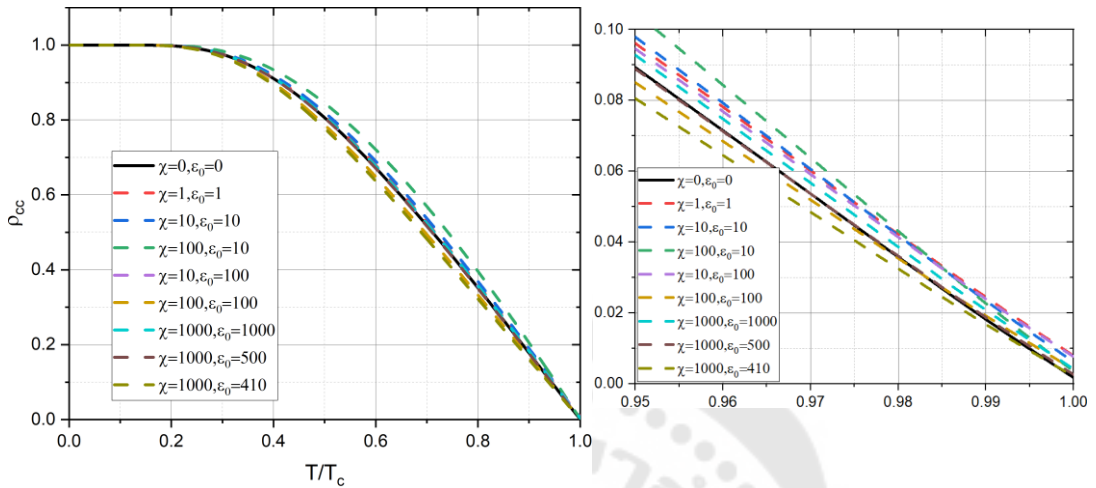
ภาพประกอบ 60 ความหนาแน่นของของไหลยิ่งยวดประกอบระนาบเอบีในพารามิเตอร์ต่างๆ  
ของตัวนำยิ่งยวดชนิด CaAlSi ช่องว่างพลังงานรูปแพนเค้ก

$\omega_D = 226 K$ ,  $\Delta_0 = 15.67 K$ ,  $T_c = 7.7 K$ ,  $\lambda_{E_k} = 0.32$ ,  $\chi = 1$ ,  $\varepsilon_0 = 1$  และ  $a' = 0.44$  โดยใช้  
 $Qp$  เป็นค่าต่างๆ



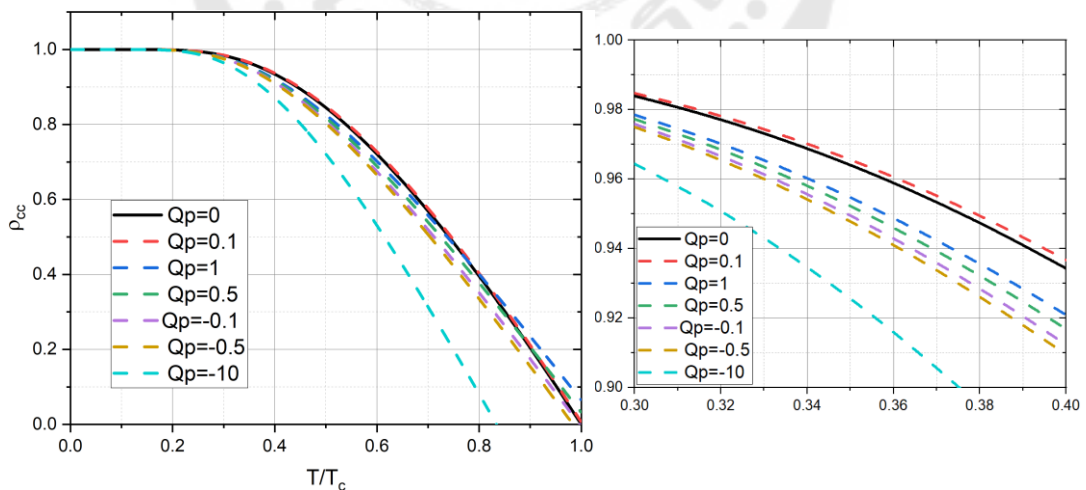
ภาพประกอบ 61 ความหนาแน่นของของไหลยิ่งยวดประกอบระนาบเอบีในพารามิเตอร์ต่างๆ  
ของตัวนำยิ่งยวดชนิด CaAlSi ช่องว่างพลังงานรูปแพนเค้ก

$\omega_d = 226 \text{ K}$  ,  $\Delta_0 = 15.67 \text{ K}$  ,  $T_c = 7.7 \text{ K}$  ,  $\lambda_{E_k} = 0.32$  ,  $a' = 0.44$  และ  $Q_p = 0.1$  โดยใช้ค่า  $\chi$  และ  $\varepsilon_0$  เป็นค่าต่างๆ



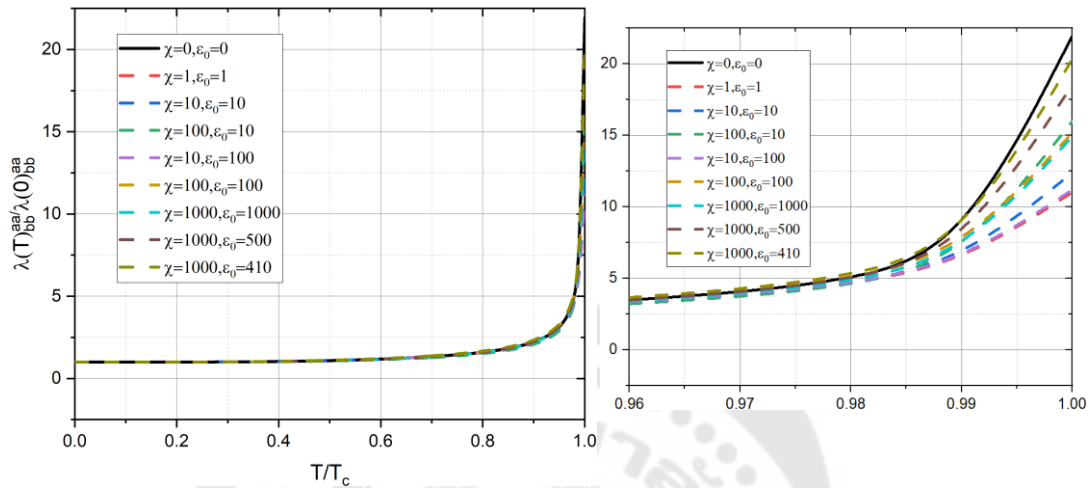
ภาพประกอบ 62 ความหนาแน่นของของไหลยวดยิ่งองค์ประกอบแกนซีในพารามิเตอร์ต่างๆ ของตัวนำยวดยิ่งชนิด CaAlSi ช่องว่างพลังงานรูปแบนแค้ก

$\omega_d = 226 \text{ K}$  ,  $\Delta_0 = 15.67 \text{ K}$  ,  $T_c = 7.7 \text{ K}$  ,  $\chi = 1$  ,  $\varepsilon_0 = 1$  ,  $a' = 0.44$  และ  $\lambda_{E_k} = 0.32$  โดยใช้  $Q_p$  เป็นค่าต่างๆ



ภาพประกอบ 63 ความหนาแน่นของของไหลยวดยิ่งองค์ประกอบแกนซีในพารามิเตอร์ต่างๆ ของตัวนำยวดยิ่งชนิด CaAlSi ช่องว่างพลังงานรูปแบนแค้ก

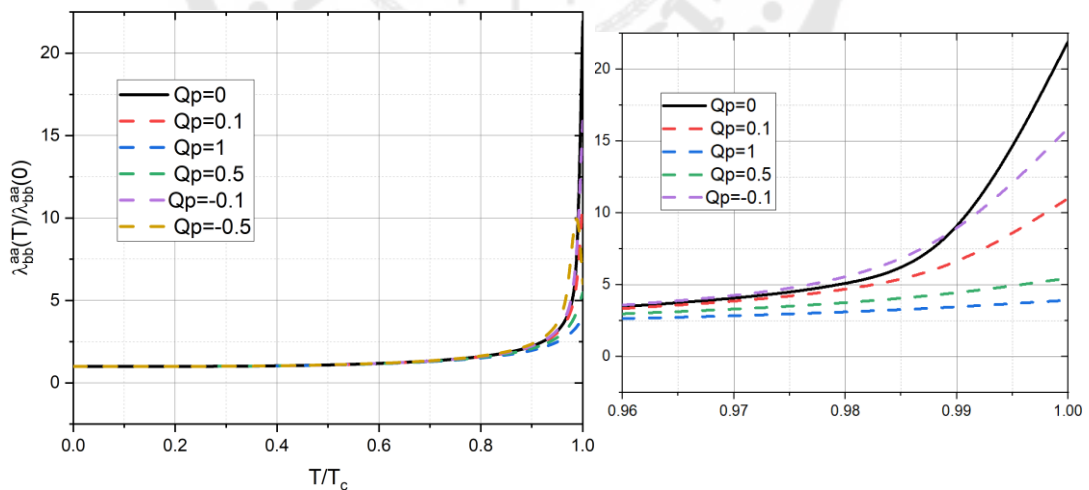
$\omega_D = 226 \text{ K}$ ,  $\Delta_0 = 15.67 \text{ K}$ ,  $T_c = 7.7 \text{ K}$ ,  $\lambda_{E_k} = 0.32$ ,  $a' = 0.44$  และ  $Qp = 0.1$  โดยใช้ค่า  $\chi$  และ  $\varepsilon_0$  เป็นค่าต่างๆ



ภาพประกอบ 64 ความลึกซึ้งขบขี้มได้ดองค้ประกอบระนาบเอบีโนพารามิเตอร์ต่างๆ

ของตัวนำยวดยิ่งชนิด CaAlSi ช่องว่างพลังงานรูปแพนเค้ก

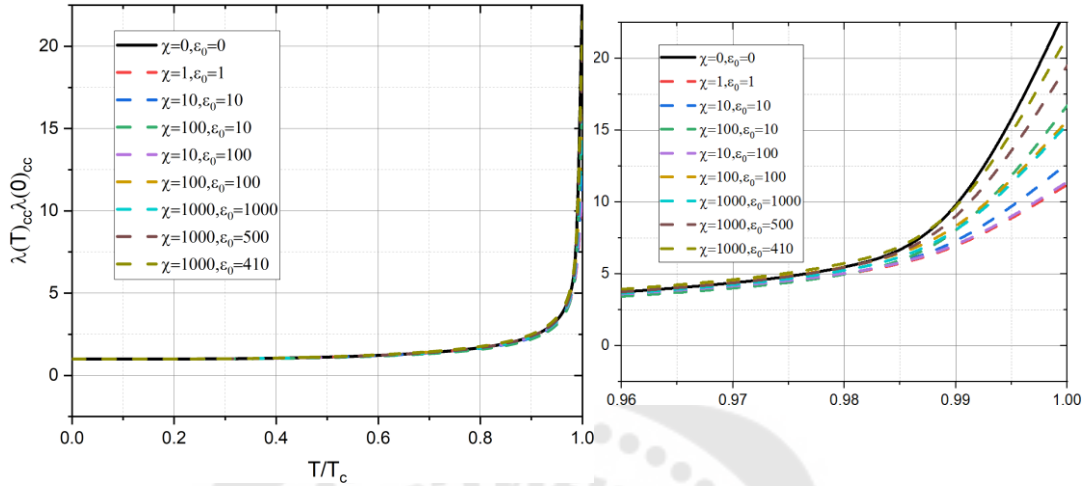
$\omega_D = 226 \text{ K}$ ,  $\Delta_0 = 15.67 \text{ K}$ ,  $T_c = 7.7 \text{ K}$ ,  $\chi = 1$ ,  $\varepsilon_0 = 1$ ,  $a' = 0.44$  และ  $\lambda_{E_k} = 0.32$  โดยใช้  $Qp$  เป็นค่าต่างๆ



ภาพประกอบ 65 ความลึกซึ้งขบขี้มได้ดองค้ประกอบระนาบเอบีโนพารามิเตอร์ต่างๆ

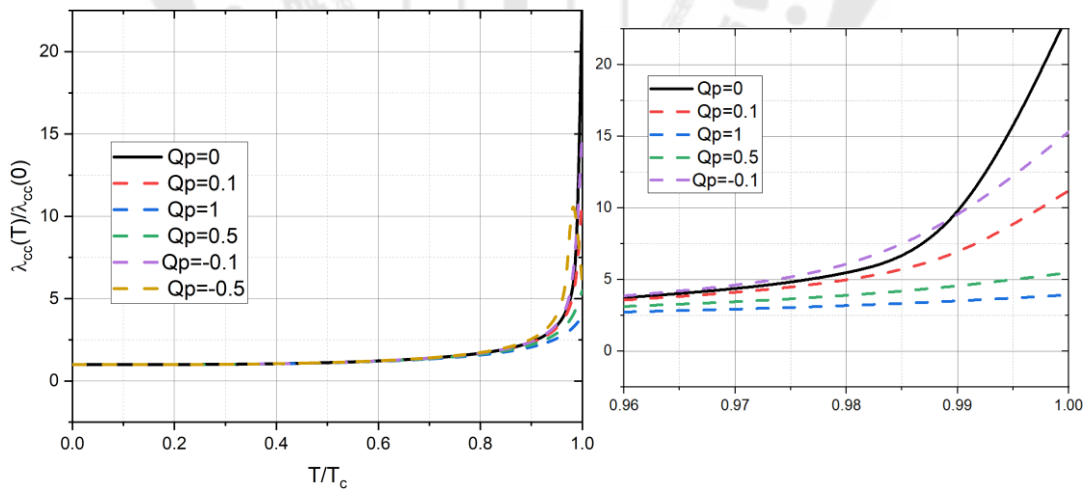
ของตัวนำยวดยิ่งชนิด CaAlSi ช่องว่างพลังงานรูปแพนเค้ก

$\omega_d = 226 \text{ K}$  ,  $\Delta_0 = 15.67 \text{ K}$  ,  $T_c = 7.7 \text{ K}$  ,  $\lambda_{E_k} = 0.32$  ,  $a' = 0.44$  และ  $Qp = 0.1$  โดยใช้ค่า  $\chi$  และ  $\epsilon_0$  เป็นค่าต่างๆ



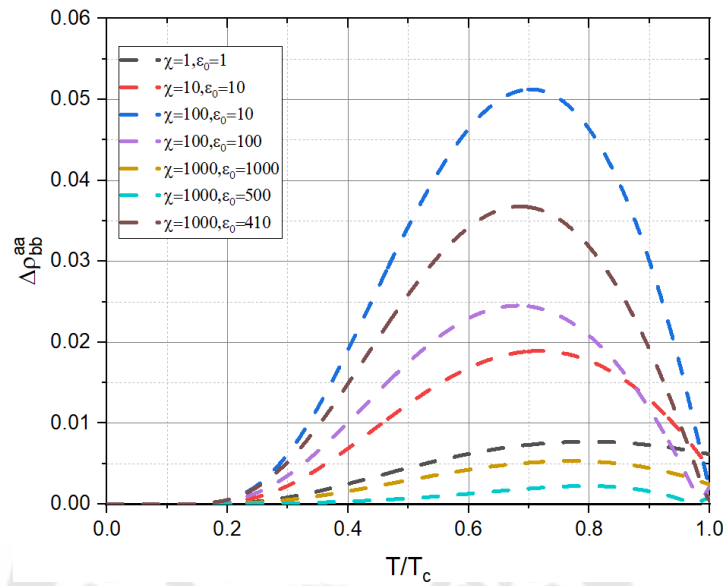
ภาพประกอบ 66 ความลึกซาบซึมได้องค์ประกอบแกนซีในพารามิเตอร์ต่างๆ ของตัวนำวดยิ่งชนิด CaAlSi ช่องว่างพลังงานรูปแพนเค้ก

$\omega_d = 226 \text{ K}$  ,  $\Delta_0 = 15.67 \text{ K}$  ,  $T_c = 7.7 \text{ K}$  ,  $\chi = 1$  ,  $\epsilon_0 = 1$  ,  $a' = 0.44$  และ  $\lambda_{E_k} = 0.32$  โดยใช้  $Qp$  เป็นค่าต่างๆ



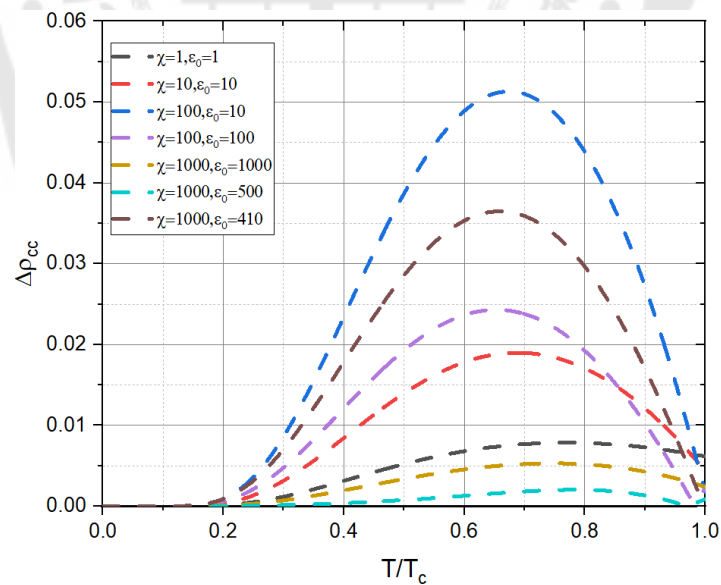
ภาพประกอบ 67 ความลึกซาบซึมได้องค์ประกอบแกนซีในพารามิเตอร์ต่างๆ ของตัวนำวดยิ่งชนิด CaAlSi ช่องว่างพลังงานรูปแพนเค้ก

นำข้อมูลจากภาพประกอบ 60 มาคำนวณ  $|\rho(\chi, \varepsilon_0) - \rho(0, 0)|$



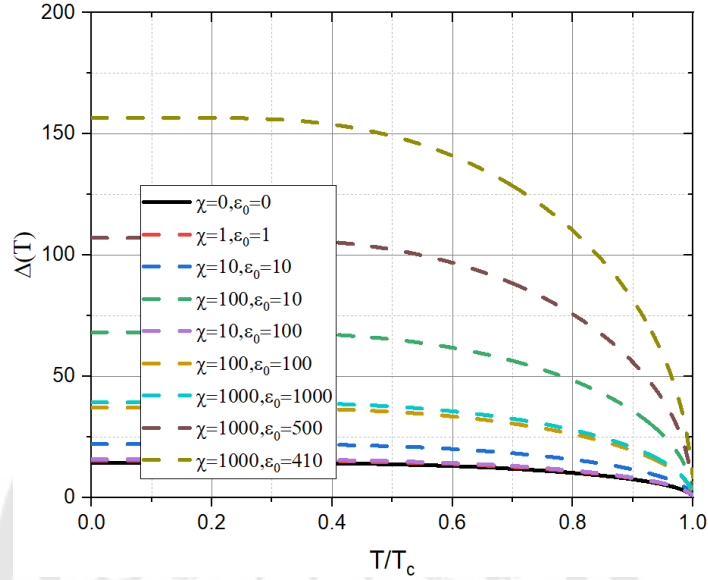
ภาพประกอบ 68 ความลึกซาบซึมได้อังค์ประกอบระนาบเอบีในพารามิเตอร์ต่างๆ  
ของตัวนำวดยิ่งชนิด CaAlSi ช่องว่างพลังงานรูปแบนแค้ก

นำข้อมูลจากภาพประกอบ 62 มาคำนวณ  $|\rho(\chi, \varepsilon_0) - \rho(0, 0)|$



ภาพประกอบ 69 ความลึกซาบซึมได้อังค์ประกอบแกนซีในพารามิเตอร์ต่างๆ  
ของตัวนำวดยิ่งชนิด CaAlSi ช่องว่างพลังงานรูปแบนแค้ก

$\omega_D = 226 \text{ K}$ ,  $\Delta_0 = 15.67 \text{ K}$ ,  $T_c = 7.7 \text{ K}$ ,  $\lambda_{E_k} = 0.32$ ,  $a' = 0.44$  และ  $Qp = 0.1$  โดยใช้ค่า  $\chi$  และ  $\varepsilon_0$  เป็นค่าต่างๆ



ภาพประกอบ 70 ช่องว่างพลังงานรูปแพนเค้กของตัวนำยวดยิ่งชนิด CaAlSi

### 1.3 กรณีช่องว่างพลังงานเป็นคลื่นดี

สมการช่องว่างพลังงานอุณหภูมิใดๆ

$$\frac{1}{\lambda_{E_k}} = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} d\theta \cos^2(2\theta) \left( \ln \left( \frac{E_F}{\varepsilon_k(0) + Qp} \right) \right) \cdot \int_0^{\omega_p} \frac{\tanh \left( \frac{\sqrt{(\varepsilon_k(0) + Qp)^2 + \Delta^2(T) \cos^2(2\theta)} / 2T} \right) d\varepsilon_k(p)}{\sqrt{(\varepsilon_k(0) + Qp)^2 + \Delta^2(T) \cos^2(2\theta)}} \\ + \chi \cdot \left( \ln \left( \frac{E_F}{\varepsilon_0 + Qp} \right) \right) \cdot \frac{\tanh \left( \frac{\sqrt{(\varepsilon_0 + Qp)^2 + \Delta^2(T) \cos^2(2\theta)} / 2T} \right)}{\sqrt{(\varepsilon_0 + Qp)^2 + \Delta^2(T) \cos^2(2\theta)}} \right)$$

ที่  $T = T_c$

$$\frac{1}{\lambda_{E_k}} = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} d\theta \cos^2(2\theta) \left( \ln \left( \frac{E_F}{\varepsilon_k(0) + Qp} \right) \right) \cdot \int_0^{\omega_p} \frac{\tanh \left( (\varepsilon_k(0) + Qp) / 2T_c \right) d\varepsilon_k(p)}{(\varepsilon_k(0) + Qp)} \\ + \chi \cdot \left( \ln \left( \frac{E_F}{\varepsilon_0 + Qp} \right) \right) \cdot \frac{\tanh \left( (\varepsilon_0 + Qp) / 2T_c \right)}{(\varepsilon_0 + Qp)} \right)$$

สมการความหนาแน่นของของไหลยวดยิ่งใน 2 มิติ

สำหรับระนาบเอบี

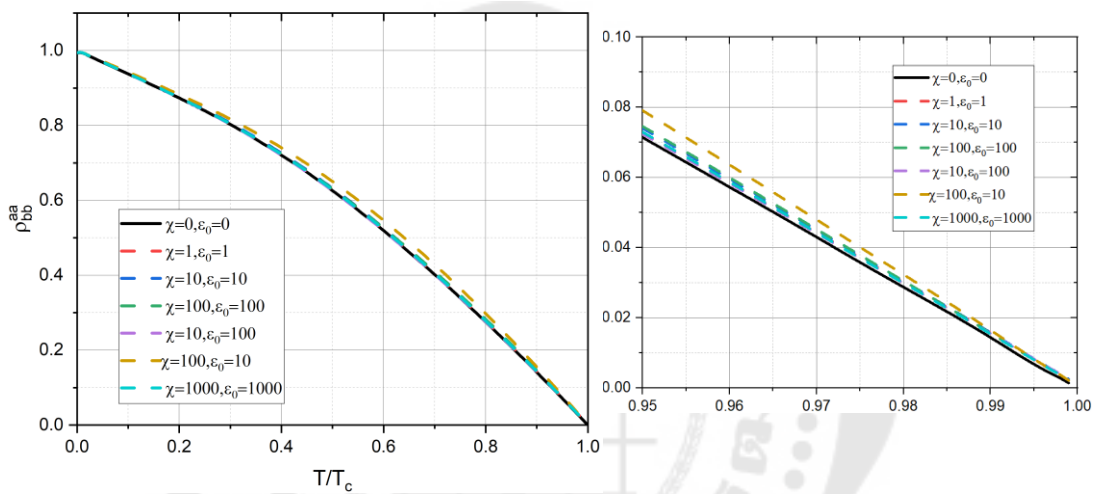
$$\rho_{bb}^{aa}(T) = 1 - \frac{1}{2\pi T} \int_0^{2\pi} \left( \frac{\cos^2 \theta}{\sin^2 \theta} \right) d\theta \int_0^{\infty} \operatorname{sech}^2 \left( \frac{\sqrt{(\varepsilon_k(0) + Qp)^2 + (\Delta(T) \cdot \cos(2\theta))^2}}{2T} \right) d\varepsilon_k(p)$$



สมการความลึกซายซึมได้ใน 2 มิติ

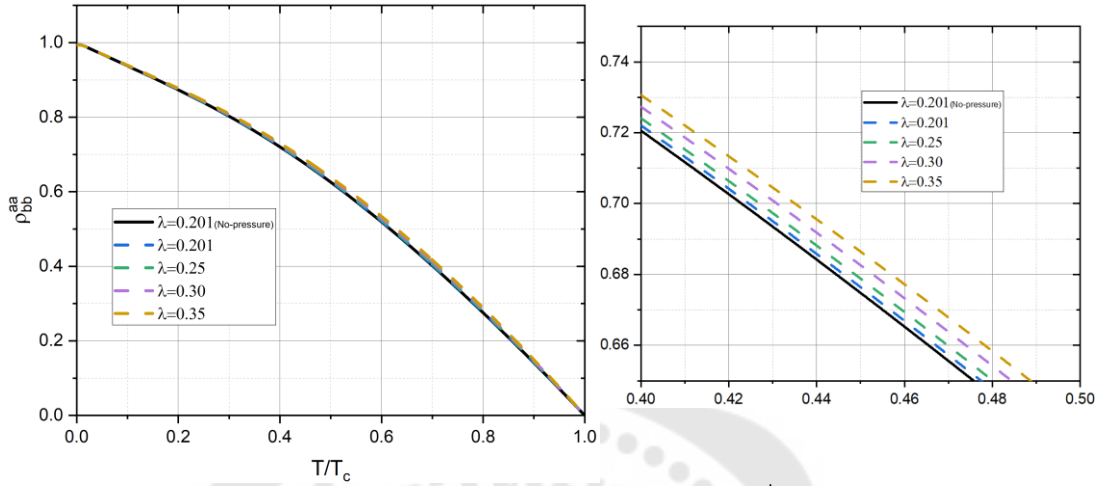
$$\frac{\lambda_{bb}^{aa}(T)}{\lambda_{bb}^{aa}(0)} = \left( 1 - \frac{1}{2\pi T} \int_0^{2\pi} \left( \frac{\cos^2 \theta}{\sin^2 \theta} \right) d\theta \int_0^\infty \operatorname{sech}^2 \left( \frac{\sqrt{(\varepsilon_k(0) + Qp)^2 + (\Delta(T) \cdot \cos(2\theta))^2}}{2T} \right) d\varepsilon_k(p) \right)^{-1/2}$$

ตัวนำยวดยิ่งชนิด LaSrCuO  $\omega_D = 400 \text{ K}$ ,  $E_F = 5548 \text{ K}$ ,  $\Delta_0 = 73.12 \text{ K}$ ,  $T_c = 40 \text{ K}$ ,  $\lambda_{E_k} = 0.20$  และ  $Qp = 0.1$  โดยใช้ค่า  $\chi$  และ  $\varepsilon_0$  เป็นค่าต่างๆ (Ratanaburi, Udomsamuthirun, & Yoksan, 1996)



ภาพประกอบ 71 ความหนาแน่นของของไหลยวดยิ่งกับอุณหภูมิ  
ในค่าพารามิเตอร์ต่างๆของ LaSrCuO

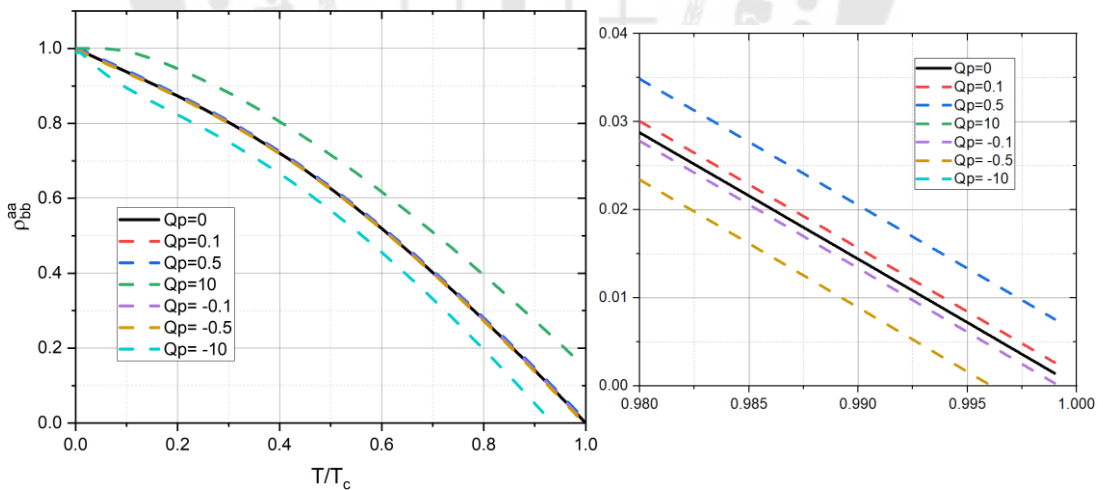
$\omega_D = 400 \text{ K}$  ,  $E_F = 5548 \text{ K}$  ,  $\Delta_0 = 73.12 \text{ K}$  ,  $T_c = 40 \text{ K}$  ,  $\chi = 1$  ,  $\varepsilon_0 = 1$  และ  $Qp = 0.1$  โดยให้ค่า  $\lambda_{E_k}$  เป็นค่าต่างๆ



ภาพประกอบ 72 ความหนาแน่นของของไหลยวดยิ่งกับอุณหภูมิ

ในค่าพารามิเตอร์ต่างๆของ LaSrCuO

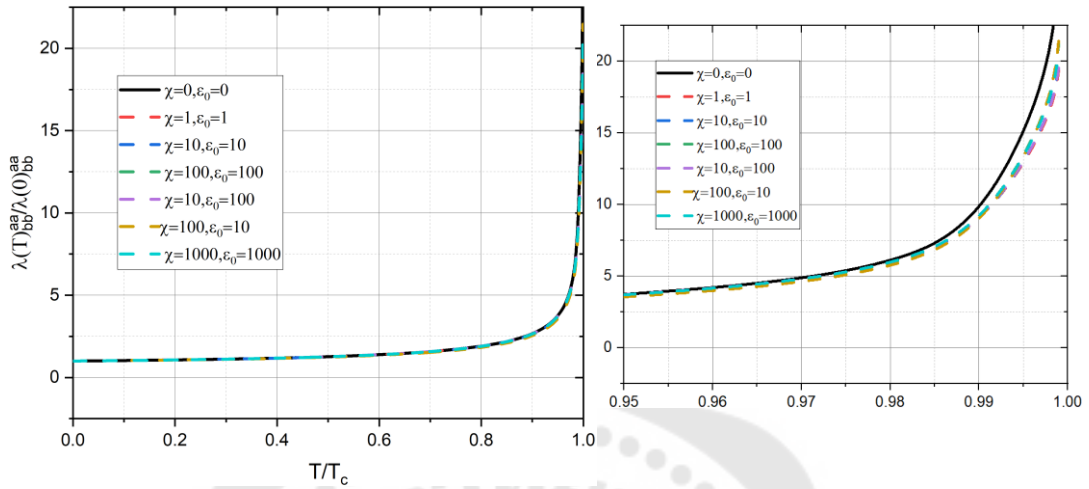
$\omega_D = 400 \text{ K}$  ,  $E_F = 5548 \text{ K}$  ,  $\Delta_0 = 73.12 \text{ K}$  ,  $T_c = 40 \text{ K}$  ,  $\chi = 1$  ,  $\varepsilon_0 = 1$  และ  $\lambda_{E_k} = 0.20$  โดยให้ค่า  $Qp$  เป็นค่าต่างๆ



ภาพประกอบ 73 ความหนาแน่นของของไหลยวดยิ่งกับอุณหภูมิ

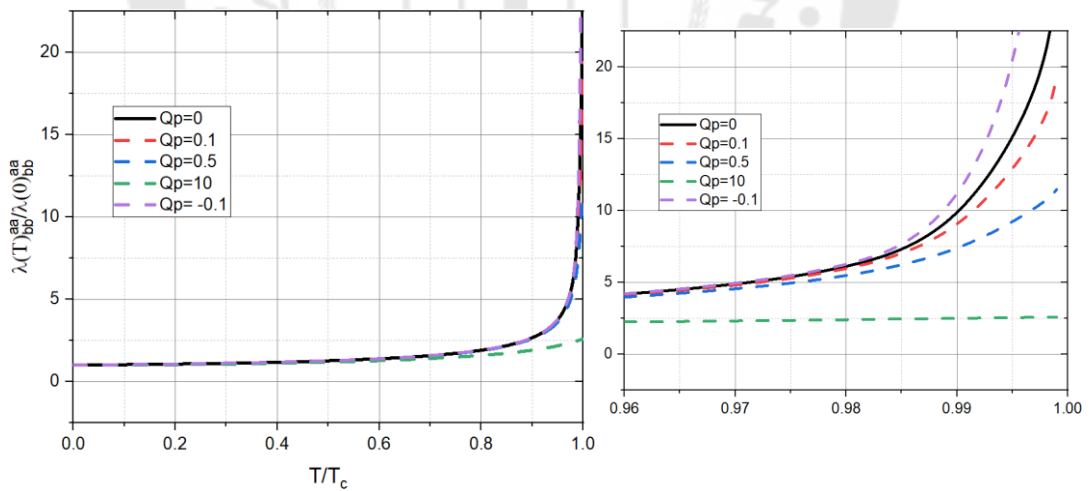
ในค่าพารามิเตอร์ต่างๆของ LaSrCuO

$\omega_D = 400 \text{ K}$  ,  $E_F = 5548 \text{ K}$  ,  $\Delta_0 = 73.12 \text{ K}$  ,  $T_c = 40 \text{ K}$  ,  $\lambda_{E_k} = 0.20$  และ  $Qp = 0.1$  โดยใช้ค่า  $\chi$  และ  $\varepsilon_0$  เป็นค่าต่างๆ



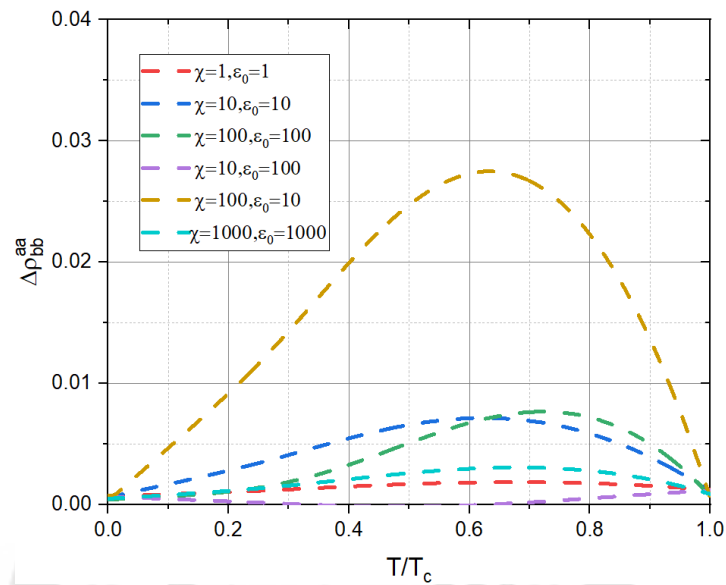
ภาพประกอบ 74 ความลึกซึ้งที่สัมพันธ์กับอุณหภูมิในค่าพารามิเตอร์ต่างๆของ LaSrCuO

$\omega_D = 400 \text{ K}$  ,  $E_F = 5548 \text{ K}$  ,  $\Delta_0 = 73.12 \text{ K}$  ,  $T_c = 40 \text{ K}$  ,  $\chi = 1$  ,  $\varepsilon_0 = 1$  และ  $\lambda_{E_k} = 0.20$  โดยใช้ค่า  $Qp$  เป็นค่าต่างๆ



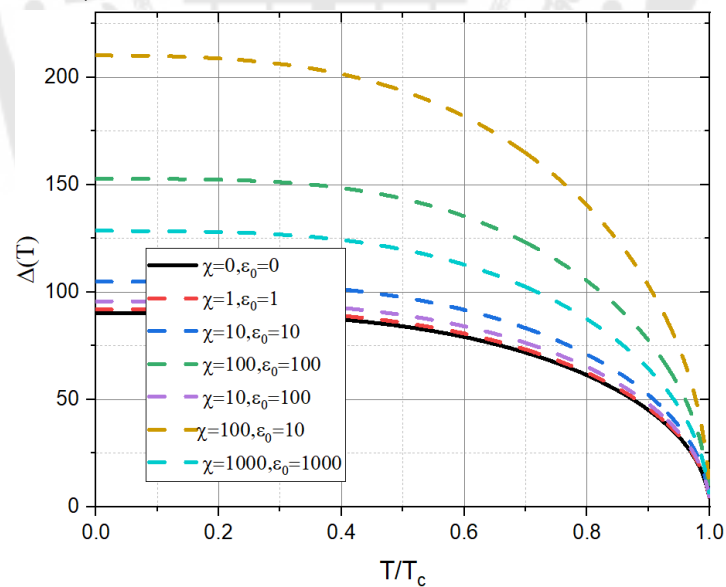
ภาพประกอบ 75 ความลึกซึ้งที่สัมพันธ์กับอุณหภูมิในค่าพารามิเตอร์ต่างๆของ LaSrCuO

นำข้อมูลจากภาพประกอบ 71 มาคำนวณ  $|\rho(\chi, \varepsilon_0) - \rho(0, 0)|$



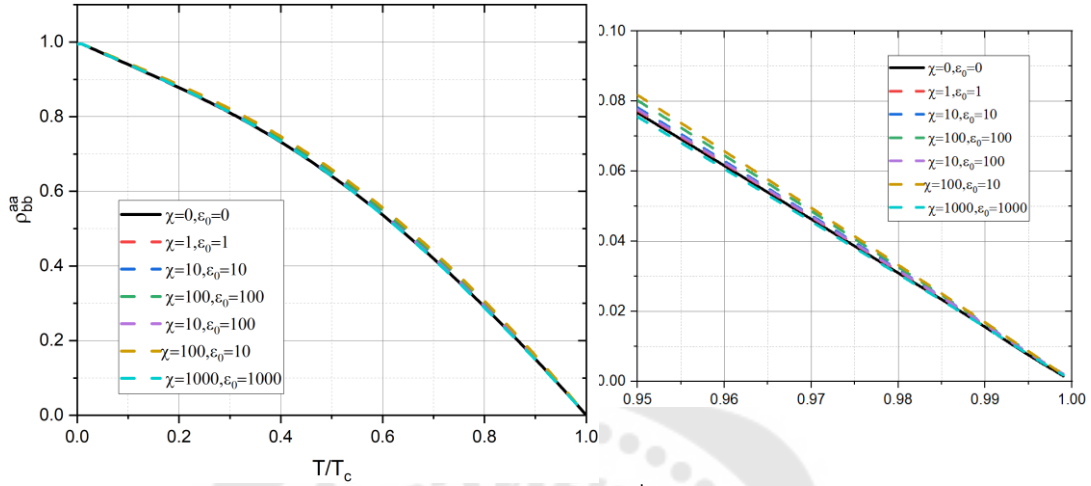
ภาพประกอบ 76 ช่องว่างพลังงานกับอุณหภูมิในค่าพารามิเตอร์ต่างๆของ LaSrCuO

$\omega_d = 400 \text{ K}$ ,  $E_F = 5548 \text{ K}$ ,  $\Delta_0 = 73.12 \text{ K}$ ,  $T_c = 40 \text{ K}$ ,  $\lambda_{E_k} = 0.20$  และ  $Qp = 0.1$  โดยใช้ค่า  $\chi$  และ  $\varepsilon_0$  เป็นค่าต่างๆ



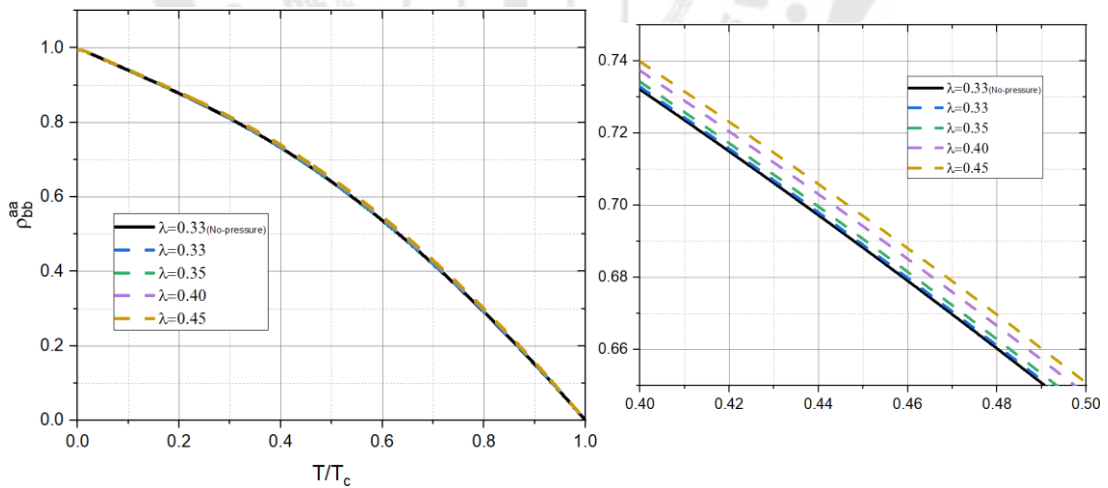
ภาพประกอบ 77 ช่องว่างพลังงานกับอุณหภูมิในค่าพารามิเตอร์ต่างๆของ LaSrCuO

ตัวนำยวดยิ่งชนิด YBaCuO  $\omega_D = 300 K$ ,  $E_F = 8807 K$ ,  $\Delta_0 = 169.79 K$ ,  $T_c = 90 K$ ,  $\lambda_{E_k} = 0.33$  และ  $Qp = 0.1$  โดยใช้ค่า  $\chi$  และ  $\varepsilon_0$  เป็นค่าต่างๆ



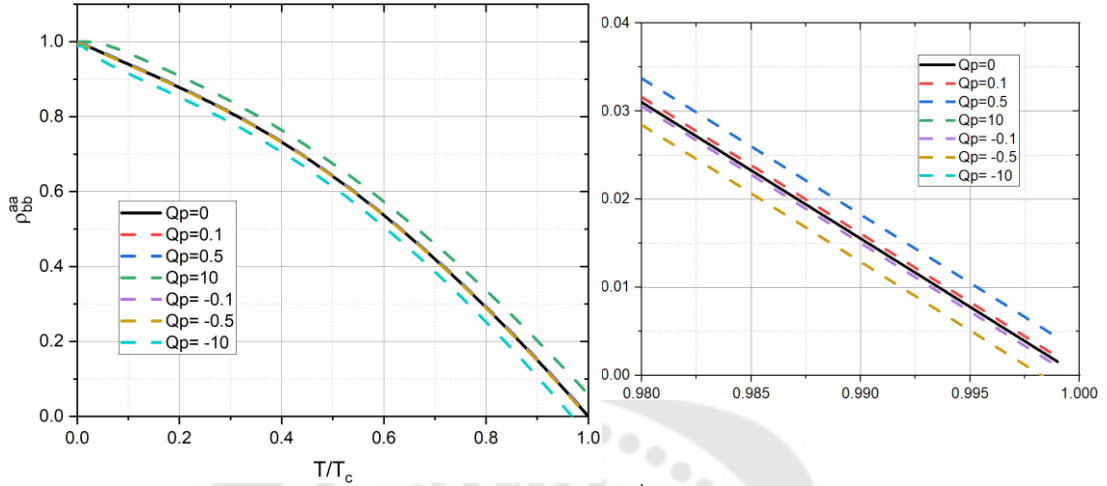
ภาพประกอบ 78 ความหนาแน่นของของไหลยวดยิ่งกับอุณหภูมิในค่าพารามิเตอร์ต่างๆ และที่ความดันต่างๆของ YBaCuO

$\omega_D = 300 K$ ,  $E_F = 8807 K$ ,  $\Delta_0 = 169.79 K$ ,  $T_c = 90 K$ ,  $\chi = 1$ ,  $\varepsilon_0 = 1$  และ  $Qp = 0.1$  โดยใช้ค่า  $\lambda_{E_k}$  เป็นค่าต่างๆ



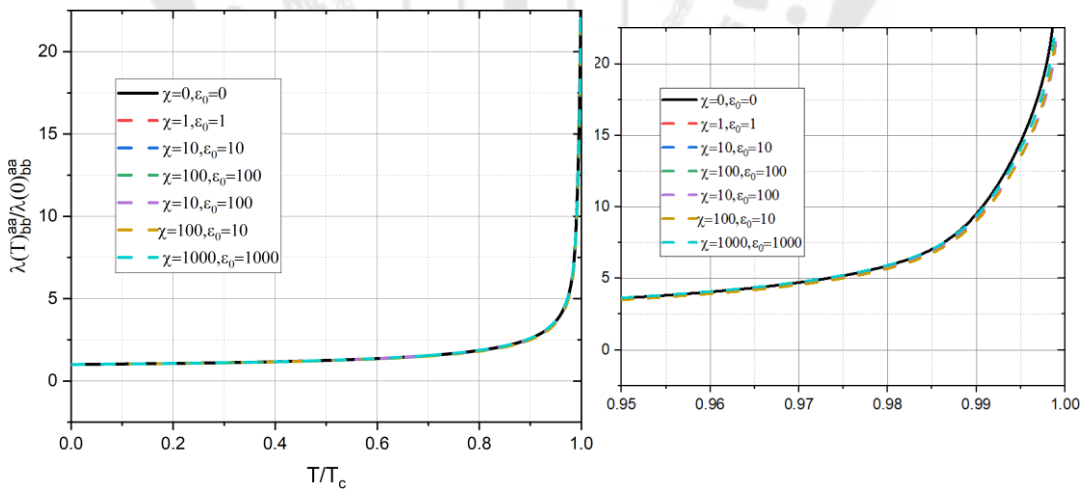
ภาพประกอบ 79 ความหนาแน่นของของไหลยวดยิ่งกับอุณหภูมิในค่าพารามิเตอร์ต่างๆ และที่ความดันต่างๆของ YBaCuO

$\omega_d = 300 K$ ,  $E_F = 8807 K$ ,  $\Delta_0 = 169.79 K$ ,  $T_c = 90 K$ ,  $\chi = 1$ ,  $\varepsilon_0 = 1$  และ  $\lambda_{E_k} = 0.33$  โดยใช้ค่า  $Qp$  เป็นค่าต่างๆ



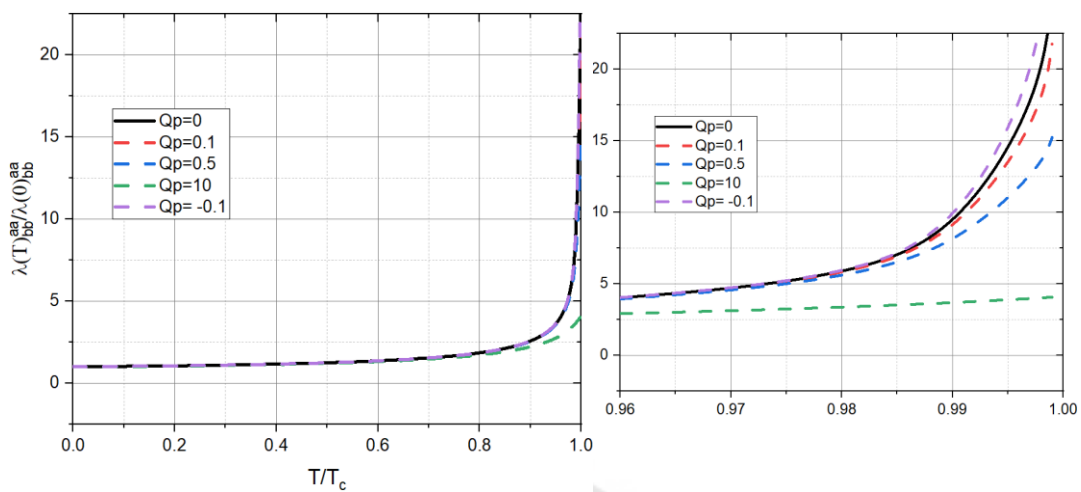
ภาพประกอบ 80 ความหนาแน่นของของไหลวดยิ่งกับอุณหภูมิในค่าพารามิเตอร์ต่างๆ และที่ความดันต่างๆของ YBaCuO

$\omega_d = 300 K$ ,  $E_F = 8807 K$ ,  $\Delta_0 = 169.79 K$ ,  $T_c = 90 K$ ,  $\lambda_{E_k} = 0.33$  และ  $Qp = 0.1$  โดยใช้ค่า  $\chi$  และ  $\varepsilon_0$  เป็นค่าต่างๆ



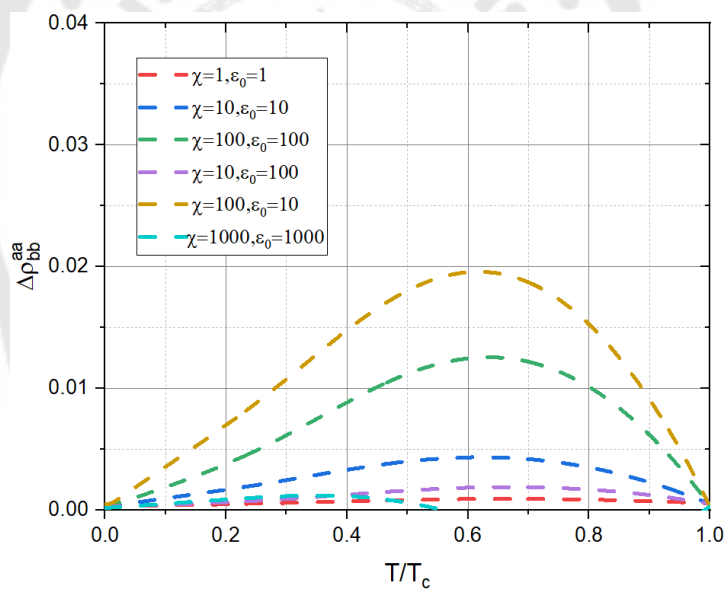
ภาพประกอบ 81 ความลึกขาบซึมได้กับอุณหภูมิในค่าพารามิเตอร์ต่างๆของ YBaCuO

$\omega_d = 300 K$ ,  $E_F = 8807 K$ ,  $\Delta_0 = 169.79 K$ ,  $T_c = 90 K$ ,  $\chi = 1$ ,  $\varepsilon_0 = 1$  และ  $\lambda_{E_k} = 0.33$  โดยใช้ค่า  $Qp$  เป็นค่าต่างๆ



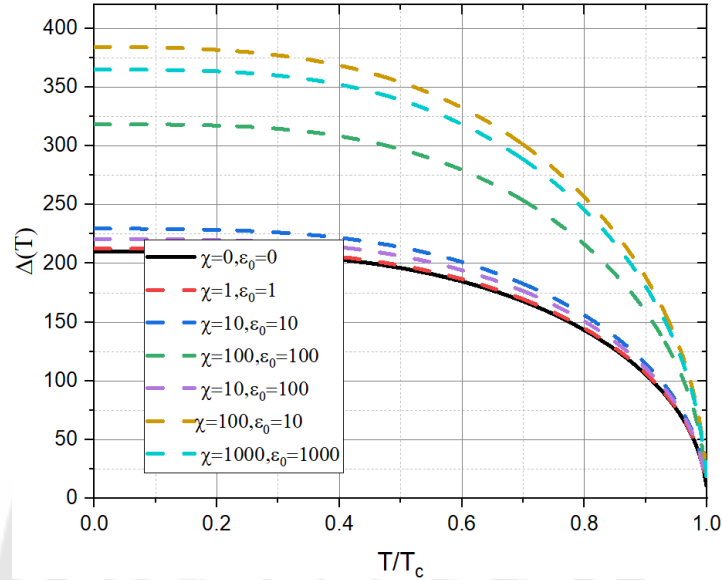
ภาพประกอบ 82 ความลึกซาชิมี่ได้กับอุณหภูมิในค่าพารามิเตอร์ต่างๆของ YBaCuO

นำข้อมูลจากภาพประกอบ 78 มาคำนวณ  $|\rho(\chi, \varepsilon_0) - \rho(0, 0)|$



ภาพประกอบ 83 ช่องว่างพลังงานกับอุณหภูมิในค่าพารามิเตอร์ต่างๆของ YBaCuO

$\omega_D = 300 \text{ K}$ ,  $E_F = 8807 \text{ K}$ ,  $\Delta_0 = 169.79 \text{ K}$ ,  $T_c = 90 \text{ K}$ ,  $\lambda_{E_k} = 0.30$  และ  $Qp = 0.1$  โดยใช้ค่า  $\chi$  และ  $\varepsilon_0$  เป็นค่าต่างๆ



ภาพประกอบ 84 ช่องว่างพลังงานกับอุณหภูมิในค่าพารามิเตอร์ต่างๆของ YBaCuO

## 2. สำหรับการคำนวณเชิงเส้น

สมการอุณหภูมิวิกฤติ

$$T_c(\chi, \varepsilon_0, Qp) = \left( \frac{\omega_D + Qp}{\omega_D} \right) \cdot T_c(0, 0, 0) \cdot \exp \left[ \frac{\chi}{(\varepsilon_0 + Qp)} \tanh \left( \frac{\varepsilon_0 + Qp}{2T_c(\chi, \varepsilon_0, Qp)} \right) \right]$$

### 2.1 กรณีช่องว่างพลังงานเป็นคลื่นเอสและไม่ขึ้นกับทิศทาง

สมการความหนาแน่นของของไหลยวดยิ่ง 1 มิติ กรณี  $T \rightarrow 0$

$$\rho(T) \approx 1 - \sqrt{\frac{2\pi\Delta(0)}{T}} \left\{ 1 - \frac{2}{\sqrt{\pi}} \tanh(Qp) \right\} \cdot \exp \left( -\frac{\Delta(0)}{T} \right)$$

สมการความลึกซาบซึมได้ 1 มิติ กรณี  $T \rightarrow 0$

$$\lambda(T) \approx \lambda(0) \left( 1 + \sqrt{\frac{\pi\Delta(0)}{2T}} \left\{ 1 - \frac{2}{\sqrt{\pi}} \tanh(Qp) \right\} \cdot \exp \left( -\frac{\Delta(0)}{T} \right) \right)$$

สมการช่องว่างพลังงาน กรณี  $T=0$

$$\Delta(0, \chi, \varepsilon_0, p) = \Delta(0, 0, 0, 0) \left( \frac{\omega_D + Qp}{\omega_D} \right) \exp \left( \frac{\chi}{\sqrt{(\varepsilon_0 + Qp)^2 + \Delta^2(0, \chi, \varepsilon_0, p)}} \right)$$



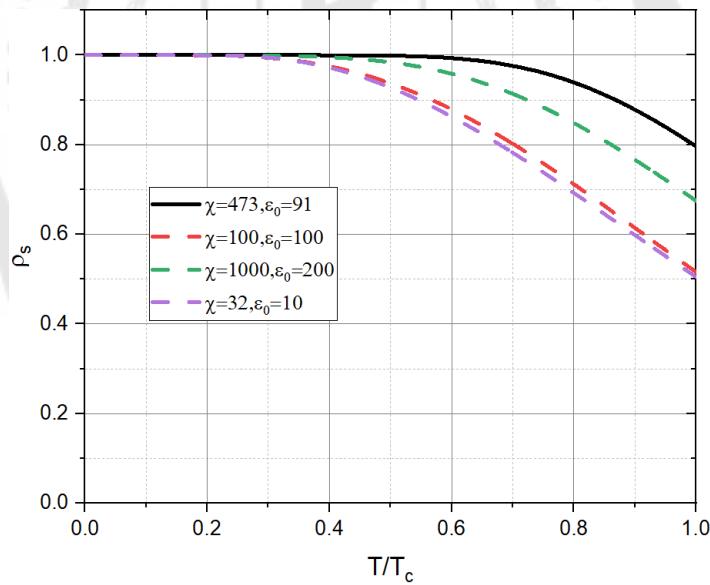
สมการช่องว่างพลังงาน กรณี  $T \rightarrow 0$

$$\ln\left(\frac{\Delta(T)}{\Delta(0)}\right) = \frac{\chi}{\sqrt{(\varepsilon_0 + Qp)^2 + \Delta^2(T)}} - \frac{\chi}{\sqrt{(\varepsilon_0 + Qp)^2 + \Delta^2(0)}} - 2e^{-\Delta(0)/T} \sqrt{\frac{\pi T}{2\Delta(0)}} \left\{ \frac{2}{\sqrt{\pi}} \tanh\left(\frac{\omega_D + Qp}{\sqrt{2T\Delta(0)}}\right) \right\}$$

$$\Delta(T) = \Delta(0) - \left( 2\Delta(0) + \frac{1}{\alpha\Delta(0)} \right) \pm \sqrt{\frac{\left( 2\Delta(0) + \frac{1}{\alpha\Delta(0)} \right)^2 - 4\frac{C_1}{\alpha\Delta(0)}}{2}}$$

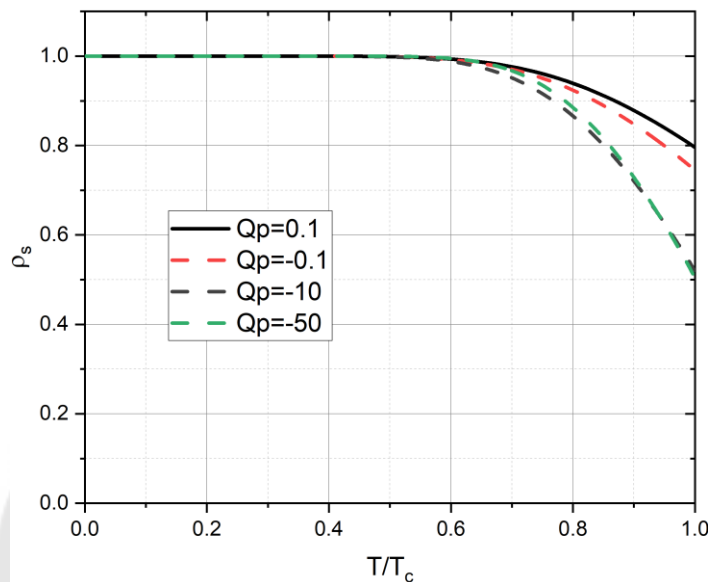
$$\text{เมื่อ } \alpha = \frac{\chi}{2(\varepsilon_0 + Qp)^3} \text{ และ } C_1 = e^{-\Delta(0)/T} \sqrt{2\pi\Delta(0)T} \left\{ \frac{2}{\sqrt{\pi}} \tanh\left(\frac{\omega_D + Qp}{\sqrt{2T\Delta(0)}}\right) \right\}$$

ตัวนำยวดยิ่งชนิด  $H_3S$   $\omega_D = 1560 K$ ,  $\Delta_0 = 179.29 K$ ,  $T_c = 200.8 K$ ,  $\lambda_{E_k} = 0.30$  และ  $Qp = 0.1$  โดยใช้ค่า  $\chi$  และ  $\varepsilon_0$  เป็นค่าต่างๆ



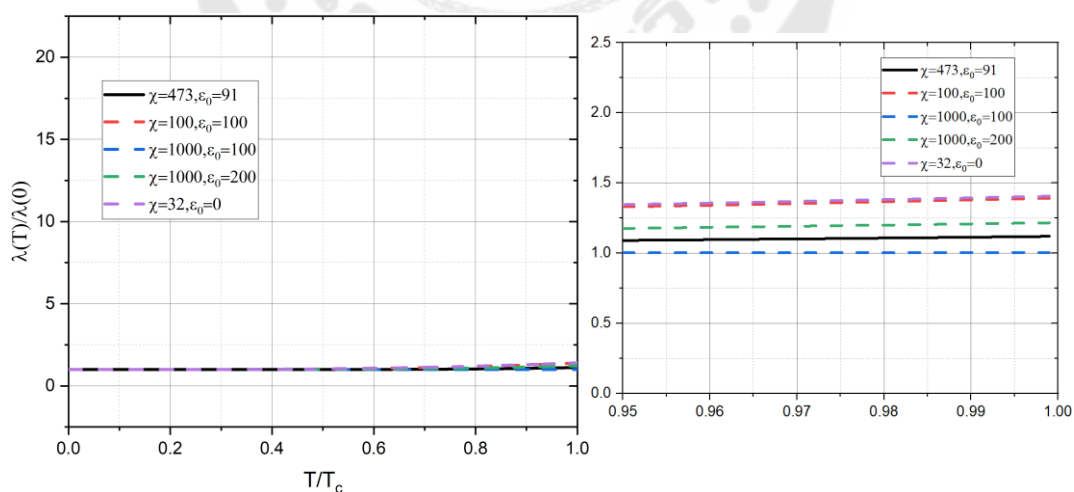
ภาพประกอบ 85 ความหนาแน่นของช่องโหลยวดยิ่งกับอุณหภูมิในค่าพารามิเตอร์ต่างๆ และที่ความดันต่างๆของ  $H_3S$

$\omega_d = 1560 \text{ K}$  ,  $\Delta_0 = 179.29 \text{ K}$  ,  $T_c = 200.8 \text{ K}$  ,  $\chi = 473$  ,  $\varepsilon_0 = 91$  และ  $\lambda_{E_k} = 0.30$  โดยใช้  $Qp$  เป็นค่าต่างๆ



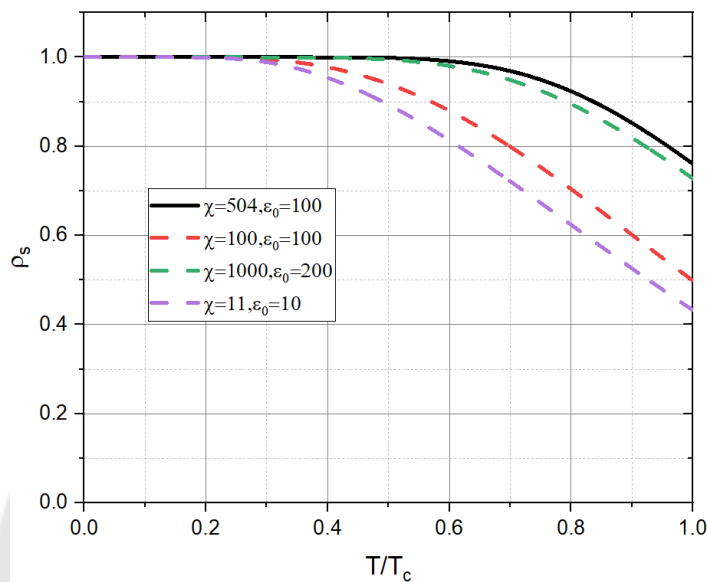
ภาพประกอบ 86 ความหนาแน่นของของไหลยวดยิ่งกับอุณหภูมิในค่าพารามิเตอร์ต่างๆ และที่ความดันต่างๆของ  $\text{H}_3\text{S}$

$\omega_d = 1560 \text{ K}$  ,  $\Delta_0 = 179.29 \text{ K}$  ,  $T_c = 200.8 \text{ K}$  ,  $\lambda_{E_k} = 0.30$  และ  $Qp = 0.1$  โดยใช้ค่า  $\chi$  และ  $\varepsilon_0$  เป็นค่าต่างๆ



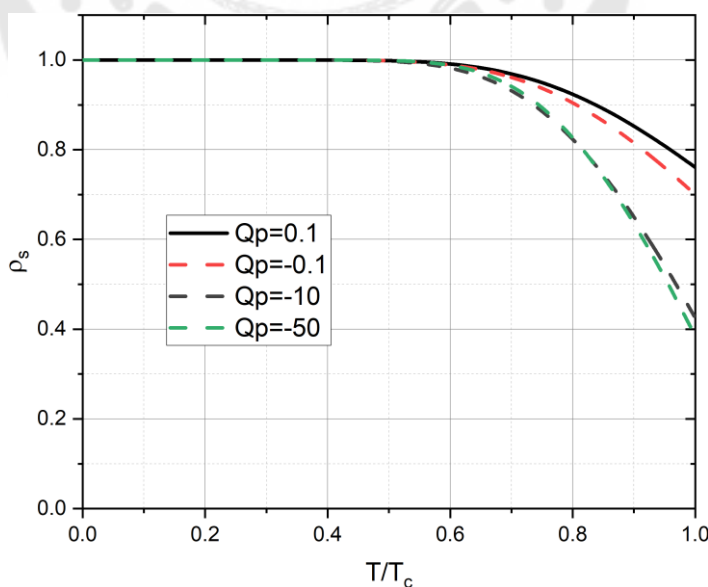
ภาพประกอบ 87 ความลึกขาบซึมได้กับอุณหภูมิในค่าพารามิเตอร์ต่างๆของ  $\text{H}_3\text{S}$

ตัวนำยวดยิ่งชนิด  $\text{LaH}_{10}$   $\omega_D = 1310 \text{ K}$  ,  $\Delta_0 = 219.09 \text{ K}$  ,  $T_c = 240 \text{ K}$  และ  $\lambda_{E_k} = 0.35$  โดยใช้  $Qp = 0.1$  และใช้ค่า  $\chi$  และ  $\varepsilon_0$  เป็นค่าต่างๆ



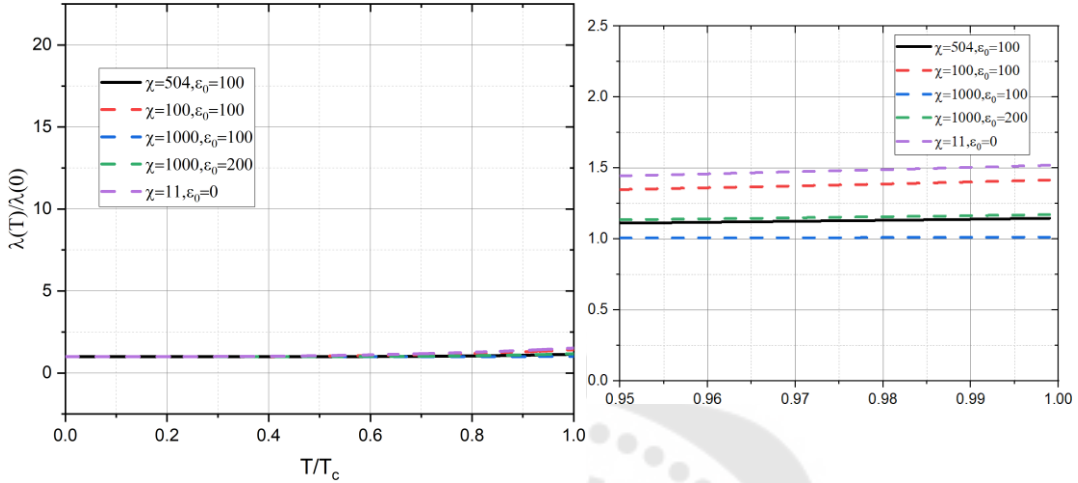
ภาพประกอบ 88 ความหนาแน่นของของไหลยวดยิ่งกับอุณหภูมิในค่าพารามิเตอร์ต่างๆ และที่ความดันต่างๆของ  $\text{LaH}_{10}$

$\omega_D = 1310 \text{ K}$  ,  $\Delta_0 = 219.09 \text{ K}$  ,  $T_c = 240 \text{ K}$  ,  $\chi = 504$  ,  $\varepsilon_0 = 100$  และ  $\lambda_{E_k} = 0.35$  โดยใช้  $Qp$  เป็นค่าต่างๆ



ภาพประกอบ 89 ความหนาแน่นของของไหลยวดยิ่งกับอุณหภูมิในค่าพารามิเตอร์ต่างๆ และที่ความดันต่างๆของ  $\text{LaH}_{10}$

$\omega_D = 1310 \text{ K}$  ,  $\Delta_0 = 219.09 \text{ K}$  ,  $T_c = 240 \text{ K}$  ,  $\lambda_{E_k} = 0.35$  และ  $Qp = 0.1$  โดยใช้ค่า  $\chi$  และ  $\varepsilon_0$  เป็นค่าต่างๆ



ภาพประกอบ 90 ความลึกขาคิมได้กับอุณหภูมิในค่าพารามิเตอร์ต่างๆของ  $\text{LaH}_{10}$

## 2.2 กรณีช่องว่างพลังงานเป็นคลื่นเอสและขึ้นกับทิศทาง

สมการความหนาแน่นของของไหลยวดยิ่งใน 3 มิติของช่องว่างพลังงานรูปทรงรี  
สำหรับระนาบเอบี

$$\rho_{bb}^{aa} \cong 1 - 3 \left( 1 - \frac{2}{\sqrt{\pi}} \tanh(Qp) \right) \cdot \sqrt{\frac{\pi \Delta(0)}{2T}} \cdot e^{-\frac{\Delta(0)}{T}} \left\{ \left( 8A^2 \left( 1 - \frac{A'}{2} \right) - 4A(1-A') - 3A' \right) \frac{\tanh(\sqrt{A})}{8A^2 \sqrt{A}} e^A \right. \\ \left. + \frac{1}{2A} \left( 1 - \frac{1}{2} A' \left( 1 - \frac{3}{2A} \right) \right) \right\}$$

สำหรับแกนซี

$$\rho_{cc} \cong 1 - 3 \left( 1 - \frac{2}{\sqrt{\pi}} \tanh(Qp) \right) \cdot \sqrt{\frac{2\pi \Delta(0)}{T}} \cdot e^{-\frac{\Delta(0)}{T}} \cdot \left( \left( 4A \left( 1 - \frac{A'}{2} \right) + 3A' \right) \frac{\tanh(\sqrt{A})}{8A^2 \sqrt{A}} e^A - \frac{1}{2A} \left( 1 + \frac{3A'}{4A} \right) \right)$$

$$\text{โดย } A = \frac{\Delta(0)}{T} \cdot A' \text{ และ } A' = \frac{a'}{1+a'}$$

สมการความลึกขาคิมได้ใน 3 มิติของช่องว่างพลังงานรูปทรงรี

สำหรับระนาบเอบี

$$\frac{\lambda_{bb}^{aa}(T)}{\lambda_{bb}^{aa}(0)} = 1 + 3 \left( 1 - \frac{2}{\sqrt{\pi}} \tanh(Qp) \right) \cdot \sqrt{\frac{\pi \Delta(0)}{8T}} \cdot e^{-\frac{\Delta(0)}{T}} \left\{ \left( 8A^2 \left( 1 - \frac{A'}{2} \right) - 4A(1-A') - 3A' \right) \frac{\tanh(\sqrt{A})}{8A^2 \sqrt{A}} e^A \right. \\ \left. + \frac{1}{2A} \left( 1 - \frac{1}{2} A' \left( 1 - \frac{3}{2A} \right) \right) \right\}$$

สำหรับแกนซี

$$\frac{\lambda_{cc}(T)}{\lambda_{cc}(0)} \approx 1 + 3\left(1 - \frac{2}{\sqrt{\pi}} \tanh(Qp)\right) \cdot \sqrt{\frac{\pi\Delta(0)}{2T}} \cdot e^{-\frac{\Delta(0)}{T}} \cdot \left( \left(4A\left(1 - \frac{A'}{2}\right) + 3A'\right) \frac{\tanh(\sqrt{A})}{8A^2\sqrt{A}} e^A - \frac{1}{2A} \left(1 + \frac{3A'}{4A}\right) \right)$$

$$\text{โดย } A = \frac{\Delta(0)}{T} \cdot A' \text{ และ } A' = \frac{a'}{1+a'}$$

สมการความหนาแน่นของของไหลยวดยิ่งใน 3 มิติของช่องว่างพลังงานรูปแพนเค้ก กรณี  $a' = -a$

สำหรับระนาบเอบี

$$\rho_{bb}^{aa} \approx 1 - 3\left(1 - \frac{2}{\sqrt{\pi}} \tanh(Qp)\right) \sqrt{\frac{\pi\Delta(0)}{2T}} e^{-\frac{\Delta(0)}{T}} \left( (B(16B - 8 + 2a) - 3a) \frac{\tanh(\sqrt{B})}{16B^2\sqrt{B}} + \left(1 + \frac{3a}{8B}\right) \frac{e^{-B}}{2B} \right)$$

สำหรับแกนซี

$$\rho_{cc} \approx 1 - 3\left(1 - \frac{2}{\sqrt{\pi}} \tanh(Qp)\right) \sqrt{\frac{2\pi\Delta(0)}{T}} e^{-\frac{\Delta(0)}{T}} \left( \left(8B + \frac{3a}{4}\right) \frac{\tanh(\sqrt{B})}{16B^2\sqrt{B}} - \left(1 + \frac{a}{4} + \frac{3a}{8B}\right) \frac{e^{-B}}{2B} \right)$$

$$\text{โดย } B = \frac{\Delta(0)}{T} \frac{a'}{2}$$

สมการความลึกขาบซีมีได้ใน 3 มิติของช่องว่างพลังงานรูปแพนเค้ก กรณี  $a' = -a$

สำหรับระนาบเอบี

$$\frac{\lambda_{bb}^{aa}(T)}{\lambda_{bb}^{aa}(0)} \approx 1 + 3\left(1 - \frac{2}{\sqrt{\pi}} \tanh(Qp)\right) \sqrt{\frac{\pi\Delta(0)}{8T}} e^{-\frac{\Delta(0)}{T}} \left( (B(16B - 8 + 2a) - 3a) \frac{\tanh(\sqrt{B})}{16B^2\sqrt{B}} + \left(1 + \frac{3a}{8B}\right) \frac{e^{-B}}{2B} \right)$$

สำหรับแกนซี

$$\frac{\lambda_{cc}(T)}{\lambda_{cc}(0)} \approx 1 + 3\left(1 - \frac{2}{\sqrt{\pi}} \tanh(Qp)\right) \sqrt{\frac{\pi\Delta(0)}{2T}} e^{-\frac{\Delta(0)}{T}} \left( \left(8B + \frac{3a}{4}\right) \frac{\tanh(\sqrt{B})}{16B^2\sqrt{B}} - \left(1 + \frac{a}{4} + \frac{3a}{8B}\right) \frac{e^{-B}}{2B} \right)$$

$$\text{โดย } B = \frac{\Delta(0)}{T} \frac{a'}{2}$$

สมการความหนาแน่นของของไหลยวดยิ่งใน 3 มิติของช่องว่างพลังงานรูปแพนเค้ก กรณี  $a' = a$

สำหรับระนาบเอบี

$$\rho_{bb}^{aa} \approx 1 - 3\left(1 - \frac{2}{\sqrt{\pi}} \tanh(Qp)\right) \sqrt{\frac{\pi\Delta(0)}{2T}} e^{-\frac{\Delta(0)}{T}} \left( (B(16B - 8 - 2a) - 3a) \frac{-i \tanh(\sqrt{iB})}{16B^2\sqrt{B}} - \left(1 + \frac{3a}{8B}\right) \frac{e^B}{2B} \right)$$

สำหรับแกนซี

$$\rho_{cc} \approx 1 - 3\left(1 - \frac{2}{\sqrt{\pi}} \tanh(Qp)\right) \sqrt{\frac{2\pi\Delta(0)}{T}} e^{-\frac{\Delta(0)}{T}} \left( (8B + 3a) \frac{i \tanh(\sqrt{iB})}{16B^2\sqrt{B}} + \left(1 - \left(\frac{a}{4}\right) + \frac{3a}{8B}\right) \frac{e^B}{2B} \right)$$

$$\text{โดย } B = \frac{\Delta(0)}{T} \frac{a'}{2}$$

สมการความถี่ลักษณะได้ใน 3 มิติของช่องว่างพลังงานรูปแบนด์กริด กรณี  $a' = a$

สำหรับระนาบเอบี

$$\frac{\lambda_{bb}^{aa}(T)}{\lambda_{bb}^{aa}(0)} \approx 1 + 3\left(1 - \frac{2}{\sqrt{\pi}} \tanh(Qp)\right) \sqrt{\frac{\pi\Delta(0)}{8T}} e^{-\frac{\Delta(0)}{T}} \left( (B(16B-8-2a)-3a) \frac{-i \tanh(\sqrt{iB})}{16B^2\sqrt{B}} - \left(1 + \frac{3a}{8B}\right) \frac{e^B}{2B} \right)$$

สำหรับแกนซี

$$\frac{\lambda_{cc}(T)}{\lambda_{cc}(0)} \approx 1 + 3\left(1 - \frac{2}{\sqrt{\pi}} \tanh(Qp)\right) \sqrt{\frac{\pi\Delta(0)}{2T}} e^{-\frac{\Delta(0)}{T}} \left( (8B+3a) \frac{i \tanh(\sqrt{iB})}{16B^2\sqrt{B}} e^B + \left(1 - \left(\frac{a}{4}\right) + \frac{3a}{8B}\right) \frac{e^B}{2B} \right)$$

$$\text{โดย } B = \frac{\Delta(0)}{T} \frac{a'}{2}$$

สมการช่องว่างพลังงาน กรณี  $T = 0$

$$\Delta(0, \chi, \varepsilon_0, p) = \Delta(0, 0, 0, 0) \left( \frac{\omega_d + Qp}{\omega_d} \right) \exp \left( \frac{\chi}{\sqrt{(\varepsilon_0 + Qp)^2 + (\Delta(0, \chi, \varepsilon_0, p) \cdot f(\theta, \varphi))^2}} \right)$$

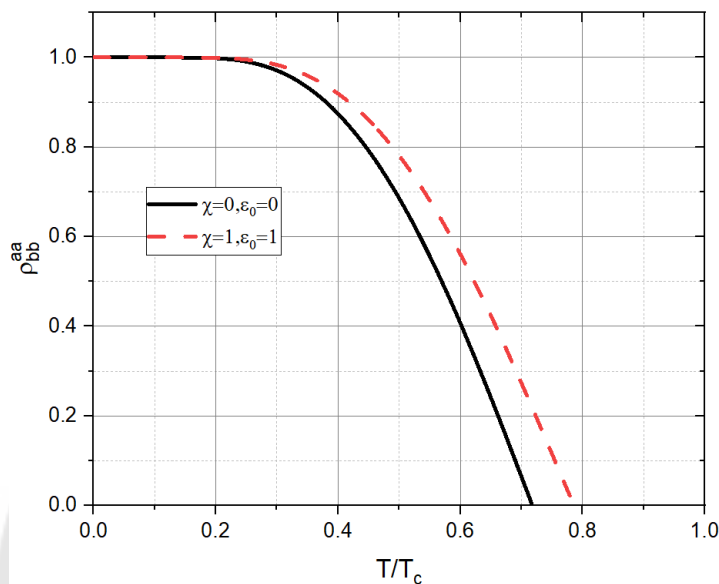
สมการช่องว่างพลังงาน กรณี  $T \rightarrow 0$

$$\ln \left( \frac{\Delta(T)}{\Delta(0)} \right) = \frac{\chi}{\sqrt{(\varepsilon_0 + Qp)^2 + (\Delta(T) \cdot f(\theta, \varphi))^2}} - \frac{\chi}{\sqrt{(\varepsilon_0 + Qp)^2 + (\Delta(0) \cdot f(\theta, \varphi))^2}} - 2e^{-\Delta(0) \cdot f(\theta, \varphi) / T} \sqrt{\frac{\pi T}{2\Delta(0) \cdot f(\theta, \varphi)}} \left\{ \frac{2}{\sqrt{\pi}} \tanh \left( \frac{\omega_d + Qp}{\sqrt{2T\Delta(0) f(\theta, \varphi)}} \right) \right\}$$

$$\Delta(T) = \Delta(0) - \left( 2\Delta(0) + \frac{1}{\beta\Delta(0)} \right) \pm \sqrt{\frac{\left( 2\Delta(0) + \frac{1}{\beta\Delta(0)} \right)^2 - 4 \frac{C_2}{\beta\Delta(0)}}{2}}$$

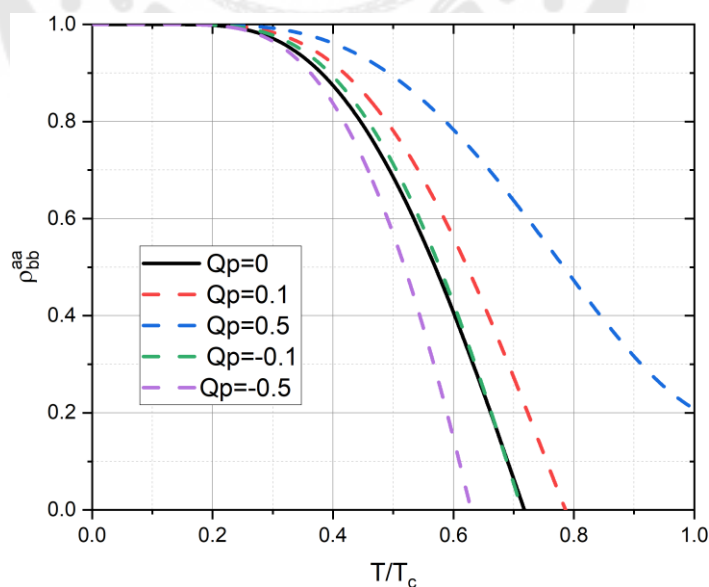
$$\text{เมื่อ } \beta = \frac{\chi f^2(\theta, \varphi)}{2(\varepsilon_0 + Qp)^3} \text{ และ } C_2 = e^{-\Delta(0) \cdot f(\theta, \varphi) / T} \sqrt{\frac{2\pi\Delta(0)T}{f(\theta, \varphi)}} \left\{ \frac{2}{\sqrt{\pi}} \tanh \left( \frac{\omega_d + Qp}{\sqrt{2T\Delta(0) f(\theta, \varphi)}} \right) \right\}$$

ตัวนำยวดยิ่งชนิด CaAlSi  $\omega_D = 226 \text{ K}$ ,  $\Delta_0 = 15.67 \text{ K}$ ,  $T_c = 7.7 \text{ K}$ ,  $\lambda_{E_k} = 0.32$ ,  $a' = 0.1$  และ  $Qp = 0.1$  โดยใช้ค่า  $\chi$  และ  $\varepsilon_0$  เป็นค่าต่างๆ



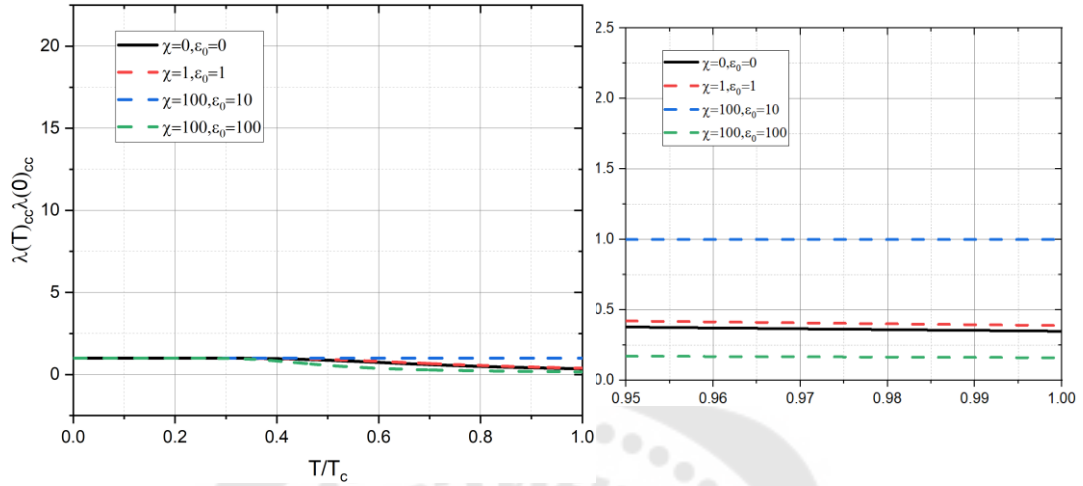
ภาพประกอบ 91 ความหนาแน่นของของไหลยวดยิ่งองค์ประกอบระนาบเอบีในพารามิเตอร์ต่างๆ ของตัวนำยวดยิ่งชนิด CaAlSi ช่องว่างพลังงานรูปทรงรี

$\omega_D = 226 \text{ K}$ ,  $\Delta_0 = 15.67 \text{ K}$ ,  $T_c = 7.7 \text{ K}$ ,  $\lambda_{E_k} = 0.32$ ,  $\chi = 1$ ,  $\varepsilon_0 = 1$ , และ  $a' = 0.1$  โดยใช้  $Qp$  เป็นค่าต่างๆ



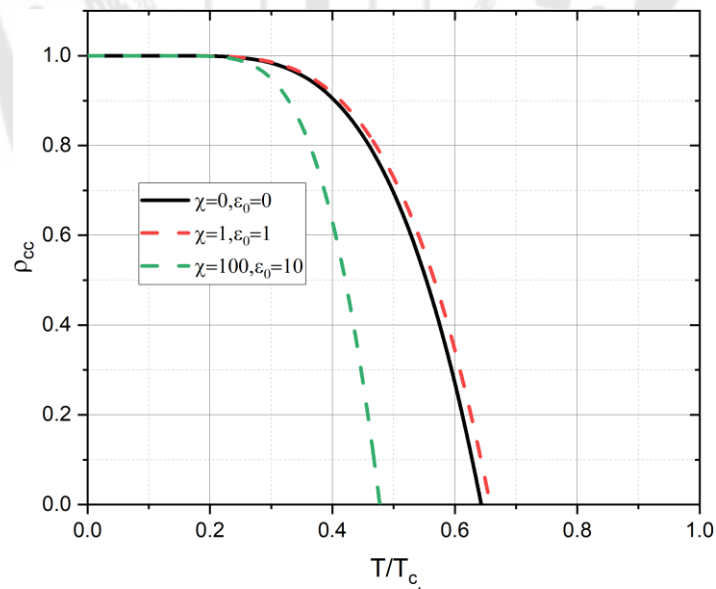
ภาพประกอบ 92 ความหนาแน่นของของไหลยวดยิ่งองค์ประกอบระนาบเอบีในพารามิเตอร์ต่างๆ ของตัวนำยวดยิ่งชนิด CaAlSi ช่องว่างพลังงานรูปทรงรี

$\omega_D = 226 \text{ K}$  ,  $\Delta_0 = 15.67 \text{ K}$  ,  $T_c = 7.7 \text{ K}$  ,  $\lambda_{E_k} = 0.32$  ,  $a' = 0.1$  และ  $Qp = 0.1$  โดยใช้ค่า  $\chi$  และ  $\varepsilon_0$  เป็นค่าต่างๆ



ภาพประกอบ 93 ความลึกซำบซำมได้องค้ประกอบแกนซำในพารำมิเตอร์ต่างๆ  
ของตัวนำยวดยิ่งชนิด CaAlSi ช่องว่างพลังงานรูปทรงรี

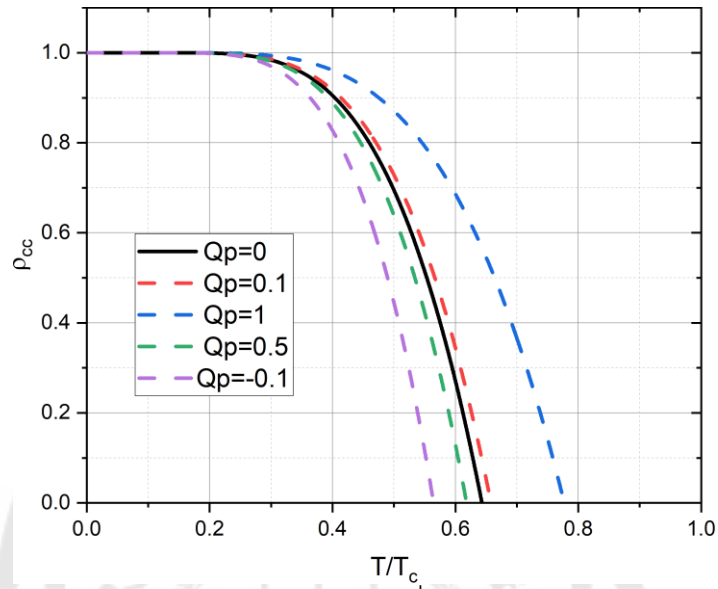
$\omega_D = 226 \text{ K}$  ,  $\Delta_0 = 15.67 \text{ K}$  ,  $T_c = 7.7 \text{ K}$  ,  $\lambda_{E_k} = 0.32$  ,  $a' = 0.44$  และ  $Qp = 0.1$  โดยใช้ค่า  $\chi$  และ  $\varepsilon_0$  เป็นค่าต่างๆ



ภาพประกอบ 94 ความหนาแน่นของช่องไหลยวดยิ่งองค้ประกอบแกนซำในพารำมิเตอร์ต่างๆ  
ของตัวนำยวดยิ่งชนิด CaAlSi ช่องว่างพลังงานรูปแพนเค้ก

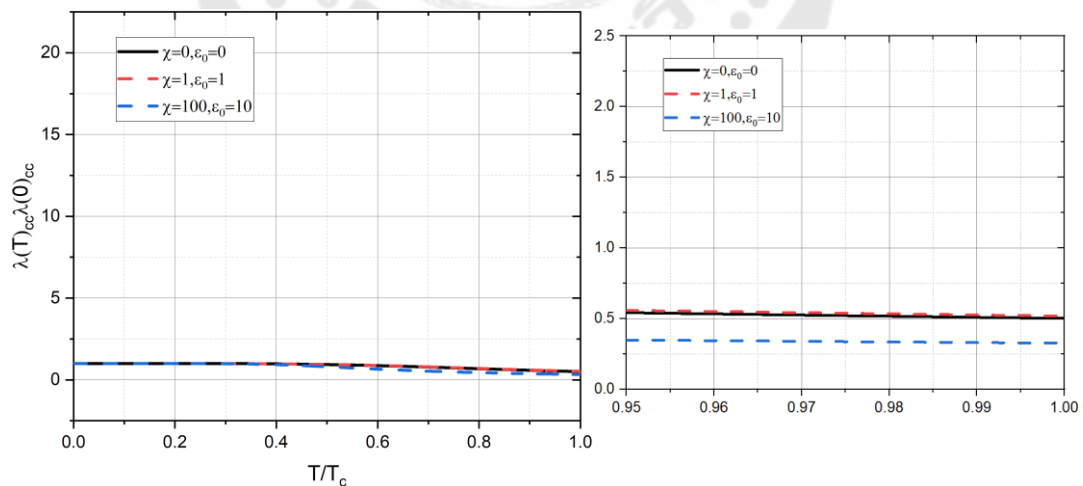


$\omega_d = 226 \text{ K}$ ,  $\Delta_0 = 15.67 \text{ K}$ ,  $T_c = 7.7 \text{ K}$ ,  $\chi = 1$ ,  $\varepsilon_0 = 1$ ,  $a' = 0.44$  และ  $\lambda_{E_k} = 0.32$  โดยใช้  $Qp$  เป็นค่าต่างๆ



ภาพประกอบ 95 ความหนาแน่นของของไหลยวดยิ่งองค์ประกอบแกนซีในพารามิเตอร์ต่างๆ ของตัวนำยวดยิ่งชนิด CaAlSi ช่องว่างพลังงานรูปแพนเค้ก  $a'=a$

$\omega_d = 226 \text{ K}$ ,  $\Delta_0 = 15.67 \text{ K}$ ,  $T_c = 7.7 \text{ K}$ ,  $\lambda_{E_k} = 0.32$ ,  $a' = 0.44$  และ  $Qp = 0.1$  โดยใช้ค่า  $\chi$  และ  $\varepsilon_0$  เป็นค่าต่างๆ



ภาพประกอบ 96 ความลึกซำบซึ่มได้อ่งค์ประกอบแกนซีในพารามิเตอร์ต่างๆ ของตัวนำยวดยิ่งชนิด CaAlSi ช่องว่างพลังงานรูปแพนเค้ก  $a'=a$

### 2.3 กรณีช่องว่างพลังงานเป็นคลื่นดี

สมการความหนาแน่นของของไหลยวดยิ่ง 2 มิติ กรณี  $T \rightarrow 0$

$$\rho_{bb}^{aa}(T) \approx 1 - \sqrt{2} \left\{ 1 - \frac{2}{\sqrt{\pi}} \tanh(Qp) \right\} \frac{T}{\Delta(0)}$$

สมการความลึกขาบซึมได้ 2 มิติ กรณี  $T \rightarrow 0$

$$\frac{\lambda_{bb}^{aa}(T)}{\lambda_{bb}^{aa}(0)} \approx 1 + \frac{\sqrt{2}}{2} \left\{ 1 - \frac{2}{\sqrt{\pi}} \tanh(Qp) \right\} \frac{T}{\Delta(0)}$$

สมการช่องว่างพลังงาน กรณี  $T = 0$

$$\Delta(0, \chi, \varepsilon_0, p) = \Delta(0, 0, 0, 0) \left( \frac{\omega_D + Qp}{\omega_D} \right) \left( \exp \left( \frac{\chi}{2\pi} \left( \frac{4}{\Delta(0, \chi, \varepsilon_0, p)} - 3.5255 \frac{(\varepsilon_0 + Qp)^2}{\Delta^3(0, \chi, \varepsilon_0, p)} \right) \right) \right)^{-1/2}$$

สมการช่องว่างพลังงาน กรณี  $T \rightarrow 0$

$$\ln \left( \frac{\Delta(T)}{\Delta(0)} \right) = \frac{\chi}{\sqrt{(\varepsilon_0 + Qp)^2 + (\Delta(T) \cdot \cos(2\theta))^2}} - \frac{\chi}{\sqrt{(\varepsilon_0 + Qp)^2 + (\Delta(0) \cdot \cos(2\theta))^2}}$$

$$- 2e^{-\Delta(0) \cdot \cos(2\theta)/T} \frac{\sqrt{\frac{\pi T}{2\Delta(0) \cdot \cos(2\theta)}} \left\{ \frac{2}{\sqrt{\pi}} \tanh \left( \frac{\omega_D + Qp}{\sqrt{2T\Delta(0) \cos(2\theta)}} \right) \right\}}$$

$$\Delta(T) = \Delta(0) - \left( 2\Delta(0) + \frac{1}{\gamma\Delta(0)} \right) \pm \sqrt{\frac{\left( 2\Delta(0) + \frac{1}{\gamma\Delta(0)} \right)^2 - 4 \frac{C_3}{\gamma\Delta(0)}}{2}}$$

เมื่อ  $\gamma = \frac{\chi \cdot \cos^2(2\theta)}{2(\varepsilon_0 + Qp)^3}$  และ  $C_3 = e^{-\Delta(0) \cdot \cos(2\theta)/T} \frac{\sqrt{2\pi\Delta(0)T}}{\cos(2\theta)} \left\{ \frac{2}{\sqrt{\pi}} \tanh \left( \frac{\omega_D + Qp}{\sqrt{2T\Delta(0) \cdot \cos(2\theta)}} \right) \right\}$

สมการช่องว่างพลังงาน กรณี  $T = 0$  ( Van Holve Singularity function)

$$\frac{1}{\lambda_{E_k}} \approx \frac{1}{4\pi} \int_0^{2\pi} d\theta \cos^2(2\theta)$$

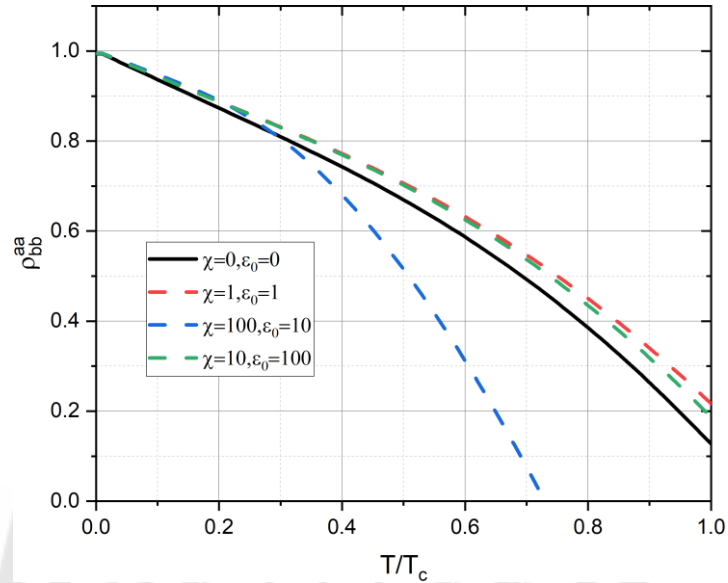
$$\cdot \left[ \frac{\pi^2}{12} - \frac{\ln(2)^2}{2} + \ln(2) \ln \left( \frac{E_F}{Qp} \right) + \ln \left( \frac{E_F}{\omega_D + Qp} \right) \ln \left( \frac{Qp - \omega_D}{2Qp} \right) - \text{Polyln} \left[ 2, \frac{\omega_D + Qp}{2Qp} \right] \right]$$

$$\begin{aligned}
& -\frac{\Delta^2(0)\cos^2(2\theta)}{8} \cdot \left( \frac{\ln\left(\frac{Qp-\omega_D}{Qp+\omega_D}\right) + 8\ln\left(\frac{E_F}{Qp}\right) + \frac{2Qp\left(Qp+\omega_D-2Qp\left(1+\ln\left(\frac{E_F}{Qp+\omega_D}\right)\right)\right)}{(Qp-\omega_D)^2}}{2Qp^2} \right. \\
& \left. + \frac{1-2\ln\left(\frac{E_F}{Qp+\omega_D}\right)}{(Qp+\omega_D)^2} \right) \\
& + \frac{1}{2} \left( \ln\left(\frac{E_F}{Qp}\right)^2 - \ln\left(\frac{E_F}{\omega_D+Qp}\right)^2 \right) + \chi \frac{\ln\left(\frac{E_F}{Qp-\varepsilon_0}\right)}{\sqrt{(\varepsilon_0+Qp)^2 + \Delta^2(0)\cos^2(2\theta)}} + \chi \frac{\ln\left(\frac{E_F}{\varepsilon_0+Qp}\right)}{\sqrt{(\varepsilon_0+Qp)^2 + \Delta^2(0)\cos^2(2\theta)}}
\end{aligned}$$

สมการช่องว่างพลังงาน กรณี  $T = T_c$  ( Van Holve Singularity function)

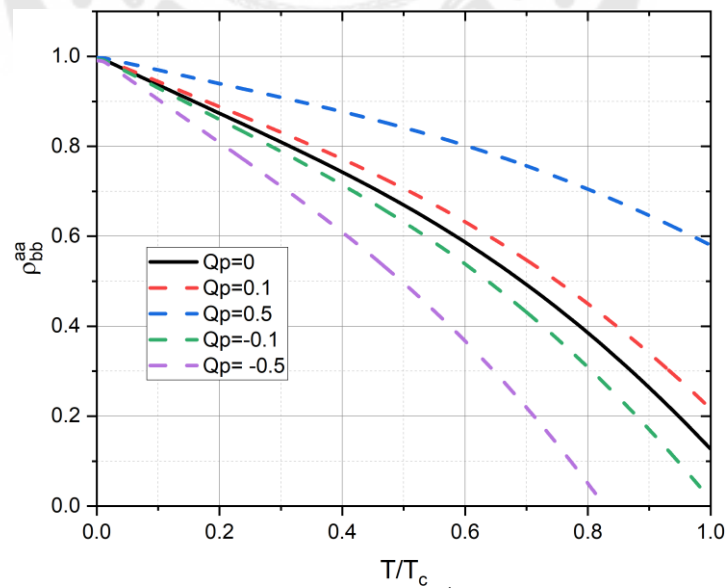
$$\begin{aligned}
\frac{1}{\lambda_{E_x}} \approx \frac{1}{4} \cdot \left( \right. & 2 + \frac{Qp\left(-\ln\left(\frac{2E_F}{Qp}\right) + \ln\left(\frac{E_F}{Qp+T_c}\right)\right)}{T_c} - \ln(4) + \frac{1}{2}\ln\left(\frac{E_F}{2T_c}\right)^2 + \ln\left(\frac{E_F}{T_c}\right) - \ln\left(-\frac{T_c}{Qp}\right)\ln\left(\frac{E_F}{2(Qp+T_c)}\right) \\
& + \ln\left(\frac{E_F}{Qp+T_c}\right) + \ln\left(\frac{Qp-\omega_D}{2Qp}\right)\ln\left(\frac{E_F}{Qp+\omega_D}\right) - \frac{1}{2}\ln\left(\frac{E_F}{Qp+\omega_D}\right)^2 \\
& + \text{Polyln}\left[2, \frac{Qp+T_c}{Qp}\right] - \text{Polyln}\left[2, \frac{Qp+\omega_D}{2Qp}\right] + \chi \ln\left(\frac{E_F}{-\varepsilon_0+Qp}\right) \frac{\tanh\left(\frac{\varepsilon_0+Qp}{2T_c}\right)}{\varepsilon_0+Qp} \\
& \left. + \chi \ln\left(\frac{E_F}{\varepsilon_0+Qp}\right) \frac{\tanh\left(\frac{\varepsilon_0+Qp}{2T_c}\right)}{\varepsilon_0+Qp} \right)
\end{aligned}$$

ตัวนำยวดยิ่งชนิด LaSrCuO  $\omega_D = 400 K$ ,  $E_F = 5548 K$ ,  $\Delta_0 = 73.12 K$ ,  $T_c = 40 K$ ,  $\lambda_{E_k} = 0.20$  และ  $Qp = 0.1$  โดยใช้ค่า  $\chi$  และ  $\varepsilon_0$  เป็นค่าต่างๆ



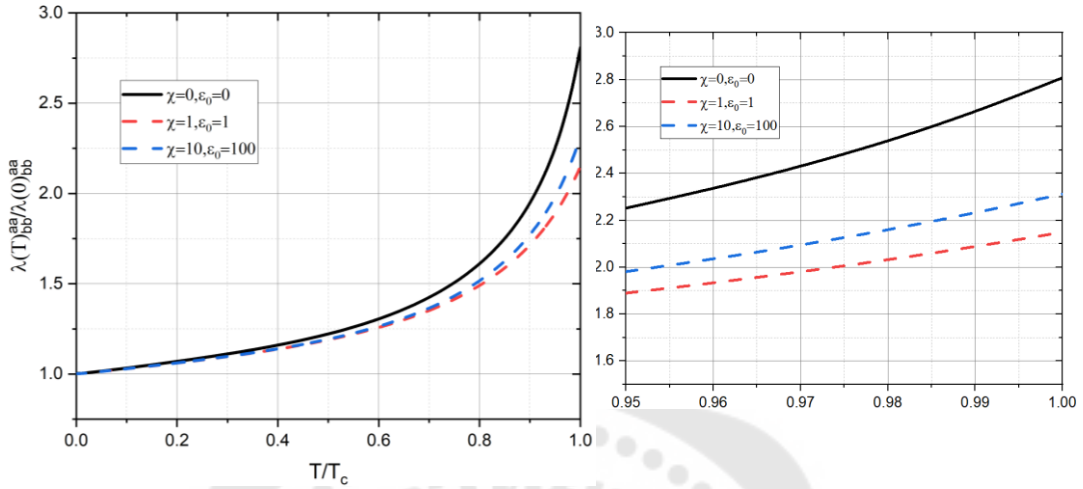
ภาพประกอบ 97 ความหนาแน่นของของไหลยวดยิ่งกับอุณหภูมิในค่าพารามิเตอร์ต่างๆ และที่ความดันต่างๆของ LaSrCuO

$\omega_D = 400 K$ ,  $E_F = 5548 K$ ,  $\Delta_0 = 73.12 K$ ,  $T_c = 40 K$ ,  $\chi = 1$ ,  $\varepsilon_0 = 1$  และ  $\lambda_{E_k} = 0.20$  โดยใช้ค่า  $Qp$  เป็นค่าต่างๆ



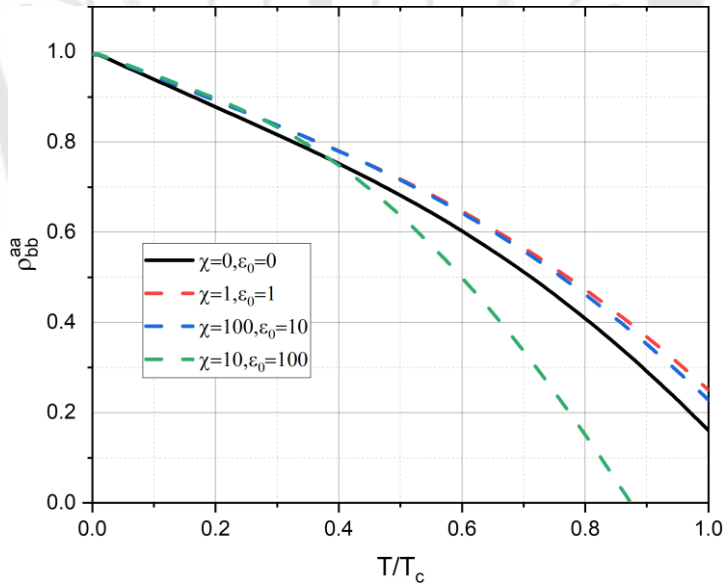
ภาพประกอบ 98 ความหนาแน่นของของไหลยวดยิ่งกับอุณหภูมิในค่าพารามิเตอร์ต่างๆ และที่ความดันต่างๆของ LaSrCuO

$\omega_D = 400 K$  ,  $E_F = 5548 K$  ,  $\Delta_0 = 73.12 K$  ,  $T_c = 40 K$  ,  $\lambda_{E_k} = 0.20$  และ  $Qp = 0.1$  โดยใช้ค่า  $\chi$  และ  $\varepsilon_0$  เป็นค่าต่างๆ



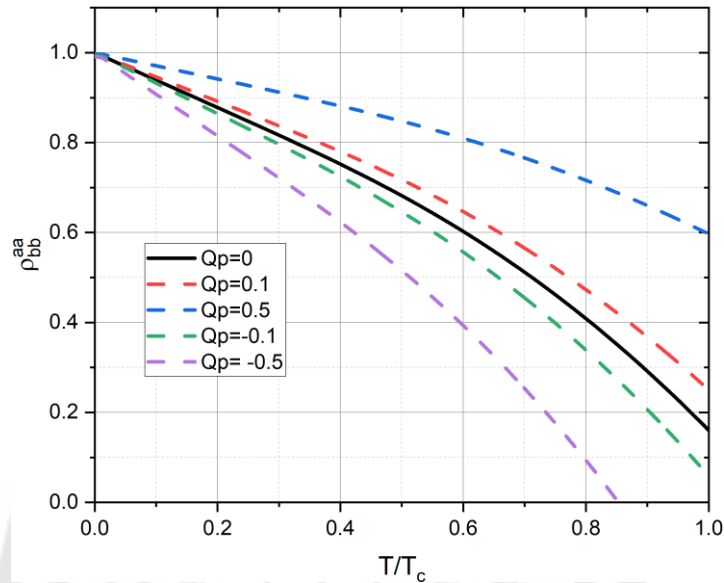
ภาพประกอบ 99 ความลึกซึ้งที่เพิ่มขึ้นได้กับอุณหภูมิในค่าพารามิเตอร์ต่างๆของ LaSrCuO

ตัวนำยิ่งยวดชนิด YBaCuO  $\omega_D = 300 K$  ,  $E_F = 8807 K$  ,  $\Delta_0 = 169.79 K$  ,  $T_c = 90 K$  ,  $\lambda_{E_k} = 0.33$  และ  $Qp = 0.1$  โดยใช้ค่า  $\chi$  และ  $\varepsilon_0$  เป็นค่าต่างๆ



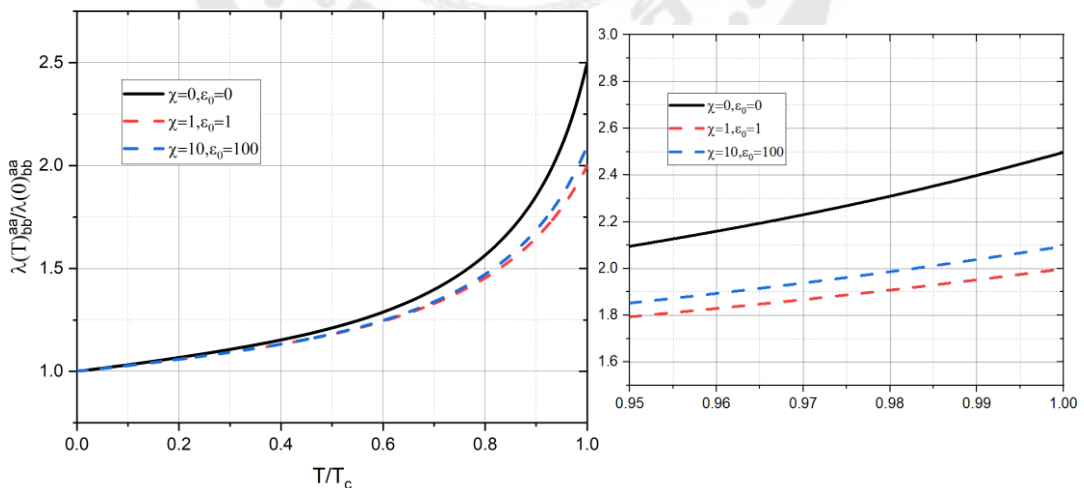
ภาพประกอบ 100 ความหนาแน่นของของไหลยิ่งยวดยิ่งกับอุณหภูมิในค่าพารามิเตอร์ต่างๆ และที่ความดันต่างๆของ YBaCuO

$\omega_d = 300 K$ ,  $E_F = 8807 K$ ,  $\Delta_0 = 169.79 K$ ,  $T_c = 90 K$ ,  $\chi = 1$ ,  $\varepsilon_0 = 1$  และ  $\lambda_{E_k} = 0.33$  โดยใช้ค่า  $Qp$  เป็นค่าต่างๆ



ภาพประกอบ 101 ความหนาแน่นของช่องไหลยวดยิ่งกับอุณหภูมิในค่าพารามิเตอร์ต่างๆ และที่ความดันต่างๆของ YBaCuO

$\omega_d = 300 K$ ,  $E_F = 8807 K$ ,  $\Delta_0 = 169.79 K$ ,  $T_c = 90 K$ ,  $\lambda_{E_k} = 0.33$  และ  $Qp = 0.1$  โดยใช้ค่า  $\chi$  และ  $\varepsilon_0$  เป็นค่าต่างๆ



ภาพประกอบ 102 ความลึกขาบซึมได้กับอุณหภูมิในค่าพารามิเตอร์ต่างๆของ YBaCuO

## บทที่ 5

### สรุป อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ

จากวัตถุประสงค์ของงานวิจัยเพื่อศึกษาและอธิบายผลกระทบความดันสูงต่อความหนาแน่นของของไหลยวดยิ่งและความลึกซาบซึมได้ของตัวนำยวดยิ่งที่มีช่องว่างพลังงานขึ้นกับทิศทางทั้งชนิดคลื่นเอสและคลื่นดีโดยการคำนวณเชิงตัวเลขด้วยโปรแกรมคอมพิวเตอร์วิธีการ Newton iteration และ การ Numerical integration เป็น

$$x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)}$$

เมื่อ  $f(x)$  เป็น ฟังก์ชันที่  $x$  ใดๆ โดย  $f(x) = 0$  ดังนั้น จะได้เป็น

$$f'(x) = \frac{f(x_n) - f(x_{n-1})}{x_n - x_{n-1}}$$

สำหรับตัวนำยวดยิ่งชนิด  $H_3S$  จะใช้พารามิเตอร์ต่างๆเป็น  $\omega_D = 1,560$  K,  $\Delta_0 = 179.29$  K,  $T_c = 200.80$  K,  $\lambda_{E_k} = 0.30$  และ  $Qp = 0.1$  พบว่า ค่า  $\chi = 473$  และ  $\epsilon_0 = 91$  สามารถคำนวณค่าอุณหภูมิวิกฤติ ( $T_c$ ) เป็น  $200.83$  K และค่าของช่องว่างพลังงาน ( $\Delta_0$ ) เป็น  $379.43$  K ดังตาราง 5 หลังจากนั้นพบว่าค่าความหนาแน่นของของไหลยวดยิ่งที่  $\chi$  และ  $\epsilon_0$  ใดๆ แตกต่างกันเล็กน้อยและจะลู่เข้าสู่ศูนย์เมื่อเข้าใกล้อุณหภูมิวิกฤติซึ่งเป็นไปตามทฤษฎีกึ่งคลาสสิก สำหรับผลของ  $\Delta\rho$  ที่  $\chi$  และ  $\epsilon_0$  ใดๆ เป็นรูประฆังคว่ำมีค่าแตกต่างกันไปและพบว่ามีจะช่วงพีคอยู่ที่ประมาณ  $0.70$  ( $T/T_c$ )

ตาราง 5 ค่าพารามิเตอร์ของความดันต่างๆที่คำนวณ  $T_c$  และ  $\Delta_0$  ของ  $H_3S$

$\chi$	$\epsilon_0$	$Qp$	$T_c$ (K)	$\Delta_0$ (K)
32	0	0.1	77.52	140.06
100	100	0.1	100.09	181.01
473	91	0.1	200.83	379.43
573	200	0.1	216.89	403.59
673	200	0.1	238.96	447.77
673	100	0.1	244.84	466.31
1000	200	0.1	306.16	582.89
1000	100	0.1	311.13	598.64

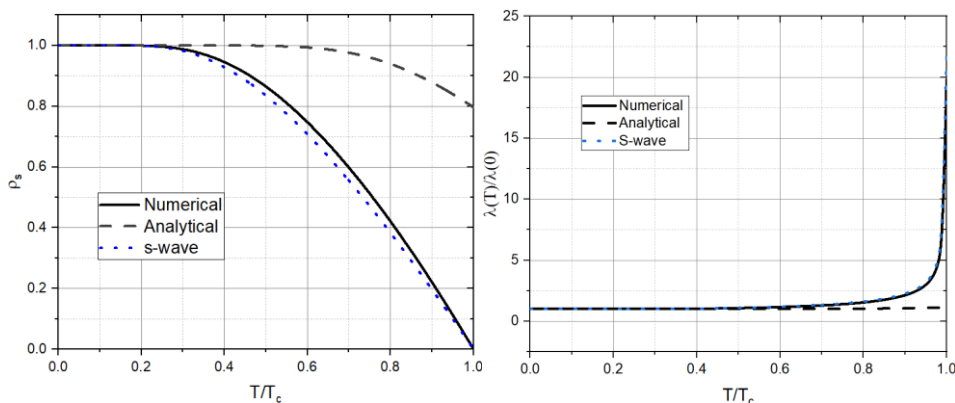
ตาราง 6 ค่า  $Qp$  ที่คำนวณ  $T_c$  และ  $\Delta_0$  ของ  $H_2S$

$Qp$	$T_c$ (K)	$\Delta_0$ (K)
-50	210.64	401.13
-10	202.98	384.26
-0.1	200.88	379.53
0.1	200.83	379.43
10	198.65	374.45
50	188.90	351.58

จากตาราง 6 จะใช้ค่าพารามิเตอร์ของความดันที่มีค่าเป็น  $\chi = 473$  และ  $\varepsilon_0 = 91$  โดยใช้  $Qp$  เป็นค่าใดๆ พบว่าค่า  $Qp$  จะอยู่ในช่วง -50 ถึง +50 มีค่าความหนาแน่นของของไหลยวดยิ่งแตกต่างกันชัดเจนในช่วงอุณหภูมิ 0.4 ( $T/T_c$ ) จนลู่เข้าสู่ศูนย์เมื่อเข้าใกล้อุณหภูมิวิกฤติที่ค่า  $Qp = 0.1, -0.1, 10$ , และ -10

สำหรับการคำนวณค่าความลึกขาบซีมได้ โดยใช้  $Qp$  เป็นค่าใดๆ พบว่าค่า  $Qp$  จะอยู่ในช่วง -1 ถึง +50 มีค่าแตกต่างกันชัดเจนในช่วงอุณหภูมิ 0.90 ( $T/T_c$ ) จนลู่เข้าสู่ค่า 22 เมื่อเข้าใกล้อุณหภูมิวิกฤติที่ค่า  $Qp = 0.1, -0.1, -0.5$ , และ -1

สำหรับการคำนวณการคำนวณเชิงเส้น พบว่าสามารถอธิบายในช่วงอุณหภูมิ 0-0.30 ( $T/T_c$ ) ของความหนาแน่นของของไหลยวดยิ่ง และในช่วงอุณหภูมิ 0-0.50 ( $T/T_c$ ) ของความลึกขาบซีมได้ดังภาพประกอบ 103 อีกทั้งการคำนวณเชิงตัวเลขมีค่าที่เหมาะสมกับคลื่นเอสของทฤษฎีบีซีเอส



ภาพประกอบ 103 ค่า  $\rho_s$  และ  $\lambda(T)/\lambda(0)$  ของการคำนวณและคลื่นเอสของ  $H_2S$



สำหรับตัวนำยวดยิ่งชนิด  $\text{LaH}_{10}$  จะใช้พารามิเตอร์ต่างๆเป็น  $\omega_D = 1310 \text{ K}$ ,  $\Delta_0 = 219.09 \text{ K}$ ,  $T_c = 240 \text{ K}$ ,  $\lambda_{E_k} = 0.35$  และ  $Qp = 0.1$  พบว่า ค่า  $\chi = 504$  และ  $\varepsilon_0 = 100$  สามารถคำนวณค่าอุณหภูมิวิกฤติ ( $T_c$ ) เป็น  $240.00 \text{ K}$  และค่าของช่องว่างพลังงาน ( $\Delta_0$ ) เป็น  $455.93 \text{ K}$  ดังตาราง 7 หลังจากนั้นพบว่าค่าความหนาแน่นของของไหลยวดยิ่งที่  $\chi$  และ  $\varepsilon_0$ ใดๆ แตกต่างกันเล็กน้อยและจะเข้าสู่ศูนย์เมื่อเข้าใกล้อุณหภูมิวิกฤติซึ่งเป็นไปตามทฤษฎีกึ่งคลาสสิก สำหรับผลของ  $\Delta\rho$  ที่  $\chi$  และ  $\varepsilon_0$  ใดๆ มีค่าเช่นเดียวกับ  $\text{H}_3\text{S}$

ตาราง 7 ค่าพารามิเตอร์ของความดันต่างๆที่คำนวณ  $T_c$  และ  $\Delta_0$  ของ  $\text{LaH}_{10}$

$\chi$	$\varepsilon_0$	$Qp$	$T_c \text{ (K)}$	$\Delta_0 \text{ (K)}$
11	0	0.1	90.60	161.60
100	100	0.1	124.77	226.82
504	100	0.1	240.23	455.93
504	200	0.1	234.96	234.96
604	200	0.1	259.36	488.39
604	100	0.1	264.38	504.40
1000	200	0.1	348.37	668.88
1000	100	0.1	352.60	682.35

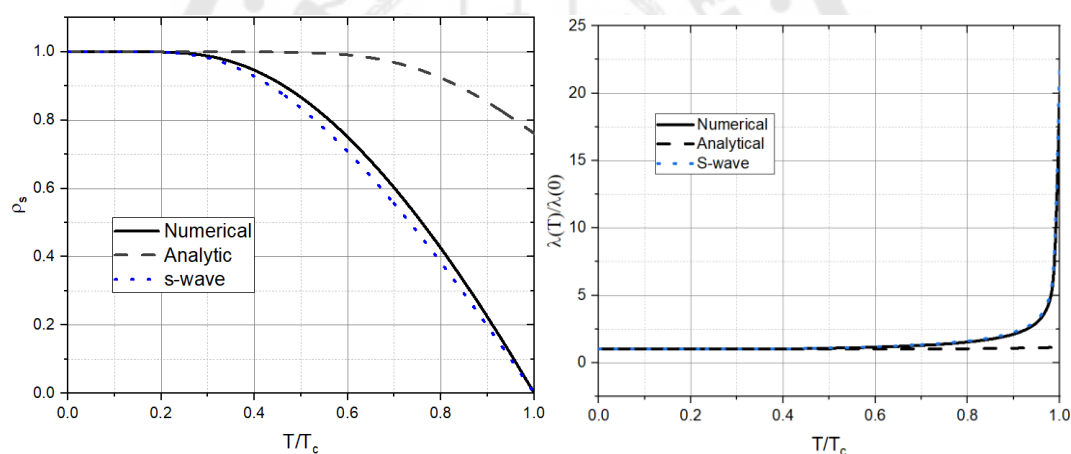
ตาราง 8 ค่า  $Qp$  ที่คำนวณ  $T_c$  และ  $\Delta_0$  ของ  $\text{LaH}_{10}$

$Qp$	$T_c \text{ (K)}$	$\Delta_0 \text{ (K)}$
-50	249.12	476.28
-10	242.16	460.42
-0.1	240.27	456.02
0.1	240.23	455.93
10	238.26	451.33
50	229.55	430.53

จากตาราง 8 จะใช้ค่าพารามิเตอร์ของความดันที่มีค่าเป็น  $\chi = 504$  และ  $\epsilon_0 = 100$  โดยใช้  $Qp$  เป็นค่าใดๆ พบว่าค่า  $Qp$  จะอยู่ในช่วง -50 ถึง +50 จะมีค่าความหนาแน่นของของไหลยวดยิ่งแตกต่างกันชัดเจนที่ช่วงอุณหภูมิ 0.45 ( $T/T_c$ ) จนลู่เข้าสู่ศูนย์เมื่อเข้าใกล้อุณหภูมิวิกฤติที่ค่า  $Qp = 0.1, -0.1, 10$ , และ  $-10$

สำหรับการคำนวณค่าความลึกขาบซี่มได้ โดยใช้  $Qp$  เป็นค่าใดๆ พบว่าค่า  $Qp$  จะอยู่ในช่วง -1 ถึง +50 มีค่าแตกต่างกันชัดเจนที่ช่วงอุณหภูมิ 0.90 ( $T/T_c$ ) และจนลู่เข้าสู่ค่า 22 เมื่อเข้าใกล้อุณหภูมิวิกฤติที่ค่า  $Qp = 0.1, -0.1, -0.5$ , และ  $-1$

สำหรับการคำนวณการคำนวณเชิงเส้น พบว่าสามารถอธิบายที่ช่วงอุณหภูมิ 0-0.30 ( $T/T_c$ ) ของความหนาแน่นของของไหลยวดยิ่งและที่ช่วงอุณหภูมิ 0-0.50 ( $T/T_c$ ) ของความลึกขาบซี่มได้ดังภาพประกอบ 104 อีกทั้งการคำนวณเชิงตัวเลขมีค่าที่เหมาะสมกับคลื่นเอสของทฤษฎีบีซีเอส



ภาพประกอบ 104 ค่า  $\rho_s$  และ  $\lambda(T)/\lambda(0)$  ของการคำนวณและคลื่นเอสของ  $\text{LaH}_{10}$

สำหรับตัวนำยวดยิ่งชนิด  $\text{CaAlSi}$  ช่องว่างพลังงานรูปทรงรีจะใช้พารามิเตอร์ต่างๆเป็น  $\omega_D = 226 \text{ K}$ ,  $\Delta_0 = 15.67 \text{ K}$ ,  $T_c = 7.70 \text{ K}$ ,  $\lambda_{E_k} = 0.32$ ,  $a' = 0.1$  และ  $Qp = 0.1$  โดยเริ่มจากการคำนวณกรณีไม่มีพารามิเตอร์ของความดันจะได้ค่าอุณหภูมิวิกฤติ ( $T_c$ ) เป็น  $7.71 \text{ K}$  และค่าของช่องว่างพลังงาน ( $\Delta_0$ ) เป็น  $14.46 \text{ K}$  หลังจากนั้นคำนวณที่  $\chi$  และ  $\epsilon_0$  ใดๆ พบว่าค่าของผลต่างระหว่าง  $\chi$  และ  $\epsilon_0$  จะแปรผันตรงกับอุณหภูมิวิกฤติและช่องว่างพลังงาน ดังตาราง 9

สำหรับการคำนวณค่าความหนาแน่นของของไหลยวดยิ่งที่  $\chi$  และ  $\epsilon_0$  ใดๆ ในแต่ละองค์ประกอบพบว่ามีค่าแตกต่างกันเล็กน้อยซึ่งเป็นไปตามทฤษฎีกิ่งคลาสสิกแต่องค์ประกอบแกน

ซึ่งจะเข้าสู่ศูนย์เมื่อเข้าใกล้อุณหภูมิวิกฤติสมเหตุสมผลกว่าองค์ประกอบระบบเอบี สำหรับผลของ  $\Delta\rho$  ในแต่ละองค์ประกอบที่  $\chi$  และ  $\varepsilon_0$  ใดๆ เป็นรูปประหลาดว่ามีค่าแตกต่างกันไปและพบว่าจะมีช่วงพีคอยู่ที่ประมาณ 0.70 ( $T/T_c$ ) ค่า  $\Delta\rho$  สูงสุดที่  $\chi = 100$  และ  $\varepsilon_0 = 10$

สำหรับการคำนวณค่าความลึกซาบซึ่มได้ในแต่ละองค์ประกอบพบว่า กรณีไม่มีพารามิเตอร์ของความดันจะเข้าสู่อินฟินิตี้ในช่วงอุณหภูมิ 0.98 ( $T/T_c$ ) สำหรับที่  $\chi$  และ  $\varepsilon_0$  ใดๆ มีค่าแตกต่างกันเล็กน้อยจะเข้าสู่ค่าคงตัวของแต่ละกรณี เมื่อเข้าใกล้อุณหภูมิวิกฤติ

ตาราง 9 ค่าพารามิเตอร์ของความดันต่างๆที่คำนวณ  $T_c$  และ  $\Delta_0$  ของ CaAlSi รูปทรงรี

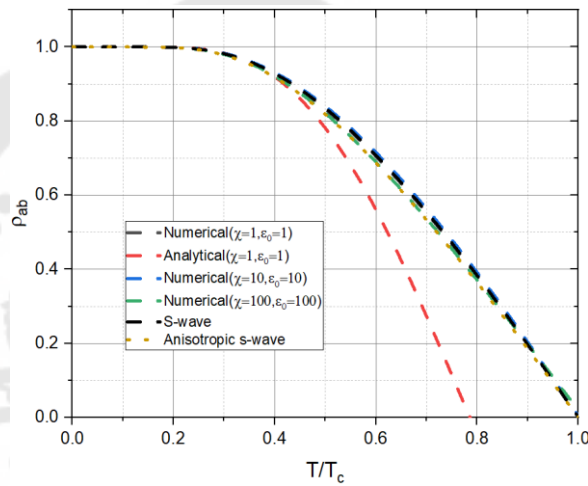
$\chi$	$\varepsilon_0$	$Qp$	$T_c$ (K)	$\Delta_0$ (K)
0	0	0	7.71	14.46
1	1	0.1	8.15	15.40
10	100	0.1	8.47	15.87
10	10	0.1	11.54	22.19
100	100	0.1	20.57	37.23
1000	1000	0.1	20.90	39.42
100	10	0.1	33.65	68.40
1000	500	0.1	57.30	107.41
1000	411	0.1	87.62	156.44

ตาราง 10 ค่า  $Qp$  ที่คำนวณ  $T_c$  และ  $\Delta_0$  ของ CaAlSi รูปทรงรี

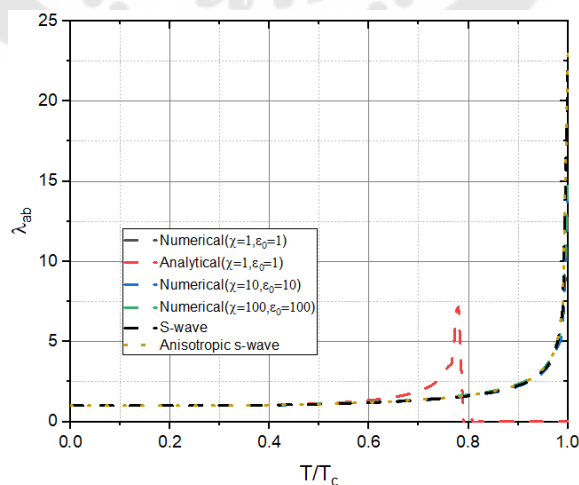
$Qp$	$T_c$ (K)	$\Delta_0$ (K)
-10	11.67	22.72
-0.5	8.41	15.95
-0.1	8.23	15.58
0.1	8.15	15.40
0.5	7.97	15.01
1	7.74	14.52

จากตาราง 10 จะใช้ค่าพารามิเตอร์ของความดันที่มีค่าเป็น  $\chi = 1$  และ  $\epsilon_0 = 1$  โดยใช้  $Qp$  เป็นค่าใดๆ พบว่าค่า  $Qp$  จะอยู่ในช่วง -10 ถึง +1 มีค่าความหนาแน่นของของไหลยวดยิ่งในแต่ละองค์ประกอบแตกต่างกันชัดเจนในช่วงอุณหภูมิ 0.30 ( $T/T_c$ ) จนลู่เข้าสู่ศูนย์เมื่อเข้าใกล้อุณหภูมิวิกฤติที่ค่า  $Qp = 0.1, -0.1$  แต่  $Qp = -10$  จะลู่เข้าสู่ศูนย์ก่อนถึงอุณหภูมิวิกฤติในช่วงอุณหภูมิ 0.85 ( $T/T_c$ )

สำหรับการคำนวณค่าความลึกขาบซึ่งได้ในแต่ละองค์ประกอบโดยใช้  $Qp$  เป็นค่าใดๆ พบว่าค่า  $Qp$  จะอยู่ในช่วง -0.5 ถึง +1 มีค่าแตกต่างกันชัดเจนในช่วงอุณหภูมิ 0.98 ( $T/T_c$ ) จนลู่เข้าสู่ค่า 12.5 เมื่อเข้าใกล้อุณหภูมิวิกฤติที่ค่า  $Qp = 0.1, -0.1$



ภาพประกอบ 105 ค่า  $\rho_{ab}$  ของการคำนวณและคลื่นเอสของ CaAlSi รูปทรงรี



ภาพประกอบ 106 ค่า  $\lambda_{ab}(T)/\lambda_{ab}(0)$  ของการคำนวณและคลื่นเอสของ CaAlSi รูปทรงรี

สำหรับการคำนวณการคำนวณเชิงเส้น พบว่าสามารถอธิบายที่ช่วงอุณหภูมิ 0-0.40 ( $T/T_c$ ) ของความหนาแน่นของของไหลยวดยิ่งดังภาพประกอบ 105 อีกทั้งพบว่าการคำนวณเชิงตัวที่  $\chi = 100$  และ  $\varepsilon_0 = 100$  จะมีค่าใกล้เคียงกับช่องว่างพลังงานที่ขึ้นกับทิศทางของทฤษฎีบีซีเอส ส่วนการคำนวณความลึกซาบซึมได้ พบว่าสามารถอธิบายที่ช่วงอุณหภูมิ 0-0.60 ( $T/T_c$ ) ดังภาพประกอบ 106 แต่จะไม่สามารถสรุปได้ว่าเป็นช่องว่างพลังงานแบบใดตามทฤษฎีบีซีเอส

สำหรับตัวนำยวดยิ่งชนิด CaAlSi ช่องว่างพลังงานรูปแบนแค้กจะใช้พารามิเตอร์ต่างๆเป็น  $\omega_D = 226$  K,  $\Delta_0 = 15.67$  K,  $T_c = 7.70$  K,  $\lambda_{E_k} = 0.32$ ,  $a' = 0.44$  และ  $Q_p = 0.1$  โดยเริ่มจากการคำนวณกรณีไม่มีพารามิเตอร์ของความดันจะได้ค่าอุณหภูมิวิกฤติ ( $T_c$ ) เป็น 7.70 K และค่าของช่องว่างพลังงาน ( $\Delta_0$ ) เป็น 14.42 K หลังจากนั้นคำนวณที่  $\chi$  และ  $\varepsilon_0$  ใดๆ พบว่าค่าของผลต่างระหว่าง  $\chi$  และ  $\varepsilon_0$  จะแปรผันตรงกับอุณหภูมิวิกฤติและช่องว่างพลังงาน ดังตาราง 11

สำหรับการคำนวณค่าความหนาแน่นของของไหลยวดยิ่งที่  $\chi$  และ  $\varepsilon_0$  ใดๆ ในแต่ละองค์ประกอบพบว่ามีค่าแตกต่างกันเล็กน้อยซึ่งเป็นไปตามทฤษฎีกึ่งคลาสสิก สำหรับผลของ  $\Delta_0$  ที่  $\chi$  และ  $\varepsilon_0$  ใดๆ มีค่าเช่นเดียวกับกรณีรูปทรงรี

สำหรับการคำนวณค่าความลึกซาบซึมได้ในแต่ละองค์ประกอบพบว่า กรณีไม่มีพารามิเตอร์ของความดันจะเข้าสู่อินฟินิตี้เมื่อเข้าใกล้อุณหภูมิวิกฤติ สำหรับที่  $\chi$  และ  $\varepsilon_0$  ใดๆ มีค่าแตกต่างกันเล็กน้อยจะเข้าสู่ค่าคงตัวของแต่ละกรณี เมื่อเข้าใกล้อุณหภูมิวิกฤติ

ตาราง 11 ค่าพารามิเตอร์ของความดันต่างๆที่คำนวณ  $T_c$  และ  $\Delta_0$  ของ CaAlSi รูปแบนแค้ก

$\chi$	$\varepsilon_0$	$Q_p$	$T_c$ (K)	$\Delta_0$ (K)
0	0	0	7.70	14.42
1	1	0.1	8.14	15.35
10	100	0.1	8.46	15.82
10	10	0.1	11.53	22.13
100	100	0.1	20.55	37.12
1000	1000	0.1	20.89	39.30
100	10	0.1	33.64	68.28
1000	500	0.1	57.25	107.09
1000	410	0.1	87.98	156.67

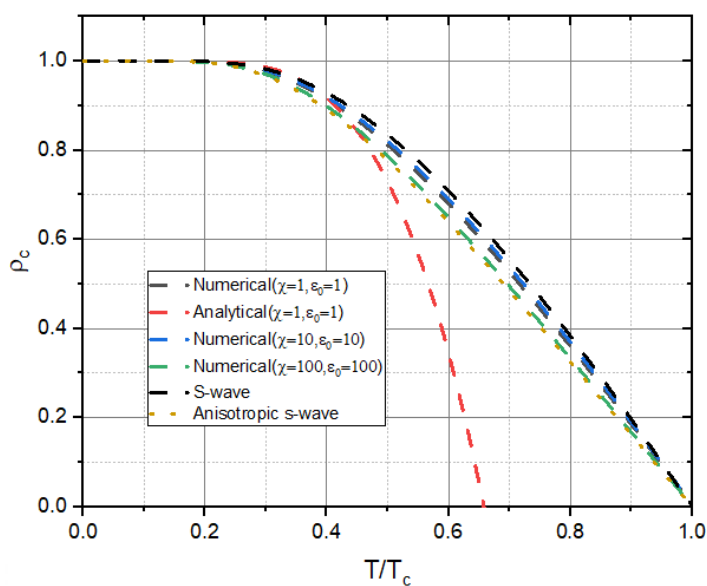
ตาราง 12 ค่า  $Q_p$  ที่คำนวณ  $T_c$  และ  $\Delta_0$  ของ CaAlSi รูปแพนเค้ก

$Q_p$	$T_c$ (K)	$\Delta_0$ (K)
-10	11.67	22.67
-0.5	8.40	15.91
-0.1	8.23	15.52
0.1	8.14	15.35
0.5	7.96	14.97
1	7.73	14.47

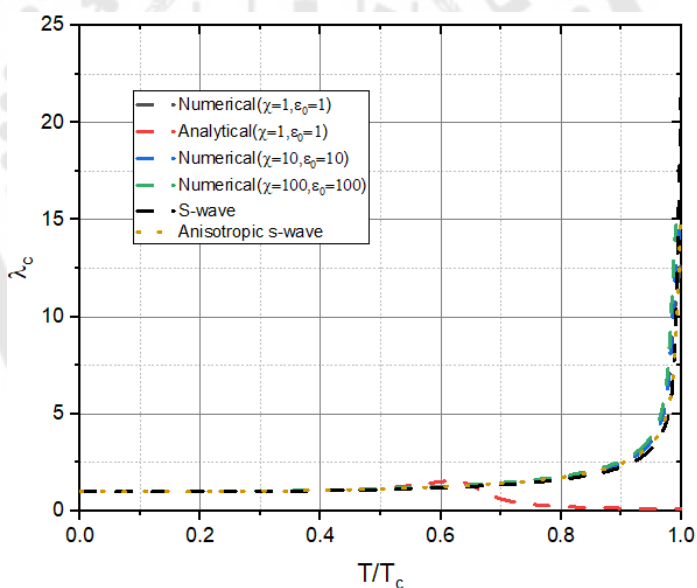
จากตาราง 12 จะใช้ค่าพารามิเตอร์ของความดันที่มีค่าเป็น  $\chi = 1$  และ  $\epsilon_0 = 1$  โดยใช้  $Q_p$  เป็นค่าใดๆ พบว่าค่า  $Q_p$  จะอยู่ในช่วง -10 ถึง +1 มีค่าความหนาแน่นของของไหลยวดยิ่งในองค์ประกอบระนาบเอบีจะแตกต่างกันชัดเจนที่ช่วงอุณหภูมิ 0.30 ( $T/T_c$ ) จนลู่เข้าสู่ศูนย์เมื่อเข้าใกล้อุณหภูมิวิกฤติที่ค่า  $Q_p = 0.1, -0.1$  แต่  $Q_p = -10$  จะลู่เข้าสู่ศูนย์ก่อนถึงอุณหภูมิวิกฤติที่ช่วงอุณหภูมิ 0.85 ( $T/T_c$ ) และองค์ประกอบแกนซีจะแตกต่างกันอย่างมากที่ช่วงอุณหภูมิ 0.30 ( $T/T_c$ ) จนลู่เข้าสู่ศูนย์เมื่อเข้าใกล้อุณหภูมิวิกฤติที่ค่า  $Q_p = 0.1, -0.1$  แต่  $Q_p = -10$  จะลู่เข้าสู่ศูนย์ก่อนถึงอุณหภูมิวิกฤติที่ช่วงอุณหภูมิ 0.85 ( $T/T_c$ )

สำหรับการคำนวณค่าความลึกซาบซึมได้ในแต่ละองค์ประกอบโดยใช้  $Q_p$  เป็นค่าใดๆ พบว่าค่า  $Q_p$  จะอยู่ในช่วง -0.5 ถึง +1 มีค่าแตกต่างกันชัดเจนที่ช่วงอุณหภูมิ 0.96 ( $T/T_c$ ) จนลู่เข้าสู่ค่า 15 เมื่อเข้าใกล้อุณหภูมิวิกฤติที่ค่า  $Q_p = -0.1$  และพบว่า ที่  $Q_p = -0.1, 0.1$  จะมีค่าใกล้เคียงกับกรณีไม่มีความดันมากที่สุด

สำหรับการคำนวณเชิงเส้นในองค์ประกอบแกนซี พบว่าสามารถอธิบายที่ช่วงอุณหภูมิ 0-0.45 ( $T/T_c$ ) ของความหนาแน่นของของไหลยวดยิ่งดังภาพประกอบ 107 อีกทั้งพบว่าการคำนวณเชิงตัวเลขที่  $\chi = 100$  และ  $\epsilon_0 = 100$  จะมีค่าใกล้เคียงกับช่องว่างพลังงานที่ขึ้นกับทิศทางของทฤษฎีบีซีเอส ส่วนการคำนวณความลึกซาบซึมได้ พบว่าสามารถอธิบายที่ช่วงอุณหภูมิ 0-0.50 ( $T/T_c$ ) ดังภาพประกอบ 108 สามารถสรุปได้ว่าเป็นช่องว่างพลังงานแบบคลื่นเอสตามทฤษฎีบีซีเอส



ภาพประกอบ 107 ค่า  $\rho_c$  ของการคำนวณและคลื่นเอสของ CaAlSi รูปแบนแค้ก



ภาพประกอบ 108 ค่า  $\lambda_c(T) / \lambda_c(0)$  ของการคำนวณและคลื่นเอสของ CaAlSi รูปแบนแค้ก

ตัวนำยวดยิ่งชนิด LaSrCuO จะใช้พารามิเตอร์ต่างๆเป็น  $\omega_D = 400$  K,  $E_F = 5548$  K,  $\Delta_0 = 73.12$  K,  $T_c = 40$  K,  $\lambda_{E_k} = 0.20$  และ  $Qp = 0.1$  โดยเริ่มจากการคำนวณกรณีไม่มีพารามิเตอร์ของความดันจะได้ค่าอุณหภูมิวิกฤติ ( $T_c$ ) เป็น 40.34 K และค่าของช่องว่างพลังงาน ( $\Delta_0$ ) เป็น 90.16 K หลังจากนั้นคำนวณที่  $\chi$  และ  $\epsilon_0$  ใดๆ พบว่าค่าของผลต่างระหว่าง  $\chi$  และ  $\epsilon_0$  จะแปรผันตรงกับอุณหภูมิวิกฤติและช่องว่างพลังงาน ดังตาราง 13

สำหรับการคำนวณค่าความหนาแน่นของของไหลยวดยิ่งที่  $\chi$  และ  $\varepsilon_0$  ใดๆ มีค่าแตกต่างกันเล็กน้อยซึ่งเป็นไปตามทฤษฎีฟังก์ชันคลาสสิก สำหรับผลของ  $\Delta\rho$  ที่  $\chi$  และ  $\varepsilon_0$  ใดๆ เป็นรูปประสงคว่ามีค่าแตกต่างกันไปและพบว่ามีจะช่วงพีคอยู่ที่ประมาณ 0.60 ( $T/T_c$ ) ค่า  $\Delta\rho$  สูงสุดที่  $\chi = 1$  และ  $\varepsilon_0 = 1$

สำหรับการคำนวณค่าความลึกซาบซึมได้พบว่า กรณีไม่มีพารามิเตอร์ของความดันและที่  $\chi$  และ  $\varepsilon_0$  ใดๆ มีค่าแตกต่างกันเล็กน้อยจะเข้าสู่ค่าคงตัวของแต่ละกรณี เมื่อเข้าใกล้อุณหภูมิวิกฤติ

ตาราง 13 ค่าพารามิเตอร์ของความดันต่างๆที่คำนวณ  $T_c$  และ  $\Delta_0$  ของ LaSrCuO

$\chi$	$\varepsilon_0$	$Qp$	$T_c$ (K)	$\Delta_0$ (K)
0	0	0	40.34	90.16
1	1	0.1	41.07	92.04
10	100	0.1	42.97	95.74
10	10	0.1	46.14	104.92
100	100	0.1	68.08	152.79
1000	1000	0.1	57.22	128.51
100	10	0.1	87.44	210.19

ตาราง 14 ค่า  $Qp$  ที่คำนวณ  $T_c$  และ  $\Delta_0$  ของ LaSrCuO

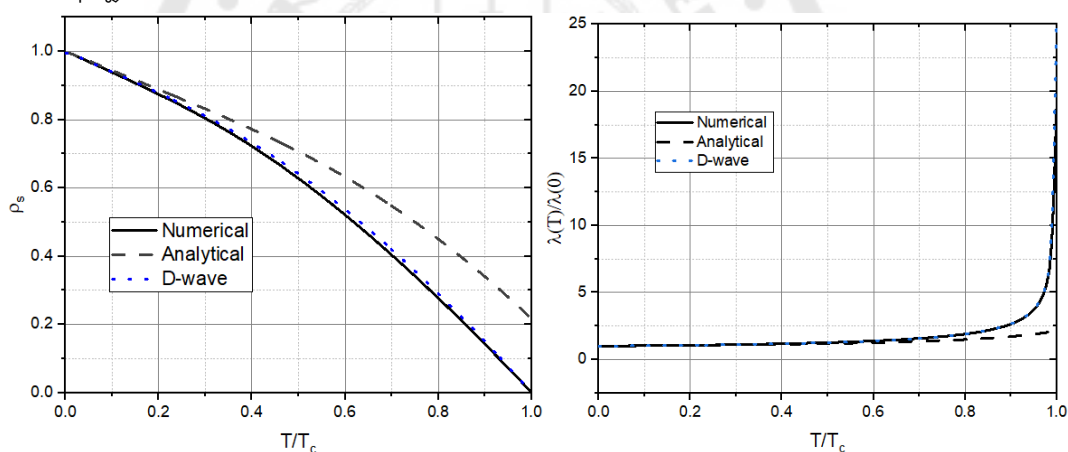
$Qp$	$T_c$ (K)	$\Delta_0$ (K)
-10	47.22	107.97
-0.5	41.73	93.76
-0.1	41.31	92.67
0.1	41.07	92.04
0.5	40.67	91.00
10	33.68	72.58



จากตาราง 14 จะใช้ค่าพารามิเตอร์ของความดันที่มีค่าเป็น  $\chi = 1$  และ  $\epsilon_0 = 1$  โดยใช้  $Qp$  เป็นค่าใดๆ พบว่าค่า  $Qp$  จะอยู่ในช่วง  $-10$  ถึง  $+10$  มีค่าความหนาแน่นของของไหลยวดยิ่งในองค์ประกอบระนาบเอบีจะแตกต่างกันชัดเจนตั้งแต่อุณหภูมิ  $0$  ( $T/T_c$ ) จนเข้าสู่ศูนย์เมื่อเข้าใกล้อุณหภูมิวิกฤติที่ค่า  $Qp = 0.1, -0.1$

สำหรับการคำนวณค่าความลึกซาบซึมได้ในองค์ประกอบเอบีโดยใช้  $Qp$  เป็นค่าใดๆ พบว่าค่า  $Qp$  จะอยู่ในช่วง  $-0.1$  ถึง  $+10$  มีค่าแตกต่างกันชัดเจนในช่วงอุณหภูมิ  $0.75$  ( $T/T_c$ ) จนเข้าสู่ค่าคงตัวของแต่ละกรณีเมื่อเข้าใกล้อุณหภูมิวิกฤติและพบว่า ที่  $Qp = -0.1, 0.1$  จะมีค่าใกล้เคียงกับกรณีไม่มีความดันมากที่สุด

สำหรับการคำนวณเชิงเส้นในองค์ประกอบระนาบเอบี พบว่าสามารถอธิบายในช่วงอุณหภูมิ  $0-0.30$  ( $T/T_c$ ) ของความหนาแน่นของของไหลยวดยิ่งและในช่วงอุณหภูมิ  $0-0.70$  ( $T/T_c$ ) ของความลึกซาบซึมได้ดังภาพประกอบ 109 อีกทั้งการคำนวณเชิงตัวเลขมีค่าที่เหมาะสมกับคลื่นดีของทฤษฎีบีซีเอส



ภาพประกอบ 109 ค่า  $\rho_s$  และ  $\lambda(T)/\lambda(0)$  ของการคำนวณและคลื่นดีของ LaSrCuO

ตัวนำยวดยิ่งชนิด YBaCuO จะใช้พารามิเตอร์ต่างๆเป็น  $\omega_D = 300$  K,  $E_F = 8807$  K,  $\Delta_0 = 169.79$  K,  $T_c = 90$  K,  $\lambda_{E_k} = 0.33$  และ  $Qp = 0.1$  โดยเริ่มจากการคำนวณกรณีไม่มีพารามิเตอร์ของความดันจะได้ค่าอุณหภูมิวิกฤติ ( $T_c$ ) เป็น  $90.60$  K และค่าของช่องว่างพลังงาน ( $\Delta_0$ ) เป็น  $210.00$  K หลังจากนั้นคำนวณที่  $\chi$  และ  $\epsilon_0$  ใดๆ พบว่าค่าของผลต่างระหว่าง  $\chi$  และ  $\epsilon_0$  จะแปรผันตรงกับอุณหภูมิวิกฤติและช่องว่างพลังงาน ดังตาราง 15

สำหรับการคำนวณค่าความหนาแน่นของของไหลยวดยิ่งที่  $\chi$  และ  $\epsilon_0$  ใดๆ มีค่าแตกต่างกันเล็กน้อยซึ่งเป็นไปตามทฤษฎีที่คลาสสิก สำหรับผลของ  $\Delta\rho$  มีค่าเช่นเดียวกับ LaSrCuO

สำหรับการคำนวณค่าความลึกซาบซึมได้พบว่า กรณีไม่มีพารามิเตอร์ของความดันและที่  $\chi$  และ  $\varepsilon_0$  ใดๆ มีค่าแตกต่างกันเล็กน้อยจะลู่เข้าสู่ค่าคงตัวของแต่ละกรณี เมื่อเข้าใกล้อุณหภูมิวิกฤติ

ตาราง 15 ค่าพารามิเตอร์ของความดันต่างๆที่คำนวณ  $T_c$  และ  $\Delta_0$  ของ YBaCuO

$\chi$	$\varepsilon_0$	$Qp$	$T_c$ (K)	$\Delta_0$ (K)
0	0	0	90.60	210.00
1	1	0.1	91.48	212.38
10	100	0.1	95.00	220.80
10	10	0.1	97.80	229.50
100	100	0.1	133.51	318.34
1000	1000	0.1	156.50	364.91
100	10	0.1	156.35	384.25

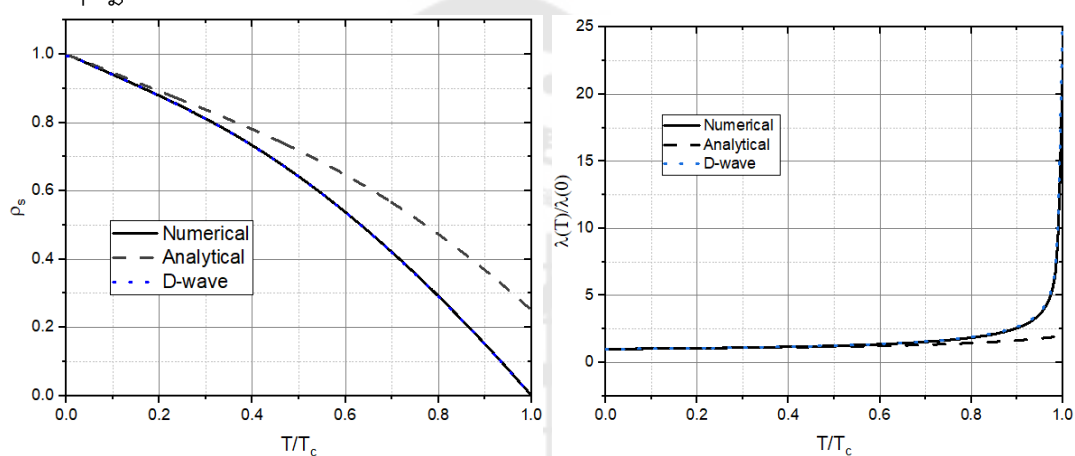
ตาราง 16 ค่า  $Qp$  ที่คำนวณ  $T_c$  และ  $\Delta_0$  ของ YBaCuO

$Qp$	$T_c$ (K)	$\Delta_0$ (K)
-10	97.64	229.85
-0.5	92.17	214.31
-0.1	91.73	213.09
0.1	91.48	212.38
0.5	91.07	211.24
10	84.50	192.54

จากตาราง 16 จะใช้ค่าพารามิเตอร์ของความดันที่มีค่าเป็น  $\chi = 1$  และ  $\varepsilon_0 = 1$  โดยใช้  $Qp$  เป็นค่าใดๆ พบว่าค่า  $Qp$  จะอยู่ในช่วง -10 ถึง +10 มีค่าความหนาแน่นของของไหลยวดยิ่งในองค์ประกอบระนาบเอบีจะแตกต่างกันชัดเจนตั้งแต่อุณหภูมิ 0 ( $T/T_c$ ) จนลู่เข้าสู่ศูนย์เมื่อเข้าใกล้อุณหภูมิวิกฤติที่ค่า  $Qp = 0.1, -0.1$

สำหรับการคำนวณค่าความลึกซาบซึมได้ในองค์ประกอบเอบีโดยใช้  $Qp$  เป็นค่าใดๆ พบว่าค่า  $Qp$  จะอยู่ในช่วง -0.1 ถึง +10 มีค่าแตกต่างกันชัดเจนในช่วงอุณหภูมิ 0.85 ( $T/T_c$ ) จนลู่เข้าค่าคงตัวของแต่ละกรณีเมื่อเข้าใกล้อุณหภูมิกฎีและพบว่า ที่  $Qp = -0.1, 0.1$  จะมีค่าใกล้เคียงกับกรณีไม่มีความดันมากที่สุด

สำหรับการคำนวณเชิงเส้นในองค์ประกอบระนาบเอบี พบว่าสามารถอธิบายในช่วงอุณหภูมิ 0-0.20 ( $T/T_c$ ) ของความหนาแน่นของช่องไหลยวดยิ่งและในช่วงอุณหภูมิ 0-0.60 ( $T/T_c$ ) ของความลึกซาบซึมได้ดังภาพประกอบ 110 อีกทั้งการคำนวณเชิงตัวเลขมีค่าที่เหมาะสมกับคลื่นดีของทฤษฎีบีซีเอส



ภาพประกอบ 110 ค่า  $\rho_s$  และ  $\lambda(T)/\lambda(0)$  ของการคำนวณและคลื่นดีของ YBaCuO

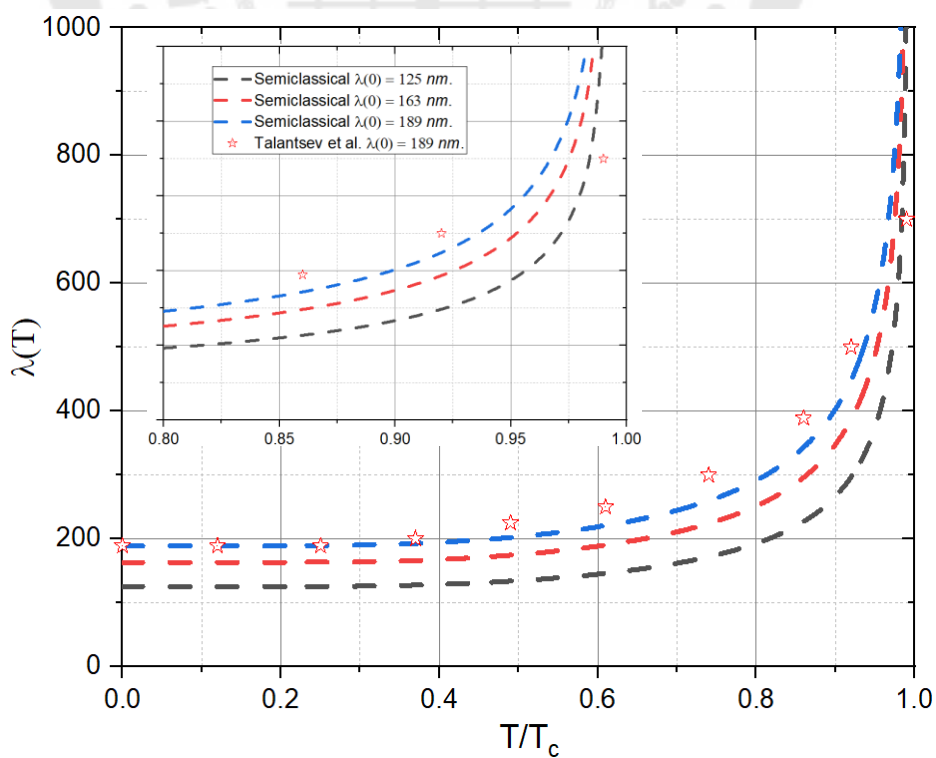
จากการทดลองของ  $H_3S$  จากดรอซดอป มีค่าเป็น  $B_{c1}(T) = 30 \text{ mT}$  และ  $\lambda(0) = 125 \text{ nm}$ . ทำให้ทาแลนทซ์เฟและคณะ(Talantsev, Crump, Storey, & Tallon, 2017) ทำการคำนวณเพื่อค่าความลึกซาบซึมได้จากสมการที่ (248) โดยใช้ค่า  $B_{c1}(T) = 30 \text{ mT}$  แต่ได้ค่าที่แตกต่างจากการทดลองเป็น  $\lambda(0) = 163 \text{ nm}$ . หลังจากนั้นได้ค่าที่เหมาะสมกับการคำนวณ เป็น  $B_{c1}(T) = 23.7 \pm 0.4 \text{ mT}$  และ  $\lambda(0) = 189 \pm 2 \text{ nm}$ . เมื่อนำค่าความลึกซาบซึมได้มาเปรียบเทียบกับผลการทดลอง ผลการคำนวณจากผลการทดลอง และทฤษฎีกึ่งคลาสสิกโดยใช้ค่าพารามิเตอร์ต่างๆ ดังตาราง 17

$$J_c(T, \text{sf}) = \frac{B_{c1}(T)}{\mu_0 \lambda(T)} = \frac{\phi_0}{4\pi\mu_0 \lambda^3(T)} (\ln \kappa + 0.5) \quad (248)$$

เมื่อ  $B_{c1}(T)$  เป็นสนามแม่เหล็กวิกฤติที่ 1

ตาราง 17 ค่าพารามิเตอร์ของ  $H_3S$  สำหรับสมการที่ (248) และทฤษฎีกึ่งคลาสสิก

Models	$T_c$ (K)	$2\Delta_0/T_c$	$B_{c1}(0)$ (mT)	$\lambda(0)$ (nm.)	$\chi, \varepsilon_0$ $Qp=0.1$	$\xi(0)$ (nm.)	$\kappa$
Drozdov et al.	203	-	30	125	-	2.00- 2.30	70.90- 81.50
Talantsev et al.	203	3.20	30	163	-	2.15	105
Talantsev et al.	203	3.20	23.70	189	-	2.15	105
Semiclassical	203	3.80	-	125	483, 94.60	-	-
Semiclassical	203	3.80	-	163	483, 94.60	-	-
Semiclassical	203	3.80	-	189	483, 94.60	-	-



ภาพประกอบ 111 เปรียบเทียบผลการทดลองและการคำนวณเชิงตัวเลขของ  $H_3S$

หลังจากการศึกษาความหนาแน่นของของไหลยวดยิ่งและความลึกขาบซีมได้ภายใต้ความดันภายนอกของตัวนำยวดยิ่งต่างๆด้วยทฤษฎีกึ่งคลาสสิก ทฤษฎีบีซีเอส สมการช่องว่างพลังงานที่ขึ้นกับทิศทาง สมการความดันภายนอก สมการความหนาแน่นของสถานะอิเล็กทรอนิกส์ของกอนซาเร็คและมูเล็คและฟังก์ชันของแวนโฮฟซิงกูลาริตีดังตาราง 18

ตัวนำยวดยิ่งชนิด  $H_3S$  และ  $LaH_{10}$  จากผลการทดลองที่เตรียมด้วยความดันสูงโดยกำหนด  $Qp$  เป็น 0.1 สามารถทำนายค่า  $\chi$  และ  $\epsilon_0$  ของพารามิเตอร์ความดันที่มีอุณหภูมิวิกฤติใกล้เคียงกับผลการทดลอง ค่าอัตราส่วนช่องว่างพลังงานต่ออุณหภูมิวิกฤติ ( $2\Delta_0/T_c$ ) มีค่ามากกว่าทฤษฎีบีซีเอสเป็น 3.78 และ 3.80 ตามลำดับ และมีช่องว่างพลังงานเป็นคลื่นเอสด้วยทฤษฎีกึ่งคลาสสิก

ตัวนำยวดยิ่งชนิด  $CaAlSi$  ที่มีช่องว่างพลังงานเป็นรูปทรงรีของฮาส์และมากีและรูปแพนเค้ก ของโพซาเซนนิโคว่าและคณะ จากผลการทดลองที่ไม่มีความดันพบว่า ค่าความไม่สมมาตร ( $a'$ ) ส่งผลต่ออุณหภูมิวิกฤติและสามารถทำนายการเพิ่มขึ้นและผลต่างของค่า  $\chi$  และ  $\epsilon_0$  ของพารามิเตอร์ความดันพบว่าจะแปรผันตรงกับอุณหภูมิวิกฤติแต่ค่า  $Qp$  จะแปรผกผันกับอุณหภูมิวิกฤติ ค่าอัตราส่วนช่องว่างพลังงานต่ออุณหภูมิวิกฤติ ( $2\Delta_0/T_c$ ) มีค่ามากกว่าทฤษฎีบีซีเอสเป็น 3.78 และ 3.54 ตามลำดับ และมีช่องว่างพลังงานขึ้นกับทิศทางเป็นคลื่นเอสด้วยทฤษฎีกึ่งคลาสสิก

ตัวนำยวดยิ่งชนิด  $LaSrCuO$  และ  $YBaCuO$  ที่มีช่องว่างพลังงานเป็นคลื่นดีของมีซ็อตและคณะ จากผลการทดลองที่ไม่มีความดันพบว่าค่าระดับพลังงานเฟอร์มิ ( $E_F$ ) ส่งผลต่อการคำนวณของขอบเขตทฤษฎีบีซีเอส และสามารถทำนายการเพิ่มขึ้นและผลต่างของค่า  $\chi$  และ  $\epsilon_0$  ของพารามิเตอร์ความดันพบว่าจะแปรผันตรงกับอุณหภูมิวิกฤติแต่ค่า  $Qp$  จะแปรผกผันกับอุณหภูมิวิกฤติ ค่าอัตราส่วนช่องว่างพลังงานต่ออุณหภูมิวิกฤติ ( $2\Delta_0/T_c$ ) มีค่ามากกว่าทฤษฎีบีซีเอสเป็น 4.48 และ 4.64 ตามลำดับ และมีช่องว่างพลังงานขึ้นกับทิศทางเป็นคลื่นดีด้วยทฤษฎีกึ่งคลาสสิก อีกทั้งพบว่าตัวนำยวดยิ่งต่างๆมีค่าคงที่ของแรงคู่ควบ ( $\lambda_{E_s}$ ) อยู่ในช่วง 0.20-0.35 ทำให้ทฤษฎีที่ใช้ในการศึกษางานวิจัยชิ้นนี้สามารถอธิบายคุณสมบัติทางเทอร์โมไดนามิคได้ในการคำนวณเชิงตัวเลขและเชิงเส้นได้บางส่วนตามการประมาณค่าของอุณหภูมิ โดยได้สมการเชิงเส้นของความหนาแน่นของของไหลยวดยิ่ง ความลึกขาบซีมได้ อุณหภูมิวิกฤติ และช่องว่างพลังงานภายใต้ความดันของตัวนำยวดยิ่งชนิดต่างๆ นอกเหนือจากนั้นในกรณีที่เป็นคลื่นเอสพบว่าค่าของ  $\Delta\rho$  จะมีค่าสูงสุดอยู่ที่  $T/T_c$  ประมาณ 0.7 ในขณะที่คลื่นดีจะมีค่าสูงสุดอยู่ที่  $T/T_c$  ประมาณ 0.6

ตาราง 18 ค่าพารามิเตอร์ของตัวนำยิ่งยวดต่างๆ

Sample	$\lambda_{E_k}$	$\chi$	$\epsilon_0$	$Qp$	$T_c$ (K)	$2\Delta_0/T_c$	$\Delta\rho_{peak}$
H <sub>3</sub> S	0.30	0	0	0	63.1	3.58	0.7
H <sub>3</sub> S	0.30	473	91	0.1	201	3.78	0.7
LaH <sub>10</sub>	0.35	0	0	0	85.4	3.63	0.7
LaH <sub>10</sub>	0.35	504	100	0.1	240	3.80	0.7
CaAlSi (a'=0.1,E-M)	0.32	1	1	0.1	8.15	3.78	0.7
CaAlSi (a'=0.44,P-M)	0.32	1	1	0.1	8.12	3.55	0.7
LaSrCuO	0.20 (E <sub>F</sub> =5548 K)	1	1	0.1	41.1	4.48	0.6
LaSrCuO	0.20 (E <sub>F</sub> =5548 K)	1	1	0.5	40.7	4.48	0.6
YBaCuO	0.33 (E <sub>F</sub> =8807 K)	1	1	0.1	91.5	4.64	0.6
YBaCuO	0.33 (E <sub>F</sub> =8807 K)	1	1	1.1	90.5	4.63	0.6

ข้อเสนอแนะเพิ่มเติมผลการทดลองของความหนาแน่นของของไหลยิ่งยวดและความลึกซาบซึมได้ของตัวนำยิ่งยวดชนิด H<sub>3</sub>S และ LaH<sub>10</sub> ยังไม่มีผลการทดลองที่แน่ชัดด้วยเหตุผลประการต่างๆ ของการเตรียมสารกลุ่มนี้ ทำให้งานวิจัยชิ้นนี้สามารถคำนวณและทำนายจากค่าสนามแม่เหล็กวิกฤติที่ 1 ได้ตามทฤษฎีเท่านั้น

การปรับปรุงงานวิจัยชิ้นนี้สามารถคำนวณพารามิเตอร์  $Qp$  หรือสมการของความดันในทฤษฎีอื่นๆที่เกี่ยวข้องกับความดันจากการทดลองได้

## บรรณานุกรม

Ag2gaeh. (2015). Kugelkoordinaten: lokale Basis.

[https://en.wikipedia.org/wiki/Spherical\\_coordinate\\_system](https://en.wikipedia.org/wiki/Spherical_coordinate_system)

Allen, J. F., & Misener, A. D. (1938). Flow of Liquid Helium II. *Nature*, 141(3558), 75-75.

Ashcroft, N. W. (1968). Metallic Hydrogen: A High-Temperature Superconductor? *Physical Review Letters*, 21(26), 1748-1749.

Bardeen, J., Cooper, L. N., & Schrieffer, J. R. (1957). Theory of Superconductivity. *Physical Review*, 108(5), 1175-1204.

Bednorz, J. G., & Müller, K. A. (1986). Possible highT<sub>c</sub> superconductivity in the Ba-La-Cu-O system. *Zeitschrift für Physik B Condensed Matter*, 64(2), 189-193.

Bryant, C. A., & Keesom, P. H. (1961). Low-Temperature Specific Heat of Germanium. *Physical Review*, 124(3), 698-700.

Buckel, W., & Kleiner, R. (2004). *Superconductivity : fundamentals and applications* (2nd rev. and enl. ed.). Weinheim: Wiley-VCH.

Burns, R. B. (1992). Teacher education and personal development. *Research in Education*, 47(1), 54-63.

Casalbuoni, R. (2022). Lecture Notes on Superconductivity: Condensed Matter and QCD.

Chandrasekhar, B. S., & Einzel, D. (1993). The superconducting penetration depth from the semiclassical model. *Annalen der Physik*, 505(6), 535-546.

Changjan, A., Chanilkul, G., Udomsamuthirun, P., & Tongkhonburi, P. (2019). Superfluid density of anisotropic S-wave superconductors by semi-classical approach: Applied to MgB<sub>2</sub> and CaAlSi superconductors. *Physica C: Superconductivity and its Applications*, 564, 49-54.

Chu, C. W., Hor, P. H., Meng, R. L., Gao, L., & Huang, Z. J. (1987). Superconductivity at 52.5 k in the lanthanum-barium-copper-oxide system. *Science*, 235(4788), 567-569.

Chu, C. W., Hor, P. H., Meng, R. L., Gao, L., Huang, Z. J., Wang, & Y, Q. (1987). Evidence

- for superconductivity above 40 K in the La-Ba-Cu-O compound system. *Physical Review Letters*, 58(4), 405-407.
- Chu, C. W., Huang, S., Smith, T. F., & Corenzwit, E. (1975). Structural transformation of near-equiatomic V-Ru compounds at high pressure. *Physical Review B*, 11(5), 1866-1869.
- Darve, C. (2011). Phenomenological and Numerical Studies of Helium II Dynamics in the Two-Fluid Model.
- Dias Ranga, P., & Silvera Isaac, F. (2017). Observation of the Wigner-Huntington transition to metallic hydrogen. *Science*, 355(6326), 715-718.
- Drozdov, A., Eremets, M., Troyan, I., Ksenofontov, V., & Shylin, S. (2015). Conventional superconductivity at 203 kelvin at high pressures in the sulfur hydride system. *Nature*, 525, 73.
- Drozdov, A., Kong, P., Minkov, V., Besedin, S., Kuzovnikov, M., Mozaffari, S., . . . Eremets, M. (2019). Superconductivity at 250 K in lanthanum hydride under high pressures. *Nature*, 569, 528-531.
- Eremets, M. I., Trojan, I. A., Medvedev, S. A., Tse, J. S., & Yao, Y. (2008). Superconductivity in Hydrogen Dominant Materials: Silane. *Science*, 319(5869), 1506-1509.
- Gao, L., Xue, Y. Y., Chen, F., Xiong, Q., Meng, R. L., Ramirez, D., . . . Mao, H. K. (1994). Superconductivity up to 164 K in  $\text{HgBa}_2\text{Ca}_{m-1}\text{Cu}_m\text{O}_{2m+2+\delta}$  ( $m=1, 2, \text{ and } 3$ ) under quasihydrostatic pressures *Physical Review B*, 50(6), 4260-4263.
- Getino, J. M., de Llano, M., & Rubio, H. (1993). Properties of the gap energy in the van Hove scenario of high-temperature superconductivity. *Physical Review B*, 48(1), 597-599.
- Gonczarek, R., & Mulak, M. (1999). Enhancement of critical temperature of superconductors implied by the local fluctuation of EDOS. *Physics Letters A*, 251, 262-268.
- Haas, S., & Maki, K. (2001). Anisotropic s-wave superconductivity in  $\text{MgB}_2$ . *Physical Review B*, 65(2), 020502.



- Jennings, L. D., & Swenson, C. A. (1958). Effects of Pressure on the Superconducting Transition Temperatures of Sn, In, Ta, Tl, and Hg. *Physical Review*, 112(1), 31-43.
- Kamihara, Y., Hiramatsu, H., Hirano, M., Kawamura, R., Yanagi, H., Kamiya, T., & Hosono, H. (2006). Iron-Based Layered Superconductor: LaOFeP. *Journal of the American Chemical Society*, 128(31), 10012-10013.
- Kapitza, P. (1938). Viscosity of Liquid Helium below the  $\lambda$ -Point. *Nature*, 141(3558), 74-74.
- Kim, H.-T. (2021). Room-temperature-superconducting Tc driven by electron correlation. *Scientific Reports*, 11(1), 10329.
- Kittel, C. (2004). *Introduction to Solid State Physics*: John Wiley & Sons.
- Kortus, J., Mazin, I. I., Belashchenko, K. D., Antropov, V. P., & Boyer, L. L. (2001). Superconductivity of Metallic Boron in  $\text{MgB}_2$ . *Physical Review Letters*, 86(20), 4656-4659.
- Krzyzosiak, M., Gonczarek, R., Gonczarek, A., & Jacak, L. (2018). Simple analytical model of the effect of high pressure on the critical temperature and other thermodynamic properties of superconductors. *Scientific Reports*, 8(1), 7709.
- Landau, L. (1941). Theory of the Superfluidity of Helium II. *Physical Review*, 60(4), 356-358.
- London, F., London, H., & Lindemann, F. A. (1935). The electromagnetic equations of the supraconductor. *Proceedings of the Royal Society of London. Series A - Mathematical and Physical Sciences*, 149(866), 71-88.
- Lorenz, B., Cmaidalka, J., Meng, R. L., & Chu, C. W. (2003). Thermodynamic properties and pressure effect on the superconductivity in CaAlSi and SrAlSi. *Physical Review B*, 68(1), 014512.
- Lorenz, B., Meng, R. L., & Chu, C. W. (2001). High-pressure study on  $\text{MgB}_2$ . *Physical Review B*, 64(1), 012507.
- Matthias, B. T. (1953). Transition Temperatures of Superconductors. *Physical Review*, 92(4), 874-876.
- Maxwell, E. (1950). Isotope Effect in the Superconductivity of Mercury. *Physical Review*, 78(4), 477-477.

- McMillan, W. L. (1968). Transition Temperature of Strong-Coupled Superconductors. *Physical Review*, 167(2), 331-344.
- Meissner, W., & Ochsenfeld, R. (1933). Ein neuer Effekt bei Eintritt der Supraleitfähigkeit. *Naturwissenschaften*, 21(44), 787-788.
- Meslin, S., Chateigner, D., & Noudem, J. (2006). *Infiltration et croissance des céramiques YBa<sub>2</sub>Cu<sub>3</sub>O<sub>7- $\delta$</sub>  texturées à structure perforée : relations microstructures et propriétés supraconductrices.*
- Mesot, J., Norman, M. R., Ding, H., Randeria, M., Campuzano, J. C., Paramakanti, A., . . . Kadowaki, K. (1999). Superconducting Gap Anisotropy and Quasiparticle Interactions: A Doping Dependent Photoemission Study. *Physical Review Letters*, 83(4), 840-843.
- Nagamatsu, J., Nakagawa, N., Muranaka, T., Zenitani, Y., & Akimitsu, J. (2001). Superconductivity at 39 K in magnesium diboride. *Nature*, 410(6824), 63-64.
- Onnes, H., & Keesom, W. (1911). Commun. Phys. Lab. Univ. Leiden. Suppl. 29. In: Nov. PJRay. (2015). Overview of superconducting critical temperatures for a variety of superconducting materials since the first discovery in 1911. [https://en.wikipedia.org/wiki/High-temperature\\_superconductivity](https://en.wikipedia.org/wiki/High-temperature_superconductivity)
- Posazhennikova, A. I., Dahm, T., & Maki, K. (2002). Anisotropic s -wave superconductivity: Comparison with experiments on MgB<sub>2</sub> single crystals. *Europhysics Letters (EPL)*, 60(1), 134-140.
- Poulter, J. (1991). Lectures on Ginzburg-Landau (GL) Theory in the Theory of Superconductivity. *Faculty of science Chulalongkorn University.*
- Prins, J. F. (2003). The diamond vacuum interface: II. Electron extraction from n-type diamond: evidence for superconduction at room temperature. *Semiconductor Science and Technology*, 18(3), S131-S140.
- Prozorov, R., & Giannetta, R. W. (2006). Magnetic penetration depth in unconventional superconductors. *Superconductor Science and Technology*, 19(8), R41-R67.
- Putilin, S. N., Antipov, E. V., Chmaissem, O., & Marezio, M. (1993). Superconductivity at 94 K in HgBa<sub>2</sub>CuO<sub>4+ $\delta$</sub> . *Nature*, 362(6417), 226-228.

- Ratanaburi, S., Udomsamuthirun, P., & Yoksan, S. (1996). Ratio  $2\Delta_0/kT_c$  in a van Hove superconductor. *Journal of Superconductivity*, 9(5), 485-486.
- Reynolds, C. A., Serin, B., Wright, W. H., & Nesbitt, L. B. (1950). Superconductivity of Isotopes of Mercury. *Physical Review*, 78(4), 487-487.
- Schilling, A., Cantoni, M., Guo, J., & Ott, H. (1993). Superconductivity above 130 K in the Hg-Ba-Ca-Cu-O system. *Nature*, 363, 56-58.
- Schilling, A., Cantoni, M., Guo, J. D., & Ott, H. R. (1993). Superconductivity above 130 K in the Hg-Ba-Ca-Cu-O system. *Nature*, 363(6424), 56-58.
- Silsbee, F. B. (1916). A note on electrical conduction in metals at low temperatures. *Journal of the Washington Academy of Sciences*, 6(17), 597-602.
- Smith, T. F., & Chu, C. W. (1967). Will Pressure Destroy Superconductivity? *Physical Review*, 159(2), 353-358.
- Snider, E., Dasenbrock-Gammon, N., McBride, R., Debessai, M., Vindana, H., Vencatasamy, K., . . . Dias, R. P. (2020). Room-temperature superconductivity in a carbonaceous sulfur hydride. *Nature*, 586(7829), 373-377.
- Sun, Y., Lv, J., Xie, Y., Liu, H., & Ma, Y. (2019). Route to a Superconducting Phase above Room Temperature in Electron-Doped Hydride Compounds under High Pressure. *Physical Review Letters*, 123(9), 097001.
- Talantsev, E. F., Crump, W. P., Storey, J. G., & Tallon, J. L. (2017). London penetration depth and thermal fluctuations in the sulphur hydride 203 K superconductor. *Annalen der Physik*, 529(3), 1600390.
- Tisza, L. (1938). Transport Phenomena in Helium II. *Nature*, 141(3577), 913-913.
- Tomita, T., Hamlin, J. J., Schilling, J. S., Hinks, D. G., & Jorgensen, J. D. (2001). Dependence of  $T_c$  on hydrostatic pressure in superconducting  $MgB_2$ . *Physical Review B*, 64(9), 092505.
- Tripodi, Gioacchino, & Vinko. (2007). A REVIEW OF HIGH TEMPERATURE SUPERCONDUCTING PROPERTY OF PDH SYSTEM. *International Journal of Modern Physics B*, 21(18n19), 3343-3347.
- Tripodi, P., Di Gioacchino, D., Borelli, R., & Vinko, J. D. (2003). Possibility of high

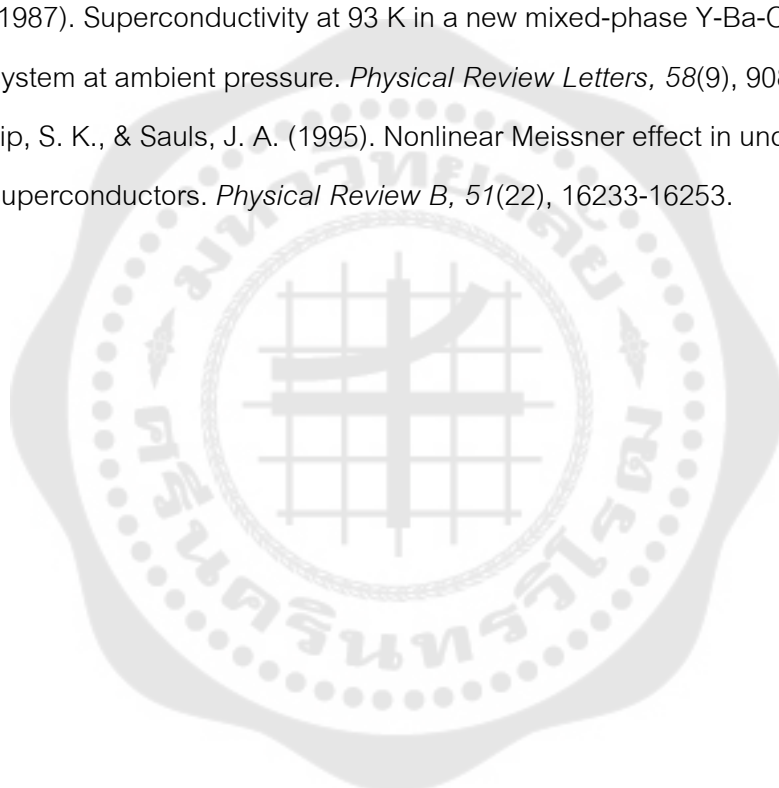
temperature superconducting phases in PdH. *Physica C: Superconductivity*, 388-389, 571-572.

Tripodi, P., Di Gioacchino, D., & Vinko, J. D. (2004). Superconductivity in PdH: phenomenological explanation. *Physica C: Superconductivity*, 408-410, 350-352.

Wigner, E., & Huntington, H. B. (1935). On the Possibility of a Metallic Modification of Hydrogen. *The Journal of Chemical Physics*, 3(12), 764-770.

Wu, M. K., Ashburn, J. R., Torng, C. J., Hor, P. H., Meng, R. L., Gao, L., . . . Chu, C. W. (1987). Superconductivity at 93 K in a new mixed-phase Y-Ba-Cu-O compound system at ambient pressure. *Physical Review Letters*, 58(9), 908-910.

Xu, D., Yip, S. K., & Sauls, J. A. (1995). Nonlinear Meissner effect in unconventional superconductors. *Physical Review B*, 51(22), 16233-16253.





## ตัวอย่างโปรแกรมการคำนวณ

```

ClearAll[ e0, b, a, exf, delt, gaab, ee, ff11, gg11];
\[Chi] = 504;
wd = 1310;
e0 = 100;
delt0 = 219.09;
tc = 240;
qp = -0.5;
lam = 0.35;
h = 0.000000001;

gg11[tc_] := (1/lam) -
  NIntegrate[(Tanh[(ee + qp)/(2*tc)]/(ee + qp)), {ee, 0, wd},
    MinRecursion -> 5,
    MaxRecursion -> 15] - \[Chi]*(Tanh[(e0 + qp)/(2*tc)]/(e0 + qp));

b = 3;
While[b > 0.000000001,
  p1 = tc;
  sff = N[gg11[tc], 20];
  ssf1 = N[gg11[tc + h], 20];
  tc = tc - (sff *h)/(ssf1 - sff);
  b = Abs[tc - p1];];

Print[" tc= ", tc];

ff11[lam_, gap_, t_] :=
  1/lam - NIntegrate[
    Tanh[(\[Sqrt]((ee + qp)^2 + gap^2))/(2*t*
      tc)]/(\[Sqrt]((ee + qp)^2 + gap^2)), {ee, 0,
    wd}] - \[Chi]*(Tanh[(\[Sqrt]((e0 + qp)^2 + gap^2))/(2*t*
      tc)]/(\[Sqrt]((e0 + qp)^2 + gap^2)));

```

```

t = 0.01;
While[t < 1.001,
  b = 3; gap = 180;
  While[b > 0.000000001,
    p1 = gap;
    sff = N[ff11[lam, gap, t], 20];
    ssf1 = N[ff11[lam, gap + h, t], 20];
    gap = gap - (sff * h)/(ssf1 - sff);
    b = Abs[gap - p1];
  ]
  gaab[t_, gap_] :=
  1 - (1/(2*t*tc))*
  NIntegrate[(Sech[(\Sqrt[(ee + qp)^2 + (gap)^2])/(2*t*
    tc)])^2, {ee, 0, \Infinity}], MinRecursion -> 5,
  MaxRecursion -> 15];
  pen[t_, gap_] := 1/(\Sqrt[gaab[t, gap]]);
  Print[t, " ", N[pen[t, gap]]];
  t = t + 0.01;

```

ชื่อ-สกุล

วัน เดือน ปี เกิด

สถานที่เกิด

วุฒิการศึกษา

07 มกราคม 2537

สุราษฎร์ธานี

พ.ศ. 2559 วิทยาศาสตร์บัณฑิต (สาขาวิชาฟิสิกส์)

จาก มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ

พ.ศ. 2561 วิทยาศาสตรมหาบัณฑิต (สาขาวิชาฟิสิกส์)

จาก มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ

พ.ศ. 2566 ปรัชญาดุษฎีบัณฑิต (สาขาวิชาฟิสิกส์)

จาก มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ

ที่อยู่ปัจจุบัน

140/206 หมู่ 1 หมู่บ้านวาสนา ถ.วัดโพธิ์-บางใหญ่ ต.มะขามเตี้ย อ.เมือง

จ.สุราษฎร์ธานี

