สนามแม่เหล็กวิกฤตและความลึกซาบซึมได้ที่ขึ้นกับอุณหภูมิของตัวนำยวดยิ่งแบบสองแถบพลังงาน

TEMPERATURE DEPENDENT CRITICAL MAGNETIC FIELD AND PENETRATION DEPTH OF TWO BAND SUPERCONDUCTORS

สัพพัญญู เมฆนิติ

บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ

2565

สนามแม่เหล็กวิกฤตและความลึกซาบซึมได้ที่ขึ้นกับอุณหภูมิของตัวนำยวดยิ่ง
แบบสองแถบพลังงาน

สัพพัญญู เมฆนิติ

ปริญญานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตร
ปรัชญาดุษฎีบัณฑิต สาขาวิชาฟิสิกส์
คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ
ปีการศึกษา 2565

TEMPERATURE DEPENDENT CRITICAL MAGNETIC FIELD AND PENETRATION DEPTH OF TWO BAND SUPERCONDUCTORS

SUPPANYOU MEAKNITI

A Dissertation Submitted in Partial Fulfillment of the Requirements

for the Degree of DOCTOR OF PHILOSOPHY

(Physics)

Faculty of Science, Srinakharinwirot University

2022

ปริญญานิพนธ์

เรื่อง

สนามแม่เหล็กวิกฤตและความลึกซาบซึมได้ที่ขึ้นกับอุณหภูมิของตัวนำยวดยิ่ง
แบบสองแถบพลังงาน

ของ

สัพพัญญู เมฆนิติ

ได้รับอนุมัติจากบัณฑิตวิทยาลัยให้นับเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตร
ปริญญาปรัชญาดุษฎีบัณฑิต สาขาวิชาฟิสิกส์
ของมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ

....

(รองศาสตราจารย์ นายแพทย์ฉัตรชัย เอกปัญญาสกุล)
คณบดีบัณฑิตวิทยาลัย

....

คณะกรรมการสอบปากเปล่าปริญญานิพนธ์

.... ที่ปรึกษาหลัก
(รองศาสตราจารย์ ดร.พงษ์แก้ว อุดมสมุทรหิรัญ)

.... ที่ปรึกษาร่วม
(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.อาภาพงศ์ ชั่งจันทร์)

.... ประธาน
(รองศาสตราจารย์ ดร.สุรศักดิ์ เชียงกา)

.... กรรมการ
(รองศาสตราจารย์ ดร.สมัคร์ พิมานแพง)

.... กรรมการ
(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.อารียา เอี่ยมบู่)

ชื่อเรื่อง	สนามแม่เหล็กวิกฤตและความลึกซาบซึมได้ที่ขึ้นกับอุณหภูมิของตัวนำยวดยิ่งแบบสองแถบพลังงาน
ผู้วิจัย	สัพพัญญู เมฆนิติ
ปริญญา	ปรัชญาดุษฎีบัณฑิต
ปีการศึกษา	2565
อาจารย์ที่ปรึกษา	รองศาสตราจารย์ ดร. พงษ์แก้ว อุดมสมุทรหิรัญ
อาจารย์ที่ปรึกษาร่วม	ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. อาภาพงศ์ ชั่งจันทร์

การวิจัยครั้งนี้มีจุดมุ่งหมายเพื่อศึกษาสนามแม่เหล็กวิกฤตเชิงผิวและศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างสนามแม่เหล็กวิกฤตกับค่าความลึกซาบซึมได้ของตัวนำยวดยิ่งแบบแม่เหล็กแบบ 2 แถบพลังงานที่ขึ้นกับอุณหภูมิและขึ้นกับทิศทาง โดยใช้ทฤษฎีกินซ์เบิร์กแลนดาว ซึ่งพิจารณาการขึ้นกับอุณหภูมิแบบไขว้ของฟังก์ชันอุณหภูมิ 4 รูปแบบ ประกอบด้วย รูปแบบของเชนและคณะ (M1) รูปแบบของซูและคณะ (M2) รูปแบบของชาเนนโคและคณะ (M3) และรูปแบบของชั่งจันทร์และอุดมสมุทรหิรัญ (M4) และพิจารณาการขึ้นกับทิศทางแบบไขว้ของฟังก์ชันความไม่สมมาตรของช่องว่างพลังงาน 2 รูปแบบ ประกอบด้วย ความไม่สมมาตรรูปทรงรี (e) และความไม่สมมาตรรูปทรงแพนเค้ก (p) และวิเคราะห์ผลด้วยวิธี trial (trial method) และวิธี iteration (iteration method) ผลการคำนวณสนามแม่เหล็กวิกฤตเชิงผิวและความลึกซาบซึมได้แบบแม่นตรงนำมาวิเคราะห์ผลด้วยวิธี trial พบว่าการขึ้นกับอุณหภูมิของทั้ง 4 รูปแบบ ในแถบพลังงานที่ 1 และขึ้นกับอุณหภูมิของชั่งจันทร์และอุดมสมุทรหิรัญในแถบพลังงานที่ 2 ที่มีความไม่สมมาตรของช่องว่างพลังงานรูปทรงแพนเค้กในแถบพลังงานที่ 1 และรูปทรงรีในแถบพลังงานที่ 2 (M14-p-e, M24-p-e, M34-p-e และ M44-p-e) ให้ผลสอดคล้องกับผลการทดลองของตัวนำยวดยิ่ง KFeSe และ FeCo ตามลำดับ จัดรูปสมการสนามแม่เหล็กวิกฤตเชิงผิว สนามแม่เหล็กวิกฤตที่ 2 และความลึกซาบซึมได้ให้อยู่ในรูปโพลิโนเมียลกำลังสองและวิเคราะห์ผลด้วยวิธี iteration พบว่าอัตราส่วนสนามแม่เหล็กวิกฤตเชิงผิวต่อสนามแม่เหล็กวิกฤตที่ 2 ที่ขึ้นกับอุณหภูมิของชั่งจันทร์และอุดมสมุทรหิรัญทั้งในแถบพลังงานที่ 1 และแถบพลังงานที่ 2 ที่มีความไม่สมมาตรรูปทรงแพนเค้กทั้งในแถบพลังงานที่ 1 และแถบพลังงานที่ 2 มีค่าสูงกว่าผลจากการทดลองของตัวนำยวดยิ่ง KFeSe และมีค่าเท่ากับผลจากการทดลองของตัวนำยวดยิ่ง LaSrCuO และพบว่าความลึกซาบซึมได้ให้ผลสอดคล้องกับผลการทดลองของตัวนำยวดยิ่ง FeCo

คำสำคัญ : สนามแม่เหล็กวิกฤตเชิงผิว, ความลึกซาบซึมได้, ทฤษฎีกินซ์เบิร์กแลนดาว

Title TEMPERATURE DEPENDENT CRITICAL MAGNETIC FIELD AND PENETRATION DEPTH OF TWO BAND SUPERCONDUCTORS
Author SUPPANYOU MEAKNITI
Degree DOCTOR OF PHILOSOPHY
Academic Year 2022
Thesis Advisor Associate Professor Dr. Pongkaew Udomsamuthirun
Co Advisor Assistant Professor Dr. Arpapong Changjan

This research aims to study the surface critical magnetic field and the relationship between the critical magnetic field and the penetration depth of the temperature- and anisotropy-dependent two-band magnetic superconductors using the Ginzburg-Landau theory. It takes the cross-temperature into account. The results were analyzed using the trial and iteration methods. The dependence of four temperature functions: Chen, et al. (M1), Zhu et al. (M2), Shanenko et al. (M3), and Changjan and Udomsamuthirun (M4), as well as cross-anisotropy dependence of two band anisotropic functions: ellipse shape (e) and pancake shape (p). The results were analyzed using the trial and iteration methods. The trial method was used to analyze the exact calculations of surface critical magnetic fields and penetration depth. The temperature dependence of all four events in the first band and the temperature of Changjan and Udomsamuthirun in the second band with pancake shapes in the first band and ellipse shapes in the second band (M14-p-e, M24-p-e, M34-p-e, and M44-p-e) yielded results consistent with those of the KFeSe and FeCo superconductors, respectively. Formulate the surface critical magnetic field equation, the upper critical magnetic field and the penetration depth as second-order polynomials and analyzed the results using the iteration method. It was found that the ratio of the surface critical magnetic field to the upper critical magnetic field depends on the temperatures of Changjan and Udomsamuthirun, and it is also anisotropic with pancake shape in both the first and second bands. The value is greater than the experimental result of KFeSe superconductors and equal to the experimental result of LaSrCuO superconductors. Furthermore, the penetration depth was found to be consistent with the experimental results of FeCo superconductors.

Keyword : Surface critical magnetic field, Penetration depth, Ginzburg-Landau theory

กิตติกรรมประกาศ

ปริญญานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จลงได้ด้วยความช่วยเหลือจาก รศ.ดร.พงษ์แก้ว อุดมสมุทร หิรัญ และ ผศ.ดร. อาภาพงศ์ ชั่งจันทร์ อาจารย์ที่ปรึกษาหลัก และอาจารย์ที่ปรึกษาร่วมปริญญานิพนธ์ ทั้งให้คำปรึกษา คำแนะนำในทุกๆด้าน รวมถึงการแก้ไขข้อบกพร่องต่างๆ ที่สำคัญคอยช่วยเหลือและให้กำลังใจตลอดระยะเวลาทำการวิจัย ผู้วิจัยซาบซึ้งและขอกราบขอบพระคุณด้วยความเคารพเป็นอย่างสูง

ขอกราบขอบพระคุณ รศ.ดร. สุรศักดิ์ เชียงกา รศ.ดร.สมัคร์ พิมานแพง และ ผศ.ดร.อารียา เอี่ยมบู่ ที่ให้ความอนุเคราะห์ในการเป็นคณะกรรมการการสอบปากเปล่า (ปริญญานิพนธ์) รวมทั้งให้คำแนะนำในการแก้ไขเพิ่มเติม ทำให้เล่มปริญญานิพนธ์ฉบับนี้เสร็จสมบูรณ์

ขอกราบขอบพระคุณคณาจารย์ภาควิชาฟิสิกส์ทุกท่านที่ให้คำปรึกษาและประสิทธิ์ประสาทวิชาตลอดระยะเวลาของการศึกษา จนผู้วิจัยสามารถนำความรู้มาใช้ในการทำปริญญานิพนธ์จนสำเร็จ

ขอกราบขอบพระคุณ คุณธัญนพ นิลกำจร คุณเสริมสุข รัดเร่ง คุณวิวัฒน์ เครือวงศ์ และคุณณัฐชานันท์ รัตนโกเศรษฐ ที่ช่วยเหลืออำนวยความสะดวกในการทำวิจัย และขอขอบคุณพี่ๆน้องๆฟิสิกส์ มศว ทุกท่านที่คอยช่วยเหลือ แนะนำหนังสือที่ผู้วิจัยต้องใช้ศึกษาทุกวิชา รวมถึงเป็นกำลังใจให้กันตลอดมา

ขอขอบคุณบัณฑิตวิทยาลัยที่อำนวยการช่วยเหลือในด้านต่างๆตลอดระยะเวลาการศึกษา

ขอขอบคุณครอบครัวของผู้วิจัยที่ส่งเสริม สนับสนุน อีกทั้งเป็นกำลังใจให้ผู้วิจัยเสมอมา บิดา มารดา คุณตา คุณยาย คุณน้า น้องๆที่รักยิ่งของผู้วิจัยทุกคน รวมถึงคุณนิธินนทร์ เกษมรัตน์ ผู้ซึ่งช่วยเหลือในการวาดภาพประกอบบางภาพในเล่มปริญญานิพนธ์

สุดท้ายซึ่งสำคัญมาก ขอขอบพระคุณทุนสนับสนุนโครงการปริญญาเอกกาญจนาภิเษกรุ่นที่ 21 (คปก.) สัญญาเลขที่ PHD/0212/2561 จากสำนักงานการวิจัยแห่งชาติ (วช.) สำนักงานกองทุนสนับสนุนการวิจัย (สกว.) และสำนักงานคณะกรรมการส่งเสริมวิทยาศาสตร์ วิจัยและนวัตกรรม (สกสว.) นำมาซึ่งประสบการณ์อันมีค่าและประโยชน์ในการทำงานในอนาคต

สัพพัญญู เมฆนิติ

สารบัญ

สารบัญตาราง

หน้า

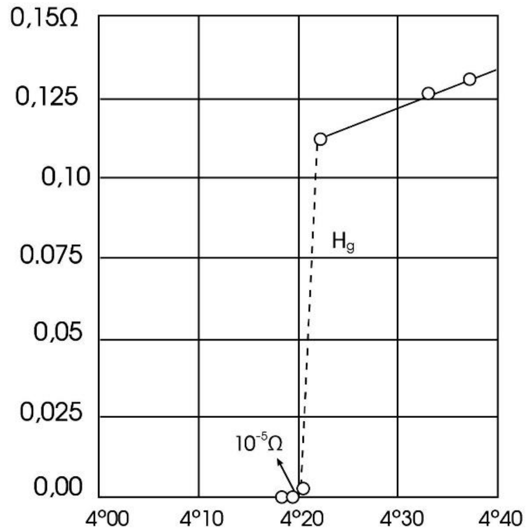
สารบัญรูปภาพ

หน้า

บทที่ 1
บทนำ

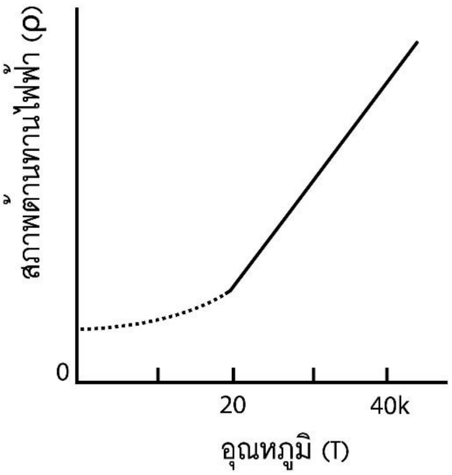
1 การค้นพบและการพัฒนาตัวนำยวดยิ่ง

การศึกษาค้นคว้าทางด้านตัวนำยวดยิ่งในปัจจุบันมีความก้าวหน้าพร้อมๆไปกับการนำมาประยุกต์ใช้งานทางการแพทย์ การขนส่ง และการพัฒนาอุปกรณ์อิเล็กทรอนิกส์ซึ่งเป็นส่วนประกอบสำคัญของอุปกรณ์ไฟฟ้าในชีวิตประจำวัน แต่ตัวนำยวดยิ่งที่นำมาประยุกต์ใช้งานจะต้องมีอุณหภูมิวิกฤตสูงกว่าจุดเดือดของสารที่นำมาหล่อเย็น ซึ่งจุดเริ่มต้นของการศึกษาค้นคว้าเกี่ยวกับตัวนำยวดยิ่งนี้ เกิดขึ้นในปี ค.ศ.1991 เมื่อคาเมอร์ลิง ออนเนส (Buckel & Kleiner, 2004) ค้นพบสภาพนำยวดยิ่งในปรอทบริสุทธิ์ขณะทำการทดลองและพบว่าค่าความต้านทานไฟฟ้าของปรอทมีค่าลดลงทันทีทันใดที่ปรอทมีอุณหภูมิประมาณ 4.2 เคลวิน ดังภาพประกอบ 1 ซึ่งต่างกับโลหะบริสุทธิ์ทั่วไป เช่น ทองคำ และทองคำขาวที่มีค่าความต้านทานไฟฟ้าพุ่งเข้าสู่ค่าคงตัวที่ไม่เป็นศูนย์ที่อุณหภูมิใกล้ศูนย์เคลวินดังภาพประกอบ 2



ภาพประกอบ 1 ความต้านทานไฟฟ้าของปรอทที่อุณหภูมิวิกฤต

ที่มา (Kittel, 2005)



ภาพประกอบ 2 ความต้านไฟฟ้าของโลหะที่อุณหภูมิใดๆ

ที่มา (Buckel & Kleiner, 2004)

จากภาพประกอบ 1 จะเห็นว่าในช่วงแรกความต้านทานไฟฟ้าของปรอทนั้นลดลงอย่างสม่ำเสมอ และลดลงเป็นศูนย์อย่างทันทีทันใดที่อุณหภูมิ 4.2 เคลวิน การลดลงอย่างทันทีทันใดนี้นับเป็นการเปลี่ยนสถานะของสารเข้าสู่สถานะความต้านทานไฟฟ้าเป็นศูนย์ เรียกสถานะนี้ว่าสถานะนำยวดยิ่ง (Superconducting state) เรียกสารที่เปลี่ยนสถานะเข้าสู่สถานะนำยวดยิ่งว่าตัวนำยวดยิ่ง (Superconductor) และเรียกอุณหภูมิที่ทำให้สารเข้าสู่สถานะนำยวดยิ่งว่า อุณหภูมิวิกฤต (Critical temperature) โดยสามารถจำแนกตัวนำยวดยิ่งออกเป็น 2 กลุ่ม ตามอุณหภูมิวิกฤต คือ ตัวนำยวดยิ่งที่มีอุณหภูมิวิกฤตต่ำกว่า 35 เคลวิน เรียกว่าตัวนำยวดยิ่งอุณหภูมิต่ำ (Low critical temperature Superconductor) หรือตัวนำยวดยิ่งแบบดั้งเดิม (Conventional Superconductor) และตัวนำยวดยิ่งที่มีอุณหภูมิสูงกว่า 35 เคลวิน เรียกว่าตัวนำยวดยิ่งอุณหภูมิสูง (High critical temperature Superconductor)

1.1 ตัวนำยวดยิ่งแบบดั้งเดิม

หลังจากการค้นพบตัวนำยวดยิ่งในปรอทในปี ค.ศ. 1911 เป็นต้นมา นักวิทยาศาสตร์ได้ศึกษาตัวนำยวดยิ่งทั้งในธาตุ อัลลอย และสารประกอบเพื่อหาตัวนำยวดยิ่งที่มีอุณหภูมิวิกฤตสูงขึ้น จนกระทั่งปี ค.ศ. 1973 ได้ค้นพบตัวนำยวดยิ่งในสารประกอบของโลหะไนโอเบียมและเจอร์เมเนียมที่มีอุณหภูมิวิกฤต 23.2 เคลวิน ซึ่งถือเป็นอุณหภูมิวิกฤตที่สูงที่สุดที่ศึกษามาแล้วในช่วงเวลานั้นก่อนที่จะมีการค้นพบตัวนำยวดยิ่งอุณหภูมิสูงในอีก 13 ปีถัดมา ณ ตอนนั้นจึงเชื่อว่า

ตัวนำยวดยิ่งในธรรมชาติจะมีอุณหภูมิวิกฤตไม่ถึง 35 เคลวิน เรียกตัวนำยวดยิ่งนี้ว่า ตัวนำยวดยิ่งแบบดั้งเดิม

ตาราง 1 อุณหภูมิวิกฤตของตัวนำยวดยิ่งในธาตุ อัลลอย และสารประกอบบางชนิด

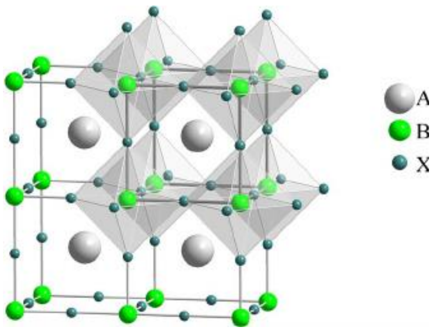
ตัวนำยวดยิ่งในธาตุ	อุณหภูมิวิกฤต (เคลวิน)	ตัวนำยวดยิ่งในอัลลอย	อุณหภูมิวิกฤต (เคลวิน)	ตัวนำยวดยิ่งในสารประกอบ	อุณหภูมิวิกฤต (เคลวิน)
La	6.3	TiZr	1.5	Nb_3Ga	20.3
Tc	7.8	NbTa	6.0	Nb_3Ge	23.2
Pb	7.2	NbTi	9.5	Mo_3Tc	15
Nb	9.3	NbZr	11	Ta_3Au	16

ที่มา (Buckel & Kleiner, 2004)

การเตรียมตัวนำยวดยิ่งไม่เพียงแต่ลดอุณหภูมิเพื่อให้สารมีสภาพนำยวดยิ่งเท่านั้น สารบางชนิดมีสภาพนำยวดยิ่งเมื่อเตรียมที่ความดันสูงหรือเตรียมในลักษณะฟิล์มบาง เป็นต้น ซึ่งการเตรียมตัวนำยวดยิ่งให้มีอุณหภูมิสูงขึ้นก็มีลักษณะเช่นเดียวกัน คือสารบางชนิดจะมีอุณหภูมิวิกฤตสูงขึ้นเมื่อเตรียมที่ความดันสูงและสารบางชนิดจะมีอุณหภูมิวิกฤตสูงขึ้นอีกเมื่อเตรียมในลักษณะฟิล์มบาง อย่างไรก็ตามนักวิทยาศาสตร์ได้ข้อสรุปว่าการเตรียมตัวนำยวดยิ่งในธาตุหรืออัลลอยไม่ทำให้ตัวนำยวดยิ่งมีอุณหภูมิวิกฤตที่สูงขึ้นกว่านี้ได้ แต่ยังคงเตรียมและศึกษาตัวนำยวดยิ่งในสารประกอบเพื่อหาอุณหภูมิวิกฤตที่สูงขึ้นต่อไป

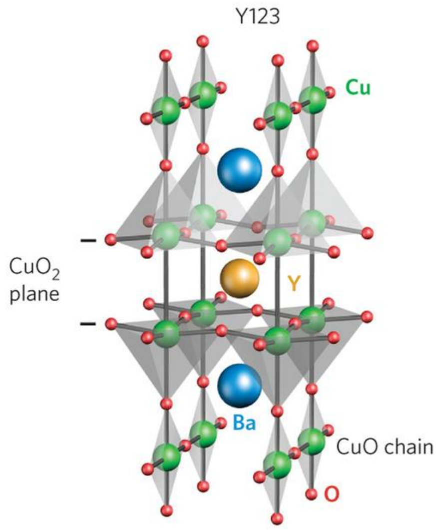
1.2 ตัวนำยวดยิ่งอุณหภูมิสูง

ตัวนำยวดยิ่งที่มีอุณหภูมิวิกฤตสูงถึง 35 เคลวิน ถูกค้นพบครั้งแรกในสารประกอบกลุ่มแบเรียมไนเทรต แลนทานัมไนเทรต และคอปเปอร์ไนเตรต (La-Ba-Cu-O) โดยเบทนอร์ซและมูลเลอร์ (Bednorz & Müller, 1986) ในปี ค.ศ. 1986 ด้วยวิธีการเตรียมแบบปฏิกิริยาสถานะของแข็ง (Solis state reaction) ซึ่งถูกจัดเป็นตัวนำยวดยิ่งในกลุ่มคิวเพรท เนื่องจากมีโครงสร้างผลึกแบบเพอร์โรฟสไกป์ (Perrovskite structure) ที่ประกอบด้วยระนาบของคอปเปอร์ออกไซด์ (CuO_2) ดังภาพประกอบ 3



ภาพประกอบ 3โครงสร้างผลึกแบบเพอร์โรฟสไกป์ ABX_3

ที่มา (Borriello, Cantele, & Ninno, 2008)

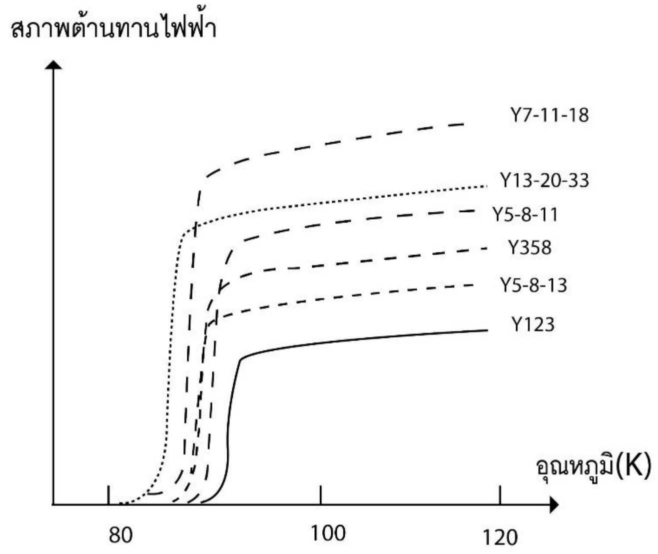


ภาพประกอบ 4 โครงสร้างผลึกของตัวนำยวดยิ่งY123

ที่มา (Barisic et al., 2013)

ต่อมาในปี 1987 ซูและคณะ (Wu et al., 1987) ได้เตรียมตัวนำยวดยิ่งในกลุ่มคิวเพรทอีกครั้งโดยใช้สารประกอบกลุ่มอิตเทรียมไนเทรต แบเรียมไนเทรต และคอปเปอร์ไนเทรต (Y-Ba-Cu-O) โดยเตรียมในสูตร Y123 ดังภาพประกอบ 4 ซึ่งเป็นการนำอิตเทรียมแทนที่แบเรียมในสารประกอบ พบว่าตัวนำยวดยิ่งมีอุณหภูมิวิกฤตสูงขึ้นถึง 92 เคลวิน นับเป็นการค้นพบตัวนำยวดยิ่งที่มีอุณหภูมิวิกฤตสูงกว่าจุดเดือดของไนโตรเจนเหลวที่นิยมนำมาเป็นสารหล่อเย็น ทำให้มีการ

เตรียมและศึกษาตัวนำยวดยิ่งในกลุ่มนี้มากขึ้นไม่ว่าจะเป็น Y124 Y247 และ Y358 ซึ่งในปี ค.ศ. 2010 กลุ่มวิจัยของอุดมสมุทรหิรัญ (Udomsamuthirun, Kruaehong, Nilkamjon, & Ratreng, 2010) ได้ศึกษาโครงสร้างผลึกของตัวนำยวดยิ่งดังที่กล่าวมาข้างต้นทำให้พบโครงสร้างผลึกที่สอดคล้องกัน คือ จำนวนพันธะของ Cu-O สัมพันธ์กับจำนวนอะตอมของอิตเทรียม จำนวนระนาบของคอปเปอร์ออกไซด์สัมพันธ์กับจำนวนอะตอมของแบเรียม และจำนวนอะตอมของอิตเทรียมรวมกับจำนวนอะตอมของแบเรียมมีค่าเท่ากับจำนวนอะตอมของคอปเปอร์ ดังนั้นจึงได้ทำการเตรียมตัวนำยวดยิ่งใหม่ด้วยวิธีปฏิกิริยาสถานะของแข็งโดยใช้สารในกลุ่มอิตเทรียมออกไซด์ (Y_2O_3) แบเรียมคาร์บอเนต ($BaCO_3$) และคอปเปอร์ออกไซด์ (CuO) ในสูตรต่างๆมากมาย ประกอบด้วย Y5-6-11 Y7-9-16 Y7-11-18 Y156 Y3-8-11 และ Y13-20-33 โดยมีผลการวัดอุณหภูมิวิกฤตดังแสดงในภาพประกอบ 5

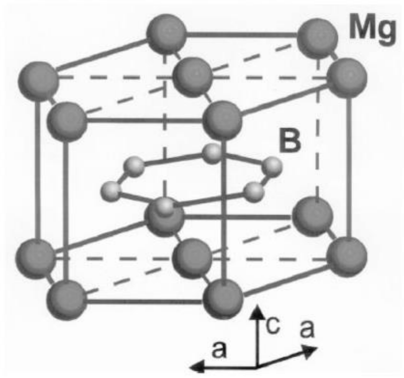


ภาพประกอบ 5 อุณหภูมิวิกฤตของตัวนำยวดยิ่ง YBaCuO

ที่มา (Udomsamuthirun et al., 2010)

ตัวนำยวดยิ่งแมกนีเซียมไดโบไรด์ (MgB_2) ถูกจัดอยู่ในกลุ่มตัวนำยวดยิ่งอุณหภูมิสูง โดยมีอุณหภูมิวิกฤต 39 เคลวิน พบในปี ค.ศ. 2001 โดยอากามัตซึและอะคิมิซึ (Nagamatsu, Nakagawa, Muranaka, Zenitani, & Akimitsu, 2001) เนื่องจากตัวนำยวดยิ่งชนิดนี้มีโครงสร้างผลึกไม่ซับซ้อนดังภาพประกอบ 6 ซึ่งมีโครงสร้างและองค์ประกอบแตกต่างจากตัวนำยวดยิ่งแบบ

ดั้งเดิม อีกทั้งสามารถนำไปขึ้นรูปง่ายกว่าตัวนำยวดยิ่งกลุ่มคอปเปอร์ออกไซด์ ทำให้ตัวนำยวดยิ่งชนิดนี้ได้รับความนิยมในการศึกษาทดลองจากนักวิทยาศาสตร์จำนวนมาก



ภาพประกอบ 6 โครงสร้างผลึกของตัวนำยวดยิ่งแมกนีเซียมไดโบไรด์

ที่มา (Villagracia, 2013)

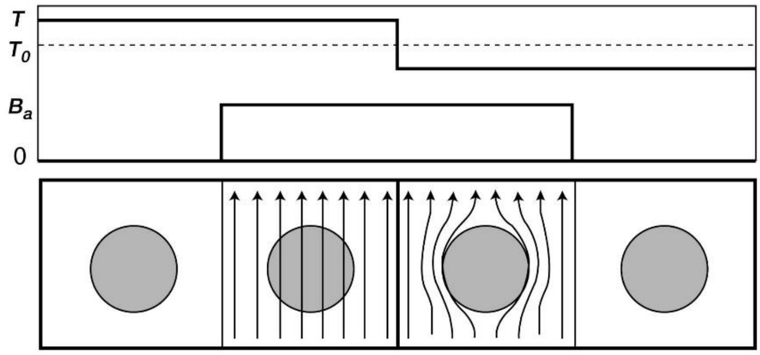
ตัวนำยวดยิ่งชนิดมีเหล็กเป็นองค์ประกอบ (Fe-based superconductors) พบในปี ค.ศ. 2008 โดยฮิเดโอะ โอโซโนะและทีมวิจัยคามิฮารา (Kamihara, Watanabe, Hirano, & Hosono, 2008) โดยได้เตรียมสารประกอบ LaFePO และ LaFeAsO ที่เจือด้วยฟลูออรีน แล้ววัดคุณสมบัติทางไฟฟ้าพบว่าสารประกอบนี้เป็นตัวนำยวดยิ่งที่อุณหภูมิวิกฤต 4 และ 26 เคลวิน ตามลำดับ ถึงแม้ตัวนำยวดยิ่งชนิดนี้จะมีอุณหภูมิวิกฤตไม่สูง แต่กลับได้รับความสนใจจากนักวิทยาศาสตร์เป็นจำนวนมากเช่นเดียวกับตัวนำยวดยิ่งแมกนีเซียมไดโบไรด์ เนื่องจากมีค่าสนามแม่เหล็กวิกฤตที่สองสูงมาก มีโครงสร้างผลึกไม่ซับซ้อน และมีความเหนียวเหมาะกับการขึ้นรูปประยุกต์ใช้งานได้ง่ายกว่าตัวนำยวดยิ่งอุณหภูมิสูงชนิดอื่น

2 สมบัติของสถานะนำยวดยิ่ง

สถานะนำยวดยิ่ง คือ สถานะที่ตัวนำมีค่าความต้านทานไฟฟ้าเป็นศูนย์ทันทีทันใดที่อุณหภูมิวิกฤต หากสารตัวนำมีอุณหภูมิสูงกว่าอุณหภูมิวิกฤตจะเปลี่ยนสถานะจากสถานะนำยวดยิ่งเป็นตัวนำที่สถานะปกติ จึงกล่าวได้ว่าอุณหภูมิเป็นสมบัติหนึ่งที่สามารถทำลายสภาพนำยวดยิ่งของตัวนำยวดยิ่งได้ และนอกจากอุณหภูมิแล้วยังมีสมบัติอื่นๆในสถานะนำยวดยิ่งที่แตกต่างจากสถานะปกติทั่วไป ดังต่อไปนี้

2.1 ปรากฏการณ์ไมส์เนอร์

ปรากฏการณ์ไมส์เนอร์ (Meissner effect) เป็นความสามารถในการผลักสนามแม่เหล็กออกจากเนื้อของตัวนำยวดยิ่งในสถานะนำยวดยิ่งอย่างสมบูรณ์ (Perfect diamagnetism) โดยการสร้างกระแสไฟฟ้าวิ่งบริเวณผิวในลักษณะหักล้างกันพอดีกับสนามแม่เหล็กภายนอก ทำให้สนามแม่เหล็กภายในตัวนำยวดยิ่งมีค่าเป็นศูนย์ ปรากฏการณ์นี้ถูกค้นพบในปี ค.ศ. 1933 โดยไมส์เนอร์และออซเซลเฟล (Meissner & Ochesenfeld, 1933) นักฟิสิกส์ชาวเยอรมัน นับเป็นการค้นพบปรากฏการณ์ที่เป็นสมบัติที่สำคัญของตัวนำยวดยิ่ง



ภาพประกอบ 7 พฤติกรรมของเส้นแรงแม่เหล็กที่มีต่อตัวนำยวดยิ่ง

ที่มา (Khachan & Bosi)

เมื่อพิจารณาพฤติกรรมของเส้นแรงแม่เหล็กในภาพประกอบ 7 พบว่าเมื่อให้สนามแม่เหล็ก ($B_a > 0$) กับตัวนำยวดยิ่งในสถานะปกติ ($T > T_c$) เส้นแรงแม่เหล็กจะพุ่งผ่านเนื้อของตัวนำได้ แต่เมื่อลดอุณหภูมิลงจนเข้าสู่สถานะนำยวดยิ่ง ($T < T_c$) เส้นแรงแม่เหล็กจะไม่สามารถพุ่งผ่านเนื้อของตัวนำยวดยิ่งได้โดยถูกผลักออกจากตัวนำ และสร้างกระแสไฟฟ้าวิ่งที่ผิวในลักษณะหักล้างกับสนามแม่เหล็กภายนอกพอดี ทำให้ตัวนำยวดยิ่งไม่มีสนามแม่เหล็กเหลืออยู่ทั้งภายในและภายนอกตัวนำเลย ($B_a = 0$)

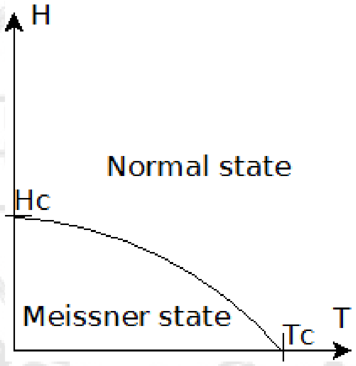
จากปรากฏการไมส์เนอร์ หากนำตัวนำยวดยิ่งที่อยู่ในสถานะนำยวดยิ่งวางบนรางแม่เหล็ก ตัวนำยวดยิ่งจะลอยตัวเหนือรางแม่เหล็กได้ เรียกปรากฏการณ์นี้ว่า การยกตัวด้วยแม่เหล็ก (Magnetic levitation) ในทำนองเดียวกัน เมื่อวางแม่เหล็กเหนือตัวนำยวดยิ่งในสถานะนำยวดยิ่ง แม่เหล็กก็สามารถลอยตัวเหนือตัวนำยวดยิ่งได้เช่นเดียวกัน

2.2 สนามแม่เหล็กวิกฤต

นอกจากอุณหภูมิวิกฤตแล้ว สนามแม่เหล็กก็สามารถทำลายสภาพนำยวดยิ่งได้เช่นเดียวกัน หากตัวนำยวดยิ่งมีค่าสนามแม่เหล็กสูงกว่าสนามแม่เหล็กวิกฤต (Critical magnetic field : H_c) ตัวนำยวดยิ่งจะสูญเสียสภาพนำยวดยิ่งกลายเป็นตัวนำปกติ และเมื่อใช้สนามแม่เหล็กวิกฤตจำแนกชนิดของตัวนำยวดยิ่งจะสามารถจำแนกได้ 2 ชนิด คือ ตัวนำยวดยิ่งชนิดที่ 1 (Type I Superconductors) และตัวนำยวดยิ่งชนิดที่ 2 (Type II Superconductors)

2.2.1 สนามแม่เหล็กวิกฤตของตัวนำยวดยิ่งชนิดที่ 1

ตัวนำยวดยิ่งชนิดที่ 1 แสดงความสามารถในการผลักเส้นแรงแม่เหล็กได้อย่างสมบูรณ์ ซึ่งเป็นการแสดงปรากฏการณ์ไมส์เนอร์อย่างสมบูรณ์ (Miessner state) เมื่ออยู่ภายในสนามแม่เหล็กที่มีค่าน้อยกว่าสนามแม่เหล็กวิกฤต โดยตัวนำยวดยิ่งชนิดที่ 1 นี้มีสนามแม่เหล็กวิกฤต 1 ค่า ดังแสดงในภาพประกอบ 8

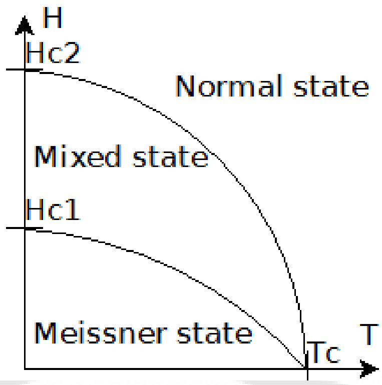


ภาพประกอบ 8 สนามแม่เหล็กวิกฤตของตัวนำยวดยิ่งชนิดที่ 1

ที่มา (Tomków, 2013)

2.2.2 สนามแม่เหล็กวิกฤตของตัวนำยวดยิ่งชนิดที่ 2

ตัวนำยวดยิ่งชนิดที่ 2 มีทั้งสถานะไมส์เนอร์ที่แสดงปรากฏการณ์ไมส์เนอร์อย่างสมบูรณ์ และมีสถานะผสม (Mixed states) เกิดขึ้น ซึ่งสถานะผสมเป็นสถานะที่แสดงปรากฏการณ์ไมส์เนอร์ไม่สมบูรณ์ คือมีเส้นแรงแม่เหล็กบางส่วนอยู่ในเนื้อของตัวนำยวดยิ่ง เนื่องจากกระแสไฟฟ้าที่ผิวสร้างสนามแม่เหล็กต้านสนามแม่เหล็กภายนอกไม่หมด ทำให้ในสถานะผสมมีทั้งตัวนำที่อยู่ในสถานะนำยวดยิ่งและตัวนำที่อยู่ในสถานะปกติ โดยตัวนำยวดยิ่งชนิดที่ 2 นี้มีสนามแม่เหล็กวิกฤต 2 ค่า ประกอบด้วย สนามแม่เหล็กวิกฤตที่ 1 (Lower critical magnetic field : H_{c1}) และสนามแม่เหล็กวิกฤตที่ 2 (Upper critical magnetic field : H_{c2}) ดังแสดงในภาพประกอบ 9



ภาพประกอบ 9 สนามแม่เหล็กวิกฤตของตัวนำยวดยิ่งชนิดที่ 2

ที่มา (Tomków, 2013)

ตาราง 2 ค่าสนามแม่เหล็กวิกฤตที่ 2 ของตัวนำยวดยิ่งที่มีเหล็กเป็นองค์ประกอบบางชนิด

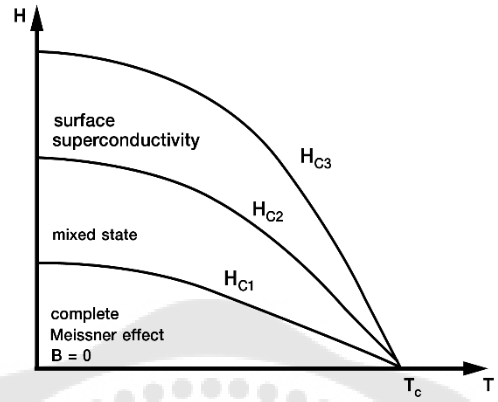
สารประกอบ	อุณหภูมิวิกฤต (เคลวิน)	สนามแม่เหล็กวิกฤตที่ 2 ทิศขนานแกน c (เทสลา)	สนามแม่เหล็กวิกฤตที่ 2 ทิศตั้งฉากแกน c (เทสลา)
$BaFe_2(As_{1-x}P_x)_2$	31	36	77
$Nd(O_{1-x}F_x)FeAs$	51	70	304
LiFeAs	18	15	24.2

ที่มา (Kidanemariam & Kahsay, 2016)

2.2.3 สนามแม่เหล็กวิกฤตเชิงผิว

สนามแม่เหล็กวิกฤตเชิงผิว (Surface critical magnetic field : H_{c3}) คือสนามแม่เหล็กวิกฤตที่ทำให้ตัวนำยวดยิ่งสูญเสียสถานะนำยวดยิ่งอย่างสมบูรณ์ โดยในปี ค.ศ. 1963 เจมส์และเจนเนส (Saint-James & Gennes, 1963) ได้ศึกษาและอธิบายว่าสนามแม่เหล็กวิกฤตเชิงผิวมีค่ามากกว่าสนามแม่เหล็กวิกฤตที่ 2 เท่ากับ 1.69 เท่า ($H_{c3}=1.69H_{c2}$) เมื่อสนามแม่เหล็กพุ่งผ่านที่สถานะผสมมากขึ้นจนถึงค่าสนามแม่เหล็กวิกฤตที่ 2 ตัวนำยวดยิ่งยังไม่สูญเสียสภาพนำยวดยิ่งทั้งหมด ยังคงมีสภาพนำยวดยิ่งหลงเหลืออยู่ที่ผิวของตัวนำยวดยิ่ง เมื่อให้

ค่าสนามแม่เหล็กเพิ่มขึ้นจนมีค่ามากกว่าสนามแม่เหล็กวิกฤตเชิงผิว ตัวนำยวดยิ่งจึงสูญเสียสภาพนำยวดยิ่งอย่างสมบูรณ์ ดังแสดงในภาพประกอบ 10

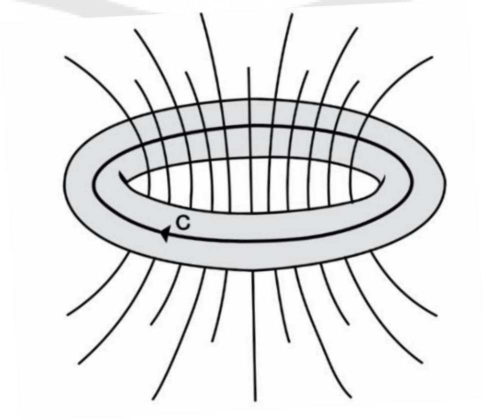


ภาพประกอบ 10 สนามแม่เหล็กวิกฤตเชิงผิวของตัวนำยวดยิ่ง

ที่มา (Tomków, 2013)

2.3 ความไม่ต่อเนื่องของฟลักซ์แม่เหล็ก

ผลของความไม่ต่อเนื่องของฟลักซ์แม่เหล็ก (Flux quantization) ถูกค้นพบในปี ค.ศ. 1961 โดยเดียเวอร์และแฟร์แบงค์ (Deaver and Fairbank, 1961) อธิบายว่าจะยังคงมีฟลักซ์แม่เหล็กภายในวงแหวนตัวนำยวดยิ่งที่อยู่ในสถานะนำยวดยิ่งแม้จะไม่มีการเหนี่ยวนำสนามแม่เหล็กภายนอกแล้ว ดังภาพประกอบ 11 โดยฟลักซ์แม่เหล็กที่เกิดขึ้นมีค่าไม่ต่อเนื่อง เรียกว่า ฟลักซ์แม่เหล็กควอนตัม (Magnetic flux quantum)



ภาพประกอบ 11 ฟลักซ์แม่เหล็กของตัวนำยวดยิ่งที่อยู่ในสถานะนำยวดยิ่ง

ที่มา (Kittel, 2005)

2.4 ปรากฏการณ์โจเซฟสัน

หากนำตัวนำยวดยิ่งที่อยู่ในสถานะนำยวดยิ่งสองตัวมาประกบกันโดยมีฉนวนบางๆ คั่นตรงกลางแล้วยังคงมีกระแสไฟฟ้าไหลผ่านฉนวนได้แม้ไม่มีความต่างศักย์ตกคร่อม โดยกระแสสามารถไหลผ่านฉนวนได้ เนื่องจากความต่างเฟสของตัวนำยวดยิ่งทั้งสองที่นำมาประกบกัน ซึ่งเป็นสมบัติที่ถูกอธิบายโดยโจเซฟสัน (B.D. Josephson) ในปี ค.ศ.1962 ประกอบด้วยปรากฏการณ์โจเซฟสันกระแสตรง (DC Josephson effect) และปรากฏการณ์โจเซฟสันกระแสสลับ (AC Josephson effect)

ปรากฏการณ์โจเซฟสันกระแสตรง จะมีกระแสไฟฟ้าแบบไฟฟ้ากระแสตรงไหลผ่านบริเวณรอยต่อโดยที่ไม่มีสนามแม่เหล็กกระทำต่อระบบ ซึ่งกระแสไฟฟ้าที่ไหลผ่านนี้มีค่าเท่ากับ

$$I_s = I_c \sin\left(\theta_1 - \theta_2\right) \tag{1.1}$$

เมื่อ I_s คือ กระแสไฟฟ้าในตัวนำยวดยิ่ง

I_c คือ กระแสวิกฤตของรอยต่อ

$\left(\theta_1 - \theta_2\right)$ คือ ความต่างเฟสของตัวนำยวดยิ่งสองชนิด

ปรากฏการณ์โจเซฟสันกระแสสลับ จะมีกระแสไฟฟ้าวิ่งข้ามรอยต่อสลับไปมาขึ้นกับเวลาเมื่อให้ศักย์ไฟฟ้ากระแสตรงกับระบบ โดยกระแสสลับที่ไหลผ่านบริเวณรอยต่อนี้มีค่าเท่ากับ

$$I_s = I_c \sin\left(\frac{2ev}{\hbar}t + \theta_1 - \theta_2\right) \tag{1.2}$$

เมื่อ t คือ เวลา

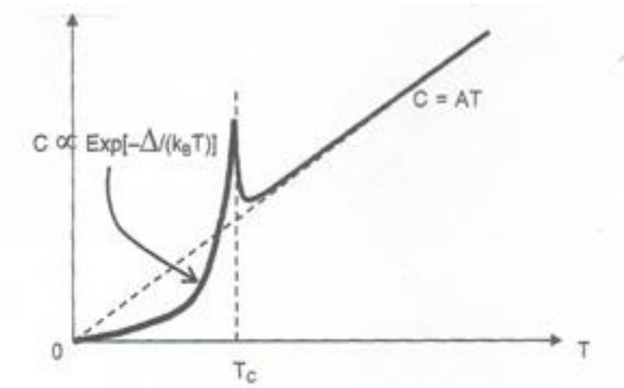
v คือ ศักย์ไฟฟ้ากระแสตรงที่ให้กับระบบ

2.5 ความจุความร้อนจำเพาะ

ความจุความร้อนจำเพาะ (Specific heat : C) ของตัวนำยวดยิ่งในสถานะนำยวดยิ่งจะมีค่าขึ้นกับอุณหภูมิในลักษณะเอกซ์โปเนนเชียล แต่เมื่อเพิ่มอุณหภูมิจนเข้าสู่สถานะปกติ ความร้อนจำเพาะจะมีค่ากระโดดไม่ต่อเนื่องที่อุณหภูมิวิกฤตและมีค่าขึ้นกับอุณหภูมิในลักษณะเชิงเส้นดังภาพประกอบ 12

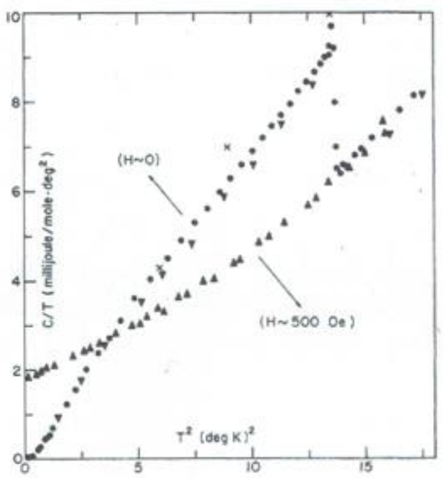
การทดลองวัดค่าความจุความร้อนจำเพาะของดีบุกในสถานะนำยวดยิ่งเกิดขึ้นในปี ค.ศ. 1961 โดยบรายอนและคีโสม (Bryant & Keesom, 1961) พบว่าความจุความร้อนจำเพาะจะ

กระโดดขึ้นทันทีที่ดีบุกเปลี่ยนจากสถานะนำปกติเป็นสถานะนำยวดยิ่งที่อุณหภูมิวิกฤต ดังภาพประกอบ 12



ภาพประกอบ 12 ความจุความร้อนจำเพาะของตัวนำยวดยิ่ง

ที่มา (Omar, 1993)



ภาพประกอบ 13 ความจุความร้อนจำเพาะของดีบุก

ที่มา (Bryant & Keesom, 1961)

3 ความมุ่งหมายของงานวิจัย

1 เพื่อศึกษาสนามแม่เหล็กวิกฤตเชิงผิวของตัวนำยวดยิ่งแบบแม่เหล็กชนิดคลื่น S แบบหนึ่งแถบพลังงาน และแบบสองแถบพลังงาน

2 เพื่อศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างค่าสนามแม่เหล็กวิกฤตกับค่าความลึกซาบซึมได้ของตัวนำยวดยิ่งแบบแม่เหล็กแบบหนึ่งแถบพลังงาน และแบบสองแถบพลังงาน

4 ความสำคัญของงานวิจัย

การศึกษาสนามแม่เหล็กวิกฤตเชิงผิวและความลึกซาบซึมได้ที่ขึ้นกับอุณหภูมิของตัวนำยวดยิ่งแบบแม่เหล็กจะสามารถอธิบายกลไกทางแม่เหล็กที่เป็นสมบัติที่สำคัญของตัวนำยวดยิ่งให้เข้าใจมากยิ่งขึ้น และนำไปสู่การประยุกต์ใช้งาน

5 ขอบเขตของงานวิจัย

1 สามารถหาค่าสนามแม่เหล็กวิกฤตเชิงผิวของตัวนำยวดยิ่งแบบแม่เหล็กโดยใช้ทฤษฎีกินซ์เบิร์กแลนดาวแบบสองแถบพลังงานได้

2 สามารถหาค่าความลึกซาบซึมได้ที่ขึ้นกับอุณหภูมิของตัวนำยวดยิ่งแบบแม่เหล็กโดยใช้ทฤษฎีกินซ์เบิร์กแลนดาวแบบสองแถบพลังงานได้

บทที่ 2
ทฤษฎีและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

ทฤษฎีที่ใช้ศึกษาตัวนำยวดยิ่งแบ่งเป็น 2 ประเภทใหญ่ๆ คือ ทฤษฎีตัวนำยวดยิ่งที่อธิบายสมบัติต่างๆของตัวนำยวดยิ่งโดยไม่คำนึงถึงกลไกพื้นฐานที่ทำให้เกิดสภาพนำยวดยิ่ง เรียกว่า ทฤษฎีตัวนำยวดยิ่งแบบมหภาค (Macroscopic theory of superconductors) ซึ่งในงานวิจัยนี้เน้นการศึกษาสมบัติของตัวนำยวดยิ่งใช้ทฤษฎีแบบมหภาคนี้ ได้แก่ ทฤษฎีสมการลอนดอน (London equation theory) และทฤษฎีกินซ์เบิร์กแลนดาว (Ginzburg Landau theory) ที่อธิบายสมบัติทางแม่เหล็กไฟฟ้าของตัวนำยวดยิ่ง ส่วนอีกทฤษฎีที่ใช้ศึกษาตัวนำยวดยิ่ง คือ ทฤษฎีที่อธิบายถึงกลไกของอิเล็กตรอนในระบบที่ทำให้เกิดสภาพนำยวดยิ่ง เรียกว่า ทฤษฎีตัวนำยวดยิ่งแบบจุลภาค (Microscopic theory of superconductors) ได้แก่ ทฤษฎีบีซีเอส (BCS theory) เป็นทฤษฎีที่อธิบายถึงกลไกการเกิดสภาพนำยวดยิ่งได้ดี แต่ไม่ได้กลาวถึงไว้ในงานวิจัยนี้

1 ทฤษฎีสมการลอนดอน

ในปี ค.ศ. 1935 พี่น้องตระกูลลอนดอน (Kittel, 2005) ได้อธิบายปรากฏการณ์ทางอิเล็กโทรไดนามิกส์ (Electrodynamics) ของตัวนำยวดยิ่งโดยอาศัยผลการทดลองด้านแม่เหล็กมาสร้างแบบจำลองทำให้สามารถอธิบายสมบัติทางแม่เหล็กของตัวนำยวดยิ่งอย่างปรากฏการณ์ไมส์เนอร์ได้อย่างชัดเจน และได้ประยุกต์สมการแมกซ์เวลล์ในระบบของตัวนำยวดยิ่ง โดยกำหนดให้การนำไฟฟ้าในตัวนำยวดยิ่งเกิดจากอิเล็กตรอนยวดยิ่ง (Super electron) เนื่องจากที่อุณหภูมิต่ำลงจนใกล้ศูนย์เคลวิน อิเล็กตรอนอิสระจะควบแน่นเป็นอิเล็กตรอนยวดยิ่งทั้งหมด ซึ่งเป็นสมบัติแบบเดียวกับของไหลในอุดมคติ คือ เป็นของไหลที่ไม่มีความหนืดและบีบอัดไม่ได้

1.1 สมการลอนดอน

เมื่อพิจารณาอิเล็กตรอนในสนามแม่เหล็กไฟฟ้า พบว่ามีแรงกระทำต่ออิเล็กตรอน ดังสมการที่ (2.1) และมีความหนาแน่นของกระแสไฟฟ้า ดังสมการที่ (2.2) ตามลำดับ

$$m\frac{d\bar{v}}{dt} = e\vec{E} \tag{2.1}$$

$$\vec{J} = n_e ev \tag{2.2}$$

เมื่อ n_e คือ ความหนาแน่นของอิเล็กตรอน

v คือ ความเร็วของอิเล็กตรอน

m คือ มวลของอิเล็กตรอน

e คือ ประจุของอิเล็กตรอน

หากพิจารณาความสัมพันธ์ระหว่างสมการแรงที่กระทำต่ออิเล็กตรอนและสมการความหนาแน่นกระแสไฟฟ้าจะสามารถเขียนสมการความสัมพันธ์ได้ดังสมการที่ (2.3)

$$\frac{d}{dt}\left(n_e e\vec{v}\left(\frac{m}{n_e e}\right)\right) = e\vec{E} \tag{2.3}$$

กำหนดให้ $\Lambda = \frac{m}{n_e e^2}$ ทำให้เขียนสมการความสัมพันธ์ใหม่สำหรับอิเล็กตรอนในสถานะนำยวดยิ่งได้ ดังสมการที่ (2.4)

$$\frac{d}{dt}\left(\Lambda\vec{J}\right) = \vec{E} \tag{2.4}$$

จากสมการแมกซ์เวลล์ (Maxwell's equation) ในตัวนำที่ไม่มีความหนาแน่นประจุ (Charge density : ρ) และความหนาแน่นกระแส (Current density : $\vec{J}$)

1 $\vec{\nabla}\cdot\vec{E} = 0$

2 $\vec{\nabla}\cdot\vec{B} = 0$

3 $\vec{\nabla}\times\vec{E} = -\frac{\partial\vec{B}}{\partial t}$

4 $\vec{\nabla}\times\vec{B} = \mu\vec{J} + \mu\varepsilon\frac{\partial\vec{E}}{\partial t}$

เมื่อ μ คือ ค่าสภาพซึมซับได้ทางแม่เหล็ก (Permeability)

ρ คือ ค่าสภาพยอมรับได้ทางไฟฟ้า (Permittivity)

แทนค่าความสัมพันธ์ระหว่างสนามแม่เหล็กและศักย์เวกเตอร์ $\left(\vec{B}=\vec{\nabla}\times\vec{A}\right)$ ลงในข้อที่ 3. ของสมการแมกซ์เวลล์ จะได้สมการที่ (2.5)

$$\vec{\nabla}\times\vec{E}=-\frac{\partial\left(\vec{\nabla}\times\vec{A}\right)}{\partial t}$$

$$\vec{E}=-\frac{\partial\vec{A}}{\partial t} \tag{2.5}$$

แทนสมการที่ (2.5) ลงในสมการที่ (2.4) จะได้สมการลอนดอน ดังสมการที่ (2.6)

$$\frac{d}{dt}\left(\Lambda\vec{J}\right)=-\frac{\partial\vec{A}}{\partial t}$$

$$\Lambda\vec{J}=-\vec{A}$$

$$\vec{J}=-\frac{n_e e^2}{m}\vec{A} \tag{2.6}$$

เมื่อใส่เคิร์ลเข้าไปทั้งสองข้างของสมการที่ (2.6) จะได้สมการลอนดอนในอีกรูปแบบดังสมการที่ (2.7)

$$\vec{\nabla}\times\vec{J}=-\frac{n_e e^2}{m}\vec{\nabla}\times\vec{A}$$

$$\vec{\nabla}\times\vec{J}=-\frac{1}{\Lambda}\vec{B} \tag{2.7}$$

ในสมการที่ (2.6) และสมการที่ (2.7) อธิบายว่าความหนาแน่นกระแสไฟฟ้ามีค่าแปรผันตามศักย์เวกเตอร์ของสนามแม่เหล็กในสถานะนำยวดยิ่ง เรียกทั้งสองสมการนี้ว่า **สมการลอนดอน**

1.2 ปรากฏการณ์ไมส์เนอร์และความลึกซาบซึมได้ของลอนดอน

เมื่อพิจารณาสมการลอนดอนซึ่งแสดงถึงความสัมพันธ์ของความหนาแน่นกระแสไฟฟ้ากับสนามแม่เหล็กไว้นั้น อธิบายได้ว่าสนามแม่เหล็กจะทำให้เกิดกระแสไฟฟ้าไหลวนบนผิวของตัวนำยวดยิ่ง ทำให้อธิบายปรากฏการณ์ไมส์เนอร์ได้ อีกทั้งยังพบพฤติกรรมการซาบซึมของเส้นแรงแม่เหล็กเข้าไปในผิวของตัวนำยวดยิ่งอีกด้วย

เริ่มต้นอธิบายปรากฏการณ์ไมส์เนอร์และความลึกซาบซึมได้ด้วยการจำลองวางตัวนำในระนาบ xy โดยให้สนามแม่เหล็กในทิศ z (B = (0,0,B_z)) เท่านั้น และเพื่อการแก้ปัญหาที่ไม่ซับซ้อนจะพิจารณาตัวนำยวดยิ่งเฉพาะแนวแกน x ที่วางตัวตั้งแต่ตำแหน่ง x = 0 เป็นต้นไป

คำนวณต่อด้วยการใส่เคิร์ลเข้าไปในสมการแมกซ์เวลล์ข้อที่ 4 ในกรณีที่สนามไฟฟ้าไม่เปลี่ยนแปลงกับเวลา แล้วแทนค่าสมการลอนดอนจากสมการที่ (2.7) ลงไป จะได้สมการที่ (2.8)

$$\vec{\nabla}\times\left(\vec{\nabla}\times\vec{B}\right)=\mu_0\left(\vec{\nabla}\times\vec{J}\right)$$

$$\vec{\nabla}\times\left(\vec{\nabla}\times\vec{B}\right)=-\frac{\mu_0}{\Lambda}\vec{B} \tag{2.8}$$

เมื่อกระจายเทอม $\vec{\nabla}\times\left(\vec{\nabla}\times\vec{B}\right)$ ในสมการที่ (2.8) พร้อมทั้งแทนค่าสนามแม่เหล็กในทิศ z ลงไป $\left(\vec{B}=B_z k\right)$ จะได้สมการอนุพันธ์อันดับสองที่อธิบายค่าสนามแม่เหล็กที่ตำแหน่งต่างๆ ในตัวนำยวดยิ่ง ดังสมการที่ (2.9)

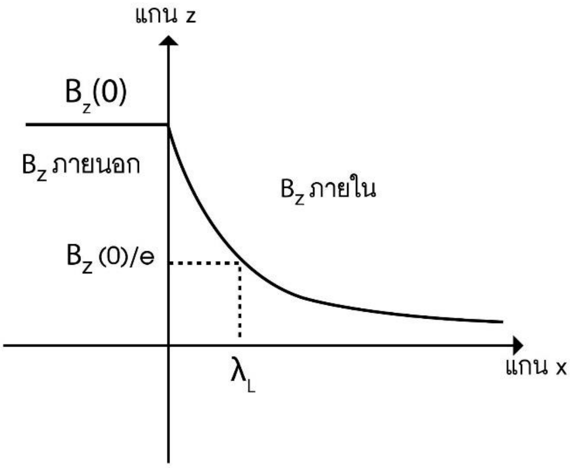
$$\nabla^2 B_z\left(x\right)-\frac{\mu_0}{\Lambda}B_z\left(x\right)=0$$

$$\frac{d^2}{dx^2}B_z\left(x\right)-\frac{\mu_0}{\Lambda}B_z\left(x\right)=0 \tag{2.9}$$

คำตอบของสมการอนุพันธ์อันดับสองจะอยู่ในรูปฟังก์ชันเอกซ์โปเนนเชียล ดังสมการที่ (2.10)

$$B_z\left(x\right)=B_z\left(0\right)e^{-x/\sqrt{\Lambda/\mu_0}}=B_z\left(0\right)e^{-x/\lambda_L} \tag{2.10}$$

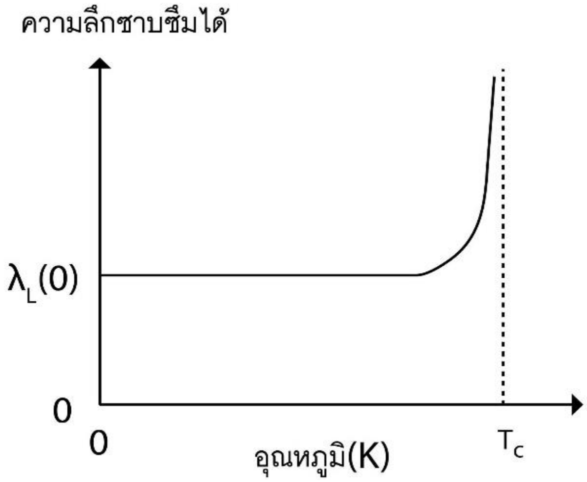
จากสมการที่ (2.10) สนามแม่เหล็กจะเข้าไปในเนื้อของตัวนำยวดยิ่งในลักษณะลดลงแบบเอกซ์โปเนนเชียล สามารถอธิบายปรากฏการณ์ไมส์เนอร์ได้ว่าสนามแม่เหล็กไม่มีลักษณะเพิ่มขึ้นในเนื้อของตัวนำยวดยิ่ง บ่งบอกว่าสนามแม่เหล็กถูกกันออกจากเนื้อของตัวนำยวดยิ่งจนมีค่าเป็นศูนย์ $\left(B_{inside}=0\right)$ โดยค่าคงตัว λ_L ที่ปรากฏในสมการ คือ ความลึกซาบซึมได้ของลอนดอน หมายถึง ระยะที่มีความลึกจากผิวเท่ากับ λ_L สนามแม่เหล็กจะลดลงจนเหลือเท่ากับ $B_z\left(x\right)=\dfrac{B_z\left(0\right)}{e}$ แสดงดังภาพประกอบ 14



ภาพประกอบ 14 สนามแม่เหล็กที่ซาบซึมเข้าไปในผิวของตัวนำยวดยิ่ง

ที่มา (Buckel & Kleiner, 2004)

และเนื่องจากความหนาแน่นของอิเล็กตรอนขึ้นกับอุณหภูมิ ความลึกซาบซึมได้ของลอนดอนจึงขึ้นกับอุณหภูมิด้วย โดยมีค่าคงตัวที่ใกล้ศูนย์เคลวินและมีค่าเพิ่มขึ้นอย่างรวดเร็วที่อุณภูมิวิกฤต แสดงดังภาพประกอบ 15 แสดงว่าที่อุณหภูมิวิกฤตสนามแม่เหล็กจะซาบซึมเข้าไปในตัวนำยวดยิ่งได้มากจนสูญเสียสภาพนำยวดยิ่ง ซึ่งสอดคล้องกับในตอนต้นที่กล่าวไปแล้วว่าอุณหภูมิวิกฤต และสนามแม่เหล็กวิกฤตสามารถทำลายสภาพนำยวดยิ่งได้ ส่งผลให้ตัวนำยวดยิ่งเปลี่ยนสถานะไปสู่สถานะปกติ



ภาพประกอบ 15 ความสัมพันธ์ของความลึกซาบซึมได้กับอุณหภูมิ

ที่มา (Buckel & Kleiner, 2004)

2 ทฤษฎีกินซ์เบิร์กแลนดาว

ในปี ค.ศ. 1950 กินซ์เบิร์กและแลนดาวได้เสนอทฤษฎีที่สามารถอธิบายสมบัติของตัวนำยวดยิ่งในบริเวณสนามแม่เหล็กได้ดี ซึ่งเป็นทฤษฎีเชิงปรากฏการณ์ที่ไม่ได้อธิบายถึงความสัมพันธ์ของอันตรกิริยาของอิเล็กตรอน แต่อธิบายสมบัติของตัวนำยวดยิ่งในบริเวณการเปลี่ยนสถานะของตัวนำจากสถานะหนึ่งไปสู่อีกสถานะหนึ่งจากตัวแปรบอกความเป็นระเบียบ (Order parameter) โดยมีพื้นฐานมาจากทฤษฎีการเปลี่ยนเฟสอันดับที่สองของแลนดาว (Landau theory of second order phase transition)

2.1 การเปลี่ยนเฟสอันดับที่สองของแลนดาว

สารแม่เหล็กพาราสามารถเปลี่ยนเป็นสารแม่เหล็กเฟอร์โรได้โดยมีค่าแมกนีไทเซชันเป็นตัวแปรบอกความเป็นระเบียบ เมื่อพิจารณาค่าโมเมนต์แม่เหล็กของระบบผลึกเตตระโกนอลที่เปลี่ยนเฟสจากสารแม่เหล็กพาราเป็นสารแม่เหล็กเฟอร์โรที่อุณหภูมิการเปลี่ยนสถานะ พบว่าค่าโมเมนต์แม่เหล็กมีทิศอยู่ในแนวแกนซีของผลึกและมีลักษณะที่ขึ้นกับอุณหภูมิ ดังภาพประกอบ 16 อธิบายได้ว่าสถานะของระบบมีการเปลี่ยนแปลงอย่างต่อเนื่องไปกับอุณหภูมิ แต่สมมาตรของระบบจะเปลี่ยนแปลงไม่ต่อเนื่องที่อุณหภูมิการเปลี่ยนสถานะ โดยสมมาตรของระบบในสถานะสารแม่เหล็กพารามีค่าไม่เปลี่ยนแปลงแสดงว่ามีค่าแมกนีไทเซชันเป็นศูนย์ แต่มีค่าเปลี่ยนแปลงในสถานะสารแม่เหล็กเฟอร์โร แสดงว่าค่าแมกนีไทเซชันไม่เป็นศูนย์ กล่าวได้ว่าสถานะและพลังงานของระบบขึ้นอยู่กับค่าแมกนีไทเซชันที่เป็นตัวแปรบอกความเป็นระเบียบของระบบนี้

เมื่อพิจารณาค่าแมกนีไทเซชัน (M_z) ในบริเวณการเปลี่ยนอุณหภูมิจะมีค่าน้อยมาก ดังนั้นจะสามารถเขียนพลังงานอิสระของระบบนี้ได้ในรูปของอนุกรมกำลัง ดังสมการที่ (2.11) (พวงรัตน์ ไพเราะ, 2549)

$$F = F_0 + \left(\frac{dF}{dM_Z}\right)_0 M_Z + \frac{1}{2!}\left(\frac{d^2F}{dM_Z^2}\right)_0 M_Z^2 + \frac{1}{3!}\left(\frac{d^3F}{dM_Z^3}\right)_0 M_Z^3 + \ldots \qquad (2.11)$$

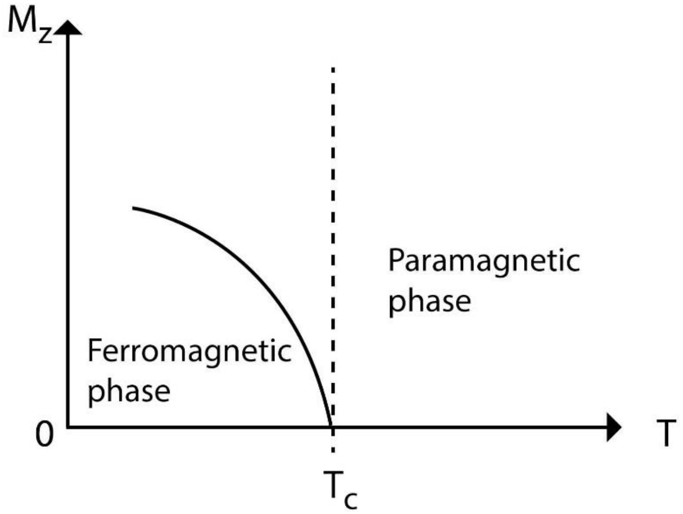
เทอมอนุพันธ์ของพลังงานอิสระเทียบกับแมกนีไทเซชันที่ค่าแมกนีไทเซชันเป็นศูนย์จะมีค่าคงที่ที่ไม่ขึ้นกับแมกนีไทเซชัน แต่ขึ้นกับอุณหภูมิ ซึ่งในแบบจำลองของระบบนี้เป็นระบบผลึกแบบเตตระโกนอลที่พลังงานอิสระมีค่าเท่ากับทุกทิศทาง ทำให้เทอมที่ยกกำลังเลขคี่ในสมการที่ (2.11) จะหายไป และเมื่อพิจารณาเฉพาะบริเวณอุณหภูมิการเปลี่ยนสถานะ ค่าแมกนีไทเซชัน

จะมีค่าน้อยมากทำให้สามารถละเทอมที่มีเลขยกกำลังมากกว่าสี่ในสมการที่ (2.11) ได้ และสามารถเขียนพลังงานอิสระของระบบใหม่ได้ดังสมการที่ (2.12)

$$F = F_0 + AM_Z^2 + \frac{1}{2}BM_Z^4 \tag{2.12}$$

เมื่อ $A = \frac{1}{2!}\left(\frac{d^2F}{dM_Z^2}\right)_0$ และ $B = \frac{1}{4!}\left(\frac{d^4F}{dM_Z^4}\right)_0$ โดยค่าคงที่ B มีค่ามากกว่าศูนย์

ดังนั้นจึงสรุปได้ว่า การเปลี่ยนเฟสอันดับที่สองตามทฤษฎีของแลนดาวในกรณีทั่วไป สถานะของระบบจะถูกระบุด้วยตัวแปรบอกความเป็นระเบียบ ซึ่งมีสมบัติคือ จะมีค่าเป็นศูนย์ที่อุณหภูมิสูงกว่าอุณหภูมิวิกฤตและมีค่าจำกัดที่อุณหภูมิต่ำกว่าอุณหภูมิวิกฤต



ภาพประกอบ 16 การเปลี่ยนเฟสของสารแม่เหล็กพาราเป็นแม่เหล็กเฟอร์โร

ที่มา (พวงรัตน์ ไพเราะ, 2549)

2.2 สภาพนำยวดยิ่งของทฤษฎีกินซ์เบิร์กแลนดาว

สภาพนำยวดยิ่งของทฤษฎีกินซ์เบิร์กแลนดาวจะใช้ฟังก์ชันเชิงซ้อน $\psi(\vec{r})$ ที่สอดคล้องกับความหนาแน่นความน่าจะเป็นของฟังก์ชันคลื่นของอิเล็กตรอนในสภาพนำยวดยิ่ง $|\psi|^2$ เป็นตัวแปรบอกความเป็นระเบียบ ซึ่งเป็นไปตามเงื่อนไข คือ มีค่าเป็นศูนย์ที่อุณหภูมิสูงกว่าอุณหภูมิวิกฤต และมีค่าจำกัดที่อุณหภูมิต่ำกว่าอุณหภูมิวิกฤต ดังสมการ (2.13) และ (2.14) ตามลำดับ (พงษ์แก้ว อุดมสมุทรหิรัญ, 2555)

$$|\psi|^2 = 0 \tag{2.13}$$

$$|\psi|^2 = \text{ค่าคงที่} \tag{2.14}$$

เมื่อพิจารณาค่าตัวแปรบอกความเป็นระเบียบในบริเวณอุณหภูมิวิกฤตพบว่าจะมีการเปลี่ยนแปลงน้อยมาก จึงเขียนความหนาแน่นพลังงานอิสระของเฮล์มโฮลทซ์ (Helmholtz free energy) ในเทอมของตัวแปรบอกความเป็นระเบียบได้ ดังสมการ

$$f_s = f_n + a|\psi|^2 + \frac{1}{2}b|\psi|^4 + \ldots \tag{2.15}$$

เมื่อ f_s คือ ความหนาแน่นพลังงานอิสระในสถานะนำยวดยิ่ง

f_n คือ ความหนาแน่นพลังงานอิสระในสถานะปกติ

a, b คือ ค่าคงที่

หากต้องการพลังงานอิสระทั้งระบบ สามารถหาได้จากผลรวมของความหนาแน่นพลังงานอิสระทั่วทั้งก้อนตัวนำ ดังสมการที่ (2.16)

$$F_s = \int d^3\vec{r}\, f_s(\vec{r}) \tag{2.16}$$

พิจารณาพลังงานรวมที่ต่ำที่สุดของระบบด้วยการแปรค่าพลังงานอิสระในสมการที่ (2.16) เทียบกับ ψ^* จะได้ว่า

$$\frac{\partial F_s}{\partial \psi^*} = \int d^3\vec{r}\, \frac{\partial f_s}{\partial \psi^*} = 0 \tag{2.17}$$

$$\frac{\partial f_s}{\partial \psi^*} = 0$$

$$\frac{\partial\left[f_n + a|\psi|^2 + \frac{1}{2}b|\psi|^4\right]}{\partial \psi^*} = 0$$

$$a\psi + b|\psi|^2\psi = 0 \tag{2.18}$$

จากสมการที่ (2.18) จะได้ความหนาแน่นความน่าจะเป็นของฟังก์ชันคลื่นของอิเล็กตรอนในสถานะปกติและสถานะนำยวดยิ่งดังสมการที่ (2.19) และ (2.20) ตามลำดับ

$$|\psi|^2 = 0 \tag{2.19}$$

$$|\psi|^2 = -\frac{a}{b} \tag{2.20}$$

แทนค่าตัวแปรบอกความเป็นระเบียบจากสมการที่ (2.20) ลงในสมการ (2.15) จะได้ความหนาแน่นพลังงานอิสระในสถานะนำยวดยิ่งที่ภาวะสมดุลดังสมการ (2.21)

$$f_s = f_n - \frac{a^2}{2b} \tag{2.21}$$

เมื่อ b มีค่ามากกว่าศูนย์ เนื่องจากความหนาแน่นพลังงานอิสระในสถานะนำยวดยิ่งมีความเป็นระเบียบมากกว่าความหนาแน่นพลังงานอิสระในสถานะปกติ

หากพิจารณาตัวนำยวดยิ่งในสนามแม่เหล็กคงตัว ความหนาแน่นพลังงานอิสระในกรณีนี้จะรวมเทอมความหนาแน่นพลังงานจลน์ในกลศาสตร์ควอนตัมและความหนาแน่นของสนามแม่เหล็กภายนอกเพิ่มเติมลงในสมการที่ (2.15) ทำให้ได้สมการความหนาแน่นพลังงานอิสระของตัวนำยวดยิ่งที่อยู่ในสนามแม่เหล็ก ดังสมการที่ (2.22)

$$f_s = f_n + a|\psi|^2 + \frac{1}{2}b|\psi|^4 + \frac{1}{2m^*}\left|\left(-i\hbar\nabla + \frac{e^*}{c}\vec{A}\right)\psi\right|^2 + \frac{h^2}{8\pi} \tag{2.22}$$

เทอมพลังงานจลน์

เทอมความหนาแน่นพลังงานจลน์ในกลศาสตร์ควอนตัมสามารถเขียนได้เป็น

$$\frac{1}{2m^*}\left|-i\hbar\nabla\psi\right|^2 \tag{2.23}$$

เนื่องจากตัวนำยวดยิ่งอยู่ภายใต้อิทธิพลของสนามแม่เหล็กภายนอก จึงมีค่าความหนาแน่นพลังงานที่เกี่ยวข้องกับอันตรกิริยาระหว่างสนามแม่เหล็กและกระแสอนุภาคที่อยู่ในเทอมของ $-i\hbar\nabla$ ดังนั้นความหนาแน่นพลังงานของระบบจะอยู่ภายใต้การแปลงเกจ (Gauge invariant)

$$-i\hbar\nabla \rightarrow -i\hbar\nabla - \frac{e^*}{c}\vec{A}$$

ถ้านิยามให้ $\hat{p} = -i\hbar\nabla - \frac{e^*}{c}\vec{A}$ จะเขียนฮามิลโทเนียนของอนุภาคที่มีประจุในสนามแม่เหล็กได้

$$\hat{H} = \frac{1}{2m^*}\left|\left(-i\hbar\nabla + \frac{e^*}{c}\vec{A}\right)\psi\right|^2 \tag{2.24}$$

จึงได้เทอมพลังงานจลน์ ดังสมการที่ (2.25)

$$\frac{1}{2m^*}\left|\left(-i\hbar\nabla + \frac{e^*}{c}\vec{A}\right)\psi\right|^2 \tag{2.25}$$

เมื่อ m^* คือ มวลยังผล (Effective mass) หรือมวลของอิเล็กตรอนคู่คูเปอร์ $\left(m^* = 2m\right)$

e^* คือ ประจุยังผล (Effective charge)

$\vec{A}$ คือ ศักย์แม่เหล็กเวกเตอร์

เทอมความหนาแน่นพลังงานของสนามแม่เหล็ก

เมื่อพิจารณางานบนตัวนำยวดยิ่งที่ตำแหน่งระยะอนันต์ไปยังตำแหน่งที่ระยะ r ในสนามแม่เหล็กถาวร จะพิจารณาได้ ดังสมการ

$$w = -\int_0^{Ba} \vec{M} \cdot d\vec{h} \tag{2.26}$$

โดยงานอยู่ในรูปของพลังงานในสนามแม่เหล็ก

$$df = -\vec{M} \cdot d\vec{h} \tag{2.27}$$

ในตัวนำยวดยิ่ง ที่สถานะไมส์เนอร์แมกนีไทเซชันมีความสัมพันธ์กับสนามแม่เหล็กในหน่วยเกาส์ สามารถเขียนได้ดังสมการ

$$df_s = \frac{1}{4\pi} h dh \tag{2.28}$$

เมื่อพิจารณาความหนาแน่นพลังงานอิสระในสถานะนำยวดยิ่งที่ตำแหน่งสนามแม่เหล็กเท่ากับศูนย์ไปยังตำแหน่งที่สนามแม่เหล็กเท่ากับ B_a ความหนาแน่นพลังงานอิสระในตัวนำยวดยิ่งจะเพิ่มขึ้น

$$f_s(h) - f_s(0) = h^2/8\pi \tag{2.29}$$

หากพิจารณาโลหะปกติที่ไม่มีความเป็นแม่เหล็ก คือไม่พิจารณาค่าสภาพซึมซับได้ทางแม่เหล็ก $(M = 0)$ พลังงานของโลหะปกตินี้จะไม่ขึ้นกับสนามแม่เหล็ก ทำให้ได้ความหนาแน่นพลังงานอิสระในสถานะปกติที่สนามแม่เหล็กวิกฤต ดังสมการ

$$f_N(H_c) = f_N(0) \tag{2.30}$$

จากสมการที่ (2.4) และ (2.5) คือ ข้อกำหนดพลังงานสมดุลของสถานะนำยวดยิ่งที่ศูนย์สัมบูรณ์ ดังนั้นที่สนามแม่เหล็กภายนอกมีค่าเท่ากับสนามแม่เหล็กวิกฤต $(h = H_c)$ ความหนาแน่นพลังงานอิสระในสถานะปกติจะเท่ากับความหนาแน่นพลังงานอิสระในสถานะนำยวดยิ่ง

$$f_N(H_c) = f_s(H_c) = f_s(0) + h^2/8\pi \tag{2.31}$$

$$\Delta F = f_N(0) - f_S(0) = h^2/8\pi \tag{2.32}$$

เมื่อ ΔF คือ ความหนาแน่นพลังงานอิสระในสถานะนำยวดยิ่งที่ภาวะสมดุล

ดังนั้นความหนาแน่นพลังงานอิสระของสถานะปกติมีค่าสูงกว่าความหนาแน่นพลังงานอิสระในสถานะนำยวดยิ่งเป็นจำนวนเท่ากับขนาดของความหนาแน่นพลังงานของสนามแม่เหล็กขนาด h ดังสมการ

$$f_N(0) = f_S(0) + \frac{h^2}{8\pi} \tag{2.33}$$

หากทำการทดลองวัดสมบัติของตัวนำยวดยิ่งในสนามแม่เหล็ก พบว่าจะควบคุมสนามแม่เหล็กภายในไม่ได้ เพราะสนามแม่เหล็กภายในมีค่าเท่ากับศูนย์ที่สภาวะสมดุล แต่ยังควบคุมสนามแม่เหล็กภายนอกได้ ดังนั้นเพื่อให้สอดคล้องกับการทดลองจึงพิจารณาความหนาแน่นพลังงานอิสระใหม่เป็นพลังงานอิสระของกิบส์ (Gibbs free energy) ซึ่งมีความสัมพันธ์กันดังนี้

$$g_s = f_s - \frac{\vec{h} \cdot \vec{H}}{4\pi}$$

เมื่อ g_s คือ ความหนาแน่นพลังงานอิสระของกิบส์

f_s คือ ความหนาแน่นพลังงานอิสระของเฮล์มโฮลทซ์

$\vec{h}$ คือ สนามแม่เหล็กภายใน

$\vec{H}$ คือ สนามแม่เหล็กภายนอก

และเมื่อพิจารณาพลังงานอิสระทั้งหมดของระบบ สามารถเขียนสมการพลังงานอิสระของตัวนำยวดยิ่งในสนามแม่เหล็กในสมการที่ (2.22) ใหม่ได้ดังสมการ (2.34)

$$G_s = \int d\vec{r}\left[f_n + a|\psi|^2 + \frac{1}{2}b|\psi|^4 + \frac{1}{2m^*}\left|\left(-i\hbar\nabla + \frac{e^*}{c}\vec{A}\right)\psi\right|^2 + \frac{h^2}{8\pi}\right] \quad (2.34)$$

2.3 สมการกินซ์เบิร์กแลนดาวที่ 1

การคำนวณสมการกินซ์เบิร์กแลนดาวที่ 1 สามารถคำนวณได้จากการแปรค่าพลังงานอิสระในสมการที่ (2.34) เทียบกับ ψ^* เพื่อให้ระบบมีค่าพลังงานรวมต่ำที่สุดที่สภาวะสมดุล ดังสมการที่ (2.35)

$$\int d\vec{r}\frac{\partial}{\partial\psi^*}\left[f_n + a|\psi|^2 + \frac{1}{2}b|\psi|^4 + \frac{1}{2m^*}\left|\left(-i\hbar\nabla + \frac{e^*}{c}\vec{A}\right)\psi\right|^2 + \frac{h^2}{8\pi}\right] = 0 \quad (2.35)$$

จัดรูปเทอมพลังงานจลนจากสมการที่ (2.35)

$$\frac{1}{2m^*}\int d\vec{r}\left|\left(-i\hbar\nabla + \frac{e^*}{c}\vec{A}\right)\psi\right|^2 =$$

$$\frac{1}{2m^*}\int d\vec{r}\left[\hbar^2\vec{\nabla}\psi^*\cdot\vec{\nabla}\psi + i\hbar\frac{e^*}{c}\vec{A}\psi^*\cdot\vec{\nabla}\psi^* - i\hbar\frac{e^*}{c}\vec{A}\psi^*\cdot\vec{\nabla}\psi + \frac{e^2}{c^2}\vec{A}|\psi|^2\right] \quad (2.36)$$

จากทฤษฎีบทไดเวอร์เจนซ์ (Divergence theorem)

$$\int_v d\vec{r}\vec{\nabla}\cdot\vec{P} = \oint_s \vec{P}\cdot d\vec{s} \quad (2.37)$$

เมื่อ s คือ ผิวปิดล้อมรอบปริมาตร

$d\vec{s}$ คือ เวกเตอร์ตั้งฉากกับผิวปิด

กำหนดให้ $\vec{P} = f\vec{Q}$ ดังนั้น

$$\vec{\nabla}\cdot\vec{P} = \vec{\nabla}\cdot f\vec{Q} = f\vec{\nabla}\cdot\vec{Q} + \vec{Q}\cdot\vec{\nabla}f \tag{2.38}$$

แทนค่าสมการที่ (2.38) ลงในสมการที่ (2.37)

$$\int_v d\bar{r}\, f\vec{\nabla}\cdot\vec{Q} + \int_v d\bar{r}\vec{Q}\cdot\vec{\nabla}f = \oint_s f\vec{Q}\cdot d\bar{s} \tag{2.39}$$

ถ้า $f = \psi^*$ และ $\vec{Q} = \vec{\nabla}\psi$

$$\int_v d\bar{r}\psi^*\nabla^2\psi + \int_v d\bar{r}\vec{\nabla}\psi\cdot\vec{\nabla}\psi^* = \oint_s \psi^*\nabla\psi\cdot d\bar{s} \tag{2.40}$$

ถ้า $f = \psi^*$ และ $\vec{Q} = \vec{A}\psi$

$$\int_v d\bar{r}\psi^*\vec{\nabla}\cdot\vec{A}\psi + \int_v d\bar{r}\vec{A}\psi\cdot\vec{\nabla}\psi^* = \oint_s \psi^*\vec{A}\psi\cdot d\bar{s} \tag{2.41}$$

แทนสมการที่ (2.40) และ (2.41) ลงในสมการที่ (2.36)

$$\frac{1}{2m^*}\int d\bar{r}\left|\left(-i\hbar\nabla + \frac{e^*}{c}\vec{A}\right)\psi\right|^2 =$$

$$\frac{1}{2m^*}\int d\bar{r}\left[-\hbar^2\psi^*\nabla^2\psi - i\hbar\frac{e^*}{c}\psi^*\vec{\nabla}\cdot\vec{A}\psi - i\hbar\frac{e^*}{c}\vec{A}\psi^*\cdot\vec{\nabla}\psi + \frac{e^2}{c^2}\vec{A}|\psi|^2\right]$$

$$+\frac{1}{2m^*}\oint_s\left[\hbar^2\psi^*\vec{\nabla}\psi + i\hbar\frac{e^*}{c}\psi^*\vec{A}\psi\right]d\bar{s} \tag{2.42}$$

กระจายเทอม

$$\left(-i\hbar\nabla + \frac{e^*}{c}\vec{A}\right) = -\hbar^2\nabla^2 - \frac{i\hbar e^*}{c}\vec{\nabla}\cdot\vec{A} - \frac{i\hbar e^*}{c}\vec{A}\cdot\vec{\nabla} + \frac{e^*}{c^2}A^2 \tag{2.43}$$

จัดรูปสมการ (2.42) ใหม่ ได้ดังสมการที่ (2.44)

$$\frac{1}{2m^*}\int d\bar{r}\left|\left(-i\hbar\nabla+\frac{e^*}{c}\vec{A}\right)\psi\right|^2=$$

$$\frac{1}{2m^*}\int_v d\bar{r}\left[\psi^*\left(-i\hbar\vec{\nabla}+\frac{e^*}{c}\vec{A}\right)^2\psi\right]+\oint_s\left[\psi^*\left(-i\hbar\vec{\nabla}+\frac{e^*}{c}\vec{A}\right)\psi\right]d\bar{s} \qquad (2.44)$$

จากเงื่อนไขพื้นที่ผิว (Surface condition) สำหรับทุกๆจุดบนผิวของตัวนำยวดยิ่งกับเวกเตอร์ปกติ $(\hat{n})$

$$\hat{n}\cdot\left(-i\hbar\vec{\nabla}+\frac{e^*}{c}\vec{A}\right)\psi=0 \qquad (2.45)$$

ทำให้ได้การแปรค่าเทียบกับ ψ^* เป็นสมการกินซ์เบิร์กแลนดาวที่ 1 ดังสมการที่ (2.46)

$$\frac{\partial G_s}{\partial\psi^*}=a\psi+b|\psi|^2\psi+\frac{1}{2m^*}\left(-i\hbar\nabla+\frac{e^*}{c}\vec{A}\right)^2\psi=0$$

$$\frac{1}{2m^*}\left(-i\hbar\nabla+\frac{e^*}{c}\vec{A}\right)^2\psi+a\psi+b|\psi|^2\psi=0 \qquad (2.46)$$

2.4 สมการกินซ์เบิร์กแลนดาวที่ 2

การคำนวณหาสมการกินซ์เบิร์กแลนดาวที่ 2 สามารถคำนวณได้จากการแปรค่าพลังงานอิสระในสมการที่ (2.34) เทียบกับศักย์เวกเตอร์ $\vec{A}$

$$\int d\bar{r}\left[\frac{\partial g_s}{\partial A_i}\delta A_i+\sum_i\frac{\partial g}{\partial\left(\frac{\partial A_i}{\partial i}\right)}\frac{\partial(\delta A_i)}{\partial i}\right]=0 \qquad (2.47)$$

เมื่อ $i=x,y,z$

อินทิเกรตทีละส่วนในเทอมที่สองของสมการที่ (2.47) จะได้

$$\sum_i \frac{\partial g_s}{\partial\left(\frac{\partial A_i}{\partial i}\right)}\cdot\delta A_i\Bigg|_s - \int d\bar{r}\sum_i \frac{\partial}{\partial i}\left[\frac{\partial g_s}{\partial\left(\frac{\partial A_i}{\partial i}\right)}\right]\delta A_i \qquad (2.48)$$

จากเงื่อนไขพื้นที่ผิวจะตัดเทอมแรกในสมการที่ (2.48) ทิ้ง แล้วแทนค่าลงในสมการที่ (2.47) จะได้

$$\int d\bar{r}\left[\frac{\partial g_s}{\partial A_i} - \int d\bar{r}\sum_i \frac{\partial}{\partial i}\left[\frac{\partial g_s}{\partial\left(\frac{\partial A_i}{\partial i}\right)}\right]\delta A_i\right] = 0 \qquad (2.49)$$

จาก

$$\frac{\partial g_s}{\partial A_i} = \frac{1}{2m^*}\left(i\hbar\frac{e^*}{c}\psi\frac{\partial \psi^*}{\partial i} - i\hbar\frac{e^*}{c}\psi^*\frac{\partial \psi}{\partial i} + \frac{2e^*}{c^2}A|\psi|^2\right) \qquad (2.50)$$

กระจายสนามแม่เหล็กในเทอมของศักย์เวกเตอร์

$$\vec{h} = \vec{\nabla}\times\bar{A}$$

$$\vec{h} = \hat{x}\left(\frac{\partial A_z}{\partial y} - \frac{\partial A_y}{\partial z}\right) + \hat{y}\left(\frac{\partial A_x}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial x}\right) + \hat{z}\left(\frac{\partial A_y}{\partial x} - \frac{\partial A_x}{\partial y}\right) \qquad (2.51)$$

จะได้

$$\frac{h^2}{8\pi} - \frac{\vec{h}\cdot\vec{H}}{4\pi} =$$

$$\frac{1}{8\pi}\left[\left(\frac{\partial A_z}{\partial y} - \frac{\partial A_y}{\partial z}\right)^2 + \left(\frac{\partial A_x}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial A_y}{\partial x} - \frac{\partial A_x}{\partial y}\right)^2\right]$$

$$-\frac{1}{4\pi}\left[\left(\frac{\partial A_z}{\partial y} - \frac{\partial A_y}{\partial z}\right)H_x + \left(\frac{\partial A_x}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial x}\right)H_y + \left(\frac{\partial A_y}{\partial x} - \frac{\partial A_x}{\partial y}\right)H_z\right] \qquad (2.52)$$

จะได้

$$\frac{\partial}{\partial x}\left[\frac{\partial g_s}{\partial\left(\frac{\partial A_x}{\partial x}\right)}\right]+\frac{\partial}{\partial y}\left[\frac{\partial g_s}{\partial\left(\frac{\partial A_y}{\partial y}\right)}\right]+\frac{\partial}{\partial z}\left[\frac{\partial g_s}{\partial\left(\frac{\partial A_z}{\partial z}\right)}\right]$$

$$=0-\frac{\partial}{\partial y}\left(h_z-H_z\right)+\frac{1}{4\pi}\frac{\partial}{\partial z}\left(h_z-H_z\right)$$

$$=\frac{1}{4\pi}\left[\vec{\nabla}\times\left(\vec{h}-\vec{H}\right)\right]_x \qquad (2.53)$$

ดังนั้นจะได้องค์ประกอบอื่นๆ

$$\sum_i \frac{\partial}{\partial i}\left[\frac{\partial g_s}{\partial\left(\frac{\partial A_i}{\partial i}\right)}\right]=-\frac{1}{4\pi}\left[\vec{\nabla}\times\left(\vec{h}-\vec{H}\right)\right]_i \qquad (2.54)$$

แทนสมการที่ (2.50) และ (2.54) ลงในสมการที่ (2.49) จะได้

$$\frac{1}{4\pi}\left[\vec{\nabla}\times\left(\vec{h}-\vec{H}\right)\right]=\frac{e^*\hbar}{2m^*i}\left(\psi^*\nabla\psi-\psi\nabla\psi^*\right)+\frac{e^{*2}}{m^*c}\vec{A}|\psi|^2 \qquad (2.55)$$

พิจารณาที่สนามแม่เหล็กภายนอกมีค่าสม่ำเสมอโดยอาศัยสมการแมกซ์เวลล์และสมการความหนาแน่นกระแสไฟฟ้า จะได้สมการกินซ์เบิร์กแลนดาวที่ 2 ดังสมการที่ (2.56)

$$\vec{J}=\frac{e^*\hbar}{2m^*i}\left(\psi^*\nabla\psi-\psi\nabla\psi^*\right)-\frac{e^{*2}}{m^*c}\vec{A}|\psi|^2 \qquad (2.56)$$

2.5 ผลจากสมการกินซ์เบิร์กแลนดาว

เมื่อได้สมการกินซ์เบิร์กแลนดาวที่ 1 และสมการกินซ์เบิร์กแลนดาวที่ 2 แล้วนั้น จะนำมาคำนวณหาค่าสนามแม่เหล็กวิกฤต ค่าความลึกซาบซึมได้ ค่าความยาวอาพันธ์ และค่าฟลักซ์แม่เหล็กที่ไม่ต่อเนื่อง ที่จะทำให้เข้าใจถึงสมบัติทางแม่เหล็กของตัวนำยวดยิ่งมากขึ้น

2.5.1 สนามแม่เหล็กวิกฤตของตัวนำยวดยิ่งชนิดที่ 1

ที่อุณหภูมิต่ำกว่าอุณหภูมิวิกฤต ($T < T_c$) เมื่อให้ค่าสนามแม่เหล็กภายนอกจนมีค่ามากกว่าสนามแม่เหล็กวิกฤต ($H > H_c$) ตัวนำจะมีสถานะเป็นตัวนำปกติ แต่ถ้าลดค่า

สนามแม่เหล็กภายนอกลงจนน้อยกว่าสนามแม่เหล็กวิกฤต ($H < H_c$) จะเกิดปรากฏการณ์ไมส์เนอร์ที่สนามแม่เหล็กภายในมีค่าเท่ากับศูนย์ ตัวนำจะเปลี่ยนสถานะเป็นตัวนำยวดยิ่ง ซึ่งการเปลี่ยนสถานะในลักษณะนี้เป็นรูปแบบการเปลี่ยนสถานะของตัวนำยวดยิ่งชนิดที่ 1 มีสนามแม่เหล็กวิกฤต 1 ค่า สามารถคำนวณได้จากการพิจารณาตัวแปรบอกความเป็นระเบียบดังสมการที่ (2.57)

$$\psi(r) = |\psi(r)| e^{i\phi(r)} \tag{2.57}$$

เมื่อ ϕ คือ เฟสของตัวแปรบอกความเป็นระเบียบ

พิจารณา $\left(\psi^* \nabla \psi - \psi \nabla \psi^*\right)$ ซึ่งปรากฏอยู่ในเทอมแรกของสมการกินซ์เบิร์กแลนดาวที่ 2

$$\begin{aligned} &\psi^*(r)\nabla\psi(r) - \psi(r)\nabla\psi^*(r) \\ &\quad = |\psi(r)| e^{-i\phi(r)} \left[|\psi(r)| e^{i\phi(r)} i\nabla\phi(r) + \left(\nabla\phi(r) e^{i\phi(r)}\right) \right] \\ &\qquad - |\psi(r)| e^{-i\phi(r)} \left[|\psi(r)| e^{-i\phi(r)} (-i)\nabla\phi(r) + \left(\nabla\phi(r) e^{-i\phi(r)}\right) \right] \\ &\quad = i|\psi(r)|^2 \nabla\phi(r) + |\psi(r)|\nabla|\psi(r)| + i|\psi(r)|^2 \nabla\phi(r) \\ &\qquad - |\psi(r)|\nabla|\psi(r)| \\ &\quad = 2i|\psi(r)|^2 \nabla\phi(r) \end{aligned} \tag{2.58}$$

แทนสมการที่ (2.58) ลงในสมการกินซ์เบิร์กแลนดาวที่ 2 จะได้

$$\vec{J} = -\frac{e^{*2}}{m^* c}\left(\frac{\hbar c}{e^*}\nabla\phi + \vec{A}\right)|\psi|^2 \tag{2.59}$$

พิจารณากรณีที่สนามแม่เหล็กภายนอกมีค่ามากกว่าสนามแม่เหล็กวิกฤต โดยสนามแม่เหล็กมีค่าสม่ำเสมอ $\left(\vec{h} = \vec{H}\right)$ ซึ่งตัวนำจะอยู่ในสถานะปกติ $(\psi = 0)$ จะได้ว่า

$$\left(\frac{\hbar c}{e^*}\nabla\phi + \vec{A}\right)|\psi|^2 = 0 \tag{2.60}$$

จากเกรเดียนของปริมาณสเกลาร์ค่าหนึ่ง

$$\nabla\phi = \hat{i}\,\frac{\partial\phi}{\partial x} + \hat{j}\,\frac{\partial\phi}{\partial y} + \hat{k}\,\frac{\partial\phi}{\partial z}$$

$$\nabla\times\nabla\phi = \hat{i}\left(\frac{\partial^2\phi}{\partial y\partial z} - \frac{\partial^2\phi}{\partial z\partial y}\right) + \hat{j}\left(\frac{\partial^2\phi}{\partial z\partial x} - \frac{\partial^2\phi}{\partial x\partial z}\right) + \hat{k}\left(\frac{\partial^2\phi}{\partial x\partial y} - \frac{\partial^2\phi}{\partial y\partial x}\right) \quad (2.61)$$

เนื่องจากเฟสของตัวแปรบอกความเป็นระเบียบในสถานะนำยวดยิ่งจะมีความต่อเนื่อง ดังนั้น

$$\nabla\times\nabla\phi = 0$$

ที่สนามแม่เหล็กภายนอกมีค่ามากกว่าสนามแม่เหล็กวิกฤต สนามภายนอกและภายในตัวนำยวดยิ่งจะมีค่าเท่ากัน จะได้ว่า

$$\nabla\times\vec{A} = \vec{h} = \vec{H} = 0$$

เนื่องจากตัวนำอยู่ในสถานะนำยวดยิ่ง $(\psi = 0)$ และที่ $\vec{h} = 0$ จะเขียนความหนาแน่นพลังงานอิสระได้ดังสมการที่ (2.62)

$$g_s(H) = g_n(H) + a|\psi|^2 + b|\psi|^4 + \left|\frac{1}{2m^*}\left(-i\hbar\nabla + \frac{e^*}{c}\vec{A}\right)\psi\right|^2 \quad (2.62)$$

เมื่อ $g_n(H) = f_n + \dfrac{h^2}{8\pi} - \dfrac{\vec{h}\cdot\vec{H}}{4\pi}$

พิจารณาที่สนามแม่เหล็กมีค่าเท่ากับสนามแม่เหล็กวิกฤต $(H = H_c)$ จะได้

$$g_s(H_c) = g_n(H_c) \quad (2.63)$$

ในสถานะปกติ $(\vec{h} = \vec{H})$

$$g_n(H) = g_n(0) - \frac{H^2}{8\pi} \quad (2.64)$$

ในสถานะนำยวดยิ่ง $(\vec{h} = 0)$

$$g_s(H) = g_s(0) \quad (2.65)$$

เนื่องจากค่าพลังงานอิสระของกิบส์มีค่าคงตัวภายในสถานะนำยวดยิ่ง ดังนั้น

$$g_s(0) = g_s(H_c) = g_n(H_c) = g_n(0) - \frac{H_c^2}{8\pi} \tag{2.66}$$

ซึ่งสอดคล้องกับสมการที่ (2.21) จึงเทียบสมการที่ (2.66) กับสมการที่ (2.21) ทำให้ได้ค่าสนามแม่เหล็กวิกฤตของตัวนำยวดยิ่งชนิดที่ 1 ดังสมการ (2.67)

$$\frac{H_c^2}{8\pi} = \frac{a^2}{2b}$$

$$H_c^2 = \frac{4\pi a^2}{b} \tag{2.67}$$

2.5.2 สนามแม่เหล็กวิกฤตของตัวนำยวดยิ่งชนิดที่ 2

ตัวนำยวดยิ่งชนิดที่ 2 มีค่าสนามแม่เหล็กวิกฤต 2 ค่า คือ สนามแม่เหล็กวิกฤตที่ 1 และสนามแม่เหล็กวิกฤตที่ 2 และมีสถานะเกิดขึ้น 3 สถานะ เมื่อพิจารณาที่สนามแม่เหล็กภายนอกมีค่ามากกว่าสนามแม่เหล็กวิกฤตที่ 2 ($H > H_{c2}$) จะมีสถานะเป็นตัวนำปกติ ถ้าสนามแม่เหล็กภายนอกมีค่าน้อยกว่าสนามแม่เหล็กวิกฤตที่ 1 ($H < H_{c1}$) จะมีสถานะเป็นตัวนำยวดยิ่งและเกิดปรากฏการณ์ไมส์เนอร์ที่สมบูรณ์ที่สถานะนี้ และที่สนามแม่เหล็กภายนอกมีค่ามากกว่าสนามแม่เหล็กวิกฤตที่ 1 แต่น้อยกว่าสนามแม่เหล็กวิกฤตที่ 2 ($H_{c1} < H < H_{c2}$) จะมีสถานะเป็นสถานะผสมระหว่างตัวนำปกติและตัวนำยวดยิ่ง หมายความว่าที่บริเวณสถานะผสมนี้จะมีสนามแม่เหล็กบางส่วนสามารถพุ่งผ่านตัวนำยวดยิ่งได้

2.5.2.1 สนามแม่เหล็กวิกฤตที่ 1

เมื่อพิจารณาที่บริเวณสถานะผสม ($H_{c1} < H < H_{c2}$) ถ้าฟลักซ์แม่เหล็กที่พุ่งผ่านเนื้อตัวนำยวดยิ่งมีค่าสม่ำเสมอ จะสามารถคำนวณค่าสนามแม่เหล็กวิกฤตที่ 1 ได้ดังสมการที่ (2.68)

$$H_{c1} = \frac{1}{2}\frac{\hbar c}{e^*}\frac{1}{\lambda^2}\ln\kappa \tag{2.68}$$

เมื่อ κ คือ กินซ์เบิร์กแลนดาวพารามิเตอร์ (Ginzburg Landau parameter, κ) มีค่าเป็นอัตราส่วนระหว่างความลึกซาบซึมได้ (Penetration depth, λ) ต่อความยาวอาพันธ์ (Coherence length, ξ)

- ความลึกซาบซึมได้ของลอนดอน

พิจารณาในพิกัดทรงกระบอก โดยกำหนดให้ศักย์เวกเตอร์ $\vec{A} = A(r)\theta$ ดังนั้นจะได้ว่า

$$h(r) = \frac{1}{r}\frac{d}{dr}\left(rA(r)\right) \tag{2.69}$$

เขียนศักย์เวกเตอร์ในรูปอนุกรมของการกระจัด

$$h(r) = \sum_{n=1}^{\infty} a_n (n+1) r^{n-1}$$

และ

$$A(r) = \frac{1}{r}\int_0^r r' h(r') dr$$

พิจารณาการกระจัด r มีค่าน้อยๆ จะได้ $h(r \to 0) \cong h(0)$ เท่ากับค่าคงตัว ดังนี้

$$A(r) = \frac{1}{2}h(0)r$$

ที่บริเวณห่างออกไปจากฟลักซ์แม่เหล็ก $(r \to \infty)$ จะได้ $\vec{h} = 0$ และ $|\psi| = \left(\frac{a}{b}\right)^{\frac{1}{2}}$

$$A = -\frac{\hbar c}{e^*}\vec{\nabla}\phi \tag{2.70}$$

พิจารณาศักย์เวกเตอร์ เมื่อการกระจัด เข้าใกล้ระยะอนันต์

$$A(r) = -\frac{\hbar c}{e^*}\frac{1}{r} \to 0$$

จะได้ค่ากระแสไฟฟ้ายิ่งยวด ดังสมการที่ (2.71)

$$\vec{J} = -\frac{c}{4\pi}\frac{dh(r)}{dr}\hat{\theta}\frac{e^*}{m^* c}\left(\frac{\hbar c}{e^*}\frac{1}{r} - \vec{A}\right)|\psi|^2\hat{\theta} \tag{2.71}$$

พิจารณาตัวแปรบอกความเป็นระเบียบ $\psi(r)=\left(\frac{|a|}{b}\right)^{\frac{1}{2}} f(r)e^{-i\theta}$ เมื่อ $r\to\infty, f(r)\to 1$

$$\vec{J}=-\frac{c}{4\pi}\frac{dh(r)}{dr}\hat{\theta}=\frac{e^*}{m^*c}\left(\frac{\hbar c}{e^*}\frac{1}{r}-\vec{A}\right)\frac{|a|}{b}f^2(r)\hat{\theta} \tag{2.72}$$

$$\frac{dh(r)}{dr}=-\frac{1}{\lambda^2}\left(\frac{\hbar c}{e^*}\frac{1}{r}-\vec{A}(r)\right)f^2(r) \tag{2.73}$$

กำหนดให้ λ คือ ความลึกซาบซึมได้ของสนามแม่เหล็ก หมายถึงระยะความลึกจากผิวที่สนามแม่เหล็กสามารถซาบซึมเข้าไปในตัวนำยวดยิ่งได้ ดังสมการ

$$\lambda=\left(\frac{m^*c^2b}{4\pi e^{*2}|a|}\right)^{\frac{1}{2}} \tag{2.74}$$

- ความยาวอาพันธ์

จากสมการกินซ์เบิร์กแลนดาวที่ 1 โดยพิจารณาเทอม

$$\left(-i\hbar\vec{\nabla}+\frac{e^*}{c}\vec{A}\right)^2=\hbar^2\left(-i\vec{\nabla}+\frac{e^*}{c}\vec{A}\right)^2$$

$$\left(-i\hbar\vec{\nabla}+\frac{e^*}{c}\vec{A}\right)^2=-\nabla^2-\frac{ie^*}{\hbar c}\vec{\nabla}\cdot\vec{A}-\frac{ie^*}{\hbar c}\vec{A}\cdot\vec{\nabla}+\frac{e^{*2}}{\hbar^2c^2}A^2 \tag{2.75}$$

ใช้พิกัดทรงกระบอก $\vec{A}=A(r)\hat{\theta}$ ดังนั้น $\vec{\nabla}\cdot\vec{A}=0$ จะได้สมการกินซ์เบิร์กแลนดาวที่ 1 เป็น

$$\frac{\hbar^2}{2m^*}\left(-\nabla^2-\frac{2ie^*}{\hbar c}\frac{A(r)}{r}\frac{\partial}{\partial\theta}+\frac{e^{*2}}{\hbar^2c^2}A^2(r)\right)\psi+a\psi+b|\psi|^2\psi=0 \tag{2.76}$$

เนื่องจากฟลักซ์แม่เหล็กมีความสมมาตรในระนาบ ดังนั้น

$$\nabla^2\psi=\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial\psi}{\partial r}\right)+\frac{1}{r^2}\frac{\partial^2\psi}{\partial\theta^2} \tag{2.77}$$

แทนค่าสมการที่ (2.77) ลงในสมการที่ (2.76) แล้วจัดรูปจะได้สมการที่ (2.78)

$$-\xi^2\left(\frac{1}{r}\frac{d}{dr}\left(r\frac{df(r)}{dr}\right)-\left(\frac{1}{r}-\frac{e^*}{\hbar c}A(r)\right)^2 f(r)\right)-f(r)+f^3(r)=0 \tag{2.78}$$

กำหนดให้ ξ คือ ความยาวอาพันธ์ มีหน่วยเป็นความยาว หมายถึงระยะที่ตัวแปรบอกความเป็นระเบียบที่ผิว มีขนาดเพิ่มขึ้นเท่ากับตัวแปรบอกความเป็นระเบียบในเนื้อของตัวนำยวดยิ่ง ดังสมการ

$$\xi^2=\frac{\hbar^2}{2m^*|a|} \tag{2.79}$$

- กินซ์เบิร์กแลนดาวพารามิเตอร์

จากทฤษฎีกินซ์เบิร์กแลนดาวสามารถกำหนดค่าคงตัวที่มีค่าเท่ากับอัตราส่วนของความลึกซาบซึมได้ต่อความยาวอาพันธ์ เรียกว่า กินซ์เบิร์กแลนดาวพารามิเตอร์ ดังสมการ

$$\kappa=\frac{\lambda}{\xi}=\frac{m^*c}{\hbar e^*}\left(\frac{b}{2\pi}\right)^{\frac{1}{2}} \tag{2.80}$$

พบว่าค่ากินซ์เบิร์กแลนดาวพารามิเตอร์นี้ใช้จำแนกตัวนำยวดยิ่งออกเป็นตัวนำยวดยิ่งชนิดที่ 1 และตัวนำยวดยิ่งชนิดที่ 2 ได้ โดยที่ค่ากินซ์เบิร์กแลนดาวพารามิเตอร์น้อยกว่า $\frac{1}{\sqrt{2}}$ ถูกจำแนกเป็นตัวนำยวดยิ่งชนิดที่ 1 และที่ค่ากินซ์เบิร์กแลนดาวพารามิเตอร์มากกว่า $\frac{1}{\sqrt{2}}$ ถูกจำแนกเป็นตัวนำยวดยิ่งชนิดที่ 2

- ความไม่ต่อเนื่องของฟลักซ์แม่เหล็ก

พิจารณาศักย์เวกเตอร์จากสมการ (2.70) แล้วอินทิเกรตรอบวงกลม C รัศมีเข้าใกล้ระยะอนันต์

$$\oint_c \vec{A}\cdot d\vec{l}=\frac{\hbar c}{e^*}\oint_c \vec{\nabla}\phi\cdot d\vec{l} \tag{2.81}$$

แปลงเทอมทางซ้ายด้วยทฤษฎีบทของสโตก จะได้

$$\oint_c \vec{A}\cdot d\vec{l} = \int_s \vec{\nabla}\times\vec{A}\cdot d\vec{s} = \int_s \vec{h}\cdot d\vec{s} \qquad (2.82)$$

จะได้ฟลักซ์แม่เหล็กทั้งหมดที่พุ่งผ่านพื้นผิว s มีค่าเท่ากับ

$$\Phi = \int_s \vec{h}\cdot d\vec{s} = -\frac{\hbar c}{e^*}\oint_c \vec{\nabla}\phi\cdot d\vec{l} \qquad (2.83)$$

เมื่อ s คือ พื้นผิวที่ล้อมรอบด้วยเส้นโค้ง C

ซึ่งตัวแปรบอกความเป็นระเบียบจะมีเพียงค่าเดียว ดังนั้นเฟสจะต้องเปลี่ยนแปลงแบบครบรอบหรือเปลี่ยนเป็นจำนวนเท่าของ 2π เท่านั้น จะได้ว่า

$$\oint_c \vec{\nabla}\phi\cdot d\vec{l} = 2\pi \qquad (2.84)$$

เมื่อ $n = 1,2,3,..$ และ ϕ ขึ้นกับค่า θ โดย $\phi \to 0$

ทำให้ได้ฟลักซ์แม่เหล็กที่น้อยที่สุดที่สามารถผ่านตัวนำยวดยิ่งได้ ดังสมการที่ (2.85) โดยฟลักซ์แม่เหล็กนี้มีค่าไม่ต่อเนื่อง

$$\Phi = 2\pi\frac{\hbar c}{e^*}n \qquad (2.85)$$

2.5.2.2 **สนามแม่เหล็กวิกฤตที่** 2

พิจารณาสนามแม่เหล็กคงตัวในทิศแกน z เมื่อ

$$\vec{\nabla}\cdot\vec{A} = 0$$

$$\vec{\nabla}\times\vec{A} = H\hat{z}$$

สำหรับค่าสนามแม่เหล็กภายในที่ต่ำกว่าสนามแม่เหล็กวิกฤตที่ 2 โดยให้มีค่าแตกต่างจากสนามแม่เหล็กภายนอกเล็กน้อย ซึ่งเขียนในเทอมศักย์เวกเตอร์ได้ ดังนี้

$$\vec{A} = \vec{A}_0 + \delta\vec{A}$$

$$\vec{h} = \vec{H} + \nabla \times \delta \vec{A}$$

สนามแม่เหล็กภายนอกมีค่าสม่ำเสมอ ดังนั้น

$$\vec{\nabla} \times \vec{h} = \vec{\nabla} + \vec{\nabla} \times \delta \vec{A}$$

จากสมการกินซ์เบิร์กแลนดาวที่ 2 จะได้

$$\vec{\nabla} + \vec{\nabla} \times \delta \vec{A} = -\frac{4\pi e^{*2}}{m^* c^2} \left(\frac{\hbar c}{e^*} \vec{\nabla} \phi + \vec{A} \right) |\psi|^2 \tag{2.86}$$

ที่สนามแม่เหล็กมีค่าน้อยกว่าสนามแม่เหล็กวิกฤตที่ 2 สามารถเขียนสมการกินซ์เบิร์กแลนดาวที่ 1 ในรูปเชิงเส้นได้ ดังสมการ

$$\frac{1}{2m^*} \left(-i\hbar \vec{\nabla} + \frac{e^*}{c} \vec{A} \right)^2 \psi + a\psi = 0 \tag{2.87}$$

พิจารณาสมการค่าไอเกนของการเคลื่อนที่ของอนุภาคมวล m^* ประจุ $-e^*$ ในสนามแม่เหล็ก

$$\frac{1}{2m^*} \left(-i\hbar \vec{\nabla} + \frac{e^*}{c} \vec{A}_0 \right)^2 \psi^0 + E\psi^0 = 0$$

จะได้ค่าไอเกนเป็น

$$E = \left(n + \frac{1}{2} \right) \hbar \omega \tag{2.88}$$

เมื่อ ω คือระดับพลังงานแลนดาว

$$\omega = \frac{\hbar e^* H}{m^* c}$$

เทียบสมการที่ (2.87) กับ (2.88) จะได้

$$|a| = \left(n + \frac{1}{2} \right) \frac{\hbar e^* H}{m^* c} \tag{2.89}$$

จะได้ค่าสนามแม่เหล็กเท่ากับ

$$H = \frac{2m^* c}{(2n+1)\hbar e^*}|a| \tag{2.90}$$

พิจารณาสนามแม่เหล็กที่มากที่สุดจะทำให้ตัวนำยวดยิ่งเปลี่ยนสถานะ จะได้สมการสนามแม่เหล็กวิกฤตที่ 2 ดังสมการที่ (2.91)

$$H_{c2} = \frac{2m^* c}{\hbar e^*}|a| \tag{2.91}$$

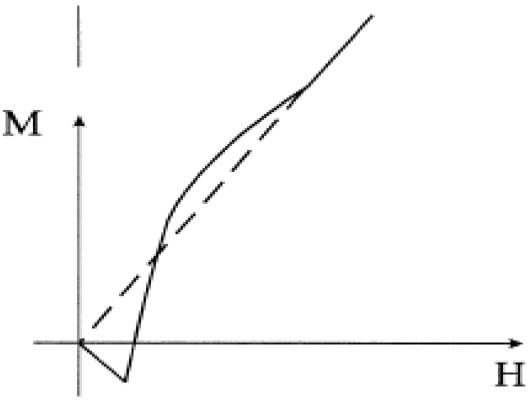
3 งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

ในงานวิจัยนี้ใช้ทฤษฎีกินซ์เบิร์กแลนดาวศึกษาสมบัติทางแม่เหล็กของตัวนำยวดยิ่ง จึงแบ่งงานวิจัยที่เกี่ยวข้องออกเป็น 2 หัวข้อหลักๆ คือ งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับตัวนำยวดยิ่งแบบแม่เหล็ก และงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับสนามแม่เหล็กวิกฤตเชิงผิว ดังต่อไปนี้

3.1 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับตัวนำยวดยิ่งแบบแม่เหล็ก

ในปี ค.ศ. 1998 แฮมปส์เชอร์ (Hampshire, 1998) ได้เสนอรูปแบบของพลังงานอิสระสำหรับตัวนำยวดยิ่งแบบแม่เหล็ก โดยใช้ทฤษฎีกินซ์เบิร์กแลนดาวของตัวนำยวดยิ่งแถบพลังงานเดียว จากการศึกษาพบว่า แม่เหล็กเฟอร์โร (Ferromagnetic) และแม่เหล็กแอนไทเฟอร์โร (Antiferromagnetic) สามารถเกิดในสถานะนำยวดยิ่งได้ ดังภาพประกอบ 17

สมบัติของตัวนำยวดยิ่งแบบแม่เหล็กถูกพิจารณาเมื่อมีอันตรกิริยาระหว่างไอออนและมีซุปเปอร์อิเล็กตรอน (Super electron) ผ่านสนามแม่เหล็ก ทำให้พบแม่เหล็กเฟอร์โรและแม่เหล็กแอนไทเฟอร์โรจากสภาพนำยวดยิ่ง โดยที่สนามแม่เหล็กมีค่าสูงๆจะพบสภาพนำยวดยิ่งแบบแม่เหล็กเฟอร์โร ซึ่งสนามแม่เหล็กภายนอกจะมีค่าเพิ่มมากขึ้นจากการสร้างสนามซุปเปอร์อิเล็กตรอน และพบสภาพนำยวดยิ่งแบบแม่เหล็กแอนไทเฟอร์โรที่มีสนามแม่เหล็กรวมเป็นศูนย์มากกว่าที่สถานะไมส์เนอร์ เนื่องจากที่สถานะไมส์เนอร์มีความต้านทานเป็นศูนย์ จึงไม่เกิดทั้งเฟสของสถานะนำยวดยิ่ง



ภาพประกอบ 17 แสดงถึงการตอบสนองทางแม่เหล็กของตัวนำยวดยิ่ง

ที่มา (Hampshire, 1998)

พิจารณาพลังงานอิสระของเฮล์มโฮล ดังสมการที่ (2.92)

$$F(H,T)_s = F_N + \alpha|\psi|^2 + \frac{1}{2}\beta|\psi|^4 + \frac{1}{2m}\left|\left(-i\hbar\nabla - 2e\vec{A}\right)\psi\right|^2 + \int H_s dB \qquad (2.92)$$

เมื่อ F_s และ F_n คือพลังงานอิสระในสถานะนำยวดยิ่งและสถานะปกติตามลำดับ, ψ คือตัวแปรบอกความเป็นระเบียบ, α และ β คือค่าคงที่, m คือมวลของอิเล็กตรอน, $\vec{A}$ คือศักย์เวกเตอร์, $H_s = \frac{B}{\mu_0} - M_{ions}$ โดยที่ $M = M_{sc} - M_{ions}$ และ $M_{ions} = \chi H$ เมื่อ B คือสนามแม่เหล็กสุทธิในตัวนำยวดยิ่ง, H คือสนามแม่เหล็กภายนอก และ χ คือค่าสภาพยอมรับได้ทางแม่เหล็ก

สมการพลังงานอิสระของกิบส์ของตัวนำยวดยิ่งแบบแม่เหล็กสามารถเขียนได้ ดังสมการที่ (2.93)

$$G_{ms}(B,T) = F_N(B,T)$$

$$g_s(B,T) = f_N + \alpha|\psi|^2 + \frac{1}{2}\beta|\psi|^4 + \frac{1}{2m}\left|\left(-i\hbar\nabla - 2e\vec{A}\right)\psi\right|^2$$

$$+\int\left(B - \mu_0 M_{ions}\right)\frac{dB}{\mu_0} - \left(B - \mu_0 M\right)M \qquad (2.93)$$

ที่ประจุมีค่าน้อยๆ กำหนดให้

$$\gamma_0 + \gamma_1 B + \gamma_2 \frac{B^2}{2\mu_0}$$

$$= \int \left(B - \mu_0 M_{ions} \right) \frac{dB}{\mu_0} - \left(B - \mu_0 M \right) M_{sc} - \left(B - \mu_0 M \right) M_{ions} \tag{2.94}$$

เมื่อ γ_0, γ_1 และ γ_2 คือค่าสัมประสิทธิ์

จัดรูปสมการพลังงานอิสระของกิบส์ของตัวนำยวดยิ่งแบบแม่เหล็กใหม่ได้ดังสมการ

$$g_s\left(B,T\right) = f_N + \alpha |\psi|^2 + \frac{1}{2}\beta |\psi|^4 + \frac{1}{2m}\left|\left(-i\hbar\nabla - 2e\vec{A}\right)\psi\right|^2$$

$$+\gamma_0 + \gamma_1 B + \gamma_2 \frac{B^2}{2\mu_0} \tag{2.95}$$

โดยสนามที่เกิดขึ้นเป็นผลรวมของสนามที่ถูกสร้างโดยประจุ สนามแม่เหล็กภายนอก และสนามที่ถูกสร้างโดยกระแสยวดยิ่ง (Super current) ตามลำดับ ดังนี้

$$B = \mu_0 H + \mu_0 M_{sc} + \mu_0 M_{ions}$$

และมีค่าความเป็นแม่เหล็กของประจุ

$$M_{ions} = \chi H_{c2} + \chi' \left(H + M_{sc} - H_{c2} \right)$$

ดังนั้นสนามแม่เหล็กสุทธิของตัวนำยวดยิ่งสามารถเขียนได้ ดังสมการที่ (2.96)

$$B = \mu_0 \left(\chi - \chi' \right) H_{c2} + \mu_0 \left(1 + \chi' \right) \left(H + M_{sc} \right) \tag{2.96}$$

เมื่อ χ และ χ' คือค่าสภาพยอมรับได้ทางแม่เหล็ก และอนุพันธ์ของค่าสภาพยอมรับได้ทางแม่เหล็ก ตามลำดับ

ในปี ค.ศ. 2011 ชั่งจันทร์และอุดมสมุทรหิรัญ (A. Changjan & Udomsamuthirun, 2011b) ได้ศึกษาอัตราส่วนสนามแม่เหล็กวิกฤต (critical magnetic field ratio) ของตัวนำยวดยิ่งแบบแม่เหล็กที่ขึ้นกับทิศทาง

$$\eta = \frac{B_{c2}}{B_{c1}} \tag{2.97}$$

เมื่อ η คือ อัตราส่วนสนามแม่เหล็กวิกฤต, B_{c1} คือ สนามแม่เหล็กวิกฤตที่ 1 และ B_{c2} คือสนามแม่เหล็กวิกฤตที่ 2

เริ่มศึกษาจากพลังงานอิสระของกิบส์ของตัวนำยวดยิ่งแบบแม่เหล็กที่ถูกเสนอโดยแฮมปสเชอร์ดังที่กล่าวมาแล้วในสมการที่ (2.95) โดยกำหนดศักย์เวกเตอร์ให้ $\vec{A} = \left[\mu_0\left(\chi - \chi'\right)H_{c2}r + \mu_0\left(1+\chi'\right)\left(H + M_{sc}\right)r\right]\hat{\theta}$ และมีสนามแม่เหล็กสุทธิในตัวนำยวดยิ่ง $B = \mu_0\left(\chi - \chi'\right)H_{c2} + \mu_0\left(1+\chi'\right)\left(H + M_{sc}\right)$ แล้วสามารถคำนวณค่าสนามแม่เหล็กวิกฤตที่ 1 และสนามแม่เหล็กวิกฤตที่ 2 ได้เท่ากับ $B_{c1} = \frac{\hbar}{4e\lambda^2}\ln\kappa$ และ $\mu_0 H_{c2} = \frac{\phi_0}{2\pi\xi^2\left(T\right)\left(1+\chi\right)}$ ตามลำดับ เมื่อ λ คือความลึกซาบซึมได้, κ คือกินซ์เบิร์กแลนดาวพารามิเตอร์, ξ คือความยาวอาพันธ์ของคู่คูเปอร์ และ ϕ_0 คือฟลักซ์ควอนตัม มีค่าเท่ากับ $\phi_0 = \frac{\pi\hbar}{e}$

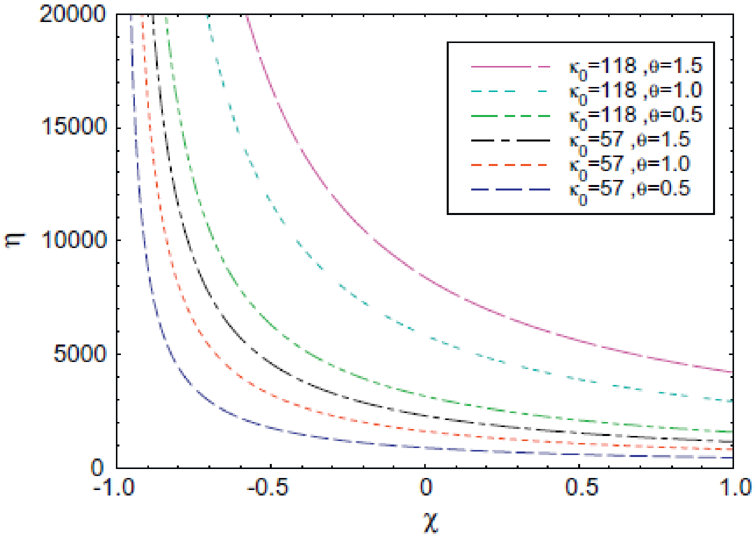
ทำให้สามารถคำนวณค่าอัตราส่วนสนามแม่เหล็กวิกฤตได้ ดังสมการที่ (2.98)

$$\eta = \frac{2\kappa^2}{\left(1+\chi\right)\ln\kappa} = \frac{4\theta\kappa_0^2}{\left(1+\chi\right)\ln\theta\kappa_0^2} \tag{2.98}$$

ในกรณี สามารถประมาณอัตราส่วนสนามแม่เหล็กวิกฤตได้

$$\eta \approx \frac{2\theta\kappa_0^2}{\left(1+\chi\right)\left(\sqrt{\theta}\kappa_0 - 1\right)} \tag{2.99}$$

เมื่อ κ_0 คือ กินซ์เบิร์กแลนดาวพารามิเตอร์ที่ไร้แม่เหล็ก โดย $\kappa^2 = \theta\kappa_0^2$, $\theta = \frac{\gamma_2\left(1+\chi'\right)}{\left\langle f^2\left(\hat{k}\right)\right\rangle}$ และ $\left\langle f^2\left(\hat{k}\right)\right\rangle$ คือ ฟังก์ชันที่ขึ้นกับทิศทาง



ภาพประกอบ 18 อัตราส่วนสนามแม่เหล็กวิกฤตต่อสภาพยอมรับได้ทางแม่เหล็ก

ที่มา (A. Changjan & Udomsamuthirun, 2011b)

พิจารณาความสัมพันธ์ระหว่างอัตราส่วนสนามแม่เหล็กวิกฤตกับสภาพยอมรับได้ทางแม่เหล็กที่ค่ากินซ์เบิร์กแลนดาวพารามิเตอร์เท่ากับ 57 (กินซ์เบิร์กแลนดาวพารามิเตอร์ของตัวนำยวดยิ่ง Y123) และ 118 (กินซ์เบิร์กแลนดาวพารามิเตอร์ของตัวนำยวดยิ่ง Hg1223) ได้ผลดังภาพประกอบ 18 ซึ่งให้ค่าสภาพยอมรับได้ทางแม่เหล็กเกิดขึ้น 3 แบบ คือ ตัวนำยวดยิ่งแบบไร้แม่เหล็ก $(\chi = 0)$ ตัวนำยวดยิ่งแบบแม่เหล็กไดอา $(\chi < 0)$ และตัวนำยวดยิ่งแบบแม่เหล็กเฟอร์โร $(\chi > 0)$ เมื่อ θ คือ พารามิเตอร์ที่ขึ้นกับทิศทาง แบ่งเป็น 3 กรณี ประกอบด้วย กรณีของทิศทางที่ไร้แม่เหล็ก $(\theta = 1)$ กรณีที่ขึ้นกับทิศทางสูง $(\theta > 1)$ และกรณีที่มีความเป็นแม่เหล็กสูง $(\theta < 1)$ สามารถสรุปผลได้ว่า ค่าอัตราส่วนสนามแม่เหล็กวิกฤตที่สูงที่สุดจะพบตัวนำยวดยิ่งแบบแม่เหล็กไดอา ซึ่งเป็นค่าที่ขึ้นกับทิศทางสูง และค่าอัตราส่วนสนามแม่เหล็กวิกฤตที่ต่ำที่สุดจะพบตัวนำยวดยิ่งแบบแม่เหล็กเฟอร์โร ซึ่งมีความเป็นแม่เหล็กสูง

ในปี ค.ศ. 2019 ทองครบุรี และอุดมสมุทรหิรัญ (Tongkhonburi & Udomsamuthirun, 2019) ได้ศึกษาความลึกซาบซึมได้ของตัวนำยวดยิ่งแบบแม่เหล็กที่ขึ้นกับทิศทางโดยใช้แบบจำลองตัวนำยวดยิ่งแบบสองแถบพลังงานจากทฤษฎีกินซ์เบิร์กแลนดาว โดยเริ่มจากความหนาแน่นพลังงานอิสระแบบสองแถบพลังงาน ดังสมการที่ (2.100)

$$F_{sc}\left[\psi_1,\psi_2\right]=$$

$$\int d^3r\left[\begin{array}{l}\frac{1}{2m_1}\psi_1^*\left(-i\hbar\vec{\nabla}-2e\vec{A}\right)^2\psi_1+\alpha_1\psi_1^*\psi_1+\beta_1\left(\psi_1^*\psi_1\right)^2\\+\varepsilon\left(\psi_1^*\psi_2+\psi_1\psi_2^*\right)-\varepsilon_1\psi_1^*\left(-i\hbar\vec{\nabla}-2e\vec{A}\right)^2\psi_2-\varepsilon_1\psi_2^*\left(-i\hbar\vec{\nabla}-2e\vec{A}\right)^2\psi_1\\+\frac{1}{2m_2}\psi_2^*\left(-i\hbar\vec{\nabla}-2e\vec{A}\right)^2\psi_2+\alpha_2\psi_2^*\psi_2+\beta_2\left(\psi_2^*\psi_2\right)^2+\frac{H^2}{8\pi}\end{array}\right]$$

(2.100)

เมื่อเทอมบนสุดของสมการคือ ความหนาแน่นพลังงานอิสระในแถบพลังงานที่ 1 เทอมล่างสุดคือ ความหนาแน่นพลังงานอิสระในแถบพลังงานที่ 2 และเทอมกลางคือ ความหนาแน่นพลังงานอิสระระหว่างแถบพลังงานที่ 1 และแถบพลังงานที่ 2 จากนั้นแปรค่าความหนาแน่นพลังงานอิสระทั้งระบบนี้เทียบกับศักย์เวกเตอร์จะได้สมการความหนาแน่นกระแสไฟฟ้า พร้อมทั้งใส่ฟังก์ชันความไม่สมมาตรโดยอาศัยการเชื่อมโยงช่องว่างพลังงานในทฤษฎีบีซีเอสกับตัวแปรบอกความเป็นระเบียบในทฤษฎีกินซ์เบิร์กแลนดาว $\left(\Delta\approx\psi\right)$ (Fetter and Walecka, 1995) โดยที่ $\Delta\approx\Delta(T)\,f(k)$ และ $\psi\approx\psi(T)\,f(k)$ ทำให้เขียนสมการความหนาแน่นกระแสไฟฟ้าที่เกิดขึ้นกับฟังก์ชันความไม่สมมาตรได้ ดังสมการ

$$J=\frac{2e\psi_1}{2m_1}\left\langle f_1^2(k)\right\rangle\left|i\hbar\vec{\nabla}-2e\psi_1\vec{A}\right|+\frac{2e\psi_2}{2m_2}\left\langle f_2^2(k)\right\rangle\left|i\hbar\vec{\nabla}-2e\psi_2\vec{A}\right|$$

$$+\varepsilon_1\left\langle f_1\left(\hat{k}\right)f_2\left(\hat{k}\right)\right\rangle\left[\begin{array}{l}\left(-i\hbar\vec{\nabla}-2e\vec{A}\right)\psi_1^*\left(-2e\psi_2\right)+\left(-i\hbar\vec{\nabla}-2e\vec{A}\right)\psi_2\left(-2e\psi_1^*\right)\\+\left(-i\hbar\vec{\nabla}-2e\vec{A}\right)\psi_2^*\left(-2e\psi_1\right)+\left(-i\hbar\vec{\nabla}-2e\vec{A}\right)\psi_1\left(-2e\psi_2^*\right)\end{array}\right]$$

(2.101)

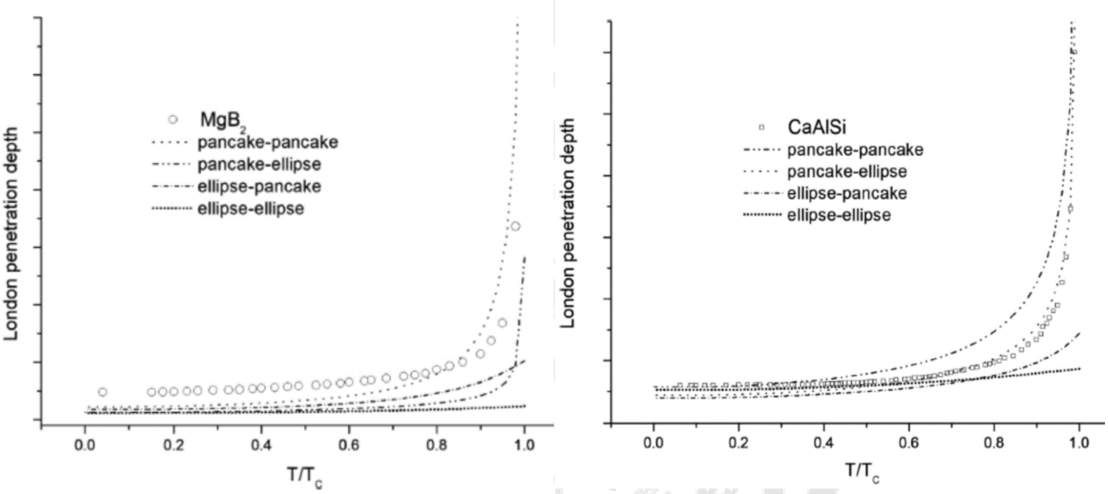
อาศัยสมการแมกซ์เวลล์เพื่อให้สมการความหนาแน่นกระแสไฟฟ้าอยู่ในเทอมของสนามแม่เหล็กแล้วเปรียบเทียบกับสมการลอนดอน จะได้ค่าความลึกซาบซึมได้ที่ขึ้นกับฟังก์ชันความไม่สมมาตร ดังสมการ

$$\frac{1}{\lambda^2}=\eta'\left[\left|\psi_1\right|^2\left\langle f_1^2\left(\hat{k}\right)\right\rangle+\left|\psi_2\right|^2\left\langle f_2^2\left(\hat{k}\right)\right\rangle+\varepsilon_1'\left\langle f_1\left(\hat{k}\right)\right\rangle\left\langle f_2\left(\hat{k}\right)\right\rangle\left(\psi_2\psi_1^*+\psi_1\psi_2^*\right)\right]$$

(2.102)

เมื่อพิจารณาค่าความลึกซาบซึมได้ผ่านแบบจำลองช่องว่างพลังงานของฮาร์และมากิ (Haas and Maki, 2001) ที่มีฟังก์ชันความไม่สมมาตรรูปทรงรี และแบบจำลองช่องว่างพลังงานของโพเซสเฮนนิโควา (Posazhennikova et al., 2003) ที่มีฟังก์ชันความไม่สมมาตรรูปทรงแพน-

เค้ก จะได้ช่องว่างพลังงานรูปแบบความไม่สมมาตรขึ้น 4 รูปแบบ ได้แก่ รูปทรงแพนเค้ก-แพนเค้ก รูปทรงแพนเค้ก-วงรี รูปทรงวงรี-แพนเค้ก และรูปทรงวงรี-วงรี เมื่อนำมาคำนวณเชิงตัวเลขแล้วเปรียบเทียบกับผลการทดลองของตัวนำยวดยิ่งชนิด MgB_2 และ CaAlSi จะได้ผลดังภาพประกอบ 19 (ก) และ 19 (ข) ตามลำดับ ซึ่งสรุปได้ว่าตัวนำยวดยิ่งที่มีช่องว่างพลังงานรูปแบบความไม่สมมาตรรูปทรงแพนเค้ก-แพนเค้ก ให้ค่าความลึกซาบซึมได้ใกล้เคียงกับการทดลองชนิด MgB_2 มากที่สุด และตัวนำยวดยิ่งที่มีช่องว่างพลังงานรูปแบบความไม่สมมาตรรูปทรงแพนเค้ก-วงรี ให้ค่าความลึกซาบซึมได้ใกล้เคียงกับการทดลองชนิด CaAlSi มากที่สุด



ภาพประกอบ 19 ความสัมพันธ์ค่าความลึกซาบซึมได้กับอุณหภูมิของช่องว่างพลังงานที่มีรูปแบบความไม่สมมาตรทั้ง 4 รูปแบบเทียบกับการทดลอง (ก) MgB2 (ข) CaAlSi

ที่มา (Tongkhonburi & Udomsamuthirun, 2019)

ในปี ค.ศ. 2021 ซูมาน และคณะ (Dash, Das, & Mukherjee, 2021) ได้ศึกษาความจุความร้อน (Specific heat) และความไวต่อสภาพแม่เหล็ก (Susceptibility) ของตัวนำยวดยิ่งแบบแม่เหล็กชนิดสารประกอบแรร์เอิร์ธ ได้แก่ $HoNi_2B_2C$, $ErNi_2B_2C$, $TmNi_2B_2C$ และ $DyNi_2B_2C$ โดยใช้ทฤษฎีกินซ์เบิร์กแลนดาว โดยการคำนวณพบว่ามีสถานะเกิดขึ้น 2 แบบ คือ สถานะที่ตำนำยวดยิ่งมีสมบัติแม่เหล็กแอนไทเฟอร์โร (AFS phase) และสถานะปกติด (N phase) และพบว่าผลการคำนวณที่ได้สอดคล้องกับผลการทดลองเป็นอย่างดี

การคำนวณหาความจุความร้อนเริ่มจากสมการความหนาแน่นพลังงานอิสระแบบสองแถบพลังงานที่มีเทอมแมกนีไทเซชันปรากฎอยู่ในสมการ ดังสมการที่ (2.103)

$$F=\int d^3r\left[\begin{array}{l} F_n+a_1|\psi_a|^2+a_2|\psi_b|^2+\frac{1}{2}b_1|\psi_a|^4+\frac{1}{2}b_2|\psi_b|^4+d_1|\psi_a|^6 \\ +\alpha\left(M_a^2+M_b^2\right)+\frac{1}{2}\beta\left(M_a^2+M_b^2\right)+2\delta M_aM_b \\ +\gamma_1|\psi_a|^2\left(M_a^2+M_b^2\right)+2\eta\psi_a^2\psi_b^2-\kappa_1\psi_a^*\psi_b \\ +\frac{1}{2m_a}\left|\left(-i\hbar\vec{\nabla}-\frac{2e\vec{A}}{c}\right)\psi_a\right|^2+\frac{1}{2m_b}\left|\left(-i\hbar\vec{\nabla}-\frac{2e\vec{A}}{c}\right)\psi_b\right|^2 \\ \kappa_2\left(i\hbar\vec{\nabla}-\frac{2e\vec{A}}{c}\right)\psi_a^*\left(-i\hbar\vec{\nabla}-\frac{2e\vec{A}}{c}\right)\psi_b+\frac{H^2}{8\pi} \end{array}\right] \quad (2.103)$$

เมื่อ ψ_a และ ψ_b คือตัวแปรบอกความเป็นระเบียบในแถบพลังงานที่ 1 และแถบพลังงานที่ 2 ตามลำดับ, M_a และ M_b คือแมกนีไทเซชันในแถบพลังงานที่ 1 และแถบพลังงานที่ 2 ตามลำดับ, b_1,b_2,d_1,δ และ β คือสัมประสิทธิ์ค่าคงตัวที่มีค่าบวก, $\gamma_1,\gamma_2,\eta,k_1$ และ k_2 คือสัมประสิทธิ์ที่แสดงอันตรกิริยาระหว่างแถบพลังงานที่ 1 และแถบพลังงานที่ 2 โดยที่ $\gamma_1>0$ และ $\gamma_2>0$ และ e คือประจุของอิเล็กตรอน, m_a และ m_b คือมวลของอิเล็กตรอน, $a_1=a_{01}\left(T-T_{c1}\right),a_2=a_{02}\left(T-T_{c2}\right)$ และ $\alpha_1=\alpha_{01}\left(T-T_{af}\right)$ โดยที่ $a_{01}>0,a_{02}>0$ และ $\alpha_0>0$

แปรค่าพลังงานอิสระจากสมการ (2.103) เทียบกับ ψ_a,ψ_b,M_a และ M_b ในระบบที่ไม่มีสนามแม่เหล็ก $H=0$ ทำให้พบการอยู่ร่วมกันของสภาวะแม่เหล็กเฟอร์โรและสภาวะนำยวดยิ่ง เรียกว่าสถานะนำยวดยิ่งแบบแม่เหล็กแอนไทเฟอร์โร และพบการเปลี่ยนสถานะจากสถานะปกติเข้าสู่สถานะนำยวดยิ่งแบบแม่เหล็กเฟอร์โร เรียกว่า N-AFS phase transition

พิจารณาเฟส AFS โดยการแปรค่าพลังงานอิสระจากสมการ (2.103) เทียบกับ M_a,M_b และ ψ_b จากนั้นแทนค่า M_{sc} และ ψ_b ลงไปในสถานะนี้ $M_a=-M_b$ ทำให้ได้พลังงานอิสระใหม่ ดังสมการที่ (2.104)

$$F=F_n^*-\frac{a_2^{*2}}{b_2^*}+a_1^*|\psi_a|^2+\frac{1}{2}b_1^*|\psi_a|^4+d_1|\psi_a|^6 \quad (2.104)$$

เมื่อ $F_2^*=F_n-\frac{\alpha^2}{\beta}-\frac{\delta^2}{\beta}+\frac{\delta\alpha}{\beta},a_1^*=a_1-\frac{2\delta\gamma_1}{\beta}-\frac{2\gamma_1\alpha}{\beta}-\frac{2\eta^*a_2^*}{b_2^*}$

$$b_1^* = b_1 - \frac{2\gamma_1^2}{\beta} - \frac{2\eta_2^*}{\beta}, a_2^* = a_2 - \frac{2\delta\gamma_2}{\beta} - \frac{2\gamma_2\alpha}{\beta}$$

$$b_2^* = b_2 - \frac{2\gamma_2^2}{\beta}, \eta^* = \eta - \frac{\gamma_1\gamma_2}{\beta}$$

แปรค่าพลังงานเทียบกับ ψ_a จะได้

$$|\psi_a|^2 = R\left[\left(1 + \frac{T - T_c}{\Delta T}\right)^{\frac{1}{2}} - 1\right] \tag{2.105}$$

เมื่อแทนค่าสมการ (2.105) ลงใน (2.104) จะได้ค่าความจุความร้อน ดังสมการ

$$C_p = \begin{cases} C_0, (T > T_c) \\ C_0 + \dfrac{3^{\frac{1}{2}} a_0^{*\frac{3}{2}}}{4 d_1^{\frac{1}{2}}} T\left(\Delta T + T_c - T\right)^{-\frac{1}{2}}, (T < T_c) \end{cases}$$

เมื่อ $C_0 = B + D(T - T_c) + E(T - T_c)^2$

การคำนวณหาความไวต่อสภาพแม่เหล็กในเฟส AFS เริ่มจากสมการพลังงานอิสระที่ใส่สนามแม่เหล็กน้อยๆเข้าไป $\Delta M = M_a + M_b$ ดังสมการที่ (2.016)

$$F = F_n + a_1|\psi_a|^2 + a_2|\psi_b|^2 + \frac{1}{2}b_1|\psi_a|^4 + \frac{1}{2}b_2|\psi_b|^4 + \alpha\left(M_a^2 + M_b^2\right)$$
$$+ \frac{1}{2}\beta\left(M_a^2 + M_b^2\right) + 2\delta M_a M_b + \gamma_1|\psi_a|^2\left(M_a^2 + M_b^2\right) + 2\eta\psi_a^2\psi_b^2 + \frac{H^2}{8\pi} \tag{2.106}$$

แปรค่าพลังงานอิสระจากสมการ (2.016) เทียบกับ และ ทำให้ได้สมการความไวต่อสภาพแม่เหล็กในสถานะนำยวดยิ่งแบบแม่เหล็กแอนไทเฟอร์โร (AFS phase) และสถานะปกติ (N phase) ดังสมการที่ (2.107) และ (2.108) ตามลำดับ

$$\chi_{AFS} = \frac{\left(4\eta^{*2} - b_1^{**}b_2^*\right)}{G\left(T - T_c\right)} \tag{2.107}$$

เมื่อ $b_1^{**} = b_1 - \dfrac{2\gamma_1^2}{\beta}$

$$\chi_N = \frac{1}{2a_0^*\left(T - T_c\right)} \qquad (2.108)$$

เมื่อ $a_0^* = a_{01} - \dfrac{2\gamma_1\alpha_0}{\beta} - \dfrac{2\eta a_{02}}{b_2^*} - \dfrac{4\eta^*\gamma_2\alpha_0}{\beta b_2^*}$

ผลจากการคำนวณความจุความร้อนและความไวต่อสภาพแม่เหล็กของตัวนำยวดยิ่งชนิด $HoNi_2B_2C$, $ErNi_2B_2C$, $TmNi_2B_2C$ และ $DyNi_2B_2C$ เทียบกับผลการทดลองเป็นดังตาราง

ตาราง 3 ตารางแสดงค่าความจุความร้อนของตัวนำยวดยิ่งชนิดต่างๆเทียบกับผลการทดลอง

สารประกอบ	อุณหภูมิวิกฤต (เคลวิน)	อุณหภูมิปกติ (เคลวิน)	ความจุความร้อน (ทฤษฎี) (จูล / โมล เคลวิน)	ความจุความร้อน (การทดลอง) (จูล / โมล เคลวิน)
$HoNi_2B_2C$	8.5	5.2	45.13	57.7
$ErNi_2B_2C$	11.5	6.0	11.51	12.16
$TmNi_2B_2C$	11.0	1.5	8.62	6.8
$DyNi_2B_2C$	6.5	10.5	1.84	0.9

ที่มา (Dash et al., 2021)

3.2 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับสนามแม่เหล็กวิกฤตเชิงผิว

ในปี ค.ศ. 1963 เจมส์และเจนเนส (Saint-James & Gennes, 1963) ได้สร้างแบบจำลองเสมือน 3 มิติ และเสนอสภาวะนำยวดยิ่งเชิงผิวของตัวนำยวดยิ่ง จากการทดลองพบว่าค่าสนามแม่เหล็กวิกฤตของตัวนำยวดยิ่งในลักษณะฟิล์มบางมีค่ามากกว่าสนามแม่เหล็กวิกฤตของตัวนำยวดยิ่งแบบเป็นก้อน และเพื่อยืนยันผลการทดลองนี้ อะบริโคซอฟ (Abrikosov, 1964) ได้ทำการคำนวณหาค่าสนามแม่เหล็กวิกฤตเชิงผิวจากทฤษฎีกินซ์เบิร์กแลนดาว ดังสมการ (2.109)

$$\frac{1}{4m}\left(-i\hbar\vec{\nabla} - \frac{2e}{c}\vec{A}\right)\psi + \tau\alpha\psi + b\left|\psi\right|^2\psi = 0 \qquad (2.109)$$

พิจารณาใน 1 มิติ สามารถลดรูปสมการได้เป็น

$$\frac{1}{\chi^2}\frac{d^2\psi}{dx^2}+\psi\left(1+A^2\right)=0 \tag{2.110}$$

กำหนดให้ χ คือกินซ์เบิร์กแลนดาวพารามิเตอร์, ψ คือตัวแปรบอกความเป็นระเบียบ, $\vec{A}$ คือศักย์เวกเตอร์ เมื่อ $\frac{d^2A}{dx^2}=0$ และกำหนดศักย์เวกเตอร์ $\vec{A}=H_0\left(x-x_0\right)$ จะได้สมการ

$$-\frac{d^2\psi}{dx^2}+\chi^2H_0^2\left(x-x_0\right)^2\psi=\chi^2\psi \tag{2.111}$$

กำหนดให้ $\varsigma=\left(\chi H_0\right)^{\frac{1}{2}}x,\varsigma_0=\left(\chi H_0\right)^{\frac{1}{2}}x_0,\beta=\frac{\chi}{H_0}$

$$-\frac{d^2\psi}{dx^2}+\left(\varsigma-\varsigma_0\right)^2\psi=\beta\psi$$

(2.112)

แก้ปัญหาโดยการแปรค่า (Variation method) ทำให้ได้ค่าสนามแม่เหล็กวิกฤตเชิงผิวดังสมการ

$$H_0=1.66\chi \tag{2.113}$$

ในปี ค.ศ. 1995 บัซดินและชามีวา (Buzdin & Chameeva, 1995) ได้พิจารณาปัญหาเกี่ยวกับสนามแม่เหล็กวิกฤตเชิงผิว H_{c3} ของตัวนำยวดยิ่งที่มีลักษณะเป็นชั้น (Layer Superconductors) ดังภาพประกอบ 20 พบว่าอัตราส่วนสนามแม่เหล็กวิกฤตเชิงผิวต่อสนามแม่เหล็กวิกฤตที่ 2 มีค่าประมาณ 1.7 ซึ่งใกล้เคียงกับการทดลองแบบจำลองเสมือน 3 มิติของเจมส์และเจนเนส (Saint-James & Gennes, 1963) ดังสมการ

$$F_{LD}\left[\psi\right]\sum_n\int d^2r\left[\begin{array}{l}a\left|\psi_n\right|^2+\frac{b}{2}\left|\psi_n\right|^4+\frac{\hbar^2}{4m_{//}}\left|\left(\nabla_{//}-\frac{2ie}{\hbar c}A_{//}\right)\psi_n\right|^2\\+t_j\left|\psi_{n+1}-\psi_ne^{i\chi_{n,n+1}}\right|^2\end{array}\right] \tag{2.114}$$

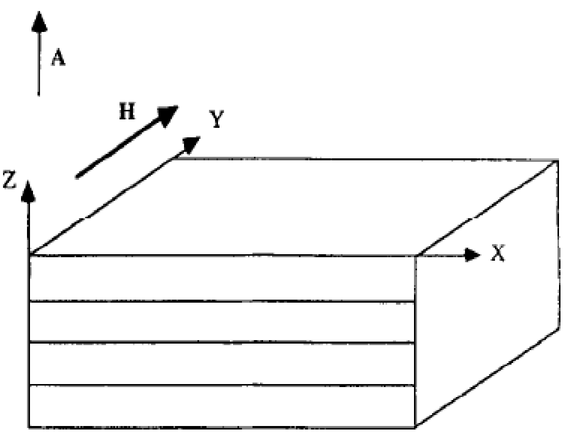
เมื่อ $\chi_{n,n+1}=\frac{2e}{\hbar c}\int_{nd}^{(n+1)d}A_z dz$

เมื่อ ψ_n คือตัวแปรบอกความเป็นระเบียบ, $m_{//}$ คือมวลยังผลในระนาบ, d คือระยะห่างระหว่างชั้น, t_j คือค่าที่บอกถึงการกระทำกันระหว่างชั้น (Coupling), $A_{//}$ คือศักย์เวกเตอร์ของสนามแม่เหล็กในระนาบ (x,y), A_z คือศักย์เวกเตอร์ตามแนวแกน z เมื่อ $a=-\alpha\tau, \tau=1-\frac{T}{T_c}$ โดย $A=(0,0,H_x)$ และ $\psi_n(x)=\psi(x)$

$$-\xi_{//}^2(0)\frac{d^2\psi}{dx^2}+r\left[1-\cos\left(\frac{2\pi Hdx}{\phi_0}\right)\psi(x)-\tau\psi(x)=0\right] \tag{2.115}$$

เมื่อ $\xi_{//}^2(0)=\frac{\hbar^2}{4m\alpha}, r=\frac{2t_j}{\alpha}, \phi_0=\frac{c\hbar\pi}{e}$

สามารถหาค่าสนามแม่เหล็กวิกฤตเชิงผิวภายใต้เงื่อนไขขอบเขต $\frac{d\psi}{dx}=0$ ที่ $x=0$



ภาพประกอบ 20 ระบบพิกัดในชั้นของตัวนำยวดยิ่ง

ที่มา (Buzdin & Chameeva, 1995)

นิยามพิกัดใหม่โดยกำหนดให้ $h=2\pi\xi_{//}(0)\frac{dH}{\Phi_0\sqrt{r}}, \tilde{x}=\frac{2\pi dHx}{\Phi_0}$ เมื่อ $t=\frac{\tau}{r}$

สามารถเขียนสมการใหม่ได้เป็น

$$\frac{d^2\psi}{dx^2}+\frac{1}{h^2}\cos(\tilde{x}-\tilde{x}_0)\psi(x)=\frac{1-t}{h^2}\psi(\tilde{x}) \tag{2.116}$$

พิจารณาเงื่อนไขขอบเขต $\frac{d\psi}{d\tilde{x}}=0$ ที่ และเลือก ที่ทำให้อุณหภูมิมีค่าสูงที่สุดซึ่งมีค่าเท่ากับ ทำให้อัตราส่วนสนามแม่เหล็กวิกฤตเชิงผิวต่อสนามแม่เหล็กวิกฤตที่ 2 เป็นไปตามผลการทดลอง ดังสมการ

$$h_{c3}=1.69h_{c2} \tag{2.117}$$

ในปี ค.ศ. 2003 แอสเคอแซด (Askerzade, 2003) ได้ศึกษาค่าสนามแม่เหล็กวิกฤตเชิงผิว H_{c3} (T) ของตัวนำยวดยิ่งแบบสองแถบพลังงานชนิดแมกนีเซียมไดโบไรด์ (MgB_2) โดยใช้ทฤษฎีกินซ์เบิร์กแลนดาว ซึ่งตัวนำยวดยิ่งแมกนีเซียมไดโบไรด์จัดอยู่ในกลุ่มตัวนำยวดยิ่งอุณหภูมิสูงเนื่องจากมีค่าอุณหภูมิวิกฤตสูงถึง 39 เคลวิน นับเป็นอุณหภูมิวิกฤตที่สูงที่สุดในตัวนำยวดยิ่งโลหะหมู่ที่ 2 และมีโครงสร้างที่สำคัญต่อสมบัติต่างๆในสภาพนำยวดยิ่งเช่นเดียวกับตัวนำยวดยิ่งอุณหภูมิสูงชนิดอื่น อีกทั้งมีปรากฏการณ์ไอโซโทป (Isotope effect) ที่ยืนยันได้ว่ากลไกการเกิดสภาพนำยวดยิ่งเกิดจากการจับคู่ของอิเล็กตรอนที่มีโฟนอนเป็นสื่อกลางตามทฤษฎีบีซีเอส (BCS theory) จากการคำนวณโครงสร้างของแถบพลังงานและสเปกตรัมของโฟนอนสามารถทำนายได้ว่าตัวนำยวดยิ่งแมกนีเซียมไดโบไรด์เป็นตัวนำยวดยิ่งแบบสองแถบพลังงานที่มีแถบพลังงานแบบสองมิติในแถบพลังงานที่ใหญ่กว่า และแบบสามมิติในแถบพลังงานที่เล็กกว่า

เริ่มพิจารณาจากพลังงานอิสระของตัวนำยวดยิ่งแบบสองแถบพลังงาน ดังสมการ (2.118)

$$F_{sc}\left[\psi_1,\psi_2\right]=\int d^3r\left[\begin{array}{l}\frac{\hbar^2}{2m_1^*}\left|\left(\vec{\nabla}-\frac{2\pi i\vec{A}}{\Phi_0}\right)\psi_1\right|^2+\alpha_1(T)\psi_1^2\\ +\frac{\hbar^2}{2m_2^*}\left|\left(\vec{\nabla}-\frac{2\pi i\vec{A}}{\Phi_0}\right)\psi_2\right|^2+\alpha_2(T)\psi_2^2+\varepsilon\left(\psi_1^*\psi_2+c.c.\right)\\ +\varepsilon_1\left\{\left(\vec{\nabla}+\frac{2\pi i\vec{A}}{\Phi_0}\right)\psi_1^*\left(\vec{\nabla}-\frac{2\pi i\vec{A}}{\Phi_0}\right)\psi_2+c.c.\right\}\end{array}\right] \tag{2.118}$$

เมื่อเทอมบนสุดของสมการที่ (2.118) คือความหนาแน่นพลังงานอิสระในแถบพลังงานที่ 1 เทอมล่างสุดคือความหนาแน่นพลังงานอิสระในแถบพลังงานที่ 2 และเทอมกลางคือความหนาแน่นพลังงานอิสระระหว่างแถบพลังงานที่ 1 และแถบพลังงานที่ 2 โดย α คือสัมประสิทธิ์ที่ขึ้นกับอุณหภูมิ $\alpha=\gamma_i\left(T-T_{ci}\right)$, γ_i คือสัดส่วนของค่าคงที่, ε คือ ตัวแปรที่แสดง

ถึงอันตรกิริยาของตัวแปรบอกความเป็นระเบียบระหว่างแถบพลังงาน, ε_1 คืออนุพันธ์ของตัวแปรที่แสดงถึงอันตรกิริยาของตัวแปรบอกความเป็นระเบียบ

กำหนดให้ $\psi_1(x) = C\psi_2(x)$ โดยที่ $\psi_1(x) = \exp\left(-\frac{\delta x^2}{2}\right)$ และให้ศักย์เวกเตอร์ซึ่งพิจารณาที่เงื่อนไขขอบเขต $\vec{A} = H(x - x_0)$ ซึ่งพิจารณาที่เงื่อนไขขอบเขต $\psi_1(\infty) = 0, \left(\frac{d\psi_1}{dx}\right)(0) = 0$ ทำให้เขียนพลังงานอิสระใหม่ได้ ดังสมการ

$$F_{sc}[\psi_1, \psi_2] = \int d^3 r \begin{bmatrix} \frac{\hbar^2}{2m_1^*}\left(\delta^2 x^2 + \left(\frac{2\pi H}{\Phi_0}\right)^2 (x - x_0)^2\right) + \alpha_1(T) \\ + \frac{1}{c^2}\frac{\hbar^2}{2m_2^*}\left(\delta^2 x^2 + \left(\frac{2\pi H}{\Phi_0}\right)^2 (x - x_0)^2\right) + \frac{\alpha_2(T)}{c^2} \\ + \frac{2\varepsilon}{c} + \frac{2\varepsilon_1}{c}\left(\delta^2 x^2 + \left(\frac{2\pi H}{\Phi_0}\right)^2 (x - x_0)^2\right) \end{bmatrix} e^{-\delta x^2} \tag{2.119}$$

แปรค่าพลังงานอิสระจากสมการ (2.119) เทียบกับ δ แล้วจัดรูปจะได้สมการสนามแม่เหล็กวิกฤตเชิงผิวแบบสองแถบพลังงาน ดังสมการที่ (2.120)

$$H_{c3}(T) = \left(\frac{\pi}{\pi - 2}\right)^{\frac{1}{2}} \frac{\Phi_0 \delta}{2\pi} 1.66 H_{c2}(T) \tag{2.120}$$

จากผลการคำนวณสรุปได้ว่าค่าอัตราส่วนสนามแม่เหล็กวิกฤตเชิงผิวต่อสนามแม่เหล็กวิกฤตที่ 2 ของตัวนำยวดยิ่งแบบสองแถบพลังงานมีค่าเท่ากับตัวนำยวดยิ่งแบบแถบพลังงานเดียว และการขึ้นกับอุณหภูมิของสนามแม่เหล็กวิกฤตเชิงผิวแบบสองแถบพลังงานนี้มีลักษณะเป็นเส้นโค้งเข้าใกล้อุณหภูมิวิกฤต

ในปี ค.ศ. 2014 เมฆนิติ ชั่งจันทร์ และอุดมสมุทรหิรัญ *(*Meakniti, Changjan, & Udomsamuthirun, 2014) ได้ศึกษาสนามแม่เหล็กวิกฤตเชิงผิวของตัวนำยวดยิ่งแบบแม่เหล็ก โดยใช้ทฤษฎีกินซ์เบิร์กแลนดาว ผลการคำนวณสามารถหาสนามแม่เหล็กวิกฤตเชิงผิวที่เป็นฟังก์ชันของสภาพยอมรับได้ทางแม่เหล็กได้ และศึกษาการขึ้นกับอุณหภูมิโดยใช้แบบจำลอง 4 รูปแบบ ได้แก่ ฟังก์ชันที่ขึ้นกับอุณหภูมิของเชนและคณะ *(*Chen, Zuo, Lu, & Huang, 2011*)* ซูและคณะ (Zhu, Yang, Fang, Mu, & Wen, 2008) ชาเนนโคและคณะ (Shanenko, Milosevic, Peeters, &

Vagov, 2011) และชั่งจันทร์และอุดมสมุทรหิรัญ (Arpapong Changjan & Udomsamuthirun, 2013) โดยเริ่มจากสมการพลังงานอิสระของกิบส์ของตัวนำยวดยิ่งแบบแม่เหล็กดังสมการที่ (2.95) ที่ได้กล่าวไปแล้ว และกำหนดให้ศักย์เวกเตอร์ $\vec{A}=\left(0,B_0\left(x-x_0\right),0\right)$ จะจัดรูปสมการกินซ์เบิร์กแลนดาวที่ 1 ได้ดังสมการ

$$-\frac{d^2\psi}{dx^2}+\lambda^2 B_0^2\left(x-x_0\right)^2\psi=\lambda^2\psi \qquad (2.121)$$

เมื่อ $\varsigma=\left(\lambda B_0\right)^{\frac{1}{2}}x,\varsigma_0=\left(\lambda B_0\right)^{\frac{1}{2}}x_0,\beta=\frac{\lambda}{B_0}$

$$-\frac{d^2\psi}{d\varsigma^2}+\left(\varsigma-\varsigma_0\right)^2\psi=\beta\psi \qquad (2.122)$$

กำหนดให้ $\psi=\exp\left(-\frac{1}{2}b\varsigma^2\right)$ จะได้ $\varsigma_0=\frac{1}{(\pi b)^{\frac{1}{2}}}$

$$\beta_{\min}=b=\left(1-\frac{2}{\pi}\right)^{\frac{1}{2}} \qquad (2.123)$$

แทนค่าสมการ (2.123) ลงใน $\beta=\frac{\lambda}{B_0}$

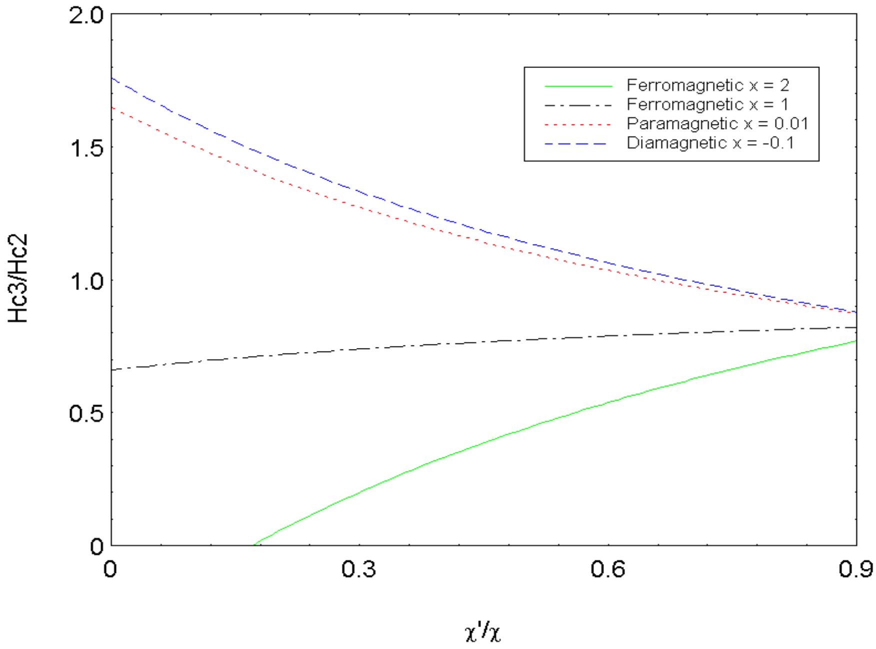
$$B_0=1.66\lambda \qquad (2.124)$$

ศักย์เวกเตอร์ $\vec{A}=\left[0,\left(\mu_0\left(\chi-\chi'\right)H_{c2}+\mu_0\left(1+\chi'\right)\left(H+M_{sc}\right)\left(x-x_0\right)\right),0\right]$ และสนามแม่เหล็กภายนอก H เข้าใกล้สนามแม่เหล็กเชิงผิว H_{c3} ค่าความเป็นแม่เหล็กของตัวนำยวดยิ่ง M_{sc} จะหมดไป $\left(M_{sc}\to 0\right)$ ทำให้ได้ค่าสนามแม่เหล็กวิกฤตเชิงผิว ดังสมการ (2.125)

$$B_0=\mu_0\left(\chi-\chi'\right)H_{c2}+\mu_0\left(1+\chi'\right)H_{c3}$$

$$H_{c3}\left(T\right)=\frac{1.66H_{c2}-\left(\chi-\chi'\right)H_{c2}}{\left(1+\chi'\right)} \qquad (2.125)$$

สนามแม่เหล็กวิกฤตเชิงผิวเป็นฟังก์ชันที่ขึ้นกับสภาพยอมรับได้ทางแม่เหล็ก ดังภาพประกอบ 21 สรุปได้ว่าสนามแม่เหล็กวิกฤตเชิงผิวของตัวนำยวดยิ่งที่มีสมบัติแม่เหล็กแอนไทเฟอร์โรและแม่เหล็กพาราจะแสดงพฤติกรรมเหมือนตัวนำยวดยิ่งแบบไร้แม่เหล็ก แต่ตัวนำยวดยิ่งที่มีสมบัติแม่เหล็กไดอาและแม่เหล็กเฟอร์โรจะมีค่าสนามแม่เหล็กวิกฤตเชิงผิวสูงกว่าและต่ำกว่าตัวนำยวดยิ่งแบบไร้แม่เหล็ก ตามลำดับ



ภาพประกอบ 21 ความสัมพันธ์ระหว่าง $\left(\frac{H_{c3}}{H_{c2}}\right)$ กับ $\left(\frac{\chi'}{\chi}\right)$

ที่มา (Meakniti et al., 2014)

เมื่อพิจารณาฟังก์ชันที่ขึ้นกับอุณหภูมิจะได้สนามแม่เหล็กวิกฤตเชิงผิวซึ่งเป็นฟังก์ชันที่ขึ้นกับอุณหภูมิ 4 รูปแบบ ดังสมการทั้ง 4 สมการต่อไปนี้

สมการสนามแม่เหล็กวิกฤตเชิงผิวซึ่งเป็นฟังก์ชันที่ขึ้นกับอุณหภูมิตามรูปแบบของเชนและคณะ (Chen et al., 2011)

$$H_{c3} = \frac{1.66\left(1-\frac{T}{T_c}\right)H_{c2} - \left(\chi-\chi'\right)H_{c2}}{\left(1+\chi'\right)} \tag{2.125}$$

สมการสนามแม่เหล็กวิกฤตเชิงผิวซึ่งเป็นฟังก์ชันที่ขึ้นกับอุณหภูมิตามรูปแบบของซูและคณะ (Zhu et al., 2008)

$$H_{c3} = \frac{1.66\left(1-\left(\frac{T}{T_c}\right)^2 \Big/ 1+\left(\frac{T}{T_c}\right)^2\right)H_{c2} - (\chi-\chi')H_{c2}}{(1+\chi')} \qquad (2.126)$$

สมการสนามแม่เหล็กวิกฤตเชิงผิวซึ่งเป็นฟังก์ชันที่ขึ้นกับอุณหภูมิตามรูปแบบของชาเนนโคและคณะ (Shanenko et al., 2011)

$$H_{c3} = \frac{1.66\left(\left(1-\frac{T}{T_c}\right)+\frac{1}{2}\left(1-\frac{T}{T_c}\right)^2\right)H_{c2} - (\chi-\chi')H_{c2}}{(1+\chi')} \qquad (2.127)$$

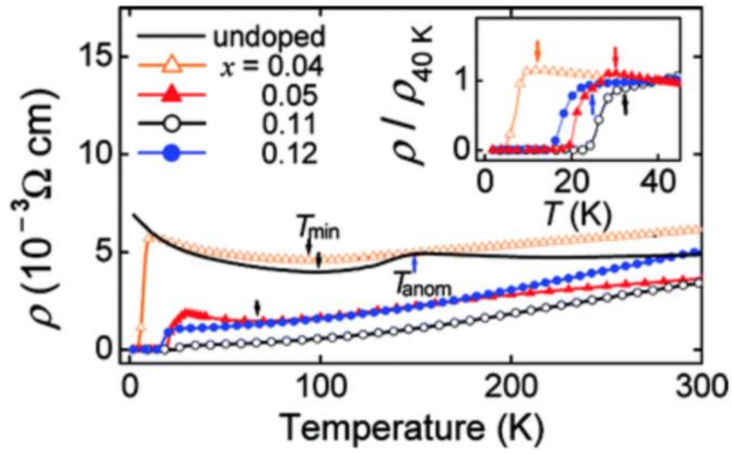
สมการสนามแม่เหล็กวิกฤตเชิงผิวซึ่งเป็นฟังก์ชันที่ขึ้นกับอุณหภูมิตามรูปแบบของชั่งจันทร์และอุดมสมุทรหิรัญ (Arpapong Changjan & Udomsamuthirun, 2013)

$$H_{c3} = \frac{1.66\left(p\left(1-\frac{T}{T_c}\right)+\frac{q}{2}\left(1-\frac{T}{T_c}\right)^2\right)H_{c2} - (\chi-\chi')H_{c2}}{(1+\chi')} \qquad (2.178)$$

เมื่อนำผลจากการคำนวณมาเปรียบเทียบกับผลการทดลองของตัวนำยวดยิ่งแบบแม่เหล็กชนิด $Pb_{82}Bi_{18}$ พบว่าที่สนามแม่เหล็กวิกฤตเชิงผิวซึ่งเป็นฟังก์ชันที่ขึ้นกับอุณหภูมิตามรูปแบบของชั่งจันทร์และอุดมสมุทรหิรัญให้ผลสอดคล้องกับผลการทดลองมากที่สุด

3.3 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับตัวนำยวดยิ่งชนิดมีเหล็กเป็นองค์ประกอบ

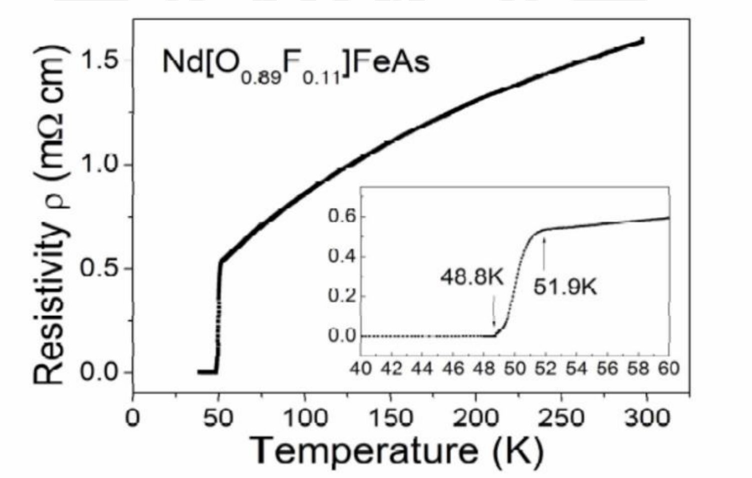
ในปี ค.ศ. 2008 คามิฮาราและคณะ (Kamihara et al., 2008) ได้รายงานการค้นพบตัวนำยวดยิ่งชนิด $La[O_{1-x}F_x]FeAs$ ที่เจือด้วยฟลูออรีน โดยมีสภาพนำยวดยิ่งที่อุณหภูมิวิกฤต 26 เคลวิน ดังภาพประกอบ 23 ซึ่งนับเป็นจุดเริ่มต้นของการพบสภาพนำยวดยิ่งในสารแม่เหล็กเฟอร์โร



ภาพประกอบ 22 อุณหภูมิวิกฤตของตัวนำยวดยิ่งชนิด $La[O_{1-x}F_x]FeAs$

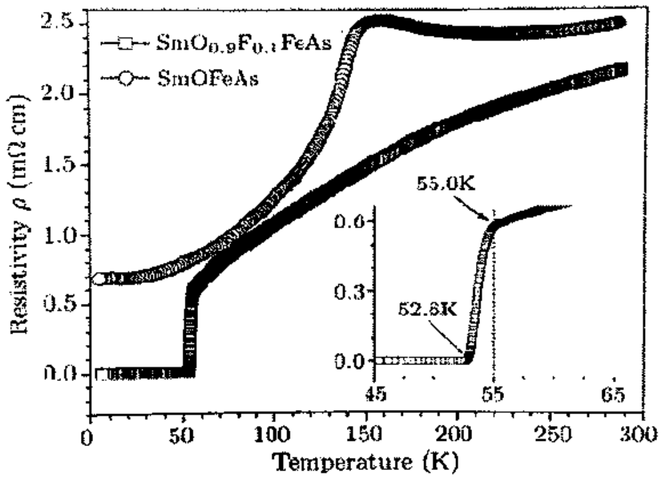
ที่มา (Kamihara et al., 2008)

ในปี ค.ศ. 2008 เร็นและคณะ ได้แทนที่อะตอมของแลนทานัมด้วยธาตุอื่น โดยเตรียมตัวนำยวดยิ่งชนิด $Nd[O_{1-x}F_x]FeAs$ (Ren et al., 2008)และ $Sm[O_{1-x}F_x]FeAs$ (Zhi-An et al., 2008) ที่เจือด้วยฟลูออรีน พบว่าสารทั้งสองชนิดที่เตรียมมีสภาพนำยวดยิ่งที่อุณหภูมิวิกฤต 51 และ 55 เคลวิน ตามลำดับ ดังภาพประกอบ 23 และ 24 นับเป็นการค้นพบสภาพนำยวดยิ่งที่มีอุณหภูมิวิกฤตสูงที่สุดในตัวนำยวดยิ่งชนิดมีเหล็กเป็นองค์ประกอบ



ภาพประกอบ 23 อุณหภูมิวิกฤตของตัวนำยวดยิ่งชนิด

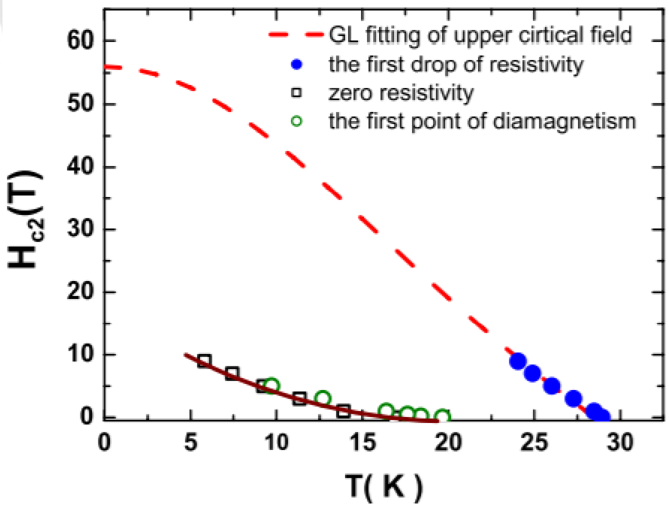
ที่มา (Ren et al., 2008)



ภาพประกอบ 24 อุณหภูมิวิกฤตของตัวนำยวดยิ่งชนิด Sm[O_{1-x} F_x]FeAs

ที่มา (Zhi-An et al., 2008)

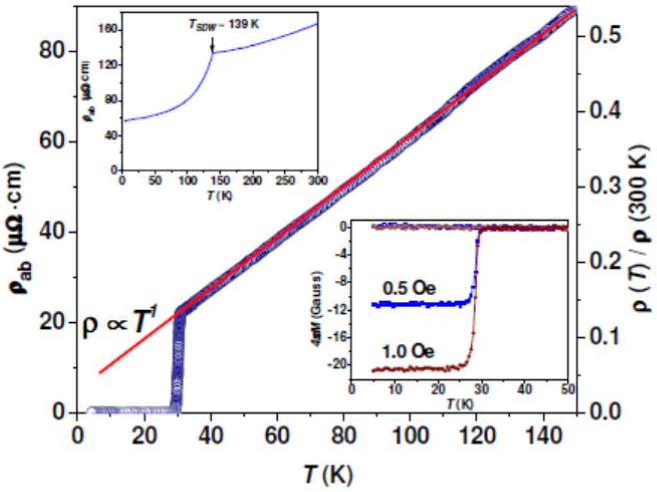
ในปี ค.ศ. 2008 ซูและคณะ (Zhu et al., 2008) ได้ศึกษาสนามแม่เหล็กวิกฤตของตัวนำยวดยิ่งชนิด La[O_{1-x} F_x]FeAs หลังจากที่คามิฮารา ค้นพบสภาพนำยวดยิ่ง โดยพบว่าตัวนำยวดยิ่งชนิดนี้มีค่าสนามแม่เหล็กวิกฤตที่ 2 สูงถึง 50 เทสลา ที่อุณหภูมิศูนย์เคลวิน ดังภาพประกอบ 25



ภาพประกอบ 25 สนามแม่เหล็กวิกฤตที่ 2 ของตัวนำยวดยิ่งชนิด La[$O_{0.9}$ $F_{0.1}$]FeAs

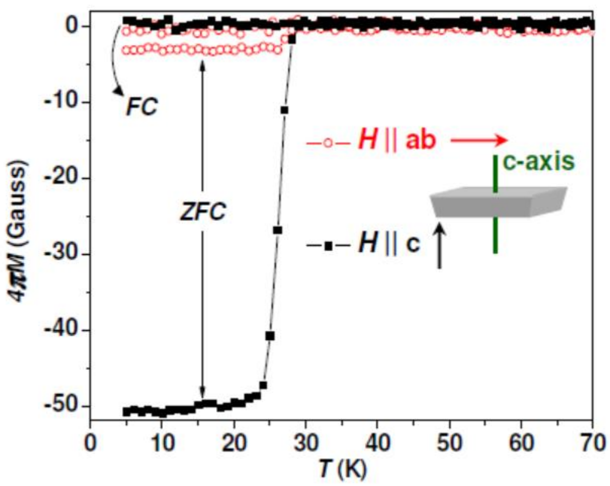
ที่มา (Zhu et al., 2008)

ในปี ค.ศ. 2010 จองและคณะ (Chong, Hashimoto, & Kadowaki, 2010) ได้ศึกษาตัวนำยวดยิ่งชนิด ที่เจือด้วยฟอสฟอรัส พบว่าตัวนำยวดยิ่งชนิดนี้มีสภาพนำยวดยิ่งที่อุณหภูมิวิกฤต 31 เคลวิน และมีค่าสนามแม่เหล็กวิกฤตที่ 2 ในทิศขนานและตั้งฉากกับระนาบผลึก 77 และ 36 เทสลา ตามลำดับ ดังแสดงในภาพประกอบ 26 และ 27



ภาพประกอบ 26 อุณหภูมิวิกฤตของตัวนำยวดยิ่งชนิด $BaFe_2[As_{1-x} P_x]_2$

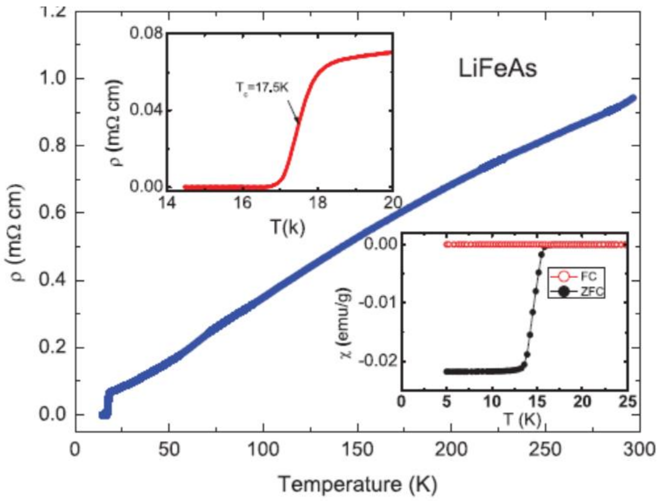
ที่มา (Chong et al., 2010)



ภาพประกอบ 27 ค่าสภาพยอมรับได้ทางแม่เหล็กของตัวนำยวดยิ่งชนิด $BaFe_2[As_{1-x} P_x]_2$

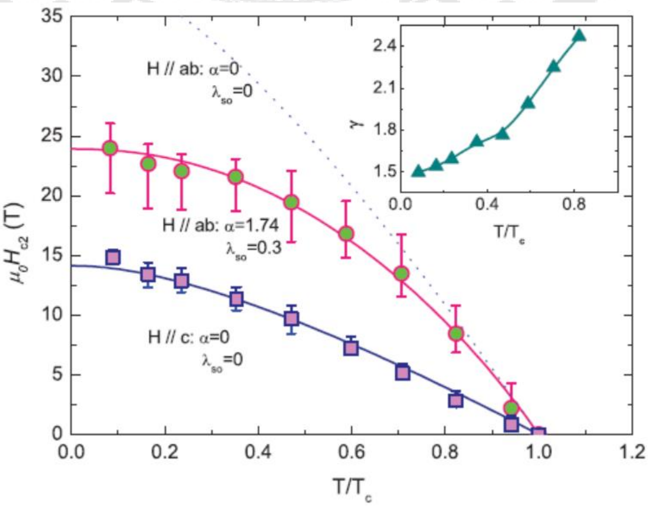
ที่มา (Chong et al., 2010)

ในปี ค.ศ. 2011 ฉางและคณะ (Zhang et al., 2011) ได้ศึกษาตัวนำยวดยิ่งชนิด LiFeAs พบว่าตัวนำยวดยิ่งชนิดนี้มีสภาพนำยวดยิ่งที่อุณหภูมิวิกฤต 18 เคลวิน และมีค่าสนามแม่เหล็กวิกฤตที่ 2 ที่อุณหภูมิศูนย์เคลวิน ในทิศขนานและตั้งฉากกับระนาบผลึก 24.2 และ 15 เทสลา ตามลำดับ ดังแสดงในภาพประกอบ 28 และ 29



ภาพประกอบ 28 อุณหภูมิวิกฤตของตัวนำยวดยิ่งชนิด LiFeAs

ที่มา (Zhang et al., 2011)



ภาพประกอบ 29 สนามแม่เหล็กวิกฤตที่ 2 ของตัวนำยวดยิ่งชนิด LiFeAs

ที่มา (Zhang et al., 2011)

ในปี ค.ศ. 2016 คิดานีมาเรียมและคาฮ์เซย์ (Kidanemariam & Kahsay, 2016) ได้ศึกษาสนามแม่เหล็กวิกฤตที่ 2 ความยาวอาพันธ์ และความลึกซาบซึมได้ของตัวนำยวดยิ่งชนิดมีเหล็กเป็นองค์ประกอบแบบ 2 แถบพลังงาน ประกอบด้วย $BaFe_2[As_{1-x}P_x]_2$, $Nd[O_{1-x}F_x]FeAs$ และ LiFeAs โดยใช้แบบจำลองสมการกินซ์เบิร์กแลนดาวสำหรับตัวนำยวดยิ่งแบบ 2 แถบพลังงาน และวิเคราะห์ผลเทียบกับข้อมูลจากการทดลอง พบว่าค่าสนามแม่เหล็กวิกฤตที่ 2 ความยาวอาพันธ์ และความลึกซาบซึมได้ของตัวนำยวดยิ่งที่มีเหล็กเป็นองค์ประกอบทั้ง 3 ชนิด เป็นฟังก์ชันที่ขึ้นกับอุณหภูมิ และขึ้นกับมุมเมื่อสนามแม่เหล็กทำมุม θ กับระนาบผลึก ซึ่งสอดคล้องกับผลการทดลอง ดังสมการต่อไปนี้

- สมการสนามแม่เหล็กวิกฤตที่ 2 ที่เป็นฟังก์ชันที่ขึ้นกับมุมระหว่างสนามแม่เหล็กกับระนาบผลึก

$$H_{c2}^{GL}(\theta)=\frac{H_{c2}^{\parallel c}}{\sqrt{\cos^2\theta+\gamma^{-2}\sin^2\theta}} \tag{2.130}$$

สำหรับตัวนำยวดยิ่งชนิด $BaFe_2[As_{1-x}P_x]_2$ มี $T_c=31K, H_{c2}^{\parallel c}(0)=36T$ และ $H_{c2}^{\perp c}(0)=77T$

$$H_{c2}^{GL}(\theta)=\frac{36}{\sqrt{\cos^2\theta+\gamma^{-2}\sin^2\theta}} \tag{2.131}$$

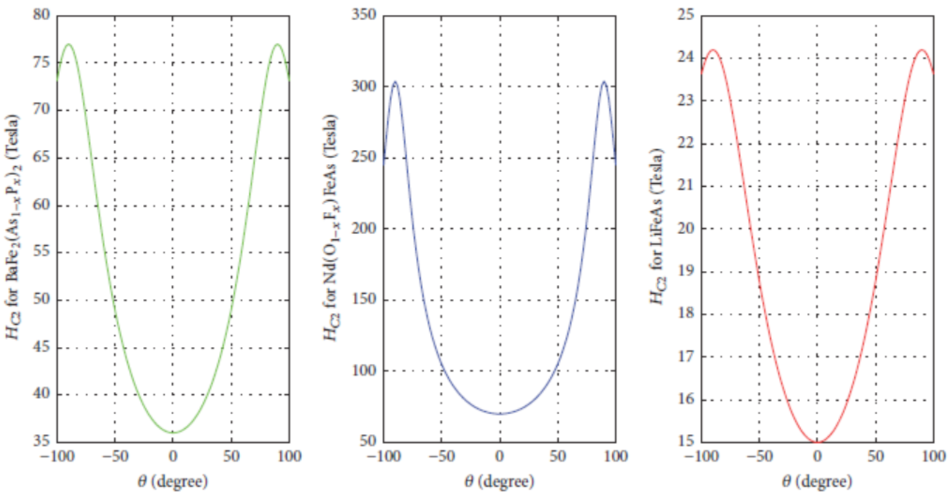
สำหรับตัวนำยวดยิ่งชนิด $Nd[O_{1-x}F_x]FeAs$ มี $T_c=51K, H_{c2}^{\parallel c}(0)=70T$ และ $H_{c2}^{\perp c}(0)=304T$

$$H_{c2}^{GL}(\theta)=\frac{70}{\sqrt{\cos^2\theta+\gamma^{-2}\sin^2\theta}} \tag{2.132}$$

สำหรับตัวนำยวดยิ่งชนิด LiFeAs มี $T_c=18K, H_{c2}^{\parallel c}(0)=15T$ และ $H_{c2}^{\perp c}(0)=24.2T$

$$H_{c2}^{GL}(\theta)=\frac{15}{\sqrt{\cos^2\theta+\gamma^{-2}\sin^2\theta}} \tag{2.133}$$

จากสมการสนามแม่เหล็กวิกฤตที่ 2 ที่เป็นฟังก์ชันที่ขึ้นกับมุมระหว่างสนามแม่เหล็กกับระนาบผลึกของตัวนำยวดยิ่งชนิดมีเหล็กเป็นองค์ประกอบทั้ง 3 ชนิด จะได้กราฟความสัมพันธ์ดังภาพประกอบ 30



ภาพประกอบ 30 สนามแม่เหล็กวิกฤตที่ 2 ที่ขึ้นกับมุมระหว่างสนามแม่เหล็กกับระนาบผลึกของตัวนำยวดยิ่งชนิดมีเหล็กเป็นองค์ประกอบ

ที่มา (Kidanemariam & Kahsay, 2016)

- สมการสนามแม่เหล็กวิกฤตที่ 2 ที่เป็นฟังก์ชันที่ขึ้นกับอุณภูมิ เมื่อให้สนามแม่เหล็กภายนอกในทิศตั้งฉากและขนานกับระนาบผลึก ตามลำดับ

$$H_{c2}^{\parallel c}(T) = H_{c2}^{\parallel c}\left[1-\left(\frac{T}{T_c}\right)^2\right]$$

(2.134)

$$H_{c2}^{\perp c}(T) = H_{c2}^{\perp c}\left[1-\left(\frac{T}{T_c}\right)^2\right] \qquad (2.135)$$

สำหรับตัวนำยวดยิ่งชนิด $BaFe_2[As_{1-x}P_x]_2$ มี $T_c = 31K, H_{c2}^{\parallel c}(0) = 36T$ และ $H_{c2}^{\perp c}(0) = 77T$

$$H_{c2}^{\parallel c}(T) = 36\left[1-\left(\frac{T}{T_c}\right)^2\right] \qquad (2.136)$$

$$H_{c2}^{\perp c}(T) = 77\left[1-\left(\frac{T}{T_c}\right)^2\right] \qquad (2.137)$$

สำหรับตัวนำยวดยิ่งชนิด Nd[$O_{1-x}F_x$]FeAs มี $T_c = 51K, H_{c2}^{\parallel c}(0) = 70T$ และ $H_{c2}^{\perp c}(0) = 304T$

$$H_{c2}^{\parallel c}(T) = 70\left[1-\left(\frac{T}{T_c}\right)^2\right] \tag{2.138}$$

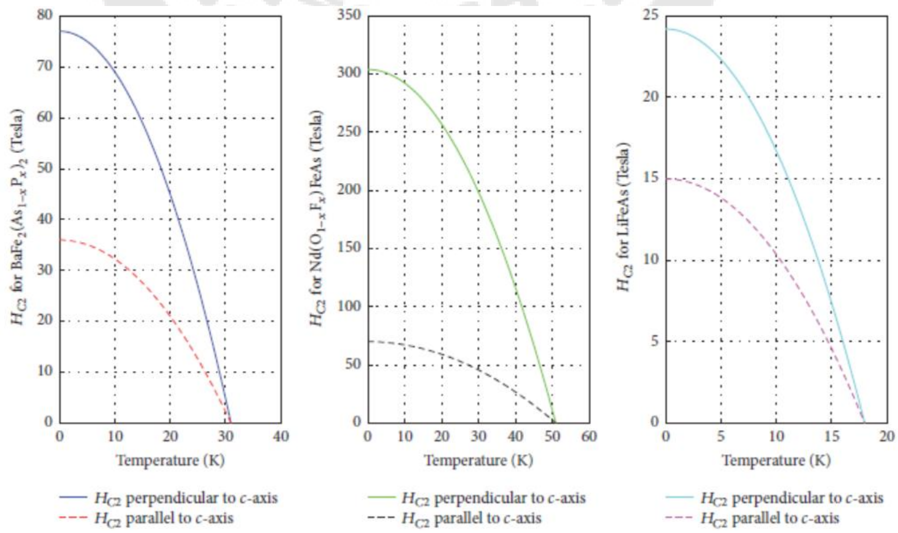
$$H_{c2}^{\perp c}(T) = 304\left[1-\left(\frac{T}{T_c}\right)^2\right] \tag{2.139}$$

สำหรับตัวนำยวดยิ่งชนิด LiFeAs มี $T_c = 18K, H_{c2}^{\parallel c}(0) = 15T$ และ $H_{c2}^{\perp c}(0) = 24.2T$

$$H_{c2}^{\parallel c}(T) = 70\left[1-\left(\frac{T}{T_c}\right)^2\right] \tag{2.140}$$

$$H_{c2}^{\perp c}(T) = 304\left[1-\left(\frac{T}{T_c}\right)^2\right] \tag{2.141}$$

จากสมการสนามแม่เหล็กวิกฤตที่ 2 ที่เป็นฟังก์ชันที่ขึ้นกับอุณหภูมิของตัวนำยวดยิ่งชนิดมีเหล็กเป็นองค์ประกอบทั้ง 3 ชนิด จะได้กราฟความสัมพันธ์ดังภาพประกอบ 31



ภาพประกอบ 31 สนามแม่เหล็กวิกฤตที่ 2 ของตัวนำยวดยิ่งชนิดมีเหล็กเป็นองค์ประกอบ

ที่มา (Kidanemariam & Kahsay, 2016)

- สมการความยาวอาพันธ์ที่เป็นฟังก์ชันที่ขึ้นกับอุณหภูมิ

$$\xi_{GL}(T)=\xi_{GL}(0)\left[1-\left(\frac{T}{T_c}\right)^2\right]^{-\frac{1}{2}} \tag{2.142}$$

สำหรับตัวนำยวดยิ่งชนิด Nd[$O_{1-x}F_x$]FeAs มี $\xi_{GL}^{ab}(0)=3.2nm,\xi_{GL}^{c}(0)=1.3nm$

$$\xi_{GL}^{ab}(T)=3.2nm\left[1-\left(\frac{T}{T_c}\right)^2\right]^{-\frac{1}{2}} \tag{2.143}$$

$$\xi_{GL}^{c}(T)=1.3nm\left[1-\left(\frac{T}{T_c}\right)^2\right]^{-\frac{1}{2}} \tag{2.144}$$

สำหรับตัวนำยวดยิ่งชนิด $BaFe_2[As_{1-x}P_x]_2$ มี $\xi_{GL}^{ab}(0)=3.7nm,\xi_{GL}^{c}(0)=0.9nm$

$$\xi_{GL}^{ab}(T)=3.7nm\left[1-\left(\frac{T}{T_c}\right)^2\right]^{-\frac{1}{2}} \tag{2.145}$$

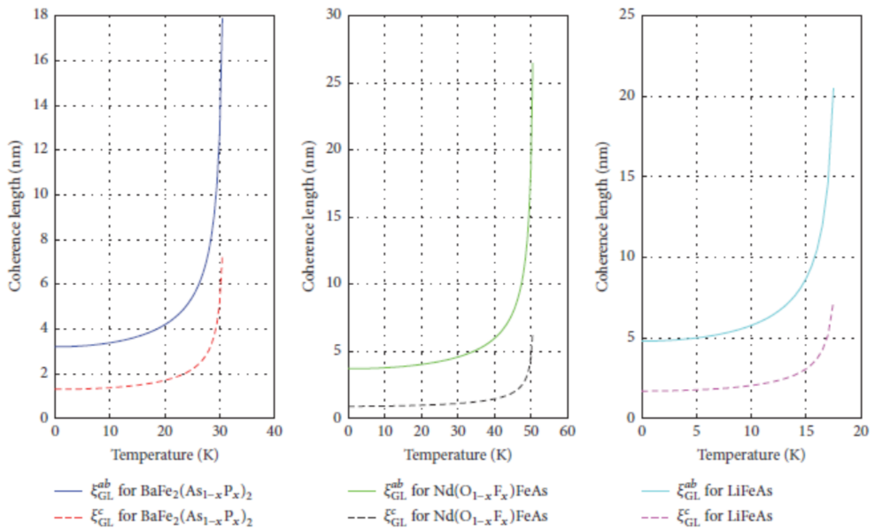
$$\xi_{GL}^{c}(T)=0.9nm\left[1-\left(\frac{T}{T_c}\right)^2\right]^{-\frac{1}{2}} \tag{2.146}$$

สำหรับตัวนำยวดยิ่งชนิด LiFeAs มี $\xi_{GL}^{ab}(0)=4.8nm,\xi_{GL}^{c}(0)=1.7nm$

$$\xi_{GL}^{ab}(T)=4.8nm\left[1-\left(\frac{T}{T_c}\right)^2\right]^{-\frac{1}{2}} \tag{2.147}$$

$$\xi_{GL}^{c}(T)=1.7nm\left[1-\left(\frac{T}{T_c}\right)^2\right]^{-\frac{1}{2}} \tag{2.148}$$

จากสมการความยาวอาพันธ์ที่เป็นฟังก์ชันที่ขึ้นกับอุณหภูมิของตัวนำยวดยิ่งชนิดมีเหล็กเป็นองค์ประกอบทั้ง 3 ชนิด จะได้กราฟความสัมพันธ์ดังภาพประกอบ 32



ภาพประกอบ 32 ความยาวอาพันธ์ที่ขึ้นกับอุณหภูมิของตัวนำยวดยิ่งชนิดมีเหล็กเป็นองค์ประกอบ

ที่มา (Kidanemariam & Kahsay, 2016)

- สมการความลึกซาบซึมได้ที่เป็นฟังก์ชันที่ขึ้นกับอุณหภูมิ

$$\lambda_{GL}(T) = \lambda_{GL}(0)\left[1-\left(\frac{T}{T_c}\right)^2\right]^{-\frac{1}{2}} \tag{2.149}$$

สำหรับตัวนำยวดยิ่งชนิด Nd[O_{1-x} F_x]FeAs มี $\lambda_{GL}^{ab}(0) = 101nm, \lambda_{GL}^{c}(0) = 216nm$

$$\lambda_{GL}^{ab}(T) = 101nm\left[1-\left(\frac{T}{T_c}\right)^2\right]^{-\frac{1}{2}} \tag{2.150}$$

$$\lambda_{GL}^{c}(T) = 216nm\left[1-\left(\frac{T}{T_c}\right)^2\right]^{-\frac{1}{2}} \tag{2.151}$$

สำหรับตัวนำยวดยิ่งชนิด $BaFe_2[As_{1-x}\ P_x]_2$ มี $\lambda_{GL}^{ab}(0) = 200nm, \lambda_{GL}^{c}(0) = 868nm$

$$\lambda_{GL}^{ab}(T)=200nm\left[1-\left(\frac{T}{T_c}\right)^2\right]^{-\frac{1}{2}} \tag{2.152}$$

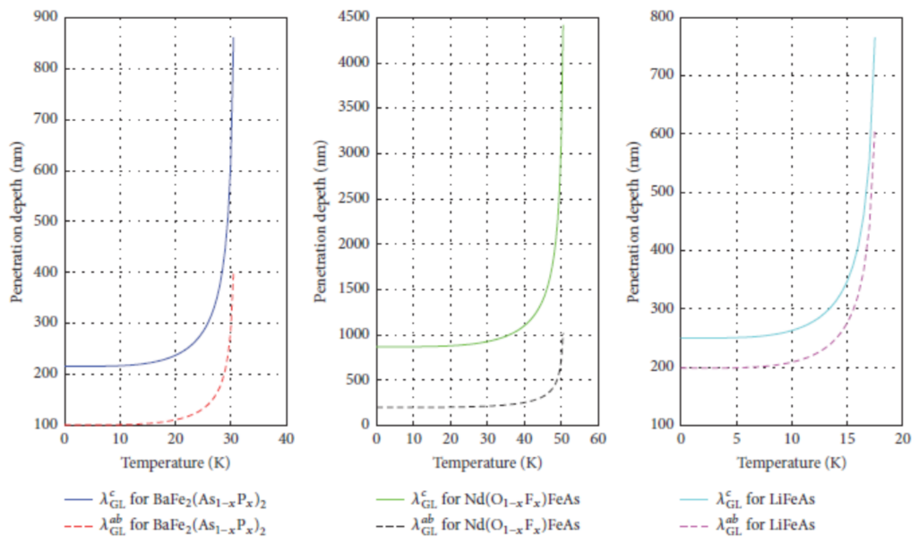
$$\lambda_{GL}^{c}(T)=868nm\left[1-\left(\frac{T}{T_c}\right)^2\right]^{-\frac{1}{2}} \tag{2.153}$$

สำหรับตัวนำยวดยิ่งชนิด LiFeAs มี $\lambda_{GL}^{ab}(0)=198.4nm, \lambda_{GL}^{c}(0)=250nm$

$$\lambda_{GL}^{ab}(T)=198.4nm\left[1-\left(\frac{T}{T_c}\right)^2\right]^{-\frac{1}{2}} \tag{2.154}$$

$$\lambda_{GL}^{c}(T)=250nm\left[1-\left(\frac{T}{T_c}\right)^2\right]^{-\frac{1}{2}} \tag{2.155}$$

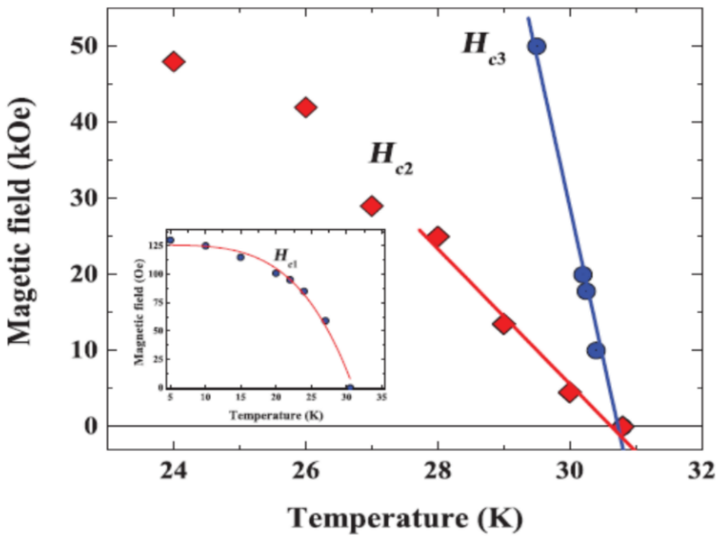
จากสมการความลึกซาบซึมได้ที่เป็นฟังก์ชันที่ขึ้นกับอุณหภูมิของตัวนำยวดยิ่งชนิดมีเหล็กเป็นองค์ประกอบทั้ง 3 ชนิด จะได้กราฟความสัมพันธ์ดังภาพประกอบ 33



ภาพประกอบ 33 ความลึกซาบซึมได้ที่ขึ้นกับอุณหภูมิของตัวนำยวดยิ่งชนิดมีเหล็กเป็นองค์ประกอบ

ที่มา (Kidanemariam & Kahsay, 2016)

ในปี ค.ศ. 2011 ซินด์เลกท์และคณะ (Tsindlekht, Felner, Zhang, Wang, & Chen, 2011) ได้ทำการทดลองวัดสมบัติทางแม่เหล็กของตัวนำยวดยิ่งผลึกเดี่ยวชนิด $K_{0.8}Fe_{2-y}Se_2$ ซึ่งอธิบายสนามแม่เหล็กวิกฤต ดังภาพประกอบ 34 พบว่าอัตราส่วนสนามแม่เหล็กวิกฤตเชิงผิวต่อสนามแม่เหล็กวิกฤตที่ 2 มีค่าคงตัวประมาณ 4.4 $\left(H_{c3} \approx 4.4H_{c2}\right)$



ภาพประกอบ 34 ความสัมพันธ์ระหว่างสนามแม่เหล็กวิกฤตกับอุณหภูมิ

ที่มา (Tsindlekht et al., 2011)

บทที่ 3
วิธีดำเนินงานวิจัย

งานวิจัยของเจมส์และเจนเนส (Saint-James & Gennes, 1963) ในปี ค.ศ. 1963 ได้ศึกษาสนามแม่เหล็กวิกฤตเชิงผิวของตัวนำยวดยิ่งพบว่าค่าอัตราส่วนสนามแม่เหล็กวิกฤตเชิงผิวต่อสนามแม่เหล็กวิกฤตที่ 2 เป็นค่าคงตัวเท่ากับ 1.66 $\left(H_{c3} \approx 1.66 H_{c2}\right)$ ต่อมาในปี ค.ศ. 2014 เมฆนิติ ชั่งจันทร์ และอุดมสมุทรหิรัญ (Meakniti et al., 2014) ได้ศึกษาสนามแม่เหล็กวิกฤตเชิงผิวของตัวนำยวดยิ่งแบบแม่เหล็กแบบ 1 แถบพลังงานโดยใช้ทฤษฏีกินซ์เบิร์กแลนดาว ทำให้พิจารณาค่าความเป็นแม่เหล็กในตัวนำยวดยิ่งซึ่งส่งผลต่อสนามแม่เหล็กวิกฤตได้ ดังสมการที่ (3.1) และในปี ค.ศ. 2017 ชั่งจันทร์ และคณะ (A. Changjan, Meakniti, & Udomsamuthirun, 2017) ได้เสนอการขึ้นกับอุณหภูมิของสนามแม่เหล็กวิกฤตเชิงผิว โดยพิจารณาฟังก์ชันของอุณหภูมิ 4 รูปแบบประกอบด้วย ฟังก์ชันอุณหภูมิของเชนและคณะ (Chen et al., 2011) ฟังชันอุณหภูมิของซูและคณะ (Zhu et al., 2008) ฟังก์ชันอุณหภูมิของชาเนนโคและคณะ (Shanenko et al., 2011) และฟังก์ชันอุณหภูมิของชั่งจันทร์และอุดมสมุทรหิรัญ (Arpapong Changjan & Udomsamuthirun, 2013)

$$H_{c3}(T) = \frac{1.66 H_{c2} - \left(\chi - \chi'\right) H_{c2}}{\left(1 + \chi'\right)} \tag{3.1}$$

และจากงานวิจัยของแอสเคอแซด (Askerzade, 2003) ในปี ค.ศ. 2003 ซึ่งศึกษาสนามแม่เหล็กวิกฤตเชิงผิวของตัวนำยวดยิ่งชนิดแมกนีเซียมไดโบไรด์ (MgB_2) แบบสองแถบพลังงาน โดยใช้ทฤษฏีกินซ์เบิร์กแลนดาวแบบสองแถบพลังงาน พบว่าอัตราส่วนสนามแม่เหล็กวิกฤตเชิงผิวต่อสนามแม่เหล็กวิกฤตที่ 2 เป็นค่าคงตัวเท่ากับผลของตัวนำยวดยิ่งแถบพลังงานเดียว $\left(H_{c3} \approx 1.66 H_{c2}\right)$ ที่เจมส์และเจนเนสได้ศึกษาไว้ ต่อมาในปี ค.ศ. 2011 ซินด์เลกท์และคณะ (Tsindlekht et al., 2011) ได้อธิบายสนามแม่เหล็กวิกฤตเชิงผิวในกลุ่มตัวนำยวดยิ่งชนิดมีเหล็กเป็นองค์ประกอบ พบว่าอัตราส่วนสนามแม่เหล็กวิกฤตเชิงผิวต่อสนามแม่เหล็กวิกฤตที่ 2 มีค่าคงตัวประมาณ 4.4 $\left(H_{c3} \approx 4.4 H_{c2}\right)$ ซึ่งมีค่ามากกว่าตัวนำยวดยิ่งแบบดั้งเดิมที่เจมส์และเจนเนสค้นพบ ดังนั้นในงานวิจัยนี้ผู้วิจัยจึงศึกษาสนามแม่เหล็กวิกฤตเชิงผิว และศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างสนามแม่เหล็กวิกฤตกับความลึกซาบซึมได้ของตัวนำยวดยิ่งแบบแม่เหล็กแบบสองแถบพลังงานที่ขึ้นกับอุณหภูมิ โดยพิจารณาฟังก์ชันอุณหภูมิ 4 รูปแบบดังที่ได้กล่าวไปแล้วข้างต้น และขึ้นกับทิศทางโดยพิจารณาฟังก์ชันความไม่สมมาตรของของช่องว่างพลังงาน 2

รูปแบบ คือรูปทรงแพนเค้กและรูปทรงรี ของตัวนำยวดยิ่งในกลุ่มที่มีเหล็กเป็นองค์ประกอบ (Fe-based) และตัวนำยวดยิ่งในกลุ่มคิวเพรท (CuO-based) ซึ่งมีขั้นตอนการศึกษา ดังต่อไปนี้

1 สนามแม่เหล็กวิกฤตเชิงผิวของตัวนำยวดยิ่งแบบแม่เหล็กแบบสองแถบพลังงาน

1.1 ไม่ขึ้นกับทิศทาง

พิจารณาสมการพลังงานอิสระของตัวนำยวดยิ่งแบบแม่เหล็กแบบสองแถบพลังงาน

$$F_s\left[\psi_1,\psi_2\right]=\int d^3r\left(f_1+f_2+f_{12}+\gamma_0+\gamma_1 B+\gamma_2\frac{B^2}{2\mu_0}\right) \tag{3.2}$$

เมื่อ

$$f_{i(i=1,2)}=\frac{1}{2m}\left|\left(-i\hbar\nabla-2e\vec{A}\right)\psi_i\right|^2+\alpha_i\left(T\right)\psi_i^2+\frac{1}{2}\beta_i\psi_i^4 \tag{3.3}$$

และ

$$f_{12}=\varepsilon\left(\psi_1^*\psi_2+c.c\right)+\varepsilon_1\left\{\left(i\hbar\nabla-2e\vec{A}\right)\psi_1^*\left(-i\hbar\nabla-2e\vec{A}\right)\psi_2+c.c.\right\} \tag{3.4}$$

โดยที่ f_i คือความหนาแน่นพลังงานอิสระของแต่ละแถบพลังงาน (i=1,2), f_{12} คือความหนาแน่นพลังงานอิสระที่เกิดจากอันตรกิริยาระหว่างแถบพลังงานที่ 1 และ 2, $c.c.$ คือเทอมคอนจูเกตของเทอมด้านหน้า, m_i คือมวลของอิเล็กตรอนในแต่ละแถบพลังงาน, α_i คือสัมประสิทธิ์ที่มีความสัมพันธ์แบบเชิงเส้นกับอุณหภูมิ, β_i คือสัมประสิทธิ์ที่ไม่ขึ้นกับอุณหภูมิ, ψ คือ ตัวแปรบอกความเป็นระเบียบ, ε และ ε_1 คือตัวแปรที่แสดงอันตรกิริยาของตัวแปรบอกความเป็นระเบียบและอนุพันธ์ของตัวแปรที่แสดงอันตรกิริยาของตัวแปรบอกความเป็นระเบียบตามลำดับ, $\vec{A}$ คือศักย์เวกเตอร์ และ $\gamma_0+\gamma_1 B+\gamma_2\frac{B^2}{2\mu_0}$ คือชุดของสนามแม่เหล็ก เมื่อ $\vec{B}$ คือสนามแม่เหล็กภายนอก และ γ_0, γ_1 และ γ_2 คือสัมประสิทธิ์แม่เหล็ก

พิจารณาพลังงานที่ต่ำที่สุดด้วยการแปรค่าพลังงานอิสระในสมการที่ (3.2) เทียบกับ ψ_1^* และ ψ_2^*, $\left(\frac{\partial F_s}{\partial\psi_1^*},\frac{\partial F_s}{\partial\psi_2^*}\right)$ ทำให้ได้สมการกินซ์เบิร์กแลนดาวที่ 1 ดังสมการที่ (3.5) และ (3.6)

$$\frac{1}{2m_1}\left(-i\hbar\vec{\nabla}-2e\vec{A}\right)^2\psi_1+\alpha_1\psi_1+\varepsilon\psi_2+\varepsilon_1\left(-i\hbar\vec{\nabla}-2e\vec{A}\right)^2\psi_2=0 \tag{3.5}$$

$$\frac{1}{2m_2}\left(-i\hbar\vec{\nabla}-2e\vec{A}\right)^2\psi_2+\alpha_1\psi_2+\varepsilon\psi_1+\varepsilon_1\left(-i\hbar\vec{\nabla}-2e\vec{A}\right)^2\psi_1=0 \tag{3.6}$$

กำหนดให้ $\psi_1(x) = C\psi_2(x)$ โดยที่ $\psi_1(x) = e^{\frac{-\delta x^2}{2}}$ และ $m_1 = m_2 = m$ ภายใต้เงื่อนไขขอบเขต $\psi_1(\infty) = 0$ และ $\frac{d\psi_1(0)}{dx}$ สามารถเขียนสมการกินซ์เบิร์กแลนดาวที่พิจารณาลดรูปใน 1 มิติ ได้ดังสมการที่ (3.7) และ (3.8)

$$\frac{1}{2m}(-\hbar^2 \frac{d^2}{dx^2} + 4e^2A^2)\psi_1 + \alpha_1\psi_1 + \varepsilon\frac{\psi_1}{C} + \varepsilon_1(-\hbar^2\frac{d^2}{dx^2} + 4e^2A^2)\frac{\psi_1}{C} = 0 \quad (3.7)$$

$$\frac{1}{2m}(-\hbar^2 \frac{d^2}{dx^2} + 4e^2A^2)\frac{\psi_1}{C} + \alpha_1\frac{\psi_1}{C} + \varepsilon\psi_1 + \varepsilon_1(-\hbar^2\frac{d^2}{dx^2} + 4e^2A^2)\psi_1 = 0 \quad (3.8)$$

จัดรูปสมการกินซ์เบิร์กแลนดาวที่ 1 โดยนำสมการกินซ์เบิร์กแลนดาวที่ 1 ทั้งสองสมการมาลบกัน จะได้

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\left[C - \frac{1}{C}\right]\frac{d^2\psi_1}{dx^2} + \frac{4e^2A^2}{2m}\left[C - \frac{1}{C}\right]\psi_1 + \left[\alpha_1 C - \frac{\alpha_2}{C}\right]\psi_1 = 0 \quad (3.9)$$

พิจารณาศักย์เวกเตอร์ใน 1 มิติ $\vec{A} = (0, B_0(x - x_0), 0)$ และพิจารณาสนามแม่เหล็กภายนอกเฉพาะในทิศ z เท่านั้น $\vec{B}_0 = B_0\bar{z}$ โดย $B_0 = \mu_0(\chi - \chi')H_{c2} + \mu_0(1+\chi')(H + M_{sc})$ และกำหนดให้ $\lambda = \frac{2e}{\hbar}$ และ $\alpha_0 = -\frac{2e^2}{m}$ จะได้สมการอนุพันธ์อันดับสอง ดังสมการที่ (3.10)

$$-\frac{d^2\psi_1}{dx^2} + \lambda^2 B_0^2(x - x_0)^2\psi_1 = \frac{\lambda^2}{\alpha_0}\frac{\left[\alpha_1 C^2 - \alpha_2\right]}{\left[C^2 - 1\right]}\psi_1 \quad (3.10)$$

กำหนดให้ $\xi = (\lambda B_0)^{\frac{1}{2}}x,\ \xi_0 = (\lambda B_0)^{\frac{1}{2}}x_0$ และ $\beta = \frac{\lambda^2}{\alpha_0}\left[\frac{\alpha_1 C^2 - \alpha_2}{C^2 - 1}\right]$ สามารถเขียนสมการอนุพันธ์อันดับสองใหม่ได้ ดังสมการที่ (3.11)

$$-\frac{d^2\psi_1}{d\xi^2} + \left(\xi - \xi_0\right)^2\psi_1 = \beta\psi_1 \quad (3.11)$$

คำนวณหาสนามแม่เหล็กวิกฤตเชิงผิวด้วยวิธีการแปรค่า (variation method),

$\beta = \dfrac{\int_0^\infty \left[\left(\dfrac{d\psi}{d\xi} \right)^2 + (\xi - \xi_0)\psi^2 \right] d\xi}{\int_0^\infty \psi^2 d\xi}$ เมื่อ $\psi = \exp\left(-\dfrac{1}{2} b\xi^2 \right)$ จะได้ $\beta_{\min} = b = \left(1 - \dfrac{2}{\pi}\right)^{\frac{1}{2}}$ และ

$\xi_0 = \dfrac{1}{(\pi b)^{\frac{1}{2}}}$ ทำให้ได้สนามแม่เหล็กดังสมการที่ (3.12)

$$B_0 = \frac{\lambda}{\left(1 - \frac{2}{\pi}\right)^{\frac{1}{2}} \alpha_0} \left[\frac{\alpha_1 C^2 - \alpha_2}{C^2 - 1} \right] \tag{3.12}$$

พิจารณาที่สนามแม่เหล็กภายนอก H เข้าใกล้สนามแม่เหล็กวิกฤตเชิงผิว H_{c3} ทำให้ค่าความเป็นแม่เหล็กของตัวนำยวดยิ่ง M_{SC} หมดไป $(M_{SC} \to 0)$ ดังนั้น

$$B_0 = \mu_0(\chi - \chi')H_{c2} + \mu_0(1 + \chi')H_{c3} \tag{3.13}$$

เมื่อแทนค่าสมการที่ (3.13) ลงในสมการที่ (3.12) แล้วจัดรูป จะได้สนามแม่เหล็กวิกฤตเชิงผิวที่ขึ้นกับอุณหภูมิ ดังสมการที่ (3.14)

$$H_{c3} = \frac{\frac{1.66}{\alpha_0} \left[\frac{\alpha_1 C^2 - \alpha_2}{C^2 - 1} \right] H_{c2} - (\chi - \chi') H_{c2}}{(1 + \chi')} \tag{3.14}$$

โดย α_1 และ α_2 คือฟังก์ชันที่ขึ้นกับอุณหภูมิ และเมื่อกำหนดให้ $\alpha_1 = \alpha_0$ และ $\alpha_2 = 0$ จะสามารถลดรูปสมการสนามแม่เหล็กวิกฤตเชิงผิวแบบแม่เหล็กแบบสองแถบพลังงานในสมการที่ (3.14) ไปสู่สมการสนามแม่เหล็กวิกฤตเชิงผิวของตัวนำยวดยิ่งแบบแม่เหล็กแบบแถบพลังงานเดียว ดังที่กล่าวมาแล้วในสมการที่ (3.1) ข้างต้น

พิจารณาฟังก์ชันของอุณหภูมิ 4 รูปแบบ ประกอบด้วย M1: $\alpha_i = \left(1 - \dfrac{T}{T_c}\right)$ คือฟังก์ชันอุณหภูมิของเชนและคณะ (Chen et al., 2011), M2 : $\alpha_i = \left(1 - \left(\dfrac{T}{T_c}\right)^2 \Big/ 1 + \left(\dfrac{T}{T_c}\right)^2\right)$ คือฟังชันอุณหภูมิของซูและคณะ (Zhu et al., 2008), M3 : $\alpha_i = \left(1 - \dfrac{T}{T_c}\right) + \dfrac{1}{2}\left(1 - \dfrac{T}{T_c}\right)^2$ คือฟังก์ชัน

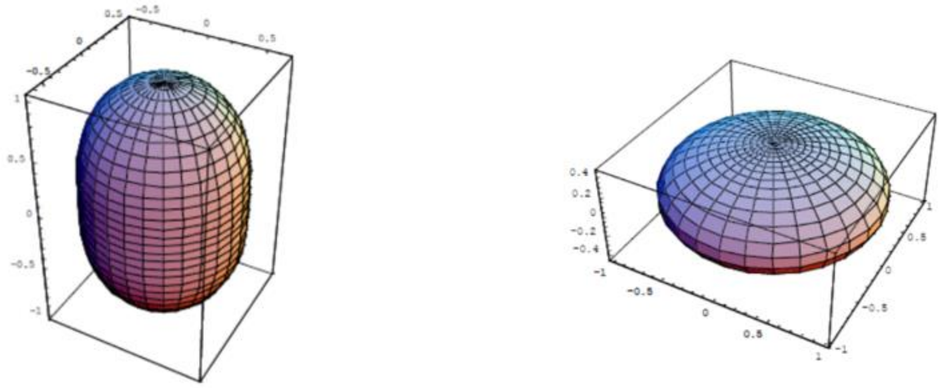
อุณหภูมิของชาเนนโคและคณะ (Shanenko et al., 2011) และ M4 : $\alpha_i = p_i\left(1-\frac{T}{T_c}\right)+\frac{q_i}{2}\left(1-\frac{T}{T_c}\right)^2$ คือฟังก์ชันอุณหภูมิของชั่งจันทร์และอุดมสมุทรหิรัญ (Arpapong Changjan & Udomsamuthirun, 2013) เมื่อ $i=1,2$ แทนแถบพลังงานที่ 1 และ 2 ตามลำดับ โดยใช้การขึ้นกับอุณหภูมิแบบไขว้ ซึ่งจำแนกออกเป็น 4 กรณี ประกอบด้วย กรณีที่ 1 : M11 (M1-M1), M12 (M1-M2), M13 (M1-M3) และ M14 (M1-M4) กรณีที่ 2 : M21 (M2-M1), M22 (M2-M2), M23 (M2-M3) และ M24 (M2-M4) กรณีที่ 3 : M31 (M3-M1), M32 (M3-M2), M33 (M3-M3) และ M34 (M3-M4) และกรณีที่ 4 : M41 (M4-M1), M42 (M4-M2), M43 (M4-M3) และ M44 (M4-M4) แสดงดังตาราง 4

ตาราง 4 การขึ้นกับอุณหภูมิแบบไขว้ของฟังก์ชันของอุณหภูมิทั้ง 4 รูปแบบของสนามแม่เหล็กวิกฤตเชิงผิว

ฟังก์ชันของอุณหภูมิในแถบพลังงานที่ 1 และ 2	M1	M2	M3	M4
M1	M11	M12	M13	M14
M2	M21	M22	M23	M24
M3	M31	M32	M33	M34
M4	M41	M42	M43	M44

1.2 ขึ้นกับทิศทาง

แบบจำลองความไม่สมมาตรของช่องว่างพลังงานรูปทรงรีและรูปทรงแพนเค้กที่แสดงดังภาพประกอบ 35 ถูกนำเสนอโดย ฮาร์และมากิ (Haas & Maki, 2001) และโพเซสเฮนนีโควาและคณะ (Posazhennikova, Dahm, & Maki, 2002) ในปี ค.ศ. 2001 และ 2002 ตามลำดับ



(ก) (ข)

ภาพประกอบ 35 แบบจำลองช่องว่างพลังงาน (ก) รูปทรงรี (ข) รูปทรงแพนเค้ก

ที่มา : (ก) (Haas & Maki, 2001) (ข) (Posazhennikova et al., 2002)

ฮาร์และมากิ (Haas & Maki, 2001) และโพเซสเฮนนีโควาและคณะ (Posazhennikova et al., 2002) ได้เสนอสมการช่องว่างพลังงานรูปทรงรี และสมการช่องว่างพลังงานรูปทรงแพนเค้ก ดังสมการที่ (3.15) และ (3.16) ตามลำดับ

$$\Delta(k) = \Delta(0)\left(\frac{1+a'\cos^2\theta}{1+a'}\right) \tag{3.15}$$

$$\Delta(k) = \frac{\Delta(T)}{\sqrt{1+a'\cos^2\theta}} \tag{3.16}$$

เมื่อ $\Delta(k) \approx \Delta(T) f(k)$ คือช่องว่างพลังงานที่ขึ้นกับอุณหภูมิและความไม่สมมาตร, $\Delta(0)$ คือช่องว่างพลังงานที่อุณหภูมิศูนย์เคลวิน, θ คือมุมโพลาร์ และ a' คือ พารามิเตอร์ความไม่สมมาตรระหว่างระนาบ ab กับแกน c

เมื่อพิจารณาความไม่สมมาตรเฉลี่ยรูปทรงรีของตัวนำยวดยิ่งในแถบพลังงานที่ 1 และแถบพลังงานที่ 2 สามารถเขียนได้ ดังสมการที่ (3.17) และ (3.18) ตามลำดับ

$$\left\langle f_{e1}^{2}(\theta)\right\rangle = \frac{1}{2}\int_{0}^{\pi}\sin\theta\left(\frac{1+a'\cos^{2}\theta}{1+a'}\right)^{2}d\theta \tag{3.17}$$

$$\left\langle f_{e2}^{2}(\theta)\right\rangle = \frac{1}{2}\int_{0}^{\pi}\sin\theta\left(\frac{1+b'\cos^{2}\theta}{1+b'}\right)^{2}d\theta \tag{3.18}$$

และมีผลเฉลยดังสมการที่ (3.19) และ (3.20) ตามลำดับ

$$\left\langle f_{e1}^{2}(\theta)\right\rangle = \frac{15+10a'+3a'^{2}}{15+30a'+15a'^{2}} \tag{3.19}$$

$$\left\langle f_{e2}^{2}(\theta)\right\rangle = \frac{15+10b'+3b'^{2}}{15+30b'+15b'^{2}} \tag{3.20}$$

เมื่อพิจารณาความไม่สมมาตรเฉลี่ยรูปทรงแพนเค้กของแถบพลังงานที่ 1 และแถบพลังงานที่ 2 สามารถเขียนได้ ดังสมการที่ (3.21) และ (3.22) ตามลำดับ

$$\left\langle f_{p1}^{2}(\theta)\right\rangle = \frac{1}{2}\int_{0}^{\pi}\sin\theta\left(\frac{\Delta(T)}{\sqrt{1+a'\cos^{2}\theta}}\right)^{2}d\theta \tag{3.21}$$

$$\left\langle f_{p2}^{2}(\theta)\right\rangle = \frac{1}{2}\int_{0}^{\pi}\sin\theta\left(\frac{\Delta(T)}{\sqrt{1+b'\cos^{2}\theta}}\right)^{2}d\theta \tag{3.22}$$

และมีผลเฉลยดังสมการที่ (3.23) และ (3.24) ตามลำดับ

$$\left\langle f_{p1}^{2}(\theta)\right\rangle = \frac{\arctan\sqrt{a'}}{\sqrt{a'}} \tag{3.23}$$

$$\left\langle f_{p2}^{2}(\theta)\right\rangle = \frac{\arctan\sqrt{b'}}{\sqrt{b'}} \tag{3.24}$$

เมื่อพิจารณาความไม่สมมาตรเฉลี่ยจากอันตรกิริยาระหว่างแถบพลังงานที่ 1 และแถบพลังงานที่ 2 โดยแสดงรูปทรงรีทั้งในแถบพลังงานที่ 1 และแถบพลังงานที่ 2 (ทรงรี-ทรงรี), แสดงรูปทรงรีในแถบพลังงานที่ 1 และรูปทรงแพนเค้กในแถบพลังงานที่ 2 (ทรงรี-แพนเค้ก), แสดงรูปทรงแพนเค้กในแถบพลังงานที่ 1 และรูปทรงรีในแถบพลังงานที่ 2 (แพนเค้ก-ทรงรี), และรูปทรงแพนเค้กทั้งในแถบพลังงานที่ 1 และแถบพลังงานที่ 2 ซึ่งสามารถเขียนได้ ดังสมการที่ (3.25), (3.26), (3.27) และ (3.28) ตามลำดับ

$$\left\langle f_e(\theta)\, f_e(\theta)\right\rangle = \frac{1}{2}\int_0^{\pi} \sin\theta \left(\frac{1+a'\cos^2\theta}{1+a'}\right)\left(\frac{1+b'\cos^2\theta}{1+b'}\right) d\theta \tag{3.25}$$

$$\left\langle f_e(\theta)\, f_p(\theta)\right\rangle = \frac{1}{2}\int_0^{\pi} \sin\theta \left(\frac{1+a'\cos^2\theta}{1+a'}\right)\left(\frac{1}{\sqrt{1+b'\cos^2\theta}}\right) d\theta \tag{3.26}$$

$$\left\langle f_p(\theta)\, f_e(\theta)\right\rangle = \frac{1}{2}\int_0^{\pi} \sin\theta \left(\frac{1}{\sqrt{1+a'\cos^2\theta}}\right)\left(\frac{1+b'\cos^2\theta}{1+b'}\right) d\theta \tag{3.27}$$

$$\left\langle f_p(\theta)\, f_p(\theta)\right\rangle = \frac{1}{2}\int_0^{\pi} \sin\theta \left(\frac{1}{\sqrt{1+a'\cos^2\theta}}\right)\left(\frac{1}{\sqrt{1+b'\cos^2\theta}}\right) d\theta \tag{3.28}$$

และมีผลเฉลยดังสมการที่ (3.29), (3.30), (3.31) และ (3.32) ตามลำดับ

$$\left\langle f_e(\theta)\, f_e(\theta)\right\rangle = \frac{15+5(a'+b')+3a'b'}{15+15(a'+b')+15a'b'} \tag{3.29}$$

$$\left\langle f_e(\theta)\, f_p(\theta)\right\rangle = \frac{a\sqrt{b+(1+b)}-(a-2b)\operatorname{arcsin}h\sqrt{b}}{2(1+a)b^{3/2}} \tag{3.30}$$

$$\left\langle f_p(\theta)\, f_e(\theta)\right\rangle = \frac{b\sqrt{a+(1+a)}+(2a-b)\operatorname{arcsin}h\sqrt{a}}{2(1+b)a^{3/2}} \tag{3.31}$$

$$\left\langle f_p(\theta)\, f_p(\theta)\right\rangle = \frac{60-10(a+b)+3ab}{60} \tag{3.32}$$

พิจารณาสมการพลังงานอิสระของตัวนำยวดยิ่งแบบแม่เหล็กแบบสองแถบพลังงานที่ขึ้นกับฟังก์ชันความไม่สมมาตรของช่องว่างพลังงาน

$$F_s[\psi_1,\psi_2] = \int d^3r \left(f_1 + f_2 + f_{12} + \gamma_0 + \gamma_1 B + \gamma_2 \frac{B^2}{2\mu_0} \right)$$

$$f_{i(i=1,2)} = \frac{1}{2m_i}\left|\left(-i\hbar\nabla - 2e\vec{A}\right)\psi_i\right|^2 \left\langle f_i^2\left(\hat{k}\right)\right\rangle$$

$$+\alpha_i(T)\psi_i^2\left\langle f_i^2\left(\hat{k}\right)\right\rangle + \frac{1}{2}\beta_i\psi_i^4\left\langle f_i^2\left(\hat{k}\right)\right\rangle \tag{3.33}$$

$$f_{12}=\varepsilon\left(\psi_1^*\psi_2+c.c\right)\left\langle f_1\left(\hat{k}\right)f_2\left(\hat{k}\right)\right\rangle$$

$$+\varepsilon_1\left\{\left(i\hbar\nabla-2e\vec{A}\right)\psi_1^*\left(-i\hbar\nabla-2e\vec{A}\right)\psi_2+c.c.\right\}\left\langle f_1\left(\hat{k}\right)f_2\left(\hat{k}\right)\right\rangle \qquad (3.34)$$

โดย f_i คือความหนาแน่นพลังงานอิสระที่ขึ้นกับฟังก์ชันความไม่สมมาตรของช่องว่างพลังงานของแต่ละแถบพลังงาน (i=1,2), f_{12} คือความหนาแน่นพลังงานอิสระที่ขึ้นกับฟังก์ชันความไม่สมมาตรของช่องว่างพลังงานที่เกิดจากอันตรกิริยาระหว่างแถบพลังงานที่ 1 และ 2, $\left\langle f_{i=1,2}^2\left(\hat{k}\right)\right\rangle$ คือฟังก์ชันความไม่สมมาตรของช่องว่างพลังงานในแถบพลังงานที่ 1 และแถบพลังงานที่ 2, $\left\langle f_1\left(\hat{k}\right)f_2\left(\hat{k}\right)\right\rangle$ คือฟังก์ชันความไม่สมมาตรที่เกิดจากอันตรกิริยาระหว่างแถบพลังงาน

พิจารณาพลังงานที่ต่ำที่สุดด้วยการแปรค่าพลังงานอิสระเทียบกับ ψ_1^* และ ψ_2^* ทำให้ได้สมการกินซ์เบิร์กแลนดาวที่ 1 ที่ขึ้นกับฟังก์ชันความไม่สมมาตรของช่องว่างพลังงาน ดังสมการที่ (3.35) และ (3.36)

$$\frac{\left\langle f_1^2\left(\hat{k}\right)\right\rangle}{2m_1}\left(-i\hbar\vec{\nabla}-2e\vec{A}\right)^2\psi_1+\alpha_1\left\langle f_1^2\left(\hat{k}\right)\right\rangle\psi_1+\varepsilon\left\langle f_1\left(\hat{k}\right)f_2\left(\hat{k}\right)\right\rangle\psi_2$$

$$+\varepsilon_1\left(-i\hbar\vec{\nabla}-2e\vec{A}\right)^2\left\langle f_1\left(\hat{k}\right)f_2\left(\hat{k}\right)\right\rangle\psi_2=0 \qquad (3.35)$$

$$\frac{\left\langle f_2^2\left(\hat{k}\right)\right\rangle}{2m_2}\left(-i\hbar\vec{\nabla}-2e\vec{A}\right)^2\psi_2+\alpha_2\left\langle f_2^2\left(\hat{k}\right)\right\rangle\psi_2+\varepsilon\left\langle f_1\left(\hat{k}\right)f_2\left(\hat{k}\right)\right\rangle\psi_1$$

$$+\varepsilon_1\left\langle f_1\left(\hat{k}\right)f_2\left(\hat{k}\right)\right\rangle\left(-i\hbar\vec{\nabla}-2e\vec{A}\right)^2\psi_1=0 \qquad (3.36)$$

กำหนดให้ $\psi_1(x)=C\psi_2(x)$ โดยที่ $\psi_1(x)=e^{\frac{-\delta x^2}{2}}$ และ $m_1=m_2=m$ ภายใต้เงื่อนไขขอบเขต $\psi_1(\infty)=0$ และ $\frac{d\psi_1(0)}{dx}$ สามารถเขียนสมการกินซ์เบิร์กแลนดาวที่พิจารณาลดรูปใน 1 มิติ ได้ดังสมการที่ (3.37) และ (3.38)

$$\frac{\left\langle f_1^2\left(\hat{k}\right)\right\rangle}{2m}(-\hbar^2\frac{d^2}{dx^2}+4e^2A^2)\psi_1+\alpha_1\left\langle f_1^2\left(\hat{k}\right)\right\rangle\psi_1+\varepsilon\left\langle f_1\left(\hat{k}\right)f_2\left(\hat{k}\right)\right\rangle\frac{\psi_1}{C}$$

$$+\varepsilon_1\left\langle f_1\left(\hat{k}\right)f_2\left(\hat{k}\right)\right\rangle(-\hbar^2\frac{d^2}{dx^2}+4e^2A^2)\frac{\psi_1}{C}=0 \qquad (3.37)$$

$$\frac{\left\langle f_2^2\left(\hat{k}\right)\right\rangle}{2m}(-\hbar^2\frac{d^2}{dx^2}+4e^2A^2)\frac{\psi_1}{C}+\alpha_2\left\langle f_2^2\left(\hat{k}\right)\right\rangle\frac{\psi_1}{C}+\varepsilon\left\langle f_1\left(\hat{k}\right)f_2\left(\hat{k}\right)\right\rangle\psi_1$$

$$+\varepsilon_1\left\langle f_1\left(\hat{k}\right)f_2\left(\hat{k}\right)\right\rangle(-\hbar^2\frac{d^2}{dx^2}+4e^2A^2)\psi_1=0 \tag{3.38}$$

จัดรูปสมการกินซ์เบิร์กแลนดาวที่ 1 โดยนำสมการทั้งสองมาลบกัน จะได้สมการใหม่ดังสมการที่ (3.39)

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\left[C\left\langle f_1^2\left(\hat{k}\right)\right\rangle-\frac{\left\langle f_2^2\left(\hat{k}\right)\right\rangle}{C}\right]\frac{d^2\psi_1}{dx^2}+\frac{4e^2A^2}{2m}\left[C\left\langle f_1^2\left(\hat{k}\right)\right\rangle-\frac{\left\langle f_2^2\left(\hat{k}\right)\right\rangle}{C}\right]\psi_1$$

$$+\left[\alpha_1C\left\langle f_1^2\left(\hat{k}\right)\right\rangle-\frac{\alpha_2\left\langle f_2^2\left(\hat{k}\right)\right\rangle}{C}\right]\psi_1=0 \tag{3.39}$$

พิจารณาศักย์เวกเตอร์ใน 1 มิติ $\vec{A}=(0,B_0(x-x_0),0)$ และพิจารณาสนามแม่เหล็กภายนอกเฉพาะในทิศ z เท่านั้น $\vec{B}_0=B_0\vec{z}$ โดย $B_0=\mu_0(\chi-\chi')H_{c2}+\mu_0(1+\chi')(H+M_{sc})$ และกำหนดให้ $\lambda=\frac{2e}{\hbar}$ และ $\alpha_0=-\frac{2e^2}{m}$ จะได้สมการอนุพันธ์อันดับสอง ดังสมการที่ (3.40)

$$-\frac{d^2\psi_1}{dx^2}+\lambda^2B_0^2(x-x_0)^2\psi_1=\frac{\lambda^2}{\alpha_0}\frac{\left[\alpha_1\left\langle f_1^2\left(\hat{k}\right)\right\rangle C^2-\alpha_2\left\langle f_2^2\left(\hat{k}\right)\right\rangle\right]}{\left[C^2\left\langle f_1^2\left(\hat{k}\right)\right\rangle-\left\langle f_2^2\left(\hat{k}\right)\right\rangle\right]}\psi_1 \tag{3.40}$$

เมื่อ $\xi=(\lambda B_0)^{\frac{1}{2}}x,\ \xi_0=(\lambda B_0)^{\frac{1}{2}}x_0$ และ $\beta=\frac{\lambda^2}{\alpha_0}\left[\frac{\alpha_1C^2\left\langle f_1^2\left(\hat{k}\right)\right\rangle-\alpha_2\left\langle f_2^2\left(\hat{k}\right)\right\rangle}{C^2\left\langle f_1^2\left(\hat{k}\right)\right\rangle-\left\langle f_2^2\left(\hat{k}\right)\right\rangle}\right]$

สามารถเขียนสมการอนุพันธ์อันดับสองใหม่ได้ ดังสมการที่ (3.41)

$$-\frac{d^2\psi_1}{d\xi^2}+\left(\xi-\xi_0\right)^2\psi_1=\beta\psi_1 \tag{3.41}$$

คำนวณหาสนามแม่เหล็กวิกฤตเชิงผิวที่ขึ้นกับฟังก์ชันความไม่สมมาตรด้วยวิธีการแปรค่า(variation method), $\beta = \dfrac{\int_0^{\infty}\left[\left(\dfrac{d\psi}{d\xi}\right)^2 + (\xi-\xi_0)\psi^2\right]d\xi}{\int_0^{\infty}\psi^2 d\xi}$ เมื่อ $\psi = \exp\left(-\dfrac{1}{2}b\xi^2\right)$ จะได้

ค่าไอเกน $\beta_{\min} = b = \left(1-\dfrac{2}{\pi}\right)^{\frac{1}{2}}$ และ $\xi_0 = \dfrac{1}{(\pi b)^{\frac{1}{2}}}$ ทำให้ได้สนามแม่เหล็กดังสมการที่ (3.42)

$$B_0 = \frac{\lambda}{\left(1-\dfrac{2}{\pi}\right)^{\frac{1}{2}}\alpha_0}\left[\frac{\alpha_1 C^2\left\langle f_1^2\left(\hat{k}\right)\right\rangle - \alpha_2\left\langle f_2^2\left(\hat{k}\right)\right\rangle}{C^2\left\langle f_1^2\left(\hat{k}\right)\right\rangle - \left\langle f_2^2\left(\hat{k}\right)\right\rangle}\right] \tag{3.42}$$

เมื่อแทนค่า B_0 จากสมการที่ (3.13) ลงในสมการที่ (3.42) แล้วจัดรูป จะได้สนามแม่เหล็กวิกฤตเชิงผิวที่ขึ้นกับความไม่สมมาตรของช่องว่างพลังงานและขึ้นกับอุณหภูมิ ดังสมการที่ (3.43)

$$H_{c3} = \frac{\dfrac{1.66}{\alpha_0}\left[\dfrac{\alpha_1 C^2\left\langle f_1^2\left(\hat{k}\right)\right\rangle - \alpha_2\left\langle f_2^2\left(\hat{k}\right)\right\rangle}{C^2\left\langle f_1^2\left(\hat{k}\right)\right\rangle - \left\langle f_2^2\left(\hat{k}\right)\right\rangle}\right]H_{c2} - (\chi-\chi')H_{c2}}{(1+\chi')} \tag{3.44}$$

เมื่อกำหนดให้ฟังก์ชันความไม่สมมาตร $\left\langle f_1^2\left(\hat{k}\right)\right\rangle = 1$ และ $\left\langle f_2^2\left(\hat{k}\right)\right\rangle = 1$ สมการสนามแม่เหล็กวิกฤตเชิงผิวของตัวนำยวดยิ่งแบบแม่เหล็กแบบสองแถบพลังงานที่ขึ้นกับทิศทางในสมการที่ (3.44) จะสามารถลดรูปไปสู่สมการสนามแม่เหล็กวิกฤตเชิงผิวของตัวนำยวดยิ่งแบบแม่เหล็กแบบสองแถบพลังงานที่ไม่ขึ้นกับทิศทาง ในสมการที่ (3.14)

1.2.1 **การคำนวณสนามแม่เหล็กวิกฤตเชิงผิวด้วยวิธี** trial (Trial method)

พิจารณาการขึ้นกับอุณหภูมิแบบไขว้ของฟังก์ชันของอุณหภูมิทั้ง 4 รูปแบบ และพิจารณาร่วมกับฟังก์ชันความไม่สมมาตรของช่องว่างพลังงาน 2 รูปแบบ คือความไม่สมมาตรรูปทรงรี (ellipse: e) และความไม่สมมาตรรูปทรงแพนเค้ก (pancake: p) ซึ่งแสดงดังตาราง 5

ตาราง 5 การขึ้นกับอุณหภูมิแบบไขว้ของฟังก์ชันของอุณหภูมิทั้ง 4 รูปแบบและขึ้นกับฟังก์ชันความไม่สมมาตรของช่องว่างพลังงานของสนามแม่เหล็กวิกฤตเชิงผิว

ฟังก์ชันของอุณหภูมิในแถบพลังงานที่ 1 และ 2		M1		M2		M3		M4	
		e	p	e	p	e	p	e	p
M1	e	M11-e-e	M11-e-p	M12-e-e	M12-e-p	M13-e-e	M13-e-p	M14-e-e	M14-e-p
	p	M11-p-e	M11-p-p	M12-p-e	M12-p-p	M13-p-e	M13-p-p	M14-p-e	M14-p-p
M2	e	M21-e-e	M21-e-p	M22-e-e	M22-e-p	M23-e-e	M23-e-p	M24-e-e	M24-e-p
	p	M21-p-e	M21-p-p	M22-p-e	M22-p-p	M23-p-e	M23-p-p	M24-p-e	M24-p-p
M3	e	M31-e-e	M31-e-p	M32-e-e	M32-e-p	M33-e-e	M33-e-p	M34-e-e	M34-e-p
	p	M31-p-e	M31-p-p	M32-p-e	M32-p-p	M33-p-e	M33-p-p	M34-p-e	M34-p-p
M4	e	M41-e-e	M41-e-p	M42-e-e	M42-e-p	M43-e-e	M43-e-p	M44-e-e	M44-e-p
	p	M41-p-e	M41-p-p	M42-p-e	M42-p-p	M43-p-e	M43-p-p	M44-p-e	M44-p-p

จากตารางจะแบ่งเป็น 4 กรณี ประกอบด้วย กรณีที่ 1: M14-e-e, M14-e-p, M14-p-e และ M14-p-p กรณีที่ 2: M24-e-e, M24-e-p, M24-p-e และ M24-p-p กรณีที่ 3: M34-e-e, M34-e-p, M34-p-e และ M34-p-p และ กรณีที่ 4: M44-e-e, M44-e-p, M44-p-e และ M44-p-p รวมทั้งหมด 64 แบบ และจากการ trial จะได้ฟังก์ชันอุณหภูมิแบบไขว้ที่สอดคล้องกับผลการทดลอง คือ ทุกกรณีที่มีฟังก์ชันอุณหภูมิของชั่งจันทร์และอุดมสมุทรหิรัญในแถบพลังงานที่ 2 ซึ่งประกอบด้วย กรณีที่ 1: M14 กรณีที่ 2: M24 กรณีที่ 3: M34 และกรณีที่ 4: M44

1.2.2 การคำนวณสนามแม่เหล็กวิกฤตเชิงผิวด้วยวิธี iteration (Iteration method)

จัดรูปสมการสนามแม่เหล็กวิกฤตเชิงผิวและสมการสนามแม่เหล็กวิกฤตที่ 2 ของตัวนำยวดยิ่งแบบแม่เหล็กที่ขึ้นกับอุณหภูมิและขึ้นกับทิศทางในรูปโพลิโนเมียลกำลังสอง (second-order polynomial) ได้ดังสมการที่ (3.45) และ สมการที่ (3.46) ตามลำดับ

$$H_{c3}(T) = 1.66 H_{c2}\left[k_1 + k_2\frac{T}{T_c} + k_3\left(\frac{T}{T_c}\right)^2\right] \tag{3.45}$$

$$H_{c2}(T) = H_{c2}^0 + R_2\frac{T}{T_c} + R_3\left(\frac{T}{T_c}\right)^2 \tag{3.46}$$

การจัดรูปสนามแม่เหล็กวิกฤตเชิงผิวให้อยู่ในรูปสมการโพลิโนเมียลกำลังสองนี้จะพิจารณาเฉพาะการไขว้กันของอุณหภูมิกรณี M14, M24, M34 และ M44 โดยเริ่มพิจารณาจากสมการสนามแม่เหล็กวิกฤตเชิงผิวที่ขึ้นกับอุณหภูมิและขึ้นกับทิศทางในสมการที่ (3.44)

M14: $\alpha_1 = \left(1-\frac{T}{T_c}\right), \alpha_2 = p\left(1-\frac{T}{T_c}\right) + \frac{q}{2}\left(1-\frac{T}{T_c}\right)^2$

$$H_{c3} = \frac{1.66}{\alpha_0(1+\chi')}\left[\begin{array}{c}\dfrac{\left(1-\dfrac{T}{T_c}\right)C^2\left\langle f_1^2\left(\hat{k}\right)\right\rangle}{C^2\left\langle f_1^2\left(\hat{k}\right)\right\rangle - \left\langle f_2^2\left(\hat{k}\right)\right\rangle} \\ -\dfrac{\left(p\left(1-\dfrac{T}{T_c}\right)+\dfrac{q}{2}\left(1-\dfrac{T}{T_c}\right)^2\right)\left\langle f_2^2\left(\hat{k}\right)\right\rangle}{C^2\left\langle f_1^2\left(\hat{k}\right)\right\rangle - \left\langle f_2^2\left(\hat{k}\right)\right\rangle}\end{array}\right]H_{c2} - \frac{(\chi-\chi')}{(1+\chi')}H_{c2} \tag{3.46}$$

$$H_{c3} = \frac{1.66}{\alpha_0(1+\chi')}\left[\frac{\left(1-\frac{T}{T_c}\right)C^2}{C^2-\frac{\left\langle f_2^2\left(\hat{k}\right)\right\rangle}{\left\langle f_1^2\left(\hat{k}\right)\right\rangle}} - \frac{\left(p\left(1-\frac{T}{T_c}\right)+\frac{q}{2}\left(1-\frac{T}{T_c}\right)^2\right)\frac{\left\langle f_2^2\left(\hat{k}\right)\right\rangle}{\left\langle f_1^2\left(\hat{k}\right)\right\rangle}}{C^2-\frac{\left\langle f_2^2\left(\hat{k}\right)\right\rangle}{\left\langle f_1^2\left(\hat{k}\right)\right\rangle}}\right]H_{c2}$$

$$-\frac{(\chi-\chi')}{(1+\chi')}H_{c2}$$

$$H_{c3} = \frac{1.66H_{c2}}{\alpha_0(1+\chi')\left(C^2-\frac{\left\langle f_2^2\left(\hat{k}\right)\right\rangle}{\left\langle f_1^2\left(\hat{k}\right)\right\rangle}\right)}\left[\left(1-\frac{T}{T_c}\right)C^2 - p\left(1-\frac{T}{T_c}\right)\frac{\left\langle f_2^2\left(\hat{k}\right)\right\rangle}{\left\langle f_1^2\left(\hat{k}\right)\right\rangle} - \frac{q}{2}\left(1-\frac{T}{T_c}\right)^2\frac{\left\langle f_2^2\left(\hat{k}\right)\right\rangle}{\left\langle f_1^2\left(\hat{k}\right)\right\rangle}\right]$$

$$-\frac{(\chi-\chi')}{(1+\chi')}H_{c2}$$

$$H_{c3} = \frac{1.66H_{c2}}{\alpha_0(1+\chi')\left(C^2-\frac{\left\langle f_2^2\left(\hat{k}\right)\right\rangle}{\left\langle f_1^2\left(\hat{k}\right)\right\rangle}\right)}\left[\begin{array}{l} C^2 - C^2\frac{T}{T_c} - p\frac{\left\langle f_2^2\left(\hat{k}\right)\right\rangle}{\left\langle f_1^2\left(\hat{k}\right)\right\rangle} \\ +p\frac{\left\langle f_2^2\left(\hat{k}\right)\right\rangle}{\left\langle f_1^2\left(\hat{k}\right)\right\rangle}\frac{T}{T_c} - \frac{q}{2}\frac{\left\langle f_2^2\left(\hat{k}\right)\right\rangle}{\left\langle f_1^2\left(\hat{k}\right)\right\rangle} \\ +q\frac{\left\langle f_2^2\left(\hat{k}\right)\right\rangle}{\left\langle f_1^2\left(\hat{k}\right)\right\rangle}\frac{T}{T_c} - \frac{q}{2}\frac{\left\langle f_2^2\left(\hat{k}\right)\right\rangle}{\left\langle f_1^2\left(\hat{k}\right)\right\rangle}\left(\frac{T}{T_c}\right)^2 \end{array}\right]$$

$$-\frac{(\chi-\chi')}{(1+\chi')}H_{c2}$$

$$H_{c3}=\frac{1.66H_{c2}}{\alpha_0(1+\chi')\left(C^2-\frac{\left\langle f_2^2\left(\hat{k}\right)\right\rangle}{\left\langle f_1^2\left(\hat{k}\right)\right\rangle}\right)}\left[\begin{array}{l}\left(C^2-p\frac{\left\langle f_2^2\left(\hat{k}\right)\right\rangle}{\left\langle f_1^2\left(\hat{k}\right)\right\rangle}-\frac{q}{2}\frac{\left\langle f_2^2\left(\hat{k}\right)\right\rangle}{\left\langle f_1^2\left(\hat{k}\right)\right\rangle}\right)\\+\left(-C^2+\left(p+q\right)\frac{\left\langle f_2^2\left(\hat{k}\right)\right\rangle}{\left\langle f_1^2\left(\hat{k}\right)\right\rangle}\right)\frac{T}{T_c}\\+\left(-\frac{q}{2}\frac{\left\langle f_2^2\left(\hat{k}\right)\right\rangle}{\left\langle f_1^2\left(\hat{k}\right)\right\rangle}\right)\left(\frac{T}{T_c}\right)^2\end{array}\right]$$

$$-\frac{\left(\chi-\chi'\right)}{(1+\chi')}H_{c2} \tag{3.47}$$

ได้สนามแม่เหล็กวิกฤตเชิงผิวในรูปโพลิโนเมียลกำลังสองดังสมการ

$$H_{c3}\left(T\right)=1.66H_{c2}\left[k_1+k_2\frac{T}{T_c}+k_3\left(\frac{T}{T_c}\right)^2\right]$$

เมื่อ $k_1=\dfrac{C^2-p\dfrac{\left\langle f_2^2(k)\right\rangle}{\left\langle f_1^2(k)\right\rangle}-\dfrac{q}{2}\dfrac{\left\langle f_2^2(k)\right\rangle}{\left\langle f_1^2(k)\right\rangle}}{\alpha_0(1+\chi')\left(C^2-\dfrac{\left\langle f_2^2(k)\right\rangle}{\left\langle f_1^2(k)\right\rangle}\right)}-\dfrac{\left(\chi-\chi'\right)}{(1+\chi')}H_{c2}$

$$k_2=\frac{-C^2+p\frac{\left\langle f_2^2(k)\right\rangle}{\left\langle f_1^2(k)\right\rangle}+\frac{q}{2}\frac{\left\langle f_2^2(k)\right\rangle}{\left\langle f_1^2(k)\right\rangle}}{\alpha_0(1+\chi')\left(C^2-\frac{\left\langle f_2^2(k)\right\rangle}{\left\langle f_1^2(k)\right\rangle}\right)}$$

$$k_3=-\frac{q}{2}\frac{\left\langle f_2^2(k)\right\rangle}{\left\langle f_1^2(k)\right\rangle}\frac{1}{\alpha_0(1+\chi')\left(C^2-\frac{\left\langle f_2^2(k)\right\rangle}{\left\langle f_1^2(k)\right\rangle}\right)} \tag{3.48}$$

M24: $\alpha_1 = \left(1-\left(\frac{T}{T_c}\right)^2 \Big/ 1+\left(\frac{T}{T_c}\right)^2\right), \alpha_2 = p\left(1-\frac{T}{T_c}\right)+\frac{q}{2}\left(1-\frac{T}{T_c}\right)^2$

$$H_{c3} = \frac{1.66}{\alpha_0(1+\chi')}\left[\frac{\left(1-\left(\frac{T}{T_c}\right)^2 \Big/ 1+\left(\frac{T}{T_c}\right)^2\right)C^2\left\langle f_1^2\left(\hat{k}\right)\right\rangle}{C^2\left\langle f_1^2\left(\hat{k}\right)\right\rangle-\left\langle f_2^2\left(\hat{k}\right)\right\rangle} - \frac{\left(p\left(1-\frac{T}{T_c}\right)+\frac{q}{2}\left(1-\frac{T}{T_c}\right)^2\right)\left\langle f_2^2\left(\hat{k}\right)\right\rangle}{C^2\left\langle f_1^2\left(\hat{k}\right)\right\rangle-\left\langle f_2^2\left(\hat{k}\right)\right\rangle}\right]H_{c2} - \frac{(\chi-\chi')}{(1+\chi')}H_{c2} \tag{3.49}$$

$$H_{c3} = \frac{1.66}{\alpha_0(1+\chi')}\left[\frac{\left(1-\left(\frac{T}{T_c}\right)^2 \Big/ 1+\left(\frac{T}{T_c}\right)^2\right)C^2}{C^2-\frac{\left\langle f_2^2\left(\hat{k}\right)\right\rangle}{\left\langle f_1^2\left(\hat{k}\right)\right\rangle}} - \frac{\left(p\left(1-\frac{T}{T_c}\right)+\frac{q}{2}\left(1-\frac{T}{T_c}\right)^2\right)\frac{\left\langle f_2^2\left(\hat{k}\right)\right\rangle}{\left\langle f_1^2\left(\hat{k}\right)\right\rangle}}{C^2-\frac{\left\langle f_2^2\left(\hat{k}\right)\right\rangle}{\left\langle f_1^2\left(\hat{k}\right)\right\rangle}}\right]H_{c2} - \frac{(\chi-\chi')}{(1+\chi')}H_{c2}$$

$$H_{c3} = \frac{1.66H_{c2}}{\alpha_0(1+\chi')\left(C^2-\frac{\left\langle f_2^2\left(\hat{k}\right)\right\rangle}{\left\langle f_1^2\left(\hat{k}\right)\right\rangle}\right)}\left[\begin{array}{l} C^2-C^2\left(\frac{T}{T_c}\right)^2-p\left(1-\frac{T}{T_c}\right)\frac{\left\langle f_2^2\left(\hat{k}\right)\right\rangle}{\left\langle f_1^2\left(\hat{k}\right)\right\rangle} \\ -\frac{q}{2}\left(1-\frac{T}{T_c}\right)^2\frac{\left\langle f_2^2\left(\hat{k}\right)\right\rangle}{\left\langle f_1^2\left(\hat{k}\right)\right\rangle} \end{array}\right]$$

$$-\frac{(\chi-\chi')}{(1+\chi')}H_{c2}$$

$$H_{c3}=\frac{1.66H_{c2}}{\alpha_0(1+\chi')\left(C^2-\dfrac{\left\langle f_2^2\left(\hat{k}\right)\right\rangle}{\left\langle f_1^2\left(\hat{k}\right)\right\rangle}\right)}\left[\begin{array}{l}C^2-C^2\left(\dfrac{T}{T_c}\right)^2-p\dfrac{\left\langle f_2^2\left(\hat{k}\right)\right\rangle}{\left\langle f_1^2\left(\hat{k}\right)\right\rangle}\\+p\dfrac{\left\langle f_2^2\left(\hat{k}\right)\right\rangle}{\left\langle f_1^2\left(\hat{k}\right)\right\rangle}\dfrac{T}{T_c}-\dfrac{q}{2}\dfrac{\left\langle f_2^2\left(\hat{k}\right)\right\rangle}{\left\langle f_1^2\left(\hat{k}\right)\right\rangle}\\+q\dfrac{\left\langle f_2^2\left(\hat{k}\right)\right\rangle}{\left\langle f_1^2\left(\hat{k}\right)\right\rangle}\dfrac{T}{T_c}-\dfrac{q}{2}\dfrac{\left\langle f_2^2\left(\hat{k}\right)\right\rangle}{\left\langle f_1^2\left(\hat{k}\right)\right\rangle}\left(\dfrac{T}{T_c}\right)^2\end{array}\right]$$

$$-\frac{(\chi-\chi')}{(1+\chi')}H_{c2}$$

$$H_{c3}=\frac{1.66H_{c2}}{\alpha_0(1+\chi')\left(C^2-\dfrac{\left\langle f_2^2\left(\hat{k}\right)\right\rangle}{\left\langle f_1^2\left(\hat{k}\right)\right\rangle}\right)}\left[\begin{array}{l}\left(C^2-p\dfrac{\left\langle f_2^2\left(\hat{k}\right)\right\rangle}{\left\langle f_1^2\left(\hat{k}\right)\right\rangle}-\dfrac{q}{2}\dfrac{\left\langle f_2^2\left(\hat{k}\right)\right\rangle}{\left\langle f_1^2\left(\hat{k}\right)\right\rangle}\right)\\+\left((p+q)\dfrac{\left\langle f_2^2\left(\hat{k}\right)\right\rangle}{\left\langle f_1^2\left(\hat{k}\right)\right\rangle}\right)\dfrac{T}{T_c}\\+\left(-C^2-\dfrac{q}{2}\dfrac{\left\langle f_2^2\left(\hat{k}\right)\right\rangle}{\left\langle f_1^2\left(\hat{k}\right)\right\rangle}\right)\left(\dfrac{T}{T_c}\right)^2\end{array}\right]$$

$$-\frac{(\chi-\chi')}{(1+\chi')}H_{c2} \tag{3.50}$$

ได้สนามแม่เหล็กวิกฤตเชิงผิวในรูปโพลิโนเมียลกำลังสองดังสมการ

$$H_{c3}\left(T\right)=1.66H_{c2}\left[k_1+k_2\frac{T}{T_c}+k_3\left(\frac{T}{T_c}\right)^2\right]$$

เมื่อ $k_1=\dfrac{C^2-p\dfrac{\left\langle f_2^2(k)\right\rangle}{\left\langle f_1^2(k)\right\rangle}-\dfrac{q}{2}\dfrac{\left\langle f_2^2(k)\right\rangle}{\left\langle f_1^2(k)\right\rangle}}{\alpha_0(1+\chi')\left(C^2-\dfrac{\left\langle f_2^2(k)\right\rangle}{\left\langle f_1^2(k)\right\rangle}\right)}-\dfrac{(\chi-\chi')}{(1+\chi')}H_{c2}$

$$k_2 = \frac{p\dfrac{\left\langle f_2^2(k)\right\rangle}{\left\langle f_1^2(k)\right\rangle} + \dfrac{q}{2}\dfrac{\left\langle f_2^2(k)\right\rangle}{\left\langle f_1^2(k)\right\rangle}}{\alpha_0(1+\chi')\left(C^2 - \dfrac{\left\langle f_2^2(k)\right\rangle}{\left\langle f_1^2(k)\right\rangle}\right)}$$

$$k_3 = \frac{-C^2 - \dfrac{q}{2}\dfrac{\left\langle f_2^2(k)\right\rangle}{\left\langle f_1^2(k)\right\rangle}}{\alpha_0(1+\chi')\left(C^2 - \dfrac{\left\langle f_2^2(k)\right\rangle}{\left\langle f_1^2(k)\right\rangle}\right)} \tag{3.51}$$

M34: $\alpha_1 = \left(1-\dfrac{T}{T_c}\right) + \dfrac{1}{2}\left(1-\dfrac{T}{T_c}\right)^2, \alpha_2 = p\left(1-\dfrac{T}{T_c}\right) + \dfrac{q}{2}\left(1-\dfrac{T}{T_c}\right)^2$

$$H_{c3} = \frac{1.66}{\alpha_0(1+\chi')}\left[\frac{\left(\left(1-\dfrac{T}{T_c}\right)+\dfrac{1}{2}\left(1-\dfrac{T}{T_c}\right)^2\right)C^2\left\langle f_1^2\left(\hat{k}\right)\right\rangle}{C^2\left\langle f_1^2\left(\hat{k}\right)\right\rangle - \left\langle f_2^2\left(\hat{k}\right)\right\rangle} - \frac{\left(p\left(1-\dfrac{T}{T_c}\right)+\dfrac{q}{2}\left(1-\dfrac{T}{T_c}\right)^2\right)\left\langle f_2^2\left(\hat{k}\right)\right\rangle}{C^2\left\langle f_1^2\left(\hat{k}\right)\right\rangle - \left\langle f_2^2\left(\hat{k}\right)\right\rangle}\right]H_{c2}$$

$$-\frac{(\chi-\chi')}{(1+\chi')}H_{c2} \tag{3.52}$$

$$H_{c3}=\frac{1.66}{\alpha_0(1+\chi')}\left[\frac{\left(1-\frac{T}{T_c}\right)C^2+\frac{1}{2}\left(1-\frac{T}{T_c}\right)^2C^2}{C^2-\frac{\left\langle f_2^2\left(\hat{k}\right)\right\rangle}{\left\langle f_1^2\left(\hat{k}\right)\right\rangle}}-\frac{\left(p\left(1-\frac{T}{T_c}\right)+\frac{q}{2}\left(1-\frac{T}{T_c}\right)^2\right)\frac{\left\langle f_2^2\left(\hat{k}\right)\right\rangle}{\left\langle f_1^2\left(\hat{k}\right)\right\rangle}}{C^2-\frac{\left\langle f_2^2\left(\hat{k}\right)\right\rangle}{\left\langle f_1^2\left(\hat{k}\right)\right\rangle}}\right]H_{c2}$$

$$-\frac{(\chi-\chi')}{(1+\chi')}H_{c2}$$

$$H_{c3}=\frac{1.66H_{c2}}{\alpha_0(1+\chi')\left(C^2-\frac{\left\langle f_2^2\left(\hat{k}\right)\right\rangle}{\left\langle f_1^2\left(\hat{k}\right)\right\rangle}\right)}\left[\begin{array}{l}\left(1-\frac{T}{T_c}\right)C^2+\frac{1}{2}\left(1-\frac{T}{T_c}\right)^2C^2\\ -p\left(1-\frac{T}{T_c}\right)\frac{\left\langle f_2^2\left(\hat{k}\right)\right\rangle}{\left\langle f_1^2\left(\hat{k}\right)\right\rangle}\\ -\frac{q}{2}\left(1-\frac{T}{T_c}\right)^2\frac{\left\langle f_2^2\left(\hat{k}\right)\right\rangle}{\left\langle f_1^2\left(\hat{k}\right)\right\rangle}\end{array}\right]$$

$$-\frac{(\chi-\chi')}{(1+\chi')}H_{c2}$$

$$H_{c3}=\frac{1.66H_{c2}}{\alpha_0(1+\chi')\left(C^2-\frac{\left\langle f_2^2\left(\hat{k}\right)\right\rangle}{\left\langle f_1^2\left(\hat{k}\right)\right\rangle}\right)}\left[\begin{array}{l}\frac{3C^2}{2}-2C^2\frac{T}{T_c}+\frac{C^2}{2}\left(\frac{T}{T_c}\right)^2\\ -p\frac{\left\langle f_2^2\left(\hat{k}\right)\right\rangle}{\left\langle f_1^2\left(\hat{k}\right)\right\rangle}+p\frac{\left\langle f_2^2\left(\hat{k}\right)\right\rangle}{\left\langle f_1^2\left(\hat{k}\right)\right\rangle}\frac{T}{T_c}\\ -\frac{q}{2}\frac{\left\langle f_2^2\left(\hat{k}\right)\right\rangle}{\left\langle f_1^2\left(\hat{k}\right)\right\rangle}+q\frac{\left\langle f_2^2\left(\hat{k}\right)\right\rangle}{\left\langle f_1^2\left(\hat{k}\right)\right\rangle}\frac{T}{T_c}\\ -\frac{q}{2}\frac{\left\langle f_2^2\left(\hat{k}\right)\right\rangle}{\left\langle f_1^2\left(\hat{k}\right)\right\rangle}\left(\frac{T}{T_c}\right)^2\end{array}\right]$$

$$-\frac{(\chi-\chi')}{(1+\chi')}H_{c2}$$

$$H_{c3}=\frac{1.66H_{c2}}{\alpha_0(1+\chi')\left(C^2-\frac{\left\langle f_2^2\left(\hat{k}\right)\right\rangle}{\left\langle f_1^2\left(\hat{k}\right)\right\rangle}\right)}\left[\begin{array}{l}\left(\frac{3C^2}{2}-p\frac{\left\langle f_2^2\left(\hat{k}\right)\right\rangle}{\left\langle f_1^2\left(\hat{k}\right)\right\rangle}-\frac{q}{2}\frac{\left\langle f_2^2\left(\hat{k}\right)\right\rangle}{\left\langle f_1^2\left(\hat{k}\right)\right\rangle}\right)\\+\left(-2C^2+(p+q)\frac{\left\langle f_2^2\left(\hat{k}\right)\right\rangle}{\left\langle f_1^2\left(\hat{k}\right)\right\rangle}\right)\frac{T}{T_c}\\+\left(\frac{C^2}{2}-\frac{q}{2}\frac{\left\langle f_2^2\left(\hat{k}\right)\right\rangle}{\left\langle f_1^2\left(\hat{k}\right)\right\rangle}\right)\left(\frac{T}{T_c}\right)^2\end{array}\right]$$

$$-\frac{(\chi-\chi')}{(1+\chi')}H_{c2} \tag{3.53}$$

ได้สนามแม่เหล็กวิกฤตเชิงผิวในรูปโพลิโนเมียลกำลังสองดังสมการ

$$H_{c3}(T)=1.66H_{c2}\left[k_1+k_2\frac{T}{T_c}+k_3\left(\frac{T}{T_c}\right)^2\right]$$

เมื่อ $k_1=\dfrac{\frac{3C^2}{2}-p\frac{\left\langle f_2^2\left(\hat{k}\right)\right\rangle}{\left\langle f_1^2\left(\hat{k}\right)\right\rangle}-\frac{q}{2}\frac{\left\langle f_2^2\left(\hat{k}\right)\right\rangle}{\left\langle f_1^2\left(\hat{k}\right)\right\rangle}}{\alpha_0(1+\chi')\left(C^2-\frac{\left\langle f_2^2(k)\right\rangle}{\left\langle f_1^2(k)\right\rangle}\right)}-\dfrac{(\chi-\chi')}{(1+\chi')}H_{c2}$

$$k_2=\frac{-2C^2+(p+q)\frac{\left\langle f_2^2\left(\hat{k}\right)\right\rangle}{\left\langle f_1^2\left(\hat{k}\right)\right\rangle}}{\alpha_0(1+\chi')\left(C^2-\frac{\left\langle f_2^2(k)\right\rangle}{\left\langle f_1^2(k)\right\rangle}\right)}$$

$$k_3=\frac{\frac{C^2}{2}-\frac{q}{2}\frac{\left\langle f_2^2\left(\hat{k}\right)\right\rangle}{\left\langle f_1^2\left(\hat{k}\right)\right\rangle}}{\alpha_0(1+\chi')\left(C^2-\frac{\left\langle f_2^2(k)\right\rangle}{\left\langle f_1^2(k)\right\rangle}\right)} \tag{3.54}$$

M44: $\alpha_1 = p_1\left(1-\frac{T}{T_c}\right)-\frac{q_1}{2}\left(1-\frac{T}{T_c}\right)^2, \alpha_2 = p_2\left(1-\frac{T}{T_c}\right)-\frac{q_2}{2}\left(1-\frac{T}{T_c}\right)^2$

$$H_{c3}=\frac{1.66}{\alpha_0(1+\chi')}\left[\frac{\left(p_1\left(1-\frac{T}{T_c}\right)-\frac{q_1}{2}\left(1-\frac{T}{T_c}\right)^2\right)C^2\left\langle f_1^2\left(\hat{k}\right)\right\rangle}{C^2\left\langle f_1^2\left(\hat{k}\right)\right\rangle-\left\langle f_2^2\left(\hat{k}\right)\right\rangle}-\frac{\left(p_2\left(1-\frac{T}{T_c}\right)-\frac{q_2}{2}\left(1-\frac{T}{T_c}\right)^2\right)\left\langle f_2^2\left(\hat{k}\right)\right\rangle}{C^2\left\langle f_1^2\left(\hat{k}\right)\right\rangle-\left\langle f_2^2\left(\hat{k}\right)\right\rangle}\right]H_{c2}$$

$$-\frac{(\chi-\chi')}{(1+\chi')}H_{c2} \qquad (3.55)$$

$$H_{c3}=\frac{1.66}{\alpha_0(1+\chi')}\left[\frac{\left(p_1\left(1-\frac{T}{T_c}\right)+\frac{q_1}{2}\left(1-\frac{T}{T_c}\right)^2\right)C^2}{C^2-\frac{\left\langle f_2^2\left(\hat{k}\right)\right\rangle}{\left\langle f_1^2\left(\hat{k}\right)\right\rangle}}-\frac{\left(p_2\left(1-\frac{T}{T_c}\right)+\frac{q_2}{2}\left(1-\frac{T}{T_c}\right)^2\right)\frac{\left\langle f_2^2\left(\hat{k}\right)\right\rangle}{\left\langle f_1^2\left(\hat{k}\right)\right\rangle}}{C^2-\frac{\left\langle f_2^2\left(\hat{k}\right)\right\rangle}{\left\langle f_1^2\left(\hat{k}\right)\right\rangle}}\right]H_{c2}$$

$$-\frac{(\chi-\chi')}{(1+\chi')}H_{c2}$$

$$H_{c3}=\frac{1.66H_{c2}}{\alpha_0(1+\chi')\left(C^2-\frac{\left\langle f_2^2\left(\hat{k}\right)\right\rangle}{\left\langle f_1^2\left(\hat{k}\right)\right\rangle}\right)}\left[\begin{array}{l} p_1\left(1-\frac{T}{T_c}\right)C^2+\frac{q_1}{2}\left(1-\frac{T}{T_c}\right)^2C^2 \\ -p_2\left(1-\frac{T}{T_c}\right)\frac{\left\langle f_2^2\left(\hat{k}\right)\right\rangle}{\left\langle f_1^2\left(\hat{k}\right)\right\rangle} \\ -\frac{q_2}{2}\left(1-\frac{T}{T_c}\right)^2\frac{\left\langle f_2^2\left(\hat{k}\right)\right\rangle}{\left\langle f_1^2\left(\hat{k}\right)\right\rangle} \end{array}\right]$$

$$-\frac{\left(\chi-\chi'\right)}{(1+\chi')}H_{c2}$$

$$H_{c3}=\frac{1.66H_{c2}}{\alpha_0(1+\chi')\left(C^2-\frac{\left\langle f_2^2\left(\hat{k}\right)\right\rangle}{\left\langle f_1^2\left(\hat{k}\right)\right\rangle}\right)}\left[\begin{array}{l} p_1C^2-pC^2{}_1\frac{T}{T_c}+\frac{q_1}{2}C^2 \\ -q_1C^2\frac{T}{T_c}+\frac{q_1}{2}C^2\left(\frac{T}{T_c}\right)^2 \\ -p_2\frac{\left\langle f_2^2\left(\hat{k}\right)\right\rangle}{\left\langle f_1^2\left(\hat{k}\right)\right\rangle}+p_2\frac{\left\langle f_2^2\left(\hat{k}\right)\right\rangle}{\left\langle f_1^2\left(\hat{k}\right)\right\rangle}\frac{T}{T_c} \\ -\frac{q_2}{2}\frac{\left\langle f_2^2\left(\hat{k}\right)\right\rangle}{\left\langle f_1^2\left(\hat{k}\right)\right\rangle}+q_2\frac{\left\langle f_2^2\left(\hat{k}\right)\right\rangle}{\left\langle f_1^2\left(\hat{k}\right)\right\rangle}\frac{T}{T_c} \\ -\frac{q_2}{2}\frac{\left\langle f_2^2\left(\hat{k}\right)\right\rangle}{\left\langle f_1^2\left(\hat{k}\right)\right\rangle}\left(\frac{T}{T_c}\right)^2 \end{array}\right]$$

$$-\frac{\left(\chi-\chi'\right)}{(1+\chi')}H_{c2}$$

$$H_{c3} = \frac{1.66H_{c2}}{\alpha_0(1+\chi')\left(C^2 - \frac{\left\langle f_2^2\left(\hat{k}\right)\right\rangle}{\left\langle f_1^2\left(\hat{k}\right)\right\rangle}\right)} \left[\begin{array}{l} \left(\begin{array}{l} p_1 C^2 + \frac{q_1}{2}C^2 - p_2 \frac{\left\langle f_2^2\left(\hat{k}\right)\right\rangle}{\left\langle f_1^2\left(\hat{k}\right)\right\rangle} \\ -\frac{q_2}{2}\frac{\left\langle f_2^2\left(\hat{k}\right)\right\rangle}{\left\langle f_1^2\left(\hat{k}\right)\right\rangle} \end{array} \right) \\ + \left(\begin{array}{l} (-p_1 - q_1)C^2 \\ +\left(p_2 + q_2\right)\frac{\left\langle f_2^2\left(\hat{k}\right)\right\rangle}{\left\langle f_1^2\left(\hat{k}\right)\right\rangle} \end{array} \right)\frac{T}{T_c} \\ + \left(\frac{q_1}{2}C^2 - \frac{q_2}{2}\frac{\left\langle f_2^2\left(\hat{k}\right)\right\rangle}{\left\langle f_1^2\left(\hat{k}\right)\right\rangle} \right)\left(\frac{T}{T_c}\right)^2 \end{array} \right]$$

$$-\frac{\left(\chi - \chi'\right)}{(1+\chi')}H_{c2} \qquad (3.56)$$

ได้สนามแม่เหล็กวิกฤตเชิงผิวในรูปโพลิโนเมียลกำลังสองดังสมการ

$$H_{c3}\left(T\right) = 1.66H_{c2}\left[k_1 + k_2\frac{T}{T_c} + k_3\left(\frac{T}{T_c}\right)^2\right]$$

เมื่อ $$k_1 = \frac{p_1C^2 + \frac{q_1}{2}C^2 - p_2\frac{\left\langle f_2^2\left(\hat{k}\right)\right\rangle}{\left\langle f_1^2\left(\hat{k}\right)\right\rangle} - \frac{q_2}{2}\frac{\left\langle f_2^2\left(\hat{k}\right)\right\rangle}{\left\langle f_1^2\left(\hat{k}\right)\right\rangle}}{\alpha_0(1+\chi')\left(C^2 - \frac{\left\langle f_2^2(k)\right\rangle}{\left\langle f_1^2(k)\right\rangle}\right)} - \frac{\left(\chi - \chi'\right)}{(1+\chi')}H_{c2}$$

$$k_2 = \frac{(-p_1 - q_1)C^2 + \left(p_2 + q_2\right)\frac{\left\langle f_2^2\left(\hat{k}\right)\right\rangle}{\left\langle f_1^2\left(\hat{k}\right)\right\rangle}}{\alpha_0(1+\chi')\left(C^2 - \frac{\left\langle f_2^2(k)\right\rangle}{\left\langle f_1^2(k)\right\rangle}\right)}$$

$$k_3 = \frac{\frac{q_1}{2}C^2 - \frac{q_2}{2}\frac{\left\langle f_2^2\left(\hat{k}\right)\right\rangle}{\left\langle f_1^2\left(\hat{k}\right)\right\rangle}}{\alpha_0(1+\chi')\left(C^2 - \frac{\left\langle f_2^2(k)\right\rangle}{\left\langle f_1^2(k)\right\rangle}\right)} \quad (3.57)$$

ต่อมาพิจารณาสนามแม่เหล็กวิกฤตที่ 2 ที่ขึ้นกับทิศทาง โดยให้ศักย์เวกเตอร์ $\vec{A}=[\mu_0(\chi-\chi')H_{c2}x+\mu_0(1+\chi')(H+M_{sc})x]\hat{j}$ ในสมการกินซ์เบิร์กแลนดาวที่ 1 ที่คำนวณไว้แล้วในสมการที่ (3.35) และ (3.36) (A. Changjan & Udomsamuthirun, 2011a) และกำหนดให้ $l_s^2 = \frac{\hbar^2}{4e^2(\mu_0(\chi-\chi')H_{c2}x+\mu_0(1+\chi')(H+M_{sc})x)}$, $\psi_1 = \lambda_1 e^{\frac{-ax^2}{2}}$ และ $\psi_2 = \lambda_2 e^{\frac{-bx^2}{2}}$ จะได้

$$-\frac{\hbar^2}{2m_1}\left\langle f_1^2(\hat{k})\right\rangle\left[-a\left(1-ax^2\right)-\frac{x^2}{l_s^2}\right]\psi_1 + \alpha_1\left\langle f_1^2(\hat{k})\right\rangle\psi_1$$

$$+\varepsilon\left\langle f_1(\hat{k})f_2(\hat{k})\right\rangle\psi_2 + \hbar^2\varepsilon_1\left\langle f_1(\hat{k})f_2(\hat{k})\right\rangle\left[-b\left(1-bx^2\right)-\frac{x^2}{l_s^2}\right]\psi_2 = 0 \quad (3.58)$$

$$-\frac{\hbar^2}{2m_2}\left\langle f_1^2(\hat{k})\right\rangle\left[-a\left(1-ax^2\right)-\frac{x^2}{l_s^2}\right]\psi_1 + \alpha_1\left\langle f_1^2(\hat{k})\right\rangle\psi_1$$

$$+\varepsilon\left\langle f_1(\hat{k})f_2(\hat{k})\right\rangle\psi_2 + \hbar^2\varepsilon_1\left\langle f_1(\hat{k})f_2(\hat{k})\right\rangle\left[-b\left(1-bx^2\right)-\frac{x^2}{l_s^2}\right]\psi_2 = 0 \quad (3.59)$$

เขียนสมการ (3.51) และ (3.52) ใหม่ในรูปเมทริกซ์ จะได้ค่าคงที่ $a^2 = \frac{1}{l_s^2}$ และ $b^2 = \frac{1}{l_s^2}$ เมื่อ $\frac{\hbar^2}{2m_1 l_s^2}\left\langle f_1^2(\hat{k})\right\rangle - \frac{\hbar^2 a^2}{2m_1}\left\langle f_1^2(\hat{k})\right\rangle = 0$ และ $\frac{\hbar^2}{2m_2 l_s^2}\left\langle f_2^2(\hat{k})\right\rangle - \frac{\hbar^2 b^2}{2m_2}\left\langle f_2^2(\hat{k})\right\rangle = 0$ ตามลำดับ และเมื่อกำหนดให้มวลในแถบพลังงานที่ 1 และ 2 เท่ากัน ($m_1 = m_2 = m$) จะได้สมการสนามแม่เหล็กวิกฤตที่ 2 ดังสมการที่ (3.60)

$$H_{c2} = \frac{-m(\alpha_1+\alpha_2+4\varepsilon\varepsilon_1\Omega m)}{\hbar e(1+\chi)(1-4\varepsilon_1^2\Omega m^2)} + \frac{m(\alpha_1\alpha_2+\Omega\varepsilon^2)}{\hbar e(1+\chi)(\alpha_1+\alpha_2+4\varepsilon\varepsilon_1\Omega m)} \quad (3.60)$$

จากสมการสนามแม่เหล็กวิกฤตที่ 2 ที่ขึ้นกับอุณหภูมิและขึ้นกับทิศทางในสมการที่ (3.60) เมื่อ $\Omega = \dfrac{\left\langle f_1(\hat{k}) f_2(\hat{k}) \right\rangle^2}{\left\langle f_1^2(\hat{k}) \right\rangle \left\langle f_2^2(\hat{k}) \right\rangle}$ สามารถเขียนให้อยู่ในรูปโพลิโนเมียลกำลังสองดังสมการที่ (3.46) โดยพิจารณาเฉพาะฟังก์ชันของอุณหภูมิกรณี M44 ซึ่งแสดงการคำนวณ ดังต่อไปนี้

$$\text{M44: } \alpha_1 = p_1\left(1-\frac{T}{T_c}\right)+\frac{q_1}{2}\left(1-\frac{T}{T_c}\right)^2,\ \alpha_2 = p_2\left(1-\frac{T}{T_c}\right)+\frac{q_2}{2}\left(1-\frac{T}{T_c}\right)^2$$

$$H_{c2} = \frac{-m}{\hbar e(1+\chi)(1-4\varepsilon_1^2\Omega m^2)}\left(\begin{array}{l}\left(p_1\left(1-\dfrac{T}{T_c}\right)+\dfrac{q_1}{2}\left(1-\dfrac{T}{T_c}\right)^2\right)\\ +\left(p_2\left(1-\dfrac{T}{T_c}\right)+\dfrac{q_2}{2}\left(1-\dfrac{T}{T_c}\right)^2\right)\\ +4\varepsilon\varepsilon_1\Omega m\end{array}\right)$$

$$+\frac{m}{\hbar e(1+\chi)(\alpha_{10}+\alpha_{20}+4\varepsilon\varepsilon_1\Omega m)}\left(\begin{array}{l}\left(p_1\left(1-\dfrac{T}{T_c}\right)+\dfrac{q_1}{2}\left(1-\dfrac{T}{T_c}\right)^2\right)\\ \left(p_2\left(1-\dfrac{T}{T_c}\right)+\dfrac{q_2}{2}\left(1-\dfrac{T}{T_c}\right)^2\right)\\ +\Omega\varepsilon^2\end{array}\right) \qquad (3.61)$$

$$H_{c2} = \frac{-m}{\hbar e(1+\chi)(1-4\varepsilon_1^2\Omega m^2)}\left(\begin{array}{l}p_1 - p_1\dfrac{T}{T_c}+\dfrac{q_1}{2}-q_1\dfrac{T}{T_c}+\dfrac{q_1}{2}\left(\dfrac{T}{T_c}\right)^2\\ +p_2 - p_2\dfrac{T}{T_c}+\dfrac{q_2}{2}-q_2\dfrac{T}{T_c}+\dfrac{q_2}{2}\left(\dfrac{T}{T_c}\right)^2\\ +4\varepsilon\varepsilon_1\Omega m\end{array}\right)$$

$$+\frac{m}{\hbar e(1+\chi)(\alpha_{10}+\alpha_{20}+4\varepsilon\varepsilon_1\Omega m)}\left(\begin{array}{l}\left(p_1+\frac{q_1}{2}-\left(p_1+q_1\right)\frac{T}{T_c}+\frac{q_1}{2}\left(\frac{T}{T_c}\right)^2\right)\\ \left(p_2+\frac{q_2}{2}-\left(p_2+q_2\right)\frac{T}{T_c}+\frac{q_2}{2}\left(\frac{T}{T_c}\right)^2\right)\\ +\Omega\varepsilon^2\end{array}\right) \tag{3.62}$$

ได้สนามแม่เหล็กวิกฤตเชิงผิวในรูปโพลิโนเมียลกำลังสองดังสมการ

$$H_{c2}\left(T\right)=H_{c2}^{0}+R_2\frac{T}{T_c}+R_3\left(\frac{T}{T_c}\right)^2$$

เมื่อ $H_{c2}^{0}=\frac{-m(p_1+\frac{q_1}{2}+p_2+\frac{q_2}{2}+4\varepsilon\varepsilon_1\Omega m)}{\hbar e(1+\chi)(1-4\varepsilon_1^2\Omega m^2)}$

$$+\frac{m([p_1+\frac{q_1}{2}][p_2+\frac{q_2}{2}]-\Omega\varepsilon^2)}{\hbar e(1+\chi)(p_1+\frac{q_1}{2}+p_2+\frac{q_2}{2}+4\varepsilon\varepsilon_1\Omega m)}$$

$$R_1=\frac{m(p_1+q_1+p_2+q_2)}{\hbar e(1+\chi)(1-4\varepsilon_1^2\Omega m^2)}$$

$$+\frac{m(-2p_1p_2-\frac{3p_1q_2}{2}-\frac{3p_2q_1}{2}-q_1q_2)}{\hbar e(1+\chi)(p_1+\frac{q_1}{2}+p_2+\frac{q_2}{2}+4\varepsilon\varepsilon_1\Omega m)}$$

$$R_2=\frac{-m(\frac{q_1}{2}+\frac{q_2}{2})}{\hbar e(1+\chi)(1-4\varepsilon_1^2\Omega m^2)}$$

$$+\frac{m(p_1p_2+\frac{3p_1q_2}{2}+\frac{3p_2q_1}{2}+\frac{3q_1q_2}{2})}{\hbar e(1+\chi)(p_1+\frac{q_1}{2}+p_2+\frac{q_2}{2}+4\varepsilon\varepsilon_1\Omega m)} \tag{3.63}$$

โดยที่ H_{c2}^{0} คือสนามแม่เหล็กวิกฤตที่ 2 ที่อุณหภูมิศูนย์เคลวิน และ $\alpha_{i0} = p_{i0} + \frac{q_{i0}}{2}, i = 1,2$

จากการคำนวณสมการโพลิโนเมียลกำลังสอง กรณี M44 ของทั้งสนามแม่เหล็กวิกฤตเชิงผิว และสนามแม่เหล็กวิกฤตที่ 2 เมื่อพิจารณาสนามแม่เหล็กวิกฤตที่ 2 และอัตราส่วนของสนามแม่เหล็กวิกฤตเชิงผิวต่อสนามแม่เหล็กวิกฤตที่ 2 จะได้พารามิเตอร์ที่สำคัญ 6 พารามิเตอร์ ประกอบด้วย $k_1, k_2, k_3, H_{c2}^{0}, R_1$ และ R_2 โดยใช้ iteration method ในการหาค่าพารามิเตอร์ที่สำคัญเหล่านี้

2 ความลึกซาบซึมได้ที่ขึ้นกับอุณหภูมิและขึ้นกับทิศทางของตัวนำยวดยิ่งแบบแม่เหล็กแบบสองแถบพลังงาน

เราคำนวณความลึกซาบซึมได้เพื่อศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างสนามแม่เหล็กวิกฤตและความลึกซาบซึมได้ของตัวนำยวดยิ่งแบบแม่เหล็กแบบ 2 แถบพลังงาน เมื่อพิจารณาการขึ้นกับอุณหภูมิและการขึ้นกับทิศทาง โดยใช้ฟังก์ชันการขึ้นกับอุณหภูมิ 4 รูปแบบ และฟังก์ชันความไม่สมมาตรของช่องว่างพลังงาน 2 รูปแบบ ดังที่กล่าวมาแล้ว โดยใช้ทฤษฎีกินซ์เบิร์กแลนดาว

พิจารณาสมการพลังงานอิสระของตัวนำยวดยิ่งแบบแม่เหล็กแบบสองแถบพลังงานที่ขึ้นกับฟังก์ชันความไม่สมมาตรของช่องว่างพลังงาน (A. Changjan & Udomsamuthirun, 2011a) จากสมการที่ (3.2), (3.33) และ (3.34) จากนั้นแปรค่าพลังงานอิสระเทียบกับศักย์เวกเตอร์ $\frac{\partial F_s}{\partial \vec{A}}$ จะได้

$$\int d\vec{r}\left[\frac{\partial g_s}{\partial A_i}\delta A_i + \sum_i \frac{\partial g_s}{\partial\left(\frac{\partial A_i}{\partial i}\right)}\frac{\partial\left(\delta A_i\right)}{\partial i}\right] = 0 \tag{3.64}$$

พิจารณาเทอมที่ 1 ของสมการที่ (3.64)

$$\begin{aligned}\frac{\partial g_s}{\partial A_i}=&\frac{\left\langle f_1^2(\hat{k})\right\rangle}{2m_1}\left[2ie\hbar(\psi_1^*\vec{\nabla}\psi_1-\psi_1\vec{\nabla}\psi_1^*)+8e^2A|\psi_1|^2\right]\\&+\frac{\left\langle f_2^2(\hat{k})\right\rangle}{2m_2}\left[2ie\hbar(\psi_2^*\vec{\nabla}\psi_2-\psi_2\vec{\nabla}\psi_2^*)+8e^2A|\psi_2|^2\right]\\&+\varepsilon_1\left\langle f_1(\hat{k})\,f_2(\hat{k})\right\rangle\begin{bmatrix}2ie\hbar(\psi_1^*\vec{\nabla}\psi_2-\psi_2\vec{\nabla}\psi_1^*)+8e^2A\psi_1^*\psi_2\\+2ie\hbar(\psi_2^*\vec{\nabla}\psi_1-\psi_1\vec{\nabla}\psi_2^*)+8e^2A\psi_2^*\psi_1\end{bmatrix}\end{aligned}\tag{3.65}$$

อินทิเกรตทีละส่วนในเทอมที่ 2 ของสมการที่ (3.64) จะได้

$$\int d\bar{r}\left[\frac{\partial g_s}{\partial A_i}\delta A_i+\sum_i\frac{\partial}{\partial i}\left[\frac{\partial g_s}{\partial\left(\frac{\partial A_i}{\partial i}\right)}\delta A_i\right]\right]=0\tag{3.66}$$

เมื่อ $h=\vec{\nabla}\times\vec{A}=\hat{x}\left(\frac{\partial A_z}{\partial y}-\frac{\partial A_y}{\partial z}\right)+\hat{y}\left(\frac{\partial A_x}{\partial z}-\frac{\partial A_z}{\partial x}\right)+\hat{z}\left(\frac{\partial A_y}{\partial x}-\frac{\partial A_x}{\partial y}\right)$

$$\frac{\partial}{\partial x}\left[\frac{\partial g_s}{\partial\left(\frac{\partial A_x}{\partial x}\right)}\right]+\frac{\partial}{\partial y}\left[\frac{\partial g_s}{\partial\left(\frac{\partial A_y}{\partial y}\right)}\right]+\frac{\partial}{\partial z}\left[\frac{\partial g_s}{\partial\left(\frac{\partial A_z}{\partial z}\right)}\right]=-\left(\frac{\gamma_1}{B}+\frac{\gamma_2}{\mu_0}\right)\mu_0\vec{\nabla}\times(1+\chi')M_{sc}$$

$$\sum_i\frac{\partial}{\partial i}\left[\frac{\partial g_s}{\partial\left(\frac{\partial A_i}{\partial i}\right)}\right]=-\left(\frac{\gamma_1}{B}+\frac{\gamma_2}{\mu_0}\right)\mu_0\vec{\nabla}\times(1+\chi')M_{sc}$$

แทนสมการที่ (3.65) และ (3.67) ลงในสมการที่ (3.64)

$$\begin{aligned}-\left(\frac{\gamma_1}{B}+\frac{\gamma_2}{\mu_0}\right)\mu_0\vec{\nabla}\times(1+\chi')M_{sc}=&\frac{\left\langle f_1^2(\hat{k})\right\rangle}{2m_1}\left[2ie\hbar(\psi_1^*\vec{\nabla}\psi_1-\psi_1\vec{\nabla}\psi_1^*)+8e^2A|\psi_1|^2\right]\\&+\frac{\left\langle f_2^2(\hat{k})\right\rangle}{2m_2}\left[2ie\hbar(\psi_2^*\vec{\nabla}\psi_2-\psi_2\vec{\nabla}\psi_2^*)+8e^2A|\psi_2|^2\right]\\&+\varepsilon_1\left\langle f_1(\hat{k})\,f_2(\hat{k})\right\rangle\begin{bmatrix}2ie\hbar(\psi_1^*\vec{\nabla}\psi_2-\psi_2\vec{\nabla}\psi_1^*)+8e^2A\psi_1^*\psi_2\\+2ie\hbar(\psi_2^*\vec{\nabla}\psi_1-\psi_1\vec{\nabla}\psi_2^*)+8e^2A\psi_2^*\psi_1\end{bmatrix}\end{aligned}\tag{3.68}$$

เมื่อ $\vec{\nabla}\times M_{sc}=J_{sc}$, $\psi=|\psi|e^{i\phi}$, $\psi^*\vec{\nabla}\psi-\psi\vec{\nabla}\psi^*=2i|\psi|^2\vec{\nabla}\phi$, $\vec{\nabla}\times\vec{\nabla}\phi=0$

$$\vec{\nabla}\times J_{sc}=\frac{1}{-\gamma_2(1+\chi')}\left[\begin{array}{l}\dfrac{\left\langle f_1^2(\hat{k})\right\rangle}{2m_1}8e^2|\psi_1|^2+\dfrac{\left\langle f_2^2(\hat{k})\right\rangle}{2m_2}8e^2|\psi_2|^2\\+\varepsilon_1\left\langle f_1(\hat{k})f_2(\hat{k})\right\rangle 8e^2(\psi_1^*\psi_2+\psi_2^*\psi_1)\end{array}\right]\vec{B} \tag{3.69}$$

จากสมการแมกเวลล์ $J=\vec{\nabla}\times\vec{B}$

$$\frac{d^2\vec{B}(x)}{dx^2}=\frac{1}{-\gamma_2(1+\chi')}\left[\begin{array}{l}\dfrac{\left\langle f_1^2(\hat{k})\right\rangle}{2m_1}8e^2|\psi_1|^2+\dfrac{\left\langle f_2^2(\hat{k})\right\rangle}{2m_2}8e^2|\psi_2|^2\\+\varepsilon_1\left\langle f_1(\hat{k})f_2(\hat{k})\right\rangle 8e^2(\psi_1^*\psi_2+\psi_2^*\psi_1)\end{array}\right]\vec{B} \tag{3.70}$$

$$\frac{d^2\vec{B}(x)}{dx^2}-\frac{1}{-\gamma_2(1+\chi')}\left[\begin{array}{l}\dfrac{\left\langle f_1^2(\hat{k})\right\rangle}{2m_1}8e^2|\psi_1|^2+\dfrac{\left\langle f_2^2(\hat{k})\right\rangle}{2m_2}8e^2|\psi_2|^2\\+\varepsilon_1\left\langle f_1(\hat{k})f_2(\hat{k})\right\rangle 8e^2(\psi_1^*\psi_2+\psi_2^*\psi_1)\end{array}\right]\vec{B}=0 \tag{3.71}$$

จากสมการของลอนดอน

$$\frac{d^2\vec{B}(x)}{dx^2}-\frac{1}{\lambda^2}\vec{B}(x)=0 \tag{3.72}$$

$$\frac{1}{\lambda^2}=\frac{1}{-\gamma_2(1+\chi')}\left[\begin{array}{l}\dfrac{\left\langle f_1^2(\hat{k})\right\rangle}{2m_1}8e^2|\psi_1|^2+\dfrac{\left\langle f_2^2(\hat{k})\right\rangle}{2m_2}8e^2|\psi_2|^2\\+\varepsilon_1\left\langle f_1(\hat{k})f_2(\hat{k})\right\rangle 8e^2(\psi_1^*\psi_2+\psi_2^*\psi_1)\end{array}\right] \tag{3.73}$$

เมื่อ $|\psi_1|^2=\dfrac{\alpha_1\left\langle f_1^2(k)\right\rangle+\dfrac{\varepsilon\left\langle f_1(k)f_2(k)\right\rangle}{\theta}}{\beta_1}$

$$|\psi_2|^2=\frac{\alpha_2\left\langle f_2^2(k)\right\rangle+\varepsilon\left\langle f_1(k)f_2(k)\right\rangle\theta}{\beta_2}$$

$$(\psi_1^*\psi_2+\psi_2^*\psi_1)=2\left[\left(\frac{\alpha_1\left\langle f_1^2(k)\right\rangle+\dfrac{\varepsilon\left\langle f_1(k)f_2(k)\right\rangle}{\theta}}{\beta_1}\right)^{\frac{1}{2}}\left(\frac{\alpha_2\left\langle f_2^2(k)\right\rangle+\varepsilon\left\langle f_1(k)f_2(k)\right\rangle\theta}{\beta_2}\right)^{\frac{1}{2}}\right] \tag{3.74}$$

แทนสมการที่ (3.74) ลงในสมการที่ (3.73) จะได้สมการความลึกซาบซึมได้ที่ขึ้นกับอุณหภูมิและขึ้นกับทิศทาง ดังสมการที่ (3.75)

$$\begin{aligned}\frac{1}{\lambda^2}=&\frac{4e^2}{\gamma_2(1+\chi')m_1}\left[\frac{\alpha_1\left\langle f_1^2(k)\right\rangle+\dfrac{\varepsilon\left\langle f_1(k)f_2(k)\right\rangle}{\theta}}{\beta_1}\right]\\&+\frac{4e^2}{\gamma_2(1+\chi')m_2}\left[\frac{\alpha_2\left\langle f_2^2(k)\right\rangle+\varepsilon\left\langle f_1(k)f_2(k)\right\rangle\theta}{\beta_2}\right]\\&+16e^2\varepsilon_1\left\langle f_1(\hat{k})f_2(\hat{k})\right\rangle\left[\left(\frac{\alpha_1\left\langle f_1^2(k)\right\rangle+\dfrac{\varepsilon\left\langle f_1(k)f_2(k)\right\rangle}{\theta}}{\beta_1}\right)^{\frac{1}{2}}\left(\frac{\alpha_2\left\langle f_2^2(k)\right\rangle+\varepsilon\left\langle f_1(k)f_2(k)\right\rangle\theta}{\beta_2}\right)^{\frac{1}{2}}\right]\end{aligned} \tag{3.75}$$

โดย $\theta=\dfrac{\psi_1}{\psi_2}$ และเมื่อ $\alpha_2=0$, $\varepsilon=0$, $\varepsilon_1=0$, $\beta_1=\beta_2=\beta$ และ $m_1=m_2=m$ จะสามารถลดรูปเป็นความลึกซาบซึมได้ที่ขึ้นกับทิศทางแบบ 1 แถบพลังงานได้ (A. Changjan & Udomsamuthirun, 2011b)

2.1 การคำนวณความลึกซาบซึมได้ด้วยวิธี trial (Trial method)

พิจารณาการขึ้นกับอุณหภูมิแบบไขว้ของฟังก์ชันของอุณหภูมิทั้ง 4 รูปแบบ และพิจารณาร่วมกับฟังก์ชันความไม่สมมาตรของช่องว่างพลังงาน 2 รูปแบบ คือความไม่สมมาตรรูปทรงรี (ellipse: e) และความไม่สมมาตรรูปทรงแพนเค้ก (pancake: p) เช่นเดียวกับสนามแม่เหล็กวิกฤตเชิงผิว ซึ่งแสดงไว้ดังตาราง 5 ในหัวข้อ 1.2.1 จากตารางจะแบ่งเป็น 4 กรณี ประกอบด้วย กรณีที่ 1: M14-e-e, M14-e-p, M14-p-e และ M14-p-p กรณีที่ 2: M24-e-e, M24-

e-p, M24-p-e และ M24-p-p กรณีที่ 3: M34-e-e, M34-e-p, M34-p-e และ M34-p-p และ กรณีที่ 4: M44-e-e, M44-e-p, M44-p-e และ M44-p-p รวมทั้งหมด 64 แบบ และจากการ trial จะได้ฟังก์ชันอุณหภูมิแบบไขว้ที่สอดคล้องกับผลการทดลอง คือ ทุกกรณีที่มีฟังก์ชันอุณหภูมิของชั่งจันทร์และอุดมสมุทรหิรัญในแถบพลังงานที่ 2 ซึ่งประกอบด้วย กรณีที่ 1: M14 กรณีที่ 2: M24 กรณีที่ 3: M34 และกรณีที่ 4: M44 โดยเทียบกับผลการทดลองของตัวนำยวดยิ่ง Fe-based: FeCo (Prozorov & Kogan, 2011)

2.2 การคำนวณความลึกซาบซึมได้ด้วยวิธี iteration (Iteration method)

จากสมการความลึกซาบซึมได้ของตัวนำยวดยิ่งแบบแม่เหล็กแบบ 2 แถบพลังงานที่ขึ้นกับอุณหภูมิและขึ้นกับทิศทางในสมการที่ (3.75) จัดรูปสมการให้อยู่ในรูปพหุนามกำลังสองได้ดังสมการที่ (3.76) โดยพิจารณาฟังก์ชันอุณหภูมิรูปแบบของชั่งจันทร์และอุดมสมุทรหิรัญทั้งในแถบพลังงานที่ 1 และแถบพลังงานที่ 2

$$\frac{1}{\lambda^2(T)} = \lambda_0 + d_1\frac{T}{T_c} + d_2\left(\frac{T}{T_c}\right)^2 \tag{3.76}$$

M44: $\alpha_1 = p_1\left(1-\frac{T}{T_c}\right)+\frac{q_1}{2}\left(1-\frac{T}{T_c}\right)^2, \alpha_2 = p_2\left(1-\frac{T}{T_c}\right)+\frac{q_2}{2}\left(1-\frac{T}{T_c}\right)^2$

$$\frac{1}{\lambda^2} = \frac{4e^2}{\gamma_2(1+\chi')m_1}\left[\frac{\left(p_1\left(1-\frac{T}{T_c}\right)+\frac{q_1}{2}\left(1-\frac{T}{T_c}\right)^2\right)\langle f_1^2(k)\rangle+\frac{\varepsilon\langle f_1(k)\,f_2(k)\rangle}{\theta}}{\beta_1}\right]$$

$$+\frac{4e^2}{\gamma_2(1+\chi')m_2}\left[\frac{\left(p_2\left(1-\frac{T}{T_c}\right)+\frac{q_2}{2}\left(1-\frac{T}{T_c}\right)^2\right)\langle f_2^2(k)\rangle+\varepsilon\langle f_1(k)\,f_2(k)\rangle\theta}{\beta_2}\right]$$

$$+16e^2\varepsilon_1\left\langle f_1(\hat{k})\,f_2(\hat{k})\right\rangle\left[\left(\frac{\left(p_1+\frac{q_1}{2}\right)\left\langle f_1^2(k)\right\rangle+\frac{\varepsilon\left\langle f_1(k)\,f_2(k)\right\rangle}{\theta}}{\beta_1}\right)^{\frac{1}{2}}\left(\frac{\left(p_2+\frac{q_2}{2}\right)\left\langle f_2^2(k)\right\rangle+\varepsilon\left\langle f_1(k)\,f_2(k)\right\rangle\theta}{\beta_2}\right)^{\frac{1}{2}}\right]$$

$$\frac{1}{\lambda^2}=\frac{4e^2}{\gamma_2\left(1+\chi'\right)m\beta}\left[\left(p_1-p_1\frac{T}{T_c}+\frac{q_1}{2}-q_1\frac{T}{T_c}+\frac{q_1}{2}\left(\frac{T}{T_c}\right)^2\right)+\frac{\varepsilon\left\langle f_1(k)\,f_2(k)\right\rangle}{\theta}\right]$$

$$+\frac{4e^2}{\gamma_2\left(1+\chi'\right)m\beta}\frac{\left\langle f_1^2(k)\right\rangle}{\left\langle f_2^2(k)\right\rangle}\left[\begin{array}{l}\left(\begin{array}{l}p_2\frac{\left\langle f_2^2(k)\right\rangle}{\left\langle f_1^2(k)\right\rangle}-p_2\frac{\left\langle f_2^2(k)\right\rangle}{\left\langle f_1^2(k)\right\rangle}\frac{T}{T_c}+\frac{q_2}{2}\frac{\left\langle f_2^2(k)\right\rangle}{\left\langle f_1^2(k)\right\rangle}\\-q_2\frac{\left\langle f_2^2(k)\right\rangle}{\left\langle f_1^2(k)\right\rangle}\frac{T}{T_c}+\frac{q_2}{2}\left(\frac{T}{T_c}\right)^2\end{array}\right)\\+\varepsilon\frac{\left\langle f_1(k)\,f_2(k)\right\rangle}{\left\langle f_1^2(k)\right\rangle}\theta\end{array}\right]$$

$$+\frac{16e^2\varepsilon_1}{\beta^2}\frac{\left\langle f_1(\hat{k})\,f_2(\hat{k})\right\rangle}{\left\langle f_1^2(\hat{k})\right\rangle}\left[\begin{array}{l}\left(p_1+\frac{q_1}{2}+\frac{\varepsilon\left\langle f_1(k)\,f_2(k)\right\rangle}{\theta}\right)^{\frac{1}{2}}\\\left(p_2\frac{\left\langle f_2^2(k)\right\rangle}{\left\langle f_1^2(k)\right\rangle}-\frac{q_2}{2}\frac{\left\langle f_2^2(k)\right\rangle}{\left\langle f_1^2(k)\right\rangle}+\varepsilon\frac{\left\langle f_1(k)\,f_2(k)\right\rangle}{\left\langle f_1^2(k)\right\rangle}\theta\right)^{\frac{1}{2}}\end{array}\right] \quad (3.77)$$

ได้ความลึกซาบซึมได้ในรูปโพลิโนเมียลกำลังสอง

$$\frac{1}{\lambda^2\left(T\right)}=\lambda_0+d_1\frac{T}{T_c}+d_2\left(\frac{T}{T_c}\right)^2$$

เมื่อ $\lambda_0=\frac{4e^2}{\gamma_2(1+\chi')m\beta}\left[p_1+\frac{q_1}{2}+\frac{\varepsilon}{\theta}\frac{\left\langle f_1(k)\,f_2(k)\right\rangle}{\left\langle f_1^2(\hat{k})\right\rangle}\right]$

$$+\frac{4e^2}{\gamma_2(1+\chi')m\beta}\left[p_2\frac{\left\langle f_2^2(\hat{k})\right\rangle}{\left\langle f_1^2(\hat{k})\right\rangle}+\frac{q_2}{2}\frac{\left\langle f_2^2(\hat{k})\right\rangle}{\left\langle f_1^2(\hat{k})\right\rangle}+\frac{\varepsilon\left\langle f_1(k)\,f_2(k)\right\rangle\theta}{\left\langle f_1^2(\hat{k})\right\rangle}\right]$$

$$+16e^2\varepsilon_1\frac{\left\langle f_1(k)f_2(k)\right\rangle}{\left\langle f_1^{\,2}(\hat{k})\right\rangle}\left[\begin{array}{l}\left(p_1+\dfrac{q_1}{2}+\dfrac{\varepsilon}{\theta}\dfrac{\left\langle f_1(k)f_2(k)\right\rangle}{\left\langle f_1^{\,2}(\hat{k})\right\rangle}\right)^{\frac{1}{2}}\\ \left(p_2\dfrac{\left\langle f_2^{\,2}(\hat{k})\right\rangle}{\left\langle f_1^{\,2}(\hat{k})\right\rangle}+\dfrac{q_2}{2}\dfrac{\left\langle f_2^{\,2}(\hat{k})\right\rangle}{\left\langle f_1^{\,2}(\hat{k})\right\rangle}+\dfrac{\varepsilon\left\langle f_1(k)f_2(k)\right\rangle\theta}{\left\langle f_1^{\,2}(\hat{k})\right\rangle}\right)^{\frac{1}{2}}\end{array}\right]$$

$$d_1=\frac{4e^2\mu_0}{\gamma_2(1+\chi')m\beta}\left(-p_1-q_1\right)$$

$$+\frac{4e^2\mu_0}{\gamma_2(1+\chi')m\beta}\frac{\left\langle f_1^{\,2}(\hat{k})\right\rangle}{\left\langle f_2^{\,2}(\hat{k})\right\rangle}\left(-p_1\frac{\left\langle f_2^{\,2}(\hat{k})\right\rangle}{\left\langle f_1^{\,2}(\hat{k})\right\rangle}-q_1\frac{\left\langle f_2^{\,2}(\hat{k})\right\rangle}{\left\langle f_1^{\,2}(\hat{k})\right\rangle}\right)$$

$$d_2=\frac{4e^2}{\gamma_2(1+\chi')m\beta}\left(\frac{q_1}{2}\right)+\frac{4e^2}{\gamma_2(1+\chi')m\beta}\frac{\left\langle f_1^{\,2}(\hat{k})\right\rangle}{\left\langle f_2^{\,2}(\hat{k})\right\rangle}\left(\frac{q_1}{2}\frac{\left\langle f_2^{\,2}(\hat{k})\right\rangle}{\left\langle f_1^{\,2}(\hat{k})\right\rangle}\right) \tag{3.78}$$

บทที่ 4
ผลการวิจัย

จากขั้นตอนการดำเนินงานวิจัยในบทที่ 3 ประกอบด้วยการคำนวณหาสนามแม่เหล็กวิกฤตเชิงผิวที่ขึ้นกับอุณหภูมิของตัวนำยวดยิ่งแบบแม่เหล็กทั้งที่ขึ้นกับทิศทางและไม่ขึ้นกับทิศทางแบบ 2 แถบพลังงาน และการคำนวณหาความลึกซาบซึมได้ของตัวนำยวดยิ่งที่ขึ้นกับอุณหภูมิและทิศทางของตัวนำยวดยิ่งแบบแม่เหล็กแบบ 2 แถบพลังงาน

1 ผลของสนามแม่เหล็กวิกฤตที่ขึ้นกับอุณหภูมิของตัวนำยวดยิ่งแบบแม่เหล็กแบบสองแถบพลังงาน

1.1 ไม่ขึ้นกับทิศทาง (Isotropic superconductors)

สนามแม่เหล็กวิกฤตเชิงผิวที่ขึ้นกับอุณหภูมิของตัวนำยวดยิ่งแบบแม่เหล็กแบบ 2 แถบพลังงานและแถบพลังงานไม่ขึ้นกับทิศทางสามารถคำนวณได้ ดังสมการ

$$H_{c3} = \frac{\frac{1.66}{\alpha_0}\left[\frac{\alpha_1 C^2 - \alpha_2}{C^2 - 1}\right]H_{c2} - (\chi - \chi')H_{c2}}{(1+\chi')} \tag{4.1}$$

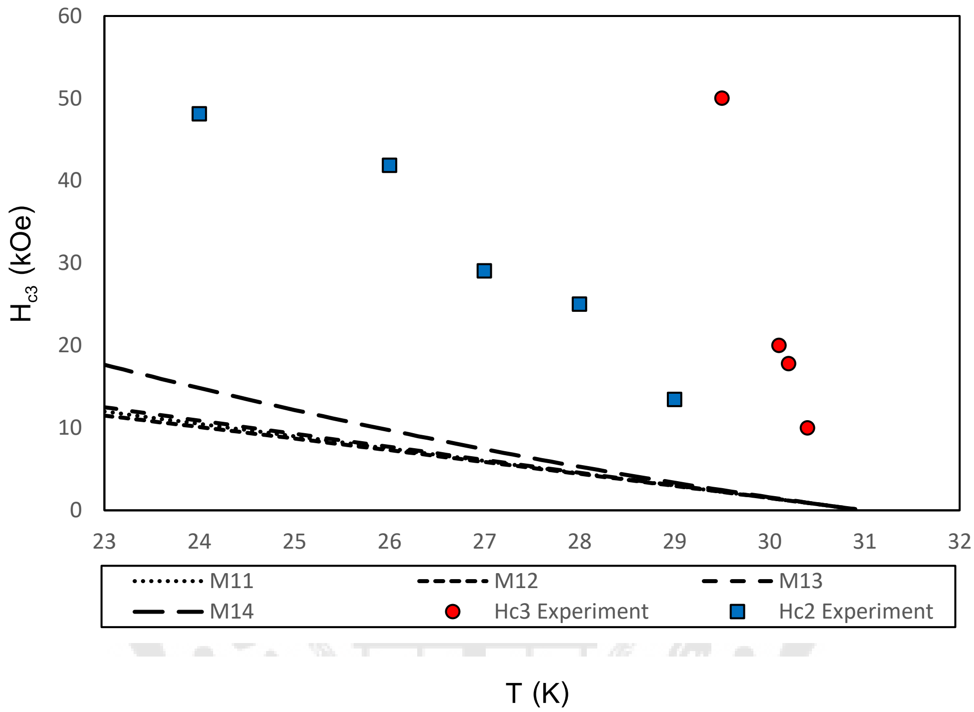
เมื่อ α_i คือฟังก์ชันของอุณหภูมิ, $i = 1, 2$ คือแถบพลังงานที่ 1 และ 2 ตามลำดับ โดยเมื่อ $\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha_0$ สมการสนามแม่เหล็กวิกฤตเชิงผิวแบบ 2 แถบพลังงานนี้จะสามารถลดรูปเป็นสมการสนามแม่เหล็กวิกฤตเชิงผิวแบบ 1 แถบพลังงานได้ (Meakniti et al., 2014) ดังสมการ

$$H_{c3} = \frac{1.66H_{c2} - (\chi - \chi')H_{c2}}{(1+\chi')}$$

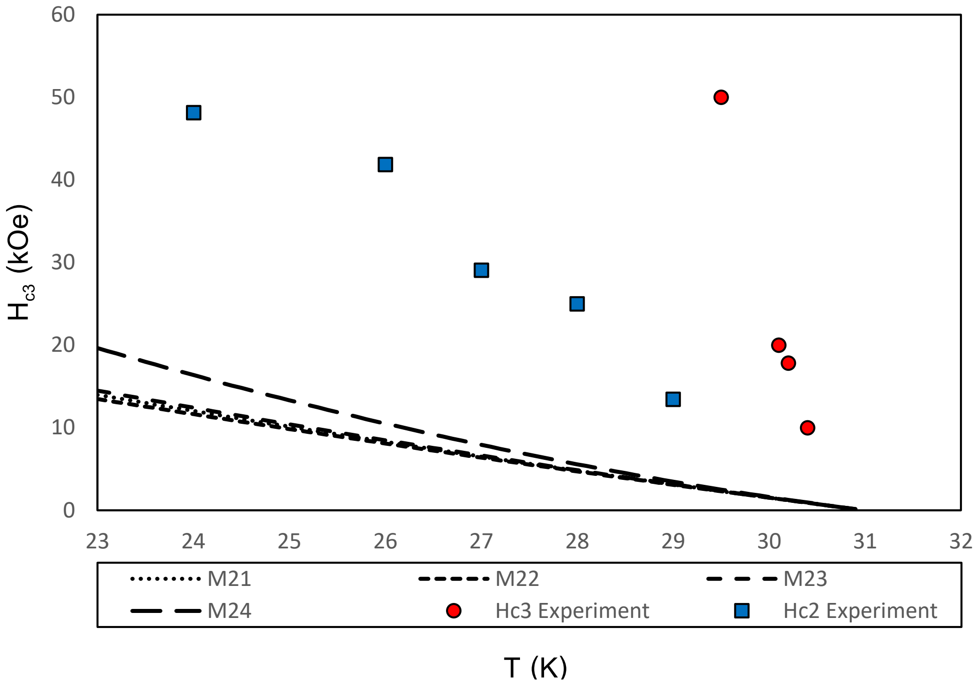
เมื่อ χ และ χ' คือ สภาพยอมรับได้ทางแม่เหล็ก และอนุพันธ์ของค่าสภาพยอมรับได้ทางแม่เหล็ก ตามลำดับ เมื่อ $\chi = 0$ และ $\chi' = 0$ สนามแม่เหล็กวิกฤตเชิงผิวของตัวนำยวดยิ่งแบบแม่เหล็กแบบ 1 แถบพลังงานสามารถลดรูปเป็นสนามแม่เหล็กวิกฤตเชิงผิวแบบไร้แม่เหล็ก (non-magnetic superconductor) $H_{c3} = 1.66H_{c2}$ (Saint-James & Gennes, 1963) ได้

จากสมการ (4.1) เราใช้วิธี trial (Trial method) พิจารณาฟังก์ชันอุณหภูมิแบบไขว้ระหว่างแถบพลังงานที่ 1 และแถบพลังงานที่ 2 ได้ทั้งหมด 16 รูปแบบ โดยจำแนกการขึ้นกับ

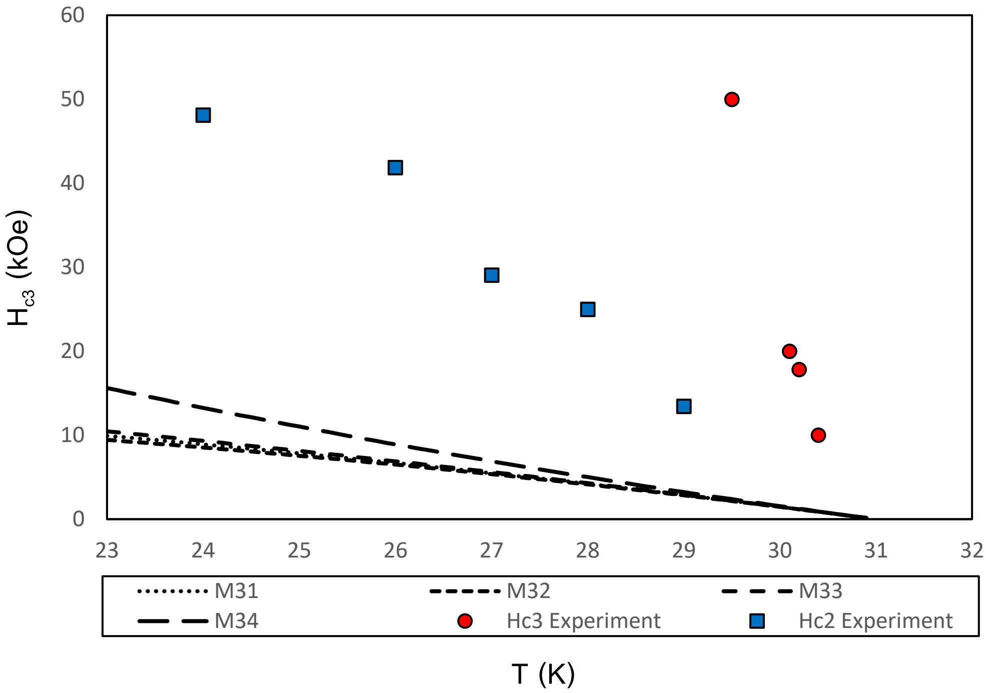
อุณหภูมิออกเป็น 4 กรณี ประกอบด้วย กรณีที่ 1: M11, M12, M13 และ M14 แสดงดังภาพประกอบ 36 กรณีที่ 2: M21, M22, M23, M24 แสดงดังภาพประกอบ 37 กรณีที่ 3: M31, M32, M33, M34 แสดงดังภาพประกอบ 38 และกรณีที่ 4: M41, M42, M43, M44 แสดงดังภาพประกอบ 39 โดยมีพารามิเตอร์ต่างๆ ดังนี้ $T_c = 31, \chi = 1, \chi' = 1$ และ $C = 2$



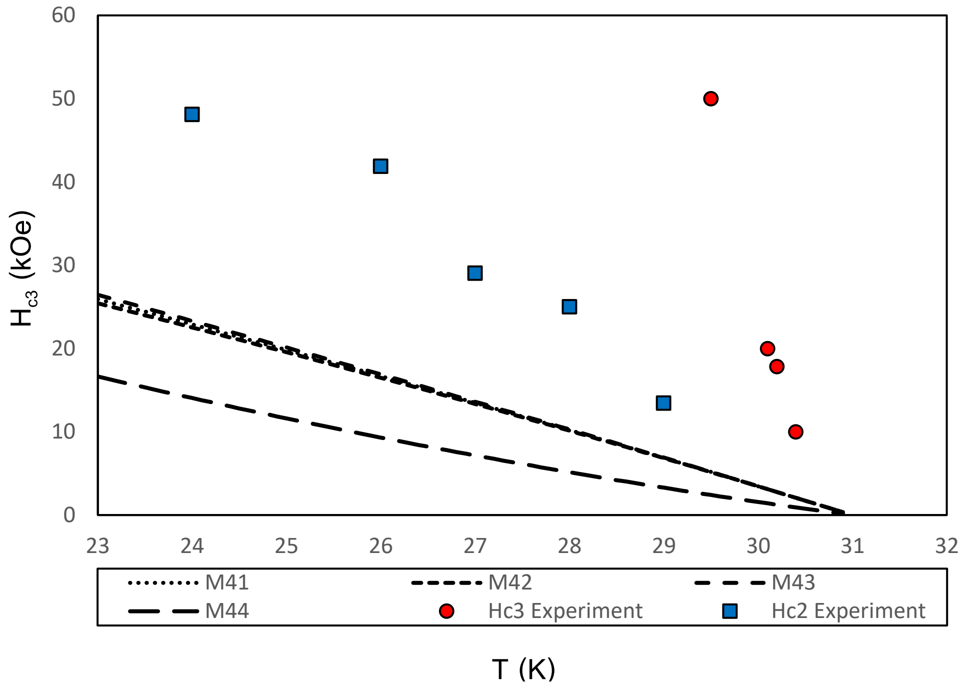
ภาพประกอบ 36 ความสัมพันธ์ระหว่าง H_{c3} (kOe) กับ T (K) ของสนามแม่เหล็กวิกฤตเชิงผิวที่ขึ้นกับอุณหภูมิกรณีที่ 1



ภาพประกอบ 37 ความสัมพันธ์ระหว่าง H_{c3} (kOe) กับ T (K) ของสนามแม่เหล็กวิกฤตเชิงผิวที่ขึ้นกับอุณหภูมิกรณีที่ 2



ภาพประกอบ 38 ความสัมพันธ์ระหว่าง H_{c3} (kOe) กับ T (K) ของสนามแม่เหล็กวิกฤตเชิงผิวที่ขึ้นกับอุณหภูมิกรณีที่ 3



ภาพประกอบ 39 ความสัมพันธ์ระหว่าง H_{c3} (kOe) กับ T (K) ของสนามแม่เหล็กวิกฤตเชิงผิวที่ขึ้นกับอุณหภูมิกรณีที่ 4

1.2 **ขึ้นกับทิศทาง** (Anisotropic superconductors)

สนามแม่เหล็กวิกฤตเชิงผิวที่ขึ้นกับอุณหภูมิของตัวนำยวดยิ่งแบบแม่เหล็กแบบสองแถบพลังงานและแถบพลังงานขึ้นกับทิศทางสามารถคำนวณได้ ดังสมการ

$$H_{c3}=\frac{\frac{1.66}{\alpha_0}\left[\frac{\alpha_1 C^2\left\langle f_1^2\left(\hat{k}\right)\right\rangle-\alpha_2\left\langle f_2^2\left(\hat{k}\right)\right\rangle}{C^2\left\langle f_1^2\left(\hat{k}\right)\right\rangle-\left\langle f_2^2\left(\hat{k}\right)\right\rangle}\right]H_{c2}-\left(\chi-\chi'\right)H_{c2}}{(1+\chi')} \tag{4.2}$$

โดย $\left\langle f_i^2\left(\hat{k}\right)\right\rangle$ คือฟังก์ชันความไม่สมมาตรของช่องว่างพลังงาน, $i=1,2$ และเมื่อกำหนดให้ $\left\langle f_1^2\left(\hat{k}\right)\right\rangle=1$ และ $\left\langle f_2^2\left(\hat{k}\right)\right\rangle=1$ สนามแม่เหล็กวิกฤตเชิงผิวที่มีช่องว่างพลังงานขึ้นกับทิศทางจะสามารถลดรูปเป็นสนามแม่เหล็กวิกฤตเชิงผิวที่มีช่องว่างพลังงานไม่ขึ้นกับทิศทางดังกล่าวอยู่ในหัวข้อ 1.1

สนามแม่เหล็กวิกฤตที่ 2 ที่ขึ้นกับอุณหภูมิของตัวนำยวดยิ่งแบบแม่เหล็กแบบสองแถบพลังงานและแถบพลังงานขึ้นกับทิศทาง (A. Changjan & Udomsamuthirun, 2011a) สามารถคำนวณได้ ดังสมการ

$$H_{c2} = \frac{-m(\alpha_1+\alpha_2+4\varepsilon\varepsilon_1\Omega m)}{\hbar e(1+\chi)(1-4\varepsilon_1^2\Omega m^2)} + \frac{m(\alpha_1\alpha_2+\Omega\varepsilon^2)}{\hbar e(1+\chi)(\alpha_1+\alpha_2+4\varepsilon\varepsilon_1\Omega m)} \tag{4.3}$$

โดย $\Omega = \dfrac{\left\langle f_1(\hat{k}) f_2(\hat{k}) \right\rangle^2}{\left\langle f_1^2(\hat{k}) \right\rangle \left\langle f_2^2(\hat{k}) \right\rangle}$ และลดรูปเป็นสมการสนามแม่เหล็กวิกฤตที่สองแบบ 1 แถบพลังงานที่มีช่องว่างพลังงานขึ้นกับทิศทางได้ (A. Changjan & Udomsamuthirun, 2011b)

1.2.1 ผลของสนามแม่เหล็กวิกฤตเชิงผิวด้วยวิธี trial (Trial method)

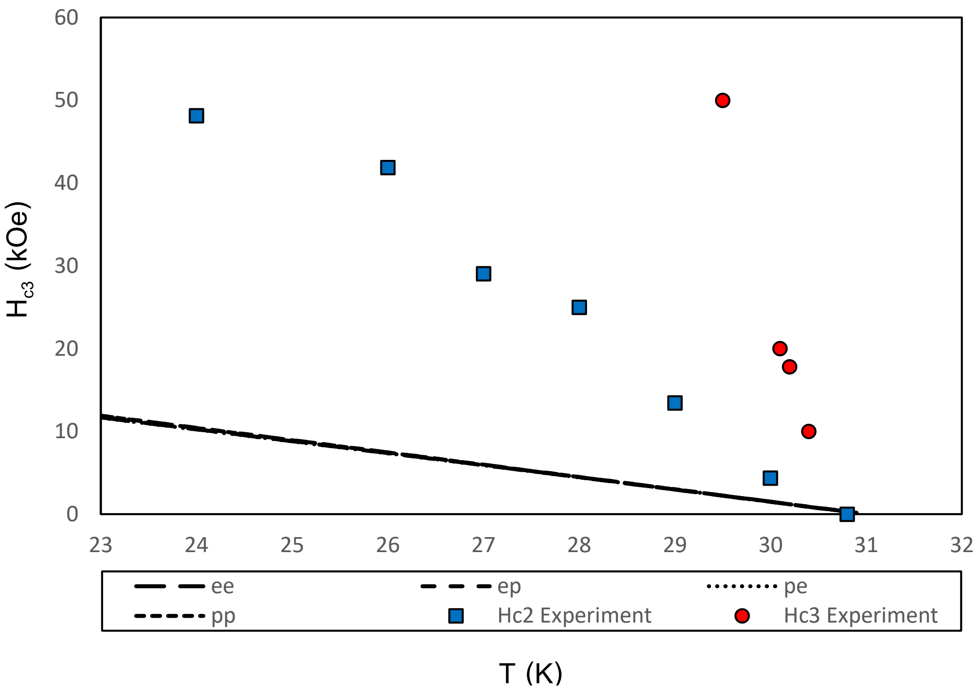
จากสมการที่ (4.2) เราใช้วิธี trial method พิจารณาฟังก์ชันอุณหภูมิและความไม่สมมาตรของช่องว่างพลังงานแบบไขว้ทั้งหมด 64 รูปแบบ โดยจำแนกการขึ้นกับอุณหภูมิออกเป็น 4 กรณีประกอบด้วย กรณีที่ 1: M11, M12, M13 และ M14 กรณีที่ 2: M21, M22, M23, M24 กรณีที่ 3: M31, M32, M33, M34 และกรณีที่ 4: M41, M42, M43, M44 โดยในแต่ละกรณีจำแนกฟังก์ชันความไม่สมมาตรของช่องว่างพลังงานเป็นรูปทรงรี-ทรงรี (e-e), รูปทรงรี-แพนเค้ก (e-p), รูปทรงแพนเค้ก-ทรงรี (p-e) และรูปทรงแพนเค้ก-แพนเค้ก (p-p) ทำให้รวมมีรูปแบบที่พิจารณาทั้งหมด 64 รูปแบบ โดยเทียบกับผลการทดลองของตัวนำยวดยิ่ง Fe based: KFeSe (Tsindlekht et al., 2011) ซึ่งกำหนดให้ $\chi = 1$ และ $\chi' = 1$

การขึ้นกับอุณหภูมิและความไม่สมมาตรของช่องว่างพลังงานแบบไขว้ของ M11: M11-e-e, M11-e-p, M11-p-e และ M11-p-p แสดงในภาพประกอบ 36

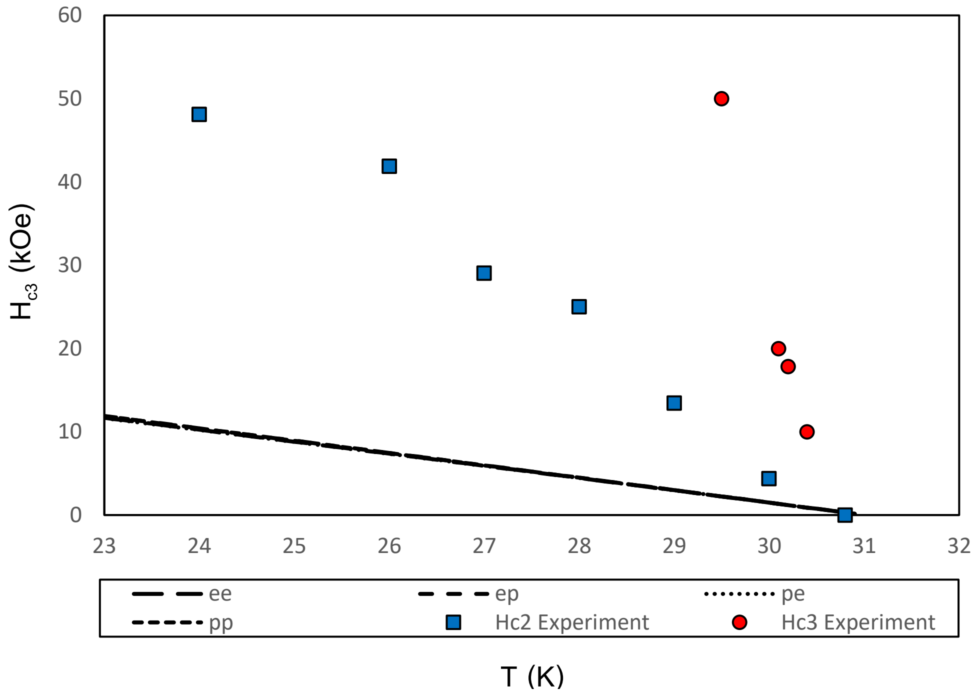
การขึ้นกับอุณหภูมิและความไม่สมมาตรของช่องว่างพลังงานแบบไขว้ของ M12 กำหนดให้ M12-e-e: $a = 0.1$ และ $b = 0.5$, M12-e-p: $a = 0.1$ และ $b = 40$, M12-p-e: $a = 1$ และ $b = 0.5$ และ M12-p-p: $a = 1$ และ $b = 40$ แสดงในภาพประกอบ 37

การขึ้นกับอุณหภูมิและความไม่สมมาตรของช่องว่างพลังงานแบบไขว้ของ M13 กำหนดให้ M13-e-e: $a = 0.5$ และ $b = 0.1$, M13-e-p: $a = 0.5$ และ $b = 1$, M13-p-e: $a = 40$ และ $b = 0.1$ และ M13-p-p: $a = 40$ และ $b = 1$ แสดงในภาพประกอบ 38

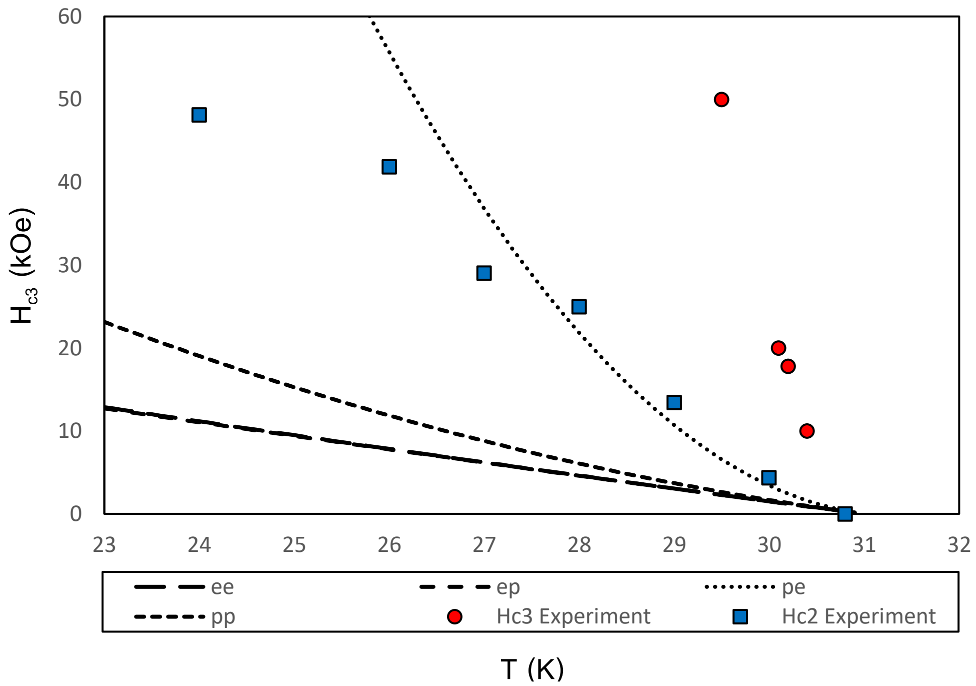
การขึ้นกับอุณหภูมิและความไม่สมมาตรของช่องว่างพลังงานแบบไขว้ของ M14: $p=1$ และ $q=11$ กำหนดให้ M14-e-e: $a=0.5$ และ $b=0.1$, M14-e-p: $a=0.5$ และ $b=1$, M14-p-e: $a=40$ และ $b=0.1$ และ M14-p-p: $a=40$ และ $b=1$ แสดงในภาพประกอบ 39



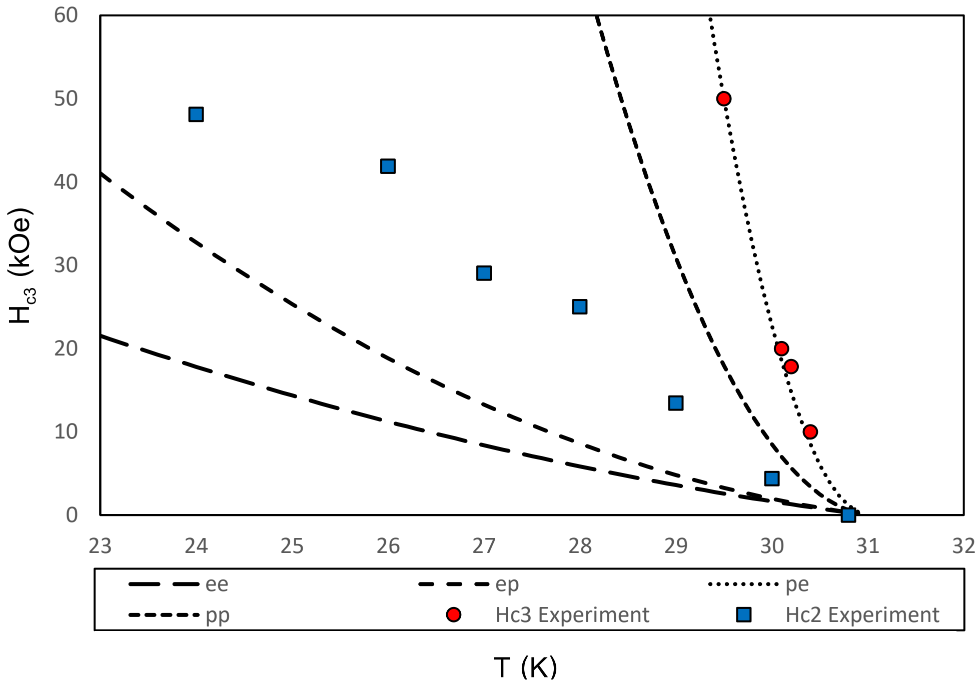
ภาพประกอบ 40 ความสัมพันธ์ระหว่าง H_{c3} (kOe) กับ T (K) ของสนามแม่เหล็กวิกฤตเชิงผิวที่ขึ้นกับอุณหภูมิและทิศทางของ M11



ภาพประกอบ 41 ความสัมพันธ์ระหว่าง H_{c3} (kOe) กับ T (K) ของสนามแม่เหล็กวิกฤตเชิงผิวที่ขึ้นกับอุณหภูมิและทิศทางของ M12



ภาพประกอบ 42 ความสัมพันธ์ระหว่าง H_{c3} (kOe) กับ T (K) ของสนามแม่เหล็กวิกฤตเชิงผิวที่ขึ้นกับอุณหภูมิและทิศทางของ M13



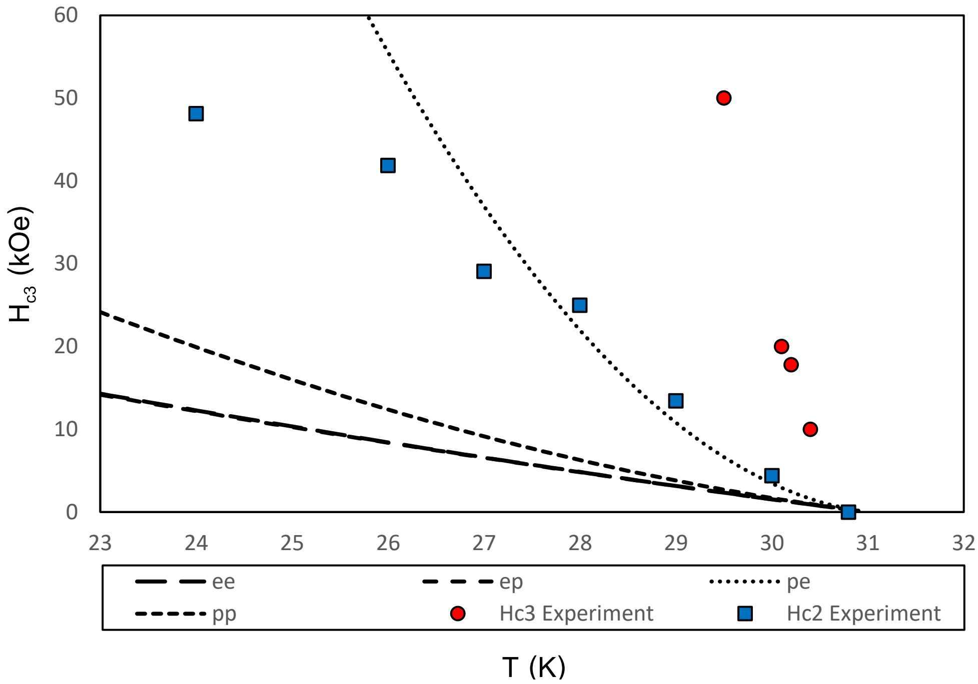
ภาพประกอบ 43 ความสัมพันธ์ระหว่าง H_{c3} (kOe) กับ T (K) ของสนามแม่เหล็กวิกฤตเชิงผิวที่ขึ้นกับอุณหภูมิและทิศทางของ M14

การขึ้นกับอุณหภูมิและความไม่สมมาตรของช่องว่างพลังงานแบบไขว้ของ M21 กำหนดให้ M21-e-e: $a=0.5$ และ $b=0.1$, M21-e-p: $a=0.5$ และ $b=1$,M21-p-e: $a=40$ และ $b=0.1$ และ M21-p-p: $a=40$ และ $b=1$ แสดงในภาพประกอบ 40

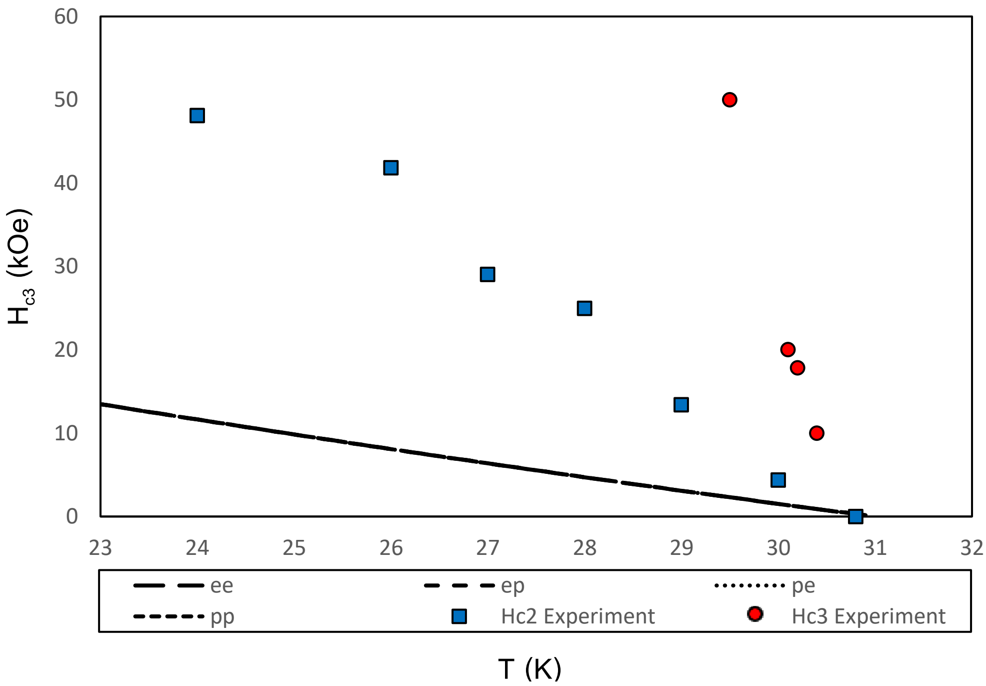
การขึ้นกับอุณหภูมิและความไม่สมมาตรของช่องว่างพลังงานแบบไขว้ของ M22: M22-e-e, M22-e-p, M22-p-e และ M22-p-p แสดงในภาพประกอบ 41

การขึ้นกับอุณหภูมิและความไม่สมมาตรของช่องว่างพลังงานแบบไขว้ของ M23 กำหนดให้ M23-e-e: $a=0.5$ และ $b=0.1$, M23-e-p: $a=0.5$ และ $b=1$,M23-p-e: $a=40$ และ $b=0.1$ และ M23-p-p: $a=40$ และ $b=1$ แสดงในภาพประกอบ 42

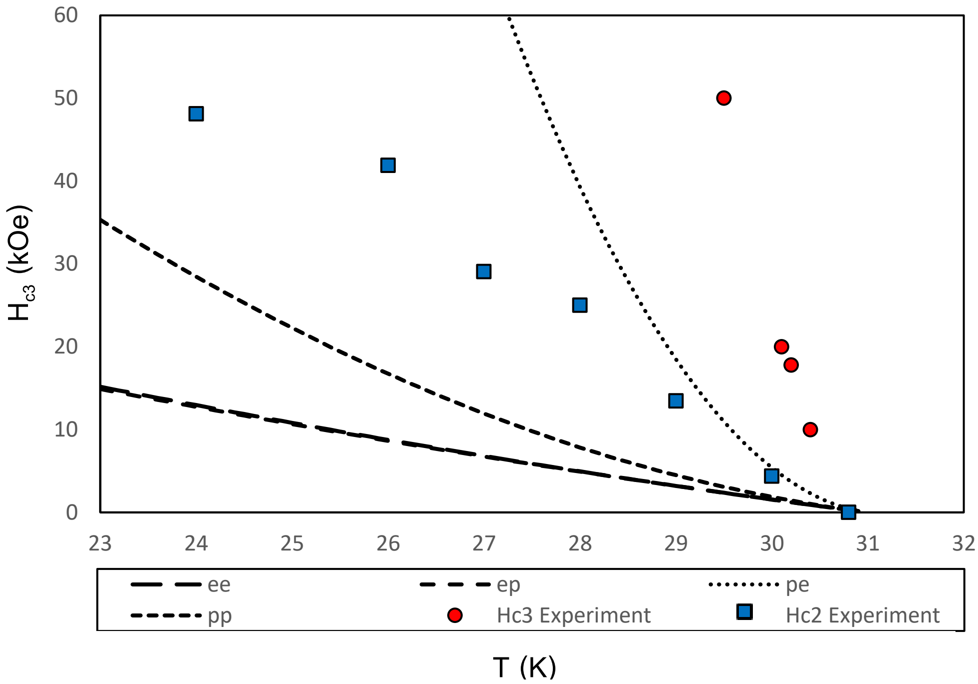
การขึ้นกับอุณหภูมิและความไม่สมมาตรของช่องว่างพลังงานแบบไขว้ของ M24: $p=1$ และ $q=11$ กำหนดให้ M24-e-e: $a=0.5$ และ $b=0.1$, M24-e-p: $a=0.5$ และ $b=1$, M24-p-e: $a=40$ และ $b=0.1$ และ M24-p-p: $a=40$ และ $b=1$ แสดงในภาพประกอบ 43



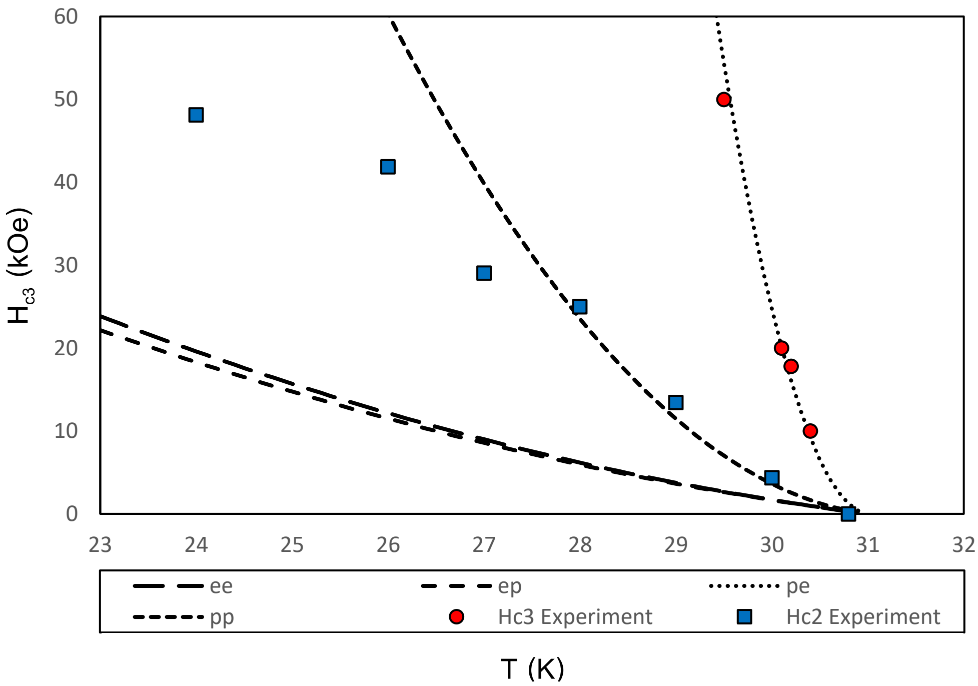
ภาพประกอบ 44 ความสัมพันธ์ระหว่าง H_{c3} (kOe) กับ T (K) ของสนามแม่เหล็กวิกฤตเชิงผิวที่ขึ้นกับอุณหภูมิและทิศทางของ M21



ภาพประกอบ 45 ความสัมพันธ์ระหว่าง H_{c3} (kOe) กับ T (K) ของสนามแม่เหล็กวิกฤตเชิงผิวที่ขึ้นกับอุณหภูมิและทิศทางของ M22



ภาพประกอบ 46 ความสัมพันธ์ระหว่าง H_{c3} (kOe) กับ T (K) ของสนามแม่เหล็กวิกฤตเชิงผิวที่ขึ้นกับอุณหภูมิและทิศทางของ M23



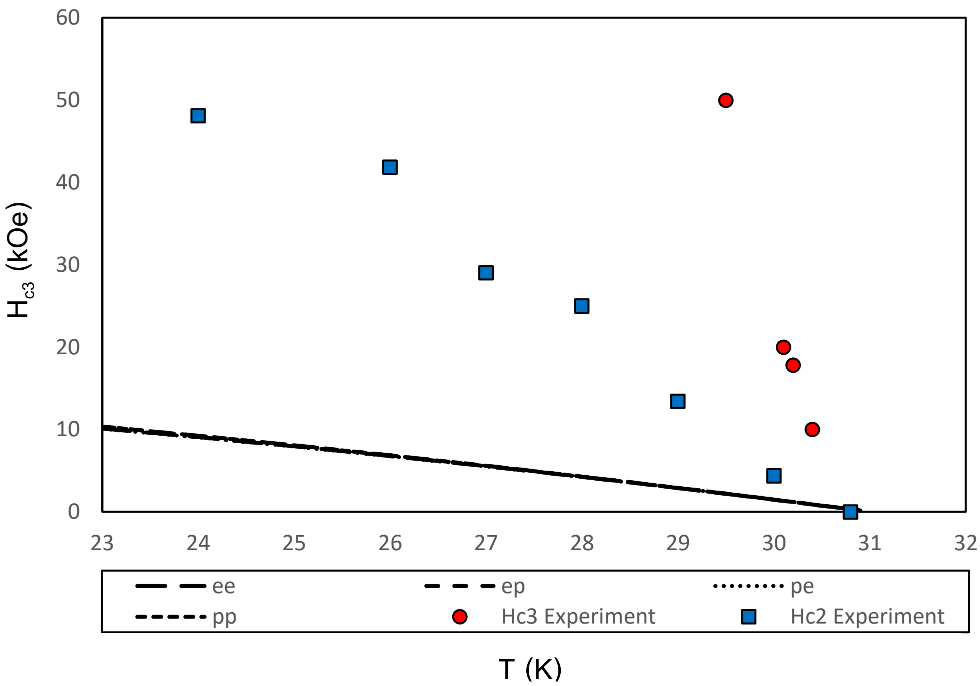
ภาพประกอบ 47 ความสัมพันธ์ระหว่าง H_{c3} (kOe) กับ T (K) ของสนามแม่เหล็กวิกฤตเชิงผิวที่ขึ้นกับอุณหภูมิและทิศทางของ M24

การขึ้นกับอุณหภูมิและความไม่สมมาตรของช่องว่างพลังงานแบบไขว้ของ M31 กำหนดให้ M31-e-e: $a=0.1$ และ $b=0.5$, M31-e-p: $a=0.1$ และ $b=40$, M31-p-e: $a=1$ และ $b=0.5$ และ M31-p-p: $a=1$ และ $b=40$ แสดงในภาพประกอบ 44

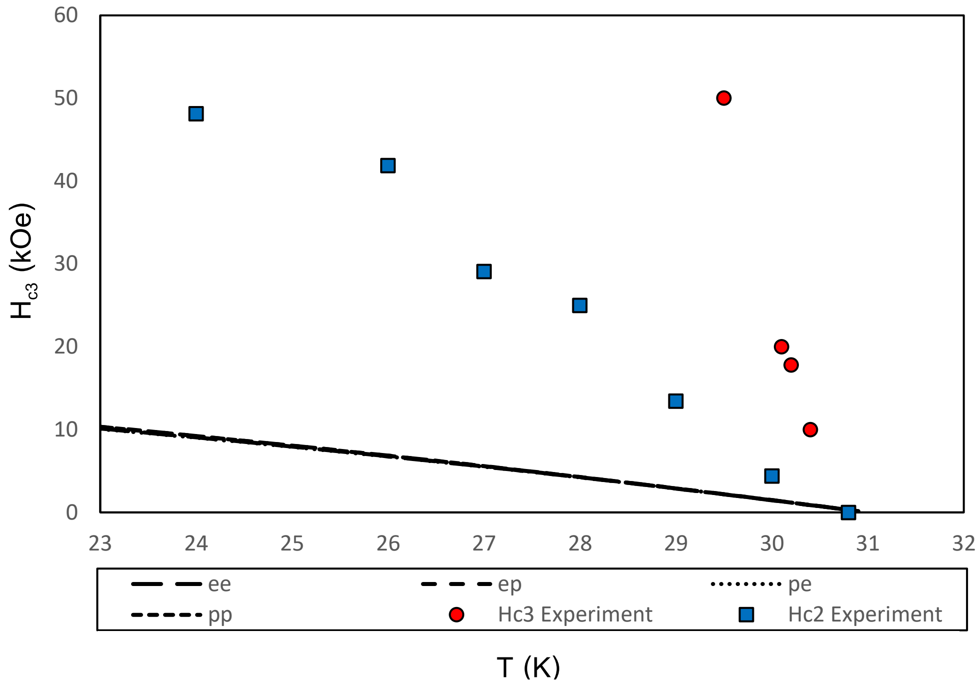
การขึ้นกับอุณหภูมิและความไม่สมมาตรของช่องว่างพลังงานแบบไขว้ของ M32 กำหนดให้ M32-e-e: $a=0.1$ และ $b=0.5$, M32-e-p: $a=0.1$ และ $b=40$,M32-p-e: $a=1$ และ $b=0.5$ และ M32-p-p: $a=1$ และ $b=40$ แสดงในภาพประกอบ 45

การขึ้นกับอุณหภูมิและความไม่สมมาตรของช่องว่างพลังงานแบบไขว้ของ M33: M33-e-e, M33-e-p, M33-p-e และ M33-p-p แสดงในภาพประกอบ 46

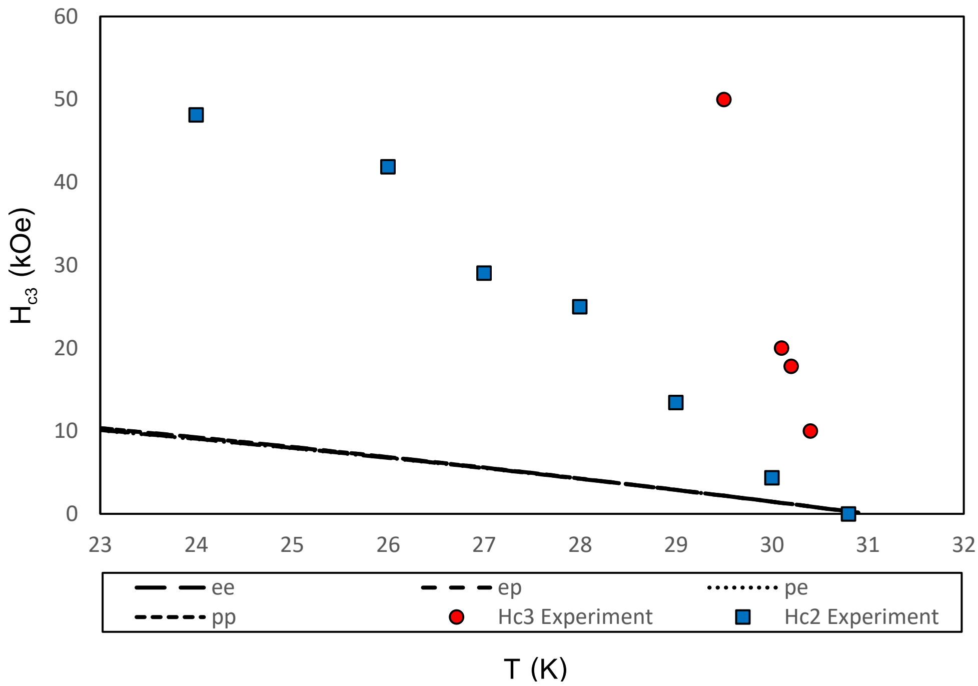
การขึ้นกับอุณหภูมิและความไม่สมมาตรของช่องว่างพลังงานแบบไขว้ของ M34: $p=1$ และ $q=11$ กำหนดให้ M34-e-e: $a=0.5$ และ $b=0.1$, M34-e-p: $a=0.5$ และ $b=1$, M34-p-e: $a=40$ และ $b=0.1$ และ M34-p-p: $a=40$ และ $b=1$ แสดงในภาพประกอบ 47



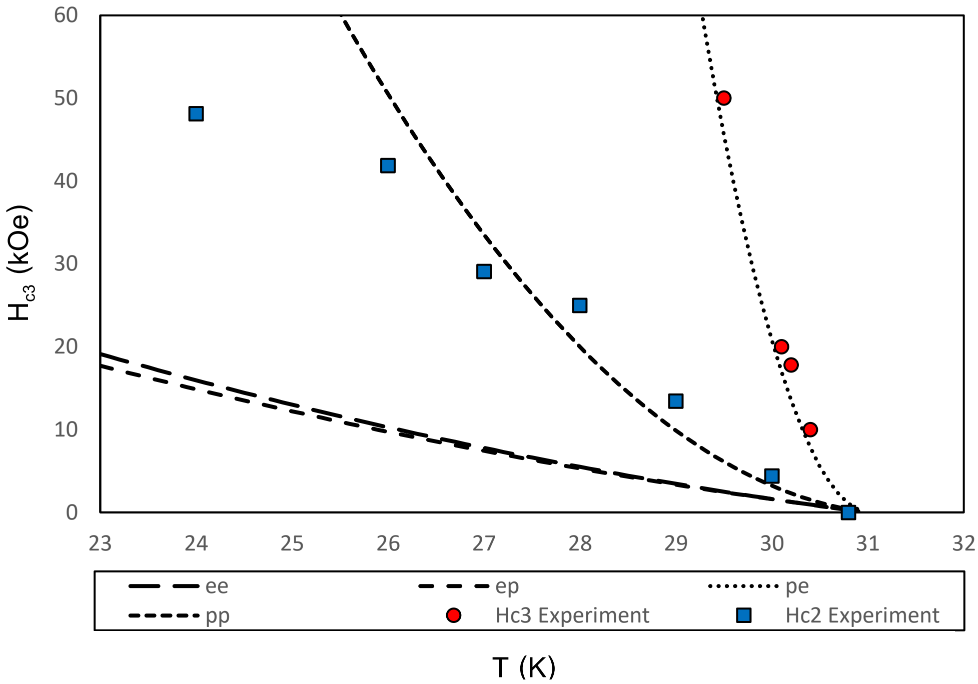
ภาพประกอบ 48 ความสัมพันธ์ระหว่าง H_{c3} (kOe) กับ T (K) ของสนามแม่เหล็กวิกฤตเชิงผิวที่ขึ้นกับอุณหภูมิและทิศทางของ M31



ภาพประกอบ 49 ความสัมพันธ์ระหว่าง H_{c3} (kOe) กับ T (K) ของสนามแม่เหล็กวิกฤตเชิงผิวที่ขึ้นกับอุณหภูมิและทิศทางของ M32



ภาพประกอบ 50 ความสัมพันธ์ระหว่าง H_{c3} (kOe) กับ T (K) ของสนามแม่เหล็กวิกฤตเชิงผิวที่ขึ้นกับอุณหภูมิและทิศทางของ M33



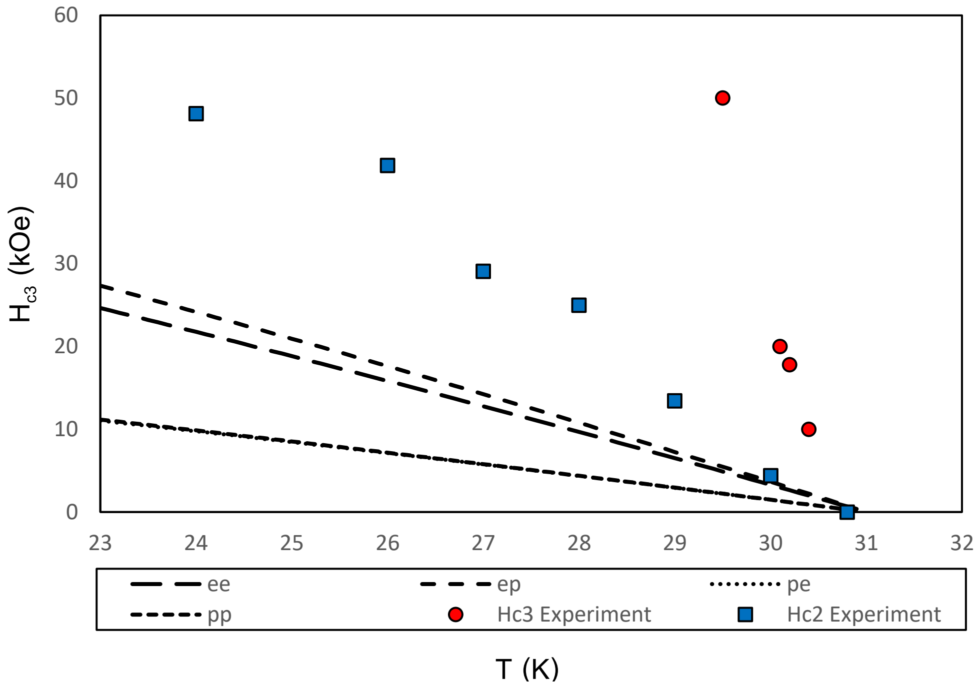
ภาพประกอบ 51 ความสัมพันธ์ระหว่าง H_{c3} (kOe) กับ T (K) ของสนามแม่เหล็กวิกฤตเชิงผิวที่ขึ้นกับอุณหภูมิและทิศทางของ M34

การขึ้นกับอุณหภูมิและความไม่สมมาตรของช่องว่างพลังงานแบบไขว้ของ M41: $p_1 = 1, q_1 = 0.5$ กำหนดให้ M41-e-e: $a = 0.1$ และ $b = 0.5$, M41-e-p: $a = 0.5$ และ $b = 1$, M41-p-e: $a = 1$ และ $b = 0.5$ และ M41-p-p: $a = 1$ และ $b = 40$ แสดงในภาพประกอบ 48

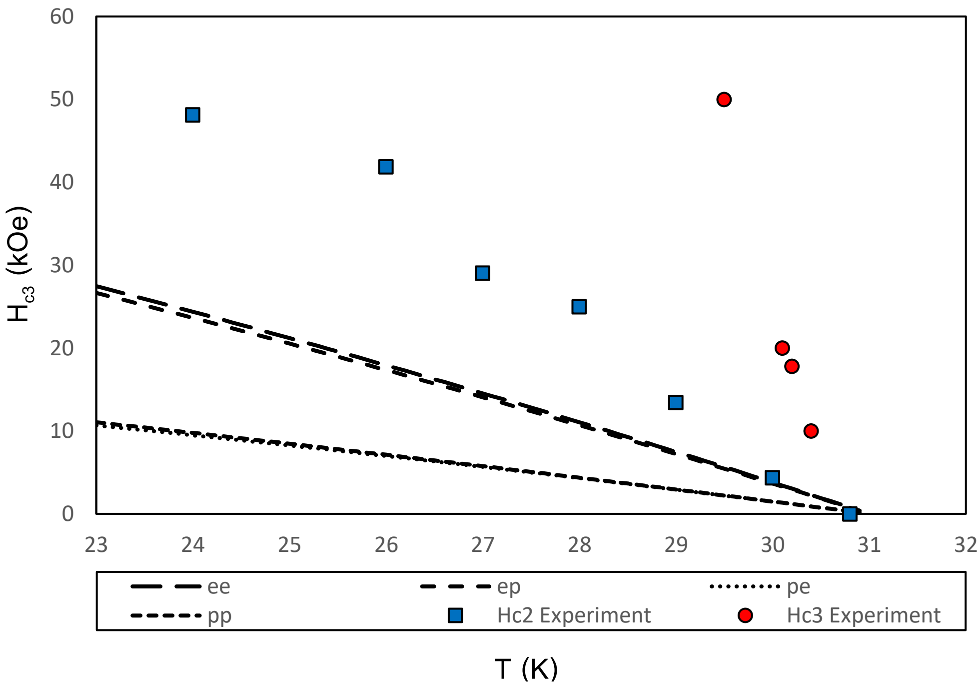
การขึ้นกับอุณหภูมิและความไม่สมมาตรของช่องว่างพลังงานแบบไขว้ของ M42: $p_1 = 1, q_1 = 0.5$ กำหนดให้ M42-e-e: $a = 0.5$ และ $b = 0.1$, M42-e-p: $a = 0.5$ และ $b = 1$,M42-p-e: $a = 1$ และ $b = 0.5$ และ M42-p-p: $a = 1$ และ $b = 40$ แสดงในภาพประกอบ 49

การขึ้นกับอุณหภูมิและความไม่สมมาตรของช่องว่างพลังงานแบบไขว้ของ M43: $p_1 = 1, q_1 = 0.5$ กำหนดให้ M43-e-e: $a = 0.5$ และ $b = 0.1$, M43-e-p: $a = 0.5$ และ $b = 1$,M43-p-e: $a = 40$ และ $b = 0.1$ และ M43-p-p: $a = 40$ และ $b = 1$ แสดงในภาพประกอบ 50

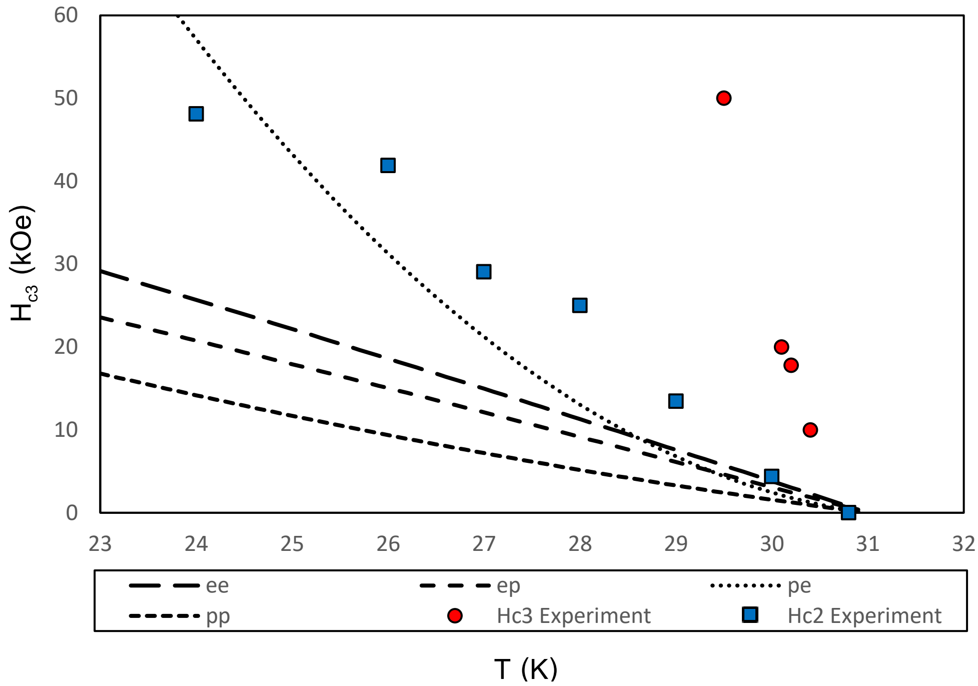
การขึ้นกับอุณหภูมิและความไม่สมมาตรของช่องว่างพลังงานแบบไขว้ของ M44: $p_1 = 1, q_1 = 0.5$, $p_2 = 1$ และ $q_2 = 11$ กำหนดให้ M44-e-e: $a = 0.5$ และ $b = 0.1$, M44-e-p: $a = 0.5$ และ $b = 1$, M44-p-e: $a = 40$ และ $b = 0.1$ และ M44-p-p: $a = 40$ และ $b = 1$ แสดงในภาพประกอบ 51



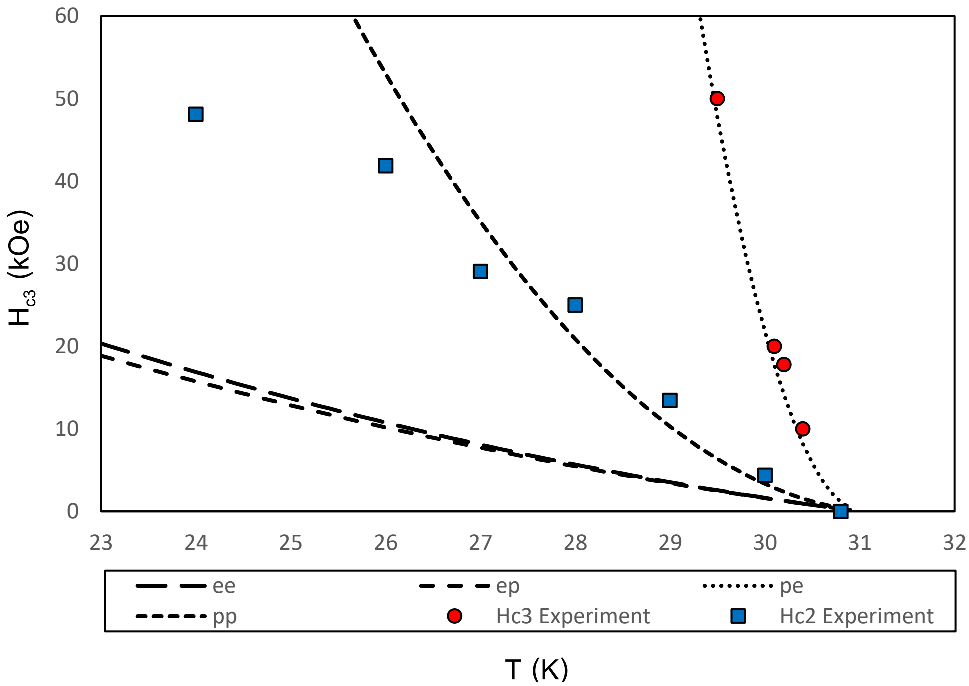
ภาพประกอบ 52 ความสัมพันธ์ระหว่าง H_{c3} (kOe) กับ T (K) ของสนามแม่เหล็กวิกฤตเชิงผิวที่ขึ้นกับอุณหภูมิและทิศทางของ M41



ภาพประกอบ 53 ความสัมพันธ์ระหว่าง H_{c3} (kOe) กับ T (K) ของสนามแม่เหล็กวิกฤตเชิงผิวที่ขึ้นกับอุณหภูมิและทิศทางของ M42

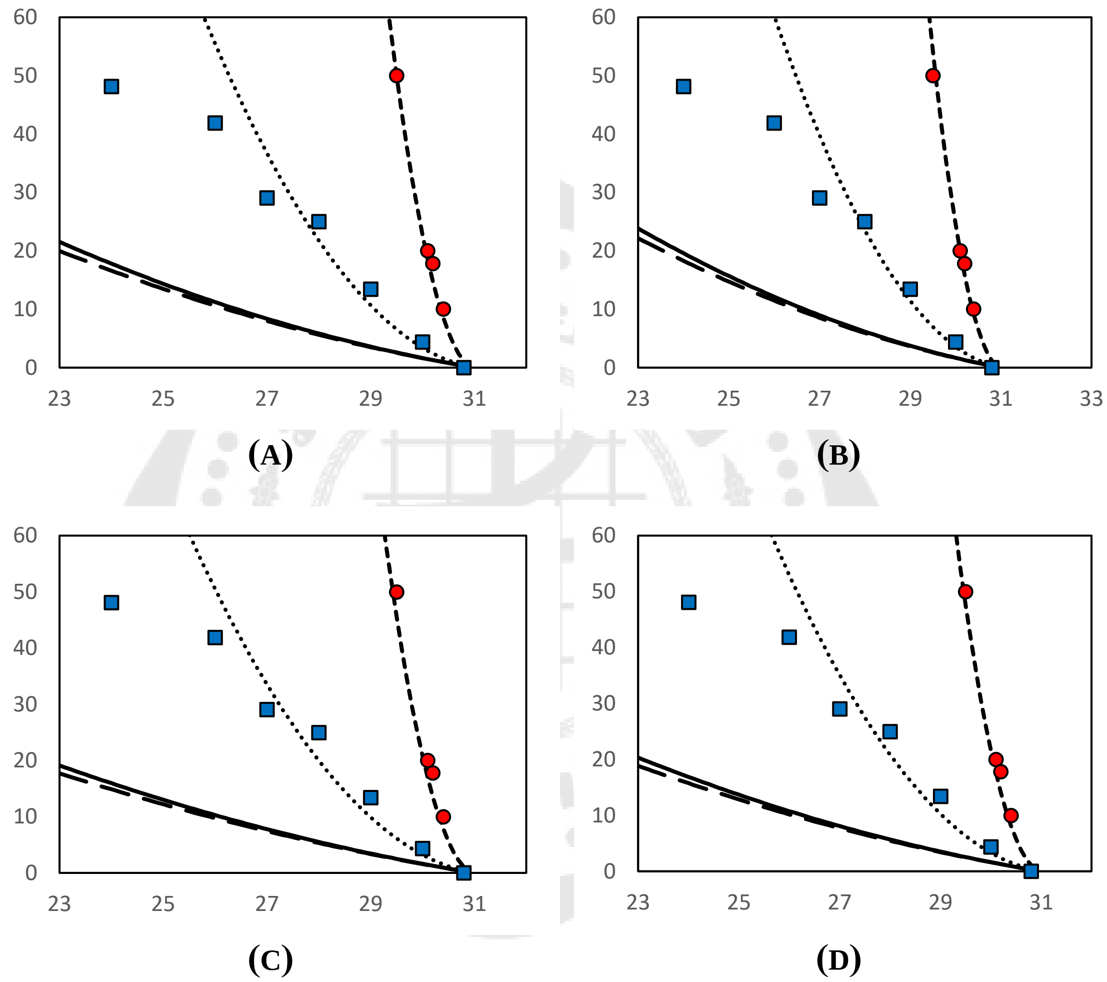


ภาพประกอบ 54 ความสัมพันธ์ระหว่าง H_{c3} (kOe) กับ T (K) ของสนามแม่เหล็กวิกฤตเชิงผิวที่ขึ้นกับอุณหภูมิและทิศทางของ M43



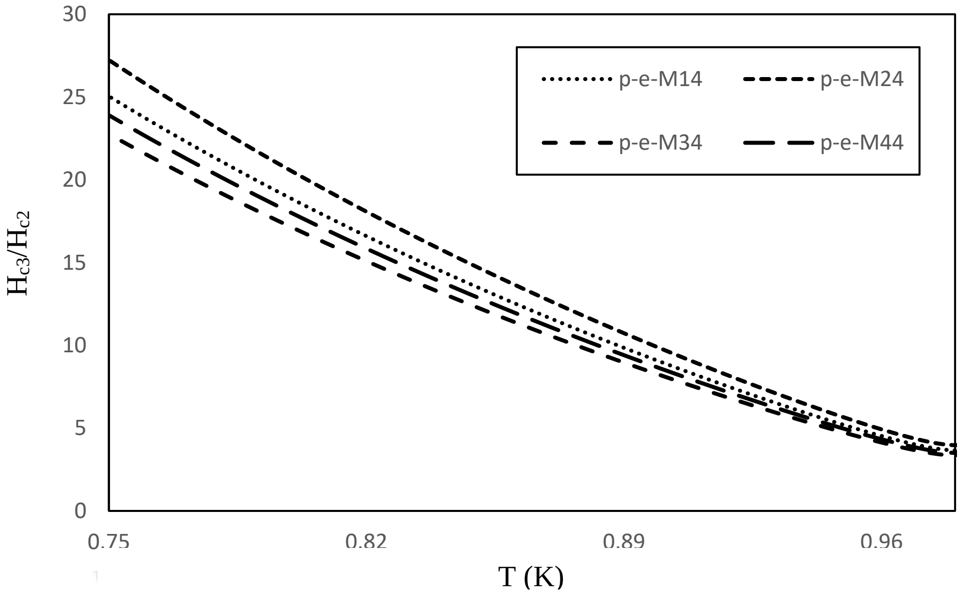
ภาพประกอบ 55 ความสัมพันธ์ระหว่าง H_{c3} (kOe) กับ T (K) ของสนามแม่เหล็กวิกฤตเชิงผิวที่ขึ้นกับอุณหภูมิและทิศทางของ M44

จากภาพประกอบ 36-51 พบว่าเมื่อใช้ฟังก์ชันอุณหภูมิของชั่งจันทร์และอุดมสมุทรหิรัญในแถบพลังงานงานที่ 2 ของทุกกรณี ได้แก่ M14, M24, M34 และ M44 จะให้ผลสอดคล้องกับผลการทดลอง KFeSe (Tsindlekht et al., 2011) สรุปได้ดังภาพประกอบ 52



ภาพประกอบ 56 ความสัมพันธ์ระหว่าง H_{c3} (kOe) กับ T (K) ของสนามแม่เหล็กวิกฤตเชิงผิวที่ขึ้นกับอุณหภูมิและทิศทางแบบไขว้ของ (A) M14 (B) M24 (C) M34 และ (D) M44 โดยแกน X คืออุณหภูมิ (K) และแกน Y คือสนามแม่เหล็กวิกฤตเชิงผิว (kOe)

จากข้อมูลในภาพประกอบ 32 จึงพิจารณาความสัมพันธ์อัตราส่วนระหว่างสนามแม่เหล็กวิกฤตเชิงผิวกับสนามแม่เหล็กวิกฤตที่ 2 ของ M14, M24, M34 และ M44 เทียบกับผลการทดลอง KFeSe (Tsindlekht et al., 2011) พบว่าอัตราส่วนที่ได้สอดคล้องกับผลการทดลองคือมีค่าประมาณ 4.4 ($H_{c3}/H_{c2} \approx 4.4$) ที่อุณหภูมิใกล้เคียงอุณหภูมิวิกฤต ดังภาพประกอบ 33



ภาพประกอบ 57 อัตราส่วนสนามแม่เหล็กวิกฤตเชิงผิวกับสนามแม่เหล็กวิกฤตที่ 2 ของ M14, M24, M34 และ M44

ผลการทดลองที่ได้มาจากการวิเคราะห์กราฟ H_{c3} และ H_{c2} ของ KFeSe ในลักษณะโพลิโนเมียลกำลังสอง ซึ่งผลจากการ trial สอดคล้องกับผลการทดลองที่ช่วงใกล้อุณหภูมิวิกฤต และเพื่อให้ได้ผลที่ดียิ่งขึ้นจึงวิเคราะห์ผลเพิ่มเติมโดยใช้วิธี iteration ดังในหัวข้อ 1.2.2

1.2.2 **ผลของสนามแม่เหล็กวิกฤตเชิงผิวด้วยวิธี** iteration (Iteration method)

จากสมการสนามแม่เหล็กวิกฤตเชิงผิว ดังสมการ (4.2) และสมการสนามแม่เหล็กวิกฤตที่ 2 ดังสมการ (4.3) เราใช้วิธี iteration method พิจารณาฟังก์ชันอุณหภูมิและความไม่สมมาตรของช่องว่างพลังงาน ซึ่งพิจารณาเฉพาะฟังก์ชันอุณหภูมิของชั่งจันทร์และอุดมสมุทรหิรัญทั้งในแถบพลังงานที่ 1 และแถบพลังงานที่ 2 โดยจัดรูปสมการทั้งสองให้อยู่ในรูปสมการโพลิโนเมียลกำลังสองในเทอมของอุณหภูมิ ดังสมการ (4.4) และ (4.5) ตามลำดับ

$$H_{c3}\left(T\right)=1.66H_{c2}\left[k_1+k_2\frac{T}{T_c}+k_3\left(\frac{T}{T_c}\right)^2\right] \tag{4.4}$$

$$H_{c2}\left(T\right)=H_{c2}^0+R_2\frac{T}{T_c}+R_3\left(\frac{T}{T_c}\right)^2 \tag{4.5}$$

จากสมการสนามแม่เหล็กวิกฤตเชิงผิวและสนามแม่เหล็กวิกฤตที่ 2 ในสมการ (4.4) และ (4.5) พบว่ามีพารามิเตอร์ที่สำคัญ 6 ตัว ประกอบด้วย $k_1, k_2, k_3, H_{c2}^0, R_1$ และ R_2 ดังสมการ

$$k_1=\frac{p_1C^2-p_2\dfrac{\left\langle f_2^2(k)\right\rangle}{\left\langle f_1^2(k)\right\rangle}+\dfrac{q_1}{2}C^2-\dfrac{q_2}{2}\dfrac{\left\langle f_2^2(k)\right\rangle}{\left\langle f_1^2(k)\right\rangle}}{\alpha_0(1+\chi')\left(C^2-\dfrac{\left\langle f_2^2(k)\right\rangle}{\left\langle f_1^2(k)\right\rangle}\right)} \tag{4.6}$$

$$k_2=\frac{-p_1C^2-q_1C^2+p_2\dfrac{\left\langle f_2^2(k)\right\rangle}{\left\langle f_1^2(k)\right\rangle}+q_2\dfrac{\left\langle f_2^2(k)\right\rangle}{\left\langle f_1^2(k)\right\rangle}}{\alpha_0(1+\chi')\left(C^2-\dfrac{\left\langle f_2^2(k)\right\rangle}{\left\langle f_1^2(k)\right\rangle}\right)} \tag{4.7}$$

$$k_3=\frac{\dfrac{q_1}{2}C^2-\dfrac{q_2}{2}\dfrac{\left\langle f_2^2(k)\right\rangle}{\left\langle f_1^2(k)\right\rangle}}{\alpha_0(1+\chi')\left(C^2-\dfrac{\left\langle f_2^2(k)\right\rangle}{\left\langle f_1^2(k)\right\rangle}\right)} \tag{4.8}$$

$$H_{c2}^0=\frac{-m(\alpha_{10}+\alpha_{20}+4\varepsilon\varepsilon_1\Omega m)}{\hbar e(1+\chi)(1-4\varepsilon_1^2\Omega m^2)}+\frac{m(\alpha_{10}\alpha_{20}-\Omega\varepsilon^2)}{\hbar e(1+\chi)(\alpha_{10}+\alpha_{20}+4\varepsilon\varepsilon_1\Omega m)} \tag{4.9}$$

$$R_1=\frac{m(p_1+p_2+q_1+q_2)}{\hbar e(1+\chi)(1-4\varepsilon_1^2\Omega m^2)}-\frac{m(2p_1p_2+\dfrac{3p_1q_2}{2}+\dfrac{3p_2q_1}{2}+q_1q_2)}{\hbar e(1+\chi)(\alpha_{10}+\alpha_{20}+4\varepsilon\varepsilon_1\Omega m)} \tag{4.10}$$

$$R_2 = \frac{-m(\frac{q_1}{2} + \frac{q_2}{2})}{\hbar e(1+\chi)(1-4\varepsilon_1^2\Omega m^2)} + \frac{m(p_1p_2 + \frac{3p_1q_2}{2} + \frac{3p_2q_1}{2} + \frac{q_1q_2}{2})}{\hbar e(1+\chi)(\alpha_{10}+\alpha_{20}+4\varepsilon\varepsilon_1\Omega m)} \quad (4.11)$$

พิจารณาผลการคำนวณอัตราส่วนระหว่างสนามแม่เหล็กวิกฤตเชิงผิวกับสนามแม่เหล็กวิกฤตที่ 2 เทียบกับผลการทดลองของตัวนำยวดยิ่ง Fe-based: KFeSe (Tsindlekht et al., 2011) ซึ่งมีพารามิเตอร์ที่คำนวณได้ด้วยวิธี iteration แสดงดังตาราง 6

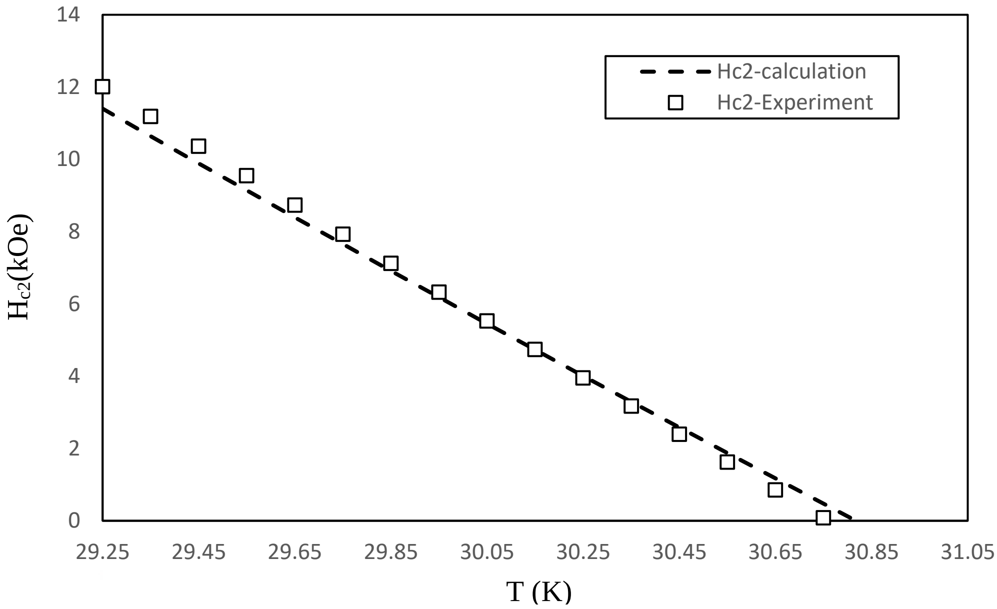
ตาราง 6 แสดงพารามิเตอร์ของตัวนำยวดยิ่ง KFeSe จาก iteration method

พารามิเตอร์ของ KFeSe	ค่าที่ได้	พารามิเตอร์ของ KFeSe	ค่าที่ได้
T_c	30.8	C	2
k_1	-1092.95	α_0	0.001
k_2	2285.32	χ	1
k_3	-1188.66	χ'	-0.72
H_{c2}^0	416.37	$m\hbar e$	300
R_1	-618.59	$\varepsilon_1 m$	0.1
R_2	202.35	ε	1
p_1	-0.888285	$\left\langle f_2^2(\hat{k})\right\rangle / \left\langle f_1^2(\hat{k})\right\rangle$	0.94555
p_2	-3.89599	$\left\langle f_1(\hat{k}) f_2(\hat{k})\right\rangle^2 / \left\langle f_1^2(\hat{k})\right\rangle \left\langle f_2^2(\hat{k})\right\rangle$	0.5
q_1	1	a_1	2.49785
q_2	7.79991	a_2	3.39198

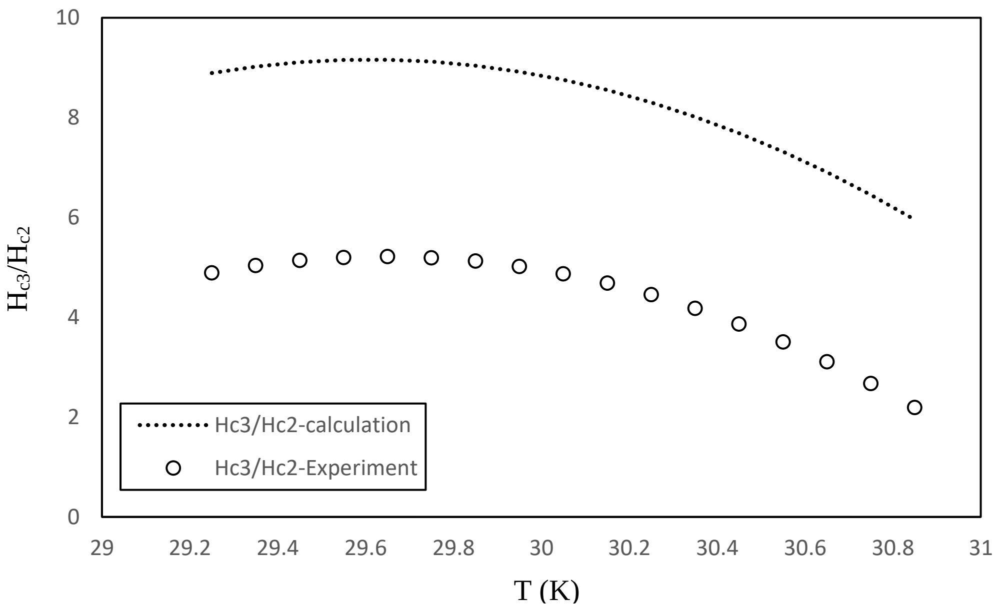
เมื่อแทนค่าพารามิเตอร์ลงในสมการ (4.4) และ (4.5) จะได้สมการโพลิโนเมียลดีกรีสองของสนามแม่เหล็กวิกฤตเชิงผิว และสนามแม่เหล็กวิกฤตที่ 2 ดังสมการ (4.12) และ (4.13) ตามลำดับ และจากการคำนวณของเราพบว่าสนามแม่เหล็กวิกฤตที่ 2 และอัตราส่วนระหว่างสนามแม่เหล็กวิกฤตเชิงผิวต่อสนามแม่เหล็กวิกฤตที่ 2 สอดคล้องกับผลการทดลองของตัวนำยวดยิ่ง KFeSe ดังภาพประกอบ 54 และ 55 ตามลำดับ

$$H_{c3}(T) = 1.66H_{c2}\left[-1092.95 + 2285.32\frac{T}{T_c} - 1188.66\left(\frac{T}{T_c}\right)^2\right] \tag{4.12}$$

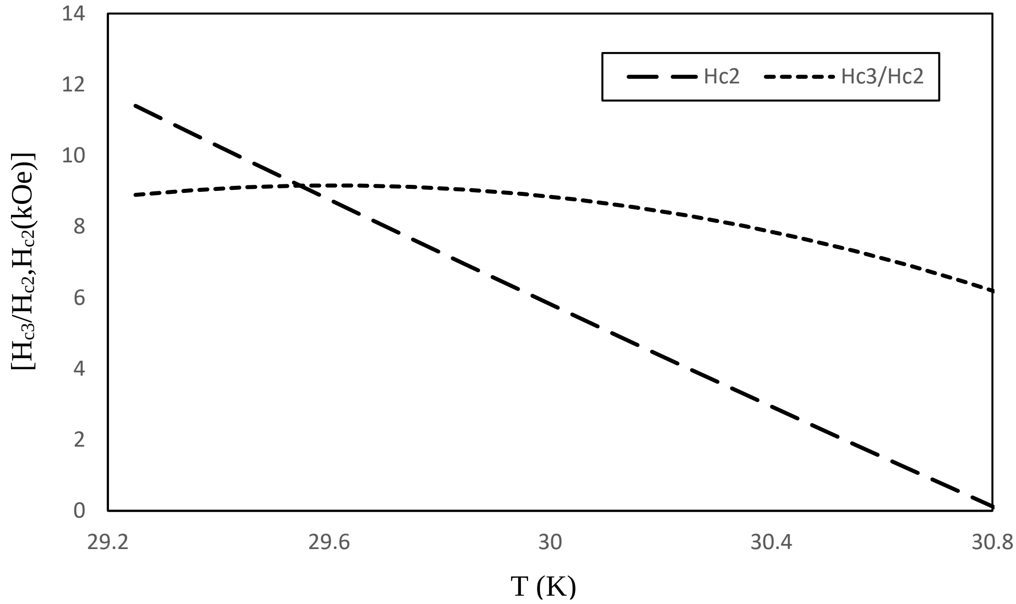
$$H_{c2}(T) = 416.37 - 618.59\frac{T}{T_c} + 202.35\left(\frac{T}{T_c}\right)^2 \tag{4.13}$$



ภาพประกอบ 58 H_{c2} เทียบกับ T เปรียบเทียบกับผลการทดลองของตัวนำยวดยิ่ง KFeSe



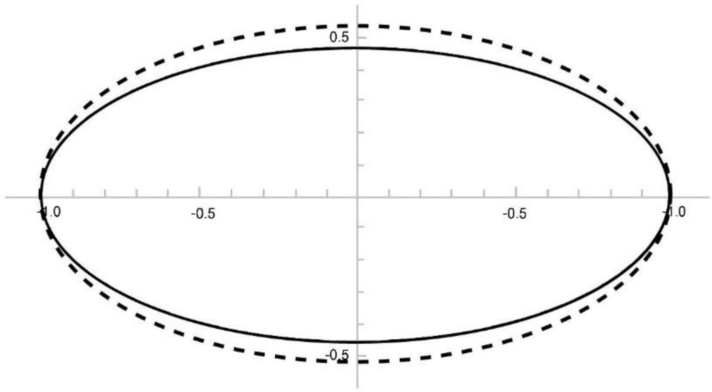
ภาพประกอบ 59 H_{c3}/H_{c2} เทียบกับ T เปรียบเทียบกับผลการทดลองของตัวนำยวดยิ่ง KFeSe



ภาพประกอบ 60 H_{c3}/H_{c2} และ H_{c2} เทียบกับ T ของตัวนำยวดยิ่ง KFeSe จากการคำนวณ

จากภาพประกอบ 56 แสดงพฤติกรรมของการขึ้นกับอุณหภูมิ (temperature-dependent) และการขึ้นกับความไม่สมมาตรของช่องว่างพลังงาน (anisotropic) ของอัตราส่วนสนามแม่เหล็กวิกฤตเชิงผิวต่อสนามแม่เหล็กวิกฤตที่ 2 $\left(\frac{H_{c3}(T)}{H_{c2}(T)}\right)$ และสนามแม่เหล็กวิกฤตที่ 2 $\left(H_{c2}(T)\right)$ ที่ได้จากการคำนวณจากสมการ (4.12) และ (4.13) เทียบกับอุณหภูมิ ซึ่งใช้อุณหภูมิวิกฤต 30.8 เคลวิน พบว่า $H_{c2}(T)$ จะมีค่าลดลงเมื่ออุณหภูมิเพิ่มขึ้น โดยมีค่าเท่ากับ 416.37 kOe ที่อุณหภูมิศูนย์เคลวิน และมีค่าเท่ากับศูนย์ที่อุณหภูมิวิกฤต ซึ่งอยู่ในช่วงเดียวกับผลจากการทดลองของตัวนำยวดยิ่ง KFeSe (Tsindlekht et al., 2011), (Mun et al., 2011) ในขณะที่ $\frac{H_{c3}(T)}{H_{c2}(T)}$ มีค่าลดลงที่อุณหภูมิเพิ่มขึ้นเช่นเดียวกัน โดย $\frac{H_{c3}(T)}{H_{c2}(T)}$ มีค่าประมาณ 6.2 ซึ่งมากกว่าผลจากการทดลองของตัวนำยวดยิ่ง KFeSe ที่มีค่า $\frac{H_{c3}(T)}{H_{c2}(T)} \approx 4.4$ (Tsindlekht et al., 2011) และมากกว่าสมการดั้งเดิมของเจมส์และเจนเนสที่มีค่า $\frac{H_{c3}(T)}{H_{c2}(T)} \approx 1.66$ (Saint-James & Gennes, 1963) จากผลที่ได้เราพบว่าพารามิเตอร์แม่เหล็ก χ และ χ' ส่งผลให้อัตราส่วนที่เราคำนวณได้มีค่าสูงกว่า

เมื่อพิจารณาความไม่สมมาตรของช่องว่างพลังงาน พบว่าความไม่สมมาตรของช่องว่างพลังงานเป็นรูปทรงแพนเค้กลักษณะใกล้เคียงกัน ทั้งในแถบพลังงานที่ 1 และแถบพลังงานที่ 2 ดังภาพประกอบ 57 โดยฟังก์ชันความไม่สมมาตรรูปทรงแพนเค้ก คือ $\left(f(\theta) = \frac{1}{\sqrt{1+a_i \cos^2\theta}}, i=1,2 \right)$ เมื่อ $\frac{\left\langle f_2^2(\hat{k}) \right\rangle}{\left\langle f_1^2(\hat{k}) \right\rangle} = 0.94555$ และ $\Omega = \frac{\left\langle f_1(\hat{k}) f_2(\hat{k}) \right\rangle^2}{\left\langle f_1^2(\hat{k}) \right\rangle \left\langle f_2^2(\hat{k}) \right\rangle} = 0.5$ โดยมีพารามิเตอร์ความไม่สมมาตรแถบพลังงานที่ 1: $a_1 = 2.49785$ (แสดงด้วยเส้นทึบ) และพารามิเตอร์ความไม่สมมาตรแถบพลังงานที่ 2: $a_2 = 3.39198$ (แสดงด้วยเส้นประ)



ภาพประกอบ 61 ความไม่สมมาตรของช่องว่างพลังงานรูปทรงแพนเค้กในแถบพลังงานที่ 1 และแถบพลังงานที่ 2 ของตัวนำยวดยิ่ง KFeSe

พิจารณาผลการคำนวณอัตราส่วนระหว่างสนามแม่เหล็กวิกฤตเชิงผิวกับสนามแม่เหล็กวิกฤตที่ 2 เทียบกับผลการทดลองของตัวนำยวดยิ่ง cuprate: LaSrCuO-a, LaSrCuO-c (Felner, Tsindlekht, Drachuck, & Keren, 2013) ซึ่งมีพารามิเตอร์ที่คำนวณได้ด้วยวิธี iteration แสดงดังตาราง 7 และตาราง 8

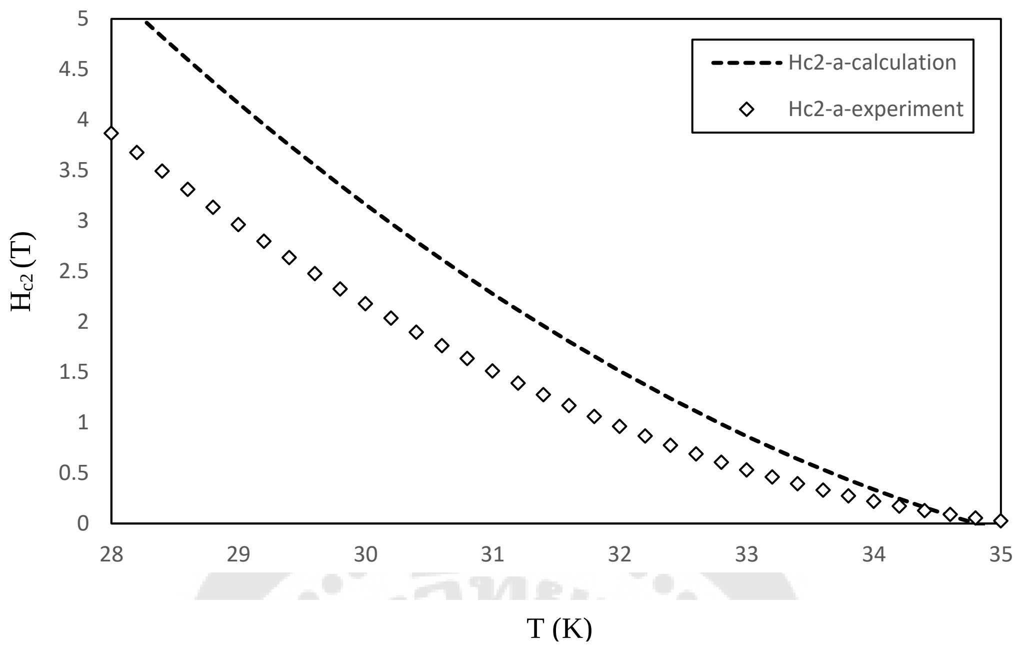
ตาราง 7 แสดงพารามิเตอร์ของตัวนำยวดยิ่ง LaSrCuO-a จาก iteration method

พารามิเตอร์ของ LaSrCuO-a	ค่าที่ได้	พารามิเตอร์ของ LaSrCuO-a	ค่าที่ได้
T_c	34.8	C	2
k_1	3.69	α_0	0.1
k_2	-1.12	χ	-0.2
k_3	-2.41	χ'	0.1
H_{c2}^{0}	84.728	$m\hbar e$	10
R_1	-156.42	$\varepsilon_1 m$	0.1
R_2	71.694	ε	1
p_1	-1.0951	$\left\langle f_2^2(\hat{k})\right\rangle / \left\langle f_1^2(\hat{k})\right\rangle$	357.941
p_2	1.05829	$\left\langle f_1(\hat{k})\, f_2(\hat{k})\right\rangle^2 / \left\langle f_1^2(\hat{k})\right\rangle \left\langle f_2^2(\hat{k})\right\rangle$	0.5
q_1	-10	a_1	919525
q_2	-0.980902	a_2	3.33332

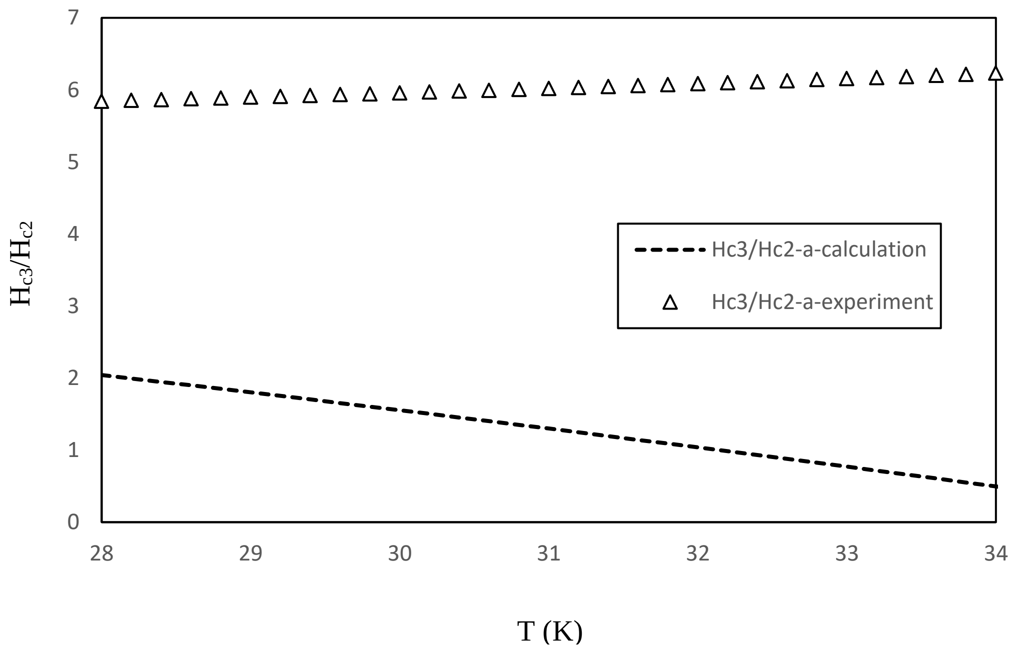
เมื่อแทนค่าพารามิเตอร์จากตาราง 7 ลงในสมการ (4.4) และ (4.5) จะได้สมการโพลิโนเมียลดีกรีสองของสนามแม่เหล็กวิกฤตเชิงผิว และสนามแม่เหล็กวิกฤตที่ 2 ดังสมการ (4.14) และ (4.15) ตามลำดับ และจากการคำนวณของเราพบว่าสนามแม่เหล็กวิกฤตที่ 2 และอัตราส่วนระหว่างสนามแม่เหล็กวิกฤตเชิงผิวต่อสนามแม่เหล็กวิกฤตที่ 2 สอดคล้องกับผลการทดลองของตัวนำยวดยิ่ง LaSrCuO-a ดังภาพประกอบ 58 และ 59

$$H_{c3}(T) = 1.66 H_{c2}\left[3.69 - 1.12\frac{T}{T_c} - 2.41\left(\frac{T}{T_c}\right)^2\right] \tag{4.14}$$

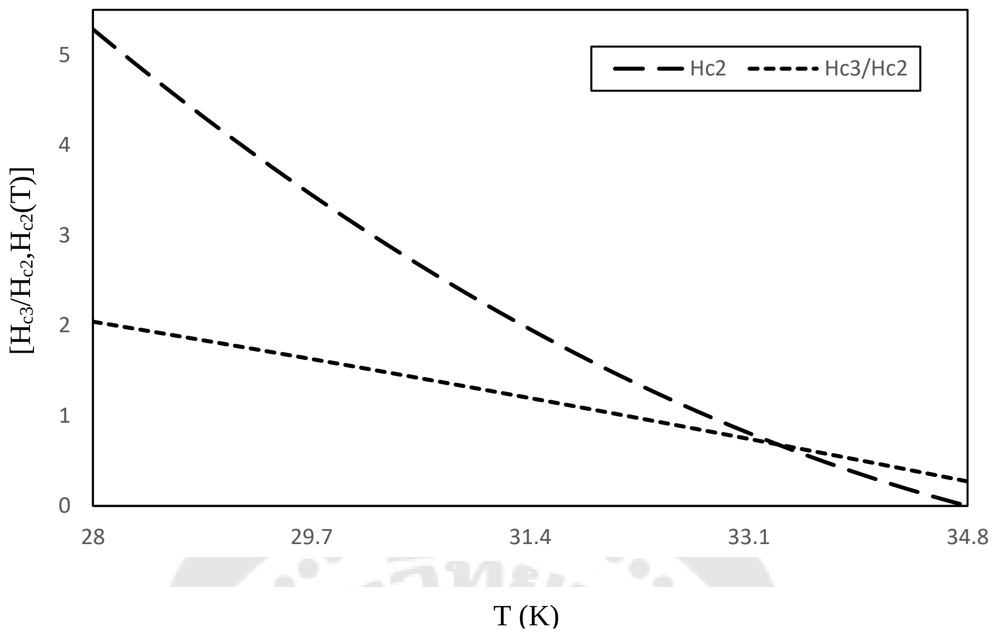
$$H_{c2}(T) = 84.728 - 156.42\frac{T}{T_c} + 71.694\left(\frac{T}{T_c}\right)^2 \tag{4.15}$$



ภาพประกอบ 62 H_{c2} เทียบกับ T เปรียบเทียบกับผลการทดลองของตัวนำยวดยิ่ง LaSrCuO-a



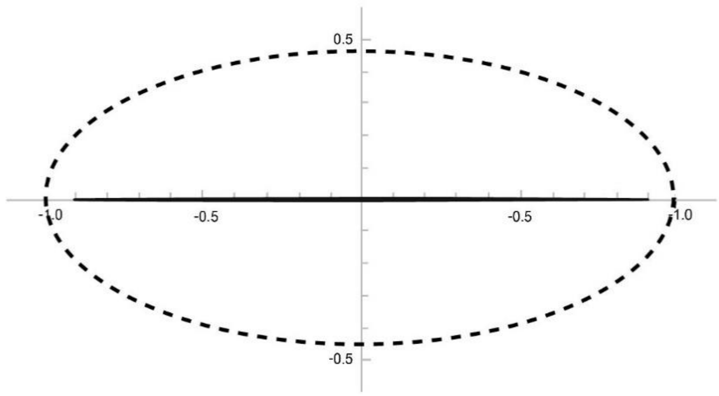
ภาพประกอบ 63 H_{c3}/H_{c2} เทียบกับ T เปรียบเทียบกับผลการทดลองของตัวนำยวดยิ่ง LaSrCuO-a



ภาพประกอบ 64 H_{c3}/H_{c2} และ H_{c2} เทียบกับ T ของตัวนำยวดยิ่ง LaSrCuO-a จากการคำนวณ

จากภาพประกอบ 60 แสดงพฤติกรรมของการขึ้นกับอุณหภูมิ (temperature-dependent) และการขึ้นกับความไม่สมมาตรของช่องว่างพลังงาน (anisotropic) ของอัตราส่วนสนามแม่เหล็กวิกฤตเชิงผิวต่อสนามแม่เหล็กวิกฤตที่ 2 $\left(\frac{H_{c3}^{a}(T)}{H_{c3}^{a}(T)}\right)$ และสนามแม่เหล็กวิกฤตที่ 2 $\left(H_{c2}^{a}(T)\right)$ ที่ได้จากการคำนวณจากสมการ (4.12) และ (4.13) เทียบกับอุณหภูมิ ซึ่งใช้อุณหภูมิวิกฤต 30.8 เคลวิน พบว่า $H_{c2}^{a}(T)$ จะมีค่าลดลงเมื่ออุณหภูมิเพิ่มขึ้น โดยมีค่าเท่ากับ 84.728 เทสลา ที่อุณหภูมิศูนย์เคลวิน และมีค่าเท่ากับศูนย์ที่อุณหภูมิวิกฤต ซึ่งอยู่ในช่วงเดียวกับผลจากการทดลองของตัวนำยวดยิ่ง LaSrCuO (Varshney, Shah, & Singh, 1996) ในขณะที่ $\frac{H_{c3}^{a}(T)}{H_{c3}^{a}(T)}$ มีค่าลดลงที่อุณหภูมิเพิ่มขึ้นเช่นเดียวกัน โดย $\frac{H_{c3}^{a}(T)}{H_{c3}^{a}(T)}$ มีค่าประมาณ 0.3 ซึ่งน้อยกว่าผลจากการทดลองของตัวนำยวดยิ่ง LaSrCuO ที่มีค่า $\frac{H_{c3}^{a}(T)}{H_{c3}^{a}(T)} \approx 4.2$ (Zhu et al., 2008) และน้อยกว่าสมการดั้งเดิมของเจมส์และเจนเนสที่มีค่า $\frac{H_{c3}(T)}{H_{c3}(T)} \approx 1.66$ (Saint-James & Gennes, 1963)

เมื่อพิจารณาความไม่สมมาตรของช่องว่างพลังงาน พบว่าความไม่สมมาตรของช่องว่างพลังงานเป็นรูปทรงแพนเค้กทั้งในแถบพลังงานที่ 1 (แสดงด้วยเส้นทึบ) และแถบพลังงานที่ 2 (แสดงด้วยเส้นประ) แต่ในแถบพลังงานที่ 1 มีลักษณะแพนเค้กบีบแฟ่บ (flat band) ดังภาพประกอบ 61 โดยฟังก์ชันความไม่สมมาตรรูปทรงแพนเค้ก คือ $\left(f(\theta)=\dfrac{1}{\sqrt{1+a_i\cos^2\theta}}, i=1,2 \right)$ เมื่อ $\dfrac{\left\langle f_2^2(\hat{k})\right\rangle}{\left\langle f_1^2(\hat{k})\right\rangle}=357.941$ และ $\Omega=\dfrac{\left\langle f_1(\hat{k})f_2(\hat{k})\right\rangle^2}{\left\langle f_1^2(\hat{k})\right\rangle\left\langle f_2^2(\hat{k})\right\rangle}=0.5$ โดยที่มีพารามิเตอร์ความไม่สมมาตรแถบพลังงานที่ 1: $a_1=919525$ และพารามิเตอร์ความไม่สมมาตรแถบพลังงานที่ 2: $a_2=3.33332$



ภาพประกอบ 65 ความไม่สมมาตรของช่องว่างพลังงานรูปทรงแพนเค้กในแถบพลังงานที่ 1 และแถบพลังงานที่ 2 ของตัวนำยวดยิ่ง LaSrCuO-a

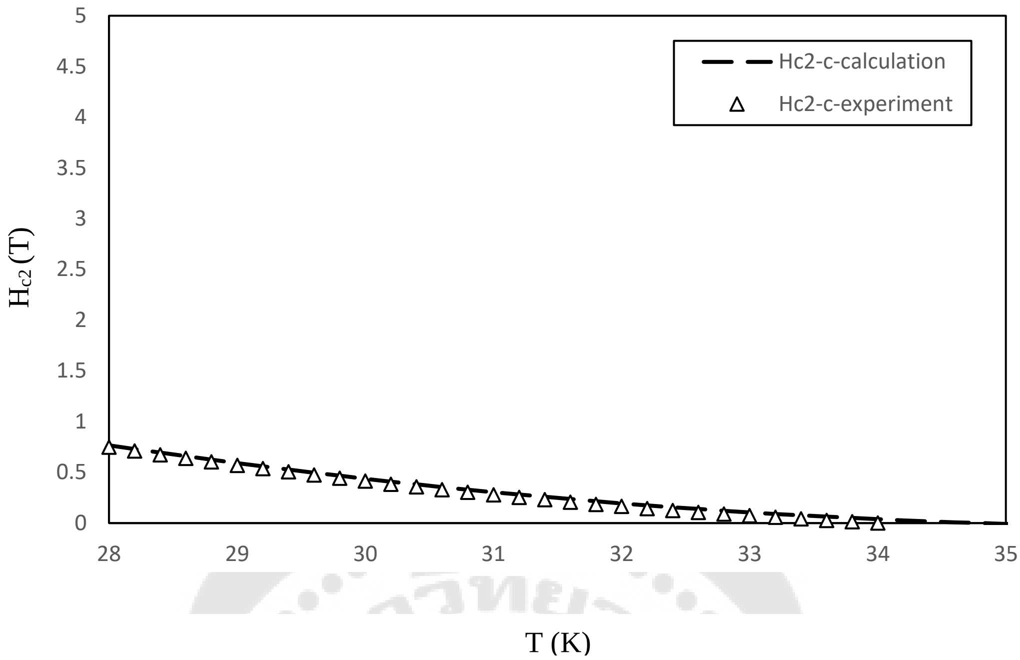
ตาราง 8 แสดงพารามิเตอร์ของตัวนำยวดยิ่ง LaSrCuO-c จาก iteration method

พารามิเตอร์ของ LaSrCuO-c	ค่าที่ได้	พารามิเตอร์ของ LaSrCuO-c	ค่าที่ได้
T_c	34.8	C	2
k_1	2.598	α_0	0.1
k_2	1.352	χ	1
k_3	-2.991	χ'	-4.2
H_{c2}^0	14.4466	$m\hbar e$	10
R_1	-27.526	$\varepsilon_1 m$	0.1
R_2	13.079	ε	1
p_1	2.38547	$\left\langle f_2^2(\hat{k})\right\rangle / \left\langle f_1^2(\hat{k})\right\rangle$	31.5626
p_2	-1.827	$\left\langle f_1(\hat{k}) f_2(\hat{k})\right\rangle^2 / \left\langle f_1^2(\hat{k})\right\rangle \left\langle f_2^2(\hat{k})\right\rangle$	0.5
q_1	-10	a_1	7050.9
q_2	1.48924	a_2	3.33228

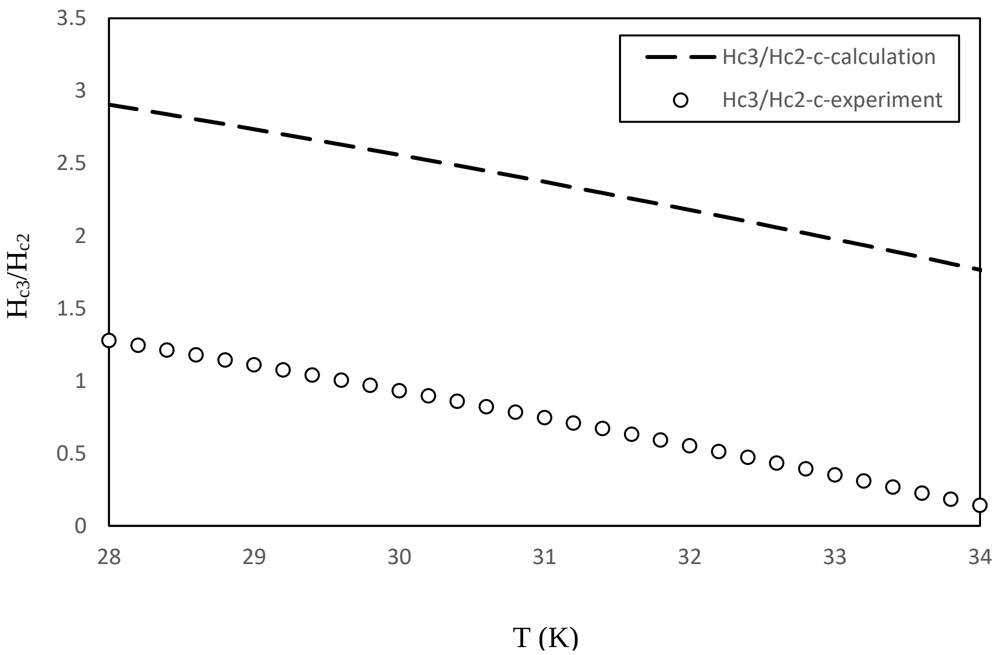
เมื่อแทนค่าพารามิเตอร์ลงในสมการ (4.3) และ (4.4) จะได้สมการโพลิโนเมียลดีกรีสองของสนามแม่เหล็กวิกฤตเชิงผิว และสนามแม่เหล็กวิกฤตที่ 2 ดังสมการ (4.16) และ (4.17) ตามลำดับ และจากการคำนวณของเราพบว่าสนามแม่เหล็กวิกฤตที่ 2 และอัตราส่วนระหว่างสนามแม่เหล็กวิกฤตเชิงผิวต่อสนามแม่เหล็กวิกฤตที่ 2 สอดคล้องกับผลการทดลองของตัวนำยวดยิ่ง LaSrCuO-c ดังภาพประกอบ 62 และ 63

$$H_{c3}\left(T\right) = 1.66 H_{c2}\left[2.60 - 1.35\frac{T}{T_c} - 2.99\left(\frac{T}{T_c}\right)^2\right] \tag{4.16}$$

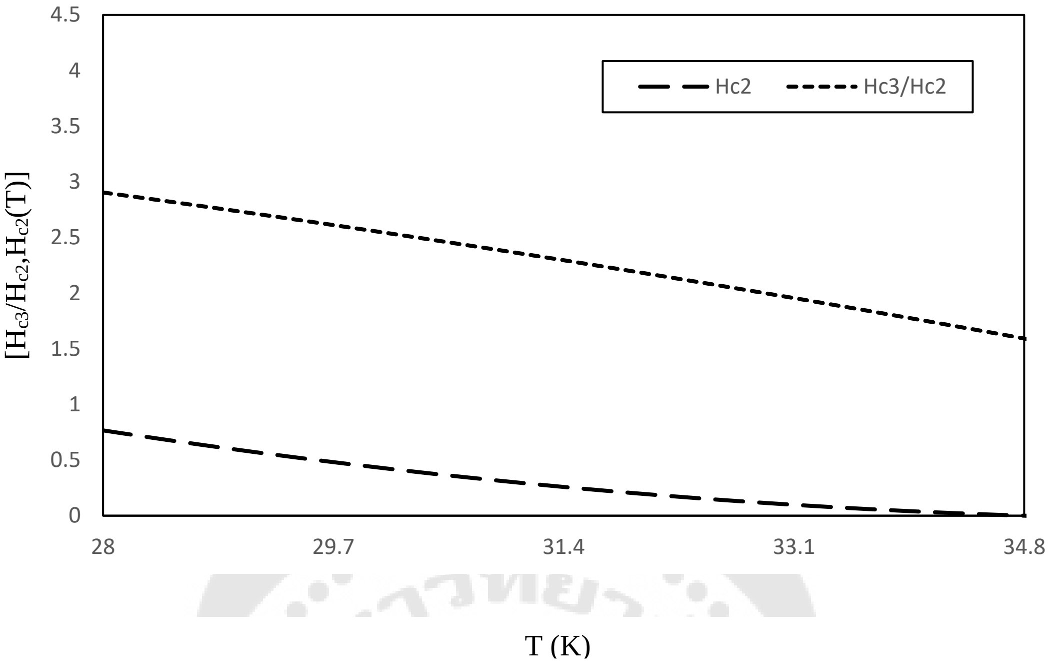
$$H_{c2}\left(T\right) = 14.447 - 27.526\frac{T}{T_c} + 13.079\left(\frac{T}{T_c}\right)^2 \tag{4.17}$$



ภาพประกอบ 66 H_{c2} เทียบกับ T เปรียบเทียบกับผลการทดลองของตัวนำยวดยิ่ง LaSrCuO-c



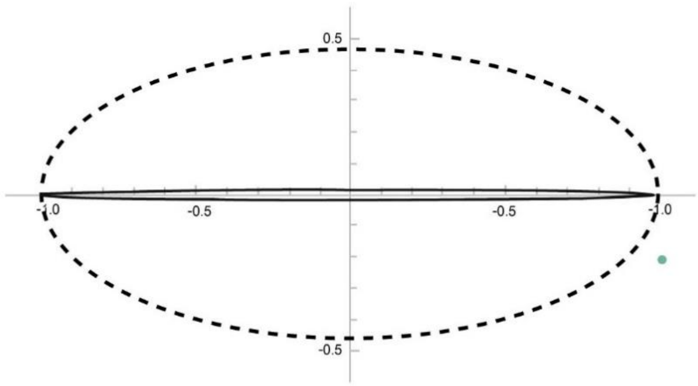
ภาพประกอบ 67 H_{c3}/H_{c2} เทียบกับ T เปรียบเทียบกับผลการทดลองของตัวนำยวดยิ่ง LaSrCuO-c



ภาพประกอบ 68 H_{c3}/H_{c2} และ H_{c2} เทียบกับ T ของตัวนำยวดยิ่ง LaSrCuO-c จากการคำนวณ

จากภาพประกอบ 64 แสดงพฤติกรรมของการขึ้นกับอุณหภูมิ (temperature-dependent) และการขึ้นกับความไม่สมมาตรของช่องว่างพลังงาน (anisotropic) ของอัตราส่วนสนามแม่เหล็กวิกฤตเชิงผิวต่อสนามแม่เหล็กวิกฤตที่ 2 $\left(\frac{H_{c3}^{c}(T)}{H_{c3}^{c}(T)}\right)$ และสนามแม่เหล็กวิกฤตที่ 2 $\left(H_{c2}^{c}(T)\right)$ ที่ได้จากการคำนวณจากสมการ (4.12) และ (4.13) เทียบกับอุณหภูมิ ซึ่งใช้อุณหภูมิวิกฤต 30.8 เคลวิน พบว่า $H_{c2}^{c}(T)$ จะมีค่าลดลงเมื่ออุณหภูมิเพิ่มขึ้น โดยมีค่าเท่ากับ 14.446 เทสลา ที่อุณหภูมิศูนย์เคลวิน และมีค่าเท่ากับศูนย์ที่อุณหภูมิวิกฤต ซึ่งอยู่ในช่วงเดียวกับผลจากการทดลองของตัวนำยวดยิ่ง LaSrCuO (Varshney et al., 1996) ในขณะที่ $\frac{H_{c3}^{c}(T)}{H_{c3}^{c}(T)}$ มีค่าลดลงที่อุณหภูมิเพิ่มขึ้นเช่นเดียวกัน โดย $\frac{H_{c3}^{c}(T)}{H_{c3}^{c}(T)}$ มีค่าประมาณ 1.6 ซึ่งมีค่าใกล้เคียงผลจากการทดลองของตัวนำยวดยิ่ง LaSrCuO ที่มีค่า $\frac{H_{c3}^{c}(T)}{H_{c3}^{c}(T)} \approx 1.8$ (Zhu et al., 2008) และมีค่าเท่ากับสมการดั้งเดิมของเจมส์และเจนเนสที่มีค่า $\frac{H_{c3}(T)}{H_{c3}(T)} \approx 1.66$ (Saint-James & Gennes, 1963)

เมื่อพิจารณาความไม่สมมาตรของช่องว่างพลังงาน พบว่าความไม่สมมาตรของช่องว่างพลังงานเป็นรูปทรงแพนเค้กทั้งในแถบพลังงานที่ 1 (แสดงด้วยเส้นทึบ) และแถบพลังงานที่ 2 (แสดงด้วยเส้นประ) แต่ในแถบพลังงานที่ 1 มีลักษณะแพนเค้กบีบแฟ่บ (flat band) ดังภาพประกอบ 65 โดยฟังก์ชันความไม่สมมาตรรูปทรงแพนเค้ก คือ $\left(f(\theta)=\dfrac{1}{\sqrt{1+a_i\cos^2\theta}}, i=1,2 \right)$ เมื่อ $\dfrac{\left\langle f_2^2(\hat{k})\right\rangle}{\left\langle f_1^2(\hat{k})\right\rangle}=31.5626$ และ $\Omega=\dfrac{\left\langle f_1(\hat{k})f_2(\hat{k})\right\rangle^2}{\left\langle f_1^2(\hat{k})\right\rangle\left\langle f_2^2(\hat{k})\right\rangle}=0.5$ โดยที่มีพารามิเตอร์ความไม่สมมาตรแถบพลังงานที่ 1: $a_1=7050.9$ และพารามิเตอร์ความไม่สมมาตรแถบพลังงานที่ 2: $a_2=3.33228$



ภาพประกอบ 69 ความไม่สมมาตรของช่องว่างพลังงานรูปทรงแพนเค้กในแถบพลังงานที่ 1 และแถบพลังงานที่ 2 ของตัวนำยวดยิ่ง LaSrCuO-c

2 ผลของความลึกซาบซึมได้ที่ขึ้นกับอุณหภูมิและขึ้นกับทิศทางของตัวนำยวดยิ่งแบบแม่เหล็กแบบสองแถบพลังงาน

ความลึกซาบซึมได้ที่ขึ้นกับอุณหภูมิและทิศทางของตัวนำยวดยิ่งแบบแม่เหล็กแบบ 2 แถบพลังงานสามารถคำนวณได้ ดังสมการ

$$\frac{1}{\lambda^2}=\frac{4e^2\mu_0}{\gamma_2(1+\chi')m_1}\left[\frac{\alpha_1\left\langle f_1^2(k)\right\rangle+\dfrac{\varepsilon\left\langle f_1(k)f_2(k)\right\rangle}{\theta}}{\beta_1}\right]$$

$$+\frac{4e^2\alpha\mu_0}{\gamma_2(1+\chi')m_2}\left[\frac{\alpha_2\left\langle f_2^2(k)\right\rangle+\varepsilon\left\langle f_1(k)f_2(k)\right\rangle\theta}{\beta_2}\right]$$

$$+\frac{16e^2}{\gamma_2(1+\chi')}\left[\frac{\alpha_1\langle f_1^2(k)\rangle+\frac{\varepsilon\langle f_1(k)f_2(k)\rangle}{\theta}}{\beta_1}\right]^{\frac{1}{2}}\left[\frac{\alpha_2\langle f_2^2(k)\rangle+\varepsilon\langle f_1(k)f_2(k)\rangle\theta}{\beta_2}\right]^{\frac{1}{2}} \quad (4.18)$$

โดย α_i คือฟังก์ชันของอุณหภูมิ, $\left\langle f_i^2\left(\hat{k}\right)\right\rangle$ คือฟังก์ชันความไม่สมมาตรของช่องว่างพลังงาน, $i=1,2$, $\left\langle f_1\left(\hat{k}\right)f_2\left(\hat{k}\right)\right\rangle$ คือเทอมที่แสดงอันตรกิริยาระหว่างความไม่สมมาตรของช่องว่างพลังงงานในแถบพลังงานที่ 1 และ 2, β_i คือ สัมประสิทธิ์ที่ไม่ขึ้นกับอุณหภูมิ และ $\theta=\frac{\psi_1}{\psi_2}$ เมื่อ $\alpha_2=0$, $\varepsilon=0$, $\varepsilon_1=0$, $\beta_1=\beta_2=\beta$ และ $m_1=m_2=m$ สามารถลดรูปเป็นความลึกซาบซึมได้ที่ขึ้นกับทิศทางแบบ 1 แถบพลังงาน (A. Changjan & Udomsamuthirun, 2011b)

2.1 ผลของความลึกซาบซึมได้ด้วยวิธี trial (Trial method)

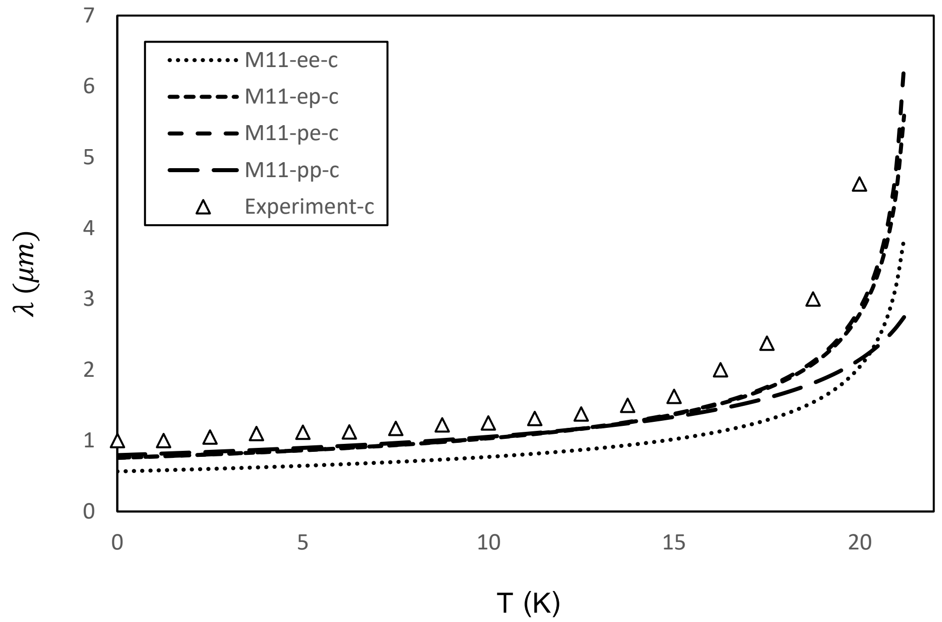
จากสมการที่ (4.18) เราใช้วิธี trial method พิจารณาฟังก์ชันอุณหภูมิและความไม่สมมาตรของช่องว่างพลังงานแบบไขว้ทั้งหมด 64 รูปแบบ โดยจำแนกการขึ้นกับอุณหภูมิออกเป็น 4 กรณีประกอบด้วย กรณีที่ 1: M11, M12, M13 และ M14 กรณีที่ 2: M21, M22, M23 และ M24 กรณีที่ 3: M31, M32, M33 และ M34 และกรณีที่ 4: M41, M42, M43 และ M44 โดยในแต่ละกรณีจำแนกฟังก์ชันความไม่สมมาตรของช่องว่างพลังงานเป็นรูปทรงรี-ทรงรี (e-e), รูปทรงรี-แพนเค้ก (e-p), รูปทรงแพนเค้ก-ทรงรี (p-e) และรูปทรงแพนเค้ก-แพนเค้ก (p-p) ทำให้รวมมีรูปแบบที่พิจารณาทั้งหมด 64 รูปแบบ โดยเทียบกับผลการทดลองของตัวนำยวดยิ่ง Fe-based: FeCo (Prozorov & Kogan, 2011) ซึ่งกำหนดให้ $\gamma=1,\beta=1$, $\varepsilon=0.01$, $\varepsilon_1=0.01$ และ $\chi'=-2$

การขึ้นกับอุณหภูมิและความไม่สมมาตรของช่องว่างพลังงานแบบไขว้ของ M11 เมื่อเทียบกับผลการทดลองในทิศแกน c กำหนดให้ $\theta=0.5$ เมื่อ M11-e-e: $a=0.5, b=0.5$, M11-e-p: $a=0.5, b=40$, M11-p-e: $a=40, b=0.5$ และ M11-p-p: $a=40, b=5$ แสดงในภาพประกอบ 70 และเมื่อเทียบกับผลการทดลองในระนาบ ab กำหนดให้ $\theta=5$ เมื่อ M11-e-e: $a=0.1$, $b=0.1$, M11-e-p: $a=0.1$, $b=1$, M11-p-e: $a=1$, $b=0.1$ และ M11-p-p: $a=1$, $b=1$ แสดงในภาพประกอบ 71

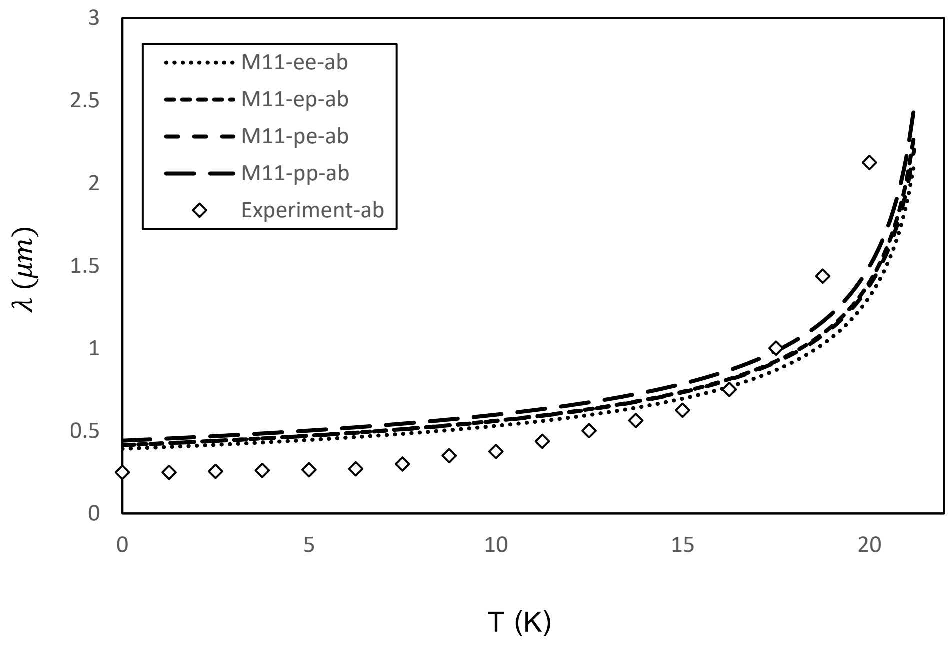
การขึ้นกับอุณหภูมิและความไม่สมมาตรของช่องว่างพลังงานแบบไขว้ของ M12 เมื่อเทียบกับผลการทดลองในทิศแกน c กำหนดให้ $\theta=0.5$ เมื่อ M12-e-e: $a=0.5, b=0.5$, M12-e-p: $a=0.5$, $b=40$, M12-p-e: $a=40$, $b=0.5$ และ M12-p-p: $a=40$, $b=5$ แสดงในภาพประกอบ 72 และเมื่อเทียบกับผลการทดลองในระนาบ ab กำหนดให้ $\theta=5$ เมื่อ M12-e-e: $a=0.1$, $b=0.1$, M12-e-p: $a=0.1$, $b=1$, M12-p-e: $a=1$, $b=0.1$ และ M12-p-p: $a=1$, $b=1$ แสดงในภาพประกอบ 73

การขึ้นกับอุณหภูมิและความไม่สมมาตรของช่องว่างพลังงานแบบไขว้ของ M13 เมื่อเทียบกับผลการทดลองในทิศแกน c กำหนดให้ $\theta=0.5$ เมื่อ M13-e-e: $a=0.5$, $b=0.5$, M13-e-p: $a=0.5$, $b=40$, M13-p-e: $a=40$, $b=0.5$ และ M13-p-p: $a=40$, $b=5$ แสดงในภาพประกอบ 74 และเมื่อเทียบกับผลการทดลองในระนาบ ab กำหนดให้ $\theta=5$ เมื่อ M13-e-e: $a=0.1$, $b=0.1$, M13-e-p: $a=0.1$, $b=1$, M13-p-e: $a=1$, $b=0.1$ และ M13-p-p: $a=1$, $b=1$ แสดงในภาพประกอบ 75

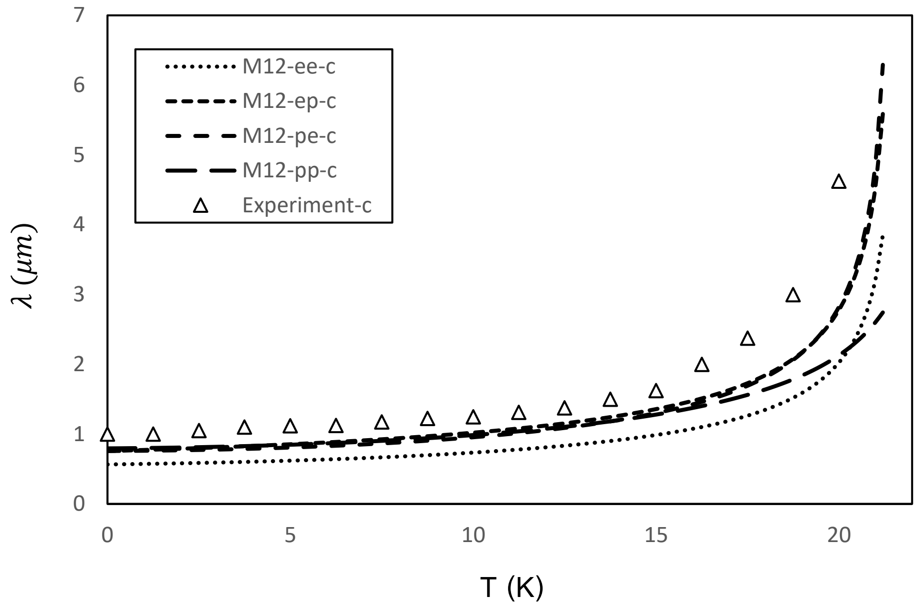
การขึ้นกับอุณหภูมิและความไม่สมมาตรของช่องว่างพลังงานแบบไขว้ของ M14 เมื่อเทียบกับผลการทดลองในทิศแกน c กำหนดให้ $\theta=0.5$ เมื่อ M14-e-e: $a=0.5$, $b=0.5$, M14-e-p: $a=0.5$, $b=40$, M14-p-e: $a=40$, $b=0.5$ และ M14-p-p: $a=40$, $b=5$ แสดงในภาพประกอบ 76 และเมื่อเทียบกับผลการทดลองในระนาบ ab กำหนดให้ $\theta=5$ เมื่อ M14-e-e: $a=0.1$, $b=0.1$, M14-e-p: $a=0.1$, $b=1$, M14-p-e: $a=1$, $b=0.1$ และ M14-p-p: $a=1$, $b=1$ แสดงในภาพประกอบ 77



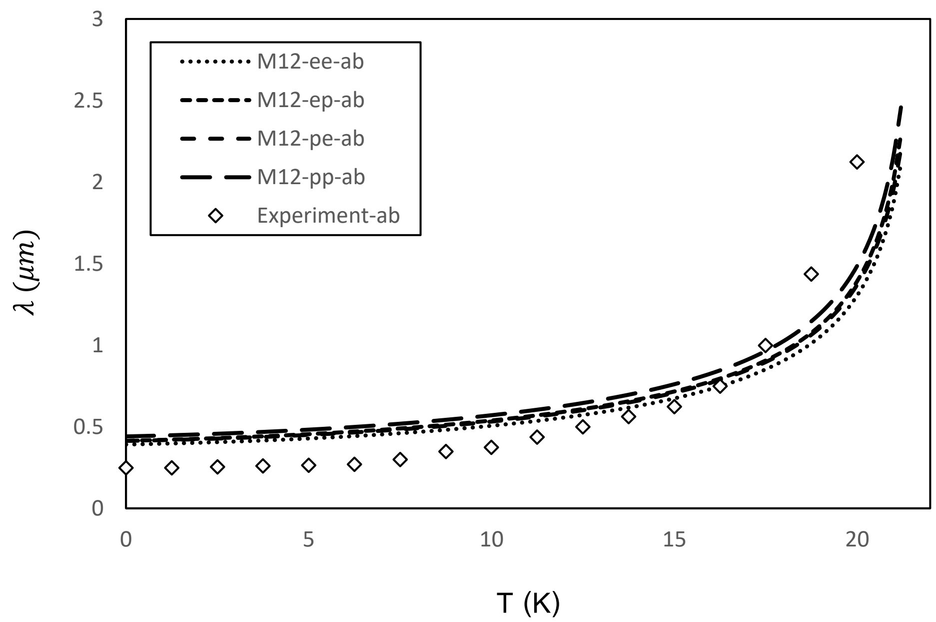
ภาพประกอบ 70 ความสัมพันธ์ระหว่าง λ^{c} $(\mu\mathrm{m})$ กับ T (K) ของ M11



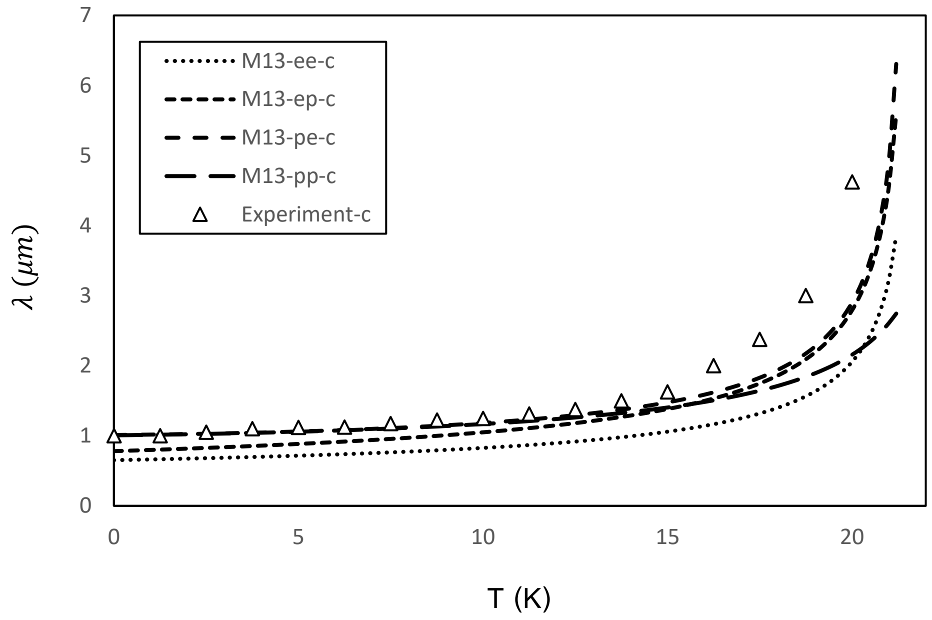
ภาพประกอบ 71 ความสัมพันธ์ระหว่าง λ^{ab} $(\mu\mathrm{m})$ กับ T (K) ของ M11



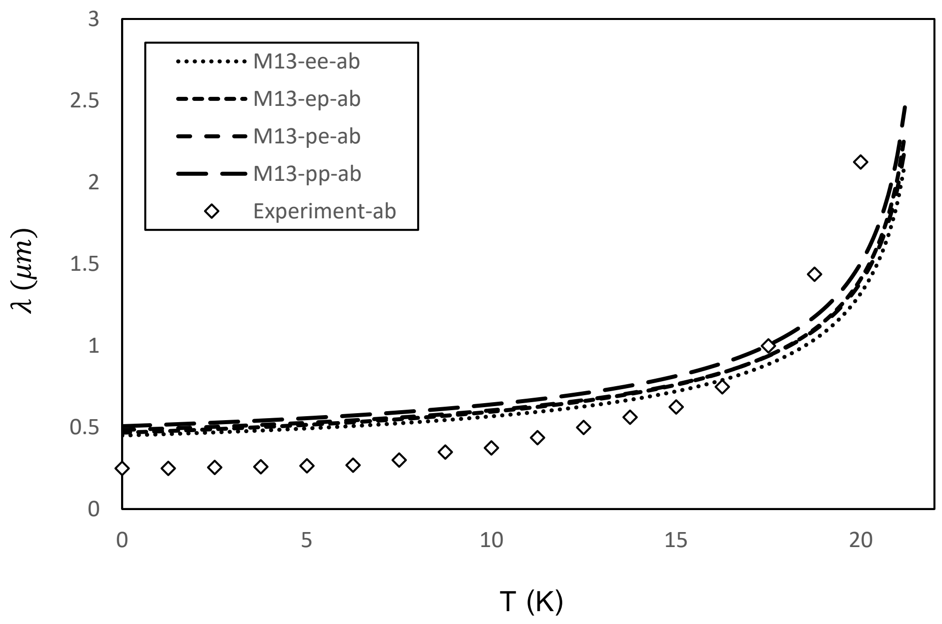
ภาพประกอบ 72 ความสัมพันธ์ระหว่าง λ^{c} $(\mu\mathrm{m})$ กับ T (K) ของ M12



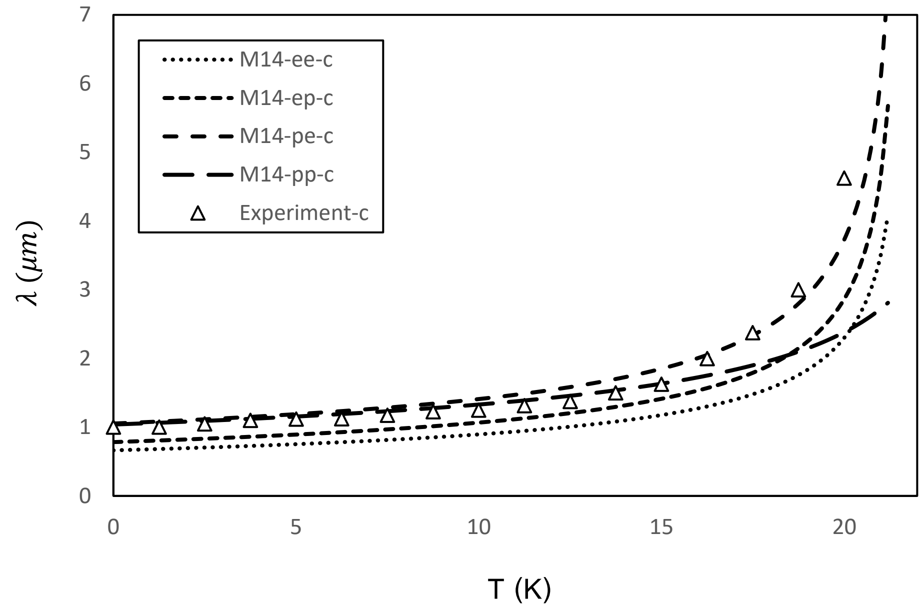
ภาพประกอบ 73 ความสัมพันธ์ระหว่าง λ^{ab} $(\mu\mathrm{m})$ กับ T (K) ของ M12



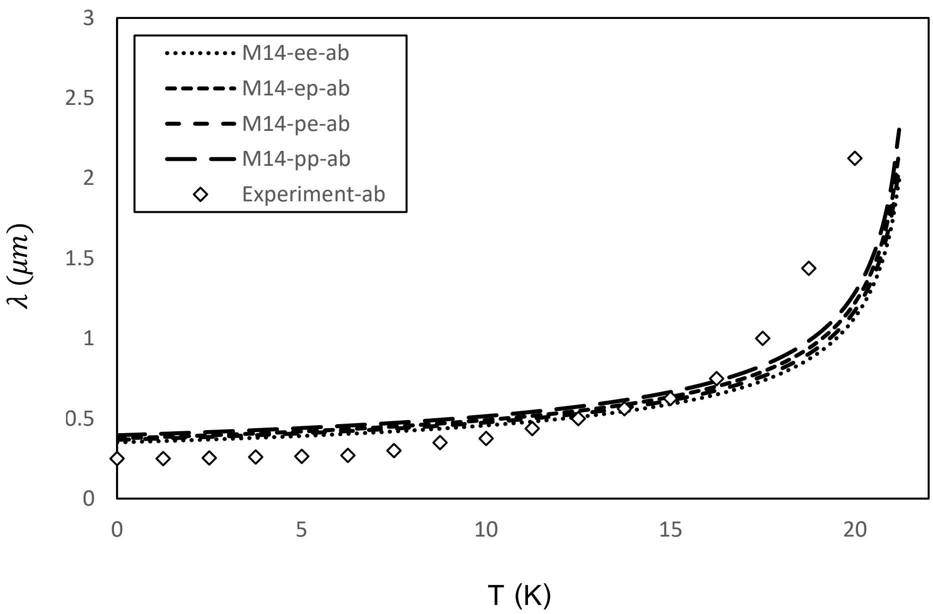
ภาพประกอบ 74 ความสัมพันธ์ระหว่าง λ^{c} $(\mu\mathrm{m})$ กับ T (K) ของ M13



ภาพประกอบ 75 ความสัมพันธ์ระหว่าง λ^{ab} $(\mu\mathrm{m})$ กับ T (K) ของ M13



ภาพประกอบ 76 ความสัมพันธ์ระหว่าง λ^{c} (μm) กับ T (K) ของ M14



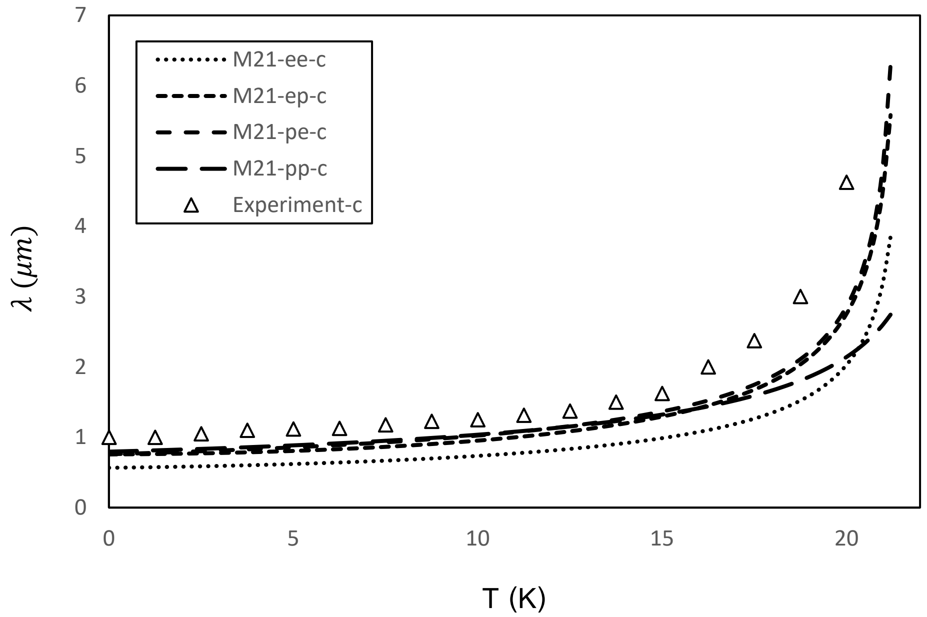
ภาพประกอบ 77 ความสัมพันธ์ระหว่าง λ^{ab} (μm) กับ T (K) ของ M14

การขึ้นกับอุณหภูมิและความไม่สมมาตรของช่องว่างพลังงานแบบไขว้ของ M21 เมื่อเทียบกับผลการทดลองในทิศแกน c กำหนดให้ $\theta = 0.5$ เมื่อ M21-e-e: $a = 0.5$, $b = 0.5$, M21-e-p: $a = 0.5$, $b = 40$, M21-p-e: $a = 40$, $b = 0.5$ และ M21-p-p: $a = 40$, $b = 5$ แสดงในภาพประกอบ 78 และเมื่อเทียบกับผลการทดลองในระนาบ ab กำหนดให้ $\theta = 5$ เมื่อ M21-e-e: $a = 0.1$, $b = 0.1$, M21-e-p: $a = 0.1$, $b = 1$, M21-p-e: $a = 1$, $b = 0.1$ และ M21-p-p: $a = 1$, $b = 1$ แสดงในภาพประกอบ 79

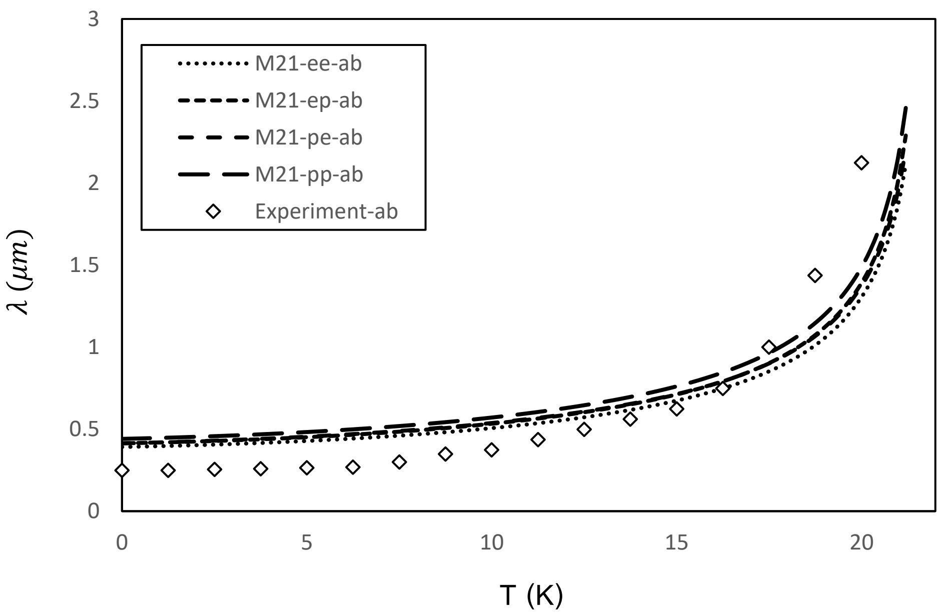
การขึ้นกับอุณหภูมิและความไม่สมมาตรของช่องว่างพลังงานแบบไขว้ของ M22 เมื่อเทียบกับผลการทดลองในทิศแกน c กำหนดให้ $\theta = 0.5$ เมื่อ M22-e-e: $a = 0.5$, $b = 0.5$, M22-e-p: $a = 0.5$, $b = 40$, M22-p-e: $a = 40$, $b = 0.5$ และ M22-p-p: $a = 40$, $b = 5$ แสดงในภาพประกอบ 80 และเมื่อเทียบกับผลการทดลองในระนาบ ab กำหนดให้ $\theta = 5$ เมื่อ M22-e-e: $a = 0.1$, $b = 0.1$, M22-e-p: $a = 0.1$, $b = 1$, M22-p-e: $a = 1$, $b = 0.1$ และ M22-p-p: $a = 1$, $b = 1$ แสดงในภาพประกอบ 81

การขึ้นกับอุณหภูมิและความไม่สมมาตรของช่องว่างพลังงานแบบไขว้ของ M23 เมื่อเทียบกับผลการทดลองในทิศแกน c กำหนดให้ $\theta = 0.5$ เมื่อ M23-e-e: $a = 0.5$, $b = 0.5$, M23-e-p: $a = 0.5$, $b = 40$, M23-p-e: $a = 40$, $b = 0.5$ และ M23-p-p: $a = 40$, $b = 5$ แสดงในภาพประกอบ 82 และเมื่อเทียบกับผลการทดลองในระนาบ ab กำหนดให้ $\theta = 5$ เมื่อ M23-e-e: $a = 0.1$, $b = 0.1$, M23-e-p: $a = 0.1$, $b = 1$, M23-p-e: $a = 1$, $b = 0.1$ และ M23-p-p: $a = 1$, $b = 1$ แสดงในภาพประกอบ 83

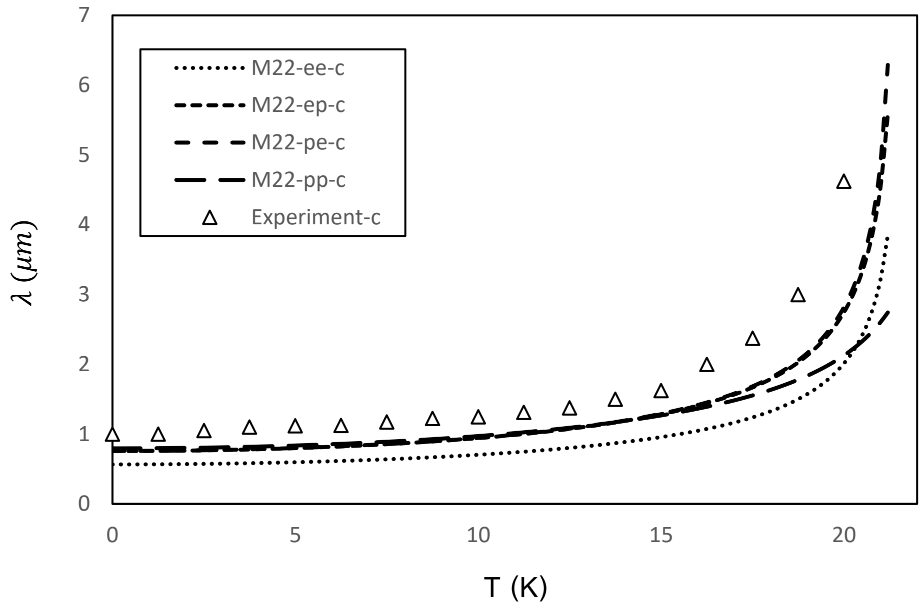
การขึ้นกับอุณหภูมิและความไม่สมมาตรของช่องว่างพลังงานแบบไขว้ของ M24 เมื่อเทียบกับผลการทดลองในทิศแกน c กำหนดให้ $\theta = 0.5$ เมื่อ M24-e-e: $a = 0.5$, $b = 0.5$, M24-e-p: $a = 0.5$, $b = 40$, M24-p-e: $a = 40$, $b = 0.5$ และ M24-p-p: $a = 40$, $b = 5$ แสดงในภาพประกอบ 84 และเมื่อเทียบกับผลการทดลองในระนาบ ab กำหนดให้ $\theta = 5$ เมื่อ M24-e-e: $a = 0.1$, $b = 0.1$, M24-e-p: $a = 0.1$, $b = 1$, M24-p-e: $a = 1$, $b = 0.1$ และ M24-p-p: $a = 1$, $b = 1$ แสดงในภาพประกอบ 85



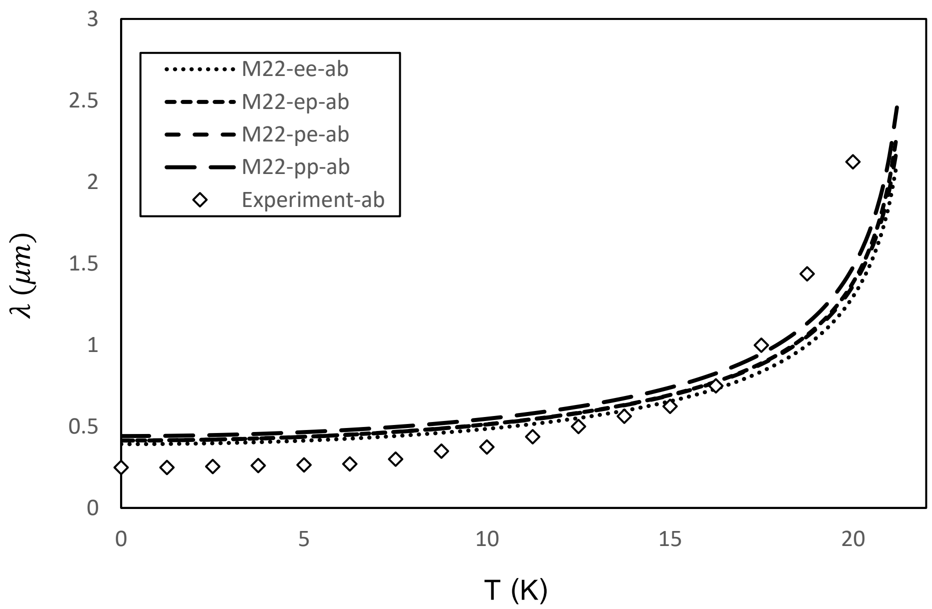
ภาพประกอบ 78 ความสัมพันธ์ระหว่าง λ^{c} $(\mu\mathrm{m})$ กับ T (K) ของ M21



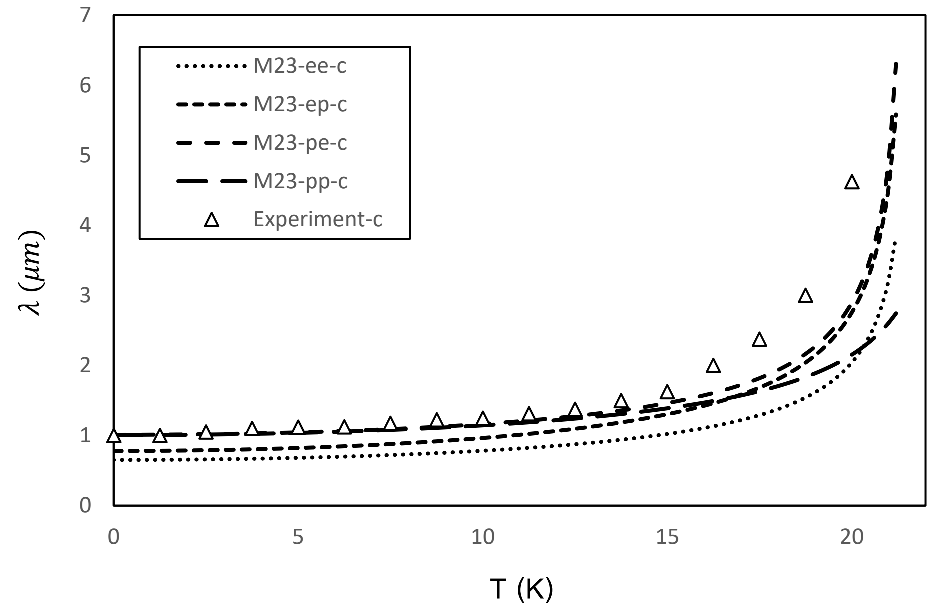
ภาพประกอบ 79 ความสัมพันธ์ระหว่าง λ^{ab} $(\mu\mathrm{m})$ กับ T (K) ของ M21



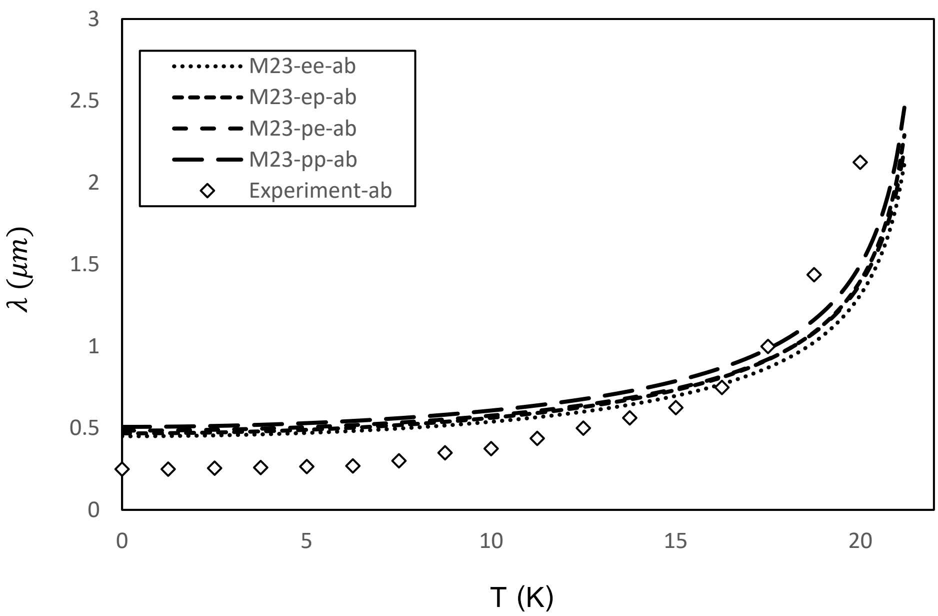
ภาพประกอบ 80 ความสัมพันธ์ระหว่าง λ^c $(\mu\mathrm{m})$ กับ T (K) ของ M22



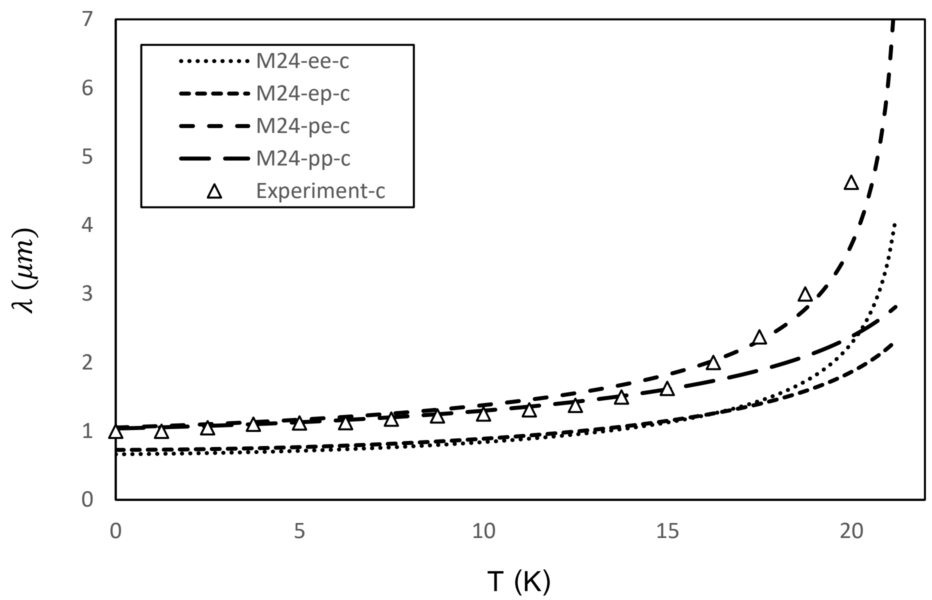
ภาพประกอบ 81 ความสัมพันธ์ระหว่าง λ^{ab} $(\mu\mathrm{m})$ กับ T (K) ของ M22



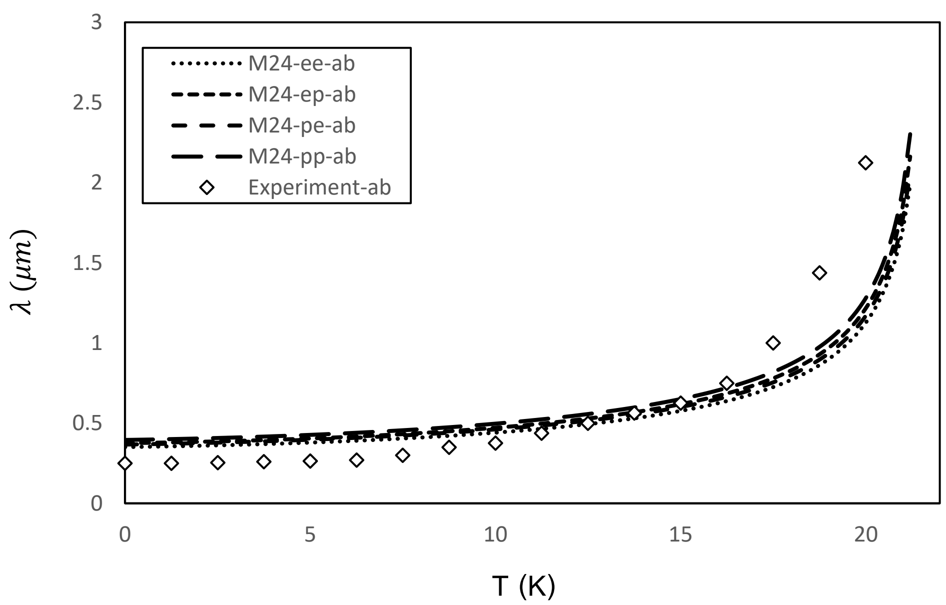
ภาพประกอบ 82 ความสัมพันธ์ระหว่าง λ^{c} $(\mu \mathrm{m})$ กับ T (K) ของ M23



ภาพประกอบ 83 ความสัมพันธ์ระหว่าง λ^{ab} $(\mu \mathrm{m})$ กับ T (K) ของ M23



ภาพประกอบ 84 ความสัมพันธ์ระหว่าง λ^c (μm) กับ T (K) ของ M24



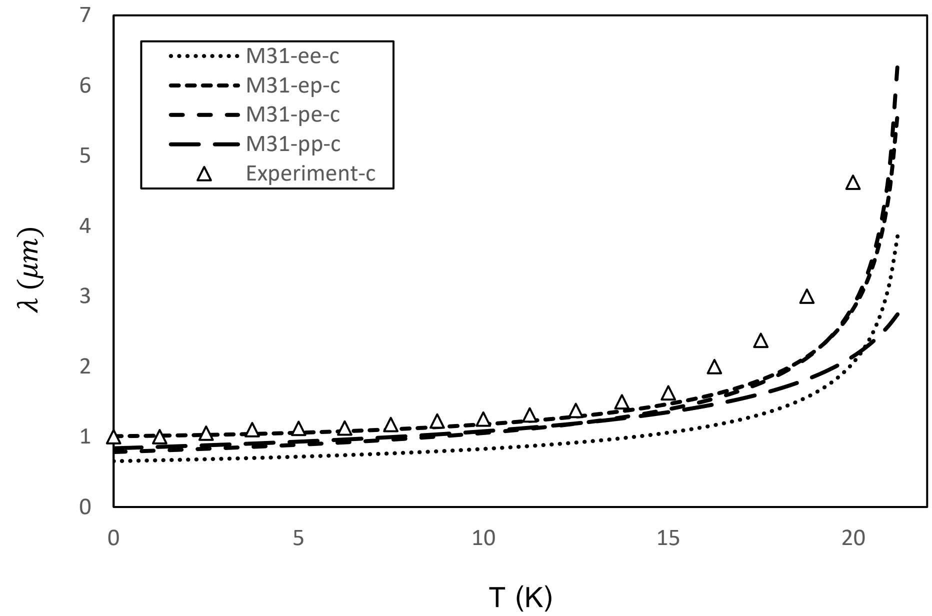
ภาพประกอบ 85 ความสัมพันธ์ระหว่าง λ^{ab} (μm) กับ T (K) ของ M24

การขึ้นกับอุณหภูมิและความไม่สมมาตรของช่องว่างพลังงานแบบไขว้ของ M31 เมื่อเทียบกับผลการทดลองในทิศแกน c กำหนดให้ $\theta = 0.5$ เมื่อ M31-e-e: $a = 0.5$, $b = 0.5$, M31-e-p: $a = 0.5$, $b = 40$, M31-p-e: $a = 40$, $b = 0.5$ และ M31-p-p: $a = 40$, $b = 5$ แสดงในภาพประกอบ 86 และเมื่อเทียบกับผลการทดลองในระนาบ ab กำหนดให้ $\theta = 5$ เมื่อ M31-e-e: $a = 0.1$, $b = 0.1$, M31-e-p: $a = 0.1$, $b = 1$, M31-p-e: $a = 1$, $b = 0.1$ และ M31-p-p: $a = 1$, $b = 1$ แสดงในภาพประกอบ 87

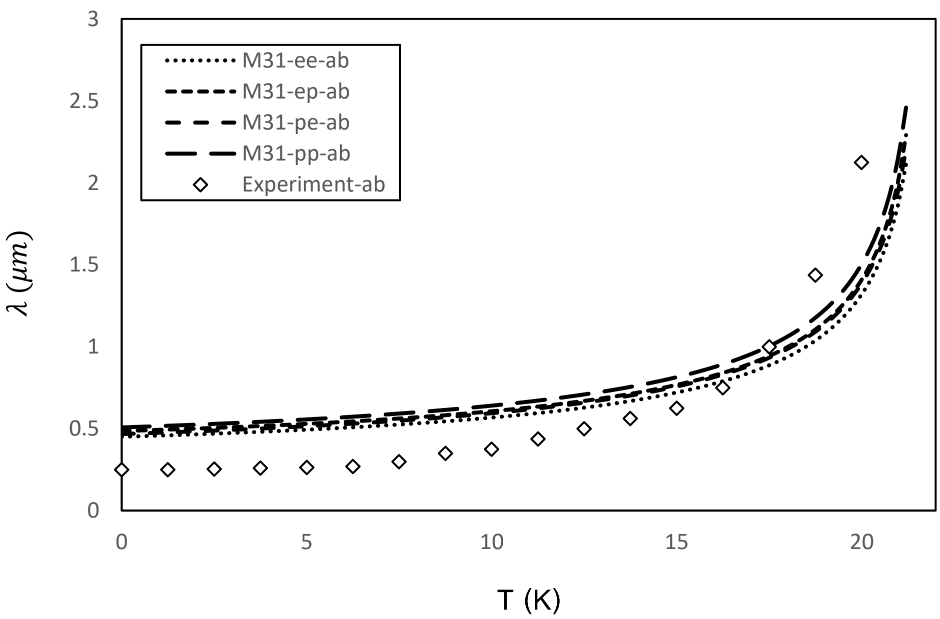
การขึ้นกับอุณหภูมิและความไม่สมมาตรของช่องว่างพลังงานแบบไขว้ของ M32 เมื่อเทียบกับผลการทดลองในทิศแกน c กำหนดให้ $\theta = 0.5$ เมื่อ M32-e-e: $a = 0.5$, $b = 0.5$, M32-e-p: $a = 0.5$, $b = 40$, M32-p-e: $a = 40$, $b = 0.5$ และ M32-p-p: $a = 40$, $b = 5$ แสดงในภาพประกอบ 88 และเมื่อเทียบกับผลการทดลองในระนาบ ab กำหนดให้ $\theta = 5$ เมื่อ M32-e-e: $a = 0.1$, $b = 0.1$, M32-e-p: $a = 0.1$, $b = 1$, M32-p-e: $a = 1$, $b = 0.1$ และ M32-p-p: $a = 1$, $b = 1$ แสดงในภาพประกอบ 89

การขึ้นกับอุณหภูมิและความไม่สมมาตรของช่องว่างพลังงานแบบไขว้ของ M33 เมื่อเทียบกับผลการทดลองในทิศแกน c กำหนดให้ $\theta = 0.5$ เมื่อ M33-e-e: $a = 0.5$, $b = 0.5$, M33-e-p: $a = 0.5$, $b = 40$, M33-p-e: $a = 40$, $b = 0.5$ และ M33-p-p: $a = 40$, $b = 5$ แสดงในภาพประกอบ 90 และเมื่อเทียบกับผลการทดลองในระนาบ ab กำหนดให้ $\theta = 5$ เมื่อ M33-e-e: $a = 0.1$, $b = 0.1$, M33-e-p: $a = 0.1$, $b = 1$, M33-p-e: $a = 1$, $b = 0.1$ และ M33-p-p: $a = 1$, $b = 1$ แสดงในภาพประกอบ 91

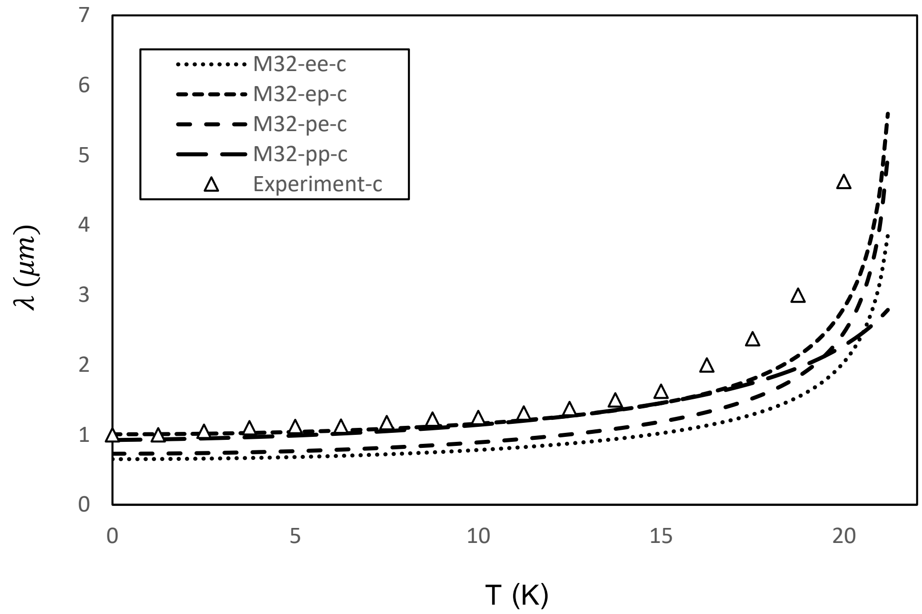
การขึ้นกับอุณหภูมิและความไม่สมมาตรของช่องว่างพลังงานแบบไขว้ของ M34 เมื่อเทียบกับผลการทดลองในทิศแกน c กำหนดให้ $\theta = 0.5$ เมื่อ M34-e-e: $a = 0.5$, $b = 0.5$, M34-e-p: $a = 0.5$, $b = 40$, M34-p-e: $a = 40$, $b = 0.5$ และ M34-p-p: $a = 40$, $b = 5$ แสดงในภาพประกอบ 92 และเมื่อเทียบกับผลการทดลองในระนาบ ab กำหนดให้ $\theta = 5$ เมื่อ M34-e-e: $a = 0.1$, $b = 0.1$, M34-e-p: $a = 0.1$, $b = 1$, M34-p-e: $a = 1$, $b = 0.1$ และ M34-p-p: $a = 1$, $b = 1$ แสดงในภาพประกอบ 93



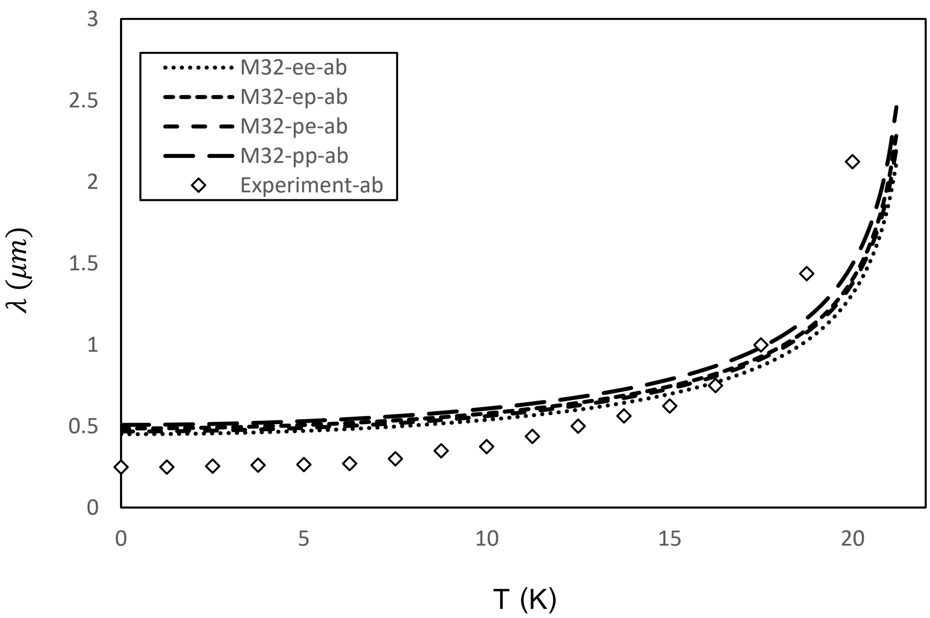
ภาพประกอบ 86 ความสัมพันธ์ระหว่าง λ^{c} $(\mu\mathrm{m})$ กับ T (K) ของ M31



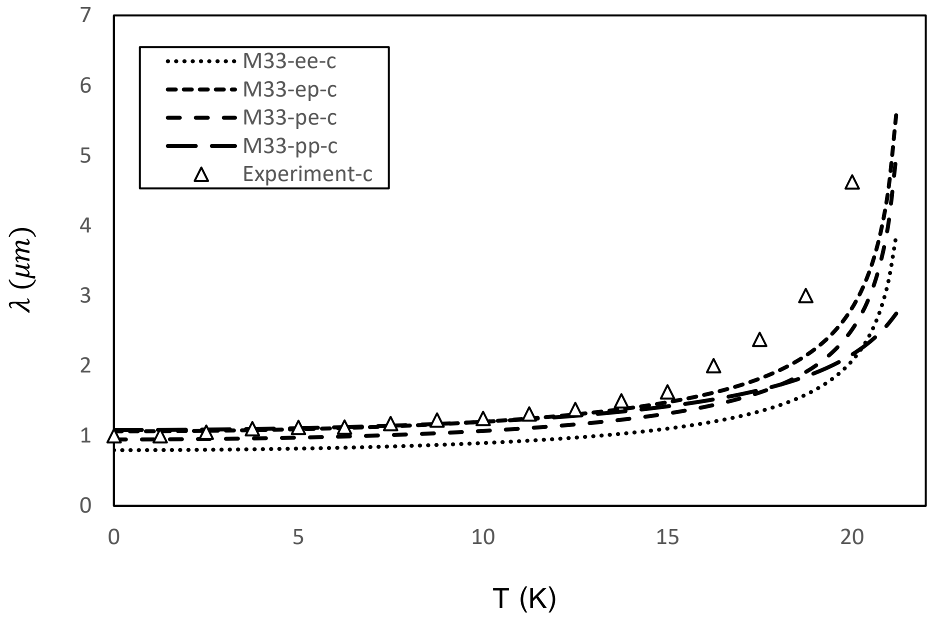
ภาพประกอบ 87 ความสัมพันธ์ระหว่าง λ^{ab} $(\mu\mathrm{m})$ กับ T (K) ของ M31



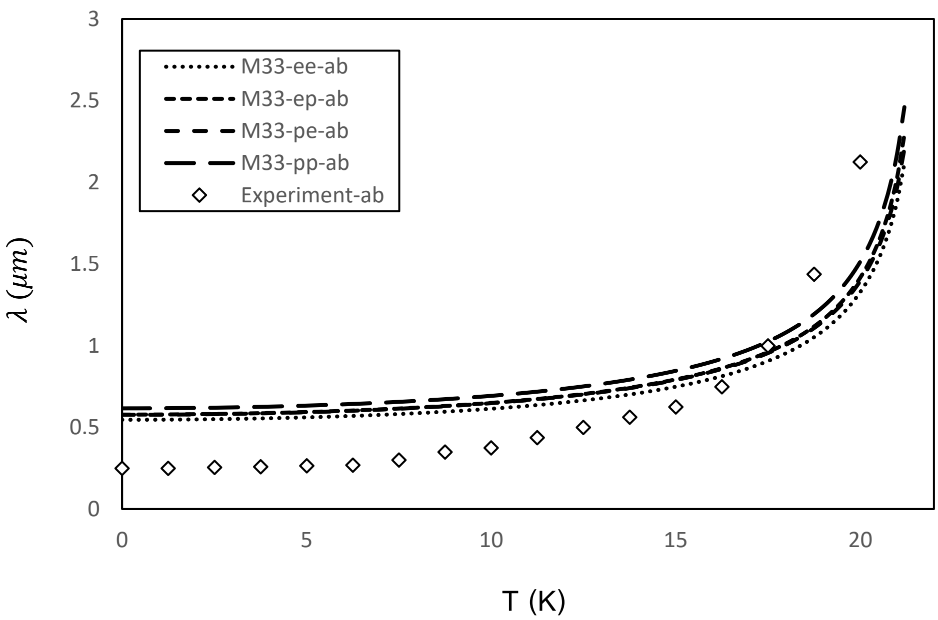
ภาพประกอบ 88 ความสัมพันธ์ระหว่าง λ^c (μm) กับ T (K) ของ M32



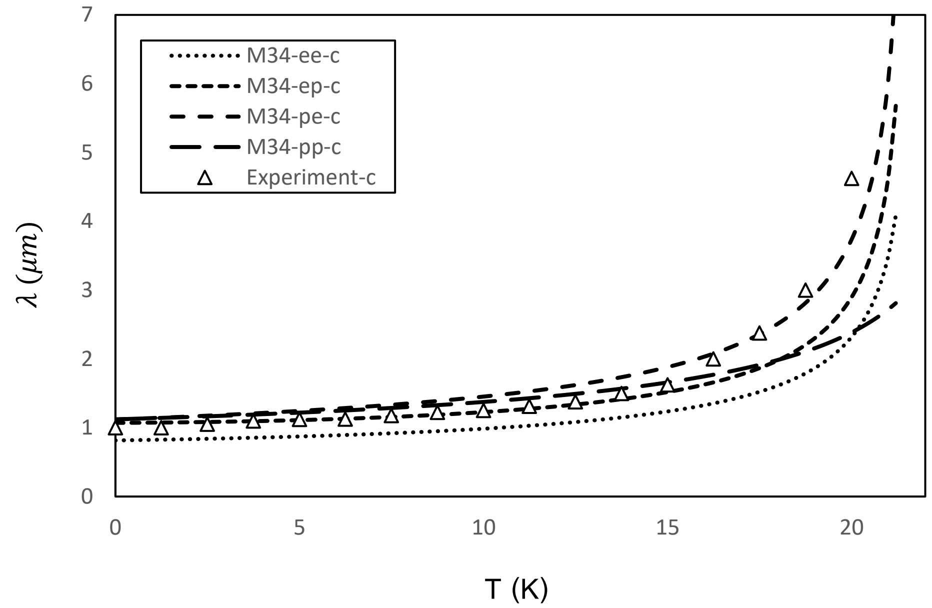
ภาพประกอบ 89 ความสัมพันธ์ระหว่าง λ^{ab} (μm) กับ T (K) ของ M32



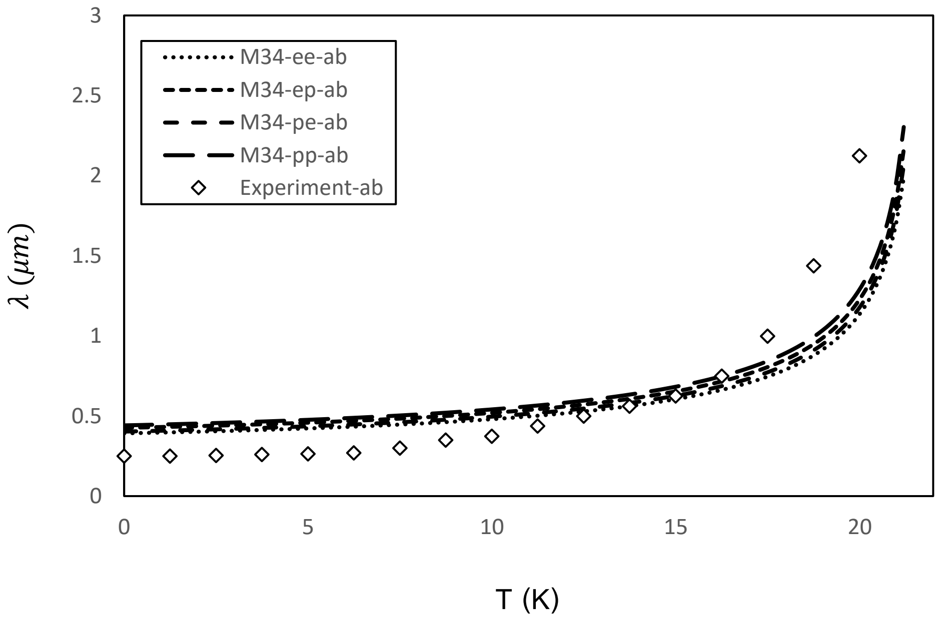
ภาพประกอบ 90 ความสัมพันธ์ระหว่าง λ^{c} $(\mu\mathrm{m})$ กับ T (K) ของ M33



ภาพประกอบ 91 ความสัมพันธ์ระหว่าง λ^{ab} $(\mu\mathrm{m})$ กับ T (K) ของ M33



ภาพประกอบ 92 ความสัมพันธ์ระหว่าง λ^{c} $(\mu\mathrm{m})$ กับ T (K) ของ M34



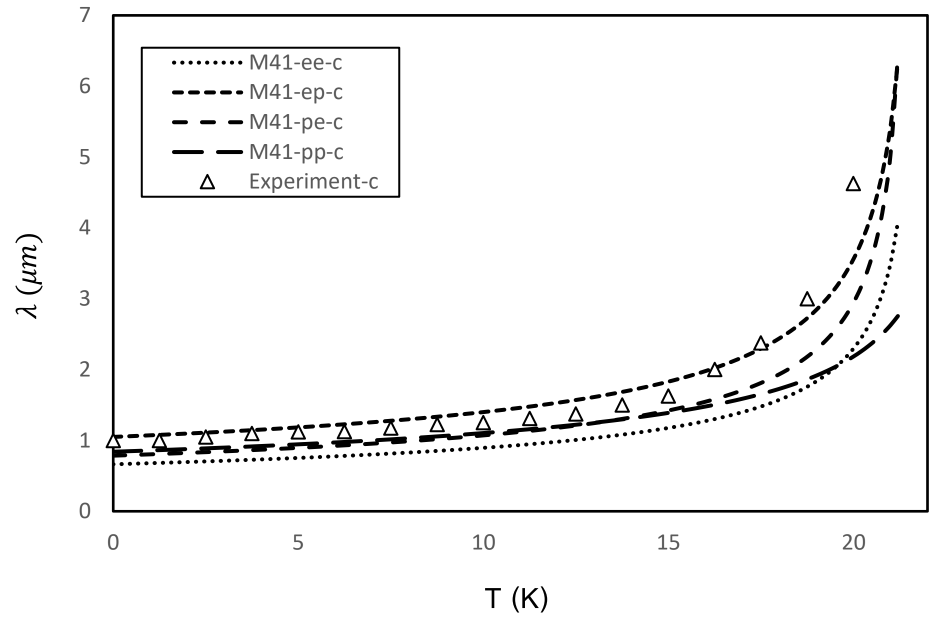
ภาพประกอบ 93 ความสัมพันธ์ระหว่าง λ^{ab} $(\mu\mathrm{m})$ กับ T (K) ของ M34

การขึ้นกับอุณหภูมิและความไม่สมมาตรของช่องว่างพลังงานแบบไขว้ของ M41 เมื่อเทียบกับผลการทดลองในทิศแกน c กำหนดให้ $\theta = 0.5$ เมื่อ M41-e-e: $a = 0.5$, $b = 0.5$, M41-e-p: $a = 0.5$, $b = 40$, M41-p-e: $a = 40$, $b = 0.5$ และ M41-p-p: $a = 40$, $b = 5$ แสดงในภาพประกอบ 94 และเมื่อเทียบกับผลการทดลองในระนาบ ab กำหนดให้ $\theta = 5$ เมื่อ M41-e-e: $a = 0.1$, $b = 0.1$, M41-e-p: $a = 0.1$, $b = 1$, M41-p-e: $a = 1$, $b = 0.1$ และ M41-p-p: $a = 1$, $b = 1$ แสดงในภาพประกอบ 95

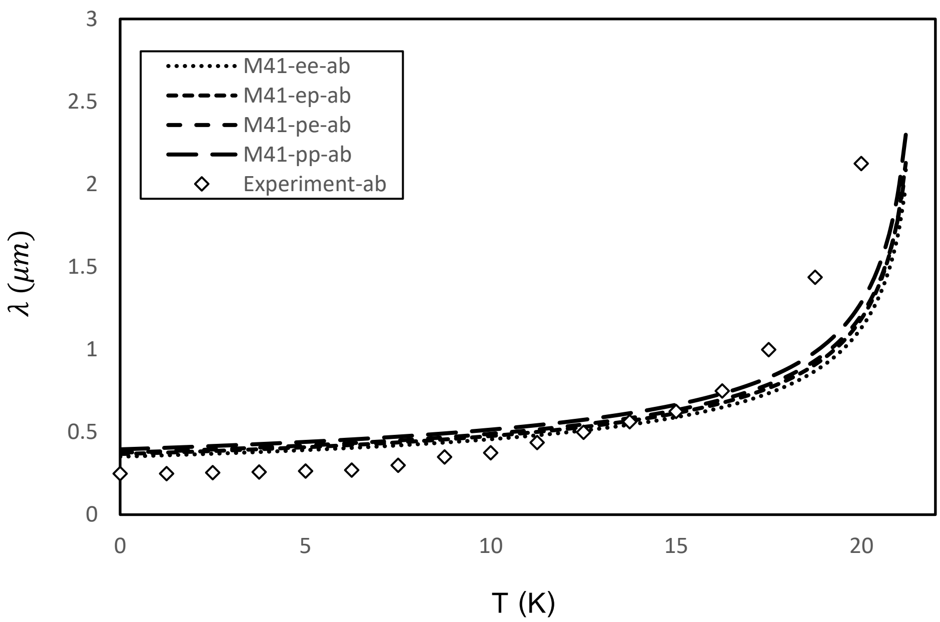
การขึ้นกับอุณหภูมิและความไม่สมมาตรของช่องว่างพลังงานแบบไขว้ของ M42 เมื่อเทียบกับผลการทดลองในทิศแกน c กำหนดให้ $\theta = 0.5$ เมื่อ M42-e-e: $a = 0.5$, $b = 0.5$, M42-e-p: $a = 0.5$, $b = 40$, M42-p-e: $a = 40$, $b = 0.5$ และ M42-p-p: $a = 40$, $b = 5$ แสดงในภาพประกอบ 96 และเมื่อเทียบกับผลการทดลองในระนาบ ab กำหนดให้ $\theta = 5$ เมื่อ M42-e-e: $a = 0.1$, $b = 0.1$, M42-e-p: $a = 0.1$, $b = 1$, M42-p-e: $a = 1$, $b = 0.1$ และ M42-p-p: $a = 1$, $b = 1$ แสดงในภาพประกอบ 97

การขึ้นกับอุณหภูมิและความไม่สมมาตรของช่องว่างพลังงานแบบไขว้ของ M43 เมื่อเทียบกับผลการทดลองในทิศแกน c กำหนดให้ $\theta = 0.5$ เมื่อ M43-e-e: $a = 0.5$, $b = 0.5$, M43-e-p: $a = 0.5$, $b = 40$, M43-p-e: $a = 40$, $b = 0.5$ และ M43-p-p: $a = 40$, $b = 5$ แสดงในภาพประกอบ 98 และเมื่อเทียบกับผลการทดลองในระนาบ ab กำหนดให้ $\theta = 5$ เมื่อ M43-e-e: $a = 0.1$, $b = 0.1$, M43-e-p: $a = 0.1$, $b = 1$, M43-p-e: $a = 1$, $b = 0.1$ และ M43-p-p: $a = 1$, $b = 1$ แสดงในภาพประกอบ 99

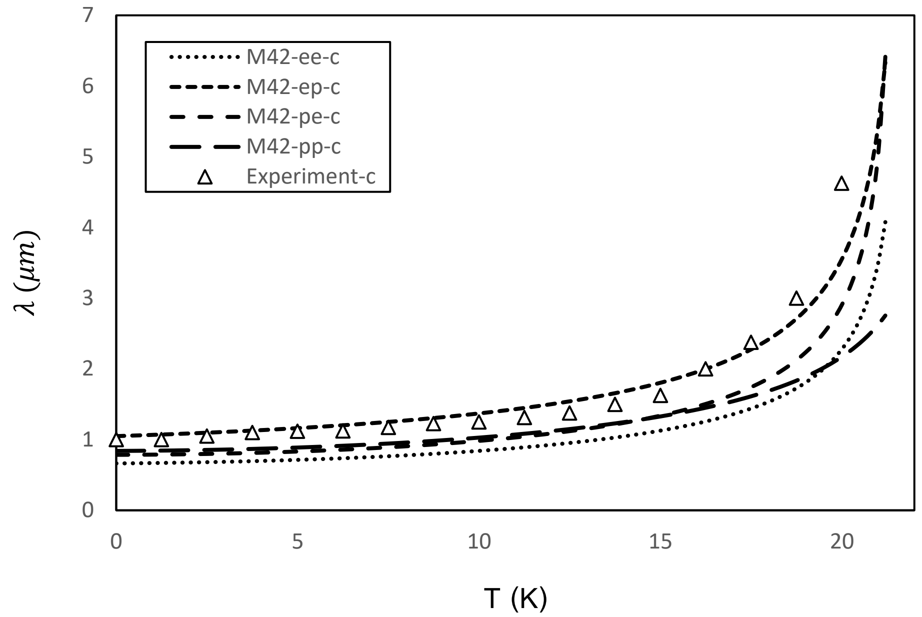
การขึ้นกับอุณหภูมิและความไม่สมมาตรของช่องว่างพลังงานแบบไขว้ของ M44 เมื่อเทียบกับผลการทดลองในทิศแกน c กำหนดให้ $\theta = 0.5$ เมื่อ M44-e-e: $a = 0.5$, $b = 0.5$, M44-e-p: $a = 0.5$, $b = 40$, M44-p-e: $a = 40$, $b = 0.5$ และ M44-p-p: $a = 40$, $b = 5$ แสดงในภาพประกอบ 100 และเมื่อเทียบกับผลการทดลองในระนาบ ab กำหนดให้ $\theta = 5$ เมื่อ M44-e-e: $a = 0.1$, $b = 0.1$, M44-e-p: $a = 0.1$, $b = 1$, M44-p-e: $a = 1$, $b = 0.1$ และ M44-p-p: $a = 1$, $b = 1$ แสดงในภาพประกอบ 101



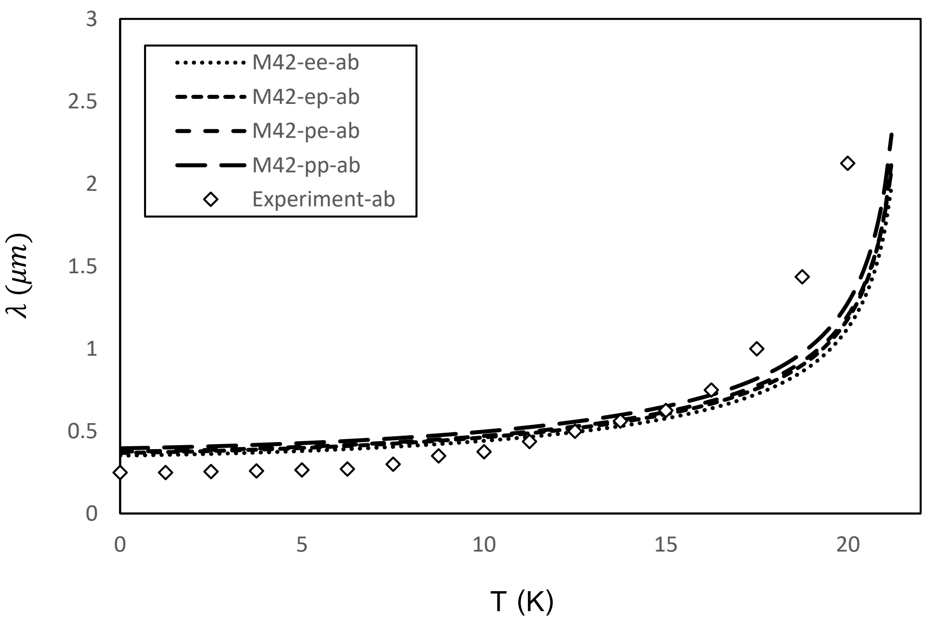
ภาพประกอบ 94 ความสัมพันธ์ระหว่าง λ^c $(\mu\mathrm{m})$ กับ T (K) ของ M41



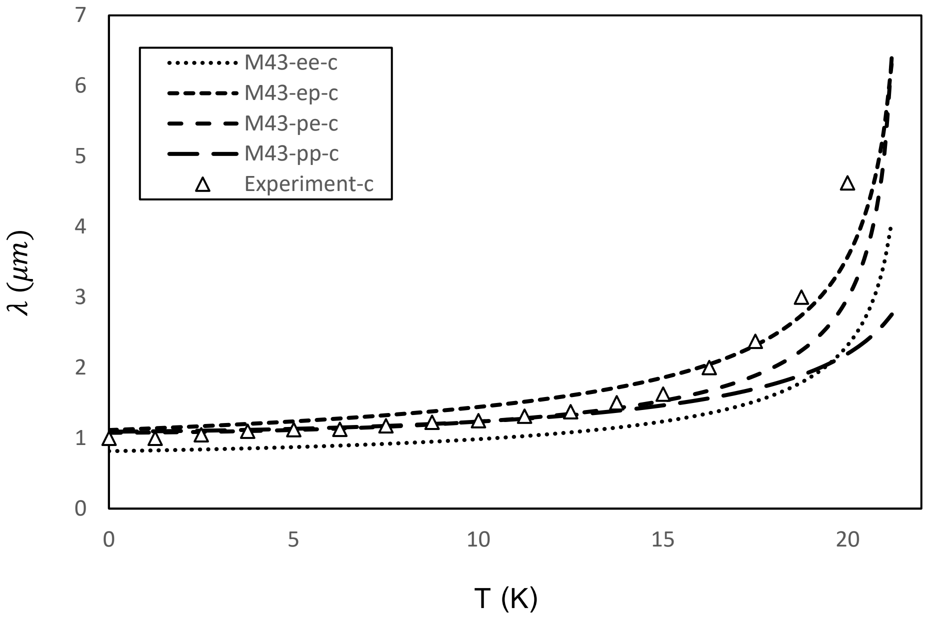
ภาพประกอบ 95 ความสัมพันธ์ระหว่าง λ^{ab} $(\mu\mathrm{m})$ กับ T (K) ของ M41



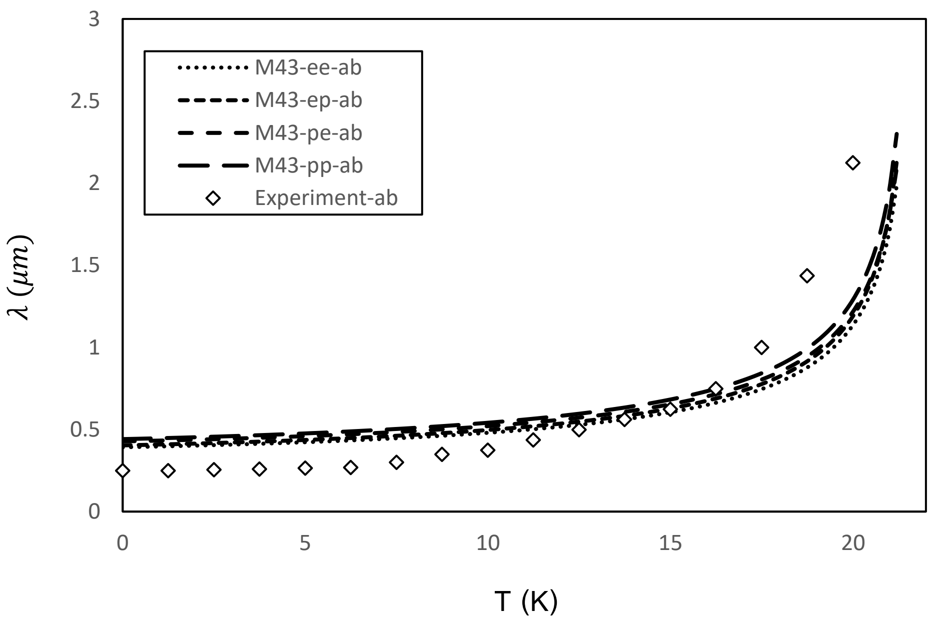
ภาพประกอบ 96 ความสัมพันธ์ระหว่าง λ^{c} (μm) กับ T (K) ของ M42



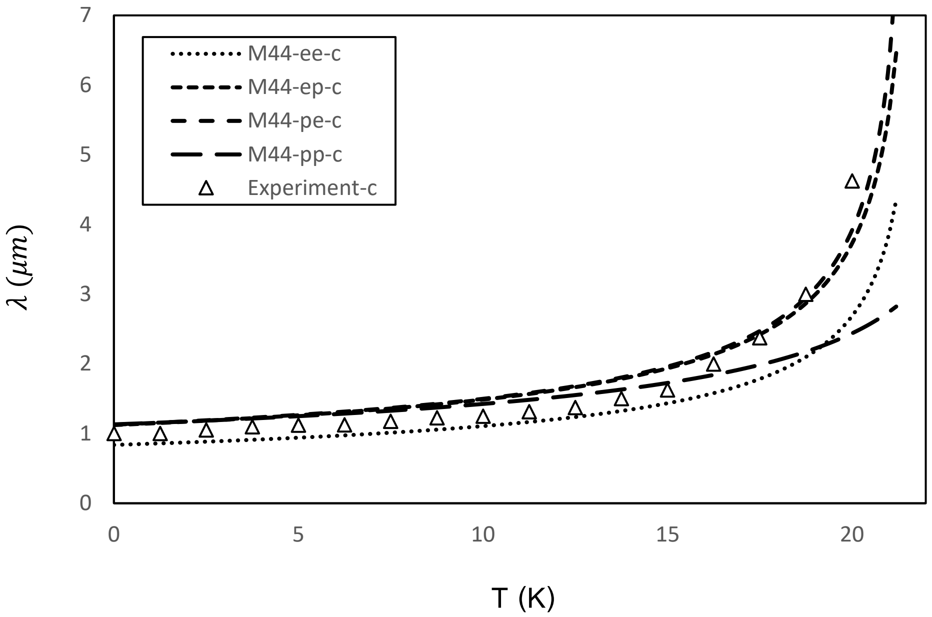
ภาพประกอบ 97 ความสัมพันธ์ระหว่าง λ^{ab} (μm) กับ T (K) ของ M42



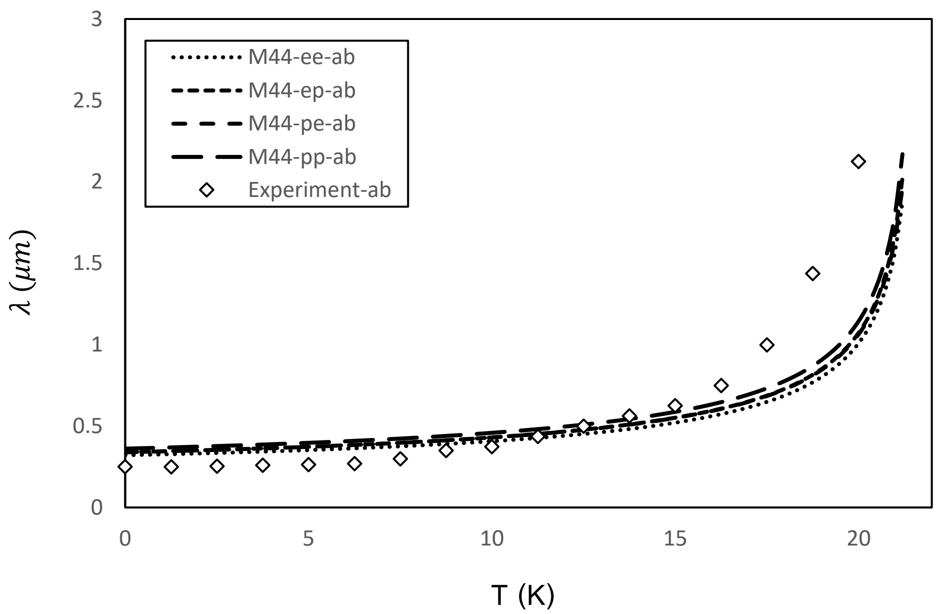
ภาพประกอบ 98 ความสัมพันธ์ระหว่าง λ^{c} $(\mu\mathrm{m})$ กับ T (K) ของ M43



ภาพประกอบ 99 ความสัมพันธ์ระหว่าง λ^{ab} $(\mu\mathrm{m})$ กับ T (K) ของ M43

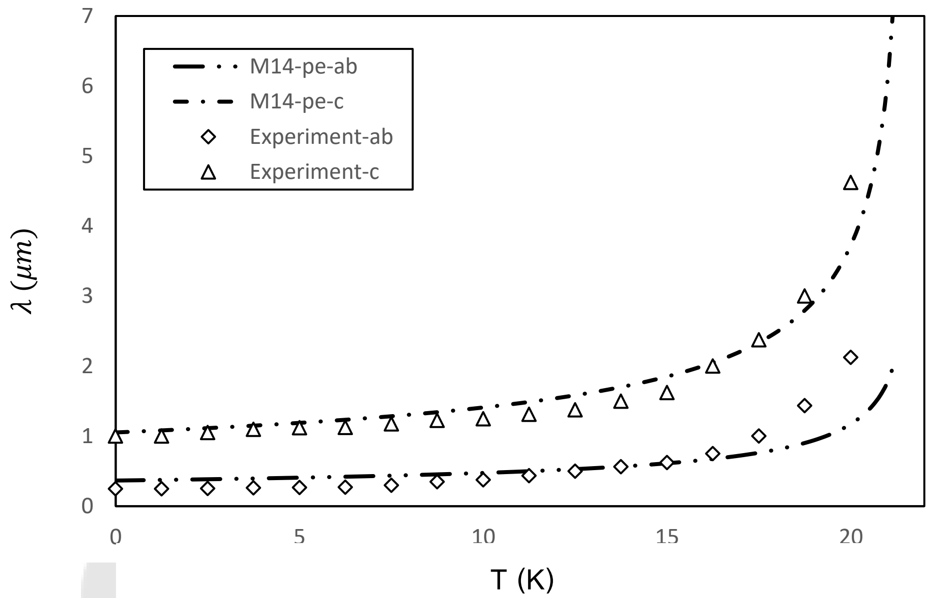


ภาพประกอบ 100 ความสัมพันธ์ระหว่าง λ^{c} (μm) กับ T (K) ของ M44

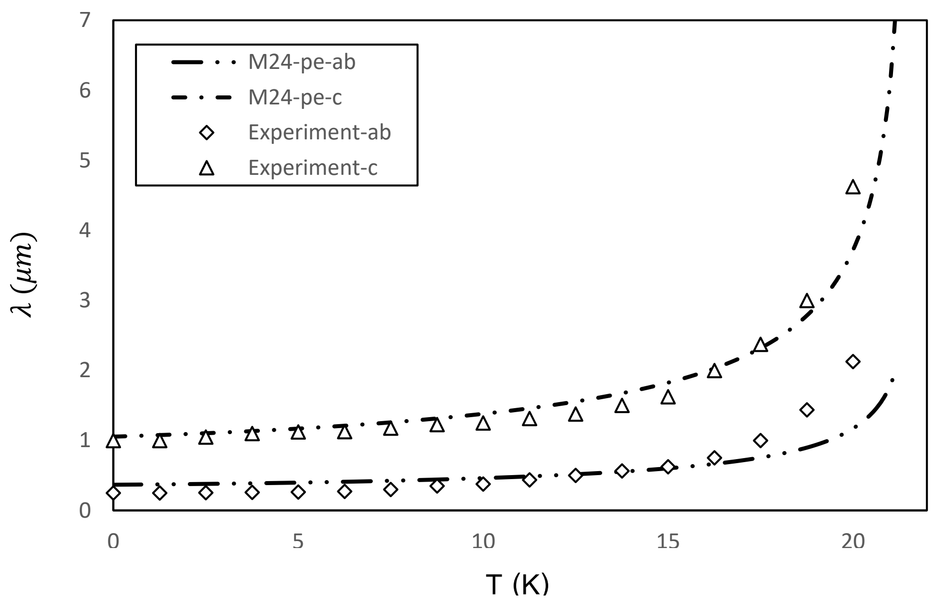


ภาพประกอบ 101 ความสัมพันธ์ระหว่าง λ^{ab} (μm) กับ T (K) ของ M44

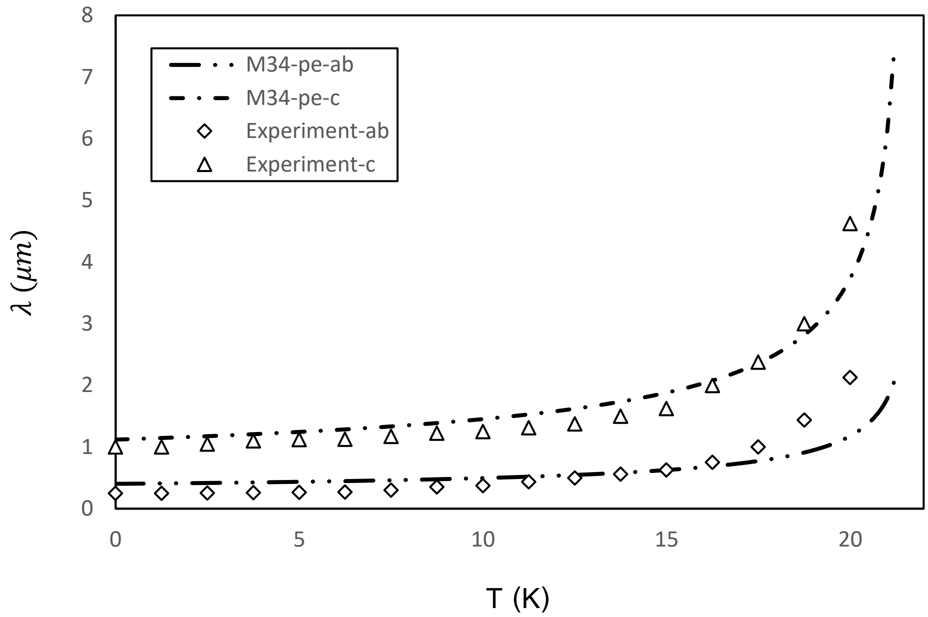
จากภาพประกอบ 70-101 พบว่าเมื่อใช้ฟังก์ชันอุณหภูมิของชั่งจันทร์และอุดมสมุทรหิรัญในแถบพลังงานที่ 2 ของทุกกรณี ได้แก่ M14, M24, M34 และ M44 จะให้ผลสอดคล้องกับผลการทดลอง FeCo (Prozorov & Kogan, 2011)สรุปได้ดังภาพประกอบ 102-105 ตามลำดับ



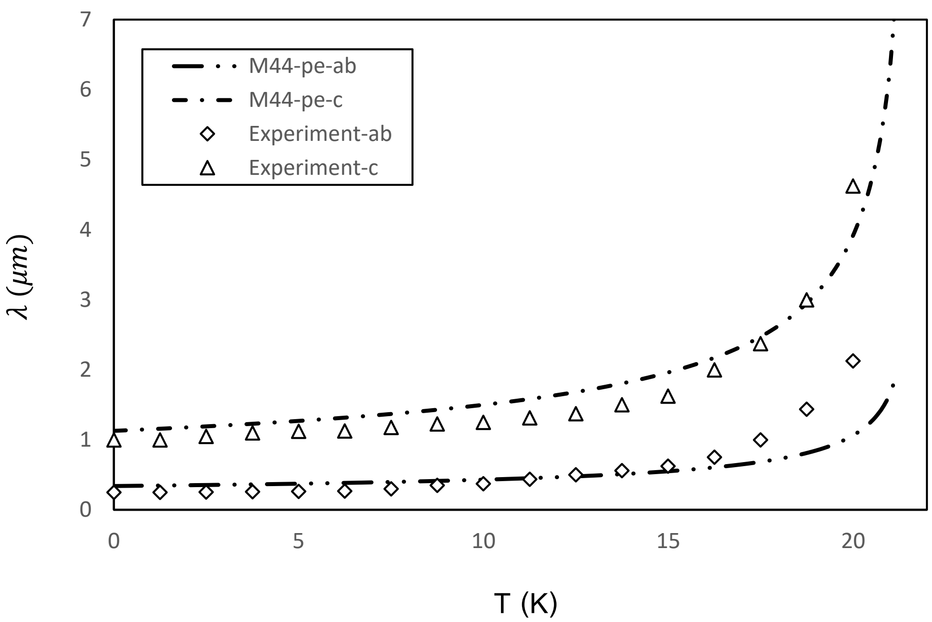
ภาพประกอบ 102 ความสัมพันธ์ระหว่าง λ^{c} $(\mu\mathrm{m})$, λ^{ab} $(\mu\mathrm{m})$ กับ T (K) ที่ขึ้นกับอุณหภูมิและทิศทางแบบไขว้ของ M14



ภาพประกอบ 103 ความสัมพันธ์ระหว่าง λ^{c} $(\mu\mathrm{m})$, λ^{ab} $(\mu\mathrm{m})$ กับ T (K) ที่ขึ้นกับอุณหภูมิและทิศทางแบบไขว้ของ M24



ภาพประกอบ 104 ความสัมพันธ์ระหว่าง λ^{c} $(\mu\mathrm{m})$, λ^{ab} $(\mu\mathrm{m})$ กับ T (K) ที่ขึ้นกับอุณหภูมิและทิศทางแบบไขว้ของ M34



ภาพประกอบ 105 ความสัมพันธ์ระหว่าง λ^{c} $(\mu\mathrm{m})$, λ^{ab} $(\mu\mathrm{m})$ กับ T (K) ที่ขึ้นกับอุณหภูมิและทิศทางแบบไขว้ของ M44

2.2 ผลของความลึกซาบซึมได้ด้วยวิธี iteration (Iteration method)

จากสมการความลึกซาบได้ของลอนดอน ดังสมการ (4.18) เราใช้วิธี iteration พิจารณาฟังก์ชันอุณหภูมิและความไม่สมมาตรของช่องว่างพลังงาน ซึ่งพิจารณาเฉพาะฟังก์ชันอุณหภูมิของชั่งจันทร์และอุดมสมุทรหิรัญทั้งในแถบพลังงานที่ 1 และแถบพลังงานที่ 2 โดยจัดรูปสมการให้อยู่ในรูปโพลิโนเมียลกำลังสองในเทอมของอุณหภูมิ ดังสมการ (4.19)

$$\frac{1}{\lambda^2(T)} = \lambda_0 + d_1\frac{T}{T_c} + d_2\left(\frac{T}{T_c}\right)^2 \tag{4.19}$$

จากสมการความลึกซาบซึมได้ของลอนดอน ในสมการ (4.19) พบว่ามีพารามิเตอร์ที่สำคัญ 3 ตัว ประกอบด้วย λ_0 , d_1 และ d_2 ดังสมการ

$$\begin{aligned}\lambda_0 =& \frac{1}{\gamma_2(1+\chi')}\frac{4e^2}{m_1}\left[p_1+\frac{q_1}{2}+\frac{\varepsilon\left\langle f_1(\hat{k})f_2(\hat{k})\right\rangle}{\theta\left\langle f_1(\hat{k})\right\rangle}\right] \\ &+\frac{1}{\gamma_2(1+\chi')}\frac{4e^2}{m_2}\frac{\left\langle f_1^2(\hat{k})\right\rangle}{\left\langle f_2^2(\hat{k})\right\rangle}\left[p_2\frac{\left\langle f_2^2(\hat{k})\right\rangle}{\left\langle f_1^2(\hat{k})\right\rangle}+\frac{q_2}{2}\frac{\left\langle f_2^2(\hat{k})\right\rangle}{\left\langle f_1^2(\hat{k})\right\rangle}+\frac{\varepsilon\left\langle f_1(\hat{k})f_2(\hat{k})\right\rangle\theta}{\left\langle f_1^2(\hat{k})\right\rangle}\right] \\ &+16e^2\varepsilon_1\frac{\left\langle f_1(\hat{k})f_2(\hat{k})\right\rangle}{\left\langle f_1^2(\hat{k})\right\rangle}\left[\begin{array}{l}\left[p_1+\frac{q_1}{2}+\frac{\varepsilon\left\langle f_1(\hat{k})f_2(\hat{k})\right\rangle}{\theta\left\langle f_1^2(\hat{k})\right\rangle}\right]^{1/2} \\ \left[p_2\frac{\left\langle f_2^2(\hat{k})\right\rangle}{\left\langle f_1^2(\hat{k})\right\rangle}+\frac{q_2}{2}\frac{\left\langle f_2^2(\hat{k})\right\rangle}{\left\langle f_1^2(\hat{k})\right\rangle}+\frac{\varepsilon\left\langle f_1(\hat{k})f_2(\hat{k})\right\rangle\theta}{\left\langle f_1^2(\hat{k})\right\rangle}\right]^{1/2}\end{array}\right]\end{aligned} \tag{4.20}$$

$$\begin{aligned}d_1 =& \frac{1}{\gamma_2(1+\chi')}\frac{4e^2}{m_1}\left[-p_1-q_1\right] \\ &+\frac{1}{\gamma_2(1+\chi')}\frac{4e^2}{m_2}\frac{\left\langle f_1^2(\hat{k})\right\rangle}{\left\langle f_2^2(\hat{k})\right\rangle}\left[-p_2\frac{\left\langle f_2^2(\hat{k})\right\rangle}{\left\langle f_1^2(\hat{k})\right\rangle}-q_2\frac{\left\langle f_2^2(k)\right\rangle}{\left\langle f_1^2(\hat{k})\right\rangle}\right]\end{aligned} \tag{4.21}$$

$$d_2 = \frac{1}{\gamma_2(1+\chi')}\frac{4e^2}{m_1}\left[\frac{q_1}{2}\right]+\frac{1}{\gamma_2(1+\chi')}\frac{4e^2}{m_2}\frac{\left\langle f_1^2(\hat{k})\right\rangle}{\left\langle f_2^2(\hat{k})\right\rangle}\left[\frac{q_2}{2}\frac{\left\langle f_2^2(k)\right\rangle}{\left\langle f_1^2(\hat{k})\right\rangle}\right] \tag{4.22}$$

พิจารณาผลการคำนวณความลึกซาบซึมได้ของลอนดอนเทียบกับผลการทดลองของตัวนำยวดยิ่ง Fe-based: FeCo (Hardy et al., 2010) ซึ่งมีพารามิเตอร์ที่คำนวณได้ด้วยวิธี iteration แสดงดังตาราง 9

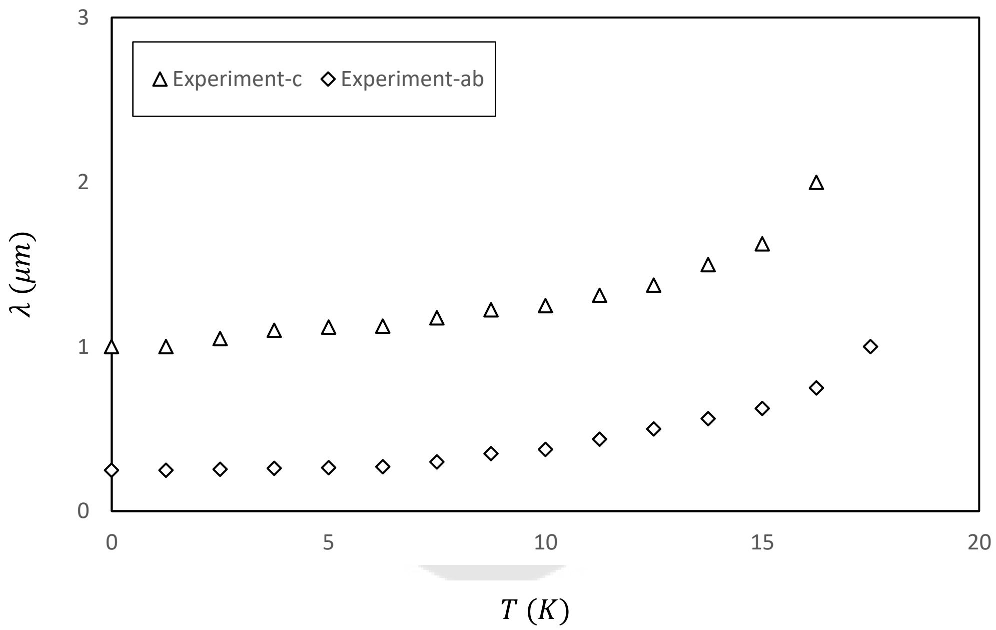
ตาราง 9 แสดงพารามิเตอร์ของตัวนำยวดยิ่ง FeCo จาก iteration

พารามิเตอร์ของ FeCo-ab	ค่าที่ได้	พารามิเตอร์ของ FeCo-c	ค่าที่ได้
T_c	21.4	T_c	21.4
λ_0	1.0567	λ_0	0.2841
d_1	-0.4323	d_1	-0.5414
d_2	1.9234	d_2	1.6029
p_1	97.1416	p_1	22.0232
p_2	-3.27705	p_2	0.714803
q_1	-111.919	q_1	-45.6096
q_2	-3.55965	q_2	-2.76978
γ_2	2	γ_2	2
χ'	-2	χ'	-2
e^2/m	0.01	e^2/m	0.01
$e^2\varepsilon_1$	0.01	$e^2\varepsilon_1$	0.01
ε	0.01	ε	0.01
β	1	β	1
$\theta = \psi_1/\psi_2$	0.5	$\theta = \psi_1/\psi_2$	0.5
$\left\langle f_2^2(\hat{k})\right\rangle / \left\langle f_1^2(\hat{k})\right\rangle$	0.0442609	$\left\langle f_2^2(\hat{k})\right\rangle / \left\langle f_1^2(\hat{k})\right\rangle$	0.024153
$\left\langle f_1(\hat{k}) f_2(\hat{k})\right\rangle / \left\langle f_1^2(\hat{k})\right\rangle$	45.0936	$\left\langle f_1(\hat{k}) f_2(\hat{k})\right\rangle / \left\langle f_1^2(\hat{k})\right\rangle$	40.4088
a_1	6.41005	a_1	6.40983
a_2	137.858	a_2	123.28

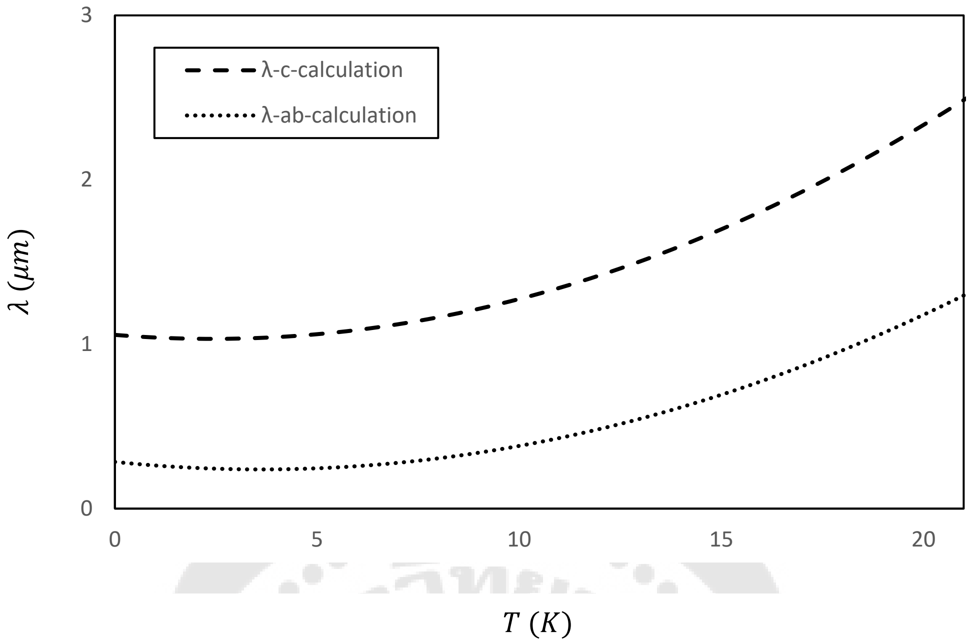
เมื่อแทนค่าพารามิเตอร์ลงในสมการ (4.18) จะได้สมการโพลิโนเมียลดีกรีสองของความลึกซาบซึมได้ของลอนดอนในระนาบ ab และในทิศทาง c ดังสมการ (4.23) และสมการ (4.24) ตามลำดับ และจากการคำนวณพบว่าความลึกซาบซึมได้ของลอนดอนสอดคล้องกับผลการทดลองของตัวนำยวดยิ่ง FeCo ดังภาพประกอบ 106

$$\frac{1}{\lambda^2(T)} = 1.0567 - 0.4323\frac{T}{T_c} + 1.9234\left(\frac{T}{T_c}\right)^2 \tag{4.23}$$

$$\frac{1}{\lambda^2(T)} = 0.2841 - 0.5414\frac{T}{T_c} + 1.6029\left(\frac{T}{T_c}\right)^2 \tag{4.24}$$



ภาพประกอบ 106 $\lambda(\mu m)$ เทียบกับ $T(K)$ เปรียบเทียบกับผลการทดลองของตัวนำยวดยิ่ง

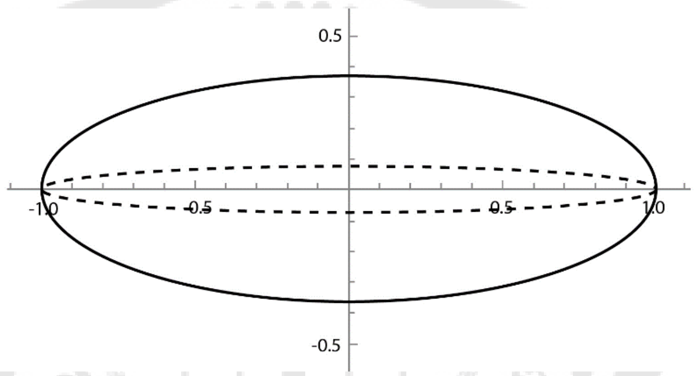


ภาพประกอบ 107 $\lambda(\mu m)$ เทียบกับ $T(K)$ ของตัวนำยวดยิ่ง FeCo จากการคำนวณ

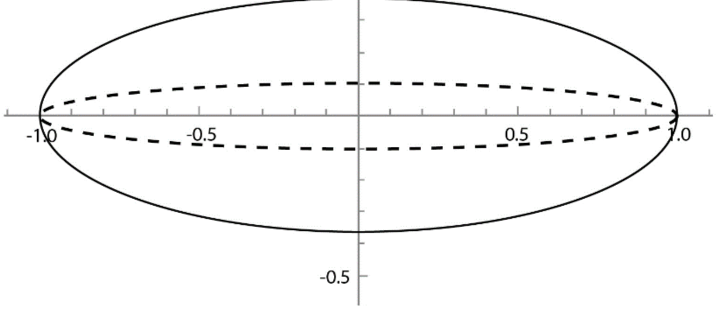
จากภาพประกอบ 107 แสดงพฤติกรรมของการขึ้นกับอุณหภูมิ (temperature-dependent) และการขึ้นกับความไม่สมมาตรของช่องว่างพลังงาน (anisotropic) ของความลึกซาบซึมได้ของลอนดอนที่ได้จากการคำนวณจากสมการ (4.23) และ (4.24) เทียบกับอุณหภูมิ ซึ่งใช้อุณหภูมิวิกฤต 21.4 เคลวิน พบว่า $\lambda^{ab}(T)$ และ $\lambda^{c}(T)$ ที่อุณหภูมิศูนย์เคลวินจะมีค่าเท่ากับ 0.2841 ไมโครเมตร และ 1.0567 ไมโครเมตร ตามลำดับ โดยที่อุณหภูมิยังคงใกล้ศูนย์เคลวิน ค่าความลึกซาบซึมได้ของลอนดอนจะมีค่าค่อนข้างคงตัว และค่อยๆเพิ่มขึ้นและเพิ่มขึ้นมากที่สุดที่อุณหภูมิวิกฤต ซึ่งผลที่ได้อยู่ในช่วงเดียวกับผลการจากการทดลองของตัวนำยวดยิ่ง FeCo (Hardy et al., 2010)

เมื่อพิจารณาความไม่สมมาตรของช่องว่างพลังงาน พบว่าความไม่สมมาตรของช่องว่างพลังงานของ λ^{ab} (ระนาบ ab) และ λ^{c} (ทิศทาง c) เป็นรูปทรงแพนเค้กโดยแถบพลังงานที่ 1 มีขนาดใหญ่กว่าแถบพลังงานที่ 2 ดังภาพประกอบ 108 และ 109 ตามลำดับ สำหรับฟังก์ชันความไม่สมมาตรรูปทรงแพนเค้กในระนาบ ab คือ $\left(f(\theta) = \dfrac{1}{\sqrt{1+a_i\cos^2\theta}}, i=1,2 \right)$ เมื่อ $\dfrac{\left\langle f_2^2(\hat{k}) \right\rangle}{\left\langle f_1^2(\hat{k}) \right\rangle} = 0.0442609$ และ $\dfrac{\left\langle f_1(\hat{k}) f_2(\hat{k}) \right\rangle}{\left\langle f_1^2(\hat{k}) \right\rangle} = 45.0936$ โดยมีพารามิเตอร์ความไม่สมมาตร

แถบพลังงานที่ 1: $a_1 = 6.41005$ (แสดงด้วยเส้นทึบ) และพารามิเตอร์ความไม่สมมาตรแถบพลังงานที่ 2: $a_2 = 137.858$ (แสดงด้วยเส้นประ) สำหรับฟังก์ชันความไม่สมมาตรรูปทรงแพนเค้กในระนาบ c คือ $\left(f(\theta) = \dfrac{1}{\sqrt{1 + a_i \cos^2 \theta}}, i = 1, 2 \right)$ เมื่อ $\dfrac{\left\langle f_2^2(\hat{k}) \right\rangle}{\left\langle f_1^2(\hat{k}) \right\rangle} = 0.024153$ และ $\dfrac{\left\langle f_1(\hat{k}) f_2(\hat{k}) \right\rangle}{\left\langle f_1^2(\hat{k}) \right\rangle} = 40.4088$ โดยมีพารามิเตอรความไม่สมมาตรแถบพลังงานที่ 1: $a_1 = 6.40983$ (แสดงด้วยเส้นทึบ) และพารามิเตอร์ความไม่สมมาตรแถบพลังงานที่ 2: $a_2 = 123.28$ (แสดงด้วยเส้นประ)



ภาพประกอบ 108 ความไม่สมมาตรของช่องว่างพลังงานรูปทรงแพนเค้กของ λ^{ab} ในแถบพลังงานที่ 1 และแถบพลังงานที่ 2 ของตัวนำยวดยิ่ง FeCo



ภาพประกอบ 109 ความไม่สมมาตรของช่องว่างพลังงานรูปทรงแพนเค้กของ λ^{c} ในแถบพลังงานที่ 1 และแถบพลังงานที่ 2 ของตัวนำยวดยิ่ง FeCo

บทที่ 5
สรุปและอภิปรายผลการวิจัย

การวิจัยแบ่งการศึกษาค้นคว้าออกเป็น 2 หัวข้อใหญ่ คือ ศึกษาสนามแม่เหล็กวิกฤตเชิงผิว (H_{c3}) และศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างสนามแม่เหล็กวิกฤตกับความลึกซาบซึมได้ (λ) ของตัวนำยวดยิ่งแบบแม่เหล็กชนิดคลื่น s แบบหนึ่งแถบพลังงานและแบบสองแถบพลังงาน ที่ขึ้นกับอุณหภูมิและขึ้นกับทิศทาง โดยแต่ละหัวข้อใหญ่ใช้การวิเคราะห์ผล 2 แบบ คือ การใช้ trial method และ iteration method

สรุปผลการวิจัย

สนามแม่เหล็กวิกฤตเชิงผิว (H_{c3})

เราศึกษาสนามแม่เหล็กวิกฤตเชิงผิวของตัวนำยวดยิ่งแบบแม่เหล็กแบบ 2 แถบพลังงานโดยใช้ทฤษฎีกินซ์เบิร์กแลนดาว ซึ่งพิจารณาทั้งสนามแม่เหล็กที่ไม่ขึ้นกับทิศทาง (isotropic) และขึ้นกับทิศทาง (anisotropic) สำหรับสนามแม่เหล็กเชิงผิวที่ไม่ขึ้นกับทิศทาง เราเริ่มต้นคำนวณจากสมการพลังงานอิสระของตัวนำยวดยิ่งแบบแม่เหล็กที่ไม่ขึ้นกับทิศทาง และลดรูปพลังงานอิสระโดยใช้ทฤษฎีไดเวอร์เจน และทฤษฎีสโตกส์ จากนั้นแปรค่าพลังงานอิสระเทียบกับตัวแปรบอกความเป็นระเบียบ $\left(\frac{\partial F_{sc}}{\partial \psi_1^*}, \frac{\partial F_{sc}}{\partial \psi_2^*}\right)$ ทำให้ได้สมการกินซ์เบิร์กแลนดาวที่ 1 จัดรูปสมการกินซ์เบิร์กแลนดาวที่ 1 ด้วยวิธี variation method ทำให้ได้สมการสนามแม่เหล็กวิกฤตเชิงผิว (H_{c3}) ที่ขึ้นกับอุณหภูมิ โดยใช้ฟังก์ชันการขึ้นกับอุณหภูมิ 4 รูปแบบ ประกอบด้วย ฟังก์ชันการขึ้นกับอุณหภูมิรูปแบบของเชน รูปแบบของซู รูปแบบของซาเนนโค และรูปแบบของชั่งจันทร์และอุดมสมุทรหิรัญ วิเคราะห์ผลการขึ้นกับอุณหภูมิของสนามแม่เหล็กวิกฤตเชิงผิวด้วยวิธี trial method โดยพิจารณาฟังก์ชันอุณหภูมิแบบไขว้ระหว่างแถบพลังงานที่ 1 และแถบพลังงานที่ 2 ได้ทั้งหมด 16 รูปแบบ จำแนกการขึ้นกับอุณหภูมิออกเป็น 4 กรณี ประกอบด้วย กรณีที่ 1: M11 (M1-M1), M12 (M1-M2), M13 (M1-M3) และ M14 (M1-M4) กรณีที่ 2: M21, M22, M23 และ M24 กรณีที่ 3: M31, M32, M33 และ M34 และกรณี 4: M41, M42, M43 และ M44 ผลที่ได้ของทุกกรณีไม่สอดคล้องกับผลการทดลองของตัวนำยวดยิ่งแบบเหล็ก: KFeSe (iron-based superconductor) โดยค่าสนามแม่เหล็กวิกฤตเชิงผิวที่ศูนย์เคลวินของทุกกรณีมีค่าต่ำกว่า 20 kOe ซึ่งต่ำกว่าผลจากการทดลอง สำหรับสนามแม่เหล็กวิกฤตเชิงผิวที่ขึ้นกับทิศทาง เราคำนวณจากสมการพลังงานอิสระของตัวนำยวดยิ่งแบบแม่เหล็กที่ขึ้นกับทิศทาง และแปรค่าพลังงานอิสระ

เทียบกับตัวแปรบอกความเป็นระเบียบ $\left(\dfrac{\partial F_{sc}}{\partial \psi_1^*}, \dfrac{\partial F_{sc}}{\partial \psi_2^*}\right)$ ทำให้ได้สมการกินซ์เบิร์กแลนดาวที่ 1 ที่ขึ้นกับทิศทาง จัดรูปสมการกินซ์เบิร์กแลนดาวที่ 1 ด้วยวิธี variation method ทำให้ได้สมการสนามแม่เหล็กวิกฤตเชิงผิว (H_{c3}) ที่ขึ้นกับอุณหภูมิและขึ้นกับทิศทางแบบสองแถบพลังงาน ซึ่งสามารถลดรูปไปสู่สมการสนามแม่เหล็กวิกฤตเชิงผิวแบบแถบพลังงานเดียวที่ไม่ขึ้นกับทิศทางได้ จากนั้นวิเคราะห์ผลการขึ้นกับอุณหภูมิและการขึ้นกับทิศทางของสนามแม่เหล็กวิกฤตเชิงผิวด้วยวิธี trial (Trial method) และ iteration (Iteration method) โดยใช้ฟังก์ชันการขึ้นกับอุณหภูมิ 4 รูปแบบ และฟังก์ชันความไม่สมมาตรของช่องว่างพลังงาน 2 รูปแบบ

สนามแม่เหล็กวิกฤตเชิงผิวด้วยวิธี trial (Trial method)

พิจารณาฟังก์ชันอุณหภูมิและฟังก์ชันความไม่สมมาตรแบบไขว้ระหว่างแถบพลังงานที่ 1 และแถบพลังงานที่ 2 ได้ทั้งหมด 64 รูปแบบ โดยจำแนกการขึ้นกับอุณหภูมิออกเป็น 4 กรณี ประกอบด้วย กรณีที่ 1: M11 , M12, M13 และ M14 กรณีที่ 2: M21, M22, M23 และ M24 กรณีที่ 3: M31, M32, M33 และ M34 และกรณี 4: M41, M42, M43 และ M44 ในแต่ละกรณีจำแนกฟังก์ชันความไม่สมมาตรของช่องว่างพลังงานรูปทรงรี-ทรงรี (e-e), รูปทรงรี-แพนเค้ก (e-p), รูปทรงแพนเค้ก-ทรงรี (p-e) และรูปทรงแพนเค้ก-แพนเค้ก (p-p) ทำให้รวมมีรูปแบบที่พิจารณาทั้งหมด 64 รูปแบบ พบว่าเมื่อใช้ฟังก์ชันอุณหภูมิของชั่งจันทร์และอุดมสมุทรหิรัญในแถบพลังงานที่ 2 ของทุกกรณี ที่มีช่องว่างพลังงานแถบพลังงานที่ 1 รูปทรงแพนเค้ก และแถบพลังงานที่ 2 รูปทรงรี (M14-p-e, M24-p-e, M34-p-e และ M44-p-e) รวม 4 รูปแบบ ให้ผลสอดคล้องกับผลการทดลองในกลุ่มตัวนำยวดยิ่งที่มีเหล็กเป็นองค์ประกอบ: KFeSe และเมื่อพิจารณาอัตราส่วนสนามแม่เหล็กวิกฤตเชิงผิวเทียบกับสนามแม่เหล็กวิกฤตที่ 2 ของ M14-p-e, M24-p-e, M34-p-e และ M44-p-e พบว่าอัตราส่วนที่ได้สอดคล้องกับผลการทดลองที่อุณหภูมิใกล้เคียงอุณหภูมิวิกฤต

สนามแม่เหล็กวิกฤตเชิงผิวด้วยวิธี iteration (Iteration method)

จัดรูปสมการสนามแม่เหล็กวิกฤตเชิงผิว และสมการสนามแม่เหล็กวิกฤตที่ 2 ให้อยู่ในรูปสมการโพลิโนเมียลกำลังสองในเทอมของอุณหภูมิ โดยพิจารณาเฉพาะฟังก์ชันอุณหภูมิของชั่งจันทร์และอุดมสมุทรหิรัญทั้งในแถบพลังงานที่ 1 และแถบพลังงานที่ 2 ซึ่งมีพารามิเตอร์หลักที่สำคัญ 6 พารามิเตอร์ คือ k_1 , k_2 , k_3 , H_{c2}^0 , R_1 และ R_2 เทียบกับผลการทดลองของตัวนำ

ยวดยิ่งในกลุ่มที่มีเหล็กเป็นองค์ประกอบ: KFeSe และตัวนำยวดยิ่งในกลุ่มคิวเพรท: LaSrCuO ในทิศทางแกน a (LaSrCuO-a) และในทิศทางแกน c (LaSrCuO-c)

สำหรับตัวนำยวดยิ่งในกลุ่มที่มีเหล็กเป็นองค์ประกอบ: KFese พบว่าสนามแม่เหล็กวิกฤตที่ 2 และอัตราส่วนระหว่างสนามแม่เหล็กวิกฤตเชิงผิวต่อสนามแม่เหล็กวิกฤตที่ 2 สอดคล้องกับผลการทดลองของตัวนำยวดยิ่ง KFeSe ที่อุณหภูมิวิกฤต 30.8 เคลวิน โดย H_{c2} จะมีค่าลดลงเมื่ออุณหภูมิเพิ่มขึ้นและมีค่าเท่ากับศูนย์ที่อุณหภูมิวิกฤต ในขณะที่อัตราส่วน H_{c3}/H_{c2} มีค่าลดลงที่อุณหภูมิเพิ่มขึ้นเช่นเดียวกัน โดยมีค่า ≈ 6.2 ซึ่งมีค่าสูงกว่าผลที่ได้จากการทดลองของตัวนำยวดยิ่ง KFeSe ที่มีค่า ≈ 4.4 และสูงกว่าผลจากสมการดั้งเดิมที่มีค่า ≈ 1.66 จากผลที่ได้นี้พบว่าพารามิเตอร์แม่เหล็ก χ และ χ' ส่งผลให้อัตราส่วนที่คำนวณได้มีค่าสูงกว่าผลจากการทดลอง และพบว่าขึ้นกับทิศทางโดยมีความไม่สมมาตรของช่องว่างพลังงานเป็นรูปทรงแพนเค้กลักษณะใกล้เคียงกันทั้งในแถบพลังงานที่ 1 และแถบพลังงานที่ 2

สำหรับตัวนำยวดยิ่งในกลุ่มคิวเพรท: LaSrCuO พบว่าสนามแม่เหล็กวิกฤตที่ 2 และอัตราส่วนระหว่างสนามแม่เหล็กวิกฤตเชิงผิวต่อสนามแม่เหล็กวิกฤตที่ 2 สอดคล้องกับผลการทดลองของตัวนำยวดยิ่ง LaSrCuO ทั้งในทิศทางแกน a (LaSrCuO-a) และทิศทางแกน c (LaSrCuO-c) ที่อุณหภูมิวิกฤต 34.8 เคลวิน โดย H_{c2}^{a} และ H_{c2}^{c} จะมีค่าลดลงเมื่ออุณหภูมิเพิ่มขึ้นและมีค่าเท่ากับศูนย์ที่อุณหภูมิวิกฤต ในขณะที่อัตราส่วน H_{c3}^{a}/H_{c2}^{a} และ H_{c3}^{c}/H_{c2}^{c} มีค่าลดลงที่อุณหภูมิเพิ่มขึ้นเช่นเดียวกัน โดยมีค่า ≈ 0.3 และ ≈ 1.6 ซึ่งมีค่าน้อยกว่าและอยู่ในช่วงเดียวกับผลที่ได้จากการทดลองของตัวนำยวดยิ่ง LaSrCuO-a และ LaSrCuO-c ที่มีค่า ≈ 4.2 และ ≈ 1.8 ตามลำดับ พบว่าผลจากการคำนวณของตัวนำยวดยิ่งในกลุ่มคิวเพรทนี้จะมีค่าอยู่ในช่วงเดียวกันกับผลจากสมการดั้งเดิม และพบว่า LaSrCuO ทั้งในทิศทาง a และทิศทาง c ขึ้นกับทิศทางโดยมีความไม่สมมาตรของช่องว่างพลังงานเป็นรูปทรงแพนเค้กทั้งในแถบพลังงานที่ 1 และแถบพลังงานที่ 2 โดยในแถบพลังงานที่ 1 มีลักษณะเป็นแพนเค้กแฟ่บ (flat band) จึงกล่าวได้ว่าตัวนำยวดยิ่ง LaSrCuO เป็นตัวนำยวดยิ่งในแถบพลังงานเดียว

จากการวิเคราะห์ผลทั้ง 2 วิธี พบว่าผลจากการ trial สอดคล้องกับผลการทดลองที่ช่วงใกล้อุณหภูมิวิกฤต และให้ผลที่ดียิ่งขึ้นเมื่อวิเคราะห์เพิ่มเติมด้วยวิธี iteration

ความลึกซาบซึมได้ (λ)

เราศึกษาความลึกซาบซึมได้ของตัวนำยวดยิ่งแบบแม่เหล็กแบบ 2 แถบพลังงานที่ขึ้นกับทิศทาง (isotropic) โดยใช้ทฤษฎีกินซ์เบิร์กแลนดาว ซึ่งเริ่มต้นคำนวณจากสมการพลังงาน

อิสระของตัวนำยวดยิ่งแบบแม่เหล็กที่ขึ้นกับทิศทาง จากนั้นลดรูปพลังงานอิสระและแปรค่าเทียบกับศักย์เวกเตอร์ $\left(\frac{\partial F_{sc}}{\partial \bar{A}}\right)$ ทำให้ได้สมการกินซ์เบิร์กแลนดาวที่ 2 จัดรูปสมการกินซ์เบิร์กแลนดาวที่ 2 เทียบกับสมการแมกซ์เวล ทำให้ได้สมการความลึกซาบซึมได้ (λ) ที่ขึ้นกับอุณหภูมิและขึ้นกับทิศทางแบบสองแถบพลังงาน ซึ่งสามารถลดรูปไปสู่สมการความลึกซาบซึมได้แบบแถบพลังงานเดียวที่ไม่ขึ้นกับทิศทางได้ จากนั้นวิเคราะห์ผลการขึ้นกับอุณหภูมิและการขึ้นกับทิศทางของความลึกซาบซึมได้ด้วยวิธี trial (Trial method) และ iteration (Iteration method) โดยใช้ฟังก์ชันการขึ้นกับอุณหภูมิ 4 รูปแบบ และฟังก์ชันความไม่สมมาตรของช่องว่างพลังงาน 2 รูปแบบ

ความลึกซาบซึมได้ด้วยวิธี trial (Trial method)

พิจารณาฟังก์ชันอุณหภูมิและฟังก์ชันความไม่สมมาตรแบบไขว้ระหว่างแถบพลังงานที่ 1 และแถบพลังงานที่ 2 ได้ทั้งหมด 64 รูปแบบ โดยจำแนกการขึ้นกับอุณหภูมิออกเป็น 4 กรณี เช่นเดียวกับการวิเคราะห์ผลของสนามแม่เหล็กวิกฤตเชิงผิว คือกรณีที่ 1: M11, M12, M13 และ M14 กรณีที่ 2: M21, M22, M23 และ M24 กรณีที่ 3: M31, M32, M33 และ M34 และกรณี 4: M41, M42, M43 และ M44 ในแต่ละกรณีจำแนกฟังก์ชันความไม่สมมาตรของช่องว่างพลังงานรูปทรงรี-ทรงรี (e-e), รูปทรงรี-แพนเค้ก (e-p), รูปทรงแพนเค้ก-ทรงรี (p-e) และรูปทรงแพนเค้ก-แพนเค้ก (p-p) ทำให้รวมมีรูปแบบที่พิจารณาทั้งหมด 64 รูปแบบ พบว่าเมื่อใช้ฟังก์ชันอุณหภูมิของชั่งจันทร์และอุดมสมุทรหิรัญในแถบพลังงานที่ 2 ของทุกกรณี ที่มีช่องว่างพลังงานแถบพลังงานที่ 1 รูปทรงแพนเค้ก และแถบพลังงานที่ 2 รูปทรงรี (M14-p-e, M24-p-e, M34-p-e และ M44-p-e) รวม 4 รูปแบบ ให้ผลสอดคล้องกับผลการทดลองในกลุ่มตัวนำยวดยิ่งที่มีเหล็กเป็นองค์ประกอบ: FeCo ทั้งในระนาบ ab (FeCo-ab) และทิศทางแกน c (FeCo-c) คือมีค่าค่อนข้างคงตัวที่ใกล้อุณหภูมิศูนย์เคลวินและมีค่าเพิ่มขึ้นอย่างรวดเร็วที่อุณหภูมิวิกฤต

ความลึกซาบซึมได้ด้วยวิธี iteration (Iteration method)

จัดรูปสมการความลึกซาบซึมได้ให้อยู่ในรูปสมการโพลิโนเมียลกำลังสองในเทอมของอุณหภูมิ โดยพิจารณาเฉพาะฟังก์ชันอุณหภูมิของชั่งจันทร์และอุดมสมุทรหิรัญทั้งในแถบพลังงานที่ 1 และแถบพลังงานที่ 2 ซึ่งมีพารามิเตอร์หลักที่สำคัญ 3 พารามิเตอร์ คือ λ_0 , d_1 และ d_2 เทียบกับผลการทดลองของตัวนำยวดยิ่งในกลุ่มที่มีเหล็กเป็นองค์ประกอบ: FeCo ทั้งในระนาบ ab (FeCo-ab) และทิศทางแกน c (FeCo-c) พบว่าที่อุณหภูมิใกล้ศูนย์เคลวิน ความลึกซาบซึมได้ทั้งระนาบ ab $\left(\lambda^{ab}\right)$ และทิศทางแกน c $\left(\lambda^{c}\right)$ มีค่าค่อนข้างคงตัว และเพิ่มขึ้นที่

อุณหภูมิเพิ่มขึ้น โดยเพิ่มขึ้นอย่างรวดเร็วที่อุณหภูมิวิกฤต และพบว่าขึ้นกับทิศทางโดยมีความไม่สมมาตรของช่องว่างพลังงานเป็นรูปทรงแพนเค้กทั้งในแถบพลังงานที่ 1 และแถบพลังงานที่ 2 โดยแถบพลังงานที่ 1 กว้างกว่าแถบพลังงานที่ 2

จากการวิเคราะห์ผลทั้ง 2 วิธี พบว่าที่อุณหภูมิใกล้ศูนย์เคลวิน ความลึกซาบซึมได้มีค่าค่อนข้างคงตัว และมีค่าเพิ่มขึ้นที่อุณหภูมิสูงขึ้น โดยเพิ่มขึ้นอย่างรวดเร็วที่อุณหภูมิวิกฤต แสดงถึงความสัมพันธ์ของสนามแม่เหล็กวิกฤตกับความลึกซาบซึมได้ อธิบายได้ว่าที่อุณหภูมิวิกฤตสนามแม่เหล็กสามารถซาบซึมเข้าไปในเนื้อของตัวนำยวดยิ่งได้มากขึ้น ซึ่งเมื่อสนามแม่เหล็กมีค่ามากขึ้นจนถึงสนามแม่เหล็กวิกฤตจะสามารถทำลายสภาพนำยวดยิ่งของตัวนำยวดยิ่งได้

อภิปรายผล

จากการคำนวณสนามแม่เหล็กวิกฤตเชิงผิวของตัวนำยวดยิ่งแบบแม่เหล็กแบบสองแถบพลังงานที่ขึ้นกับอุณหภูมิทั้งที่ขึ้นกับทิศทางและไม่ขึ้นกับทิศทาง เมื่อวิเคราะห์ผลโดย trial method พบว่าสนามแม่เหล็กวิกฤตเชิงผิวของตัวนำยวดยิ่งที่ขึ้นกับอุณหภูมิทั้ง 4 รูปแบบในแถบพลังงานที่ 1 และขึ้นกับอุณหภูมิของชั่งจันทร์และอุดมสมุทรหิรัญในแถบพลังงานที่ 2 และขึ้นกับทิศทางโดยมีช่องว่างพลังงานรูปทรงแพนเค้กในแถบพลังงานที่ 1 และรูปทรงรีในแถบพลังงานที่ 2: M14-p-e, M24-p-e, M34-p-e และ M44-p-e ให้ผลสอดคล้องกับผลการทดลองของตัวนำยวดยิ่งในกลุ่มที่มีเหล็กเป็นองค์ประกอบ: KFeSe ที่บริเวณอุณหภูมิวิกฤต เมื่อวิเคราะห์ผลโดย iteration method พบว่าสนามแม่เหล็กวิกฤตที่ 2 และอัตราส่วนสนามแม่เหล็กวิกฤตเชิงผิวต่อสนามแม่เหล็กวิกฤตที่ 2 ที่ขึ้นกับอุณหภูมิของชั่งจันทร์และอุดมสมุทรหิรัญทั้งในแถบพลังงานที่ 1 และแถบพลังงานที่ 2 และขึ้นกับทิศทางโดยมีช่องว่างพลังงานรูปทรงแพนเค้กทั้งในแถบพลังงานที่ 1 และแถบพลังงานที่ 2 ให้ผลสอดคล้องกับผลการทดลองทั้งตัวนำยวดยิ่งในกลุ่มที่มีเหล็กเป็นองค์ประกอบ: KFeSe และในกลุ่มตัวนำยวดยิ่งแบบคิวเพรท: LaSrCuO โดยสนามแม่เหล็กวิกฤตที่ 2 จะลดลงเมื่ออุณหภูมิเพิ่มขึ้นและลดลงจนเป็นศูนย์ที่อุณหภูมิวิกฤต และมีค่าอัตราส่วนสนามแม่เหล็กวิกฤตเชิงผิวต่อสนามแม่เหล็กวิกฤตที่ 2 สูงกว่าตัวนำยวดยิ่ง KFeSe และสูงกว่าผลจากสมการดั้งเดิมของเจมและเจนเนส แต่มีค่าใกล้เคียงกับตัวนำยวดยิ่ง LaSrCuO และมีค่าเท่ากับผลจากสมการดั้งเดิมของเจมและเจนเนส ซึ่งพารามิเตอร์แม่เหล็ก χ และ χ' ส่งผลให้อัตราส่วนนี้มีค่าสูงในตัวนำยวดยิ่งกลุ่มที่มีเหล็กเป็นองค์ประกอบ

จากการคำนวณความลึกซาบซึมได้ของตัวนำยวดยิ่งแบบแม่เหล็กแบบสองแถบพลังงานที่ขึ้นกับอุณหภูมิและขึ้นกับทิศทาง เมื่อวิเคราะห์ผลโดย trial method พบว่าความลึกซาบซึมได้

ของตัวนำยวดยิ่งที่ขึ้นกับอุณหภูมิทั้ง 4 รูปแบบในแถบพลังงานที่ 1 และขึ้นกับอุณหภูมิของชั่งจันทร์และอุดมสมุทรหิรัญในแถบพลังงานที่ 2 และขึ้นกับทิศทางโดยมีช่องว่างพลังงานรูปทรงแพนเค้กในแถบพลังงานที่ 1 และรูปทรงรีในแถบพลังงานที่ 2: M14-p-e, M24-p-e, M34-p-e และ M44-p-e ให้ผลสอดคล้องกับผลการทดลองของตัวนำยวดยิ่งในกลุ่มที่มีเหล็กเป็นองค์ประกอบ: FeCo ทั้งในระนาบ ab และในทิศทางแกน c เมื่อวิเคราะห์ผลโดย iteration method พบว่าความลึกซาบซึมได้ที่ขึ้นกับอุณหภูมิของชั่งจันทร์และอุดมสมุทรหิรัญทั้งในแถบพลังงานที่ 1 และแถบพลังงานที่ 2 และขึ้นกับทิศทางโดยมีช่องว่างพลังงานรูปทรงแพนเค้กทั้งในแถบพลังงานที่ 1 และแถบพลังงานที่ 2 ให้ผลสอดคล้องกับผลการทดลองของตัวนำยวดยิ่งในกลุ่มที่มีเหล็กเป็นองค์ประกอบ: FeCo ทั้งในระนาบ ab และในทิศทางแกน c โดยความลึกซาบซึมได้จะมีค่าคงที่ที่อุณหภูมิศูนย์เคลวินและเพิ่มขึ้นที่อุณหภูมิสูงขึ้นจนมีค่าเพิ่มขึ้นอย่างรวดเร็วที่บริเวณอุณหภูมิวิกฤต สรุปได้ว่าที่บริเวณอุณหภูมิวิกฤตสนามแม่เหล็กจะซาบซึมเข้าไปในเนื้อของตัวนำยวดยิ่งมากขึ้น และเมื่อเข้าไปจนมีค่ามากกว่าสนามแม่เหล็กวิกฤต ตัวนำยวดยิ่งจะสูญเสียสภาพนำยวดยิ่งและเปลี่ยนสถานะเป็นตัวนำปกติ

บรรณานุกรม

Askerzade, I. N. (2003). Surface critical magnetic field Hc3(T) of a bulk superconductor MgB2 using two-band Ginzburg-Landau theory. *Pramana,* 61, 611-616.

Barisic, N., Badoux, S., Chan, M., Dorow, C., Tabis, W., Vignolle, B., . . . Greven, M. (2013). Universal quantum oscillations in the underdoped cuprate superconductors. *Nature Physics,* 9.

Bednorz, J. G., & Müller, K. A. (1986). Possible highTc superconductivity in the Ba-La-Cu-O system. *Zeitschrift für Physik B Condensed Matter,* 64(2), 189-193.

Borriello, I., Cantele, G., & Ninno, D. (2008). Ab initio investigation of hybrid organic-inorganic perovskites based on tin halides. *Physical Review B,* 77.

Bryant, C. A., & Keesom, P. H. (1961). Low-Temperature Specific Heat of Germanium. *Physical Review,* 124(3), 698-700.

Buckel, W., & Kleiner, R. (2004). *Superconductivity fundamental and application* (2nd ed.). Newyork: WILEY-VCH Verlag GmbH & Co. KGaA.

Buzdin, A., & Chameeva, T. (1995). Surface critical field in layered superconductors. *Physics Letters A,* 207(1), 113-117.

Changjan, A., Meakniti, S., & Udomsamuthirun, P. (2017). The temperature-dependent surface critical magnetic field (HC3) of magnetic superconductors: Applied to lead bismuth (Pb82Bi18) superconductors. *Journal of Physics and Chemistry of Solids,* 107, 32-35. doi:https://doi.org/10.1016/j.jpcs.2017.03.022

Changjan, A., & Udomsamuthirun, P. (2011a). The critical magnetic field of anisotropic two-band magnetic superconductors. *Solid State Communications,* 151(14), 988-992. doi:https://doi.org/10.1016/j.ssc.2011.04.032

Changjan, A., & Udomsamuthirun, P. (2011b). Critical magnetic field ratio of anisotropic magnetic superconductors. *Physica C, Superconductivity,* 471(1-2), 23-25. doi:DOI:101016/jphysc201010002

Changjan, A., & Udomsamuthirun, P. (2013). Critical temperature of magnetic superconductors by two-band Ginzburg-Landau approach. *Songklanakarin*

Journal of Science and Technology, 35, 611-614.

Chen, L., Zuo, J., Lu, Y., & Huang, H. (2011). Two-band calculations on the upper critical field of superconductor NbSe2. *Physica C-superconductivity and Its Applications,* 471, 1591-1594.

Chong, S. V., Hashimoto, S., & Kadowaki, K. (2010). Upper critical fields and critical current density of BaFe2(As0.68P0.32)2 single crystal. *Solid State Communications,* 150(27), 1178-1181.

Dash, P., Das, S., & Mukherjee, P. (2021). Heat Capacity and Susceptibility of Rare Earth Magnetic Superconductors. *Journal of Superconductivity and Novel Magnetism*.

Felner, I., Tsindlekht, M. I., Drachuck, G., & Keren, A. (2013). Anisotropy of the upper critical fields and the paramagnetic Meissner effect in La1.85Sr0.15CuO4 single crystals. *Journal of Physics: Condensed Matter,* 25(6), 065702. doi:10.1088/0953-8984/25/6/065702

Haas, S., & Maki, K. (2001). Anisotropic s -wave superconductivity in MgB 2. *Physical Review B,* 65, 020502.

Hampshire, D. P. (1998). Ferromagnetic and antiferromagnetic superconductivity. *Physica C: Superconductivity,* 304(1), 1-11.

Hardy, F., Wolf, T., Fisher, R., Eder, R., Schweiss, P., Adelmann, P., . . . Meingast, C. (2010). Calorimetric evidence of multiband superconductivity in BaFe0.925 Co0.075 Assingle crystals

Physical Review B, 81. doi:10.1103/PhysRevB.81.060501

Kamihara, Y., Watanabe, T., Hirano, M., & Hosono, H. (2008). Iron-based layered superconductor La[O1-xFx]FeAs (x= 0.05-0.12) with Tc = 26 K. *Journal of the American Chemical Society,* 130, 3296-3297.

Khachan, J., & Bosi, S. Superconductivity. Retrieved from http://www.physics.usyd.edu.au/~khachan/PTF/Superconductivity.pdf

Kidanemariam, T., & Kahsay, G. (2016). Theoretical Study of Upper Critical Magnetic Field in Multiband Iron Based Superconductors. *Advances in Condensed Matter Physics,* 2016, 5470429.

Kittel, C. (2005). *Introduction to Solid State Physics* (8th ed.). United States of America: John Wiley & Song.

Meakniti, S., Changjan, A., & Udomsamuthirun, P. (2014). The Study on Surface Critical Magnetic Field of a Layered Magnetic Superconductors. *Advanced Materials Research,* 979, 224-227.

Mun, E. D., Altarawneh, M. M., Mielke, C. H., Zapf, V. S., Hu, R., Bud'ko, S. L., & Canfield, P. C. (2011). Anisotropic Hc2 of K0.8Fe1.76Se2 determined up to 60 T. *Physical Review B,* 83(10), 100514. doi:10.1103/PhysRevB.83.100514

Nagamatsu, J., Nakagawa, N., Muranaka, T., Zenitani, Y., & Akimitsu, J. (2001). Superconductivity at 39 K in magnesium diboride. *Nature,* 410(6824), 63-64.

Omar, M. A. (1993). *Elementary Solid state Physics Principles and Applications*. United state of America: Addison-Wesley.

Posazhennikova, A., Dahm, T., & Maki, K. (2002). Anisotropic s-wave superconductivity: Comparison with experiments on MgB2 single crystals. *EPL (Europhysics Letters),* 60. doi:10.1209/epl/i2002-00330-9

Prozorov, R., & Kogan, V. G. (2011). London penetration depth in iron-based superconductors. *Reports on Progress in Physics,* 74(12), 124505. doi:10.1088/0034-4885/74/12/124505

Ren, Z.-A., Yang, J., Lu, W., Yi, W., Shen, X.-L., Li, Z.-C., . . . Zhao, Z.-X. (2008). Superconductivity in the Iron-Based F-Doped Layered Quaternary Compound Nd[O1—x Fx]FeAs. *EPL (Europhysics Letters),* 82. doi:10.1209/0295-5075/82/57002

Saint-James, D., & Gennes, P. G. (1963). Onset of superconductivity in decreasing fields. *Physics Letters,* 7(5), 306-308.

Shanenko, A., Milosevic, M., Peeters, F., & Vagov, A. (2011). Extended Ginzburg-Landau Formalism for Two-Band Superconductors. *Physical review letters,* 106, 047005.

Tomków, L. (2013). *Investigations on superconducting magnetic shields based on YBCO and BSCCO.*

Tongkhonburi, P., & Udomsamuthirun, P. (2019). The study on penetration depth of anisotropic two-band superconductors by Ginzburg–Landau approach. *Physica C: Superconductivity and its Applications,* 561, 45-48.

Tsindlekht, M. I., Felner, I., Zhang, M., Wang, A. F., & Chen, X. H. (2011). Superconducting critical fields of single-crystalline $K_{0.73}Fe_{1.68}Se_2$. *Physical Review B,* 84(5), 052503.

Udomsamuthirun, P., Kruaehong, T., Nilkamjon, T., & Ratreng, S. (2010). The New Superconductors of YBaCuO Materials. *Journal of Superconductivity and Novel Magnetism,* 23(7), 1377-1380.

Varshney, D., Shah, S., & Singh, R. K. (1996). Anisotropic superconducting state parameters of Nd-Ce-CuO and La-Sr-CuO systems. 9. doi:10.1007/BF00727555

Journal Name: Journal of Superconductivity; Journal Volume: 9; Journal Issue: 3; Other Information: PBD: Jun 1996

Villagracia, A. R. (2013). First principle investigation of atomic hydrogen adsorption on Pd-doped MgB2. *Philippine Science Letters,* 6, 176-181.

Wu, M.-K., Ashburn, J., Torng, C., Hor, P., Meng, R., Gao, L., . . . Chu, C. (1987). Superconductivity at 93 K in a New Mixed-Phase Y-Ba-Cu-O Compound System at Ambient Pressure. *Physical review letters,* 58, 908-910.

Zhang, J. L., Jiao, L., Balakirev, F. F., Wang, X. C., Jin, C. Q., & Yuan, H. Q. (2011). Upper critical field and its anisotropy in LiFeAs. *Physical Review B,* 83(17), 174506.

Zhi-An, R., Wei, L., Jie, Y., Wei, Y., Xiao-Li, S., Zheng, C., . . . Zhong-Xian, Z. (2008). Superconductivity at 55 K in Iron-Based F-Doped Layered Quaternary Compound Sm[O 1- x F x] FeAs. *Chinese Physics Letters,* 25(6), 2215-2216.

Zhu, X., Yang, H., Fang, L., Mu, G., & Wen, H.-H. (2008). Upper critical field, Hall effect and magnetoresistance in the iron-based layered superconductor LaFeAsO0.9F0.1. *Superconductor Science and Technology,* 21, 105001.

พงษ์แก้ว อุดมสมุทรหิรัญ. (2555). ทฤษฎีตัวนำยวดยิ่ง (พิมพ์ครั้งที่ 2 ed.). กรุงเทพมหานคร: บจก. วัน โอ ไฟว์ ดิจิตอลพริ้นติ้ง.

พวงรัตน์ ไพเราะ. (2549). สภาพนำยวดยิ่ง. Retrieved from http://sutir.sut.ac.th:8080/sutir/bitstream/123456789/331/1/OTOP49_6.pdf

ภาคผนวก

ตัวอย่างโปรแกรมการคำนวณ

```
ClearAll[hc3, ttc, temp1, temp2];
tc = 31;
hc2 = 56;
tt = 23;
p = 1;
q = 11;
a = 0.5;
b = 0.1;
c = 2;
x = 1;
xp = 1;
temp1[t_, a_] := (tt/tc);
temp2 [t_, a_] := 1 - tt/tc;
hc3[tt_] := hc2/(1 + xp) * (1.66 * (((1 - temp1[t, a]) * c^2 - (p * (temp2[t, a]) - q/2 * (temp2[t, a])^2))/(c^2 - 1)) - (x - xp));
While[tt < tc, Print[tt, " ", N[hc3[tt]]];
  tt = tt + 0.1;
 ];
```

ภาพประกอบ 110 สนามแม่เหล็กวิกฤตเชิงผิวที่ไม่ขึ้นกับทิศทางกรณี M14

```
ClearAll[hc3, ttc, temp];
tc = 31;
hc2 = 56;
tt = 23;
p = 1;
q = 11;
a = 0.5;
b = 0.1;
c = 2;
x = 1;
xp = 1;
temp1[t_, a_] := (tt/tc);
temp2 [t_, a_] := 1 - tt/tc;
hc3[tt_] := hc2/(1 + xp) * (1.66 * ((((1 - (temp1[t, a])^2)/(1 + (temp1[t, a])^2)) * c^2 - (p * (temp2[t, a]) - q/2 * (temp2[t, a])^2))/(c^2 - 1)) - (x - xp));
While[tt < tc, Print[tt, " ", N[hc3[tt]]];
  tt = tt + 0.1;
 ];
```

ภาพประกอบ 111 สนามแม่เหล็กวิกฤตเชิงผิวที่ไม่ขึ้นกับทิศทางกรณี M24

```
ClearAll[hc3, ttc, temp];
tc = 31;
hc2 = 56;
tt = 23;
p = 1;
q = 11;
a = 0.5;
b = 0.1;
c = 2;
x = 1;
xp = 1;
temp [t_, a_] := 1 - tt/tc;
hc3[tt_] := hc2/(1 + xp) * (1.66 * (((temp[t, a] - 1/2 * (temp[t, a])^2) * c^2 - (p * (temp[t, a]) - q/2 * (temp[t, a])^2))/(c^2 - 1)) - (x - xp));
While[tt < tc, Print[tt, " ", N[hc3[tt]]];
  tt = tt + 0.1;
 ];
```

ภาพประกอบ 112 สนามแม่เหล็กวิกฤตเชิงผิวที่ไม่ขึ้นกับทิศทางกรณี M34

```
ClearAll[hc3, ttc, temp];
tc = 31;
hc2 = 56;
tt = 23;
p1 = 1;
q1 = 0.5;
p2 = 1;
q2 = 11;
a = 0.5;
b = 0.1;
c = 2;
x = 1;
xp = 1;
temp [t_, a_] := 1 - tt/tc;
hc3[tt_] := hc2/(1 + xp) * (1.66 * (((p1 * (temp[t, a]) - q1/2 * (temp[t, a])^2) * c^2 - (p2 * (temp[t, a]) - q2/2 * (temp[t, a])^2))/(c^2 - 1)) - (x - xp));
While[tt < tc, Print[tt, " ", N[hc3[tt]]];
  tt = tt + 0.1;
 ];
```

ภาพประกอบ 113 สนามแม่เหล็กวิกฤตเชิงผิวที่ไม่ขึ้นกับทิศทางกรณี M44

```
ClearAll[hc3, ttc, temp1, temp2];
tc = 31;
hc2 = 56;
tt = 23;
p = 1;
q = 11;
a = 40;
b = 0.1;
c = 2;
x = 1;
xp = 1;
```

$$\text{temp1}[t\_, a\_] := \left(\frac{tt}{tc}\right);$$

$$\text{temp2}[t\_, a\_] := 1 - \frac{tt}{tc};$$

$$\text{hc3}[tt\_] := \frac{hc2}{1 + xp} * \left(1.66 * \left(\frac{(1 - \text{temp1}[t, a]) * c^2 * \left(\frac{\text{ArcTan}[\sqrt{a}]}{\sqrt{a}}\right) - \left(p * (\text{temp2}[t, a]) - \frac{q}{2} * (\text{temp2}[t, a])^2\right) * \left(\frac{15+10*b+3*b^2}{15+30*b+15*b^2}\right)}{c^2 * \left(\frac{\text{ArcTan}[\sqrt{a}]}{\sqrt{a}}\right) - \left(\frac{15+10*b+3*b^2}{15+30*b+15*b^2}\right)}\right) - (x - xp)\right);$$

```
While[tt < tc, Print[tt, " ", N[hc3[tt]]];
  tt = tt + 0.1;
 ];
```

ภาพประกอบ 114 สนามแม่เหล็กวิกฤตเชิงผิวที่ขึ้นกับทิศทางกรณี M14-p-e

```
ClearAll[hc3, ttc, temp];
tc = 31;
hc2 = 56;
tt = 23;
p = 1;
q = 11;
a = 40;
b = 0.1;
c = 2;
x = 1;
xp = 1;
```

$$\text{temp1}[t\_, a\_] := \left(\frac{tt}{tc}\right);$$

$$\text{temp2}[t\_, a\_] := 1 - \frac{tt}{tc};$$

$$\text{hc3}[tt\_] := \frac{hc2}{1 + xp} * \left(1.66 * \left(\frac{\left(\frac{1-(\text{temp1}[t,a])^2}{1+(\text{temp1}[t,a])^2}\right) * c^2 * \left(\frac{\text{ArcTan}[\sqrt{a}]}{\sqrt{a}}\right) - \left(p * (\text{temp2}[t, a]) - \frac{q}{2} * (\text{temp2}[t, a])^2\right) * \left(\frac{15+10*b+3*b^2}{15+30*b+15*b^2}\right)}{c^2 * \left(\frac{\text{ArcTan}[\sqrt{a}]}{\sqrt{a}}\right) - \left(\frac{15+10*b+3*b^2}{15+30*b+15*b^2}\right)}\right) - (x - xp)\right);$$

```
While[tt < tc, Print[tt, " ", N[hc3[tt]]];
  tt = tt + 0.1;
 ];
```

ภาพประกอบ 115 สนามแม่เหล็กวิกฤตเชิงผิวที่ขึ้นกับทิศทางกรณี M24-p-e

```
ClearAll[hc3, ttc, temp];
tc = 31;
hc2 = 56;
tt = 23;
p = 1;
q = 11;
a = 40;
b = 0.1;
c = 2;
x = 1;
xp = 1;
temp [t_, a_] := 1 - tt/tc;
hc3[tt_] := hc2/(1 + xp) * (1.66 * (((temp[t, a] - 1/2 * (temp[t, a])^2) * c^2 * (ArcTan[Sqrt[a]]/Sqrt[a]) - (p * (temp[t, a]) - q/2 * (temp[t, a])^2) * ((15+10*b+3*b^2)/(15+30*b+15*b^2)))/(c^2 * (ArcTan[Sqrt[a]]/Sqrt[a]) - ((15+10*b+3*b^2)/(15+30*b+15*b^2)))) - (x - xp));
While[tt < tc, Print[tt, " ", N[hc3[tt]]];
  tt = tt + 0.1;
 ];
```

ภาพประกอบ 116 สนามแม่เหล็กวิกฤตเชิงผิวที่ขึ้นกับทิศทางกรณี M34-p-e

```
ClearAll[hc3, ttc, temp];
tc = 31;
hc2 = 56;
tt = 23;
p1 = 1;
q1 = 0.5;
p2 = 1;
q2 = 11;
a = 40;
b = 0.1;
c = 2;
x = 1;
xp = 1;
temp [t_, a_] := 1 - tt/tc;
hc3[tt_] := hc2/(1 + xp) * (1.66 * (((p1 * (temp[t, a]) - q1/2 * (temp[t, a])^2) * c^2 * (ArcTan[Sqrt[a]]/Sqrt[a]) - (p2 * (temp[t, a]) - q2/2 * (temp[t, a])^2) * ((15+10*b+3*b^2)/(15+30*b+15*b^2)))/(c^2 * (ArcTan[Sqrt[a]]/Sqrt[a]) - ((15+10*b+3*b^2)/(15+30*b+15*b^2)))) - (x - xp));
While[tt < tc, Print[tt, " ", N[hc3[tt]]];
  tt = tt + 0.1;
 ];
```

ภาพประกอบ 117 สนามแม่เหล็กวิกฤตเชิงผิวที่ขึ้นกับทิศทางกรณี M44-p-e

```
ClearAll[k1, k2, k3, hc20, r1, r2, f21, p1, p2, q1, q2, f21, o];
c = 2;
al = .0010;
xp = -0.72;
x = 1;
mhe = 300;
ep1m = 0.1;
o = 0.5;
q1 = 1;
ep = 1;

k1[p1_, p2_, q1_, q2_, f21_] := 1/(al*(1 + xp)*(c^2 - f21)) * (c^2*p1 - p2*f21 + q1*c^2/2 - q2*f21/2);
k2[p1_, p2_, q1_, q2_, f21_] := 1/(al*(1 + xp)*(c^2 - f21)) * (-c^2*p1 + p2*f21 - q1*c^2 + q2*f21);
k3[p1_, p2_, q1_, q2_, f21_] := 1/(al*(1 + xp)*(c^2 - f21)) * (q1*c^2/2 - q2*f21/2);
hc20[p1_, p2_, q1_, q2_, f21_] := (-mhe/((1 + x)*(1 - 4*ep1m^2*o))) * ((p1 + q1/2 + p2 + q2/2 + 4*ep*ep1m*o)) + ((mhe/((1 + x)*(p1 + q1/2 + p2 + q2/2 + 4*ep*ep1m*o))) * (p1*p2 + p2*q1/2 + p1*q2/2 + q1*q2/4 - o*ep^2));
r1[p1_, p2_, q1_, q2_, f21_] := ((mhe/((1 + x)*(1 - 4*ep1m^2*o))) * (p1 + p2 + q1 + q2)) + ((-mhe/((1 + x)*(p1 + q1/2 + p2 + q2/2 + 4*ep*ep1m*o))) * (2*p1*p2 + (3/2)*p1*q2 + (3/2)*p2*q1 + q1*q2));
r2[p1_, p2_, q1_, q2_, f21_] := ((-mhe/((1 + x)*(1 - 4*ep1m^2*o))) * (q1/2 + q2/2)) + ((mhe/((1 + x)*(p1 + q1/2 + p2 + q2/2 + 4*ep*ep1m*o))) * (p1*p2 + (3/2)*p1*q2 + (3/2)*q1*q2 + (3/2) p2*q1));

NSolve[{k1[p1, p2, q1, q2, f21] == -1820.4,
  k2[p1, p2, q1, q2, f21] == 123.17*30.8,
  hc20[p1, p2, q1, q2, f21] == 436.37,
  r2[p1, p2, q1, q2, f21] == 0.2133*30.8*30.8},
        {p1, p2, q2, f21}]

 q1 = 1; f21 = 0.94555; p1 = -0.888285; p2 = -3.89599; q2 = 7.79991;
 Print["k3=", N[k3[p1, p2, q1, q2, f21]]]
 Print["r1=", N[r1[p1, p2, q1, q2, f21]]]
```

ภาพที่ 118 พารามิเตอร์หลักของสนามแม่เหล็กวิกฤตเชิงผิวที่ขึ้นกับทิศทางเทียบกับ KFeSe ด้วยวิธี iteration

```
ClearAll[ee, ep, pe, pp, a, b, oee, oep, ope, opp, a, b, epan, oepan];
ee[a_, b_] := ((15+10*b+3*b^2)/(15+30*b+15*b^2))/((15+10*a+3*a^2)/(15+30*a+15*a^2));
epan[aa_] := NIntegrate[Sin[x]/2 * (1/(1 + aa * (Cos[x])^2)), {x, 0, Pi}];
oepan[a_, b_] := NIntegrate[Sin[x]/2 * ((1 + a * (Cos[x])^2)/(1 + a)) * (1/Sqrt[1 + b * (Cos[x])^2]), {x, 0, Pi}]
ep[a_, b_] := epan[b]/((15+10*a+3*a^2)/(15+30*a+15*a^2));
pe[a_, b_] := ((15+10*b+3*b^2)/(15+30*b+15*b^2))/epan[a];
pp[a_, b_] := epan[b]/epan[a];
oee[a_, b_] := ((15+5*(a+b)+3*a*b)/(15+15*(a+b)+15*a*b))^2/(((15+10*a+3*a^2)/(15+30*a+15*a^2)) * ((15+10*b+3*b^2)/(15+30*b+15*b^2)));
oep[a_, b_] := (oepan[a, b])^2/(((15+10*a+3*a^2)/(15+30*a+15*a^2)) * epan[b]);
ope[a_, b_] := (oepan[b, a])^2/(epan[a] * ((15+10*b+3*b^2)/(15+30*b+15*b^2)));
opp[a_, b_] := ((60-10*(a+b)+3*a*b)/60)^2/(epan[a] * epan[b]);
FindRoot[{pp[a, b] == 0.94555, opp[a, b] == 0.5},
    {a, 1}, {b, 3}]
```

ภาพที่ 119 พารามิเตอร์ a_1 และ a_2 ของความไม่สมมาตรรูปทรงแพนเค้ก-แพนเค้กของ KFeSe

```
ClearAll[k1, k2, k3, hc20, r1, r2, f21, p1, p2, q1, q2, f21, o];
c = 2;
al = 0.1;
xp = 0.1;
x = -0.2;
mhe = 10;
ep1m = 0.1;
o = 0.5;
q1 = -10.;
ep = 1;
k1[p1_, p2_, q1_, q2_, f21_] := 1/(al*(1+xp)*(c^2-f21)) * (c^2*p1 - p2*f21 + q1*c^2/2 - q2*f21/2);
k2[p1_, p2_, q1_, q2_, f21_] := 1/(al*(1+xp)*(c^2-f21)) * (-c^2*p1 + p2*f21 - q1*c^2 + q2*f21);
k3[p1_, p2_, q1_, q2_, f21_] := 1/(al*(1+xp)*(c^2-f21)) * (q1*c^2/2 - q2*f21/2);
hc20[p1_, p2_, q1_, q2_, f21_] := (-mhe/((1+x)*(1-4*ep1m^2*o))) * ((p1 + q1/2 + p2 + q2/2 + 4*ep*ep1m*o)) + ((mhe/((1+x)*(p1 + q1/2 + p2 + q2/2 + 4*ep*ep1m*o))) * (p1*p2 + p2*q1/2 + p1*q2/2 + q1*q2/4 - o*ep^2));
r1[p1_, p2_, q1_, q2_, f21_] := ((mhe/((1+x)*(1-4*ep1m^2*o))) * (p1+p2+q1+q2)) + ((-mhe/((1+x)*(p1 + q1/2 + p2 + q2/2 + 4*ep*ep1m*o))) * (2*p1*p2 + (3/2)*p1*q2 + (3/2)*p2*q1 + q1*q2));
r2[p1_, p2_, q1_, q2_, f21_] := ((-mhe/((1+x)*(1-4*ep1m^2*o))) * (q1/2 + q2/2)) + ((mhe/((1+x)*(p1 + q1/2 + p2 + q2/2 + 4*ep*ep1m*o))) * (p1*p2 + (3/2)*p1*q2 + (3/2)*q1*q2 + (3/2) p2*q1));

NSolve[{k1[p1, p2, q1, q2, f21] == 5.8467,
  k2[p1, p2, q1, q2, f21] == -0.0532*34.8,
  hc20[p1, p2, q1, q2, f21] == 77.244,
  r2[p1, p2, q1, q2, f21] == 0.0592*34.8*34.8},
        {p1, p2, q2, f21}]

q1 = -10; f21 = 357.941; p1 = -1.0951; p2 = 1.05829; q2 = -0.980902;
N[k3[p1, p2, q1, q2, f21]]
N[r1[p1, p2, q1, q2, f21]]
```

ภาพที่ 120 พารามิเตอร์หลักของสนามแม่เหล็กวิกฤตเชิงผิวที่ขึ้นกับทิศทางเทียบกับ LaSrCuO-a ด้วยวิธี iteration

```
ClearAll[ee, ep, pe, pp, a, b, oee, oep, ope, opp, a, b, epan, oepan];
ee[a_, b_] := ((15+10*b+3*b^2)/(15+30*b+15*b^2))/((15+10*a+3*a^2)/(15+30*a+15*a^2));
epan[aa_] := NIntegrate[Sin[x]/2 * (1/(1 + aa * (Cos[x])^2)), {x, 0, Pi}];
oepan[a_, b_] := NIntegrate[Sin[x]/2 * ((1 + a * (Cos[x])^2)/(1 + a)) * (1/Sqrt[1 + b * (Cos[x])^2]), {x, 0, Pi}]
ep[a_, b_] := epan[b]/((15+10*a+3*a^2)/(15+30*a+15*a^2));
pe[a_, b_] := ((15+10*b+3*b^2)/(15+30*b+15*b^2))/epan[a];
pp[a_, b_] := epan[b]/epan[a];
oee[a_, b_] := ((15+5*(a+b)+3*a*b)/(15+15*(a+b)+15*a*b))^2/(((15+10*a+3*a^2)/(15+30*a+15*a^2)) * ((15+10*b+3*b^2)/(15+30*b+15*b^2)));
oep[a_, b_] := (oepan[a, b])^2/(((15+10*a+3*a^2)/(15+30*a+15*a^2)) * epan[b]);
ope[a_, b_] := (oepan[b, a])^2/(epan[a] * ((15+10*b+3*b^2)/(15+30*b+15*b^2)));
opp[a_, b_] := ((60-10*(a+b)+3*a*b)/60)^2/(epan[a] * epan[b]);
FindRoot[{pp[a, b] == 357.941, opp[a, b] == 0.5},
    {a, 5}, {b, 2}]
```

ภาพที่ 121 พารามิเตอร์ a_1 และ a_2 ของความไม่สมมาตรรูปทรงแพนเค้ก-แพนเค้ก ของ LaSrCuO-a

```
ClearAll[k1, k2, k3, hc20, r1, r2, f21, p1, p2, q1, q2, f21, o];
c = 2;
al = 0.1;
xp = -4.2;
x = 1;
mhe = 10;
ep1m = 0.1;
o = 0.5;
q1 = -10;
ep = 1;
k1[p1_, p2_, q1_, q2_, f21_] := 1/(al * (1 + xp) * (c^2 - f21)) * (c^2 * p1 - p2 * f21 + q1 * c^2/2 - q2 * f21/2);
k2[p1_, p2_, q1_, q2_, f21_] := 1/(al * (1 + xp) * (c^2 - f21)) * (-c^2 * p1 + p2 * f21 - q1 * c^2 + q2 * f21);
k3[p1_, p2_, q1_, q2_, f21_] := 1/(al * (1 + xp) * (c^2 - f21)) * (q1 * c^2/2 - q2 * f21/2);
hc20[p1_, p2_, q1_, q2_, f21_] := (-mhe/((1 + x) * (1 - 4 * ep1m^2 * o))) * ((p1 + q1/2 + p2 + q2/2 + 4 * ep * ep1m * o)) + ((mhe/((1 + x) * (p1 + q1/2 + p2 + q2/2 + 4 * ep * ep1m * o))) * (p1 * p2 + (p2 * q1)/2 + (p1 * q2)/2 + (q1 * q2)/4 - o * ep^2));
r1[p1_, p2_, q1_, q2_, f21_] := ((mhe/((1 + x) * (1 - 4 * ep1m^2 * o))) * (p1 + p2 + q1 + q2)) + ((-mhe/((1 + x) * (p1 + q1/2 + p2 + q2/2 + 4 * ep * ep1m * o))) * (2 * p1 * p2 + (3 / 2) * p1 * q2 + (3 / 2) * p2 * q1 + q1 * q2));
r2[p1_, p2_, q1_, q2_, f21_] := ((-mhe/((1 + x) * (1 - 4 * ep1m^2 * o))) * (q1/2 + q2/2)) + ((mhe/((1 + x) * (p1 + q1/2 + p2 + q2/2 + 4 * ep * ep1m * o))) * (p1 * p2 + (3 / 2) * p1 * q2 + (3 / 2) * q1 * q2 + (3 / 2) p2 * q1));

NSolve[{k1[p1, p2, q1, q2, f21] == 2.6876,
  k2[p1, p2, q1, q2, f21] == 0.0645 * 34.8,
  hc20[p1, p2, q1, q2, f21] == 14.51,
  r2[p1, p2, q1, q2, f21] == 0.0108 * 34.8 * 34.8},
      {p1, p2, q2, f21}]

q1 = -10; f21 = 31.5626; p1 = 2.38547; p2 = -1.827; q2 = 1.48924;
N[k3[p1, p2, q1, q2, f21]]
N[r1[p1, p2, q1, q2, f21]]
```

ภาพที่ 122 พารามิเตอร์หลักของสนามแม่เหล็กวิกฤตเชิงผิวที่ขึ้นกับทิศทางเทียบกับ LaSrCuO-c ด้วยวิธี iteration

```
ClearAll[ee, ep, pe, pp, a, b, oee, oep, ope, opp, a, b, epan, oepan];
ee[a_, b_] := ((15+10*b+3*b^2)/(15+30*b+15*b^2))/((15+10*a+3*a^2)/(15+30*a+15*a^2));
epan[aa_] := NIntegrate[Sin[x]/2 * (1/(1 + aa * (Cos[x])^2)), {x, 0, Pi}];
oepan[a_, b_] := NIntegrate[Sin[x]/2 * ((1 + a * (Cos[x])^2)/(1 + a)) * (1/Sqrt[1 + b * (Cos[x])^2]), {x, 0, Pi}]
ep[a_, b_] := epan[b]/((15+10*a+3*a^2)/(15+30*a+15*a^2));
pe[a_, b_] := ((15+10*b+3*b^2)/(15+30*b+15*b^2))/epan[a];
pp[a_, b_] := epan[b]/epan[a];
oee[a_, b_] := ((15+5*(a+b)+3*a*b)/(15+15*(a+b)+15*a*b))^2/(((15+10*a+3*a^2)/(15+30*a+15*a^2)) * ((15+10*b+3*b^2)/(15+30*b+15*b^2)));
oep[a_, b_] := (oepan[a, b])^2/(((15+10*a+3*a^2)/(15+30*a+15*a^2)) * epan[b]);
ope[a_, b_] := (oepan[b, a])^2/(epan[a] * ((15+10*b+3*b^2)/(15+30*b+15*b^2)));
opp[a_, b_] := ((60-10*(a+b)+3*a*b)/60)^2/(epan[a] * epan[b]);
FindRoot[{pp[a, b] == 7050.9, opp[a, b] == 0.5},
    {a, 5}, {b, 2}]
```

ภาพที่ 123 พารามิเตอร์ a_1 และ a_2 ของความไม่สมมาตรรูปทรงแพนเค้ก-แพนเค้ก ของ LaSrCuO-c

ประวัติผู้เขียน

ชื่อ-สกุล	สัพพัญญู เมฆนิติ
วัน เดือน ปี เกิด	02 สิงหาคม 2532
สถานที่เกิด	กรุงเทพมหานคร
วุฒิการศึกษา	พ.ศ. 2555 การศึกษาระดับวิทยาศาสตรบัณฑิต (สาขาวิชาฟิสิกส์) จากมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ
	พ.ศ. 2557 การศึกษาระดับวิทยาศาสตรมหาบัณฑิต (สาขาวิชาฟิสิกส์) จากมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ
	พ.ศ. 2566 การศึกษาระดับปรัชญาดุษฎีบัณฑิต (สาขาวิชาฟิสิกส์) จากมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ
ที่อยู่ปัจจุบัน	253/973 หมู่บ้านพูนสินธานี 3 แขวงคลองสองต้นนุ่น เขตลาดกระบัง กรุงเทพมหานคร 10520