



การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เรื่อง  
ภาคตัดกรวย ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่ได้รับการจัดการเรียนรู้เชิงรุกกับการเรียนแบบ  
ปกติ

A COMPARISON OF MATHEMATICS ACHIEVEMENT AND PROBLEM SOLVING  
ABILITY ON CONIC SECTIONS OF MATHAYOMSUKSA IV STUDENTS BY USING

ธนกฤต อธิยาจิริกุล

การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เรื่อง  
ภาคตัดกรวย ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่ได้รับการจัดการเรียนรู้เชิงรุกกับการเรียนแบบ  
ปกติ



ปริญญานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตร  
การศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาวิทยาการทางการศึกษาและการจัดการเรียนรู้  
คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ  
ปีการศึกษา 2564  
ลิขสิทธิ์ของมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ

A COMPARISON OF MATHEMATICS ACHIEVEMENT AND PROBLEM SOLVING  
ABILITY ON CONIC SECTIONS OF MATHAYOMSUKSA IV STUDENTS BY USING  
ACTIVE LEARNING AND THE CONVENTIONAL METHOD



A Thesis Submitted in Partial Fulfillment of the Requirements  
for the Degree of MASTER OF EDUCATION  
(Educational Science & Learning Management)  
Faculty of Education, Srinakharinwirot University

2021

Copyright of Srinakharinwirot University

ปริญญานิพนธ์

เรื่อง

การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เรื่อง ภาค  
ตัดกรวย ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่ได้รับการจัดการเรียนรู้เชิงรุกกับการเรียนแบบปกติ

ของ

ธนกฤต อัจฉริยะกุล

ได้รับอนุมัติจากบัณฑิตวิทยาลัยให้นับเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตร  
ปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาวิทยาการทางการศึกษาและการจัดการเรียนรู้  
ของมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ

(รองศาสตราจารย์ นายแพทย์ฉัตรชัย เอกปัญญาสกุล)

คณบดีบัณฑิตวิทยาลัย

คณะกรรมการสอบปากเปล่าปริญญานิพนธ์

..... ที่ปรึกษาหลัก ..... ประธาน  
(อาจารย์ ดร.สุณิสา สุมิรัตน์) (ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.ชนิศวรา เลิศอมรพงษ์)

..... กรรมการ  
(รองศาสตราจารย์ ดร.ชมนาด เข็้อสุวรรณทวี)

ชื่อเรื่อง	การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เรื่อง ภาคตัดกรวย ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่ได้รับการจัดการเรียนรู้เชิงรุกกับการเรียนแบบปกติ
ผู้วิจัย	ธนกฤต อธิยาจิรกุล
ปริญญา	การศึกษามหาบัณฑิต
ปีการศึกษา	2564
อาจารย์ที่ปรึกษา	อาจารย์ ดร. สุณิสา สุมิรัตนะ

การวิจัยครั้งนี้มีจุดมุ่งหมายเพื่อ 1) เปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง ภาคตัดกรวย ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่ได้รับการจัดการเรียนรู้เชิงรุกกับนักเรียนที่ได้รับการเรียนแบบปกติ 2) เปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ภาคตัดกรวย ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่ได้รับการจัดการเรียนรู้เชิงรุกกับนักเรียนที่ได้รับการเรียนแบบปกติ 3) เปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง ภาคตัดกรวย ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ก่อนและหลังได้รับการจัดการเรียนรู้เชิงรุก และ 4) เปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ภาคตัดกรวย ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ก่อนและหลังได้รับการจัดการเรียนรู้เชิงรุก กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนสาธิตมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร (ฝ่ายมัธยม) ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2563 ที่เรียนรายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติมจำนวน 2 ห้องเรียน จำนวนนักเรียน 74 คน ซึ่งได้มาจากการสุ่มแบบกลุ่ม (Cluster Random Sampling) โดยใช้ห้องเรียนเป็นหน่วยการสุ่ม (Sampling Unit) จากการจับสลากมา 2 ห้องเรียน จากห้องเรียนคละความสามารถทั้งหมด 6 ห้อง แล้วจับสลากเป็นกลุ่มทดลองหนึ่งห้อง จำนวนนักเรียน 36 คน และกลุ่มควบคุมหนึ่งห้อง จำนวนนักเรียน 38 คน ใช้เวลาในการทดลองจำนวน 18 คาบ เครื่องมือที่ใช้ คือ แผนการจัดการเรียนรู้เชิงรุก แผนการจัดการเรียนรู้ด้วยวิธีการเรียนแบบปกติ แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ และแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ใช้แผนการทดลองแบบ Control – Group Pretest – Posttest Design สถิติที่ใช้ คือ ค่าเฉลี่ยเลขคณิต ค่าความเบี่ยงเบนมาตรฐาน และทดสอบสมมติฐานโดยใช้สถิติ t-test for independent samples และสถิติ t-test for dependent samples ผลการวิจัย พบว่า 1) ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง ภาคตัดกรวย ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้เชิงรุกสูงกว่านักเรียนที่ได้รับการเรียนแบบปกติ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 2) ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ภาคตัดกรวย ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้เชิงรุกสูงกว่านักเรียนที่ได้รับการเรียนแบบปกติ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 3) ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง ภาคตัดกรวย ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 หลัง ได้รับการจัดการเรียนรู้เชิงรุกสูงกว่าก่อนเรียนได้รับการจัดการเรียนรู้ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 และ 4) ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ภาคตัดกรวย ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 หลัง ได้รับการจัดการเรียนรู้เชิงรุกสูงกว่าก่อนเรียนได้รับการจัดการเรียนรู้ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

คำสำคัญ : การจัดการเรียนรู้เชิงรุก, การจัดการเรียนรู้ด้วยวิธีการเรียนแบบปกติ, ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์, ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

Title	A COMPARISON OF MATHEMATICS ACHIEVEMENT AND PROBLEM SOLVING ABILITY ON CONIC SECTIONS OF MATHAYOMSUKSA IV STUDENTS BY USING ACTIVE LEARNING AND THE CONVENTIONAL METHOD
Author	THANAKRIT AUTTAYAJIRAKUL
Degree	MASTER OF EDUCATION
Academic Year	2021
Thesis Advisor	Dr. Sunisa Sumirattana

The purposes of this study are as follows: (1) to compare the mathematical learning achievement on the conic section of Matthayomsuksa Four students using active learning and the conventional method; (2) to compare mathematical problem-solving abilities on the conic section among Matthayomsuksa Four students using active learning and the conventional method; (3) to compare mathematical learning achievement on the conic section among Matthayomsuksa Four students before and after active learning; and (4) to compare mathematical problem-solving abilities on the conic section among Matthayomsuksa Four students before and after active learning. The sample included 74 Matthayomsuksa Four students from two classes in the first semester of 2020 academic year at Prasammit Demonstration School (Secondary). These two classes were selected as the sample in this study because they had heterogeneous students. They were selected via cluster random sampling. There were 36 students in the experimental group, and 38 students in the control group. They were enrolled in the Supplementary Mathematics course. The duration was 18 periods. The instruments in this study consisted of lesson plans on active learning, lesson plans on the conventional method, a mathematical learning achievement test, and a mathematical problem-solving abilities test. The research design was a control group Pretest-Posttest design. The data were statistically analyzed using mean, standard deviation, a t-test for independent samples, and a t-test for dependent samples. The results revealed the following: (1) mathematical learning achievement on the conic section among Matthayomsuksa Four students after active learning was higher than the conventional method and statistically significant at a level of .01; (2) mathematical problem-solving abilities on the conic section of Matthayomsuksa Four students after active learning was higher than the conventional method and statistically significant at a level of .01; (3) mathematical learning achievement on the conic section of Matthayomsuksa Four students after active learning was higher than before at a statistically significant level of .01; and (4) mathematical problem-solving abilities on the conic section of Matthayomsuksa Four students after active learning were higher than before learning at a statistically significant level of .01.

Keyword : Active learning, Conventional method, Mathematics learning achievement, Mathematics problem solving abilities

## กิตติกรรมประกาศ

ปริญญานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จลุล่วงได้ ด้วยความอนุเคราะห์จากอาจารย์ ดร.สุณิสา สุมิตรณะ อาจารย์ที่ปรึกษาปริญญานิพนธ์ ที่ได้เสียสละเวลาอันมีค่าเพื่อให้คำปรึกษา ให้คำแนะนำ และข้อเสนอแนะต่าง ๆ ในงานดำเนินงานที่เป็นประโยชน์ต่องานวิจัย ตลอดจนเสียสละเวลาในการตรวจสอบและแก้ไขงานวิจัยสำเร็จลุล่วงไปได้ด้วยดี ผู้วิจัยขอกราบขอบพระคุณเป็นอย่างสูงไว้ ณ โอกาสนี้

ขอขอบพระคุณ ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.สุกัญญา หะยีสถาและ อาจารย์ ดร.กนิษฐา เชาว์วิวัฒนกุล และ อาจารย์ ดร.ธีรเชษฐ์ เรืองสุขอนันต์ ที่กรุณาเป็นผู้เชี่ยวชาญในการตรวจสอบและแก้ไขเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย พร้อมทั้งให้คำปรึกษา และคำแนะนำเป็นอย่างดี

ขอขอบพระคุณ ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.รุ่งทิwa แยมรุ่ง อาจารย์ ดร.สุณิสา สุมิตรณะ รองศาสตราจารย์ ดร.ชมนาด เชื้อสุวรรณทวี ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.วันเพ็ญ ประทุมทอง ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.อรอุมา เจริญสุข คณะกรรมการสอบเค้าโครงปริญญานิพนธ์ และผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.ชนิศวรา เลิศอมรพงษ์ ประธานสอบปากเปล่าปริญญานิพนธ์ ที่ได้ตรวจสอบและให้ข้อเสนอแนะเพื่อให้ปริญญานิพนธ์มีความถูกต้องสมบูรณ์ยิ่งขึ้น

ขอขอบพระคุณ ผู้บริหารและคณาจารย์ โรงเรียนสาธิตมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร (ฝ่ายมัธยม) ที่ให้ความช่วยเหลือและอำนวยความสะดวกในการเก็บรวบรวมข้อมูลในการวิจัย รวมทั้งนักเรียนทุกคนที่ให้ความมือในการทดลองใช้เครื่องมือในการวิจัยเป็นอย่างดี

ขอขอบพระคุณคณาจารย์ทุกท่าน ที่ให้ความรู้แก่ผู้วิจัยในการศึกษาในหลักสูตรวิทยาการทางการศึกษา และการจัดการเรียนรู้ (คณิตศาสตร์) ที่ได้ถ่ายทอดความรู้ที่มีคุณค่า เพื่อให้ผู้วิจัยนำความรู้มาใช้ประโยชน์ต่อไป และขอขอบคุณพี่ เพื่อน และน้องในคณะ ที่คอยช่วยเหลือและเป็นแรงบันดาลใจให้เสมอมา

คุณค่าและประโยชน์ที่เกิดจากงานวิจัยในครั้งนี้ ผู้วิจัยขอมอบเป็นเครื่องบูชาพระคุณบิดา มารดา ครู อาจารย์ และผู้มีพระคุณทุกท่านที่ได้ให้ความรู้ และความช่วยเหลือแก่ผู้วิจัย

ธนกฤต อธิยาจิรกุล

## สารบัญ

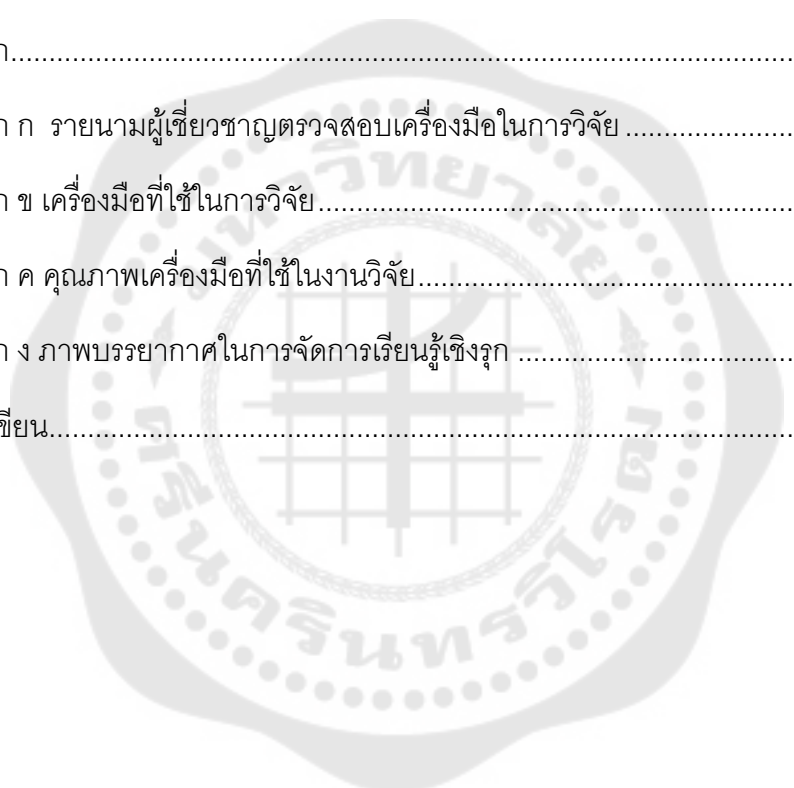
	หน้า
บทคัดย่อภาษาไทย .....	ง
บทคัดย่อภาษาอังกฤษ .....	จ
กิตติกรรมประกาศ.....	ฉ
สารบัญ .....	ช
สารบัญตาราง.....	ฎ
สารบัญรูปภาพ .....	ฐ
บทที่ 1 บทนำ.....	1
ภูมิหลัง .....	1
ความมุ่งหมายของการวิจัย.....	6
ความสำคัญของการวิจัย .....	6
ขอบเขตของการวิจัย .....	6
ประชากรที่ใช้ในการวิจัย.....	6
กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัย.....	6
เนื้อหาที่ใช้ในการวิจัย.....	7
ระยะเวลาที่ใช้ในการวิจัย.....	7
ตัวแปรที่ใช้ในการวิจัย.....	7
นิยามศัพท์เฉพาะ.....	7
กรอบแนวคิดในการวิจัย .....	10
สมมติฐานในการวิจัย.....	10
บทที่ 2 เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง.....	11
ตอนที่ 1 เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการจัดการเรียนรู้เชิงรุก (Active Learning).....	13



1.1 ความหมายของการจัดการเรียนรู้เชิงรุก .....	13
1.2 หลักการของการจัดการเรียนรู้เชิงรุก .....	14
1.3 ขั้นตอนการจัดการเรียนรู้เชิงรุก.....	16
1.4 องค์ประกอบของการจัดการเรียนรู้เชิงรุก.....	21
1.5 กิจกรรมการจัดการเรียนรู้เชิงรุก.....	23
1.6 บทบาทของครูในการจัดการเรียนรู้เชิงรุก .....	25
1.7 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการจัดการเรียนรู้เชิงรุก .....	27
ตอนที่ 2 เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ .....	29
2.1 ความหมายของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์.....	29
2.2 ปัจจัยและองค์ประกอบที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน .....	30
2.3 ประเภทของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน .....	30
2.4 การวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน.....	35
2.5 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์.....	36
ตอนที่ 3 เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์. 37	
3.1 ความหมายของปัญหาทางคณิตศาสตร์.....	37
3.2 ประเภทของปัญหาทางคณิตศาสตร์.....	37
3.3 ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ .....	38
3.4 กระบวนการและขั้นตอนในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ .....	39
3.5 ยุทธวิธีที่ใช้ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์.....	43
3.6 แนวทางในการส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์.....	45
3.7 บทบาทของครูต่อการส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์.....	47
3.8 การวัดและประเมินผลความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ .....	51
3.9 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ .....	53

บทที่ 3 วิธีดำเนินการวิจัย.....	54
การกำหนดประชากรและการสุ่มกลุ่มตัวอย่าง.....	54
ประชากร .....	54
กลุ่มตัวอย่าง .....	54
เนื้อหาที่ใช้ในการวิจัย .....	54
ระยะเวลาที่ใช้ในการวิจัย .....	55
การสร้างเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย.....	55
1. แผนการจัดการเรียนรู้เชิงรุก .....	55
2. แผนการจัดการเรียนรู้ด้วยวิธีการเรียนแบบปกติ .....	60
3. แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์.....	64
4. แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ .....	65
การเก็บรวบรวมข้อมูล .....	68
การจัดกระทำและการวิเคราะห์ข้อมูล.....	69
บทที่ 4 ผลการศึกษา .....	72
สัญลักษณ์ที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล .....	72
การวิเคราะห์ข้อมูล.....	72
ผลการวิเคราะห์ข้อมูล .....	74
บทที่ 5 สรุปผล อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ .....	92
ความมุ่งหมายของการวิจัย.....	92
สมมติฐานในการวิจัย.....	92
วิธีดำเนินการวิจัย.....	93
กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัย .....	93
เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย .....	93

การเก็บรวบรวมข้อมูล .....	93
การวิเคราะห์ข้อมูล .....	94
สรุปผลการวิจัย .....	95
การอภิปรายผล .....	96
ข้อเสนอแนะ .....	103
บรรณานุกรม .....	106
ภาคผนวก.....	112
ภาคผนวก ก รายนามผู้เชี่ยวชาญตรวจสอบเครื่องมือในการวิจัย .....	113
ภาคผนวก ข เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย.....	115
ภาคผนวก ค คุณภาพเครื่องมือที่ใช้ในงานวิจัย.....	209
ภาคผนวก ง ภาพบรรยากาศในการจัดการเรียนรู้เชิงรุก .....	216
ประวัติผู้เขียน.....	221



## สารบัญตาราง

	หน้า
ตาราง 1 สังเคราะห์ขั้นตอนการจัดการเรียนรู้เชิงรุกของนักวิชาการ .....	19
ตาราง 2 รูปแบบการวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของโพลยา .....	51
ตาราง 3 ตัวอย่างเกณฑ์การประเมินผลแบบเกณฑ์ย่อยของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ .....	52
ตาราง 4 ขั้นตอนและกิจกรรมการจัดการเรียนรู้เชิงรุก วิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง ภาคตัดกรวย .....	57
ตาราง 5 ขั้นตอนและการจัดการเรียนรู้ด้วยวิธีการเรียนแบบปกติ วิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง ภาคตัดกรวย .....	62
ตาราง 6 เกณฑ์การให้คะแนนแบบรูบริคของแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ภาคตัดกรวย .....	66
ตาราง 7 แบบแผนการทดลอง .....	68
ตาราง 8 ผลการวิเคราะห์สถิติพื้นฐานของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้เชิงรุกกับนักเรียนที่ได้รับการเรียนแบบปกติ .....	74
ตาราง 9 ผลการเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ที่ได้รับการจัดการเรียนรู้เชิงรุกกับนักเรียนที่ได้รับการเรียนแบบปกติ .....	75
ตาราง 10 ผลการวิเคราะห์สถิติพื้นฐานของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ได้รับการจัดการเรียนรู้เชิงรุกกับนักเรียนที่ได้รับการเรียนแบบปกติ .....	75
ตาราง 11 ผลการเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ได้รับการจัดการเรียนรู้เชิงรุกกับนักเรียนที่ได้รับการเรียนแบบปกติ .....	76
ตาราง 12 ผลการวิเคราะห์สถิติพื้นฐานของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ก่อนและหลังได้รับการจัดการเรียนรู้เชิงรุก .....	77
ตาราง 13 ผลการเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ก่อนและหลังได้รับการจัดการเรียนรู้เชิงรุก .....	77
ตาราง 14 ผลการวิเคราะห์สถิติพื้นฐานของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ก่อนและหลังได้รับการจัดการเรียนรู้เชิงรุก .....	78

ตาราง 15 ผลการเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ก่อนและหลังได้รับการจัดการเรียนรู้เชิงรุก ..... 78



## สารบัญรูปภาพ

	หน้า
ภาพประกอบ 1 กรอบแนวคิดในการวิจัย .....	10
ภาพประกอบ 2 ขั้นตอนการจัดการเรียนรู้เชิงรุก ภายในเวลา 30 นาที .....	17
ภาพประกอบ 3 องค์ประกอบของการจัดการเรียนรู้เชิงรุก.....	21
ภาพประกอบ 4 องค์ประกอบสำคัญของการจัดการเรียนรู้เชิงรุก.....	22
ภาพประกอบ 5 ผังความคิดรวบยอด .....	24
ภาพประกอบ 6 สรุปกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของโพลยา.....	39
ภาพประกอบ 7 การแก้ปัญหาแบบพลวัต (Dynamic).....	40
ภาพประกอบ 8 ลำดับขั้นการแก้ปัญหา .....	41
ภาพประกอบ 9 กระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน ในระยะที่ 1 ของการจัดการ เรียนรู้เชิงรุก .....	79
ภาพประกอบ 10 กระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน ในระยะที่ 2 ของการจัดการ เรียนรู้เชิงรุก .....	82
ภาพประกอบ 11 กระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน ในระยะที่ 3 ของการจัดการ เรียนรู้เชิงรุก .....	84
ภาพประกอบ 12 ตัวอย่างบัตรคำถามและบัตรคำตอบในกิจกรรม Round Table ในขั้นตอนที่ 3 ขั้นปฏิบัติกิจกรรม ของแผนการจัดการเรียนรู้เชิงรุกที่ 1 .....	87
ภาพประกอบ 13 ตัวอย่างผลงานใบกิจกรรมที่ 2 กิจกรรมโดมิโนหรรษา ในขั้นตอนที่ 4 ขั้นสร้าง องค์ความรู้ของแผนการจัดการเรียนรู้เชิงรุกที่ 1 .....	88
ภาพประกอบ 14 ตัวอย่างผลงานในกิจกรรม End of Class Query ในขั้นตอนที่ 5 ขั้นสรุปของ แผนการจัดการเรียนรู้เชิงรุกที่ 1 .....	89
ภาพประกอบ 15 ตัวอย่างผลงาน Concept Map เรื่อง สมการวงรี และสมการไฮเพอร์โบล่าในขั้น สรุปของการจัดการเรียนรู้เชิงรุก.....	90



## บทที่ 1

### บทนำ

#### ภูมิหลัง

ในปัจจุบันเป็นโลกของการศึกษาขั้นสูงซึ่งอยู่ในยุคศตวรรษที่ 21 การดำเนินชีวิตเป็นไปอย่างสร้างสรรค์ สังคม เศรษฐกิจ การสื่อสาร ความรู้ ความคิด มีการเปลี่ยนแปลงอย่างรวดเร็วตามความก้าวหน้าทางวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี ผู้เรียนจึงจำเป็นต้องได้รับการปลูกฝังและพัฒนาเพื่อให้เกิดทักษะการเรียนรู้และนวัตกรรม เช่น ทักษะการแก้ปัญหา ทักษะการสื่อสาร ทักษะการคิดอย่างมีวิจารณญาณ เป็นต้น และผู้เรียนต้องมีความรู้ในวิชาแกน เช่น วิชาคณิตศาสตร์ วิชาภาษาอังกฤษ เป็นต้น เพื่อให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้ทั้งด้านความรู้ในวิชาแกน และทักษะแห่งศตวรรษใหม่ จึงต้องเตรียมความพร้อมผู้เรียนให้เกิดการบวนการคิด กระบวนการเรียนรู้ กระบวนการแก้ปัญหา กระบวนการทำงาน การสื่อสาร การรู้คิด (Metacognition) (วัชรวาเล่าเรียนดี, 2560, น. 15-16) การจัดการศึกษาจะต้องเชื่อมโยงกับกระบวนการทางสังคม และสอดคล้องกับความก้าวหน้าด้านวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี ผู้เรียนปรับเปลี่ยนเป็นผู้มีความรู้และทักษะเพื่อพร้อมรับมือต่อการเปลี่ยนแปลงอย่างต่อเนื่อง นอกจากนี้แผนการศึกษาแห่งชาติ พ.ศ. 2560 – 2579 กำหนดเป้าหมายด้านผู้เรียน (Learner Aspirations) โดยเน้นพัฒนาผู้เรียนให้มีคุณลักษณะและทักษะการเรียนรู้ในศตวรรษที่ 21 (3Rs8Cs) โดย 3Rs ได้แก่ การอ่านออก (Reading) การเขียนได้ (Writing) และการคิดเลขเป็น (Arithmetics) และทักษะ 8Cs ด้านแรกให้ความสำคัญ คือ ทักษะด้านการมีวิจารณญาณ และทักษะในการแก้ปัญหา (Critical Thinking and Problem Solving) ซึ่งเป็นทักษะที่ผู้เรียนควรได้รับการพัฒนาเป็นทักษะแรก (สำนักงานเลขาธิการสภาการศึกษา, 2560, น. 79-80)

หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พ.ศ. 2551 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) ที่มีการปรับปรุงหลักสูตรใหม่ในสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ วิทยาศาสตร์ และสาระภูมิศาสตร์ ซึ่งมีแนวคิดในการปรับปรุงเพื่อเป็นรากฐานที่สำคัญที่ช่วยให้มนุษย์มีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ คิดอย่างมีเหตุผล คิดเป็นระบบ วิเคราะห์ปัญหาหรือสถานการณ์ได้ และนำไปใช้ในชีวิตประจำวันได้ ตลอดจนใช้เทคโนโลยีที่เหมาะสมในการบูรณาการความรู้ทางวิทยาศาสตร์ และคณิตศาสตร์ (สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน, 2560, น. คำนำ) โดยด้านคณิตศาสตร์ผู้เรียนจะต้องใช้ความรู้ ความสามารถ ทักษะกระบวนการ การสื่อสาร เพื่อใช้ในการแก้ปัญหา หรือคิดค้นนวัตกรรมใหม่ ๆ ได้ ซึ่งให้ความสำคัญกับทักษะกระบวนการคิดแก้ปัญหากับผู้เรียนมากขึ้น และสอดคล้องกับพระราชบัญญัติการศึกษาแห่งชาติ พ.ศ. 2542 มาตราที่ 24 (2) ที่ผู้เรียนต้องฝึก



ทักษะ กระบวนการคิด การเผชิญสถานการณ์ การจัดการ และสามารถประยุกต์ความรู้มาใช้เพื่อป้องกันและแก้ไขปัญหา ซึ่งมีความสำคัญต่อการเรียนรู้ในศตวรรษที่ 21 (สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาแห่งชาติ, 2542, น. 14)

คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่เป็นพื้นฐานในการเรียนรู้ มีความสำคัญในการพัฒนาความคิดและความเจริญก้าวหน้าของมนุษย์ เป็นพื้นฐานในการศึกษาศาสตร์อื่น ๆ และเป็นเครื่องมือในการพัฒนาการคิดที่หลากหลาย ทั้งการวิเคราะห์ การสังเคราะห์ การคิดอย่างมีเหตุผล การคิดอย่างมีวิจารณญาณ และการคิดที่มีแบบแผน เพื่อให้มนุษย์สามารถวิเคราะห์ แก้ปัญหาและตัดสินใจได้อย่างเหมาะสม (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2555, น. 1) นอกจากนี้คณิตศาสตร์ยังฝึกทักษะการคิดอย่างมีเหตุผล การคิดสร้างสรรค์ ซึ่งจะช่วยพัฒนาคุณภาพของมนุษย์ได้อย่างมีประสิทธิภาพ (สิริพร ทิพย์คง, 2544, น. 13)

จากการศึกษาผลการประเมินการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ของนักเรียนไทยในการสอบ Programme for International Student Assessment (PISA) 2012 พบว่า ได้คะแนนเฉลี่ย 427 คะแนน ซึ่งต่ำกว่าค่าเฉลี่ย Organization for the Economic Cooperation and Development (OECD) ที่มีค่าเฉลี่ยมาตรฐานที่ 494 คะแนน และในปี 2015 ได้คะแนนเฉลี่ย 415 คะแนน ซึ่งต่ำกว่าค่าเฉลี่ย OECD ที่ 490 คะแนน (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2561, น. 234) แสดงว่า ผู้เรียนในประเทศไทย มีคะแนนเฉลี่ย PISA ต่ำกว่าเกณฑ์มาโดยตลอด นอกจากนี้ในภาพรวม พบว่า โดยเฉลี่ยผู้เรียนหนึ่งในสาม (32.2%) ตอบข้อสอบถูก และอีกสองในสาม ตอบผิดหรือไม่ตอบ ในจำนวนนี้มีผู้เรียนมากกว่าครึ่งที่ตอบผิด (64.6%) แสดงให้เห็นว่าผู้เรียนยังมีความรู้คณิตศาสตร์ที่ไม่เพียงพอ และเกิดจากผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ในชั้นเรียนที่ต่ำ

การประเมิน PISA 2015 ยังคงใช้เนื้อหาในการประเมินเหมือนกับ PISA 2012 ซึ่งประกอบด้วย 4 เนื้อหา ได้แก่ การเปลี่ยนแปลงและความสัมพันธ์ ปริภูมิและรูปทรง ปริมาณ และความไม่แน่นอนและข้อมูล ผลของการตอบข้อสอบ พบว่า ด้านเนื้อหาปริมาณ ผู้เรียนทำได้มากที่สุด (40.1%) รองลงมาคือ ด้านเนื้อหาความไม่แน่นอนและข้อมูล (32.8%) และผู้เรียนตอบได้น้อยที่สุดด้านเนื้อหาปริภูมิและรูปทรง (25.7%) (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2560b, น. 17-18) และเมื่อประเมินรูปแบบการตอบข้อสอบของการสอบ PISA 2012 และ PISA 2015 พบว่า สัดส่วนนักเรียนที่ตอบถูกใน PISA 2015 มีสัดส่วนน้อยลงเกือบทุกรูปแบบของการตอบข้อสอบ ยกเว้นข้อสอบเขียนตอบแบบเปิดที่ใช้คนตรวจ และทั้ง PISA 2012 และ PISA 2015 ข้อสอบแบบเลือกตอบเป็นรูปแบบที่นักเรียนตอบได้มากที่สุด (49.9% และ 45.3 %

ตามลำดับ) ส่วนข้อสอบเขียนตอบแบบเปิดที่ใช้คนตรวจเป็นรูปแบบที่นักเรียนตอบได้น้อยที่สุด (15.2% และ 20.7%ตามลำดับ) (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2560b, น. 15) แสดงให้เห็นว่า ผู้เรียนยังขาดทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ในด้านการแก้ปัญหา ในการแสดงขั้นตอนวิธีการแก้ปัญหาจากโจทย์ปัญหาที่กำหนดให้ได้ถูกต้อง

นอกจากนี้ แนวโน้มผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์และวิทยาศาสตร์ระดับนานาชาติ พ.ศ. 2554 (Trends in international Mathematics and Science Study 2011; TIMSS 2011) ที่สมาคมนานาชาติประเมินผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์และวิทยาศาสตร์ ในปี พ.ศ. 2554 วิชาคณิตศาสตร์มีผลการประเมินแบบแบ่งเนื้อหาวิชาออกเป็น 4 ส่วน ได้แก่ จำนวน (30%) พีชคณิต (30%) เรขาคณิต (20%) และข้อมูลและโอกาส (20%) พบว่า จำนวนและพีชคณิต ได้คะแนนเฉลี่ยเท่ากับ 425 คะแนน เรขาคณิต ได้คะแนนเฉลี่ยเท่ากับ 415 คะแนน ข้อมูลและโอกาส ได้คะแนนเฉลี่ยเท่ากับ 431 คะแนน และมีคะแนนเฉลี่ยรวมเท่ากับ 427 คะแนน (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2560a, น. 11) เมื่อเทียบผลคะแนนเฉลี่ยในแต่ละเนื้อหาแล้ว พบว่า ประเทศไทยได้คะแนนเฉลี่ยเรื่อง จำนวนและพีชคณิตเท่ากัน ทำคะแนนเฉลี่ยได้ดีในเรื่อง ข้อมูลและโอกาส และทำคะแนนเฉลี่ยได้น้อยในเรื่องเรขาคณิต และเมื่อพิจารณาจำแนกตามพฤติกรรมการเรียนรู้ 3 ด้าน ได้แก่ ด้านความรู้ (35%) ด้านการประยุกต์ใช้ความรู้ (40%) และด้านการใช้เหตุผล (25%) พบว่า ด้านความรู้ ได้คะแนนเฉลี่ยเท่ากับ 425 คะแนน ด้านการประยุกต์ใช้ความรู้ ได้คะแนนเฉลี่ยเท่ากับ 434 คะแนน และด้านการใช้เหตุผลได้คะแนนเฉลี่ย 436 คะแนน และมีคะแนนเฉลี่ยรวมทั้ง 3 ด้านเท่ากับ 431 คะแนน (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2558, น. 19) แสดงให้เห็นว่าผู้เรียนในประเทศไทยทำคะแนนได้ดีในด้านการใช้เหตุผล แต่ทำคะแนนได้น้อยในด้านความรู้

จากผลของ PISA 2012 , PISA 2015 และ TIMSS2011 แสดงให้เห็นว่า ผู้เรียนยังขาดความรู้และทักษะในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ส่งผลให้ผู้เรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและการรู้เรื่องในวิชาคณิตศาสตร์ที่ต่ำ ผู้เรียนไม่สามารถใช้ทักษะและกระบวนการในด้านการแก้ปัญหาได้อย่างถูกต้อง และยังพบว่าเรื่องที่ผู้เรียนทำคะแนนได้ต่ำ คือ เรื่องเรขาคณิต ซึ่งอยู่ในสาระที่ 2 การวัดและเรขาคณิต ในหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พ.ศ. 2551 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) ของปัจจุบัน

การจัดการเรียนรู้ในปัจจุบัน ผู้สอนยังคงใช้วิธีการสอนแบบบรรยาย ที่มุ่งเน้นการสอนเนื้อหาเพียงอย่างเดียว ผู้เรียนไม่ได้มีส่วนร่วมในการเรียนรู้ ผู้เรียนเรียนรู้ผ่านการจำมากกว่าการคิด และการลงมือปฏิบัติ ซึ่งทำให้ผู้เรียนเกิดความเบื่อหน่าย ไม่กระตือรือร้นในการเรียนรู้ ผู้เรียน

เป็นเพียงฝ่ายรับความรู้ (Passive Learner) จากการถ่ายทอดความรู้โดยการบรรยายเนื้อหาจากผู้สอนเท่านั้น ส่งผลให้ผู้เรียนไม่เกิดทักษะกระบวนการคิดในด้านต่าง ๆ โดยเฉพาะทักษะด้านการแก้ปัญหา การให้เหตุผล และการเชื่อมโยงความรู้กับชีวิตประจำวัน อีกทั้งผู้เรียนยังได้รับความรู้ในระยะสั้น ไม่เกิดการตกผลึกความรู้ที่แท้จริง ซึ่งความรู้ที่เกิดจากการฟัง และการจดบันทึก (Listening and Lectures) จะมีระยะในการจดจำความรู้เพียงร้อยละ 5 หลังจากการได้รับความรู้เพียง 24 ชั่วโมง (Community literacy of ONTARIO, 2013) จึงทำให้ผู้เรียนไม่เกิดการจดจำในการเรียนรู้ ไม่สามารถสร้างองค์ความรู้จากการเรียนรู้ในชั้นเรียนได้อย่างมีประสิทธิภาพ ส่งผลให้ผู้เรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนที่ต่ำ และไม่สามารถนำความรู้ไปแก้ปัญหาในสถานการณ์ต่าง ๆ ในชีวิตประจำวันได้อย่างถูกต้อง

จากปัญหาดังกล่าว การจัดการเรียนรู้ที่จะกระตุ้นความสนใจของผู้เรียน ทำให้ผู้เรียนมีความกระตือรือร้นที่จะเรียนรู้ ผู้เรียนมีส่วนร่วมในการเรียนรู้ และผู้เรียนเป็นผู้สร้างองค์ความรู้ด้วยตนเองได้ คือ การจัดการเรียนรู้เชิงรุก (Active Learning) การจัดการเรียนรู้เชิงรุกเป็นการจัดการเรียนรู้ที่ทำให้ผู้เรียนได้ลงมือปฏิบัติมากกว่าการฟังและการจดบันทึกเพียงอย่างเดียว (Lorenzen, 2001, p. 19) ผู้เรียนจะสร้างองค์ความรู้จากสิ่งที่ได้ปฏิบัติ (Learning by doing) ระหว่างการจัดการเรียนรู้ผ่านการคิด การฟัง การพูด การอภิปราย การอ่าน การเขียน และการสะท้อนความคิด ผ่านขั้นตอนในการเรียนรู้เพิ่มขึ้นจากการเรียนแบบปกติ 2 ขั้นตอน คือ ขั้นนำเสนอสถานการณ์ และขั้นสร้างองค์ความรู้ ซึ่งทั้ง 2 ขั้นตอนนี้จะส่งเสริมให้ผู้เรียนสร้างองค์ความรู้ด้วยตนเองได้มากขึ้น อีกทั้งผู้เรียนจะมีส่วนร่วมในการเรียน เป็นการเปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้มีปฏิสัมพันธ์กับผู้สอนและเพื่อนในชั้นเรียน เรียนรู้ทักษะต่าง ๆ ผ่านการปฏิบัติ เช่น การระดมความคิด การสำรวจ การทดลอง หรือการพัฒนาเขาวงกตปัญญา เช่น การคิดแก้ปัญหา การวิเคราะห์ หรือการตัดสินใจ แทนการบอกของผู้สอนเพียงอย่างเดียว (ปรีชาญ เดชศรี, 2545, น. 53) ทำให้ผู้เรียนได้ฝึกทักษะการแก้ปัญหาผ่านการลงมือปฏิบัติ ที่ใช้สมองในการคิด ช่วยให้ผู้เรียนได้ยิน ได้เห็น ได้ตอบคำถามกับสิ่งที่กำลังสงสัย หรือกำลังอภิปรายร่วมกัน จนนำไปสู่การได้คำตอบของปัญหา และนำสิ่งที่เรียนรู้ไปใช้ในชีวิตประจำวันได้ (Silberman, 1996, p. ix) โดยผู้สอนทำหน้าที่อำนวยความสะดวกในการเรียนรู้ (Facilitator) คอยชี้แนะ (Coach) เพื่อจะนำผู้เรียนไปสู่การสร้างองค์ความรู้จากการจัดการเรียนรู้ด้วยการลงมือปฏิบัติได้ด้วยตนเอง ผู้สอนต้องมีทักษะการเรียนรู้ร่วมกันผ่านการปฏิบัติ และการให้ feedback กับผู้เรียน เปลี่ยนจากผู้รู้วิชาไปเป็นผู้มีทักษะ ผู้เรียนรู้ และผู้กำกับการเรียนรู้ของผู้เรียน (วิจารณ์ พานิช, 2557, น. 67) นอกจากนี้ การจัดการเรียนรู้เชิงรุก มีลักษณะเป็นการเรียนรู้จากการลงมือปฏิบัติ (Practice by doing exercises)

ซึ่งจะทำให้ผู้เรียนมีความคงทนในการเรียนรู้ประมาณร้อยละ 75 (Community literacy of ONTARIO, 2013) เพราะผู้เรียนที่ได้ลงมือปฏิบัติกิจกรรมด้วยตนเอง ทำให้ผู้เรียนเกิดกระบวนการคิด การแก้ปัญหา การทำงานร่วมกัน และการสร้างองค์ความรู้ด้วยตนเอง ตลอดจนมีกระบวนการคิดอย่างเป็นระบบ ความรู้ที่ได้มีความลุ่มลึกในเนื้อหา ส่งผลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของผู้เรียน ซึ่งสอดคล้องกับงานวิจัยของสุชาติา แก้วพิกุล (2555) เชิดศักดิ์ ภัคดีวิโรจน์ (2557) และมยุรี โรจน์อรุณ (2559) ที่ศึกษาผลของการใช้การจัดการเรียนรู้เชิงรุก โดยสรุปพบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ หลังได้รับการจัดการเรียนรู้สูงกว่าก่อนได้รับการจัดการเรียนรู้เชิงรุก และสูงกว่าเกณฑ์ที่กำหนดอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ แสดงให้เห็นว่าการจัดการเรียนรู้เชิงรุกจะทำให้เกิดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของผู้เรียนสูงขึ้น

ในการจัดการเรียนการสอนในชั้นเรียน เรื่อง ภาคตัดกรวย โดยเฉพาะในเรื่อง วงรี และไฮเพอร์โบลา พบว่า ผู้เรียนส่วนใหญ่เป็นผู้รับความรู้อย่างเดียว ผู้เรียนไม่มีส่วนร่วมในการเรียนรู้ อีกทั้งการใช้สื่อการเรียนรู้ยังไม่ตอบสนองต่อความต้องการของผู้เรียน เพราะผู้สอนเป็นผู้ใช้สื่อ ผู้เรียนไม่ได้มีส่วนร่วมในการใช้สื่อ ทำให้การเรียนรู้ของผู้เรียนไม่เกิดจากการลงมือปฏิบัติ และไม่เกิดการเรียนรู้ผ่านการฟัง การพูด การอ่าน การเขียน และการสะท้อนความคิดด้วยตนเองมากนัก จากเหตุผลดังกล่าวมา ทำให้ผู้วิจัยสนใจที่จะใช้การจัดการเรียนรู้เชิงรุกมาใช้ในการจัดการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง ภาคตัดกรวย โดยทดลองกับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 เพื่อให้การจัดการศึกษาสอดคล้องกับสภาพการศึกษาของไทยในปัจจุบัน และผู้เรียนได้พัฒนาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ที่จะส่งเสริมให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้ที่เหมาะสมในศตวรรษที่ 21 และพัฒนาความรู้ ความสามารถ ตลอดจนทักษะ และกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และสามารถนำไปใช้ในชีวิตประจำวันได้

### ความมุ่งหมายของการวิจัย

1. เพื่อเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง ภาคตัดกรวย ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่ได้รับการจัดการเรียนรู้เชิงรุกกับนักเรียนที่ได้รับการเรียนแบบปกติ
2. เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ภาคตัดกรวย ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่ได้รับการจัดการเรียนรู้เชิงรุกกับนักเรียนที่ได้รับการเรียนแบบปกติ
3. เพื่อเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง ภาคตัดกรวย ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ก่อนและหลังได้รับการจัดการเรียนรู้เชิงรุก
4. เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ภาคตัดกรวย ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ก่อนและหลังได้รับการจัดการเรียนรู้เชิงรุก

### ความสำคัญของการวิจัย

ผลการวิจัยครั้งนี้ ทำให้ทราบถึงผลของการจัดการเรียนรู้เชิงรุก เรื่อง ภาคตัดกรวย ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ที่เป็น การจัดการเรียนรู้ซึ่งจะช่วยส่งเสริมและพัฒนาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ และ ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของผู้เรียนได้ดียิ่งขึ้น ตลอดจนเสริมสร้างทักษะ และกระบวนการทางคณิตศาสตร์เพื่อให้ผู้เรียนนำไปใช้ในชีวิตประจำวันได้ อีกทั้งยังเป็นแนวทาง ในการจัดการเรียนรู้ของผู้สอนวิชาคณิตศาสตร์ และผู้เกี่ยวข้องกับการศึกษาที่จะนำไปใช้ในการ จัดการเรียนรู้ให้เกิดประสิทธิภาพสูงสุดต่อผู้เรียน

### ขอบเขตของการวิจัย

#### ประชากรที่ใช้ในการวิจัย

ประชากรที่ใช้ในการวิจัยในครั้งนี้เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนสาธิต มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร (ฝ่ายมัธยม) เขตวัฒนา กรุงเทพมหานคร ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2563 ที่เรียนรายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติมจำนวน 6 ห้องเรียน จำนวนนักเรียน 208 คน

#### กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัย

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนสาธิต มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร (ฝ่ายมัธยม) เขตวัฒนา กรุงเทพมหานคร ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2563 ที่เรียนรายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติมจำนวน 2 ห้องเรียน จำนวนนักเรียน 74 คน

คน ซึ่งได้มาจากการสุ่มแบบกลุ่ม (Cluster Random Sampling) โดยใช้ห้องเรียนเป็นหน่วยการสุ่ม (Sampling Unit) จากการจับสลากมา 2 ห้องเรียน จากห้องเรียนทั้งหมด 6 ห้อง แล้วจับฉลากเป็นกลุ่มทดลองหนึ่งห้อง จำนวนนักเรียน 36 คน และกลุ่มควบคุมหนึ่งห้อง จำนวนนักเรียน 38 คน ซึ่งทางโรงเรียนได้จัดนักเรียนแต่ละห้องแบบคละความสามารถ

### เนื้อหาที่ใช้ในการวิจัย

เนื้อหาที่ใช้ในการวิจัยในครั้งนี้ เป็นเนื้อหาสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 รายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม เรื่อง ภาคตัดกรวย ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) และหลักสูตรสถานศึกษา โรงเรียนสาธิตมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร (ฝ่ายมัธยม)

### ระยะเวลาที่ใช้ในการวิจัย

ดำเนินการวิจัยในภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2563 ใช้เวลาในการทดลองจำนวน 18 คาบ คาบละ 45 นาที โดยใช้เวลาในการดำเนินกิจกรรมการเรียนรู้จำนวน 14 คาบ ทำการทดสอบก่อนเรียน (Pretest) จำนวน 2 คาบ และทำการทดสอบหลังเรียน (Posttest) จำนวน 2 คาบ มีรายละเอียดดังนี้

1. ทดสอบก่อนเรียน (Pretest)	2	คาบ
2. ภาคตัดกรวย เรื่อง วงรี	8	คาบ
3. ภาคตัดกรวย เรื่อง ไฮเพอร์โบลา	6	คาบ
4. ทดสอบหลังเรียน (Posttest)	2	คาบ
รวม	18	คาบ

### ตัวแปรที่ใช้ในการวิจัย

1. ตัวแปรอิสระ คือ
  - การจัดการเรียนรู้เชิงรุก (Active Learning)
2. ตัวแปรตาม คือ
  - 2.1 ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์
  - 2.2 ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

### นิยามศัพท์เฉพาะ

1. การจัดการเรียนรู้เชิงรุก หมายถึง การจัดการเรียนรู้ที่ให้ผู้เรียนมีส่วนร่วมในการเรียน และได้ลงมือปฏิบัติ (Learning by doing) กิจกรรมต่าง ๆ ในชั้นเรียน แล้วสร้างองค์ความรู้จากการปฏิบัติผ่านการฟัง การพูด การอภิปราย การอ่าน การเขียน และการสะท้อนความคิดร่วมกัน

โดยมีผู้สอนทำหน้าที่แนะแนวทาง และอำนวยความสะดวกในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ โดยมีขั้นตอนการจัดการเรียนรู้ ดังนี้

ขั้นที่ 1 ขั้นนำ ผู้สอนแจ้งจุดประสงค์ในการเรียนรู้ให้ผู้เรียนทราบ กระตุ้นผู้เรียน เพื่อให้เกิดแรงจูงใจในการเรียนรู้ หรือทบทวนความรู้เดิม ผ่านการฟังและการพูดในชั้นเรียน ด้วยกิจกรรมการสร้างแรงจูงใจ การอภิปรายร่วมกัน และการใช้คำถาม

ขั้นที่ 2 ขั้นนำเสนอสถานการณ์ ผู้สอนนำเสนอสถานการณ์ที่น่าสนใจ มีความท้าทาย และสอดคล้องกับสถานการณ์ใกล้ตัว ให้ผู้เรียนคิดวิเคราะห์ปัญหาพร้อมกัน พร้อมทั้งเปิดโอกาสให้ผู้เรียนอภิปราย ชักถามข้อสงสัยที่เกิดขึ้น ด้วยการอ่าน การฟัง และการพูด ผ่านกิจกรรมการอ่านอย่างกระตือรือร้น การอภิปรายร่วมกัน หรือการระดมความคิดร่วมกัน

ขั้นที่ 3 ขั้นปฏิบัติกิจกรรม ผู้เรียนลงมือปฏิบัติกิจกรรมตามแผนที่กำหนดไว้ โดยใช้ยุทธวิธีในการแก้ปัญหา เพื่อให้หาคำตอบของปัญหา ด้วยการอภิปรายแลกเปลี่ยนความรู้และยอมรับความคิดเห็นร่วมกันในกลุ่มของผู้เรียน โดยมีผู้สอนคอยกระตุ้นความคิด และแนะแนวทางให้กับผู้เรียน ผ่านกิจกรรม Round Table , Group Discussion , Trade of Problem , Think – Pair -Share หรือ Gallery Walk

ขั้นที่ 4 ขั้นสร้างองค์ความรู้ ผู้เรียนนำเสนอแนวคิด หรือวิธีแก้ปัญหาของตนเองหรือของกลุ่ม พร้อมอภิปราย แลกเปลี่ยนความรู้กับเพื่อนคนอื่นๆ ในชั้นเรียน เพื่อหาคำตอบ สร้างองค์ความรู้ และตรวจสอบความถูกต้องร่วมกัน ผ่านการใช้เกม , การอภิปราย , Round Table , Trade of Problem , Think – Pair -Share หรือ Gallery Walk โดยมีผู้สอนคอยตรวจสอบความถูกต้องจากการทำกิจกรรม การนำเสนอ หรือการแสดงแนวคิด และวิธีการแก้ปัญหาของผู้เรียนอีกครั้ง

ขั้นที่ 5 ขั้นสรุป ผู้เรียนและผู้สอนร่วมกันสรุปองค์ความรู้ที่ได้ พร้อมให้ผู้เรียนสะท้อนความคิดที่ได้จากการปฏิบัติกิจกรรม ผ่านการทำ End of Class Query , Voting , Concept Map หรือ Students Reflection โดยมีผู้สอนเติมเต็มความรู้ให้กับผู้เรียนในส่วนที่สำคัญ

2. การเรียนแบบปกติ หมายถึง การจัดการเรียนรู้ตามแผนการจัดการเรียนรู้ของผู้สอนที่มีการกำหนดเนื้อหา กิจกรรมการเรียนรู้ 3 ขั้นตอน ได้แก่ ขั้นนำ ขั้นสอน และขั้นสรุป และสื่อการเรียนรู้ ตามหลักสูตรสถานศึกษา โรงเรียนสาธิตมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร (ฝ่ายมัธยม) และหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 รายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม เรื่อง ภาคตัดกรวย โดยจัดการเรียนรู้ให้มีความเหมาะสมกับความรู้ ความสามารถของผู้เรียน

3. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ หมายถึง ความสามารถทางสติปัญญาในวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียน ที่เกิดจากทักษะและกระบวนการเรียนรู้หลังการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ โดยวัดได้จากแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น ซึ่งเป็นแบบทดสอบแบบเลือกตอบ 4 ตัวเลือก จำนวน 15 ข้อ โดยมีความสอดคล้องกับพฤติกรรมด้านความรู้ความคิด (Cognitive Domain) ทั้ง 4 ด้าน คือ ด้านความรู้ความจำ ด้านความเข้าใจ ด้านการนำไปใช้ และด้านการวิเคราะห์

4. ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ หมายถึง กระบวนการใช้ความรู้ ความคิด ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ยุทธวิธีแก้ปัญหา รวมถึงประสบการณ์ที่มี ไปใช้ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ แล้วสามารถตรวจสอบความสมเหตุสมผลของคำตอบที่ได้จากกระบวนการคิดแก้ปัญหาได้อย่างถูกต้อง โดยใช้กระบวนการในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ดังต่อไปนี้

1. การทำความเข้าใจปัญหา ผู้เรียนทำความเข้าใจปัญหาที่กำหนดให้ว่า โจทย์ถามอะไร โจทย์กำหนดอะไรมาให้บ้าง ข้อมูลที่กำหนดให้เพียงพอต่อการแก้ปัญหาหรือไม่ มีเงื่อนไขหรือต้องการข้อมูลเพิ่มเติมบ้าง

2. การวางแผนการแก้ปัญหา ผู้เรียนหาความสัมพันธ์ระหว่างสิ่งที่โจทย์ถาม กับสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ โดยวิเคราะห์โจทย์และเชื่อมโยงเข้ากับโจทย์ปัญหาที่คุ้นเคย หรือโจทย์ที่ลักษณะใกล้เคียงกัน แล้วเลือกยุทธวิธีที่เหมาะสมในการแก้ปัญหา

3. การดำเนินการตามแผน ลงมือดำเนินการแก้ปัญหาตามแผนที่วางไว้ เพื่อหาคำตอบของปัญหา รวมทั้งตรวจสอบความถูกต้อง และความสมเหตุสมผลของคำตอบที่ได้ ถ้าหาคำตอบไม่ได้ หรือคำตอบไม่ถูกต้อง ให้ย้อนกลับไปแก้ไขในการวางแผนการแก้ปัญหา

4. การตรวจสอบกระบวนการแก้ปัญหาและคำตอบ เป็นการตรวจสอบขั้นตอนในการแก้ปัญหา วิธีการในการแก้ปัญหา และคำตอบของปัญหา เพื่อตรวจสอบว่ามีขั้นตอนใดบกพร่อง มีวิธีการแก้ปัญหาแบบอื่นอีกหรือไม่ และคำตอบของปัญหาที่ได้มีความถูกต้องและสมบูรณ์มากน้อยเพียงใด

ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์นี้ วัดได้จากแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น เป็นแบบทดสอบอัตนัยชนิดแสดงวิธีทำจำนวน 3 ข้อ โดยมีความครอบคลุมเนื้อหารายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 เรื่อง ภาคตัดกรวย

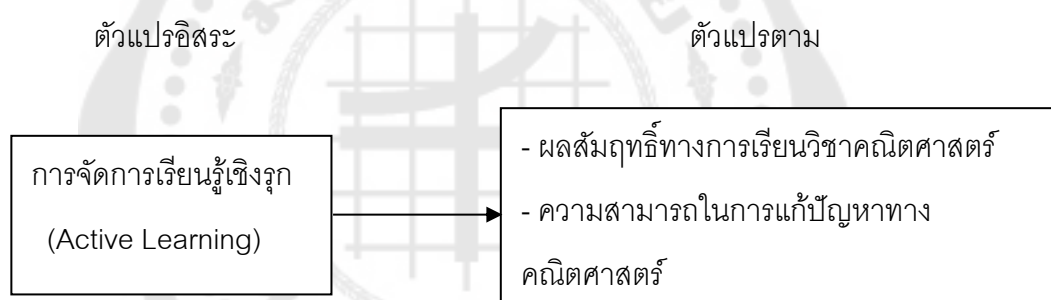


5. ภาคตัดกรวย หมายถึง เนื้อหาที่มีการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ เฉพาะเรื่อง วงรี และไฮเพอร์โบลา

### กรอบแนวคิดในการวิจัย

จากการศึกษาทฤษฎี งานวิจัย และเอกสารที่เกี่ยวข้องเกี่ยวกับการจัดการเรียนรู้เชิงรุก (Active Learning) ที่ส่งผลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ สอดคล้องกับงานวิจัยของ สุชาดา แก้วพิกุล (2555, น. 100-106) และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ สอดคล้องกับงานวิจัยของสัจญา ภัทรากร (2552, น. 152-156) เชิดศักดิ์ ภัทติวิโรจน์ (2557, น. 172-176) และมยุรี โรจน์อรุณ (2559, น. 83-86)

ผู้วิจัยสนใจศึกษาผลของการจัดการเรียนรู้เชิงรุก เรื่อง ภาคตัดกรวย ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โดยมีกรอบแนวคิดในการวิจัย ดังนี้



ภาพประกอบ 1 กรอบแนวคิดในการวิจัย

### สมมติฐานในการวิจัย

1. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง ภาคตัดกรวย ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้เชิงรุกสูงกว่านักเรียนที่ได้รับการเรียนแบบปกติ
2. ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ภาคตัดกรวย ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้เชิงรุกสูงกว่านักเรียนที่ได้รับการเรียนแบบปกติ
3. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง ภาคตัดกรวย ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่ได้รับการจัดการเรียนรู้เชิงรุกหลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน
4. ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ภาคตัดกรวย ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่ได้รับการจัดการเรียนรู้เชิงรุกหลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน

## บทที่ 2

### เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยได้ศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง และได้นำเสนอตามหัวข้อต่อไปนี้

#### ตอนที่ 1 เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการจัดการเรียนรู้เชิงรุก (Active Learning)

- 1.1 ความหมายของการจัดการเรียนรู้เชิงรุก
- 1.2 ลักษณะของการจัดการเรียนรู้เชิงรุก
- 1.3 ขั้นตอนการจัดการเรียนรู้เชิงรุก
- 1.4 องค์ประกอบของการจัดการเรียนรู้เชิงรุก
- 1.5 กิจกรรมการจัดการเรียนรู้เชิงรุก
- 1.6 บทบาทของครูในการจัดการเรียนรู้เชิงรุก
- 1.7 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการจัดการเรียนรู้เชิงรุก

#### ตอนที่ 2 เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์

- 2.1 ความหมายของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์
- 2.2 ปัจจัยและองค์ประกอบที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน
- 2.3 ประเภทของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน
- 2.4 การวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน
- 2.5 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์

#### ตอนที่ 3 เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

- 3.1 ความหมายของปัญหาทางคณิตศาสตร์
- 3.2 ประเภทของปัญหาทางคณิตศาสตร์
- 3.3 ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
- 3.4 กระบวนการและขั้นตอนในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
- 3.5 ยุทธวิธีที่ใช้ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
- 3.6 แนวทางการส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
- 3.7 บทบาทของครูต่อการส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

3.8 การวัดและประเมินผลความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

3.9 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์



## ตอนที่ 1 เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการจัดการเรียนรู้เชิงรุก (Active Learning)

### 1.1 ความหมายของการจัดการเรียนรู้เชิงรุก

นักการศึกษาหลายท่านได้นิยามชื่อภาษาไทยของการจัดการเรียนรู้เชิงรุกที่แตกต่างกันว่า การเรียนรู้เชิงรุก (ทวีวัฒน์ วัฒนกุลเจริญ, 2551, น. 1-3) การเรียนรู้ที่มีชีวิตชีวา (สัญญา ภัทรากร, 2552, น. 1-157) การสอนอย่างกระตือรือร้น (สุชาติดา แก้วพิกุล, 2555, น. 1-107) การเรียนรู้แบบใฝ่รู้ (บัญญัติ ชำนาญกิจ, 2549, น. 3-7) ในการวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยจะใช้คำว่า การจัดการเรียนรู้เชิงรุก ซึ่งมีนักการศึกษาให้ความหมายไว้ดังนี้

นักการศึกษาต่างประเทศให้ความหมายของการจัดการเรียนรู้เชิงรุก ผู้วิจัยได้สังเคราะห์โดยสรุปดังนี้

การจัดการเรียนรู้เชิงรุก หมายถึง การจัดการเรียนรู้ที่ให้ผู้เรียนมีความกระตือรือร้น เปิดโอกาสให้ผู้เรียนเรียนรู้จากการลงมือปฏิบัติ ผ่านการพูดคุย ฟัง อ่าน เขียน และสะท้อนคิด โดยใช้กระบวนการแก้ปัญหาที่มาจากความคิด การทำกิจกรรม การสังเกต การปฏิบัติงานของผู้เรียน แล้วสรุปเป็นผลการแก้ปัญหา ข้อเท็จจริง และกฎเกณฑ์ต่าง ๆ และนำสิ่งที่ได้เรียนรู้ไปประยุกต์ใช้ในชีวิตประจำวันได้ (Marks (1970, p. 23); Silberman (1996, p. ix); Lorenzen (2001, p. 19); Bonwell และ Eison (1991, p. 2); Meyers และ Jones (1993, p. xi))

นักการศึกษาในประเทศไทยให้ความหมายของการจัดการเรียนรู้เชิงรุก ผู้วิจัยได้สังเคราะห์โดยสรุปดังนี้

การจัดการเรียนรู้เชิงรุก หมายถึง การจัดการเรียนรู้ที่เน้นผู้เรียนเป็นสำคัญ ผู้เรียนมีปฏิสัมพันธ์กับผู้สอน และเพื่อนในชั้นเรียน โดยผู้เรียนได้ลงมือปฏิบัติ (Learning by doing) เพื่อสร้างความรู้ และการเรียนรู้ร่วมกัน ผ่านการพูด การอ่าน การฟัง การเขียน และการสะท้อนความคิด ด้วยวิธีการอภิปราย หาคำตอบ แลกเปลี่ยน นำเสนอ และการสรุปความคิดรวบยอดจากสิ่งที่เรียนรู้ (ศักดา ไชกิจภิญโญ (2548, น. 12); สัญญา ภัทรากร (2552, น. 13); สุชาติดา แก้วพิกุล (2555, น. 12); วัชรา เล่าเรียนดี (2560, น. 65))

จากการศึกษาความหมายของการจัดการเรียนรู้เชิงรุก ผู้วิจัยสรุปได้ว่า การจัดการเรียนรู้เชิงรุก หมายถึง การจัดการเรียนรู้ที่ให้ผู้เรียนมีส่วนร่วมในการเรียน และได้ลงมือปฏิบัติ (Learning by doing) กิจกรรมต่าง ๆ ในชั้นเรียน แล้วสร้างองค์ความรู้จากการปฏิบัติผ่านการฟัง การพูด การอภิปราย การอ่าน การเขียน และการสะท้อนคิดร่วมกัน โดยมีผู้สอนทำหน้าที่แนะแนวทาง และอำนวยความสะดวกในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้

## 1.2 หลักการของการจัดการเรียนรู้เชิงรุก

เซงเคอร์ กอส และเบิร์นสไตน์ (มยุรี โจน์อรุณ, 2559, น. 13 อ้างอิงจาก Shenker; Goss; & Bernstein, 1996, p. 1) และ Silberman (1996, p. xi) ได้กล่าวถึงหลักการจัดการเรียนรู้เชิงรุก ผู้วิจัยได้สังเคราะห์โดยสรุปดังนี้

หลักการจัดการเรียนรู้เชิงรุก มีดังนี้

1. ผู้เรียนมีส่วนร่วมในชั้นเรียน
2. ลดการถ่ายทอดความรู้จากผู้สอน
3. ผู้เรียนเรียนรู้ผ่านการอ่าน การอภิปราย การเขียน การสะท้อนความคิด
4. เน้นการลงมือปฏิบัติ เพื่อพัฒนาการคิดวิเคราะห์ สังเคราะห์ และการได้รับ

ข้อมูลสะท้อนกลับ

5. ใช้การสร้างทีม (Team building) ช่วยให้ผู้เรียนได้ทำความรู้จักกัน เพื่อให้เกิดการสร้างความร่วมมือและการพึ่งพาอาศัยซึ่งกันและกัน

6. มีการเรียนรู้ที่เกิดจากทัศนคติ ความรู้ และประสบการณ์ของผู้เรียน

7. สร้างความสนใจในเรื่องที่เรียน เพื่อให้ผู้เรียนมีส่วนร่วมในการเรียนรู้

บุหงา วัฒนะ (2546, น. 33) และศักดา ไชยกิจบุญ (2548, น. 12) ได้อธิบายถึง

ลักษณะของการจัดการเรียนรู้เชิงรุก โดยสรุปดังนี้

1. การเรียนรู้ที่ให้ผู้เรียนมีส่วนร่วมในการเรียน และมีปฏิสัมพันธ์กับทุกคนใน

ห้องเรียน

2. ผู้เรียนพัฒนาการหาความรู้ หรือการเรียนรู้ด้วยตนเอง

3. ผู้เรียนพัฒนาทักษะการคิดขั้นสูง

4. ผู้เรียนมีความกระตือรือร้น และสร้างทัศนคติในการเรียนที่ดี

5. ผู้เรียนสร้างแรงจูงใจในการเรียนเพื่อให้สำเร็จผลด้านวิชาการ

บัญญัติ ชำนาญกิจ (2549, น. 6) กล่าวถึง วิธีที่ทำให้เกิดการเรียนรู้แบบใฝ่รู้ ดังนี้

1. หลังจากการบรรยาย ให้นักเรียนทำการสรุปความรู้ที่ได้จากการฟังบรรยาย

2. อธิบายส่วนที่ตนเองนำเสนอ

3. เชื่อมโยงเนื้อหา ความรู้ และประสบการณ์ของตนเอง

4. บรรยายสิ่งที่ผู้สอนสอนด้วยคำของตนเอง พร้อมยกตัวอย่าง

5. อธิบายมุมมองที่แตกต่างของตนเองกับผู้อื่น

6. เขียนคำถามที่ตนเองสงสัยเพื่อหาคำตอบ หรือหาเหตุผล

### 7. อภิปรายร่วมกันในชั้นเรียน

ทวีวัฒน์ วัฒนกุลเจริญ (2551, น. 2) ได้เสนอรูปแบบการเรียนรู้เชิงรุก ดังนี้

1. จัดกิจกรรมให้ผู้เรียนศึกษาด้วยตนเอง เพื่อให้เกิดประสบการณ์ตรงกับการแก้ปัญหาตามสภาพจริง

2. เสริมสร้างผู้เรียนให้กำหนดแนวคิด วางแผน ยอมรับ ประเมินผล และนำเสนอผลงาน ผ่านการทำกิจกรรมการเรียนรู้

3. บูรณาการเนื้อหาหลายวิชา เพื่อเชื่อมโยงความเข้าใจในวิชาต่าง ๆ

4. จัดสภาพแวดล้อม บรรยากาศในชั้นเรียนที่เหมาะสมกับการเรียนรู้

5. ใช้กระบวนการกลุ่ม

6. ใช้การประเมินผลโดยกลุ่มเพื่อน

สุชาดา แก้วพิบูล (2555, น. 13) กล่าวว่า หลักการของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ อย่างกระตือรือร้น สรุปได้ดังนี้

1. ผู้เรียนมีส่วนร่วมและมีปฏิสัมพันธ์ในชั้นเรียน โดยลงมือทำมากกว่านั่งฟังเพียงอย่างเดียว

2. เน้นการสำรวจเจตคติและคุณค่าที่มีอยู่ในผู้เรียน

3. มีการสะท้อนความคิด เพื่อให้ข้อมูลย้อนกลับแก่ผู้เรียนและผู้สอน

4. มีการเรียนรู้ที่เกิดจากประสบการณ์ของผู้เรียน

5. ผู้เรียนสร้างความรู้ด้วยตนเองโดยการแลกเปลี่ยนความรู้

6. ผู้เรียนมีโอกาสประยุกต์ใช้ความรู้

7. บูรณาการเนื้อหาหลายวิชา เพื่อเชื่อมโยงความเข้าใจวิชาต่าง ๆ ที่แตกต่างกัน

8. จัดให้มีการประเมินผลโดยกลุ่มเพื่อน (Peer assessment)

จากการศึกษาหลักการของการจัดการเรียนรู้เชิงรุกข้างต้น ผู้วิจัยสรุปได้ว่า หลักการของการจัดการเรียนรู้เชิงรุก มีดังนี้

1. ผู้เรียนได้ลงมือปฏิบัติ มีปฏิสัมพันธ์ และมีส่วนร่วมในกิจกรรมการเรียนรู้

2. ผู้เรียนเรียนรู้จากกระบวนการกลุ่ม ยอมรับความคิดเห็นของเพื่อน และมีความร่วมมือกันในชั้นเรียน

3. ผู้เรียนสร้างองค์ความรู้ผ่านการฟัง การพูด การอภิปราย การอ่าน การเขียน และการสะท้อนความคิด

4. ผู้เรียนได้พัฒนาทักษะที่สำคัญ และทักษะการคิดขั้นสูง ได้แก่ การแก้ปัญหา การสื่อสาร การวิเคราะห์ การสังเคราะห์ และการนำความรู้ไปประยุกต์ใช้
5. ผู้เรียนเกิดเจตคติ แรงจูงใจที่ดีต่อการเรียนรู้ในวิชาที่เรียน และเห็นคุณค่าของตนเอง
6. ผู้สอนใช้วิธีการและกิจกรรมการเรียนรู้ที่หลากหลาย
7. ผู้สอนมีบทบาทเป็นผู้แนะแนวทาง และผู้อำนวยการความสะอาดในการเรียนรู้
8. ผู้สอนจัดหาสื่อ วัสดุ อุปกรณ์ และสภาพแวดล้อมให้เหมาะสมต่อการเรียนรู้ของผู้เรียน
9. ผู้สอนใช้วิธีการประเมินผลตามสภาพจริง เช่น ให้เพื่อนประเมินเพื่อน

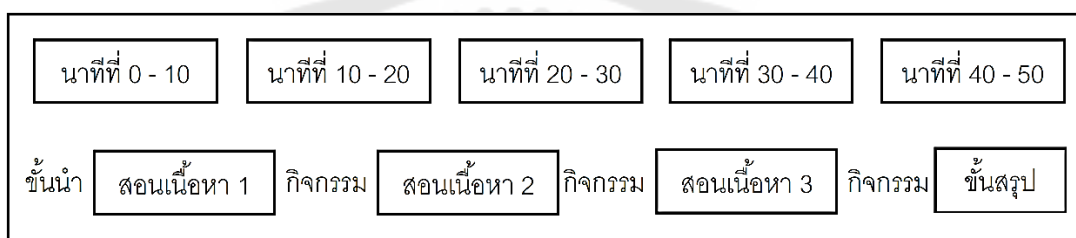
### 1.3 ขั้นตอนการจัดการเรียนรู้เชิงรุก

Baldwin และ Williams (1988, p. 94) ได้เสนอขั้นตอนการจัดการเรียนรู้เชิงรุกไว้ 6 ขั้นตอน ดังนี้

1. ขั้นเตรียมความพร้อม (Warming up) เป็นขั้นตอนการสร้างสภาพแวดล้อมของการเรียน ให้ผู้เรียนเห็นถึงความสำคัญของการเรียนรู้ เพื่อสร้างและกระตุ้นให้ผู้เรียนมีส่วนร่วมในกระบวนการเรียนรู้
2. ขั้นการสร้างกลุ่ม (Group-forming) เป็นขั้นที่ผู้เรียนได้เรียนรู้บทเรียนที่มีความท้าทาย และแลกเปลี่ยนกระบวนการเรียนรู้ในกลุ่ม
3. ขั้นการทำงานกลุ่ม (Group-working) ผู้เรียนสร้างกระบวนการเรียนรู้ จากเนื้อหาที่ได้เรียนรู้ซึ่งมีการสนับสนุนและการกระตุ้นร่วมกันในกลุ่ม
4. ขั้นการนำไปใช้ (Application) ผู้เรียนในกลุ่มสามารถประยุกต์ความรู้ไปใช้ในสถานการณ์ต่าง ๆ ที่ท้าทายความรู้ ความสามารถของผู้เรียน การทำงานร่วมกัน และเนื้อหาความรู้ในวิชานั้น
5. การสะท้อนคิด (Reflection) ผู้เรียนตรวจสอบประสบการณ์การเรียนรู้ในเนื้อหาวิชา จากการสะท้อนผลจากผู้เรียนแต่ละคน และจากกลุ่ม
6. ผู้เรียนนำทักษะใหม่ที่ได้เรียนรู้ไปประยุกต์ใช้ สามารถถ่ายทอดความรู้ไปยังสมาชิกในกลุ่ม รวมทั้งคำนึงถึงการพัฒนาความรู้ให้ยั่งยืน

จอห์นสัน และคนอื่น ๆ (เชิดศักดิ์ ภัคดีวิโรจน์, 2557, น. 20-21 อ้างอิงจาก Johnson; et al., 1991, p. 29-30) กล่าวว่า การจัดการเรียนรู้เชิงรุก สามารถทำตามขั้นตอนได้ดังนี้

1. ขั้นนำ (Advanced Organizer) ใช้เวลาประมาณ 3 - 5 นาที เป็นขั้นที่แสดงให้ผู้เรียนเห็นถึงความเชื่อมโยงระหว่างเนื้อหาที่จะสอน กับพื้นฐานความรู้ของผู้เรียน
2. ขั้นสอน ใช้เวลาประมาณ 10 - 15 นาที ในการสอนเนื้อหาและตามด้วยกิจกรรมอื่น (Collaborative activities) ประมาณ 3 - 4 นาที เพื่อให้ผู้เรียนไม่เบื่อ เป็นการเปลี่ยนบรรยากาศและให้ผู้สอนมีปฏิสัมพันธ์กับผู้เรียน โดยใช้การถามตอบ การคิดร่วมกันเป็นกลุ่ม จะทำให้ผู้เรียนจะจดจำเนื้อหาได้ดีกว่าการสอนโดยไม่สลับกับกิจกรรม
3. ขั้นสรุป (Individual Summaries) ประมาณ 4 - 6 นาที ผู้เรียนสรุปเนื้อหาที่ได้เรียนด้วยตนเอง และนำเสนอ



ภาพประกอบ 2 ขั้นตอนการจัดการเรียนรู้เชิงรุก ภายในเวลา 30 นาที

ที่มา : Johnson, David W.; et al. (1991). Active Learning : Cooperation in the college classroom. p. 30.

Moore (1994, p. 22-23) ได้เสนอขั้นตอนการจัดการเรียนรู้เชิงรุก ดังนี้

1. ขั้นนำ นำผู้เรียนเข้าสู่บทเรียนด้วยสถานการณ์ที่ใกล้ตัว
2. ขั้นปฏิบัติ เป็นขั้นปฏิบัติกิจกรรมการเรียนการสอนตามแผนที่วางไว้ ให้ผู้เรียนค้นหามโนทัศน์ของเนื้อหาที่ศึกษา โดยใช้กระบวนการกลุ่ม และให้ผู้เรียนนำเสนอ มโนทัศน์ที่ค้นพบ
3. ขั้นสรุป ร่วมกันสรุปความรู้ที่ได้รับจากการเรียน
4. ขั้นประเมินผล ประเมินผลจากแบบฝึกหัด ใบกิจกรรม แบบสังเกตพฤติกรรม และบันทึกการเรียนรู้ของผู้เรียน

สัญญา ภัทรากกร (2552, น. 21) และมยุรี โรจน์อรุณ (2559, น. 19) กล่าวถึงขั้นตอนการจัดการเรียนรู้เชิงรุก โดยสรุปดังนี้



ขั้นที่ 1 ขั้นนำเข้าสู่บทเรียน เป็นขั้นสร้างแรงจูงใจ แจ่มจุดประสงค์การเรียนรู้ ทบทวนความรู้เดิม สร้างกติการ่วมกัน เพื่อให้ผู้เรียนมีความพร้อมในการเรียน

ขั้นที่ 2 ขั้นนำเสนอสถานการณ์ นำเสนอสถานการณ์ที่น่าสนใจ เป็นปัญหาที่ท้าทายให้ผู้เรียนอยากคิดแก้ปัญหา มีการวิเคราะห์ปัญหาร่วมกัน

ขั้นที่ 3 ขั้นปฏิบัติ ผู้เรียนลงมือแก้ปัญหาตามแผนการที่วางไว้ มีปฏิสัมพันธ์ซึ่งกันและกัน มีความร่วมมือ และยอมรับความคิดเห็นซึ่งกันและกัน โดยมีผู้สอนคอยแนะแนวทาง

ขั้นที่ 4 ขั้นอภิปราย ผู้เรียนนำเสนอแนวคิดหน้าชั้นเรียน โดยมีกลุ่มเพื่อน ๆ ตรวจสอบการนำเสนอ มีการอภิปรายถกเถียงกัน อย่างไม่มีอคติ บอกข้อดีข้อด้อยเพื่อทำการปรับปรุง แก้ไข จนผู้เรียนสามารถสร้างความรู้ได้ด้วยตนเอง

ขั้นที่ 5 ขั้นสรุป ผู้เรียนและผู้สอนร่วมสรุปความรู้และแนวคิดที่ได้จากการลงมือปฏิบัติ เพื่อตรวจสอบความถูกต้องที่ได้

วัชรรา เล่าเรียนดี (2560, น. 69) กล่าวถึง ขั้นตอนสำคัญ 4 ขั้นตอนในการจัดการเรียนรู้เชิงรุก ประกอบด้วย

1. ขั้นสร้างความสนใจ เป็นการเสนอบทเรียน เริ่มด้วยการกระตุ้นความสนใจของผู้เรียนโดยใช้เทคนิควิธีการที่หลากหลาย และสร้างความท้าทายการเรียนรู้ของนักเรียน โดยใช้คำถามปลายเปิด เพื่อให้นักเรียนได้คิดและเกิดการตั้งคำถาม แล้วค้นคว้าหาคำตอบต่อไป

2. ขั้นจัดกิจกรรมการเรียนรู้ ผู้สอนสามารถเลือกใช้เทคนิค วิธีการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่หลากหลาย โดยกิจกรรมต้องมีความสอดคล้องกับเนื้อหา จุดประสงค์และเรื่องที่ได้กระตุ้นความสนใจไว้แต่แรก

3. ขั้นอภิปราย ในช่วงทำครูผู้สอนจะให้นักเรียนร่วมกันอภิปรายสิ่งที่ได้เรียนรู้จากการทำกิจกรรม เปิดโอกาสให้นักเรียนนำเสนอความคิดเห็น และความคิดรวบยอดที่นักเรียนได้เรียนรู้ โดยครูทำหน้าที่เป็นผู้ฟัง และจดบันทึกข้อผิดพลาดของนักเรียน โดยไม่ติชมหรือวิจารณ์ เนื่องจากในขั้นนี้ นักเรียนทั้งชั้นกำลังเป็นผู้โต้แย้ง ถกเถียงระหว่างกัน

4. ขั้นสรุป ขั้นนี้ครูจะเป็นผู้มีบทบาทหลักสรุปการเรียนรู้ที่นักเรียนได้เรียนรู้ทั้งหมด ตั้งแต่ขั้นที่ 1 ถึง 3 โดยเน้นความคิดรวบยอดหลัก และเติมเต็มให้การเรียนรู้สมบูรณ์ยิ่งขึ้น

ตาราง 1 สังเคราะห์ขั้นตอนการจัดการเรียนรู้เชิงรุกของนักวิชาการ

นักวิชาการ	ขั้น	ขั้นนำ	ขั้นนำเสนอ สถานการณ์	ขั้นปฏิบัติ	ขั้นสร้างองค์ ความรู้	ขั้นสรุป
Baldwin and Williams		สร้างสภาพแวดล้อม และกระตุ้นผู้เรียน	-	สร้างกลุ่มเพื่อ เรียนรู้ร่วมกัน	สร้างความรู้ และประยุกต์ ความรู้ไปใช้	สะท้อนคิดและ นำทักษะไปใช้
Johnson ; et al.		เชื่อมโยงเนื้อหาเดิม กับเนื้อหาใหม่	-	สอนเนื้อหาสลับ กิจกรรมโดยใช้ คำถามกระตุ้น ให้เกิดความรู้	-	สรุปเนื้อหาที่ได้ เรียนรู้
Moore		สร้างแรงจูงใจ และ กระตุ้น โดยใช้ สถานการณ์ที่ใกล้ตัว	-	ใช้กระบวนการ กลุ่มในการ ค้นหาโน้ต ของเนื้อหา	นำเสนอโน้ต ที่ได้ค้นพบ	ทำแบบฝึก หัดและบันทึก การเรียนรู้
สัญญา ภักธารกร		สร้างแรงจูงใจ ทบทวนความรู้เดิม และแจ้งจุดประสงค์ ในการเรียนรู้	นำสถานการณ์ มาสร้างความ สนใจผู้เรียน ร่วมวางแผน แก้ปัญหา	ผู้เรียนแก้ปัญหา ตามแผน แลกเปลี่ยน เรียนรู้ในกลุ่ม ผู้สอนคอย แนะนำ	ผู้เรียนนำเสนอ แนวคิด โดยมี การตรวจสอบ ความถูกต้องจาก กลุ่มอื่น	ผู้เรียนสรุป ความรู้ หรือ แนวคิดที่ได้ เพื่อ สะท้อนแนวคิด จากการปฏิบัติ
มยุรี โรจน์อรุณ		แจ้งวัตถุประสงค์ และทบทวนความรู้ เดิม	เสนอปัญหาที่ ท้าทาย	ปฏิบัติตามแผน ที่วางไว้	นำเสนอหน้าชั้น เรียน อภิปราย ร่วมกัน เพื่อสร้าง องค์ความรู้	ผู้เรียนและ ผู้สอนร่วมกัน สรุปความรู้ และ แนวคิดที่ได้
วัชรวิ เล่าเรียนดี		กระตุ้นความสนใจ ใช้คำถามปลายเปิด เพื่อเกิดการคิด และ การตั้งคำถาม	-	เลือกใช้วิธีการ และเทคนิคที่ เหมาะสมในการ จัดกิจกรรม	นำเสนอความ คิดเห็นและ อภิปรายสิ่งที่ได้ เรียนรู้ร่วมกัน	ครูสรุปความคิด รวบยอดและ เติมเต็มความรู้ ให้ผู้เรียน

จากการศึกษาขั้นตอนการจัดการเรียนรู้เชิงรุก และการสังเคราะห์ขั้นตอนการจัดการเรียนรู้เชิงรุกของนักวิชาการข้างต้น พบว่า นักวิชาการส่วนใหญ่กำหนดขั้นตอนการจัดการเรียนรู้เชิงรุกไว้ 4 ขั้นตอน ซึ่งไม่มีขั้นนำเสนอสถานการณ์ แต่ในขั้นนำเสนอสถานการณ์นี้ มีกระบวนการที่จะช่วยส่งเสริมการจัดการเรียนรู้ให้กับผู้เรียน เช่น การนำเสนอสถานการณ์ที่ท้าทาย ได้รับความสนใจให้ผู้เรียนคิดแก้ปัญหา ซึ่งจะทำให้ผู้เรียนเกิดกระบวนการคิด และผู้เรียนให้ความสนใจในการเรียนมากขึ้น ผู้วิจัยจึงได้กำหนดขั้นตอนการจัดการเรียนรู้เชิงรุกไว้ 5 ขั้นตอน ดังนี้

ขั้นที่ 1 ขั้นนำ ผู้สอนแจ้งจุดประสงค์ในการเรียนรู้ให้ผู้เรียนทราบ กระตุ้นผู้เรียนเพื่อให้เกิดแรงจูงใจในการเรียนรู้ หรือทบทวนความรู้เดิม

ขั้นที่ 2 ขั้นนำเสนอสถานการณ์ ผู้สอนนำเสนอสถานการณ์ที่น่าสนใจ มีความท้าทาย และสอดคล้องกับสถานการณ์ใกล้ตัว ให้ผู้เรียนคิดวิเคราะห์ปัญหาพร้อมกัน พร้อมทั้งเปิดโอกาสให้ผู้เรียนอภิปราย ชักถามข้อสงสัยที่เกิดขึ้น

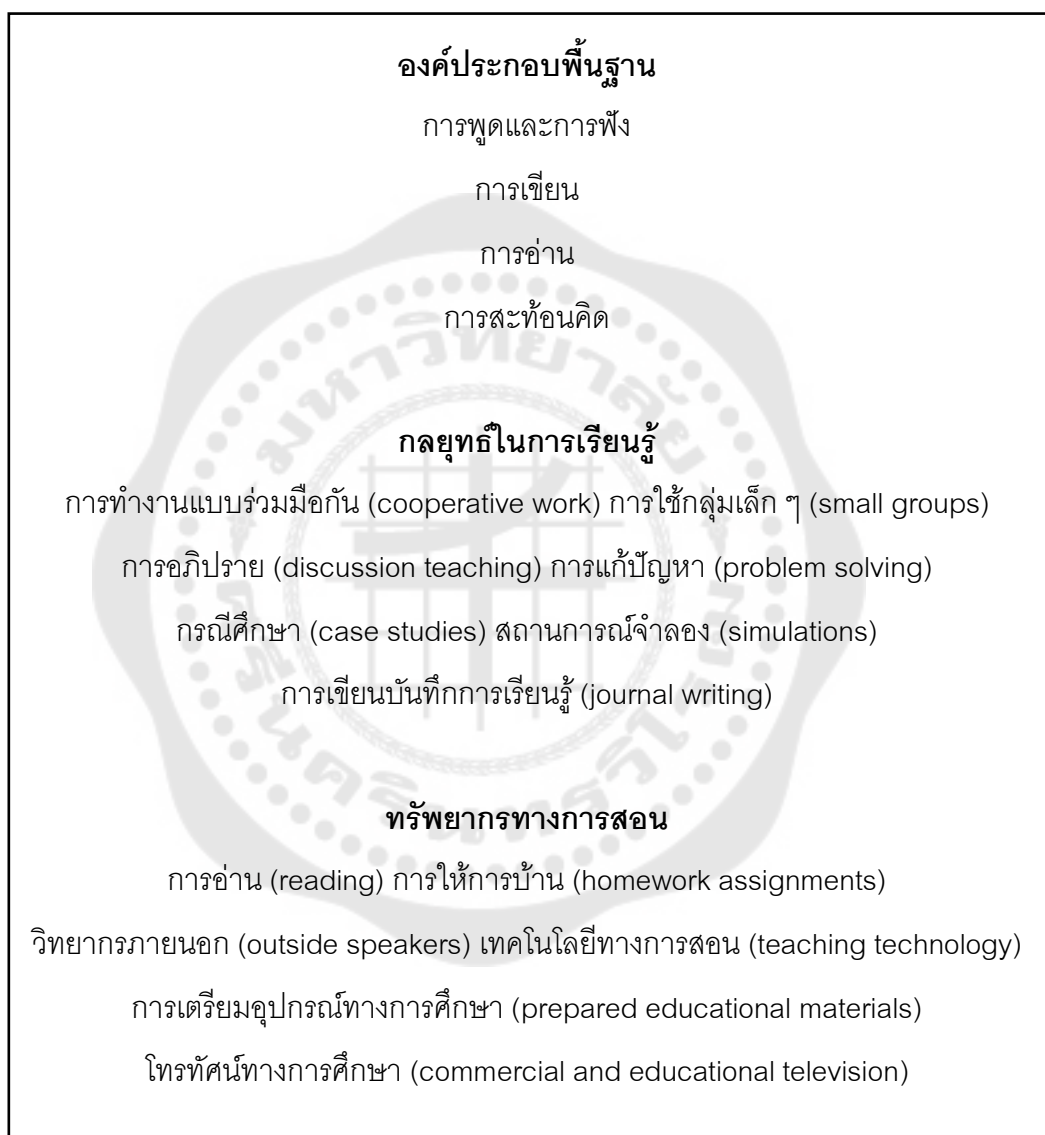
ขั้นที่ 3 ขั้นปฏิบัติการกรรม ผู้เรียนลงมือปฏิบัติการกรรมตามแผนที่กำหนดไว้ โดยใช้ยุทธวิธีในการแก้ปัญหา เพื่อใช้หาคำตอบของปัญหา ผู้เรียนอภิปรายแลกเปลี่ยนความรู้และยอมรับความคิดเห็นร่วมกันในกลุ่ม โดยมีผู้สอนคอยกระตุ้นความคิด และแนะแนวทางให้กับผู้เรียน

ขั้นที่ 4 ขั้นสร้างองค์ความรู้ ผู้เรียนนำเสนอแนวคิด หรือวิธีแก้ปัญหาของตนเอง หรือของกลุ่ม พร้อมอภิปรายแลกเปลี่ยนเรียนรู้ร่วมกับเพื่อนคนอื่นๆ ในชั้นเรียน เพื่อหาคำตอบ สร้างองค์ความรู้ และตรวจสอบความถูกต้องร่วมกัน โดยมีผู้สอนคอยตรวจสอบความถูกต้องอีกครั้ง

ขั้นที่ 5 ขั้นสรุป ผู้เรียนและผู้สอนร่วมกันสรุปองค์ความรู้ที่ได้ พร้อมให้ผู้เรียนสะท้อนความคิดที่ได้จากการปฏิบัติการกรรม ผู้สอนเติมเต็มความรู้ให้กับผู้เรียนในส่วนที่สำคัญ เพื่อตรวจสอบความเข้าใจที่แท้จริงจากการเรียนรู้ของผู้เรียน

#### 1.4 องค์ประกอบของการจัดการเรียนรู้เชิงรุก

Meyers และ Jones (1993, p. 19-20) กล่าวถึงองค์ประกอบของการจัดการเรียนรู้เชิงรุก ประกอบด้วยองค์ประกอบที่สัมพันธ์กัน 3 ข้อ ได้แก่ องค์ประกอบพื้นฐาน กลยุทธ์ในการเรียนรู้ และทรัพยากรทางการสอน ซึ่งมีความสัมพันธ์กันดังภาพประกอบที่ 3

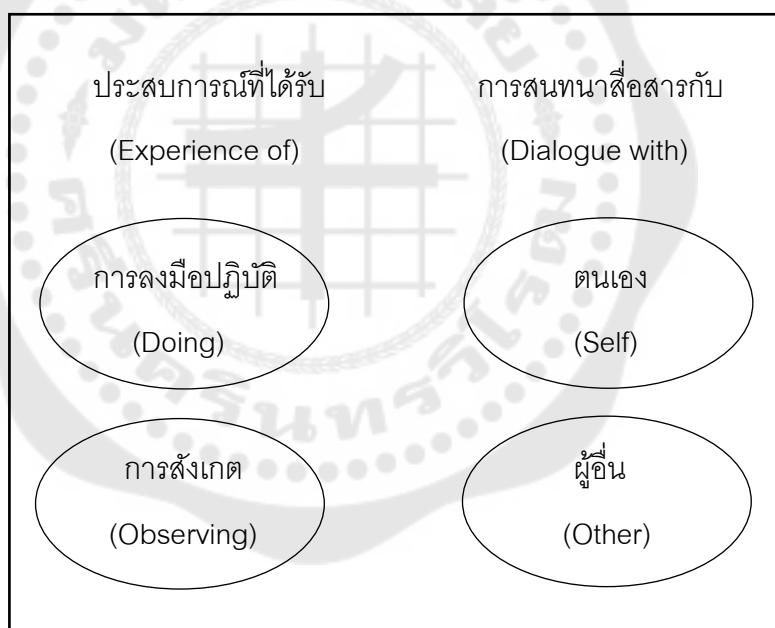


ภาพประกอบ 3 องค์ประกอบของการจัดการเรียนรู้เชิงรุก

ที่มา : Meyers, Chet.; & Jones, Thomas B. (1993). Promoting Active Learning : Strategies for the college classroom. p. 19-20.

Fink (1999, p. 1-2) ได้กล่าวถึงองค์ประกอบสำคัญของการจัดการเรียนรู้เชิงรุก ดังนี้

1. การพูดคุยกับตนเองเพื่อสะท้อนความคิด เป็นการถามตนเองว่าตนเองคิด รู้สึก หรือได้เรียนสิ่งใด สิ่งที่ได้เรียนรู้มีประโยชน์อย่างไร โดยใช้การบันทึกการเรียนรู้ หรือใช้แฟ้มสะสมผลงาน
2. การสนทนาสื่อสารกับผู้อื่น ผู้สอนควรให้ผู้เรียนอภิปรายเป็นกลุ่มย่อยในหัวข้อที่ผู้เรียนสนใจ เพื่อสร้างการสนทนาให้สนุกสนาน และมีความท้าทายมากขึ้น
3. ประสบการณ์ที่ได้รับจากการลงมือปฏิบัติ จะทำให้ผู้เรียนได้รับประสบการณ์ตรง หรือได้รับประสบการณ์ทางอ้อม
4. ประสบการณ์ที่เกิดจากการสังเกต ผู้เรียนสังเกตหรือฟังผู้อื่นที่มีข้อมูลสัมพันธ์กับหัวข้อที่กำลังศึกษา โดยใช้การสังเกตจริง หรือสถานการณ์จำลอง เพื่อสร้างประสบการณ์การเรียนรู้



ภาพประกอบ 4 องค์ประกอบสำคัญของการจัดการเรียนรู้เชิงรุก

ที่มา : Fink, L. D. (1999). Active Learning. Reprinted with permission of the University of Oklahoma. Instructional Development Program. p.1.

จากการศึกษาองค์ประกอบของการจัดการเรียนรู้เชิงรุกข้างต้น ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยใช้องค์ประกอบของการเรียนรู้เชิงรุกที่ดัดแปลงมาจากของ เมเยอร์ส และโจนส์ (Meyers และ Jones, 1993, p. 19-20) ดังนี้

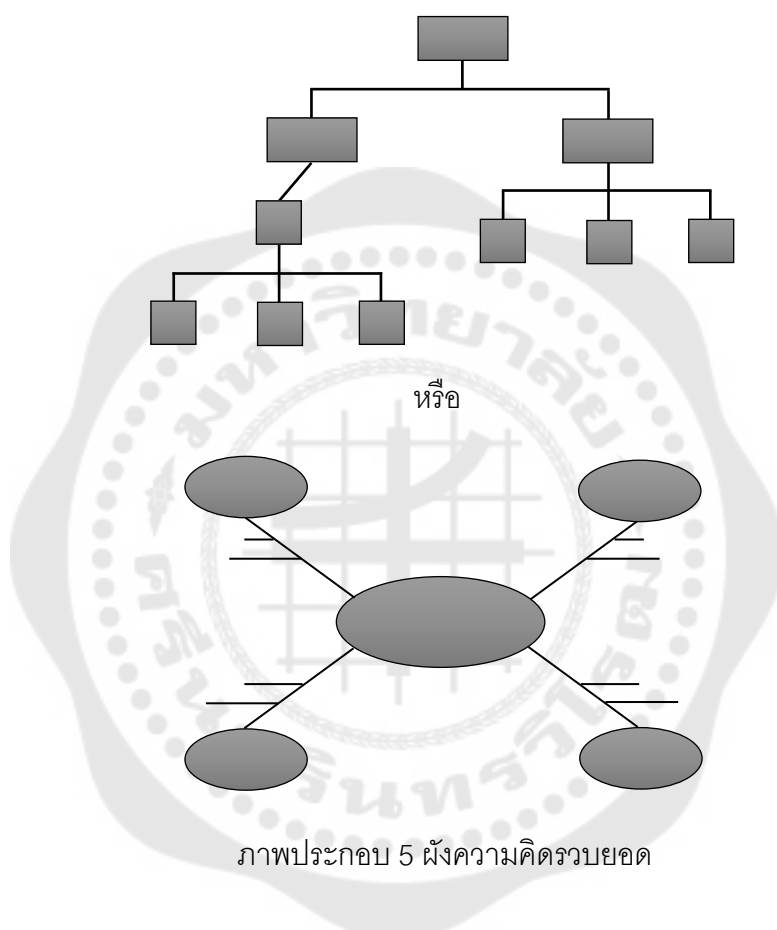
1. ปัจจัยพื้นฐาน ได้แก่ การฟัง การพูด การอ่าน การเขียน และการสะท้อนคิด
2. กลวิธีที่ใช้ในการสอน ได้แก่ การจัดการเรียนรู้แบบจับคู่เรียน การแบ่งกลุ่มเล็ก ๆ การอภิปรายร่วมกัน การแก้ปัญหา และการเขียนบันทึกการเรียนรู้
3. ทรัพยากรในการสอน ได้แก่ สื่อการสอน และเทคโนโลยีในการสอน

### 1.5 กิจกรรมการจัดการเรียนรู้เชิงรุก

ศักดา ไชยกิจปัญญา (2548, น. 14) กล่าวถึง กิจกรรมในการจัดการเรียนรู้แบบ Active Learning ว่ามีหลายรูปแบบดังต่อไปนี้

1. Think – Pair - Share ผู้สอนตั้งคำถามให้ผู้เรียนคิดหาคำตอบด้วยตนเอง จากนั้นจับกลุ่ม ๆ ละ 2 - 3 คน อภิปรายแลกเปลี่ยนความคิดเห็นกัน แล้วนำเสนอต่อกลุ่มใหญ่
2. Minute Paper ในช่วง 15 นาทีหลังการบรรยายเนื้อหา ให้ผู้เรียนเขียนสรุปสิ่งที่เรียน 2 อย่าง ภายใน 1 นาที แล้วให้จับคู่แลกเปลี่ยนความคิดเห็น โดยผู้สอนอาจสุ่มผู้เรียนมานำเสนอ
3. Jigsaw ผู้สอนเลือกเนื้อหาและแบ่งออกเป็นส่วน ๆ ให้เท่ากับกลุ่มผู้เรียน แล้วให้แต่ละกลุ่มร่วมกันแก้ปัญหาและหาคำตอบ จากนั้นทำการวนกลุ่มเพื่อให้ตัวแทนกลุ่มสอนเพื่อนคนอื่นจนครบ
4. Round Table แบ่งผู้เรียนเป็นกลุ่ม ให้แต่ละกลุ่มตอบคำถามแล้วเขียนคำตอบลงกระดาษ และวนให้กลุ่มอื่นดูคำตอบของกลุ่ม แล้วสุ่มนำเสนอหน้าชั้นเรียน
5. Voting ผู้เรียนแข่งขันกันตอบคำถาม แล้วแสดงความคิดเห็นว่าเห็นด้วย หรือไม่เห็นด้วย
6. End of Class Query ในช่วงท้ายคาบเรียนผู้เรียนสรุปการเรียนรู้ โดยการเขียนความรู้ที่ได้รับ 2 ประโยค
7. Trade of Problem นักเรียนแต่ละกลุ่มจะได้บัตรคำถามไม่เหมือนกัน โดยให้แต่ละกลุ่มเขียนคำตอบที่บัตรคำถามด้านหลัง แล้วทำการวนให้กลุ่มอื่น ๆ ดู หากกลุ่มอื่นมีคำตอบที่แตกต่างกันให้เขียนเพิ่มเติมในบัตรคำถามด้านหลัง แล้วผู้สอนนำคำตอบมาอภิปรายร่วมกัน

8. Concept Map แบ่งผู้เรียนเป็นกลุ่มแล้วให้เขียนประเด็นหลัก ประเด็นรอง โดยเชื่อมโยงกับประเด็นหลัก จากนั้นออกแบบผ่านรูปร่างเชื่อมด้วยลูกโซ่ต่อ ๆ กัน จะช่วยให้ผู้เรียนจดจำและเข้าใจเนื้อหาการเรียนได้ง่าย



ที่มา : ศักดา ไชกิจภิญโญ. (2548). สอนอย่างไรให้ active learning. วารสารนวัตกรรม การเรียนการสอน ปีที่ 2, ฉบับที่ 2 (พ.ค.-ส.ค. 2548), หน้า 14.

วิชัย เสวกงาม (2559, น. 19-21) กล่าวถึงวิธีการสอนและเทคนิคการสอนแบบ Active Learning ที่ผู้วิจัยสนใจมีดังนี้

1. Active Reading อ่านบทความแล้วแลกเปลี่ยนเรียนรู้กับเพื่อน
2. Brainstorming กำหนดหัวข้อและเวลา จากนั้นแบ่งกลุ่มผู้เรียนร่วมกันอภิปราย เพื่อหาข้อสรุปของกลุ่ม แล้วนำเสนอแนวคิดของตน และบันทึกแนวคิดที่ได้ทั้งหมด

3. Gallery Walk กำหนดหัวข้อเรื่อง เขียนแนวคิด และวิธีการลงบนโปสเตอร์ แล้วติดไว้รอบ ๆ ห้องเพื่อให้แลกเปลี่ยนเรียนรู้ในช่วงสลับกลุ่มกัน

4. Case Study ใช้สถานการณ์จริง เพื่อให้ผู้เรียนวิเคราะห์ และหาวิธีการแก้ปัญหา โดยมีการบูรณาการความรู้ที่ได้เรียนกับประสบการณ์ตรง

5. Students' Reflection ให้ผู้เรียนได้สะท้อนความคิด โดยเขียนสรุปสิ่งที่ได้เรียนรู้ถามคำถามที่ยังสงสัย หรือเสนอแนะเกี่ยวกับการเรียน

จากการศึกษาการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เชิงรุกข้างต้น ผู้วิจัยสรุปได้ว่า การจัดกิจกรรมการเรียนรู้เชิงรุก มีดังนี้

1. ในขั้นนำและขั้นนำเสนอสถานการณ์ ผู้สอนตั้งคำถามกระตุ้นความคิดของผู้เรียน โดยใช้ปัญหาที่เป็นสถานการณ์ใกล้ตัว และมีความท้าทาย เรียนรู้ผ่านการใช้คำถาม การสร้างแรงจูงใจ การอภิปรายร่วมกัน การระดมความคิดร่วมกัน และการอ่านอย่างกระตือรือร้น

2. ในขั้นปฏิบัติกิจกรรม ผู้สอนให้ผู้เรียนอภิปรายเป็นคู่หรือเป็นกลุ่มเล็ก ๆ เพื่อดำเนินกิจกรรมการเรียนรู้ และให้ผู้เรียนฝึกทักษะการทำงานเป็นทีม ร่วมกันแก้ปัญหาที่กำหนด ด้วยการวางแผนการแก้ปัญหาร่วมกัน ดำเนินการตามแผนที่วางไว้ โดยมีผู้สอนใช้ถามกระตุ้นความคิดผู้เรียนเป็นระยะ ๆ ผ่านกิจกรรม Round Table, Trade of Problem, Group Discussion, Think – Pair – Share และ Gallery Walk

3. ในขั้นสร้างองค์ความรู้ ผู้เรียนแลกเปลี่ยนความรู้ ความคิดร่วมกัน โดยการนำเสนอขั้นตอนการแก้ปัญหาหน้าชั้นเรียน แล้วให้ผู้เรียนคนอื่น ๆ ตรวจสอบความถูกต้อง และถกเถียงในประเด็นที่สำคัญ โดยมีครูคอยตรวจสอบความถูกต้องอีกครั้ง ผ่านกิจกรรม Round Table, Trade of Problem, Think – Pair – Share, Gallery Walk และการใช้เกม

4. ในขั้นสรุป ผู้เรียนสรุปความรู้ที่ได้รับด้วยตนเอง หรือการเขียนสะท้อนคิดเป็นสิ่งที่ได้รับสั้น ๆ จากการเรียนรู้ ผ่านกิจกรรม End of Class Query, Voting, Concept Map และ Students' Reflection

### 1.6 บทบาทของครูในการจัดการเรียนรู้เชิงรุก

Lorenzen (2001, p. 21) กล่าวถึง บทบาทของครูในการจัดการเรียนรู้เชิงรุก ดังนี้

1. ผู้สอนพูดคุยกับผู้เรียน เมื่ออยู่ในชั้นเรียน
2. จัดห้องเรียนเพื่อส่งเสริมการมีส่วนร่วม และการปฏิบัติตามของนักเรียน โดยการจัดเก้าอี้เป็นวงกลม หรือเป็นกลุ่ม



3. ผู้สอนใช้การอภิปรายกลุ่มย่อย การซักถาม และการเขียน โดยใช้วิธีการที่เหมาะสมต่อการเรียนรู้ของผู้เรียน

4. ให้นักเรียนการตอบคำถาม หรือตอบสนองต่อผู้สอน โดยไม่เร่งนักเรียน

5. ให้งานวัดกับนักเรียนที่มีส่วนร่วม โดยการชมเชยในสิ่งที่นักเรียนแสดงออก

6. นำนักเรียนเข้าสู่การอภิปราย โดยแสดงความเกี่ยวข้องของความรู้ที่เรียน และการค้นคว้าหาความรู้ต่อเนื่องในห้องสมุด

7. ให้นักเรียนในการถามคำถาม หรือข้อสงสัยท้ายคาบเรียน

บุหงา วัฒนะ (2546, น. 32) กล่าวถึง บทบาทของผู้สอนในการจัดการเรียนรู้แบบ Active Learning ดังนี้

1. สร้างกรอบ เตรียมตัว และวางแผนการสอนให้พร้อมก่อนสอน

2. วิเคราะห์จุดอ่อนและจุดแข็งของผู้เรียน

3. สร้างการเรียนรู้ที่ให้ผู้เรียนมีส่วนร่วมมากที่สุด

4. จัดหาทรัพยากร หรือผลิตขึ้น เช่น สื่อต่าง ๆ

5. ดำเนินกิจกรรมเพื่อพัฒนางาน และผู้เรียน

6. มีการประเมินผล และสรุปผล

วัชรา เล่าเรียนดี (2560, น. 68) ได้กล่าวถึง บทบาทของครูผู้จัดการเรียนรู้เชิงรุกในห้องเรียนกลยุทธ์ (Strategic Learning Classroom) ไว้ 6 ประการ ดังนี้

1. ตั้งความคาดหวังว่า ผู้เรียนแต่ละคนจะเกิดผลการเรียนรู้ ตามระดับคุณภาพที่กำหนดหรือยอมรับได้

2. รับพิจารณาเฉพาะผลงาน หรือชิ้นงานคุณภาพ (Quality Work)

3. ช่วยผู้เรียนให้เข้าใจความหมายของสิ่งที่เรียน และเชื่อมโยงประสบการณ์เดิม ความรู้ที่ได้รับ และโลกของความเป็นจริง

4. ทำให้ผู้เรียนมีส่วนร่วมในการเรียนรู้เชิงรุก (Active Participant) โดยเป็นทั้งโค้ช ทั้งผู้แนะนำ ปรัชษา และผู้อำนวยความสะดวก

5. ประเมินการเรียนรู้ด้วยวิธีที่หลากหลาย และให้มุมมองแก่ผู้เรียนเพื่อให้เห็นความสามารถของตนเอง

6. ช่วยผู้เรียนให้เกิดการเรียนรู้ และลงมือปฏิบัติอย่างมีความหมาย

จากการศึกษาบทบาทของครูในการจัดการเรียนรู้เชิงรุกข้างต้น ผู้วิจัยสรุปได้ว่า บทบาทของครูในการจัดการเรียนรู้เชิงรุก มีดังนี้

1. จัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่หลากหลาย มีความท้าทายความสามารถของผู้เรียน เพื่อกระตุ้นให้ผู้เรียนสนใจ
2. วางแผนการจัดทำแผนการจัดการเรียนรู้ที่ชัดเจน ทั้งด้านเนื้อหา และความเหมาะสมของเวลา
3. สร้างบรรยากาศในชั้นเรียนให้ผู้เรียนมีส่วนร่วมมากที่สุด
4. จัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่เน้นให้ผู้เรียนลงมือปฏิบัติ ค้นคว้าหาคำตอบ และแก้ปัญหาด้วยตนเอง
5. จัดการเรียนรู้แบบร่วมมือในรูปแบบการทำงานคู่ หรือการทำงานกลุ่ม เพื่อส่งเสริมทักษะการทำงานร่วมกันของผู้เรียน
6. จัดหาสื่อการเรียนการสอน ที่น่าสนใจ และสอดคล้องกับเนื้อหาที่เรียน
7. ผู้สอนเปิดใจยอมรับในความสามารถของผู้เรียนที่แตกต่างกัน
8. ผู้สอนเป็นผู้แนะแนวทาง และอำนวยความสะดวกให้กับผู้เรียนระหว่างการจัดการเรียนรู้
9. ผู้สอนประเมินการเรียนรู้ของผู้เรียนด้วยวิธีการที่หลากหลาย และให้ข้อมูลย้อนกลับ (Feedback) กับผู้เรียน

### 1.7 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการจัดการเรียนรู้เชิงรุก

#### งานวิจัยต่างประเทศ

ผลงานวิจัยของนักการศึกษาต่างประเทศที่เกี่ยวข้องกับการจัดการเรียนรู้เชิงรุก (Active Learning) ของ Majoka, Dad, และ Mahmood (2010, p. 16-20); Freeman และคนอื่นๆ (2014, p. 8410 - 8415); Berlinski และ Busso (2017, p. 325 - 338) สามารถสรุปผลการวิจัยได้ ดังนี้

ผลของการใช้การจัดการเรียนรู้เชิงรุกในวิชาคณิตศาสตร์ ระดับชั้นมัธยมศึกษามีประสิทธิภาพในการเรียนรู้ว่าการเรียนแบบบรรยาย คะแนนเฉลี่ยเพิ่มขึ้น 6% พัฒนาความสามารถในการให้เหตุผล และพัฒนาร่วมกับการเรียนรู้แบบร่วมมือ เช่น STAD พบว่าผลของการจัดการเรียนรู้เชิงรุกของกลุ่มทดลอง มีคะแนนเฉลี่ยมากกว่ากลุ่มควบคุม อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ

#### งานวิจัยในประเทศ

ผลงานวิจัยของนักการศึกษาในประเทศที่เกี่ยวข้องกับการจัดการเรียนรู้เชิงรุก (Active Learning) สามารถสรุปผลการวิจัยได้ ดังนี้

ผลของการใช้การจัดการเรียนรู้เชิงรุกในวิชาคณิตศาสตร์ ระดับชั้นประถมศึกษาและมัธยมศึกษา พบว่า หลังนักเรียนได้รับการจัดการเรียนรู้เชิงรุก มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และการคิดอย่างมีวิจารณญาณ สูงกว่าก่อนได้รับการจัดการเรียนรู้ และสูงกว่าหรือผ่านเกณฑ์ที่กำหนด อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ (สัญญา ภัทรากกร (2552, น. 152-156); สุชาติดา แก้วพิกุล (2555, น. 100-106); เชิดศักดิ์ ภัคดีวิโรจน์ (2557, น. 172-176); มยุรี โรจน์อรุณ (2559, น. 83-86))

จากการศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการจัดการเรียนรู้เชิงรุก จะเห็นว่าการจัดการเรียนรู้เชิงรุกเป็นการจัดการเรียนรู้ที่ให้ผู้เรียนได้ลงมือปฏิบัติ มีการแลกเปลี่ยนความคิดเห็นซึ่งกันและกัน ทำให้ผู้เรียนยอมรับฟังความคิดเห็นของผู้อื่น ส่งเสริมการมีปฏิสัมพันธ์กับผู้สอนและเพื่อนในชั้นเรียน ผู้เรียนสามารถสร้างองค์ความรู้ได้ด้วยตนเอง ส่งเสริมให้ผู้เรียนพัฒนาความสามารถ ทักษะการคิด และความคิดรวบยอดของตนเองในระดับที่สูงขึ้น อีกทั้งผู้เรียนได้สะท้อนคิดระหว่างการเรียนรู้ โดยมีผู้สอนทำหน้าที่เป็นผู้ชี้แนะแนวทาง และผู้อำนวยความสะดวกในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ให้กับผู้เรียน ซึ่งมีความสอดคล้องกับทักษะของผู้เรียนในศตวรรษที่ 21 และการเรียนรู้ที่เน้นผู้เรียนเป็นสำคัญตามวิสัยทัศน์ของหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน

## ตอนที่ 2 เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์

### 2.1 ความหมายของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์

วิลสัน (ปวันรัตน์ วัฒนนะ, 2559, น. 35-38 อ้างอิงจาก Wilson, 1971, p. 643-696)

กล่าวว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เป็นความสามารถทางสติปัญญาในการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ แบ่งออกได้เป็น 4 ระดับ คือ

1. ด้านความรู้ความจำเกี่ยวกับการคิดคำนวณ (Computation) เป็นความสามารถในการระลึกถึงสิ่งที่ได้เรียนมา โจทย์ แบบฝึกหัดที่เคยฝึกฝนมาแล้ว ตลอดจนความสามารถในการคิดคำนวณอย่างง่าย หรือเป็นโจทย์ที่มีลักษณะคล้ายกับตัวอย่าง ไม่ยุ่งยากซับซ้อน หรือต้องอาศัยการตัดสินใจ ความสามารถด้านการคำนวณนี้ ถ้านักเรียนสามารถจดจำสิ่งที่ครูสอนได้ ก็สามารถตอบคำถามได้

2. ด้านความเข้าใจ (Comprehension) เป็นความสามารถในการนำความรู้ที่ได้จากการเรียน ไปสัมพันธ์กับโจทย์ปัญหาใหม่ จนสามารถแปลความ ดีความ สรุปความ และขยายความได้

3. ด้านการนำไปใช้ (Application) เป็นความสามารถในการนำความรู้ กฎ หลักการ ข้อเท็จจริง สูตร ทฤษฎีต่าง ๆ ที่ได้เรียนมาแล้ว นำไปแก้ปัญหาใหม่ที่คล้ายกับที่เคยเรียน โจทย์ปัญหาที่ใช้วัดในชั้นนี้จะต้องไม่เหมือนกับที่นักเรียนเคยเรียน และเคยทำแบบฝึกหัดมา

4. ด้านการวิเคราะห์ (Analysis) เป็นความสามารถในการแก้ปัญหาที่ไม่ธรรมดา หรือเป็นปัญหาที่นักเรียนไม่เคยพบเห็น ไม่คุ้นชิน หรือไม่เคยทำแบบฝึกหัดมาก่อน โจทย์ปัญหาในชั้นนี้เป็นลักษณะโจทย์พลิกแพลง แต่ยังเป็นโจทย์ที่อยู่ในขอบข่ายเนื้อหาที่เรียน การแก้โจทย์ปัญหาลักษณะนี้ต้องอาศัยประสบการณ์ ความรู้ที่มี ความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์มาบูรณาการกัน

Good, Merkel, และ Phi Delta (1973, p. 7) กล่าวว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน (Achievement) หมายถึง การมีความรู้หรือทักษะ ที่พัฒนาขึ้นในวิชาต่าง ๆ ในโรงเรียน ซึ่งโดยปกติแล้วจะกำหนดโดยคะแนนจากการทดสอบ หรือคะแนนที่กำหนดจากผู้สอน หรือทั้งสองอย่าง

จากการศึกษาความหมายของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ผู้วิจัยสรุปได้ว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ หมายถึง ความสามารถทางสติปัญญาในวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียน ที่เกิดจากทักษะและกระบวนการเรียนรู้หลังการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ โดยวัดได้จากแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ซึ่งสอดคล้องกับพฤติกรรมด้านความรู้ความคิด (Cognitive Domain) 4 ด้าน คือ ด้านความรู้ความจำ ด้านความเข้าใจ ด้านการนำไปใช้ และด้านการวิเคราะห์

## 2.2 ปัจจัยและองค์ประกอบที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน

Prescott (1961, p. 14-16) และ Carroll (1963, p. 723-733) กล่าวถึงองค์ประกอบที่มีผลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ผู้วิจัยได้สังเคราะห์โดยสรุปดังนี้

1. ด้านผู้เรียนหรือด้านร่างกาย เช่น การเจริญเติบโตของร่างกาย บุคลิกภาพ อายุ ความสนใจ เจตคติ
2. ด้านผู้สอน เช่น ประสบการณ์ ความรู้ วุฒิการศึกษา วิธีการสอน
3. ด้านโรงเรียนและสังคม เช่น ขนาดของโรงเรียน ความเป็นอยู่ของครอบครัว สภาพแวดล้อม การอบรมเลี้ยงดู และฐานะ
4. ด้านครอบครัว เช่น ฐานะ การเลี้ยงดูของครอบครัว เป็นต้น
5. ด้านความสัมพันธ์ในวัยเดียวกัน เช่น เพื่อนกับเพื่อน การเรียนรู้ร่วมกัน ผ่านประสบการณ์จากความสัมพันธ์กับผู้อื่น
6. ด้านความรัก เช่น ความสัมพันธ์ในครอบครัว

จากการศึกษาปัจจัยและองค์ประกอบที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ผู้วิจัยสรุปได้ว่า ปัจจัยและองค์ประกอบที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนมี 4 ด้าน ดังนี้

1. ด้านผู้เรียน เช่น ร่างกาย อายุ เพศ สถิติปัญญา เจตคติ ความสนใจ เป็นต้น
2. ด้านผู้สอน เช่น อายุ ประสบการณ์ ความรู้ ความเอาใจใส่ เทคนิคการสอน วุฒิการศึกษา เป็นต้น
3. ด้านโรงเรียน เช่น ขนาดของโรงเรียน อัตราส่วนของครูต่อนักเรียนในห้อง สภาพแวดล้อมภายในโรงเรียน เป็นต้น
4. ด้านครอบครัว เช่น ความเป็นอยู่ของครอบครัว ฐานะ ความสนใจเอาใจใส่ การเลี้ยงดูของครอบครัว เป็นต้น

## 2.3 ประเภทของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน

เด็อนใจ เกตุษา (2549, น. 11-12) กล่าวว่า รูปแบบของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน มีดังนี้

### 1. แบบทดสอบอัตนัย (Essay Test)

เป็นแบบทดสอบที่มีรูปแบบของคำถามซึ่งเปิดโอกาสให้ผู้ตอบแสดงความรู้ และความคิดเห็นในการเขียนตอบได้อย่างอิสระ แบบทดสอบอัตนัยจึงเป็นแบบทดสอบที่ผู้ตอบต้องเขียนตอบข้อความยาว ๆ ในการสอบครั้งหนึ่งอาจมีคำถามเพียง 5-10 ข้อ แต่ผู้ตอบอาจต้องเขียนตอบข้อละประมาณ 1-3 หน้า ทั้งนี้ขึ้นอยู่กับว่าถามกว้างหรือแคบเพียงใด

2. แบบทดสอบปรนัย (Objective Test) เป็นแบบทดสอบที่กำหนดคำตอบมาให้เลือกตอบ ข้อสอบแบบนี้มักจะมีรูปคำถาม ดังนี้

- ให้เลือกตอบแบบใดแบบหนึ่ง เช่น แบบถูกผิด แบบจริงหรือไม่จริง
- ให้เลือกคำตอบที่ถูกต้องที่สุดมาตอบ
- ให้จับคู่คำตอบกับคำถามที่มีความสัมพันธ์กัน
- ให้เติมคำหรือข้อความในช่องว่างให้ได้ความสมบูรณ์

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2555, น. 31-73) กล่าวว่า รูปแบบของข้อสอบที่ใช้ในแบบทดสอบนิยมใช้กัน 5 รูปแบบ สรุปได้ดังต่อไปนี้

### 1. ข้อสอบแบบเลือกตอบ

ข้อสอบแบบเลือกตอบประกอบด้วยคำถาม และตัวเลือกส่วนมากมีคำตอบเพียง 1 คำตอบ ใช้วัดได้ครอบคลุมทั้งด้านความรู้ ความคิด หลักการ ทฤษฎี การแปลความหมาย ข้อมูล ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ความเข้าใจในคณิตศาสตร์

### 2. ข้อสอบแบบถูกผิด

ข้อสอบแบบถูกผิดเป็นข้อสอบแบบเลือกตอบรูปแบบหนึ่ง ที่มีตัวเลือกเพียง 2 ตัวเลือก คือ ถูกและผิด ผู้เรียนจะตัดสินใจว่าข้อความที่กำหนดให้ถูกหรือผิด และเลือกได้เพียงอย่างใดอย่างหนึ่งเท่านั้น

### 3. ข้อสอบแบบจับคู่และแบบเปรียบเทียบ

ข้อสอบแบบจับคู่และแบบเปรียบเทียบมีลักษณะคล้ายกัน เป็นข้อสอบที่มีลักษณะการนำเสนอข้อความ 2 ส่วนที่มีความสัมพันธ์กัน เพื่อให้ผู้เรียนพิจารณาหาความสัมพันธ์ของข้อความเหล่านั้นโดยการจับคู่หรือเปรียบเทียบ ซึ่งลักษณะของข้อสอบแบบจับคู่หรือแบบเปรียบเทียบ มีรายละเอียด ดังนี้

#### 3.1 ข้อสอบแบบจับคู่

เป็นข้อสอบที่ให้เลือกจับคู่ข้อความ 2 ส่วน ที่มีความสัมพันธ์กัน โดยข้อความส่วนที่ 1 จะเป็นคำถามที่มีลักษณะเป็นคำ ข้อความ หรือเนื้อหา และข้อความส่วนที่ 2 จะเป็นตัวเลือกซึ่งเป็นคำ ข้อความ หรือคำตอบที่เกี่ยวข้องกับคำถาม

#### 3.2 ข้อสอบแบบเปรียบเทียบ

ข้อสอบแบบเปรียบเทียบเป็นข้อสอบที่เน้นให้ผู้เรียนได้วิเคราะห์ความสัมพันธ์ระหว่างสิ่งที่กำหนดให้ โดยมีจุดประสงค์เพื่อวัดความรู้ ความเข้าใจของผู้เรียนในเนื้อหาที่ต้องการวัด ข้อสอบลักษณะนี้ประกอบด้วยสถานการณ์ที่กำหนดให้ไว้ด้านหนึ่ง และ

ข้อความแสดงปริมาณ 2 ข้อความที่มีความสัมพันธ์กันไว้อีกด้านหนึ่ง ซึ่งความสัมพันธ์จะอยู่ในรูปของการมากกว่า เท่ากัน น้อยกว่า หรือสรุปไม่ได้

#### 4. ข้อสอบแบบเขียนตอบ

ข้อสอบแบบเขียนตอบ จะใช้คำถามเพื่อให้ผู้เรียนแสดงความรู้ความสามารถด้านการคิดวิเคราะห์ให้เหตุผล แก้ปัญหา และอธิบายหรือสื่อความหมายด้วยการเขียนตอบ การสร้างข้อสอบแบบเขียนตอบจะต้องคำนึงถึงระดับและความสามารถของผู้เรียน เนื้อหาสาระ พฤติกรรมที่ต้องการวัด และเวลาที่ใช้ในการตอบคำถาม และควรมีการบันทึกส่วนสำคัญของการสร้างข้อสอบ 2 ส่วน คือ 1) ส่วนของข้อสอบ ประกอบด้วยสถานการณ์และคำถามที่ใช้ในการประเมินผู้เรียน และ 2) ส่วนของแนวทางการให้คะแนน ประกอบด้วยแนวการตอบที่ถูกต้องและเกณฑ์การให้คะแนน เพื่อให้ผู้สอนใช้เป็นแนวทางในการตรวจให้คะแนน จะช่วยให้การตรวจให้คะแนนมีความเป็นปรนัยมากขึ้น ซึ่งข้อสอบเขียนตอบที่นิยมใช้มี 3 ลักษณะ ดังนี้

##### 4.1 ข้อสอบแบบเติมคำตอบ

ข้อสอบแบบเติมคำตอบใช้วัดและประเมินผลได้ครอบคลุมทั้งด้านความรู้ ความเข้าใจ และด้านทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ เช่นเดียวกับข้อสอบแบบเลือกตอบ แต่ลักษณะการตอบจะเป็นการเขียนคำตอบที่เป็นผลลัพธ์ของปัญหาและการเติมคำตอบเพื่อฝึกคิดเลขในใจ ซึ่งข้อสอบแบบเติมคำตอบนี้มีหลายลักษณะ เช่น ข้อสอบแบบเติมคำตอบที่มีคำตอบเดียว ข้อสอบแบบเติมคำตอบที่มีหลายคำตอบ ข้อสอบแบบเติมคำตอบที่ใช้ฝึกคิดเลขในใจ เป็นต้น

##### 4.2 ข้อสอบแบบเขียนตอบสั้น

ข้อสอบแบบเขียนตอบสั้น เป็นข้อสอบที่กำหนดปัญหาหรือคำถามให้ผู้เรียนได้เชื่อมโยงความรู้ที่มีอยู่ไปใช้ในการหาคำตอบ ข้อสอบลักษณะนี้จะใช้วัดความรู้ ความเข้าใจของผู้เรียน และใช้วัดความสามารถในการใช้ภาษาที่ผู้เรียนจะต้องประมวลความคิดและเหตุผล เพื่อสรุปเป็นคำตอบที่เป็นข้อความสั้น ๆ โดยข้อสอบเขียนตอบแบบสั้น จะประกอบด้วยสองส่วน คือ 1) สถานการณ์หรือข้อมูลเบื้องต้น และ 2) คำถาม ซึ่งข้อสอบแบบเขียนตอบแบบสั้นมีหลายลักษณะ เช่น ข้อสอบเขียนตอบแบบสั้นที่มีคำตอบเดียว ข้อสอบเขียนตอบแบบสั้นที่มีหลายคำตอบ เป็นต้น

##### 4.3 ข้อสอบแบบแสดงวิธีทำหรือเขียนอธิบาย

ข้อสอบแบบแสดงวิธีทำ หรือเขียนอธิบายเปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้แสดงวิธีการแก้ปัญหาอย่างอิสระด้วยการเขียนตอบ ซึ่งผู้เรียนอาจต้องใช้วิธีการที่หลากหลายในการแก้ปัญหา ข้อสอบลักษณะนี้จึงใช้วัดผลประเมินผลได้ครอบคลุมด้านวิธีการคิด มโนทัศน์ และการ

วางแผนอย่างเป็นขั้นตอน ตลอดจนการใช้ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ทั้งนี้การวัดและประเมินผลด้วยข้อสอบแบบแสดงวิธีทำหรือเขียนอธิบาย จะสามารถตรวจตรวจให้คะแนนอย่างเป็นปรนัยได้โดยการสร้างเกณฑ์การให้คะแนนที่มีความชัดเจน และครอบคลุมประเด็นต่าง ๆ อย่างครบถ้วน

## 5. ข้อสอบแบบต่อเนื่อง

ข้อสอบแบบต่อเนื่อง เป็นข้อสอบที่ให้ผู้เรียนมีการคิดอย่างต่อเนื่องเป็นชุด โดยมีการผสมข้อสอบหลายรูปแบบไว้ด้วยกัน เช่น ข้อสอบแบบเลือกตอบกับแบบเขียนตอบ ข้อสอบแบบต่อเนื่องจึงมีได้หลายลักษณะ ในที่นี้แสดงไว้ 2 ลักษณะ คือ 1) ข้อสอบแบบต่อเนื่องที่กำหนดสถานการณ์ และ 2) ข้อสอบแบบต่อเนื่องสองขั้นตอน ดังนี้

### 5.1 ข้อสอบแบบต่อเนื่องที่กำหนดสถานการณ์

ข้อสอบลักษณะนี้เป็นข้อสอบที่มีชุดคำถามต่อเนื่องกัน ผู้สร้างกำหนดสถานการณ์และคำถามที่ต้องการมาให้ โดยมีคำถามเป็นข้อย่อย ๆ เพื่อทบทวนความรู้ตามลำดับของการตอบคำถามข้อนั้น หรือเพื่อแนะให้ผู้เรียนคิดคำตอบในประเด็นย่อย ๆ อย่างต่อเนื่องก่อนตอบคำถามหลัก ข้อสอบลักษณะนี้อาจเป็นแบบเลือกตอบ แบบเขียนตอบ หรือทั้งสองแบบผสมอยู่ด้วยกัน จึงเหมาะสำหรับการประเมินผู้เรียนกลุ่มที่มีความสามารถทางการเรียนหลายระดับอยู่ด้วยกัน

### 5.2 ข้อสอบแบบต่อเนื่องสองขั้นตอน

ข้อสอบลักษณะนี้มุ่งให้ผู้เรียนพิจารณาเลือกคำตอบของคำถามที่กำหนดให้ แล้วใช้การคิดหาเหตุผลเพื่ออธิบายคำตอบที่เลือกนั้น เป็นข้อสอบที่เน้นกระบวนการคิดที่ต่อเนื่อง ดังนี้

**ตอนที่ 1** มีคำถามและตัวเลือกที่ให้ผู้เรียนเลือกคำตอบที่ถูกต้องหรือเป็นตัวเลือกแบบถูกผิดก็ได้

**ตอนที่ 2** เป็นการให้เหตุผลหรือให้คำอธิบายประกอบตัวเลือกจากขั้นตอนที่ 1 ซึ่งมีได้ 2 ลักษณะ ดังนี้

1) มีตัวเลือกให้ผู้เรียนเลือกคำตอบ แต่ละตัวเลือกจะเป็นการแสดงผลของคำตอบในตอนที่ 1 ทั้งนี้เหตุผลที่ใช้เป็นตัวลงอาจสร้างมาจากข้อผิดพลาดต่าง ๆ ที่พบจากการตอบของผู้เรียน

2) การเขียนตอบโดยใช้คำถามปลายเปิด ให้ผู้เรียนได้เขียนอธิบายเหตุผลที่เลือกคำตอบในตอนที่ 1



โชติกา ภาสีผล (2559, น. 31) กล่าวว่า แบบสอบวัดผลสัมฤทธิ์ (Achievement test) เป็นแบบทดสอบที่มุ่งวัดสมรรถภาพด้านสมอง ที่มุ่งวัดสมรรถนะสูงสุด (Maximum Performance) อันบ่งบอกถึงสถานภาพการเรียนรู้ที่ได้รับจากการเรียนการสอน แบ่งเป็น 2 ประเภท ได้แก่

1. แบบสอบที่ครูสร้างขึ้น (Teacher-made test) เป็นแบบสอบที่ครูสร้างขึ้นเพื่อวัดผลสัมฤทธิ์เฉพาะกลุ่มผู้เรียนที่ครูสอน ทำให้วัดได้ตรงตามจุดมุ่งหมายที่ครูต้องการ โดยทั่วไปแบบสอบที่ครูสร้างขึ้นเองจะมี 2 ชนิด คือ

1.1 แบบสอบที่ใช้ระหว่างการเรียนการสอน (Formative Test) เพื่อตรวจสอบความก้าวหน้าของผู้เรียน และนำผลมาสะท้อนการจัดการเรียนรู้ของผู้สอน

1.2 แบบสอบที่ใช้วัดหลังสิ้นสุดการเรียนการสอน (Summative Test) เพื่อนำผลการวัดไปใช้ในการสรุป หรือตัดสินผลการเรียนของผู้เรียน

แบบทดสอบที่ครูสร้างเองส่วนใหญ่ไม่ได้ทดลองใช้เพื่อพิจารณาตรวจสอบคุณภาพ ส่วนการตรวจให้คะแนนมักทำการเปรียบเทียบผลเฉพาะกลุ่มที่สอบด้วยกัน หรือเปรียบเทียบกับเกณฑ์ที่ผู้สอนกำหนดไว้

2. แบบสอบมาตรฐาน (Standardized test) เป็นแบบทดสอบที่ผ่านการตรวจสอบคุณภาพ มุ่งวัดผลสัมฤทธิ์ของผู้เรียนทั่วไป ีความเป็นมาตรฐาน 3 ประการ คือ

1) การสร้าง 2) การดำเนินการสอบ และ 3) การแปลความหมายของคะแนนที่เป็นมาตรฐาน มีเกณฑ์ในการเปรียบเทียบที่เป็นมาตรฐานที่เรียกว่าเกณฑ์ปกติ (Norm) สำหรับแปลความหมายของคะแนนผู้เข้าสอบเมื่อเปรียบเทียบกับคนส่วนใหญ่ ซึ่งมีความน่าเชื่อถือว่าเป็นแบบสอบที่ครูสร้างขึ้น

จากการศึกษาประเภทของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ผู้วิจัยสรุปได้ว่าประเภทของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนแบ่งออกเป็น 2 ประเภท คือ

1) แบบทดสอบที่ครูสร้างขึ้นเอง ประกอบด้วยแบบทดสอบปรนัย และแบบทดสอบอัตนัย

2) แบบทดสอบมาตรฐาน ที่สร้างโดยผู้เชี่ยวชาญ มีการวิเคราะห์และปรับปรุงอย่างมีคุณภาพ ใช้เปรียบเทียบกับนักเรียนได้ทุกคน

ซึ่งในงานวิจัยนี้ผู้วิจัยได้ใช้แบบทดสอบที่ครูสร้างขึ้นเอง โดยใช้ข้อสอบแบบเลือกตอบ 4 ตัวเลือก เพื่อวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนให้มีความครอบคลุมทุกเนื้อหาในเวลาจำกัด ตรวจให้คะแนนได้ง่าย และมีความเป็นปรนัยสูง

## 2.4 การวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน

ไพศาล หวังพานิช (2523, น. 137) กล่าวว่า การวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เป็นการตรวจสอบระดับความสามารถ (Level of accomplishment) ซึ่งสามารถวัดได้ 2 แบบ คือ

1. การวัดด้านปฏิบัติ ตรวจสอบทักษะของผู้เรียน ในลักษณะการแสดงออก การกระทำ ให้เห็นออกมาเป็นผลงาน เช่น พลศึกษา การช่าง ศิลปะ เป็นต้น โดยใช้เครื่องมือวัดเป็นการสอบภาคปฏิบัติ (Performance Test)

2. การวัดด้านเนื้อหา ตรวจสอบความรู้ทางเนื้อหาวิชา (Content) ที่เกิดจากประสบการณ์การเรียนรู้ พฤติกรรม และความสามารถของผู้เรียน โดยใช้เครื่องมือวัดเป็นข้อสอบวัดผลสัมฤทธิ์ (Achievement Test)

ล้วน สายยศ และอังคณา สายยศ (2543, น. 10-12) กล่าวว่า การวัดผลทางการศึกษา เป็นการประเมินผลการเรียน การสอน เพื่อค้นหาและพัฒนาสมรรถภาพผู้เรียนและพัฒนาการสอนของผู้สอน รวมถึงการตัดสินผลมีความเที่ยงตรง และยุติธรรม ซึ่งแบ่งการวัดผลทางการศึกษาเป็น 2 ประเภท คือ

1. การวัดผลทางตรง เป็นความสามารถในการวัดสิ่งนั้น ๆ ได้โดยตรง สิ่งที่ต้องการวัดเป็นรูปธรรม ซึ่งจะมีโอกาสได้คุณลักษณะที่เป็นจริง

2. การวัดผลทางอ้อม เป็นการวัดคุณลักษณะหนึ่งโดยอาศัยการวัดจากอีกสิ่งหนึ่ง เช่น การวัดผลทางการเรียน การวัดเชาวน์ปัญญา การวัดลักษณะนี้ต้องผ่านกระบวนการทางสมอง (Mental process) ผลจากการวัดจะมีความคลาดเคลื่อนอยู่ด้วย เนื่องจากไม่ได้วัดโดยตรงไปตรงมาเหมือนการวัดผลทางตรง

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2555, น. 12-13) การวัดและประเมินผลการเรียนรู้อัตนศาสตร์ มีหลักการสำคัญดังนี้

1. การวัดผลและประเมินผลต้องทำอย่างต่อเนื่อง เพื่อตรวจสอบความรู้ ความเข้าใจ และพัฒนาการทางคณิตศาสตร์ของผู้เรียน

2. การวัดและประเมินผลต้องสอดคล้องกับความรู้ ความสามารถ มาตรฐานการเรียนรู้ และผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง ซึ่งกำหนดไว้ในหลักสูตรสถานศึกษา

3. การวัดและประเมินผลต้องครอบคลุมคุณภาพผู้เรียนในด้านความรู้ ความคิด ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ และคุณลักษณะอันพึงประสงค์

4. การวัดและประเมินผลการเรียนรู้อัตนศาสตร์ต้องใช้วิธีการที่เหมาะสม และใช้เครื่องมือที่มีคุณภาพ เพื่อให้ได้สารสนเทศเกี่ยวกับผู้เรียนอย่างครบถ้วนและตรงจุดประสงค์

จากการศึกษาการวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ผู้วิจัยสรุปได้ว่า การวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนจะต้องวัดและประเมินผลให้สอดคล้องกับความรู้ ความคิด ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ และคุณลักษณะอันพึงประสงค์ของผู้เรียน โดยใช้วิธีการที่เหมาะสม และเครื่องมือที่มีคุณภาพ ในงานวิจัยนี้ ผู้วิจัยได้ใช้แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน (Achievement Test) เป็นเครื่องมือในการวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของผู้เรียนด้านเนื้อหา (Content) โดยมีความสอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้ และเหมาะสมกับความรู้ความสามารถของผู้เรียน

## 2.5 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์

### งานวิจัยต่างประเทศ

ผลงานวิจัยของนักการศึกษาต่างประเทศที่เกี่ยวข้องกับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน วิชาคณิตศาสตร์ของ Finn (2003, p. 74-A) Saha, Ayub, และ Tarmizi (2010, p. 686 - 693) สามารถสรุปผลการวิจัยได้ ดังนี้

ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์หลังได้รับการจัดการเรียนรู้ด้วย GeoGebra สูงกว่าก่อนได้รับการจัดการเรียนรู้ และแตกต่างกับกลุ่มผู้เรียนที่ได้รับการเรียนแบบปกติ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ นอกจากนี้ปัจจัยด้านการเตรียมการสอน และพฤติกรรมการสอนของผู้สอน ยังเป็นปัจจัยสำคัญที่ส่งผลต่อการพัฒนาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน

### งานวิจัยในประเทศ

ผลงานวิจัยของนักการศึกษาในประเทศที่เกี่ยวข้องกับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของธิดารัตน์ ลือโลก (2554, น. 104-106) และพิสุทธิศิลป์ โพธิยะ (2555, น. 62-64) สามารถสรุปผลการวิจัยได้ ดังนี้

ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์หลังได้รับการจัดการเรียนรู้ด้วยบทเรียนคอมพิวเตอร์มัลติมีเดียหรือการใช้สถานการณ์จำลอง สูงกว่าหรือผ่านเกณฑ์ที่กำหนด อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ

จากการศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ จะเห็นว่า รูปแบบการสอน วิธีการสอน สื่อการเรียนการสอน และพฤติกรรมการสอนของผู้สอน จะมีความสำคัญต่อการเรียนรู้ของผู้เรียน และส่งผลโดยตรงต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของผู้เรียน ซึ่งผู้สอนต้องให้ความสำคัญกับการจัดการเรียนรู้ในชั้นเรียนให้เหมาะสม คำนึงถึงปัจจัยและองค์ประกอบที่สำคัญต่อผู้เรียน รวมถึงการวัดและประเมินผลที่ถูกต้อง จะช่วยส่งเสริมให้ผู้เรียนเกิดความรู้ ทักษะและกระบวนการในวิชาคณิตศาสตร์ และพัฒนาตนเองได้ตามศักยภาพ อันจะนำไปสู่ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของผู้เรียนที่สูงขึ้น

### ตอนที่ 3 เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

#### 3.1 ความหมายของปัญหาทางคณิตศาสตร์

Reys (2001, p. 77) กล่าวว่า ปัญหา คือ สถานการณ์ที่ต้องการคำตอบ แต่ยังไม่รู้วิธีการแก้ปัญหาในทันที ปัญหาอาจเป็นสถานการณ์ที่ท้าทายที่อาจพบเจอในชีวิตประจำวัน

นักการศึกษาหลายท่านได้ให้ความหมายของปัญหาทางคณิตศาสตร์ ผู้วิจัยได้สังเคราะห์โดยสรุปดังนี้

ปัญหาทางคณิตศาสตร์ หมายถึง โจทย์ สถานการณ์ คำถามที่มีเนื้อหา คณิตศาสตร์ เมื่อพบเจอแล้วไม่สามารถแก้ปัญหาได้ทันทีทันใด ต้องอาศัยประสบการณ์ กระบวนการแก้ปัญหา การตัดสินใจ ความรู้ ทักษะ และยุทธวิธีที่เหมาะสม เพื่อให้ได้มาซึ่งคำตอบของปัญหา (Anderson และ Pingry (1973, p. 228); สิริพร ทิพย์คง (2544, p. 9-10); ชมนาด เชื้อสุวรรณทวี (2561, น. 166); วิชัย พาณิชย์สวอย (2546, น. 9))

จากการศึกษาความหมายของปัญหาทางคณิตศาสตร์ ผู้วิจัยสรุปได้ว่า ปัญหาทางคณิตศาสตร์ หมายถึง คำถาม สถานการณ์ หรือโจทย์ปัญหาที่เกี่ยวกับคณิตศาสตร์ที่ไม่สามารถหาคำตอบได้ทันที ต้องอาศัยความรู้ ประสบการณ์ และทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์นำมาแก้ปัญหาด้วยยุทธวิธีที่เหมาะสม เพื่อหาคำตอบของปัญหานั้น

#### 3.2 ประเภทของปัญหาทางคณิตศาสตร์

นักการศึกษาหลายท่านได้กล่าวถึงประเภทของปัญหาทางคณิตศาสตร์ ผู้วิจัยได้สังเคราะห์โดยสรุปดังนี้

ประเภทของปัญหาทางคณิตศาสตร์ แบ่งเป็น 2 ประเภท ได้แก่

1. ปัญหาที่พบเห็นโดยทั่วไป (routine or word problem solving) หรือ ปัญหาที่คุ้นเคย มีลักษณะเป็นปัญหาที่เป็นความรู้ ความจำ เป็นปัญหาง่าย ๆ ไม่ซับซ้อน ผู้เรียนที่มีความรู้พื้นฐานสามารถแก้ไขปัญหาได้ทันที เช่น โจทย์ปัญหาที่เจอในห้องเรียน

2. ปัญหาที่ไม่เคยพบเห็นมาก่อน (non-routine problem solving) หรือ ปัญหาที่ไม่คุ้นเคย มีลักษณะเป็นปัญหาที่มีการประยุกต์ เป็นสถานการณ์ที่แปลกใหม่ ผู้เรียนต้องใช้ความรู้ความสามารถในเนื้อหา วิธีการ กฎ ทฤษฎี ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ มาช่วยในการแก้ปัญหา ซึ่งบางครั้งอาจมีคำตอบมากกว่า 1 คำตอบ เช่น ปัญหาในรูปกระบวนการที่เน้นกระบวนการคิด วิธีการที่หลากหลาย และแก้ปัญหาอย่างเป็นขั้นตอน หรือปัญหาในรูปปริศนา ที่เสริมเรื่องความยืดหยุ่นของความคิด (Krulik และ Reys (1980, p. 208); ยุพิน พิพิธกุล (2530, น. 133); สิริพร ทิพย์คง (2544, น. 26 -30); วิชัย พาณิชย์สวอย (2546, น. 10-12))

จากการศึกษาประเภทของปัญหาทางคณิตศาสตร์ สรุปได้ว่า ปัญหาทางคณิตศาสตร์แบ่งได้เป็น 2 ประเภท คือ

1. ปัญหาที่คุ้นเคย (Routine Problem) เป็นปัญหาที่ผู้เรียนพบเจอในชีวิตประจำวัน หรือเคยได้เรียนมาแล้ว การหาคำตอบของปัญหาสามารถหาได้ทันที หรือหาได้ในเวลาที่รวดเร็ว โดยใช้กระบวนการหาคำตอบที่ไม่ซับซ้อน

2. ปัญหาที่ไม่คุ้นเคย (Nonroutine Problem) เป็นปัญหาที่ผู้เรียนไม่เคยพบเจอมาก่อน ปัญหาที่มีลักษณะซับซ้อน ต้องใช้ความรู้ ทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ รวมถึงกลยุทธ์ (Strategies) ที่เหมาะสมในกระบวนการแก้ปัญหา เพื่อหาคำตอบของปัญหานั้น

ในงานวิจัยนี้ ผู้วิจัยได้ใช้ปัญหาที่คุ้นเคยและปัญหาที่ไม่คุ้นเคยในการวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของผู้เรียน โดยปัญหาที่คุ้นเคยจะมีลักษณะสอดคล้องกับชีวิตประจำวัน เพื่อให้ผู้เรียนมองปัญหาเป็นรูปธรรมมากขึ้น ส่วนปัญหาที่ไม่คุ้นเคยจะมีลักษณะเป็นปัญหาที่เน้นกระบวนการ เพื่อให้ผู้เรียนเกิดกระบวนการแก้ปัญหาตามลำดับขั้นอย่างเหมาะสม

### 3.3 ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

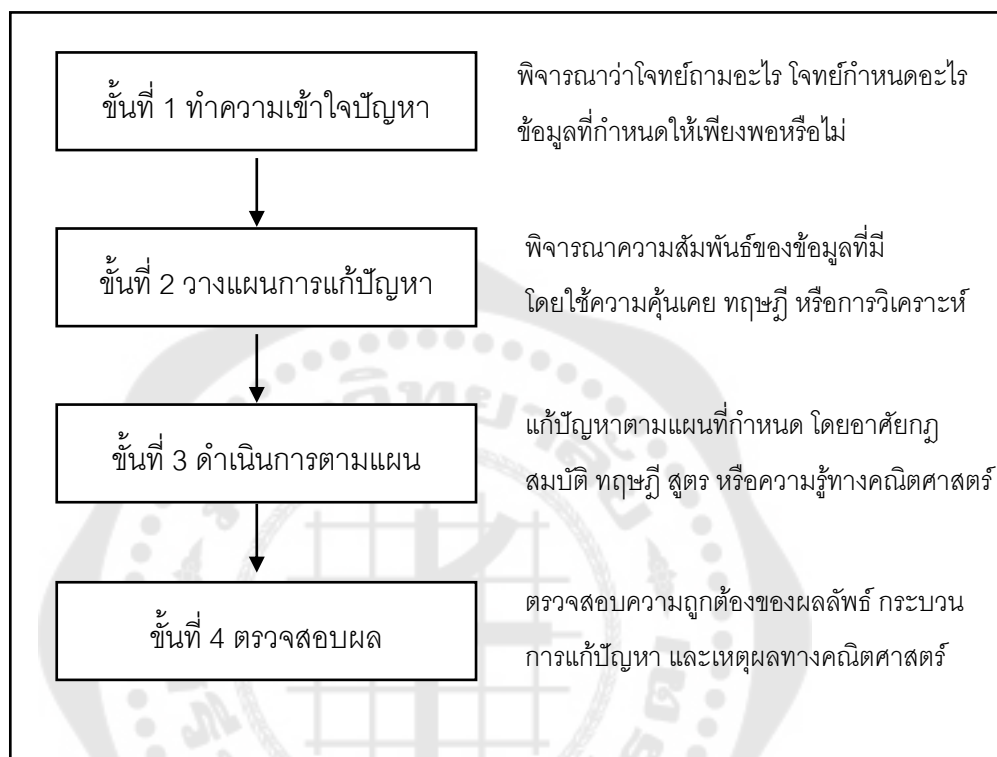
ชมนาด เชื้อสุวรรณทวิ (2542, น. 142); อัมพร ม้าคนอง (2553, น. 39-40) และ มยุรี โรจน์อรุณ (2559, น. 43) กล่าวถึงความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ผู้วิจัยได้สังเคราะห์โดยสรุปดังนี้

ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ หมายถึง การใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ ในการวิเคราะห์ปัญหาจากข้อมูลที่กำหนด นำมาวางแผนการแก้ปัญหาโดยนำกฎเกณฑ์ ทฤษฎี หลักการ ความรู้ ความคิด เสนอออกมาในรูปของวิธีการ เพื่อทำการแก้ปัญหา โดยการคิดคำนวณ คิดวิเคราะห์ เพื่อให้ได้คำตอบที่ถูกต้อง และเหมาะสมที่สุด

จากการศึกษาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ สรุปได้ว่า ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เป็นกระบวนการใช้ความรู้ ความคิด ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ยุทธวิธีแก้ปัญหา รวมถึงประสบการณ์ที่มี ไปใช้ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ แล้วสามารถตรวจสอบและให้เหตุผลของคำตอบที่ได้จากกระบวนการคิดแก้ปัญหาได้อย่างถูกต้อง

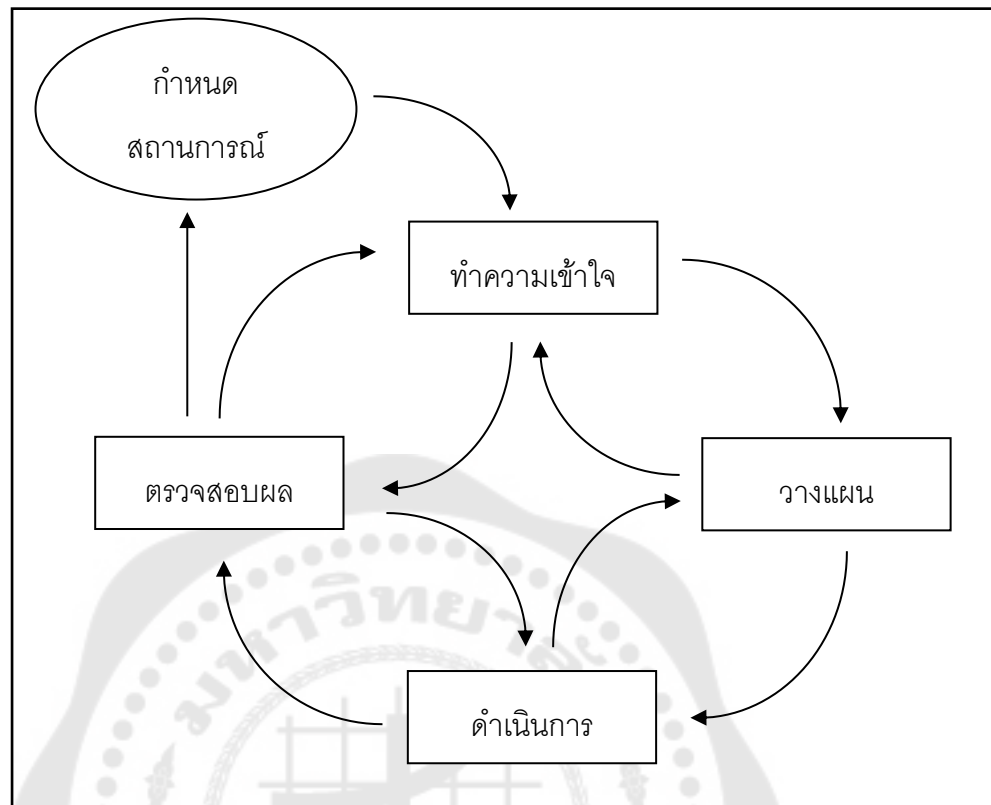
### 3.4 กระบวนการและขั้นตอนในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

โพลยา (เชิดศักดิ์ ภัคดีวิโรจน์, 2557, น. 60 อ้างถึงใน Polya, 1957, p. XVI-XVII) ได้เสนอขั้นตอนกระบวนการแก้ปัญหา ซึ่งผู้วิจัยสรุปเป็นภาพประกอบ 6 ดังนี้



ภาพประกอบ 6 สรุปกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของโพลยา

วิลสัน เฟอร์นันเดซ และฮาดเวย์ (สมเดช บุญประจักษ์, 2540, น. 16-17 อ้างอิงจาก Wilson; Fernandez; & Hadaway, 1993, p. 60-62) เสนอกรอบแนวคิดเกี่ยวกับการแก้ปัญหาแบบพลวัต (Dynamic) และเป็นขั้นตอนของกระบวนการแก้ปัญหา โดยปรับปรุงจากกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยา ดังภาพประกอบ 7

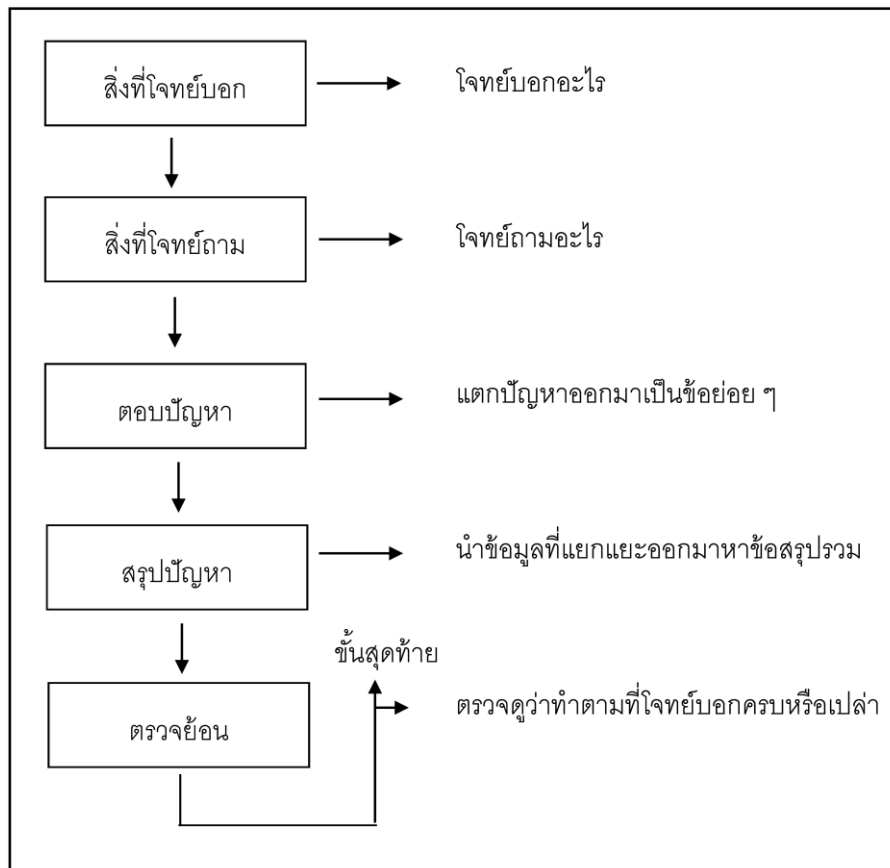


ภาพประกอบ 7 การแก้ปัญหาแบบพลวัต (Dynamic)

ที่มา : Wilson, James W., Maria L. Fernandez and Nelda Hadaway.  
Mathematical Problem Solving. p.62.

จากภาพประกอบ 7 พบว่า กระบวนการแก้ปัญหาสามารถไปข้างหน้า หรือย้อนกลับได้ (สังเกตจากหัวลูกศร) เช่น ในขั้นทำความเข้าใจปัญหา ถ้าระหว่างทางนักเรียนค้นพบสิ่งใหม่ที่ทำให้เข้าใจปัญหาได้ดีมากขึ้น หรือในขณะที่ดำเนินการตามแผนที่วางไว้ แต่ไม่สามารถดำเนินการได้ นักเรียนอาจจะกลับไปเริ่มวางแผนใหม่ หรือทำความเข้าใจปัญหาใหม่ ซึ่งเป็นการย้อนกลับเฉพาะบางขั้นตอน โดยไม่ต้องไปเริ่มใหม่ที่ขั้นตอนแรกเสมอไป

ยุพิน พิพิธกุล (2530, น. 136) ได้เสนอแผนผังของลำดับขั้นของการแก้ปัญหาแสดง  
ในภาพประกอบ 8



ภาพประกอบ 8 ลำดับขั้นการแก้ปัญหา

ที่มา : ยุพิน พิพิธกุล. (2530). การสอนคณิตศาสตร์: กรุงเทพฯ : คณะครุศาสตร์  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย. หน้า 136.

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2555, น. 103) กล่าวว่า  
กระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ประกอบด้วย 4 ขั้นตอน สรุปได้ดังนี้

1. ขั้นทำความเข้าใจปัญหา ผู้เรียนทำความเข้าใจปัญหาที่พบว่า ปัญหาถามอะไร  
ข้อมูลที่กำหนดมีอะไรบ้าง และมีเงื่อนไขหรือต้องการข้อมูลเพิ่มเติม โดยใช้การวิเคราะห์ปัญหา  
หรือการเขียนแยกเป็นประเด็นต่าง ๆ

2. วางแผนการแก้ปัญหา ผู้เรียนหาวิธีการแก้ปัญหา โดยใช้ข้อมูลที่มีในขั้นตอน  
แรก ร่วมกับความรู้อื่นที่เกี่ยวข้องกับปัญหานั้น



3. ดำเนินการแก้ปัญหา ผู้เรียนลงมือแก้ปัญหาตามแผนที่วางไว้ และตรวจสอบความถูกต้องหรือความสมเหตุสมผลของคำตอบที่ได้ ถ้าคำตอบไม่ถูกต้องให้กลับไปแก้ปัญหาอีกครั้ง

4. ตรวจสอบการแก้ปัญหา ผู้เรียนตรวจสอบวิธีการแก้ปัญหา ผลที่ได้ การตัดสินใจ และการนำไปประยุกต์ใช้ หรือตรวจสอบว่ามีคำตอบหรือวิธีการแก้ปัญหาแบบอื่นอีกหรือไม่

จากการศึกษากระบวนการและขั้นตอนในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ในงานวิจัยนี้ ผู้วิจัยได้ใช้กระบวนการและขั้นตอนในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ตามแนวคิดของโพลยา ซึ่งมี 4 ขั้นตอนดังต่อไปนี้

ขั้นที่ 1 ขั้นทำความเข้าใจปัญหา ผู้เรียนทำความเข้าใจปัญหาที่กำหนดให้ว่าโจทย์ถามอะไร โจทย์กำหนดอะไรมาให้บ้าง ข้อมูลที่กำหนดให้เพียงพอต่อการแก้ปัญหาหรือไม่ มีเงื่อนไขหรือต้องการข้อมูลเพิ่มเติมบ้าง

ขั้นที่ 2 ขั้นวางแผนการแก้ปัญหา ผู้เรียนหาความสัมพันธ์ระหว่างสิ่งที่โจทย์ถามกับสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ โดยวิเคราะห์โจทย์และเชื่อมโยงเข้ากับโจทย์ปัญหาที่คุ้นเคย หรือโจทย์ที่ลักษณะใกล้เคียงกัน แล้วเลือกยุทธวิธีที่เหมาะสมในการแก้ปัญหา

ขั้นที่ 3 ขั้นดำเนินการตามแผน ลงมือดำเนินการแก้ปัญหาตามแผนที่วางไว้ เพื่อหาคำตอบของปัญหา รวมทั้งตรวจสอบความถูกต้อง และความสมเหตุสมผลของคำตอบที่ได้ ถ้าหาคำตอบไม่ได้ หรือคำตอบไม่ถูกต้อง ให้ย้อนกลับไปแก้ไขในขั้นวางแผนการแก้ปัญหา

ขั้นที่ 4 ขั้นตรวจสอบกระบวนการแก้ปัญหาและคำตอบ เป็นการตรวจสอบขั้นตอนในการแก้ปัญหา วิธีการในการแก้ปัญหา และคำตอบของปัญหา เพื่อตรวจสอบว่ามีขั้นตอนใดบกพร่อง มีวิธีการแก้ปัญหาแบบอื่นอีกหรือไม่ และคำตอบของปัญหาที่ได้มีความถูกต้องและสมบูรณ์มากน้อยเพียงใด

### 3.5 ยุทธวิธีที่ใช้ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

สมวงษ์ แปลงประสพโชค (2545, น. 19) กล่าวว่า ยุทธวิธีในการแก้ปัญหา มีดังนี้

1. ให้อ่านอย่างถี่ถ้วน
2. ให้อ่านตาราง
3. เขียนแผนภาพ รูปภาพ หรือการโมเดล
4. พิจารณาหารูปแบบ
5. คาดการณ์ และทดลอง
6. ปัญหาที่คล้ายเคย ปรับเป็นปัญหาใหม่
7. การหาทุกกรณี
8. การปรับเปลี่ยนมุมมอง

วิชัย พาณิชยสวอย (2546, น. 61-88) กล่าวว่า กลวิธีที่ใช้ในการแก้โจทย์ปัญหาที่พบเห็นและใช้มาก มีดังนี้

1. กลวิธีเขียนประโยคสัญลักษณ์ (Write an Open Math Sentence) เป็นกลวิธีพื้นฐานและใช้กันมากที่สุดในระดับชั้นประถมศึกษาปีที่ 1-3 โดยเฉพาะกับโจทย์ปัญหาจำเจ (Routine Problems) นักเรียนที่อ่านโจทย์ปัญหา แล้วสามารถแปลงโจทย์นั้นออกมาเป็นประโยคสัญลักษณ์ได้ ก็นับว่านักเรียนมีความรู้ ความเข้าใจโจทย์ สามารถวิเคราะห์ แยะแยะส่วนที่โจทย์กำหนด ส่วนที่โจทย์ถาม และรู้ถึงความสัมพันธ์ของตัวเลขในโจทย์ได้

2. กลวิธีทำให้เป็นโจทย์ปัญหาย่อย ๆ (Simplify or Break into Parts) เป็นการสอนให้นักเรียนรู้จักแยกโจทย์ปัญหาที่มีข้อมูล ข้อกำหนดมาก ๆ ให้มีขนาดของปัญหาเล็กลง จะทำให้นักเรียนมองเห็นวิธีหาคำตอบได้ง่าย และชัดเจนขึ้น

3. กลวิธีเดาและตรวจสอบ (Guess and Check) เป็นกลวิธีที่ใช้กันมาก ผู้แก้โจทย์ปัญหาจะพิจารณาข้อมูล และเงื่อนไขต่าง ๆ ที่โจทย์กำหนดให้รวมกับประสบการณ์ที่มีอยู่ นำมาใช้ในการคาดเดาคำตอบอย่างมีเหตุผล มีความเป็นไปได้ พร้อมกับตรวจสอบคำตอบว่าถูกต้องหรือไม่ คลาดเคลื่อนมากน้อยเพียงไร โดยการคาดเดาในครั้งแรกจะเป็นข้อมูลพื้นฐานที่ดีในการคาดเดาคำตอบครั้งต่อไป

4. กลวิธีเขียนภาพหรือแผนภาพ (Make a Drawing or a Diagram) การเขียนภาพหรือแผนภาพที่แสดงรายละเอียดของข้อมูลที่โจทย์กำหนด จะช่วยให้เห็นภาพของปัญหาชัดเจนขึ้น จึงสามารถหาวิธีคิดได้ง่าย และรวดเร็วขึ้น

5. กลวิธีการสร้างตารางหรือแสดงรายการ (Construct a Table) การนำข้อมูลมาจัดกระทำอย่างเป็นระบบระเบียบลงในตาราง ทำให้มองเห็นความสัมพันธ์ของข้อมูลต่าง ๆ ได้อย่างชัดเจน จะนำไปสู่การหาคำตอบที่ถูกต้อง โดยการสร้างตารางอาจสร้างขึ้นเพื่อแสดงกรณีต่าง ๆ ที่เป็นไปได้บางกรณี หรือทั้งหมด และบางครั้งก็สร้างตารางเพื่อค้นหาแบบรูป (Pattern) ที่แสดงความสัมพันธ์ของข้อมูลต่าง ๆ

6. กลวิธีทำย้อนกลับ (Work Backwards) กลวิธีนี้เริ่มคิดจากข้อมูลที่เป็นตัวเลขส่วนท้าย โยงไปหาข้อมูลส่วนแรกของโจทย์ หรืออาจกล่าวได้ว่า เป็นการพิจารณาข้อมูลจากผลแล้วย้อนกลับไปหาเหตุ

7. กลวิธีค้นหาแบบรูป (Look for Pattern) เป็นการนำข้อมูลที่โจทย์กำหนดมาวิเคราะห์ ค้นหาความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลเหล่านั้นเพื่อกำหนดแบบรูป และนำไปสู่การได้มาซึ่งคำตอบ การค้นหาแบบรูปมักใช้วิธีอุปนัย (Inductive) และตรวจสอบความถูกต้องของข้อสรุปนั้นโดยวิธีนิรนัย (Deductive) กลวิธีนี้มักมีขั้นตอนที่เกี่ยวข้องกับกลวิธีสร้างตาราง หรือแจกแจงรายการ

8. กลวิธีแบ่งเป็นกรณี (Use cases) เป็นการแบ่งโจทย์ปัญหาออกเป็นกรณีย่อย ๆ หลายกรณี แล้วพิจารณาในแต่ละกรณี จะทำให้แก้โจทย์ปัญหาได้ง่ายขึ้น ไม่สับสน ผลสรุปรวมในแต่ละกรณี จะเป็นคำตอบของปัญหา

9. กลวิธีแก้สมการ (Solve an Equation) เป็นวิธีกำหนดตัวแปรแทนจำนวนที่เราไม่ทราบค่า โดยเขียนความสัมพันธ์ของตัวแปรกับข้อมูลต่าง ๆ ตามเงื่อนไขที่โจทย์กำหนดในรูปของสมการ และดำเนินการแก้สมการเพื่อหาคำตอบ

จากการศึกษายุทธวิธีที่ใช้ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ สรุปได้ว่า ยุทธวิธีที่ใช้ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ในงานวิจัยนี้ ผู้วิจัยใช้ยุทธวิธี ดังต่อไปนี้

1. วิธีการเขียนภาพหรือแผนภาพ (Make a Drawing or a Diagram) เป็นวิธีการที่ช่วยให้ผู้เรียนแก้ปัญหาโจทย์ที่กำหนดได้ง่ายขึ้นจากสื่อภาพหรือแผนภาพ เพราะจะเห็นภาพของปัญหาที่ชัดเจน เป็นรูปธรรมมากขึ้น เช่น การเขียนรูปสิ่งที่โจทย์กำหนด อีกทั้งยังเห็นความเชื่อมโยงของข้อมูลที่กำหนดให้ เช่น การเขียนแผนภาพต้น-ใบ เป็นต้น

2. วิธีการแบ่งเป็นกรณี (Use cases) เป็นวิธีการที่ช่วยให้ผู้เรียนมองปัญหาใหญ่ ออกเป็นปัญหาย่อย ๆ เพื่อแก้ปัญหาทีละกรณี ทำให้แก้ปัญหาได้ง่ายขึ้น ผลสรุปของกรณีทั้งหมด จะเป็นคำตอบของปัญหา

3. วิธีการเดาและตรวจสอบ (Guess and Check) เป็นวิธีการที่ให้ผู้เรียนคาดการณ์คำตอบของปัญหาอย่างมีเหตุผล และตรวจสอบความเป็นไปได้ของคำตอบ เพื่อเป็นแนวทางในการคิดหาวิธีการแก้ปัญหาที่เหมาะสมต่อไป

### 3.6 แนวทางในการส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

Adams, Ellis, และ Beeson (1977, p. 174-175) กล่าวว่า ปัจจัยที่มีผลต่อความสามารถในการแก้ปัญหามี 3 ด้าน คือ

1. ด้านสติปัญญา (Intelligence) การแก้ปัญหามุ่งอาศัยการคิดขั้นสูง และสติปัญญาในองค์ประกอบด้านปริมาณ (quantitative factors) และองค์ประกอบด้านภาษา (verbal factors) ด้านสติปัญญาถือว่ามีผลสำคัญมากที่สุด

2. การอ่าน (Reading) การอ่านเป็นพื้นฐานในการแก้ปัญหา เพราะในการแก้ปัญหานั้น จะต้องอ่านอย่างรอบคอบ อ่านแบบวิเคราะห์ ซึ่งจะนำไปสู่การตัดสินใจว่า ควรจะทำอะไร อย่างไร

3. ทักษะพื้นฐาน (Basic skills) หลังจากการวิเคราะห์สถานการณ์ปัญหาและตัดสินใจ นักเรียนต้องดำเนินการตามขั้นตอนเพื่อให้ได้คำตอบที่ถูกต้อง เหมาะสม

วิชัย พาณิชยสวาย (2546, น. 94-113) กล่าวว่า การพัฒนาโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ ควรพัฒนาให้มีลักษณะเด่น 4 ประการ สรุปได้ดังนี้

#### 1. ปัญหาที่น่าสนใจ (Interesting Problem)

ธรรมชาติของคนชอบคิดชอบทำในสิ่งที่ตนสนใจ เมื่อสนใจในสิ่งใด เรื่องใด สมมติที่จะคิดจะทำในสิ่งนั้นให้สำเร็จก็จะตามมา โดยเฉพาะนักเรียนในระดับประถมศึกษาจะมีพฤติกรรมเช่นนี้อย่างเด่นชัด โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ที่นักเรียนต้องฝึกคิด ฝึกทำอยู่เป็นประจำ เป็นโจทย์ปัญหารูปแบบจำเจ ดังนั้นหากครูสร้างโจทย์ปัญหาที่แปลกใหม่ เรื่องที่น่าสนใจ ก็จะช่วยให้แก่นักเรียนอยากที่จะหาคำตอบมากขึ้น

#### 2. ปัญหาที่ท้าทาย (Challenging Problems)

สิ่งที่ไม่สามารถหลีกเลี่ยงได้ในการสอนทุกเนื้อหาวิชา ไม่เพียงแต่วิชาคณิตศาสตร์ คือความสามารถที่แตกต่างกันของผู้เรียน นักเรียนที่มีความสามารถทางการเรียนคณิตศาสตร์สูง สามารถทำแบบฝึกหัดเสร็จเรียบร้อยหลังจบการสอนในชั้นสรุปเพียงไม่กี่นาที ในขณะที่นักเรียนอีกหลาย ๆ คน อาจเพิ่งเขียนวันที่เสร็จ หรือเพิ่งทำโจทย์ข้อแรกเสร็จ หากครูไม่เตรียมโจทย์หรือแบบฝึกหัดเพิ่มเติมให้กับนักเรียนกลุ่มแรก เขาอาจจะเกิดความรู้สึกเบื่อกับเวลาที่เหลือ นอกจากครูจะดูแลช่วยเหลือนักเรียนเรียนช้าแล้ว ก็ต้องไม่ละเลยนักเรียนที่มีความสามารถ

สูงด้วย โจทย์ปัญหาที่ยากขึ้นหลาย ๆ ระดับ จึงเป็นสิ่งสำคัญสำหรับนักเรียนกลุ่มนี้ ซึ่งโจทย์ปัญหาประเภทนี้จะท้าทายความสามารถของนักเรียนให้อยากที่จะคิดหาคำตอบ โดยครูอาจเตรียมเป็นชุดของโจทย์ปัญหา ให้กับนักเรียนเลือกตอบ นอกจากนี้ก็ยังเปิดโอกาสให้นักเรียนที่มีระดับความสามารถรองลงมา ได้เลือกตอบได้เช่นกัน

2.1 พัฒนาโจทย์ปัญหาในชั้นเรียน หรือหนังสือเรียนให้มีความยากขึ้น มีความซับซ้อนมากขึ้น

2.2 พัฒนาจากข้อสอบแข่งขันคณิตศาสตร์รายการต่าง ๆ โดยนำโจทย์มาดัดแปลง แก้ไข ในขั้นแรกควรปรับให้มีความยากน้อยลงเล็กน้อย เพื่อให้นักเรียนไม่ตื่นตระหนกกับข้อสอบซึ่งค่อนข้างยากมาก ข้อสอบแข่งขันที่ถูกปรับให้มีความยากน้อยลง และนักเรียนสามารถหาคำตอบได้ถูกต้อง จะเป็นกำลังใจและเป็นบันไดให้เขาพร้อมที่จะก้าวไปทำข้อสอบแข่งขันจริงมากขึ้น

2.3 พัฒนาจากโจทย์ปัญหาต่างประเทศ โดยปรับให้มีความสอดคล้องกับสังคม เช่น โจทย์เกี่ยวกับสกุลเงินดอลลาร์สหรัฐอเมริกา ซึ่งมีทั้งเหรียญ penny, dime, quarter ก็ปรับให้เป็นเหรียญสิบบาท เหรียญห้าบาท เหรียญบาท เหรียญห้าสิบบาท เป็นต้น

### 3. ปัญหาที่สอดคล้องกับชีวิตจริง (Real Life Situation Problems)

โจทย์ปัญหาที่สอดคล้องกับชีวิตจริง มักมีเงื่อนไขสถานการณ์เข้ามาเกี่ยวข้องชัดเจน คำตอบของปัญหาส่วนใหญ่จะมีมากกว่า 1 คำตอบ ทั้งนี้ขึ้นอยู่กับวิธีคิด ประสบการณ์ และการตัดสินใจเลือกของแต่ละบุคคล ซึ่งอาจมีคำตอบที่ดีมาก ดี หรือไม่ดีก็ได้

4. ปัญหาที่ส่งเสริมให้นักเรียนนำความรู้ทางคณิตศาสตร์ไปประยุกต์ใช้ (Applied Problems)

การนำความรู้ ความสามารถ และทักษะทางคณิตศาสตร์ไปประยุกต์ใช้ เพื่อหาคำตอบบางเรื่องที่ตนสนใจ หรือไปประยุกต์ใช้กับเนื้อหาวิชาอื่น ๆ จะช่วยให้ผู้เรียนได้เรียนรู้เพิ่มเติม เป็นการนำทฤษฎีสู่การปฏิบัติอย่างชัดเจน

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2555, น. 77) กล่าวว่า ความสามารถในการแก้ปัญหาของผู้เรียนขึ้นอยู่กับปัจจัย ดังนี้

1. ความสามารถในการทำความเข้าใจปัญหา เป็นการใช้ความรู้ความเข้าใจที่มีอยู่มาใช้แปลความ ตีความ หรือวิเคราะห์ เพื่อให้เข้าใจในปัญหา และเลือกใช้เทคนิคหรือกลวิธีที่นำไปสู่แนวทางการหาคำตอบ

2. ความรู้พื้นฐาน เป็นสิ่งสำคัญที่ทำให้ผู้เรียนคิดและหาวิธีแก้ปัญหา ถ้าความรู้พื้นฐานดีจะสามารถแก้ปัญหาได้หลากหลายวิธี และมีประสิทธิภาพ

3. ประสบการณ์ในการแก้ปัญหา ทำให้นึกขั้นตอน และวิธีการแก้ปัญหาได้อย่างรวดเร็ว

4. เจตคติต่อการแก้ปัญหา ถ้ามีเจตคติที่ดีต่อการแก้ปัญหา จะมีความพยายามและความอดทนในการแก้ปัญหา และสร้างประสบการณ์จากการคิดแก้ปัญหา

จากการศึกษาแนวทางในการส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ พบว่า แนวทางในการส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของผู้เรียนทำได้โดยพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาตามกระบวนการแก้ปัญหา 4 ขั้นตอนของโพลยา เชื่อมโยงความรู้พื้นฐาน และประสบการณ์ของผู้เรียนเพื่อใช้ในกระบวนการแก้ปัญหา อีกทั้งการสร้างบรรยากาศในชั้นเรียนที่เหมาะสมในการเรียนรู้ จะช่วยส่งเสริมและกระตุ้นให้ผู้เรียนเกิดทักษะการคิดและเจตคติที่ดีต่อวิชาคณิตศาสตร์มากขึ้น นอกจากนี้วิธีการสอนของผู้สอนจะต้องมีความหลากหลาย มีความยืดหยุ่นในการจัดการเรียนรู้ ตลอดจนเน้นการจัดการเรียนรู้ที่คำนึงถึงความรู้ ทักษะ และความสามารถของผู้เรียนเป็นสำคัญ

### 3.7 บทบาทของครูต่อการส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

Holmes (1995, p. 37) กล่าวถึงการสอนการแก้ปัญหว่า ครูใช้วิธีการโต้ตอบเพื่อสอนการแก้ปัญหาเช่นเดียวกับการสอนเนื้อหาคณิตศาสตร์ นักเรียนเรียนรู้การแก้ปัญหาและสะท้อนให้เห็นกระบวนการที่นักเรียนใช้ในการหาคำตอบของปัญหา ซึ่งมีขั้นตอนการสอนการแก้ปัญหาสำหรับครู ดังนี้

1. ครูมอบหมายปัญหาหนึ่งปัญหา หรือมากกว่าหนึ่งปัญหาให้นักเรียนแก้ โดยให้นักเรียนแต่ละคนอ่านปัญหาและถามเกี่ยวกับสิ่งที่ยังไม่รู้ โดยให้นักเรียนทำการปรึกษากันถึงวิธีการในการแก้ปัญหา อาจทำรายบุคคล หรือกลุ่มก็ได้

2. ครูสร้างบรรยากาศการอภิปรายในชั้นเรียน การนำเสนอคำตอบ แนวคิด และวิธีการในการหาคำตอบของปัญหา

3. ครูถามคำถามที่ช่วยให้นักเรียนไตร่ตรองถึงกระบวนการที่ใช้ในการแก้ปัญหาของนักเรียน ใช้คำตอบที่ได้ให้เป็นกลยุทธ์ในการแก้ปัญหา

4. ครูเปิดโอกาสให้นักเรียนใช้วิธีการแก้ปัญหา แลกเปลี่ยนความคิดในวิธีการแก้ปัญหาที่แตกต่างกัน หรือวิธีที่หลากหลายมากกว่า 1 วิธี แล้วสามารถนำกลยุทธ์ไปใช้ในการแก้ปัญหาได้

สมาคมคณิตศาสตร์แห่งประเทศไทย (2537, น. 66-67) กล่าวว่า บทบาทของครูในการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เมื่อพิจารณาตามขั้นตอนการแก้ปัญหา 4 ขั้นตอนของโพลยา มีแนวทางในการนำเสนอโดยสรุปดังนี้

### 1. การพัฒนาความสามารถในการเข้าใจปัญหา

1.1 นักเรียนฝึกฝนการอ่านปัญหา ข้อความ แล้วทำความเข้าใจโดยมีครูทำหน้าที่ตั้งคำถามกระตุ้น

1.2 นักเรียนฝึกทำความเข้าใจด้วยตนเอง โดยใช้กลวิธีในการแก้ปัญหาที่หลากหลาย

### 2. การพัฒนาความสามารถในการวางแผนแก้ปัญหา

2.1 ครูฝึกให้นักเรียนคิดวางแผน หรือเขียนแบบแผนก่อนการแก้ปัญหา

2.2 ครูใช้คำถามกระตุ้นให้เกิดการคิด แทนการบอกนักเรียนตรง ๆ

2.3 ครูควรจัดปัญหาที่แปลกใหม่มาให้ให้นักเรียนฝึกคิดอยู่เสมอ

### 3. การพัฒนาความสามารถในการดำเนินการตามแผน

3.1 ครูฝึกฝนนักเรียนจากการทำแบบฝึกหัด เพื่อให้ นักเรียนสามารถวางแผนการแก้ปัญหาได้

3.2 ครูฝึกฝนนักเรียนในกระบวนการแก้ปัญหาให้เป็นลำดับ ขั้นตอน อย่างถูกต้องและเหมาะสม

3.3 ครูให้นักเรียนฝึกฝนการคาดการณ์ ตรวจสอบความเป็นไปได้ก่อนลงมือแก้ปัญหา

### 4. การพัฒนาความสามารถในการตรวจสอบ

ขั้นตอนการตรวจสอบการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ มี 2 ประเด็น ได้แก่ การมองย้อนกลับ และการมองไปข้างหน้าซึ่งมีแนวทาง ดังนี้

1) ครูกระตุ้นให้นักเรียนเห็นความสำคัญของการตรวจสอบคำตอบ

2) ครูฝึกให้นักเรียนคาดคะเนคำตอบ

3) ครูให้นักเรียนฝึกการตีความหมายของคำตอบ

4) ครูสนับสนุนให้นักเรียนทำแบบฝึกหัด โดยใช้วิธีการหาคำตอบ

มากกว่า 1 วิธี

5) ครูให้นักเรียนฝึกสร้างโจทย์ปัญหาเกี่ยวกับปัญหาที่เรียน

สิริพร ทิพย์คง (2544, น. 74-75) กล่าวว่า ในการสอนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ครูควรจะมีบทบาท ดังนี้

### ก่อนการแก้ปัญหา

- ให้อ่านโจทย์ปัญหา ในกรณีที่นักเรียนยังอ่านโจทย์ไม่ได้ เช่น นักเรียนระดับชั้นประถมศึกษาปีที่ 1 ครูควรอ่านโจทย์ให้นักเรียนฟังทั้งห้อง
- ให้อภิปรายโจทย์ปัญหา เพื่อพิจารณาสิ่งที่โจทย์กำหนด สิ่งที่โจทย์ต้องการ มีความสัมพันธ์กันอย่างไร
- ให้ช่วยแสดงความคิดเห็นว่าจะใช้วิธีใดในการแก้โจทย์ปัญหา

### ระหว่างการแก้ปัญหา

- สังเกตและถามนักเรียนว่า นักเรียนกำลังแก้ปัญหาโดยใช้วิธีการใด หรือทำถึงขั้นตอนใด เช่น เขียนประโยคสัญลักษณ์ ใช้สมบัติการเท่ากันของการบวกในการแก้สมการ หรือแทนค่าตัวแปรเพื่อหาคำตอบ เป็นต้น
- ให้นักเรียนเสนอแนวคิดหรือวิธีการทำที่แตกต่างไป (ถ้ามี)
- ให้นักเรียนตอบคำถามของโจทย์ปัญหา

### หลังการแก้ปัญหา

- ให้ช่วยกันอภิปรายคำตอบ บอกเหตุผล ตรวจสอบคำตอบ คิดย้อนกลับ
- ให้เชื่อมโยงโจทย์ปัญหานี้กับโจทย์ปัญหาต่าง ๆ ที่เคยพบในการเรียนเนื้อหาเห็นว่าเหมือนกันหรือแตกต่างกันอย่างไร

- ให้ลองเขียนโจทย์ปัญหาของเนื้อหา นี้ จากโจทย์ที่ง่ายไปสู่โจทย์ที่สลับซับซ้อน

นอกจากนี้ หน้าที่ของครูในการส่งเสริมการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ (สิริพร ทิพย์คง , 2544, น. 80-81 อ้างอิงจาก สิริพร ทิพย์คง, 2536, น. 165-167) สรุปได้ดังนี้

1. ครูเลือกปัญหาที่นักเรียนเคยเรียน หรือปัญหาที่น่าสนใจ
2. ครูตรวจสอบความรู้พื้นฐานของนักเรียน เพื่อเติมเต็มความรู้ก่อนการแก้ปัญหา
3. ครูเปิดโอกาสให้นักเรียนใช้ความคิดอย่างเต็มความสามารถ
4. ครูใช้แบบฝึกหัดที่หลากหลายในเรื่องความยากง่าย
5. ครูให้นักเรียนรู้จักการประมาณค่าคำตอบ หรือคาดการณ์คำตอบ
6. ครูกระตุ้นนักเรียน และใช้คำถามเสริมตลอดการแก้ปัญหาเพื่อกระตุ้นความคิด

และพยายามให้นักเรียนหาวิธีการแก้ปัญหาที่หลากหลาย มากกว่า 1 วิธี

จากการศึกษาบทบาทของครูต่อการส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ พบว่า ครูมีบทบาทต่อการส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของผู้เรียนในกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ 3 ช่วง ดังนี้



### ช่วงก่อนการแก้ปัญหา

1. ครูเลือกปัญหาที่มีความท้าทาย กระตุ้นความสนใจ หรือปัญหาที่เจอในชีวิตประจำวันของผู้เรียน โดยเรียงลำดับตามความยากง่ายให้เหมาะสมกับผู้เรียน
2. ครูทบทวนความรู้พื้นฐานหรือความรู้ที่ผู้เรียนเคยเรียนแล้ว ที่จำเป็นในการแก้ปัญหาให้กับผู้เรียน
3. ครูให้ผู้เรียนวางแผนในการแก้ปัญหา ก่อนลงมือปฏิบัติจริง

### ช่วงการแก้ปัญหา

1. ครูเปิดโอกาสให้ผู้เรียนทำความเข้าใจ อภิปรายและใช้ความคิดในการแก้ปัญหาอย่างเต็มความสามารถ โดยครูทำหน้าที่เพียงใช้คำถามกระตุ้นผู้เรียนเป็นระยะ เพื่อให้ผู้เรียนคิดได้ด้วยตนเอง
2. ครูตรวจสอบความถูกต้องในกระบวนการแก้ปัญหาเป็นระยะ โดยการถามผู้เรียนเป็นรายบุคคลหรือรายกลุ่ม เช่น โจทย์ถามอะไร ข้อมูลที่ให้เพียงพอหรือไม่ จะใช้วิธีการใดในการแก้ปัญหา เป็นต้น
3. ครูเปิดโอกาสให้นักเรียนแลกเปลี่ยนความคิดเห็นกันในช่วงการแก้ปัญหา เพื่อให้นักเรียนเห็นวิธีการแก้ปัญหาที่หลากหลายมากขึ้น
4. ครูช่วยผู้เรียนคิดหาความสัมพันธ์ของปัญหา จากยุทธวิธีในการแก้ปัญหาที่ต่างกัน เพื่อให้ผู้เรียนสามารถเชื่อมโยงความรู้จากวิธีการหาคำตอบที่หลากหลายได้

### ช่วงหลังการแก้ปัญหา

1. ครูให้ผู้เรียนอภิปรายคำตอบร่วมกัน แล้วนำเสนอหน้าชั้นเรียน โดยให้ทุกคนตรวจสอบความถูกต้อง และความสมเหตุสมผลของคำตอบ
2. ครูเปิดโอกาสให้ผู้เรียนถาม หรือเสนอความคิดเห็น เพื่อแลกเปลี่ยนความคิดเห็น
3. ครูให้ผู้เรียนสร้างโจทย์ปัญหาที่เกี่ยวข้องกับเรื่องที่เรียน หรือมีความซับซ้อนมากขึ้น
4. ครูให้ผู้เรียนสะท้อนผลจากการเรียนรู้ในชั้นเรียน เพื่อตรวจสอบความรู้ความเข้าใจของผู้เรียน

### 3.8 การวัดและประเมินผลความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์

โพลยา (เชิดศักดิ์ ภัคดีวิโรจน์, 2557, น. 82-83 อ้างอิงจาก Polya, 1980, p. 5-40)

ได้เสนอรูปแบบการวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ไว้ดังนี้

ตาราง 2 รูปแบบการวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของโพลยา

ขั้นตอนการแก้ปัญหาของโพลยา	พฤติกรรมชี้วัดความสามารถ
ขั้นที่ 1 ทำความเข้าใจปัญหา	- บอกได้ว่าโจทย์ถามอะไร โจทย์กำหนดอะไร
ขั้นที่ 2 วางแผนแก้ปัญหา	- เขียนลำดับขั้นตอนการแก้ปัญหาได้ถูกต้อง
ขั้นที่ 3 ดำเนินการแก้ปัญหา	- ใช้วิธีการแก้ปัญหาเหมาะสม และหาคำตอบได้ถูกต้อง
ขั้นที่ 4 ตรวจสอบคำตอบ	- ความสมเหตุสมผลของคำตอบถูกต้อง

ที่มา : Polya, G. (1980). On Solving Mathematics Problem in High School.

Problem Solving in School Mathematics; 1980 Yearbook. Virginia: the National Council of Teachers of Mathematics. p. 5-40.

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2555, น. 127-131) กล่าวว่า การประเมินผลการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ควรมีรายการประเมินที่แสดงถึงขั้นตอนของการแก้ปัญหา และจะต้องกำหนดเกณฑ์การให้คะแนนที่มีรายละเอียดเพียงพอที่จะใช้ประเมินผลผู้เรียน โดยอาจกำหนดเกณฑ์การประเมินผลแบบเกณฑ์รวม ที่พิจารณาขั้นตอนการแก้ปัญหาของผู้เรียนในภาพรวม หรือหากผู้ประเมินต้องการตรวจสอบการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของผู้เรียนในแต่ละประเด็นย่อยตามกระบวนการแก้ปัญหา 4 ขั้นตอนของโพลยา อาจกำหนดเกณฑ์การประเมินผลแบบเกณฑ์ย่อยที่มีระดับคุณภาพของแต่ละประเด็นย่อยเป็น 3 ระดับ คือ 1, 2 และ 3 ดังตัวอย่างต่อไปนี้

ตาราง 3 ตัวอย่างเกณฑ์การประเมินผลแบบเกณฑ์ย่อยของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

รายการประเมิน	คะแนน (ระดับคุณภาพ)	เกณฑ์การพิจารณา
1. ความเข้าใจ ปัญหา	3 (ดี) 2 (พอใช้) 1 (ต้องปรับปรุง)	- เข้าใจปัญหาได้ถูกต้อง - เข้าใจปัญหาได้ถูกต้องเป็นบางส่วน - เข้าใจปัญหาน้อยมาก หรือไม่เข้าใจปัญหา
2. การเลือกยุทธวิธี การแก้ปัญหา	3 (ดี) 2 (พอใช้) 1 (ต้องปรับปรุง)	- เลือกวิธีการที่สามารถแก้ปัญหาได้ถูกต้อง เหมาะสม และสอดคล้องกับปัญหา - เลือกวิธีการที่สามารถแก้ปัญหาได้ถูกต้อง แต่ยังไม่ เหมาะสม หรือไม่ครอบคลุมประเด็นของปัญหา - เลือกวิธีการแก้ปัญหาไม่ถูกต้อง หรือไม่ สามารถเลือกวิธีการแก้ปัญหาได้
3. การใช้ยุทธวิธีการ แก้ปัญหา	3 (ดี) 2 (พอใช้) 1 (ต้องปรับปรุง)	- นำวิธีการแก้ปัญหาไปใช้ได้ถูกต้อง และ แสดงการแก้ปัญหาเป็นลำดับขั้นตอนได้อย่าง ชัดเจน - นำวิธีการแก้ปัญหาไปใช้ได้ถูกต้อง แต่การ แสดงลำดับขั้นตอนการแก้ปัญหายังไม่ชัดเจน - นำวิธีการแก้ปัญหาไปใช้ไม่ถูกต้อง หรือไม่ แสดงลำดับขั้นตอนการแก้ปัญหา
4. การสรุปคำตอบ	3 (ดี) 2 (พอใช้) 1 (ต้องปรับปรุง)	- สรุปคำตอบได้ถูกต้อง สมบูรณ์ - สรุปคำตอบได้ถูกต้องบางส่วน หรือสรุปคำตอบไม่ ครบถ้วน - ไม่มีการสรุปคำตอบ หรือสรุปคำตอบไม่ถูกต้อง

ที่มา : สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2555). การวัดผล  
ประเมินผลคณิตศาสตร์: กรุงเทพฯ : ซีเอ็ดดูเคชั่น. หน้า 130.

จากการศึกษาการวัดและประเมินผลความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์สรุปได้ว่า การวัดและประเมินผลความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ที่ใช้ในงานวิจัยนี้ ผู้วิจัยได้ใช้เกณฑ์การให้คะแนนแบบรูบริก (Rubric scoring) โดยปรับปรุงจากเกณฑ์การให้คะแนนแบบเกณฑ์ย่อย ของสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี เพื่อใช้วัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ในรูปแบบทดสอบแบบอัตนัยที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น

### 3.9 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

#### งานวิจัยต่างประเทศ

ผลงานวิจัยของนักการศึกษาต่างประเทศที่เกี่ยวข้องกับความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของ William (2003, p. 185-187); Van Garderen (2006, p. 496 - 506); Ali, Akhter, และ Khan (2010, p. 67 - 72) สามารถสรุปผลการวิจัยได้ ดังนี้

ผู้เรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้ด้วยขั้นตอนการแก้ปัญหา การนิรนัยภาพ หรือ การจำลอง จะช่วยพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้ดีกว่าผู้เรียนที่ไม่ได้รับการเรียนรู้ด้วยขั้นตอนการแก้ปัญหา การนิรนัยภาพ หรือการจำลอง อีกทั้งยังส่งผลต่อความสามารถในการนิรนัยภาพ และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนที่ดีกว่ากลุ่มผู้เรียนที่ได้รับการเรียนแบบปกติ หรือไม่ได้รับการเรียนรู้ในวิธีข้างต้น อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ

#### งานวิจัยภายในประเทศ

ผลงานวิจัยของนักการศึกษาในประเทศที่เกี่ยวข้องกับความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของกฤษดา นรินทร์ (2556, น. 12-15) และยุพิน พลเรือง (2561, น. 174-176) สามารถสรุปผลการวิจัยได้ ดังนี้

ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และการแก้ปัญหาในโลกจริง หลังเรียนรู้ด้วยกิจกรรมทางคณิตศาสตร์ หรือโปรแกรม GSP สูงกว่าก่อนจัดการเรียนรู้ และสูงกว่านักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบปกติ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ

จากการศึกษาเอกสารและงานวิจัยเกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ จะเห็นว่า การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์มีความสำคัญในการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ ซึ่งประกอบด้วยกระบวนการและขั้นตอนในการแก้ปัญหา ยุทธวิธีที่ใช้ในการแก้ปัญหา รวมถึงความสามารถในการแก้ปัญหของผู้เรียน การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์จะช่วยให้ผู้เรียนมีกระบวนการคิดที่เป็นระบบรู้จักการวางแผน การตัดสินใจ มีการจัดการในขั้นตอนการแก้ปัญหาที่เหมาะสม สามารถให้เหตุผลบนพื้นฐานกฎ ทฤษฎี หรือหลักการทางคณิตศาสตร์ได้อย่างถูกต้อง ตลอดจนส่งเสริมและพัฒนาให้ผู้เรียนมีทักษะและกระบวนการในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่สูงขึ้น และนำความรู้และทักษะในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ไปใช้ในชีวิตประจำวันได้

### บทที่ 3

## วิธีดำเนินการวิจัย

ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยได้ดำเนินการตามขั้นตอนดังนี้

1. การกำหนดประชากรและการสุ่มกลุ่มตัวอย่าง
2. การสร้างเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย
3. การเก็บรวบรวมข้อมูล
4. การจัดกระทำและการวิเคราะห์ข้อมูล

### การกำหนดประชากรและการสุ่มกลุ่มตัวอย่าง

#### ประชากร

ประชากรที่ใช้ในการวิจัยในครั้งนี้เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนสาธิตมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร (ฝ่ายมัธยม) เขตวัฒนา กรุงเทพมหานคร ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2563 ที่เรียนรายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติมจำนวน 6 ห้องเรียน จำนวนนักเรียน 208 คน

#### กลุ่มตัวอย่าง

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนสาธิตมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร (ฝ่ายมัธยม) เขตวัฒนา กรุงเทพมหานคร ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2563 ที่เรียนรายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติมจำนวน 2 ห้องเรียน จำนวนนักเรียน 74 คน ซึ่งได้มาจากการสุ่มแบบกลุ่ม (Cluster Random Sampling) โดยใช้ห้องเรียนเป็นหน่วยการสุ่ม (Sampling Unit) จากการจับสลากมา 2 ห้องเรียน จากห้องเรียนทั้งหมด 6 ห้อง แล้วจับฉลากเป็นกลุ่มทดลองหนึ่งห้อง จำนวนนักเรียน 36 คน และกลุ่มควบคุมหนึ่งห้อง จำนวนนักเรียน 38 คน ซึ่งทางโรงเรียนได้จัดนักเรียนแต่ละห้องแบบคละความสามารถ

#### เนื้อหาที่ใช้ในการวิจัย

เนื้อหาที่ใช้ในการวิจัยในครั้งนี้ เป็นเนื้อหาสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ช่วงชั้นที่ 4 (ม.4 – ม.6) ในระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 รายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม เรื่อง ภาคตัดกรวย ของหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) และหลักสูตรสถานศึกษา โรงเรียนสาธิตมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร (ฝ่ายมัธยม)

### ระยะเวลาที่ใช้ในการวิจัย

ดำเนินการวิจัยในภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2563 ใช้เวลาในการทดลองจำนวน 18 คาบ คาบละ 45 นาที โดยใช้เวลาในการดำเนินกิจกรรมการเรียนรู้จำนวน 14 คาบ ทำการทดสอบก่อนเรียน (Pretest) จำนวน 2 คาบ และทำการทดสอบหลังเรียน (Posttest) จำนวน 2 คาบ มีรายละเอียดดังนี้

1. ทดสอบก่อนเรียน (Pretest)	2	คาบ
2. ภาคตัดกรวย เรื่อง วงรี	8	คาบ
3. ภาคตัดกรวย เรื่อง ไฮเพอร์โบลา	6	คาบ
4. ทดสอบหลังเรียน (Posttest)	2	คาบ
รวม	18	คาบ

### การสร้างเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยได้ใช้เครื่องมือในการวิจัย ดังนี้

1. แผนการจัดการเรียนรู้เชิงรุก
2. แผนการจัดการเรียนรู้ด้วยวิธีการเรียนแบบปกติ
3. แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์
4. แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

### ขั้นตอนในการสร้างและวิธีการหาคุณภาพเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

#### 1. แผนการจัดการเรียนรู้เชิงรุก

ผู้วิจัยได้ดำเนินการสร้างและหาคุณภาพแผนการจัดการเรียนรู้เชิงรุก วิชาคณิตศาสตร์ ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 เรื่อง ภาคตัดกรวย ตามขั้นตอนต่อไปนี้

1.1 ศึกษาแนวคิด ทฤษฎี เกี่ยวกับการจัดการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ จากหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) และหลักสูตรสถานศึกษา โรงเรียนสาธิตมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร (ฝ่ายมัธยม) ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 รวมทั้งเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการจัดการเรียนรู้เชิงรุก

1.2 ศึกษารายละเอียดเกี่ยวกับหลักการและวิธีการเขียนแผนการจัดการเรียนรู้เชิงรุก และผลการวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการจัดการเรียนรู้เชิงรุก หลักการสอนวิชาคณิตศาสตร์ วิธีการสอนและกิจกรรมการเรียนรู้ในการจัดการเรียนรู้เชิงรุก

1.3 ศึกษาจุดประสงค์การเรียนรู้ มาตรฐานการเรียนรู้ ตัวชี้วัด สาระสำคัญ สาระการเรียนรู้ กิจกรรมการเรียนรู้ สื่อ การวัดและประเมินผล โดยวางแผนเนื้อหาที่ใช้ในการจัดการเรียนรู้ให้เหมาะสมกับเวลาที่กำหนด

1.4 วิเคราะห์จุดประสงค์การเรียนรู้ สาระการเรียนรู้ ให้ครอบคลุมและสอดคล้องกับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยวางแผนวิธีการสอน และการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ให้เหมาะสมกับเนื้อหาในแต่ละคาบเรียน

1.5 ดำเนินการจัดทำแผนการจัดการเรียนรู้ เรื่อง ภาคตัดกรวย ให้มีความสอดคล้องกับมาตรฐานการเรียนรู้ ตัวชี้วัด และจุดประสงค์การเรียนรู้ โดยแต่ละแผนการจัดการเรียนรู้เชิงรุก มีรายละเอียด ดังนี้

1. มาตรฐานการเรียนรู้/ตัวชี้วัด
2. สาระสำคัญ
3. จุดประสงค์การเรียนรู้ ซึ่งประกอบด้วย 3 ด้าน
  - 3.1 ด้านความรู้
  - 3.2 ด้านทักษะและกระบวนการ
  - 3.3 ด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์
4. สาระการเรียนรู้
5. กิจกรรมการเรียนรู้ ประกอบด้วย
  - 5.1 ชี้นำ
  - 5.2 ชี้นำเสนอสถานการณ์
  - 5.3 ชี้นำปฏิบัติกิจกรรม
  - 5.4 ชี้นำสร้างองค์ความรู้
  - 5.5 ชี้นำสรุป
6. สื่อหรือแหล่งการเรียนรู้
7. การวัดและประเมินผลการเรียนรู้
8. บันทึกหลังการจัดการเรียนรู้
  - 8.1 ผลการจัดการเรียนรู้
  - 8.2 ปัญหาและอุปสรรค
  - 8.3 แนวทางในการแก้ไขปัญหา
  - 8.4 ข้อเสนอแนะ

1.6 นำแผนการจัดการเรียนรู้เชิงรุก เรื่อง ภาคตัดกรวย ที่ผู้วิจัยสร้างเสร็จเรียบร้อยแล้ว แล้ว เสนอต่ออาจารย์ที่ปรึกษาปริญญาโท แล้วให้ผู้เชี่ยวชาญจำนวน 3 ท่าน ตรวจสอบความถูกต้องของเนื้อหา ความเหมาะสมของกระบวนการจัดการเรียนรู้ ความสอดคล้องของกระบวนการจัดการเรียนรู้กับจุดประสงค์การเรียนรู้ ความสอดคล้องของกระบวนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้กับสื่อหรือแหล่งการเรียนรู้ และความสอดคล้องของกระบวนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้กับการวัดและประเมินผลการเรียนรู้ โดยแผนการจัดการเรียนรู้เชิงรุกที่ผู้วิจัยจัดทำขึ้น มีค่า IOC เท่ากับ 1.00 แล้วนำข้อเสนอแนะมาปรับปรุงแก้ไขให้มีความสอดคล้องในองค์ประกอบต่าง ๆ ของแผนการจัดการเรียนรู้ โดยผู้เชี่ยวชาญมีข้อเสนอแนะในเรื่องระยะเวลาของการจัดกิจกรรมในบางแผนการจัดการเรียนรู้เชิงรุกซึ่งอาจใช้เวลานานเกินไป ผู้วิจัยจึงได้ปรับปรุงระยะเวลาในการทำกิจกรรมและนำแผนการจัดการเรียนรู้เชิงรุกไป try out ก่อนใช้จริงในกลุ่มทดลอง เพื่อทราบระยะเวลาที่เหมาะสมในการทำกิจกรรมในแผนการจัดการเรียนรู้เชิงรุก

1.7 นำแผนการจัดการเรียนรู้เชิงรุก เรื่อง ภาคตัดกรวย ที่ผ่านการปรับปรุงแก้ไขตามข้อเสนอแนะเรียบร้อยแล้ว เสนอต่ออาจารย์ที่ปรึกษาปริญญาโทเพื่อตรวจสอบพิจารณาอีกครั้ง แล้วนำมาปรับปรุงแก้ไขให้สมบูรณ์ เพื่อนำไปใช้ในการวิจัยกับกลุ่มทดลองต่อไป

ตาราง 4 ขั้นตอนและกิจกรรมการจัดการเรียนรู้เชิงรุก วิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง ภาคตัดกรวย

คาบที่	เนื้อเรื่อง	ขั้นตอนการจัดการเรียนรู้เชิงรุก	กิจกรรมการจัดการเรียนรู้เชิงรุก
1 - 2	ส่วนประกอบและลักษณะของวงรีเมื่อจุดศูนย์กลางอยู่ที่ (0,0)	1. ช้่นนำ	- การสร้างแรงจูงใจ - การใช้คำถาม
		2. ช้่นนำเสนอสถานการณ์	- การอภิปรายร่วมกัน
		3. ช้่นปฏิบัติกิจกรรม	- Round Table
		4. ช้่นสร้างองค์ความรู้	- Round Table - การใช้เกม
		5. ช้่นสรุป	- End of Class Query



ตาราง 4 (ต่อ)

คาบที่	เนื้อเรื่อง	ขั้นตอนการจัดการ เรียนรู้เชิงรุก	กิจกรรมการจัดการ เรียนรู้เชิงรุก
3 - 4	ส่วนประกอบและ ลักษณะของวงรี เมื่อจุดศูนย์กลางอยู่ที่ (h,k)	1. ขั้นนำ	- การอภิปรายร่วมกัน - การใช้คำถาม
		2. ขั้นนำเสนอสถานการณ์	- การระดมความคิดร่วมกัน
		3. ขั้นปฏิบัติกิจกรรม	- Group Discussion
		4. ขั้นสร้างองค์ความรู้	- การอภิปราย การใช้เกม
		5. ขั้นสรุป	- Voting
5 - 6	สมการวงรี	1. ขั้นนำ	- การใช้คำถาม
		2. ขั้นนำเสนอสถานการณ์	- การอ่านอย่างกระตือรือร้น
		3. ขั้นปฏิบัติกิจกรรม	- Trade of Problem
		4. ขั้นสร้างองค์ความรู้	- Trade of Problem - การใช้เกม
		5. ขั้นสรุป	- Concept Map
7 - 8	โจทย์ปัญหาวงรี	1. ขั้นนำ	- การอภิปรายร่วมกัน
		2. ขั้นนำเสนอสถานการณ์	- การระดมความคิดร่วมกัน
		3. ขั้นปฏิบัติกิจกรรม	- Think – Pair – Share
		4. ขั้นสร้างองค์ความรู้	- Think – Pair – Share - การใช้เกม
		5. ขั้นสรุป	- Students Reflection

ตาราง 4 (ต่อ)

คาบที่	เนื้อเรื่อง	ขั้นตอนการจัดการ เรียนรู้เชิงรุก	กิจกรรมการจัดการ เรียนรู้เชิงรุก
9 - 10	ส่วนประกอบและ ลักษณะของ ไฮเพอร์โบล่า	1. ขั้นนำ	- การใช้คำถาม
		2. ขั้นนำเสนอสถานการณ์	- การอภิปรายร่วมกัน
		3. ขั้นปฏิบัติกิจกรรม	- Round Table
		4. ขั้นสร้างองค์ความรู้	- Round Table
		5. ขั้นสรุป	- End of Class Query
11 - 12	สมการไฮเพอร์โบล่า	1. ขั้นนำ	- การอภิปรายร่วมกัน - การใช้คำถาม
		2. ขั้นนำเสนอสถานการณ์	- การอ่านอย่างกระตือรือร้น
		3. ขั้นปฏิบัติกิจกรรม	- Trade of Problem
		4. ขั้นสร้างองค์ความรู้	- Trade of Problem - การใช้เกม
		5. ขั้นสรุป	- Concept Map
13 - 14	โจทย์ปัญหา ไฮเพอร์โบล่า	1. ขั้นนำ	- การอภิปราย - การใช้คำถาม
		2. ขั้นนำเสนอสถานการณ์	- การระดมความคิดร่วมกัน
		3. ขั้นปฏิบัติกิจกรรม	- Gallery Walk
		4. ขั้นสร้างองค์ความรู้	- Gallery Walk
		5. ขั้นสรุป	- Students Reflection
		5. ขั้นสรุป	- Concept Map

## 2. แผนการจัดการเรียนรู้ด้วยวิธีการเรียนแบบปกติ

ผู้วิจัยได้ดำเนินการสร้างและหาคุณภาพแผนการจัดการเรียนรู้ด้วยวิธีการเรียนแบบปกติ วิชาคณิตศาสตร์ ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 เรื่อง ภาคตัดกรวย ตามขั้นตอนต่อไปนี้

2.1 ศึกษาแนวคิด ทฤษฎี เกี่ยวกับการจัดการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ จากหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) และหลักสูตรสถานศึกษา โรงเรียนสาธิตมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร (ฝ่ายมัธยม) ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

2.2 ศึกษาจุดประสงค์การเรียนรู้ มาตรฐานการเรียนรู้ ตัวชี้วัด สาระสำคัญ สาระการเรียนรู้ กิจกรรมการเรียนรู้ สื่อ การวัดและประเมินผล โดยวางแผนเนื้อหาที่ใช้ในการจัดการเรียนรู้ให้เหมาะสมกับเวลาที่หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) และหลักสูตรสถานศึกษา โรงเรียนสาธิตมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร (ฝ่ายมัธยม) กำหนด

2.3 วิเคราะห์มาตรฐานการเรียนรู้ ตัวชี้วัด จุดประสงค์การเรียนรู้ สาระการเรียนรู้ ให้สอดคล้องกับการเรียนแบบปกติ โดยวางแผนวิธีการสอน และการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ให้เหมาะสมกับเนื้อหาตามหลักสูตรสถานศึกษาที่กำหนด

2.4 ดำเนินการจัดทำแผนการจัดการเรียนรู้ด้วยวิธีการเรียนแบบปกติ เรื่อง ภาคตัดกรวย ให้มีความสอดคล้องกับมาตรฐานการเรียนรู้ ตัวชี้วัด และจุดประสงค์การเรียนรู้ โดยแต่ละแผนการจัดการเรียนรู้ด้วยวิธีการเรียนแบบปกติ มีรายละเอียด ดังนี้

1. มาตรฐานการเรียนรู้/ตัวชี้วัด
2. สาระสำคัญ
3. จุดประสงค์การเรียนรู้ ซึ่งประกอบด้วย 3 ด้าน
  - 3.1 ด้านความรู้
  - 3.2 ด้านทักษะและกระบวนการ
  - 3.3 ด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์
4. สาระการเรียนรู้
5. กิจกรรมการเรียนรู้ ประกอบด้วย
  - 5.1 ชี้นำ
  - 5.2 ชี้นสอน
  - 5.3 ชี้นสรุป

6. สื่อหรือแหล่งการเรียนรู้
7. การวัดและประเมินผลการเรียนรู้
8. บันทึกหลังการจัดการเรียนรู้
  - 8.1 ผลการจัดการเรียนรู้
  - 8.2 ปัญหาและอุปสรรค
  - 8.3 แนวทางในการแก้ไขปัญหา
  - 8.4 ข้อเสนอแนะ

2.5 นำแผนการจัดการเรียนรู้ด้วยวิธีการเรียนแบบปกติ เรื่อง ภาคตัดกรวย ที่ผู้วิจัย สร้างเสร็จเรียบร้อยแล้ว เสนอต่ออาจารย์ที่ปรึกษาปริญญาโท แล้วให้ผู้เชี่ยวชาญจำนวน 3 ท่าน ตรวจสอบความถูกต้องของเนื้อหา ความเหมาะสมของกระบวนการจัดการเรียนรู้ ความ สอดคล้องของกระบวนการจัดการเรียนรู้กับจุดประสงค์การเรียนรู้ ความสอดคล้องของ กระบวนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้กับสื่อหรือแหล่งการเรียนรู้ และความสอดคล้องของ กระบวนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้กับการวัดและประเมินผลการเรียนรู้ โดยแผนการจัดการเรียนรู้ ด้วยวิธีการเรียนแบบปกติที่ผู้วิจัยจัดทำขึ้น มีค่า IOC เท่ากับ 1.00 แล้วนำข้อเสนอแนะมาปรับปรุง แก้ไขให้มีความสอดคล้องในองค์ประกอบต่าง ๆ ของแผนการจัดการเรียนรู้

2.6 นำแผนการจัดการเรียนรู้ด้วยวิธีการเรียนแบบปกติ เรื่อง ภาคตัดกรวย ที่ผ่าน การปรับปรุงแก้ไขตามข้อเสนอแนะเรียบร้อยแล้ว เสนอต่ออาจารย์ที่ปรึกษาปริญญาโทเพื่อ ตรวจสอบพิจารณาอีกครั้ง แล้วนำมาปรับปรุงแก้ไขให้สมบูรณ์ เพื่อนำไปใช้ในการวิจัยกับกลุ่ม ควบคุมต่อไป

ตาราง 5 ขั้นตอนและการจัดการเรียนรู้ด้วยวิธีการเรียนแบบปกติ วิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง ภาคตัดกรวย

คาบที่	เนื้อเรื่อง	ขั้นตอนการจัดการเรียนรู้ด้วยวิธีการเรียนแบบปกติ	การจัดการเรียนรู้ด้วยวิธีการเรียนแบบปกติ
1 - 2	ส่วนประกอบและลักษณะของวงรี เมื่อจุดศูนย์กลางอยู่ที่ (0,0)	1. ช้่นนำ	- การสังเกต - การใช้ใบกิจกรรม เรื่อง บทนิยามของวงรี
		2. ช้่นสอน	- การอภิปราย - การใช้คำถาม - การใช้โปรแกรม Desmos
		3. ช้่นสรุป	- Mind Mapping
3 - 4	ส่วนประกอบและลักษณะของวงรี เมื่อจุดศูนย์กลางอยู่ที่ (h,k)	1. ช้่นนำ	- การนำเสนอผลงาน Mind Mapping
		2. ช้่นสอน	- การอภิปราย - การใช้คำถาม - การใช้โปรแกรม Desmos
		3. ช้่นสรุป	- กิจกรรมเกม Kahoot
5 - 6	สมการวงรี	1. ช้่นนำ	- การใช้คำถาม
		2. ช้่นสอน	- การอภิปราย - การใช้คำถาม - การใช้โปรแกรม Desmos
		3. ช้่นสรุป	- การใช้คำถาม

ตาราง 5 (ต่อ)

คาบที่	เนื้อเรื่อง	ขั้นตอนการจัดการเรียนรู้ ด้วยวิธีการเรียนแบบปกติ	การจัดการเรียนรู้ด้วย วิธีการเรียนแบบปกติ
7 - 8	โจทย์ปัญหาวงรี	1. ช้่นนำ	- การสังเกต - การใช้คำถาม
		2. ช้่นสอน	- การอภิปราย - การใช้คำถาม - การใช้โปรแกรม Desmos
		3. ช้่นสรุป	- Exit Card
9 - 10	ส่วนประกอบและ ลักษณะของ ไฮเพอร์โบลา	1. ช้่นนำ	- การสังเกต - การอภิปราย จาก VDO
		2. ช้่นสอน	- การอภิปราย - การใช้คำถาม - การใช้โปรแกรม Desmos
		3. ช้่นสรุป	- Mind Mapping
11 - 12	สมการไฮเพอร์โบลา	1. ช้่นนำ	- การนำเสนอผลงาน Mind Mapping
		2. ช้่นสอน	- การอภิปราย - การใช้คำถาม - การใช้โปรแกรม Desmos
		3. ช้่นสรุป	- การใช้คำถาม
13 - 14	โจทย์ปัญหา ไฮเพอร์โบลา	1. ช้่นนำ	- การสังเกต
		2. ช้่นสอน	- การอภิปราย - การใช้คำถาม - การใช้โปรแกรม Desmos
		3. ช้่นสรุป	- Exit Card

### 3. แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์

ผู้วิจัยได้ดำเนินการสร้างและหาคุณภาพของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 เรื่อง ภาคตัดกรวย โดยสร้างเป็นแบบทดสอบแบบเลือกตอบชนิด 4 ตัวเลือก จำนวน 15 ข้อ ตามขั้นตอนต่อไปนี้

3.1 ศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการวัดและประเมินผล และวิธีการสร้างแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์

3.2 วิเคราะห์รายละเอียดของมาตรฐานการเรียนรู้ ตัวชี้วัด จุดประสงค์การเรียนรู้ และสาระการเรียนรู้ของวิชาคณิตศาสตร์ ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) และหลักสูตรสถานศึกษาโรงเรียนสาธิตมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร (ฝ่ายมัธยม)

3.3 สร้างตารางวิเคราะห์ข้อสอบให้สอดคล้องกับตัวชี้วัด จุดประสงค์การเรียนรู้ และสาระการเรียนรู้ เรื่อง ภาคตัดกรวย ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) และหลักสูตรสถานศึกษาโรงเรียนสาธิตมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร (ฝ่ายมัธยม)

3.4 นำตารางวิเคราะห์ข้อสอบเสนอต่ออาจารย์ที่ปรึกษาปริญญาโท เพื่อตรวจสอบความสอดคล้อง ความถูกต้อง และความเหมาะสมของเนื้อหา แล้วปรับปรุงตามคำแนะนำ

3.5 ดำเนินการสร้างแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง ภาคตัดกรวย ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ซึ่งเป็นแบบทดสอบแบบเลือกตอบชนิด 4 ตัวเลือก จำนวน 30 ข้อ แล้วนำแบบทดสอบที่สร้างขึ้นเสนอต่ออาจารย์ที่ปรึกษาปริญญาโท เพื่อตรวจสอบความถูกต้อง และความเหมาะสมของแบบทดสอบ แล้วพิจารณาปรับปรุงแก้ไข

3.6 นำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง ภาคตัดกรวย เสนอต่อผู้เชี่ยวชาญด้านการสอนคณิตศาสตร์ จำนวน 3 ท่าน เพื่อตรวจสอบความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหา ความเหมาะสมของภาษา การสื่อความหมาย และข้อเสนอแนะ โดยพิจารณาหาค่าดัชนีความสอดคล้องระหว่างจุดประสงค์การเรียนรู้กับข้อคำถาม (IOC: Index of item-objective congruence)

3.7 นำผลการตรวจสอบของผู้เชี่ยวชาญทั้ง 3 ท่าน มาทำการวิเคราะห์เพื่อหาค่าดัชนีความสอดคล้องเป็นรายข้อ (IOC) โดยคัดเลือกข้อคำถามที่มีค่า IOC ตั้งแต่ 0.67 – 1.00 ซึ่งมีจำนวน 30 ข้อ จากนั้นปรับปรุงตามข้อเสนอแนะของผู้เชี่ยวชาญ

3.8 นำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง ภาคตัดกรวย ที่ปรับปรุงแก้ไขตามคำแนะนำของผู้เชี่ยวชาญแล้ว ไปทดลองใช้ (try out) กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ที่ไม่ใช่กลุ่มตัวอย่าง ที่เคยเรียนเรื่อง ภาคตัดกรวยมาแล้ว จำนวน 40 คน จากนั้นนำผลการตรวจมาวิเคราะห์เป็นรายชื่อ เพื่อหาค่าความยากง่าย (p) และค่าอำนาจจำแนก (r) แล้วคัดเลือกข้อสอบเพื่อใช้เป็นแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง ภาคตัดกรวย จำนวน 15 ข้อ โดยพิจารณาคัดเลือกข้อที่มีค่าความยากง่าย (p) ตั้งแต่ 0.28 – 0.80 และค่าอำนาจจำแนก (r) ตั้งแต่ 0.20 – 0.63 ซึ่งมีความครอบคลุมจุดประสงค์การเรียนรู้ตามตารางวิเคราะห์ข้อสอบ

3.9 นำแบบทดสอบที่คัดเลือกไว้ 15 ข้อ ไปทดลองใช้กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ที่ไม่ใช่กลุ่มตัวอย่างและไม่ใช่กลุ่มเดียวกับกลุ่มทดลองใช้ (try out) จำนวน 37 คน เพื่อวิเคราะห์หาค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบทั้งฉบับ โดยใช้โปรแกรมสำเร็จรูป ซึ่งมีค่าเท่ากับ 0.81 แล้วนำเสนอต่ออาจารย์ที่ปรึกษาปริญญาโท

3.10 จัดทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง ภาคตัดกรวย ฉบับสมบูรณ์เพื่อนำไปใช้กับกลุ่มตัวอย่างต่อไป

#### 4. แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

ผู้วิจัยได้ดำเนินการสร้างและหาคุณภาพของแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 เรื่อง ภาคตัดกรวย โดยสร้างเป็นแบบทดสอบอัตนัยชนิดแสดงวิธีทำจำนวน 3 ข้อ ตามขั้นตอนต่อไปนี้

4.1 ศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการวัดและประเมินผล และวิธีการสร้างแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

4.2 วิเคราะห์รายละเอียดของมาตรฐานการเรียนรู้ ตัวชี้วัด จุดประสงค์การเรียนรู้ ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ด้านการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) และหลักสูตรสถานศึกษา โรงเรียนสาธิตมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร (ฝ่ายมัธยม)

4.3 สร้างเกณฑ์การให้คะแนนแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยกำหนดเกณฑ์การให้คะแนนแบบรูบริค (Rubric scoring) ดังตาราง 6 ซึ่งผู้วิจัยได้ปรับปรุงจากเกณฑ์การให้คะแนนแบบเกณฑ์ย่อย จากสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2555, น. 128-129)



ตาราง 6 เกณฑ์การให้คะแนนแบบรูปรีคของแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ภาคตัดกรวย

รายการประเมิน	คะแนน (ระดับคุณภาพ)	เกณฑ์การพิจารณา
1. การทำความเข้าใจปัญหา		
1.1 สิ่งที่โจทย์ถาม	0.5 (ดี) 0 (ต้องปรับปรุง)	- เขียนแสดงสิ่งที่โจทย์ถามได้ถูกต้อง และครบถ้วน - เขียนแสดงสิ่งที่โจทย์ถามไม่ถูกต้องหรือไม่ครบถ้วน
1.2 สิ่งที่โจทย์กำหนดให้	0.5 (ดี) 0 (ต้องปรับปรุง)	- เขียนสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ได้ครบถ้วน และถูกต้อง - เขียนสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ไม่ครบถ้วน หรือไม่เข้าใจสิ่งที่โจทย์กำหนดให้
2. การวางแผนการแก้ปัญหา	1 (ดี) 0.5 (พอใช้) 0 (ต้องปรับปรุง)	- ระบุวิธีการที่สามารถนำไปสู่การแก้ปัญหาที่ถูกต้องเหมาะสม และสอดคล้องกับปัญหา - ระบุวิธีการที่สามารถนำไปสู่แก้ปัญหาที่ถูกต้อง แต่ยังไม่เหมาะสม หรือไม่ครอบคลุมประเด็นของปัญหา - ระบุวิธีการแก้ปัญหาไม่ถูกต้อง หรือไม่สามารถเลือกวิธีการแก้ปัญหาได้
3. การดำเนินการตามแผน	2 (ดี) 1 (พอใช้) 0 (ต้องปรับปรุง)	- นำวิธีการแก้ปัญหาไปใช้ได้ถูกต้อง โดยเขียนแสดงการแก้ปัญหาลำดับขั้นตอนได้ถูกต้อง - นำวิธีการแก้ปัญหาไปใช้ได้ถูกต้อง แต่การเขียนแสดงลำดับบางขั้นตอนการแก้ปัญหายังไม่ถูกต้อง - นำวิธีการแก้ปัญหาไปใช้ไม่ถูกต้อง หรือเขียนแสดงลำดับขั้นตอนการแก้ปัญหาไม่ถูกต้อง
4. การตรวจสอบกระบวนการแก้ปัญหา และคำตอบ	1 (ดี) 0.5 (พอใช้) 0 (ต้องปรับปรุง)	- เขียนตรวจสอบคำตอบได้อย่างถูกต้อง และชัดเจน - เขียนตรวจสอบคำตอบได้ถูกต้องบางส่วน หรือไม่ชัดเจน - ไม่มี การเขียน ตรวจสอบ คำตอบ หรือเขียนตรวจสอบคำตอบไม่ถูกต้อง และไม่ชัดเจน

ปรับปรุงจาก : สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2555). การวัดผลประเมินผลคณิตศาสตร์: กรุงเทพฯ : ซีเอ็ดดูเคชั่น. หน้า 130.

4.4 ดำเนินการสร้างแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ภาคตัดกรวย ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ซึ่งเป็นแบบทดสอบอัตนัยชนิด แสดงวิธีทำจำนวน 5 ข้อ

4.5 นำแบบทดสอบและเกณฑ์การให้คะแนนรูปรีคที่สร้างขึ้น เสนอต่ออาจารย์ที่ปรึกษาปริญญาโทเพื่อตรวจสอบความถูกต้อง และความเหมาะสมของแบบทดสอบ แล้วพิจารณาปรับปรุงแก้ไข

4.6 นำแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ เรื่อง ภาคตัดกรวย จำนวน 5 ข้อและเกณฑ์การให้คะแนนรูปรีค เสนอต่อผู้เชี่ยวชาญด้านการสอนวิชาคณิตศาสตร์ จำนวน 3 ท่าน เพื่อตรวจสอบความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหา ความเหมาะสมของภาษา การสื่อความหมาย และข้อเสนอแนะ โดยพิจารณาหาค่าดัชนีความสอดคล้องระหว่างจุดประสงค์การเรียนรู้กับข้อคำถาม (IOC: Index of item-objective congruence)

4.7 นำผลการตรวจสอบของผู้เชี่ยวชาญทั้ง 3 ท่าน มาทำการวิเคราะห์เพื่อหาค่าดัชนีความสอดคล้องเป็นรายข้อ (IOC) โดยคัดเลือกข้อคำถามที่มีค่า IOC ตั้งแต่ 0.67 – 1.00 ขึ้นไป จากนั้นปรับปรุงตามข้อเสนอแนะของผู้เชี่ยวชาญ

4.8 นำแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ เรื่อง ภาคตัดกรวย ที่ปรับปรุงแก้ไขตามคำแนะนำของผู้เชี่ยวชาญแล้ว ไปทดลองใช้ (try out) กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ที่ไม่ใช่กลุ่มตัวอย่าง ที่เคยเรียนเรื่อง ภาคตัดกรวยมาแล้ว จำนวน 40 คน เพื่อหาคุณภาพของแบบทดสอบ

4.9 ตรวจให้คะแนนแบบทดสอบที่นักเรียนทำ โดยใช้เกณฑ์การให้คะแนนรูปรีคที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นตามตาราง 6

4.10 นำผลการทดสอบมาวิเคราะห์เป็นรายข้อ เพื่อหาค่าความยากง่าย (p) และค่าอำนาจจำแนก (r) โดยใช้การวิเคราะห์ข้อสอบอัตนัย (อิทธิพัทธ์ สุวทันพรภูณ, 2557, น. 191 - 192) ของแบบทดสอบที่สร้างขึ้นเป็นรายข้อ โดยคัดเลือกข้อสอบที่มีค่าความยากง่าย (p) ตั้งแต่ 0.51 – 0.71 และค่าอำนาจจำแนก (r) ตั้งแต่ 0.37 – 0.53

4.11 นำแบบทดสอบที่คัดเลือกไว้ 3 ข้อ ไปทดลองใช้กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ที่ไม่ใช่กลุ่มตัวอย่างและไม่ใช่กลุ่มเดียวกับกลุ่มทดลองใช้ (try out) จำนวน 37 คน เพื่อวิเคราะห์หาค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบทั้งฉบับ ซึ่งมีค่าเท่ากับ 0.87 โดยใช้สูตรการหาค่าสัมประสิทธิ์แอลฟา ( $\alpha$  - Coefficient) ของครอนบัค (ล้วน สายยศ และอังคณา สายยศ, 2543, น. 218-220) แล้วนำเสนอต่ออาจารย์ที่ปรึกษาปริญญาโท

4.12 นำคะแนนจากแบบทดสอบที่คัดเลือกไว้ มาหาค่าความเชื่อมั่นของการตรวจให้คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยมีผู้วิจัยและผู้ช่วยผู้วิจัยอีก 1 ท่าน ตรวจให้คะแนนแบบทดสอบตามเกณฑ์วิธีที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น จากนั้นนำคะแนนของผู้วิจัยและผู้ช่วยผู้วิจัยมาหาค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์อย่างง่ายของเพียร์สัน (ล้วน สายยศ และอังคณา สายยศ, 2543, น. 210-212) เพื่อตรวจสอบการให้คะแนน ซึ่งได้ค่าเท่ากับ 0.92

4.13 จัดทำแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ภาคตัดกรวย ฉบับสมบูรณ์เพื่อนำไปใช้กับกลุ่มตัวอย่างต่อไป

### การเก็บรวบรวมข้อมูล

#### แบบแผนการวิจัย

การวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยใช้แบบแผนการทดลองแบบ Control – Group Pretest – Posttest Design (ชูศรี วงศ์รัตน์, 2546, น. 380) โดยกลุ่มทดลองได้รับการจัดการเรียนรู้เชิงรุก และกลุ่มควบคุมได้รับการเรียนแบบปกติ ดังนี้

ตาราง 7 แบบแผนการทดลอง

การกำหนดเข้ากลุ่ม	สอบก่อน	ตัวแปรอิสระ	สอบหลัง
E	$T_{1E}$	X	$T_{2E}$
C	$T_{1C}$	-	$T_{2C}$

#### สัญลักษณ์ที่ใช้ในแบบแผนการทดลอง

E	แทน	กลุ่มทดลอง (Experimental Group)
C	แทน	กลุ่มควบคุม (Control Group)
X	แทน	การจัดการเรียนรู้เชิงรุก
-	แทน	การเรียนแบบปกติ
$T_{1E}$ , $T_{1C}$	แทน	การสอบก่อนการทดลอง (Pretest) ของกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม
$T_{2E}$ , $T_{2C}$	แทน	การสอบหลังการทดลอง (Posttest) ของกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม

## ขั้นตอนการดำเนินการวิจัย

ในการศึกษาวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยได้ดำเนินการทดลองตามขั้นตอนต่อไปนี้

1. ขอความร่วมมือจากโรงเรียนสาธิตมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร (ฝ่ายมัธยม) เขตวัฒนา กรุงเทพมหานคร เลือกลุ่มตัวอย่างของการวิจัย ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 จำนวน 2 ห้องเรียน ซึ่งเป็นห้องที่ผู้วิจัยดำเนินการสอนด้วยตนเอง โดยใช้การจัดการเรียนรู้เชิงรุก เรื่อง ภาคตัดกรวย ในกลุ่มทดลอง 1 ห้องเรียน และใช้การเรียนแบบปกติ เรื่อง ภาคตัดกรวย ในกลุ่มควบคุม 1 ห้องเรียน
2. ชี้แจงนักเรียนที่เป็นกลุ่มตัวอย่างให้เข้าใจถึงขั้นตอน กระบวนการในการจัดการเรียนรู้ เรื่อง ภาคตัดกรวย เพื่อให้นักเรียนปฏิบัติตามได้อย่างถูกต้อง
3. ดำเนินการทดสอบก่อนเรียน (Pretest) จำนวน 2 คาบ กับนักเรียนกลุ่มทดลอง และกลุ่มควบคุม โดยใช้แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์แบบปรนัยชนิด 4 ตัวเลือก จำนวน 15 ข้อ และแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์แบบอัตนัยชนิดแสดงวิธีทำจำนวน 3 ข้อ จากนั้นทำการตรวจแล้วบันทึกเป็นคะแนนก่อนเรียน
4. ผู้วิจัยดำเนินการสอนด้วยตนเองทั้งกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมในเนื้อหา เรื่อง ภาคตัดกรวย โดยใช้เวลาสอนจำนวน 14 คาบเรียน คาบเรียนละ 45 นาที
 

กลุ่มทดลอง	ใช้การจัดการเรียนรู้เชิงรุก (Active Learning)
กลุ่มควบคุม	ใช้การจัดการเรียนแบบปกติ
5. ดำเนินการทดสอบหลังเรียน (Posttest) จำนวน 2 คาบเรียน กับนักเรียนกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม โดยใช้แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์และแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ซึ่งเป็นแบบทดสอบชุดเดียวกับที่ใช้ทดสอบก่อนเรียน จากนั้นทำการตรวจแล้วบันทึกเป็นคะแนนหลังเรียน
6. นำคะแนนที่ได้มาวิเคราะห์ข้อมูลโดยวิธีการทางสถิติเพื่อตรวจสอบสมมติฐาน

## การจัดกระทำและการวิเคราะห์ข้อมูล

ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยมีลำดับในการวิเคราะห์ข้อมูล ดังนี้

1. เปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง ภาคตัดกรวย ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่ได้รับการจัดการเรียนรู้เชิงรุกกับนักเรียนที่ได้รับการเรียนแบบปกติ โดยใช้สถิติ t-test for independent samples

2. เปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ภาคตัดกรวย ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่ได้รับการจัดการเรียนรู้เชิงรุกกับนักเรียนที่ได้รับการเรียนแบบปกติ โดยใช้สถิติ t-test for independent samples

3. เปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง ภาคตัดกรวย ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ก่อนและหลังการจัดการเรียนรู้เชิงรุก โดยใช้สถิติ t-test for dependent samples

4. เปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ภาคตัดกรวย ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ก่อนและหลังการจัดการเรียนรู้เชิงรุก โดยใช้สถิติ t-test for dependent samples

### สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล

ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยใช้สถิติในการวิเคราะห์ข้อมูล ดังนี้

#### 1. สถิติพื้นฐาน

1.1 ค่าเฉลี่ยเลขคณิต (Mean)

1.2 ค่าความเบี่ยงเบนมาตรฐาน (Standard deviation)

#### 2. สถิติที่ใช้เพื่อหาคุณภาพเครื่องมือในงานวิจัย

2.1 การหาค่าดัชนีความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหา (IOC) (ล้วน สายยศ และอังคณา สายยศ, 2543, น. 249) โดยใช้ค่าดัชนีความสอดคล้องระหว่างแผนการจัดการเรียนรู้กับจุดประสงค์การเรียนรู้ และแบบทดสอบกับจุดประสงค์การเรียนรู้ เรื่อง ภาคตัดกรวย

2.2 หาค่าความยากง่าย (P) และค่าอำนาจจำแนก (r) (ล้วน สายยศ และอังคณา สายยศ, 2543, น. 183-186) ของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์แบบปรนัย

2.3 หาค่าความยากง่าย (p) และค่าอำนาจจำแนก (r) ของแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยแบ่งนักเรียนเป็นกลุ่มเก่งและกลุ่มอ่อนใช้เทคนิค 50% ของนักเรียนที่เข้าสอบทั้งหมด ใช้สูตรการวิเคราะห์ข้อสอบแบบอัตนัย (อิทธิพัทธ์ สุวทันพรกุล, 2557, น. 191 - 192)

2.4 หาค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ โดยใช้โปรแกรมสำเร็จรูป

2.5 หาค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยใช้สูตรการหาค่าสัมประสิทธิ์แอลฟา ( $\alpha$  - Coefficient) ของครอนบัค (Cronbach) (ล้วน สายยศ และอังคณา สายยศ, 2543, น. 218-220)

2.6 หาค่าความเชื่อมั่นของการตรวจให้คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์อย่างง่ายของเพียร์สัน (ล้วน สายยศ และอังคณา สายยศ, 2543, น. 210-212) ซึ่งได้ค่าเท่ากับ 0.92

### 3. สถิติที่ใช้ทดสอบสมมติฐาน

3.1 ทดสอบสมมติฐานในข้อที่ 1 และข้อที่ 2 โดยใช้สถิติ t-test for independent samples

3.2 ทดสอบสมมติฐานในข้อที่ 3 และข้อที่ 4 โดยใช้สถิติ t-test for dependent samples



## บทที่ 4

### ผลการศึกษา

#### สัญลักษณ์ที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล

ในการวิเคราะห์ข้อมูล และการแปลความหมายของผลการวิเคราะห์ข้อมูลในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยได้กำหนดสัญลักษณ์ในการนำเสนอ เพื่อให้เกิดความเข้าใจที่ตรงกัน ดังนี้

n	แทน	จำนวนนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง
k	แทน	คะแนนเต็ม
$\bar{x}$	แทน	ค่าเฉลี่ยของคะแนน
S.D.	แทน	ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนน
Min	แทน	คะแนนต่ำสุด
Max	แทน	คะแนนสูงสุด
t	แทน	ค่าสถิติทดสอบที่นำมาใช้ในการพิจารณา t – Distribution
p-value	แทน	ค่าความน่าจะเป็น

#### การวิเคราะห์ข้อมูล

การวิเคราะห์ข้อมูล และการแปลผลการวิเคราะห์ข้อมูล การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ภาคตัดกรวย ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่ได้รับการจัดการเรียนรู้เชิงรุก กับการเรียนแบบปกติ ผู้วิจัยได้นำเสนอข้อมูลตามลำดับ ดังนี้

##### ส่วนที่ 1 ผลการวิเคราะห์ข้อมูลเชิงปริมาณ

1.1 ผลการเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง ภาคตัดกรวย ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่ได้รับการจัดการเรียนรู้เชิงรุกกับนักเรียนที่ได้รับการเรียนแบบปกติ โดยใช้สถิติ t-test for independent samples

1.2 ผลการเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ภาคตัดกรวย ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่ได้รับการจัดการเรียนรู้เชิงรุกกับนักเรียนที่ได้รับการเรียนแบบปกติ โดยใช้สถิติ t-test for independent samples

1.3 ผลการเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง ภาคตัดกรวย ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ก่อนและหลังได้รับการจัดการเรียนรู้เชิงรุก โดยใช้สถิติ t-test for dependent samples

1.4 ผลการเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ภาคตัดกรวย ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ก่อนและหลังได้รับการจัดการเรียนรู้เชิงรุก โดยใช้สถิติ t-test for dependent samples

## ส่วนที่ 2 ผลการวิเคราะห์ข้อมูลเชิงคุณภาพ

การวิเคราะห์ข้อมูลเชิงคุณภาพของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ภาคตัดกรวย ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ก่อนและหลังการจัดการเรียนรู้เชิงรุก ดังนี้

1) ผู้วิจัยพิจารณาจากการเขียนอธิบายในใบงานของนักเรียน โดยพิจารณาเป็น 3 ระยะ ดังนี้

1.1) ระยะที่ 1 เมื่อสิ้นสุดการจัดการเรียนรู้ตามแผนการจัดการเรียนรู้เชิงรุกที่ 2 (4 คาบเรียน) เพื่อวิเคราะห์ข้อมูลเกี่ยวกับกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนในช่วงเริ่มต้นของการจัดการเรียนรู้

1.2) ระยะที่ 2 เมื่อสิ้นสุดการจัดการเรียนรู้ตามแผนการจัดการเรียนรู้เชิงรุกที่ 4 (4 คาบเรียน) เพื่อวิเคราะห์ข้อมูลเกี่ยวกับกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนในช่วงกลางของการจัดการเรียนรู้

1.3) ระยะที่ 3 เมื่อสิ้นสุดการจัดการเรียนรู้ตามแผนการจัดการเรียนรู้เชิงรุกที่ 7 (6 คาบเรียน) เพื่อวิเคราะห์ข้อมูลเกี่ยวกับกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนในช่วงปลายของการจัดการเรียนรู้

2) การสังเกตพฤติกรรมในการทำกิจกรรม และผลงานของนักเรียน ได้แก่

2.1) กิจกรรม Round Table

2.2) กิจกรรมโดมิโนहरรรษา

2.3) กิจกรรม End of Class Query

2.4) Concept Map เรื่อง สมการวงรี และสมการไฮเพอร์โบล่า



## ผลการวิเคราะห์ข้อมูล

### ส่วนที่ 1 ผลการวิเคราะห์ข้อมูลเชิงปริมาณ

2.1 ผลการวิเคราะห์สถิติพื้นฐานและผลการเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง ภาคตัดกรวย ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่ได้รับการจัดการเรียนรู้เชิงรุก กับนักเรียนที่ได้รับการเรียนแบบปกติ ดังตาราง 8 และตาราง 9 ตามลำดับ

ตาราง 8 ผลการวิเคราะห์สถิติพื้นฐานของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้เชิงรุก กับนักเรียนที่ได้รับการเรียนแบบปกติ

ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์	n	k	Min	Max	$\bar{x}$	S.D.
การเรียนแบบเชิงรุก (กลุ่มทดลอง)	36	15	6	15	10.69	1.98
การเรียนแบบปกติ (กลุ่มควบคุม)	38	15	3	15	8.53	2.54

จากการวิเคราะห์ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ของนักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้เชิงรุก กับนักเรียนที่ได้รับการเรียนแบบปกติ คะแนนเต็ม 15 คะแนน พบว่า นักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้เชิงรุก (กลุ่มทดลอง) มีคะแนนต่ำสุดเท่ากับ 6 คะแนน คะแนนสูงสุดเท่ากับ 15 คะแนน ค่าเฉลี่ยเท่ากับ 10.69 คะแนน และค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 1.98 คะแนน ส่วนนักเรียนที่ได้รับการเรียนแบบปกติ (กลุ่มควบคุม) มีคะแนนต่ำสุดเท่ากับ 3 คะแนน คะแนนสูงสุดเท่ากับ 15 คะแนน ค่าเฉลี่ยเท่ากับ 8.53 คะแนน และค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 2.54 คะแนน

ตาราง 9 ผลการเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ที่ได้รับการจัดการเรียนรู้เชิงรุกกับนักเรียนที่ได้รับการเรียนแบบปกติ

ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์	n	$\bar{x}$	S.D.	t	p-value (2-tailed)
การเรียนแบบเชิงรุก (กลุ่มทดลอง)	36	10.69	1.98	4.140**	<0.001
การเรียนแบบปกติ (กลุ่มควบคุม)	38	8.53	2.54		

\*\* มีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

จากตาราง 9 พบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง ภาคตัดกรวย ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้เชิงรุกสูงกว่านักเรียนที่ได้รับการเรียนแบบปกติ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 ซึ่งเป็นไปตามสมมติฐานข้อที่ 1

2.2 ผลการวิเคราะห์สถิติพื้นฐานและผลการเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ภาคตัดกรวย ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่ได้รับการจัดการเรียนรู้เชิงรุกกับนักเรียนที่ได้รับการเรียนแบบปกติ ดังตาราง 10 และตาราง 11 ตามลำดับ

ตาราง 10 ผลการวิเคราะห์สถิติพื้นฐานของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ที่ได้รับการจัดการเรียนรู้เชิงรุกกับนักเรียนที่ได้รับการเรียนแบบปกติ

ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์	n	k	Min	Max	$\bar{x}$	S.D.
การเรียนแบบเชิงรุก (กลุ่มทดลอง)	36	15	3.00	15.00	11.21	3.25
การเรียนแบบปกติ (กลุ่มควบคุม)	38	15	2.50	13.00	9.16	2.83

จากการวิเคราะห์ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้เชิงรุก กับนักเรียนที่ได้รับการเรียนแบบปกติ คะแนนเต็ม 15 คะแนน พบว่านักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้เชิงรุก (กลุ่มทดลอง) มีคะแนนต่ำสุดเท่ากับ 3 คะแนน คะแนนสูงสุดเท่ากับ 15 คะแนน ค่าเฉลี่ยเท่ากับ 11.21 คะแนน และค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 3.25 คะแนน ส่วนนักเรียนที่ได้รับการเรียนแบบปกติ (กลุ่มควบคุม) มีคะแนนต่ำสุดเท่ากับ 2.50 คะแนน คะแนนสูงสุดเท่ากับ 13 คะแนน ค่าเฉลี่ยเท่ากับ 9.16 คะแนน และค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 2.83 คะแนน

ตาราง 11 ผลการเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ที่ได้รับการจัดการเรียนรู้เชิงรุกกับนักเรียนที่ได้รับการเรียนแบบปกติ

ความสามารถในการ แก้ปัญหาทาง คณิตศาสตร์	n	$\bar{x}$	S.D.	t	p-value (2-tailed)
การเรียนแบบเชิงรุก (กลุ่มทดลอง)	36	11.21	3.25	2.898**	.005
การเรียนแบบปกติ (กลุ่มควบคุม)	38	9.16	2.83		

\*\* มีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

จากตาราง 11 พบว่า ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ภาคตัดกรวย ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้เชิงรุกสูงกว่านักเรียนที่ได้รับการเรียนแบบปกติ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 ซึ่งเป็นไปตามสมมติฐานข้อที่ 2

2.3 ผลการวิเคราะห์สถิติพื้นฐานและผลการเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง ภาคตัดกรวย ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ก่อนและหลังได้รับการจัดการเรียนรู้เชิงรุก ดังตาราง 12 และตาราง 13 ตามลำดับ

ตาราง 12 ผลการวิเคราะห์สถิติพื้นฐานของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ก่อนและหลังได้รับการจัดการเรียนรู้เชิงรุก

ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน วิชาคณิตศาสตร์	n	k	Min	Max	$\bar{x}$	S.D.
ก่อนเรียน	36	15	1.00	7.00	3.89	1.49
หลังเรียน	36	15	6.00	15.00	10.69	1.98

จากการวิเคราะห์ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ก่อนและหลังได้รับการจัดการเรียนรู้เชิงรุก คะแนนเต็ม 15 คะแนน พบว่า ก่อนนักเรียนได้รับการจัดการเรียนรู้เชิงรุก มีคะแนนต่ำสุดเท่ากับ 1 คะแนน คะแนนสูงสุดเท่ากับ 7 คะแนน ค่าเฉลี่ยเท่ากับ 3.89 คะแนน และค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 1.49 คะแนน และหลังนักเรียนได้รับการจัดการเรียนรู้เชิงรุก มีคะแนนต่ำสุดเท่ากับ 6 คะแนน คะแนนสูงสุดเท่ากับ 15 คะแนน ค่าเฉลี่ยเท่ากับ 10.69 คะแนน และค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 1.98 คะแนน

ตาราง 13 ผลการเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ก่อนและหลังได้รับการจัดการเรียนรู้เชิงรุก

ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน วิชาคณิตศาสตร์	n	$\bar{x}$	S.D.	t	p-value (1-tailed)
ก่อนเรียน	36	3.89	1.49	17.271**	<0.001
หลังเรียน	36	10.69	1.98		

\*\* มีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

จากตาราง 13 พบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง ภาคตัดกรวย ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้เชิงรุกสูงกว่าก่อนได้รับการจัดการเรียนรู้ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 ซึ่งเป็นไปตามสมมติฐานข้อที่ 3

2.4 ผลการวิเคราะห์สถิติพื้นฐานและผลการเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ภาคตัดกรวย ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ก่อนและหลังได้รับการจัดการเรียนรู้เชิงรุก ดังตาราง 14 และตาราง 15 ตามลำดับ

ตาราง 14 ผลการวิเคราะห์สถิติพื้นฐานของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ก่อนและหลังได้รับการจัดการเรียนรู้เชิงรุก

ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์	n	k	Min	Max	$\bar{x}$	S.D.
ก่อนเรียน	36	15	0.00	3.00	2.14	0.76
หลังเรียน	36	15	3.00	15.00	11.21	3.25

จากการวิเคราะห์ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ก่อนและหลังได้รับการจัดการเรียนรู้เชิงรุก คะแนนเต็ม 15 คะแนน พบว่า ก่อนนักเรียนได้รับการจัดการเรียนรู้เชิงรุก มีคะแนนต่ำสุดเท่ากับ 0 คะแนน คะแนนสูงสุดเท่ากับ 3 คะแนน ค่าเฉลี่ยเท่ากับ 2.14 คะแนน และค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 0.76 คะแนน และหลังนักเรียนได้รับการจัดการเรียนรู้เชิงรุก มีคะแนนต่ำสุดเท่ากับ 3 คะแนน คะแนนสูงสุดเท่ากับ 15 คะแนน ค่าเฉลี่ยเท่ากับ 11.21 คะแนน และค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 3.25 คะแนน

ตาราง 15 ผลการเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ก่อนและหลังได้รับการจัดการเรียนรู้เชิงรุก

ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์	n	$\bar{x}$	S.D.	t	p-value (1-tailed)
ก่อนเรียน	36	2.14	0.76	17.445**	<0.001
หลังเรียน	36	11.21	3.25		

\*\* มีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

จากตาราง 15 พบว่า ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ภาคตัดกรวย ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้เชิงรุกสูงกว่าก่อนได้รับการจัดการเรียนรู้ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 ซึ่งเป็นไปตามสมมติฐานข้อที่ 4

## ส่วนที่ 2 ผลการวิเคราะห์ข้อมูลเชิงคุณภาพ

การวิเคราะห์ข้อมูลเชิงคุณภาพของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ผู้วิจัยได้วิเคราะห์ข้อมูล 2 ด้าน ได้แก่ 1) การเขียนอธิบายในใบงานของนักเรียน 2) การสังเกตพฤติกรรมในการทำกิจกรรม และผลงานของนักเรียน ดังนี้

1) ด้านการเขียนอธิบายในใบงานของนักเรียน จะวิเคราะห์การเขียนอธิบายทั้ง 4 ขั้นตอน ได้แก่ ขั้นตอนที่ 1 การทำความเข้าใจปัญหา ขั้นตอนที่ 2 การวางแผนการแก้ปัญหา ขั้นตอนที่ 3 การดำเนินการตามแผน และขั้นตอนที่ 4 การตรวจสอบกระบวนการแก้ปัญหาและคำตอบ เพื่อพิจารณาวิเคราะห์ปัญหาในแต่ละขั้นตอนการแก้ปัญหาของนักเรียน ว่ามีความเข้าใจมากน้อยเพียงใด มีกระบวนการแสดงวิธีการแก้ปัญหาอย่างไร และมีข้อบกพร่องในขั้นตอน หรือใน ส่วนใด โดยจะพิจารณาเป็น 3 ระยะ ดังนี้

1.1) ระยะที่ 1 (ในช่วงเริ่มต้นของการจัดการเรียนรู้) เมื่อสิ้นสุดการจัดการเรียนรู้ ตามแผนการจัดการเรียนรู้เชิงรุกที่ 2 (4 คาบเรียน) พบว่า การเขียนอธิบายกระบวนการแก้ปัญหา ของนักเรียนส่วนใหญ่ยังมีข้อบกพร่องที่แตกต่างกัน โดยเฉพาะขั้นตอนการทำความเข้าใจปัญหา และการดำเนินการตามแผน นักเรียนส่วนใหญ่ยังมีกระบวนการเขียนอธิบายที่ไม่ถูกต้อง ไม่ชัดเจน ไม่ครบถ้วน หรือไม่เขียนเลย ดังภาพประกอบ 9

คำชี้แจง จงบอกลักษณะของวงรี จุดศูนย์กลาง จุดโฟกัส จุดยอด ความยาวแกนเอก จุดปลายแกนโท ความยาวแกนโท ความยาวลาตัสเรกตัม และความเยื้องศูนย์กลาง พร้อมทั้งเขียนกราฟของวงรี ที่มีสมการดังต่อไปนี้

$$1. \frac{(x-1)^2}{25} + \frac{(y-2)^2}{16} = 1$$

วิธีทำ 1) ใจหายตามอะไร ใจหายกำหนดอะไรมาให้

ตาม ลักษณะของวงรี จุดศูนย์กลาง จุดโฟกัส จุดยอด ความยาวแกนเอก จุดปลายแกนโท  
ความยาวแกนโท ความยาวลาตัสเรกตัม และความเยื้องศูนย์กลาง  
ใจหายให้  $\frac{(x-1)^2}{25} + \frac{(y-2)^2}{16} = 1$

2) ใช้วิธีการหรือวางแผนอย่างไรในการแก้ปัญหา

คิดเลขตามข้อก่อนในรูปของสมการ และแทน a, b, c, h และ k หรือเขียนกราฟ

ภาพประกอบ 9 กระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน ในระยะที่ 1 ของการจัดการเรียนรู้เชิงรุก

3) ดำเนินการแก้ปัญหา

จัดรูปสมการในรูปมาตรฐาน จะได้  $\frac{(x-h)^2}{a^2} + \frac{(y-k)^2}{b^2} = 1$

จะได้ว่า  $a = 5$ ,  $b = 4$ ,  $h = 1$ ,  $k = 2$

จาก  $c^2 = a^2 - b^2 = 5^2 - 4^2 = 9$

จะได้ว่า  $c = 3$

ดังนั้น  $c = 3$

วงรีนี้เป็นวงรีแนว (ตั้งหรือนอน) ..... แนวตั้ง

จุดศูนย์กลางอยู่ที่  $C(1, 2)$

โฟกัสอยู่ที่  $F(-2, 2)$   $F(4, 2)$

จุดยอดอยู่ที่  $V(6, 2)$   $V(-4, 2)$

แกนเอกยาว  $2(a) = 10$  หน่วย

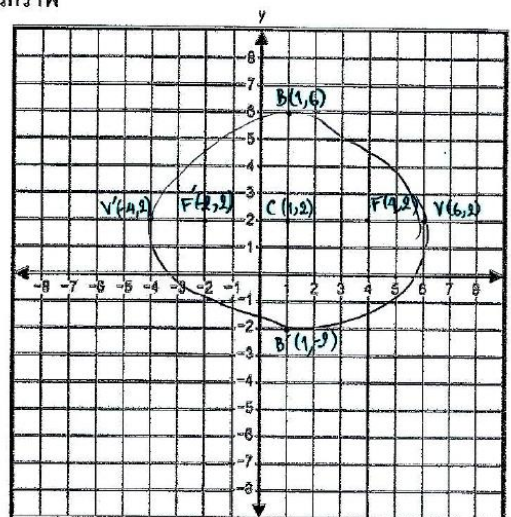
จุดปลายแกนโทอยู่ที่  $B(1, 6)$ ,  $B(1, -2)$

แกนโทยาว  $2(b) = 8$  หน่วย

ความยาวของลาตัสเรกตัม เท่ากับ  $\frac{2b^2}{a} = \frac{2(4)^2}{5} = \frac{32}{5}$

ความเยื้องศูนย์กลาง เท่ากับ  $\frac{c}{a} = \frac{3}{5}$

พื้นที่ในการเขียนกราฟ



4) ตรวจสอบคำตอบ

สมการ  $a=5, b=4, c=3, h=1, k=2$  สอดคล้องกัน

สมการครบ

ภาพประกอบ 9 (ต่อ) กระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน ในระยะที่ 1 ของ  
การจัดการเรียนรู้เชิงรุก

จากภาพประกอบ 9 พบว่า ในขั้นตอนที่ 1 การทำความเข้าใจปัญหา นักเรียนเขียนสิ่งที่โจทย์ถาม และสิ่งที่โจทย์กำหนดได้ถูกต้อง แต่ไม่ครบถ้วน โดยจากโจทย์จะเห็นว่า โจทย์ถามกราฟของวงรีด้วยแต่นักเรียนไม่ได้ระบุลงไป ในขั้นตอนที่ 2 การวางแผนการแก้ปัญหา นักเรียนเขียนการวางแผนการแก้ปัญหาได้อย่างกว้าง ๆ ไม่ชัดเจนมากนัก นักเรียนไม่ได้เขียนระบุว่า จะหาส่วนประกอบของวงรีแต่ละส่วนได้จากค่าใดบ้าง ในขั้นตอนที่ 3 การดำเนินการตามแผน ในขั้นตอนนี้ นักเรียนได้นำวิธีการในขั้นตอนที่ 2 มาหาส่วนประกอบต่าง ๆ ของวงรีได้อย่างถูกต้อง แต่การจัดรูปสมการมาตรฐานของนักเรียนยังไม่ถูกต้อง นักเรียนควรเขียนตัวส่วนของสมการให้อยู่ในรูป  $a^2$  และ  $b^2$  ให้ชัดเจน เพื่อหาส่วนประกอบของวงรีได้ง่ายและถูกต้อง และนักเรียนยังขาดความรอบคอบในการตอบ เช่น ความยาวของลาตัสเรกตัมที่นักเรียนไม่ได้ตอบหน่วย ส่วนการเขียนกราฟ นักเรียนเขียนกราฟได้ถูกต้อง แต่ยังไม่สวยมากนัก จึงทำให้เกิดรูปวงรีที่ไม่เสมือนจริง ในขั้นตอนที่ 4 การตรวจสอบกระบวนการแก้ปัญหา นักเรียนจะพิจารณาจากกราฟและส่วนประกอบของกราฟ ว่าสอดคล้องกับค่า  $a$ ,  $b$ ,  $c$ ,  $h$  และ  $k$  ที่คำนวณได้หรือไม่ ซึ่งสามารถแสดงแนวคิดในการตรวจสอบความถูกต้องได้ดี แต่อาจไม่สมบูรณ์ เพราะควรเขียนส่วนประกอบต่าง ๆ ในขั้นตอนที่ 4 ด้วยว่าสอดคล้องกับค่า  $a$ ,  $b$ ,  $c$ ,  $h$  และ  $k$  จริง

1.2) ระยะเวลาที่ 2 (ในช่วงกลางของการจัดการเรียนรู้) เมื่อสิ้นสุดการจัดการเรียนรู้ ตามแผนการจัดการเรียนรู้เชิงรุกที่ 4 (4 คาบเรียน) พบว่า การเขียนอธิบายกระบวนการแก้ปัญหาของนักเรียนส่วนใหญ่มีข้อบกพร่องในขั้นตอนต่าง ๆ ลดน้อยลง และมีการเขียนอธิบายขั้นตอนที่ 2 การวางแผนการแก้ปัญหาที่ถูกต้องและสมบูรณ์มากขึ้น ทำให้การดำเนินการแก้ปัญหาในขั้นตอนที่ 3 มีการเขียนแสดงวิธีการแก้ปัญหาที่เป็นลำดับขั้นตอน และสอดคล้องกับการวางแผนการแก้ปัญหามากขึ้น ดังภาพประกอบ 10



2. กำหนดให้  $F$  และ  $F'$  เป็นจุดโฟกัสของวงรีสมการ  $\frac{x^2}{5^2} + \frac{y^2}{13^2} = 1$  แล้ว พื้นที่สามเหลี่ยมที่มีจุดยอดคือ  $F$ ,  $F'$  และจุดปลายแกนโทจุดหนึ่งของวงรี เท่ากับเท่าใด

วิธีทำ 1) โจทย์ถามอะไร โจทย์กำหนดอะไรมาให้

โจทย์ถาม : พื้นที่สามเหลี่ยมที่มีจุดยอดคือ  $F$ ,  $F'$  และจุดปลายแกนโทจุดหนึ่งของวงรี

โจทย์กำหนด :  $F$  และ  $F'$  เป็นจุดโฟกัสของวงรีสมการ  $\frac{x^2}{5^2} + \frac{y^2}{13^2} = 1$

2) ให้วิธีการหรือวางแผนอย่างไรในการแก้ปัญหา

หาค่า  $a$ ,  $b$  และ  $c$  จากสมการ  $\frac{x^2}{5^2} + \frac{y^2}{13^2} = 1$  แล้วหาพื้นที่สามเหลี่ยม

จากพื้นที่วงรี

3) ดำเนินการแก้ปัญหา

จากสมการ  $\frac{x^2}{5^2} + \frac{y^2}{13^2} = 1$  จะได้  $a = 13$ ,  $b = 5$

$$c^2 = 13^2 - 5^2$$

$$= 169 - 25$$

$$= 144$$

$$c = 12$$

จาก  $a = 13$ ,  $b = 5$ ,  $c = 12$

พื้นที่ฐาน =  $12 \times 2 = 24$  หน่วย

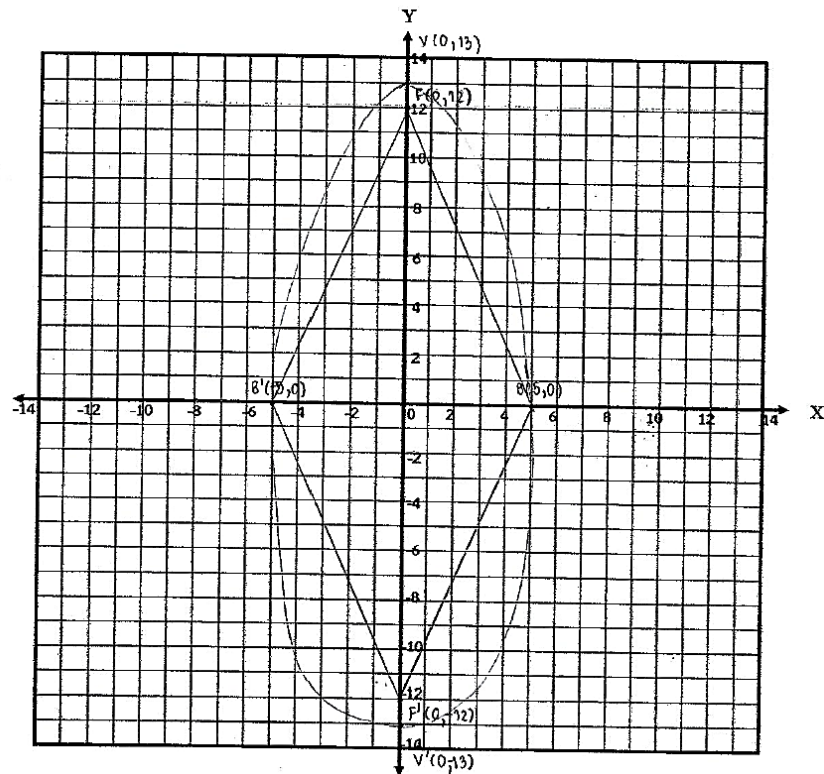
ความสูง = 5 หน่วย

พื้นที่สามเหลี่ยม =  $\frac{1}{2} \times 24 \times 5$

= 60 ตร. หน่วย

ภาพประกอบ 10 กระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน ในระยะที่ 2 ของการจัดการเรียนรู้เชิงรุก

## 4) ตรวจสอบคำตอบ



จากกราฟ จุด  $F(0,12)$ ,  $F'(0,-12)$ , และ  $B(-5,0)$  ทำให้เกิดพื้นที่  $FF'B$   
 $= 60$  ตร.หน่วย จริง

ตอบ  $60$  ตร.หน่วย

ภาพประกอบ 10 (ต่อ) กระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน ในระยะที่ 2 ของการ  
 จัดการเรียนรู้เชิงรุก

จากภาพประกอบ 10 พบว่า ในขั้นตอนที่ 1 การทำความเข้าใจปัญหา นักเรียนเขียนสิ่งที่โจทย์ถาม และสิ่งที่โจทย์กำหนดได้ถูกต้อง และครบถ้วน โดยแสดงให้เห็นว่า นักเรียนมีความเข้าใจมากขึ้น ซึ่งต่างกับระยะที่ 1 ที่นักเรียนจะเขียนตามสิ่งที่กำหนดมาให้ โดยไม่ได้ตีความว่าโจทย์ถามอะไร และโจทย์กำหนดอะไรมาให้บ้าง ข้อมูลใดจำเป็นต้องใช้ หรือไม่จำเป็นต้องใช้ ในขั้นตอนที่ 2 การวางแผนการแก้ปัญหา นักเรียนเขียนลำดับขั้นตอนการแก้ปัญหา ที่ถูกต้อง ชัดเจน อ่านแล้วเข้าใจได้ง่ายขึ้น ในขั้นตอนที่ 3 การดำเนินการตามแผน ในขั้นตอนนี้

นักเรียนได้นำวิธีการในขั้นตอนที่ 2 มาแสดงวิธีการแก้ปัญหาได้เป็นลำดับขั้นตอนที่ดี มีการเขียนแสดงวิธีทำอย่างละเอียด มีการอ้างเหตุผลในการหาค่าของตัวแปรต่าง ๆ ว่ามาจากสิ่งใด และได้ผลเป็นอะไร เช่น จาก  $a = 13$ ,  $b = 5$  และ  $c = 12$  ผลคือ จะได้ฐานของรูปสามเหลี่ยมยาวเท่าใด และความสูงของรูปสามเหลี่ยมยาวเท่าใด เป็นต้น แต่ในขั้นตอนนี้ยังมีบางส่วนที่ผิดพลาดเล็กน้อย เช่น ฐานยาว 24 หน่วย แต่นักเรียนเขียนเป็นพื้นที่ฐานยาว 24 หน่วย ซึ่งอาจเกิดจากกระบวนการคิด และความไม่รอบคอบ ซึ่งพบเจอในนักเรียนหลายคนเกี่ยวกับข้อผิดพลาดในเรื่องการเขียนหน่วย ในขั้นตอนที่ 4 การตรวจสอบกระบวนการแก้ปัญหา นักเรียนจะพิจารณาจากกราฟและส่วนประกอบของกราฟ แล้วนำมาช่วยในการตรวจสอบคำตอบโดยลากเส้นเชื่อมระหว่างจุดไฟกัสนี้ทั้งสองจุด กับจุดปลายแกนโทจุดหนึ่งของวงรี ซึ่งการเขียนกราฟของนักเรียนถูกต้อง ส่วนการเขียนอธิบายของนักเรียนในขั้นนี้ถูกต้อง แต่ไม่สมบูรณ์มากนัก นักเรียนควรแสดงวิธีการคำนวณหาพื้นที่เพื่อให้เกิดความถูกต้อง และชัดเจนขึ้น

1.3) ระยะเวลาที่ 3 (ในช่วงปลายของการจัดการเรียนรู้) เมื่อสิ้นสุดการจัดการเรียนรู้ตามแผนการจัดการเรียนรู้เชิงรุกที่ 7 (6 คาบเรียน) พบว่า นักเรียนเขียนอธิบายกระบวนการแก้ปัญหาได้ถูกต้อง สมบูรณ์ การหาคำตอบเป็นลำดับขั้นตอนที่ชัดเจน มีการอ้างเหตุผลที่เหมาะสมในการได้มาของคำตอบ และสามารถตรวจสอบคำตอบที่ได้จากความสอดคล้องของกระบวนการแก้ปัญหาที่นักเรียนนำเสนอได้อย่างถูกต้อง และครบถ้วน ดังภาพประกอบ 11

3. จงหาสมการไฮเพอร์โบลาที่มีจุดยอด คือ  $(-5,3)$  และ  $(3,3)$  และจุดไฟกัสนี้จุดหนึ่ง คือ  $(-7,3)$

วิธีทำ 1) โจทย์ถามอะไร โจทย์กำหนดอะไรมาให้

โจทย์ถาม จงหาสมการไฮเพอร์โบลา

โจทย์กำหนด จุดยอด คือ  $(-5,3)$  และ  $(3,3)$  และจุดไฟกัสนี้จุดหนึ่ง คือ  $(-7,3)$

2) ใช้วิธีการหรือวางแผนอย่างไรในการแก้ปัญหา

จากจุดยอด คือ  $(-5,3)$  และ  $(3,3)$  แสดงว่าจุดศูนย์กลางอยู่ที่  $(h,k)$  เป็นไฮเพอร์โบลาที่มีแกนแนวนอนอยู่บนเส้นตรงที่ขนานแกน x หาค่าของ a และ b จากจุดยอด และจุดไฟกัสนี้จุดหนึ่งคือ  $(-7,3)$  แล้วหาสมการไฮเพอร์โบลา และตรวจสอบความถูกต้องจากกราฟ

ภาพประกอบ 11 กระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน ในระยะที่ 3 ของการจัดการเรียนรู้เชิงรุก

3) ดำเนินการแก้ปัญหา

จาก จุดยอด  $(-5,3)$  และ  $(3,3)$  จะได้  $c(-1,3)$

$$\text{จะได้ } a=4$$

จาก จุดโฟกัส  $(-7,3)$  จะได้  $c=6$

$$\text{จาก } c^2 = a^2 + b^2$$

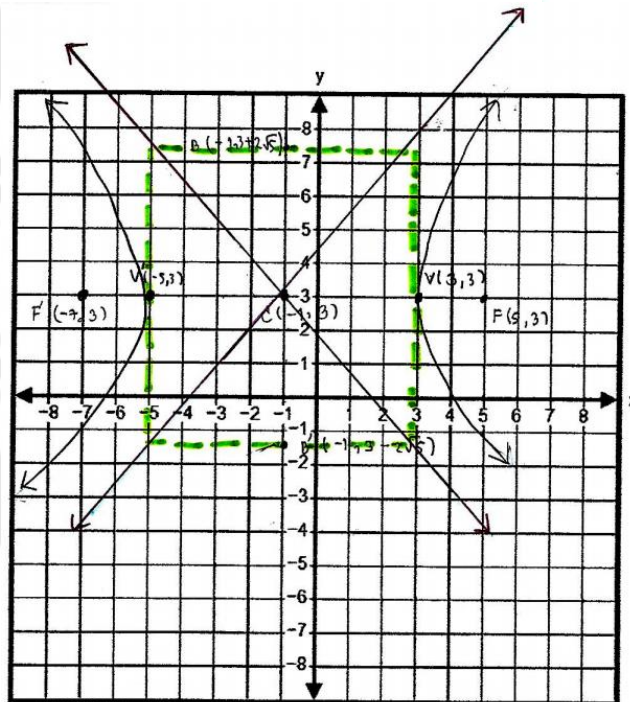
$$b^2 = 4^2 + b^2$$

$$b^2 = 20$$

$$b = \sqrt{20} \approx 4.4$$

$$\therefore \text{สมการไฮเพอร์โบลา คือ } \frac{(x+1)^2}{4^2} - \frac{(y-3)^2}{(2\sqrt{5})^2} = 1$$

4) ตรวจสอบคำตอบ



หากเราเปลี่ยนสมการไฮเพอร์โบลา  $\frac{x^2}{(2\sqrt{5})^2} - \frac{y^2}{4^2} = 1$  มีจุดศูนย์กลาง  $(0,0)$

จุดปลายด้านหนึ่งของแกนตั้งคือ  $(0,4)$

และจุดโฟกัสจุดหนึ่งอยู่ที่  $(-6,0)$  ว่าง

ตอบ สมการมาตรฐานของไฮเพอร์โบลา คือ  $\frac{x^2}{(2\sqrt{5})^2} - \frac{y^2}{4^2} = 1$

ภาพประกอบ 11 (ต่อ) กระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน ในระยะที่ 3 ของ  
การจัดการเรียนรู้เชิงรุก

จากภาพประกอบ 11 พบว่า ในขั้นตอนที่ 1 การทำความเข้าใจปัญหา นักเรียนเขียนสิ่งที่โจทย์ถาม และสิ่งที่โจทย์กำหนดได้ถูกต้อง และครบถ้วน ในขั้นตอนที่ 2 การวางแผนการแก้ปัญหา นักเรียนเขียนอธิบายการวางแผนการแก้ปัญหาที่ถูกต้อง ละเอียด และชัดเจนทำให้นักเรียนสามารถใช้การวางแผนของตนเองในขั้นตอนที่ 3 การดำเนินการตามแผน ได้อย่างเป็นลำดับขั้น มีความสอดคล้องและเชื่อมโยงกันระหว่างการหาค่าต่าง ๆ ที่จะนำไปสู่การหาคำตอบของโจทย์ปัญหา โดยแสดงเป็นเหตุผลที่ถูกต้อง ว่าค่าต่าง ๆ ที่ได้มาจากสิ่งใดบ้าง ซึ่งจะมองเห็นความเชื่อมโยงในการแก้ปัญหาของแต่ละขั้นตอนย่อยอย่างชัดเจน ในขั้นตอนที่ 4 การตรวจสอบกระบวนการแก้ปัญหา นักเรียนเขียนกราฟและพิจารณาความสอดคล้องของคำตอบที่ได้กับกราฟ ว่ามีความสอดคล้องกับสิ่งที่โจทย์ถามและสิ่งที่โจทย์กำหนดหรือไม่ โดยมีการเขียนอธิบายที่ถูกต้อง และมีการสรุปคำตอบของปัญหาอย่างสมบูรณ์

2) ด้านการสังเกตพฤติกรรมในการทำกิจกรรม และผลงานของนักเรียน ผู้วิจัยได้สังเกตนักเรียนขณะทำกิจกรรมกลุ่ม การแสดงความคิดเห็นระหว่างทำกิจกรรม และผลงานของนักเรียนแต่ละกลุ่ม ซึ่งสามารถบอกถึงความเข้าใจของนักเรียนในภาพรวมได้ โดยมีการสังเกตตลอดการทำกิจกรรมประกอบการจัดการเรียนรู้เชิงรุก ซึ่งมีตัวอย่างกิจกรรม เช่น

2.1) กิจกรรม Round Table ในขั้นตอนที่ 3 ขั้นปฏิบัติกิจกรรม ของแผนการจัดการเรียนรู้เชิงรุกที่ 1

2.2) กิจกรรมโดมิโนहरรรษา ในขั้นตอนที่ 4 ขั้นสร้างองค์ความรู้ของแผนการจัดการเรียนรู้เชิงรุกที่ 1

2.3) กิจกรรม End of Class Query ในขั้นตอนที่ 5 ขั้นสรุปของแผนการจัดการเรียนรู้เชิงรุกที่ 1

2.4) Concept Map เรื่อง สมการวงรี ในขั้นตอนที่ 5 ขั้นสรุปของแผนการจัดการเรียนรู้เชิงรุกที่ 3 และในขั้นตอนที่ 1 ขั้นนำ ของแผนการจัดการเรียนรู้เชิงรุกที่ 4 และเรื่อง สมการไฮเพอร์โบล่า ในขั้นตอนที่ 5 ขั้นสรุปของแผนการจัดการเรียนรู้เชิงรุกที่ 6 และในขั้นตอนที่ 1 ขั้นนำของแผนการจัดการเรียนรู้เชิงรุกที่ 7

โดยมีรายละเอียดต่าง ๆ ดังนี้

2.1) กิจกรรม Round Table ในขั้นตอนที่ 3 ขั้นปฏิบัติกิจกรรม ของแผนการจัดการเรียนรู้เชิงรุกที่ 1 โดยนักเรียนอ่านบัตรคำถาม แล้วเขียนคำตอบลงบัตรคำตอบ จากนั้นส่งบัตรคำตอบไปให้อีกกลุ่ม ในขณะที่วนคำตอบ นักเรียนแต่ละกลุ่มตรวจสอบคำตอบที่ได้กับกลุ่มอื่น  
 ดังภาพประกอบ 12

### บัตรคำถาม ข้อที่ 4

4. จงหาลักษณะของวงรี จุดศูนย์กลาง จุดโฟกัส จุดยอด ความยาวแกนเอก จุดปลายแกนโท ความยาวแกนโท ความยาวลาตัสเรกตัม และความเยื้องศูนย์กลาง พร้อมทั้งเขียนกราฟของวงรีที่มีสมการ  $5x^2 + 4y^2 - 20 = 0$

#### บัตรคำตอบ ข้อ 4 กลุ่ม ..... โลมมา

วงรีนี้เป็นวงรีแนว (ตั้งหรือนอน) ..... ตั้ง

จุดศูนย์กลางอยู่ที่ .....  $C(0,0)$

โฟกัสอยู่ที่ .....  $F(0,1)$  กับ  $F'(0,-1)$

จุดยอดอยู่ที่ .....  $V(0,\sqrt{5})$  กับ  $V'(0,-\sqrt{5})$

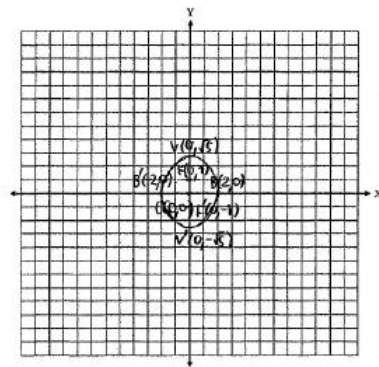
แกนเอกยาว .....  $2(\sqrt{5}) = 2\sqrt{5}$  หน่วย

จุดปลายแกนโทอยู่ที่ .....  $B(2,0)$  กับ  $B'(-2,0)$

แกนโทยาว .....  $2(2) = 4$  หน่วย

ความยาวของลาตัสเรกตัม เท่ากับ .....  $\frac{2(2)^2}{\sqrt{5}} = \frac{8}{\sqrt{5}} = \frac{8\sqrt{5}}{5}$

ความเยื้องศูนย์กลาง เท่ากับ .....  $\frac{1}{\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5}}{5}$



#### บัตรคำตอบ ข้อ 4 กลุ่ม ..... กนลาปไฟ แฮ่บ๋าย

วงรีนี้เป็นวงรีแนว (ตั้งหรือนอน) ..... ตั้ง

จุดศูนย์กลางอยู่ที่ .....  $C(0,0)$

โฟกัสอยู่ที่ .....  $F(0,3)$   $F'(0,-3)$

จุดยอดอยู่ที่ .....  $V(0,5)$   $V'(0,-5)$

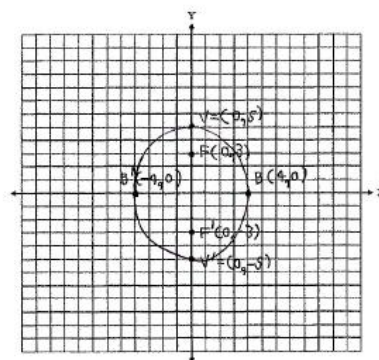
แกนเอกยาว ..... 10

จุดปลายแกนโทอยู่ที่ .....  $B(4,0)$   $B'(-4,0)$

แกนโทยาว ..... 8

ความยาวของลาตัสเรกตัม เท่ากับ .....  $\frac{2b^2}{a} = \frac{32}{5}$

ความเยื้องศูนย์กลาง เท่ากับ .....  $\frac{c}{a} = \frac{3}{5}$



ภาพประกอบ 12 ตัวอย่างบัตรคำถามและบัตรคำตอบในกิจกรรม Round Table ในขั้นตอนที่ 3

ขั้นปฏิบัติการของแผนการจัดการเรียนรู้เชิงรุกที่ 1

จากภาพประกอบ 12 พบว่า บัตรคำถามที่ได้เป็นบัตรคำถามเดียวกัน แต่คำตอบของนักเรียนสองกลุ่มข้างต้นแตกต่างกัน โดยนักเรียนกลุ่มโลมา พิจารณาค่าของ a , b และ c ของสมการมาตรฐานของวงรีได้อย่างถูกต้อง ส่วนกลุ่มกุหลาบไฟเช่น ๗ พิจารณาค่าของ a , b และ c ของสมการมาตรฐานของวงรีไม่ถูกต้อง จึงทำให้การหาส่วนประกอบต่าง ๆ ของวงรี ได้คำตอบไม่ตรงกับกลุ่มอื่น ๆ ซึ่งนักเรียนกลุ่มนี้ได้ตรวจสอบคำตอบกับกลุ่มอื่น ๆ จึงทำให้นักเรียนกลุ่มนี้ทราบว่า กลุ่มของตนเองมีข้อผิดพลาดส่วนใด แล้วแก้ไขจนได้คำตอบที่ถูกต้องด้วยตนเอง ทำให้เห็นว่า การจัดการเรียนรู้เชิงรุกในกิจกรรม Round Table ทำให้นักเรียนได้เรียนรู้ด้วยตนเอง สามารถตรวจสอบความรู้กับเพื่อนในกลุ่ม และวิเคราะห์ข้อผิดพลาดของกลุ่มตนเองหรือกลุ่มเพื่อน จนสามารถสร้างความรู้จากการเรียนรู้ร่วมกันได้

2.2) กิจกรรมโดมิโนहरราชอาณาจักร ในขั้นตอนที่ 4 ขั้นสร้างองค์ความรู้ของแผนการจัดการเรียนรู้เชิงรุกที่ 1 เป็นกิจกรรมที่ให้นักเรียนนำความรู้ที่ได้รับมาสร้างองค์ความรู้ผ่านกิจกรรมโดมิโนहरราชอาณาจักร ที่ให้นักเรียนแต่ละกลุ่มนำโดมิโนมาต่อเรียงกัน จากนั้นแปลความหมายจากการเรียงกันของโดมิโนที่ได้ ดังภาพประกอบ 13

**ใบกิจกรรมที่ 2 "โดมิโนहरราชอาณาจักร"**

**คำชี้แจง** 1. ให้นักเรียนต่อโดมิโนให้ถูกต้อง โดยให้ด้านที่อยู่ติดกันสัมพันธ์กัน ซึ่งเป็นความสัมพันธ์ของส่วนประกอบของวงรี

2. พลิกด้านหลังของโดมิโน แล้วนำศัพท์ภาษาอังกฤษที่ด้านหลังโดมิโนแต่ละตัวมาเรียงต่อกัน แล้วหาความหมายของคำศัพท์ที่ได้
3. บันทึกผลที่ได้ และนำเสนอหน้าชั้นเรียน

**บันทึกผลการทำกิจกรรม**

1) โดมิโนสามารถต่อได้ดังนี้

ความเยื้องศูนย์กลาง $= \frac{50}{3}$	$\frac{x^2+y^2}{100} = 1$	แกนเอกยาว 20 หน่วย	จุดโฟกัสคือ (0, ±5)	$\frac{x^2}{5} + \frac{y^2}{9} = 1$	$\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{16} = 1$	แกนโทยาว หน่วย	a = 5 b = 4 c = 3	ลาตติจูด - ลองจิจูด ยาว ๕		จุดยอดคือ (0, 5) และ (0, -5)	จุดศูนย์กลางคือ (3, 4)
---	---------------------------	-----------------------	------------------------	-------------------------------------	--------------------------------------	----------------	-------------------------	------------------------------	--	------------------------------	------------------------

2) คำศัพท์ที่ได้จากโดมิโนแต่ละตัวมีดังนี้

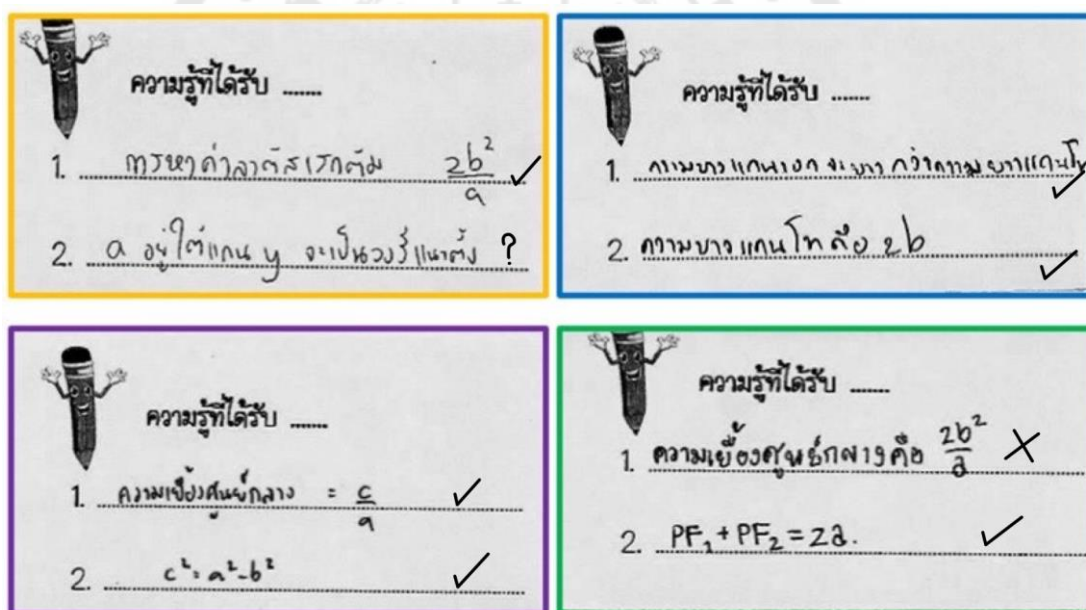


3) คำศัพท์ที่ได้ คือ **Ellipse** แปลว่า **วงรี**

ภาพประกอบ 13 ตัวอย่างผลงานใบกิจกรรมที่ 2 กิจกรรมโดมิโนहरราชอาณาจักร ในขั้นตอนที่ 4 ขั้นสร้างองค์ความรู้ของแผนการจัดการเรียนรู้เชิงรุกที่ 1

จากภาพประกอบ 13 พบว่า นักเรียนแต่ละกลุ่มสามารถใช้ความรู้เรื่อง วงรี มาใช้ในการทำกิจกรรมโดมิโนหรรษาได้ดี โดยช่วงแรกจะมีนักเรียนบางกลุ่มที่ยังมีความสับสน เกี่ยวกับการหาคำตอบของโดมิโนแต่ละตัว แต่เมื่อนักเรียนคนอื่น ๆ ได้อธิบายร่วมกัน เริ่มมีการ แลกเปลี่ยนความรู้กัน ผู้วิจัยสังเกตว่านักเรียนคนที่มีข้อสงสัยเริ่มแก้ปัญหาได้ โดยอาจมีเพื่อนคอย ช่วยเหลือในการแก้ปัญหา จนสามารถหาคำตอบได้อย่างถูกต้อง ทำให้นักเรียนสามารถสร้างองค์ ความรู้ได้ด้วยตนเองหรือสร้างร่วมกัน ผ่านการลงมือปฏิบัติกิจกรรม โดยมีผู้วิจัยอธิบายเพิ่มเติม เมื่อนักเรียนเกิดข้อสงสัย

2.3) กิจกรรม End of Class Query ในขั้นตอนที่ 5 ขั้นสรุปของแผนการ จัดการเรียนรู้อิงรุกที่ 1 เป็นกิจกรรมในช่วงท้ายคาบเรียนที่ให้นักเรียนแต่ละคน เขียนความรู้ที่ ได้รับ 2 ข้อลงในกระดาษที่กำหนดให้ แล้วหย่อนลงกล่องก่อนออกจากห้องเรียน ดังภาพประกอบ 14



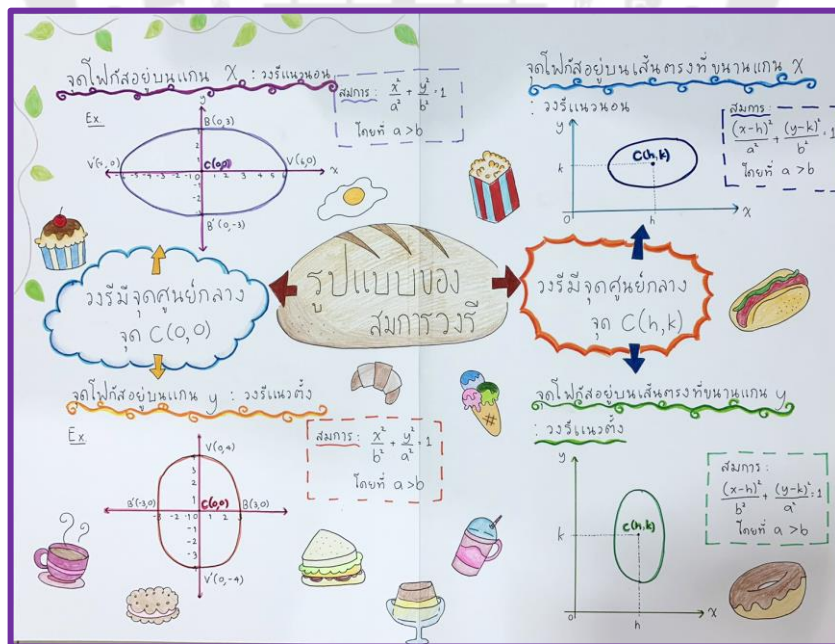
ภาพประกอบ 14 ตัวอย่างผลงานในกิจกรรม End of Class Query ในขั้นตอนที่ 5 ขั้นสรุปของ แผนการจัดการเรียนรู้อิงรุกที่ 1

จากภาพประกอบ 14 พบว่า กิจกรรม End of Class Query เป็นกิจกรรม หนึ่งของการจัดการเรียนรู้อิงรุก ที่ให้นักเรียนเขียนความรู้ที่ได้รับลงในกระดาษที่ผู้วิจัยกำหนดให้ ซึ่งผู้วิจัยสังเกตว่านักเรียนทุกคนได้เขียนความรู้ที่ได้รับครบทั้ง 2 ข้อก่อนออกจากห้องเรียน เมื่อ

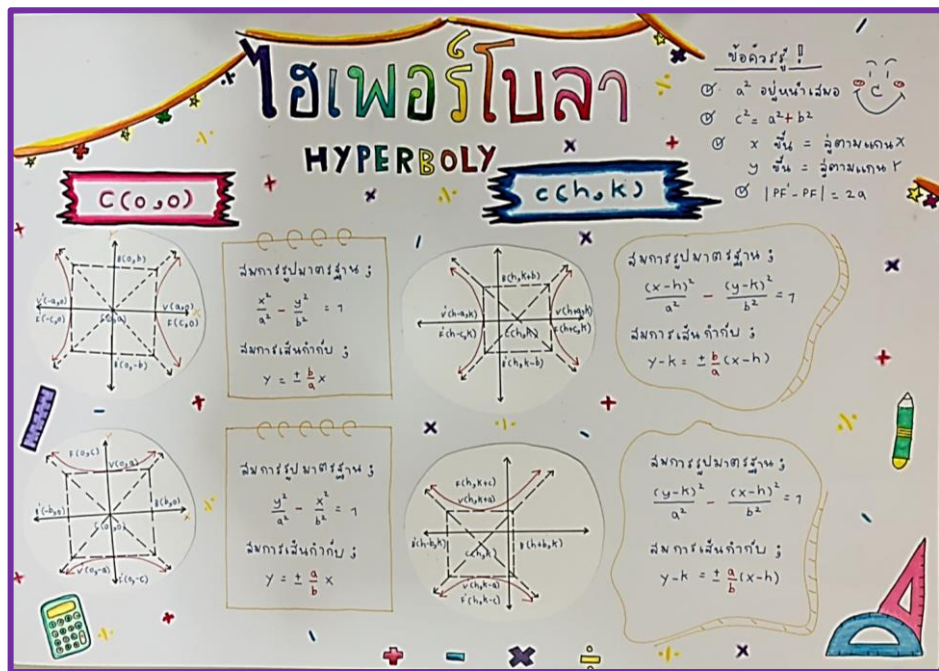


ผู้วิจัยอ่านความรู้ที่ได้รับจากที่นักเรียนเขียนพบว่า นักเรียนส่วนใหญ่เขียนความรู้ที่ได้รับได้อย่างถูกต้อง แสดงให้เห็นว่า นักเรียนมีความเข้าใจในเนื้อหาที่เรียน แต่มีนักเรียนบางคนยังเขียนความรู้ที่ได้รับไม่ถูกต้อง หรือเข้าใจเนื้อหาในการเรียนคาบนั้นผิดพลาดอยู่ เช่น นักเรียนที่เขียนความรู้ที่ได้รับในกรอบสี่เหลี่ยมของภาพประกอบที่ 14 ซึ่งจะเห็นว่านักเรียนจำสูตรผิด หรือจำสูตรสลับกัน หรือในกรอบสี่เหลี่ยมจะเห็นว่า การที่ค่า a อยู่ใต้ y ต้องระบุเงื่อนไขเพิ่มให้ชัดเจนว่า สมการต้องอยู่ในรูปมาตรฐานของวงรีด้วยจึงจะพิจารณาแนวของวงรีได้ จากกิจกรรมนี้ทำให้ผู้วิจัยทราบว่า นักเรียนส่วนใหญ่มีความเข้าใจ ไม่เข้าใจ หรือเข้าใจผิดในเนื้อหาที่เรียนเรื่องอะไร หรือต้องเติมเต็มความรู้ใดให้สมบูรณ์ขึ้น ทำให้ผู้วิจัยสามารถนำสิ่งที่นักเรียนเข้าใจผิดพลาดหรือต้องเติมเต็ม ไปอธิบายในต้นคาบเรียนถัดไปได้ และทำให้นักเรียนที่เข้าใจผิดพลาดกลับมาเข้าใจเนื้อหาความรู้ได้อย่างถูกต้อง รวมถึงเพื่อนคนอื่น ๆ จะได้รับความรู้ และระมัดระวังในข้อผิดพลาดของเพื่อนด้วย

2.4) Concept Map เรื่อง สมการวงรี และสมการไฮเพอร์โบลาเป็นกิจกรรมหนึ่งในขั้นสรุปของการจัดการเรียนรู้เชิงรุก โดยให้นักเรียนสรุปความรู้ที่ได้รับเป็นกลุ่มออกมาเป็นแผนผังมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เพื่อให้นักเรียนได้วิเคราะห์ความรู้ที่ได้รับร่วมกัน แล้วให้นำเสนอหน้าชั้นเรียนเพื่อแลกเปลี่ยนเรียนรู้ระหว่างกลุ่ม ดังภาพประกอบ 15



ภาพประกอบ 15 ตัวอย่างผลงาน Concept Map เรื่อง สมการวงรี และสมการไฮเพอร์โบลาในขั้นสรุปของการจัดการเรียนรู้เชิงรุก



ภาพประกอบ 15 (ต่อ) ตัวอย่างผลงาน Concept Map เรื่องสมการวงรี และสมการไฮเพอร์โบลา  
 ในชั้นสรุปของการจัดการเรียนรู้เชิงรุก

จากภาพประกอบ 15 พบว่า นักเรียนแต่ละกลุ่มสรุปองค์ความรู้ที่ได้รับเกี่ยวกับรูปแบบของสมการวงรี และสมการไฮเพอร์โบลาได้อย่างถูกต้อง มีการแลกเปลี่ยนความรู้ผ่านการอภิปรายหน้าชั้นเรียน ผู้วิจัยสังเกตว่า นักเรียนส่วนใหญ่สรุปองค์ความรู้ใน Concept Map มาเป็นลักษณะแนวทางเดียวกัน สรุปเนื้อหาครบถ้วน ส่วนที่แตกต่างกันคือ นักเรียนบางกลุ่มจะมีการยกตัวอย่างประกอบ เพื่อให้เข้าใจรูปแบบของสมการวงรี และสมการไฮเพอร์โบลาได้ชัดเจนขึ้น นอกจากนี้ผู้วิจัยยังเน้นย้ำในบางจุดที่นักเรียนอาจเกิดข้อผิดพลาดได้ เช่น การเขียนจุดศูนย์กลางของวงรีและไฮเพอร์โบลาซึ่งต้องเขียนเป็น C แต่นักเรียนบางกลุ่มอาจเขียนเป็น c ซึ่งเกิดจากความไม่รอบคอบ เขียนไม่ชัดเจน หรือเข้าใจคาดเคลื่อน จึงต้องมีการเน้นย้ำในจุดที่สำคัญ เพื่อให้ให้นักเรียนเข้าใจแก่นทศน์และเนื้อหาที่ถูกต้องอย่างสมบูรณ์ ดังนั้นการสรุปเป็น Concept Map นี้ทำให้นักเรียนได้ฝึกกระบวนการคิดวิเคราะห์ในเนื้อหาที่เรียน และประเมินองค์ความรู้ที่ได้รับจากการเรียนรู้ได้อย่างเข้าใจง่าย ชัดเจน และสมบูรณ์มากขึ้น

## บทที่ 5

### สรุปผล อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ

การวิจัยครั้งนี้เป็นการวิจัยกึ่งทดลอง โดยใช้แบบแผนการวิจัยแบบ Control – Group Pretest – Posttest Design มีความมุ่งหมายเพื่อเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ภาคตัดกรวย ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่ได้รับการจัดการเรียนรู้เชิงรุกกับการเรียนแบบปกติ โดยผู้วิจัยสรุปสาระสำคัญ และผลการวิจัยได้ดังนี้

#### ความมุ่งหมายของการวิจัย

ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยได้ตั้งความมุ่งหมายไว้ดังนี้

1. เพื่อเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง ภาคตัดกรวย ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่ได้รับการจัดการเรียนรู้เชิงรุกกับนักเรียนที่ได้รับการเรียนแบบปกติ
2. เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ภาคตัดกรวย ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่ได้รับการจัดการเรียนรู้เชิงรุกกับนักเรียนที่ได้รับการเรียนแบบปกติ
3. เพื่อเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง ภาคตัดกรวย ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ก่อนและหลังได้รับการจัดการเรียนรู้เชิงรุก
4. เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ภาคตัดกรวย ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ก่อนและหลังได้รับการจัดการเรียนรู้เชิงรุก

#### สมมติฐานในการวิจัย

1. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง ภาคตัดกรวย ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้เชิงรุกสูงกว่านักเรียนที่ได้รับการเรียนแบบปกติ
2. ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ภาคตัดกรวย ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้เชิงรุกสูงกว่านักเรียนที่ได้รับการเรียนแบบปกติ
3. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง ภาคตัดกรวย ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่ได้รับการจัดการเรียนรู้เชิงรุกหลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน
4. ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ภาคตัดกรวย ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่ได้รับการจัดการเรียนรู้เชิงรุกหลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน

## วิธีดำเนินการวิจัย

### กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัย

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนสาธิตมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร (ฝ่ายมัธยม) เขตวัฒนา กรุงเทพมหานคร ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2563 ที่เรียนรายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติมจำนวน 2 ห้องเรียน จำนวนนักเรียน 74 คน ซึ่งได้มาจากการสุ่มแบบกลุ่ม (Cluster Random Sampling) โดยใช้ห้องเรียนเป็นหน่วยการสุ่ม (Sampling Unit) จากการจับสลากมา 2 ห้องเรียน จากห้องเรียนทั้งหมด 6 ห้อง แล้วจับสลากเป็นกลุ่มทดลองหนึ่งห้อง จำนวนนักเรียน 36 คน และกลุ่มควบคุมหนึ่งห้อง จำนวนนักเรียน 38 คน ซึ่งทางโรงเรียนได้จัดนักเรียนแต่ละห้องแบบคละความสามารถ

### เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

การวิจัยในครั้งนี้ ผู้วิจัยได้ใช้เครื่องมือในการวิจัย ดังนี้

1. แผนการจัดการเรียนรู้เชิงรุก เรื่อง ภาคตัดกรวย
2. แผนการจัดการเรียนรู้ด้วยวิธีการเรียนแบบปกติ เรื่อง ภาคตัดกรวย
3. แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง ภาคตัดกรวย จำนวน 15 ข้อ
4. แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ภาคตัดกรวย จำนวน 3 ข้อ

### การเก็บรวบรวมข้อมูล

ในการศึกษาวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยได้ดำเนินการทดลองตามขั้นตอนต่อไปนี้

1. ขอความร่วมมือจากโรงเรียนสาธิตมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร (ฝ่ายมัธยม) เขตวัฒนา กรุงเทพมหานคร เลือกลุ่มตัวอย่างของการวิจัย ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 จำนวน 2 ห้องเรียน ซึ่งเป็นห้องที่ผู้วิจัยดำเนินการสอนด้วยตนเอง โดยใช้การจัดการเรียนรู้เชิงรุก เรื่อง ภาคตัดกรวย ในกลุ่มทดลอง 1 ห้องเรียน และใช้การเรียนแบบปกติ เรื่อง ภาคตัดกรวย ในกลุ่มควบคุม 1 ห้องเรียน
2. ชี้แจงนักเรียนที่เป็นกลุ่มตัวอย่างให้เข้าใจถึงขั้นตอน กระบวนการในการจัดการเรียนรู้ เรื่อง ภาคตัดกรวย เพื่อให้นักเรียนปฏิบัติตนได้อย่างถูกต้อง
3. ดำเนินการทดสอบก่อนเรียน (Pretest) จำนวน 2 คาบ กับนักเรียนกลุ่มทดลอง และกลุ่มควบคุม โดยใช้แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์แบบปรนัยชนิด 4 ตัวเลือก จำนวน 15 ข้อ และแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์แบบอัตนัยชนิดแสดงวิธีทำจำนวน 3 ข้อ จากนั้นทำการตรวจแล้วบันทึกเป็นคะแนนก่อนเรียน

4. ผู้วิจัยดำเนินการสอนด้วยตนเองทั้งกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมในเนื้อหา เรื่อง ภาคตัดกรวย โดยใช้เวลาสอนจำนวน 14 คาบเรียน คาบเรียนละ 45 นาที

กลุ่มทดลอง ใช้การจัดการเรียนรู้เชิงรุก (Active Learning)

กลุ่มควบคุม ใช้การจัดการเรียนแบบปกติ

5. ดำเนินการทดสอบหลังเรียน (Posttest) จำนวน 2 คาบเรียน กับนักเรียนกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม โดยใช้แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์และแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ซึ่งเป็นแบบทดสอบชุดเดียวกับที่ใช้ทดสอบก่อนเรียน จากนั้นทำการตรวจแล้วบันทึกเป็นคะแนนหลังเรียน

6. นำคะแนนที่ได้มาวิเคราะห์ข้อมูลโดยวิธีการทางสถิติเพื่อตรวจสอบสมมติฐาน

### การวิเคราะห์ข้อมูล

ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยมีลำดับในการวิเคราะห์ข้อมูล ดังนี้

#### ส่วนที่ 1 ผลการวิเคราะห์ข้อมูลเชิงปริมาณ

1.1 ผลการวิเคราะห์สถิติพื้นฐานและผลการเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง ภาคตัดกรวย ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่ได้รับการจัดการเรียนรู้เชิงรุกกับนักเรียนที่ได้รับการเรียนแบบปกติ โดยใช้สถิติ t-test for independent samples

1.2 ผลการวิเคราะห์สถิติพื้นฐานและผลการเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ภาคตัดกรวย ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่ได้รับการจัดการเรียนรู้เชิงรุกกับนักเรียนที่ได้รับการเรียนแบบปกติ โดยใช้สถิติ t-test for independent samples

1.3 ผลการวิเคราะห์สถิติพื้นฐานและผลการเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง ภาคตัดกรวย ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ก่อนและหลังได้รับการจัดการเรียนรู้เชิงรุก โดยใช้สถิติ t-test for dependent samples

1.4 ผลการวิเคราะห์สถิติพื้นฐานและผลการเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ภาคตัดกรวย ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ก่อนและหลังได้รับการจัดการเรียนรู้เชิงรุก โดยใช้สถิติ t-test for dependent samples

#### ส่วนที่ 2 ผลการวิเคราะห์ข้อมูลเชิงคุณภาพ

การวิเคราะห์ข้อมูลเชิงคุณภาพของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ก่อนและหลังการจัดการเรียนรู้เชิงรุก ได้แก่

1) ผู้วิจัยพิจารณาจากการเขียนอธิบายในใบงานของนักเรียน โดยพิจารณาเป็น 3 ระยะ ดังนี้

1.1) ระยะเวลาที่ 1 เมื่อสิ้นสุดการจัดการเรียนรู้ตามแผนการจัดการเรียนรู้เชิงรุกที่ 2 (4 คาบเรียน) เพื่อวิเคราะห์ข้อมูลเกี่ยวกับกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน ในช่วงเริ่มต้นของการจัดการเรียนรู้

1.2) ระยะเวลาที่ 2 เมื่อสิ้นสุดการจัดการเรียนรู้ตามแผนการจัดการเรียนรู้เชิงรุกที่ 4 (4 คาบเรียน) เพื่อวิเคราะห์ข้อมูลเกี่ยวกับกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน ในช่วงกลางของการจัดการเรียนรู้

1.3) ระยะเวลาที่ 3 เมื่อสิ้นสุดการจัดการเรียนรู้ตามแผนการจัดการเรียนรู้เชิงรุกที่ 7 (6 คาบเรียน) เพื่อวิเคราะห์ข้อมูลเกี่ยวกับกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน ในช่วงปลายของการจัดการเรียนรู้

2) การสังเกตพฤติกรรมในการทำกิจกรรม และผลงานของนักเรียน ได้แก่

2.1) กิจกรรม Round Table

2.2) กิจกรรมโดมิโนहरรรษา

2.3) กิจกรรม End of Class Query

2.4) Concept Map เรื่อง สมการวงรี และสมการไฮเพอร์โบลา

### สรุปผลการวิจัย

1. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง ภาคตัดกรวย ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้เชิงรุกสูงกว่านักเรียนที่ได้รับการเรียนแบบปกติ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

2. ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ภาคตัดกรวย ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้เชิงรุกสูงกว่านักเรียนที่ได้รับการเรียนแบบปกติ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

3. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง ภาคตัดกรวย ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่ได้รับการจัดการเรียนรู้เชิงรุกหลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

4. ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ภาคตัดกรวย ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่ได้รับการจัดการเรียนรู้เชิงรุกหลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

## การอภิปรายผล

จากการศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ภาคตัดกรวย ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่ได้รับการจัดการเรียนรู้เชิงรุกกับการเรียนแบบปกติ สามารถอภิปรายผลได้ ดังนี้

1. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง ภาคตัดกรวย ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้เชิงรุกสูงกว่านักเรียนที่ได้รับการเรียนแบบปกติ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 ซึ่งเป็นไปตามสมมติฐานข้อที่ 1 ทั้งนี้เนื่องจากการจัดการเรียนรู้เชิงรุกเป็นการเรียนรู้ที่ให้นักเรียนมีส่วนร่วมในการเรียน และได้ลงมือปฏิบัติ ผ่านขั้นตอนในการทำกิจกรรมต่าง ๆ 5 ขั้นตอนอย่างเหมาะสม โดยเริ่มจากการนำเข้าสู่บทเรียนนักเรียนจะได้รับการกระตุ้นให้ทบทวนความรู้เดิม ผ่านการฟังและการพูดในชั้นเรียน ทำให้นักเรียนนำความรู้เดิมมาเป็นพื้นฐานในการเรียนรู้เนื้อหาใหม่ได้ จากนั้นครูได้นำเสนอสถานการณ์ที่สอดคล้องกับเนื้อหาที่จะเรียนโดยมีลักษณะเป็นสถานการณ์ที่น่าสนใจ และให้นักเรียนแก้ปัญหา โดยให้นักเรียนแต่ละคนจะนำเสนอคำตอบของปัญหาและวิธีการแก้ปัญหาที่แตกต่างกัน ทำให้เกิดการเรียนรู้จากความรู้ และประสบการณ์ของนักเรียนที่เคยมี ซึ่งสอดคล้องกับแนวคิดของ Silberman (1996, p. xi) ที่นักเรียนจะเชื่อมโยงความรู้เดิมกับความรู้ใหม่ที่กำลังจะศึกษาได้ด้วยตนเอง จากนั้นเข้าสู่การปฏิบัติกิจกรรม ซึ่งเป็นกิจกรรมที่ครูจัดขึ้น โดยนักเรียนได้ศึกษาความรู้ในเนื้อหา แลกเปลี่ยนเรียนรู้ และระดมความคิดร่วมกัน ทำให้นักเรียนมีส่วนร่วมในการเรียนรู้ ช่วยให้นักเรียนแสวงหาความรู้ด้วยตนเอง ซึ่งสอดคล้องกับแนวคิดของ ศักดา ไชยกิจปัญญา (2548, น. 12) ที่ว่าผู้เรียนที่ร่วมกิจกรรมการแสวงหาความรู้ จะทำให้นักเรียนเกิดพื้นฐานความรู้ที่สำคัญ โดยมีครูคอยอธิบายเพิ่มเติมความรู้ และจัดประสบการณ์การแลกเปลี่ยนความรู้ร่วมกันของนักเรียน ซึ่งส่งผลให้นักเรียนเกิดทักษะในการแก้ปัญหา ทักษะการวิเคราะห์ด้วยตนเอง การจัดการเรียนรู้เชิงรุกในชั้นปฏิบัติการครั้งนี้จึงเน้นนักเรียนเป็นสำคัญ การเรียนรู้เกิดจากการลงมือปฏิบัติของนักเรียน ไม่ได้เกิดจากการบอก หรือการบรรยายของครูเหมือนการเรียนแบบปกติ ในขั้นสร้างองค์ความรู้ครูได้จัดกิจกรรมผ่านเกม ที่สามารถวัดความองค์ความรู้โดยรวมของนักเรียนได้ รวมทั้งมีการบูรณาการระหว่างวิชา เช่น วิชาคณิตศาสตร์ กับวิชาภาษาอังกฤษในกิจกรรมโดมิโนหรรษา ดังภาพประกอบ 13 หน้า 88 สอดคล้องกับแนวคิดของ ทวีวัฒน์ วัฒนกุลเจริญ (2551, น. 2) ที่ว่าการบูรณาการนี้จะช่วยให้นักเรียนเกิดการเชื่อมโยงความรู้ระหว่างวิชา นักเรียนเห็นประโยชน์ของการเรียนรู้ ซึ่งนักเรียนส่วนใหญ่จะแข่งขันกันเพื่อความสนุกสนาน ทำให้มีความกระตือรือร้นในการเรียน ผ่านการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่หลากหลาย ไม่น่าเบื่อ ในช่วงท้ายของการจัดการเรียนรู้เชิงรุก จะเป็น

การสรุปความรู้ที่ได้รับ และการสะท้อนคิด ผ่านการทำกิจกรรม เช่น กิจกรรม End of Class Query ดังภาพประกอบ 14 หน้า 89 ซึ่งการสรุปความรู้ที่ได้รับ จะทำให้นักเรียนได้ทบทวนความรู้ที่ได้เรียนมาทั้งหมด และการสะท้อนคิดทำให้นักเรียนได้ตรวจสอบประสบการณ์การเรียนรู้ในเนื้อหาที่ได้ศึกษาของตนเอง ทำให้ครูเห็นว่านักเรียนมีความเข้าใจ หรือยังไม่เข้าใจในเรื่องใด ซึ่งช่วยให้ครูเห็นปัญหาในการเรียนรู้ของนักเรียนในคาบเรียนนั้นได้อย่างชัดเจน จนสามารถนำไปแก้ปัญหาได้อย่างถูกต้อง จากการจัดการเรียนรู้เชิงรุก จะเห็นว่า นักเรียนได้เรียนรู้ผ่านการลงมือปฏิบัติ ผ่านการพูด การฟัง การอ่าน การเขียน และการสะท้อนความคิด ซึ่งทำให้นักเรียนเกิดความรู้ ความเข้าใจในเนื้อหาที่ดี แม่นยำ และมีความคงทนในความรู้ ส่งผลให้พัฒนาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ให้ดีขึ้นกว่านักเรียนที่ได้รับการเรียนแบบปกติ

2. ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ภาคตัดกรวย ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้เชิงรุกสูงกว่านักเรียนที่ได้รับการเรียนแบบปกติ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 ซึ่งเป็นไปตามสมมติฐานข้อที่ 2 ทั้งนี้เนื่องจากการจัดการเรียนรู้เชิงรุกทำให้นักเรียนได้รู้จักสถานการณ์ปัญหาในชั้นนำเสนอสถานการณ์ ซึ่งเปิดโอกาสในการวิเคราะห์สถานการณ์ปัญหาที่กำหนดให้ร่วมกัน โดยผ่านการพูดและการฟังร่วมกับเพื่อน ๆ เพราะการพูดและการฟังจะทำให้นักเรียนได้ค้นคว้า และเห็นความสำคัญของสิ่งที่จะเรียน ทำให้นักเรียนเกิดความกระตือรือร้นในการเรียน มากกว่าการเรียนแบบปกติที่อาจถูกจำกัดความคิด เพราะส่วนใหญ่เป็นการสอนแบบบรรยาย ไม่มีการแลกเปลี่ยนความคิด ทำให้นักเรียนไม่ได้เรียนรู้จากสถานการณ์ปัญหาที่จะช่วยส่งเสริมกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ การจัดการเรียนรู้เชิงรุกในชั้นนี้จึงเป็นการสร้างสถานการณ์ในการสนทนา สื่อสาร ให้มีความสุขและท้าทายในการคิดแก้ปัญหามากขึ้น ซึ่งจะสอดคล้องกับแนวคิดของ Fink (1999, p. 1-2) ที่กล่าวว่า ในขั้นตอนการปฏิบัติกิจกรรมของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ จะอยู่บนพื้นฐานของกระบวนการแก้ปัญหา 4 ขั้นตอนของโพลยา ซึ่งนักเรียนจะวิเคราะห์ขั้นตอนในการแก้ปัญหา เริ่มจากขั้นตอนการทำความเข้าใจปัญหา ซึ่งการนำเสนอสถานการณ์ปัญหาในช่วงต้นคาบเรียนของการจัดการเรียนรู้เชิงรุก จะทำให้นักเรียนเชื่อมโยงแนวคิดการแก้ปัญหา สามารถวิเคราะห์ได้ชัดเจนว่าโจทย์ถามอะไร โจทย์กำหนดอะไรมาให้บ้าง และสิ่งที่โจทย์กำหนดมีความสัมพันธ์กันอย่างไรได้ง่ายขึ้น

ในชั้นวางแผนการแก้ปัญหา นักเรียนจะมีการอภิปรายวิธีการแก้ปัญหา ร่วมกันผ่านกิจกรรมการจัดการเรียนรู้เชิงรุก ดังภาพประกอบ 12 ในกิจกรรม Round Table หน้า 87 ซึ่งการแลกเปลี่ยนวิธีการแก้ปัญหามาของแต่ละคน หรือกลุ่ม จะช่วยให้นักเรียนมีวิธีการแก้ปัญหา



ที่หลากหลาย หรือสามารถเลือกวิธีการแก้ปัญหาที่เหมาะสมที่สุดได้ ซึ่งสอดคล้องกับแนวคิดของ ชมนาด เชื้อสุวรรณทวิ (2542, น. 142) ที่บ่งบอกถึงวิธีการหาคำตอบในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ควรเลือกวิธีที่เหมาะสมที่สุด ซึ่งการจัดการเรียนรู้เชิงรุกจะส่งเสริมการแลกเปลี่ยนความคิดเห็นใน วิธีการแก้ปัญหาร่วมกัน ทำให้นักเรียนสามารถเลือกวิธีการแก้ปัญหาที่เหมาะสมที่สุดได้

ในขั้นตอนการดำเนินการตามแผน นักเรียนจะอภิปรายร่วมกับเพื่อนในกลุ่ม สังเกตวิธีการแก้ปัญหาและคำตอบว่าสอดคล้องกันหรือไม่ นอกจากนี้ยังมีการแลกเปลี่ยน ตรวจสอบคำตอบที่ได้จากกลุ่มอื่น ๆ ผ่านกิจกรรมการเรียนรู้เชิงรุก ดังกิจกรรม Round Table ซึ่ง นักเรียนแต่ละกลุ่ม สามารถตรวจสอบคำตอบที่ได้ว่าถูกต้องและสอดคล้องกับกลุ่มอื่น ๆ หรือไม่ ถ้าคำตอบไม่สอดคล้องกัน นักเรียนจะเกิดกระบวนการคิดเพื่อตรวจสอบว่า กลุ่มใดที่มีคำตอบผิด และผิดในส่วนใดได้ด้วยตนเอง หรือมีเพื่อนในกลุ่มช่วยเหลือ ซึ่งทำให้นักเรียนจะสามารถเรียนรู้ ผ่านการลงมือปฏิบัติได้ด้วยตนเอง โดยมีครูคอยชี้แนะ หรืออธิบายเพิ่มเติมในส่วนที่นักเรียนสงสัย ซึ่งสอดคล้องแนวคิดของวัชรวิ เถาเรียนดี (2560, น. 68) ที่ว่าครูควรเป็นผู้แนะแนวทางให้นักเรียน เกิดการเรียนรู้จากการปฏิบัติให้มากที่สุด

ในขั้นตอนการตรวจสอบกระบวนการแก้ปัญหาและคำตอบ นักเรียนจะได้ วิเคราะห์จากวิธีการแก้ปัญหาของตนเอง และกลุ่มอื่น ๆ โดยจะเห็นวิธีการที่เหมาะสม วิธีการที่ไม่ เหมาะสม และสามารถนำมาเลือกใช้ในการตรวจสอบการแก้ปัญหาคำตอบได้อย่างสมบูรณ์ มากขึ้น นอกจากการจัดการเรียนรู้เชิงรุกจะช่วยให้นักเรียนมีความสามารถในการแก้ปัญหาที่ สอดคล้องกับขั้นตอนการแก้ปัญหา 4 ขั้นตอนของโพลยาแล้ว ช่วงท้ายของกิจกรรมการเรียนรู้เชิง รุก ในขั้นสร้างองค์ความรู้นักเรียนยังได้สรุปความรู้ หรือนำเสนอผลงานหน้าชั้นเรียนทำให้เกิด ความรู้ที่มีการเชื่อมโยงตั้งแต่ขั้นวิเคราะห์ปัญหา จนมาถึงสรุปและตรวจสอบคำตอบของปัญหาที่มี ความชัดเจนมากขึ้น และนักเรียนยังได้สรุปความรู้ที่ได้รับจากการเรียนแต่ละคาบผ่านกิจกรรมการ เรียนรู้เชิงรุกในขั้นสรุปได้ด้วยตนเอง ซึ่งจะสามารถสะท้อนความคิดตนเองได้ว่าในคาบเรียนนั้น นักเรียนได้เรียนรู้และเข้าใจ หรือไม่เข้าใจสิ่งใดบ้าง สอดคล้องกับแนวคิดของบัญญัติ ชำนาญกิจ (2549, น. 5) ที่ว่าการสะท้อนความคิดจะช่วยให้เรียนได้นำสิ่งที่เรียนรู้ไปเชื่อมโยงกับสิ่งที่รู้มา ก่อน หรือนำความรู้ที่ได้รับไปเกี่ยวข้องกับชีวิตประจำวัน และช่วยเพิ่มความสามารถในการกักเก็บ ความรู้ในปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่เคยพบเจอได้

นอกจากนี้เมื่อพิจารณาคะแนนสอบจากแบบทดสอบวัดความสามารถใน การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มที่ใช้การจัดการเรียนรู้เชิงรุก และกลุ่มที่ใช้การเรียน แบบปกติ จากคะแนนเต็ม 15 คะแนน พบว่า นักเรียนกลุ่มที่ใช้การจัดการเรียนรู้เชิงรุกได้คะแนน

สูงสุด 15 คะแนน และนักเรียนกลุ่มที่ใช้การเรียนแบบปกติได้คะแนนสูงสุด 13 คะแนน ซึ่งเมื่อพิจารณาการเขียนขั้นตอนการแสดงวิธีทำและการหาคำตอบแล้ว พบว่า นักเรียนที่ได้คะแนนสูงสุดในกลุ่มที่ใช้การเรียนแบบปกติ มีกระบวนการเขียนขั้นตอนในการแก้ปัญหาที่เหมาะสม แต่ไม่เป็นลำดับขั้นตอนมากนัก และได้คะแนนน้อยในส่วนการแสดงวิธีตรวจสอบคำตอบ เนื่องจากไม่ได้รับการฝึกฝนการเขียนกระบวนการแก้ปัญหาและการหาคำตอบอย่างสม่ำเสมอ มีการเรียนรู้ด้วยตนเองและการสร้างองค์ความรู้ด้วยตนเองน้อย หรือมีกิจกรรมเสริมสร้างกระบวนการคิดแก้ปัญหาที่ยังไม่มากนัก ซึ่งจะเห็นว่าการจัดการเรียนรู้เชิงรุกจะส่งเสริมและพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้ดีกว่าการเรียนแบบปกติ

3. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง ภาคตัดกรวย ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่ได้รับการจัดการเรียนรู้เชิงรุกหลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 ซึ่งเป็นไปตามสมมติฐานข้อที่ 3 ทั้งนี้เนื่องจากการจัดการเรียนรู้เชิงรุกทำให้นักเรียนเป็นศูนย์กลางในการเรียนรู้ มีกิจกรรมการเรียนการสอนที่ดึงดูดนักเรียน มีความน่าสนใจ และเน้นการสอนแบบพลวัตที่ส่งเสริมการเรียนรู้ด้วยตนเอง มีการจัดการเรียนรู้ที่เน้นการเรียนรู้ร่วมกัน ทำให้นักเรียนและเพื่อนในชั้นเรียน มีส่วนร่วมในการเรียนรู้ แลกเปลี่ยนความคิดเห็นในชั้นเรียนมากขึ้น ซึ่งสอดคล้องกับแนวคิดของ Prescott (1961, p. 14-16) ที่ว่าการเรียนรู้ร่วมกัน ผ่านประสบการณ์จากความสัมพันธ์กับผู้อื่น เป็นองค์ประกอบด้านความสัมพันธ์ในวัยเดียวกัน ที่ส่งผลต่อการพัฒนาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ซึ่งการเรียนรู้ร่วมกันนี้ จะทำให้นักเรียนมีทักษะในการเรียนที่ดี มีความเข้าใจในเนื้อหาที่แม่นยำมากขึ้น รู้กระบวนการในการแก้ปัญหาต่าง ๆ เพราะผ่านมาจากการลงมือค้นหา หรือปฏิบัติด้วยตนเอง ทำให้การพัฒนาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ตามพฤติกรรมการเรียนรู้ 4 ด้าน ตามแนวคิดของวิลสัน (Wilson, 1971, p. 643-696) ดังนี้ 1) ด้านความรู้ความจำและเกี่ยวกับการคิดคำนวณ 2) ด้านความเข้าใจ นักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้เชิงรุกจะจดจำสิ่งที่ได้เรียนจากการศึกษาด้วยตนเอง ศึกษาร่วมกันและการลงมือปฏิบัติ ทำให้การจดจำ การคิดคำนวณต่าง ๆ มีระบบแบบแผน นักเรียนรู้ที่มาของสูตร หรือนึกคิดสูตรได้จากความเข้าใจที่แท้จริง ส่งผลให้ผลสัมฤทธิ์ในด้านความรู้ความจำและความเข้าใจดีมากขึ้น 3) ด้านการนำไปใช้ และการวิเคราะห์ นักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้เชิงรุก ในช่วงแรกยังมีการแก้ปัญหาโจทย์ที่ค่อนข้างซับซ้อนไม่ค่อยได้ แต่เมื่อนักเรียนได้รับการจัดการเรียนรู้เชิงรุกในระยะหนึ่ง นักเรียนสามารถแก้ปัญหาโจทย์ที่ซับซ้อนได้ สังเกตได้จากการพัฒนาทักษะการเรียนรู้ที่ดีขึ้น (Good และคนอื่น ๆ, 1973, p. 7) จากคะแนนสอบที่ผู้วิจัยจำแนกข้อสอบเป็นกรณีระดับตามพฤติกรรม นักเรียนมีการพัฒนาทักษะในการทำข้อสอบข้อที่ซับซ้อน และใช้แนวคิดทาง

คณิตศาสตร์ที่ได้จากการเรียนรู้เชิงรุกได้อย่างดี จากการพัฒนาทั้ง 4 ด้าน จึงส่งผลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ที่สูงขึ้นด้วย

4. ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ภาคตัดกรวย ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่ได้รับการจัดการเรียนรู้เชิงรุกหลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 ซึ่งเป็นไปตามสมมติฐานข้อที่ 4 ทั้งนี้เนื่องจากการจัดการเรียนรู้เชิงรุกส่งเสริมกระบวนการแก้ปัญหาของนักเรียนผ่านการลงมือปฏิบัติ ซึ่งการจัดการเรียนรู้จะเป็นไปตามลำดับขั้นตอน เน้นผู้เรียนเป็นสำคัญ ผ่านปัจจัยพื้นฐานของการจัดการเรียนรู้เชิงรุก (Meyers และ Jones, 1993, p. 19-20) ในด้านการอ่าน การพูด การฟัง การเขียน และการสะท้อนคิด ซึ่งสามารถนำมาปรับใช้กับกระบวนการแก้ปัญหา 4 ขั้นตอนของโพลยาได้ โดยใช้ปัจจัยพื้นฐานของการจัดการเรียนรู้เชิงรุก มามีส่วนร่วมในการจัดการเรียนรู้ในชั้นเรียน เริ่มจากการสร้างบรรยากาศในการเรียนรู้ การสร้างบรรยากาศในการเรียนรู้ที่ดีจะทำให้นักเรียนเกิดทัศนคติที่ดีในการเรียน จากนั้นครูจะจัดกิจกรรมการเรียนรู้อย่างหลากหลายเพื่อให้นักเรียนเกิดความสนใจ และมีการใช้คำถามกระตุ้นความคิด เพื่อให้นักเรียนเกิดการคิดตลอดการเรียนการสอน ทำให้ครูมีปฏิสัมพันธ์กับนักเรียน และสามารถให้ข้อมูลย้อนกลับกับนักเรียนได้ตลอดการเรียนการสอน ซึ่งสอดคล้องกับแนวคิดของ Johnson และคนอื่น ๆ (เชิดศักดิ์ ภักดีวิโรจน์, 2557, น. 20-21 อ้างอิงจาก Johnson; et al., 1991, p. 29-30) ที่กล่าวว่าจัดการเรียนรู้เชิงรุกต้องจัดการเรียนรู้และสลับกับกิจกรรมการเรียนรู้อื่น ๆ เพื่อดึงดูดความสนใจของนักเรียน และเรียนรู้ผ่านกิจกรรม ในช่วงทำคาบเรียนจะมีการสรุปเนื้อหาที่ได้เรียนด้วยตนเอง เพื่อตรวจสอบความเข้าใจในภาพรวม

ผู้วิจัยได้จัดการเรียนรู้เชิงรุกประกอบกับกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยา โดยเริ่มจากในระยะที่ 1 ของการจัดการเรียนรู้พบว่า นักเรียนบางคนยังไม่กระตือรือร้นมากนัก จึงใช้การจัดกิจกรรมแทรกการเรียนเนื้อหาด้วยเวลาที่มากขึ้นเพื่อดึงดูดนักเรียน ในกระบวนการแก้ปัญหาของนักเรียนยังไม่เป็นระบบ มีการพูด หรือการเขียนอธิบายขั้นตอนการแก้ปัญหาเป็นไปตามความคิดของตนเอง ซึ่งมีบางส่วนไม่สอดคล้องกับหลักคณิตศาสตร์ การวางแผนการแก้ปัญหานักเรียนยังไม่สามารถวางแผนการแก้ปัญหที่เป็นลำดับขั้นได้ และการตรวจสอบคำตอบ นักเรียนสับสนถึงวิธีการตรวจสอบคำตอบ เพราะนักเรียนไม่คุ้นเคยกับกระบวนการแก้ปัญหา 4 ขั้นตอน ตามภาพประกอบ 9 หน้า 79 – 80 ครูจึงต้องแนะนำวิธีการแก้ปัญหา หรือช่วยเหลือนักเรียนในคาบเรียนค่อนข้างมาก

หลังการจัดการเรียนรู้เชิงรุกในระยะที่ 2 พบว่า นักเรียนมีความกระตือรือร้น มีการพูดและโต้ตอบในชั้นเรียน และแลกเปลี่ยนความรู้ร่วมกันมากขึ้น ในส่วนของการแก้ปัญหา

ตามภาพประกอบ 10 หน้า 82 – 83 พบว่า นักเรียนแลกเปลี่ยนความรู้ผ่านกิจกรรมการจัดการเรียนรู้เชิงรุก ได้ดีและมีวิธีการหลากหลาย ในช่วงการวางแผนการแก้ปัญหา นักเรียนจะวิเคราะห์และปรึกษากับเพื่อน ๆ ในกลุ่ม และนำเสนอแนวคิดร่วมกัน ทำให้กระบวนการวางแผนการแก้ปัญหา และแนวทางการแก้ปัญหาของนักเรียนไปในทิศทางที่ถูกต้อง ครูทำหน้าที่แนะนำ หรือเพิ่มเติมในส่วนที่สำคัญเท่านั้น หลังจากนักเรียนเริ่มเข้าใจวิธีการแก้ปัญหาแล้ว ในขณะที่ทำการแก้ปัญหา นักเรียนได้เรียนรู้วิธีการแก้ปัญหาผ่านตัวกิจกรรมการจัดการเรียนรู้เชิงรุก ทำให้นักเรียนสามารถมองเห็นขั้นตอนในการเขียนวิธีการแก้ปัญหาที่เป็นลำดับขั้นได้ดี เพราะนักเรียนเกิดการเรียนรู้ร่วมกับเพื่อน ๆ ผ่านกิจกรรมเชิงรุกที่ผู้สอนจัดระหว่างการแก้ปัญหา จึงทำให้นักเรียนสามารถแก้ปัญหาที่กำหนดได้ดีขึ้น นอกจากนี้ นักเรียนยังสามารถตรวจสอบคำตอบของปัญหาผ่านกิจกรรม เช่น Round Table , Trade of Problem เป็นต้น ทำให้นักเรียนสามารถเห็นถึงข้อแตกต่างของคำตอบ หรือข้อผิดพลาดของตนเองหรือเพื่อน โดยใช้การคิดของตนเอง สอดคล้องกับแนวคิดของ (สิริพร ทิพย์คง, 2544, น. 74-75) ที่ควรให้นักเรียนจะตรวจสอบคำตอบของเพื่อน ๆ และอภิปรายเหตุผลของคำตอบร่วมกัน เพื่อให้แนวคิด และวิธีการแก้ปัญหาที่เหมาะสม และถูกต้องด้วยตนเอง

หลังการจัดการเรียนรู้เชิงรุกในระยะที่ 3 พบว่า นักเรียนส่วนใหญ่จะมองเห็นมโนทัศน์ของปัญหาที่กำหนดให้ในแต่ละข้อ และสามารถหาแนวทางในการแก้ปัญหาได้เอง ตามภาพประกอบ 11 หน้า 84 – 85 โดยเน้นการใช้กระบวนการกลุ่มในการจัดการเรียนรู้เชิงรุก เช่น การเรียนรู้แบบร่วมมือ การเรียนรู้แบบเพื่อนคู่คิด (think-pair-share) เป็นต้น ซึ่งสอดคล้องกับแนวคิดของ Moore (1994, p. 22-23) ที่ต้องเน้นให้ผู้เรียนหาแนวคิด หรือมโนทัศน์ในการเรียนรู้ในแต่ละคาบเรียน โดยให้เน้นกระบวนการเรียนรู้แบบกลุ่มช่วย ทำให้ในระยะที่ 3 นอกจากนักเรียนได้เรียนรู้ผ่านการลงมือปฏิบัติแล้ว นักเรียนยังสามารถสรุปแนวคิดที่สำคัญ ผ่านการสรุปมโนทัศน์ที่สำคัญในกิจกรรมเชิงรุก เช่น การทำ Concept Map ดังภาพประกอบ 15 หน้า 90 - 91 ในด้านกระบวนการแก้ปัญหานักเรียนมีขั้นตอนและลำดับในการแก้ปัญหาที่ถูกต้อง สามารถใช้มโนทัศน์แนวคิดที่ได้เรียนรู้จากกิจกรรม จากการแลกเปลี่ยนความรู้ในชั้นเรียน มาแก้ปัญหาได้อย่างเหมาะสม อีกทั้งสามารถตรวจสอบคำตอบของปัญหาที่ได้ร่วมกันในชั้นเรียนได้ด้วยตนเอง จากการศึกษาผลจากการจัดการเรียนรู้เชิงรุกตลอด 3 ระยะ ของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนทั้ง 3 ระยะ พบว่า หลังจากการจัดการเรียนรู้เชิงรุก นักเรียนมีความสามารถในการแก้ปัญหที่ดีขึ้นกว่าก่อนการได้รับการจัดการเรียนรู้เชิงรุกอย่างชัดเจน อีกทั้งยังสอดคล้องกับงานวิจัยของเชิดศักดิ์ ภักดีวิโรจน์ (2557, น. 49) และมยุรี โรจน์อรุณ (2559, น.

43) ที่พบว่า ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์หลังได้รับการจัดการเรียนรู้เชิงรุก สูงกว่าก่อนได้รับการจัดการเรียนรู้อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

5. กระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ภาคตัดกรวย เมื่อพิจารณาผลการวิเคราะห์ข้อมูลเชิงคุณภาพ 2 ด้าน ได้แก่ 1) การเขียนอธิบายในใบงานของนักเรียน และ 2) การสังเกตพฤติกรรมในการทำกิจกรรมและผลงานของนักเรียน พบว่า

1) การเขียนอธิบายในใบงานของนักเรียนในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ภาคตัดกรวย ตามขั้นตอนของโพลยา 4 ขั้นตอน ได้แก่ ขั้นตอนที่ 1 การทำความเข้าใจปัญหา ขั้นตอนที่ 2 การวางแผนการแก้ปัญหา ขั้นตอนที่ 3 การดำเนินการตามแผน และขั้นตอนที่ 4 การตรวจสอบกระบวนการแก้ปัญหาและคำตอบ พบว่า ในระยะที่ 1 นักเรียนส่วนใหญ่ยังทำความเข้าใจปัญหายังไม่ถูกต้อง หรือยังไม่ครบถ้วน การวางแผนการแก้ปัญหของนักเรียนไม่เป็นลำดับขั้นตอน ไม่สามารถแสดงแนวคิดในการแก้ปัญหาได้อย่างเหมาะสม ทำให้การดำเนินการแก้ปัญหาไม่เป็นขั้นตอน การเชื่อมโยงระหว่างการวางแผนการแก้ปัญหากับการดำเนินการแก้ปัญหาไม่สอดคล้องกัน ส่งผลให้กระบวนการเขียนอธิบายขั้นตอนต่าง ๆ จนถึงคำตอบที่ได้ไม่ถูกต้อง หรือไม่สมบูรณ์ ส่วนการตรวจสอบการแก้ปัญหาและคำตอบ นักเรียนสามารถเขียนกราฟประกอบการแก้ปัญหาได้ แต่ยังอธิบายในวิธีการตรวจสอบคำตอบที่ได้ไม่ถูกต้อง หรือไม่ครบถ้วน ในระยะที่ 2 นักเรียนส่วนใหญ่มีความเข้าใจในปัญหาที่กำหนดให้มากขึ้น สามารถระบุสิ่งที่โจทย์ถามและสิ่งที่โจทย์กำหนดได้ถูกต้อง การวางแผนการแก้ปัญหเป็นลำดับขั้นตอนมีความถูกต้องเป็นส่วนใหญ่ ทำให้การดำเนินการแก้ปัญหามีขั้นตอนที่เหมาะสม ละเอียดและเป็นลำดับขั้นมากขึ้น การตรวจสอบกระบวนการแก้ปัญหาและคำตอบมีการเขียนเชื่อมโยงระหว่างคำตอบที่ได้กับกระบวนการแก้ปัญหาที่ถูกต้อง และครบถ้วนมากขึ้น ในระยะที่ 3 นักเรียนส่วนใหญ่สามารถเข้าใจปัญหาที่กำหนดให้ วางแผนการแก้ปัญหได้อย่างถูกต้อง เหมาะสม มีการแสดงวิธีการแก้ปัญหาที่เป็นลำดับขั้นตอนที่ถูกต้อง ชัดเจน และมีการอ้างเหตุผลของกระบวนการคำนวณที่จะได้มาซึ่งคำตอบ ตลอดจนการตรวจสอบกระบวนการแก้ปัญหาและคำตอบ สามารถเขียนอธิบายได้ชัดเจนถึงคำตอบที่ได้ ซึ่งสอดคล้องกับกระบวนการแก้ปัญหอย่างถูกต้อง และครบถ้วน

จากผลการวิเคราะห์ข้อมูลเชิงคุณภาพด้านการเขียนอธิบายในใบงานของนักเรียน ทำให้เห็นชัดเจนว่า นักเรียนเกิดพัฒนาการในกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์จากระยะที่ 1 ไปถึงระยะที่ 3 ในทางที่ดีขึ้นอย่างชัดเจน ส่งผลให้ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ภาคตัดกรวย ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่ได้รับการจัดการเรียนรู้เชิงรุกหลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 อย่างแท้จริง

2) การสังเกตพฤติกรรมในการทำกิจกรรม และผลงานของนักเรียน ตามแผนการจัดการเรียนรู้เชิงรุก ได้แสดงให้เห็นว่า กิจกรรมและผลงานของนักเรียนบ่งบอกถึงความเข้าใจในเนื้อหา และวิธีการแก้ปัญหาของนักเรียนโดยภาพรวมได้ เช่น กิจกรรม Round Table นักเรียนแต่ละกลุ่มจะใช้เวลาในการหาคำตอบจากคำถามร่วมกัน จากนั้นจะมีเวลาในการตรวจสอบคำตอบจากกลุ่มอื่น ๆ ซึ่งทำให้นักเรียนได้เรียนรู้จากการลงมือปฏิบัติ ตรวจสอบความรู้ด้วยตนเอง และสามารถทราบข้อผิดพลาดของตนเองได้ ส่วนกิจกรรมโตมโนหรษา เป็นกิจกรรมที่แสดงให้เห็นว่า นักเรียนสามารถนำความรู้ที่ได้จากการจัดการเรียนรู้เชิงรุก มาสร้างเป็นองค์ความรู้ผ่านเกมได้อย่างถูกต้อง และสามารถวิเคราะห์ขั้นตอนในการแก้ปัญหาเพื่อหาคำตอบในกลุ่มของตนเองอย่างรวดเร็วได้ แสดงถึงความเข้าใจ และความแม่นยำในเนื้อหาโดยภาพรวมที่ดี กิจกรรม End of Class Query ทำให้ทราบการสะท้อนความคิด (Feedback) ของนักเรียนแต่ละคน ว่ามีความรู้ความเข้าใจในเนื้อหาที่เรียนในคาบนั้นได้มากน้อยเพียงใด และเข้าใจถูกต้องหรือไม่ สามารถนำการสะท้อนความคิดของนักเรียนที่ยังไม่ถูกต้อง มาเติมเต็มความรู้ให้กับนักเรียน เพื่อให้นักเรียนทราบข้อมูลความรู้ที่ถูกต้อง นอกจากนี้การสรุปองค์ความรู้ที่ได้รับของนักเรียน มีการทำกิจกรรมผ่าน Concept Map เพื่อให้นักเรียนแต่ละกลุ่มร่วมกันอภิปรายสิ่งที่ได้เรียนรู้ แล้วสรุปเป็นความรู้ที่ได้รับในภาพรวม ซึ่งแสดงให้เห็นว่า นักเรียนในกลุ่มมีความรู้ความเข้าใจในเนื้อหาที่ดี และแยกองค์ประกอบความรู้ในแต่ละเรื่อง หรือแต่ละส่วนได้อย่างถูกต้องสมบูรณ์

จากผลการวิเคราะห์ข้อมูลเชิงคุณภาพด้านการสังเกตพฤติกรรมในการทำกิจกรรมและผลงานของนักเรียน ทำให้เห็นว่านักเรียนมีส่วนร่วมในการเรียนรู้ นักเรียนได้ลงมือปฏิบัติ เพื่อสร้างองค์ความรู้ด้วยตนเอง หรือร่วมกับเพื่อน ทำให้ความรู้และทักษะที่นักเรียนได้รับจากการจัดการเรียนรู้เชิงรุกมีประสิทธิภาพและประสิทธิผลที่ดี ส่งผลให้เกิดการพัฒนาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่สูงขึ้น

### ข้อเสนอแนะ

#### 1. ข้อเสนอแนะในการจัดการเรียนรู้เชิงรุก

1.1 การจัดการเรียนรู้เชิงรุก เป็นการจัดการเรียนรู้ที่เน้นนักเรียนเป็นสำคัญ นักเรียนมีส่วนร่วมในการเรียนรู้ผ่านการฟัง การพูด การอภิปราย การอ่าน การเขียนและการสะท้อนความคิด ซึ่งในช่วงแรกของการจัดการเรียนรู้เชิงรุก นักเรียนอาจจะไม่คุ้นชิน เนื่องจากเป็นการเรียนรู้ที่ให้นักเรียนคิด ลงมือปฏิบัติอยู่ตลอดเวลา ไม่เหมือนกับการเรียนแบบปกติที่เน้นการบรรยาย ที่ครูศูนย์กลางในการเรียนรู้ ในช่วงแรกครูควรมีบทบาทในการสร้างบรรยากาศในการเรียนรู้ ควรช่วยเหลือหรือแนะแนวทางให้กับนักเรียนก่อน เพื่อให้นักเรียนคุ้นชิน และปรับตัวให้เข้าสู่การเรียนรู้เชิงรุก โดยเฉพาะการอภิปรายหน้าชั้นเรียน การนำเสนอผลงานหน้าชั้นเรียน นักเรียน

บางคนจะไม่กล้าแสดงออกทั้งด้านบุคลิกภาพตนเอง และการแสดงความคิดเห็น ครูจึงต้องกระตุ้น หรือเสริมแรงนักเรียนทางบวก เพื่อให้นักเรียนมีความมั่นใจ และกล้าแสดงความคิด หรือวิธีการ แก้ปัญหาต่าง ๆ อย่างหลากหลาย และให้ผลสะท้อนกลับที่มีลักษณะเชิงบวก ในกรณีนักเรียน แก้ปัญหาไม่ถูกต้อง เพื่อเสริมความมั่นใจให้กับนักเรียน

1.2 ครูต้องวางแผนการจัดการเรียนรู้เชิงรุกในชั้นที่ 2 ขึ้นนำเสนอสถานการณ์ และ ชั้นที่ 4 ขึ้นสร้างองค์ความรู้ ให้มีความเข้มข้นในการจัดการเรียนรู้ เนื่องจากเป็นชั้นที่เพิ่มเติมมา มากกว่าการเรียนแบบปกติ โดยครูต้องสร้างกิจกรรมการเรียนรู้ที่เหมาะสม มีการกระตุ้นนักเรียน ให้เกิดกระบวนการคิด และการสร้างองค์ความรู้ผ่านกิจกรรมการเรียนรู้เชิงรุกอย่างมีประสิทธิภาพ

1.3 การจัดการเรียนรู้เชิงรุกเป็นการจัดการเรียนรู้ที่มี 5 ขั้นตอน ซึ่งแต่ละขั้นตอนมี รายละเอียดและกิจกรรมที่ค่อนข้างใช้เวลา ครูจึงต้องมีการวางแผนการสอนในแต่ละขั้นของการ จัดการเรียนรู้เชิงรุก ให้สอดคล้องและเหมาะสมกับนักเรียน ในด้านสภาพแวดล้อม สื่อ และเวลาใน การจัดการเรียนรู้ ซึ่งส่วนใหญ่การจัดกิจกรรมเชิงรุกในชั้นเรียนอาจใช้เวลานานกว่าที่วางแผน เอาไว้ ครูจึงต้องวางแผนสำรองเพื่อปรับเปลี่ยนการใช้เวลาในการดำเนินการสอนด้วยการเรียนรู้ เชิงรุกให้เหมาะสม ปรับเปลี่ยนให้สอดคล้องและครบองค์ประกอบของการจัดการเรียนรู้เชิงรุก 5 ขั้นตอนเช่นเดิม

1.4 ครูต้องมีความใส่ใจในการตรวจผลงานของนักเรียน เพราะการจัดกิจกรรมการ เรียนรู้เชิงรุกจะมีการสร้างและสรุปความรู้ในแต่ละแผนการจัดการเรียนรู้ที่ต่อเนื่องกัน เช่น ในช่วง สรุปองค์ความรู้ที่ได้รับ นักเรียนบางคนอาจยังมีความเข้าใจในเนื้อหาความรู้ที่คลาดเคลื่อน หรือไม่ ถูกต้อง ครูจึงต้องคอยเป็นผู้แนะแนวทางและตรวจสอบความเข้าใจของนักเรียน โดยการเดินดู นักเรียนขณะทำกิจกรรมให้ทั่วถึง ขณะนักเรียนนำเสนอครูต้องให้คำแนะนำหรือเพิ่มเติมความรู้ใน ส่วนที่สำคัญ และครูต้องตรวจสอบความรู้จากกิจกรรมท้ายคาบเรียน เช่น กิจกรรม End of Class Query ครูควรอ่านที่นักเรียนเขียนความรู้ที่นักเรียนได้รับ หรือยังสงสัยให้ครบทุกคน เพื่อเป็นผล สะท้อนกลับในการตรวจสอบความรู้ ความเข้าใจของนักเรียน และนำมาอธิบายเพิ่มเติมในคาบ เรียนถัดไปในข้อที่นักเรียนสงสัยได้

1.5 ในการวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ก่อนและหลังการ จัดการเรียนรู้เชิงรุก ครูไม่ควรวัดเพียงผลคะแนนสอบก่อนและหลังการจัดการเรียนรู้เชิงรุกเพียง อย่างเดียว เพราะในระหว่างการทำกิจกรรมวิจัย นักเรียนแต่ละคนอาจมีพัฒนาการที่ต่างกันไป จึงควรใช้การวัดพัฒนาการนักเรียนเป็นระยะ ๆ หรือวิเคราะห์เป็นขั้นตอนย่อยของการแก้ปัญหา ว่านักเรียนมีพัฒนาการเพิ่มขึ้นหรือลดลงในแต่ละระยะ หรือแต่ละขั้นตอนย่อยของการแก้ปัญหา

อย่างไร เพื่อให้เห็นผลได้ชัดเจนว่าการจัดการเรียนรู้เชิงรุกส่งผลให้ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์หลังการจัดการเรียนรู้ สูงกว่าก่อนจัดการเรียนรู้อย่างมีประสิทธิภาพอย่างแท้จริง

## 2. ข้อเสนอแนะสำหรับงานวิจัยครั้งต่อไป

2.1 ควรมีการศึกษาผลของการจัดการเรียนรู้เชิงรุก ที่ส่งผลต่อตัวแปรอื่น ๆ ในวิชาคณิตศาสตร์ เช่น ความสามารถในการคิดวิเคราะห์ ความสามารถในการให้เหตุผล ความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ และการคิดอย่างมีวิจารณญาณ เป็นต้น

2.2 ควรมีการศึกษาเพื่อพัฒนาการจัดการเรียนรู้เชิงรุก ในวิชาคณิตศาสตร์ในเรื่องอื่น หรือระดับชั้นอื่น

2.3 ควรมีการใช้กิจกรรมการจัดการเรียนรู้เชิงรุกที่หลากหลาย และสอดคล้องกับความรู้ และความสามารถของนักเรียนในระดับชั้นต่าง ๆ ให้เหมาะสม

2.4 ควรมีการใช้เทคโนโลยี Application หรือโปรแกรมสำเร็จรูปที่ช่วยในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ร่วมกับการจัดการเรียนรู้เชิงรุกเพื่อส่งเสริมการใช้สื่อการเรียนรู้ที่หลากหลายให้กับนักเรียน



## บรรณานุกรม

- Adams, S., Ellis, L., และ Beeson, B. F. (1977). *Teaching mathematics : with emphasis on the diagnostic approach*: New York : Harper & Row.
- Ali, R., Akhter, A., และ Khan, A. (2010). Effect of using problem solving method in teaching mathematics on the achievement of mathematics students. *Asian Social Science*, 6(2), 67.
- Anderson, K. B., และ Pingry, R. E. (1973). *Problem - Solving in Mathematics : Its Theory and Practice*. Washington, D.C.: The National Council of Teachers of Mathematics.
- Baldwin, J., และ Williams, H. (1988). *Active learning : a trainer's guide*: Oxford : Basil Blackwell.
- Baroody, A. J. (1993). *Problem solving, reasoning, and communicating, K-8 : helping children think mathematically*: New York : Merrill.
- Berlinski, S., และ Busso, M. (2017). Challenges in educational reform: An experiment on active learning in mathematics. *Economics Letters*, 156, 172-175.
- Bonwell, C. C., และ Eison, J. A. (1991). *Active Learning: Creating Excitement in the Classroom*. 1991 ASHE-ERIC Higher Education Reports: ERIC.
- Carroll, J. B. (1963). A model of school learning. *Teachers college record*.
- Community literacy of ONTARIO. (2013). Literacy Basics. Retrieved June 22, 2019, from <http://literacybasics.ca/training/instructional-strategies/>
- Fink, L. D. (1999). Active Learning. Retrieved June 24, 2019, from <https://www.hawaii.edu/>
- Finn, K. F. (2003). Assertiveness Level of Occupational Therapists. *Dissertation Abstracts International*, 58(2), 809.
- Freeman, S., Eddy, S. L., McDonough, M., Smith, M. K., Okoroafor, N., Jordt, H., และ Wenderoth, M. P. (2014). Active learning increases student performance in science, engineering, and mathematics. *Proceedings of the National Academy of Sciences*, 111(23), 8410-8415.
- Good, C. V., Merkel, W. R., และ Phi Delta, K. (1973). *Dictionary of education : prepared under the auspices of Phi Delta Kappa* (3rd ed.): New York : McGraw-Hill.

- Hatfield, M. M., Edwards, N. T., และ Bitter, G. G. (1993). *Mathematics methods for the elementary and middle school* (2nd ed.): Boston : Allyn and Bacon.
- Holmes, E. E. (1995). *New directions in elementary school mathematics : interactive teaching and learning*: Englewood Cliffs, N.J. : Merrill.
- Krulik, S., และ Reys, R. E. (1980). Problem Solving in School Mathematics. *National Council of Teachers of Mathematics 1980 Yearbook*.
- Lorenzen, M. (2001). Active learning and library instruction. *Illinois Libraries*, 83(2), 19-24.
- Majoka, M. I., Dad, M. H., และ Mahmood, T. (2010). Student team achievement division (STAD) as an active learning strategy: Empirical evidence from mathematics classroom. *Journal of Education and Sociology*, 4, 16-20.
- Marks, J. L. (1970). *Teaching Elementary School Mathematics*. New York: McGraw-Hill, Inc.
- Meyers, C., และ Jones, T. B. (1993). *Promoting active learning : strategies for the college classroom*: San Francisco, Calif. : Jossey-Bass.
- Moore, K. D. (1994). *Secondary instructional methods*: Madison, Wis. : WCB Brown & Benchmark.
- Prescott, B. A. (1961). *Report of Conference Child Student Education Bulletin*.
- Reys, R. E. (2001). *Helping children learn mathematics* (6th ed.): New York : John Wiley.
- Saha, R. A., Ayub, A. F. M., และ Tarmizi, R. A. (2010). The effects of GeoGebra on mathematics achievement: enlightening coordinate geometry learning. *Procedia-Social and Behavioral Sciences*, 8, 686-693.
- Silberman, M. L. (1996). *Active learning : 101 strategies to teach any subject*: Boston : Allyn and Bacon.
- Van Garderen, D. (2006). Spatial visualization, visual imagery, and mathematical problem solving of students with varying abilities. *Journal of learning disabilities*, 39(6), 496-506.
- William, K. M. (2003). Writing about the Problem-Solving Process to Improve Problem-solving Performance. *Mathematics Teacher*, 96(3), 185-187.

เชิดศักดิ์ ภัคดีวิโรจน์. (2557). ผลการจัดการเรียนรู้เชิงรุกเรื่องทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ที่มี

ต่อความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ การคิดอย่างมีวิจารณญาณและความเชื่อมั่นในตนเอง ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3. ปริญญาโท (กศ.ม. (การมัธยมศึกษา)) -- มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ, 2557.

เตือนใจ เกตุษา. (2549). การสร้างแบบทดสอบ 1 : แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ = *Test construction 1 : MR311* (พิมพ์ครั้งที่ 8, [ฉบับพิมพ์ซ้ำ].): กรุงเทพฯ : ภาควิชาการประเมินและการวิจัย มหาวิทยาลัยรามคำแหง.

โชติกา ภาษีผล. (2559). การวัดและประเมินผลการเรียนรู้ = *Learning measurement and evaluation* (พิมพ์ครั้งที่ 1..): กรุงเทพฯ : ศูนย์หนังสือจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย ผู้จัดจำหน่าย.

ไพศาล หวังพานิช. (2523). การวัดผลการศึกษา: กรุงเทพฯ : สำนักทดสอบทางการศึกษาและจิตวิทยา มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.

กรมวิชาการ, ค., กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์. (2546). การจัดสาระการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ระดับมัธยมศึกษา : ตามหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544: กรุงเทพฯ : กรมวิชาการ กระทรวงศึกษาธิการ.

กฤษดา นรินทร์. (2556). ผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่อง ภาคตัดกรวย ที่เน้นการเชื่อมโยง เนื้อหาคณิตศาสตร์สู่สถานการณ์ในโลกจริง ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนความสามารถในการแก้ปัญหาและเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์. *JOURNAL OF EDUCATION NARESUAN UNIVERSITY*.

ชมนาด เชื้อสุวรรณทวี. (2542). การสอนคณิตศาสตร์: กรุงเทพฯ : มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร.

ชมนาด เชื้อสุวรรณทวี. (2561). การเรียนการสอนคณิตศาสตร์ = *Mathematics instruction* (พิมพ์ครั้งที่ 1..): กรุงเทพฯ : คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.

ชูศรี วงศ์รัตนะ. (2546). เทคนิคการใช้สถิติเพื่อการวิจัย (พิมพ์ครั้งที่ 9..): กรุงเทพฯ : ศูนย์หนังสือจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย ผู้จัดจำหน่าย.

ทวีวัฒน์ วัฒนกุลเจริญ. (2551). การเรียนเชิงรุก (Active Learning). สืบค้นเมื่อ 15 พฤษภาคม 2562, จาก <http://blog.eduzones.com/images/blog/sasitthep/File/activet.pdf>

ธิดารัตน์ ลือโลก. (2554). การพัฒนาบทเรียนคอมพิวเตอร์มัลติมีเดีย เรื่อง ภาคตัดกรวย เพื่อส่งเสริมผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความสามารถเชิงปริภูมิของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4. ปริญญาโท (กศ.ม. (การมัธยมศึกษา)) -- มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ, 2554.

- บัญญัติ ชำนาญกิจ. (2549). ทำไมจึงจำเป็นต้องจัดการเรียนรู้แบบใฝ่รู้ในระดับอุดมศึกษา. วารสาร  
การจัดการความรู้ มหาวิทยาลัยราชภัฏนครสวรรค์, 1(1), 1-7.
- บุหงา วัฒนะ. (2546). Active Learning. วารสารวิชาการ, 6(9), 30-34.
- ปรีชาญ เดชศรี. (2545). การเรียนรู้แบบ Active Learning : ทำได้อย่างไร. วารสาร สสวท., 30(116), 53-  
55.
- ปวันรัตน์ วัฒนะ. (2559). การศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์และความสามารถในการ  
แก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เรื่อง การวัด ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โดยการสอนแนะ  
ให้คิด (CGI) ที่เน้นการเชื่อมโยงระหว่างคณิตศาสตร์กับชีวิตประจำวัน. ปรินญาณิพนธ์ (กศ.  
ม. (วิทยาการทางการศึกษาและการจัดการเรียนรู้)) -- มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ, 2559.
- พิสุทธิศิลป์ โพธิยะ. (2555). ผลของการจัดการเรียนรู้แบบปฏิบัติการ โดยใช้สถานการณ์จำลองเรื่อง  
ทฤษฎีบทพีทาโกรัส ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์และพฤติกรรมการทำงาน  
เป็นกลุ่มของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2. สารนิพนธ์ (กศ.ม. (การมัธยมศึกษา)) --  
มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ, 2555.
- มยุรี โรจน์อรุณ. (2559). ผลของการจัดการเรียนรู้เชิงรุกร่วมกับกระบวนการกลุ่มที่มีต่อความสามารถ  
ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และความสามารถในการทำงานกลุ่มของนักเรียนชั้น  
ประถมศึกษาปีที่ 6. ปรินญาณิพนธ์ (กศ.ม. (วิทยาการทางการศึกษาและการจัดการเรียนรู้))  
-- มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ, 2559.
- ยุพิน พลเรือง. (2561). การพัฒนาการจัดการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์แบบสืบเสาะหาความรู้ เรื่อง  
ภาคตัดกรวย โดยใช้โปรแกรมจีเอสพี (GSP) ที่เน้นการเชื่อมโยงสู่สถานการณ์จริง. วารสาร  
การวัดผลการศึกษา มหาวิทยาลัยมหาสารคาม.
- ยุพิน พิพิธกุล. (2530). การสอนคณิตศาสตร์: กรุงเทพฯ : คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.  
ล้วน สายยศ และอังคณา สายยศ. (2543). เทคนิคการวัดผลการเรียนรู้ (พิมพ์ครั้งที่ 2.): กรุงเทพฯ :  
สุวีริยาสาสน์.
- วนิดา นุชยะกนิษฐ. (2532). ผลของการจัดประสบการณ์แบบปฏิบัติการกับแบบปกติที่มีต่อทักษะ  
การเปรียบเทียบของเด็กปฐมวัย. ปรินญาณิพนธ์ (กศ.ม. (การศึกษาปฐมวัย)) --  
มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร, 2532.
- วัชรา เล่าเรียนดี. (2560). กลยุทธ์การจัดการเรียนรู้เชิงรุกเพื่อพัฒนาการคิดและยกระดับคุณภาพ  
การศึกษาสำหรับศตวรรษที่ 21 (พิมพ์ครั้งที่ 12.): นครปฐม : เพชรเกษมพรินติ้ง กรุ๊ป.
- วิจารณ์ พานิช. (2557). การสร้างการเรียนรู้สู่ศตวรรษที่ 21 (พิมพ์ครั้งที่ 2, [ฉบับพิมพ์ซ้ำ]).:

กรุงเทพฯ : มูลนิธิสยามกัมมาจล.

วิชัย เสวกงาม. (2559). การจัดการเรียนการสอนแบบ Active Learning. สืบค้นเมื่อ 18 พฤษภาคม 2562,

จาก <http://fs.libarts.psu.ac.th/webcontent/KM/01%20KM-Active%20Learning.pdf>

วิชัย พาณิชย์สวย. (2546). สอนอย่างไรให้เด็กเก่งโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์: กรุงเทพฯ : สถาบันพัฒนาคุณภาพวิชาการ พว.

ศักดิ์ดา ไชกิจภิญโญ. (2548). สอนอย่างไรให้ active learning. วารสารนวัตกรรมการเรียนการสอน ปีที่ 2, ฉบับที่ 2 (พ.ค.-ส.ค. 2548), หน้า 12-15.

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2555). การวัดผลประเมินผลคณิตศาสตร์:

กรุงเทพฯ : ซีเอ็ดดูเคชั่น.

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2558). รายงานผลการวิจัยโครงการ TIMSS 2015.

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2560a). รายงานผลการวิจัยโครงการ TIMSS 2011 วิชาคณิตศาสตร์.

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2560b). สรุปข้อมูลเบื้องต้น PISA 2015.

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2561). ผลการประเมิน PISA 2015 วิทยาศาสตร์ การอ่าน และคณิตศาสตร์ ความเป็นเลิศและความเท่าเทียมทางการศึกษา. ชัดเชสพับลิเคชั่น: สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี

สมเดช บุญประจักษ์. (2540). การพัฒนาศักยภาพทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โดยใช้การเรียนแบบร่วมมือ. ปรินญานิพนธ์ (กศ.ด. (คณิตศาสตร์ศึกษา)) -- มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร, 2540.

สมวงศ์ แปลงประสพโชค. (2545). กิจกรรมส่งเสริมการคิดและแก้ปัญหาคณิตศาสตร์: กรุงเทพฯ : Learn and Play MATHGROUP.

สมาคมคณิตศาสตร์แห่งประเทศไทย. (2537). การพัฒนาทักษะการคิดคำนวณของนักเรียนระดับประถมศึกษา: กรุงเทพฯ : สมาคม.

สัญญา ภัทรากกร. (2552). ผลของการจัดการเรียนรู้อย่างมีชีวิตชีวาที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 เรื่อง ความเป็น. ปรินญานิพนธ์ (กศ.ม. (การมัธยมศึกษา)) -- มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ, 2552.

สำนักงานเลขาธิการสภาการศึกษา. (2560). แผนการศึกษาแห่งชาติ (พ.ศ. 2560-2579): กรุงเทพฯ : สำนักงาน.

สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาแห่งชาติ. (2542). พระราชบัญญัติการศึกษาแห่งชาติ พ.ศ. 2542:

กรุงเทพฯ : สำนักงาน.

สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน, ก. (2560). มาตรฐานการเรียนรู้และตัวชี้วัด กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ วิทยาศาสตร์ และสาระภูมิศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์ชุมนุมสหกรณ์การเกษตรแห่งประเทศไทย.

สิริพร ทิพย์คง. (2544). หนังสือเสริมประสบการณ์วิชาคณิตศาสตร์ ระดับประถมศึกษา และระดับมัธยมศึกษาตอนต้น เรื่องการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ = *Problem solving*: กรุงเทพฯ : ศูนย์พัฒนาหนังสือ.

สุชาดา แก้วพิกุล. (2555). การพัฒนากิจกรรมคณิตศาสตร์ที่ใช้การจัดการเรียนการสอนอย่างกระตือรือร้น โดยเน้นการเรียนรู้เป็นคู่ร่วมกับการบริหารสมอง เพื่อส่งเสริมผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์และความสุขในการเรียนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ต่ำ. ปรินญานิพนธ์ (กศ.ม. (การมัธยมศึกษา)) -- มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ, 2555.

อัมพร ม้าคนอง. (2553). ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ : การพัฒนาเพื่อพัฒนาการ (พิมพ์ครั้งที่ 1..): กรุงเทพฯ : ศูนย์ตำราและเอกสารทางวิชาการ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

อิทธิพัทธ์ สุวทันพรกุล. (2557). การวัดประเมินทางการศึกษา (*Education assessment*). มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ: คณะศึกษาศาสตร์.





ภาคผนวก ก

รายนามผู้เชี่ยวชาญตรวจสอบเครื่องมือในการวิจัย



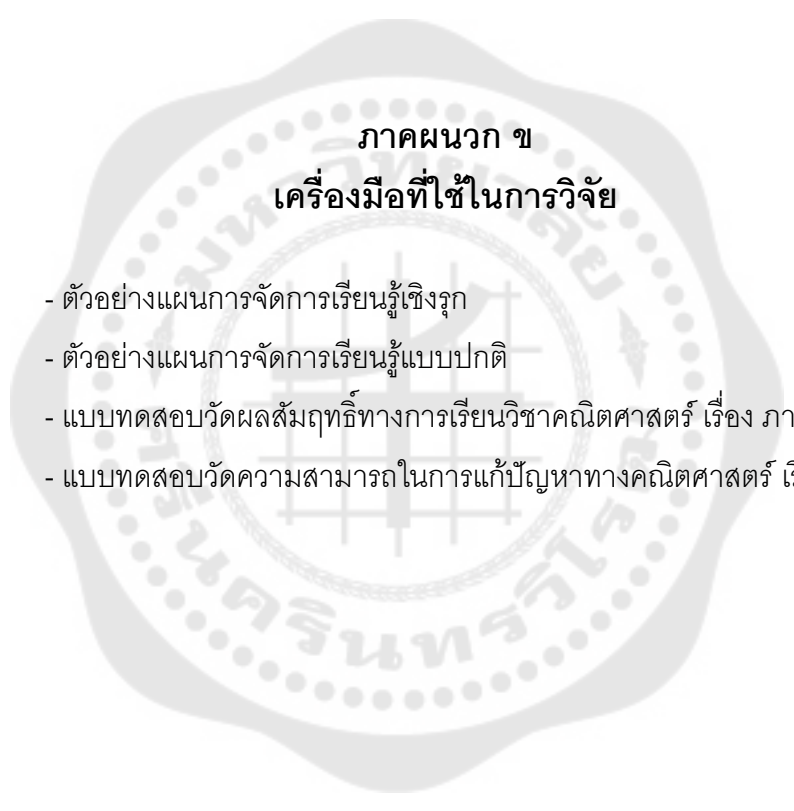
## รายนามผู้เชี่ยวชาญตรวจสอบเครื่องมือในการวิจัย

### รายการตรวจสอบ

1. แผนการจัดการเรียนรู้เชิงรุก เรื่อง ภาคตัดกรวย
2. แผนการจัดการเรียนรู้ด้วยวิธีการเรียนแบบปกติ เรื่อง ภาคตัดกรวย
3. แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง ภาคตัดกรวย
4. แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ภาคตัดกรวย

### รายนามผู้เชี่ยวชาญ

1. ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.สุกัญญา หะยีส้าและ  
ตำแหน่ง ผู้ช่วยศาสตราจารย์ประจำภาควิชาคณิตศาสตร์ คณะวิทยาศาสตร์  
มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร
2. ดร.กนิษฐา เชาว์วัฒนกุล  
ตำแหน่ง อาจารย์ประจำภาควิชาครุศึกษา คณะศึกษาศาสตร์และพัฒนศาสตร์  
มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์ วิทยาเขตกำแพงแสน
3. ดร.ธีรเชษฐี เรืองสุขอนันต์  
ตำแหน่ง อาจารย์ประจำสาขาวิชาสถิติและนิเทศการสอนคณิตศาสตร์  
โรงเรียนสาธิตมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร (ฝ่ายมัธยม)



ภาคผนวก ข  
เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

- ตัวอย่างแผนการจัดการเรียนรู้เชิงรุก
- ตัวอย่างแผนการจัดการเรียนรู้แบบปกติ
- แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง ภาคตัดกรวย
- แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ภาคตัดกรวย



ตัวอย่างแผนการจัดการเรียนรู้เชิงรุก

### แผนการจัดการเรียนรู้เชิงรุกที่ 1

รหัสวิชา ค 31208

รายวิชา คณิตศาสตร์เพิ่มเติม 2(1)

ชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 4

หน่วยการเรียนรู้ที่ 2 ภาคตัดกรวย

เรื่อง ส่วนประกอบและลักษณะของวงรี เมื่อจุดศูนย์กลางอยู่ที่ (0,0)

จำนวน 2 คาบ (90 นาที)

ผู้สอน นายธนกฤต อัญญาจิรกุล

#### 1. มาตรฐานการเรียนรู้/ตัวชี้วัด

##### มาตรฐานการเรียนรู้

มาตรฐาน ค 2.3 เข้าใจเรขาคณิตวิเคราะห์ และนำไปใช้

##### ตัวชี้วัด

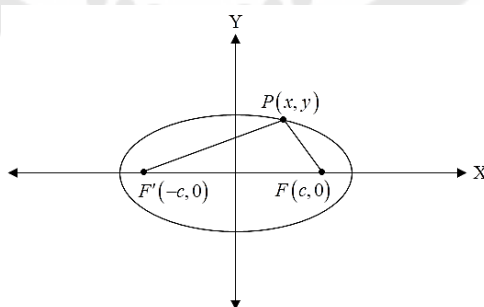
ค 2.3 ม.4/1 เข้าใจและใช้ความรู้เกี่ยวกับเรขาคณิตวิเคราะห์ในการแก้ปัญหา

#### 2. สาระสำคัญ

##### วงรี (Ellipse)

นิยามของวงรี คือ เซตของจุดทุกจุดบนระนาบ ซึ่งผลบวกของระยะทางจากจุดใด ๆ

ไปยังจุดคงที่สองจุดบนระนาบมีค่าคงที่ โดยค่าคงที่มากกว่าระยะห่างระหว่างจุดคงที่ทั้งสอง จะเรียกจุดคงที่ว่า จุดโฟกัสของวงรี



$F'(-c, 0)$  ,  $F(c, 0)$  เป็นจุดโฟกัสของวงรี และ  $P(x, y)$  เป็นจุดใด ๆ บนวงรี

จะได้ว่า  $PF' + PF = k$  เมื่อ  $k$  เป็นค่าคงที่ และ  $PF' + PF > F'F$  เสมอ

ดังนั้น  $k$  มีค่ามากกว่าระยะระหว่างโฟกัสทั้งสอง นั่นคือ  $k > 2c$

ระยะระหว่างจุดโฟกัสทั้งสอง =  $2c$

## ส่วนประกอบและลักษณะของสมการวงรีที่มีจุดศูนย์กลางที่จุด $C(0,0)$

### 1. จุดโฟกัสอยู่บนแกน X

สมการมาตรฐาน คือ  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$  โดยที่  $a > b$

จุดยอดอยู่ที่  $V'(-a,0)$  และ  $V(a,0)$  จุดโฟกัสอยู่ที่  $F'(-c,0)$  และ  $F(c,0)$

จุดปลายแกนโทอยู่ที่  $B'(0,-b)$  และ  $B(0,b)$  แกนเอกยาว  $2a$  แกนโทยาว  $2b$

ความยาวลาตัสเรกตัม เท่ากับ  $\frac{2b^2}{a}$  และความเยื้องศูนย์กลาง เท่ากับ  $\frac{c}{a}$

### 2. จุดโฟกัสอยู่บนแกน Y

สมการมาตรฐาน คือ  $\frac{x^2}{b^2} + \frac{y^2}{a^2} = 1$  โดยที่  $a > b$

จุดยอดอยู่ที่  $V'(0,-a)$  และ  $V(0,a)$  จุดโฟกัสอยู่ที่  $F'(0,-c)$  และ  $F(0,c)$

จุดปลายแกนโทอยู่ที่  $B'(-b,0)$  และ  $B(b,0)$  แกนเอกยาว  $2a$  แกนโทยาว  $2b$

ความยาวลาตัสเรกตัม เท่ากับ  $\frac{2b^2}{a}$  และความเยื้องศูนย์กลาง เท่ากับ  $\frac{c}{a}$

## 3. จุดประสงค์การเรียนรู้

### 3.1 ด้านความรู้ทางคณิตศาสตร์: นักเรียนสามารถ

3.1.1) บอกลักษณะของวงรีที่กำหนดให้เมื่อจุดศูนย์กลางอยู่ที่  $(0,0)$  ได้

3.1.2) หาส่วนประกอบต่าง ๆ ของสมการวงรีที่กำหนดให้เมื่อจุดศูนย์กลางอยู่ที่  $(0,0)$  ได้

3.1.3) เขียนกราฟวงรีจากสมการวงรีที่กำหนดให้เมื่อจุดศูนย์กลางอยู่ที่  $(0,0)$  ได้

### 3.2 ด้านทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์: นักเรียนสามารถ

เขียนแสดงวิธีการหาส่วนประกอบต่าง ๆ ของสมการวงรีและกราฟเมื่อจุดศูนย์กลางอยู่ที่  $(0,0)$  โดยใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการสื่อความหมายได้อย่างถูกต้อง

### 3.3 ด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์: นักเรียนมี

3.3.1) ความรับผิดชอบในการทำงานที่ได้รับมอบหมาย

3.3.2) ส่วนร่วมในการทำกิจกรรมกลุ่ม

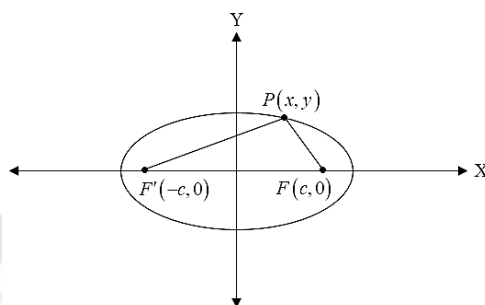
#### 4. สารการเรียนรู้

##### วงรี (Ellipse)

นิยามของวงรี คือ เซตของจุดทุกจุดบนระนาบ ซึ่งผลบวกของระยะทางจากจุดใด ๆ

ไปยังจุดคงที่สองจุดบนระนาบมีค่าคงที่ โดยค่าคงที่มากกว่าระยะห่าง

ระหว่างจุดคงที่ทั้งสอง จะเรียกจุดคงที่ว่า จุดโฟกัสของวงรี



$F'(-c, 0)$  ,  $F(c, 0)$  เป็นจุดโฟกัสของวงรี และ  $P(x, y)$  เป็นจุดใด ๆ บนวงรี

จะได้ว่า  $PF' + PF = k$  เมื่อ  $k$  เป็นค่าคงที่ และ  $PF' + PF > F'F$  เสมอ

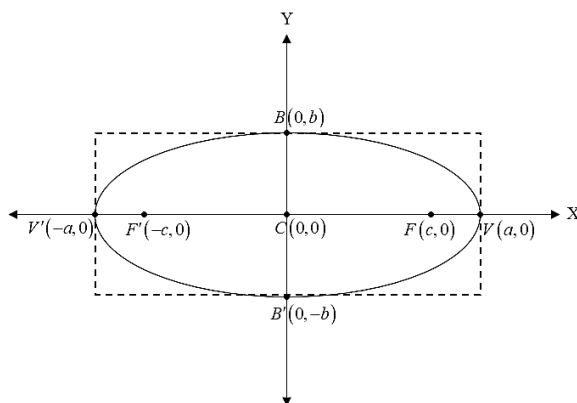
ดังนั้น  $k$  มีค่ามากกว่าระยะระหว่างโฟกัสทั้งสอง นั่นคือ  $k > 2c$

ระยะระหว่างจุดโฟกัสทั้งสอง =  $2c$

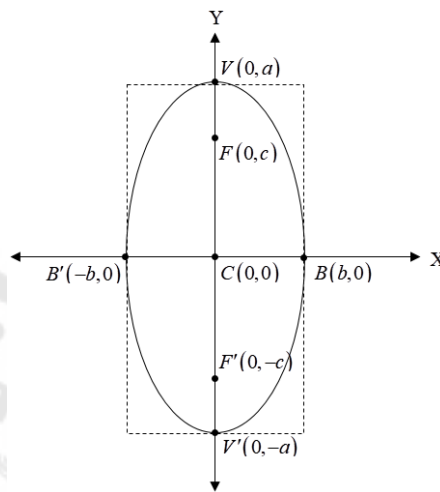
### ส่วนประกอบและลักษณะของสมการวงรี

เมื่อวงรีมีจุดศูนย์กลาง คือ จุด  $C(0,0)$

1. จุดโฟกัสอยู่บนแกน X



2. จุดโฟกัสอยู่บนแกน Y



รูปทั่วไป	$Ax^2 + By^2 + Cx + Dy + E = 0$ จุดศูนย์กลาง คือ $\left(-\frac{C}{2A}, -\frac{D}{2B}\right)$	
รูปสมการมาตรฐาน	$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ โดยที่ $a > b$	$\frac{x^2}{b^2} + \frac{y^2}{a^2} = 1$ โดยที่ $a > b$
จุดศูนย์กลาง	$C(0,0)$	$C(0,0)$
จุดโฟกัส	$F'(-c,0)$ และ $F(c,0)$	$F'(0,-c)$ และ $F(0,c)$
จุดยอด	$V'(-a,0)$ และ $V(a,0)$	$V'(0,-a)$ และ $V(0,a)$
จุดปลายแกนโท	$B'(0,-b)$ และ $B(0,b)$	$B'(-b,0)$ และ $B(b,0)$
แกนเอกยาว	$2a$	
แกนโทยาว	$2b$	
ความยาวลาตัสเรกตัม	$\frac{2b^2}{a}$	
ความเยื้องศูนย์กลาง	$\frac{c}{a}$	

หมายเหตุ การหาค่า  $c$  หาได้จากสมการ  $c^2 = a^2 - b^2$

1. จงบอกลักษณะของวงรี จุดศูนย์กลาง จุดโฟกัส จุดยอด ความยาวแกนเอก จุดปลายแกนโท ความยาวแกนโท ความยาวลาตัสเรกตัม และความเยื้องศูนย์กลาง พร้อมทั้งเขียนกราฟของวงรี ที่มีสมการ คือ  $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$

**วิธีทำ** 1) โจทย์ถามอะไร โจทย์กำหนดอะไรมาให้

- โจทย์ถาม ลักษณะของวงรี จุดศูนย์กลาง จุดโฟกัส จุดยอด ความยาวแกนเอก จุดปลายแกนโท ความยาวแกนโท ความยาวลาตัสเรกตัม และความเยื้องศูนย์กลาง พร้อมทั้งเขียนกราฟของวงรี

- โจทย์กำหนด สมการวงรี  $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$

2) ใช้วิธีการหรือวางแผนอย่างไรในการแก้ปัญหา

- จัดรูปสมการวงรีให้อยู่ในรูปมาตรฐาน หาค่าของ  $a$ ,  $b$  และ  $c$  แล้วเขียนกราฟเพื่อหาส่วนประกอบต่าง ๆ ของวงรี

3) ดำเนินการแก้ปัญหา

จัดรูปสมการในรูปมาตรฐาน จะได้  $\frac{x^2}{5^2} + \frac{y^2}{3^2} = 1$

จะได้ว่า  $a = 5, b = 3$

จาก  $c^2 = a^2 - b^2$

จะได้ว่า  $c^2 = 5^2 - 3^2 = 25 - 9 = 16$

ดังนั้น  $c = 4$

วงรีนี้เป็นวงรีแนวน (ตั้งหรือนอน) แนวนอน

จุดศูนย์กลางอยู่ที่  $C(0,0)$

โฟกัสอยู่ที่  $F'(-4,0)$  และ  $F(4,0)$

จุดยอดอยู่ที่  $V'(-5,0)$  และ  $V(5,0)$

แกนเอกยาว  $2a = 2(5) = 10$  หน่วย

จุดปลายแกนโทอยู่ที่  $B'(0,-3)$  และ  $B(0,3)$

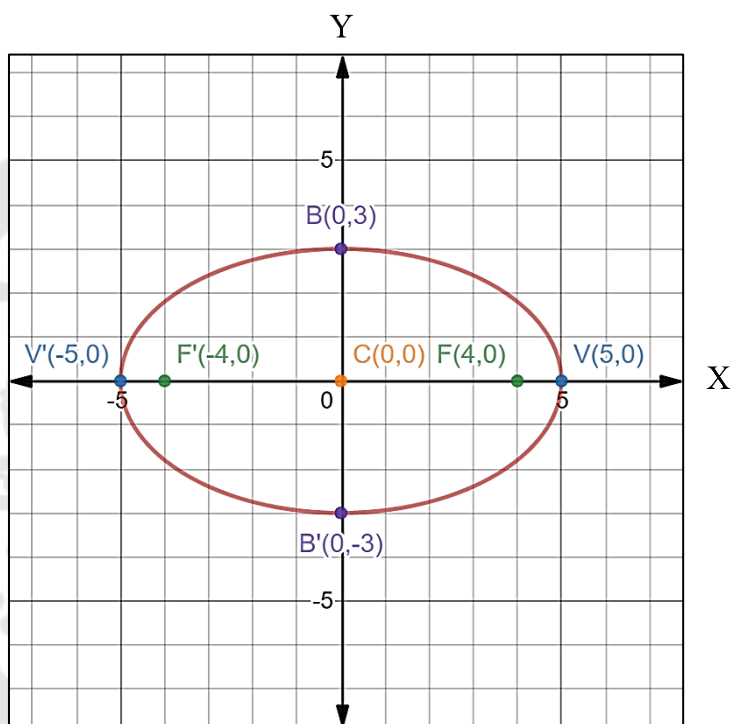
แกนโทยาว  $2b = 2(3) = 6$  หน่วย



ความยาวของลาตัสเรกตัม เท่ากับ  $\frac{2b^2}{a} = \frac{2(3)^2}{5} = \frac{18}{5}$  หน่วย

ความเยื้องศูนย์กลาง เท่ากับ  $\frac{c}{a} = \frac{4}{5}$

### พื้นที่ในการเขียนกราฟ



#### 4) ตรวจสอบคำตอบ

เมื่อพิจารณาระหว่างโจทย์กับกราฟ จากกราฟ มีจุดศูนย์กลางที่  $(0,0)$  และมีค่า  $a=5, b=3$  และ  $c=4$  สอดคล้องกับโจทย์จริง

2. จงบอกลักษณะของวงรี จุดศูนย์กลาง จุดโฟกัส จุดยอด ความยาวแกนเอก จุดปลายแกนโท ความยาวแกนโท ความยาวลาตัสเรกตัม และความเยื้องศูนย์กลาง พร้อมทั้งเขียนกราฟของวงรี

ที่มีสมการ คือ  $\frac{x^2}{64} + \frac{y^2}{100} = 1$

**วิธีทำ** 1) โจทย์ถามอะไร โจทย์กำหนดอะไรมาให้

- โจทย์ถาม ลักษณะของวงรี จุดศูนย์กลาง จุดโฟกัส จุดยอด ความยาวแกนเอก จุดปลายแกนโท ความยาวแกนโท ความยาวลาตัสเรกตัม และความเยื้องศูนย์กลาง พร้อมทั้งเขียนกราฟของวงรี

- โจทย์กำหนด สมการวงรี  $\frac{x^2}{64} + \frac{y^2}{100} = 1$

2) ใช้วิธีการหรือวางแผนอย่างไรในการแก้ปัญหา

- จัดรูปสมการวงรีให้อยู่ในรูปมาตรฐาน หาค่าของ  $a$  ,  $b$  และ  $c$  แล้วเขียนกราฟเพื่อหาส่วนประกอบต่าง ๆ ของวงรี

3) ดำเนินการแก้ปัญหา

จัดรูปสมการในรูปมาตรฐาน จะได้  $\frac{x^2}{8^2} + \frac{y^2}{10^2} = 1$

จะได้ว่า  $a = 10, b = 8$

จาก  $c^2 = a^2 - b^2$

จะได้ว่า  $c^2 = 10^2 - 8^2 = 100 - 64 = 36$

ดังนั้น  $c = 6$

วงรีนี้เป็นวงรีแนว (ตั้งหรือนอน) แนวตั้ง

จุดศูนย์กลางอยู่ที่  $C(0,0)$

โฟกัสอยู่ที่  $F'(0,-6)$  และ  $F(0,6)$

จุดยอดอยู่ที่  $V'(0,-10)$  และ  $V(0,10)$

แกนเอกยาว  $2a = 2(10) = 20$  หน่วย

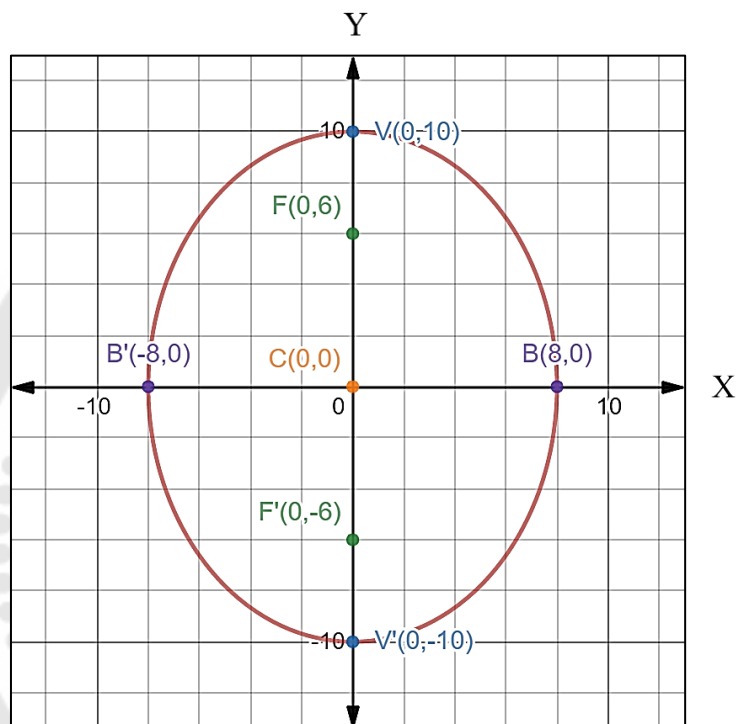
จุดปลายแกนโทอยู่ที่  $B'(-8,0)$  และ  $B(8,0)$

แกนโทยาว  $2b = 2(8) = 16$  หน่วย

ความยาวของลาตัสเรกตัม เท่ากับ  $\frac{2b^2}{a} = \frac{2(8)^2}{10} = \frac{64}{5}$  หน่วย

ความเยื้องศูนย์กลาง เท่ากับ  $\frac{c}{a} = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}$

พื้นที่ในการเขียนกราฟ



4) ตรวจสอบคำตอบ

เมื่อพิจารณาระหว่างโจทย์กับกราฟ จากกราฟ มีจุดศูนย์กลางที่  $(0,0)$  และมีค่า  $a=10, b=8$  และ  $c=6$  สอดคล้องกับโจทย์จริง

3. จงบอกลักษณะของวงรี จุดศูนย์กลาง จุดโฟกัส จุดยอด ความยาวแกนเอก จุดปลายแกนโท ความยาวแกนโท ความยาวลาตัสเรกตัม และความเยื้องศูนย์กลาง พร้อมทั้งเขียนกราฟของวงรี ที่มีสมการ คือ  $25x^2 + 49y^2 = 1225$

**วิธีทำ** 1) โจทย์ถามอะไร โจทย์กำหนดอะไรมาให้

- โจทย์ถาม ลักษณะของวงรี จุดศูนย์กลาง จุดโฟกัส จุดยอด ความยาวแกนเอก จุดปลายแกนโท ความยาวแกนโท ความยาวลาตัสเรกตัม และความเยื้องศูนย์กลาง พร้อมทั้งเขียนกราฟของวงรี

- โจทย์กำหนด สมการวงรี  $25x^2 + 49y^2 = 1225$

2) ใช้วิธีการหรือวางแผนอย่างไรในการแก้ปัญหา

- จัดรูปสมการวงรีให้อยู่ในรูปมาตรฐาน หาค่าของ  $a$ ,  $b$  และ  $c$  แล้วเขียนกราฟเพื่อหาส่วนประกอบต่าง ๆ ของวงรี

3) ดำเนินการแก้ปัญหา

$$\begin{aligned} \text{จัดรูปสมการในรูปมาตรฐาน จะได้} \quad 25x^2 + 49y^2 &= 1225 \\ \frac{25x^2}{1225} + \frac{49y^2}{1225} &= \frac{1225}{1225} \\ \frac{x^2}{49} + \frac{y^2}{25} &= 1 \\ \frac{x^2}{7^2} + \frac{y^2}{5^2} &= 1 \end{aligned}$$

จะได้ว่า  $a = 7, b = 5$

จาก  $c^2 = a^2 - b^2$

จะได้ว่า  $c^2 = 7^2 - 5^2 = 49 - 25 = 24$

ดังนั้น  $c = \sqrt{24} = 2\sqrt{6}$

วงรีนี้เป็นวงรีแนวน (ตั้งหรือนอน) นอน

จุดศูนย์กลางอยู่ที่  $C(0,0)$

โฟกัสอยู่ที่  $F'(-2\sqrt{6}, 0)$  และ  $F(2\sqrt{6}, 0)$

จุดยอดอยู่ที่  $V'(-7, 0)$  และ  $V(7, 0)$

แกนเอกยาว  $2a = 2(7) = 14$  หน่วย

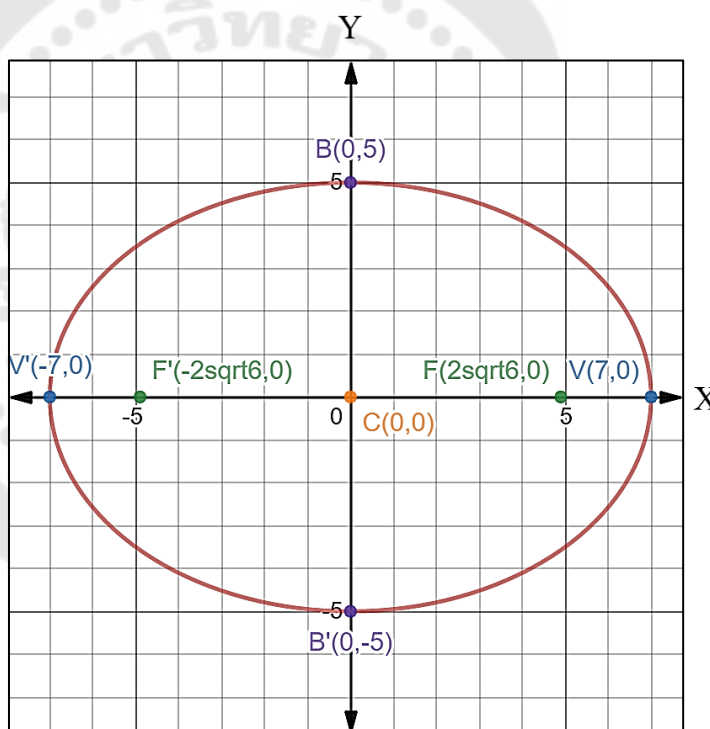
จุดปลายแกนโทอยู่ที่  $B'(0, -5)$  และ  $B(0, 5)$

แกนโทยาว  $2b = 2(5) = 10$  หน่วย

ความยาวของลาตัสเรกตัม เท่ากับ  $\frac{2b^2}{a} = \frac{2(5)^2}{7} = \frac{50}{7}$  หน่วย

ความเยื้องศูนย์กลาง เท่ากับ  $\frac{c}{a} = \frac{2\sqrt{6}}{7}$

พื้นที่ในการเขียนกราฟ



4) ตรวจสอบคำตอบ

เมื่อพิจารณาระหว่างโจทย์กับกราฟ จากกราฟ มีจุดศูนย์กลางที่  $(0,0)$  และมีค่า  $a=7, b=5$  และ  $c=2\sqrt{6}$  สอดคล้องกับโจทย์จริง

4. จงบอกลักษณะของวงรี จุดศูนย์กลาง จุดโฟกัส จุดยอด ความยาวแกนเอก จุดปลายแกนโท ความยาวแกนโท ความยาวลาตัสเรกตัม และความเยื้องศูนย์กลาง พร้อมทั้งเขียนกราฟของวงรี ที่มีสมการ คือ  $5x^2 + 4y^2 - 20 = 0$

**วิธีทำ** 1) โจทย์ถามอะไร โจทย์กำหนดอะไรมาให้

- โจทย์ถาม ลักษณะของวงรี จุดศูนย์กลาง จุดโฟกัส จุดยอด ความยาวแกนเอก จุดปลายแกนโท ความยาวแกนโท ความยาวลาตัสเรกตัม และความเยื้องศูนย์กลาง พร้อมทั้งเขียนกราฟของวงรี

- โจทย์กำหนด สมการวงรี  $5x^2 + 4y^2 - 20 = 0$

2) ใช้วิธีการหรือวางแผนอย่างไรในการแก้ปัญหา

- จัดรูปสมการวงรีให้อยู่ในรูปมาตรฐาน หาค่าของ  $a$  ,  $b$  และ  $c$  แล้วเขียนกราฟเพื่อหาส่วนประกอบต่าง ๆ ของวงรี

3) ดำเนินการแก้ปัญหา

$$\text{จัดรูปสมการในรูปมาตรฐาน จะได้ } 5x^2 + 4y^2 - 20 = 0$$

$$5x^2 + 4y^2 = 20$$

$$\frac{5x^2}{20} + \frac{4y^2}{20} = \frac{20}{20}$$

$$\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{5} = 1$$

$$\text{จะได้ว่า } a = \sqrt{5}, b = 2$$

$$\text{จาก } c^2 = a^2 - b^2$$

$$\text{จะได้ว่า } c^2 = \sqrt{5}^2 - 2^2 = 5 - 4 = 1$$

$$\text{ดังนั้น } c = 1$$

วงรีนี้เป็นวงรีแนวน (ตั้งหรือนอน) แนวนตั้ง

$$\text{จุดศูนย์กลางอยู่ที่ } C(0,0)$$

$$\text{โฟกัสอยู่ที่ } F'(0,-1) \text{ และ } F(0,1)$$

$$\text{จุดยอดอยู่ที่ } V'(0,-\sqrt{5}) \text{ และ } V(0,\sqrt{5})$$

แกนเอกยาว  $2a = 2(\sqrt{5}) = 2\sqrt{5}$  หน่วย

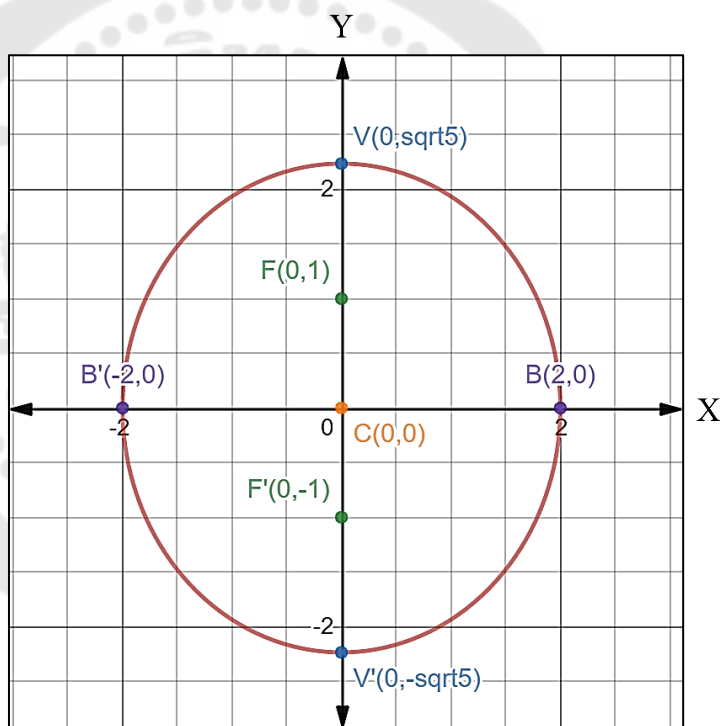
จุดปลายแกนโทอยู่ที่  $B'(-2,0)$  และ  $B(2,0)$

แกนโทยาว  $2b = 2(2) = 4$  หน่วย

ความยาวของลาตัสเรกตัม เท่ากับ  $\frac{2b^2}{a} = \frac{2(2)^2}{\sqrt{5}} = \frac{8}{\sqrt{5}} = \frac{8\sqrt{5}}{5}$  หน่วย

ความเยื้องศูนย์กลาง เท่ากับ  $\frac{c}{a} = \frac{1}{\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5}}{5}$

พื้นที่ในการเขียนกราฟ



4) ตรวจสอบคำตอบ

เมื่อพิจารณาระหว่างโจทย์กับกราฟ จากกราฟ มีจุดศูนย์กลางที่  $(0,0)$  และมีค่า  $a = \sqrt{5}$ ,  $b = 2$  และ  $c = 1$  สอดคล้องกับโจทย์จริง

## 5. กิจกรรมการเรียนรู้

### 5.1 ขั้นนำ

ขั้นนี้ใช้เวลาประมาณ 10 นาที ซึ่งมีรายละเอียดดังต่อไปนี้

5.1.1 ครูเปิดวิดีโอ เรื่อง วงรี ให้กับนักเรียน และให้นักเรียนสังเกตหรือบันทึกความรู้สั้น ๆ จากวิดีโอ

5.1.2 ครูและนักเรียนร่วมกันอภิปรายความรู้จากวิดีโอ โดยการสุ่มถามนักเรียน และใช้คำถามกระตุ้น ดังนี้

1) จากวิดีโอต้องการสร้างอะไร และเป็นรูปเรขาคณิตชนิดใด

[นักเรียนควรตอบว่า สร้างบ่อน้ำเป็นรูปวงรี]

2) การสร้างบ่อน้ำเป็นรูปวงรีในวิดีโอ ทำอย่างไร

[นักเรียนควรตอบว่า กำหนดจุดคงที่ 2 จุด แล้วลากเส้นเชือกที่ตรึงจุดคงที่ทั้งสองไปรอบ รูป จนเกิดรูปวงรี]

3) นักเรียนคิดว่า จุดคงที่ทั้ง 2 จุด มีความสำคัญต่อรูปวงรีอย่างไร

[นักเรียนควรตอบว่า เป็นจุดที่ทำให้เราสามารถสร้างรูปวงรีได้อย่างสมบูรณ์]

4) นักเรียนคิดว่า วงรีน่าจะมีส่วนประกอบอะไรบ้าง

[นักเรียนควรตอบว่า จุดศูนย์กลาง จุดคงที่ 2 จุด (จุดโฟกัส) หรืออื่น

5.1.3 ครูแจ้งจุดประสงค์ในการเรียนในคาบเรียนนี้ว่าจะเรียนเกี่ยวกับบทนิยามของวงรี ส่วนประกอบและลักษณะของวงรี เมื่อจุดศูนย์กลางอยู่ที่  $(0,0)$

### 5.2 ขั้นนำเสนอสถานการณ์

ขั้นนี้ใช้เวลาประมาณ 15 นาที ซึ่งมีรายละเอียดดังต่อไปนี้

5.2.1 ครูแบ่งกลุ่มนักเรียน กลุ่มละ 4 – 6 คน

5.2.2 ครูแจกใบกิจกรรมที่ 1 เรื่อง บทนิยามของวงรี ให้กับนักเรียนทุกคน แล้วให้นักเรียนอ่านคำชี้แจงเพื่อทำความเข้าใจกิจกรรม

5.2.3 ครูอธิบายวิธีการทำกิจกรรมที่ 1 แล้วให้นักเรียนแล้วปฏิบัติกิจกรรมเป็นรายบุคคล โดยสามารถปรึกษากับเพื่อนในกลุ่มได้ พร้อมทั้งสรุปสิ่งที่สังเกตได้จากผลของการทำกิจกรรม โดยใช้เวลาประมาณ 5 นาที



5.2.4 ครูสุ่มตัวแทนนักเรียนออกมานำเสนอผลที่ได้จากกิจกรรม แล้วให้เพื่อนในห้องตรวจสอบผลที่ได้จากการทำกิจกรรมของตนเอง

5.2.5 ครูและนักเรียนร่วมกันอภิปรายผลที่ได้จากการทำกิจกรรม โดยใช้คำถามกระตุ้น ดังนี้

1) นักเรียนสังเกตอะไรได้บ้างจากผลของการทำใบกิจกรรมที่ 1

[นักเรียนควรตอบว่า ผลบวกระยะทางจากจุด  $A$  ไปยัง  $F'$  กับผลบวกระยะทางจากจุด  $A$  ไป  $F$  เท่ากับ ผลบวกผลบวกระยะทางจากจุด  $B$  และ  $C$  ไปยัง  $F'$  กับผลบวกระยะทางจากจุด  $B$  และ  $C$  ไป  $F$  ตามลำดับ]

2) ระยะทางระหว่างผลบวกระยะทางจากจุด  $A$  ไปยัง  $F'$  กับผลบวกระยะทางจากจุด  $A$  ไปยัง  $F$  มากกว่าหรือน้อยกว่าระยะทางระหว่าง  $F'$  กับ  $F$

[นักเรียนควรตอบว่า ผลบวกระยะทางจากจุด  $A$  ไปยัง  $F'$  กับผลบวกระยะทางจากจุด  $A$  ไปยัง  $F$  มากกว่า ระยะทางระหว่าง  $F'$  กับ  $F$  ]

5.2.6 ครูสุ่มตัวแทนนักเรียนออกมาสรุปความรู้ที่ได้รับในกิจกรรมที่ 1 โดยใช้คำถามกระตุ้น ดังนี้

1) จุดบนวงรีกับจุด  $F'$  และ  $F$  มีความสัมพันธ์กันอย่างไร

[นักเรียนควรตอบว่า ผลบวกของระยะทางจากจุดใดๆ บนเส้นรอบวงของวงรีไปยังจุด  $F'$  และจุด  $F$  จะมีค่าคงที่เสมอ (ค่าเท่ากันเสมอ)]

2) ระยะทางระหว่างผลบวกระยะทางจากจุดใด ๆ ไปยัง  $F'$  กับผลบวกระยะทางจากจุดใด ๆ ไปยัง  $F$  มากกว่าหรือน้อยกว่าระยะทางระหว่าง  $F'$  กับ  $F$

[นักเรียนควรตอบว่า ระยะทางระหว่างผลบวกระยะทางจากจุดใด ๆ ไปยัง  $F'$  กับผลบวกระยะทางจากจุดใด ๆ ไปยัง  $F$  มากกว่า ระยะทางระหว่าง  $F'$  กับ  $F$  ]

### 5.3 ชั้นปฏิบัติการ

ชั้นนี้ใช้เวลาประมาณ 35 นาที ซึ่งมีรายละเอียดดังต่อไปนี้

5.3.1 ครูให้นักเรียนนำเสนอบทนิยามของวงรี โดยเชื่อมโยงกับวิถีโอบและใบกิจกรรมที่ 1 แล้วอภิปรายความสมเหตุสมผล และความถูกต้องร่วมกับนักเรียน จากนั้นครูอธิบายว่าจุด  $F'$  กับ  $F$  เรียกว่าจุดโฟกัสของวงรี โดยใช้คำถามกระตุ้นดังนี้

- 1) จากบทนิยามของวงรี สอดคล้องกับวิถีโอบและใบกิจกรรมที่ 1 อย่างไร  
[นักเรียนควรตอบว่า ผลบวกของระยะทางจากจุดใด ๆ บนวงรี ไปยังจุดคงที่สองจุด มีค่าคงที่เสมอ และมีค่ามากกว่าระยะทางระหว่างจุดคงที่ทั้งสองจุด]
- 2) จุดบนระนาบที่มีค่าคงที่เสมอ เรียกว่าจุดอะไร

[นักเรียนควรตอบว่า จุดโฟกัสของวงรี]

5.3.2 ครูแจกใบความรู้ที่ 1 เรื่อง ส่วนประกอบและลักษณะของวงรี เมื่อจุดศูนย์กลางอยู่ที่  $(0,0)$  ให้กับนักเรียนทุกคน และร่วมกันอภิปรายรูปแบบของสมการวงรีเมื่อจุดศูนย์กลางอยู่ที่  $(0,0)$  โดยใช้คำถามกระตุ้น ดังนี้

- 1) นักเรียนคิดว่า วงรีสามารถเกิดขึ้นได้ที่รูปแบบ  
[นักเรียนควรตอบว่า 2 รูปแบบ คือ วงรีแนวตั้ง และวงรีแนวนอน]
- 2) นักเรียนคิดว่า วงรีแนวตั้งและวงรีแนวนอนในแต่ละรูปจะมีจุดโฟกัสกี่จุด

[นักเรียนควรตอบว่า 2 จุด]

5.3.3 ครูและนักเรียนอภิปรายรูปแบบของวงรี 2 แบบ เมื่อจุดศูนย์กลางอยู่ที่  $(0,0)$  วงรีที่มีจุดโฟกัสอยู่บนแกน  $X$  (วงรีแนวนอน) และวงรีที่มีจุดโฟกัสอยู่บนแกน  $Y$  (วงรีแนวตั้ง) โดยให้นักเรียนแต่ละกลุ่มสังเกตส่วนประกอบของวงรี แล้วให้อภิปรายภายในกลุ่มว่าวงรีทั้งสองแบบมีส่วนประกอบใดบ้าง โดยใช้เวลาประมาณ 5 นาที

5.3.4 ครูให้นักเรียนแต่ละกลุ่มบอกส่วนประกอบของวงรี ไม่ให้ซ้ำกับกลุ่มเพื่อนจนครบทั้งหมด จากนั้นครูนำเสนอรูปแบบของวงรีทั้ง 2 รูปแบบอีกครั้ง เพื่ออธิบายส่วนประกอบของวงรีให้ชัดเจน

5.3.5 ครูและนักเรียนร่วมกันอภิปรายวิธีการหาส่วนประกอบของวงรี เมื่อจุดศูนย์กลางอยู่ที่ (0,0) ได้แก่ ลักษณะของวงรี จุดศูนย์กลาง จุดโฟกัส จุดยอด ความยาวแกนเอก จุดปลายแกนโท ความยาวแกนโท ความยาวลาตัสเรกตัม ความเยื้องศูนย์กลาง และเขียนกราฟของวงรี โดยใช้คำถามกระตุ้น ดังนี้

1) จากสมการของวงรี  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$  วงรีจะมีลักษณะอย่างไร

[นักเรียนควรตอบว่า เป็นวงรีที่มีจุดโฟกัสอยู่บนแกน X (วงรีแนวนอน)]

2) จากสมการของวงรี  $\frac{x^2}{b^2} + \frac{y^2}{a^2} = 1$  วงรีจะมีลักษณะอย่างไร

[นักเรียนควรตอบว่า เป็นวงรีที่มีจุดโฟกัสอยู่บนแกน Y (วงรีแนวตั้ง)]

3) ค่าของ  $a$  และ  $b$  โดยที่  $a > b$  ในสมการ  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$  และ

$\frac{x^2}{b^2} + \frac{y^2}{a^2} = 1$  มีผลต่อลักษณะของวงรีอย่างไร

[นักเรียนควรตอบว่า ถ้าค่าของ  $a$  เป็นตัวส่วนของ  $x^2$  วงรีจะมีจุดโฟกัสอยู่บนแกน X (วงรีแนวนอน) แต่ถ้าค่าของ  $a$  เป็นตัวส่วนของ  $y^2$  วงรีจะมีจุดโฟกัสอยู่บนแกน Y (วงรีแนวตั้ง)]

4) เมื่อกำหนดสมการวงรีมาให้ นักเรียนมีวิธีการแก้ปัญหาเพื่อหาส่วนประกอบของวงรีที่โจทย์ต้องการได้อย่างไร

[นักเรียนควรตอบว่า จัดรูปสมการวงรีให้อยู่ในรูปของสมการมาตรฐานเพื่อหาค่าของ  $a$  และ  $b$  แล้วแทนค่าต่าง ๆ ลงในส่วนประกอบของวงรี]

5) นักเรียนมีวิธีในการหาจุดโฟกัสของวงรีได้อย่างไร

[นักเรียนควรตอบว่า หาจากความสัมพันธ์ของสมการ  $c^2 = a^2 - b^2$  ก่อน แล้วแทนค่า  $c$  ที่ได้มาเป็นพิกัดของจุดโฟกัสของวงรี]

5.3.6 ครูแจกใบงานที่ 1 เรื่อง ส่วนประกอบและลักษณะของวงรี เมื่อจุดศูนย์กลางอยู่ที่ (0,0) ให้นักเรียน แล้วร่วมกันอภิปรายข้อที่ 1 ในใบงานที่ 1 โดยให้เวลานักเรียนอภิปรายกันในกลุ่ม 5 นาที จากนั้นใช้คำถามกระตุ้น ดังนี้

1) จากข้อที่ 1 โจทย์ถามอะไร

[นักเรียนควรตอบว่า โจทย์ถามลักษณะของวงรี จุดศูนย์กลาง จุดโฟกัส จุดยอด ความยาวแกนเอก จุดปลายแกนโท ความยาวแกนโท ความยาวลาตัสเรกตัม ความเยื้องศูนย์กลางของวงรี และกราฟของวงรี]

2) โจทย์กำหนดอะไรมาให้บ้าง

[นักเรียนควรตอบว่า กำหนดสมการวงรี  $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$ ]

3) ใช้วิธีการหรือวางแผนอย่างไรในการแก้ปัญหา

[นักเรียนควรตอบว่า จัดรูปสมการวงรีให้อยู่ในรูปมาตรฐาน หาค่าของ  $a$ ,  $b$  และ  $c$  แล้วเขียนกราฟเพื่อหาส่วนประกอบต่างๆ ของวงรี]

4) จากสมการวงรีที่กำหนดให้ นักเรียนจะหาค่าของ  $a, b$  และ  $c$  ได้อย่างไร และได้ค่าเท่าใด

[นักเรียนควรตอบว่า จัดรูปสมการให้อยู่ในรูปมาตรฐาน  $\frac{x^2}{5^2} + \frac{y^2}{3^2} = 1$

จะได้  $a=5, b=3$  และหาค่า  $c$  จากสมการ

$$c^2 = a^2 - b^2 = 5^2 - 3^2 = 16 \text{ จะได้ } c=4]$$

5) ค่า  $a$  ใช้ในการหาส่วนประกอบใดของวงรี

[นักเรียนควรตอบว่า จุดยอด ความยาวแกนเอก]

6) ค่า  $b$  ใช้ในการหาส่วนประกอบใดของวงรี

[นักเรียนควรตอบว่า จุดปลายแกนโท ความยาวแกนโท]

7) ค่า  $c$  ใช้ในการหาส่วนประกอบใดของวงรี

[นักเรียนควรตอบว่า จุดโฟกัสของวงรี]

8) ความยาวของลาตัสเรกตัม และความเยื้องศูนย์กลางหาอย่างไร

[นักเรียนควรตอบว่า ความยาวของลาตัสเรกตัม หาจากสูตร  $\frac{2b^2}{a}$  และ

ความเยื้องศูนย์กลาง หาจากสูตร  $\frac{c}{a}$ ]

5.3.7 ครูสุ่มตัวแทนกลุ่มออกมานำเสนอใบงานที่ 1 ข้อที่ 1 หน้าชั้นเรียน โดยให้เพื่อนกลุ่มอื่น ๆ ตรวจสอบความถูกต้อง ในส่วนของการเขียนกราฟ ครูให้นักเรียนตรวจสอบความ

ถูกต้องโดยใช้ Application Desmos โดยมีครูความคอยตรวจสอบความถูกต้องอีกครั้ง และอธิบายเพิ่มเติมในส่วนที่สำคัญ

5.3.8 ครูให้นักเรียนทำกิจกรรม Round Table โดยแจกบัตรคำถามกลุ่มละ 1 แผ่น แล้วให้นักเรียนอ่านบัตรคำถาม แล้วเขียนคำตอบลงบัตรคำตอบ จากนั้นส่งบัตรคำตอบไปให้อีกกลุ่ม ในขณะที่ทวนคำตอบ ให้นักเรียนแต่ละกลุ่มตรวจสอบคำตอบที่ได้กับกลุ่มอื่น

#### 5.4 ขั้นสร้างองค์ความรู้

ขั้นนี้ใช้เวลาประมาณ 20 นาที ซึ่งมีรายละเอียดดังต่อไปนี้

5.4.1 ครูและนักเรียนอภิปรายคำตอบที่ได้ร่วมกัน โดยสุ่มเรียกตอบ จากนั้นให้นักเรียนบันทึกโจทย์ Round Table ลงในใบงานที่ 1 ข้อที่ 2 – 3

5.4.2 ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปความรู้ที่ได้รับจากการทำกิจกรรม Round Table โดยอภิปรายวิธีการแก้ปัญหาโจทย์ข้อที่ 1 - 3 ร่วมกัน และอธิบายข้อสงสัยของนักเรียนเพิ่มเติม

5.4.3 ครูแจกใบกิจกรรมที่ 2 เรื่อง โดมิโนหรรษา ให้นักเรียนแล้วให้ทำกิจกรรม โดมิโนหรรษาโดยให้แต่ละกลุ่มต่อตัวโดมิโน ให้ส่วนข้างของแต่ละตัวของโดมิโนสอดคล้องกัน หลังจากนั้นให้ทำการพลิกด้านหลังตัวของโดมิโน ซึ่งจะเป็นตัวอักษรภาษาอังกฤษ แล้วให้แปลความหมายของคำที่ได้โดยใช้เวลาประมาณ 10 นาที จากนั้นให้ตัวแทนกลุ่มที่ชนะออกมานำเสนอหน้าชั้นเรียน

5.4.4 ครูให้นักเรียนบันทึกผลที่ได้จากกิจกรรมลงในใบกิจกรรมที่ 2

#### 5.5 ขั้นสรุป

ขั้นนี้ใช้เวลาประมาณ 10 นาที ซึ่งมีรายละเอียดดังต่อไปนี้

5.5.1 เพื่อตรวจสอบความรู้ความเข้าใจของนักเรียนที่ได้เรียนในคาบเรียนนี้ ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปความรู้ที่ได้รับ โดยใช้คำถามกระตุ้น ดังนี้

1) นักเรียนได้รับความรู้เรื่องอะไรในคาบเรียนนี้บ้าง

[นักเรียนควรตอบว่า ลักษณะและส่วนประกอบของวงรี]

2) นิยามของวงรี คืออะไร

[นักเรียนควรตอบว่า วงรี คือ เซตของจุดทุกจุดบนระนาบ ซึ่งผลบวกของระยะทางจากจุดใด ๆ ไปยังจุดคงที่สองจุดบนระนาบมีค่าคงที่ โดยค่าคงที่มากกว่าระยะห่าง

ระหว่างจุดคงที่ทั้งสอง จะเรียกจุดคงที่ว่า จุดโฟกัสของวงรี]

3) สมการวงรีที่มีจุดศูนย์กลางอยู่ที่  $(0,0)$  มีรูปแบบ

[นักเรียนควรตอบว่า 2 รูปแบบ คือ สมการวงรีที่มีจุดโฟกัสอยู่บนแกน

$X$  (วงรีแนวนอน) และสมการวงรีที่มีจุดโฟกัสอยู่บนแกน  $Y$  (วงรีแนวตั้ง)]

4) ค่าของ  $a$  และ  $b$  โดยที่  $a > b$  ในสมการ  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$  และ

$\frac{x^2}{b^2} + \frac{y^2}{a^2} = 1$  มีผลต่อลักษณะของวงรีอย่างไร

[นักเรียนควรตอบว่า ถ้าค่าของ  $a$  เป็นตัวส่วนของ  $x^2$  วงรีจะมีจุดโฟกัสอยู่บนแกน  $X$  (วงรีแนวนอน) แต่ถ้าค่าของ  $a$  เป็นตัวส่วนของ  $y^2$  วงรีจะมีจุดโฟกัสอยู่บนแกน  $Y$  (วงรีแนวตั้ง)]

5) จุดโฟกัสของวงรีหาอย่างไร

[นักเรียนควรตอบว่า หากจากความสัมพันธ์ของสมการ  $c^2 = a^2 - b^2$  ก่อน แล้วแทนค่า  $c$  ที่ได้มาเป็นพิกัดของจุดโฟกัสของวงรี]

5.5.2 ครูให้นักเรียนทำกิจกรรม End of Class Query โดยเขียนความรู้ที่ได้รับ 2 ข้อลงในกระดาษที่กำหนดให้ แล้วหย่อนลงกล่องก่อนออกจากห้องเรียน

5.5.3 ครูให้นักเรียนทำใบงานที่ 1 ข้อที่ 4 เป็นการบ้าน และส่งใบคาบเรียนถัดไป

## 6. สื่อการเรียนรู้/แหล่งการเรียนรู้

- 6.1 หนังสือเรียน เรื่อง ภาคตัดกรวย วิชาคณิตศาสตร์พื้นเพิ่มเติม 2(1) (ค31208) โรงเรียนสาธิต มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ (ฝ่ายมัธยม)
- 6.2 วีดีโอ เรื่อง วงรี
- 6.3 ใบกิจกรรมที่ 1 เรื่อง บทนิยามของวงรี
- 6.4 ใบความรู้ที่ 1 เรื่อง ส่วนประกอบและลักษณะของวงรี เมื่อจุดศูนย์กลางอยู่ที่  $(0,0)$
- 6.5 ใบงานที่ 1 เรื่อง ส่วนประกอบและลักษณะของวงรี เมื่อจุดศูนย์กลางอยู่ที่  $(0,0)$
- 6.6 ใบกิจกรรมที่ 2 เรื่อง โดมิโนहरษา
- 6.7 บัตรคำถามและบัตรคำตอบ Round Table
- 6.8 โดมิโนहरษา
- 6.9 Application Desmos



## 7. การวัดผลและประเมินผลการเรียนรู้

เพื่อให้สอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้ การวัดและประเมินผลการเรียนรู้ในคาบนี้ มีดังนี้

จุดประสงค์การเรียนรู้ ที่ต้องการวัดและประเมินผล	การวัดผล	การประเมินผล
<p><b>ด้านความรู้ทางคณิตศาสตร์:</b> นักเรียนสามารถ</p> <p>1) บอกลักษณะของวงรีที่กำหนดให้เมื่อจุดศูนย์กลางอยู่ที่ <math>(0,0)</math> ได้</p>	<p><b>วิธีวัดผล:</b> พิจารณาจาก “คำตอบ” ในใบงานที่ 1 ข้อที่ 1-4</p> <p><b>เครื่องมือวัดผล:</b> ใบงานที่ 1 เรื่อง ส่วนประกอบและลักษณะของวงรี เมื่อจุดศูนย์กลางอยู่ที่ <math>(0,0)</math></p>	<p><b>เกณฑ์การให้คะแนน:</b> ในแต่ละคำถาม ถ้านักเรียนหาคำตอบได้ถูกต้อง จะได้ 1 คะแนน ถ้านักเรียนไม่สามารถหาคำตอบ ได้ถูกต้อง จะได้ 0 คะแนน</p> <p><b>เกณฑ์การประเมินผล:</b> ถ้านักเรียนได้คะแนนตั้งแต่ 2 คะแนนขึ้นไป ถือว่าผ่าน</p>
<p>2) หาส่วนประกอบต่าง ๆ ของสมการวงรีที่กำหนดให้เมื่อจุดศูนย์กลางอยู่ที่ <math>(0,0)</math> ได้</p>	<p><b>วิธีวัดผล:</b> พิจารณาจาก “คำตอบ” ในใบงานที่ 1 ข้อที่ 1-4</p> <p><b>เครื่องมือวัดผล:</b> ใบงานที่ 1 เรื่อง ส่วนประกอบและลักษณะของวงรี เมื่อจุดศูนย์กลางอยู่ที่ <math>(0,0)</math></p>	<p><b>เกณฑ์การให้คะแนน:</b> ในแต่ละคำถาม ถ้านักเรียนหาคำตอบได้ถูกต้อง จะได้ 1 คะแนน ถ้านักเรียนไม่สามารถหาคำตอบ ได้ถูกต้อง จะได้ 0 คะแนน</p> <p><b>เกณฑ์การประเมินผล:</b> ถ้านักเรียนได้คะแนนตั้งแต่ 2 คะแนนขึ้นไป ถือว่าผ่าน</p>



จุดประสงค์การเรียนรู้ ที่ต้องการวัดและประเมินผล	การวัดผล	การประเมินผล
3) เขียนกราฟวงรีจากสมการวงรีที่กำหนดให้เมื่อจุดศูนย์กลางอยู่ที่ (0,0) ได้	<p><b>วิธีวัดผล:</b> พิจารณาจาก “คำตอบ” ในใบงานที่ 1 ข้อที่ 1-4</p> <p><b>เครื่องมือวัดผล:</b> ใบงานที่ 1 เรื่อง ส่วนประกอบและลักษณะของวงรี เมื่อจุดศูนย์กลางอยู่ที่ (0,0)</p>	<p><b>เกณฑ์การให้คะแนน:</b> ในแต่ละคำถาม ถ้านักเรียนหาคำตอบได้ถูกต้อง จะได้ 1 คะแนน ถ้านักเรียนไม่สามารถหาคำตอบ ได้ถูกต้อง จะได้ 0 คะแนน</p> <p><b>เกณฑ์การประเมินผล:</b> ถ้านักเรียนได้คะแนนตั้งแต่ 2 คะแนนขึ้นไป ถือว่าผ่าน</p>
<p><b>ด้านทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์:</b> นักเรียนสามารถเขียนแสดงวิธีการหาส่วนประกอบต่าง ๆ ของสมการวงรีและกราฟเมื่อจุดศูนย์กลางอยู่ที่ (0,0) โดยใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการสื่อความหมายได้อย่างถูกต้อง</p>	<p><b>วิธีวัดผล:</b> พิจารณาจาก “การเขียนคำตอบและเขียนอธิบายเป็นขั้นตอน” ในใบงานที่ 1 ข้อที่ 1-4</p> <p><b>เครื่องมือวัดผล:</b> ใบงานที่ 1 เรื่อง ส่วนประกอบและลักษณะของวงรี เมื่อจุดศูนย์กลางอยู่ที่ (0,0)</p>	<p><b>เกณฑ์การให้คะแนน:</b> ในแต่ละคำถาม ถ้านักเรียนเขียนวิธีการหาคำตอบ ได้ถูกต้อง จะได้ 1 คะแนน ถ้านักเรียนเขียนวิธีการหาคำตอบ ไม่ถูกต้อง จะได้ 0 คะแนน</p> <p><b>เกณฑ์การประเมินผล:</b> ถ้านักเรียนได้คะแนนตั้งแต่ 2 คะแนนขึ้นไป ถือว่าผ่าน</p>

จุดประสงค์การเรียนรู้ ที่ต้องการวัดและประเมินผล	การวัดผล	การประเมินผล
<p><b>ด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์:</b> นักเรียนมี</p> <p>1) ความรับผิดชอบในงานที่ได้รับมอบหมาย</p>	<p><b>วิธีวัดผล:</b> พิจารณาจากเวลาในการส่งใบงานที่ 1 ใบกิจกรรมที่ 1 และ 2 ของนักเรียน</p> <p><b>เครื่องมือวัดผล:</b> แบบสังเกตพฤติกรรมนักเรียน</p>	<p><b>เกณฑ์การให้คะแนน :</b> ถ้านักเรียนส่งงานตามเวลาที่กำหนดจะได้ 2 คะแนน ถ้านักเรียนส่งงานช้ากว่าเวลาที่กำหนดจะได้ 1 คะแนน ถ้านักเรียนไม่ส่งงานจะได้ 0 คะแนน</p> <p><b>เกณฑ์การประเมินผล :</b> ถ้านักเรียนได้คะแนนตั้งแต่ 3 คะแนนขึ้นไป ถือว่าผ่าน</p>
<p>2) ส่วนร่วมในการทำกิจกรรมกลุ่ม</p>	<p><b>วิธีวัดผล:</b> พิจารณาจากการมีส่วนร่วมขณะทำกิจกรรมกลุ่ม</p> <p><b>เครื่องมือวัดผล:</b> แบบสังเกตพฤติกรรมนักเรียน</p>	<p><b>เกณฑ์การให้คะแนน :</b> ถ้านักเรียนแสดงพฤติกรรมมีส่วนร่วมอย่างชัดเจนจะได้ 2 คะแนน ถ้านักเรียนแสดงพฤติกรรมมีส่วนร่วมบ้างจะได้ 1 คะแนน ถ้านักเรียนไม่แสดงพฤติกรรมมีส่วนร่วมจะได้ 0 คะแนน</p> <p><b>เกณฑ์การประเมินผล :</b> ถ้านักเรียนได้คะแนนตั้งแต่ 1 คะแนนขึ้นไป ถือว่าผ่าน</p>



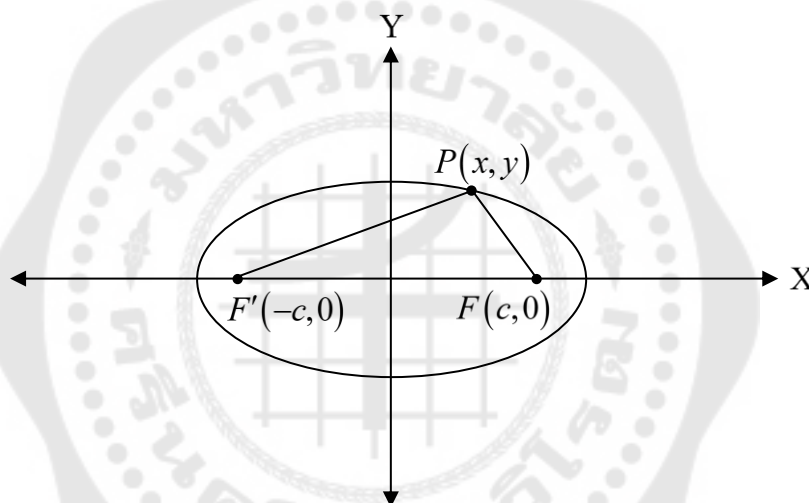


### ใบความรู้ที่ 1

เรื่อง ส่วนประกอบและลักษณะของวงรี เมื่อจุดศูนย์กลางอยู่ที่ (0,0)

#### วงรี (Ellipse)

**นิยามของวงรี** คือ เซตของจุดทุกจุดบนระนาบ ซึ่งผลบวกของระยะทางจากจุดใด ๆ ไปยังจุดคงที่สองจุดบนระนาบมีค่าคงที่ โดยค่าคงที่มากกว่าระยะห่างระหว่างจุดคงที่ทั้งสอง จะเรียกจุดคงที่ว่า จุดโฟกัสของวงรี



$F'(-c, 0)$  ,  $F(c, 0)$  เป็นจุดโฟกัสของวงรี และ  $P(x, y)$  เป็นจุดใด ๆ บนวงรี

จะได้ว่า  $PF' + PF = k$  เมื่อ  $k$  เป็นค่าคงที่

และ  $PF' + PF > F'F$  เสมอ

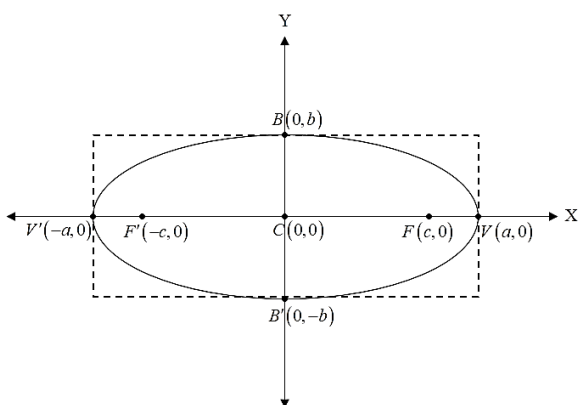
ดังนั้น  $k$  มีค่ามากกว่าระยะระหว่างโฟกัสทั้งสอง นั่นคือ  $k > 2c$

ระยะระหว่างจุดโฟกัสทั้งสอง =  $2c$

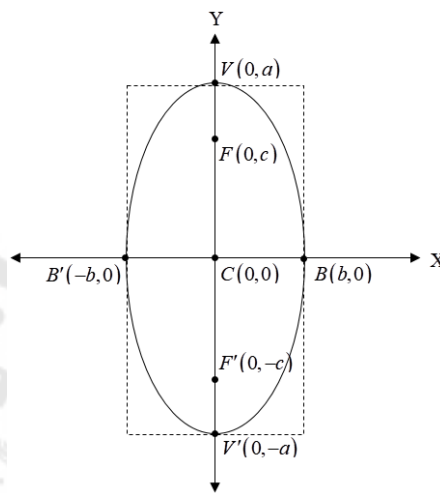
### ส่วนประกอบและลักษณะของสมการวงรี

เมื่อวงรีมีจุดศูนย์กลาง คือ จุด  $C(0,0)$

1. จุดโฟกัสอยู่บนแกน X



2. จุดโฟกัสอยู่บนแกน Y



รูปทั่วไป	$Ax^2 + By^2 + Cx + Dy + E = 0$ จุดศูนย์กลาง คือ $\left(-\frac{C}{2A}, -\frac{D}{2B}\right)$	
รูปสมการมาตรฐาน	$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ โดยที่ $a > b$	$\frac{x^2}{b^2} + \frac{y^2}{a^2} = 1$ โดยที่ $a > b$
จุดศูนย์กลาง	$C(0,0)$	$C(0,0)$
จุดโฟกัส	$F'(-c,0)$ และ $F(c,0)$	$F'(0,-c)$ และ $F(0,c)$
จุดยอด	$V'(-a,0)$ และ $V(a,0)$	$V'(0,-a)$ และ $V(0,a)$
จุดปลายแกนโท	$B'(0,-b)$ และ $B(0,b)$	$B'(-b,0)$ และ $B(b,0)$
แกนเอกยาว	$2a$	
แกนโทยาว	$2b$	
ความยาวลาตัสเรกตัม	$\frac{2b^2}{a}$	
ความเยื้องศูนย์กลาง	$\frac{c}{a}$	

หมายเหตุ การหาค่า  $c$  หาได้จากสมการ  $c^2 = a^2 - b^2$

ชื่อ-สกุล ..... ชั้น ม.4/..... เลขที่ .....

### ใบงานที่ 1

#### เรื่อง ส่วนประกอบและลักษณะของวงรี เมื่อจุดศูนย์กลางอยู่ที่ (0,0)

**คำชี้แจง** จงหาลักษณะของวงรี จุดศูนย์กลาง จุดโฟกัส จุดยอด ความยาวแกนเอก จุดปลายแกนโท ความยาวแกนโท ความยาวลาตัสเรกตัม และความเยื้องศูนย์กลาง พร้อมทั้งเขียนกราฟของวงรีที่มีสมการดังต่อไปนี้

$$1. \frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$$

**วิธีทำ** 1) โฟกัสถามอะไร โฟกัสกำหนดอะไรมาให้

.....

.....

.....

2) ใช้วิธีการหรือวางแผนอย่างไรในการแก้ปัญหา

.....

.....

.....

3) ดำเนินการแก้ปัญหา

จัดรูปสมการในรูปมาตรฐาน จะได้ .....

จะได้ว่า  $a = \dots\dots\dots b = \dots\dots\dots$

จาก  $c^2 = \dots\dots\dots$

จะได้ว่า .....

ดังนั้น .....

วงรีนี้เป็นวงรีแนว (ตั้งหรือนอน) .....

จุดศูนย์กลางอยู่ที่ .....

โฟกัสอยู่ที่ .....

จุดยอดอยู่ที่ .....

แกนเอกยาว .....

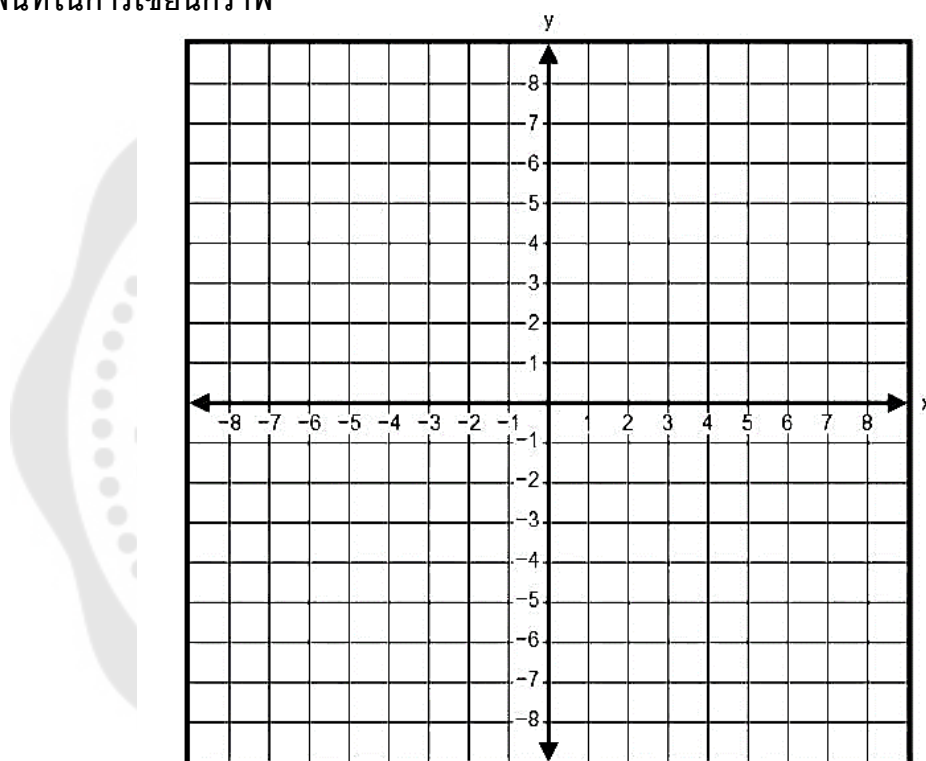
จุดปลายแกนโทอยู่ที่ .....

แกนโทยาว .....

ความยาวของลาตัสเรกตัม เท่ากับ .....

ความเยื้องศูนย์กลาง เท่ากับ .....

พื้นที่ในการเขียนกราฟ



4) ตรวจสอบคำตอบ

.....

.....

.....

.....

.....



$$2) \frac{x^2}{64} + \frac{y^2}{100} = 1$$

วิธีทำ 1) โฟกัสถามอะไร โฟกัสกำหนดอะไรมาให้

.....

.....

.....

2) ใช้วิธีการหรือวางแผนอย่างไรในการแก้ปัญหา

.....

.....

.....

3) ดำเนินการแก้ปัญหา

จัดรูปสมการในรูปมาตรฐาน จะได้ .....

จะได้ว่า  $a =$  .....  $b =$  .....

จาก  $c^2 =$  .....

จะได้ว่า .....

ดังนั้น .....

วงรีนี้เป็นวงรีแนว (ตั้งหรือนอน) .....

จุดศูนย์กลางอยู่ที่ .....

โฟกัสอยู่ที่ .....

จุดยอดอยู่ที่ .....

แกนเอกยาว .....

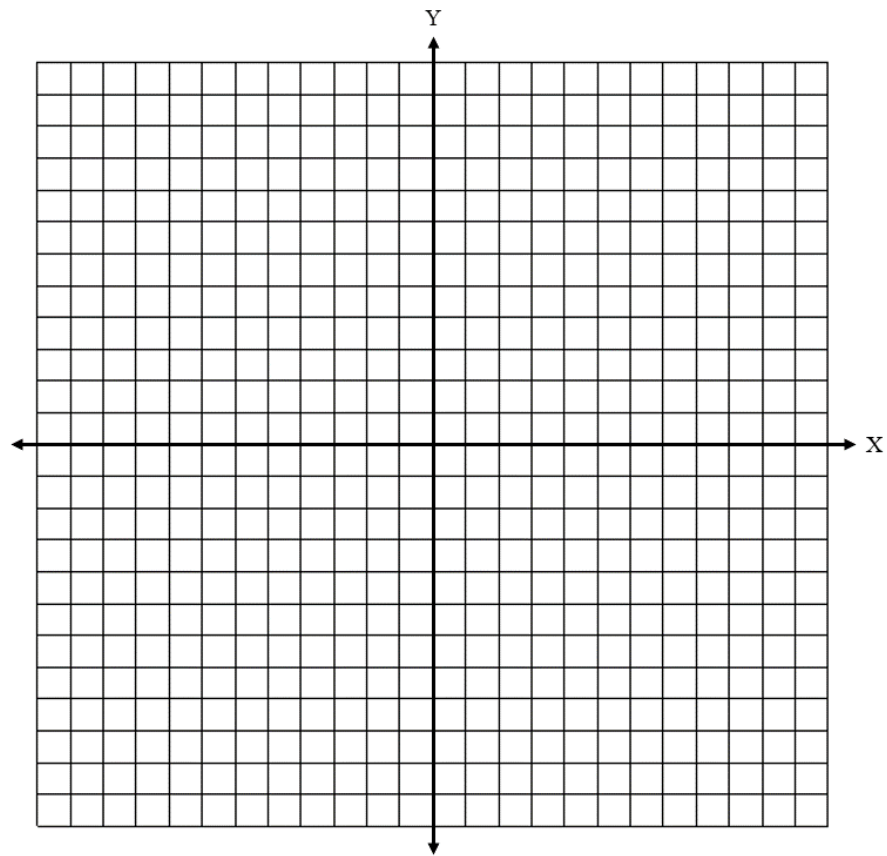
จุดปลายแกนโทอยู่ที่ .....

แกนโทยาว .....

ความยาวของลาตัสเรกตัม เท่ากับ .....

ความเยื้องศูนย์กลาง เท่ากับ .....

### พื้นที่ในการเขียนกราฟ



4) ตรวจสอบคำตอบ

.....

.....

.....

.....

.....

$$3) 25x^2 + 49y^2 = 1225$$

วิธีทำ 1) โจทย์ถามอะไร โจทย์กำหนดอะไรมาให้

.....

.....

.....

2) ใช้วิธีการหรือวางแผนอย่างไรในการแก้ปัญหา

.....

.....

.....

3) ดำเนินการแก้ปัญหา

จัดรูปสมการในรูปมาตรฐาน จะได้ .....

จะได้ว่า  $a = \dots\dots\dots$   $b = \dots\dots\dots$

จาก  $c^2 = \dots\dots\dots$

จะได้ว่า .....

ดังนั้น .....

วงรีนี้เป็นวงรีแนวนอน (ตั้งหรือนอน) .....

จุดศูนย์กลางอยู่ที่ .....

โฟกัสอยู่ที่ .....

จุดยอดอยู่ที่ .....

แกนเอกยาว .....

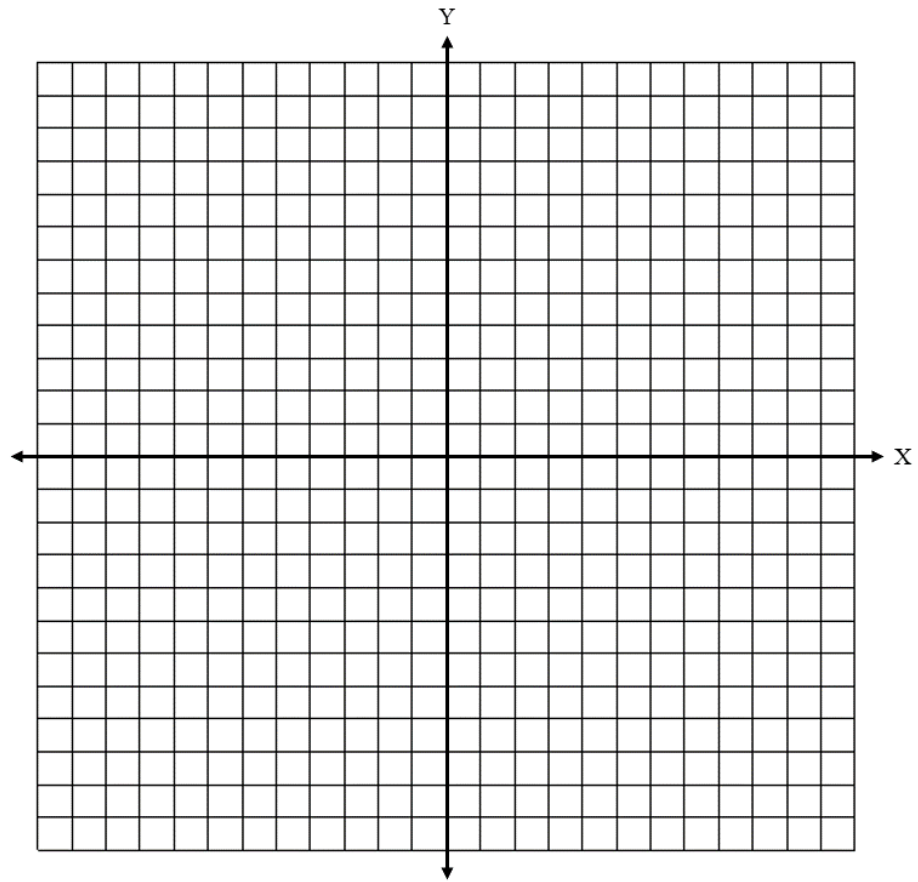
จุดปลายแกนโทอยู่ที่ .....

แกนโทยาว .....

ความยาวของลาตัสเรกตัม เท่ากับ .....

ความเยื้องศูนย์กลาง เท่ากับ .....

## พื้นที่ในการเขียนกราฟ



4) ตรวจสอบคำตอบ

.....

.....

.....

.....

.....

$$4) 5x^2 + 4y^2 - 20 = 0$$

วิธีทำ 1) โจทย์ถามอะไร โจทย์กำหนดอะไรมาให้

.....

.....

.....

2) ใช้วิธีการหรือวางแผนอย่างไรในการแก้ปัญหา

.....

.....

.....

3) ดำเนินการแก้ปัญหา

จัดรูปสมการในรูปมาตรฐาน จะได้ .....

จะได้ว่า  $a = \dots\dots\dots$   $b = \dots\dots\dots$

จาก  $c^2 = \dots\dots\dots$

จะได้ว่า .....

ดังนั้น .....

วงรีนี้เป็นวงรีแนวน (ตั้งหรือนอน) .....

จุดศูนย์กลางอยู่ที่ .....

โฟกัสอยู่ที่ .....

จุดยอดอยู่ที่ .....

แกนเอกยาว .....

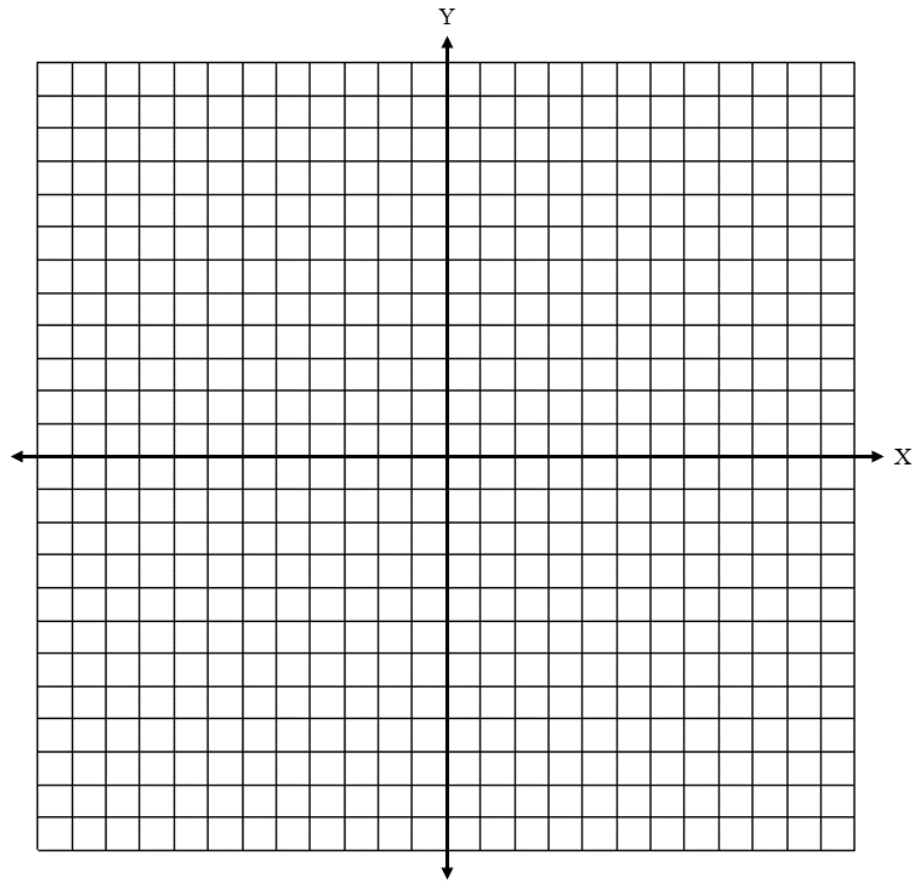
จุดปลายแกนโทอยู่ที่ .....

แกนโทยาว .....

ความยาวของลาตัสเรกตัม เท่ากับ .....

ความเยื้องศูนย์กลาง เท่ากับ .....

## พื้นที่ในการเขียนกราฟ



4) ตรวจสอบคำตอบ

.....

.....

.....

.....

.....

### เฉลยใบงานที่ 1

#### เรื่อง ส่วนประกอบและลักษณะของวงรี เมื่อจุดศูนย์กลางอยู่ที่ (0,0)

**คำชี้แจง** จงบอกลักษณะของวงรี จุดศูนย์กลาง จุดโฟกัส จุดยอด ความยาวแกนเอก จุดปลายแกนโท ความยาวแกนโท ความยาวลาตัสเรกตัม และความเยื้องศูนย์กลาง พร้อมทั้งเขียนกราฟของวงรีที่มีสมการดังต่อไปนี้

$$1. \frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$$

**วิธีทำ** 1) โจทย์ถามอะไร โจทย์กำหนดอะไรมาให้

- โจทย์ถาม ลักษณะของวงรี จุดศูนย์กลาง จุดโฟกัส จุดยอด ความยาวแกนเอก จุดปลายแกนโท ความยาวแกนโท ความยาวลาตัสเรกตัม และความเยื้องศูนย์กลาง พร้อมทั้งเขียนกราฟของวงรี

- โจทย์กำหนด สมการวงรี  $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$

2) ใช้วิธีการหรือวางแผนอย่างไรในการแก้ปัญหา

- จัดรูปสมการวงรีให้อยู่ในรูปมาตรฐาน หาค่าของ  $a$  ,  $b$  และ  $c$  แล้วเขียนกราฟเพื่อหาส่วนประกอบต่างๆ ของวงรี

3) ดำเนินการแก้ปัญหา

จัดรูปสมการในรูปมาตรฐาน จะได้  $\frac{x^2}{5^2} + \frac{y^2}{3^2} = 1$

จะได้ว่า  $a = 5, b = 3$

จาก  $c^2 = a^2 - b^2$

จะได้ว่า  $c^2 = 5^2 - 3^2 = 25 - 9 = 16$

ดังนั้น  $c = 4$

วงรีนี้เป็นวงรีแนวน (ตั้งหรือนอน) นอน

จุดศูนย์กลางอยู่ที่  $C(0,0)$

โฟกัสอยู่ที่  $F'(-4,0)$  และ  $F(4,0)$

จุดยอดอยู่ที่  $V'(-5,0)$  และ  $V(5,0)$

แกนเอกยาว  $2a = 2(5) = 10$  หน่วย

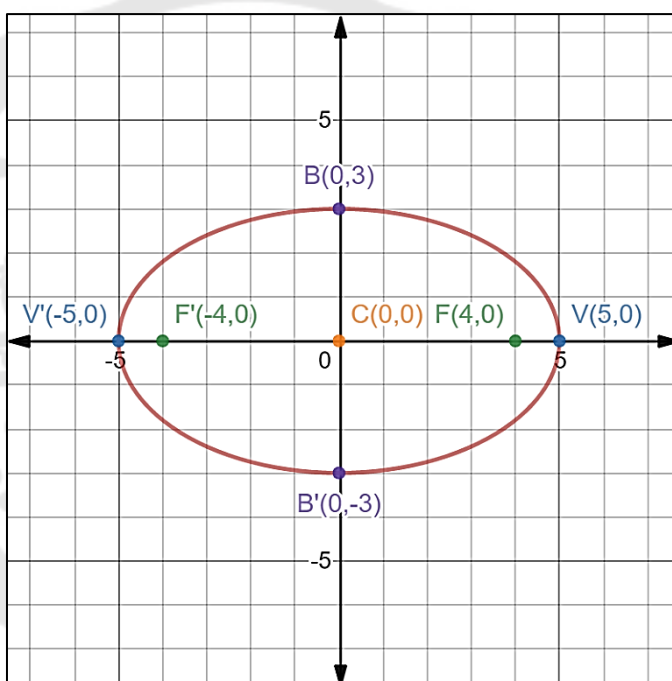
จุดปลายแกนโทอยู่ที่  $B'(0, -3)$  และ  $B(0, 3)$

แกนโทยาว  $2b = 2(3) = 6$  หน่วย

ความยาวของลาตัสเรกตัม เท่ากับ  $\frac{2b^2}{a} = \frac{2(3)^2}{5} = \frac{18}{5}$  หน่วย

ความเยื้องศูนย์กลาง เท่ากับ  $\frac{c}{a} = \frac{4}{5}$

### พื้นที่ในการเขียนกราฟ



#### 4) ตรวจสอบคำตอบ

เมื่อพิจารณาระหว่างโจทย์กับกราฟ จากกราฟ มีจุดศูนย์กลางที่  $(0,0)$  และมีค่า  $a=5, b=3$  และ  $c=4$  สอดคล้องกับโจทย์จริง



$$2) \frac{x^2}{64} + \frac{y^2}{100} = 1$$

**วิธีทำ** 1) โจทย์ถามอะไร โจทย์กำหนดอะไรมาให้

- โจทย์ถาม ลักษณะของวงรี จุดศูนย์กลาง จุดโฟกัส จุดยอด ความยาวแกนเอก จุดปลายแกนโท ความยาวแกนโท ความยาวลาตัสเรกตัม และความเยื้องศูนย์กลาง พร้อมทั้งเขียนกราฟของวงรี

- โจทย์กำหนด สมการวงรี  $\frac{x^2}{64} + \frac{y^2}{100} = 1$

2) ใช้วิธีการหรือวางแผนอย่างไรในการแก้ปัญหา

- จัดรูปสมการวงรีให้อยู่ในรูปมาตรฐาน หาค่าของ  $a$ ,  $b$  และ  $c$  แล้วเขียนกราฟเพื่อหาส่วนประกอบต่างๆ ของวงรี

3) ดำเนินการแก้ปัญหา

จัดรูปสมการในรูปมาตรฐาน จะได้  $\frac{x^2}{8^2} + \frac{y^2}{10^2} = 1$

จะได้ว่า  $a = 10, b = 8$

จาก  $c^2 = a^2 - b^2$

จะได้ว่า  $c^2 = 10^2 - 8^2 = 100 - 64 = 36$

ดังนั้น  $c = 6$

วงรีนี้เป็นวงรีแนว (ตั้งหรือนอน) แนวตั้ง

จุดศูนย์กลางอยู่ที่  $C(0,0)$

โฟกัสอยู่ที่  $F'(0,-6)$  และ  $F(0,6)$

จุดยอดอยู่ที่  $V'(0,-10)$  และ  $V(0,10)$

แกนเอกยาว  $2a = 2(10) = 20$  หน่วย

จุดปลายแกนโทอยู่ที่  $B'(-8,0)$  และ  $B(8,0)$

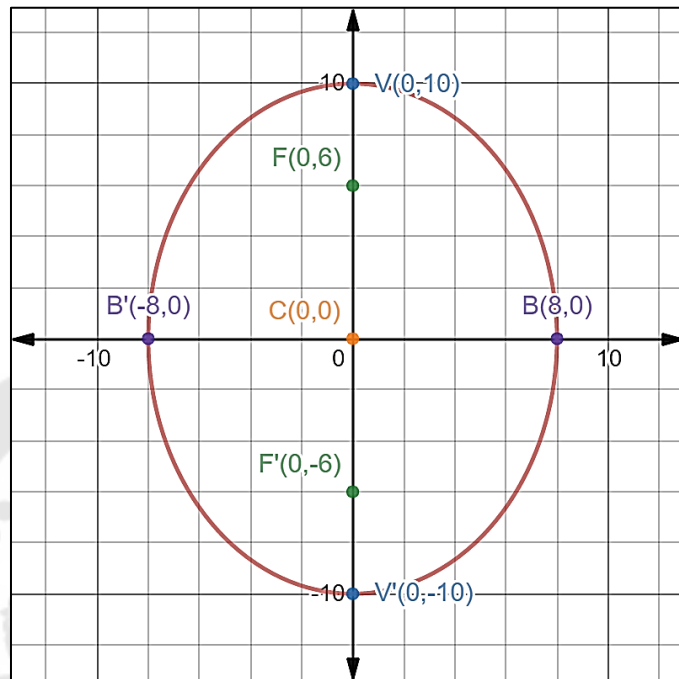
แกนโทยาว  $2b = 2(8) = 16$  หน่วย

ความยาวของลาตัสเรกตัม เท่ากับ  $\frac{2b^2}{a} = \frac{2(8)^2}{10} = \frac{64}{5}$  หน่วย

ความเยื้องศูนย์กลาง เท่ากับ

$$\frac{c}{a} = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}$$

พื้นที่ในการเขียนกราฟ



4) ตรวจสอบคำตอบ

เมื่อพิจารณาระหว่างโจทย์กับกราฟ จากกราฟ มีจุดศูนย์กลางที่  $(0,0)$  และมีค่า  $a=10, b=8$  และ  $c=6$  สอดคล้องกับโจทย์จริง

$$3) 25x^2 + 49y^2 = 1225$$

**วิธีทำ** 1) โจทย์ถามอะไร โจทย์กำหนดอะไรมาให้

- โจทย์ถาม ลักษณะของวงรี จุดศูนย์กลาง จุดโฟกัส จุดยอด ความยาวแกนเอก จุดปลายแกนโท ความยาวแกนโท ความยาวลาตัสเรกตัม และความเยื้องศูนย์กลาง พร้อมทั้งเขียนกราฟของวงรี

- โจทย์กำหนด สมการวงรี  $25x^2 + 49y^2 = 1225$

2) ใช้วิธีการหรือวางแผนอย่างไรในการแก้ปัญหา

- จัดรูปสมการวงรีให้อยู่ในรูปมาตรฐาน หาค่าของ  $a$ ,  $b$  และ  $c$  แล้วเขียนกราฟเพื่อหาส่วนประกอบต่างๆ ของวงรี

3) ดำเนินการแก้ปัญหา

$$\begin{aligned} \text{จัดรูปสมการในรูปมาตรฐาน จะได้} \quad & 25x^2 + 49y^2 = 1225 \\ & \frac{25x^2}{1225} + \frac{49y^2}{1225} = \frac{1225}{1225} \\ & \frac{x^2}{49} + \frac{y^2}{25} = 1 \\ & \frac{x^2}{7^2} + \frac{y^2}{5^2} = 1 \end{aligned}$$

จะได้ว่า  $a = 7, b = 5$

จาก  $c^2 = a^2 - b^2$

จะได้ว่า  $c^2 = 7^2 - 5^2 = 49 - 25 = 24$

ดังนั้น  $c = \sqrt{24} = 2\sqrt{6}$

วงรีนี้เป็นวงรีแนวน (ตั้งหรือนอน) แนวนอน

จุดศูนย์กลางอยู่ที่  $C(0,0)$

โฟกัสอยู่ที่  $F'(-2\sqrt{6}, 0)$  และ  $F(2\sqrt{6}, 0)$

จุดยอดอยู่ที่  $V'(-7, 0)$  และ  $V(7, 0)$

แกนเอกยาว  $2a = 2(7) = 14$  หน่วย

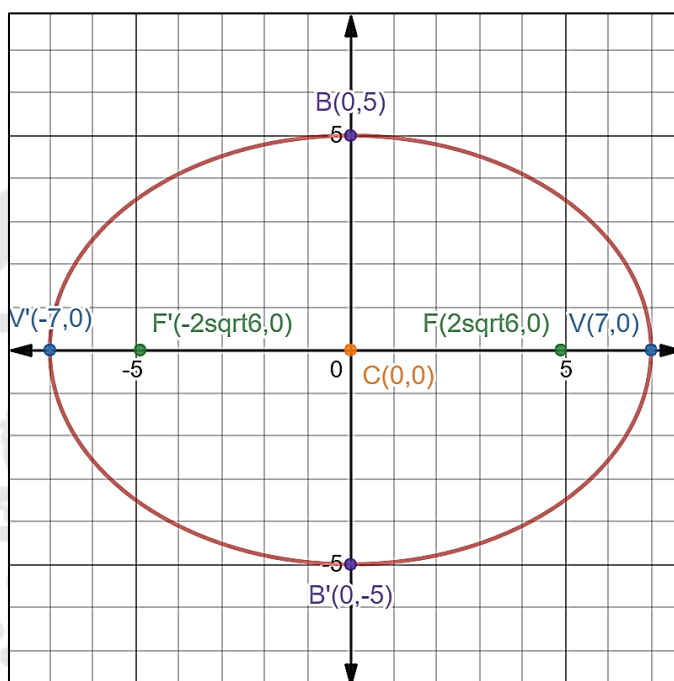
จุดปลายแกนโทอยู่ที่  $B'(0, -5)$  และ  $B(0, 5)$

แกนโทยาว  $2b = 2(5) = 10$  หน่วย

ความยาวของลาตัสเรกตัม เท่ากับ  $\frac{2b^2}{a} = \frac{2(5)^2}{7} = \frac{50}{7}$  หน่วย

ความเยื้องศูนย์กลาง เท่ากับ  $\frac{c}{a} = \frac{2\sqrt{6}}{7}$

พื้นที่ในการเขียนกราฟ



4) ตรวจสอบคำตอบ

เมื่อพิจารณาระหว่างใจทย์กับกราฟ จากกราฟ มีจุดศูนย์กลางที่  $(0,0)$  และมีค่า  $a=7, b=5$  และ  $c=2\sqrt{6}$  สอดคล้องกับใจทย์จริง

$$4) 5x^2 + 4y^2 - 20 = 0$$

**วิธีทำ** 1) โจทย์ถามอะไร โจทย์กำหนดอะไรมาให้

- โจทย์ถาม ลักษณะของวงรี จุดศูนย์กลาง จุดโฟกัส จุดยอด ความยาวแกนเอก จุดปลายแกนโท ความยาวแกนโท ความยาวลาตัสเรกตัม และความเยื้องศูนย์กลาง พร้อมทั้งเขียนกราฟของวงรี

- โจทย์กำหนด สมการวงรี  $5x^2 + 4y^2 - 20 = 0$

2) ใช้วิธีการหรือวางแผนอย่างไรในการแก้ปัญหา

- จัดรูปสมการวงรีให้อยู่ในรูปมาตรฐาน หาค่าของ  $a$  ,  $b$  และ  $c$  แล้วเขียนกราฟเพื่อหาส่วนประกอบต่างๆ ของวงรี

3) ดำเนินการแก้ปัญหา

$$\begin{aligned} \text{จัดรูปสมการในรูปมาตรฐาน จะได้} \quad & 5x^2 + 4y^2 - 20 = 0 \\ & 5x^2 + 4y^2 = 20 \\ & \frac{5x^2}{20} + \frac{4y^2}{20} = \frac{20}{20} \\ & \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{5} = 1 \end{aligned}$$

จะได้ว่า  $a = \sqrt{5}, b = 2$

จาก  $c^2 = a^2 - b^2$

จะได้ว่า  $c^2 = \sqrt{5}^2 - 2^2 = 5 - 4 = 1$

ดังนั้น  $c = 1$

วงรีนี้เป็นวงรีแนวนอน (ตั้งหรือนอน) แนวนอน

จุดศูนย์กลางอยู่ที่  $C(0,0)$

โฟกัสอยู่ที่  $F'(0,-1)$  และ  $F(0,1)$

จุดยอดอยู่ที่  $V'(0,-\sqrt{5})$  และ  $V(0,\sqrt{5})$

แกนเอกยาว  $2a = 2(\sqrt{5}) = 2\sqrt{5}$  หน่วย

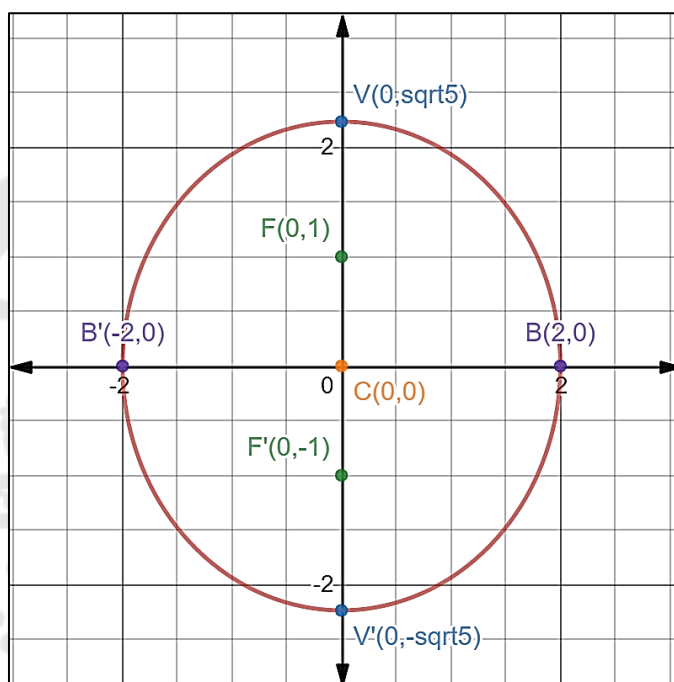
จุดปลายแกนโทอยู่ที่  $B'(-2,0)$  และ  $B(2,0)$

แกนโทยาว  $2b = 2(2) = 4$  หน่วย

ความยาวของลาตัสเรกตัม เท่ากับ  $\frac{2b^2}{a} = \frac{2(2)^2}{\sqrt{5}} = \frac{8}{\sqrt{5}} = \frac{8\sqrt{5}}{5}$  หน่วย

ความเยื้องศูนย์กลาง เท่ากับ  $\frac{c}{a} = \frac{1}{\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5}}{5}$

### พื้นที่ในการเขียนกราฟ



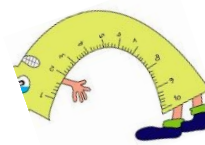
#### 4) ตรวจสอบคำตอบ

เมื่อพิจารณาระหว่างโจทย์กับกราฟ จากกราฟ มีจุดศูนย์กลางที่  $(0,0)$  และมีค่า  $a = \sqrt{5}$ ,  $b = 2$  และ  $c = 1$  สอดคล้องกับโจทย์จริง

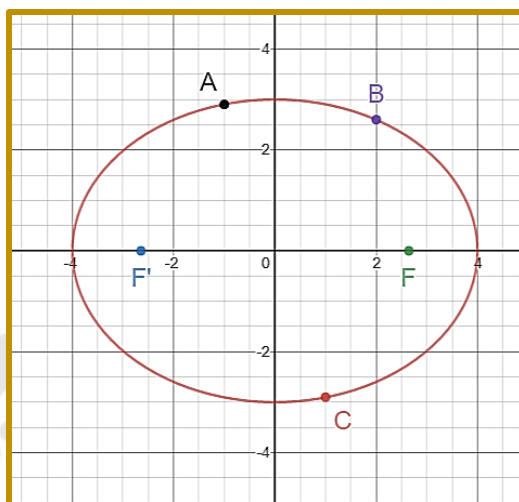


### ใบกิจกรรมที่ 1

### เรื่อง บทนิยามของวงรี



ลองวัดความยาวดูหน่อย !!



คำชี้แจง ให้นักเรียนวัดระยะทางของจุดดังต่อไปนี้ แล้วเติมคำตอบลงในตาราง

(ใช้หน่วยเป็นเซนติเมตร)

จุดที่กำหนด	จากจุดที่กำหนดไป $F'$	จากจุดที่กำหนดไป $F$	ผลบวกระยะทางจากจุดกำหนดไปยัง $F'$ กับ จุดกำหนดไปยัง $F$
จุด A			
จุด B			
จุด C			

✚ ระยะทางจาก  $F'$  กับ  $F$  เท่ากับ .....

✚ จากตาราง สรุปได้ว่า

.....

.....

.....

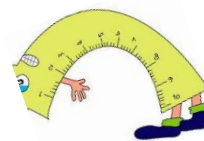
.....



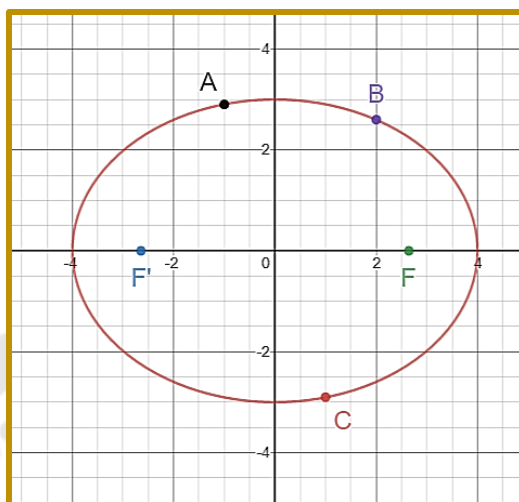


## เฉลยใบกิจกรรมที่ 1

### เรื่อง บทนิยามของวงรี



ลองวัดความยาวดูหน่อย !!



คำชี้แจง ให้นักเรียนวัดระยะทางของจุดดังต่อไปนี้ แล้วเติมคำตอบลงในตาราง

(ใช้หน่วยเป็นเซนติเมตร)

จุดที่กำหนด	จากจุดที่กำหนด ไป $F'$	จากจุดที่กำหนด ไป $F$	ผลบวกระยะทางจากจุดกำหนด ไปยัง $F'$ กับ จุดกำหนดไปยัง $F$
จุด A	2.9	4	6.9
จุด B	4.5	2.4	6.9
จุด C	3.9	3	6.9

✚ ระยะทางจาก  $F'$  กับ  $F$  เท่ากับ 4.2 เซนติเมตร

✚ จากตาราง สรุปได้ว่า ผลบวกของระยะทางจากจุดใดๆ บนเส้นรอบวงของวงรีไปยังจุด

$F'$  และจุด  $F$  จะมีค่าคงที่เสมอ (ค่าเท่ากันเสมอ) และมีระยะทาง

มากกว่าระยะทางระหว่าง  $F'$  กับ  $F$





## ใบกิจกรรมที่ 2 “โดมิโนहरษา”

### คำชี้แจง

1. ให้นักเรียนต่อโดมิโนให้ถูกต้อง โดยให้ด้านที่อยู่ติดกันสัมพันธ์กัน ซึ่งเป็นความสัมพันธ์ของส่วนประกอบของวงรี
2. พลิกด้านหลังของโดมิโน แล้วนำศัพท์ภาษาอังกฤษที่ด้านหลังโดมิโนแต่ละตัวมาเรียงต่อกัน แล้วหาความหมายของคำศัพท์ที่ได้
3. บันทึกผลที่ได้ และนำเสนอหน้าชั้นเรียน

### บันทึกผลการทำกิจกรรม

#### 1) โดมิโนสามารถต่อได้ดังนี้

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

#### 2) คำศัพท์ที่ได้จากโดมิโนแต่ละตัวมีดังนี้

--	--	--	--	--	--

#### 3) คำศัพท์ที่ได้ คือ

แปลว่า

#### รายชื่อสมาชิกในกลุ่ม

1. ....
2. ....
3. ....
4. ....
5. ....
6. ....

#### ความรู้ที่ได้รับจากกิจกรรม

.....

.....

.....

.....

.....

.....


## เฉลยใบกิจกรรมที่ 2 “โดมิโนहरษา”

### คำชี้แจง

1. ให้นักเรียนต่อโดมิโนให้ถูกต้อง โดยให้ด้านที่อยู่ติดกันสัมพันธ์กัน ซึ่งเป็นความสัมพันธ์ของส่วนประกอบของวงรี
2. พลิกด้านหลังของโดมิโน แล้วนำศัพท์ภาษาอังกฤษที่ด้านหลังโดมิโนแต่ละตัวมาเรียงต่อกัน แล้วหาความหมายของคำศัพท์ที่ได้
3. บันทึกผลที่ได้ และนำเสนอหน้าชั้นเรียน

### บันทึกผลการทำกิจกรรม

#### 1) โดมิโนสามารถต่อได้ดังนี้

ความเยื้องศูนย์กลาง	$\frac{x^2}{100} + \frac{y^2}{36} = 1$	แกนเอก	ยาว 20 หน่วย	จุดโฟกัส คือ	(0, -√2) (0, √2)	$\frac{x^2}{5} + \frac{y^2}{7} = 1$	$\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{16} = 1$	แกนโท	ยาว 6 หน่วย	a = 5 b = 4 c = 3	ลาตัสเรกตัม	ยาว = $\frac{3}{5}$		จุดยอด คือ	(0,-5) และ (0,5)	จุดศูนย์กลาง คือ	(3,4)
---------------------	--	--------	-----------------	--------------	---------------------	-------------------------------------	--------------------------------------	-------	----------------	-------------------------	-------------	---------------------	--	------------	------------------	------------------	-------

#### 2) คำศัพท์ที่ได้จากโดมิโนแต่ละตัวมีดังนี้



#### 3) คำศัพท์ที่ได้ คือ

ELLIPSE

แปลว่า

วงรี

#### รายชื่อสมาชิกในกลุ่ม

1. ....
2. ....
3. ....
4. ....
5. ....
6. ....

#### ความรู้ที่ได้รับจากกิจกรรม

- .....
- .....
- .....
- .....
- .....
- .....



ตัวอย่างแผนการจัดการเรียนรู้แบบปกติ

### แผนการจัดการเรียนรู้แบบปกติที่ 1

รหัสวิชา ค 31208

รายวิชา คณิตศาสตร์เพิ่มเติม 2(1)

ชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 4

หน่วยการเรียนรู้ที่ 2 ภาคตัดกรวย

เรื่อง ส่วนประกอบและลักษณะของวงรี เมื่อจุดศูนย์กลางอยู่ที่ (0,0)

จำนวน 2 คาบ (90 นาที)

ผู้สอน นายธนกฤต อธิยาจิรกุล

#### 1. มาตรฐานการเรียนรู้/ตัวชี้วัด

##### มาตรฐานการเรียนรู้

มาตรฐาน ค 2.3 เข้าใจเรขาคณิตวิเคราะห์ และนำไปใช้

##### ตัวชี้วัด

ค 2.3 ม.4/1 เข้าใจและใช้ความรู้เกี่ยวกับเรขาคณิตวิเคราะห์ในการแก้ปัญหา

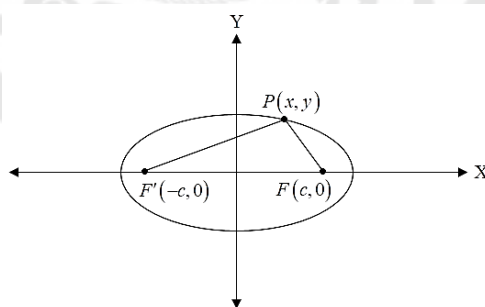
#### 2. สาระสำคัญ

##### วงรี (Ellipse)

นิยามของวงรี คือ เซตของจุดทุกจุดบนระนาบ ซึ่งผลบวกของระยะทางจากจุดใด ๆ

ไปยังจุดคงที่สองจุดบนระนาบมีค่าคงที่ โดยค่าคงที่มากกว่าระยะห่าง

ระหว่างจุดคงที่ทั้งสอง จะเรียกจุดคงที่ว่า จุดโฟกัสของวงรี



$F'(-c, 0)$  ,  $F(c, 0)$  เป็นจุดโฟกัสของวงรี และ  $P(x, y)$  เป็นจุดใด ๆ บนวงรี

จะได้ว่า  $PF' + PF = k$  เมื่อ  $k$  เป็นค่าคงที่ และ  $PF' + PF > F'F$  เสมอ

ดังนั้น  $k$  มีค่ามากกว่าระยะระหว่างโฟกัสทั้งสอง นั่นคือ  $k > 2c$

ระยะระหว่างจุดโฟกัสทั้งสอง =  $2c$

## ส่วนประกอบและลักษณะของสมการวงรีที่มีจุดศูนย์กลางที่จุด $C(0,0)$

### 1. จุดโฟกัสอยู่บนแกน X

สมการมาตรฐาน คือ  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$  โดยที่  $a > b$

จุดยอดอยู่ที่  $V'(-a,0)$  และ  $V(a,0)$  จุดโฟกัสอยู่ที่  $F'(-c,0)$  และ  $F(c,0)$

จุดปลายแกนโทอยู่ที่  $B'(0,-b)$  และ  $B(0,b)$  แกนเอกยาว  $2a$  แกนโทยาว  $2b$

ความยาวลาตัสเรกตัม เท่ากับ  $\frac{2b^2}{a}$  และความเยื้องศูนย์กลาง เท่ากับ  $\frac{c}{a}$

### 2. จุดโฟกัสอยู่บนแกน Y

สมการมาตรฐาน คือ  $\frac{x^2}{b^2} + \frac{y^2}{a^2} = 1$  โดยที่  $a > b$

จุดยอดอยู่ที่  $V'(0,-a)$  และ  $V(0,a)$  จุดโฟกัสอยู่ที่  $F'(0,-c)$  และ  $F(0,c)$

จุดปลายแกนโทอยู่ที่  $B'(-b,0)$  และ  $B(b,0)$  แกนเอกยาว  $2a$  แกนโทยาว  $2b$

ความยาวลาตัสเรกตัม เท่ากับ  $\frac{2b^2}{a}$  และความเยื้องศูนย์กลาง เท่ากับ  $\frac{c}{a}$

### 3. จุดประสงค์การเรียนรู้

#### 3.1 ด้านความรู้ทางคณิตศาสตร์: นักเรียนสามารถ

3.1.1) บอกลักษณะของวงรีที่กำหนดให้ เมื่อจุดศูนย์กลางอยู่ที่  $(0,0)$  ได้

3.1.2) หาส่วนประกอบต่าง ๆ ของสมการวงรีที่กำหนดให้ เมื่อจุดศูนย์กลางอยู่ที่  $(0,0)$  ได้

3.1.3) เขียนกราฟวงรีจากสมการวงรีที่กำหนดให้ เมื่อจุดศูนย์กลางอยู่ที่  $(0,0)$  ได้

#### 3.2 ด้านทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์: นักเรียนสามารถ

เขียนแสดงวิธีการหาส่วนประกอบต่าง ๆ ของสมการวงรีและกราฟเมื่อจุดศูนย์กลางอยู่ที่  $(0,0)$  โดยใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการสื่อความหมายได้อย่างถูกต้อง

#### 3.3 ด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์: นักเรียนมี

3.3.1) ความรับผิดชอบในการทำงานที่ได้รับมอบหมาย

3.3.2) ความตรงต่อเวลาในการเข้าชั้นเรียน

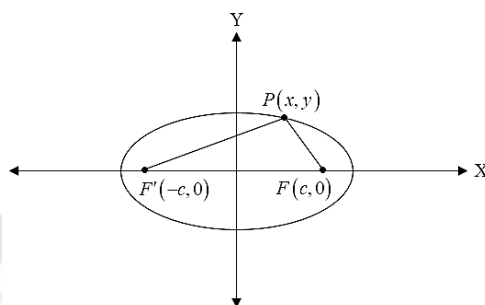
#### 4. สารการเรียนรู้

##### วงรี (Ellipse)

นิยามของวงรี คือ เซตของจุดทุกจุดบนระนาบ ซึ่งผลบวกของระยะทางจากจุดใด ๆ

ไปยังจุดคงที่สองจุดบนระนาบมีค่าคงที่ โดยค่าคงที่มากกว่าระยะห่าง

ระหว่างจุดคงที่ทั้งสอง จะเรียกจุดคงที่ว่า จุดโฟกัสของวงรี



$F'(-c, 0)$  ,  $F(c, 0)$  เป็นจุดโฟกัสของวงรี และ  $P(x, y)$  เป็นจุดใด ๆ บนวงรี

จะได้ว่า  $PF' + PF = k$  เมื่อ  $k$  เป็นค่าคงที่ และ  $PF' + PF > F'F$  เสมอ

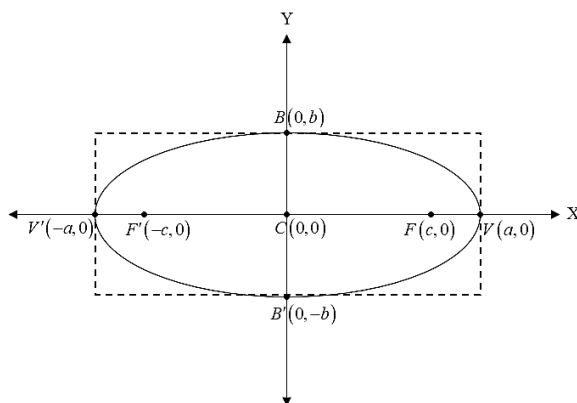
ดังนั้น  $k$  มีค่ามากกว่าระยะระหว่างโฟกัสทั้งสอง นั่นคือ  $k > 2c$

ระยะระหว่างจุดโฟกัสทั้งสอง =  $2c$

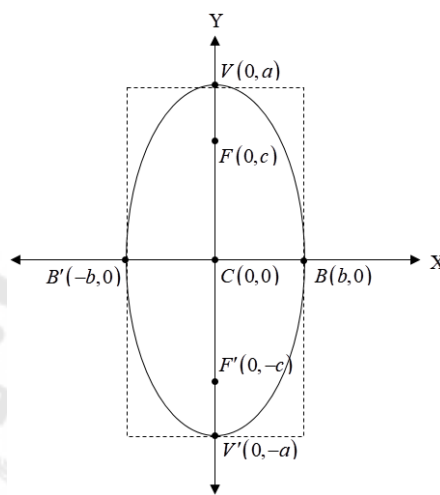
### ส่วนประกอบและลักษณะของสมการวงรี

เมื่อวงรีมีจุดศูนย์กลาง คือ จุด  $C(0,0)$

1. จุดโฟกัสอยู่บนแกน X



2. จุดโฟกัสอยู่บนแกน Y



รูปทั่วไป	$Ax^2 + By^2 + Cx + Dy + E = 0$ จุดศูนย์กลาง คือ $\left(-\frac{C}{2A}, -\frac{D}{2B}\right)$	
รูปสมการมาตรฐาน	$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ โดยที่ $a > b$	$\frac{x^2}{b^2} + \frac{y^2}{a^2} = 1$ โดยที่ $a > b$
จุดศูนย์กลาง	$C(0,0)$	$C(0,0)$
จุดโฟกัส	$F'(-c,0)$ และ $F(c,0)$	$F'(0,-c)$ และ $F(0,c)$
จุดยอด	$V'(-a,0)$ และ $V(a,0)$	$V'(0,-a)$ และ $V(0,a)$
จุดปลายแกนโท	$B'(0,-b)$ และ $B(0,b)$	$B'(-b,0)$ และ $B(b,0)$
แกนเอกยาว	$2a$	
แกนโทยาว	$2b$	
ความยาวลาตัสเรกตัม	$\frac{2b^2}{a}$	
ความเยื้องศูนย์กลาง	$\frac{c}{a}$	

หมายเหตุ การหาค่า  $c$  หาได้จากสมการ  $c^2 = a^2 - b^2$

**ตัวอย่างที่ 1** จงบอกลักษณะของวงรี จุดศูนย์กลาง จุดโฟกัส จุดยอด ความยาวแกนเอก จุดปลายแกนโท ความยาวแกนโท ความยาวลาตัสเรกตัม และความเยื้องศูนย์กลาง พร้อมทั้งเขียนกราฟ

ของวงรีที่มีสมการ คือ  $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$

**วิธีทำ** จัดรูปสมการในรูปมาตรฐาน จะได้  $\frac{x^2}{5^2} + \frac{y^2}{3^2} = 1$

จะได้ว่า  $a = 5, b = 3$

จาก  $c^2 = a^2 - b^2$

จะได้ว่า  $c^2 = 5^2 - 3^2 = 25 - 9 = 16$

ดังนั้น  $c = 4$

วงรีนี้เป็นวงรีแนวนอน (ตั้งหรือนอน) แนวนอน

จุดศูนย์กลางอยู่ที่  $C(0,0)$

โฟกัสอยู่ที่  $F'(-4,0)$  และ  $F(4,0)$

จุดยอดอยู่ที่  $V'(-5,0)$  และ  $V(5,0)$

แกนเอกยาว  $2a = 2(5) = 10$  หน่วย

จุดปลายแกนโทอยู่ที่  $B'(0,-3)$  และ  $B(0,3)$

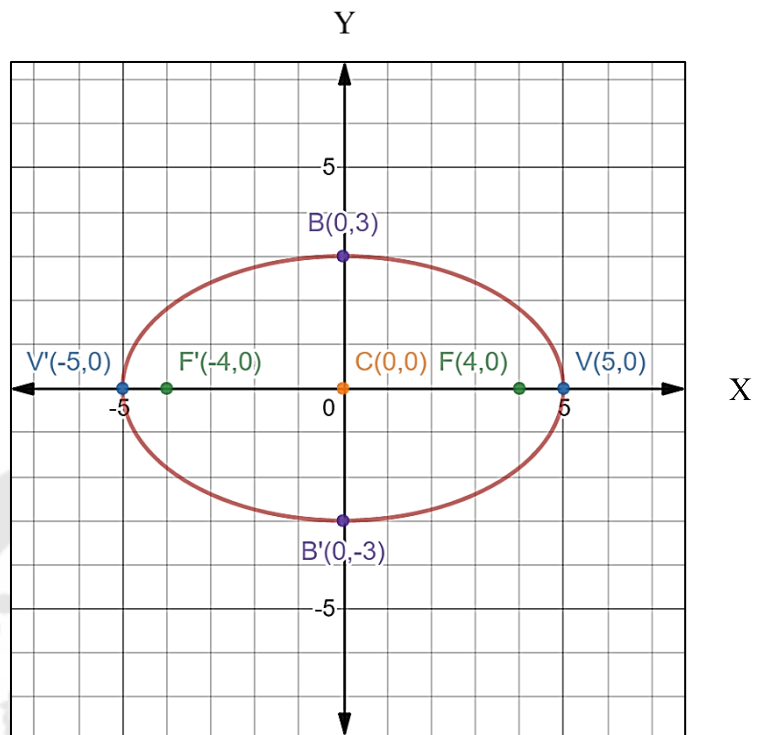
แกนโทยาว  $2b = 2(3) = 6$  หน่วย

ความยาวของลาตัสเรกตัม เท่ากับ  $\frac{2b^2}{a} = \frac{2(3)^2}{5} = \frac{18}{5}$  หน่วย

ความเยื้องศูนย์กลาง เท่ากับ  $\frac{c}{a} = \frac{4}{5}$



## พื้นที่ในการเขียนกราฟ



**ตัวอย่างที่ 2** จงบอกลักษณะของวงรี จุดศูนย์กลาง จุดโฟกัส จุดยอด ความยาวแกนเอก จุดปลายแกนโท ความยาวแกนโท ความยาวลาตัสเรกตัม และความเยื้องศูนย์กลาง พร้อมทั้งเขียนกราฟ

ของวงรีที่มีสมการ คือ  $\frac{x^2}{64} + \frac{y^2}{100} = 1$

**วิธีทำ** จัดรูปสมการในรูปมาตรฐาน จะได้  $\frac{x^2}{8^2} + \frac{y^2}{10^2} = 1$

จะได้ว่า  $a = 10, b = 8$

จาก  $c^2 = a^2 - b^2$

จะได้ว่า  $c^2 = 10^2 - 8^2 = 100 - 64 = 36$

ดังนั้น  $c = 6$

วงรีนี้เป็นวงรีแนว (ตั้งหรือนอน) แนวตั้ง

จุดศูนย์กลางอยู่ที่  $C(0,0)$

โฟกัสอยู่ที่  $F'(0,-6)$  และ  $F(0,6)$

จุดยอดอยู่ที่  $V'(0,-10)$  และ  $V(0,10)$

แกนเอกยาว  $2a = 2(10) = 20$  หน่วย

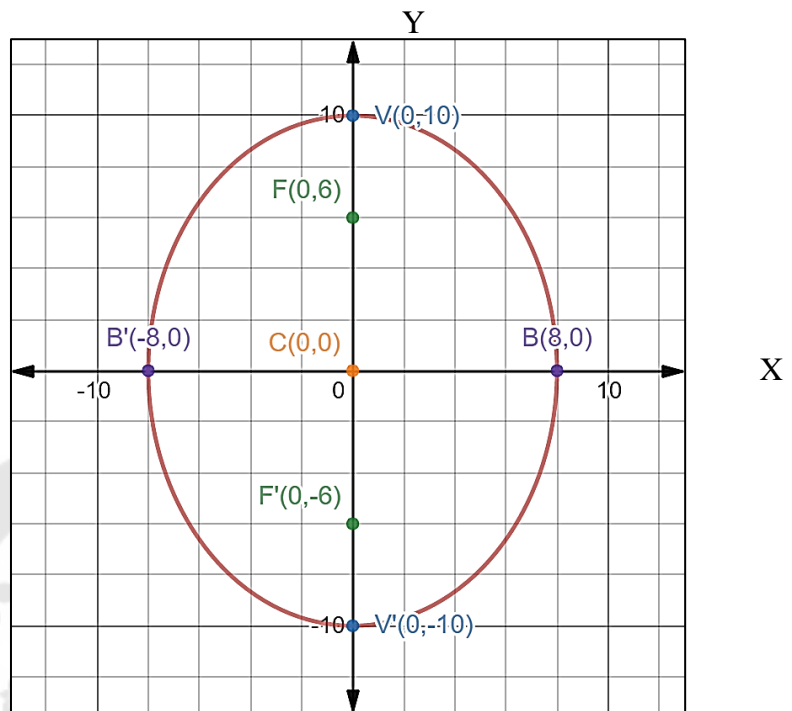
จุดปลายแกนโทอยู่ที่  $B'(-8,0)$  และ  $B(8,0)$

แกนโทยาว  $2b = 2(8) = 16$  หน่วย

ความยาวของลาตัสเรกตัม เท่ากับ  $\frac{2b^2}{a} = \frac{2(8)^2}{10} = \frac{64}{5}$  หน่วย

ความเยื้องศูนย์กลาง เท่ากับ  $\frac{c}{a} = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}$

พื้นที่ในการเขียนกราฟ



**ตัวอย่างที่ 3** จงบอกลักษณะของวงรี จุดศูนย์กลาง จุดโฟกัส จุดยอด ความยาวแกนเอก จุดปลายแกนโท ความยาวแกนโท ความยาวลาตัสเรกตัม และความเยื้องศูนย์กลาง พร้อมทั้งเขียนกราฟของวงรีที่มีสมการ คือ  $25x^2 + 49y^2 = 1225$

**วิธีทำ** จัดรูปสมการในรูปมาตรฐาน จะได้  $25x^2 + 49y^2 = 1225$

$$\frac{25x^2}{1225} + \frac{49y^2}{1225} = \frac{1225}{1225}$$

$$\frac{x^2}{49} + \frac{y^2}{25} = 1$$

$$\frac{x^2}{7^2} + \frac{y^2}{5^2} = 1$$

จะได้ว่า  $a = 7, b = 5$

จาก  $c^2 = a^2 - b^2$

จะได้ว่า  $c^2 = 7^2 - 5^2 = 49 - 25 = 24$

ดังนั้น  $c = \sqrt{24} = 2\sqrt{6}$

วงรีนี้เป็นวงรีแนวนอน (ตั้งหรือนอน) แนวนอน

จุดศูนย์กลางอยู่ที่  $C(0,0)$

โฟกัสอยู่ที่  $F'(-2\sqrt{6}, 0)$  และ  $F(2\sqrt{6}, 0)$

จุดยอดอยู่ที่  $V'(-7, 0)$  และ  $V(7, 0)$

แกนเอกยาว  $2a = 2(7) = 14$  หน่วย

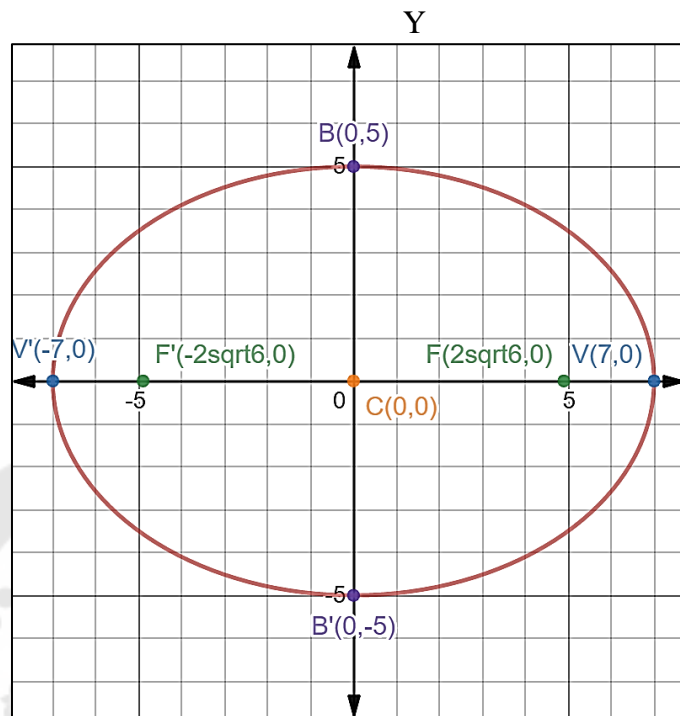
จุดปลายแกนโทอยู่ที่  $B'(0, -5)$  และ  $B(0, 5)$

แกนโทยาว  $2b = 2(5) = 10$  หน่วย

ความยาวของลาตัสเรกตัม เท่ากับ  $\frac{2b^2}{a} = \frac{2(5)^2}{7} = \frac{50}{7}$  หน่วย

ความเยื้องศูนย์กลาง เท่ากับ  $\frac{c}{a} = \frac{2\sqrt{6}}{7}$

พื้นที่ในการเขียนกราฟ



X

**ตัวอย่างที่ 4** จงบอกลักษณะของวงรี จุดศูนย์กลาง จุดโฟกัส จุดยอด ความยาวแกนเอก จุดปลายแกนโท ความยาวแกนโท ความยาวลาตัสเรกตัม และความเยื้องศูนย์กลาง พร้อมทั้งเขียนกราฟของวงรีที่มีสมการ คือ  $5x^2 + 4y^2 - 20 = 0$

**วิธีทำ** จัดรูปสมการในรูปมาตรฐาน จะได้  $5x^2 + 4y^2 - 20 = 0$

$$5x^2 + 4y^2 = 20$$

$$\frac{5x^2}{20} + \frac{4y^2}{20} = \frac{20}{20}$$

$$\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{5} = 1$$

จะได้ว่า  $a = \sqrt{5}, b = 2$

จาก  $c^2 = a^2 - b^2$

จะได้ว่า  $c^2 = \sqrt{5}^2 - 2^2 = 5 - 4 = 1$

ดังนั้น  $c = 1$

วงรีนี้เป็นวงรีแนวนอน (ตั้งหรือนอน) แนวดัง

จุดศูนย์กลางอยู่ที่  $C(0,0)$

โฟกัสอยู่ที่  $F'(0,-1)$  และ  $F(0,1)$

จุดยอดอยู่ที่  $V'(0,-\sqrt{5})$  และ  $V(0,\sqrt{5})$

แกนเอกยาว  $2a = 2(\sqrt{5}) = 2\sqrt{5}$  หน่วย

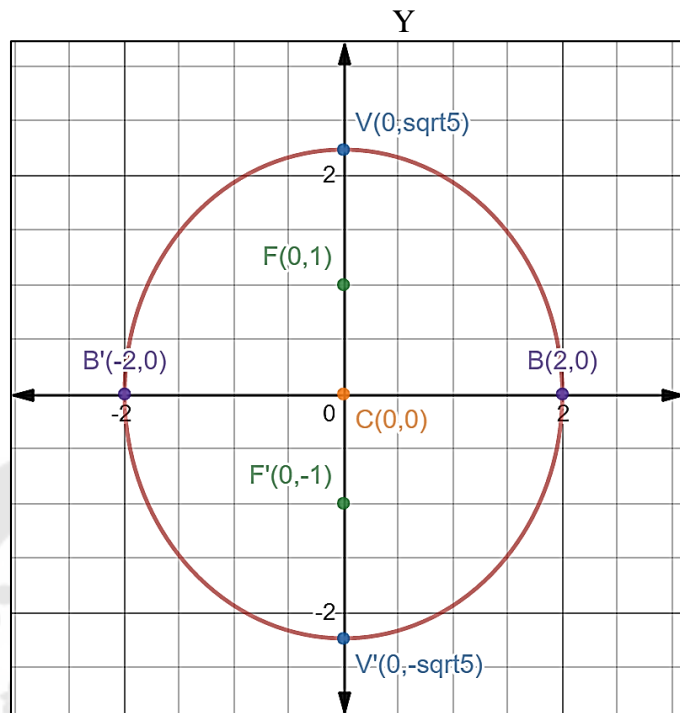
จุดปลายแกนโทอยู่ที่  $B'(-2,0)$  และ  $B(2,0)$

แกนโทยาว  $2b = 2(2) = 4$  หน่วย

ความยาวของลาตัสเรกตัม เท่ากับ  $\frac{2b^2}{a} = \frac{2(2)^2}{\sqrt{5}} = \frac{8}{\sqrt{5}} = \frac{8\sqrt{5}}{5}$  หน่วย

ความเยื้องศูนย์กลาง เท่ากับ  $\frac{c}{a} = \frac{1}{\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5}}{5}$

พื้นที่ในการเขียนกราฟ



X

## 5. กิจกรรมการเรียนรู้

### 5.1 ขั้นนำ

ขั้นนี้ใช้เวลาประมาณ 10 นาที ซึ่งมีรายละเอียดดังต่อไปนี้

5.1.1 ครูเปิดวิดีโอ เรื่อง วงรี ให้กับนักเรียน และให้นักเรียนสังเกตหรือบันทึก ความรู้สั้น ๆ จากวิดีโอ

5.1.2 ครูและนักเรียนร่วมกันอภิปรายความรู้จากวิดีโอ โดยการสุ่มถามนักเรียน และใช้คำถามกระตุ้น ดังนี้

1) จากวิดีโอต้องการสร้างอะไร และเป็นรูปเรขาคณิตชนิดใด

[นักเรียนควรตอบว่า สร้างบ่อน้ำเป็นรูปวงรี]

2) การสร้างบ่อน้ำเป็นรูปวงรีในวิดีโอ ทำอย่างไร

[นักเรียนควรตอบว่า กำหนดจุดคงที่ 2 จุด แล้วลากเส้นเชื่อมที่ตรงจุดคงที่ทั้งสองไปรอบ รูป จนเกิดรูปวงรี]

3) นักเรียนคิดว่า จุดคงที่ทั้ง 2 จุด มีความสำคัญต่อรูปวงรี อย่างไร

[นักเรียนควรตอบว่า เป็นจุดที่ทำให้เราสามารถสร้างรูปวงรีได้อย่าง สมบูรณ์]

4) นักเรียนคิดว่า วงรีน่าจะมีส่วนประกอบอะไรบ้าง

[นักเรียนควรตอบว่า จุดศูนย์กลาง จุดคงที่ 2 จุด (จุดโฟกัส) หรืออื่น ๆ

### 5.2 ขั้นสอน

ขั้นนี้ใช้เวลาประมาณ 60 นาที ซึ่งมีรายละเอียดดังต่อไปนี้

5.2.1 ครูนำเสนอบทนิยามของวงรี ให้กับนักเรียน และอธิบายเชื่อมโยงกับวิดีโอ ว่าจุดคงที่

ทั้ง 2 จุด เรียกว่า จุดโฟกัสของวงรี แล้วใช้คำถามกระตุ้นดังนี้

1) จากบทนิยามของวงรี สอดคล้องกับวิดีโอ อย่างไร

[นักเรียนควรตอบว่า ผลบวกของระยะทางจากจุดใด ๆ บนเส้นรอบวง ของวงรี ไปยังจุดคงที่ 2 จุด มีค่าคงที่เสมอ]

2) จุดคงที่บนระนาบ เรียกว่าจุดอะไร

[นักเรียนควรตอบว่า จุดโฟกัสของวงรี ]



5.2.2 ครูและนักเรียนร่วมกันอภิปรายรูปแบบของสมการวงรี โดยใช้คำถาม กระตุ้น ดังนี้

1) นักเรียนคิดว่า วงรีสามารถเกิดขึ้นได้กี่รูปแบบ

[นักเรียนควรตอบว่า 2 รูปแบบ คือ วงรีแนวตั้ง และวงรีแนวนอน]

2) นักเรียนคิดว่า วงรีแนวตั้งและวงรีแนวนอนจะมีจุดโฟกัสกี่จุด

[นักเรียนควรตอบว่า 2 จุด]

5.2.3 ครูอธิบายรูปแบบของวงรี 2 แบบ เมื่อจุดศูนย์กลางของวงรีอยู่ที่  $(0,0)$  ได้แก่ วงรีที่มีจุดโฟกัสอยู่บนแกน X (วงรีแนวนอน) และวงรีที่มีจุดโฟกัสอยู่บนแกน Y (วงรีแนวตั้ง) โดยให้นักเรียนสังเกตส่วนประกอบของวงรี แล้วให้อภิปรายภายในชั้นเรียนว่าวงรีทั้งสองแบบมีส่วนประกอบใดบ้าง

5.2.4 ครูและนักเรียนร่วมกันอภิปรายวิธีการหาส่วนประกอบของวงรี ได้แก่ ลักษณะของวงรี จุดศูนย์กลาง จุดโฟกัส จุดยอด ความยาวแกนเอก จุดปลายแกนโท ความยาวแกนโท ความยาวลาตัสเรกตัม ความเยื้องศูนย์กลาง และเขียนกราฟของวงรี โดยใช้คำถามกระตุ้น ดังนี้

1) จากสมการของวงรี  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$  วงรีจะมีลักษณะอย่างไร

[นักเรียนควรตอบว่า เป็นวงรีที่มีจุดโฟกัสอยู่บนแกน X (วงรีแนวนอน)]

2) จากสมการของวงรี  $\frac{x^2}{b^2} + \frac{y^2}{a^2} = 1$  วงรีจะมีลักษณะอย่างไร

[นักเรียนควรตอบว่า เป็นวงรีที่มีจุดโฟกัสอยู่บนแกน Y (วงรีแนวตั้ง)]

3) ค่าของ  $a$  และ  $b$  โดยที่  $a > b$  ในสมการ  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$  และ

$\frac{x^2}{b^2} + \frac{y^2}{a^2} = 1$  มีผลต่อลักษณะของวงรีอย่างไร

[นักเรียนควรตอบว่า ถ้าค่าของ  $a$  เป็นตัวส่วนของ  $x^2$  วงรีจะมีจุดโฟกัสอยู่บนแกน X (วงรีแนวนอน) แต่ถ้าค่าของ  $a$  เป็นตัวส่วนของ  $y^2$  วงรีจะมีจุดโฟกัสอยู่บนแกน Y (วงรีแนวตั้ง)]

4) เมื่อกำหนดสมการวงรีมาให้ นักเรียนมีวิธีการแก้ปัญหาเพื่อหา ส่วนประกอบของวงรีที่โจทย์ต้องการได้อย่างไร

[นักเรียนควรตอบว่า จัดรูปวงรีให้อยู่ในรูปของสมการมาตรฐาน เพื่อหาค่าของ  $a$  และ  $b$  แล้วแทนค่าต่าง ๆ ลงในส่วนประกอบของวงรี]

5) นักเรียนมีวิธีในการหาจุดโฟกัสของวงรีได้อย่างไร

[นักเรียนควรตอบว่า หาจากความสัมพันธ์ของสมการ  $c^2 = a^2 - b^2$  ก่อน แล้วแทนค่า  $c$  ที่ได้มาเป็นพิกัดของจุดโฟกัสของวงรี]

5.2.5 ครูและนักเรียนร่วมกันอภิปรายตัวอย่างที่ 1 ในหนังสือเรียน โดยใช้คำถาม

กระตุ้น ดังนี้

1) จากตัวอย่างที่ 1 โจทย์ถามอะไร

[นักเรียนควรตอบว่า โจทย์ถามลักษณะของวงรี จุดศูนย์กลาง จุดโฟกัส จุดยอด ความยาวแกนเอก จุดปลายแกนโท ความยาวแกนโท ความยาวลาตัสเรกตัม ความเยื้องศูนย์กลางของวงรี และกราฟของวงรี]

2) โจทย์กำหนดอะไรมาให้บ้าง

[นักเรียนควรตอบว่า กำหนดสมการวงรี  $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$ ]

3) ใช้วิธีการหรือวางแผนอย่างไรในการแก้ปัญหา

[นักเรียนควรตอบว่า จัดรูปสมการวงรีให้อยู่ในรูปมาตรฐาน หาค่าของ  $a$ ,  $b$  และ  $c$  แล้วเขียนกราฟเพื่อหาส่วนประกอบต่างๆ ของวงรี]

4) จากสมการวงรีที่กำหนดให้ นักเรียนจะหาค่าของ  $a, b$  และ  $c$  ได้อย่างไร และได้ค่าเท่าใด

[นักเรียนควรตอบว่า จัดรูปสมการให้อยู่ในรูปมาตรฐาน  $\frac{x^2}{5^2} + \frac{y^2}{3^2} = 1$

จะได้  $a = 5, b = 3$  และหาค่า  $c$  จากสมการ

$c^2 = a^2 - b^2 = 5^2 - 3^2 = 16$  จะได้  $c = 4$ ]

5) ค่า  $a$  ใช้ในการหาส่วนประกอบใดของวงรี

[นักเรียนควรตอบว่า จุดยอด ความยาวแกนเอก]

6) ค่า  $b$  ใช้ในการหาส่วนประกอบใดของวงรี

[นักเรียนควรตอบว่า จุดปลายแกนโท ความยาวแกนโท]

7) ค่า  $c$  ใช้ในการหาส่วนประกอบใดของวงรี

[นักเรียนควรตอบว่า จุดโฟกัสของวงรี]

8) ความยาวของลาตัสเรกตัม และความเยื้องศูนย์กลางหาอย่างไร

[นักเรียนควรตอบว่า ความยาวของลาตัสเรกตัม หาจากสูตร  $\frac{2b^2}{a}$  และ

ความเยื้องศูนย์กลาง หาจากสูตร  $\frac{c}{a}$ ]

5.2.6 ครูและนักเรียนร่วมกันอภิปรายตัวอย่างที่ 2 ในหนังสือเรียน โดยให้นักเรียนสังเกตความแตกต่างของตัวอย่างที่ 1 และ 2 แล้วใช้คำถามกระตุ้นดังนี้

1) ลักษณะของวงรีในตัวอย่างที่ 1 และ 2 แตกต่างกันอย่างไรร

[นักเรียนควรตอบว่า ในตัวอย่างที่ 1 เป็นวงรีที่มีจุดโฟกัสอยู่บนแกน X (วงรีแนวนอน) ส่วนในตัวอย่างที่ 2 เป็นวงรีที่มีจุดโฟกัสอยู่บนแกน Y (วงรีแนวตั้ง)]

2) วงรีทั้งสองตัวอย่าง มีส่วนประกอบใดที่เหมือนกัน

[นักเรียนควรตอบว่า จุดศูนย์กลางของวงรีเหมือนกัน คือ (0,0)]

5.2.7 ครูและนักเรียนร่วมกันอภิปรายตัวอย่างที่ 3 - 4 ในหนังสือเรียน โดยให้นักเรียนทำเองก่อนประมาณ 5 นาที ขณะที่นักเรียนกำลังทำแบบฝึกหัด ครูเดินดูเพื่ออธิบายเมื่อนักเรียนเกิดข้อสงสัย

5.2.8 ครูและนักเรียนเฉลยวิธีการแก้ปัญหา และการหาคำตอบร่วมกัน โดยการสุ่มถามนักเรียน แล้วให้นักเรียนคนอื่น ๆ พิจารณาความถูกต้อง ในส่วนของการเขียนกราฟ ครูให้นักเรียนตรวจสอบความถูกต้องโดยใช้ Application Desmos โดยมีครูคอยตรวจสอบความถูกต้องอีกครั้ง และอธิบายเพิ่มเติมในส่วนที่สำคัญ

### 5.3 ขั้นสรุป

ขั้นนี้ใช้เวลาประมาณ 20 นาที ซึ่งมีรายละเอียดดังต่อไปนี้

5.3.1 เพื่อตรวจสอบความรู้ความเข้าใจของนักเรียนที่ได้เรียนในคาบเรียนนี้ ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปความรู้ที่ได้รับ โดยใช้คำถามกระตุ้น ดังนี้

1) นักเรียนได้รับความรู้เรื่องอะไรในคาบเรียนนี้บ้าง

[นักเรียนควรตอบว่า ลักษณะและส่วนประกอบของวงรี]

2) นิยามของวงรี คืออะไร

[นักเรียนควรตอบว่า วงรี คือ เซตของจุดทุกจุดบนระนาบ ซึ่งผลบวกของระยะทางจากจุดใด ๆ ไปยังจุดคงที่สองจุดบนระนาบมีค่าคงที่ โดยค่าคงที่มากกว่าระยะห่าง

ระหว่างจุดคงที่ทั้งสอง จะเรียกจุดคงที่ว่า จุดโฟกัสของวงรี]

3) สมการวงรีที่มีจุดศูนย์กลางอยู่ที่ (0,0) มีกี่รูปแบบ

[นักเรียนควรตอบว่า 2 รูปแบบ คือ สมการวงรีที่มีจุดโฟกัสอยู่บนแกน

X (วงรีแนวนอน) และสมการวงรีที่มีจุดโฟกัสอยู่บนแกน Y (วงรีแนวตั้ง)]

4) ค่าของ  $a$  และ  $b$  โดยที่  $a > b$  ในสมการ  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$  และ

$\frac{x^2}{b^2} + \frac{y^2}{a^2} = 1$  มีผลต่อลักษณะของวงรีอย่างไร

[นักเรียนควรตอบว่า ถ้าค่าของ  $a$  เป็นตัวส่วนของ  $x^2$  วงรีจะมีจุดโฟกัสอยู่บนแกน X (วงรีแนวนอน) แต่ถ้าค่าของ  $a$  เป็นตัวส่วนของ  $y^2$  วงรีจะมีจุดโฟกัสอยู่บนแกน Y (วงรีแนวตั้ง)]

5) จุดโฟกัสของวงรีหาอย่างไร

[นักเรียนควรตอบว่า หาจากความสัมพันธ์ของสมการ  $c^2 = a^2 - b^2$

ก่อน แล้วแทนค่า  $c$  ที่ได้มาเป็นพิกัดของจุดโฟกัสของวงรี]

5.3.2 ครูให้นักเรียนทำ Mind Mapping เรื่อง ส่วนประกอบและลักษณะของวงรี เมื่อจุดศูนย์กลางอยู่ที่ (0,0) คนละ 1 แผ่น เพื่อให้นักเรียนร่วมกันสรุปความรู้ที่ได้รับ

5.3.3 ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดในหนังสือเรียน หน้า 118 – 121 จำนวน 8 ข้อ แล้วส่งในคาบเรียนถัดไป

## 6. สื่อการเรียนรู้/แหล่งการเรียนรู้

- 6.1 หนังสือเรียน เรื่อง ภาคตัดกรวย วิชาคณิตศาสตร์พื้นฐานเพิ่มเติม 2(1) (ค31208) โรงเรียน  
สาธิตมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ (ฝ่ายมัธยม)
- 6.2 วีดีโอ เรื่อง วงรี
- 6.3 Mind Mapping เรื่อง ส่วนประกอบและลักษณะของวงรี เมื่อจุดศูนย์กลางอยู่ที่ (0,0)
- 6.4 Application Desmos

## 7. การวัดผลและประเมินผลการเรียนรู้

เพื่อให้สอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้ การวัดและประเมินผลการเรียนรู้ในคาบนี้  
มีดังนี้

จุดประสงค์การเรียนรู้ ที่ต้องการวัดและประเมินผล	การวัดผล	การประเมินผล
<p><u>ด้านความรู้ทางคณิตศาสตร์:</u> นักเรียนสามารถ</p> <p>1) บอกลักษณะของวงรีที่กำหนด ให้ เมื่อจุดศูนย์กลางอยู่ที่ (0,0) ได้</p>	<p><u>วิธีวัดผล:</u> พิจารณาจาก “คำตอบ” ใน แบบฝึกหัด จำนวน 8 ข้อ</p> <p><u>เครื่องมือวัดผล:</u> หนังสือเรียน เรื่อง ภาคตัดกรวย หน้า 118 - 121</p>	<p><u>เกณฑ์การให้คะแนน:</u> ในแต่ละคำถาม ถ้านักเรียนหาคำตอบได้ ถูกต้อง จะได้ 1 คะแนน ถ้านักเรียนไม่สามารถหา คำตอบ ได้ถูกต้อง จะได้ 0 คะแนน</p> <p><u>เกณฑ์การประเมินผล:</u> ถ้านักเรียนได้คะแนนตั้งแต่ 4 คะแนนขึ้นไป ถือว่าผ่าน</p>

จุดประสงค์การเรียนรู้ ที่ต้องการวัดและประเมินผล	การวัดผล	การประเมินผล
<p><b>ด้านความรู้ทางคณิตศาสตร์:</b> นักเรียนสามารถ</p> <p>2) หาส่วนประกอบต่าง ๆ ของสมการวงรีที่กำหนดให้ เมื่อจุดศูนย์กลางอยู่ที่ (0,0) ได้</p>	<p><b>วิธีวัดผล:</b> พิจารณาจาก “คำตอบ” ในแบบฝึกหัด จำนวน 8 ข้อ</p> <p><b>เครื่องมือวัดผล:</b> หนังสือเรียน เรื่อง ภาคตัดกรวย หน้า 118 - 121</p>	<p><b>เกณฑ์การให้คะแนน:</b> ในแต่ละคำถาม ถ้านักเรียนหาคำตอบได้ถูกต้อง จะได้ 1 คะแนน ถ้านักเรียนไม่สามารถหาคำตอบ ได้ถูกต้อง จะได้ 0 คะแนน</p> <p><b>เกณฑ์การประเมินผล:</b> ถ้านักเรียนได้คะแนนตั้งแต่ 4 คะแนนขึ้นไป ถือว่าผ่าน</p>
<p>3) เขียนกราฟวงรีจากสมการวงรีที่กำหนดให้ เมื่อจุดศูนย์กลางอยู่ที่ (0,0) ได้</p>	<p><b>วิธีวัดผล:</b> พิจารณาจาก “คำตอบ” ในแบบฝึกหัด จำนวน 8 ข้อ</p> <p><b>เครื่องมือวัดผล:</b> หนังสือเรียน เรื่อง ภาคตัดกรวย หน้า 118 - 121</p>	<p><b>เกณฑ์การให้คะแนน:</b> ในแต่ละคำถาม ถ้านักเรียนหาคำตอบได้ถูกต้อง จะได้ 1 คะแนน ถ้านักเรียนไม่สามารถหาคำตอบ ได้ถูกต้อง จะได้ 0 คะแนน</p> <p><b>เกณฑ์การประเมินผล:</b> ถ้านักเรียนได้คะแนนตั้งแต่ 4 คะแนนขึ้นไป ถือว่าผ่าน</p>

จุดประสงค์การเรียนรู้ ที่ต้องการวัดและประเมินผล	การวัดผล	การประเมินผล
<p><b>ด้านทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์:</b> นักเรียนสามารถเขียนแสดงวิธีการหาส่วนประกอบต่าง ๆ ของสมการวงรีและกราฟเมื่อจุดศูนย์กลางอยู่ที่ (0,0) โดยใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการสื่อความหมายได้อย่างถูกต้อง</p>	<p><b>วิธีวัดผล:</b> พิจารณาจาก “การเขียนคำตอบและเขียนอธิบายเป็นขั้นตอน” ในแบบฝึกหัดจำนวน 8 ข้อ</p> <p><b>เครื่องมือวัดผล:</b> หนังสือเรียน เรื่อง ภาคตัดกรวย หน้า 118 - 121</p>	<p><b>เกณฑ์การให้คะแนน:</b> ในแต่ละคำถาม ถ้านักเรียนเขียนวิธีการหาคำตอบได้ถูกต้อง จะได้ 1 คะแนน ถ้านักเรียนเขียนวิธีการหาคำตอบ ไม่ถูกต้อง จะได้ 0 คะแนน</p> <p><b>เกณฑ์การประเมินผล:</b> ถ้านักเรียนได้คะแนนตั้งแต่ 4 คะแนนขึ้นไป ถือว่าผ่าน</p>
<p><b>ด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์:</b> นักเรียนมี 1) ความรับผิดชอบในงานที่ได้รับมอบหมาย</p>	<p><b>วิธีวัดผล:</b> พิจารณาจากเวลาในการส่งหนังสือเรียน เรื่อง ภาคตัดกรวย และ Mind Mapping</p> <p><b>เครื่องมือวัดผล:</b> แบบสังเกตพฤติกรรมนักเรียน</p>	<p><b>เกณฑ์การให้คะแนน :</b> ถ้านักเรียนส่งงานตามเวลาที่กำหนดจะได้ 2 คะแนน ถ้านักเรียนส่งงานช้ากว่าเวลาที่กำหนดจะได้ 1 คะแนน ถ้านักเรียนไม่ส่งงานจะได้ 0 คะแนน</p> <p><b>เกณฑ์การประเมินผล :</b> ถ้านักเรียนได้คะแนนตั้งแต่ 1 คะแนนขึ้นไป ถือว่าผ่าน</p>

จุดประสงค์การเรียนรู้ ที่ต้องการวัดและประเมินผล	การวัดผล	การประเมินผล
2) ความตรงต่อเวลาในการเข้าชั้นเรียน	<p><b>วิธีวัดผล:</b> พิจารณาจากเวลาในการเข้าชั้นเรียนของนักเรียน</p> <p><b>เครื่องมือวัดผล:</b> แบบสังเกตพฤติกรรมนักเรียน</p>	<p><b>เกณฑ์การให้คะแนน :</b>            ถ้านักเรียนเข้าชั้นเรียนตามเวลาที่กำหนดจะได้ 2 คะแนน            ถ้านักเรียนเข้าชั้นเรียนช้ากว่าเวลาที่กำหนดจะได้ 1 คะแนน            ถ้านักเรียนไม่เข้าชั้นเรียนจะได้ 0 คะแนน</p> <p><b>เกณฑ์การประเมินผล :</b>            ถ้านักเรียนได้คะแนนตั้งแต่ 1 คะแนนขึ้นไป ถือว่าผ่าน</p>





## 8. บันทึกหลังการจัดการเรียนรู้

### 8.1 ผลการจัดการเรียนรู้

นักเรียนส่วนใหญ่สามารถอธิบายลักษณะของวงรี และหาส่วนประกอบต่าง ๆ ของวงรีได้ถูกต้อง แต่การเขียนแสดงวิธีทำของนักเรียนบางคนเขียนได้ถูกต้อง และบางคนเขียนได้ไม่ถูกต้อง หรือไม่ชัดเจน การจัดการเรียนรู้ในห้องเรียนในช่วงแรกนักเรียนส่วนใหญ่สามารถตอบคำถามจากการดูวิดีโอได้ จากนั้นการจัดการเรียนรู้เน้นการถามตอบในชั้นเรียน และใช้การอภิปรายร่วมกัน ซึ่งนักเรียนบางคนสามารถตอบคำถามได้ และบางคนไม่สามารถตอบคำถามได้ ครูจึงเน้นย้ำในส่วนที่สำคัญให้กับนักเรียน

### 8.2 ปัญหาและอุปสรรค

- 1) นักเรียนบางคนเขียนอธิบายขั้นตอนการแก้ปัญหาได้ยังไม่ถูกต้อง หรือไม่สมบูรณ์
- 2) ไม่มีกิจกรรม เกม ในการจัดการเรียนรู้ในชั้นเรียน นักเรียนบางคนจึงรู้สึกเบื่อหน่าย

### 8.3 แนวทางแก้ไข

- 1) ครูคอยอธิบายเพิ่มเติมให้กับนักเรียนที่มีข้อสงสัย
- 2) จัดกิจกรรม เกม ที่เกี่ยวข้องกับเรื่องวงรี เพื่อให้ให้นักเรียนได้เรียนรู้จากกิจกรรม

### 8.4 ความคิดเห็น/ข้อเสนอแนะ

จัดการเรียนรู้ให้นักเรียนเรียนรู้จากการทำกิจกรรม หรือแนะแนวทางให้นักเรียนได้ฝึกกระบวนการคิด และการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ด้วยตนเองมากขึ้น

ลงชื่อ

ธนกฤต

ผู้สอน

(นายธนกฤต อัจฉริยะกุล)

แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง ภาคตัดกรวย



แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์

วิชา คณิตศาสตร์เพิ่มเติม

เรื่อง ภาคตัดกรวย

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

จำนวน 15 ข้อ

เวลา 60 นาที

ชื่อ - สกุล ..... ชั้น ม.4..... เลขที่ .....

คำชี้แจง : จงเลือกคำตอบที่ถูกต้องเพียงข้อเดียว ลงในกระดาษคำตอบ

1. นิยามของวงรี ตรงกับข้อใด (*ความรู้ ความจำ*)

ก. เซตของจุดทุกจุดบนระนาบ ซึ่งผลบวกของระยะทางจากจุดใด ๆ ไปยังจุดคงที่สองจุดบนระนาบ มีค่าคงที่ โดยค่าคงที่มากกว่าระยะห่างระหว่างจุดคงที่ทั้งสอง

ข. เซตของจุดทุกจุดบนระนาบ ซึ่งผลบวกของระยะทางจากจุดใด ๆ ไปยังจุดคงที่สองจุดบนระนาบ มีค่าคงที่ โดยค่าคงที่น้อยกว่าระยะห่างระหว่างจุดคงที่ทั้งสอง

ค. เซตของจุดทุกจุดบนระนาบ ซึ่งผลบวกของระยะทางจากจุดศูนย์กลาง ไปยังจุดคงที่สองจุดบนระนาบ มีค่าคงที่ โดยค่าคงที่มากกว่าระยะห่างระหว่างจุดคงที่ทั้งสอง

ง. เซตของจุดทุกจุดบนระนาบ ซึ่งผลบวกของระยะทางจากจุดศูนย์กลาง ไปยังจุดคงที่สองจุดบนระนาบ มีค่าคงที่ โดยค่าคงที่น้อยกว่าระยะห่างระหว่างจุดคงที่ทั้งสอง

2. สมการวงรีที่มีจุดยอด คือ  $(\pm 10, 0)$  และมีความยาวลาตัสเรกตัมเท่ากับ 5 ตรงกับสมการในข้อใด (*ความเข้าใจ*)

ก.  $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{16} = 1$

ข.  $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1$

ค.  $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{100} = 1$

ง.  $\frac{x^2}{100} + \frac{y^2}{25} = 1$

3. กำหนดวงรีมีจุดยอด คือ  $(\pm 7, 2)$  จุดโฟกัสจุดหนึ่งอยู่ที่  $(5, 2)$  และจุดศูนย์กลางอยู่บนแกน Y พิจารณาข้อความต่อไปนี้ (ความเข้าใจ)

- 1) จุดศูนย์กลางของวงรีอยู่ที่จุด  $(2, 0)$
- 2) จุดปลายแกนโท คือ  $(0, \pm 2\sqrt{6})$
- 3) ความยาวลาตัสเรกตัม เท่ากับ  $\frac{48}{7}$  หน่วย

จากข้อความข้างต้น มีข้อถูกกี่ข้อ

- ก. 1 ข้อ      ข. 2 ข้อ      ค. 3 ข้อ      ง. ไม่มีข้อใดถูกต้อง

4. กำหนดวงรีมีจุด  $(-2, 3)$  และ  $(6, 3)$  เป็นจุดคงที่ และกราฟผ่านจุด  $(2, 0)$  แล้ว ข้อใดกล่าวไม่ถูกต้อง (การนำไปใช้)

- ก. จุด  $(-3, 3)$  อยู่บนวงรี      ข. จุด  $(2, 6)$  ไม่อยู่บนวงรี  
 ค. แกนโทยาว 6 หน่วย      ง. ลาตัสเรกตัมยาว 3.6 หน่วย

5. กำหนดความสัมพันธ์ของสมการวงรี  $r = \left\{ (x, y) \mid x^2 + \frac{y^2}{4} = 1 \right\}$  ข้อใดกล่าวไม่ถูกต้อง (ความเข้าใจ)

- ก. แกนเอกยาว 4 หน่วย      ข. แกนโทยาว 1 หน่วย  
 ค. โฟกัสอยู่บนแกน Y      ง. ความเยื้องศูนย์กลาง เท่ากับ  $\frac{\sqrt{3}}{2}$

6. กำหนดให้  $F$  และ  $F'$  เป็นจุดโฟกัสของวงรีสมการ  $16x^2 + 25y^2 - 400 = 0$  แล้ว พื้นที่ของรูปสามเหลี่ยมที่มีจุดยอด คือ  $F$ ,  $F'$  และ  $(0, 4)$  ตรงกับข้อใด (การนำไปใช้)

- ก. 12 ตารางหน่วย      ข. 20 ตารางหน่วย  
 ค. 24 ตารางหน่วย      ง. 40 ตารางหน่วย

7. ประตูเข้าหอประชุมแห่งหนึ่ง เป็นรูปโค้งครึ่งวงรี มีฐานประตูกว้าง 4 ฟุต ตรงจุดกึ่งกลางของประตูสูง 8 ฟุต แล้วความสูงของประตู ณ จุดที่ห่างจากขอบประตู 1 ฟุต ตรงกับข้อใด (การวิเคราะห์)

- ก.  $2\sqrt{3}$  ฟุต      ข.  $3\sqrt{3}$  ฟุต  
 ค.  $4\sqrt{3}$  ฟุต      ง.  $5\sqrt{3}$  ฟุต



11. สมการไฮเพอร์โบลาที่มีจุดศูนย์กลางที่จุด  $(3, -2)$  มีจุดยอดจุดหนึ่ง คือ  $(3, 0)$  และความยาวแกนสังยุคเท่ากับ 6 หน่วย ตรงกับข้อใด (การนำไปใช้)

ก.  $\frac{(x-3)^2}{4} - \frac{y^2}{6} = 1$

ข.  $\frac{(x-3)^2}{4} - \frac{(y+2)^2}{9} = 1$

ค.  $\frac{(y+2)^2}{4} - \frac{(x-3)^2}{9} = 1$

ง.  $\frac{(y+2)^2}{9} - \frac{(x-3)^2}{4} = 1$

12. ถ้าผลต่างของจุดใด ๆ ที่อยู่บนไฮเพอร์โบลาไปยังจุด  $(-7, 0)$  กับ  $(7, 0)$  ยาว 12 หน่วย จงพิจารณาข้อความต่อไปนี้ (การนำไปใช้)

1) สมการไฮเพอร์โบลานี้ คือ  $\frac{x^2}{13} - \frac{y^2}{36} = 1$

2) ระยะระหว่างจุดโฟกัส เท่ากับ 7 หน่วย

ข้อใดกล่าวถูกต้อง

ก. ข้อ 1) และ 2) ถูก

ข. ข้อ 1) ถูก และ 2) ผิด

ค. ข้อ 1) ผิด และ 2) ถูก

ง. ข้อ 1) และ 2) ผิด

13. ถ้าไฮเพอร์โบลาที่มีจุด  $(0, \pm 6)$  เป็นจุดโฟกัส และแกนตามขวางยาว 8 หน่วย แล้วข้อใดกล่าวถูกต้อง (ความเข้าใจ)

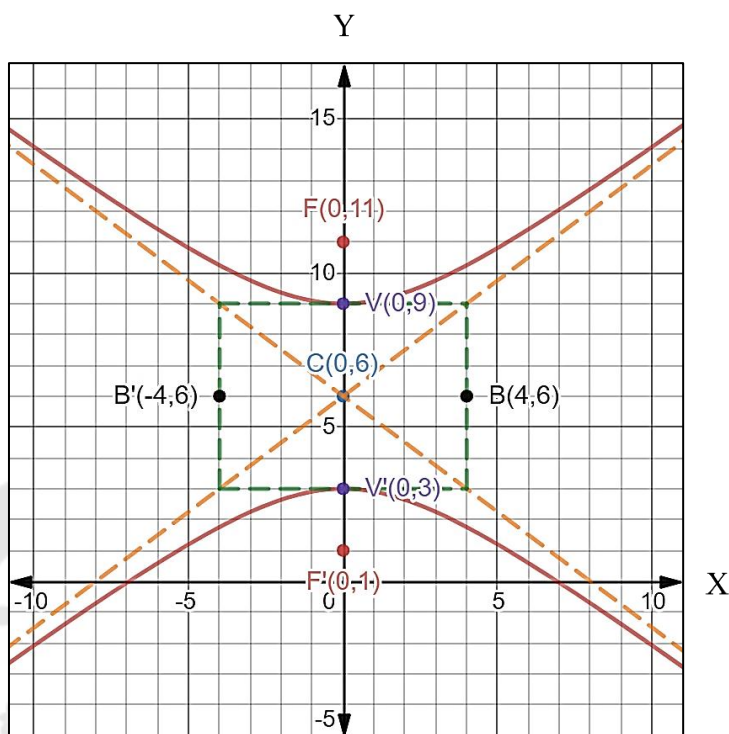
ก. ความยาวแกนสังยุค เท่ากับ  $4\sqrt{5}$  หน่วย

ข. ระยะระหว่างจุดโฟกัส เท่ากับ 10 หน่วย

ค. จุดศูนย์กลาง คือ  $(0, 2)$

ง. สมการไฮเพอร์โบลานี้ คือ  $\frac{y^2}{20} - \frac{x^2}{16} = 1$

14. จากกราฟที่กำหนด คือความสัมพันธ์ของสมการไฮเพอร์โบลานี้ข้อใด (การนำไปใช้)



ก.  $r = \left\{ (x, y) \mid \frac{x^2}{9} - \frac{(y-6)^2}{16} = 1 \right\}$       ข.  $r = \left\{ (x, y) \mid \frac{(y-6)^2}{9} - \frac{x^2}{16} = 1 \right\}$

ค.  $r = \left\{ (x, y) \mid \frac{x^2}{16} - \frac{(y-6)^2}{9} = 1 \right\}$       ง.  $r = \left\{ (x, y) \mid \frac{(y-6)^2}{16} - \frac{x^2}{9} = 1 \right\}$

15. กำหนดให้ H คือ สมการไฮเพอร์โบลามีจุดศูนย์กลางร่วมกับวงรีที่มีสมการ คือ  $\frac{(x-2)^2}{25} + \frac{(y-1)^2}{4} = 1$  มีจุดโฟกัสทั้งสองอยู่ที่จุดยอดของวงรีดังกล่าว และจุดยอดของ H จุดหนึ่งอยู่ที่  $(-1, 1)$  แล้วข้อใดกล่าวไม่ถูกต้อง (การวิเคราะห์)

ก. ไฮเพอร์โบลานี้ผ่านจุด  $(5, 1)$

ข. ความยาวแกนสังยุค เท่ากับ 8 หน่วย

ค. สมการของ H คือ  $\frac{(x-2)^2}{16} - \frac{(y-1)^2}{9} = 1$

ง. ความยาวลาตัสเรกตัม เท่ากับ  $\frac{32}{3}$  หน่วย



กระดาษคำตอบ

แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์

วิชา คณิตศาสตร์เพิ่มเติม

เรื่อง ภาคตัดกรวย

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

จำนวน 15 ข้อ

เวลา 60 นาที

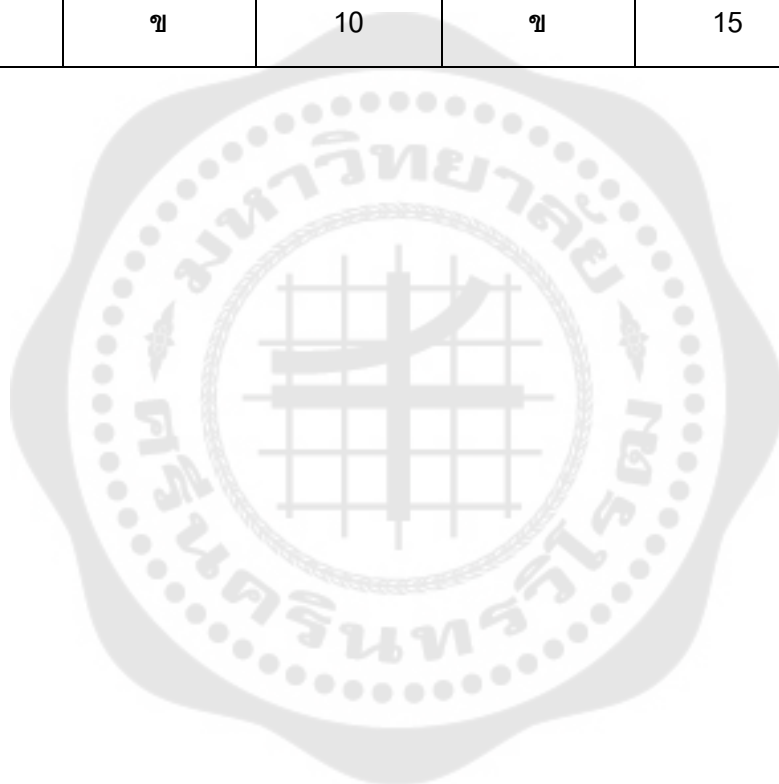
ชื่อ - สกุล ..... ชั้น ม.4..... เลขที่ .....

จงเลือกคำตอบที่ถูกต้องที่สุดเพียงข้อเดียว

ข้อที่	ก	ข	ค	ง
1				
2				
3				
4				
5				
6				
7				
8				
9				
10				
11				
12				
13				
14				
15				

เฉลย

ข้อที่	คำตอบ	ข้อที่	คำตอบ	ข้อที่	คำตอบ
1	ก	6	ก	11	ค
2	ง	7	ค	12	ง
3	ก	8	ค	13	ก
4	ข	9	ก	14	ข
5	ข	10	ข	15	ค



แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์  
เรื่อง ภาคตัดกรวย



แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

วิชา คณิตศาสตร์เพิ่มเติม

เรื่อง ภาคตัดกรวย

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

จำนวน 3 ข้อ

เวลา 30 นาที

ชื่อ - สกุล ..... ชั้น ม.4..... เลขที่ .....

คำชี้แจง : จงแสดงวิธีทำอย่างละเอียด

1. จงหาความสัมพันธ์ของสมการวงรีและความยาวลาตัสเรกตัมของวงรีที่กราฟตัดแกน X ที่จุด  $(\pm 3, 0)$  และกราฟตัดแกน Y ที่จุด  $(0, \pm 5)$

วิธีทำ สิ่งที่โจทย์ถาม คือ .....

.....

สิ่งที่โจทย์กำหนดให้ คือ

.....

.....

การวางแผนการแก้ปัญหา

.....

.....

.....

ขั้นตอนการแก้ปัญหา

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

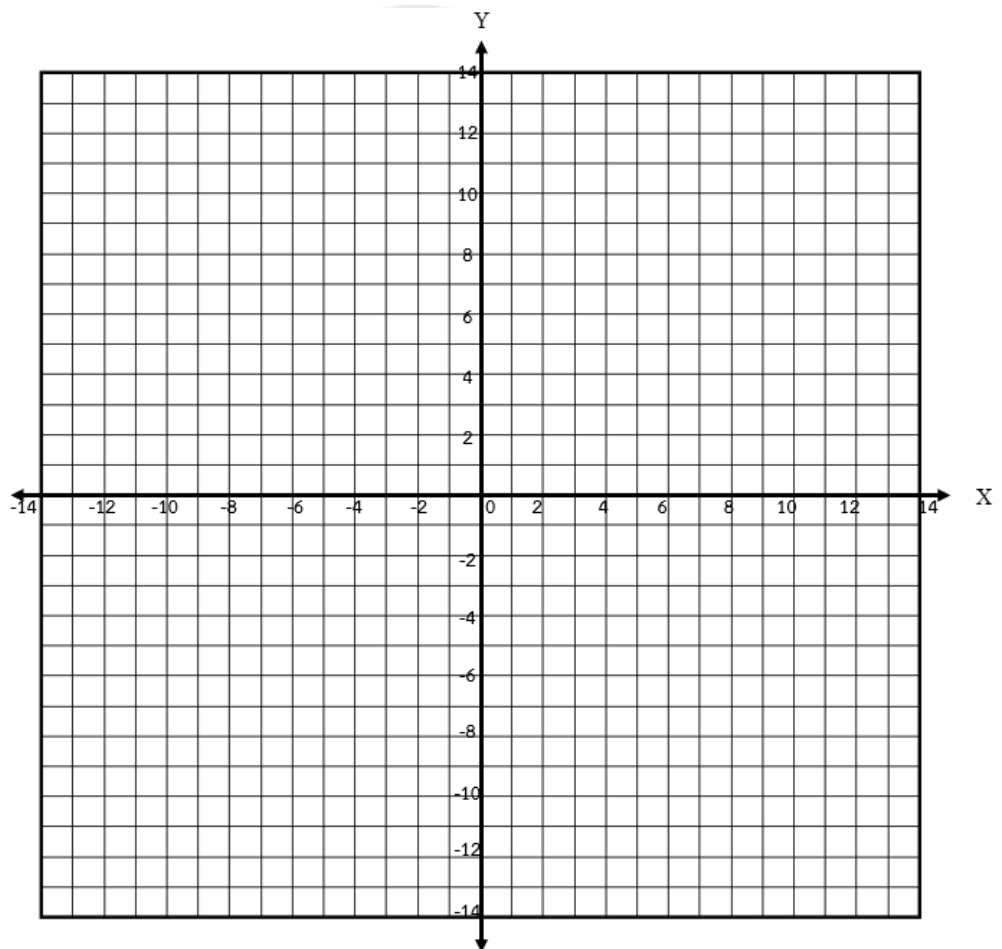
.....

.....

.....

.....

ตรวจสอบคำตอบ



.....

.....

.....

.....

ตอบ .....

2. วงรีวงหนึ่งมีจุดโฟกัสอยู่ที่  $F_1(2,3)$  และ  $F_2(2,13)$  ถ้า  $P$  เป็นจุดบนวงรีโดยที่  $PF_1 + PF_2 = 14$  แล้วจงหาสมการวงรี และความเยื้องศูนย์กลางกลางของวงรี

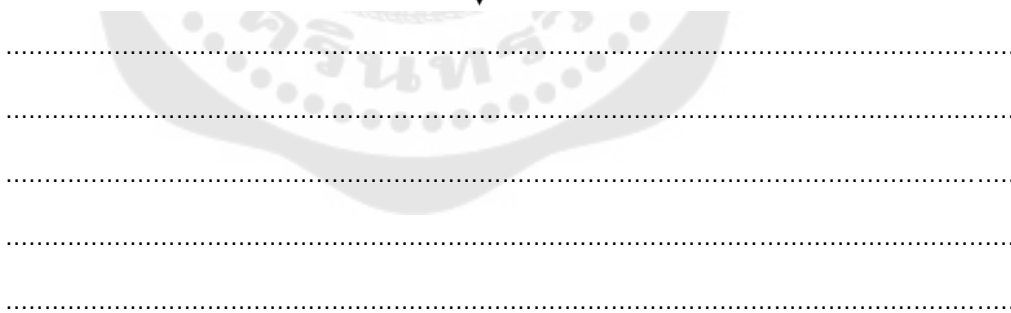
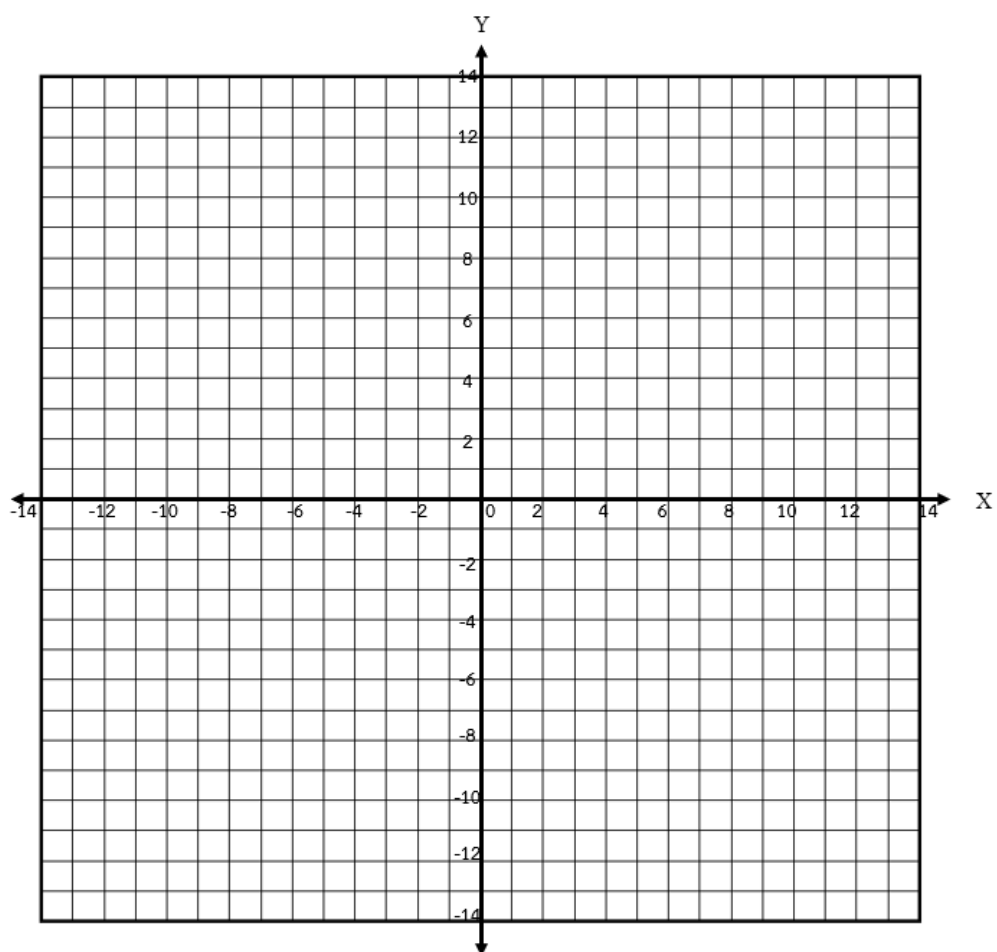
วิธีทำ สิ่งที่โจทย์ถาม คือ .....

สิ่งที่โจทย์กำหนดให้ คือ

การวางแผนการแก้ปัญหา

ขั้นตอนการแก้ปัญหา

ตรวจคำตอบ

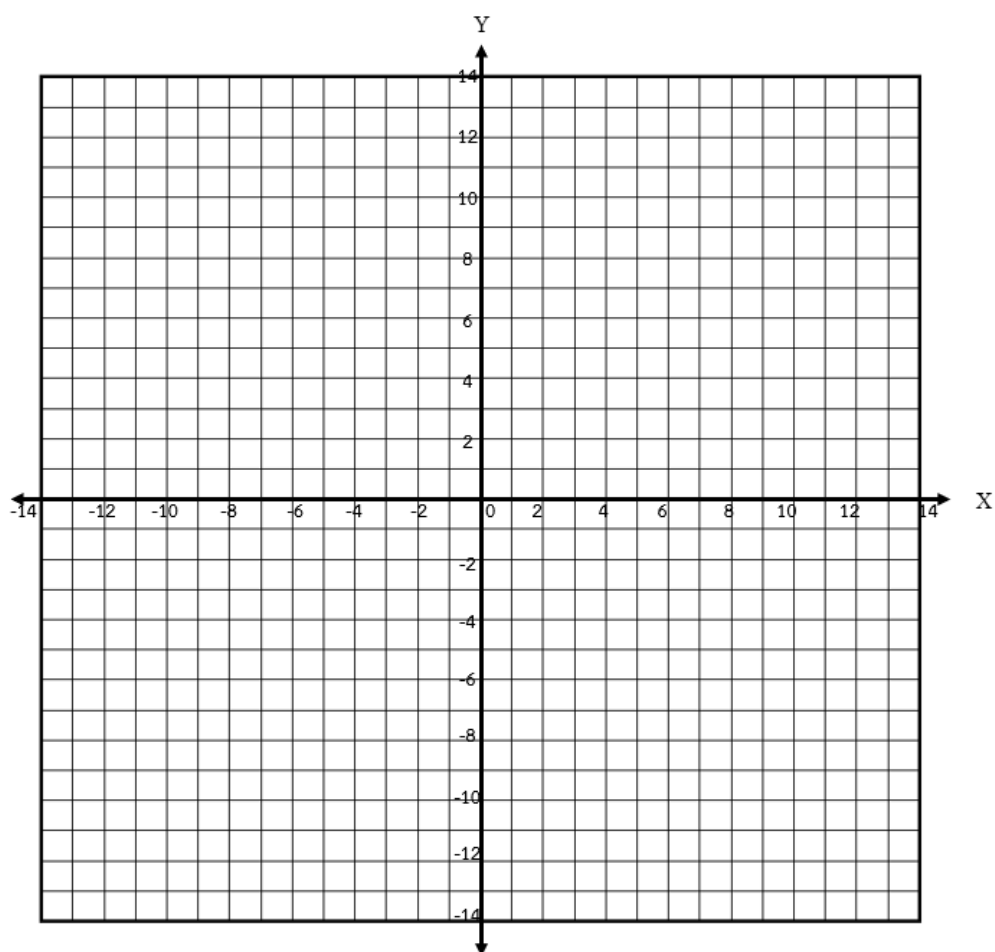


ตอบ .....





ตรวจคำตอบ



.....

.....

.....

.....

.....

ตอบ .....

เฉลยแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

วิชา คณิตศาสตร์เพิ่มเติม

เรื่อง ภาคตัดกรวย

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

จำนวน 3 ข้อ

เวลา 30 นาที

ชื่อ - สกุล ..... ชั้น ม.4..... เลขที่ .....

คำชี้แจง : จงแสดงวิธีทำอย่างละเอียด

1. จงหาความสัมพันธ์ของสมการวงรีและความยาวลาตัสเรกตัมของวงรีที่กราฟตัดแกน X ที่จุด  $(\pm 3, 0)$  และกราฟตัดแกน Y ที่จุด  $(0, \pm 5)$

วิธีทำ สิ่งที่โจทย์ถาม คือ ความสัมพันธ์ของสมการวงรี

สิ่งที่โจทย์กำหนดให้ คือ กราฟตัดแกน X ที่จุด  $(\pm 3, 0)$  และกราฟตัดแกน Y ที่จุด  $(0, \pm 5)$

การวางแผนการแก้ปัญหา พิจารณาความสอดคล้องของสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ กับสิ่งที่โจทย์ถาม จะได้ว่าจากกราฟตัดแกน Y ที่จุด  $(0, \pm 5)$  ทำให้วงรีนี้มีจุดศูนย์กลางที่  $(0, 0)$  และแกนเอกอยู่บนแกน Y จากนั้นหาค่าของ  $a$  และ  $b$  จากกราฟตัดแกน X ที่จุด  $(\pm 3, 0)$  และกราฟตัดแกน Y ที่จุด  $(0, \pm 5)$  แล้วหาสมการวงรี และตรวจสอบความถูกต้องจากกราฟ

ขั้นตอนการแก้ปัญหา

จาก กราฟตัดแกน X ที่จุด  $(\pm 3, 0)$  และกราฟตัดแกน Y ที่จุด  $(0, \pm 5)$

จะได้  $b=3$  และ  $a=5$  ตามลำดับ

และ จุดศูนย์กลาง คือ  $(0, 0)$  แกนเอกอยู่บนแกน Y ซึ่งมีสมการมาตรฐาน

ของวงรี คือ 
$$\frac{x^2}{b^2} + \frac{y^2}{a^2} = 1$$

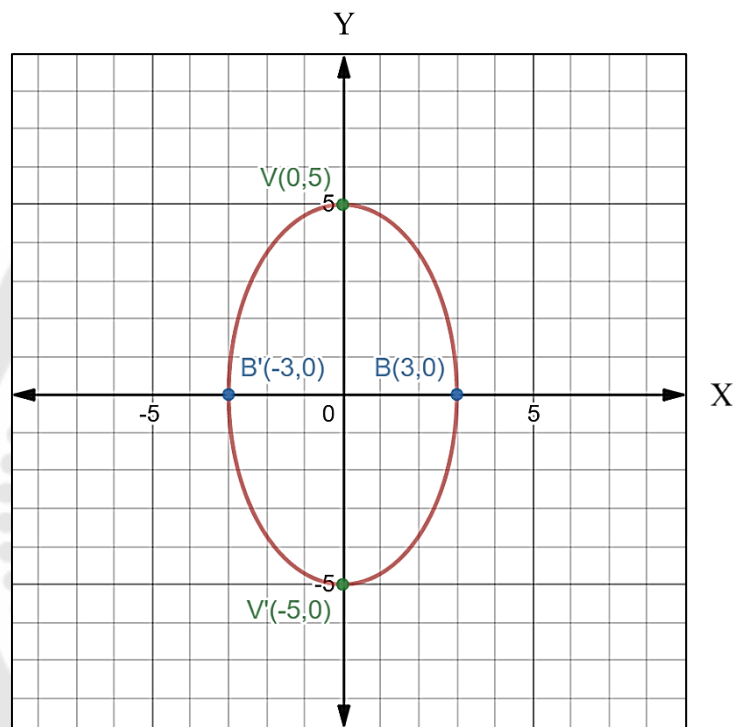
จะได้สมการมาตรฐานวงรี คือ 
$$\frac{x^2}{3^2} + \frac{y^2}{5^2} = 1$$

ดังนั้น ความสัมพันธ์ของสมการมาตรฐานของวงรี คือ  $\left\{ (x, y) \mid \frac{x^2}{3^2} + \frac{y^2}{5^2} = 1 \right\}$

และความยาวลาตัสเรกตัม เท่ากับ  $\frac{2b^2}{a} = \frac{2(3)^2}{5} = \frac{18}{5}$  หน่วย

ตรวจสอบคำตอบ

นำสมการ  $\frac{x^2}{3^2} + \frac{y^2}{5^2} = 1$  มาเขียนกราฟ ได้ดังนี้



จากกราฟจะเห็นว่า สมการวงรี  $\frac{x^2}{3^2} + \frac{y^2}{5^2} = 1$  มีกราฟตัดแกน X ที่จุด  $(\pm 3, 0)$

และกราฟตัดแกน Y ที่จุด  $(0, \pm 5)$  และมีความยาวลาตัสเรกตัม เท่ากับ  $\frac{18}{5}$  หน่วย จริง

**ตอบ** ความสัมพันธ์ของสมการมาตรฐานของวงรี คือ  $\left\{ (x, y) \mid \frac{x^2}{3^2} + \frac{y^2}{5^2} = 1 \right\}$

และความยาวลาตัสเรกตัม เท่ากับ  $\frac{18}{5}$  หน่วย

2. วงรีวงหนึ่งมีจุดโฟกัสอยู่ที่  $F_1(2,3)$  และ  $F_2(2,13)$  ถ้า  $P$  เป็นจุดบนวงรีโดยที่  $PF_1 + PF_2 = 14$  แล้วจงหาสมการวงรี และความเยื้องศูนย์กลางกลางของวงรี

**วิธีทำ** สิ่งที่โจทย์ถาม คือ สมการวงรี และความเยื้องศูนย์กลางกลางของวงรี

สิ่งที่โจทย์กำหนดให้ คือ จุดโฟกัสอยู่ที่  $F_1(2,3)$  และ  $F_2(2,13)$  และ  $P$  เป็นจุดบนวงรี โดยที่  $PF_1 + PF_2 = 14$

การวางแผนการแก้ปัญหา พิจารณาความสอดคล้องของสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ กับสิ่งที่ โจทย์ถาม จะได้ว่าจากจุดโฟกัสอยู่ที่  $F_1(2,3)$  และ  $F_2(2,13)$  ทำให้วงรีนี้มีแกนเอกอยู่ บนเส้นตรงที่ขนานกับแกน  $Y$  จากนั้นหาค่าของ  $a$  และ  $b$  จากจุดโฟกัส และสมการ  $PF_1 + PF_2 = 14$  แล้วหาสมการวงรี และตรวจสอบความถูกต้องจากกราฟ

ขั้นตอนการแก้ปัญหา

จาก จุดโฟกัสอยู่ที่  $F_1(2,3)$  และ  $F_2(2,13)$

จะได้  $(h,k) = (2,8)$

และ  $2c = 10$

$$c = 5$$

และ วงรีนี้มีแกนเอกอยู่บนเส้นตรงที่ขนานกับแกน  $Y$  ซึ่งมีสมการมาตรฐานของ

$$\text{วงรี คือ } \frac{(x-h)^2}{b^2} + \frac{(y-k)^2}{a^2} = 1$$

$$\text{จะได้ } \frac{(x-2)^2}{b^2} + \frac{(y-8)^2}{a^2} = 1$$

$$\text{จาก } PF_1 + PF_2 = 14$$

$$\text{จะได้ } 2a = 14$$

$$a = 7$$

หาค่า  $b$

$$\text{จาก } c^2 = a^2 - b^2$$

$$\text{จะได้ } 5^2 = 7^2 - b^2$$

$$25 = 49 - b^2$$

$$b^2 = 24$$

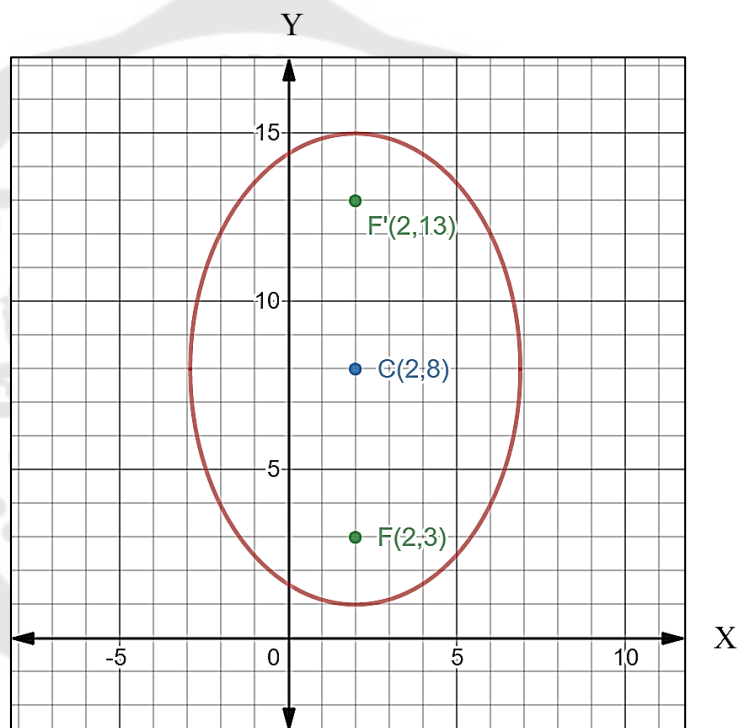
$$b = \sqrt{24}$$

ดังนั้น สมการมาตรฐานของวงรี คือ  $\frac{(x-2)^2}{\sqrt{24}^2} + \frac{(y-8)^2}{7^2} = 1$

และความเยื้องศูนย์กลางกลางของวงรี เท่ากับ  $\frac{c}{a} = \frac{5}{7}$

ตรวจสอบคำตอบ

นำสมการ  $\frac{(x-2)^2}{\sqrt{24}^2} + \frac{(y-8)^2}{7^2} = 1$  มาเขียนกราฟ ได้ดังนี้



จากกราฟจะเห็นว่า สมการวงรี  $\frac{(x-2)^2}{\sqrt{24}^2} + \frac{(y-8)^2}{7^2} = 1$  มีจุดโฟกัสอยู่ที่

$F_1(2,3)$  และ  $F_2(2,13)$  และ  $PF_1 + PF_2 = 14$  และมีความเยื้องศูนย์กลางของวงรี

เท่ากับ  $\frac{5}{7}$  จริง

**ตอบ** สมการมาตรฐานของวงรี คือ  $\frac{(x-2)^2}{\sqrt{24}^2} + \frac{(y-8)^2}{7^2} = 1$  และความเยื้องศูนย์กลางของวงรี

เท่ากับ  $\frac{5}{7}$

3. จงหาความสัมพันธ์ของสมการไฮเพอร์โบลาที่มีจุดยอดจุดหนึ่งอยู่ที่จุด  $(3,5)$  จุดโฟกัสจุดหนึ่งอยู่ที่จุด  $(6,5)$  และจุดศูนย์กลางอยู่บนแกน  $Y$

**วิธีทำ** สิ่งที่โจทย์ถาม คือ ความสัมพันธ์ของสมการไฮเพอร์โบลา

สิ่งที่โจทย์กำหนดให้ คือ จุดยอดจุดหนึ่งอยู่ที่จุด  $(3,5)$  จุดโฟกัสจุดหนึ่งอยู่ที่จุด  $(6,5)$

และจุดศูนย์กลางอยู่บนแกน  $Y$

การวางแผนการแก้ปัญหา พิจารณาความสอดคล้องของสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ กับสิ่งที่โจทย์ถาม จะได้จุดยอดจุดหนึ่งอยู่ที่จุด  $(3,5)$  และจุดศูนย์กลางอยู่บนแกน  $Y$  แสดงว่าไฮเพอร์โบลานี้มีจุดศูนย์กลาง คือ  $C(0,5)$  และมีแกนตามขวางอยู่บนเส้นตรงที่ขนานแกน  $X$  จากนั้นหาค่าของ  $a$  และ  $b$  จากจุดยอดจุดหนึ่งอยู่ที่  $(3,5)$  และจุดโฟกัสจุดหนึ่งอยู่ที่จุด  $(6,5)$  แล้วหาสมการไฮเพอร์โบลา และตรวจสอบความถูกต้องจากกราฟ

ขั้นตอนการแก้ปัญหา

จาก จุดยอดจุดหนึ่งอยู่ที่จุด  $(3,5)$  และจุดศูนย์กลางอยู่บนแกน  $Y$

จะได้ จุดศูนย์กลาง คือ  $C(0,5)$

และ สมการมาตรฐานไฮเพอร์โบลา คือ  $\frac{(x-h)^2}{a^2} - \frac{(y-k)^2}{b^2} = 1$

จาก จุดยอดจุดหนึ่งอยู่ที่จุด  $(3,5)$  จะได้  $a = 3$

จาก จุดโฟกัสจุดหนึ่งอยู่ที่จุด  $(6,5)$  จะได้  $c = 6$

หาค่า  $b$

$$\text{จาก } c^2 = a^2 + b^2$$

$$\text{จะได้ } 6^2 = 3^2 + b^2$$

$$36 = 9 + b^2$$

$$b^2 = 27$$

$$b = \sqrt{27}$$

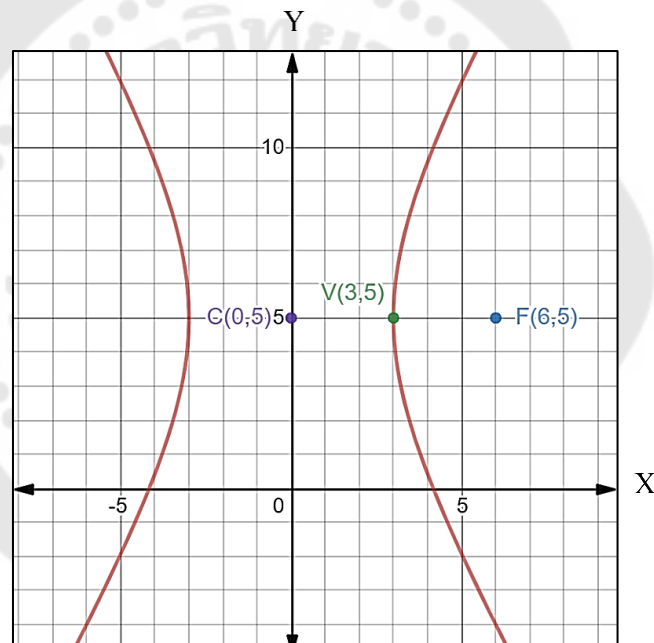
ดังนั้น สมการมาตรฐานของไฮเพอร์โบลา คือ  $\frac{x^2}{3^2} - \frac{(y-5)^2}{\sqrt{27}^2} = 1$

เพราะฉะนั้น ความสัมพันธ์ของสมการมาตรฐานของไฮเพอร์โบลา คือ

$$\left\{ (x, y) \mid \frac{x^2}{3^2} - \frac{(y-5)^2}{\sqrt{27}^2} = 1 \right\}$$

ตรวจสอบคำตอบ

นำสมการ  $\frac{x^2}{3^2} - \frac{(y-5)^2}{\sqrt{27}^2} = 1$  มาเขียนกราฟ ได้ดังนี้



จากกราฟจะเห็นว่า สมการไฮเพอร์โบลา  $\frac{x^2}{3^2} - \frac{(y-5)^2}{\sqrt{27}^2} = 1$  มีจุดยอดจุดหนึ่ง

อยู่ที่จุด  $(3,5)$  จุดโฟกัสจุดหนึ่งอยู่ที่จุด  $(6,5)$  และจุดศูนย์กลางอยู่บนแกน Y จริง

**ตอบ** ความสัมพันธ์ของสมการมาตรฐานของไฮเพอร์โบลา คือ  $\left\{ (x, y) \mid \frac{x^2}{3^2} - \frac{(y-5)^2}{\sqrt{27}^2} = 1 \right\}$

ภาคผนวก ค  
คุณภาพเครื่องมือที่ใช้ในงานวิจัย

- ตารางค่าดัชนีความสอดคล้องของแผนการจัดการเรียนรู้เชิงรุก เรื่อง ภาคตัดกรวย
- ตารางค่าดัชนีความสอดคล้องของแผนการจัดการเรียนรู้แบบปกติ เรื่อง ภาคตัดกรวย
- ตารางค่าดัชนีความสอดคล้องของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง ภาคตัดกรวย
- ตารางแสดงค่าความยากง่าย (P) และค่าอำนาจจำแนก (r) ของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง ภาคตัดกรวย และค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบ
- ตารางแสดงค่าความยากง่าย (p) และค่าอำนาจจำแนก (r) ของแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง ภาคตัดกรวย
- ตารางแสดงค่าการคำนวณความเชื่อมั่นด้วยวิธีสัมประสิทธิ์แอลฟาของครอนบัค ของแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง ภาคตัดกรวย ของนักเรียนจำนวน 37 คน



ตาราง 1 ค่าดัชนีความสอดคล้องของแผนการจัดการเรียนรู้เชิงรุก เรื่อง ภาคตัดกรวย จำนวน 7 แผนการจัดการเรียนรู้

แผนการจัดการ เรียนรู้เชิงรุกที่	ความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญ			IOC	แปลผล
	1	2	3		
1	1	1	1	1.00	ใช้ได้
2	1	1	1	1.00	ใช้ได้
3	1	1	1	1.00	ใช้ได้
4	1	1	1	1.00	ใช้ได้
5	1	1	1	1.00	ใช้ได้
6	1	1	1	1.00	ใช้ได้
7	1	1	1	1.00	ใช้ได้

ตาราง 2 ค่าดัชนีความสอดคล้องของแผนการจัดการเรียนรู้แบบปกติ เรื่อง ภาคตัดกรวย จำนวน 7 แผนการจัดการเรียนรู้

แผนการจัดการ เรียนรู้แบบปกติที่	ความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญ			IOC	แปลผล
	1	2	3		
1	1	1	1	1.00	ใช้ได้
2	1	1	1	1.00	ใช้ได้
3	1	1	1	1.00	ใช้ได้
4	1	1	1	1.00	ใช้ได้
5	1	1	1	1.00	ใช้ได้
6	1	1	1	1.00	ใช้ได้
7	1	1	1	1.00	ใช้ได้

ตาราง 3 ค่าดัชนีความสอดคล้องของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์  
เรื่อง ภาคตัดกรวย

ข้อที่	ความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญ			IOC	แปลผล
	1	2	3		
1	1	1	1	1.00	ใช้ได้
2	1	1	1	1.00	ใช้ได้
3	1	1	1	1.00	ใช้ได้
4	1	1	1	1.00	ใช้ได้
5	1	1	1	1.00	ใช้ได้
6	1	1	1	1.00	ใช้ได้
7	1	1	1	1.00	ใช้ได้
8	1	1	1	1.00	ใช้ได้
9	1	1	1	1.00	ใช้ได้
10	1	1	1	1.00	ใช้ได้
11	1	1	0	0.67	ใช้ได้
12	1	1	1	1.00	ใช้ได้
13	1	1	1	1.00	ใช้ได้
14	1	1	1	1.00	ใช้ได้
15	1	1	1	1.00	ใช้ได้
16	1	1	1	1.00	ใช้ได้
17	1	1	1	1.00	ใช้ได้
18	1	1	1	1.00	ใช้ได้
19	1	1	1	1.00	ใช้ได้
20	1	1	1	1.00	ใช้ได้
21	1	1	1	1.00	ใช้ได้
22	1	1	1	1.00	ใช้ได้
23	1	1	1	1.00	ใช้ได้

ตาราง 3 (ต่อ)

ข้อที่	ความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญ			IOC	แปลผล
	1	2	3		
24	1	1	1	1.00	ใช้ได้
25	1	1	1	1.00	ใช้ได้
26	1	1	1	1.00	ใช้ได้
27	1	1	1	1.00	ใช้ได้
28	1	1	1	1.00	ใช้ได้
29	1	1	1	1.00	ใช้ได้
30	1	1	1	1.00	ใช้ได้

ตาราง 4 ค่าความยากง่าย (P) และค่าอำนาจจำแนก (r) ของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง ภาคตัดกรวย

ข้อที่	ค่าความยากง่าย (P)	ค่าอำนาจจำแนก (r)	แปลผล
1	0.40	0.30	ใช้ได้
2	0.93	0.14	ตัดทิ้ง
3	0.80	0.32	ใช้ได้
4	0.55	0.22	ใช้ได้
5	0.90	0.11	ตัดทิ้ง
6	0.75	0.49	ใช้ได้
7	0.35	0.26	ใช้ได้
8	0.53	0.42	ใช้ได้
9	0.35	0.31	ใช้ได้
10	0.58	0.39	ใช้ได้
11	0.15	0.02	ตัดทิ้ง
12	0.90	0.40	ตัดทิ้ง
13	0.60	0.33	ใช้ได้
14	0.83	0.35	ตัดทิ้ง
15	0.53	0.20	ใช้ได้
16	0.63	0.57	ใช้ได้
17	0.28	0.45	ใช้ได้
18	0.88	0.14	ตัดทิ้ง
19	0.63	0.08	ตัดทิ้ง
20	0.55	0.33	ใช้ได้
21	0.40	-0.24	ตัดทิ้ง
22	0.58	0.51	ใช้ได้
23	0.50	-0.07	ตัดทิ้ง

ตาราง 4 (ต่อ)

ข้อที่	ค่าความยากง่าย (P)	ค่าอำนาจจำแนก (r)	แปลผล
24	0.40	0.53	ใช้ได้
25	0.78	0.56	ใช้ได้
26	0.65	0.49	ใช้ได้
27	0.53	0.20	ใช้ได้
28	0.40	0.28	ใช้ได้
29	0.38	0.63	ใช้ได้
30	0.70	0.46	ใช้ได้

ค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบทั้งฉบับ โดยใช้การคำนวณโปรแกรมสำเร็จรูป ซึ่งมีค่าเท่ากับ 0.81

ตาราง 5 แสดงค่าความยากง่าย (p) และค่าอำนาจจำแนก (r) ของแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง ภาคตัดกรวย

ข้อที่	คะแนนเต็ม	กลุ่มสูง		กลุ่มต่ำ		$P_H$	$P_L$	p	r	การแปลผล
		$\Sigma H$	$\Sigma T_H$	$\Sigma L$	$\Sigma T_L$					
1	5	88.00	100	51.00	100	0.88	0.51	0.70	0.37	ใช้ได้
2	5	79.50	100	30.00	100	0.80	0.30	0.55	0.50	ใช้ได้
3	5	90.00	100	46.00	100	0.90	0.46	0.68	0.44	ใช้ได้
4	5	89.50	100	51.50	100	0.90	0.52	0.71	0.38	ใช้ได้
5	5	77.00	100	24.00	100	0.77	0.24	0.51	0.53	ใช้ได้

การคำนวณหาค่าความเชื่อมั่นด้วยวิธีสัมประสิทธิ์แอลฟาของครอนบัก ของแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง ภาคตัดกรวย

$$\alpha = \frac{k}{k-1} \left( 1 - \frac{\sum S_i^2}{S_t^2} \right)$$

เมื่อ  $\alpha$  แทน ค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบ

$k$  แทน จำนวนข้อสอบ

$S_i^2$  แทน ค่าความแปรปรวนของข้อสอบแต่ละข้อ

$S_t^2$  แทน ค่าความแปรปรวนของคะแนนรวมทั้งฉบับ

ตาราง 6 แสดงค่าการคำนวณความเชื่อมั่นด้วยวิธีสัมประสิทธิ์แอลฟาของครอนบัก ของแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง ภาคตัดกรวย ของนักเรียนจำนวน 37 คน

ค่า	ข้อที่ 1 (5 คะแนน)	ข้อที่ 2 (5 คะแนน)	ข้อที่ 3 (5 คะแนน)	รวม (15 คะแนน)
$S_i$	1.15	0.98	1.19	$S_t^2 = 8.82$
$S_i^2$	1.32	0.96	1.42	$\sum S_i^2 = 3.70$

จากสูตร 
$$\alpha = \frac{k}{k-1} \left( 1 - \frac{\sum S_i^2}{S_t^2} \right)$$

เนื่องจาก  $k = 3$  ,  $\sum S_i^2 = 3.70$  และ  $S_t^2 = 8.82$

ดังนั้น 
$$\alpha = \frac{3}{3-1} \left( 1 - \frac{3.70}{8.82} \right)$$

$$\alpha \approx \frac{3}{2} (1 - 0.42)$$

$$\alpha = 1.5 (0.58)$$

เพราะฉะนั้น  $\alpha = 0.87$

ดังนั้น ค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบ เท่ากับ 0.87



ภาคผนวก ง  
ภาพบรรยากาศในการจัดการเรียนรู้เชิงรุก



นำเข้าสู่บทเรียน เรื่อง บทนิยามวงรี ผ่านการดู VDO



กิจกรรม บทนิยามของวงรี



กิจกรรม Trade of Problem

ภาพประกอบ 1 บรรยายภาคในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เชิงรุก

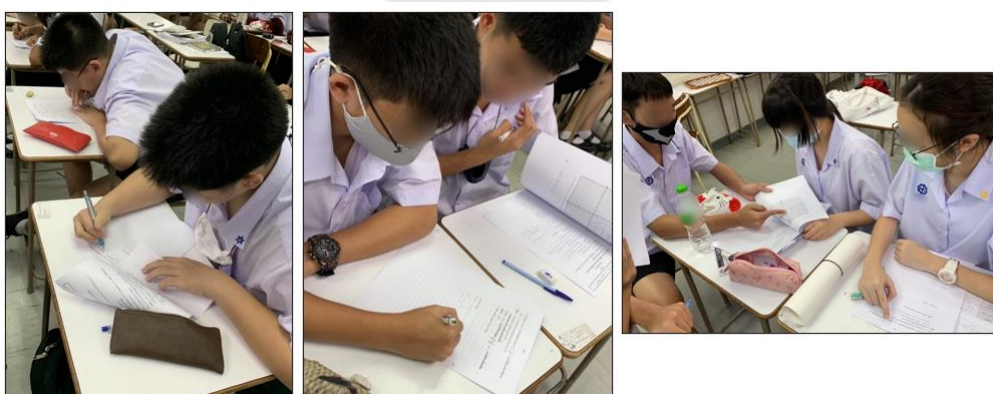




กิจกรรม Bingo เรื่อง สมการวงรี



กิจกรรม โดมิโนหรรษา

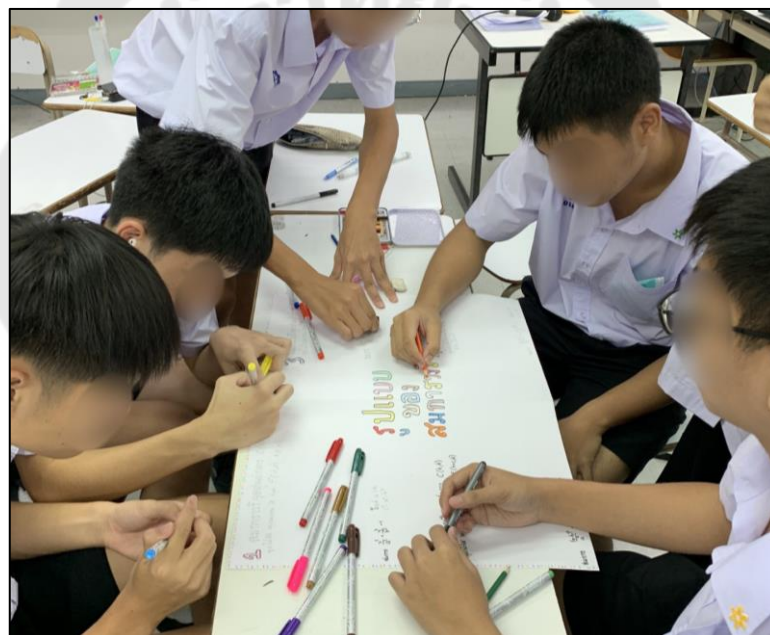


กิจกรรม Think – Pair – Share

ภาพประกอบ 1 บรรยากาศในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เชิงรุก (ต่อ)



ตัวแทนกลุ่มนำเสนอแนวคิดในการแก้ปัญหาโจทย์ที่กำหนดให้



สรุปองค์ความรู้ในคาบเรียนผ่านกิจกรรม Concept Map

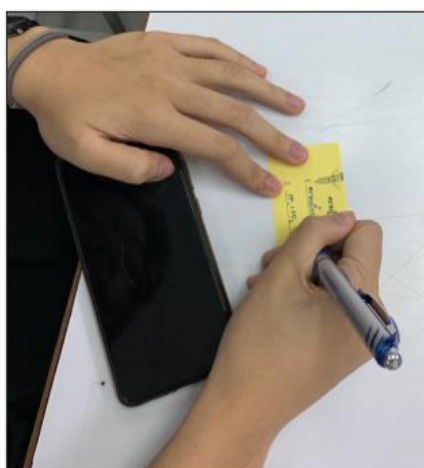
ภาพประกอบ 1 บรรยากาศในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เชิงรุก (ต่อ)



นำเสนอสรุปองค์ความรู้ของกลุ่มผ่านกิจกรรม Concept Map



ทบทวนและสรุปองค์ความรู้ผ่านกิจกรรมเกม Kahoot



เขียน Feedback ความรู้ที่ได้รับผ่านกิจกรรม End of Class Query

ภาพประกอบ 1 บรรยากาศในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เชิงรุก (ต่อ)

## ประวัติผู้เขียน

ชื่อ-สกุล	นายธนกฤต อธิยาจิรกุล
วัน เดือน ปี เกิด	2 กันยายน 2537
สถานที่เกิด	กรุงเทพมหานคร
วุฒิการศึกษา	พ.ศ. 2553 ระดับมัธยมศึกษาตอนต้น โรงเรียนเตรียมอุดมศึกษาน้อมเกล้า กรุงเทพฯ พ.ศ. 2555 ระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย โรงเรียนเตรียมอุดมศึกษาน้อมเกล้า กรุงเทพฯ พ.ศ. 2560 คณะวิทยาศาสตร์ สาขาการศึกษาระดับบัณฑิต (คณิตศาสตร์) เกียรตินิยมอันดับ 1 มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ พ.ศ. 2564 คณะศึกษาศาสตร์ สาขาวิทยาการทางการศึกษาและการจัดการเรียนรู้ (คณิตศาสตร์) มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ
ที่อยู่ปัจจุบัน	30/105 หมู่บ้านพฤกษาวิลล์ 5 ถนนประชาร่วมใจ แขวงมีนบุรี เขตมีนบุรี กรุงเทพฯ 10510