



การศึกษาความสามารถในการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์
ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 เรื่อง พื้นที่ผิวและปริมาตร
โดยการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ร่วมกับการนึ่งภาพ (Visualization) กับการสอนแบบปกติ

A STUDY OF MATHEMATICAL PROBLEM SOLVING ABILITY AND
MATHEMATICAL REASONING ABILITY OF NINTH GRADE STUDENTS

กมลทิพย์ เกตุศรี

บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ

2564

การศึกษาศามารถในการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์
ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 เรื่อง พื้นที่ผิวและปริมาตร
โดยการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ร่วมกับการนิกภาพ (Visualization) กับการสอนแบบปกติ



ปริญญานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตร
การศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาวิทยาการทางการศึกษาและการจัดการเรียนรู้
คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ
ปีการศึกษา 2564
ลิขสิทธิ์ของมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ

A STUDY OF MATHEMATICAL PROBLEM SOLVING ABILITY AND
MATHEMATICAL REASONING ABILITY OF NINTH GRADE STUDENTS
IN SURFACE AREAS AND VOLUMES USING COGNITIVE GUIDED
INSTRUCTION WITH VISUALIZATION AND THE CONVENTIONAL METHOD



KAMOLTHIP KADSRI

A Thesis Submitted in Partial Fulfillment of the Requirements
for the Degree of MASTER OF EDUCATION
(Educational Science & Learning Management)
Faculty of Education, Srinakharinwirot University

2021

Copyright of Srinakharinwirot University

ปริญญานิพนธ์

เรื่อง

การศึกษาความสามารถในการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์
ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 เรื่อง พื้นที่ผิวและปริมาตร
โดยการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ร่วมกับการนึ่งภาพ (Visualization) กับการสอนแบบปกติ

ของ

กมลทิพย์ เกตุศรี

ได้รับอนุมัติจากบัณฑิตวิทยาลัยให้นับเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตร
ปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาวิทยาการทางการศึกษาและการจัดการเรียนรู้
ของมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ

(รองศาสตราจารย์ นายแพทย์ฉัตรชัย เอกปัญญาสกุล)

คณบดีบัณฑิตวิทยาลัย

คณะกรรมการสอบปากเปล่าปริญญานิพนธ์

..... ที่ปรึกษาหลัก ประธาน
(รองศาสตราจารย์ ดร.ชมนาด เชื้อสุวรรณทวี)	(รองศาสตราจารย์ ดร.ธีระเดช เจียรสุขสกุล)
..... ที่ปรึกษาร่วม กรรมการ
(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.รุ่งทิภา แยมรุ่ง)	(อาจารย์ ดร.สุณิสา สุมิรัตน์)

ชื่อเรื่อง	การศึกษาความสามารถในการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 เรื่อง พื้นที่ผิวและปริมาตร โดยการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ร่วมกับการนิกภาพ (Visualization) กับการสอนแบบปกติ
ผู้วิจัย	กมลทิพย์ เกตุศรี
ปริญญา	การศึกษามหาบัณฑิต
ปีการศึกษา	2564
อาจารย์ที่ปรึกษา	รองศาสตราจารย์ ดร. ชมนาด เชื้อสุวรรณทวี
อาจารย์ที่ปรึกษาร่วม	ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. รุ่งทิวา แยมรุ่ง

การวิจัยครั้งนี้มีจุดมุ่งหมายเพื่อ 1) เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 เรื่อง พื้นที่ผิวและปริมาตร ก่อนและหลังได้รับการสอนแนะให้รู้คิดร่วมกับการนิกภาพ 2) เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 เรื่อง พื้นที่ผิวและปริมาตร ที่ได้รับการสอนแนะให้รู้คิดร่วมกับการนิกภาพ กับนักเรียนที่ได้รับการสอนแบบปกติ 3) เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 เรื่อง พื้นที่ผิวและปริมาตร ก่อนและหลังได้รับการสอนแนะให้รู้คิดร่วมกับการนิกภาพ 4) เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 เรื่อง พื้นที่ผิวและปริมาตร ที่ได้รับการสอนแนะให้รู้คิดร่วมกับการนิกภาพ กับนักเรียนที่ได้รับการสอนแบบปกติ กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 จำนวน 2 ห้องเรียน จำนวนนักเรียน 77 คน ซึ่งได้มาจากการสุ่มแบบกลุ่ม (Cluster Random Sampling) เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย คือ 1) แผนการสอนโดยการสอนแนะให้รู้คิดร่วมกับการนิกภาพ จำนวน 13 แผน 2) แผนการสอนแบบปกติ จำนวน 13 แผน 3) แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ จำนวน 4 ข้อ มีค่าดัชนีความสอดคล้องในช่วง 0.67 – 1.00 มีค่าความยากง่ายในช่วง 0.48 – 0.62 ค่าอำนาจจำแนกในช่วง 0.31 – 0.40 และค่าความเชื่อมั่นเท่ากับ 0.95 4) แบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ จำนวน 4 ข้อ มีค่าดัชนีความสอดคล้องในช่วง 0.67 – 1.00 มีค่าความยากง่ายในช่วง 0.53 – 0.63 ค่าอำนาจจำแนกในช่วง 0.28 – 0.41 และค่าความเชื่อมั่นเท่ากับ 0.87 สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล คือ ค่าเฉลี่ย ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานและทดสอบสมมติฐานโดยใช้สถิติ t-test ผลการวิจัยพบว่า 1) ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง พื้นที่ผิวและปริมาตร ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 หลังได้รับการสอนแนะให้รู้คิดร่วมกับการนิกภาพสูงกว่าก่อนได้รับการสอน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 2) ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง พื้นที่ผิวและปริมาตร ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 หลังได้รับการสอนแนะให้รู้คิดร่วมกับการนิกภาพสูงกว่านักเรียนที่ได้รับการสอนแบบปกติ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 3) ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง พื้นที่ผิวและปริมาตร ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 หลังได้รับการสอนแนะให้รู้คิดร่วมกับการนิกภาพสูงกว่าก่อนได้รับการสอน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 4) ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง พื้นที่ผิวและปริมาตร ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 หลังได้รับการสอนแนะให้รู้คิดร่วมกับการนิกภาพสูงกว่านักเรียนที่ได้รับการสอนแบบปกติ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

คำสำคัญ : การสอนแนะให้รู้คิด, การนิกภาพ, ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์, ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

Title	A STUDY OF MATHEMATICAL PROBLEM SOLVING ABILITY AND MATHEMATICAL REASONING ABILITY OF NINTH GRADE STUDENTS IN SURFACE AREAS AND VOLUMES USING COGNITIVE GUIDED INSTRUCTION WITH VISUALIZATION AND THE CONVENTIONAL METHOD
Author	KAMOLTHIP KADSRI
Degree	MASTER OF EDUCATION
Academic Year	2021
Thesis Advisor	Associate Professor Dr. Chommanad Cheausuwantavee
Co Advisor	Assistant Professor Dr. Rungtiwa Yamrung

The aims of this research are as follows: (1) to compare the mathematical problem-solving abilities of ninth grade students on the topic of surface area and volume before and after receiving Cognitive Guided Instruction (CGI) with visualization; (2) to compare the mathematical problem-solving abilities of ninth grade students on the topic of surface area and volume who received CGI with visualization with those taught normally; (3) to compare the mathematical reasoning abilities of ninth grade students on the topic of surface area and volume before and after receiving CGI with visualization; and (4) to compare the mathematical reasoning abilities of ninth grade students on the topic of surface area and volume who received CGI with visualization with students who had been taught normally. The sample group consisted of 77 ninth grade students obtained by Cluster Random Sampling. The tools used in this research were as follows: (1) 13 teaching and learning management plans by CGI with visualization; (2) 13 normal teaching and learning management plans; (3) a test to measure mathematical problem solving-abilities with four items with a consistency index in the range of 0.67-1.00, difficulty in the range of 0.48-0.62, power of discrimination in the range of 0.31-0.40, and a confidence factor of 0.95; and (4) a test to measure mathematical problem-solving abilities with four items in the consistency index in the range of 0.67-1.00, difficulty in the range of 0.53–0.63, power of discrimination in the range of 0.28–0.41, and a confidence factor of 0.87. The statistics used for data analysis were mean, standard deviation, and hypothesis testing by t-test. The results revealed the following: (1) after receiving CGI with visualization, the mathematical-problem solving abilities of ninth grade students on the topic of surface area and volume were better than before with a statistical significance of 0.05; (2) the mathematical problem-solving abilities of ninth grade students on the topic of surface area and volume who received CGI with visualization were better than students who had been taught normally with a statistical significance of 0.05; and (3) after CGI with visualization, the mathematical reasoning abilities of ninth grade students on the topic of surface area and volume were better than before with a statistical significance of 0.05, and (4) the mathematical reasoning abilities of ninth grade students on the topic of surface area and volume who received CGI with visualization were better than students who had been taught normally with a statistical significance of 0.05.

Keyword : Cognitively Guided Instruction, Visualization, Mathematical problem-solving ability, Mathematical Reasoning ability

กิตติกรรมประกาศ

ปริญญานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จลุล่วงได้เป็นอย่างดีด้วยความกรุณา ด้วยความอนุเคราะห์จาก รองศาสตราจารย์ ดร.ชมนาด เชื้อสุวรรณทวิ อาจารย์ที่ปรึกษาหลักปริญญานิพนธ์ ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.รุ่งทิภา แย้มรุ่ง อาจารย์ที่ปรึกษาร่วมปริญญานิพนธ์ที่ได้สละเวลาอันมีค่าในการตรวจสอบ ให้คำแนะนำ แก้ไขข้อบกพร่องต่าง ๆ และติดตามความก้าวหน้าของการวิจัยอย่างใกล้ชิด ทำให้งานวิจัยสำเร็จลุล่วงไปได้ด้วยดี ผู้วิจัยขอกราบขอบพระคุณเป็นอย่างสูงไว้ ณ โอกาสนี้

ขอขอบพระคุณอาจารย์ ดร.สุภาภรณ์ สดวกดี อาจารย์สิรินพร หาจตุรัส และอาจารย์ วิมลรัตน์ ศิริกุล ที่กรุณาเป็นผู้เชี่ยวชาญในการตรวจสอบคุณภาพเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยพร้อมทั้ง ให้คำปรึกษาและข้อเสนอแนะในการปรับปรุงเครื่องมือให้มีคุณภาพมากยิ่งขึ้น

ขอขอบพระคุณรองศาสตราจารย์ ดร.วิไลลักษณ์ ลังกา ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.วันเพ็ญ ประทุมทอง อาจารย์ ดร.สุณิสา สุมิรัตน์ คณะกรรมการสอบเค้าโครงปริญญานิพนธ์ และ รองศาสตราจารย์ ดร.ธีระเดช เจียรสุขสกุล ประธานสอบปากเปล่าปริญญานิพนธ์ที่ได้ตรวจสอบและ ให้ข้อเสนอแนะเพื่อให้ปริญญานิพนธ์มีความถูกต้องสมบูรณ์ยิ่งขึ้น

ขอขอบพระคุณคณาจารย์ทุกท่านที่ให้ความรู้แก่ผู้วิจัยในการศึกษาตลอดหลักสูตร วิทยาการทางการศึกษาและการจัดการเรียนรู้(คณิตศาสตร์) ที่ได้ถ่ายทอดความรู้เพื่อให้ผู้วิจัยได้นำ ความรู้มาใช้ประโยชน์ต่อไป

ขอขอบพระคุณคณะผู้บริหารและคุณครูกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์โรงเรียน พิบูลอุปถัมภ์ ที่ให้ความอนุเคราะห์และอำนวยความสะดวกในการเก็บรวบรวมข้อมูลในการวิจัย รวมทั้งนักเรียนทุกคนที่ให้ความร่วมมือในการทดลองเครื่องมือและเก็บข้อมูลในกระบวนการวิจัยเป็นอย่างดี

ขอขอบพระคุณบิดา มารดา สมาชิกในครอบครัวทุกท่าน พี่ ๆ เพื่อน ๆ และน้อง ๆ ทุกคนที่คอยช่วยเหลือ ให้คำปรึกษาและเป็นกำลังใจให้เสมอมา

คุณค่าและประโยชน์ของปริญญานิพนธ์ฉบับนี้ ผู้วิจัยขอมอบเป็นเครื่องบูชาพระคุณบิดา มารดา ครูอาจารย์ ตลอดจนผู้มีพระคุณทุกท่านที่ได้ให้ความรู้และความช่วยเหลือแก่ผู้วิจัย

กมลทิพย์ เกตุศรี

สารบัญ

	หน้า
บทคัดย่อภาษาไทย	ง
บทคัดย่อภาษาอังกฤษ	จ
กิตติกรรมประกาศ.....	ฉ
สารบัญ	ช
สารบัญตาราง.....	ญ
สารบัญรูปภาพ	ฐ
บทที่ 1 บทนำ.....	1
ภูมิหลัง	1
ความมุ่งหมายของการวิจัย.....	5
ความสำคัญของการวิจัย	6
ขอบเขตของการวิจัย	6
นิยามศัพท์เฉพาะ.....	7
กรอบแนวคิดในการวิจัย	10
สมมติฐานของการวิจัย.....	10
บทที่ 2 เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง.....	11
1. เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการสอนแนะให้รู้คิด.....	12
1.1 แนวคิดและทฤษฎีการเรียนรู้ที่เกี่ยวข้องกับการจัดการเรียนรู้	12
1.2 ความหมายของการสอนแนะให้รู้คิด	18
1.3 แนวทางการจัดการเรียนการสอนโดยการสอนแนะให้รู้คิด	18
1.4 ขั้นตอนการจัดการเรียนการสอนโดยการสอนแนะให้รู้คิด	19
1.5 บทบาทของครูในการจัดการเรียนการสอนโดยการสอนแนะให้รู้คิด	20

1.6 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการจัดการเรียนการสอนโดยการสอนแนะให้รู้คิด.....	21
2. เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการนี้ภาพ.....	23
2.1 ความหมายของการนี้ภาพ.....	23
2.2 ความสำคัญของการนี้ภาพ.....	26
2.3 ประเภทของการนี้ภาพ.....	27
2.4 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการจัดการเรียนการสอนโดยการนี้ภาพ.....	29
3. เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์.....	31
3.1 ความหมายของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์.....	31
3.2 กระบวนการในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์.....	32
3.3 ยุทธวิธีที่ใช้ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์.....	35
3.4 แนวทางในการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์.....	37
3.5 องค์ประกอบที่ส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์.....	39
3.6 การวัดและประเมินความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์.....	41
3.7 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์.....	43
4. เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์.....	44
4.1 ความหมายของการให้เหตุผล.....	44
4.2 ความหมายของความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์.....	46
4.3 ความสำคัญของความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์.....	46
4.4 ลักษณะของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์.....	47
4.5 แนวทางในการพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์.....	48
4.6 การวัดและประเมินความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์.....	49
4.7 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์.....	50
บทที่ 3 วิธีดำเนินการวิจัย.....	52

การกำหนดประชากรและการเลือกกลุ่มตัวอย่าง	52
การสร้างเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย.....	53
การเก็บรวบรวมข้อมูล	63
การจัดกระทำและการวิเคราะห์ข้อมูล.....	64
บทที่ 4 ผลการวิเคราะห์ข้อมูล	66
สัญลักษณ์ที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล	66
การวิเคราะห์ข้อมูล.....	66
ผลการวิเคราะห์ข้อมูล	68
บทที่ 5 สรุปผล อภิปราย และข้อเสนอแนะ.....	83
ความมุ่งหมายของการวิจัย.....	83
สมมติฐานของการวิจัย.....	83
วิธีดำเนินการวิจัย.....	84
สรุปผลการวิจัย.....	87
การอภิปรายผล	87
ข้อเสนอแนะ	90
บรรณานุกรม	91
ภาคผนวก.....	98
ภาคผนวก ก รายนามผู้เชี่ยวชาญตรวจสอบเครื่องมือในการวิจัย	99
ภาคผนวก ข เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย.....	101
ภาคผนวก ค ผลการหาคุณภาพเครื่องมือ	154
ภาคผนวก ง ผลการเก็บข้อมูล.....	161
ประวัติผู้เขียน.....	166

สารบัญตาราง

	หน้า
ตาราง 1 ขั้นตอนพัฒนาการทางสติปัญญาของเพียเจต์.....	12
ตาราง 2 พัฒนาการการเรียนรู้ของบรูเนอร์.....	14
ตาราง 3 แสดงลำดับขั้นการเรียนรู้ของกาเย.....	16
ตาราง 4 การสังเคราะห์งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการนี้ภาพ.....	24
ตาราง 5 แสดงยุทธวิธีที่ใช้ในการแก้ปัญหา.....	35
ตาราง 6 ตัวอย่างเกณฑ์การประเมินผลแบบเกณฑ์ย่อยของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์.....	42
ตาราง 7 แสดงเกณฑ์การประเมินเพื่อเป็นแนวทางให้ครูผู้สอนใช้เป็นกรอบในการประเมินคุณภาพ ของนักเรียนด้านการให้เหตุผล.....	49
ตาราง 8 เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์.....	58
ตาราง 9 เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์.....	61
ตาราง 10 แบบแผนการทดลอง.....	63
ตาราง 11 ข้อมูลพื้นฐานของคะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์.....	68
ตาราง 12 ข้อมูลพื้นฐานของคะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์.....	69
ตาราง 13 ผลการเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนก่อน และหลังได้รับการสอนแนะให้รู้คิดร่วมกับการนี้ภาพ โดยใช้สถิติ t-test for Dependent Samples	70
ตาราง 14 ผลการเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับ การสอนแนะให้รู้คิดร่วมกับการนี้ภาพ กับนักเรียนที่ได้รับการสอนแบบปกติ โดยใช้สถิติ t-test for Independent Samples.....	71
ตาราง 15 ผลการเปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนก่อน และหลังได้รับการสอนแนะให้รู้คิดร่วมกับการนี้ภาพ โดยใช้สถิติ t-test for Dependent Samples	72

ตาราง 16 การเปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการสอนแนะให้รู้คิดร่วมกับการนึ่งภาพ กับนักเรียนที่ได้รับการสอนแบบปกติ โดยใช้สถิติ t-test for Independent Samples.....	73
ตาราง 17 ผลการประเมินค่าดัชนีความสอดคล้องของแผนการสอนโดยการสอนแนะให้รู้คิดร่วมกับการนึ่งภาพ จำนวน 13 แผน	155
ตาราง 18 ผลการประเมินค่าดัชนีความสอดคล้องของแผนการสอนโดยการสอนแบบปกติ จำนวน 13 แผน	156
ตาราง 19 ผลการประเมินค่าดัชนีความสอดคล้องระหว่างข้อสอบกับจุดประสงค์ของแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์	157
ตาราง 20 ผลการประเมินค่าดัชนีความสอดคล้องระหว่างข้อสอบกับจุดประสงค์ของแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์	158
ตาราง 21 ผลการประเมินค่าความยากง่าย ค่าอำนาจจำแนก ของแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ จำนวน 8 ข้อ	159
ตาราง 22 ผลการประเมินค่าความยากง่าย ค่าอำนาจจำแนก ของแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ จำนวน 8 ข้อ	160
ตาราง 23 คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 เรื่อง พื้นที่ผิวและปริมาตร ก่อนและหลังได้รับการสอนแนะให้รู้คิดร่วมกับการนึ่งภาพ (คะแนนเต็ม 40 คะแนน)	162
ตาราง 24 คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 เรื่อง พื้นที่ผิวและปริมาตร ก่อนและหลังได้รับการสอนแบบปกติ (คะแนนเต็ม 40 คะแนน)	163
ตาราง 25 คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 เรื่อง พื้นที่ผิวและปริมาตร ก่อนและหลังได้รับการสอนแนะให้รู้คิดร่วมกับการนึ่งภาพ (คะแนนเต็ม 20 คะแนน)	164
ตาราง 26 คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 เรื่อง พื้นที่ผิวและปริมาตร ก่อนและหลังได้รับการสอนแบบปกติ (คะแนนเต็ม 20 คะแนน)	165



สารบัญรูปภาพ

	หน้า
ภาพประกอบ 1 กรอบแนวคิดในการวิจัย	10
ภาพประกอบ 2 การหาพื้นที่ผิวและปริมาตรของปริซึมโดยใช้การมองภาพแบบต่าง ๆ	25
ภาพประกอบ 3 ภาพสองมิติของทรงกระบอกและปริซึมฐานสาม	25
ภาพประกอบ 4 ภาพนามธรรม เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ	27
ภาพประกอบ 5 แสดงการหาพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมด้านขนานโดยใช้การเคลื่อนที่	28
ภาพประกอบ 6 กระบวนการแก้ปัญหาที่เป็นพลวัตตามแนวคิดของวิลสันและคณะ	33
ภาพประกอบ 7 ระดับการคิดของKrulik and Rudnick	44
ภาพประกอบ 8 การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน ในระยาะที่ 1 ช่วงเริ่มต้นการจัดการเรียนการสอน	74
ภาพประกอบ 9 การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน ในระยาะที่ 2 ช่วงกลางของการจัดการเรียนการสอน	77
ภาพประกอบ 10 การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน ในระยาะที่ 3 ช่วงท้ายของการจัดการเรียนการสอน	80
ภาพประกอบ 11 บรรยากาศการนำเสนอแนวคิด วิธีการที่นักเรียนใช้ในการแก้ปัญหา พร้อมทั้งเหตุผล	82

บทที่ 1

บทนำ

ภูมิหลัง

คณิตศาสตร์เป็นศาสตร์พื้นฐานที่สำคัญช่วยก่อให้เกิดความเจริญก้าวหน้าทางด้านวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี ซึ่งต้องอาศัยความรู้ทางด้านคณิตศาสตร์ คณิตศาสตร์ยังมีบทบาทสำคัญยิ่งต่อความสำเร็จในการเรียนรู้ในศตวรรษที่ 21 เนื่องจากคณิตศาสตร์ช่วยให้มนุษย์มีความคิดสร้างสรรค์ คิดอย่างมีเหตุผล เป็นระบบ มีแบบแผน สามารถวิเคราะห์ปัญหาหรือสถานการณ์ได้อย่างรอบคอบและถี่ถ้วน ช่วยคาดการณ์ วางแผน ตัดสินใจ แก้ปัญหาได้อย่างถูกต้องเหมาะสม และสามารถนำไปใช้ในชีวิตจริงได้อย่างมีประสิทธิภาพ (กระทรวงศึกษาธิการ, 2560, น. 8) สอดคล้องกับสิริพร ทิพย์คง (2541, น. 63-90) ที่กล่าวว่า วิชาคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่มีความสำคัญกับนักเรียนทุกคน เพราะนักเรียนสามารถนำความรู้ทางคณิตศาสตร์ไปใช้ให้เป็นประโยชน์ในชีวิตประจำวันและเป็นพื้นฐานในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ในระดับสูงต่อไป นอกจากนี้วิชาคณิตศาสตร์ยังช่วยส่งเสริมความมีเหตุผล ความเป็นคนช่างคิด ช่างริเริ่มสร้างสรรค์ มีระบบระเบียบในการคิด มีการวางแผนในการทำงาน และมีความรับผิดชอบในงานและหน้าที่ที่ได้รับมอบหมาย ดังนั้นการพัฒนาศักยภาพทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนจึงเป็นสิ่งจำเป็น

ถึงแม้ว่าคณิตศาสตร์จะเป็นวิชาที่มีความสำคัญแต่ในการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่ผ่านมาก็ยังไม่ประสบความสำเร็จเท่าที่ควร นักเรียนจำนวนไม่น้อยยังด้อยความสามารถเกี่ยวกับการแก้ปัญหา การแสดงหรืออ้างเหตุผล การสื่อสารหรือการนำเสนอแนวคิดทางคณิตศาสตร์ การเชื่อมโยงระหว่างเนื้อหาคณิตศาสตร์กับสถานการณ์ต่างๆ และความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ ปัญหาเหล่านี้ทำให้นักเรียนไม่สามารถนำความรู้คณิตศาสตร์ไปประยุกต์ใช้ในชีวิตประจำวันและการศึกษาต่อได้อย่างมีประสิทธิภาพ (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2555) ดังจะเห็นได้จากโครงการประเมินผลนักเรียนร่วมกับนานาชาติ (Programme for International Student Assessment หรือPISA) พบว่า ผลการประเมินการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ตั้งแต่ปี 2000 จนถึง 2015 มีแนวโน้มลดลงอย่างต่อเนื่อง สะท้อนถึงความสามารถของนักเรียนในการใช้ความรู้และทักษะเพื่อแก้ปัญหาในชีวิตจริงที่ยังไม่ดีเท่าที่ควร อีกทั้งโครงการศึกษาแนวโน้มการจัดการศึกษาคณิตศาสตร์และวิทยาศาสตร์ระดับนานาชาติ (TIMSS) ซึ่งเป็นการประเมินผลระดับนานาชาติ พบว่า ในปี 2011 ประเทศไทยมีคะแนนเฉลี่ยวิชาคณิตศาสตร์เท่ากับ 427 คะแนน เมื่อจำแนกตามเนื้อหาพบว่า เรื่องเรขาคณิตได้คะแนนเฉลี่ยน้อยที่สุด 415 คะแนน เมื่อจำแนกตามพฤติกรรมการเรียนรู้พบว่าคะแนนเฉลี่ยด้านการใช้เหตุผล

เท่ากับ 429 คะแนน (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2560) จากรายงานดังกล่าวจะเห็นได้ว่านักเรียนไทยยังไม่ประสบความสำเร็จในการเรียนคณิตศาสตร์ สาเหตุอาจมาจากการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในปัจจุบันที่พบว่าครูส่วนใหญ่ยังใช้การสอนแบบเดิม กล่าวคือครูเป็นผู้นำเสนอและสรุปทบทวนให้นักเรียนโดยที่นักเรียนไม่ได้เกิดการเรียนรู้ด้วยตัวเอง ทำให้นักเรียนขาดทักษะกระบวนการคิด การฝึกการแก้ปัญหา การนำความรู้มาเชื่อมโยงกับสถานการณ์ในชีวิตประจำวัน อีกทั้งธรรมชาติของวิชาคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่มีเนื้อหาเป็นนามธรรม ทำให้ยากที่จะอธิบายให้นักเรียนเข้าใจได้ง่าย นักเรียนจึงรู้สึกเบื่อหน่ายเวลาเรียน ส่งผลให้ประสิทธิภาพในการเรียนไม่ดีเท่าที่ควร

หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พ.ศ. 2551 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ.2560) วิชาคณิตศาสตร์ประกอบด้วย 4 สาระการเรียนรู้ ได้แก่ จำนวนและพีชคณิต การวัด และเรขาคณิต สถิติและความน่าจะเป็น แคลคูลัส ซึ่งสาระการเรียนรู้เรื่องเรขาคณิตนั้นมีส่วนเกี่ยวข้องกับชีวิตประจำวันอย่างยิ่ง ทั้งในธรรมชาติและสิ่งที่มีมนุษย์สร้างขึ้นซึ่งจะเห็นได้ว่าสิ่งต่าง ๆ ที่อยู่รอบตัวล้วนประกอบด้วยรูปเรขาคณิตทั้งสิ้น แต่นักเรียนกลับละเลยไม่เห็นความสำคัญในการนำความรู้เรขาคณิตไปประยุกต์ใช้แก้ปัญหาต่าง ๆ ในชีวิตประจำวัน ส่งผลให้ความสามารถในการแก้ปัญหาของนักเรียนยังไม่เป็นที่น่าพอใจเท่าที่ควร นักเรียนส่วนใหญ่มีความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาได้ดีเฉพาะโจทย์ที่ง่ายและค่อนข้างง่ายเท่านั้น แต่เมื่อนักเรียนไปพบกับโจทย์ที่ซับซ้อน ต้องใช้ความคิด ความรู้ ความเข้าใจในพื้นฐานเรื่องต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์มากขึ้นก็จะประสบกับปัญหาทันที (วิชัย พาณิชยสวຍ, 2546, น. 8) หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน ได้กล่าวถึง ความสามารถในการแก้ปัญหาเป็นความสามารถในการแก้ปัญหาและอุปสรรคต่าง ๆ ที่เผชิญได้อย่างถูกต้องเหมาะสมบนพื้นฐานของหลักเหตุผล คุณธรรมและข้อมูลสารสนเทศ เข้าใจความสัมพันธ์และการเปลี่ยนแปลงของเหตุการณ์ต่าง ๆ ในสังคม แสวงหาความรู้ ประยุกต์ความรู้มาใช้ในการป้องกันและแก้ไขปัญหา และมีการตัดสินใจที่มีประสิทธิภาพโดยคำนึงถึงผลกระทบที่เกิดขึ้นต่อตนเอง สังคมและสิ่งแวดล้อม โดยแนวทางในการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหา ครูอาจจะให้นักเรียนฝึกการวิเคราะห์ และนำความเข้าใจปัญหา วางแผนการทำงาน ดำเนินการตามแผนที่วางไว้และมีการตรวจสอบคำตอบและความสมเหตุสมผลในกระบวนการแก้ปัญหา อาจใช้เทคนิคต่าง ๆ ประกอบการคิด เช่น การทำผังความคิด การทำแผนภูมิ การทำตาราง การคิดย้อนกลับ วาดภาพ (ศศิธร แม้นสงวน, 2559, น. 171)

นอกจากความสามารถในการแก้ปัญหาแล้ว ความสามารถในการให้เหตุผลก็ถือเป็นสิ่งจำเป็นต่อการเรียนเรขาคณิต การที่นักเรียนจะเรียนเรื่องเรขาคณิตได้อย่างเข้าใจนั้น นักเรียน

จะต้องมีความสามารถในการให้เหตุผลเพื่อให้นักเรียนมีวิธีการคิดอย่างเป็นระบบ สามารถใช้เหตุผลประกอบในการตอบปัญหาได้อย่างสมเหตุสมผลและอธิบายกระบวนการคิดอย่างเป็นขั้นเป็นตอน ดังที่ อัมพร ม้าคนอง (2546, น. 5) กล่าวว่า การที่นักเรียนได้คำตอบที่ถูกต้อง แต่ใช้เหตุผลผิดเป็นอันตรายอย่างยิ่งต่อการเรียนรู้คณิตศาสตร์เนื่องจากเมื่อนักเรียนได้ผลลัพธ์ที่ถูกต้องแล้วครูอาจไม่ได้ให้โอกาสนักเรียนแสดงเหตุผล ซึ่งทำให้ทั้งครูและนักเรียนไม่ทราบว่าที่ผิดนั้นผิดเพราะเหตุใดดังนั้น สิ่งที่ดีกว่าการได้ผลลัพธ์ถูกต้องแต่เหตุผลผิดคือการได้ผลลัพธ์ที่ผิดแต่สามารถค้นพบอย่างเป็นเหตุเป็นผลว่าจะไรผิดและผิดเพราะเหตุใด ซึ่งสอดคล้องกับที่ สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2547, น. 6) กล่าวว่า การพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เป็นสิ่งสำคัญและจำเป็น เพราะการให้เหตุผลจะช่วยให้นักเรียนได้พัฒนาสมรรถนะนอกเหนือไปจากการจดจำข้อเท็จจริงกฎ สูตรและการดำเนินการ การเน้นทักษะกระบวนการด้านการให้เหตุผลช่วยให้นักเรียนเห็นว่าคณิตศาสตร์เป็นเรื่องที่สามารถให้เหตุผลได้อย่างเป็นระบบและมีความหมายและตระหนักว่าทักษะการให้เหตุผลในคณิตศาสตร์สามารถประยุกต์ไปใช้ในสาขาอื่น ๆ ได้

จากการศึกษาวิธีการสอนต่าง ๆ พบว่า การสอนแนะให้รู้คิดเป็นแนวทางการจัดการเรียนรู้ที่อยู่บนพื้นฐานของความรู้ ความเข้าใจการคิดของนักเรียน โดยครูจะต้องมีความรู้และความเชื่อจากการทำความเข้าใจการคิดของนักเรียน เพื่อนำมาใช้ในการออกแบบกิจกรรมการเรียนรู้ที่มุ่งให้นักเรียนสามารถสร้างองค์ความรู้ใหม่ได้ด้วยตนเองผ่านการแก้ปัญหา (Carpenter Thomas P., Fennema Elizabeth, Penelope L. Peterson, Chi-Pang Chiang, และ Megan Loef, 1989, pp. 499-531; Fennema Elizabeth, 1993, pp. 555-583; เวช ฤทธิ อังกะภักทจร, 2551, น. 65) โดยขั้นตอนในการสอนแนะให้รู้คิดเริ่มจากครูนำเสนอปัญหาตามวัตถุประสงค์และความมุ่งหมายที่ตั้งใจ ให้นักเรียนได้วิเคราะห์ประเด็นปัญหาต่าง ๆ และแก้ปัญหาได้อย่างอิสระ โดยครูจะมีหน้าที่คอยช่วยแนะให้นักเรียนมีความเข้าใจในปัญหา กระตุ้นการคิดของนักเรียนเพื่อให้นักเรียนเกิดความเข้าใจและสามารถแก้ปัญหาได้ หลังจากนั้นครูจะให้นักเรียนนำเสนอแนวคิด วิธีการที่นักเรียนใช้ในการแก้ปัญหาพร้อมทั้งเหตุผล เพื่อเป็นการแลกเปลี่ยนเรียนรู้ถึงวิธีการในการแก้ปัญหาและเหตุผลที่ใช้ นักเรียนร่วมกันอภิปรายถึงคำตอบและวิธีการที่แตกต่างเพื่อให้ได้ข้อสรุปของคำตอบและวิธีการที่ได้จากการแก้ปัญหาจนนำไปสู่การสรุปความรู้ด้วยตนเอง เพื่อให้นักเรียนได้สะท้อนกระบวนการคิดในการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลอย่างเป็นระบบ

ในการจัดการเรียนการสอนเพื่อพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่องเรขาคณิต โดยการสอนแนะให้รู้คิด ครูจะต้องเข้ามามีบทบาทในการจัดการเรียนการสอนโดยการนำเสนอปัญหาจัดสถานการณ์ที่สามารถพัฒนาการคิดของนักเรียนให้นักเรียนได้รับประสบการณ์จากรูปธรรมไปสู่นามธรรม เพื่อนักเรียนได้เข้าใจหลักการของคณิตศาสตร์อย่างถ่องแท้ สามารถหาแนวทางในการแก้ปัญหาได้ด้วยตนเอง ดังที่ National Council of Teacher of Mathematics (1989, p. 1-9) ได้เสนอแนะเกี่ยวกับการเรียนเรขาคณิตว่า นักเรียนจะต้องเริ่มเรียนจากการรับรู้และระลึกถึงรูปลักษณะหรือรูปทรงภายนอก จากนั้นวิเคราะห์สมบัติของรูปเรขาคณิตนั้น ๆ ต่อจากนั้นก็หาความสัมพันธ์ระหว่างเรขาคณิตลักษณะต่าง ๆ เพื่อหาข้อสรุปแล้วนำสมบัตินั้นไปใช้ในการเหตุผลแบบนิรนัยต่อไป เพื่อให้นักเรียนมีความรู้ความเข้าใจเรขาคณิต สามารถใช้ความรู้และเชื่อมโยงความรู้เรขาคณิตกับความรู้แขนงอื่น ๆ ได้ นักเรียนจะต้องได้ลงมือปฏิบัติกิจกรรมการเรียนรู้ต่าง ๆ โดยเริ่มจากกิจกรรมง่าย ๆ ไปสู่สถานการณ์ปัญหาที่ท้าทาย นักเรียนจะต้องทำการสืบค้น ทดลองและสำรวจสิ่งที่อยู่รอบตัว เช่น ฝึกการมองภาพ วาดภาพ และเปรียบเทียบรูปร่างในตำแหน่งต่าง ๆ กัน (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2545, น. 2) สอดคล้องกับปีแอร์ แวนฮิลลี และไดน่า แวนฮิลลี อ้างถึงในชัยวัฒน์ สุทธิรัตน์ (2553, น. 393) ที่กล่าวว่า การนี้ภาพเป็นการส่งเสริมด้านการคิดซึ่งเกี่ยวข้องโดยตรงกับความคิดทางเรขาคณิต Guzman (2002, p. 1) ได้กล่าวถึงการนี้ภาพในการเรียนการสอนคณิตวิเคราะห์ที่มีบทบาทที่จะช่วยพัฒนาการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ได้ และเนื่องจากการนี้ภาพทางคณิตศาสตร์เป็นการบรรยายการสร้างภาพภายในจินตนาการที่ทำให้เกิดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ที่หลากหลาย (Presmeg, 2006, pp. 42-46) และควรมีการพัฒนาความสามารถในการนี้ภาพทางคณิตศาสตร์ว่าควรใช้ในวิชาคณิตศาสตร์อย่างต่อเนื่อง (Guzman, 2002, p. 1) ซึ่งการนี้ภาพมีความสำคัญต่อการพัฒนาทักษะและกระบวนการของนักเรียนเป็นอย่างมาก ดังที่ National Council of Teachers of Mathematics (2000, p. 3) นักเรียนจะต้องวิเคราะห์ลักษณะของรูปทรงเรขาคณิตและอภิปรายทางคณิตศาสตร์เกี่ยวกับความสัมพันธ์เรขาคณิตโดยใช้การนี้ภาพ การให้เหตุผลเชิงปริภูมิ และแบบจำลองเรขาคณิตเพื่อใช้ในการแก้ปัญหา สอดคล้องกับอัมพร ม้าคนอง (2559, น. 38) ที่กล่าวว่าความสามารถในการมองภาพที่เกิดจากความสัมพันธ์ลักษณะต่าง ๆ จะทำให้นักเรียนเข้าใจปัญหาหรือสถานการณ์ที่เผชิญอยู่นั้นดีพอที่จะคิดต่อเพื่อหาแนวทางในการแก้ปัญหาให้สำเร็จลุล่วง ในทางตรงกันข้ามนักเรียนที่มีความรู้ลึกเชิงปริภูมิไม่ดีพอจะไม่สามารถมองเห็นภาพที่เกิดจากความสัมพันธ์ของรูปทรงเรขาคณิต ทำให้ไม่เข้าใจสถานการณ์หรือปัญหาจึงไม่สามารถคิดแก้ปัญหาได้ ครูควรสร้าง

ประสบการณ์ในการนึกหรือมองภาพเพื่อให้นักเรียนคุ้นเคยกับการจินตนาการเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ จนเกิดเป็นความรู้สึกหรือสำนึกเชิงปริภูมิที่พร้อมจะนำไปใช้ในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ได้

จากข้อมูลทีกล่าวมาข้างต้น ผู้วิจัยเห็นว่าการส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหา และการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ให้กับนักเรียนนั้นเป็นสิ่งสำคัญอย่างยิ่งในการเรียนการสอนในเนื้อหาทางเรขาคณิต ดังนั้นผู้วิจัยจึงศึกษาความสามารถในการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 เรื่อง พื้นที่ผิวและปริมาตร โดยการสอนแนะให้รู้คิดร่วมกับการนึกภาพกับการสอนแบบปกติ ซึ่งผู้วิจัยคาดว่าจะการวิจัยในครั้งนี้จะเป็นแนวทางสำหรับการจัดการเรียนการสอนในเรื่องเรขาคณิตเพื่อพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ต่อไป

ความมุ่งหมายของการวิจัย

ในการวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยได้ตั้งความมุ่งหมายไว้ดังนี้

1. เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 เรื่อง พื้นที่ผิวและปริมาตร ก่อนและหลังได้รับการสอนแนะให้รู้คิดร่วมกับการนึกภาพ
2. เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 เรื่อง พื้นที่ผิวและปริมาตร ที่ได้รับการสอนแนะให้รู้คิดร่วมกับการนึกภาพกับนักเรียนที่ได้รับการสอนแบบปกติ
3. เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 เรื่อง พื้นที่ผิวและปริมาตร ก่อนและหลังได้รับการสอนแนะให้รู้คิดร่วมกับการนึกภาพ
4. เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 เรื่อง พื้นที่ผิวและปริมาตร ที่ได้รับการสอนแนะให้รู้คิดร่วมกับการนึกภาพกับนักเรียนที่ได้รับการสอนแบบปกติ

ความสำคัญของการวิจัย

จากการศึกษาค้นคว้าในครั้งนี้ ทำให้ทราบถึงความสามารถในการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์โดยการสอนแนะให้รู้คิดร่วมกับการนึ่งภาพ กับการสอนแบบปกติ เพื่อเป็นแนวทางในการจัดการเรียนการสอนสำหรับครูคณิตศาสตร์หรือผู้ที่สนใจที่จะนำไปใช้ในการจัดการเรียนรู้ในเนื้อหาอื่น ๆ ของนักเรียนให้มีประสิทธิภาพมากยิ่งขึ้น

ขอบเขตของการวิจัย

ประชากรที่ใช้ในการวิจัย

ประชากรที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้เป็นนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2564 โรงเรียนพิบูลอุปถัมภ์ กรุงเทพมหานคร จำนวน 5 ห้องเรียน รวมจำนวนนักเรียน 190 คน ซึ่งโรงเรียนจัดห้องเรียนโดยละความสามารถ

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัย

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2564 โรงเรียนพิบูลอุปถัมภ์ กรุงเทพมหานคร จำนวน 2 ห้องเรียน จำนวนนักเรียน 77 คน ซึ่งได้มาจากการสุ่มแบบกลุ่ม (Cluster Random Sampling) โดยใช้ห้องเรียนเป็นหน่วยของการสุ่ม (Sampling Unit) จากนั้นสุ่มอย่างง่ายเพื่อจัดเป็นกลุ่มทดลอง 1 ห้องเรียน มีนักเรียนจำนวน 39 คน และกลุ่มควบคุม 1 ห้องเรียน มีนักเรียนจำนวน 38 คน

ระยะเวลาที่ใช้ในการวิจัย

ดำเนินการเก็บรวบรวมข้อมูลในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2564 ใช้เวลาในการทดสอบก่อนและหลังได้รับการสอนโดยทดสอบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ 1 คาบ และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ 1 คาบ และจัดการเรียนการสอนโดยการสอนแนะให้รู้คิดร่วมกับการนึ่งภาพ 13 คาบ รวมจำนวน 17 คาบ

เนื้อหาที่ใช้ในการวิจัย

เนื้อหาที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้เป็นส่วนหนึ่งของรายวิชาคณิตศาสตร์ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 เรื่อง พื้นที่ผิวและปริมาตร จำนวน 13 คาบ ซึ่งประกอบด้วย

- | | |
|-------------------------|-------------|
| 1. รูปเรขาคณิตสามมิติ | จำนวน 1 คาบ |
| 2. ปริมาตรของพีระมิด | จำนวน 2 คาบ |
| 3. พื้นที่ผิวของพีระมิด | จำนวน 2 คาบ |
| 4. ปริมาตรของกรวย | จำนวน 2 คาบ |
| 5. พื้นที่ผิวของกรวย | จำนวน 2 คาบ |

6. ปริมาตรของทรงกลม

จำนวน 2 คาบ

7. พื้นที่ผิวของทรงกลม

จำนวน 2 คาบ

ตัวแปรที่ใช้ในการวิจัย

1. ตัวแปรอิสระ คือ

การสอนแนะให้รู้คิดร่วมกับการนี้ภาพ

2. ตัวแปรตาม ได้แก่

2.1 ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

2.2 ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

นิยามศัพท์เฉพาะ

1. การสอนแนะให้รู้คิด (Cognitive Guided Instructions: CGI) หมายถึง การจัดการเรียนการสอนที่อยู่บนพื้นฐานความรู้ ความเข้าใจการคิดของนักเรียน โดยครูจะต้องมีความรู้และความเชื่อจากการทำความเข้าใจการคิดของนักเรียน แล้วนำมาพิจารณาใช้ออกแบบกิจกรรมการเรียนการสอน การสอนแนะให้รู้คิดเป็นการสอนที่มุ่งเน้นให้นักเรียนสามารถสร้างองค์ความรู้ใหม่ด้วยตนเอง สามารถหาแนวทางในการแก้ปัญหาพร้อมทั้งให้เหตุผลได้อย่างเป็นเหตุเป็นผล จนนำไปสู่ข้อสรุป ซึ่งมีขั้นตอนของการจัดการเรียนการสอน ดังนี้ 1. ครูนำเสนอปัญหา 2. นักเรียนวิเคราะห์ข้อมูลจากสถานการณ์ปัญหาเพื่อนำมาอภิปรายหาคำตอบด้วยตนเองโดยครูเป็นผู้ให้คำแนะนำเมื่อนักเรียนเกิดข้อคำถามหรือปัญหา 3. นักเรียนนำเสนอคำตอบพร้อมทั้งให้เหตุผลที่ใช้เพื่อให้เกิดการแสดงเหตุผลที่ครอบคลุมและสมบูรณ์ที่สุด 4. นักเรียนร่วมกันอภิปรายแนวคิดและเหตุผลประกอบโดยครูใช้คำถามนำให้เกิดการอภิปราย

2. การนี้ภาพ (Visualization) หมายถึง การแปลงความสัมพันธ์จากสิ่งที่เป็นนามธรรมให้เป็นรูปธรรม โดยผ่านกระบวนการที่ฝึกให้นักเรียนสร้างภาพในจินตนาการจนนักเรียนคุ้นเคยมองเห็นความสัมพันธ์ลักษณะต่าง ๆ ทำให้นักเรียนเข้าใจปัญหาหรือสถานการณ์และนำไปใช้เป็นแนวทางในการแก้ปัญหาได้ ซึ่งภาพที่ปรากฏในจินตนาการของนักเรียนจะเริ่มจากการให้นักเรียนรับรู้ถึงลักษณะภายนอกของรูปเรขาคณิตสามมิติโดยการมองและสัมผัส จากนั้นวิเคราะห์โครงสร้างสมบัติของรูปเรขาคณิตนั้น ๆ โดยปราศจากรูป จนนำไปสู่การตีความหาความสัมพันธ์ของรูปเรขาคณิตลักษณะต่าง ๆ เกิดเป็นมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์เพื่อใช้ในการแก้ปัญหาเป็นกระบวนการที่ฝึกให้นักเรียนสื่อสารความรู้ความเข้าใจออกมาเป็นรูปธรรมผ่านการวาดรูปหรือแสดงแนวคิดพร้อมการให้เหตุผลเพื่อหาคำตอบหรือกระบวนการที่จะได้ภาพหรือเกิดภาพที่ปรากฏ

3. การสอนแนะให้รู้คิด(CGI) ร่วมกับการนี้ภาพ (Visualization) หมายถึง การจัดการเรียนการสอนที่อยู่บนพื้นฐานความรู้ ความเข้าใจการคิดของนักเรียนมาใช้ในการออกแบบกิจกรรมการจัดการเรียนรู้ เน้นให้นักเรียนสร้างความรู้ความเข้าใจและเชื่อมโยงประสบการณ์ความรู้ผ่านกระบวนการมองภาพทางคณิตศาสตร์ เป็นการแปลงความสัมพันธ์ของโจทย์ที่เป็นนามธรรมให้เป็นรูปธรรม ซึ่งฝึกฝนให้นักเรียนได้มองหรือวิเคราะห์ภาพ/รูปเรขาคณิตต่างๆ จนเกิดเป็นมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์เพื่อนำมาใช้ในการแก้ปัญหา สามารถสร้างองค์ความรู้ใหม่ได้ด้วยตนเอง โดยครูมีบทบาทเป็นผู้สนับสนุนและเฝ้าอำนวยความสะดวกในการจัดการเรียนรู้อยู่ที่แนะกระตุ้นให้การคิดการมองภาพของนักเรียนเพื่อให้นักเรียนเกิดความเข้าใจและสามารถแก้ปัญหาต่างๆ ได้ โดยมีขั้นตอนในการจัดการเรียนรู้ 4 ขั้นตอนดังนี้

ขั้นตอนที่ 1 ช้่นนำเสนอปัญหา เป็นการปฏิบัติกิจกรรมเป็นกลุ่มใหญ่ทั้งชั้นเรียน โดยครูนำเสนอปัญหาหรือสถานการณ์ที่เกี่ยวข้องกับพื้นที่ผิวและปริมาตรที่ใช้ในชีวิตประจำวัน ซึ่งอยู่ในรูปข้อความที่เป็นนามธรรมโดยใช้สื่อสามมิติประกอบ เพื่อให้นักเรียนได้เรียนรู้ลักษณะภายนอกของรูปเรขาคณิตผ่านการมอง สังเกตและสัมผัส

ขั้นตอนที่ 2 ช้่นวิเคราะห์ข้อมูลและแก้ปัญหา เป็นการปฏิบัติกิจกรรมกลุ่มย่อยดังนี้

- 1) แบ่งนักเรียนออกเป็นกลุ่มย่อย กลุ่มละ 5-6 คน จากนั้นครูชี้แจงวิธีการทำงาน
- 2) เปิดโอกาสให้นักเรียนได้วิเคราะห์ปัญหาหรือสถานการณ์ เน้นให้นักเรียนสร้างความรู้ความเข้าใจและเชื่อมโยงประสบการณ์ความรู้ที่มีอยู่เดิม โดยการระดมความคิดและอภิปรายร่วมกันภายในกลุ่มถึงวิธีการในการแก้ปัญหาพร้อมเหตุผล เพื่อนำมาสร้างองค์ความรู้และหาข้อสรุปของคำตอบได้ด้วยตนเอง

- 3) ครูเป็นผู้อำนวยความสะดวกและสังเกตพฤติกรรมการเรียนรู้ของนักเรียน โดยที่ครูจะต้องวินิจฉัยทำความเข้าใจการคิดของนักเรียน หากนักเรียนไม่เข้าใจปัญหาหรือสถานการณ์ ไม่สามารถวิเคราะห์ปัญหาให้ออกมาเป็นรูปธรรมได้ ครูจะเป็นผู้คอยชี้แนะแนวทางการกระตุ้นการคิดของนักเรียนให้นักเรียนวิเคราะห์ปัญหาและสื่อสารออกมาเป็นรูปธรรมผ่านการวาดภาพ โดยใช้วิธีการที่หลากหลายตามศักยภาพ ระดับการเรียนรู้ของนักเรียน เช่น ของจริง สื่อรูปธรรม รูปภาพ การใช้คำถามและอื่น ๆ เพื่อให้นักเรียนเกิดความเข้าใจ มองเห็นภาพความสัมพันธ์ลักษณะต่างๆ อันจะนำไปสู่แนวทางในการแก้ปัญหาได้

ขั้นตอนที่ 3 ช้่นรายงานคำตอบและวิธีการแก้ปัญหา ครูจะให้นักเรียนแต่ละกลุ่มนำเสนอแนวคิด วิธีการที่นักเรียนใช้ในการแก้ปัญหาพร้อมทั้งเหตุผล จากนั้นครูและนักเรียนร่วมกันถามเพื่อให้นักเรียนแสดงความคิดและเหตุผลที่ใช้ในการแก้ปัญหา

ขั้นตอนที่ 4 ขั้นสรุปอภิปรายคำตอบ ครูและนักเรียนร่วมกันอภิปรายหาข้อสรุปเกี่ยวกับวิธีการแก้ปัญหาและคำตอบที่ถูกต้องโดยครูจะใช้คำถามนำในการอภิปราย จากนั้นครูและนักเรียนช่วยกันขยายแนวคิดเพื่อสรุปประเด็นนำไปสู่การสร้างองค์ความรู้ด้วยตนเอง

4. การสอนแบบปกติ หมายถึง การจัดการเรียนการสอนตามแผนการจัดการเรียนรู้สำหรับการสอนแบบปกติ โดยมีขั้นตอนในการจัดการเรียนรู้อย่างนี้

ขั้นที่ 1 ขั้นนำเข้าสู่บทเรียน เป็นขั้นที่ครูเป็นผู้กระตุ้นให้นักเรียนเกิดความสนใจในบทเรียน โดยครูได้ทบทวนความรู้เดิมของนักเรียนเพื่อเตรียมเข้าสู่บทเรียนใหม่ผ่านการตั้งคำถามหรือสนทนา

ขั้นที่ 2 ขั้นสอน เป็นขั้นที่ครูสอนตามตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้แกนกลาง ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ.2560) โดยการใช้หนังสือเรียนคณิตศาสตร์พื้นฐานและเอกสารประกอบการสอน

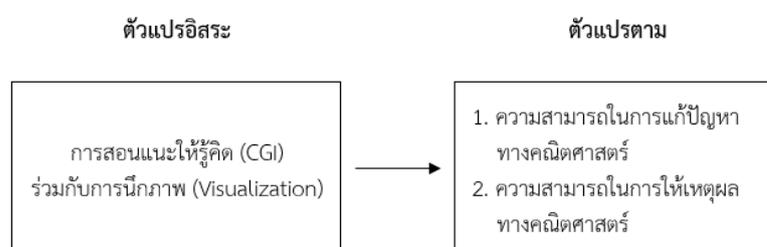
ขั้นที่ 3 ขั้นสรุป เป็นขั้นที่ครูกระตุ้นให้นักเรียนสรุปความรู้ที่ได้รับโดยครูและนักเรียนร่วมกันอภิปรายในชั้นเรียน

5. ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ หมายถึง การที่นักเรียนสามารถนำความรู้ ทักษะ กระบวนการและความเข้าใจทางคณิตศาสตร์มาใช้ในการแก้ปัญหาหรือสถานการณ์ที่เกี่ยวข้องกับการหาพื้นที่ผิวและปริมาตรของรูปทรงเรขาคณิตสามมิติ เพื่อให้ได้มาซึ่งวิธีการหาคำตอบและข้อสรุปของปัญหาหรือสถานการณ์ที่กำหนด ซึ่งความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์สามารถวัดได้จากคะแนนการทำแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์แบบอัตนัยแสดงวิธีการแก้ปัญหา จำนวน 4 ข้อที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น

6. ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ หมายถึง การที่นักเรียนสามารถนำสมบัติ กฎ บทนิยาม สัจพจน์ ทฤษฎีบท มาอธิบาย แสดงแนวคิด วิเคราะห์หาความสัมพันธ์และใช้เหตุผลในการแสดงแนวคิด หาข้อสรุปและคำตอบได้อย่างถูกต้องและสมเหตุสมผล ซึ่งความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สามารถวัดได้จากคะแนนการทำแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แบบอัตนัยแสดงการให้เหตุผล จำนวน 4 ข้อที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น

กรอบแนวคิดในการวิจัย

การวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยได้ศึกษาการสอนแนะให้รู้คิดซึ่งเป็นการสอนที่เน้นให้นักเรียนเกิดความคิด สามารถค้นพบความรู้ได้ด้วยตนเอง ประกอบไปด้วย 4 ขั้นตอน ได้แก่ ขั้นตอนที่ 1 ชี้แนะเสนอปัญหา ขั้นตอนที่ 2 ชี้วิเคราะห์ข้อมูลและแก้ปัญหา ขั้นตอนที่ 3 ชี้รายงานคำตอบและวิธีการแก้ปัญหา ขั้นตอนที่ 4 ชี้สรุปอภิปรายคำตอบ และศึกษานักภาพซึ่งเป็นการฝึกฝนให้นักเรียนสามารถสร้างภาพในจินตนาการจนนักเรียนคุ้นเคยและนำไปใช้ในการสรุปหาคำตอบหรือแก้ปัญหาได้โดยการสื่อสารความรู้ความเข้าใจออกมาเป็นรูปธรรมผ่านการวาดรูปหรือแสดงแนวคิดพร้อมการให้เหตุผล โดยผู้วิจัยได้นำการสอนแนะให้รู้คิดร่วมกับการนีกภาพเพื่อส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ดังภาพประกอบที่ 1



ภาพประกอบ 1 กรอบแนวคิดในการวิจัย

สมมติฐานของการวิจัย

1. ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 เรื่อง พื้นที่ผิวและปริมาตร หลังได้รับการสอนแนะให้รู้คิดร่วมกับการนีกภาพสูงกว่าก่อนได้รับการสอน
2. ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 เรื่อง พื้นที่ผิวและปริมาตร ที่ได้รับการสอนแนะให้รู้คิดร่วมกับการนีกภาพสูงกว่านักเรียนที่ได้รับการสอนแบบปกติ
3. ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 เรื่อง พื้นที่ผิวและปริมาตร หลังได้รับการสอนแนะให้รู้คิดร่วมกับการนีกภาพสูงกว่าก่อนได้รับการสอน
4. ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 เรื่อง พื้นที่ผิวและปริมาตร ที่ได้รับการสอนแนะให้รู้คิดร่วมกับการนีกภาพสูงกว่านักเรียนที่ได้รับการสอนแบบปกติ

บทที่ 2

เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยได้ศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง โดยการนำเสนอตามลำดับหัวข้อ ดังต่อไปนี้

1. เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการสอนแนะให้รู้คิด
 - 1.1 แนวคิดและทฤษฎีการเรียนรู้ที่เกี่ยวข้องกับการจัดการเรียนรู้
 - 1.2 ความหมายของการสอนแนะให้รู้คิด
 - 1.3 แนวทางการสอนจัดการเรียนการสอนแนะให้รู้คิด
 - 1.4 ขั้นตอนการจัดการเรียนการสอนโดยการสอนแนะให้รู้คิด
 - 1.5 บทบาทของครูในการจัดการเรียนการสอนโดยการสอนแนะให้รู้คิด
 - 1.6 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการจัดการเรียนการสอนโดยการสอนแนะให้รู้คิด
2. เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการนิเทศ
 - 2.1 ความหมายของการนิเทศ
 - 2.2 ความสำคัญของการนิเทศ
 - 2.3 ประเภทของการนิเทศ
 - 2.4 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการจัดการเรียนการสอนโดยการนิเทศ
3. เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
 - 3.1 ความหมายของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
 - 3.2 กระบวนการในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
 - 3.3 ยุทธวิธีที่ใช้ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
 - 3.4 แนวทางในการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
 - 3.5 องค์ประกอบที่ส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
 - 3.6 การวัดและประเมินความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
 - 3.7 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
4. เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์
 - 4.1 ความหมายของการให้เหตุผล
 - 4.2 ความหมายของความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์
 - 4.3 ความสำคัญของความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์
 - 4.4 ลักษณะของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

4.5 แนวทางในการพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

4.6 การวัดและประเมินความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

4.7 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

1. เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการสอนแนะให้รู้คิด

1.1 แนวคิดและทฤษฎีการเรียนรู้ที่เกี่ยวข้องกับการจัดการเรียนรู้

แนวคิดและทฤษฎีการเรียนรู้ทางการศึกษาที่นำมาใช้ในการจัดการเรียนรู้

1.1.1 ทฤษฎีพัฒนาการทางสติปัญญาของเพียเจต์

สุรางค์ ไคว้ตระกูล (2559, น. 47-59) กล่าวว่าเพียเจต์เป็นนักจิตวิทยาชาวสวิส เพียเจต์ถือว่าเด็กทุกคนตั้งแต่เกิดมาพร้อมที่จะมีปฏิสัมพันธ์กับสิ่งแวดล้อม และจะต้องมีการปรับตัวเข้ากับสิ่งแวดล้อมมากขึ้น ปฏิสัมพันธ์นี้จะทำให้เกิดพัฒนาการทางสติปัญญา ซึ่งองค์ประกอบที่เสริมสร้างพัฒนาการทางสติปัญญาประกอบด้วย

1. วุฒิภาวะ
2. ประสบการณ์ที่เกิดจากการมีปฏิสัมพันธ์กับสิ่งแวดล้อม และประสบการณ์เกี่ยวกับการหาเหตุผลทางคณิตศาสตร์ที่มีความสำคัญต่อการแก้ปัญหา
3. การถ่ายทอดความรู้ทางสังคม
4. กระบวนการปรับให้เกิดความสมดุล เพียเจต์ถือว่าการพัฒนาสติปัญญาของมนุษย์จะเป็นไปตามลำดับขั้น เปลี่ยนแปลงข้ามขั้นไม่ได้

ตาราง 1 ขั้นตอนพัฒนาการทางสติปัญญาของเพียเจต์

ขั้นตอนพัฒนาการทางสติปัญญา	พฤติกรรม
ขั้นที่ 1 Sensorimotor (แรกเกิดถึง 2 ขวบ)	เป็นขั้นของพัฒนาการทางสติปัญญาความคิดก่อนระยะเวลาที่เด็กก่อนจะพูดและใช้ภาษาได้ สติปัญญาความคิดของเด็กในวัยนี้แสดงออกผ่านการกระทำ เด็กสามารถแก้ปัญหาได้แม้ว่าจะไม่สามารถอธิบายได้
ขั้นที่ 2 Preoperational (18 เดือน – 7 ขวบ)	ความคิดของเด็กวัยนี้ยังขึ้นอยู่กับความรู้สึกเป็นส่วนใหญ่ เป็นขั้นที่เด็กเริ่มใช้ภาษา สามารถที่จะบอกชื่อสิ่งต่าง ๆ ที่อยู่รอบตัวเขาและเกี่ยวข้องกับชีวิตประจำวันของเขา

ตาราง 1 (ต่อ)

ขั้นตอนพัฒนาการทางสติปัญญา	พฤติกรรม
	<p>สามารถที่จะเรียนรู้ถึงสัญลักษณ์และใช้สัญลักษณ์ได้</p> <p>เด็กในวัยนี้มักจะเล่นบทบาทสมมติ เช่น พุดกับตุ๊กตาเหมือนพุดกับคนจริง เด็กยังไม่สามารถที่จะแยกแยะได้ว่าถ้าสิ่งใดที่เปลี่ยนสภาพหรือรูปร่างหรือเปลี่ยนที่วางสิ่งนั้นจะยังคงเท่ากัน</p> <p>ไม่สามารถที่จะเปรียบเทียบสิ่งต่าง ๆ ได้อย่างแท้จริง เช่น สิ่งใดยาวสิ่งใดสั้น และไม่สามารถที่จะใช้เหตุผลอย่างลึกซึ้ง</p> <p>ไม่เข้าใจความคิดเห็นของคนอื่น มักจะยึดตัวเองเป็นศูนย์กลาง</p>
<p>ขั้นที่ 3 Concrete Operations (อายุ 7-11 ปี)</p>	<p>เด็กในวัยนี้สามารถที่จะรับรู้ได้จากสิ่งต่าง ๆ ไม่เพียงแต่รูปร่างเท่านั้น สามารถใช้เหตุผลอ้างอิงในการแบ่งกลุ่มโดยใช้เกณฑ์หลาย ๆ อย่าง มีความเข้าใจเกี่ยวกับกิจกรรมและความสัมพันธ์เชิงตัวเลขมากขึ้น สามารถคิดย้อนกลับได้</p>
<p>ขั้นที่ 4 Formal Operations (12 ปี ถึงวัยรุ่นใหญ่)</p>	<p>เด็กจะมีพัฒนาการทางสติปัญญาและความคิด เริ่มมีความคิดเป็นผู้ใหญ่ สามารถหาเหตุผลที่นอกเหนือจากข้อมูลที่มีอยู่เดิมได้ สามารถคิดพิจารณาเกี่ยวกับสิ่งที่เป็นนามธรรมสนใจที่จะสร้างทฤษฎีเกี่ยวกับทุกสิ่งทุกอย่าง</p>

ในการวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยได้ทำการวิจัยกับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โดยมีอายุระหว่าง 14-15 ปี ซึ่งจากการศึกษาเกี่ยวกับทฤษฎีพัฒนาการทางสติปัญญาของเพียเจต์พบว่า พัฒนาการทางสติปัญญาของนักเรียนแต่ละช่วงวัยมีความแตกต่างกัน โดยนักเรียนในวัยนี้จะเริ่มคิดเป็นผู้ใหญ่ สามารถคิดหาเหตุผลที่นอกเหนือจากข้อมูลที่มีอยู่ สามารถคิดพิจารณาเกี่ยวกับสิ่งที่เป็นนามธรรม ดังนั้นในการจัดการเรียนการสอนจึงควรมุ่งเน้นให้นักเรียนได้ฝึกคิดพุด แก้ปัญหา อภิปรายแลกเปลี่ยนความคิดเห็นซึ่งกันและกัน นำไปสู่การหาข้อสรุปและสร้างองค์ความรู้ใหม่ได้ด้วยตนเอง

1.1.2 ทฤษฎีการเรียนรู้ของบรูเนอร์

สุรางค์ โควตระกูล (2559, น. 212-213) กล่าวว่า บรูเนอร์ได้ให้ชื่อการเรียนรู้ของท่านว่า “Discovery Approach” หรือการเรียนรู้โดยการค้นพบ ซึ่งได้ใช้หลักการพัฒนาทางเขาวงกตปัญญาของมนุษย์มาใช้ในการสร้างทฤษฎีการเรียนรู้ด้วย บรูเนอร์เชื่อว่าการเรียนรู้จะเกิดขึ้นได้เมื่อนักเรียนได้มีการประมวลข้อมูลข่าวสารจากการปฏิสัมพันธ์กับสิ่งแวดล้อมและสำรวจสิ่งแวดล้อมซึ่งนำไปสู่การค้นพบการแก้ปัญหา บรูเนอร์เชื่อว่าการรับรู้ของมนุษย์ขึ้นอยู่กับความสนใจของนักเรียนที่มีต่อสิ่งนั้น ๆ การเรียนรู้จะเกิดจากการที่นักเรียนมีความอยากรู้อยากเห็น เป็นแรงผลักดันให้นักเรียนการเรียนรู้โดยเกิดพฤติกรรมการค้นพบขึ้น แนวคิดพื้นฐานของทฤษฎีการเรียนรู้โดยการค้นพบคือ

1. กระบวนการที่นักเรียนมีปฏิสัมพันธ์กับสิ่งแวดล้อมด้วยตนเอง การเปลี่ยนแปลงที่เป็นผลต่อการปฏิสัมพันธ์ นอกจากนี้จะเกิดขึ้นในตัวของนักเรียนแล้วยังส่งผลให้เกิดการเปลี่ยนแปลงในสิ่งแวดล้อมด้วย

2. นักเรียนแต่ละคนมีประสบการณ์และพื้นฐานความรู้แตกต่างกัน การเรียนรู้จึงเกิดจากการที่นักเรียนได้เชื่อมโยงความสัมพันธ์ระหว่างประสบการณ์ที่มีอยู่เดิมกับสิ่งใหม่ที่เพิ่งพบใหม่ สร้างเป็นความหมายใหม่ขึ้นมา

3. นักเรียนสามารถรับสิ่งเร้าที่เลือกหลาย ๆ อย่างพร้อม ๆ กัน แสดงถึงพัฒนาการทางเขาวงกตปัญญาที่เห็นได้อย่างชัดเจน

วิธีการที่นักเรียนใช้เป็นเครื่องมือในการค้นพบความรู้ขึ้นกับขั้นพัฒนาการของนักเรียน โดยบรูเนอร์ได้เสนอขั้นพัฒนาการดังนี้

ตาราง 2 พัฒนาการการเรียนรู้ของบรูเนอร์

ขั้นพัฒนาการการเรียนรู้	พฤติกรรม
ขั้นที่ 1 เอนแอคทีฟ (Enactive Mode)	เด็กจะมีปฏิสัมพันธ์กับสิ่งแวดล้อมโดยการสัมผัสด้วยมือ รวมทั้งการที่เด็กใช้วัตถุสิ่งของที่ถูกรอบๆตัว ข้อสำคัญที่สุดก็คือ การกระทำของเด็กเอง
ขั้นที่ 2 ไอคอนนิค (Iconic Mode)	เด็กสามารถที่จะมโนภาพหรือจินตนาการได้ ก็จะสามารถที่จะรู้จักโลก โดยเด็กวัยนี้มักจะใช้ภาพแทนโดยไม่จำเป็นต้องสัมผัสของจริง นอกจากนี้เด็กจะสามารถรู้จักสิ่งของต่าง ๆ ได้ จากภาพแม้ว่าสิ่งของนั้น จะมีขนาดและสีเปลี่ยนไป

ตาราง 2 (ต่อ)

ขั้นพัฒนาการการเรียนรู้	พฤติกรรม
ขั้นที่ 3 การใช้สัญลักษณ์ (Symbolic Mode)	นักเรียนจะเกิดการเรียนรู้จากการที่เข้าใจความคิดรวบยอดที่ซับซ้อนหรือสิ่งที่เป็นนามธรรม จึงสามารถที่จะสร้างสมมติฐานและพิสูจน์ว่าสมมติฐานนั้นถูกหรือผิดได้

นอกจากนี้บรูเนอร์ยังได้ให้หลักการเกี่ยวกับการสอนดังนี้

1. กระบวนการคิดของเด็กแตกต่างจากผู้ใหญ่ ซึ่งเด็กแต่ละวัยมีลักษณะการคิดที่แตกต่างไปจากผู้ใหญ่ ผู้ใหญ่ควรจะคิดถึงพัฒนาการทางเชาว์ปัญญา ควรจะตั้งใจว่าเด็กแต่ละวัยมีการรู้คิดอย่างไร และกระบวนการรู้คิดของเด็กไม่เหมือนกับผู้ใหญ่

2. เน้นความสำคัญของผู้เรียน ผู้เรียนสามารถจะจัดการการเรียนรู้ของตนเองได้ และเป็นผู้ที่ริเริ่มลงมือทำสิ่งต่าง ๆ ฉะนั้นครูมีหน้าที่จัดสิ่งแวดล้อมให้เอื้อต่อการเรียนรู้โดยการค้นพบ โดยให้ออกาสนักเรียนมีปฏิสัมพันธ์กับสิ่งแวดล้อม

3. ในการสอนควรจะเริ่มจากสิ่ง que นักเรียนคุ้นเคยหรือประสบการณ์ที่เคยพบเจอจากเรื่องที่อยู่ใกล้ตัวไปหาเรื่องที่อยู่ไกลตัว เพื่อให้ นักเรียนได้มีความเข้าใจ

จากการศึกษาเกี่ยวกับทฤษฎีการเรียนรู้ของบรูเนอร์ ผู้วิจัยพบว่าทฤษฎีการเรียนรู้ของบรูเนอร์มีความคล้ายคลึงกับทฤษฎีการเรียนรู้ของเพียเจต์ โดยบรูเนอร์ได้อธิบายขั้นพัฒนาการที่จะช่วยการค้นพบความรู้ ดังนั้นในการจัดการเรียนการสอนควรเริ่มจากการให้นักเรียนได้ลงมือปฏิบัติด้วยตนเองผ่านการสัมผัสสิ่งที่เป็นรูปธรรม หลังจากนั้นจึงใช้สิ่งที่เป็นกึ่งรูปธรรม เช่น รูปภาพ เพื่อให้ นักเรียนสามารถสร้างมโนภาพได้ นำไปสู่สิ่งที่เป็นนามธรรม เพื่อให้ นักเรียนได้เกิดการเรียนรู้สามารถสร้างองค์ความรู้ได้ด้วยตนเอง

1.1.3 ทฤษฎีการเรียนรู้ของกาเย

ประยูร อาษานาม (2537, น. 212-213) กล่าวว่า โรเบิร์ต กาเย เป็นนักปรัชญาชาวอเมริกัน กาเยได้เสนอทฤษฎีการเรียนรู้เกี่ยวกับการสอนแบบชี้แนะเพื่อให้เกิดการค้นพบ โดยทฤษฎีการเรียนรู้ของกาเยจะมุ่งเน้นผลของพฤติกรรมการเรียนรู้ของนักเรียน โดยจะให้ความสนใจว่านักเรียนได้เรียนรู้อะไร ต้องกำหนดวัตถุประสงค์ด้านพฤติกรรม อันพึงประสงค์ว่าจะให้นักเรียนสามารถแสดงพฤติกรรมอะไรบ้าง การเรียนการสอนตามแนวคิด

ของกาเยจะเริ่มจากการกำหนดวัตถุประสงค์เชิงพฤติกรรม การวิเคราะห์พื้นฐานความรู้เดิมของนักเรียน การจัดลำดับขั้นของการเรียนโดยการชี้แนะของครู ออกแบบและจัดกิจกรรมการเรียนการสอนตามวิธีการเรียนรู้หรือความถนัดของนักเรียน และการประเมินพฤติกรรมขั้นสุดท้ายของนักเรียน

พรรรณี ชูทัย เจนจิต (2545, น. 231-233) กล่าวว่า กาเยได้จัดการเรียนรู้ประเภทต่าง ๆ ออกเป็น 8 ลำดับขั้น โดยความรู้ในขั้นที่สูงกว่าจะต้องอาศัยความรู้ในขั้นที่ต่ำกว่า ดังนั้นในการออกแบบการเรียนการสอนครูต้องคำนึงถึงเนื้อหาและมโนทัศน์ต่าง ๆ ที่จะต้องจัดให้เป็นลำดับขั้นตอน ควรเริ่มเรียนสิ่งที่ยากเพื่อเป็นพื้นฐานในการเรียนสิ่งที่ยากต่อไป

ตาราง 3 แสดงลำดับขั้นการเรียนรู้ของกาเย

ลำดับขั้นการเรียนรู้	พฤติกรรมการเรียนรู้
ขั้นที่ 1 Signal Learning	การเรียนรู้ที่ง่ายที่สุดและอยู่ในระดับต่ำสุด เป็นการเรียนรู้ที่นักเรียนไม่สามารถควบคุมพฤติกรรมได้ (involuntary behavior) เป็นการเรียนรู้โดยกระบวนการ classical conditioning ซึ่งเกิดขึ้นจากการที่ได้ใกล้ชิดของสิ่งเร้า และการทำซ้ำ ๆ เป็นเรื่องที่เกี่ยวข้องกับอารมณ์และความรู้สึก
ขั้นที่ 2 Stimulus – Response Learning	การเรียนรู้ซึ่งเนื่องมาจากการเชื่อมโยงระหว่างสิ่งเร้ากับปฏิกิริยาตอบสนอง แต่ต่างจากการเรียนรู้ชนิดแรกเพราะนักเรียนสามารถควบคุมพฤติกรรมได้ (voluntary behavior) เป็นไปอย่างตั้งใจ รู้ตัว การแสดงพฤติกรรมของนักเรียนเนื่องจากการได้รับการเสริมแรง (reinforcement) ประกอบกับการมีโอกาสกระทำซ้ำ
ขั้นที่ 3 Chaining	การเรียนรู้ที่มาจาก การเชื่อมโยงระหว่างสิ่งเร้ากับปฏิกิริยาการตอบสนองติดต่อกันอย่างต่อเนื่อง เกี่ยวข้องกับการกระทำ การเคลื่อนไหว (motor skill) เช่น การเขียนหนังสือ การฝึกใช้กรรไกรตัดของ การเปิดหนังสืออ่าน ฯลฯ
ขั้นที่ 4 Verbal Association	การเรียนรู้การใช้ภาษาซึ่งคำศัพท์ที่จำเป็นในชีวิตประจำวัน เช่น การที่เด็กเรียกตุ๊กตาว่า “ตุ๊กตา” ฯลฯ

ตาราง 3 (ต่อ)

ลำดับขั้นการเรียนรู้	พฤติกรรมกรรมการเรียนรู้
ขั้นที่ 5 Discrimination Learning	การเรียนรู้ชนิดจำแนกแยกแยะ หมายถึง การเรียนรู้ที่เด็กสามารถมองเห็นความแตกต่างของสิ่งของประเภทเดียวกัน ซึ่งการเรียนรู้ประเภทนี้อาจจะเป็นทางด้านการเคลื่อนไหวหรือทางด้านภาษา ก็ได้ เช่น การเลือกลูกกัญญาแจจากลูกกัญญาแจหลายลูกที่รวมกันอยู่ในพวงหรือการที่เราพูดว่า “ตุ๊กตา” แล้วเด็กรู้ว่าตุ๊กตามีหลายชนิด
ขั้นที่ 6 Concept learning	การเรียนรู้ชนิดจำแนกแยกแยะทำให้เด็กสามารถตอบสนองต่อสิ่งที่เหมือนกันด้วยวิธีการต่าง ๆ กัน ทั้งนี้เพราะเด็กมองเห็นความแตกต่างในสิ่งที่เหมือนกันได้
ขั้นที่ 7 Principle Learning	การเรียนรู้ที่เกิดขึ้นเนื่องจากการรวมหรือการเชื่อมโยงมโนทัศน์ตั้งแต่ 2 มโนทัศน์เข้าด้วยกัน สามารถตั้งกฎเกณฑ์ขึ้นแล้วเด็กจะสามารถนำข้อตกลงไปปรับใช้ในสถานการณ์ต่าง ๆ กัน ที่คล้ายกัน เช่น เด็กจึงรวมมโนทัศน์ของความกลมและลูกบอลเข้าด้วยกัน เมื่อเด็กเรียนรู้ว่าของที่กลมคือของกลิ้งได้
ขั้นที่ 8 Problem Solving	การเรียนรู้ที่จะแก้ปัญหา หมายถึง ความสามารถในการรวมกฎเกณฑ์ต่าง ๆ เข้าด้วยกันและนำไปใช้ในการแก้ปัญหา เช่น การที่เด็กเรียนรู้ว่าของที่กลมคือของกลิ้งได้ (ซึ่งเป็นกฎเกณฑ์) ดังนั้นเมื่อเด็กจะวางลูกบอลไม่ให้กลิ้ง เด็กจะวางในที่ที่กลิ้งไม่ได้ (การแก้ปัญหา)

จากการศึกษาทฤษฎีการเรียนรู้ของกาเยได้เสนอทฤษฎีการเรียนรู้เกี่ยวกับการสอนแบบชี้แนะเพื่อให้เกิดการค้นพบ ซึ่งได้จัดการเรียนรู้ออกเป็นประเภทต่าง ๆ โดยในการจัดการเรียนการสอนควรเริ่มจากสิ่งที่ย่างใกล้ตัวเพื่อเป็นพื้นฐานในการเรียนสิ่งที่ยากขึ้น ดังนั้นในการจัดการเรียนการสอนครูจึงต้องกำหนดวัตถุประสงค์ให้ชัดเจน และวิเคราะห์พื้นฐานความรู้เดิมของนักเรียนเพื่อนำใช้ในการวางแผนการจัดลำดับขั้นการเรียนรู้โดยครูจะเป็นผู้คอยให้คำชี้แนะ ให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้และเข้าใจ สามารถสร้างองค์ความรู้ใหม่ได้ด้วยตนเอง

1.2 ความหมายของการสอนแนะให้รู้คิด

จากทฤษฎีการเรียนรู้ที่กล่าวในข้างต้นนั้น นำมาสู่แนวทางการจัดการสอนแนะให้รู้คิด (Cognitive Guided Instruction: CGI)

การสอนแนะให้รู้คิดเป็นแนวทางการจัดการเรียนรู้พัฒนาโดยคาร์เพนเทอร์และคณะ ในปี ค.ศ. 1980 การสอนแนะให้รู้คิดนี้อยู่บนพื้นฐานของความรู้ ความเข้าใจการคิดของนักเรียน โดยที่ครูจะต้องมีความรู้และความเชื่อในการทำความเข้าใจกระบวนการคิดของนักเรียน เพื่อนำมาใช้ในการออกแบบการจัดการเรียนการสอนที่มุ่งเน้นให้นักเรียนสามารถสร้างองค์ความรู้ได้ด้วยตนเองผ่านการระบวนการแก้ปัญหา ซึ่งการจัดการเรียนการสอนโดยการสอนแนะให้รู้คิดมีหลักการ ดังนี้

1. การออกแบบกิจกรรมควรอยู่บนพื้นฐานของความรู้ ความเข้าใจการคิดของนักเรียน
2. ควรเน้นให้ความสำคัญในการพัฒนาทักษะและการแก้ปัญหาผ่านใช้การแก้ปัญหา เพื่อพัฒนาพัฒนากระบวนการคิดของนักเรียน
3. ควรให้นักเรียนเกิดความรู้ความเข้าใจ ผ่านการสร้างสถานการณ์เพื่อให้นักเรียนได้ลงมือปฏิบัติจริง
4. ควรเชื่อมโยงปัญหา มโนทัศน์หรือทักษะกับความรู้ประสบการณ์ที่มีอยู่เดิม เพื่อให้นักเรียนสามารถสร้างองค์ความรู้ได้ด้วยตนเอง
5. เนื่องจากเป็นการจัดการเรียนการสอนที่ออกแบบบนพื้นฐานของความรู้และความคิดของนักเรียน ฉะนั้นจึงต้องมีการประเมินวิธีการคิดแก้ปัญหาของนักเรียนอย่างสม่ำเสมอ โดยการใช้คำถามที่เหมาะสมและฟังคำตอบของนักเรียน (Carpenter Thomas P. และคนอื่น ๆ, 1989, pp. 499-531; Fennema Elizabeth, 1993, pp. 555-583; เวชฤทธิ์ อังชนะภัทรขจร, 2551, น. 65)

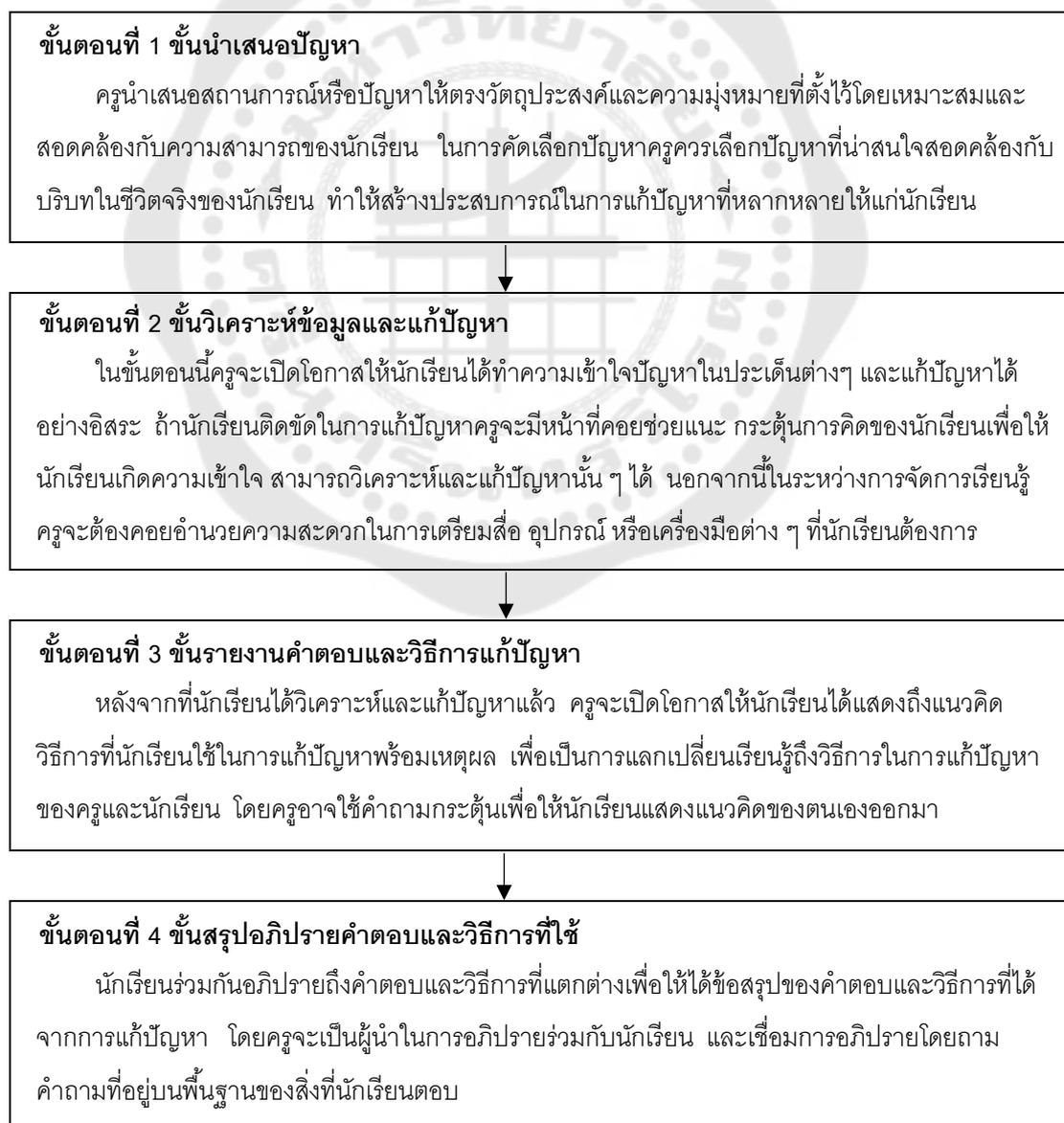
1.3 แนวทางการจัดการเรียนการสอนโดยการสอนแนะให้รู้คิด

การจัดการเรียนการสอนโดยการสอนแนะให้รู้คิดเป็นการจัดการเรียนการสอนที่มุ่งเน้นให้นักเรียนสามารถสร้างองค์ความรู้ใหม่ได้ด้วยตนเองโดยอยู่บนพื้นฐาน ความรู้ ความเข้าใจ กระบวนการคิดของนักเรียน ซึ่งการจัดการเรียนการสอนจะอาศัยความรู้ของนักเรียน แต่ละคนเป็นฐานในการจัดการเรียนรู้ เป็นความรู้ความเข้าใจที่ครูจะต้องวินิจฉัย การคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนว่านักเรียนสามารถแก้ปัญหานั้นได้อย่างไร โดยนักเรียนจะเลือกใช้วิธีการคิดในการแก้ปัญหานั้นทางคณิตศาสตร์ที่หลากหลายตามศักยภาพของนักเรียน การจัดการเรียนการสอนในห้องเรียนครูจะต้องเปิดโอกาสให้นักเรียนได้มีการพูดคุยนำเสนอแนวคิดใน

การแก้ปัญหาของตน ร่วมกันแลกเปลี่ยนเรียนรู้อภิปรายรับฟังความคิดเห็นของผู้อื่น โดยครูจะไม่ สอนวิธีการแก้ปัญหาให้นักเรียนแต่จะเป็นผู้คอยชี้แนะแนวทางให้นักเรียนเพื่อให้นักเรียนสามารถ หาแนวทางการแก้ปัญหาได้ด้วยตนเองและช่วยเหลือให้นักเรียนได้ค้นพบข้อผิดพลาดของตนเอง การจัดการเรียนการสอนเช่นนี้จะช่วยให้นักเรียนสามารถหาแนวทางในการแก้ปัญหาได้ด้วยตนเอง จนนำไปสู่การสร้างสรรค์ความรู้ใหม่ ทำให้นักเรียนรู้สึกว่าการเรียนรู้เป็นเรื่องสนุก ง่ายต่อการทำ ความเข้าใจ ช่วยสร้างแรงจูงใจในการเรียนรู้ให้กับนักเรียน (เวทฤทธิ อังกนะภัทรขจร. 2551: 2-4; Carpenter et al. 1989: 499-531; Fennema et al. 1993: 555-583)

1.4 ขั้นตอนการจัดการเรียนการสอนโดยการสอนแนะให้รู้คิด

ขั้นตอนการจัดการเรียนการสอนโดยการสอนแนะให้รู้คิดมี 4 ขั้นตอนดังนี้ (เวทฤทธิ อังกนะภัทรขจร. 2551: 66; 2553: 4; Carpenter et al. 1999: 60-85)



จากการศึกษาขั้นตอนการจัดการเรียนการสอนโดยการสอนแนะให้รู้คิดเป็นการสอนที่อยู่บนพื้นฐานความรู้ ความเข้าใจ กระบวนการคิดของนักเรียน เน้นให้นักเรียนพัฒนาความรู้ เข้าใจได้ด้วยตนเอง แล้วนำมาพิจารณาใช้การออกแบบการจัดการเรียนการสอน ซึ่งมีขั้นตอนของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ ดังนี้ 1. ครูนำเสนอสถานการณ์/ปัญหา 2. นักเรียนวิเคราะห์ข้อมูลจากสถานการณ์/ปัญหาเพื่อนำมาอภิปรายหาคำตอบด้วยตนเอง โดยครูเป็นผู้ให้คำแนะนำเมื่อนักเรียนเกิดปัญหาหรือคำถาม 3. นักเรียนนำเสนอวิธีการที่ได้มาซึ่งคำตอบพร้อมทั้งเหตุผลประกอบเพื่อให้นักเรียนสามารถแสดงเหตุผล 4. นักเรียนร่วมกันอภิปรายแนวคิดและเหตุผลที่ใช้ในการแก้ปัญหาโดยครูเป็นผู้ใช้คำถามทำให้เกิดการอภิปรายเพื่อให้ได้มาซึ่งข้อสรุปที่ครอบคลุมและสมบูรณ์ที่สุด

1.5 บทบาทของครูในการจัดการเรียนการสอนโดยการสอนแนะให้รู้คิด

Carpenter Thomas P., Fennema Elizabeth, Penelope L. Peterson, Chi-Pang Chiang, และ Megan Loef (1999, p. 60-85); เวชฎุทธิ อังกนะภัทรขจร (2553, น. 5) และ สุธาร์ตน์ สมรรถการ (2556, น. 16) ได้ศึกษาบทบาทของครูในการจัดการเรียนการสอนโดยการสอนแนะให้รู้คิด ซึ่งผู้วิจัยสามารถสังเคราะห์บทบาทของครูได้ดังนี้

1. ครูจะต้องเป็นผู้มีความรู้ในเนื้อหาวิชาและการจัดการเรียนการสอนเพื่อให้บรรลุเป้าหมาย

2. ในการจัดการเรียนรู้ ครูควรนำเสนอปัญหาจัดสถานการณ์ที่สามารถพัฒนาการคิดของนักเรียน มุ่งเน้นให้นักเรียนสามารถหาแนวทางในการแก้ปัญหาได้ด้วยตนเอง ส่งเสริมการทำงานเป็นกลุ่ม เปิดโอกาสให้นักเรียนได้อภิปรายแลกเปลี่ยนเรียนรู้แนวคิดของตนเองกับผู้อื่น

3. ครูควรเป็นผู้อำนวยความสะดวกในการจัดการเรียนการสอน โดยการเตรียมสื่อ อุปกรณ์ต่าง ๆ ที่เอื้ออำนวยต่อการแก้ปัญหาของนักเรียน และจัดสภาพแวดล้อมที่ส่งเสริมให้นักเรียนสามารถสร้างองค์ความรู้ได้ด้วยตนเอง

4. ครูควรมีทักษะในการสื่อสารที่ดี กล่าวคือครูจะต้องเป็นผู้ที่จะต้องสื่อสารกับนักเรียน ฉะนั้นครูจะต้องรับฟังและทำความเข้าใจความคิดของนักเรียน พยายามวิเคราะห์สรุปประเด็นที่ได้จากการรับฟังนักเรียนอย่างตั้งใจและประเมินความคิดและเหตุผลของนักเรียนโดยปราศจากอคติ เมื่อนักเรียนไม่สามารถแก้ปัญหาได้ครูควรกระตุ้นหรือรับเข้าไปให้ความช่วยเหลือ ใช้คำถามกระตุ้นการคิดของนักเรียน สนับสนุน ให้กำลังใจนักเรียนเพื่อให้บรรลุเป้าหมายของการเรียนรู้

5. ครูควรเป็นผู้มีความคิดและมีปฏิภาณไหวพริบที่ดี เนื่องจากในการจัดการเรียนการสอนครูจะต้องเข้าใจและยอมรับฟังความคิดของนักเรียน ดังนั้นครูจะต้องมีปฏิภาณไหวพริบในการจัดการชั้นเรียนและชี้แนะนักเรียน ช่วยให้นักเรียนเกิดความรู้ความเข้าใจ เพื่อให้การเรียนการสอนเป็นไปด้วยความราบรื่น อีกทั้งแนวทางการสอนที่ไม่ตายตัว ครูจึงจะต้องมีปฏิภาณให้การปรับรูปแบบกิจกรรมการเรียนการสอนให้เป็นที่ไปตามสถานการณ์ ความต้องการหรือแนวความคิดของนักเรียน

จากการศึกษาบทบาทของครูในการจัดการเรียนรู้โดยการสอนแนะให้รู้คิดจะเห็นได้ว่าในการจัดการเรียนการสอนครูต้องเข้าใจพื้นฐานกระบวนการคิด ความเข้าใจของนักเรียน และจัดการเรียนการสอนที่ส่งเสริมการคิดให้นักเรียนได้ฝึกคิด พุด แก้ปัญหา อภิปรายแลกเปลี่ยนเรียนรู้ซึ่งกันและกันเพื่อให้นักเรียนสามารถสร้างองค์ความรู้ได้ด้วยตนเอง โดยที่ครูเป็นผู้ชี้แนะแนวทาง อำนวยความสะดวกในการจัดการเรียนการสอน และคอยประเมินความรู้ความเข้าใจของนักเรียนอย่างสม่ำเสมอ เช่น การสังเกต การใช้คำถาม การสัมภาษณ์รายบุคคล หรือการฟังการนำเสนอแนวคิดและเหตุผลของนักเรียนโดยทำควบคู่ไปกับการเรียนการสอน

1.6 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการจัดการเรียนการสอนโดยการสอนแนะให้รู้คิด

ผู้วิจัยได้ศึกษาจากงานวิจัยดังนี้

งานวิจัยต่างประเทศ

คาร์เพนเทอร์และคณะ (Carpenter et al. 1989: 499-531) พบว่า นักเรียนที่ได้รับการสอนโดยการสอนแนะให้รู้คิด มีคะแนนความสามารถในการบวกและการลบสูงกว่านักเรียนที่ได้รับการสอนแบบปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ และนักเรียนที่ได้รับการสอนโดยการสอนแนะให้รู้คิด มีคะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาสูงกว่านักเรียนที่ได้รับการสอนแบบปกติอย่างมีนัยสำคัญ จากการศึกษาผลการจัดการเรียนรู้โดยการสอนแนะให้รู้คิด โดยกลุ่มตัวอย่างที่ใช้การสอนแนะให้รู้คิดเป็นครูชั้นประถมศึกษาปีที่ 1 จำนวน 12 คน และการสอนแบบปกติ 20 คน การวัดประเมินผลความสามารถในการคำนวณและการแก้ปัญหา

งานวิจัยในประเทศ

ปวันรัตน์ วัฒนนะ (2559, น. 82-90) ได้ทำการวิจัยเพื่อศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง การวัดของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โดยการสอนแนะให้รู้คิดที่เน้นการเชื่อมโยงระหว่างคณิตศาสตร์กับชีวิตประจำวัน พบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง การวัด ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 หลังได้รับการจัดการเรียนการสอนโดยการสอนแนะให้รู้คิดที่เน้นการเชื่อมโยงระหว่างคณิตศาสตร์กับชีวิตประจำวัน สูงกว่าก่อนการจัดการเรียนการสอน

อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง การวัด ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 หลังได้รับการจัดการเรียนการสอนโดยการสอนแนะให้รู้คิดที่เน้นการเชื่อมโยงระหว่างคณิตศาสตร์กับชีวิตประจำวันสูงกว่าก่อนการจัดการเรียนการสอน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

เวชฤทธิ์ อังคนะภัทรขจร (2551, น. 187-202) ได้ทำการวิจัยเพื่อพัฒนา กิจกรรมการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิดที่ใช้ทักษะการให้เหตุผลและการเชื่อมโยงโดย บูรณาการสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่อง การวิเคราะห์ข้อมูลกับสิ่งแวดล้อมศึกษา พบว่า ด้านความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ เรื่อง การวิเคราะห์ข้อมูล นักเรียนมีคะแนนเฉลี่ยจากการทำแบบทดสอบหลังการทดลองมากกว่าก่อนการทดลองที่ระดับนัยสำคัญ .01 ด้านทักษะการให้เหตุผล นักเรียนมีคะแนนเฉลี่ยจากการทำแบบทดสอบภายหลังการทดลองมากกว่าก่อนการทดลองที่ระดับนัยสำคัญ .01

สุธารัตน์ สมรรถการ (2556, น. 103-114) ได้ทำการวิจัยเพื่อศึกษาผล การจัดการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด เรื่อง วิธีเรียงสับเปลี่ยนและวิธีจัดหมู่ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ความสามารถในการแก้ปัญหาและความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 พบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์และ ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์หลังการจัดการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิดสูงกว่าก่อนได้รับการจัดการเรียนรู้อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน วิชาคณิตศาสตร์และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์หลังการจัดการเรียนรู้แบบ การสอนแนะให้รู้คิดสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

สุนีย์ คำควร (2559, น. 78-86) ได้ทำการวิจัยเพื่อศึกษาผลการจัดกิจกรรม การเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิดที่มีต่อทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง พื้นที่ผิวและปริมาตร ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียน สราจิต “พิบูลบำเพ็ญ” มหาวิทยาลัยบูรพา พบว่า ทักษะการเชื่อมโยงและผลสัมฤทธิ์ ทางคณิตศาสตร์หลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิดสูงกว่าเกณฑ์ ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

จากการศึกษางานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการสอนแนะให้รู้คิด จะเห็นได้ว่าการสอนแนะให้รู้คิดมุ่งให้นักเรียนสามารถสร้างองค์ความรู้ได้ด้วยตนเองโดยอยู่บนพื้นฐาน ความเข้าใจการคิดของนักเรียนโดยมีครูเป็นผู้คอยชี้แนะแนวทาง จากงานวิจัยส่วนใหญ่พบว่าการสอนแนะให้รู้คิดจะส่งเสริมความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนให้ดีขึ้น

ซึ่งการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ต้องอาศัยการคิดวิเคราะห์ นำความรู้และหลักการทางคณิตศาสตร์มาสร้างความสัมพันธ์กันอย่างเป็นเหตุเป็นผลนำไปสู่การแก้ปัญหา อีกทั้งการสอนแนะให้รู้คิดมักถูกนำมาใช้ในการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในเนื้อหาที่เกี่ยวข้องกับการวัดและเรขาคณิต ด้วยเหตุนี้ผู้วิจัยได้สนใจที่จะศึกษาความสามารถในการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง พื้นที่ผิวและปริมาตร โดยการสอนแนะให้รู้คิด

2. เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการนิקภาพ

2.1 ความหมายของการนิกภาพ

นักการศึกษาได้ให้ความหมายของการนิกภาพไว้ดังนี้

Arcavi (2003, p. 217) การนิกภาพเป็นกระบวนการที่เกิดจากการสร้าง การตีความ การใช้งานและการสะท้อนถึงรูปวาด รูปภาพ แผนผังที่อยู่ในใจของเราลงบนกระดาษหรือเครื่องมือทางเทคโนโลยี โดยมีวัตถุประสงค์เพื่อแสดงภาพและสื่อสารเกี่ยวกับข้อมูลออกมา ช่วยพัฒนาแนวคิดที่ไม่เคยรู้มาก่อนทำให้เกิดความเข้าใจขั้นสูง

Guzman (2002, p. 3) การนิกภาพเป็นแนวทางการจัดกิจกรรมที่ทำให้เข้าใจโดยการนำเสนอที่เป็นรูปธรรม เป็นหนึ่งในการจัดการเพื่อให้มีประสิทธิภาพในการพิสูจน์ความสัมพันธ์เชิงนามธรรม

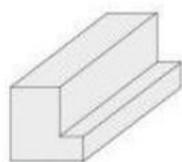
Zarzycki (2004, p. 1) การนิกภาพเป็นกระบวนการที่ใช้ภาพหรือตัวอย่างทางเรขาคณิตประกอบของมโนภาพทางคณิตศาสตร์ การนิกภาพเป็นหนึ่งในเทคนิคที่พบมากที่สุดที่ถูกใช้ในการสอนคณิตศาสตร์

Macnab, et al. (2012 อ้างถึงใน เกษณีย์ ยอดไพอินทร์, 2556, น. 43-48) ได้สังเคราะห์งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการนิกภาพ และได้รวบรวมคำนิยามจากแหล่งข้อมูล CBCA ed, ERIC, SAGE, Education Abstracts, ProQuest, Psych Info, Academic Search Premier, Google Scholar, and Web of Science โดยได้คำนิยามการนิกภาพไว้ดังนี้

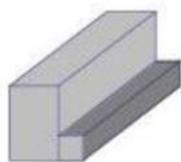
ตาราง 4 การสังเคราะห์งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการนี้ภาพ

ผู้นิยาม	คำนิยาม
Hortin (1982)	การรู้เรื่องการนี้ภาพเป็นความสามารถในการเข้าใจและใช้ภาพและในการคิดและการเรียนรู้ในหัวข้อของภาพ เช่น การคิดภาพ
Presmeg (1986)	การนี้ภาพสามารถอธิบายการวาดภาพที่อยู่ภายในเค้าโครงความรู้ความเข้าใจหรือข้อมูลเชิงปริภูมิ
Ben-Chaim, Lappan, & Houang (1989)	การนี้ภาพเป็นส่วนประกอบที่สำคัญของกระบวนการต่าง ๆ สำหรับการเปลี่ยนรูปแบบความคิดจากรูปธรรมเป็นนามธรรม เป็นเครื่องมือที่จะเป็นตัวแทนความคิดและข้อมูลทางคณิตศาสตร์และจะมีการใช้อย่างกว้างขวาง
Bishop (1989)	ความสามารถในการนี้ภาพสามารถอธิบายได้ดังนี้ เป็นความสามารถที่เกี่ยวข้องกับการนี้ภาพ และการแปลงความสัมพันธ์ที่เป็นนามธรรมและข้อมูลที่ไม่ใช่ข้อมูลร่างเพื่อใช้ในการมอง นอกจากนี้ยังรวมไปถึงวัตถุและการแปลงของการนี้ภาพตัวแทนความคิดมีการจัดการและการเปลี่ยนแปลงของการเป็นตัวแทนภาพ (visual representations) และจินตนาการภาพ (visual imagery) ซึ่งเป็นความสามารถของกระบวนการและไม่เกี่ยวข้องกับรูปแบบของการนำเสนอวัตถุ
Arnhieim (1991)	การนี้ภาพ หมายถึง การแสดงความสัมพันธ์ทางปัญญาในการรับรู้ภาพ ในการนี้ภาพ ภาพเป็นการผสมผสานของมุมมองการเป็นตัวแทนของธรรมชาติกับรูปร่างที่เป็นทางการที่จะเสริมสร้างความเข้าใจทางปัญญา
Habre (1999)	การนี้ภาพเป็นกระบวนการของการใช้รูปทรงเรขาคณิตที่จะแสดงให้เห็นถึงมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

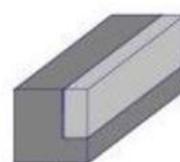
สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน (2551, น.43) ได้กล่าวว่า การนี้ภาพเป็นการวิเคราะห์ภาพหรือรูปเรขาคณิตต่าง ๆ ในจินตนาการ เป็นกระบวนการที่จะได้มาซึ่งภาพที่ปรากฏเพื่อช่วยในการคิดหาคำตอบ เช่น



รูป ก



รูป ข

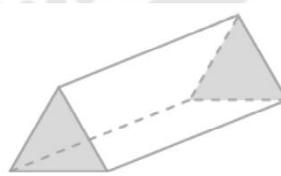
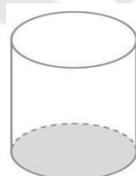


รูป ค

ภาพประกอบ 2 การหาพื้นที่ผิวและปริมาตรของปริซึมโดยใช้การมองภาพแบบต่าง ๆ

ในการหาพื้นที่ผิวและปริมาตรของปริซึมในรูป ก ถ้าสามารถใช้การนี้ภาพมองปริซึมดังกล่าวประกอบไปด้วยปริซึม 2 แห่งดังรูป ข หรือ รูป ค ได้ จะทำให้สามารถหาพื้นที่ผิวและปริมาตรของปริซึมในรูป ก ได้ง่ายยิ่งขึ้น

อัมพร ม้าคนอง (2557, น. 68) ได้กล่าวว่า การนี้ภาพ คือ เมื่อเห็นรูปเรขาคณิตสามมิติในมุมมองต่าง ๆ เช่น ด้านหน้า (Front view) ด้านข้าง (Side view) หรือด้านบน (Top view) สามารถระบุได้ว่ารูปเรขาคณิตนั้นมีลักษณะอย่างไร หรือเมื่อเห็นรูปด้านข้างสามารถนี้ภาพและเขียนรูปในมุมมองจากด้านหน้าและด้านบนได้ ทำให้สามารถวาดภาพของรูปเรขาคณิตสามมิตินั้นเป็นรูปเรขาคณิตสองมิติได้ หรือเมื่อกำหนดภาพสองมิติของทรงกระบอกและปริซึมฐานสามเหลี่ยมมาให้ สามารถนี้ภาพของส่วนประกอบต่าง ๆ ของทรงกระบอกและปริซึมฐานสามเหลี่ยมได้



ภาพประกอบ 3 ภาพสองมิติของทรงกระบอกและปริซึมฐานสาม

การนี้ภาพยังเกี่ยวข้องกับรูปคลี่ของรูปเรขาคณิตสามมิติ เช่น เมื่อมองรูปพีระมิดห้าเหลี่ยมสามารถนี้ภาพได้ว่ารูปคลี่ของพีระมิดดังกล่าวจะเป็นเช่นใด และในการกลับกันเมื่อกำหนดรูปคลี่ของรูปเรขาคณิตสามมิติให้ สามารถนี้ภาพได้ว่ารูปคลี่นั้นจะประกอบเป็นรูปเรขาคณิตสามมิติชนิดใด

จากความหมายของการนิกภาพทางคณิตศาสตร์ที่กล่าวมาข้างต้นสรุปได้ว่าเป็น การแปลงความสัมพันธ์จากสิ่งที่เป็นนามธรรมให้เป็นรูปธรรมโดยการนึกและวิเคราะห์ภาพหรือ รูปเรขาคณิตต่าง ๆ ในจินตนาการ เพื่อให้ได้มาซึ่งภาพอันนำไปสู่การหาคำตอบ

2.2 ความสำคัญของการนิกภาพ

นักการศึกษาได้กล่าวถึงความสำคัญของการนิกภาพไว้ ดังนี้

Guzman (2002, p. 1-12) ได้กล่าวถึงความสำคัญของการนิกภาพทางคณิตศาสตร์ ไว้ว่า การนิกภาพในการเรียนการสอนคณิตวิเคราะห์มีบทบาทที่จะช่วยพัฒนาการเรียนการสอน คณิตศาสตร์ได้ มีประโยชน์ต่อบริบทของการเริ่มต้นกระบวนการทางคณิตศาสตร์ เช่นเดียวกับการ จัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์

Hasan (2004 อ้างถึงใน เกษณีย์ ยอดไพอินทร์, 2556, น. 49) ได้กล่าวถึงความ สำคัญของการนิกภาพทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า การนิกภาพทางคณิตศาสตร์เป็นศูนย์กลางของ มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

National Council of Teachers of Mathematics (2000, p. 3) นักเรียนจะต้อง วิเคราะห์ลักษณะของรูปทรงเรขาคณิตและอธิบายทางคณิตศาสตร์เกี่ยวกับความสัมพันธ์ เรขาคณิตโดยใช้การนิกภาพ การให้เหตุผลเชิงปริภูมิ และแบบจำลองเรขาคณิตเพื่อใช้ ในการแก้ปัญหา

Presmeg (2006, p. 42-46) ได้กล่าวถึง การนิกภาพทางคณิตศาสตร์ เป็นการ บรรยายการสร้างภาพภายในที่ทำให้เกิดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ที่หลากหลาย

Rahim M. H. และ Siddo R (2009, p. 496-500) ได้กล่าวถึงความสำคัญ ของ การนิกภาพทางคณิตศาสตร์ เนื่องจากการสอนจุดสำคัญของการมอง การนิกภาพนั้นเป็นวิธีที่มี ประสิทธิภาพที่จะใช้ประโยชน์สำหรับการเพิ่มพูนความเข้าใจมโนทัศน์ของนักเรียนในหลากหลาย สาขา เช่น วิทยาการคอมพิวเตอร์ เคมี ฟิสิกส์ ชีววิทยา วิศวกรรม สถิติประยุกต์และคณิตศาสตร์ โดยเฉพาะอย่างยิ่งมีหลายเหตุผลที่พิสูจน์ว่าการนิกภาพสำหรับการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ ในทุกระดับการเรียนการสอนจากชั้นประถมศึกษา มัธยมศึกษาและมหาวิทยาลัย

อัมพร ม้าคนอง (2559, น. 38) กล่าวว่า ความสามารถในการมองภาพที่เกิดจาก ความสัมพันธ์ลักษณะต่าง ๆ จะทำให้ผู้เรียนเข้าใจปัญหาหรือสถานการณ์ที่เผชิญอยู่นั้นดีพอ ที่จะคิดต่อเพื่อหาแนวทางในการแก้ปัญหาให้สำเร็จลุล่วง ในทางกลับกัน นักเรียนจะไม่เข้าใจ สถานการณ์หรือปัญหา ไม่สามารถมองเห็นภาพที่เกิดจากความสัมพันธ์ของรูปทรงเรขาคณิต เนื่องจากมีความรู้สึกเชิงปริภูมิไม่ดีพอทำให้ไม่สามารถคิดปัญหาได้

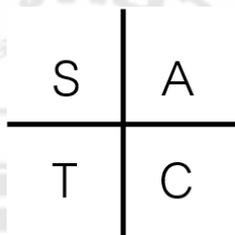
จากความสำคัญของการนิกภาพทางคณิตศาสตร์ที่กล่าวข้างต้นสรุปได้ว่าการนิกภาพเป็นวิธีการที่ช่วยเพิ่มพูนความเข้าใจในทศนทางคณิตศาสตร์โดยเฉพาะการเรียนรู้เรขาคณิตของนักเรียนได้เป็นอย่างดี การนิกภาพความสัมพันธ์ต่าง ๆ จะช่วยให้นักเรียนเข้าใจปัญหาหรือสถานการณ์เพื่อนำไปใช้เป็นแนวทางในการแก้ปัญหาได้สำเร็จ จึงกล่าวได้ว่าการนิกภาพมีส่วนช่วยพัฒนาการเรียนการสอนคณิตศาสตร์

2.3 ประเภทของการนิกภาพ

นักการศึกษาได้แบ่งประเภทของการนิกภาพไว้ดังนี้

Presmeg (1986, pp. 43-44) ได้แบ่งประเภทของการนิกภาพไว้ดังนี้

1. ภาพนามธรรม (ภาพภายใน) เช่น หลังจากวาดภาพจะช่วยให้ผู้เรียนเข้าใจถึงอัตราส่วนตรีโกณมิติ



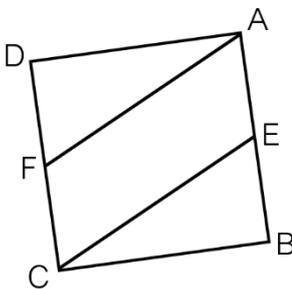
ภาพประกอบ 4 ภาพนามธรรม เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ

2. ภาพแบบรูป (ความสัมพันธ์ที่บรรยายด้วยภาพในการมองอย่างเป็นระบบ) เช่น ในการค้นพบองค์ประกอบของเวกเตอร์ ซึ่งผู้เรียนสามารถอธิบายฟังก์ชัน \sin , \cos , \tan ใน 4 ควอดแรนต์ เป็นแบบรูปได้ว่า $\sin + + - -$, $\cos + - - +$ และ $\tan + - + -$

3. ภาพจำของสูตร ผู้เรียนมักจะได้เห็นสูตรในความคิดของพวกเขาจากการเขียนบนกระดานหรือในสมุดบันทึก เช่น $|ABI| = \sqrt{(x^2+y^2)}$

4. ภาพที่เกิดจากการเคลื่อนไหว (ภาพที่เกี่ยวข้องกับกิจกรรมทางกล้ามเนื้อ) เช่น ผู้เรียนใช้นิ้วของพวกเขาเพื่อทำเป็นภาพพาราโบลาหรือไฮเพอร์โบลา

5. ภาพไดนามิก (การเคลื่อนที่)



ภาพประกอบ 5 แสดงการหาพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมด้านขนานโดยใช้การเคลื่อนที่

พื้นที่รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส ABCD คือ 4 ตารางหน่วย และมีจุด E และ จุด F เป็นจุดกึ่งกลาง ถ้าต้องการหาพื้นที่รูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน AECF โดยการแบ่งรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส ABCD ออกเป็นสองส่วนและเลื่อนรูปสี่เหลี่ยมด้านขนานขึ้นไปบนรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าโดยใช้การเคลื่อนที่ของรูป

Macnab J. S., Phillips M. L., และ P.S. (2012, p. 103-104) ได้แบ่งแยกความแตกต่างของการนึกภาพ (Visualization) ออกเป็น 3 หัวข้อต่อไปนี้

1. การนึกภาพวัตถุ คือ ลักษณะของวัตถุที่มองเห็นและถูกตีความโดยบุคคล เพื่อจุดประสงค์ในการทำความเข้าใจสิ่งต่างๆนอกจากวัตถุ

2. การพิจารณาการนึกภาพ คือ การจินตนาการโครงสร้างของประสบการณ์การมองเห็นที่เป็นไปได้ในการนึกภาพที่ไม่มีวัตถุ การพิจารณาการนึกภาพจะเน้นภาพวัตถุที่อยู่ในภายในความคิด

3. การตีความการนึกภาพเกี่ยวข้องกับการตีความความหมายของการนึกภาพวัตถุหรือการพิจารณาการนึกภาพที่สัมพันธ์กับความเชื่อ ประสบการณ์ และความเข้าใจของบุคคล

การแบ่งแยกความแตกต่างของการนึกภาพวัตถุจากการแสดงกระบวนการคิด (เช่น การตีความ และการพิจารณาการนึกภาพ) อีกนัยหนึ่งการนึกภาพถูกแบ่งในลักษณะภายนอกของวัตถุ (เช่น ภาพประกอบ ภาพเคลื่อนไหว ภาพที่สร้างจากคอมพิวเตอร์) ภาพวัตถุที่อยู่ในภายในความคิด (เช่น แบบแผนในใจ ภาพในใจ โครงสร้างในใจ ตัวแทนความคิดในใจ) หรือกระบวนการเรียนรู้ (เช่น องค์ความรู้ทำหน้าที่ในการรับรู้การนึกภาพ การจัดการและการเปลี่ยนแปลงของตัวแทนภาพทางความคิด จากรูปธรรมสู่นามธรรมของความคิด ข้อเท็จจริงของความจริง) “การนึกภาพจึงสามารถเป็นได้ทั้งของจริงหรือแผนภาพ และจะต้องบรรยายภาพที่มองเห็นได้โดยตรงหรือภาพที่ไม่สามารถมองเห็นได้” ความแตกต่างของสิ่งเหล่านี้มีความสำคัญต่อการทำความเข้าใจบริบทของการนึกภาพและสำหรับการใช้งานของการนึกภาพในห้องเรียนคณิตศาสตร์อย่างมีประสิทธิภาพ

จากประเภทของการนีกภาพที่กล่าวข้างต้นสรุปได้ว่า ในการนีกภาพนักเรียนจะต้อง สื่อสารความรู้ความเข้าใจออกมาเป็นรูปธรรมผ่านการวาดรูป โดยได้แบ่งการนีกภาพไว้ 3 ระดับ ซึ่งสอดคล้องกับทฤษฎีการเรียนรู้ของBruner ที่กล่าวในข้างต้นได้ ดังนี้ 1) การนีกภาพโดยใช้วัตถุ นักเรียนจะได้ลงมือปฏิบัติด้วยตนเองผ่านการมองและสัมผัสเพื่อให้รับรู้ถึงลักษณะภายนอกของ วัตถุที่เป็นรูปธรรม 2) การพิจารณาการนีกภาพ เป็นการที่ให้นักเรียนได้สร้างจินตนาการโครงสร้าง โดยใช้สิ่งที่เป็นกึ่งนามธรรม เช่น รูปภาพ โดยไม่ต้องใช้การสัมผัสจริง 3) การตีความการนีกภาพ เป็นการตีความถึงความสัมพันธ์ลักษณะต่าง ๆ ในสิ่งที่เป็นนามธรรมโดยอาศัยประสบการณ์ ความเข้าใจของนักเรียน

2.4 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการจัดการเรียนการสอนโดยการนีกภาพ

ผู้วิจัยได้ศึกษาจากงานวิจัยดังนี้

งานวิจัยต่างประเทศ

Arcavi (2003, p. 215) ได้ศึกษาบทบาท visual representations ในการเรียนคณิตศาสตร์ โดยกล่าวว่า การนีกภาพเป็นทั้งผลผลิตและกระบวนการของการสร้างสรรค์ การตีความและการสะท้อนถึงรูปร่างและรูปภาพที่จะช่วยเพิ่มความสามารถ การนีกภาพในวิชาคณิตศาสตร์และการศึกษาคณิตศาสตร์ ซึ่งเอกสารนี้พยายามที่จะให้คำจำกัด ความของการนีกภาพและพยายามที่จะวิเคราะห์ตัวอย่างและสะท้อนถึงบทบาทที่แตกต่างและ หลากหลายของการนีกภาพที่ควรใช้ในการเรียนคณิตศาสตร์ ในขณะที่เดียวกันข้อจำกัดและสาเหตุ ที่เป็นไปได้ของอุปสรรคการนีกภาพอาจจะต้องให้นักเรียนและครูร่วมกันพิจารณาโดยตรง

Guzman (2002, p. 1) ได้ศึกษาบทบาทของการนีกภาพในการเรียนการสอน การวิเคราะห์ทางคณิตศาสตร์ ซึ่งเอกสารนี้ได้กล่าวถึงธรรมชาติและประเภทของการนีกภาพ ทางคณิตศาสตร์ โดยมีอิทธิพลบางอย่างของการนีกภาพที่ส่งผลต่อการพัฒนาคณิตศาสตร์และ การสอน

Van (2006, p. 496) ได้ทำการศึกษาเกี่ยวกับการนีกภาพ ภาพจำลองและ การแก้ปัญหาเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ของนักเรียน ซึ่งวัตถุประสงค์ของการศึกษาคั้งนี้คือการทดลอง ใช้ภาพจำลองและความสัมพันธ์ของความสามารถในการนีกภาพขณะแก้ปัญหาเกี่ยวกับ คณิตศาสตร์ นักเรียนที่ไร้ความสามารถ ความสามารถอยู่ในระดับปกติ และนักเรียนที่มี ความสามารถพิเศษในเกรด 6 (จำนวน 6 คน) นักเรียนถูกประเมินด้วยการวัดผลการแก้ปัญหา ทางคณิตศาสตร์ การนำเสนอภาพจำลอง และความสามารถในการนีกภาพ ผลปรากฏว่านักเรียน ที่มีความสามารถพิเศษจะปฏิบัติได้ดีกว่านักเรียนที่ไร้ความสามารถและนักเรียนที่มีความสามารถ อยู่ในระดับปกติ นอกจากนี้การใช้ภาพจำลองเกี่ยวกับแผนผังมีความสัมพันธ์อย่างมีนัยสำคัญ

และมีความสัมพันธ์ทางบวกกับประสิทธิภาพที่สูงขึ้นกว่าการวัดภาพจำลองแต่ละอย่าง ในทางตรงกันข้ามการใช้ภาพจำลองมีความสัมพันธ์เชิงลบกับการใช้ภาพประกอบ

งานวิจัยในประเทศ

เกรียงไกร มาตรมุล (2558, น. 52-56) ได้ทำการวิจัยเพื่อศึกษาการส่งเสริมความสามารถในการนึกภาพทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โดยใช้โปรแกรมกูเกิล สเก็ทชอป พบว่าก่อนการจัดการเรียนรู้ นักเรียนมีคะแนนความสามารถในการนึกภาพทางคณิตศาสตร์เฉลี่ยอยู่ที่ 22.36 คิดเป็นร้อยละ 46.69 ความสามารถในการนึกภาพทางคณิตศาสตร์หลังการจัดการเรียนรู้โดยใช้โปรแกรมกูเกิล สเก็ทชอป นักเรียนมีความสามารถในการนึกภาพทางคณิตศาสตร์เฉลี่ยอยู่ที่ 38.12 คิดเป็นร้อยละ 84.71 ซึ่งอยู่ในระดับดีมาก โดยความสามารถในการมองรูปสามมิติแล้วเขียนอธิบายรูปเป็นสองมิติมีคะแนนเฉลี่ยอยู่ที่ 22.44 คิดเป็นร้อยละ 89.76 และความสามารถในการมองรูปสองมิติแล้วเขียนอธิบายรูปสามมิติมีคะแนนเฉลี่ยอยู่ที่ 15.68 คิดเป็นร้อยละ 78.4

สุภาพร พองจันทร์ตา (2554, น. 31-39) ได้ทำการวิจัยการพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางเรขาคณิตของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โดยใช้เทคนิคการนึกภาพและใช้สื่อ โรงเรียนแม่แตง จังหวัดเชียงใหม่ พบว่า นักเรียนมีความสามารถในการให้เหตุผลทางเรขาคณิต โดยนักเรียนสามารถเขียนข้อความแสดงการพิสูจน์ได้อย่างต่อเนื่องสัมพันธ์กัน และให้เหตุผลประกอบข้อความได้อย่างสมเหตุสมผลอยู่ในระดับดี

จากการศึกษางานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการนึกภาพ จะเห็นได้ว่า การจัดการเรียนการสอนโดยการนึกภาพเป็นการที่ให้นักเรียนได้แปลงความสัมพันธ์จากสิ่งที่เป็นนามธรรมให้เป็นรูปธรรมโดยการนึกถึงหรือวิเคราะห์ภาพหรือรูปเรขาคณิตต่าง ๆ ในจินตนาการ แล้วสื่อสารความรู้ความเข้าใจออกมาผ่านการวาดรูปพร้อมการให้เหตุผล เพื่อหาคำตอบหรือกระบวนการที่ได้ภาพหรือภาพที่ปรากฏ เหมาะกับนำมาใช้จัดการเรียนการสอนเรื่องเกี่ยวกับเรขาคณิต ซึ่งถ้านักเรียนมองภาพที่เกิดจากความสัมพันธ์ลักษณะต่าง ๆ ได้จะทำให้นักเรียนเข้าใจปัญหาหรือสถานการณ์ที่เกิดขึ้นเพื่อหาแนวทางในการแก้ปัญหาพร้อมทั้งเหตุผลที่ใช้ได้อย่างสมเหตุสมผลด้วยเหตุนี้ผู้วิจัยจึงสนใจที่จะศึกษาความสามารถในการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง พื้นที่ผิวและปริมาตร โดยการนึกภาพ

3. เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

3.1 ความหมายของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

นักการศึกษาได้ให้ความหมายของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ไว้ ดังนี้

Krulik และ Runick (1993, p. 4) กล่าวว่า เป็นความสามารถในการนำความรู้ ทักษะ และความเข้าใจที่มีอยู่เดิมนำมาใช้กับบริบทที่แตกต่างออกไป

ชมพูนุท วนสันเทียะ (2552, น. 64) และ ชมนาด เชื้อสุวรรณทวิ (2561, น. 166) กล่าวว่า เป็นกระบวนการคิดที่ใช้ในการแก้ปัญหาวิชาคณิตศาสตร์เพื่อใช้ในการหาคำตอบของปัญหา โดยจะนำความรู้เนื้อหาเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ทั้งกฎ สูตร นิยาม ทฤษฎีต่าง ๆ กระบวนการคิดอย่างเป็นลำดับขั้นตอน การให้เหตุผล การแยกแยะความคล้ายคลึงหรือความแตกต่างกัน การวิเคราะห์ข้อมูล การตีความหมาย การเลือกใช้ยุทธวิธีในการแก้ปัญหาที่เหมาะสม การตรวจสอบความถูกต้องและความสมเหตุสมผลของการแก้ปัญหาเพื่อให้ได้มาซึ่งคำตอบ

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2555ก, น. 77) กล่าวว่า เป็นความสามารถในการประยุกต์ความรู้ ขั้นตอนหรือกระบวนการทางคณิตศาสตร์ เลือกใช้กลยุทธ์ และยุทธวิธีแก้ปัญหา และประสบการณ์ที่มีอยู่เดิมไปใช้ในการแก้ปัญหา ซึ่งมักเป็นปัญหาที่นักเรียนไม่คุ้นเคยมาก่อน และต้องใช้การคิดที่หลากหลาย เช่น คิดวิเคราะห์ คิดเชิงตรรกะ คิดเชื่อมโยง เพื่อหาวิธีการหรือแนวทางแก้ปัญหาให้มีศักยภาพมากที่สุด

สุนทร สีนธพานนท์ (2555, น. 104) และ อัมพร ม้าคนอง (2559, น. 39-40) กล่าวว่า ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน ดังนี้

1. ความสามารถในการคิดแก้ปัญหาของแต่ละคนจะแตกต่างกัน ขึ้นอยู่กับวุฒิภาวะทางสมอง ประสบการณ์ ความสนใจ สติปัญญา ความพร้อม แรงจูงใจ อารมณ์ และสภาพแวดล้อม
2. เป็นการนำความรู้ทางคณิตศาสตร์มาทำความเข้าใจปัญหา และวิเคราะห์แนวทางในการแก้ปัญหา
3. สามารถนำประสบการณ์เดิมที่เกิดจากการเรียนรู้มาเป็นฐานในการแก้ปัญหาในสถานการณ์หรือปัญหาใหม่
4. สามารถประเมินกระบวนการที่ใช้ในการแก้ปัญหาได้ว่าเหมาะสมหรือไม่ มีประสิทธิภาพมากน้อยเพียงใด และคำตอบที่ได้นั้นถูกต้องมีความสมเหตุสมผลหรือไม่
5. สามารถพิสูจน์และแปลความหมายผลที่ได้จากการแก้ปัญหาโดยคำนึงถึงปัญหาดังเดิม

6. สามารถพัฒนาและใช้ยุทธวิธีที่ใช้ในการแก้ปัญหาได้อย่างหลากหลาย โดยเน้นปัญหาที่ไม่คุ้นเคยและปัญหาที่มีหลายขั้นตอน

7. ใช้แนวคิดในการหาคำตอบและยุทธวิธีการแก้ปัญหากับปัญหาใหม่ สามารถปรับเปลี่ยนและขยายความเกี่ยวกับการแก้ปัญหาได้

8. สามารถบูรณาการยุทธวิธีการแก้ปัญหากทางคณิตศาสตร์เพื่อใช้ในการแก้ปัญหาทั้งในและนอกห้องเรียน

9. สามารถสร้างปัญหาและสถานการณ์จากชีวิตประจำวันทั้งในและนอกห้องเรียน และตระหนักถึงความสำคัญของปัญหาเหล่านั้น

10. ใช้กระบวนการสร้างแบบจำลองหรือตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์กับสถานการณ์ในชีวิตจริง

11. มีความมั่นใจในการใช้คณิตศาสตร์และใช้คณิตศาสตร์อย่างมีความหมาย จากความหมายของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่กล่าวข้างต้น สรุปได้ว่าเป็นความสามารถในการนำความรู้ ทักษะ กระบวนการทางคณิตศาสตร์มาใช้ในการทำความเข้าใจกับปัญหาและวิเคราะห์หาแนวทางในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เพื่อให้ได้ซึ่งมา คำตอบและข้อสรุปที่ถูกต้อง

3.2 กระบวนการในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

นักการศึกษาได้อธิบายขั้นตอนกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์แตกต่างกันไป ดังนี้

Polya อ้างถึงใน ชมนาด เชื้อสุวรรณทวิ (2561, น. 31); ทรงชัย อักษรคิด (2555, น. 22-23) สามารถสรุปกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยา ดังนี้

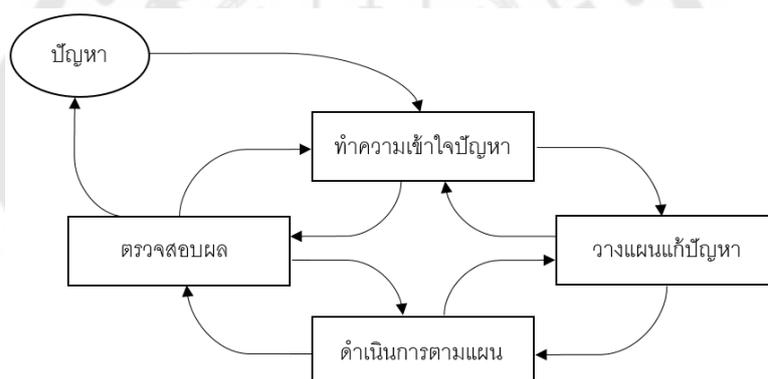
ขั้นที่ 1 วิเคราะห์ปัญหา เป็นขั้นเริ่มต้นของการแก้ปัญหาที่นักเรียนต้องทำความเข้าใจปัญหา ระบุนข้อมูลและเงื่อนไขว่าโจทย์ถามอะไรและให้ข้อมูลอะไรมาบ้าง จำแนกแยกแยะ สิ่งที่เกี่ยวข้องกับปัญหาและสิ่งที่ไม่เกี่ยวข้องกับปัญหาให้แยกออกจากกัน

ขั้นที่ 2 วางแผนแก้ปัญหา เป็นขั้นที่นักเรียนจะต้องค้นหาความเชื่อมโยงว่าข้อมูลต่าง ๆ เกี่ยวข้องสัมพันธ์กันอย่างไร สิ่งที่ไม่รู้เกี่ยวข้องกับสิ่งที่รู้แล้วอย่างไร แล้วนำความสัมพันธ์นั้น มาผสมผสานกับประสบการณ์ในการแก้ปัญหาโดยนำหลักเกณฑ์ ทฤษฎีต่าง ๆ ประกอบกับข้อมูลที่มีอยู่เพื่อกำหนดแนวทางหรือแผนในการแก้ปัญหาแล้วเสนอออกมาในรูปของยุทธวิธี

ขั้นที่ 3 ดำเนินการตามแผนและคิดคำนวณหาคำตอบที่ถูกต้อง ในขั้นนี้นักเรียนจะลงมือปฏิบัติตามแนวทางหรือแผนที่วางไว้จนกระทั่งสามารถหาคำตอบได้ ถ้าแผนหรือยุทธวิธีที่เลือกไว้ไม่สามารถแก้ปัญหาได้นักเรียนต้องค้นหาแผนหรือยุทธวิธีแก้ปัญหาใหม่

ขั้นที่ 4 ตรวจสอบกระบวนการแก้ปัญหา เป็นขั้นที่ให้นักเรียนมองย้อนกลับไปยังคำตอบที่ได้มาโดยตรวจสอบความถูกต้อง ความสมเหตุสมผลของวิธีการและคำตอบที่ได้ แล้วพิจารณาว่ามียุทธวิธีหรือคำตอบอื่นอีกหรือไม่ สำหรับนักเรียนที่คาดเดาคำตอบก่อนลงมือปฏิบัติก็สามารถเปรียบเทียบหรือตรวจสอบความสมเหตุสมผลของคำตอบที่คาดเดาหรือคำตอบจริงได้ ช่วยพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหา สามารถนำไปประยุกต์ใช้ในการแก้ปัญหาในสถานการณ์อื่น ๆ ได้

Wilson, J. W., Fernandez, M. L. & Hadaway, N. (1993 อ้างถึงใน สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2551, น. 11-12) ได้เสนอกรอบแนวคิดเกี่ยวกับกระบวนการแก้ปัญหาที่แสดงความเป็นพลวัต ไม่มีลำดับตายตัว สามารถวนเวียนได้ดังภาพประกอบต่อไปนี้



ภาพประกอบ 6 กระบวนการแก้ปัญหาที่เป็นพลวัตตามแนวคิดของวิลสันและคณะ

ที่มา: Wilson; et al. (1993). Mathematical Problem Solving. p. 61

จากภาพประกอบข้างต้นสามารถอธิบายได้ว่า เมื่อเผชิญสถานการณ์หรือปัญหา นักเรียนจะต้องเริ่มทำความเข้าใจปัญหาก่อน หลังจากนั้นจึงวางแผนแก้ปัญหา พร้อมทั้งกำหนดยุทธวิธีที่เหมาะสมในการแก้ปัญหานั้น ๆ จากนั้นจึงดำเนินการตามแผนที่ได้วางไว้จนกระทั่งสามารถหาคำตอบได้ แล้วพิจารณาความถูกต้องและความสมเหตุสมผลของคำตอบและยุทธวิธีที่ใช้แก้ปัญหา จากทิศทางของหัวลูกศรได้แสดงถึงกระบวนการแก้ปัญหาที่สามารถเคลื่อนไปข้างหน้าจากขั้นตอนหนึ่งไปสู่อีกขั้นตอนหนึ่งหรือย้อนกลับไปขั้นตอนก่อนหน้า เช่น เมื่อนักเรียนทำความเข้าใจปัญหาก็ดีแล้วสามารถเคลื่อนไปสู่ขั้นวางแผนแก้ปัญหาต่อไปได้ หรือในขณะที่

นักเรียนดำเนินการแก้ปัญหาตามแผนที่วางไว้แต่ไม่สามารถดำเนินการต่อได้ นักเรียนอาจต้อง ย้อนไปขึ้นวางแผนแก้ปัญหาหรือขั้นทำความเข้าใจปัญหาเพื่อทบทวนใหม่อีกครั้ง

ทิสนา แคมมณี (2551, น. 124-125) กล่าวถึง ขั้นตอนในการแก้ปัญหา ทางคณิตศาสตร์ดังนี้

1. ขั้นการสังเกต นักเรียนจะได้ศึกษาข้อมูลและทำความเข้าใจปัญหา จนสามารถสรุปและตระหนักในปัญหานั้น

2. ขั้นการวิเคราะห์ ให้นักเรียนได้แสดงความคิดเห็นหรืออภิปรายเพื่อแยกแยะ ประเด็นปัญหา สาเหตุ และลำดับความสำคัญของปัญหาได้

3. ขั้นสร้างทางเลือก ให้นักเรียนได้ค้นหาทางเลือกที่ใช้ในการแก้ปัญหาได้ อย่างหลากหลาย ซึ่งอาจมีการทดลอง ค้นคว้า ตรวจสอบ เพื่อเป็นข้อมูลประกอบการทำกิจกรรม กลุ่ม และควรมีการกำหนดหน้าที่ให้การทำงานให้แก่กันนักเรียนด้วย

4. ขั้นเก็บข้อมูลประเมินทางเลือก นักเรียนปฏิบัติตามแผนงานและบันทึก การปฏิบัติงาน เพื่อรายงานและตรวจสอบความถูกต้องของทางเลือก

5. ขั้นสรุป นักเรียนสังเคราะห์ความรู้ด้วยตนเอง ซึ่งอาจจัดทำในรูปของรายงาน สุวิทย์ มูลคำ (2547, น. 28) กล่าวถึง ขั้นตอนในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์มี 6 ขั้นตอน ได้แก่

1. ขั้นกำหนดปัญหา เป็นการทบทวนปัญหาที่พบเพื่อทำความเข้าใจให้ถ่องแท้ ในประเด็นต่าง ๆ รวมทั้งการกำหนดขอบเขตของปัญหา

2. ขั้นตั้งสมมติฐานหรือการหาสาเหตุของปัญหา เป็นการคาดคะเนคำตอบของ ปัญหาโดยใช้ความรู้และประสบการณ์ช่วยในการคาดคะเน รวมทั้งการพิจารณาสาเหตุของ ปัญหาว่ามาจากสาเหตุอะไร หรือจะมีวิธีการแก้ปัญหาได้โดยวิธีใดบ้าง ซึ่งควรจะตั้งสมมติฐานไว้ หลาย ๆ อย่าง

3. ขั้นวางแผนแก้ปัญหา เป็นการคิดหาวิธีการ เทคนิคเพื่อแก้ปัญหาและกำหนด ขั้นตอนย่อยของการแก้ปัญหาไว้อย่างเหมาะสม

4. ขั้นเก็บรวบรวมข้อมูล เป็นการค้นคว้าหาความรู้จากแหล่งต่าง ๆ ตามแผนที่ วางไว้ ซึ่งขั้นนี้จะเป็นขั้นของการทดลองและลงมือแก้ปัญหาด้วย

5. ขั้นวิเคราะห์ข้อมูลและทดสอบสมมติฐาน เป็นการนำข้อมูลที่รวบรวมได้มา ทำการวิเคราะห์ วิจัยหาค่าความถูกต้องเพียงตรงและเชื่อถือได้มากน้อยเพียงใด และทดสอบ สมมติฐานที่ตั้งไว้

6. **ขั้นสรุปผล** เป็นการประเมินผลวิธีการแก้ปัญหาหรือการตัดสินใจเลือกวิธีแก้ปัญหาที่ได้ผลดีที่สุด โดยอาจสรุปในรูปของหลักการที่จะนำไปอธิบายเป็นคำตอบตลอดจนนำความรู้ไปใช้

จากการศึกษาเอกสารข้างต้น ผู้วิจัยได้นำมาใช้ในการออกแบบแบบฝึกหัดการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยแบ่งกระบวนการแก้ปัญหาเป็น 5 ขั้นตอน คือ ขั้นที่ 1 ทำความเข้าใจปัญหา ขั้นที่ 2 วางแผนการแก้ปัญหา ขั้นที่ 3 ดำเนินการแก้ปัญหา ขั้นที่ 4 ตรวจสอบคำตอบ ขั้นที่ 5 สรุปคำตอบ

3.3 ยุทธวิธีที่ใช้ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

วิชัย พาณิชย์สวน (2546, น. 61-88) และ สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2555ช, น. 11-36) ได้สรุปยุทธวิธีที่ใช้ในการแก้ปัญหา โดยผู้วิจัยสังเคราะห์ได้ ดังนี้

ตาราง 5 แสดงยุทธวิธีที่ใช้ในการแก้ปัญหา

ยุทธวิธี	ลักษณะของยุทธวิธี
การค้นหาแบบรูป	เป็นการวิเคราะห์เพื่อหาความสัมพันธ์ของปัญหา โดยสถานการณ์ปัญหามีลักษณะเป็นรูปแบบที่แตกต่างกันเพื่อนำไปใช้ในการคาดเดาคำตอบ ซึ่งจะยอมรับว่าเป็นคำตอบที่ถูกต้องได้จะต้องได้รับการตรวจสอบเพื่อยืนยัน นิยมใช้แก้ปัญหาเรื่องจำนวนและเรขาคณิต
การสร้างตาราง	เป็นการนำข้อมูลมาจัดใส่ในตารางอย่างเป็นระบบ ช่วยในการมองภาพความสัมพันธ์ของข้อมูลต่าง ๆ ไม่ให้เกิดความสับสนหรือหลงลืมบางกรณีไป เมื่อต้องแสดงกรณีที่เป็นได้ทั้งหมดของปัญหา นำไปสู่การหาคำตอบที่ถูกต้อง
การเขียนภาพหรือแผนภาพ	เป็นการเขียนภาพหรือแผนภาพเพื่อแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูลต่าง ๆ ของปัญหา ซึ่งการเขียนภาพหรือแผนภาพจะช่วยให้เข้าใจปัญหานั้นได้ง่ายและรวดเร็วขึ้น ในบางครั้งสามารถหาคำตอบของปัญหาจากภาพหรือแผนภาพได้โดยตรง

ตาราง 5 (ต่อ)

ยุทธวิธี	ลักษณะของยุทธวิธี
การแจกแจงกรณี	เป็นการแบ่งปัญหาออกเป็นกรณีย่อย ๆ ที่เป็นไปได้ทั้งหมด โดยกำจัดกรณีที่ไม่ใช้ทิ้ง แล้วค่อยค้นหาคำตอบจากกรณีที่เหลืออยู่ ทำให้สามารถแก้ปัญหาได้ง่าย ไม่สับสน ยุทธวิธีนี้จะเหมาะกับ ปัญหาที่ทราบจำนวนกรณีที่เป็นไปได้แน่นอน ซึ่งบางครั้งเราอาจใช้ การสร้างตารางหรือค้นหาแบบรูปมาช่วยในการแจกแจงกรณีด้วยได้
การคาดเดา และตรวจสอบ	เป็นการวิเคราะห์ข้อมูลและเงื่อนไขต่าง ๆ แล้วนำมาเชื่อมโยง ประสพการณ์ที่มีอยู่เดิมในการคาดเดาคำตอบโดยคำนึงถึง ความเป็นไปได้อย่างสมเหตุสมผล พร้อมตรวจสอบคำตอบ ว่าถูกต้องหรือไม่ หากการคาดเดานั้นไม่ถูกต้องก็ต้องอาศัย ความไม่ถูกต้องของการคาดเดาในครั้งก่อนหน้ามาช่วยใน การพิจารณาเพื่อคาดเดาครั้งต่อไป ให้คำตอบที่ได้ใกล้เคียงที่ ต้องการมากที่สุด
การสร้างสมการ	ในการแก้สมการจะต้องวิเคราะห์สถานการณ์ปัญหาเพื่อหาว่า จากปัญหานั้นได้กำหนดข้อมูลและเงื่อนไขอะไรมาบ้าง และต้องการ หาสิ่งใด หลังจากนั้นกำหนดตัวแปรแทนสิ่งที่ไม่ทราบค่าและ ต้องการหาหรือแทนสิ่งที่เกี่ยวข้องกับข้อมูลที่กำหนดมาให้แล้วนำมา สร้างเป็นสมการหรืออสมการโดยเขียนแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูล เหล่านั้น
การคิดแบบย้อนกลับ	เป็นการวิเคราะห์ปัญหาที่พิจารณาจากผลย้อนกลับไปสู่เหตุ โดยเริ่มจากข้อมูลที่ได้ในขั้นตอนสุดท้าย จากนั้นคิดย้อนขั้นตอน กลับมาสู่ข้อมูลที่ได้ในขั้นตอนแรก เพื่อใช้อธิบายถึงขั้นตอน การได้มาซึ่งคำตอบในการแก้ปัญหาได้ดี
การเปลี่ยนมุมมอง	เป็นการเปลี่ยนวิธีคิดหรือมุมมองให้แตกต่างไปจากเดิมที่คุ้นเคยหรือ ที่ต้องทำตามขั้นตอนทีละขั้นเพื่อให้แก้ปัญหาได้ง่ายขึ้น ยุทธวิธีนี้ มักใช้ในกรณีที่แก้ปัญหาด้วยยุทธวิธีอื่นไม่ได้ผล

ตาราง 5 (ต่อ)

ยุทธวิธี	ลักษณะของยุทธวิธี
การทำเป็นปัญหาย่อย ๆ	เป็นการแบ่งปัญหาที่มีความซับซ้อนหลายชั้นตอนให้เป็นปัญหาย่อยหรือเป็นส่วน ๆ ให้มีขนาดหรือจำนวนของข้อมูลลง หรือเปลี่ยนข้อมูลให้อยู่ในรูปที่คุ้นเคยและไม่ซับซ้อน หรือเปลี่ยนให้เป็นปัญหาที่คุ้นเคยหรือเคยแก้ปัญหามาก่อน ทำให้นักเรียนมองเห็นปัญหาได้ชัดเจนสามารถหาคำตอบได้ง่ายขึ้น
การให้เหตุผลทางตรรกศาสตร์	เป็นการใช้เหตุผลตามหลักตรรกศาสตร์มาช่วยในการแก้ปัญหาเพื่ออธิบายข้อความที่ปรากฏอยู่ในปัญหานั้น ๆ ว่าเป็นจริง บางครั้งจะใช้ยุทธวิธีการเขียนภาพหรือแผนภาพ การคาดเดาและตรวจสอบร่วมด้วย มักใช้ในเรื่องเกี่ยวกับเรขาคณิตและพีชคณิต
การให้เหตุผลทางอ้อม	เป็นการสมมติว่าข้อความที่ต้องการพิสูจน์นั้นเป็นข้อเท็จจริงแล้วหาข้อขัดแย้งเพื่อแสดงหรืออธิบายข้อความหรือข้อมูลที่ปรากฏอยู่ในปัญหานั้นว่าเป็นจริง

จากการศึกษายุทธวิธีที่ใช้ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่กล่าวข้างต้น สรุปได้ว่านักเรียนจะต้องรู้จักขั้นตอนการแก้ปัญหาและเลือกใช้วิธีการแก้ปัญหาได้อย่างถูกต้องและเหมาะสมโดยครูจะเป็นผู้คอยชี้แนะและกระตุ้นให้นักเรียนเกิดการคิด ในการวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยได้ใช้วิธีการที่หลากหลายที่ส่งเสริมการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ตามศักยภาพของนักเรียน ซึ่งหนึ่งในยุทธวิธีที่เลือกใช้คือการเขียนภาพเพื่อให้นักเรียนเกิดความเข้าใจมองภาพ อธิบายความสัมพันธ์ของปัญหาหรือสถานการณ์ด้วยภาพอันจะนำไปสู่แนวทางในการแก้ปัญหาได้

3.4 แนวทางในการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

National Council of Teacher of Mathematics (1991, p.57); สิริ พ ร ติ พ ย์ ค ง (2545, น. 165-166) ; ศศิธร แม่นสงวน (2559, น. 171) กล่าวว่า

1. สสำรวจความรู้พื้นฐานของนักเรียนว่าเพียงพอที่จะนำไปใช้ในการแก้ปัญหาหรือไม่ ถ้าหากมีความรู้ไม่เพียงพอ ครูจะต้องทำการทบทวนความรู้หรือสอนเสริมให้แก่ นักเรียน

2. ครูต้องคำนึงถึงความแตกต่างระหว่างบุคคล โดยออกแบบกิจกรรมใช้โจทย์ปัญหาที่มีตั้งแต่ระดับง่าย ปานกลาง และยาก เพื่อเสริมสร้างกำลังใจให้แก่นักเรียนในการที่สามารถแก้ปัญหาเหล่านั้น ๆ ได้สำเร็จ

3. เลือกสถานการณ์ปัญหาที่อยู่ใกล้ตัวนักเรียนสามารถเกิดขึ้นได้จริง เพื่อช่วยกระตุ้นความสนใจของนักเรียน

4. จัดบรรยากาศให้นักเรียนรู้สึกได้รับการยอมรับและเห็นคุณค่า ให้อิสระแก่นักเรียนในการใช้ความคิดและสำรวจแนวคิดทางคณิตศาสตร์

5. ส่งเสริมให้นักเรียนได้ฝึกการทำงานค้นหาคำตอบด้วยตนเองและทำงานร่วมกันเป็นกลุ่ม

6. ให้นักเรียนฝึกการวิเคราะห์ และทำความเข้าใจปัญหา วางแผนการทำงาน ดำเนินการตามแผนที่วางไว้ ตรวจสอบคำตอบและคำนึงถึงความสมเหตุสมผลในกระบวนการแก้ปัญหา

7. ให้นักเรียนศึกษาหาความสัมพันธ์ของปัญหา โดยอาจใช้เทคนิคต่าง ๆ ประกอบการคิด เช่น การทำผังความคิด การทำแผนภูมิ การทำตาราง การวาดภาพ การคิดย้อนกลับ การใช้คำถามกระตุ้นให้นักเรียนคิด

8. ตรวจสอบความเข้าใจของนักเรียนในปัญหานั้น ๆ โดยอาจใช้คำถาม เช่น โจทย์กำหนดอะไรมาให้ นักเรียนคิดว่าโจทย์ต้องการทราบอะไร

9. การแก้โจทย์ปัญหา ครูควรให้นักเรียนตรวจสอบและทบทวนวิธีการแก้ปัญหาในแต่ละขั้นตอน และสนับสนุนให้นักเรียนใช้วิธีแก้โจทย์ปัญหาที่หลากหลาย

10. ฝึกให้นักเรียนรู้จักการหาคำตอบโดยประมาณ ก่อนที่จะคิดคำนวณเพื่อให้ได้คำตอบที่ถูกต้อง

กล่าวได้ว่า แนวทางการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหา ครูอาจจะให้นักเรียนฝึกการวิเคราะห์ และนำความเข้าใจปัญหา วางแผนการทำงาน ดำเนินการตามแผนที่วางไว้ และมีการตรวจสอบคำตอบและความสมเหตุสมผลและในกระบวนการแก้ปัญหา อาจใช้เทคนิคต่าง ๆ ประกอบการคิด เช่น การทำผังความคิด การทำแผนภูมิ การทำตาราง การคิดย้อนกลับ วาดภาพ ในการจัดการเรียนรู้ครูจะต้องให้โอกาสนักเรียนได้มีโอกาสคิดด้วยตนเองให้มาก โดยจัดสถานการณ์หรือปัญหาหรือเกมที่น่าสนใจ การท้าทายให้อยากคิด

จากการศึกษาแนวทางการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาที่กล่าวข้างต้นสรุปได้ว่า ครูควรคำนึงถึงความแตกต่างระหว่างบุคคลของนักเรียน จัดการเรียนการสอนที่เปิดโอกาส

ให้นักเรียนได้คิดอย่างอิสระ โดยใช้โจทย์ปัญหาหรือสถานการณ์ที่ท้าทายและใช้คำถามกระตุ้นการคิดของนักเรียน สนับสนุนให้นักเรียนใช้วิธีการแก้โจทย์ปัญหาที่หลากหลายซึ่งหนึ่งในนั้นคือการส่งเสริมให้นักเรียนวาดภาพเพื่อแสดงความสัมพันธ์ของโจทย์ พร้อมทั้งจัดบรรยากาศการเรียนรู้ที่ส่งเสริมการคิดแก้ปัญหาของนักเรียน

3.5 องค์ประกอบที่ส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

สมเดช บุญประจักษ์ (2540, น. 31-32) กล่าวถึงองค์ประกอบที่สำคัญที่ส่งผลต่อการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหามีดังนี้

1. องค์ประกอบเกี่ยวกับผู้แก้ปัญหา ซึ่งเกี่ยวกับ
 - 1.1 ความรู้ความคิดและประสบการณ์ที่มีอยู่เดิม
 - 1.2 ระดับความสามารถและสติปัญญา
 - 1.3 การรับรู้และการสังเคราะห์ความคิด
 - 1.4 ทักษะและความรู้พื้นฐานต่าง ๆ เช่น ทักษะการอ่าน การดำเนินการและทักษะทางคณิตศาสตร์
 - 1.5 ความรู้สึก ความต้องการที่จะแก้ปัญหา ความเชื่อและเจตคติต่อการแก้ปัญหา
 - 1.6 ความยืดหยุ่นและความมั่นใจในตนเองต่อความสามารถในการแก้ปัญหา
2. องค์ประกอบด้านสภาพแวดล้อม ซึ่งเกี่ยวกับ
 - 2.1 การจัดบรรยากาศที่เอื้อต่อการพัฒนา
 - 2.2 วิธีการที่ช่วยส่งเสริมและพัฒนา
 - 2.3 เวลาเพียงพอในการพัฒนาและได้รับการพัฒนาอย่างต่อเนื่อง
 - 2.4 สถานการณ์ปัญหาที่นำมาใช้ เป็นปัญหาที่เหมาะสมกับวัย น่าสนใจ และท้าทายความสามารถของนักเรียน ก่อให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้และพัฒนาทักษะต่าง ๆ

ยุพิน พิพิธกุล (2544, น. 140) กล่าวถึง องค์ประกอบที่เป็นพื้นฐานความรู้ของนักเรียนในการเตรียมแก้ปัญหาดังนี้

1. นักเรียนจะต้องมีความรู้ในเนื้อหาวิชาอย่างถ่องแท้
2. นักเรียนจะต้องมีความเข้าใจในมโนคติอย่างถูกต้อง
3. นักเรียนจะต้องมีความสามารถในการอ่าน การตีความ การขยายความ
4. นักเรียนจะต้องมีความสามารถในการแปลข้อความ เป็นสัญลักษณ์หรือภาพ

5. นักเรียนจะต้องมีความสามารถในการวิเคราะห์ความเกี่ยวข้องระหว่างประสพการณ์เก่ากับข้อมูลที่มีอยู่ใหม่

6. นักเรียนจะต้องมีความรู้ความสามารถในการจัดข้อมูลเป็นลำดับขั้นตอนวิเคราะห์หารูปแบบเพื่อนำไปสู่ข้อสรุป

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2555ก, น. 77) กล่าวว่าความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนขึ้นอยู่กับปัจจัยหลายประการดังนี้

1. ความสามารถในการทำความเข้าใจปัญหา เป็นความสามารถในการใช้ความรู้ความเข้าใจที่มีอยู่มาใช้แปลความ ตีความ หรือวิเคราะห์เพื่อทำความเข้าใจปัญหารวมถึงการเลือกใช้เทคนิคหรือกลวิธีที่จะช่วยทำให้ปัญหามีความชัดเจนมากขึ้น ซึ่งจะนำไปสู่แนวทางในการหาคำตอบ

2. ความรู้พื้นฐาน ความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่นักเรียนมีอยู่ เป็นสิ่งสำคัญที่ทำให้นักเรียนคิดและหาวิธีแก้ปัญหา นักเรียนที่มีความรู้พื้นฐานดี จะสามารถเชื่อมโยงความรู้ที่มีไปใช้ในการแก้ปัญหาได้อย่างหลากหลายและมีประสิทธิภาพ

3. ประสพการณ์ในการแก้ปัญหา นักเรียนที่มีประสพการณ์ในการแก้ปัญหา มักจะสามารถระลึกถึงขั้นตอนและวิธีการแก้ปัญหา รวมถึงกลวิธีแก้ปัญหาได้หลากหลายทำให้สามารถตัดสินใจเลือกวิธีใช้แก้ปัญหาที่มีประสิทธิภาพได้อย่างรวดเร็ว

4. เจตคติต่อการแก้ปัญหา นักเรียนที่มีเจตคติที่ดีต่อการแก้ปัญหามีความอดทนและพยายามต่อการแก้ปัญหานั้น ๆ ซึ่งไม่ว่าจะได้คำตอบหรือไม่ นักเรียนจะได้เรียนรู้และพัฒนาประสพการณ์จากการคิดและการทำงานเพื่อแก้ปัญหา

จากการศึกษาองค์ประกอบที่ส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่กล่าวข้างต้น สรุปได้ว่า องค์ประกอบที่ส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ประกอบด้วย ดังนี้

1. สถิติปัญญา ประสพการณ์ และความรู้พื้นฐานของนักเรียน
2. ความสามารถในการทำความเข้าใจปัญหา
3. ความสามารถในการตีความ
4. ความสามารถในการวิเคราะห์และสังเคราะห์

3.6 การวัดและประเมินความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

นพพร แหยมแสง (2556, น. 236-244) กล่าวว่า ความก้าวหน้าในการแก้ปัญหาของนักเรียนอาจวัดผลสัมฤทธิ์ในการใช้ทักษะและกลยุทธ์ต่างๆในการแก้ปัญหา ในขณะที่เดียวกันอาจประเมินเจตคติและความเชื่อเกี่ยวกับการแก้ปัญหาซึ่งส่งผลต่อความมุ่งมั่นในการแก้ปัญหาโดยใช้เทคนิคดังต่อไปนี้

1. การสังเกตและการถามคำถาม โดยที่การสังเกตและการถามคำถามในขณะที่นักเรียนแก้ปัญหาจะเป็นข้อมูลที่มีค่าในการรวบรวมข้อมูลด้านความสามารถ เจตคติและความเชื่อ ครูสามารถสังเกตการทำงานของแต่ละกลุ่มหรืออาจสัมภาษณ์นักเรียนรายบุคคล การสังเกตและถามคำถามสามารถกระทำได้ทั้งแบบที่เป็นทางการและแบบที่ไม่เป็นทางการ

2. การใช้การประเมินตนเอง มีเป้าหมายอื่นๆที่สามารถประเมินจากข้อมูลการประเมินตนเองของนักเรียน เช่น ในเรื่องความรู้สึก ความเชื่อ ความตั้งใจ แบบแผนการคิด และอื่น ๆ เทคนิคอันหนึ่งสำหรับรวบรวมข้อมูลการประเมินจากนักเรียนคือรายงานของนักเรียน นักเรียนถูกถามให้เขียนหรืออัดเทปรายงานประสบการณ์การแก้ปัญหา ปกติจะตอบคำถามไปตามลำดับคำถามที่เตรียมไว้ รายงานเช่นนี้สามารถใช้ประเมินทั้งความสามารถและเจตคติ

3. การให้คะแนน เป็นการให้คะแนนจากการเขียนแสดงการแก้ปัญหาของนักเรียน

4. การใช้ข้อสอบแบบเลือกตอบและเติมคำตอบให้สมบูรณ์

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2555ก, น. 127) กล่าวว่า ควรมีรายการประเมินที่แสดงถึงขั้นตอนของการแก้ปัญหา และจำเป็นต้องกำหนดเกณฑ์การให้คะแนนที่มีรายละเอียดเพียงพอที่จะใช้ประเมินผลนักเรียน นอกจากนี้ควรมีการบันทึกเพิ่มเติมในกรณีที่นักเรียนแสดงความสามารถในการแก้ปัญหาย้อนกลับ โดยการตรวจสอบขั้นตอนการแก้ปัญหาวิธีการแก้ปัญหาและคำตอบที่ได้ ตลอดจนขยายผลการแก้ปัญหาให้อยู่ในรูปของหลักการทั่วไปได้

ในกรณีที่ผู้ประเมินสามารถตรวจสอบกระบวนการแก้ปัญหาเป็นประเด็นย่อย ๆ โดยอาจกำหนดเกณฑ์การประเมินผลแบบย่อยที่มีการกำหนดระดับคุณภาพเป็น 3 ระดับ คือ ดีพอใช้ และปรับปรุง ดังตัวอย่างต่อไปนี้

ตาราง 6 ตัวอย่างเกณฑ์การประเมินผลแบบเกณฑ์ย่อยของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

คะแนน/ความหมาย	คะแนน (ระดับคุณภาพ)	ความสามารถในการให้เหตุผลที่ปรากฏให้เห็น
1. ความเข้าใจ	3 (ดี) 2 (พอใช้) 1 (ต้องปรับปรุง)	- นักเรียนเข้าใจสถานการณ์หรือปัญหาได้ถูกต้อง - นักเรียนเข้าใจสถานการณ์ หรือปัญหาได้ถูกต้อง บางส่วน - นักเรียนไม่เข้าใจสถานการณ์หรือปัญหาหรือเข้าใจ น้อยมาก
2. การเลือกยุทธวิธี การแก้ปัญหา	3 (ดี) 2 (พอใช้) 1 (ต้องปรับปรุง)	- เลือกวิธีการที่สามารถแก้ปัญหาได้ถูกต้อง เหมาะสม และสอดคล้องกับปัญหา - เลือกวิธีการที่สามารถแก้ปัญหาได้ถูกต้อง แต่ยังไม่ เหมาะสมหรือไม่ครอบคลุมประเด็นของปัญหา - เลือกวิธีการแก้ปัญหาไม่ถูกต้อง หรือไม่สามารถ เลือกวิธีการแก้ปัญหาได้
3. การใช้ยุทธวิธี การแก้ปัญหา	3 (ดี) 2 (พอใช้) 1 (ต้องปรับปรุง)	- นำวิธีการแก้ปัญหาไปใช้ได้และแสดงการแก้ปัญหา เป็นลำดับขั้นตอนชัดเจน - นำวิธีการแก้ปัญหาไปใช้ได้ถูกต้อง แต่แสดงลำดับ ขั้นตอนการแก้ปัญหาไม่ชัดเจน - นำวิธีการแก้ปัญหาไปใช้ไม่ถูกต้อง หรือไม่แสดง ลำดับขั้นตอนการแก้โจทย์ปัญหา
4. การสรุปคำตอบ	3 (ดี) 2 (พอใช้) 1 (ต้องปรับปรุง)	- นักเรียนสามารถสรุปคำตอบได้ถูกต้อง ครบถ้วน สมบูรณ์ - นักเรียนสามารถสรุปคำตอบบางส่วนได้ถูกต้อง หรือ สรุปคำตอบไม่ครบถ้วน - นักเรียนสรุปคำตอบไม่ถูกต้อง หรือไม่สรุปคำตอบ

ที่มา : สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2555ช, น. 129)

จากการศึกษาการวัดและประเมินความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ที่กล่าวข้างต้น สรุปได้ว่า ในการวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์มีวิธีการที่หลากหลาย เช่น การสังเกต การถามคำถาม การประเมินตนเอง การใช้ข้อสอบ เป็นต้น ในการวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยจึงเลือกใช้ข้อสอบแบบอัตนัย ให้นักเรียนวาดรูปหรือแสดงแนวคิด ขั้นตอนการแก้ปัญหาเพื่อให้ได้มาซึ่งวิธีการหาคำตอบและข้อสรุป จำนวน 4 ข้อ

3.7 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

ผู้วิจัยได้ศึกษาจากงานวิจัยดังนี้

งานวิจัยในประเทศ

ตติมา ทิพย์จินดาชัยกุล (2557, น. 85-92) พบว่า ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยวิธีการแบบเปิด เรื่องทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 สูงกว่าก่อนได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้วิธีการแบบเปิด อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้วิธีการแบบเปิด เรื่องทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้วิธีการแบบเปิด เรื่องทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 สูงกว่าก่อนได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้วิธีการแบบเปิด อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 จากการวิจัยเพื่อศึกษาผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้วิธีการแบบเปิด (Open Approach) ที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาและความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

อำภารัตน์ ผลววรรณ (2556, น. 130-140) จากการวิจัยเพื่อศึกษาผลการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนแบบแนะให้รู้คิด เรื่อง ความน่าจะเป็น ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ความตระหนักในการรู้คิดและความมีวินัยในตนเอง ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 พบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์สูงกว่าก่อนได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน และสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

จากการศึกษางานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์พบว่า งานวิจัยส่วนใหญ่มีลักษณะการจัดการเรียนการสอนที่นำเสนอปัญหาหรือสถานการณ์ให้นักเรียนโดยการเปิดโอกาสให้นักเรียนได้ฝึกการคิด วิเคราะห์ แก้ปัญหาได้อย่าง

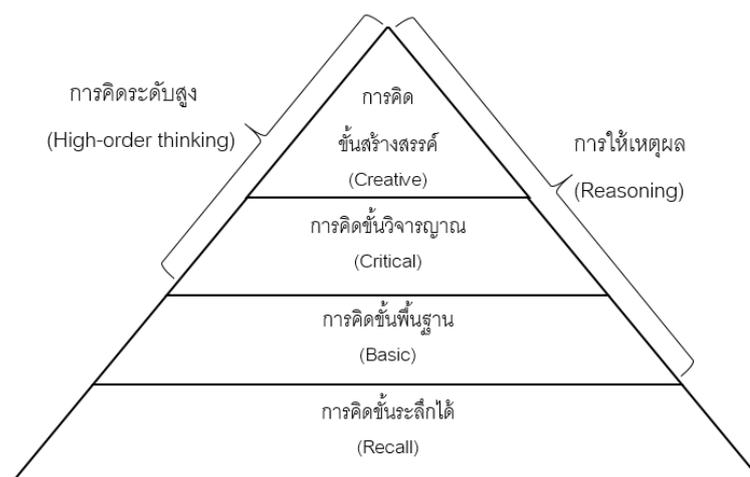
อิสระ เพื่อให้ได้มาซึ่งการแสดงคำตอบหรือวิธีการที่หลากหลาย ซึ่งล้วนส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาของนักเรียนให้ดีขึ้น ในการวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยจึงจัดการเรียนการสอนแนวนี้ให้รู้คิด ร่วมกับการนิเทศภาพ ซึ่งเป็นการสอนที่เปิดโอกาสให้นักเรียนได้วิเคราะห์ปัญหาด้วยตนเอง โดยครู จะต้องทำความเข้าใจการคิดของนักเรียนและเป็นผู้ชี้แนะแนวทางกระตุ้นการคิดของนักเรียน ให้นักเรียนสามารถวิเคราะห์ปัญหาและสื่อสารออกมาเป็นรูปธรรมผ่านการวาดรูป เพื่อให้ นักเรียนเกิดเข้าใจ สามารถแสดงแนวคิดวิธีการแก้ปัญหาได้อย่างเหมาะสมและสามารถหาคำตอบที่ ถูกต้องได้ ซึ่งงานวิจัยส่วนใหญ่จะใช้แบบทดสอบแบบอัตนัยในการวัดความสามารถในการ แก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

4. เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

4.1 ความหมายของการให้เหตุผล

นักการศึกษาได้ให้ความหมายของการให้เหตุผลไว้ ดังนี้

Krulik และ Runick (1993, pp. 3-5) ได้กล่าวถึงการคิด หมายถึง การวิเคราะห์ข้อมูล ที่กำหนดให้ โดยนักเรียนต้องนำความสัมพันธ์ของข้อมูลที่กำหนดให้มาสร้างข้อความคาดการณ์ หาข้อสรุปแล้วแสดงถึงเหตุผล เพื่ออธิบายข้อสรุปและสามารถยืนยันข้อสรุปที่สมเหตุสมผล โดยครูลิขและรุดนิกได้แบ่งการคิดออกเป็น 4 ระดับ ได้แก่ ชั้นระลึกได้ (Recall) ชั้นพื้นฐาน (Basic) ชั้นวิจารณ์ญาณ (Critical) และชั้นสร้างสรรค์ (Creative) โดยได้จัดให้การให้เหตุผลเป็นส่วนหนึ่งของการคิดที่อยู่เหนือจากชั้นระลึกได้ (Recall) ดังภาพ



ภาพประกอบ 7 ระดับการคิดของKrulik and Rudnick

ที่ ม า : Krulik, S.; & Rudnick, J. (1993). Reasoning and Problem Solving: A Handbook for Elementary School Teachers. P.3.

ทศนา แชมมณี (2542ข, น. 144) ได้ให้ความหมายว่า เป็นการคิดที่มีจุดมุ่งหมายเพื่อเข้าใจความคิดที่สามารถอธิบายได้ด้วยหลักเหตุผล โดยสามารถจำแนกข้อมูลที่เป็นข้อเท็จจริงโดยใช้หลักเหตุผลแบบนิรนัย และอุปนัย ซึ่งประกอบด้วยทักษะย่อย ๆ ดังนี้

- 1) แยกข้อเท็จจริงออกจากความคิดเห็นได้
- 2) พิจารณาถึงข้อเท็จจริงได้โดยใช้เหตุผลแบบอุปนัยหรือนิรนัย
- 3) พิจารณาถึงข้อเท็จจริงได้ใช้เหตุผลทั้งแบบอุปนัยและนิรนัย

วรรณิ ธรรมโชติ (2550, น. 3) การให้เหตุผลเป็นเครื่องมือที่มนุษย์ใช้สำหรับการแสวงหาความรู้ใหม่ ๆ โดยการนำเอาความจริงอย่างใดอย่างหนึ่งหรือหลายอย่างในระบบซึ่งเรียกว่า เหตุ หรือ ข้อตั้ง (Premise) มาวิเคราะห์แจกแจงความสัมพันธ์ เพื่อให้เกิดความจริงอันใหม่ขึ้นซึ่งเรียกว่า ผลหรือผลสรุปหรือข้อยุติ (Conclusion)

สมเดช บุญประจักษ์ (2551, น. 38) การให้เหตุผล (argument) เป็นกระบวนการที่ประกอบด้วยข้อความ 2 ส่วน คือ ส่วนที่เป็นเหตุหรือสมมติฐาน (premise or assumption) และส่วนที่เป็นข้อสรุปหรือผล (conclusion) และวิธีการที่จะยอมรับว่าข้อสรุปเป็นผลมาจากเหตุหรือสมมติฐานนั้น ๆ ถ้าเหตุเป็นเงื่อนไขที่จะทำให้เกิดข้อสรุปหรือผล จะเรียกว่าเป็นการให้เหตุผลที่สมเหตุสมผล (valid argument)

สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน (2560, น. 45) ได้กล่าวถึงการให้เหตุผล เป็นกระบวนการที่ต้องอาศัยการคิดวิเคราะห์และความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ โดยการรวบรวมข้อเท็จจริงต่าง ๆ ข้อความ แนวคิด สถานการณ์ทางคณิตศาสตร์ แจกแจงความสัมพันธ์ หรือการเชื่อมโยง เพื่อให้เกิดข้อเท็จจริงหรือสถานการณ์ใหม่ สามารถคิดวิเคราะห์ปัญหาและสถานการณ์ได้อย่างถี่ถ้วนรอบคอบ สามารถคาดการณ์ วางแผน ตัดสินใจ และแก้ปัญหาได้อย่างถูกต้องและเหมาะสม เป็นทักษะที่ส่งเสริมให้นักเรียนรู้จักคิดอย่างมีเหตุผล คิดอย่างเป็นระบบ ช่วยพัฒนาตนเองในการเรียนรู้สิ่งใหม่ เพื่อนำไปประยุกต์ใช้ในการทำงานและการดำรงชีวิต

จากความหมายของการให้เหตุผลที่กล่าวข้างต้น สรุปได้ว่า การให้เหตุผลเป็นการคิดวิเคราะห์ปัญหาสถานการณ์ในการหาข้อสรุปที่สมเหตุสมผลเพื่อใช้ในการวางแผน ตัดสินใจและแก้ปัญหาได้อย่างถูกต้องเหมาะสม

4.2 ความหมายของความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

นักการศึกษาได้ให้ความหมายของความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้

สมเดช บุญประจักษ์ (2540, น. 37) และ เวชฤทธิ์ อังณะภัทรขจร (2555, น. 114) ได้กล่าวถึงการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ซึ่งผู้วิจัยสรุปได้ว่า การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ หมายถึง การอธิบายแสดงแนวคิดเพื่อวิเคราะห์ หาความสัมพันธ์ แสดงข้อสรุปและยืนยันได้อย่างสมเหตุสมผลตามแนวคิดนั้น ๆ

อัมพร ม้าคนอง (2559, น. 49) ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ คือ หาข้อสรุปที่เป็นเหตุเป็นผลเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ ใช้ความรู้และข้อมูลในการวิเคราะห์ สถานการณ์ทางคณิตศาสตร์ และในการอธิบายความคิดของตนเอง เข้าใจและสามารถใช้กระบวนการให้เหตุผลในสถานการณ์เฉพาะใด ๆ สร้าง ทดสอบ และประเมินข้อความ คาดการณ์และข้อโต้แย้งทางคณิตศาสตร์ ให้เหตุผลโดยใช้การอุปนัยและการนิรนัยทางคณิตศาสตร์ ตรวจสอบและประเมินความคิดของตนเอง เห็นคุณค่าและความสำคัญของการใช้เหตุผลซึ่งเป็นส่วนหนึ่งของคณิตศาสตร์ และสามารถนำไปใช้ได้

จากความหมายของความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ที่กล่าวข้างต้น สรุปได้ว่า เป็นการคิดอย่างมีกระบวนการ และมีวิจารณญาณ สามารถอธิบายข้อมูล แสดงแนวคิด วิเคราะห์หาความสัมพันธ์และข้อความคาดการณ์ทางคณิตศาสตร์ในการหาคำตอบด้วยข้อเท็จจริง หลักการ แนวคิด และทฤษฎีต่างๆทางคณิตศาสตร์ได้อย่างสมเหตุสมผล โดยใช้เหตุผลทางอุปนัยและนิรนัย ซึ่งนำไปสู่ข้อสรุป

4.3 ความสำคัญของความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2555, น. 39) ได้กล่าวถึงการคิดอย่างมีเหตุผลจึงเป็นหัวใจสำคัญของการสอนคณิตศาสตร์ นอกจากนี้ยังมีงานวิจัยจำนวนมากที่ยืนยันว่าการสอนให้นักเรียนให้เรียนด้วยความเข้าใจอย่างมีเหตุผลดีกว่าการสอนแบบให้จดจำ การสอนคณิตศาสตร์อย่างเหตุเป็นผลจะทำให้นักเรียนมีเจตคติที่ดีต่อวิชาคณิตศาสตร์ สามารถจดจำได้ดีและนานกว่าเดิม

อัมพร ม้าคนอง (2559, น. 49) กล่าวว่า ความสำคัญของความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ต่อผู้สอนในการดำเนินการต่อไป

1. อธิบายระดับพัฒนาการของนักเรียนในการเรียนมโนทัศน์เฉพาะใด ๆ
2. ระบุความเข้าใจที่คลาดเคลื่อนหรืออุปสรรคต่อการเรียนรู้ของนักเรียนพร้อมทั้ง

เหตุผล

3. วิเคราะห์แนวคิดใหม่ ๆ ที่เกิดจากการให้เหตุผลของนักเรียน เพื่อที่จะขยายความและอภิปรายร่วมกับนักเรียนคนอื่น ๆ

4. ระบุโครงสร้างทางคณิตศาสตร์ หรือประเภทของปัญหาที่จำเป็นสำหรับการสร้างแนวคิดทางคณิตศาสตร์ที่มีความหมายของนักเรียน

5. จัดหาสถานการณ์ที่เหมาะสมต่อการเรียนรู้ของนักเรียน

6. ตรวจสอบสภาพสิ่งแวดล้อมและวัฒนธรรมในห้องเรียนที่มีผลต่อความคิดและความเข้าใจของนักเรียน

ปิยวดี วงษ์ใหญ่ (2548, น. 1) ได้กล่าวถึงการสอนคณิตศาสตร์ในลักษณะของความ เป็นเหตุเป็นผลจะทำให้ให้นักเรียนมีเจตคติที่ดีต่อวิชาคณิตศาสตร์ เกิดความมั่นใจเชื่อว่าคณิตศาสตร์มีเหตุผล นักเรียนสามารถทำความเข้าใจได้ และสามารถที่จะค้นพบอะไรใหม่ ๆ ได้เองด้วย นักเรียนที่เรียนด้วยความเข้าใจและมีเหตุผลจะตระหนักว่าคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่อาศัยการให้เหตุผลอย่างมีระบบและจะเป็นการพัฒนาพื้นฐานแนวการเรียนรู้คณิตศาสตร์ และศาสตร์อื่น ๆ ซึ่งจะมีคุณค่าต่ออนาคตของนักเรียน

จากความสำคัญที่กล่าวข้างต้น สรุปได้ว่า ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์มีความสำคัญต่อทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ทำให้นักเรียนมีความเข้าใจที่ดีและถูกต้องในการเรียนคณิตศาสตร์ สามารถนำความรู้ไปประยุกต์ใช้ในชีวิตประจำวัน เกิดเจตคติที่ดีต่อการเรียนคณิตศาสตร์

4.4 ลักษณะของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

ลักษณะของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แบ่งได้เป็น 3 ชนิด ดังนี้ (Baroody (1993, p. 2-61)

1. การให้เหตุผลแบบสหัชญาณ (Intuitive Reasoning) เป็นการให้เหตุผลที่ต้องตัดสินใจบนพื้นฐานของสิ่งที่เห็นหรือข้อสันนิษฐานเนื่องจากมีข้อมูลไม่เพียงพอที่จะตัดสินใจ ซึ่งอาจถูกหรือผิดก็ได้

2. การให้เหตุผลอุปนัย (Inductive Reasoning) เป็นกระบวนการใช้ประสบการณ์ การสังเกต หรือทดลองซ้ำ ๆ แล้วรวบรวมข้อมูลเพื่อวิเคราะห์หาแบบรูปความสัมพันธ์ นำไปสู่ข้อสรุปที่คาดว่าเป็นจริง ถูกต้อง มีความเป็นไปได้ แต่ยังไม่ได้รับการพิสูจน์ว่าเป็นจริงหรือไม่ และยังไม่พบข้อขัดแย้งในข้อสรุปหรือข้อความคาดการณ์ที่ค้นพบ

3. การให้เหตุผลแบบนิรนัย (Deductive Reasoning) เป็นการใช้อธิบายข้อสรุปที่สมเหตุสมผล หรือได้รับการยอมรับว่าเป็นจริงโดยไม่ต้องพิสูจน์ เป็นการอ้างถึงสิ่งที่รู้ว่าเป็นจริง

เพื่อนำไปสู่ข้อสรุปใหม่ เป็นการให้เหตุผลที่น่าเชื่อถือมากที่สุดเนื่องจากการให้เหตุผลที่อยู่บนพื้นฐานตามหลักตรรกศาสตร์

จากการศึกษาลักษณะของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ได้แบ่งเป็น 2 ลักษณะคือ

1) การให้เหตุผลแบบสหัชญาณ เป็นการตัดสินใจจากสิ่งที่เห็นหรือข้อสันนิษฐาน 2) การให้เหตุผลแบบอุปนัย เป็นการใช้การสังเกตในการอธิบายแนวคิดเพื่อสร้างข้อคาดการณ์หาข้อสรุปต่าง ๆ โดยเชื่อว่าน่าจะเป็นจริงแต่ยังไม่ได้รับการพิสูจน์ว่าเป็นจริงหรือไม่ 3) การให้เหตุผลแบบนิรนัย เป็นการใช้ความรู้ กฎ ข้อตกลงที่ยอมรับแล้วว่าเป็นจริงโดยไม่ต้องพิสูจน์ในการอธิบายแนวคิดเพื่อหาข้อสรุปต่าง ๆ

4.5 แนวทางในการพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

อัมพร ม้าคนอง (2559, น. 50) ได้กล่าวถึง การฝึกให้นักเรียนใช้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ควรให้นักเรียนปฏิบัติด้วยตนเองทั้งในบริบททางคณิตศาสตร์ (Mathematical context) และบริบทอื่น ๆ มากกว่าจะเป็นเพียงการสอนหรือบอกให้นักเรียนเห็นความสำคัญหรือให้เรียนรู้การให้เหตุผลเดี่ยว ๆ แยกจากสิ่งอื่น ครูควรพยายามใช้คำถามเพื่อให้นักเรียนแสดงเหตุผล เช่น “ทำไม” “เพราะอะไร” “ถ้าเงื่อนไขบางอย่างเปลี่ยนแปลงไป จะเกิดอะไรขึ้น รู้ได้อย่างไร” ซึ่งคำถามเหล่านี้ใช้ได้ทั้งในการสอนเนื้อหาคณิตศาสตร์ การให้นักเรียนทำกิจกรรมทางคณิตศาสตร์ การให้อธิบายเหตุการณ์ต่าง ๆ อย่างเป็นเหตุเป็นผลและในการแก้ปัญหา ซึ่งในกระบวนการทำงานเหล่านี้ นักเรียนจะมีเหตุผลของตนเองที่อาจแตกต่างจากผู้อื่น ครูสามารถตั้งคำถามให้นักเรียนใช้เหตุผลได้อย่างต่อเนื่องและไม่ควรคำนึงถึงเฉพาะเหตุผลที่ถูกต้องหรือสมเหตุสมผลเท่านั้น แต่ควรให้ความสำคัญกับทุกเหตุผล เพื่อที่จะทราบว่าทำไมนักเรียนจึงให้เหตุผลเช่นนั้น การให้นักเรียนได้อธิบายหรือชี้แจงเหตุผลจะช่วยให้นักเรียนได้ทบทวนการทำงานเพื่อสะท้อนความคิดของตน และที่สำคัญคือผู้เรียนจะได้ข้อสรุปหรือตัดสินใจ ความถูกต้องของสิ่งต่าง ๆ ด้วยตนเองมากกว่าที่จะเชื่อตามที่ครูบอกหรือตามที่หนังสือเขียนไว้

จากแนวทางการพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ที่กล่าวมานั้นสรุปได้ว่า การพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์นั้น ครูควรจัดกิจกรรมที่ส่งเสริมการคิดอย่างมีเหตุผล โดยสอดแทรกการให้เหตุผลเข้าไปในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์อย่างต่อเนื่อง ใช้คำถามกระตุ้นให้นักเรียนได้ฝึกการคิด วิเคราะห์ อธิบายแสดงแนวคิดของตนเอง อย่างเป็นเหตุเป็นผล จนสามารถสร้างข้อสรุปได้ด้วยตนเอง

4.6 การวัดและประเมินความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2547, น. 50-52) และ สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน (2551, น. 60) ได้กล่าวถึง ความสามารถในการให้เหตุผลเป็นทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ที่บรรจุไว้ในหลักสูตร โดยครูสามารถ ประเมินความสามารถของนักเรียนได้จากการทำใบงานแบบฝึกหัด การเขียนอนุทิน จากพฤติกรรม การเข้าร่วมกิจกรรมต่าง ๆ การทดสอบที่ใช้คำถามปลายเปิดเพื่อให้นักเรียนได้แสดงความสามารถ ซึ่งต้องคำนึงถึงพื้นฐานความรู้ทางคณิตศาสตร์ในการให้เหตุผล การสร้างข้อาคาดเดาสิ่งที่เกิดขึ้น โดยอาศัยวิธีการทางคณิตศาสตร์ การให้เหตุผลหรือพิสูจน์โดยเลือกใช้รูปแบบหรือวิธีการที่ หลากหลายในการประเมินข้อโต้แย้งและข้อพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2551, น. 121-123) กล่าวถึง เกณฑ์การประเมินนักเรียนด้านการให้เหตุผลในการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ช่วงชั้นที่ 3 และช่วงชั้นที่ 4 เพื่อเป็นแนวทางให้ครูใช้เป็นในการประเมินคุณภาพของนักเรียนด้านการให้เหตุผล ตาราง 7 แสดงเกณฑ์การประเมินเพื่อเป็นแนวทางให้ครูผู้สอนใช้เป็นกรอบในการประเมินคุณภาพ ของนักเรียนด้านการให้เหตุผล

คะแนน/ความหมาย	ความสามารถในการให้เหตุผลที่ปรากฏให้เห็น
4/ดีมาก	มีการอ้างอิงเสนอแนวคิดประกอบการตัดสินใจอย่าง สมเหตุสมผล
3/ดี	มีการอ้างอิงถูกต้องบางส่วน และเสนอแนวคิด ประกอบการตัดสินใจ
2/พอใช้	เสนอแนวคิดไม่สมเหตุสมผลในการประกอบการตัดสินใจ
1/ควรแก้ไข	มีความพยายามในการเสนอแนวคิดประกอบการตัดสินใจ
0/ต้องปรับปรุง	ไม่มีแนวคิดประกอบการตัดสินใจ

จากการศึกษาการวัดและประเมินความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ที่กล่าวข้างต้นสรุปได้ว่า ในการวัดและประเมินความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของ นักเรียนสามารถทำได้หลายวิธี เช่น การมีส่วนร่วมในการทำกิจกรรม การทำแบบฝึกหัด การทำ ข้อสอบที่มีคำถามปลายเปิดให้นักเรียนได้แสดงแนวคิด เป็นต้น โดยครูควรคำนึงถึงการใช้ความรู้

พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ การใช้วิธีการที่หลากหลายในการให้เหตุผล ซึ่งการวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัย เลือกลงข้อสอบแบบอัตนัยแสดงการให้เหตุผลที่ได้มาซึ่งวิธีการหาคำตอบและข้อสรุป จำนวน 4 ข้อ

4.7 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

ผู้วิจัยได้ศึกษาจากงานวิจัยดังนี้

งานวิจัยในประเทศ

ไตรภพ คงเสน (2559, น. 104-113) ได้ทำการวิจัยเพื่อศึกษาผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนโครงข่ายที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผลและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 พบว่า นักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 5 กลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนโครงข่ายมีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน และสูงกว่ากลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 นักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 5 กลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนโครงข่ายมีความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน และสูงกว่ากลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

ภัทรอร อริยธนพงศ์ (2559, น. 88-95) ได้ทำการศึกษาผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสอนแนะให้รู้คิดที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่องความน่าจะเป็น ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 พบว่า ความสามารถในการแก้ปัญหาและความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็น ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 หลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสอนแนะให้รู้คิด (CGI) สูงกว่าเกณฑ์ที่ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

สถาปนา บุญมาก (2558, น. 101-108) ได้ทำการวิจัยเพื่อศึกษาผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนมโนทัศน์ที่มีต่อมโนทัศน์และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนาน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 พบว่า มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนาน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 หลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนมโนทัศน์สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญที่ระดับ .05

สิรินทรา มินทะขัติ (2556, น. 85-92) ได้ทำการวิจัยเพื่อศึกษาผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐาน (Problem – Based Learning) เรื่องพื้นที่ผิวและปริมาตร ที่มีต่อความสามารถในการคิดวิเคราะห์ และความสามารถในการให้เหตุผล

ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 พบว่า ความสามารถในการคิดวิเคราะห์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐาน เรื่อง พื้นที่ผิวและปริมาตร สูงกว่าก่อนได้รับการจัดการเรียนรู้ และสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 โดยมีคะแนนเฉลี่ย 15.20 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 76.00 ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐาน เรื่อง พื้นที่ผิวและปริมาตร สูงกว่าก่อนได้รับการจัดการเรียนรู้ และสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

จากการศึกษางานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์จะเห็นได้ว่า งานวิจัยส่วนใหญ่มีการจัดการเรียนการสอนโดยใช้วิธีการต่าง ๆ ซึ่งล้วนส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ให้ดีขึ้น ในการวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยจึงจัดการเรียนการสอนโดยการสอนแนะให้รู้คิดร่วมกับการนี้ภาพ ซึ่งเป็นการสอนที่เปิดโอกาสให้นักเรียนได้วิเคราะห์ปัญหาหรือสถานการณ์ เน้นให้นักเรียนสร้างความรู้ความเข้าใจ โดยการระดมความคิดและร่วมกันอภิปรายเพื่อให้นักเรียนเสนอแนวคิด วิธีการที่นักเรียนใช้ในการแก้ปัญหา พร้อมทั้งเหตุผลได้อย่างถูกต้องและเหมาะสม โดยครูจะต้องทำความเข้าใจการคิดของนักเรียน และเป็นผู้ชี้แนะแนวทางกระตุ้นการคิดของนักเรียนให้นักเรียนวิเคราะห์ปัญหาและสื่อสารออกมาเป็นรูปธรรมผ่านการวาดรูป

บทที่ 3

วิธีดำเนินการวิจัย

การวิจัยเรื่องการศึกษาความสามารถในการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 เรื่อง พื้นที่ผิวและปริมาตร โดยการสอนแนะให้รู้คิดร่วมกับการนึ่งภาพ กับการสอนแบบปกติ ผู้วิจัยดำเนินการวิจัยตามขั้นตอนดังต่อไปนี้

1. การกำหนดประชากรและการสุ่มกลุ่มตัวอย่าง
2. การสร้างเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย
3. การเก็บรวบรวมข้อมูล
4. การจัดกระทำและการวิเคราะห์ข้อมูล

การกำหนดประชากรและการเลือกกลุ่มตัวอย่าง

ประชากรที่ใช้ในการวิจัย

ประชากรที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2564 โรงเรียนพิบูลอุปถัมภ์ กรุงเทพมหานคร จำนวน 5 ห้องเรียน รวมจำนวนนักเรียน 190 คน ซึ่งโรงเรียนจัดห้องเรียนโดยคละความสามารถ

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัย

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2564 โรงเรียนพิบูลอุปถัมภ์ กรุงเทพมหานคร จำนวน 2 ห้องเรียน จำนวนนักเรียน 77 คน ซึ่งได้มาจากการสุ่มแบบกลุ่ม (Cluster Random Sampling) โดยใช้ห้องเรียนเป็นหน่วยของการสุ่ม (Sampling Unit) จากนั้นสุ่มอย่างง่ายเพื่อจัดเป็นกลุ่มทดลอง 1 ห้องเรียน มีนักเรียนจำนวน 39 คน และกลุ่มควบคุม 1 ห้องเรียน มีนักเรียนจำนวน 38 คน

ระยะเวลาที่ใช้ในการวิจัย

ดำเนินการเก็บรวบรวมข้อมูลในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2564 ใช้เวลาในการทดสอบก่อนและหลังได้รับการสอนโดยทดสอบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ 1 คาบ และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ 1 คาบ และจัดการเรียนการสอนโดยการสอนแนะให้รู้คิดร่วมกับการนึ่งภาพ 13 คาบ รวมจำนวน 17 คาบ

เนื้อหาที่ใช้ในการวิจัย

เนื้อหาที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้เป็นส่วนหนึ่งของรายวิชาคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 เรื่อง พื้นที่ผิวและปริมาตร จำนวน 13 คาบ ซึ่งประกอบด้วย

- | | |
|-------------------------|-------------|
| 1. รูปเรขาคณิตสามมิติ | จำนวน 1 คาบ |
| 2. ปริมาตรของพีระมิด | จำนวน 2 คาบ |
| 3. พื้นที่ผิวของพีระมิด | จำนวน 2 คาบ |
| 4. ปริมาตรของกรวย | จำนวน 2 คาบ |
| 5. พื้นที่ผิวของกรวย | จำนวน 2 คาบ |
| 6. ปริมาตรของทรงกลม | จำนวน 2 คาบ |
| 7. พื้นที่ผิวของทรงกลม | จำนวน 2 คาบ |

การสร้างเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

การวิจัยในครั้งนี้ ผู้วิจัยได้ใช้เครื่องมือในการวิจัยดังนี้

1. แผนการสอนโดยการสอนแนะให้รู้คิดร่วมกับการนิกภาพ
2. แผนการสอนโดยการสอนแบบปกติ
3. แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

เรื่อง พื้นที่ผิวและปริมาตร ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 จำนวน 1 ชุด เป็นแบบอัตนัย จำนวน 4 ข้อ

4. แบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

เรื่อง พื้นที่ผิวและปริมาตร ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 จำนวน 1 ชุด เป็นแบบอัตนัย จำนวน 4 ข้อ

ขั้นตอนในการสร้างเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

1. แผนการสอนโดยการสอนแนะให้รู้คิดร่วมกับการนิกภาพ เรื่อง พื้นที่ผิวและปริมาตร ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

1.1 ศึกษาหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ.2560) ของกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

1.2 ศึกษาวิเคราะห์มาตรฐานการเรียนรู้และตัวชี้วัดของกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น

1.3 ศึกษาเนื้อหา จุดประสงค์การเรียนรู้จากคู่มือครูชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ของสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี กระทรวงศึกษาธิการ

1.4 ศึกษาแนวคิด ทฤษฎี หลักการ รูปแบบ แนวทางการจัดการเรียนรู้และขั้นตอน การจัดการเรียนการสอนที่เกี่ยวข้องกับการสอนแนะให้รู้คิดร่วมกับการนิเทศ จากเอกสารและ งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

1.5 จัดทำแผนการสอนตามเนื้อหา และจุดประสงค์การเรียนรู้ เรื่อง พื้นที่ผิวและ ปริมาตร ให้สอดคล้องกับมาตรฐานการเรียนรู้ ตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้ที่กำหนดไว้ โดยมีแผนการสอน จำนวน 13 แผน ซึ่งแต่ละแผนมีรายละเอียดดังนี้

1. มาตรฐานการเรียนรู้
2. ตัวชี้วัด
3. สาระสำคัญ
4. จุดประสงค์การเรียนรู้ซึ่งประกอบด้วย 3 ด้าน
 - 4.1 ด้านความรู้
 - 4.2 ด้านทักษะและกระบวนการ
 - 4.3 ด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์
5. สาระการเรียนรู้
6. การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ โดยจัดการเรียนการสอนตามขั้นตอนของการสอนแนะให้รู้คิดร่วมกับการนิเทศ ดังนี้

ขั้นตอนที่ 1 ช้้นนำเสนอปัญหา เป็นการปฏิบัติกิจกรรมเป็นกลุ่มใหญ่ ทั้งชั้นเรียน โดยครูนำเสนอปัญหาหรือสถานการณ์ที่เกี่ยวข้องกับพื้นที่ผิวและปริมาตรที่ใช้ในชีวิตประจำวันซึ่งอยู่ในรูปข้อความที่เป็นนามธรรมโดยใช้สื่อสามมิติประกอบ เพื่อให้นักเรียน ได้เรียนรู้ลักษณะภายนอกของรูปทรงเรขาคณิตผ่านการมอง สังเกตและสัมผัส

ขั้นตอนที่ 2 ช้้นวิเคราะห์ข้อมูลและแก้ปัญหา เป็นการปฏิบัติกิจกรรม กลุ่มย่อยดังนี้

1) แบ่งนักเรียนออกเป็นกลุ่มย่อย กลุ่มละ 5-6 คน จากนั้นครูชี้แจงวิธีการทำงาน

2) เปิดโอกาสให้นักเรียนได้วิเคราะห์ปัญหาหรือสถานการณ์ เน้นให้นักเรียนสร้างความรู้ความเข้าใจและเชื่อมโยงประสบการณ์ความรู้ที่มีอยู่เดิม โดยการระดมความคิดและอภิปรายร่วมกันภายในกลุ่มถึงวิธีการในการแก้ปัญหาพร้อมเหตุผล เพื่อนำมาสร้างองค์ความรู้และหาข้อสรุปของคำตอบได้ด้วยตนเอง

3) ครูเป็นผู้อำนวยความสะดวกและสังเกตพฤติกรรมการเรียนรู้ของนักเรียน โดยที่ครูจะต้องวินิจฉัยทำความเข้าใจการคิดของนักเรียน หากนักเรียนไม่เข้าใจปัญหาหรือสถานการณ์ ไม่สามารถวิเคราะห์ปัญหาให้ออกมาเป็นรูปธรรมได้ ครูจะเป็นผู้คอยชี้แนะแนวทาง กระตุ้นการคิดของนักเรียนให้นักเรียนวิเคราะห์ปัญหาและสื่อสารออกมาเป็นรูปธรรมผ่านการวาดภาพ โดยใช้วิธีการที่หลากหลายตามศักยภาพ ระดับการเรียนรู้ของนักเรียน เช่น ของจริง สื่อรูปธรรม รูปภาพ การใช้คำถามและอื่น ๆ เพื่อให้ให้นักเรียนเกิดความเข้าใจ มองเห็นภาพความสัมพันธ์ลักษณะต่าง ๆ อันจะนำไปสู่แนวทางในการแก้ปัญหาได้

ขั้นตอนที่ 3 ขั้นรายงานคำตอบและวิธีการแก้ปัญหา ครูจะให้นักเรียนแต่ละกลุ่มนำเสนอแนวคิด วิธีการที่นักเรียนใช้ในการแก้ปัญหาพร้อมทั้งเหตุผล จากนั้นครูและนักเรียนร่วมกันถามเพื่อให้นักเรียนแสดงความคิดและเหตุผลที่ใช้ในการแก้ปัญหา

ขั้นตอนที่ 4 ขั้นสรุปอภิปรายคำตอบ ครูและนักเรียนร่วมกันอภิปรายหาข้อสรุปเกี่ยวกับวิธีการแก้ปัญหาและคำตอบที่ถูกต้องโดยครูจะใช้คำถามนำในการอภิปราย จากนั้นครูและนักเรียนช่วยกันขยายแนวคิดเพื่อสรุปประเด็นนำไปสู่การสร้างองค์ความรู้ด้วยตนเอง

7. สื่อการเรียนรู้/แหล่งการเรียนรู้

8. การวัดและการประเมินผล

9. บันทึกผลการจัดการเรียนรู้

1.6 นำเสนอแผนการสอนโดยการสอนและให้รู้คิดร่วมกับการนี้ภาพ ที่ผู้วิจัยสร้างเสร็จแล้วเสนอต่ออาจารย์ที่ปรึกษาปริญญาโทเพื่อตรวจสอบความตรงเชิงเนื้อหา ความสอดคล้องของมาตรฐานการเรียนรู้และตัวชี้วัด กิจกรรมการเรียนรู้ สื่อการเรียนรู้ และความสอดคล้องระหว่างการวัดและการประเมินผลกับตัวชี้วัด แล้วนำข้อเสนอแนะที่ได้มาปรับปรุงแก้ไข

1.7 นำแผนการสอนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นและปรับปรุงแก้ไขตามคำแนะนำของอาจารย์ที่ปรึกษาปริญญาโท เสนอต่อผู้เชี่ยวชาญด้านหลักสูตรและการสอนคณิตศาสตร์ และด้านการวัดและประเมินผล จำนวน 3 คน เพื่อตรวจสอบความตรงเชิงเนื้อหา ความสอดคล้องของมาตรฐานการเรียนรู้และตัวชี้วัด กิจกรรมการเรียนรู้ สื่อการเรียนรู้ และความสอดคล้องระหว่างตัวชี้วัดกับการวัดและการประเมินผลการเรียนรู้

1.8 นำแผนการสอนที่ปรับปรุงตามคำแนะนำของผู้เชี่ยวชาญเรียบร้อยแล้ว นำไปใช้ทดลองกับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2564 โรงเรียนพินุลอุปลัมภ์

กรุงเทพมหานคร จำนวน 1 ห้องเรียน จำนวนนักเรียน 39 คน ที่ไม่ใช่กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการทดลองซึ่งมีพื้นฐานความรู้ใกล้เคียงกับกลุ่มตัวอย่าง จากนั้นปรับปรุงแผนการสอน โดยบางแผนการสอนใช้ระยะเวลาในการจัดกิจกรรมนานเกินไป ผู้วิจัยจึงได้ปรับปรุงระยะเวลา และขั้นตอนในการดำเนินกิจกรรม

1.9 นำแผนการสอนที่ปรับปรุงเรียบร้อยแล้วเสนอต่ออาจารย์ที่ปรึกษาปริญญาโทอีกครั้ง และนำไปใช้กับกลุ่มทดลอง จำนวน 1 ห้องเรียน

2. แผนการสอนโดยการสอนแบบปกติ เรื่อง พื้นที่ผิวและปริมาตร ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

2.1 ศึกษาหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ.2560) ของกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

2.2 ศึกษาวิเคราะห์มาตรฐานการเรียนรู้และตัวชี้วัดของกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น

2.3 ศึกษาเนื้อหา จุดประสงค์การเรียนรู้จากคู่มือครูชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ของสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี กระทรวงศึกษาธิการ

2.4 จัดทำแผนการสอนตามเนื้อหา และจุดประสงค์การเรียนรู้เรื่อง พื้นที่ผิวและปริมาตร ให้สอดคล้องกับมาตรฐานการเรียนรู้ ตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้ที่กำหนดไว้ โดยมีแผนการสอน 13 แผน ซึ่งแต่ละแผนมีรายละเอียดดังนี้

1. มาตรฐานการเรียนรู้
2. ตัวชี้วัด
3. สาระสำคัญ
4. จุดประสงค์การเรียนรู้ซึ่งประกอบด้วย 3 ด้าน
 - 4.1 ด้านความรู้
 - 4.2 ด้านทักษะและกระบวนการ
 - 4.3 ด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์
5. สาระการเรียนรู้
6. การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ โดยจัดการเรียนการสอนตามขั้นตอนของการสอนแบบปกติดังนี้

ขั้นที่ 1 ชี้นำเข้าสู่บทเรียน เป็นขั้นที่ครูเป็นผู้กระตุ้นให้นักเรียนเกิด ความสนใจในบทเรียน โดยครูได้ทบทวนความรู้เดิมของนักเรียนเพื่อเตรียมเข้าสู่บทเรียนใหม่ผ่านการตั้งคำถามหรือสนทนา

ชั้นที่ 2 ชั้นสอน เป็นชั้นที่ครูสอนตามเนื้อหาและจุดประสงค์การเรียนรู้ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ.2560) โดยการใช้หนังสือเรียนคณิตศาสตร์พื้นฐานหรือเอกสารประกอบการสอน

ชั้นที่ 3 ชั้นสรุป เป็นชั้นที่ครูกระตุ้นให้นักเรียนสรุปความรู้ที่ได้รับโดยครูและนักเรียนร่วมกันอภิปรายในชั้นเรียน

7. สื่อการเรียนรู้/แหล่งการเรียนรู้

8. การวัดและการประเมินผล

9. บันทึกผลการจัดการเรียนรู้

2.5 นำเสนอแผนการสอนโดยการสอนแบบปกติที่ผู้วิจัยสร้างเสร็จแล้วเสนอต่ออาจารย์ที่ปรึกษาปริญญาโทเพื่อตรวจสอบความตรงเชิงเนื้อหา ความสอดคล้องของมาตรฐานการเรียนรู้และตัวชี้วัด กิจกรรมการเรียนรู้ สื่อการเรียนรู้ และความสอดคล้องระหว่างการวัดและการประเมินผลกับตัวชี้วัด แล้วนำข้อเสนอแนะที่ได้มาปรับปรุงแก้ไข

2.6 นำแผนการสอนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นและปรับปรุงแก้ไขตามคำแนะนำของอาจารย์ที่ปรึกษาปริญญาโท เสนอต่อผู้เชี่ยวชาญด้านหลักสูตรและการสอนคณิตศาสตร์ และด้านการวัดและประเมินผล จำนวน 3 คน เพื่อตรวจสอบความตรงเชิงเนื้อหา ความสอดคล้องของมาตรฐานการเรียนรู้และตัวชี้วัด กิจกรรมการเรียนรู้ สื่อการเรียนรู้ และความสอดคล้องระหว่างตัวชี้วัดกับการวัดและการประเมินผลการเรียนรู้

2.7 นำแผนการสอนที่ปรับปรุงตามคำแนะนำของผู้เชี่ยวชาญเรียบร้อยแล้วนำไปใช้ทดลองกับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2564 โรงเรียนพิบูลอุปถัมภ์ กรุงเทพมหานคร จำนวน 1 ห้องเรียน จำนวนนักเรียน 38 คน ที่ไม่ใช่กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการทดลองซึ่งมีพื้นฐานความรู้ใกล้เคียงกับกลุ่มตัวอย่าง จากนั้นปรับปรุงแผนการสอน

2.8 นำแผนการสอนที่ปรับปรุงเรียบร้อยแล้วเสนอต่ออาจารย์ที่ปรึกษาปริญญาโทอีกครั้ง และนำไปใช้กับกลุ่มควบคุม จำนวน 1 ห้องเรียน

3. แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

ผู้วิจัยสร้างแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง พื้นที่ผิวและปริมาตร ซึ่งเป็นแบบทดสอบแบบอัตนัยจำนวน 4 ข้อ ใช้เวลา 50 นาที ซึ่งผู้วิจัยดำเนินการสร้างแบบทดสอบดังนี้

3.1 ศึกษาวิธีการสร้างแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์จากเอกสาร ตำรา และงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

3.2 ศึกษาเนื้อหาเรื่อง พื้นที่ผิวและปริมาตร จากหนังสือแบบเรียนและคู่มือครู ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ.2560)

3.3 กำหนดกรอบการสร้างแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

3.4 กำหนดเกณฑ์การให้คะแนนของแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ผู้วิจัยได้ใช้เกณฑ์การตรวจให้คะแนนของวิมลพันธ์ ทรายทอง (2561, น.122) ดังตารางที่ 8

ตาราง 8 เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

คะแนน/ความหมาย	คะแนน (ระดับคุณภาพ)	ความสามารถในการแก้ปัญหา ที่ปรากฏให้เห็น
1. ทำความเข้าใจปัญหา		
1.1. สิ่งที่โจทย์กำหนดให้	1	- เขียนสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ได้ครบ
	0	- เขียนสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ได้ไม่ครบ/ไม่เขียน
2. สิ่งที่โจทย์ต้องการ	1	- เขียนสิ่งที่โจทย์ถามได้ครบ
	0	- เขียนสิ่งที่โจทย์ถามได้ไม่ครบ/ไม่เขียน
2. วางแผนการแก้ปัญหา	2	- เลือกวิธีการที่สามารถแก้ปัญหาได้ถูกต้องเหมาะสม และสอดคล้องกับปัญหา
	1	- เลือกวิธีการที่สามารถแก้ปัญหาได้ถูกต้องแต่ยังไม่เหมาะสมหรือไม่ครอบคลุมประเด็นของปัญหา
	0	- เลือกวิธีการแก้ปัญหาไม่ถูกต้อง หรือไม่ สามารถเลือกวิธีการแก้ปัญหาได้

ตาราง 8 (ต่อ)

คะแนน/ความหมาย	คะแนน (ระดับคุณภาพ)	ความสามารถในการแก้ปัญหา ที่ปรากฏให้เห็น
3, ดำเนินการแก้ปัญหา	3	- นำวิธีการแก้ปัญหาไปใช้ได้และแสดงการแก้ปัญหาเป็นลำดับขั้นตอนชัดเจน คำนวน คำตอบได้ถูกต้อง
	2	- นำวิธีการแก้ปัญหาไปใช้ได้อย่างถูกต้องและแสดงการแก้ปัญหาเป็นลำดับขั้นตอนได้อย่างชัดเจน แต่คำนวนคำตอบผิด
	1	- นำขั้นตอนการแก้ปัญหาไปใช้ได้ถูกต้อง แต่การแสดงขั้นตอนการแก้ปัญหายังไม่ชัดเจน
	0	- นำวิธีการแก้ปัญหาไปใช้ไม่ถูกต้อง หรือไม่แสดงลำดับขั้นตอนการแก้ปัญหา
4. ตรวจสอบคำตอบ	2	- แสดงวิธีการตรวจคำตอบได้ถูกต้อง
	1	- แสดงวิธีการตรวจคำตอบได้ถูกต้องบางส่วนหรือไม่ครบถ้วน
	0	- ไม่ตรวจคำตอบ หรือตรวจคำตอบไม่ถูกต้อง
5. การสรุปคำตอบ	1	- นักเรียนสรุปคำตอบได้ถูกต้อง
	0	- นักเรียนเขียนสรุปคำตอบไม่ถูกต้อง/เขียนสรุปคำตอบไม่ครบ/นักเรียนไม่เขียนสรุปคำตอบ

3.5 ผู้วิจัยสร้างแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง พื้นที่ผิวและปริมาตร ซึ่งเป็นแบบทดสอบแบบอัตนัย จำนวน 8 ข้อ และนำเสนออาจารย์ที่ปรึกษาปริญญาโทเพื่อตรวจสอบความเหมาะสมและให้ข้อเสนอแนะเพื่อนำมาปรับปรุงแก้ไข จากนั้นนำแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่แก้ไขแล้วเสนอต่อผู้เชี่ยวชาญด้านหลักสูตรและการสอนคณิตศาสตร์ และด้านการวัดและประเมินผลการศึกษา จำนวน 3 คน เพื่อตรวจสอบความตรงเชิงเนื้อหา และหาค่าดัชนีความสอดคล้องระหว่างข้อสอบ

กับจุดประสงค์การเรียนรู้ และความเหมาะสมของภาษา (Index of item-objective Congruence: IOC) ซึ่งผู้เชี่ยวชาญแต่ละท่านจะให้คะแนนตามเกณฑ์ ดังนี้

ให้คะแนน +1 เมื่อผู้เชี่ยวชาญแน่ใจว่าข้อคำถามนั้นสอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้

ให้คะแนน 0 เมื่อผู้เชี่ยวชาญไม่แน่ใจว่าข้อคำถามนั้นสอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้

ให้คะแนน -1 เมื่อผู้เชี่ยวชาญแน่ใจว่าข้อคำถามนั้นไม่สอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้

นำผลการพิจารณาของผู้เชี่ยวชาญมาวิเคราะห์เพื่อหาค่าดัชนีความสอดคล้อง (Index of item-objective Congruence: IOC) จากนั้นคัดเลือกข้อสอบที่มีค่า IOC ตั้งแต่ 0.67–1.00 ขึ้นไป จำนวน 4 ข้อ

3.6 นำแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ปรับปรุงแก้ไขตามคำแนะนำของผู้เชี่ยวชาญแล้วนำไปทดลองใช้ (try out) กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2564 โรงเรียนพิบูลอุปถัมภ์ กรุงเทพมหานคร จำนวน 1 ห้องเรียน จำนวนนักเรียน 38 คน ที่เคยเรียนเรื่องพื้นที่ผิวและปริมาตรมาแล้ว และไม่ใช้กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการทดลองซึ่งที่มีพื้นฐานความรู้ใกล้เคียงกับกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม แล้วนำผลการทดสอบมาวิเคราะห์คุณภาพรายข้อโดยคัดเลือกข้อสอบที่มีค่าความยากง่ายระหว่าง 0.48–0.62 และค่าอำนาจจำแนกตั้งแต่ 0.31–0.40 โดยคัดเลือกให้ครอบคลุมจุดประสงค์การเรียนรู้จำนวน 4 ข้อ จากนั้นนำแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์หาค่าความเชื่อมั่น (Reliability) โดยใช้สูตรสัมประสิทธิ์แอลฟาของครอนบาค (Cronbah's Alpha Coefficient) ซึ่งมีค่าเท่ากับ 0.95

3.7 จัดทำแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ฉบับสมบูรณ์เพื่อนำไปใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูลต่อไป

4. แบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

ผู้วิจัยสร้างแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เรื่อง พื้นที่ผิวและปริมาตร ซึ่งเป็นแบบทดสอบแบบอัตนัยจำนวน 4 ข้อ ใช้เวลา 50 นาที ซึ่งผู้วิจัยดำเนินการสร้างแบบทดสอบดังนี้

4.1 ศึกษาวิธีการสร้างแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์จากเอกสาร ตำรา และงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

4.2 ศึกษาเนื้อหาเรื่อง พื้นที่ผิวและปริมาตร จากหนังสือแบบเรียนและคู่มือครู ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ.2560)

4.3 กำหนดกรอบการสร้างแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

4.4 กำหนดเกณฑ์การให้คะแนนของแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ผู้วิจัยได้ศึกษาเกณฑ์การตรวจให้คะแนนของสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2546, น. 121-123); จินดิษฐ์ ลออบักซิณ (2550, น. 183); และ สิริบทรา มินทะชาติ (2556, น. 166-167) ดังตารางที่ 9

ตาราง 9 เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

คะแนน / ความหมาย	คะแนน (ระดับคุณภาพ)	ความสามารถในการให้เหตุผลที่ปรากฏให้เห็น
1. อธิบายแนวคิดหรือแสดงเหตุผลสนับสนุนคำตอบ	1	- นักเรียนสามารถยืนยันข้อสรุปได้อย่างสมเหตุสมผล
	0	- นักเรียนยืนยันข้อสรุปไม่สมเหตุสมผล หรือนักเรียนไม่สามารถยืนยันข้อสรุป/ข้อความคาดการณ์ได้
2. แสดงขั้นตอนประกอบการให้เหตุผล	3	- แสดงขั้นตอนประกอบการให้เหตุผลถูกต้อง ชัดเจน
	2	- แสดงขั้นตอนประกอบการให้เหตุผลที่ถูกต้องแต่ไม่ชัดเจน
	1	- แสดงขั้นตอนประกอบการให้เหตุผลได้ถูกต้องเพียงบางส่วน
	0	- แสดงขั้นตอนประกอบการให้เหตุผลไม่ถูกต้อง หรือ ไม่ได้แสดงขั้นตอนประกอบการให้เหตุผล
3. การสรุปคำตอบ	1	- นักเรียนสรุปคำตอบได้ถูกต้องสมบูรณ์
	0	- นักเรียนเขียนสรุปคำตอบไม่ถูกต้อง/เขียนสรุปคำตอบไม่ครบ/นักเรียนไม่เขียนสรุปคำตอบ

4.5 ผู้วิจัยสร้างแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง พื้นที่ผิวและปริมาตร ซึ่งเป็นแบบทดสอบแบบอัตนัย จำนวน 8 ข้อ และนำเสนออาจารย์ที่ปรึกษาปริญญาโทเพื่อตรวจสอบความเหมาะสมและให้ข้อเสนอแนะเพื่อนำมาปรับปรุงแก้ไข จากนั้นนำแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ที่แก้ไขแล้วเสนอต่อผู้เชี่ยวชาญด้านหลักสูตรและการสอนคณิตศาสตร์ และด้านการวัดและประเมินผลการศึกษา จำนวน 3 คน เพื่อตรวจสอบความตรงเชิงเนื้อหา และหาค่าดัชนีความสอดคล้องระหว่างข้อสอบกับจุดประสงค์การเรียนรู้ และความเหมาะสมของภาษา (Index of item-objective Congruence: IOC) ซึ่งผู้เชี่ยวชาญแต่ละท่านจะให้คะแนนตามเกณฑ์ ดังนี้

การเรียนรู้อ ให้คะแนน +1 เมื่อผู้เชี่ยวชาญแน่ใจว่าข้อคำถามนั้นสอดคล้องกับจุดประสงค์

การเรียนรู้อ ให้คะแนน 0 เมื่อผู้เชี่ยวชาญไม่แน่ใจว่าข้อคำถามนั้นสอดคล้องกับจุดประสงค์

การเรียนรู้อ ให้คะแนน -1 เมื่อผู้เชี่ยวชาญแน่ใจว่าข้อคำถามนั้นไม่สอดคล้องกับจุดประสงค์

นำผลการพิจารณาของผู้เชี่ยวชาญมาวิเคราะห์เพื่อหาค่าดัชนีความสอดคล้อง (Index of item-objective Congruence: IOC) จากนั้นคัดเลือกข้อสอบที่มีค่า IOC ตั้งแต่ 0.67 – 1.00 จำนวน 4 ข้อ

4.6 นำแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ที่ปรับปรุงแก้ไขตามคำแนะนำของผู้เชี่ยวชาญแล้วนำไปทดลองใช้ (try out) กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2564 โรงเรียนพิบูลอุปถัมภ์ กรุงเทพมหานคร จำนวน 1 ห้องเรียน จำนวนนักเรียน 38 คน ที่เคยเรียนเรื่องพื้นที่ผิวและปริมาตรมาแล้วและไม่ใช้กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการทดลองซึ่งมีพื้นฐานความรู้ใกล้เคียงกับกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม แล้วนำผลการทดสอบมาวิเคราะห์คุณภาพรายข้อโดยคัดเลือกข้อสอบที่มีค่าความยากง่ายระหว่าง 0.53–0.63 และค่าอำนาจจำแนกตั้งแต่ 0.28–0.41 โดยคัดเลือกให้ครอบคลุมจุดประสงค์การเรียนรู้จำนวน 4 ข้อ จากนั้นนำแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์หาค่าความเชื่อมั่น (Reliability) โดยใช้สูตรสัมประสิทธิ์แอลฟาของครอนบาค (Cronbah's Alpha Coefficient) ซึ่งมีค่าเท่ากับ 0.87

4.7 จัดทำแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ฉบับสมบูรณ์เพื่อนำไปใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูลต่อไป

การเก็บรวบรวมข้อมูล

แบบแผนการวิจัย

การวิจัยครั้งนี้ เป็นการศึกษาความสามารถในการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ โดยการสอนแนะให้ผู้คิดร่วมกับการนี่ภาพ ซึ่งเป็นการวิจัยแบบกึ่งทดลอง (Quasi – Experimental Design) โดยผู้วิจัยใช้แบบแผนการวิจัยแบบ Pretest Posttest control group design มีลักษณะดังตารางต่อไปนี้ (ชูศรี วงศ์รัตน์ และ อดิชา นัยพัฒน์, 2551, น. 52)

ตาราง 10 แบบแผนการทดลอง

กลุ่ม	ทดสอบก่อนเรียน	ทดลอง	ทดสอบหลังเรียน
E	T_{1E}	X	T_{2E}
C	T_{1C}	-	T_{2C}

สัญลักษณ์ที่ในแบบแผนการทดลอง

E	แทน	กลุ่มทดลอง (experimental group)
C	แทน	กลุ่มควบคุม (control group)
T_{1E}	แทน	การทดสอบก่อนเรียน (Pre Test) ของกลุ่มทดลอง
T_{2E}	แทน	การทดสอบหลังเรียน (Post Test) ของกลุ่มทดลอง
T_{1C}	แทน	การทดสอบก่อนเรียน (Pre Test) ของกลุ่มควบคุม
T_{2C}	แทน	การทดสอบหลังเรียน (Post Test) ของกลุ่มควบคุม
X	แทน	การสอนแนะให้ผู้คิดร่วมกับการนี่ภาพ
-	แทน	การสอนแบบปกติ

ผู้วิจัยได้ดำเนินการเก็บรวบรวมข้อมูลดังขั้นตอนต่อไปนี้

1. ขอความร่วมมือจากผู้อำนวยการโรงเรียนและหัวหน้ากลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์โรงเรียนพิบูลอุปถัมภ์ กรุงเทพมหานคร เพื่อทำการทดลองในครั้งนี้ โดยผู้วิจัยเป็นผู้ดำเนินการสอนแนะให้ผู้คิดร่วมกับการนี่ภาพ กับการสอนแบบปกติ

2. ชี้แจงนักเรียนที่เป็นกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมให้ทราบถึงจุดประสงค์ การจัดการเรียนรู้ และวิธีการวัดและประเมินผล ของวิชาคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 เรื่อง พื้นที่ผิวและปริมาตร

3. นำแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แบบอัตนัย ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นโดยทำการทำสอบก่อนเรียนกับกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม

4. ดำเนินการทดลอง โดยผู้วิจัยดำเนินการสอนด้วยตนเอง โดยใช้เนื้อหาเดียวกัน ทั้งกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม และใช้ระยะเวลาในการทดลองเท่ากัน ซึ่งใช้เวลาในการทดลองกลุ่มละ 13 คาบ คาบละ 50 นาที กลุ่มทดลองที่ได้รับการสอนแนะให้รู้คิดร่วมกับการนี้ภาพ และกลุ่มควบคุมที่ได้รับการสอนแบบปกติ

5. เมื่อดำเนินการตามแผนการสอนครบแล้วจึงทำการทดสอบหลังเรียนด้วยแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นโดยทดสอบกับกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม

6. ทำการตรวจให้คะแนนการทำแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาและความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ จากนั้นนำคะแนนที่ได้มาวิเคราะห์ผลด้วยวิธีการทางสถิติ เพื่อทดสอบสมมติฐานต่อไป

การจัดกระทำและการวิเคราะห์ข้อมูล

การวิเคราะห์ข้อมูล

ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยมีลำดับขั้นตอนในการวิเคราะห์ข้อมูลดังนี้

1. เปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนก่อนและหลังได้รับการสอนแนะให้รู้คิดร่วมกับการนี้ภาพ โดยใช้สถิติ t-test for Dependent Samples

2. เปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการสอนแนะให้รู้คิดร่วมกับการนี้ภาพ กับนักเรียนที่ได้รับการสอนแบบปกติ โดยใช้สถิติ t-test for Independent Samples

3. เปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนก่อนและหลังได้รับการสอนแนะให้รู้คิดร่วมกับการนี้ภาพ โดยใช้สถิติ t-test for Dependent Samples

4. เปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการสอนแนะให้รู้คิดร่วมกับการนี้ภาพ กับนักเรียนที่ได้รับการสอนแบบปกติ โดยใช้สถิติ t-test for Independent Samples

สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล

ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยได้ดำเนินการทดลองและเก็บข้อมูลโดยใช้สถิติในการวิเคราะห์ข้อมูลดังนี้

1. สถิติพื้นฐาน ได้แก่ ค่าเฉลี่ยเลขคณิต และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน
2. สถิติที่ใช้ในการหาคุณภาพเครื่องมือ ได้แก่
 - 2.1 การวิเคราะห์ค่าดัชนีความสอดคล้อง (Index of item-objective Congruence: IOC)
 - 2.2 การหาค่าความยากง่าย (P_E) และค่าอำนาจจำแนก (D) เป็นรายชื่อของแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาและความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ตามสูตรของวิทนีย์และซาเบอร์ส (Whitney;& Sabers)
 - 2.3 หาค่าความเชื่อมั่นทั้งฉบับของแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์โดยใช้สูตรสัมประสิทธิ์แอลฟา (α -Coefficient) ของครอนบัค (Cronbach)
3. สถิติที่ใช้ในการทดสอบสมมติฐาน ได้แก่
 - 3.1 สถิติแบบ t-test for Dependent Samples สำหรับการทดสอบสมมติฐานข้อที่ 1 และข้อที่ 3
 - 3.2 สถิติแบบ t-test for Independent Samples สำหรับการทดสอบสมมติฐานข้อที่ 2 และข้อที่ 4

บทที่ 4 ผลการวิเคราะห์ข้อมูล

สัญลักษณ์ที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล

การวิเคราะห์ข้อมูลและการแปลผลการวิเคราะห์ข้อมูลในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยได้กำหนดสัญลักษณ์ในการนำเสนอเพื่อให้เกิดความเข้าใจที่ตรงกัน ดังนี้

n	แทน	จำนวนนักเรียนในกลุ่มตัวอย่าง
\bar{X}	แทน	ค่าเฉลี่ยของคะแนน
S.D.	แทน	ค่าความเบี่ยงเบนมาตรฐาน
Min	แทน	คะแนนต่ำสุด
Max	แทน	คะแนนสูงสุด
t	แทน	ค่าสถิติที่ใช้พิจารณาใน t - Distribution
*	แทน	มีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

การวิเคราะห์ข้อมูล

การวิเคราะห์ข้อมูลและการแปลผลการวิเคราะห์ข้อมูลในการศึกษาความสามารถในการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ได้รับการสอนแนะให้รู้คิดร่วมกับการนี้ภาพ กับการสอนแบบปกติในครั้งนี้ ผู้วิจัยได้เสนอข้อมูลตามลำดับดังนี้

ส่วนที่ 1 ข้อมูลพื้นฐาน

1. ข้อมูลพื้นฐานของคะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ก่อนและหลังได้รับการสอนของนักเรียนกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม

2. ข้อมูลพื้นฐานของคะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ก่อนและหลังได้รับการสอนของนักเรียนกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม

ส่วนที่ 2 ผลการวิเคราะห์ข้อมูลเชิงปริมาณ

1. ผลการเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนก่อนและหลังได้รับการสอนแนะให้รู้คิดร่วมกับการนี่ภาพ โดยใช้สถิติ t-test for Dependent Samples

2. ผลการเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการสอนแนะให้รู้คิดร่วมกับการนี่ภาพ กับนักเรียนที่ได้รับการสอนแบบปกติ โดยใช้สถิติ t-test for Independent Samples

3. ผลการเปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนก่อนและหลังได้รับการสอนแนะให้รู้คิดร่วมกับการนี่ภาพ โดยใช้สถิติ t-test for Dependent Samples

4. ผลการเปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการสอนแนะให้รู้คิดร่วมกับการนี่ภาพ กับนักเรียนที่ได้รับการสอนแบบปกติ โดยใช้สถิติ t-test for Independent Samples

ส่วนที่ 3 ผลการวิเคราะห์ข้อมูลเชิงคุณภาพ

การวิเคราะห์ข้อมูลเชิงคุณภาพของความสามารถในการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 เรื่อง พื้นที่ผิวและปริมาตร โดยพิจารณาจากข้อมูล ดังนี้

1) การเขียนขั้นตอนการแก้ปัญหาในใบงานของนักเรียน โดยพิจารณาเป็น 3 ระยะ ดังนี้

1.1) ระยะที่ 1 ในช่วงเริ่มต้นของการจัดการเรียนการสอนตามแผนการสอนที่ 1 – 5 เพื่อวิเคราะห์ข้อมูลเกี่ยวกับกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน

1.2) ระยะที่ 2 ในช่วงกลางของการจัดการเรียนการสอนตามแผนการสอนที่ 6 – 9 เพื่อวิเคราะห์ข้อมูลเกี่ยวกับกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน

1.3) ระยะที่ 3 ในช่วงท้ายของการจัดการเรียนการสอนตามแผนการสอนที่ 10 – 13 เพื่อวิเคราะห์ข้อมูลเกี่ยวกับกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน

2) พฤติกรรมการเรียนรู้ของนักเรียน การอภิปรายนำเสนอแนวคิดพร้อมทั้งเหตุผลที่ได้มาซึ่งวิธีการแก้ปัญหาและคำตอบ

ผลการวิเคราะห์ข้อมูล

ส่วนที่ 1 ข้อมูลพื้นฐาน

1. ข้อมูลพื้นฐานของคะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ก่อนและหลังเรียนของนักเรียนกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม ดังนี้

ตาราง 11 ข้อมูลพื้นฐานของคะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

ตัวแปร	n	Min	Max	\bar{x}	S.D.	
ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์						
กลุ่มทดลอง	ก่อน	39	0	10	5.21	2.50
	หลัง	39	15	37	27.97	5.15
กลุ่มควบคุม	ก่อน	38	0	11	5.16	2.51
	หลัง	38	13	36	24.82	5.80

จากตาราง 11 คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ซึ่งมีคะแนนเต็ม 40 คะแนน พบว่า คะแนนของนักเรียนก่อนการทดลองมีค่าต่ำสุดเท่ากับ 0 คะแนน สูงสุดเท่ากับ 10 คะแนน มีค่าเฉลี่ยเท่ากับ 5.21 คะแนน ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 2.50 และคะแนนหลังการทดลองมีค่าต่ำสุดเท่ากับ 15 คะแนน สูงสุดเท่ากับ 37 คะแนน มีค่าเฉลี่ยเท่ากับ 27.97 คะแนน ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 5.15 สำหรับคะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มควบคุมคะแนนเต็ม 40 คะแนน พบว่าคะแนนของนักเรียนก่อนการทดลองมีค่าต่ำสุดเท่ากับ 0 คะแนน สูงสุดเท่ากับ 11 คะแนน มีค่าเฉลี่ยเท่ากับ 5.16 คะแนน ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 2.51 และคะแนนนักเรียนหลังการทดลองมีค่าต่ำสุดเท่ากับ 13 คะแนน สูงสุดเท่ากับ 36 คะแนน มีค่าเฉลี่ยเท่ากับ 24.82 คะแนน ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 5.80

2. ข้อมูลพื้นฐานของคะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ก่อนและหลังเรียนของนักเรียนกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม ดังนี้

ตาราง 12 ข้อมูลพื้นฐานของคะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

ตัวแปร	n	Min	Max	\bar{x}	S.D.	
ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์						
กลุ่มทดลอง	ก่อน	39	0	4	2.13	1.0
	หลัง	39	8	19	14.03	2.55
กลุ่มควบคุม	ก่อน	38	0	5	2.11	1.11
	หลัง	38	6	17	12.08	2.57

จากตารางที่ 12 คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ซึ่งมีคะแนนเต็ม 20 คะแนน พบว่า คะแนนของนักเรียนก่อนการทดลองมีค่าต่ำสุดเท่ากับ 0 คะแนน สูงสุดเท่ากับ 4 คะแนน มีค่าเฉลี่ยเท่ากับ 2.13 คะแนน ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 1.00 และคะแนนหลังการทดลองมีค่าต่ำสุดเท่ากับ 8 คะแนน สูงสุดเท่ากับ 19 คะแนน มีค่าเฉลี่ยเท่ากับ 14.03 คะแนน ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 2.55 สำหรับคะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มควบคุมคะแนนเต็ม 20 คะแนน พบว่าคะแนนของนักเรียนก่อนการทดลองมีค่าต่ำสุดเท่ากับ 0 คะแนน สูงสุดเท่ากับ 5 คะแนน มีค่าเฉลี่ยเท่ากับ 2.11 คะแนน ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 1.11 และคะแนนนักเรียนหลังการทดลองมีค่าต่ำสุดเท่ากับ 6 คะแนน สูงสุดเท่ากับ 17 คะแนน มีค่าเฉลี่ยเท่ากับ 12.08 คะแนน ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 2.57

ส่วนที่ 2 ผลการวิเคราะห์ข้อมูลเชิงปริมาณ

1. ผลการวิเคราะห์ข้อมูลเพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนก่อนและหลังได้รับการสอนแนะให้รู้คิดร่วมกับการนีกภาพ โดยใช้สถิติ t-test for Dependent Samples

ตาราง 13 ผลการเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนก่อนและหลังได้รับการสอนแนะให้รู้คิดร่วมกับการนีกภาพ โดยใช้สถิติ t-test for Dependent Samples

ความสามารถในการ แก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์	n	\bar{X}	S.D.	t	p-value (1-tailed)
ก่อนได้รับการจัดการเรียนรู้	39	5.21	2.50	52.112*	<0.001
หลังได้รับการจัดการเรียนรู้	39	27.97	5.15		

* มีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

จากตาราง 13 พบว่า ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง พื้นที่ผิวและปริมาตร ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 หลังได้รับการสอนแนะให้รู้คิดร่วมกับการนีกภาพ สูงกว่าก่อนได้รับการสอน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ซึ่งเป็นไปตามสมมติฐานข้อที่ 1

2. ผลการวิเคราะห์ข้อมูลเพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการสอนแนะให้รู้คิดร่วมกับการนี่ภาพ กับนักเรียนที่ได้รับการสอนแบบปกติ โดยใช้สถิติ t-test for Independent Samples

ตาราง 14 ผลการเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการสอนแนะให้รู้คิดร่วมกับการนี่ภาพ กับนักเรียนที่ได้รับการสอนแบบปกติ โดยใช้สถิติ t-test for Independent Samples

ความสามารถในการ แก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์	n	\bar{X}	S.D.	t	p-value (1-tailed)
การสอนแนะให้รู้คิดร่วมกับการนี่ภาพ (กลุ่มทดลอง)	39	27.97	5.15	3.159*	.014
การสอนแบบปกติ (กลุ่มควบคุม)	38	24.82	5.80		

*มีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

จากตาราง 14 พบว่า ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง พื้นที่ผิวและปริมาตรของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 หลังได้รับการสอนแนะให้รู้คิดร่วมกับการนี่ภาพสูงกว่านักเรียนที่ได้รับการสอนแบบปกติ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ซึ่งเป็นไปตามสมมติฐานข้อที่ 2

3. ผลการวิเคราะห์ข้อมูลเพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนก่อนและหลังได้รับการสอนแนะให้รู้คิดร่วมกับการนีกภาพ โดยใช้สถิติ t-test for Dependent Samples

ตาราง 15 ผลการเปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนก่อนและหลังได้รับการสอนแนะให้รู้คิดร่วมกับการนีกภาพ โดยใช้สถิติ t-test for Dependent Samples

ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์	n	\bar{X}	S.D.	t	p-value (1-tailed)
ก่อนได้รับการจัดการเรียนรู้	39	2.13	1.0	45.441*	<0.001
หลังได้รับการจัดการเรียนรู้	39	14.03	2.55		

*มีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

จากตาราง 15 พบว่า ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง พื้นที่ผิวและปริมาตร ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 หลังได้รับการสอนแนะให้รู้คิดร่วมกับการนีกภาพสูงกว่าก่อนได้รับการสอน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ซึ่งเป็นไปตามสมมติฐานข้อที่ 3

4. ผลการวิเคราะห์ข้อมูลเพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการสอนแนะให้รู้คิดร่วมกับการนีกภาพ กับนักเรียนที่ได้รับการสอนแบบปกติ โดยใช้สถิติ t-test for Independent Samples

ตาราง 16 การเปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการสอนแนะให้รู้คิดร่วมกับการนีกภาพ กับนักเรียนที่ได้รับการสอนแบบปกติ โดยใช้สถิติ t-test for Independent Samples

ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์	n	\bar{X}	S.D.	t	p-value (1-tailed)
การสอนแนะให้รู้คิดร่วมกับการนีกภาพ (กลุ่มทดลอง)	39	14.03	2.55	1.947*	.001
การสอนแบบปกติ (กลุ่มควบคุม)	38	12.08	2.57		

*มีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

จากตาราง 16 พบว่า ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง พื้นที่ผิวและปริมาตร ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 หลังได้รับการสอนแนะให้รู้คิดร่วมกับการนีกภาพสูงกว่านักเรียนที่ได้รับการสอนแบบปกติ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ซึ่งเป็นไปตามสมมติฐานข้อที่ 4

ส่วนที่ 3 ผลการวิเคราะห์ข้อมูลเชิงคุณภาพ

การวิเคราะห์ข้อมูลเชิงคุณภาพของความสามารถในการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 เรื่อง พื้นที่ผิวและปริมาตร โดยผู้วิจัยวิเคราะห์ข้อมูล 2 ด้าน ได้แก่ 1) การเขียนขั้นตอนการแก้ปัญหาในใบงานของนักเรียน 2) สังเกตพฤติกรรมการเรียนรู้ของนักเรียน การอธิบายนำเสนอแนวคิดพร้อมทั้งเหตุผลที่ได้มาซึ่งวิธีการแก้ปัญหาและคำตอบ ดังนี้

1) ด้านการเขียนขั้นตอนการแก้ปัญหาในใบงานของนักเรียน ซึ่งวิเคราะห์จากการเขียนอธิบายขั้นตอนการแก้ปัญหา 5 ขั้นตอน ได้แก่ ขั้นที่ 1 ทำความเข้าใจปัญหา ขั้นที่ 2 ชี้แจงแผนการแก้ปัญหา ขั้นที่ 3 ดำเนินการแก้ปัญหา ขั้นที่ 4 ตรวจสอบคำตอบ ขั้นที่ 5 สรุปคำตอบ

เพื่อวิเคราะห์กระบวนการแก้ปัญหาของนักเรียนในแต่ละขั้นว่านักเรียนมีความเข้าใจหรือไม่ มีวิธีการในการแก้ปัญหาอย่างไร และมีข้อบกพร่องในประเด็นใด โดยพิจารณาเป็น 3 ระยะ ดังนี้

1.1) ระยะที่ 1 ในช่วงเริ่มต้นของการจัดการเรียนการสอนตามแผนการสอนที่ 1 – 5 พบว่า ในขั้นทำความเข้าใจปัญหา นักเรียนสามารถทำความเข้าใจและระบุสิ่งที่โจทย์กำหนดให้และสิ่งที่โจทย์ถามได้ แต่เมื่อถึงขั้นวางแผนและดำเนินการแก้ปัญหา นักเรียนไม่สามารถวิเคราะห์ปัญหาและสื่อสารออกมาผ่านการวาดภาพได้ นักเรียนยังเขียนแสดงวิธีการแก้ปัญหาไม่ถูกต้อง ไม่ชัดเจน หรือไม่ได้เขียนเลย ครูต้องใช้วิธีการที่หลากหลายตามพื้นฐานการคิดของนักเรียน เช่น ของจริง สื่อรูปธรรม โปรแกรมสำเร็จรูป คำถามต่าง ๆ เพื่อให้นักเรียนมองเห็นความสัมพันธ์ของข้อมูลที่โจทย์กำหนดมาให้และสิ่งที่โจทย์ถามนำไปสู่การวางแผนและดำเนินการแก้ปัญหาต่อไปได้ ดังภาพประกอบ

สถานการณ์ปัญหา

ชาวบ้านในชุมชนแห่งหนึ่งได้รวมกลุ่มกันเพื่อผลิตสินค้าหนึ่งตำบลหนึ่งผลิตภัณฑ์ เป็นกระเป๋าสตางค์ผ้าลายครามรูปทรงพีระมิดฐานสี่เหลี่ยมจัตุรัส ซึ่งกระเป๋าสตางค์นี้ สูง 12 เซนติเมตร ความยาวรอบฐาน 40 เซนติเมตร ต่อมาชาวบ้านได้รับยอดสั่งกระเป๋าสตางค์จำนวน 500 ใบ

ถ้าเดิมที่ชาวบ้านมีผ้าลายครามอยู่แล้ว 15 ตารางเมตร อยากทราบว่าปริมาณผ้าที่มีจะเพียงพอต่อการผลิตกระเป๋าสตางค์ จำนวน 500 ใบหรือไม่ เพราะเหตุใด

วิธีทำ

ขั้นที่ 1 ทำความเข้าใจปัญหา

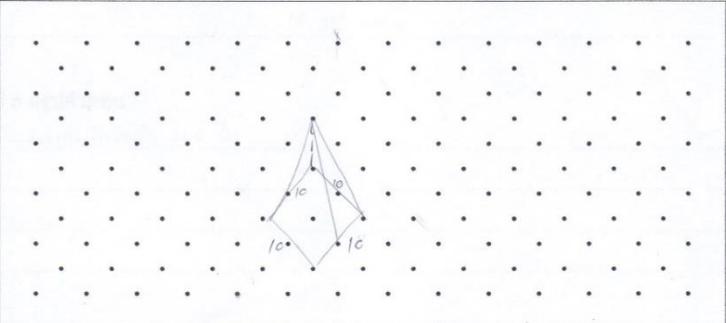
สิ่งที่โจทย์กำหนด

รูปทรงพีระมิดฐานสี่เหลี่ยมจัตุรัส ความยาวรอบฐาน 40

สิ่งที่โจทย์ถาม

กำหนดพื้นที่ผ้าคราม 15 ตารางเมตร ต้องการทราบว่าปริมาณผ้ามีได้กี่ใบ 500 ใบหรือไม่

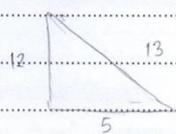
ขั้นที่ 2 วางแผนการแก้ปัญหา



ภาพประกอบ 8 การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน
ในระยะที่ 1 ช่วงเริ่มต้นการจัดการเรียนการสอน

ขั้นที่ 3 ดำเนินการแก้ปัญหา

หาความยาวด้านหนึ่งของสามเหลี่ยมพีระมิด ของหินปูนก้อนนี้

$$4 \left(\frac{1}{2} \times 10^2 \times 13 \right) \quad (10 \times 10)$$


$$= 4 \times 5 \times 13 = 360 \text{ ตร.ซม.}$$

$$15 \text{ ตร.ซม.} = \frac{15 \times (100)^2}{360 \text{ ตร.ซม.}}$$

$$= \frac{150000}{360}$$

$$= 416.67 \text{ ไร่}$$

$$= 416 \text{ ไร่}$$

ขั้นที่ 4 ตรวจสอบคำตอบ

$$\begin{aligned} \text{ถ้าซื้อในกระป๋อง 417 ไร่ จะใช้เงิน} &= 417 \times 360 \\ \text{ใช้เงิน 360} &= 150,120 \text{ ตร.ซม.} \\ &= 15,012 \text{ ตร.ม.} \end{aligned}$$

ขั้นที่ 5 สรุปคำตอบ

เลิกประเพณีไม่ควรมี 300 ไร่

ภาพประกอบ 8 (ต่อ) การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน
ในระยะเวลาที่ 1 ช่วงเริ่มต้นการจัดการเรียนการสอน

จากภาพประกอบ 8 ในขั้นที่ 1 ทำความเข้าใจปัญหา นักเรียนสามารถบอก สิ่งที่โจทย์กำหนดให้และสิ่งที่โจทย์ถามได้แต่ยังไม่ครบถ้วน โดยจากโจทย์จะเห็นได้ว่าโจทย์บอก ความสูงของกระเป๋าสตางค์ด้วยแต่นักเรียนไม่ได้ระบุลงไป ขั้นที่ 2 วางแผนการแก้ปัญหา นักเรียน ไม่ได้เขียนการวางแผนการแก้ปัญหาว่าจะดำเนินการหาค่าอะไรบ้างเพื่อให้ได้มาซึ่งคำตอบ นักเรียนวาดรูปเรขาคณิตตามที่โจทย์กำหนดให้แต่ไม่สมส่วนเสมือนจริง อาจจะเป็นเนื่องมาจากการ ไม่คุ้นชินการใช้กระดาษไอโซเมตริก ในขั้นที่ 3 ดำเนินการแก้ปัญหา นักเรียนสามารถหาพื้นที่ผิว ทั้งหมดของพีระมิดได้ถูกต้อง แต่ไม่มีการอ้างถึงที่มา ทฤษฎี หรือสูตรที่ใช้ นักเรียนควรเขียน ให้ชัดเจนว่าการแทนค่าดำเนินการทางคณิตศาสตร์ที่นักเรียนใช้นั้นได้มาจากที่ใดและใช้เพื่อหาค่า อะไร

1.2) ระยะเวลาที่ 2 ในช่วงกลางของการจัดการเรียนการสอนตามแผนการสอน ที่ 6 – 9 เพื่อวิเคราะห์ข้อมูลเกี่ยวกับกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน พบว่า ข้อบกพร่องในการแก้ปัญหาประเด็นต่าง ๆ ของนักเรียนลดลง นักเรียนสามารถวางแผน ดำเนินการแก้ปัญหาได้ถูกต้อง ทำให้ในขั้นตอนการดำเนินการแก้ปัญหานักเรียนเขียนได้เป็น ลำดับขั้นตอนมากขึ้นแต่ในขั้นนี้มักพบว่านักเรียนมักจะคำนวณผิดพลาดได้ง่ายซึ่งอาจจะเกิดจาก ความไม่รอบคอบ ในการอ้างเหตุผลประกอบขั้นตอนการแก้ปัญหายังไม่ชัดเจนสมบูรณ์นำไปสู่ การสรุปคำตอบที่ไม่สมเหตุผล ดังภาพประกอบ

สถานการณ์ปัญหา

ชาวชุมชนบ้านแสงเจริญรวมกลุ่มผลิตดินสอพองเพื่อหารายได้เสริม โดยชาวบ้านได้รับคำสั่งจากลูกค้าให้ผลิตดินสอพองที่มีลักษณะเป็นกรวยให้มีเส้นผ่านศูนย์กลาง ยาว 2 เซนติเมตร สูงเอียง $\sqrt{2}$ เซนติเมตร ถ้าชาวบ้านเตรียมแป้งดินสอพองไว้ 4 ลิตร อยากทราบว่าจะสามารถทำดินสอพองขนาดดังกล่าวได้อย่างมากที่สุดกี่ชิ้น

วิธีทำ

ขั้นที่ 1 ทำความเข้าใจปัญหา

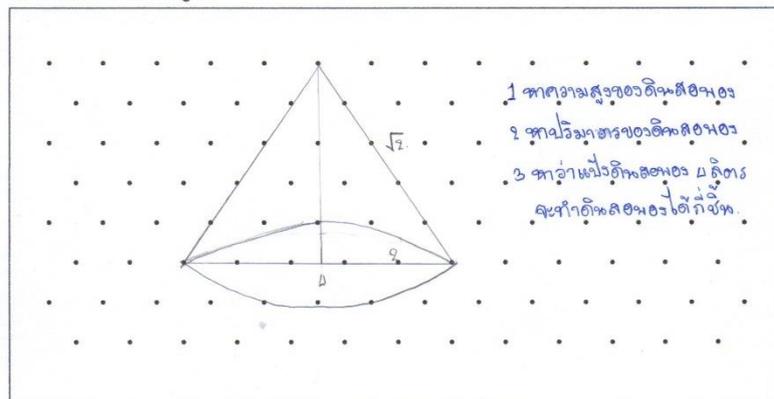
สิ่งที่โจทย์กำหนด

..... ชาวบ้านผลิตดินสอพองที่มีลักษณะเป็นกรวยคว่ำที่มีเส้นผ่านศูนย์กลาง ยาว 2 ซม.
..... สูงเอียง $\sqrt{2}$ ซม. เตรียมแป้งดินสอพอง 4 ลิตร.

สิ่งที่โจทย์ถาม

..... จะทำดินสอพองได้กี่ชิ้น

ขั้นที่ 2 วางแผนการแก้ปัญหา



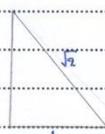
ภาพประกอบ 9 การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน
ในระยาะที่ 2 ช่วงกลางของการจัดการเรียนการสอน

ขั้นที่ 3 ดำเนินการแก้ปัญหา

จากข้อมูลที่กำหนดผลิตสินค้าสองชนิดที่ลักษณะหนึ่งคือหน่วยที่มีเส้นผ่าศูนย์กลาง ๑ ซม.

สูง ๑ นิ้ว $\sqrt{2}$ ซม. จะได้ว่าอัตราส่วนของเส้นผ่าศูนย์กลาง ๑ ซม.

จากทฤษฎีบทพีทาโกรัส



$$c^2 = a^2 + b^2$$

$$(\sqrt{2})^2 = 1^2 + b^2$$

$$2 = 1 + b^2$$

$$b^2 = 1$$

$$b = 1$$

$$\text{จะทำอัตราส่วนของ} = \frac{4000}{1.05}$$

$$= 3809.5 \text{ ชิ้น}$$

หาปริมาตรสินค้าสอง

จากสูตร ปริมาตรทรงกรวย = $\frac{1}{3} \times \text{พื้นที่ฐาน} \times \text{สูง}$

$$= \frac{1}{3} \pi r^2 h$$

$$\approx \frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times 1^2 \times 1$$

$$\approx \frac{22}{21}$$

$$\approx 1.05 \text{ ลูกบ. ซม.}$$

ขั้นที่ 4 ตรวจสอบคำตอบ

อัตราส่วนของ 1 ชิ้น มีปริมาตร 1.05 ลูกบ. ซม.

อัตราส่วนของ 3809.5 ชิ้น มีปริมาตร = 3809.5×1.05

$$= 3999.97 \text{ ลูกบ. ซม.}$$

ขั้นที่ 5 สรุปคำตอบ

ชาวบ้านจะเก็บอัตราของบัต 3810 ชิ้น

ภาพประกอบ 9 (ต่อ) การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน
ในระยะเวลาที่ 2 ช่วงกลางของการจัดการเรียนการสอน

จากภาพประกอบ 9 ในขั้นที่ 1 ทำความเข้าใจปัญหา นักเรียนสามารถบอก สิ่งที่โจทย์กำหนดให้และสิ่งที่โจทย์ถามได้ถูกต้องครบถ้วนซึ่งต่างจากระยะที่ 1 ที่นักเรียนเขียนสิ่งที่ โจทย์กำหนดให้โดยไม่ได้คำนึงว่าข้อมูลใดจำเป็นต่อการวิเคราะห์ข้อมูล ขั้นที่ 2 วางแผน การแก้ปัญหา นักเรียนสามารถวางแผนการดำเนินการแก้ปัญหาได้ถูกต้อง ทำให้ขั้นที่ 3 การดำเนินการแก้ปัญหามีการเขียนแสดงวิธีทำเป็นลำดับขั้นตอนมากขึ้น มีการอ้างเหตุผลหรือ ทฤษฎีเพื่อใช้ในการหาค่าต่าง ๆ เช่น จากข้อมูลการทำดินสอพองซึ่งมีสูงเอียงยาว $\sqrt{2}$ เซนติเมตร รัศมียาว 1 เซนติเมตร ต้องการหาปริมาตรของดินสอพอง จึงใช้ทฤษฎีบทพีทาโกรัสเพื่อหาความสูง ของดินสอพอง ขั้นที่ 5 สรุปคำตอบ จะเห็นได้ว่านักเรียนสามารถดำเนินการแก้ปัญหาได้ถูกต้อง แต่ในการสรุปคำตอบนักเรียนคุ้นเคยกับการประมาณค่าทศนิยมที่มีค่ามากกว่า .5 ให้ปัดขึ้น โดยไม่ได้คำนึงถึงความสมเหตุสมผลของโจทย์นำไปสู่การสรุปคำตอบที่ผิด

1.3) ระยะที่ 3 ในช่วงท้ายของการจัดการเรียนการสอนตามแผนการสอน ที่ 10 – 13 เพื่อวิเคราะห์ข้อมูลเกี่ยวกับกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน พบว่า นักเรียนสามารถเขียนขั้นตอนการดำเนินการแก้ปัญหาได้เป็นลำดับขั้นตอน ถูกต้องสมบูรณ์ มีการอ้างเหตุผลประกอบการแก้ปัญหาชัดเจน สามารถอธิบายแนวคิดสนับสนุนข้อสรุป/คำตอบ ได้อย่างสมเหตุสมผล

สถานการณ์ปัญหา

ช็อกบอล ขนมหวานที่มีลักษณะเป็นก้อนทรงกลม แต่ละลูกมีช็อกโกแลตเป็นส่วนประกอบประมาณ 45% ส่วนที่เหลือเป็นเค้กเนยสด ถ้าช็อกบอลแต่ละลูกมีเส้นผ่านศูนย์กลางประมาณ 4 เซนติเมตร อยากทราบว่าช็อกโกแลต 10 ลิตร จะสามารถทำช็อกบอลได้กี่ลูก

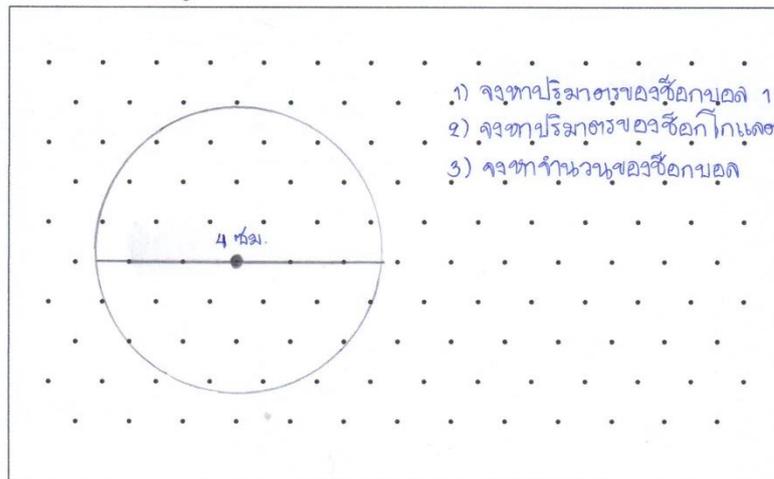
วิธีทำ**ขั้นที่ 1 ทำความเข้าใจปัญหา**

สิ่งที่โจทย์กำหนด

ช็อกบอลมีลักษณะเป็นก้อนทรงกลม มีเส้นผ่านศูนย์กลาง 4 ซม.
โดยช็อกบอลแต่ละลูกมีช็อกโกแลตประมาณ 45%

สิ่งที่โจทย์ถาม

ช็อกโกแลต 10 ลิตร จะสามารถทำช็อกบอลได้กี่ลูก

ขั้นที่ 2 วางแผนการแก้ปัญหา

ภาพประกอบ 10 การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน
ในระยะเวลาที่ 3 ช่วงท้ายของการจัดการเรียนการสอน

ขั้นที่ 3 ดำเนินการแก้ปัญหา

เห็นจากซื้อถั่วถั่วลิสง 4 กิโลกรัม มีเงินผ่านตู้หยักค่าประมาณ 4 บาท

จะได้ซื้อถั่วถั่วลิสง 2 กิโลกรัม

หาปริมาณซื้อถั่วถั่วลิสง

$$\begin{aligned} \text{หาสูตร ปริมาตรทรงกลม} &= \frac{4}{3} \pi r^3 \\ &\approx \left(\frac{4}{3}\right) \left(\frac{22}{7}\right) (2)^3 \\ &\approx 33.52 \text{ ลบ. ซม.} \end{aligned}$$

ดังนั้น ซื้อถั่วถั่วลิสง 33.52 ลบ. ซม.

เห็นจากซื้อถั่วถั่วลิสงที่มีซื้อโกโก้แดงเป็นส่วนประกอบ 45%

$$\begin{aligned} \text{จะได้ซื้อถั่วถั่วลิสงที่มีซื้อโกโก้แดง} &\approx \frac{33.52 \times 45}{100} \\ &\approx 15.09 \text{ ลบ. ซม.} \end{aligned}$$

ดังนั้น ซื้อถั่วถั่วลิสงที่มีซื้อโกโก้แดงประมาณ 15.09 ลบ. ซม.

เห็นจากซื้อโกโก้แดง 1 กิโลกรัม เท่ากับ 1,000 ลบ. ซม.

ซื้อโกโก้แดง 10 กิโลกรัม เท่ากับ 10,000 ลบ. ซม.

$$\begin{aligned} \text{จะหาซื้อถั่วถั่วลิสงได้} &\approx \frac{10,000}{662} \\ &\approx 15.09 \text{ กก} \end{aligned}$$

ดังนั้น จะสามารถทำซื้อถั่วถั่วลิสงได้ 662 กิโลกรัม

ขั้นที่ 4 ตรวจสอบคำตอบ

ซื้อถั่วถั่วลิสงที่มีซื้อโกโก้แดง 15.09 ลบ. ซม.

ถ้าทำซื้อถั่วถั่วลิสงจำนวน 662 กิโลกรัม จะใช้ซื้อโกโก้แดง $\approx 662 \times 15.09$

$$\approx 10,004.67 \text{ ลบ. ซม.}$$

จะเห็นว่าซื้อถั่วถั่วลิสง 662 กิโลกรัม ใช้ซื้อโกโก้แดง 10,004.67 ลบ. ซม.

แต่โรงงานมีซื้อโกโก้แดง 10,000 ลบ. ซม.

ขั้นที่ 5 สรุปคำตอบ

จะหาซื้อถั่วถั่วลิสงได้ 662 กิโลกรัม เพราะ เศษที่เหลือทำซื้อถั่วถั่วลิสงไม่ได้ถึงหนึ่งลูก

ภาพประกอบ 10 (ต่อ) การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน

ในระยะที่ 3 ช่วงท้ายของการจัดการเรียนการสอน

จากภาพประกอบ 10 ในขั้นที่ 1 ทำความเข้าใจปัญหา นักเรียนสามารถบอกสิ่งที่โจทย์กำหนดให้และสิ่งที่โจทย์ถามได้ถูกต้องครบถ้วน ขั้นที่ 2 วางแผนการแก้ปัญหา นักเรียนสามารถวางแผนการดำเนินการแก้ปัญหาได้ถูกต้องชัดเจน ทำให้ขั้นที่ 3 การดำเนินการแก้ปัญหา นักเรียนสามารถเขียนแสดงวิธีทำได้อย่างละเอียด เป็นลำดับขั้นตอน มีการอ้างเหตุผลประกอบ เชื่อมโยงขั้นตอนการแก้ปัญหาแต่ละขั้นตอนได้อย่างชัดเจน ขั้นที่ 5 สรุปคำตอบ จะเห็นได้ว่านักเรียนสามารถอธิบายแนวคิดเพื่อสรุปคำตอบได้อย่างสมเหตุสมผล

2) ด้านพฤติกรรมการเรียนรู้ของนักเรียน การอภิปรายนำเสนอแนวคิดพร้อมทั้งเหตุผลที่ได้มาซึ่งวิธีการแก้ปัญหาและคำตอบ จากการสังเกตพฤติกรรมของนักเรียนขณะเรียนพบว่า ในระยะแรกนักเรียนส่วนใหญ่ไม่กล้าแสดงความคิดเห็นซึ่งอาจมีสาเหตุมาจากไม่มั่นใจหรือกลัวการตอบผิด นักเรียนบางส่วนพยายามเสนอแนวคิดของตนเองซึ่งยังไม่ถูกต้องตามหลักการหรือทฤษฎีทางคณิตศาสตร์ เมื่อนักเรียนได้รับการสอนจนคุ้นเคยจะเห็นได้ว่านักเรียนกล้านำเสนอแลกเปลี่ยนแนวคิดกับเพื่อนในกลุ่มและเพื่อนร่วมชั้นมากขึ้น นักเรียนสามารถอธิบายแนวคิดและวิธีการที่นักเรียนเลือกใช้ในการแก้ปัญหาโดยอ้างหลักการหรือทฤษฎีทางคณิตศาสตร์ได้อย่างถูกต้องสมเหตุสมผล

ตัวอย่างการอภิปรายเสนอแนวคิดพร้อมทั้งเหตุผล เช่น

“ จากโจทย์ต้องการทราบปริมาตรของน้ำในกรวยกระดาด แต่โจทย์บอกแค่เส้นผ่านศูนย์กลางกับสูงเอียงของกรวย ดังนั้นจะหาปริมาตรของน้ำได้ต้องหาความสูงของกรวยก่อน โดยใช้ทฤษฎีบทพีทาโกรัส ”

“ สามารถตักไอศกรีมได้ 29 ลูก เพราะไอศกรีมที่เหลือไม่สามารถตักเป็นก้อนตามขนาดที่โจทย์กำหนดได้ ”



ภาพประกอบ 11 บรรยายการนำเสนอแนวคิด วิธีการที่นักเรียนใช้ในการแก้ปัญหาพร้อมทั้งเหตุผล

บทที่ 5

สรุปผล อภิปราย และข้อเสนอแนะ

การวิจัยครั้งนี้เป็นการวิจัยกึ่งทดลอง (Quasi-Experimental Design) แบบ Pretest-Posttest Control Group Design มีความมุ่งหมายเพื่อศึกษาความสามารถในการแก้ปัญหาและความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 เรื่อง พื้นที่ผิวและปริมาตร

ความมุ่งหมายของการวิจัย

ในการวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยได้ตั้งความมุ่งหมายไว้ดังนี้

1. เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 เรื่อง พื้นที่ผิวและปริมาตร ก่อนและหลังได้รับการสอนแนะให้รู้คิดร่วมกับการนี้ภาพ
2. เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 เรื่อง พื้นที่ผิวและปริมาตร ที่ได้รับการสอนแนะให้รู้คิดร่วมกับการนี้ภาพกับนักเรียนที่ได้รับการสอนแบบปกติ
3. เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 เรื่อง พื้นที่ผิวและปริมาตร ก่อนและหลังได้รับการสอนแนะให้รู้คิดร่วมกับการนี้ภาพ
4. เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 เรื่อง พื้นที่ผิวและปริมาตร ที่ได้รับการสอนแนะให้รู้คิดร่วมกับการนี้ภาพกับนักเรียนที่ได้รับการสอนแบบปกติ

สมมติฐานของการวิจัย

ในการวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยได้ตั้งสมมติฐานของการวิจัยไว้ดังนี้

1. ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 เรื่อง พื้นที่ผิวและปริมาตร หลังได้รับการสอนแนะให้รู้คิดร่วมกับการนี้ภาพสูงกว่าก่อนได้รับการสอน

2. ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 เรื่อง พื้นที่ผิวและปริมาตร ที่ได้รับการสอนแนะให้รู้คิดร่วมกับการนี้ภาพสูงกว่านักเรียนที่ได้รับการสอนแบบปกติ

3. ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 เรื่อง พื้นที่ผิวและปริมาตร หลังได้รับการจัดการสอนแนะให้รู้คิดร่วมกับการนี้ภาพสูงกว่าก่อนได้รับการสอน

4. ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 เรื่อง พื้นที่ผิวและปริมาตร ที่ได้รับการสอนแนะให้รู้คิดร่วมกับการนี้ภาพสูงกว่านักเรียนที่ได้รับการสอนแบบปกติ

วิธีดำเนินการวิจัย

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัย

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2564 โรงเรียนพิบูลอุปถัมภ์ กรุงเทพมหานคร จำนวน 2 ห้องเรียน จำนวนนักเรียน 77 คน ซึ่งได้มาจากการสุ่มแบบกลุ่ม (Cluster Random Sampling) โดยใช้ห้องเรียนเป็นหน่วยของการสุ่ม (Sampling Unit) จากนั้นสุ่มอย่างง่ายเพื่อจัดเป็นกลุ่มทดลอง 1 ห้องเรียน มีนักเรียนจำนวน 39 คน และกลุ่มควบคุม 1 ห้องเรียน มีนักเรียนจำนวน 38 คน

ระยะเวลาที่ใช้ในการวิจัย

ดำเนินการเก็บรวบรวมข้อมูลในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2564 ใช้เวลาในการทดสอบก่อนและหลังได้รับการสอนโดยทดสอบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ 1 คาบ และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ 1 คาบ และจัดการเรียนการสอนโดยการสอนแนะให้รู้คิดร่วมกับการนี้ภาพ 13 คาบ รวมจำนวน 17 คาบ

เนื้อหาที่ใช้ในการวิจัย

เนื้อหาที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้เป็นส่วนหนึ่งของรายวิชาคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 เรื่อง พื้นที่ผิวและปริมาตร จำนวน 13 คาบ ซึ่งประกอบด้วย

- | | |
|-------------------------|-------------|
| 1. รูปเรขาคณิตสามมิติ | จำนวน 1 คาบ |
| 2. ปริมาตรของพีระมิด | จำนวน 2 คาบ |
| 3. พื้นที่ผิวของพีระมิด | จำนวน 2 คาบ |
| 4. ปริมาตรของกรวย | จำนวน 2 คาบ |

- | | |
|------------------------|-------------|
| 5. พื้นที่ผิวของกรวย | จำนวน 2 คาบ |
| 6. ปริมาตรของทรงกลม | จำนวน 2 คาบ |
| 7. พื้นที่ผิวของทรงกลม | จำนวน 2 คาบ |

ตัวแปรที่ใช้ในการวิจัย

1. ตัวแปรอิสระ คือ

การสอนแนะให้รู้คิดร่วมกับการนี่ภาพ

2. ตัวแปรตาม ได้แก่

2.1 ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

2.2 ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

1. แผนการสอนโดยการสอนแนะให้รู้คิดร่วมกับการนี่ภาพ เรื่อง พื้นที่ผิวและปริมาตร
2. แผนการสอนโดยการสอนแบบปกติ เรื่อง พื้นที่ผิวและปริมาตร
3. แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง พื้นที่ผิวและปริมาตร ซึ่งเป็นแบบทดสอบแบบอัตนัยจำนวน 4 ข้อ
4. แบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง พื้นที่ผิวและปริมาตร ซึ่งเป็นแบบทดสอบแบบอัตนัยจำนวน 4 ข้อ

การเก็บรวบรวมข้อมูล

ผู้วิจัยได้ดำเนินการเก็บรวบรวมข้อมูลดังขั้นตอนต่อไปนี้

1. ขอความร่วมมือจากผู้อำนวยการโรงเรียนและหัวหน้ากลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์โรงเรียนพิบูลอุปถัมภ์ กรุงเทพมหานคร เพื่อทำการทดลองในครั้งนี้ โดยผู้วิจัยเป็นผู้ดำเนินการสอนแนะให้รู้คิดร่วมกับการนี่ภาพ และการสอนแบบปกติ
2. ชี้แจงนักเรียนที่เป็นกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมให้ทราบถึงจุดประสงค์ การจัดการเรียนรู้ และวิธีการวัดและประเมินผล ของวิชาคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 เรื่อง พื้นที่ผิวและปริมาตร
3. นำแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แบบอัตนัย ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นโดยทำการทำสอบก่อนเรียนกับกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม
4. ดำเนินการทดลอง โดยผู้วิจัยดำเนินการสอนด้วยตนเอง โดยใช้เนื้อหาเดียวกัน ทั้งกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม และใช้ระยะเวลาในการทดลองเท่ากัน ซึ่งใช้เวลาในการทดลอง

กลุ่มละ 13 คาบ คาบละ 50 นาที โดยเป็นกลุ่มทดลองที่ได้รับการสอนแนะให้รู้คิดร่วมกับการนี้ภาพ และกลุ่มควบคุมที่ได้รับการสอนแบบปกติ

5. เมื่อดำเนินการตามแผนการสอนครบแล้วจึงทำการทดสอบหลังเรียนด้วยแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นโดยทดสอบกับกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม

6. ทำการตรวจให้คะแนนการทำแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาและความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ จากนั้นนำคะแนนที่ได้มาวิเคราะห์ผลด้วยวิธีการทางสถิติ เพื่อทดสอบสมมติฐานต่อไป

การวิเคราะห์ข้อมูล

ในการวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยวิเคราะห์ข้อมูลดังนี้

ส่วนที่ 1 ข้อมูลพื้นฐาน

1. ข้อมูลพื้นฐานของคะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ก่อนและหลังได้รับการจัดการเรียนรู้ของนักเรียนกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม

2. ข้อมูลพื้นฐานของคะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ก่อนและหลังได้รับการจัดการเรียนรู้ของนักเรียนกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม

ส่วนที่ 2 ผลการวิเคราะห์ข้อมูลเพื่อทดสอบสมมติฐาน

1. ข้อมูลเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนก่อนและหลังได้รับการสอนแนะให้รู้คิดร่วมกับการนี้ภาพ โดยใช้สถิติ t-test for Dependent Samples

2. ข้อมูลเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการสอนแนะให้รู้คิดร่วมกับการนี้ภาพ กับนักเรียนที่ได้รับการสอนแบบปกติ โดยใช้สถิติ t-test for Independent Samples

3. ข้อมูลเปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนก่อนและหลังได้รับการสอนแนะให้รู้คิดร่วมกับการนี้ภาพ โดยใช้สถิติ t-test for Dependent Samples

4. ข้อมูลเปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการสอนแนะให้รู้คิดร่วมกับการนี้ภาพ กับนักเรียนที่ได้รับการสอนแบบปกติ โดยใช้สถิติ t-test for Independent Samples

สรุปผลการวิจัย

1. ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 เรื่อง พื้นที่ผิวและปริมาตร หลังได้รับการสอนแนะให้รู้คิดร่วมกับการนีกภาพ สูงกว่าก่อนได้รับการสอน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ซึ่งเป็นไปตามสมมติฐานข้อที่ 1

2. ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 เรื่องพื้นที่ผิวและปริมาตร ที่ได้รับการสอนแนะให้รู้คิดร่วมกับการนีกภาพ สูงกว่านักเรียนที่ได้รับการสอนแบบปกติ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ซึ่งเป็นไปตามสมมติฐานข้อที่ 2

3. ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 เรื่อง พื้นที่ผิวและปริมาตร หลังได้รับการสอนแนะให้รู้คิดร่วมกับการนีกภาพ สูงกว่าก่อนได้รับการสอน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ซึ่งเป็นไปตามสมมติฐานข้อที่ 3

4. ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 เรื่องพื้นที่ผิวและปริมาตร ที่ได้รับการสอนแนะให้รู้คิดร่วมกับการนีกภาพ สูงกว่านักเรียนที่ได้รับการสอนแบบปกติ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ซึ่งเป็นไปตามสมมติฐานข้อที่ 4

การอภิปรายผล

การศึกษาความสามารถในการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ได้รับการจัดการเรียนรู้โดยการสอนแนะให้รู้คิดร่วมกับการนีกภาพกับการสอนแบบปกติ สามารถอภิปรายผลได้ดังนี้

1. ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 เรื่อง พื้นที่ผิวและปริมาตร หลังได้รับการสอนแนะให้รู้คิดร่วมกับการนีกภาพสูงกว่าก่อนได้รับการสอน และสูงกว่านักเรียนที่ได้รับการสอนแบบปกติ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ซึ่งเป็นไปตามสมมติฐานข้อที่ 1 และ 2 ตามลำดับ ทั้งนี้เนื่องจากการสอนแนะให้รู้คิดร่วมกับการนีกภาพเป็นกระบวนการสอนบนพื้นฐานความรู้ ความเข้าใจของนักเรียน มีกรอบแนวคิดที่ชัดเจนเกี่ยวกับกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน โดยครูจะต้องมีความรู้และความเชื่อจากการทำความเข้าใจการคิดของนักเรียน เพื่อนำมาใช้ในการออกแบบกิจกรรมการเรียนรู้ที่มุ่งให้นักเรียนสามารถสร้างองค์ความรู้ใหม่ได้ด้วยตนเองผ่านการแก้ปัญหา (Carpenter Thomas P. และคนอื่น ๆ, 1989, pp. 499-531; Fennema Elizabeth, 1993, pp. 555-583; เวชอุทธิ อังกะภักทธรขจร, 2551, น. 65) โดยขั้นตอนในการสอนแนะให้รู้คิด มี 4 ขั้นตอน ดังนี้ ขั้นที่ 1 ชี้นำเสนอปัญหา ผู้วิจัยนำเสนอปัญหาหรือสถานการณ์ที่ใช้ในชีวิตประจำวันซึ่งอยู่ในรูปข้อความที่เป็นนามธรรมโดยใช้สื่อสามมิติประกอบ เพื่อให้นักเรียนได้

เรียนรู้ลักษณะภายนอกของรูปทรงเรขาคณิตผ่านการมอง สังเกตและสัมผัส ขั้นที่ 2 ขั้นวิเคราะห์ ข้อมูลและแก้ปัญหา เป็นการเปิดโอกาสให้นักเรียนได้วิเคราะห์ปัญหาหรือสถานการณ์ เน้นให้นักเรียนสร้างความรู้ความเข้าใจโดยการระดมความคิดและอภิปรายร่วมกันภายในกลุ่มถึงวิธีการแก้ปัญหา โดยครูจะเป็นผู้ชี้แนะแนวทางกระตุ้นการคิดของนักเรียนให้นักเรียนวิเคราะห์ปัญหา และสื่อสารออกมาเป็นรูปธรรมผ่านการวาดภาพ โดยใช้วิธีการที่หลากหลายบนพื้นฐานความเข้าใจ การคิดของนักเรียนตามศักยภาพ ระดับการเรียนรู้ของนักเรียน เช่น ของจริง สื่อรูปธรรม รูปภาพ เพื่อให้ นักเรียนเกิดความเข้าใจ มองภาพความสัมพันธ์ต่าง ๆ อันนำไปสู่การแก้ปัญหา ขั้นที่ 3 ขั้นรายงานคำตอบและวิธีการแก้ปัญหา นักเรียนนำเสนอแนวคิด วิธีการที่ใช้ในการแก้ปัญหา นั้น ๆ ขั้นที่ 4 ขั้นสรุปอภิปรายคำตอบ นักเรียนร่วมกันอภิปรายหาข้อสรุปเกี่ยวกับวิธีการแก้ปัญหาและคำตอบที่ถูกต้อง จากนั้นขยายแนวคิดเพื่อสรุปประเด็นนำไปสู่การสร้างองค์ความรู้ด้วยตนเอง จะเห็นได้ว่าขั้นตอนในการสอนแนะให้รู้คิดร่วมกับการนี้ภาพสอดคล้องกับทฤษฎีของบรูเนอร์ที่กล่าวถึงขั้นพัฒนาการการเรียนรู้ของนักเรียนว่านักเรียนจะเริ่มเรียนรู้จากการมีปฏิสัมพันธ์กับสิ่งแวดล้อมโดยการสัมผัสจับต้องด้วยมือ ต่อมานักเรียนจะเริ่มใช้รูปภาพแทนของจริงโดยไม่จำเป็นต้องแตะต้องหรือสัมผัสของจริง สามารถที่จะสร้างจินตนาการหรือมโนภาพ และขั้นสุดท้ายนักเรียนสามารถที่จะเข้าใจสิ่งที่เป็นนามธรรมหรือความคิดรวบยอดที่ซับซ้อนและเป็นนามธรรมได้ (สุรงค์ ไคว์ตระกูล, น. 47-59) การนี้ภาพเป็นการแปลงความคิดจากรูปธรรมเป็นนามธรรมเกิดจากความสัมพันธ์ลักษณะต่าง ๆ ทำให้นักเรียนเข้าใจปัญหาหรือสถานการณ์ที่เผชิญอยู่นั้นดีพอที่จะคิดต่อเพื่อหาแนวทางในการแก้ปัญหาให้สำเร็จลุล่วง ในทางตรงกันข้าม ถ้านักเรียนไม่สามารถมองภาพที่เกิดจากความสัมพันธ์ของรูปเรขาคณิตจะทำให้ไม่เข้าใจสถานการณ์หรือปัญหาจึงไม่สามารถคิดปัญหาได้ (อัมพร ม้าคนอง, 2559, น. 38) การนี้ภาพ จะช่วยให้นักเรียนนึกถึงหรือวิเคราะห์ภาพหรือรูปเรขาคณิตต่าง ๆ ในจินตนาการ เพื่อคิดหาคำตอบ (สำนักคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน, 2551, น.43) ซึ่งสอดคล้องกับผลการวิจัยของ สุรารัตน์ สมรรถการ (2556, น.100-101) ที่ศึกษาเกี่ยวกับผลการจัดการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด เรื่องวิธีการเรียงสับเปลี่ยนและวิธีจัดหมู่ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ความสามารถในการแก้ปัญหาและความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิดสูงกว่าก่อนได้รับการจัดการเรียนรู้ อย่างมีนัยสำคัญที่ระดับ .01 นอกจากนี้เมื่อเปรียบเทียบกับการสอนแบบปกติ พบว่า การสอนแนะให้รู้คิดร่วมกับการนี้ภาพสามารถพัฒนาความสามารถในแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนที่ได้รับการสอนแบบปกติ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ซึ่งสอดคล้องกับ

ผลการวิจัยของวิมลพันธ์ ทราหยทอง (2561, น. 143) ที่กล่าวว่านักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้ โดยการสอนแนะให้รู้คิดร่วมกับการให้ข้อมูลย้อนกลับเพื่อส่งเสริมการเรียนรู้ให้มีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และความยืดหยุ่นผู้ค้นในการเรียนหลังการทดลองสูงกว่านักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบปกติ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

ด้วยเหตุผลดังกล่าว จึงเป็นการสนับสนุนว่าการสอนแนะให้รู้คิดร่วมกับการนี้ภาพ มีส่วนช่วยในการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ให้สูงกว่า ก่อนได้รับการสอน และสูงกว่านักเรียนที่ได้รับการสอนแบบปกติ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ซึ่งเป็นไปตามสมมติฐานข้อที่ 1 และ 2 ตามลำดับ

2. ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 เรื่อง พื้นที่ผิวและปริมาตร หลังได้รับการสอนแนะให้รู้คิดร่วมกับการนี้ภาพสูงกว่า ก่อนได้รับการสอน และสูงกว่านักเรียนที่ได้รับการสอนแบบปกติ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ซึ่งเป็นไปตามสมมติฐานข้อที่ 3 และ 4 ตามลำดับ ทั้งนี้การสอนแนะให้รู้คิดร่วมกับการนี้ภาพเป็นแนวทางหนึ่งในการจัดการเรียนรู้ที่เน้นทักษะการคิดของนักเรียน ฝึกให้นักเรียนสามารถคิดวิเคราะห์และให้เหตุผลได้ เป็นการกระตุ้นให้นักเรียนได้คิดและใช้ภาษาอธิบายหรือแสดงเหตุผลประกอบแนวคิดเพื่อตอบคำถามของทั้งจากครูและเพื่อนนักเรียนด้วยกัน มีการวิพากษ์วิจารณ์กันในระดับเรียน ทำให้นักเรียนเห็นมุมมองที่แตกต่างและหลากหลายจากเพื่อนนักเรียนคนอื่น ๆ ช่วยให้นักเรียนมีมุมมองที่กว้างขึ้น อันจะเป็นการปลูกฝังทักษะการให้เหตุผลของนักเรียนโดยไม่รู้ตัว (เวชฤทธิ์ อังกนะภัทรขจร, 2551, น.197) การเรียนเกี่ยวกับเรื่องเรขาคณิต นักเรียนจะต้องวิเคราะห์ลักษณะของรูปทรงเรขาคณิตและอภิปรายทางคณิตศาสตร์เกี่ยวกับความสัมพันธ์เรขาคณิตโดยใช้การนี้ภาพ การให้เหตุผลเชิงปริภูมิ และแบบจำลองเรขาคณิต (National Council of Teachers of Mathematics, 2000, p. 3) การจัดให้มีการอภิปราย ถามให้นักเรียนเล่าความคิด ชี้แจงเหตุผลประกอบ ซึ่งเป็นการแสดงเหตุผลอย่างง่าย ๆ เพื่อให้นักเรียนได้เคยชินกับการคิดอย่างมีเหตุผล และการชี้แจงนี้จะเป็นโอกาสให้นักเรียนได้ย้อนกลับมาพิจารณาแนวคิดของตนเอง ทำความเข้าใจให้แจ่มชัดขึ้นและปรับแต่งแนวคิดได้อย่างมีเหตุผลเป็นแนวทางหนึ่งในการพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2547, น. 18) สอดคล้องกับผลการวิจัยของเวชฤทธิ์ อังกนะภัทรขจร (2551, น.191) ที่ศึกษาการพัฒนากิจกรรมการเรียนรู้แบบสอนแนะให้รู้คิดที่ใช้ทักษะการให้เหตุผลและการเชื่อมโยงโดยบูรณาการสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่อง การวิเคราะห์ข้อมูลกับ สิ่งแวดล้อม สำหรับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 พบว่า ด้านทักษะการให้เหตุผลนักเรียน

มีคะแนนเฉลี่ยจากการทำแบบทดสอบภายหลังการทดลองมากกว่าก่อนการทดลองที่ระดับนัยสำคัญ .01 จากงานวิจัยของ ภัทรอร อริยธนพงศ์ (2559, น. 88-95) ที่ศึกษาเกี่ยวกับผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิดที่มีต่อความสามารถความสามารถในการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็น ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 พบว่า ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่องความน่าจะเป็น ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบสอนแนะให้รู้คิดสูงกว่าก่อนได้รับการจัดการเรียนรู้สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

ด้วยเหตุผลดังกล่าว จึงเป็นการสนับสนุนว่าการสอนแนะให้รู้คิดร่วมกับการนีกภาพ มีส่วนช่วยในการพัฒนามีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์หลังการจัดการเรียนรู้สูงกว่าก่อนได้รับการสอน และสูงกว่านักเรียนที่ได้รับการสอนแบบปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ซึ่งเป็นไปตามสมมติฐานข้อที่ 3 และ 4 ตามลำดับ

ข้อเสนอแนะ

จากผลการศึกษาค้นคว้าครั้งนี้ ผู้วิจัยได้สรุปข้อเสนอแนะไว้ดังนี้

ข้อเสนอแนะทั่วไป

1. การสอนแนะให้รู้คิดร่วมกับการนีกภาพ ชั้นที่ 1 การสร้างสถานการณ์ ครูควรสร้างสถานการณ์ที่เกี่ยวข้องกับชีวิตประจำวันของผู้เรียน เพื่อให้ผู้เรียนเห็นความสำคัญของการเรียนคณิตศาสตร์ กระตุ้นให้ผู้เรียนเกิดความสนใจและกระตือรือร้นในการหาวิธีการเพื่อแก้ปัญหาในสถานการณ์นั้น ๆ
2. ควรมีการใช้เทคโนโลยีหรือโปรแกรมสำเร็จรูปในการจัดการเรียนการสอนเนื่องจากนักเรียนแต่ละคนมีพื้นฐานความรู้ความเข้าใจที่แตกต่างกัน การใช้สื่อที่หลากหลายจะช่วยส่งเสริมการคิดการมองภาพและสร้างภาพในจินตนาการของนักเรียนเพื่อให้เกิดความเข้าใจ มองเห็นภาพความสัมพันธ์ลักษณะต่าง ๆ อันจะนำไปสู่แนวทางการแก้ปัญหาได้

ข้อเสนอแนะเพื่อการวิจัย

1. ควรมีการศึกษาผลการจัดการเรียนรู้โดยการสอนแนะให้รู้คิดร่วมกับการนีกภาพ ในเนื้อหาคณิตศาสตร์เกี่ยวกับเรขาคณิต เช่น มิติสัมพันธ์ของรูปเรขาคณิต ความเท่ากันทุกประการ ความคล้าย เป็นต้น
2. ควรมีการศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์กับความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

บรรณานุกรม

- Arcavi, A. (2003). The role of visual representations in the learning of mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, 52(3), 215-241. Retrieved from https://www.researchgate.net/publication/225216743_The_role_of_visual_representations_in_the_learning_of_mathematics_Educational_Studies_in_Mathematics_523_215-241
- Baroody, A. J. (1993). *Problem Solving, Reasoning, and Communicating, K-8. Helping Children Think Mathematically*. New York: Macmillan Publishing Company.
- Carpenter Thomas P., Fennema Elizabeth, Penelope L. Peterson, Chi-Pang Chiang, และ Megan Loef. (1989). Using knowledge of children's thinking in classroom teaching: An experimental study. *American Educational research Journal*, 26(4), 499-531.
- Carpenter Thomas P., Fennema Elizabeth, Penelope L. Peterson, Chi-Pang Chiang, และ Megan Loef. (1999). *Children's Mathematics: Cognitive guided Instruction*. Portsmouth, NH: Heinemann.
- Fennema Elizabeth, M. L. F., Thomas P. Carpenter, & Deborah A. Carey. (1993). Using children's Knowledge in Instruction. *American Educational research Journal*, 27(4), 556-583.
- Guzman, M. d. (2002). The role of visualization: In teaching and learning of mathematical analysis.
- Krulik, S., และ Runick, J. a. (1993). *Reasoning and Problem Solving: A Handbook for Elementary School Teachers*. Boston: Allyn and Bacon.
- Macnab J. S., Phillips M. L., และ P.S., N. (2012). *Visualizations and Visualization in Mathematics Educaton*. In.
- National Council of Teacher of Mathematics. (1989). *Curriculum and Evaluation Standard For School Mathematics*. Reston, Virginia: National Council of Teacher of Mathematics.
- National Council of Teacher of Mathematics. (1991). *Professional standards for teaching mathematics*. Reston, Virginia: National Council of Teacher of Mathematics.

- National Council of Teachers of Mathematics. (2000). *Principles and Standards for School Mathematics*. Reston, VA: National Council of Teacher of Mathematics.
- Presmeg, N. (1986). Visualisation in High School Mathematics. *For the Learning of Mathematics*, 6(3), 42-46. Retrieved from https://pdfs.semanticscholar.org/3549/4b4af66cf6a4971c10f3292d49f2fed28df1.pdf?_ga=2.253080842.203083921.1566108827-1476406700.1566108827
- Presmeg, N. (2006). Research on visualization in learning and teaching mathematics. . In Handbook of research on the psychology of mathematics education. Retrieved from https://www.researchgate.net/publication/241301299_Research_on_visualization_in_learning_and_teaching_mathematics.
- Rahim M. H., และ Siddo R. (2009). *The use of visualization for learning and teaching mathematics*. In. Retrieved from http://math.unipa.it/~grim/21_project/Rahim496-500.pdf
- Van, G. D. (2006). Spatial Visualization, Visual Imagery and Mathematical Problem Solving of Students with Varying Abilities. *Journal of learning disabilities*, 39(6), 496. Retrieved from <https://journals.sagepub.com/doi/pdf/10.1177/00222194060390060201>
- Zarzycki, P. (2004). From visualizing to proving. *Teaching Mathematics and its Application*, 23(3), 1. Retrieved from https://www.researchgate.net/publication/31223817_From_visualizing_to_proving/link/57d6de1d08ae0c0081ea7c15/download
- กระทรวงศึกษาธิการ. (2560). มาตรฐานการเรียนรู้และตัวชี้วัด กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ วิทยาศาสตร์ และสาระภูมิศาสตร์ ในกลุ่มสาระการเรียนรู้สังคมศึกษา ศาสนา และวัฒนธรรม (ฉบับปรับปรุง พ.ศ.2560) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์ชุมนุมสหกรณ์การเกษตรแห่งประเทศไทย จำกัด.
- เกรียงไกร มาตรฐาน. (2558). การส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โดยใช้โปรแกรมภูเกิล สเก็ตชอัฟ. (ปริญญาานิพนธ์ปริญญา ศึกษาศาสตรมหาบัณฑิต). มหาวิทยาลัยเชียงใหม่, เชียงใหม่.

- เกษณีย์ ยอดไผอินทร์. (2556). ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลเฟสเมท้อดคอมบิเนชันและกลยุทธ์การพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ที่มีความสามารถในการให้เหตุผลและการแก้ปัญหาของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3. (ปริญาญาคฤศาสตร์มหาบัณฑิต). จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, กรุงเทพฯ. สืบค้นจาก <http://cuir.car.chula.ac.th/bitstream/123456789/43952/1/5583304327.pdf>
- จิณดิษฐ์ ลออบักษิณ. (2550). การพัฒนาหลักสูตรเรขาคณิตวิยุต สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลายที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูง. (ปริญาญานิพนธ์ปริญาญาดุษฎีบัณฑิต). มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ, กรุงเทพฯ.
- ชมนาด เชื้อสุวรรณทวิ. (2561). การเรียนการสอนคณิตศาสตร์= *Mathemtics instruction*. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- ชมพูนุท วนสันเทียะ. (2552). การศึกษาความคิดรวบยอดและความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนราชวินิตบางเขน โดยใช้วิธีการสอนแบบโยนิโสมนสิการร่วมกับการใช้แผนผังมโนทัศน์. (ปริญาญานิพนธ์ปริญาญามหาบัณฑิต). มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ, กรุงเทพฯ.
- ชัยวัฒน์ สุทธิรัตน์. (2553). 80 นวัตกรรมจัดการเรียนรู้ที่เน้นผู้เรียนเป็นสำคัญ. กรุงเทพฯ: พี บาลานซ์ดีไซน์แอนปรินติ้ง.
- ชูศรี วงศ์รัตนะ และ องอาจ นัยพัฒน์. (2551). แบบแผนการวิจัยเชิงทดลองและสถิติวิเคราะห์: แนวคิดพื้นฐานและวิธีการ. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- ตติมา ทิพย์จินดาชัยกุล. (2557). ผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้วิธีการแบบเปิด (*Open Approach*) ที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาและความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่องทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3. (ปริญาญานิพนธ์ปริญาญามหาบัณฑิต). มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ, กรุงเทพฯ.
- ไทรภาพ คงเสน. (2559). ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนโฟร์พี้อยที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผลและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5. (วิทยานิพนธ์ปริญาญามหาบัณฑิต). จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, กรุงเทพฯ. สืบค้นจาก <http://cuir.car.chula.ac.th/bitstream/123456789/55133/1/5783396227.pdf>
- ทองชัย อักษรคิด. (2555). การแก้ปัญหาและการตั้งปัญหาทางคณิตศาสตร์. กรุงเทพฯ: วิสด้าอินเตอร์ปรินท์ จำกัด.

- ทิศนา แชมมณี. (2542ข). วิทยาการด้านการคิด. กรุงเทพฯ: เดอะมาสเตอร์กรุ๊ปแมเนจเม้นท์.
- ทิศนา แชมมณี. (2551). รูปแบบการเรียนการสอน: ทางเลือกที่หลากหลาย. กรุงเทพฯ: แอคทีฟพริ้นท์ จำกัด.
- นพพร แหยมแสง. (2556). พฤติกรรมการสอนคณิตศาสตร์ 1 = *Teaching behavior in mathematics 1 : CMA 4101 (TL 461)* (พิมพ์ครั้งที่ 2). กรุงเทพฯ: สำนักพิมพ์มหาวิทยาลัยรามคำแหง.
- ประยูร อาษานาม. (2537). การเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในระดับประถมศึกษา : หลักการและแนวปฏิบัติ. กรุงเทพมหานคร: ปรกาศพริ้ง.
- ปวันรัตน์ วัฒนนะ. (2559). การศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง การวัด ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โดยการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ที่เน้นการเชื่อมโยงระหว่างคณิตศาสตร์กับชีวิตประจำวัน. (ปริญญาานิพนธ์ปริญญาามหาบัณฑิต). มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ, กรุงเทพฯ.
- ปิยวดี วงษ์ใหญ่. (2548). การให้เหตุผลในวิชาคณิตศาสตร์ระดับประถมศึกษา ตามหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551. กรุงเทพฯ: เอส พี เอ็น การพิมพ์.
- พรรณี ชูทัย เจนจิต. (2545). จิตวิทยาการเรียนการสอน (พิมพ์ครั้งที่ 5). กรุงเทพฯ: ห้างหุ้นส่วนจำกัด เสริมสิน พีเพรส ซิสเต็ม.
- ภัทรอร อริยธนพงศ์. (2559). ผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสอนแนะให้รู้คิดที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่องความน่าจะเป็น ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5. (วิทยานิพนธ์ปริญญาามหาบัณฑิต). มหาวิทยาลัยบูรพา, ชลบุรี.
- ยุพิน พิพิธกุล. (2544). การแก้ปัญหาคณิตศาสตร์. กรุงเทพฯ: บพิธการพิมพ์.
- วรรณิ์ ธรรมโชติ. (2550). หลักการคณิตศาสตร์. กรุงเทพฯ: ภาพพิมพ์.
- วิชัย พาณิชย์สวย. (2546). สอนอย่างไรให้เด็กเก่งโจทย์คณิตศาสตร์. กรุงเทพฯ: บริษัท พัฒนาคุณภาพวิชาการ (พว.) จำกัด.
- วิมลพันธ์ ทรายทอง. (2561). การศึกษาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และความยึดมั่นผูกพันในการเรียนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ที่ได้รับการจัดการเรียนรู้โดยการสอนแนะให้รู้คิดร่วมกับทำให้ข้อมูลย้อนกลับเพื่อส่งเสริมการเรียนรู้. (ปริญญาานิพนธ์ปริญญาามหาบัณฑิต). มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ, กรุงเทพฯ.
- เวชฤทธิ์ อังกะนภัทรขจร. (2551). การพัฒนากิจกรรมการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ที่ใช้ทักษะการให้เหตุผลและการเชื่อมโยงโดยบูรณาการสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่อง การ

- วิเคราะห์ข้อมูล กับ สิ่งแวดล้อมศึกษาสำหรับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6. (ปริญญา นิพนธ์ปริญญาดุษฎีบัณฑิต). มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ, กรุงเทพฯ.
- เวชฤทธิ์ อังกนะภัทรขจร. (2553). ทักษะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์. วารสารสภาคณบดีคณะครู ศึกษาศาสตร์/ศึกษาศาสตร์แห่งประเทศไทย, 2(2), 25-33.
- เวชฤทธิ์ อังกนะภัทรขจร. (2555). ครบเครื่องเรื่องความรู้สำหรับครูคณิตศาสตร์: หลักสูตรการสอนและ การวิจัย. กรุงเทพฯ: จรัลสนิทวงศ์การพิมพ์.
- ศศิธร แม้นสงวน. (2559). พฤติกรรมการสอนคณิตศาสตร์ 2 = *Teaching behavior in mathematics 2 CMA 4102 (TL 462)* (พิมพ์ครั้งที่ 3). กรุงเทพฯ: มหาวิทยาลัยรามคำแหง.
- สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2545). เรขาคณิต. กรุงเทพฯ: สำนักพัฒนา ธุรกิจ.
- สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2546). คู่มือการวัดผลประเมินผล คณิตศาสตร์. กรุงเทพฯ: สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี.
- สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2547). การให้เหตุผลในวิชาคณิตศาสตร์ ระดับประถมศึกษา ตามหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544. กรุงเทพฯ: เอส. พี. เอ็น. การพิมพ์.
- สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2551). ทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์. กรุงเทพมหานคร: หจก.ส.เจริญการพิมพ์.
- สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2555ก). การวัดผลประเมินผลคณิตศาสตร์. กรุงเทพฯ: ซีเอ็ดยูเคชั่น.
- สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2555ข). ทักษะและกระบวนการทาง คณิตศาสตร์ (พิมพ์ครั้งที่ 3). กรุงเทพมหานคร: บริษัท 3-คิว มีเดีย จำกัด.
- สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2560). รายงานผลการวิจัยโครงการ TIMSS 2011 วิชาคณิตศาสตร์. สืบค้นจาก <https://drive.google.com/file/d/0BwqFSkq5b7zSbUdGWmU2QkQwT00/view?resourcekey=0-jD8uOJrQRS58ZKLVVwkFDg>
- สถาปนา บุญมาก. (2558). ผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนมโนทัศน์ที่มี ต่อมโนทัศน์และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนาน ของ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2. (วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต). มหาวิทยาลัยบูรพา, ชลบุรี.

- สมเดช บุญประจักษ์. (2540). การพัฒนาศักยภาพทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โดยการเรียนแบบร่วมมือ. (ปริญญาานิพนธ์ปริญญาคุชฎบัณฑิต). มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ, กรุงเทพฯ.
- สมเดช บุญประจักษ์. (2551). หลักการคณิตศาสตร์. กรุงเทพฯ: มหาวิทยาลัยราชภัฏพระนคร.
- สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน. (2551). ตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้แกนกลาง กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์ชุมนุมสหกรณ์การเกษตรแห่งประเทศไทย จำกัด.
- สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน. (2560). ตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้แกนกลาง กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ.2560) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์ชุมนุมสหกรณ์การเกษตรแห่งประเทศไทย จำกัด.
- สิรินทรา มินทะขัติ. (2556). ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐาน (*Problem-Based Learning*) เรื่องพื้นที่ผิวและปริมาตร ที่มีต่อความสามารถในการคิดวิเคราะห์ และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3. (ปริญญาานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต). มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ, กรุงเทพฯ.
- สิริพร ทิพย์คง. (2541). การเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในยุคโลกาภิวัตน์. สารการศึกษา "การเรียนการสอน", 63-90.
- สิริพร ทิพย์คง. (2545). หลักสูตรและการสอนคณิตศาสตร์. กรุงเทพฯ: สถาบันพัฒนาคุณภาพวิชาการ(พว.).
- สุคนธ์ สิ้นธพานนท์. (2555). พัฒนาทักษะการคิด--ตามแนวปฏิรูปการศึกษา (พิมพ์ครั้งที่ 4, (ฉบับปรับปรุงครั้งที่ 2)). กรุงเทพฯ: ศูนย์หนังสือจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- สุธารัตน์ สมรรถการ. (2556). ผลการจัดการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (*CGI*) เรื่อง วิธีการเรียงสับเปลี่ยนและวิธีจัดหมู่ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ความสามารถในการแก้ปัญหาและความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6. (ปริญญาานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต). มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ, กรุงเทพฯ.
- สุนีย์ คำควร. (2559). ผลการจัดการกิจกรรมการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (*CGI*) ที่มีต่อทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง พื้นที่ผิวและปริมาตร ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนสาธิต"พิบูลบำเพ็ญ"มหาวิทยาลัยบูรพา. (วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต). มหาวิทยาลัยบูรพา, ชลบุรี.

- สุภาพร ฟองจันทร์ตา. (2554). การพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางเรขาคณิตของนักเรียน
ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โดยใช้เทคนิคการนึ่งภาพและใช้สี โรงเรียนแม่แตง จังหวัดเชียงใหม่.
พิษเนศวร์สาร, 6(2), 31-39.
- สุรางค์ ไคว่ตระกูล. (2559). จิตวิทยาการศึกษา (พิมพ์ครั้งที่ 12). กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์จุฬาลงกรณ์
มหาวิทยาลัย.
- สุวิทย์ มูลคำ. (2547). กลยุทธ์การสอนคิดแก้ปัญหา. กรุงเทพฯ: ห้างหุ้นส่วนจำกัดภาพพิมพ์.
- อัมพร ม้าคนอง. (2546). คณิตศาสตร์: การสอนและการเรียนรู้. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์
มหาวิทยาลัย.
- อัมพร ม้าคนอง. (2557). คณิตศาสตร์สำหรับครูมัธยม. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์
มหาวิทยาลัย.
- อัมพร ม้าคนอง. (2559). ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ : การพัฒนาเพื่อพัฒนาการ (พิมพ์
ครั้งที่ 3). กรุงเทพฯ: จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- อำภรณ์ ผลาวรรณ. (2556). ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนแบบเน้นให้รู้จักคิด (CGI) เรื่อง
ความน่าจะเป็น ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ความสามารถในการแก้ปัญหา
ทางคณิตศาสตร์ ความตระหนักในการรู้จักคิดและความมีวินัยในตนเองของนักเรียนชั้น
มัธยมศึกษาปีที่ 5. (ปริญญาานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต). มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ,
กรุงเทพฯ.



ภาคผนวก ก
รายนามผู้เชี่ยวชาญตรวจสอบเครื่องมือในการวิจัย



รายนามผู้เชี่ยวชาญตรวจสอบเครื่องมือในการวิจัย

- | | |
|-------------------------------|--|
| 1. อาจารย์ ดร.สุภาภรณ์ สดวกดี | อาจารย์ประจำคณะวิทยาศาสตร์
มหาวิทยาลัยราชภัฏจันทรเกษม |
| 2. อาจารย์สิรินพร หาจตุรัส | อาจารย์ประจำคณะวิทยาศาสตร์
มหาวิทยาลัยราชภัฏจันทรเกษม |
| 3. อาจารย์วิมลรัตน์ ศิริกุล | อาจารย์ประจำกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์
โรงเรียนดงมันพิทยาคม |



ภาคผนวก ข
เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

1. ตัวอย่างแผนการสอนโดยการสอนแนะให้ผู้คิดร่วมกับการนึกภาพ
เรื่อง พื้นที่ผิวและปริมาตร
2. ตัวอย่างแผนการสอนโดยการสอนแบบปกติ เรื่อง พื้นที่ผิวและปริมาตร
3. แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
เรื่อง พื้นที่ผิวและปริมาตร
4. แบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์
เรื่อง พื้นที่ผิวและปริมาตร

ตัวอย่างแผนการจัดการเรียนรู้

โดยการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ร่วมกับการนิกรภาพ (Visualization)

รหัสวิชา ค23102	รายวิชา คณิตศาสตร์	ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3
หน่วยการเรียนรู้ที่ 4	เรื่อง พีระมิด กรวย ทรงกลม	เวลา 13 ชั่วโมง
แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 5	เรื่อง พื้นที่ผิวของพีระมิด	เวลา 1 ชั่วโมง
สอนวัน.....ที่.....เดือน.....พ.ศ.....	ภาคเรียนที่ 2	ปีการศึกษา 2564

1. มาตรฐานการเรียนรู้

มาตรฐาน ค 2.1 เข้าใจพื้นฐานเกี่ยวกับการวัด วัดและคาดคะเนขนาดของสิ่งที่ต้องการวัด และนำไปใช้

2. ตัวชี้วัด

ค 2.1 ม.3/1 ประยุกต์ใช้ความรู้เรื่องพื้นที่ผิวของพีระมิด กรวย และทรงกลมในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์และปัญหาในชีวิตจริง

ค 2.1 ม.3/2 ประยุกต์ใช้ความรู้เรื่องปริมาตรของพีระมิด กรวย และทรงกลมในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์และปัญหาในชีวิตจริง

3. สาระสำคัญ

การหาพื้นที่ผิวทั้งหมดของพีระมิด ประกอบด้วยพื้นที่ฐานและพื้นที่ผิวข้าง พื้นที่ผิวข้างของพีระมิดเท่ากับจำนวนหน้าของพีระมิดหรือจำนวนเหลี่ยมของฐานคูณด้วยพื้นที่รูปสามเหลี่ยม โดยการหาพื้นที่ผิวข้างใช้ความสูงเอียง หากโจทย์กำหนดความสูงตรงมาให้ ต้องใช้ความรู้ทฤษฎีบทพีทาโกรัสหาความสูงเอียงก่อนเสมอ

$$\text{พื้นที่ผิวทั้งหมดของพีระมิด} = \text{พื้นที่ฐาน} + \text{พื้นที่ผิวข้าง}$$

$$\text{พื้นที่ผิวข้างของพีระมิด} = \text{จำนวนหน้า} \times \text{พื้นที่รูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว}$$

การแก้โจทย์ปัญหาการหาพื้นที่ผิวของพีระมิดมีขั้นตอนกระบวนการแก้ปัญหา 5 ขั้นตอน ดังนี้ 1. ทำความเข้าใจปัญหา 2. วางแผนการแก้ปัญหา 3. ดำเนินการแก้ปัญหา 4. ตรวจสอบคำตอบ

5. สรุปผล

4. จุดประสงค์การเรียนรู้

ด้านความรู้ (K) : นักเรียนสามารถ

อธิบายส่วนประกอบของพื้นที่ผิวทั้งหมดของพีระมิดและหาพื้นที่ผิวข้างของพีระมิด

ด้านทักษะ/กระบวนการ (P) : นักเรียนสามารถ

1. ความสามารถในการสื่อสาร
2. ความสามารถในการคิด

ด้านคุณลักษณะ (A) : นักเรียนสามารถ

1. มีส่วนร่วมในการทำกิจกรรม
2. ความรับผิดชอบในการทำงานที่ได้รับมอบหมาย

5. สารการเรียนรู้

พื้นที่ผิวข้างของพีระมิด

6. กิจกรรมการเรียนรู้

ขั้นที่ 1 ขั้นนำเสนอปัญหา

1. นักเรียนทบทวนเรื่อง รูปคลี่ของพีระมิด โดยการจับคู่ภาพระหว่างพีระมิดฐานต่าง ๆ กับ รูปคลี่ของพีระมิดบนกระดาน พร้อมทั้งตอบคำถาม ดังนี้
 - ฐานของพีระมิดเป็นรูปสี่เหลี่ยมเรียกพีระมิดนี้ว่าอย่างไร
(พีระมิดฐานสี่เหลี่ยม)
 - ฐานของพีระมิดเป็นรูปสี่เหลี่ยมจะมีจำนวนหน้าของพีระมิดทั้งหมดเท่าไร
(4 หน้า)
2. นักเรียนร่วมกันสนทนาและแสดงความคิดเห็น โดยตอบคำถามกระตุ้นความคิด ดังนี้
 - การหาพื้นที่ผิวของพีระมิด นักเรียนต้องทราบข้อมูลใดบ้าง
 - นักเรียนสามารถหาพื้นที่ผิวของพีระมิดได้อย่างไร
3. ครูนำเสนอปัญหาในใบกิจกรรมโดยให้นักเรียนร่วมกันคิดอภิปรายเป็นกลุ่มละ 5-6 คน โดยมีสถานการณ์ปัญหาดังนี้

สถานการณ์ปัญหา

ชาวบ้านในชุมชนแห่งหนึ่งได้รวมกลุ่มกันเพื่อผลิตสินค้าหนึ่งตำบลหนึ่งผลิตภัณฑ์เป็น กระเป๋าตุงต่างสีฟ้าลายครามรูปทรงพีระมิดฐานสี่เหลี่ยมจัตุรัส ซึ่งกระเป๋าตุงนี้สูง 12 เซนติเมตร ความยาวรอบฐาน 40 เซนติเมตร ต่อมาชาวบ้านได้รับยอดสั่งกระเป๋าตุงจำนวน 500 ใบ ถ้าเดิมที่ชาวบ้านมีผ้าลายครามอยู่แล้ว 15 ตารางเมตร อยากทราบว่าปริมาณผ้าที่มีจะเพียงพอต่อการผลิตกระเป๋าตุง จำนวน 500 ใบหรือไม่ เพราะเหตุใด

ขั้นที่ 2 ขั้นวิเคราะห์ข้อมูลและแก้ปัญหา

1. ครูให้นักเรียนในกลุ่มเดียวกัน สามารถปรึกษาช่วยกันได้โดยนักเรียนแต่ละคนจะต้อง เขียนแสดงวิธีทำในใบกิจกรรมของตนเอง ขั้นตอนนี้ครูเปิดโอกาสให้นักเรียนได้ระดมความคิด และอภิปรายร่วมกันภายในกลุ่ม ในช่วงที่นักเรียนทำกิจกรรมครูจะคอยสังเกตพฤติกรรมการ เรียนรู้ของนักเรียน พร้อมทั้งคอยรับฟังความคิดของนักเรียนแต่ละกลุ่ม หากนักเรียนไม่สามารถวิเคราะห์สถานการณ์ปัญหาได้ ครูจะเป็นผู้คอยชี้แนะกระตุ้นการคิดของนักเรียนให้นักเรียนวิเคราะห์ปัญหาออกมาเป็นรูปธรรม โดยใช้วิธีการที่หลากหลาย เช่น สือของจริง สือรูปธรรม (โปรแกรม The Geometer's SKETCHPAD) คำถามกระตุ้นการคิดของนักเรียน ตามระดับการเรียนรู้ของนักเรียน เพื่อให้นักเรียนเกิดความเข้าใจ มองเห็นภาพความสัมพันธ์ ลักษณะต่างๆ สามารถวิเคราะห์ปัญหาและสื่อสารออกมาผ่านการวาดภาพได้

1.1 จากสถานการณ์ข้างต้น โจทย์กำหนดค่าอะไรบ้าง

(- กระเป๋าตุง สูง 12 เซนติเมตร ความยาวรอบฐาน 40 เซนติเมตร
ผลิตจำนวน 500 ใบ เดิมมีผ้าลายคราม 15 ตารางเมตร)

1.2 โจทย์ต้องการทราบอะไร

(ผ้าลายครามจะเพียงพอต่อการผลิตกระเป๋าตุง จำนวน 500 ใบหรือไม่)

ขั้นที่ 3 ขั้นรายงานคำตอบและวิธีการแก้ปัญหา

ครูให้นักเรียนให้แต่ละกลุ่มส่งตัวแทนนำเสนอแนวคิด วิธีการที่นักเรียนใช้ในการแก้ปัญหาในการนำเสนอให้นักเรียนที่เป็นตัวแทนกลุ่มสวมบทบาทเป็นครู อธิบายวิธีการที่ใช้ในการแก้ปัญหาแต่ละขั้นตอน โดยครูและนักเรียนคนอื่นร่วมกันถามเพื่อให้กลุ่มที่นำเสนอได้

แสดงแนวคิดหรือเหตุผลที่ใช้เพื่อให้ได้ข้อมูลที่ครอบคลุมที่สุด ส่วนกลุ่มที่เหลือครูจะเปิดโอกาสให้เสนอเหตุผลที่แตกต่างจากกลุ่มที่เพื่อนำเสนอแล้ว

ขั้นที่ 4 ขั้นสรุปอภิปรายคำตอบ

ครูเปิดโอกาสให้นักเรียนร่วมกันอภิปรายแลกเปลี่ยนแนวคิดและเหตุผลของแต่ละกลุ่มที่นำเสนอเกี่ยวกับวิธีการแก้ปัญหาและหาคำตอบที่ถูกต้องเพื่อให้นักเรียนสรุปองค์ความรู้ด้วยตนเอง โดยครูเป็นผู้ใช้คำถามทำให้เกิดการอภิปราย เช่น นักเรียนคิดว่าเหตุผลที่เพื่อนนำเสนอ นั้นสมเหตุสมผลหรือไม่จนกระทั่งได้ข้อสรุปที่สมเหตุสมผล

7. สื่อ/นวัตกรรมการเรียนรู้

1. หนังสือเรียนรายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 เล่ม 2
2. ใบกิจกรรม
3. แบบฝึกหัด
4. แบบจำลองของรูปเรขาคณิตสามมิติ
5. โปรแกรม The Geometer's SKETCHPAD

8. วิธีการวัดประเมินผล

สิ่งที่ต้องวัด	วิธีการวัด	เครื่องมือการวัด	เกณฑ์การวัดและประเมินผล
ด้านความรู้ (K)			
1. นักเรียนสามารถอธิบายส่วนประกอบของพื้นที่ผิวทั้งหมดของพีระมิดและหาพื้นที่ผิวข้างของพีระมิดได้	ตรวจใบกิจกรรมและตรวจแบบฝึกทักษะ	1. ใบกิจกรรม 2. แบบฝึกทักษะ	นักเรียนสามารถอธิบายส่วนประกอบของพื้นที่ผิวทั้งหมดของพีระมิดและหาพื้นที่ผิวข้างของพีระมิดได้

สิ่งที่ต้องวัด	วิธีการวัด	เครื่องมือการวัด	เกณฑ์การวัดและประเมินผล
ด้านความรู้ (K)			
1. นักเรียนสามารถอธิบายส่วนประกอบของพื้นที่ผิวทั้งหมดของพีระมิดและหาพื้นที่ผิวข้างของพีระมิดได้	ตรวจใบกิจกรรมและตรวจแบบฝึกทักษะ	1. ใบกิจกรรม 2. แบบฝึกทักษะ	นักเรียนสามารถอธิบายส่วนประกอบของพื้นที่ผิวทั้งหมดของพีระมิดและหาพื้นที่ผิวข้างของพีระมิดได้
ด้านทักษะ/กระบวนการ (P)			
1. ความสามารถในการสื่อสาร	ประเมินสมรรถนะสำคัญของผู้เรียน	แบบประเมินสมรรถนะสำคัญของผู้เรียน	นักเรียนมีส่วนร่วมในกิจกรรมการเรียนรู้ในระดับ ดี ขึ้นไป
2. ความสามารถในการคิด	ประเมินสมรรถนะสำคัญของผู้เรียน	แบบประเมินสมรรถนะสำคัญของผู้เรียน	นักเรียนมีส่วนร่วมในกิจกรรมการเรียนรู้ในระดับ ดี ขึ้นไป
ด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์ (A)			
1. มีส่วนร่วมในการทำกิจกรรม	การสังเกตพฤติกรรมการมีส่วนร่วมในชั้นเรียน	แบบสังเกตพฤติกรรม	นักเรียนมีส่วนร่วมในกิจกรรมการเรียนรู้ในระดับ ดี ขึ้นไป
2. ความรับผิดชอบในการทำงานที่ได้รับมอบหมาย	พิจารณาจากการส่งใบกิจกรรมและแบบฝึกทักษะ	แบบสังเกตพฤติกรรม	นักเรียนได้คะแนนตั้งแต่ 2 คะแนนขึ้นไป

9. บันทึกหลังสอน

9.1 ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน

จากการสอน เรื่อง..... ชั้น..... วันที่.....

ปรากฏว่ามีนักเรียนทั้งหมด..... คน เมื่อวัดผลประเมินผลแล้ว มีนักเรียน

อยู่ในระดับดี จำนวน..... คน คิดเป็นร้อยละ.....

อยู่ในระดับปานกลาง จำนวน..... คน คิดเป็นร้อยละ.....

อยู่ในระดับปรับปรุง จำนวน..... คน คิดเป็นร้อยละ.....

9.2 ปัญหาอุปสรรค

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

9.3 ข้อเสนอแนะเพิ่มเติม

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ลงชื่อ.....

(นางสาวกมลทิพย์ เกตุศรี)

ครูผู้สอน

เกณฑ์การให้คะแนน

คุณลักษณะ นักเรียนมีส่วนร่วมในการทำกิจกรรม

คะแนน	ลักษณะพฤติกรรมของนักเรียน
3 (ดีมาก)	นักเรียนมีส่วนร่วมในการทำกิจกรรม แสดงความคิดเห็น ตอบคำถาม ตั้งแต่ร้อยละ 80 ขึ้นไป
2 (ดี)	นักเรียนมีส่วนร่วมในการทำกิจกรรม แสดงความคิดเห็น ตอบคำถาม ตั้งแต่ร้อยละ 60 – 79
1 (พอใช้)	นักเรียนมีส่วนร่วมในการทำกิจกรรม แสดงความคิดเห็น ตอบคำถาม ตั้งแต่ร้อยละ 50 - 59
0 (ปรับปรุง)	นักเรียนมีส่วนร่วมในการทำกิจกรรม แสดงความคิดเห็น ตอบคำถาม ต่ำกว่าร้อยละ 50 ขึ้นไป

คุณลักษณะ นักเรียนมีความรับผิดชอบในงานที่ได้รับมอบหมาย

คะแนน	ลักษณะพฤติกรรมของนักเรียน
2 (ดี)	นักเรียนส่งงานตรงตามเวลาที่กำหนด
1 (พอใช้)	นักเรียนส่งงานช้ากว่าเวลาที่กำหนด
0 (ปรับปรุง)	นักเรียนไม่ส่งงาน

เฉลยใบกิจกรรม

เรื่อง การหาพื้นที่ผิวของพีระมิด

ชื่อ - นามสกุล.....ชั้น.....เลขที่.....

สถานการณ์ปัญหา

ชาวบ้านในชุมชนแห่งหนึ่งได้รวมกลุ่มกันเพื่อผลิตสินค้าหนึ่งตำบลหนึ่งผลิตภัณฑ์ เป็นกระเป๋าสตางค์ผ้าลายครามรูปทรงพีระมิดฐานสี่เหลี่ยมจัตุรัส ซึ่งกระเป๋าสตางค์นี้ สูง 12 เซนติเมตร ความยาวรอบฐาน 40 เซนติเมตร ต่อมาชาวบ้านได้รับยอดสั่งกระเป๋าสตางค์จำนวน 500 ใบ

ถ้าเดิมที่ชาวบ้านมีผ้าลายครามอยู่แล้ว 15 ตารางเมตร อยากทราบว่าปริมาณผ้าที่มี จะเพียงพอต่อการผลิตกระเป๋าสตางค์ จำนวน 500 ใบหรือไม่ เพราะเหตุใด

วิธีทำ

ขั้นที่ 1 ทำความเข้าใจปัญหา

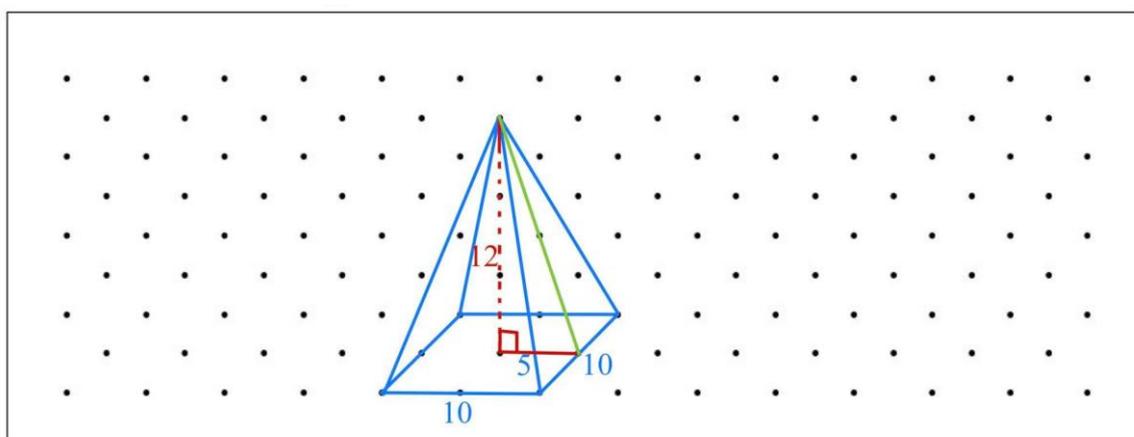
สิ่งที่โจทย์กำหนด

กระเป๋าสตางค์ทรงพีระมิดฐานสี่เหลี่ยมจัตุรัส สูง 12 เซนติเมตร
ความยาวรอบฐาน 40 เซนติเมตร ต้องผลิตกระเป๋าสตางค์จำนวน 500 ใบ
มีผ้าลายครามอยู่แล้ว 15 ตารางเมตร

สิ่งที่โจทย์ถาม

ปริมาณผ้าที่มีเพียงพอต่อการผลิตกระเป๋าสตางค์หรือไม่

ขั้นที่ 2 วางแผนการแก้ปัญหา



ขั้นที่ 3 ดำเนินการแก้ปัญหา

เนื่องจากกระดาษตารางเป็นทรงพีระมิดฐานสี่เหลี่ยมจัตุรัส ที่มีความยาวรอบฐานเท่ากับ 40 เซนติเมตร แสดงว่าฐานของกระดาษยาวด้านละ 10 เซนติเมตร

หาสูงเอียงของพีระมิด จากทฤษฎีบทพีทาโกรัส

$$a^2 + b^2 = c^2$$

$$12^2 + 5^2 = c^2$$

$$144 + 25 = c^2$$

$$c^2 = 169$$

$$c = \pm 13$$

- 13 ใช้ไม่ได้ เนื่องจาก
ความสูงไม่สามารถเป็นจำนวนลบได้

หาพื้นที่ผิวจากพีระมิด

$$\begin{aligned} \text{พื้นที่ฐาน} &= \text{ด้าน} \times \text{ด้าน} \\ &= 10 \times 10 \\ &= 100 \text{ ตารางเซนติเมตร} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{พื้นที่ผิวข้าง} &= \left(\frac{1}{2} \times \text{ฐาน} \times \text{สูง}\right) \times 4 \\ &= \left(\frac{1}{2} \times 10 \times 13\right) \times 4 \\ &= 260 \text{ ตารางเซนติเมตร} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{จะได้ว่า กระดาษตารางหนึ่งใบใช้ผ้า} &= 100 + 260 \\ &= 360 \text{ ตารางเซนติเมตร} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{ถ้ามีผ้าอยู่ 15 ตารางเมตรจะสามารถผลิตกระดาษตารางได้} &= \frac{\text{ปริมาณผ้าทั้งหมด}}{\text{ปริมาณผ้าต่อกระดาษหนึ่งใบ}} \\ &= \frac{150,000}{360} \\ &= 416.67 \\ &\approx 416 \text{ ใบ} \end{aligned}$$

ขั้นที่ 4 ตรวจสอบ

กระดาษตางค์หนึ่งใบ ใช้ผ้า 360 ตารางเซนติเมตร

$$\begin{aligned} \text{ดังนั้นกระดาษตางค์ 417 ใบจะใช้ผ้าปริมาณ} &= 417 \times 360 \\ &= 150,120 \text{ ตารางเซนติเมตร} \\ &= 15.0120 \text{ ตารางเมตร} \end{aligned}$$

จะเห็นได้ว่า กระดาษตางค์ 147 ใบ ใช้ผ้าปริมาณผ้า 15.0120 ตารางเมตร

ฉะนั้นปริมาณผ้า 15 ตารางเมตร จะสามารถผลิตกระดาษตางค์ได้เพียง 416 ใบ

ขั้นที่ 5 สรุปคำตอบ

ปริมาณผ้ามีไม่เพียงพอต่อการผลิตกระดาษตางค์จำนวน 500 ใบ

เนื่องจากมีผ้าอยู่ 15 ตารางเมตร จะสามารถผลิตกระดาษตางค์ได้เพียง 416 ใบ



ตัวอย่างแผนการจัดการเรียนรู้โดยการสอนแบบปกติ

รหัสวิชา ค23102	รายวิชา คณิตศาสตร์	ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3
หน่วยการเรียนรู้ที่ 4	เรื่อง พีระมิด กรวย ทรงกลม	เวลา 13 ชั่วโมง
แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 5	เรื่อง พื้นที่ผิวของพีระมิด	เวลา 1 ชั่วโมง
สอนวัน.....ที่.....เดือน.....พ.ศ.....	ภาคเรียนที่ 2	ปีการศึกษา 2564

1. มาตรฐานการเรียนรู้

มาตรฐาน ค 2.1 เข้าใจพื้นฐานเกี่ยวกับการวัด วัดและคาดคะเนขนาดของสิ่งที่ต้องการวัด และนำไปใช้

2. ตัวชี้วัด

ค 2.1 ม.3/1 ประยุกต์ใช้ความรู้เรื่องพื้นที่ผิวของพีระมิด กรวย และทรงกลมในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์และปัญหาในชีวิตจริง

ค 2.1 ม.3/2 ประยุกต์ใช้ความรู้เรื่องปริมาตรของพีระมิด กรวย และทรงกลมในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์และปัญหาในชีวิตจริง

3. สาระสำคัญ

การหาพื้นที่ผิวทั้งหมดของพีระมิด ประกอบด้วยพื้นที่ฐานและพื้นที่ผิวข้าง
พื้นที่ผิวข้างของพีระมิดเท่ากับจำนวนหน้าของพีระมิดหรือจำนวนเหลี่ยมของฐานคูณด้วยพื้นที่รูปสามเหลี่ยม โดยการหาพื้นที่ผิวข้างใช้ความสูงเฉียง หากโจทย์กำหนดความสูงตรงมาให้ ต้องใช้ความรู้ทฤษฎีบทพีทาโกรัสหาความสูงเฉียงก่อนเสมอ

$$\text{พื้นที่ผิวทั้งหมดของพีระมิด} = \text{พื้นที่ฐาน} + \text{พื้นที่ผิวข้าง}$$

$$\text{พื้นที่ผิวข้างของพีระมิด} = \text{จำนวนหน้า} \times \text{พื้นที่รูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว}$$

4. จุดประสงค์การเรียนรู้

ด้านความรู้ (K) : นักเรียนสามารถ

อธิบายส่วนประกอบของพื้นที่ผิวทั้งหมดของพีระมิดและหาพื้นที่ผิวข้างของพีระมิด

ด้านทักษะ/กระบวนการ (P) : นักเรียนมี

1. ความสามารถในการสื่อสาร

2. ความสามารถในการคิด

ด้านคุณลักษณะ (A) : นักเรียน

1. การมีส่วนร่วมในการทำกิจกรรม
2. ความรับผิดชอบในการทำงานที่ได้รับมอบหมาย

5. สารการเรียนรู้

พื้นที่ผิวข้างของพีระมิด

6. กิจกรรมการเรียนรู้

ขั้นที่ 1 ขั้นนำ

1. ครูใช้กิจกรรมถอดรหัสปริศนา เพื่อทบทวนการหาพื้นที่ของรูปเรขาคณิต โดยมีขั้นตอนดำเนินกิจกรรมดังนี้
 - 1.1 ครูแจกใบกิจกรรมถอดรหัสปริศนาให้นักเรียนคนละ 1 ใบ
 - 1.2 ให้นักเรียนโยงเส้นตรงจับคู่ความสัมพันธ์ระหว่างพื้นที่ของรูปเรขาคณิตชนิดต่าง ๆ กับสูตรการหาพื้นที่ไปใบกิจกรรม
 - 1.3 หากนักเรียนคนใดโยงเส้นแล้วนำตัวอักษรปริศนามาเรียงถอดรหัสได้ถูกต้องและมีความหมายก่อนถือเป็นผู้ชนะ

ขั้นที่ 2 ขั้นสอน

1. ครูยกตัวอย่างที่ 1 บนกระดาน ให้นักเรียนร่วมกันพิจารณาแถบโจทย์บนกระดาน จากนั้นอธิบายขั้นตอนการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ ดังนี้

ตัวอย่างที่ 1

ชาวบ้านในชุมชนแห่งหนึ่งได้รวมกลุ่มกันเพื่อผลิตสินค้าหนึ่งตำบลหนึ่งผลิตภัณฑ์เป็นกระดาษต่างค์ผ้าลายครามรูปทรงพีระมิดฐานสี่เหลี่ยมจัตุรัส ซึ่งกระดาษต่างค์นี้สูง 12 เซนติเมตร ความยาวรอบฐาน 40 เซนติเมตร ต่อมาชาวบ้านได้รับยอดสั่งกระดาษต่างค์จำนวน 500 ใบ ถ้าเดิมที่ชาวบ้านมีผ้าลายครามอยู่แล้ว 8 ตารางเมตร อยากทราบว่าปริมาณผ้าที่มีจะเพียงพอต่อการผลิตกระดาษต่างค์ จำนวน 500 ใบหรือไม่ เพราะเหตุใด

วิธีทำ จากโจทย์กระดาษต่างค์เป็นทรงพีระมิดฐานสี่เหลี่ยมจัตุรัส ที่มีความยาวรอบฐานเท่ากับ 40 เซนติเมตร แสดงว่าฐานของกระดาษต่างค์ยาวด้านละ 10 เซนติเมตร

หาสูงเอียงของพีระมิด จากทฤษฎีบทพีทาโกรัส

$$a^2 + b^2 = c^2$$

$$12^2 + 5^2 = c^2$$

$$144 + 25 = c^2$$

$$c^2 = 169$$

$$c = \pm 13$$

หาพื้นที่ผิวจากพีระมิด

$$\text{พื้นที่ฐาน} = \text{ด้าน} \times \text{ด้าน}$$

$$= 10 \times 10$$

$$= 100 \text{ ตารางเซนติเมตร}$$

$$\text{พื้นที่ผิวข้าง} = \left(\frac{1}{2} \times \text{ฐาน} \times \text{สูง}\right) \times 4$$

$$= \left(\frac{1}{2} \times 10 \times 13\right) \times 4$$

$$= 260 \text{ ตารางเซนติเมตร}$$

$$\text{จะได้ว่า กระดาษต่างคี่หนึ่งใบใช้ผ้า} = 100 + 260$$

$$= 360 \text{ ตารางเซนติเมตร}$$

$$\text{ถ้ามีผ้าอยู่ 15 ตารางเมตรจะสามารถผลิตกระดาษต่างคี่ได้} = \frac{\text{ปริมาณผ้าทั้งหมด}}{\text{ปริมาณผ้าต่อกระดาษหนึ่งใบ}}$$

$$= \frac{150,000}{360}$$

$$= 416.67$$

$$\approx 416 \text{ ใบ}$$

ตอบ ไม่เพียงพอ เพราะทำกระดาษต่างคี่ได้เพียง 416 ใบ

2. คุยยกตัวอย่างที่ 2 ในแบบฝึกทักษะ โดยให้นักเรียนร่วมกันพิจารณาโจทย์ ดังนี้

อาคารแห่งหนึ่งหนึ่งมีลักษณะใกล้เคียงพีระมิดฐานสี่เหลี่ยมจัตุรัส ซึ่งมีฐานยาวด้านละ 30 เมตร และมีความสูง 20 เมตร ถ้าอาคารหลังนี้ด้านข้างทำมาจากกระจกทั้งหมด อยากรทราบอาคารแห่งนี้ต้องใช้ปริมาณกระจกทั้งหมดเท่าใด

2.1 ครูใช้คำถามนำเพื่อกระตุ้นการคิดของนักเรียน

- โจทย์กำหนดอะไรให้บ้าง

(อาคารลักษณะใกล้เคียงพีระมิดฐานสี่เหลี่ยมจัตุรัส

ซึ่งมีฐานยาวด้านละ 30 เมตร และมีความสูง 20 เมตร)

- โจทย์ถามอะไร

(ถ้าด้านข้างของอาคารหลังนี้ทำมาจากกระจกทั้งหมด อยากรทราบต้องใช้กระจกปริมาณเท่าใด)

2.2 ครูให้นักเรียนลงมือปฏิบัติแก้โจทย์ปัญหา เพื่อตรวจสอบความเข้าใจของนักเรียน โดยครูมีหน้าที่อธิบายเพิ่มเติมกรณีที่นักเรียนไม่เข้าใจ

2.3 ครูสุ่มนักเรียนออกมานำเสนอการแก้โจทย์ปัญหา โดยครูและนักเรียนที่เหลือ ร่วมกันตรวจสอบความถูกต้อง

ขั้นสรุป

1. นักเรียนร่วมกันสรุปสิ่งที่เข้าใจเป็นความรู้ร่วมกันดังนี้

การหาพื้นที่ผิวทั้งหมดของพีระมิด ประกอบด้วยพื้นที่ฐานและพื้นที่ผิวข้าง
พื้นที่ผิวข้างของพีระมิดเท่ากับจำนวนหน้าของพีระมิดหรือจำนวนเหลี่ยมของฐานคูณด้วย
พื้นที่รูปสามเหลี่ยม โดยการหาพื้นที่ผิวข้างใช้ความสูงเอียง หากโจทย์กำหนดความสูงตรง
มาให้ ต้องใช้ความรู้ทฤษฎีบทพีทาโกรัสหาความสูงเอียงก่อนเสมอ

$$\text{พื้นที่ผิวทั้งหมดของพีระมิด} = \text{พื้นที่ฐาน} + \text{พื้นที่ผิวข้าง}$$

$$\text{พื้นที่ผิวข้างของพีระมิด} = \text{จำนวนหน้า} \times \text{พื้นที่รูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว}$$

7. สื่อ/นวัตกรรมการเรียนรู้

1. หนังสือเรียนรายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 เล่ม 2

2. แบบฝึกหัด

8. วิธีการวัดประเมินผล

สิ่งที่ต้องวัด	วิธีการวัด	เครื่องมือการวัด	เกณฑ์การวัดและประเมินผล
ด้านความรู้ (K)			
1. นักเรียนสามารถอธิบายส่วนประกอบของพื้นที่ผิวทั้งหมดของพีระมิดและหาพื้นที่ผิวข้างของพีระมิดได้	ตรวจใบกิจกรรมและตรวจแบบฝึกทักษะ	1. ใบกิจกรรม 2. แบบฝึกทักษะ	นักเรียนสามารถอธิบายส่วนประกอบของพื้นที่ผิวทั้งหมดของพีระมิดและหาพื้นที่ผิวข้างของพีระมิดได้
ด้านทักษะ/กระบวนการ (P)			
1. ความสามารถในการสื่อสาร	ประเมินสมรรถนะสำคัญของผู้เรียน	แบบประเมินสมรรถนะสำคัญของผู้เรียน	นักเรียนมีส่วนร่วมในกิจกรรมการเรียนรู้ในระดับ ดี ขึ้นไป
2. ความสามารถในการคิด	ประเมินสมรรถนะสำคัญของผู้เรียน	แบบประเมินสมรรถนะสำคัญของผู้เรียน	นักเรียนมีส่วนร่วมในกิจกรรมการเรียนรู้ในระดับ ดี ขึ้นไป
ด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์ (A)			
1. การมีส่วนร่วมในการทำกิจกรรม	การสังเกตพฤติกรรมการมีส่วนร่วมในชั้นเรียน	แบบสังเกตพฤติกรรม	นักเรียนได้คะแนนตั้งแต่ 2 คะแนนขึ้นไป
2. ความรับผิดชอบในการทำงานที่ได้รับมอบหมาย	พิจารณาจากการส่งใบกิจกรรมและแบบฝึกทักษะ	แบบสังเกตพฤติกรรม	นักเรียนได้คะแนนตั้งแต่ 1 คะแนนขึ้นไป

9. บันทึกหลังสอน

9.1 ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน

จากการสอน เรื่อง..... ชั้น..... วันที่.....

ปรากฏว่ามีนักเรียนทั้งหมด..... คน เมื่อวัดผลประเมินผลแล้ว มีนักเรียน

อยู่ในระดับดี จำนวน..... คน คิดเป็นร้อยละ.....

อยู่ในระดับปานกลาง จำนวน..... คน คิดเป็นร้อยละ.....

อยู่ในระดับปรับปรุง จำนวน..... คน คิดเป็นร้อยละ.....

9.2 ปัญหาอุปสรรค

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

9.3 ข้อเสนอแนะเพิ่มเติม

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ลงชื่อ.....

(นางสาวกมลทิพย์ เกตุศรี)

ครูผู้สอน

เกณฑ์การให้คะแนน

คุณลักษณะ นักเรียนมีส่วนร่วมในการทำกิจกรรม

คะแนน	ลักษณะพฤติกรรมของนักเรียน
3 (ดีมาก)	นักเรียนมีส่วนร่วมในการทำกิจกรรม แสดงความคิดเห็น ตอบคำถาม ตั้งแต่ร้อยละ 80 ขึ้นไป
2 (ดี)	นักเรียนมีส่วนร่วมในการทำกิจกรรม แสดงความคิดเห็น ตอบคำถาม ตั้งแต่ร้อยละ 60 – 79
1 (พอใช้)	นักเรียนมีส่วนร่วมในการทำกิจกรรม แสดงความคิดเห็น ตอบคำถาม ตั้งแต่ร้อยละ 50 - 59
0 (ปรับปรุง)	นักเรียนมีส่วนร่วมในการทำกิจกรรม แสดงความคิดเห็น ตอบคำถาม ต่ำกว่าร้อยละ 50 ขึ้นไป

คุณลักษณะ นักเรียนมีความรับผิดชอบในงานที่ได้รับมอบหมาย

คะแนน	ลักษณะพฤติกรรมของนักเรียน
2 (ดี)	นักเรียนส่งงานตรงตามเวลาที่กำหนด
1 (พอใช้)	นักเรียนส่งงานช้ากว่าเวลาที่กำหนด
0 (ปรับปรุง)	นักเรียนไม่ส่งงาน

แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

รายวิชาคณิตศาสตร์

รหัสวิชา ค 23101

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

เรื่อง พื้นที่ผิวและปริมาตร

ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2564

คำชี้แจง

1. แบบทดสอบฉบับนี้มีข้อสอบทั้งหมดจำนวน 4 ข้อ ข้อละ 10 คะแนน ใช้เวลา 50 นาที
2. แบบทดสอบฉบับนี้เป็นแบบอัตนัย ให้นักเรียนแสดงวิธีทำอย่างละเอียด

1. พีระมิดแก้วที่ใช้ในการศึกษาการกระจายของแสง มีฐานเป็นรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ากว้าง 6 เซนติเมตร ยาว 8 เซนติเมตร ถ้าพีระมิดแก้วนี้มีสันยาว 13 เซนติเมตร อยากรทราบว่พีระมิดแก้วนี้มีปริมาตรเท่าใด

วิธีทำ

ขั้นที่ 1 ทำความเข้าใจปัญหา

สิ่งที่โจทย์กำหนด

.....

.....

.....

สิ่งที่โจทย์ถาม

.....

.....

.....

ขั้นที่ 2 วางแผนการแก้ปัญหา

2. ผึงจัดงานเลี้ยงเนื่องในวันคล้ายวันเกิด โดยต้องการทำหมวกปาร์ตี้ให้เพื่อนที่มาร่วมงานใส่ ถ้ากำหนดให้หมวกแต่ละใบมีความสูง 18 เซนติเมตร เส้นผ่านศูนย์กลาง 15 เซนติเมตร อยากรทราบว่าในการทำหมวกแต่ละใบจะต้องเตรียมกระดาษอย่างน้อยเท่าใด

วิธีทำ

ขั้นที่ 1 ทำความเข้าใจปัญหา

สิ่งที่โจทย์กำหนด

.....

.....

.....

.....

สิ่งที่โจทย์ถาม

.....

.....

ขั้นที่ 2 วางแผนการแก้ปัญหา

3. ในช่วงวันเข้าพรรษา ร้านค้าต้องการหล่อเทียนพรรษาให้มีลักษณะเป็นทรงกระบอกสูง 42 เซนติเมตร เส้นผ่านศูนย์กลาง 14 เซนติเมตร เบื้องต้นทางร้านค้าใช้ก้อนขี้ผึ้งทรงกลมที่มีรัศมีลูกละ 7 เซนติเมตร จำนวน 3 ลูก มาให้ความร้อนจนก้อนขี้ผึ้งหลอมเหลวเป็นเนื้อเดียวกัน ปรากฏว่าขี้ผึ้งที่หลอมเหลวได้ยังไม่เต็มแท่งหล่อเทียน อยากทราบว่าร้านค้าจะต้องเติมขี้ผึ้งอีกเท่าใดจึงจะได้เทียนพรรษาเต็มแท่งหล่อพอดี

วิธีทำ

ขั้นที่ 1 ทำความเข้าใจปัญหา

สิ่งที่โจทย์กำหนด

.....

.....

.....

.....

สิ่งที่โจทย์ถาม

.....

.....

ขั้นที่ 2 วางแผนการแก้ปัญหา

4. วศินลงสำรวจพื้นที่น้ำท่วม พบว่ามีชาวบ้านที่ได้รับความเดือดร้อนต้องการอาหารแห้ง วศินจึงคิดที่จะบริจาคข้าวสารเพื่อช่วยเหลือผู้ประสบภัยครัวเรือนละ 1 ถุง โดยวศินใช้ชั้นที่มีลักษณะเป็นครึ่งทรงกลมตักข้าวสารให้เต็มปากชั้นแล้วปาดส่วนที่เกินออก อยากทราบว่าแต่ละครัวเรือนจะได้รับข้าวสารเท่าใด (กำหนดให้ชั้นมีพื้นที่ผิวภายนอกทั้งหมด 628 ตารางเซนติเมตร และชั้นไปนี้มี ความหนา 0.2 เซนติเมตร)

วิธีทำ

ขั้นที่ 1 ทำความเข้าใจปัญหา

สิ่งที่โจทย์กำหนด

.....

.....

.....

.....

สิ่งที่โจทย์ถาม

.....

.....

ขั้นที่ 2 วางแผนการแก้ปัญหา

เฉลยแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

รายวิชาคณิตศาสตร์
เรื่อง พื้นที่ผิวและปริมาตร

รหัสวิชา ค 23101

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3
ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2564

คำชี้แจง

1. แบบทดสอบฉบับนี้มีข้อสอบทั้งหมดจำนวน 4 ข้อ ข้อละ 10 คะแนน ใช้เวลา 50 นาที
2. แบบทดสอบฉบับนี้เป็นแบบอัตนัย ให้นักเรียนแสดงวิธีทำอย่างละเอียด

1. พีระมิดแก้วที่ใช้ในการศึกษาการกระจายของแสง มีฐานเป็นรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ากว้าง 6 เซนติเมตร ยาว 8 เซนติเมตร ถ้าพีระมิดแก้วนี้มีเส้นยาว 13 เซนติเมตร อยากทราบว่าพีระมิดแก้วนี้มีปริมาตรเท่าใด

วิธีทำ

ขั้นที่ 1 ทำความเข้าใจปัญหา

สิ่งที่โจทย์กำหนด

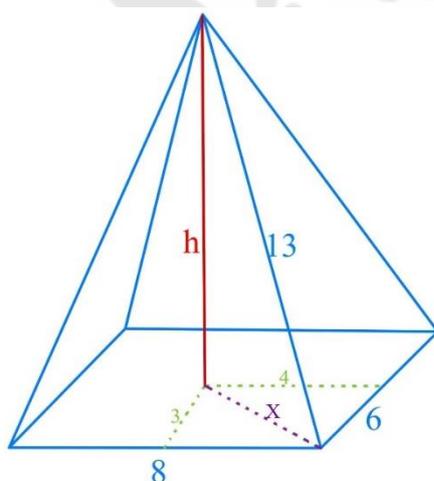
พีระมิดแก้วมีฐานเป็นรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ากว้าง 6 เซนติเมตร ยาว 8 เซนติเมตร มีเส้นยาว 13

เซนติเมตร

สิ่งที่โจทย์ถาม

พีระมิดแก้วนี้มีปริมาตรเท่าใด

ขั้นที่ 2 วางแผนการแก้ปัญหา



- 1) ใช้ทฤษฎีบทพีทาโกรัส เพื่อหาความยาวจากมุมฐานถึงจุดกึ่งกลางฐาน
- 2) ใช้ทฤษฎีบทพีทาโกรัสเพื่อหาความสูงของพีระมิด
- 3) หาปริมาตรของพีระมิด

ขั้นที่ 3 ดำเนินการแก้ปัญหา

เนื่องจากพีระมิดแก้วเป็นรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ากว้าง 6 เซนติเมตร ยาว 8 เซนติเมตร

มีสัณยาว 13 เซนติเมตร

หาความยาวจากมุมฐานถึงจุดกึ่งกลางฐาน

จากทฤษฎีบทพีทาโกรัส

$$a^2 + b^2 = c^2$$

$$3^2 + 4^2 = x^2$$

$$9 + 16 = x^2$$

$$x^2 = 25$$

$$x = \pm 5$$

- 5 ใช้ไม่ได้ เนื่องจาก
ความยาวไม่สามารถเป็น
จำนวนลบได้

หาสูงของพีระมิด

จากทฤษฎีบทพีทาโกรัส

$$a^2 + b^2 = c^2$$

$$h^2 + 5^2 = 13^2$$

$$h^2 + 25 = 169$$

$$h^2 = 169 - 25$$

$$h^2 = 144$$

$$h = \pm 12$$

- 12 ใช้ไม่ได้ เนื่องจาก
ความสูงไม่สามารถเป็น
จำนวนลบได้

หาปริมาตรของพีระมิด

$$\text{ปริมาตรของพีระมิด} = \frac{1}{3} \times \text{พื้นที่ฐาน} \times \text{สูง}$$

$$= \frac{1}{3} \times 8 \times 6 \times 12$$

$$= 192 \text{ ลูกบาศก์เซนติเมตร}$$

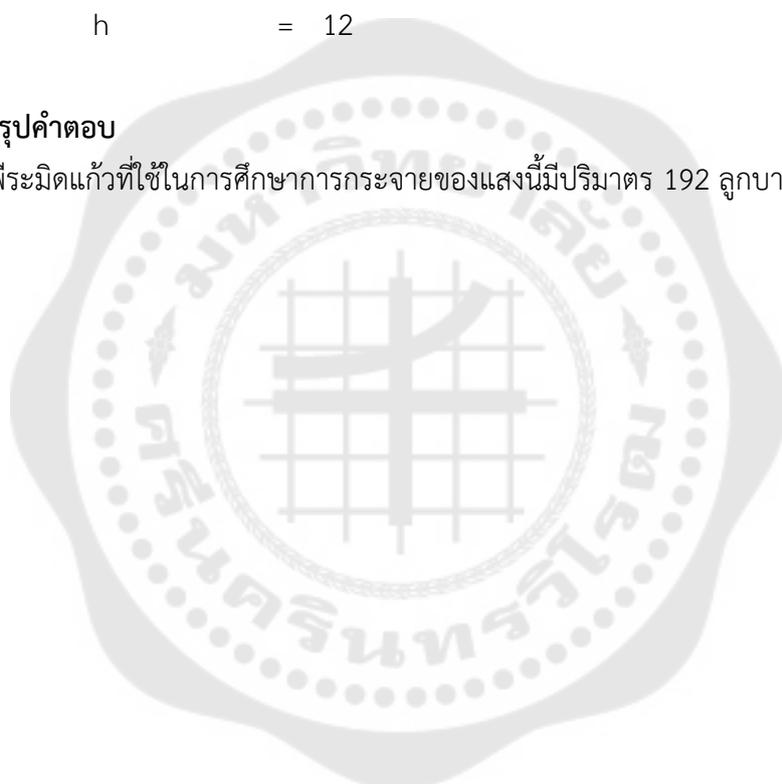
ขั้นที่ 4 ตรวจสอบคำตอบ

เนื่องจากพีระมิดแก้วเป็นรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ากว้าง 6 เซนติเมตร ยาว 8 เซนติเมตร
มีเส้นยาว 13 เซนติเมตร

$$\begin{aligned}
 \text{ปริมาตรของพีระมิด} &= \frac{1}{3} \times \text{พื้นที่ฐาน} \times \text{สูง} \\
 192 &= \frac{1}{3} \times 8 \times 6 \times h \\
 h &= \frac{192 \times 3}{8 \times 6} \\
 h &= 12
 \end{aligned}$$

ขั้นที่ 5 สรุปคำตอบ

พีระมิดแก้วที่ใช้ในการศึกษาการกระจายของแสงนี้มีปริมาตร 192 ลูกบาศก์เซนติเมตร



2. ผิงจัดงานเลี้ยงเนื่องในวันคล้ายวันเกิด โดยต้องการทำหมวกปาร์ตี้ให้เพื่อนที่มาร่วมงานใส่ ถ้ากำหนดให้หมวกแต่ละใบมีความสูง 18 เซนติเมตร เส้นผ่านศูนย์กลาง 15 เซนติเมตร อยากทราบว่าในการทำหมวกแต่ละใบจะต้องเตรียมกระดาษอย่างน้อยเท่าใด

วิธีทำ

ขั้นที่ 1 ทำความเข้าใจปัญหา

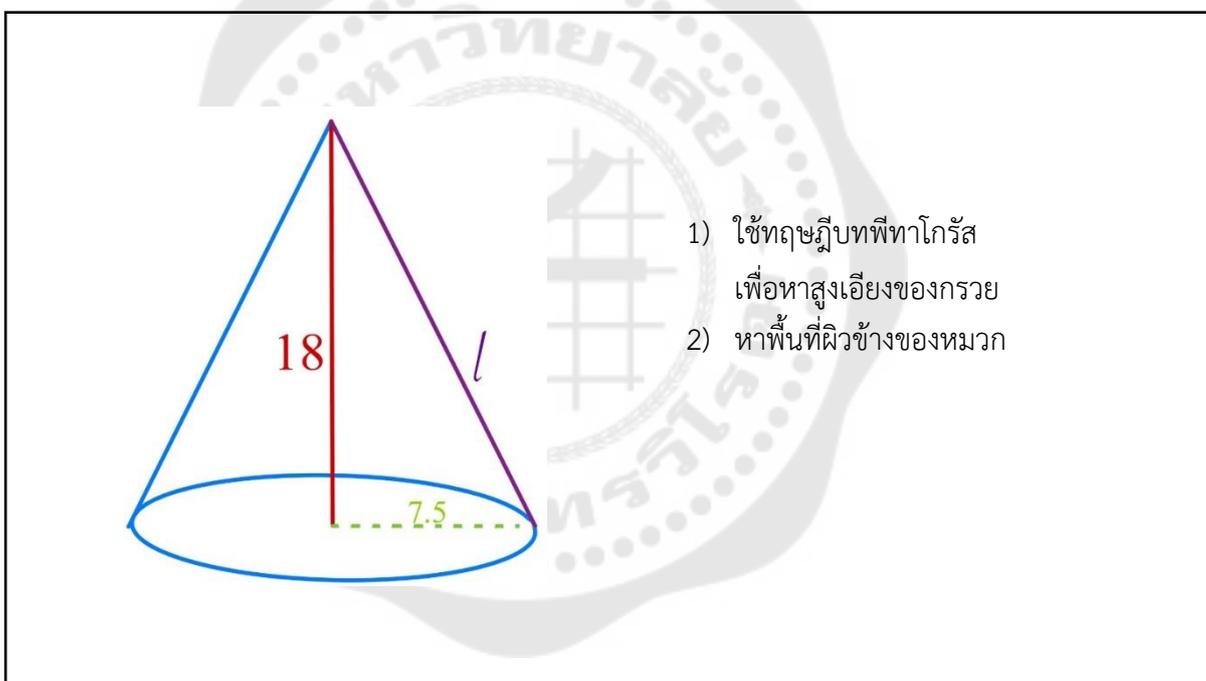
สิ่งที่โจทย์กำหนด

หมวกปาร์ตี้แต่ละใบมีความสูง 18 เซนติเมตร เส้นผ่านศูนย์กลาง 15 เซนติเมตร

สิ่งที่โจทย์ถาม

หมวกแต่ละใบต้องใช้กระดาษเท่าใด

ขั้นที่ 2 วางแผนการแก้ปัญหา



ขั้นที่ 3 ดำเนินการแก้ปัญหา

เนื่องจากหมวกปาร์ตี้แต่ละใบมีความสูง 18 เซนติเมตร เส้นผ่านศูนย์กลาง 15 เซนติเมตร
จะได้รับความยาว 7.5 เซนติเมตร

หาสูงเอียงของกรวย

จากทฤษฎีบทพีทาโกรัส

$$\begin{aligned} a^2 + b^2 &= c^2 \\ 18^2 + 7.5^2 &= l^2 \\ 324 + 56.25 &= l^2 \\ l^2 &= 380.25 \\ l &= \pm 19.5 \end{aligned}$$

- 19.5 ใช้ไม่ได้ เนื่องจาก
ความยาวไม่สามารถเป็น
จำนวนลบได้

หาพื้นที่ผิวข้างของกรวย

$$\begin{aligned} \text{พื้นที่ผิวข้างของกรวย} &= \pi r l \\ &\approx \frac{22}{7} \times 7.5 \times 19.5 \\ &\approx 459.63 \text{ ตารางเซนติเมตร} \end{aligned}$$

ขั้นที่ 4 ตรวจสอบคำตอบ

เนื่องจากหมวกปาร์ตี้แต่ละใบมีความสูง 18 เซนติเมตร เส้นผ่านศูนย์กลาง 15 เซนติเมตร
จะได้รับความยาว 7.5 เซนติเมตร

$$\begin{aligned} \text{พื้นที่ผิวข้างของกรวย} &= \pi r l \\ 459.63 &\approx \frac{22}{7} \times 7.5 \times l \\ l &\approx \frac{459.63 \times 7}{22 \times 7.5} \\ l &\approx 19.5 \text{ เซนติเมตร} \end{aligned}$$

ขั้นที่ 5 สรุปคำตอบ

ในการทำหมวกปาร์ตี้แต่ละใบต้องใช้กระดาษอย่างน้อย 459.63 ตารางเซนติเมตร

3. ในช่วงวันเข้าพรรษา ร้านค้าต้องการหล่อเทียนพรรษาให้มีลักษณะเป็นทรงกระบอกสูง 42 เซนติเมตร เส้นผ่านศูนย์กลาง 14 เซนติเมตร เบื้องต้นทางร้านค้าใช้ก้อนขี้ผึ้งทรงกลมที่มีรัศมีลูกละ 7 เซนติเมตร จำนวน 3 ลูก มาให้ความร้อนจนก้อนขี้ผึ้งหลอมเหลวเป็นเนื้อเดียวกัน ปรากฏว่าขี้ผึ้งที่หลอมเหลวได้ยังไม่เต็มแท่งหล่อเทียน อยากทราบว่าร้านค้าจะต้องเติมขี้ผึ้งอีกเท่าใดจึงจะได้เทียนพรรษาเต็มแท่งหล่อพอดี

วิธีทำ

ขั้นที่ 1 ทำความเข้าใจปัญหา

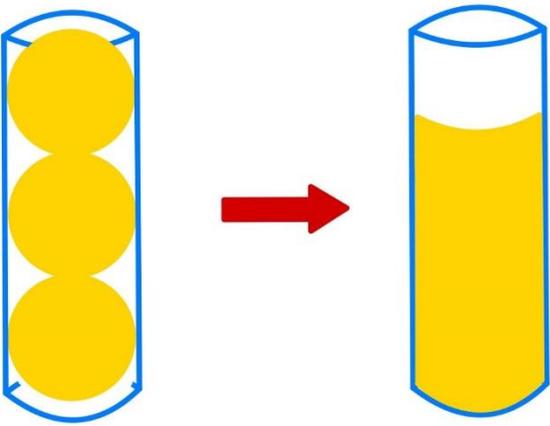
สิ่งที่โจทย์กำหนด

ร้านค้าต้องการหล่อเทียนพรรษาให้มีลักษณะเป็นทรงกระบอกสูง 42 เซนติเมตร เส้นผ่านศูนย์กลาง 14 เซนติเมตร โดยใช้ก้อนขี้ผึ้งทรงกลมที่มีรัศมีลูกละ 7 เซนติเมตร จำนวน 3 ลูก

สิ่งที่โจทย์ถาม

ต้องเติมขี้ผึ้งอีกเท่าใดจึงจะได้เทียนพรรษาเต็มแท่งหล่อพอดี

ขั้นที่ 2 วางแผนการแก้ปัญหา



- 1) หาปริมาตรแท่งหล่อเทียนพรรษา
- 2) หาปริมาตรขี้ผึ้งทรงกลม 3 ก้อน
- 3) หาผลต่างระหว่างแท่งหล่อเทียนพรรษาและก้อนขี้ผึ้ง 3 ก้อน

ขั้นที่ 3 ดำเนินการแก้ปัญหา

เนื่องจากร้านค้าต้องการหล่อเทียนพรรษาให้มีลักษณะเป็นทรงกระบอกสูง 42 เซนติเมตร
เส้นผ่านศูนย์กลาง 14 เซนติเมตร จะได้วารีศมีเท่ากับ 7 เซนติเมตร
หาปริมาตรของแท่งหล่อเทียนพรรษา

$$\begin{aligned} \text{ปริมาตรของทรงกระบอก} &= \text{พื้นที่ฐาน} \times \text{สูง} \\ &= \pi r^2 h \\ &\approx \frac{22}{7} \times 7 \times 7 \times 42 \\ &= 6,468 \text{ ลูกบาศก์เซนติเมตร} \end{aligned}$$

จากโจทย์ก้อนขี้ผึ้งทรงกลมที่มีรัศมีลูกละ 7 เซนติเมตร จำนวน 3 ลูก
หาปริมาตรก้อนขี้ผึ้งจำนวน 3 ก้อน

$$\begin{aligned} \text{ปริมาตรก้อนขี้ผึ้ง} &= \left(\frac{4}{3} \pi r^3 \right) \times 3 \\ &\approx \frac{4}{3} \times \frac{22}{7} \times 7 \times 7 \times 7 \times 3 \\ &\approx 4,312 \text{ ลูกบาศก์เซนติเมตร} \\ \text{ดังนั้นจะต้องเติมขี้ผึ้งอีก} &= 6,468 - 4,312 \\ &= 2,156 \text{ ลูกบาศก์เซนติเมตร} \end{aligned}$$

ขั้นที่ 4 ตรวจสอบคำตอบ

จากโจทย์ ร้านค้าต้องการหล่อเทียนพรรษาให้มีลักษณะเป็นทรงกระบอกสูง 42 เซนติเมตร
เส้นผ่านศูนย์กลาง 14 เซนติเมตร โดยใช้ก้อนขี้ผึ้งทรงกลมที่มีรัศมีลูกละ 7 เซนติเมตร จำนวน 3 ลูก
จะเห็นว่าแท่งหล่อเทียนพรรษาและก้อนขี้ผึ้งมีรัศมียาวเท่ากัน

$$\begin{aligned} \text{จะได้ ต้องเติมขี้ผึ้งอีก} &= \text{ปริมาตรแท่งหล่อเทียนพรรษา} - \text{ปริมาตรก้อนขี้ผึ้งจำนวน 3 ลูก} \\ &= [\pi r^2 h] - \left[\frac{4}{3} \pi r^3 \times 3 \right] \\ &= \pi r^2 [h - 4r] \\ &\approx \frac{22}{7} \times 7 \times 7 [42 - (4)(7)] \\ &\approx (154)(14) \\ &\approx 2,156 \end{aligned}$$

ขั้นที่ 5 สรุปคำตอบ

ต้องเติมขี้ผึ้งอีก 2,156 ลูกบาศก์เซนติเมตรจึงจะเต็มแท่งหล่อเทียนพรรษาพอดี

4. วศินลงสำรวจพื้นที่น้ำท่วม พบว่ามีชาวบ้านที่ได้รับความเดือดร้อนต้องการอาหารแห้ง วศินจึงคิดที่จะบริจาคข้าวสารเพื่อช่วยเหลือผู้ประสบภัยครัวเรือนละ 1 ถุง โดยวศินใช้ชั้นที่มีลักษณะเป็นครึ่งทรงกลมตักข้าวสารให้เต็มปากชั้นแล้วปาดส่วนที่เกินออก อยากทราบว่าแต่ละครัวเรือนจะได้รับข้าวสารเท่าใด (กำหนดให้ชั้นมีพื้นที่ผิวภายนอกทั้งหมด 628 ตารางเซนติเมตร และชั้นใบนี้มี ความหนา 0.2 เซนติเมตร)

วิธีทำ

ขั้นที่ 1 ทำความเข้าใจปัญหา

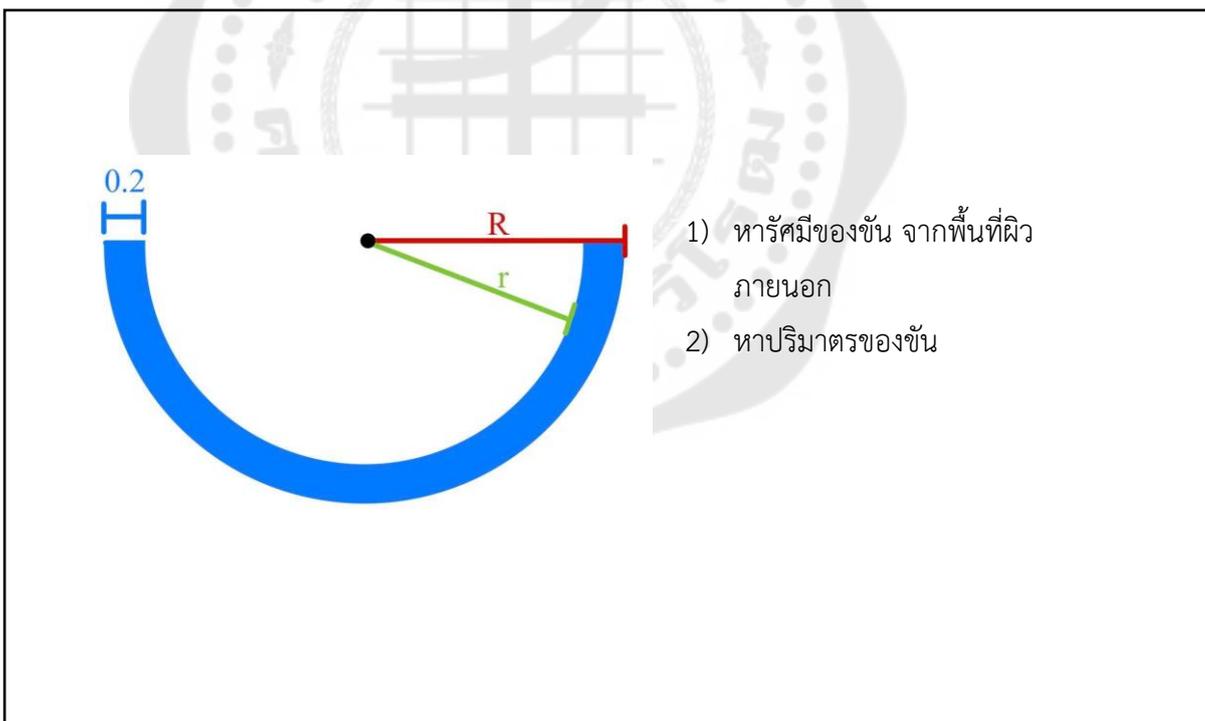
สิ่งที่โจทย์กำหนด

วศินใช้ชั้นที่มีลักษณะเป็นครึ่งทรงกลมตักข้าวสาร โดยกำหนดให้ชั้นมีพื้นที่ผิวภายนอกทั้งหมด 628 ตารางเซนติเมตร และชั้นใบนี้มี ความหนา 0.2 เซนติเมตร

สิ่งที่โจทย์ถาม

แต่ละครัวเรือนจะได้รับข้าวสารเท่าใด

ขั้นที่ 2 วางแผนการแก้ปัญหา



ขั้นที่ 3 ดำเนินการแก้ปัญหา

เนื่องจากชั้นที่มีลักษณะเป็นครึ่งทรงกลมตักข้าวสาร โดยกำหนดให้ชั้นมีพื้นที่ผิวภายนอกทั้งหมด 628 ตารางเซนติเมตร

หารัศมีภายนอกของชั้น

$$\begin{aligned} \text{พื้นที่ผิวภายนอกของชั้น} &= \frac{1}{2} (4\pi R^2) \\ 628 &\approx \frac{1}{2} \times 4 \times \frac{22}{7} \times R \times R \\ R^2 &\approx 99.9 \\ R &\approx 10 \text{ เซนติเมตร} \\ \text{จะได้ รัศมีภายในชั้น} &\approx 10 - 0.2 \\ &\approx 9.8 \end{aligned}$$

หาปริมาตรของชั้น

$$\begin{aligned} \text{ปริมาตรชั้น} &= \frac{1}{2} \left(\frac{4}{3} \pi r^3 \right) \\ &\approx \frac{1 \times 4 \times 22 \times 9.8 \times 9.8 \times 9.8}{2 \times 3 \times 7} \\ &\approx 1,972 \text{ ลูกบาศก์เซนติเมตร} \end{aligned}$$

ขั้นที่ 4 ตรวจสอบคำตอบ

$$\begin{aligned} \text{ปริมาตรชั้น} &= \frac{1}{2} \left(\frac{4}{3} \pi r^3 \right) \\ 1,972 &\approx \frac{1}{2} \times \frac{4}{3} \times \frac{22}{7} \times r^3 \\ r^3 &\approx \frac{1,972 \times 2 \times 3 \times 7}{4 \times 22} \\ r^3 &\approx 941.18 \\ r &\approx 9.8 \end{aligned}$$

ขั้นที่ 5 สรุปคำตอบ

แต่ละครัวเรือนจะได้รับข้าวสาร 1,972 ลูกบาศก์เซนติเมตร

เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

คะแนน/ความหมาย	คะแนน (ระดับคุณภาพ)	ความสามารถในการแก้ปัญหา ทางคณิตศาสตร์
1. ทำความเข้าใจปัญหา 1. สิ่งที่โจทย์กำหนดให้	1	- เขียนสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ได้ครบ
	0	- เขียนสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ได้ไม่ครบ/ไม่เขียน
2. สิ่งที่โจทย์ต้องการ	1	- เขียนสิ่งที่โจทย์ถามได้ครบ
	0	- เขียนสิ่งที่โจทย์ถามได้ไม่ครบ/ไม่เขียน
2. วางแผนการแก้ปัญหา	2	- เลือกวิธีการที่สามารถแก้ปัญหาได้ถูกต้อง เหมาะสม และสอดคล้องกับปัญหา
	1	- เลือกวิธีการที่สามารถแก้ปัญหาได้ถูกต้อง แต่ยังไม่เหมาะสมหรือไม่ครอบคลุมประเด็น ของปัญหา
	0	- เลือกวิธีการแก้ปัญหาไม่ถูกต้อง หรือไม่ สามารถเลือกวิธีการแก้ปัญหาได้
3. ดำเนินการแก้ปัญหา	3	- นำวิธีการแก้ปัญหาไปใช้ได้และแสดงการ แก้ปัญหาเป็นลำดับขั้นตอนชัดเจน คำนวณ คำตอบได้ถูกต้อง
	2	- นำวิธีการแก้ปัญหาไปใช้ได้ถูกต้อง และแสดงการแก้ปัญหาเป็นลำดับขั้นตอนได้ อย่างชัดเจน แต่คำนวณคำตอบผิด
	1	- นำขั้นตอนการแก้ปัญหาไปใช้ได้ถูกต้อง แต่ การแสดงผลขั้นตอนการแก้ปัญหายังไม่ชัดเจน
	0	- นำวิธีการแก้ปัญหาไปใช้ไม่ถูกต้อง หรือไม่ แสดงลำดับขั้นตอนการแก้ปัญหา

คะแนน/ความหมาย	คะแนน (ระดับคุณภาพ)	ความสามารถในการแก้ปัญหา ทางคณิตศาสตร์
4. ตรวจสอบคำตอบ	2 1 0	- แสดงวิธีการตรวจคำตอบได้ถูกต้อง - แสดงวิธีการตรวจคำตอบได้ถูกต้อง บางส่วน หรือไม่ครบถ้วน - ไม่ตรวจคำตอบ หรือตรวจคำตอบไม่ถูกต้อง
5. การสรุปคำตอบ	1 0	- นักเรียนสรุปคำตอบได้ถูกต้อง - นักเรียนเขียนสรุปคำตอบไม่ถูกต้อง/เขียน สรุปคำตอบไม่ครบ/นักเรียนไม่เขียนสรุป คำตอบ

เฉลยแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

รายวิชาคณิตศาสตร์

รหัสวิชา ค 23101

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

เรื่อง พื้นที่ผิวและปริมาตร

ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2564

คำชี้แจง

1. แบบทดสอบฉบับนี้มีข้อสอบทั้งหมดจำนวน 4 ข้อ ข้อละ 5 คะแนน ใช้เวลา 50 นาที
2. แบบทดสอบฉบับนี้เป็นแบบอัตนัย ให้นักเรียนแสดงแนวคิดในการหาคำตอบ

ประกอบการเขียนอธิบายเหตุผลอย่างละเอียด พร้อมทั้งสรุปคำตอบให้ชัดเจน

1. ปริญออกแบบบรรจุภัณฑ์ปิดสำหรับใส่ของทีระลึกสองแบบ ดังนี้

แบบที่หนึ่ง บรรจุภัณฑ์เป็นพีระมิตสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่มีฐานยาวด้านละ 16 นิ้ว และสูง 6 นิ้ว

แบบที่สอง บรรจุภัณฑ์เป็นกรวยที่มีรัศมี 7 นิ้ว และสูง 24 นิ้ว

ถ้ากระดาษซึ่งใช้เป็นทรัพยากรในการผลิตมีอยู่อย่างจำกัด ปริญควรตัดสินใจผลิตบรรจุภัณฑ์

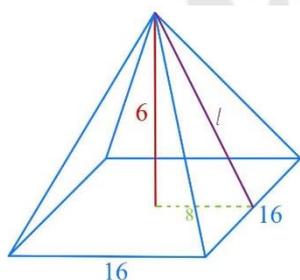
แบบใดเพื่อให้สามารถผลิตบรรจุภัณฑ์ได้จำนวนมากที่สุด เพราะเหตุใด

วิธีทำ เนื่องจากบรรจุภัณฑ์แบบที่หนึ่งเป็นพีระมิตฐานสี่เหลี่ยมจัตุรัส

โดยฐานยาวด้านละ 16 นิ้ว และสูง 6 นิ้ว

หาสูงเอียงของพีระมิต

จากทฤษฎีบทพีทาโกรัส



$$a^2 + b^2 = c^2$$

$$6^2 + 8^2 = l^2$$

$$36 + 64 = l^2$$

$$l^2 = 100$$

$$l = \pm 10$$

- 10 ใช้ไม่ได้ เนื่องจาก
ความยาวไม่สามารถเป็น
จำนวนลบได้

ดังนั้น พีระมิตนี้สูงเอียง 10 เซนติเมตร

หาพื้นที่ผิวของพีระมิต

พื้นที่ผิวข้างของพีระมิตฐานสี่เหลี่ยมจัตุรัส = พื้นที่ฐาน + พื้นที่ผิวข้างทั้งหมด

$$= (16 \times 16) + 4 \left(\frac{1}{2} \times 16 \times 10 \right)$$

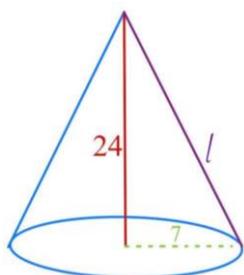
$$= 256 + 320$$

$$= 576 \text{ ตารางเซนติเมตร}$$

ดังนั้น บรรจุภัณฑ์แบบที่หนึ่งใช้กระดาษในการผลิต 576 ตารางเซนติเมตร

เนื่องจากบรรจุภัณฑ์แบบที่สองเป็นกรวยที่มีรัศมี 7 นิ้ว และสูง 24 นิ้ว
หาสูงเอียงของกรวย

จากทฤษฎีบทพีทาโกรัส



$$a^2 + b^2 = c^2$$

$$24^2 + 7^2 = l^2$$

$$576 + 49 = l^2$$

$$l^2 = 625$$

$$l = \pm 25$$

- 25 ใช้ไม่ได้ เนื่องจาก
ความยาวไม่สามารถเป็น
จำนวนลบได้

ดังนั้น กรวยนี้สูงเอียง 25 เซนติเมตร

หาพื้นที่ผิวของกรวย

$$\text{พื้นที่ผิวข้างของกรวย} = \pi r l$$

$$\approx \frac{22}{7} \times 7 \times 25$$

$$\approx 550 \text{ ตารางเซนติเมตร}$$

ดังนั้น บรรจุภัณฑ์แบบที่สองใช้กระดาษในการผลิต 550 ตารางเซนติเมตร

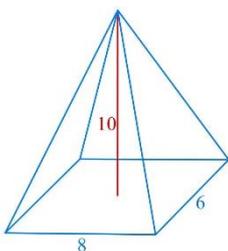
ตอบ ปริญควรรตัดสินใจผลิตบรรจุภัณฑ์แบบที่สอง เพราะบรรจุภัณฑ์แบบที่สองใช้ปริมาณกระดาษในการผลิตน้อยกว่าบรรจุภัณฑ์แบบที่หนึ่ง ทำให้สามารถผลิตบรรจุภัณฑ์ให้ได้จำนวนมากกว่า

2. เทียนไขแพนซีมีลักษณะเป็นพีระมิดฐานสี่เหลี่ยมผืนผ้า โดยเทียนไขมีความสูง 10 เซนติเมตร ฐานของเทียนไขกว้าง 6 เซนติเมตร ยาว 8 เซนติเมตร ถ้าธิดามีเทียนไขเหลวปริมาณ 3 ลิตร จะสามารถทำเป็นเทียนไขแพนซีขนาดดังกล่าวได้อย่างมากที่สุดกี่ชิ้น เพราะเหตุใด

วิธีทำ เนื่องจากเทียนไขแพนซีมีลักษณะเป็นพีระมิดฐานสี่เหลี่ยมผืนผ้า

โดยเทียนไขมีความสูง 10 เซนติเมตร ฐานของเทียนไขกว้าง 6 เซนติเมตร ยาว 8 เซนติเมตร

หาปริมาตรของเทียน



$$\begin{aligned} \text{ปริมาตรของพีระมิด} &= \frac{1}{3} \times \text{พื้นที่ฐาน} \times \text{สูง} \\ &= \frac{1}{3} \times 8 \times 6 \times 10 \\ &= 160 \text{ ลูกบาศก์เซนติเมตร} \end{aligned}$$

ดังนั้น เทียนไขหนึ่งชิ้นมีปริมาตร 160 ลูกบาศก์เซนติเมตร

เนื่องจาก 1 ลิตร เท่ากับ 1,000 ลูกบาศก์เซนติเมตร

ธิดามีเทียนไขเหลวปริมาณ 3 ลิตร เท่ากับ 3,000 ลูกบาศก์เซนติเมตร

$$\begin{aligned} \text{จะสามารถทำเทียนไขแพนซีได้} &= \frac{3,000}{160} \\ &= 18.75 \\ &\approx 18 \text{ ชิ้น} \end{aligned}$$

ดังนั้น จะสามารถทำเทียนไขได้ 18 ชิ้น

ตอบ ธิดาสามารถทำเทียนไขได้มากที่สุด 18 ชิ้น เพราะส่วนที่เหลือไม่สามารถทำเทียนไขตามขนาดที่โจทย์ต้องการได้

3. เนื่องในวันตักบาตรเทโว พิมฐาตั้งใจทำขนมกล้วยสำหรับใส่บาตรจำนวน 100 ชิ้น โดยขนมกล้วยมีลักษณะใกล้เคียงกรวย มีเส้นผ่านศูนย์กลางประมาณ 4 เซนติเมตร สูงเอียงประมาณ $5\sqrt{5}$ เซนติเมตร ถ้าพิมฐาเตรียมวัตถุดิบสำหรับทำขนมกล้วยไว้ 5 ลิตร อยากทราบว่าวัตถุดิบที่พิมฐาเตรียมไว้จะเพียงพอหรือไม่ เพราะเหตุใด

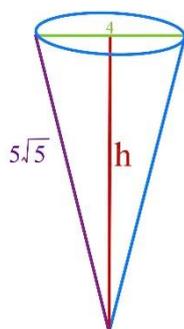
วิธีทำ เนื่องจากพิมฐาตั้งใจทำขนมกล้วยที่มีลักษณะใกล้เคียงกรวย

มีเส้นผ่านศูนย์กลางประมาณ 4 เซนติเมตร สูงเอียงประมาณ $5\sqrt{5}$ เซนติเมตร

ดังนั้น ขนมกล้วยมีรัศมี 2 เซนติเมตร

หาความสูงของขนมกล้วย

จากทฤษฎีบทพีทาโกรัส



$$a^2 + b^2 = c^2$$

$$2^2 + h^2 = (5\sqrt{5})^2$$

$$h^2 = 125 - 4$$

$$h^2 = 121$$

$$h = \pm 11$$

- 11 ใช้ไม่ได้ เนื่องจาก
ความสูงไม่สามารถเป็นจำนวนลบได้

ดังนั้น ขนมกล้วยสูง 11 เซนติเมตร

หาปริมาตรของขนมกล้วย

$$\text{ปริมาตรของขนมกล้วย} = \frac{1}{3} \pi r^2 h$$

$$\approx \frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times 2 \times 2 \times 11$$

$$\approx 46.1 \text{ ลูกบาศก์เซนติเมตร}$$

ดังนั้น ขนมกล้วยหนึ่งชิ้นมีปริมาตรประมาณ 46.1 ลูกบาศก์เซนติเมตร

เนื่องจาก 1 ลิตร เท่ากับ 1,000 ลูกบาศก์เซนติเมตร

ถ้าพิมฐาเตรียมทำวัตถุดิบสำหรับทำขนม 5 ลิตร เท่ากับ 5,000 ลูกบาศก์เซนติเมตร

$$\text{จะสามารถทำขนมกล้วยได้} \approx \frac{5,000}{46.1}$$

$$\approx 108.47$$

$$\approx 108 \text{ ชิ้น}$$

ดังนั้น พิมฐาสามารถทำขนมกล้วยได้ 108 ชิ้น

ตอบ วัตถุดิบที่พิมฐาเตรียมไว้เพียงพอต่อการทำขนมกล้วย 100 ชิ้น เพราะวัตถุดิบ 5 ลิตร สามารถทำขนมกล้วยได้ 108 ชิ้น

4. อ๊ะอายซื้อไอศกรีมกรวยมาจากร้านสะดวกซื้อ โดยประกอบด้วยกรวยไอศกรีมสูง 12 เซนติเมตร และไอศกรีม 1 ลูก โดยปากกรวยไอศกรีมและไอศกรีมมีเส้นผ่านศูนย์กลางยาวเท่ากันพอดี คือ 6 เซนติเมตร ต่อมาอ๊ะอายลืมนำไอศกรีมแช่ตู้เย็นปล่อยให้ไอศกรีมละลายโดยที่ไม่ได้รับประทาน ไอศกรีมเลย อยากทราบว่าไอศกรีมจะละลายเต็มกรวยหรือไม่ เพราะเหตุใด

วิธีทำ เนื่องจากกรวยไอศกรีมสูง 12 เซนติเมตร มีเส้นผ่านศูนย์กลาง 6 เซนติเมตร
ดังนั้น กรวยไอศกรีมนี้มีรัศมี 3 เซนติเมตร

หาปริมาตรของกรวยไอศกรีม

$$\begin{aligned} \text{ปริมาตรของกรวยไอศกรีม} &= \frac{1}{3} \pi r^2 h \\ &\approx \frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times 3 \times 3 \times 12 \\ &\approx 113.14 \text{ ลูกบาศก์เซนติเมตร} \end{aligned}$$

ดังนั้น กรวยไอศกรีมนี้มีปริมาตรประมาณ 113.14 ลูกบาศก์เซนติเมตร

เนื่องจากไอศกรีม 1 ลูก มีเส้นผ่านศูนย์กลาง 6 เซนติเมตร
ดังนั้น ไอศกรีมลูกนี้มีรัศมี 3 เซนติเมตร

หาปริมาตรของไอศกรีมจำนวน 1 ลูก

$$\begin{aligned} \text{ปริมาตรของไอศกรีม 1 ลูก} &= \left(\frac{4}{3} \pi r^3 \right) \\ &\approx \frac{4}{3} \times \frac{22}{7} \times 3 \times 3 \times 3 \\ &\approx 113.14 \text{ ลูกบาศก์เซนติเมตร} \end{aligned}$$

ดังนั้น ไอศกรีมลูกนี้มีปริมาตรประมาณ 113.14 ลูกบาศก์เซนติเมตร

ตอบ ไอศกรีมจะละลายเต็มกรวยพอดี เพราะปริมาตรของกรวยไอศกรีมและปริมาตรของไอศกรีมมีปริมาตรเท่ากัน คือ 113.14 ลูกบาศก์เซนติเมตร

เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

คะแนน/ความหมาย	คะแนน (ระดับคุณภาพ)	ความสามารถในการให้เหตุผล ที่ปรากฏให้เห็น
1. อธิบายแนวคิดหรือแสดง เหตุผลสนับสนุนคำตอบ	1	- นักเรียนสามารถยืนยันข้อสรุปได้อย่าง สมเหตุสมผล
	0	- นักเรียนยืนยันข้อสรุปไม่สมเหตุสมผล หรือ นักเรียนไม่สามารถยืนยันข้อสรุป/ข้อความ คาดการณ์ได้
2. แสดงขั้นตอนประกอบการ ให้เหตุผล	3	- แสดงขั้นตอนประกอบการให้เหตุผลถูกต้อง ชัดเจน
	2	- แสดงขั้นตอนประกอบการให้เหตุผลที่ ถูกต้องแต่ไม่ชัดเจน
	1	- แสดงขั้นตอนประกอบการให้เหตุผลได้ ถูกต้องเพียงบางส่วน
	0	- แสดงขั้นตอนประกอบการให้เหตุผลไม่ ถูกต้อง หรือ ไม่ได้แสดงขั้นตอนประกอบการ ให้เหตุผล
3. การสรุปคำตอบ	1	- นักเรียนสรุปคำตอบได้ถูกต้องสมบูรณ์
	0	- นักเรียนเขียนสรุปคำตอบไม่ถูกต้อง/เขียน สรุปคำตอบไม่ครบ/นักเรียนไม่เขียนสรุป คำตอบ

ภาคผนวก ค
ผลการหาคุณภาพเครื่องมือ

1. ผลการประเมินค่าดัชนีความสอดคล้องของแผนการสอนโดยการสอนแนะให้ผู้คิดร่วมกับ
การนี้ภาพ จำนวน 13 แผน
2. ผลการประเมินค่าดัชนีความสอดคล้องของแผนการสอนโดยการสอนแบบปกติจำนวน
13 แผน
3. ผลการประเมินค่าดัชนีความสอดคล้องระหว่างข้อสอบกับจุดประสงค์ของแบบทดสอบวัด
ความสามารถในการแก้ปัญหาและความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์
4. ผลการประเมินค่าความยากง่าย ค่าอำนาจจำแนก และค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบ
วัดความสามารถในการแก้ปัญหาและความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

ตาราง 17 ผลการประเมินค่าดัชนีความสอดคล้องของแผนการสอนโดยการสอนแนะให้รู้จัก
 ร่วมกับการนี้ภาพ จำนวน 13 แผน

แผนการสอน	ความคิดเห็นผู้เชี่ยวชาญ			IOC	ผลการ พิจารณา
	1	2	3		
1	1	1	1	1.00	ใช้ได้
2	1	1	1	1.00	ใช้ได้
3	1	1	1	1.00	ใช้ได้
4	1	1	1	1.00	ใช้ได้
5	1	1	1	1.00	ใช้ได้
6	1	1	1	1.00	ใช้ได้
7	1	1	1	1.00	ใช้ได้
8	1	1	1	1.00	ใช้ได้
9	1	1	1	1.00	ใช้ได้
10	1	1	1	1.00	ใช้ได้
11	1	1	1	1.00	ใช้ได้
12	1	1	1	1.00	ใช้ได้
13	1	1	1	1.00	ใช้ได้

ตาราง 18 ผลการประเมินค่าดัชนีความสอดคล้องของแผนการสอนโดยการสอนแบบปกติ
จำนวน 13 แผน

แผนการสอน	ความคิดเห็นผู้เชี่ยวชาญ			IOC	ผลการ พิจารณา
	1	2	3		
1	1	1	1	1.00	ใช้ได้
2	1	1	1	1.00	ใช้ได้
3	1	1	1	1.00	ใช้ได้
4	1	1	1	1.00	ใช้ได้
5	1	1	1	1.00	ใช้ได้
6	1	1	1	1.00	ใช้ได้
7	1	1	1	1.00	ใช้ได้
8	1	1	1	1.00	ใช้ได้
9	1	1	1	1.00	ใช้ได้
10	1	1	1	1.00	ใช้ได้
11	1	1	1	1.00	ใช้ได้
12	1	1	1	1.00	ใช้ได้
13	1	1	1	1.00	ใช้ได้

ตาราง 19 ผลการประเมินค่าดัชนีความสอดคล้องระหว่างข้อสอบกับจุดประสงค์ของแบบทดสอบ วัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

ข้อ	ความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญ			ค่าดัชนีความสอดคล้อง ระหว่าง ข้อสอบกับจุดประสงค์(IOC)	ผลการ พิจารณา
	คนที่ 1	คนที่ 2	คนที่ 3		
1	1	1	1	1.00	ใช้ได้
2	0	1	1	0.67	ใช้ได้
3	1	1	1	1.00	ใช้ได้
4	1	1	0	0.67	ใช้ได้
5	1	1	1	1.00	ใช้ได้
6	1	1	1	1.00	ใช้ได้
7	1	1	1	1.00	ใช้ได้
8	1	1	0	0.67	ใช้ได้

คัดเลือกแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ข้อที่มีค่าดัชนีความสอดคล้องระหว่างข้อสอบกับจุดประสงค์ตั้งแต่ 0.67 – 1.00 ซึ่งสามารถนำไปใช้ได้ทุกข้อ

ตาราง 20 ผลการประเมินค่าดัชนีความสอดคล้องระหว่างข้อสอบกับจุดประสงค์ของแบบทดสอบ วัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

ข้อ	ความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญ			ค่าดัชนีความสอดคล้องระหว่างข้อสอบกับจุดประสงค์(IOC)	ผลการพิจารณา
	คนที่ 1	คนที่ 2	คนที่ 3		
1	1	1	1	1.00	ใช้ได้
2	1	1	0	0.67	ใช้ได้
3	1	1	1	1.00	ใช้ได้
4	1	1	1	1.00	ใช้ได้
5	1	0	1	0.67	ใช้ได้
6	1	1	1	1.00	ใช้ได้
7	1	1	1	1.00	ใช้ได้
8	1	1	0	0.67	ใช้ได้

คัดเลือกแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ข้อที่มีค่าดัชนีความสอดคล้องระหว่างข้อสอบกับจุดประสงค์ตั้งแต่ 0.67 – 1.00 ซึ่งสามารถนำไปใช้ได้ทุกข้อ

ตาราง 21 ผลการประเมินค่าความยากง่าย ค่าอำนาจจำแนก ของแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ จำนวน 8 ข้อ

ข้อที่	ค่าความยากง่าย (P_E)	ค่าอำนาจจำแนก (D)	ผลการพิจารณา
1	0.62	0.4	ใช้ได้
2	0.63	0.21	ตัดทิ้ง
3	0.55	0.31	ใช้ได้
4	0.69	0.26	ตัดทิ้ง
5	0.48	0.37	ใช้ได้
6	0.36	0.22	ตัดทิ้ง
7	0.41	0.28	ตัดทิ้ง
8	0.59	0.32	ใช้ได้

จากตารางผลการวิเคราะห์ค่าความยากง่ายและอำนาจการจำแนกของแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ผู้วิจัยเลือกข้อคำถามที่เหมาะสมสำหรับนำไป try out จำนวน 4 ข้อ ดังนี้ ข้อ 1, ข้อ 3, ข้อ 5 และข้อ 8 จากนั้นผู้วิจัยนำไปทดสอบค่าความเชื่อมั่น Cronbach's Alpha ทั้งฉบับได้เท่ากับ .95

ตาราง 22 ผลการประเมินค่าความยากง่าย ค่าอำนาจจำแนก ของแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ จำนวน 8 ข้อ

ข้อที่	ค่าความยากง่าย (P_E)	ค่าอำนาจจำแนก (D)	ผลการพิจารณา
1	0.63	0.32	ใช้ได้
2	0.41	0.29	ตัดทิ้ง
3	0.38	0.18	ตัดทิ้ง
4	0.53	0.41	ใช้ได้
5	0.55	0.28	ใช้ได้
6	0.67	0.32	ตัดทิ้ง
7	0.58	0.34	ใช้ได้
8	0.71	0.24	ตัดทิ้ง

จากตารางผลการวิเคราะห์ค่าความยากง่ายและอำนาจการจำแนกของแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลคณิตศาสตร์ ผู้วิจัยเลือกข้อคำถามที่เหมาะสมสำหรับนำไป try out จำนวน 4 ข้อ ดังนี้ ข้อ 1, ข้อ 4, ข้อ 5 และข้อ 7 จากนั้นผู้วิจัยนำไปทดสอบค่าความเชื่อมั่น Cronbach's Alpha ทั้งฉบับได้เท่ากับ .87

ภาคผนวก ง
ผลการเก็บข้อมูล

1. คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 เรื่อง พื้นที่ผิวและปริมาตร ก่อนและหลังได้รับการสอนแนะให้รู้คิดร่วมกับการนึ่งภาพ
2. คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 เรื่อง พื้นที่ผิวและปริมาตร ก่อนและหลังได้รับการสอนแบบปกติ
3. คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 เรื่อง พื้นที่ผิวและปริมาตร ก่อนและหลังได้รับการสอนแนะให้รู้คิดร่วมกับการนึ่งภาพ
4. คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 เรื่อง พื้นที่ผิวและปริมาตร ก่อนและหลังได้รับการสอนแบบปกติ

ตาราง 23 คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษา
ปีที่ 3 เรื่อง พื้นที่ผิวและปริมาตร ก่อนและหลังได้รับการสอนแนะให้รู้คิดร่วมกับการนึ่งภาพ
(คะแนนเต็ม 40 คะแนน)

เลขที่	ก่อนเรียน	หลังเรียน	เลขที่	ก่อนเรียน	หลังเรียน
1	7	31	21	5	26
2	4	26	22	3	24
3	8	33	23	7	33
4	4	26	24	6	30
5	9	35	25	6	28
6	10	37	26	8	34
7	9	35	27	8	33
8	6	29	28	3	24
9	4	25	29	5	29
10	8	33	30	4	27
11	5	27	31	6	31
12	4	25	32	8	35
13	3	23	33	7	31
14	2	21	34	9	37
15	6	29	35	3	25
16	3	24	36	4	26
17	0	15	37	2	23
18	4	25	38	0	17
19	6	29	39	5	28
20	2	22			

ตาราง 24 คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษา
ปีที่ 3 เรื่อง พื้นที่ผิวและปริมาตร ก่อนและหลังได้รับการสอนแบบปกติ (คะแนนเต็ม 40 คะแนน)

เลขที่	ก่อนเรียน	หลังเรียน	เลขที่	ก่อนเรียน	หลังเรียน
1	7	29	21	3	21
2	8	31	22	2	20
3	9	33	23	0	13
4	5	24	24	4	26
5	10	34	25	3	24
6	6	27	26	7	34
7	5	26	27	5	26
8	4	23	28	8	34
9	5	24	29	1	18
10	3	17	30	3	20
11	5	25	31	4	22
12	6	24	32	5	24
13	11	35	33	4	23
14	4	22	34	5	21
15	5	24	35	4	23
16	6	19	36	4	22
17	3	18	37	8	28
18	2	15	38	9	34
19	9	36			
20	4	24			

ตาราง 25 คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษา
ปีที่ 3 เรื่อง พื้นที่ผิวและปริมาตร ก่อนและหลังได้รับการสอนแนะให้รู้คิดร่วมกับการนี้ภาพ
(คะแนนเต็ม 20 คะแนน)

เลขที่	ก่อนเรียน	หลังเรียน	เลขที่	ก่อนเรียน	หลังเรียน
1	3	16	21	2	13
2	2	13	22	2	12
3	3	17	23	3	17
4	2	13	24	2	15
5	4	18	25	2	14
6	4	19	26	3	17
7	4	17	27	3	16
8	2	14	28	1	12
9	2	13	29	2	15
10	3	16	30	2	14
11	2	14	31	2	15
12	2	12	32	3	17
13	1	11	33	3	16
14	1	10	34	4	18
15	2	15	35	1	12
16	1	12	36	2	13
17	0	8	37	1	12
18	2	13	38	0	9
19	2	14	39	2	14
20	1	11			

ตาราง 26 คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษา
ปีที่ 3 เรื่อง พื้นที่ผิวและปริมาตร ก่อนและหลังได้รับการสอนแบบปกติ (คะแนนเต็ม 20 คะแนน)

เลขที่	ก่อนเรียน	หลังเรียน	เลขที่	ก่อนเรียน	หลังเรียน
1	3	14	21	1	12
2	3	15	22	1	11
3	4	14	23	0	6
4	2	12	24	2	13
5	4	17	25	1	12
6	2	14	26	3	15
7	2	12	27	2	12
8	2	11	28	3	15
9	2	12	29	0	9
10	1	8	30	1	10
11	2	12	31	2	11
12	2	13	32	2	12
13	5	16	33	2	12
14	1	10	34	2	11
15	2	11	35	2	12
16	2	9	36	2	12
17	1	8	37	3	14
18	1	7	38	4	15
19	4	17			
20	2	13			

ประวัติผู้เขียน

ชื่อ-สกุล	นางสาวกมลทิพย์ เกตุศรี
วัน เดือน ปี เกิด	8 กุมภาพันธ์ 2537
สถานที่เกิด	อำเภอเมือง จังหวัดลำปาง
วุฒิการศึกษา	พ.ศ.2559 ศึกษาศาสตรบัณฑิต (การสอนคณิตศาสตร์) เกียรตินิยมอันดับ 1 มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์ พ.ศ.2564 การศึกษามหาบัณฑิต (วิทยาการทางการศึกษาและการจัดการเรียนรู้) มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ

