การศึกษาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ผ่านการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิด Concrete – Pictorial – Abstract (CPA) สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1

STUDY OF MATHEMATICAL PROBLEM-SOLVING ABILITY AND ACHIEVEMENT IN LINEAR EQUATIONS IN ONE VARIABLE VIA CONCRETE-PICTORIAL-ABSTRACT (CPA)

ณัฐวุฒิ โชติวิญญู

บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ

2564

การศึกษาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน
เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ผ่านการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิด
Concrete – Pictorial – Abstract (CPA) สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1

ณัฐวุฒิ โชติวิญญู

ปริญญานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตร
การศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์
คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ
ปีการศึกษา 2564

STUDY OF MATHEMATICAL PROBLEM-SOLVING ABILITY AND ACHIEVEMENT IN LINEAR EQUATIONS IN ONE VARIABLE VIA CONCRETE-PICTORIAL-ABSTRACT (CPA) APPROACH ACTIVITIES FOR MATHAYOMSUKSA I STUDENTS

NUTTAVUT CHOTWINYU

A Thesis Submitted in Partial Fulfillment of the Requirements

for the Degree of MASTER OF EDUCATION

(Mathematics)

Faculty of Science, Srinakharinwirot University

2021

ปริญญานิพนธ์

เรื่อง

การศึกษาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน
เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ผ่านการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิด
Concrete – Pictorial – Abstract (CPA) สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1

ของ

ณัฐวุฒิ โชติวิญญู

ได้รับอนุมัติจากบัณฑิตวิทยาลัยให้นับเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตร
ปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์
ของมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ

....

(รองศาสตราจารย์ นายแพทย์ฉัตรชัย เอกปัญญาสกุล)

คณบดีบัณฑิตวิทยาลัย

....

คณะกรรมการสอบปากเปล่าปริญญานิพนธ์

.... ที่ปรึกษาหลัก	.... ประธาน
(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.ญานิน กองทิพย์)	(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.ทรงชัย อักษรคิด)
	.... กรรมการ
	(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.สุกัญญา หะยีสาและ)

ชื่อเรื่อง	การศึกษาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ผ่านการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิด Concrete – Pictorial – Abstract (CPA) สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1
ผู้วิจัย	ณัฐวุฒิ โชติวิญญู
ปริญญา	การศึกษามหาบัณฑิต
ปีการศึกษา	2564
อาจารย์ที่ปรึกษา	ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. ญานิน กองทิพย์

การวิจัยครั้งนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อ (1) เปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว กับเกณฑ์ร้อยละ 60 ของคะแนนเต็ม (2) ศึกษาพฤติกรรมการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว และ (3) เปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว กับเกณฑ์ร้อยละ 60 ของคะแนนเต็ม ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิด Concrete-Pictorial-Abstract (CPA) การวิจัยนี้เป็นการวิจัยแบบกลุ่มเดียววัดผลหลังการทดลอง กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยคือนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โรงเรียนศรีอยุธยา ในพระอุปถัมภ์ฯ ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2562 จำนวน 44 คน ซึ่งได้จากการสุ่มแบบกลุ่ม (Cluster random sampling) ที่มีนักเรียนแบบคละความสามารถ เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย ได้แก่ (1) แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิด CPA (2) แบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว (3) แบบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว และ (4) แบบตรวจสอบรายการสำหรับสังเกตพฤติกรรมการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว สถิติที่ใช้ ได้แก่ สถิติพื้นฐาน และการทดสอบสัดส่วนของประชากรด้วยสถิติ Z วิเคราะพฤติกรรมการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยใช้กรอบแนวคิดของอาร์ทซ์และอามัวร์-ทอมัส ผลการวิจัยพบว่า หลังนักเรียนได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิด CPA (1) นักเรียนที่มีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ผ่านเกณฑ์ร้อยละ 60 ของคะแนนเต็ม มีจำนวนมากกว่าร้อยละ 60 ของนักเรียนทั้งหมด อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 (2) นักเรียนส่วนใหญ่แสดงพฤติกรรม ขีดเขียนแสดงร่องรอยในการทำความเข้าใจปัญหา วาดแผนภาพและเชื่อมโยงแผนภาพไปสู่การเขียนสมการในการวางแผนการแก้ปัญหา สามารถดำเนินการตามขั้นตอนที่ได้วางแผนไว้ และสามารถสรุปคำตอบของปัญหาได้ถูกต้อง (3) นักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ผ่านเกณฑ์ร้อยละ 60 ของคะแนนเต็ม มีจำนวนน้อยกว่าร้อยละ 60 ของนักเรียนทั้งหมด

คำสำคัญ : ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์, พฤติกรรมการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์, ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน, Concrete-Pictorial-Abstract, สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

Title	STUDY OF MATHEMATICAL PROBLEM-SOLVING ABILITY AND ACHIEVEMENT IN LINEAR EQUATIONS IN ONE VARIABLE VIA CONCRETE-PICTORIAL-ABSTRACT (CPA) APPROACH ACTIVITIES FOR MATHAYOMSUKSA I STUDENTS
Author	NUTTAVUT CHOTWINYU
Degree	MASTER OF EDUCATION
Academic Year	2021
Thesis Advisor	Assistant Professor Dr. Yanin Kongthip

The objective of this study is as follows: (1) to compare abilities in mathematical problem-solving in linear equations of one variable among Mathayomsuksa I students using the Concrete-Pictorial-Abstract (CPA) approach with 60% of the maximum score criterion; (2) to study the mathematical problem-solving behavior of Mathayomsuksa I students using the CPA approach; and (3) to compare the learning achievement of linear equations among Mathayomsuksa I students using the CPA approach with 60% of the maximum score criterion. This research was conducted with a one-group posttest-only design. The participants in this study were 44 Mathayomsuksa I students with assorted abilities who studied in the second semester of the 2019 academic year at Sriayudhya School, who were randomly selected using the cluster random sampling method. The research instruments of this study included: (1) lesson plans using the CPA approach; (2) a mathematical problem-solving ability test on linear equations with one variable; (3) the learning achievement test on linear equations with one variable; and (4) an observation checklist for mathematical problem-solving behavior. The collected data were analyzed using basic statistics and a Z-test for a population proportion. The data on mathematical problem-solving behavior was analyzed using the observation framework of Alice F. Artz and Eleanor Armour-Thomas. The findings were revealed as follows: (1) more than 60% of the students who studied the CPA approach with linear equations of one variable achieved mathematical problem-solving scores higher than 60% of the maximum score criterion at a .05 level of significance; (2) The majority of students could highlight the provided conditions and problems and aim to understand the problem, draw a diagram to translate the corresponding equation, carrying out plans by solving equations, and answering problems appropriately; and (3) less than 60% of the students who studied the CPA approach with linear equations of one variable achieved learning achievement scores higher than 60% of the maximum score criterion.

Keyword : Mathematical problem-solving ability, Mathematical problem-solving behavior, Learning achievement, Concret-Pictorial-Abstract, Linear equations in one variable

กิตติกรรมประกาศ

ปริญญานิพนธ์ฉบับนี้เสร็จสมบูรณ์ได้ เพราะได้รับความอนุเคราะห์เป็นอย่างดีจากผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. ญานิน กองทิพย์ อาจารย์ที่ปรึกษาหลักปริญญานิพนธ์ ที่กรุณาให้คำปรึกษา คำแนะนำ และตรวจแก้ไข ตลอดมาตั้งแต่เริ่มทำปริญญานิพนธ์ จนกระทั่งปริญญานิพนธ์ฉบับนี้เสร็จสมบูรณ์ ลุล่วงไปได้ด้วยดี ผู้วิจัยจึงขอกราบขอบพระคุณไว้ ณ โอกาสนี้

ขอกราบขอบพระคุณผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.ทรงชัย อักษรคิด ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. เรืองวรินท์ อินทรวงษ์ สราญรักษ์สกุล และคุณครูจิรภิญญา ฉายแสง ที่กรุณาเป็นผู้เชี่ยวชาญ ในการตรวจสอบคุณภาพและปรับปรุงเครื่องมือวิจัย รวมถึงคุณครูปริยทิพย์ บุญคง ที่ได้กรุณาให้ข้อเสนอแนะที่เป็นประโยชน์ต่อการสร้างเครื่องมือวิจัย

ขอกราบขอบพระคุณ ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.ทรงชัย อักษรคิด และผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.สุกัญญา หะยีสาและ ที่ให้ความกรุณาร่วมเป็นกรรมการสอบปากเปล่าปริญญานิพนธ์ และได้ให้ข้อเสนอแนะแก่ผู้วิจัย ซึ่งเป็นประโยชน์ต่อการปรับปรุงปริญญานิพนธ์ฉบับนี้ให้สมบูรณ์ยิ่งขึ้น

ขอกราบขอบพระคุณผู้อำนวยการ โรงเรียนศรีอยุธยา ในพระอุปถัมภ์ฯ ที่อนุญาตให้ใช้สถานที่วิจัย และกราบขอบพระคุณ ครูกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ โดยเฉพาะคุณครูจิรภิญญา ฉายแสง ที่คอยให้คำแนะนำและให้ช่วยเหลือขณะดำเนินการวิจัยเป็นอย่างดี และขอขอบใจนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่ให้ความร่วมมือกับการทดลองวิจัย โดยเฉพาะอย่างยิ่งนักเรียนเป้าหมายที่ให้สัมภาษณ์ จนได้ข้อมูลที่เป็นประโยชน์ต่องานวิจัย

ขอขอบพระคุณสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.) ที่ได้ให้ทุนโครงการส่งเสริมการผลิตครูที่มีความสามารถพิเศษทางวิทยาศาสตร์และคณิตศาสตร์ (สควค.) ซึ่งประกอบไปด้วยค่าครองชีพ ค่าธรรมเนียมศึกษา และเงินสนับสนุนการทำปริญญานิพนธ์ฉบับนี้

สุดท้ายขอกราบขอบพระคุณมารดา บิดา และนางสาวจิรัฐยา งามชนะ น้าสาว ที่ให้การสนับสนุนทั้งด้านกำลังใจและด้านทุนทรัพย์ รวมทั้งพี่ ๆ เพื่อน ๆ นิสิตระดับปริญญาโทและปริญญาเอก สาขาคณิตศาสตร์ ที่ให้การช่วยเหลือและให้กำลังใจตลอดระยะเวลาการศึกษา โดยเฉพาะอย่างยิ่งนายชวิศ เชื้อธวัช และนางสาวศรีสุดา อ่อนบัตร ที่สละเวลามาเป็นผู้ช่วยวิจัย นอกจากนี้ยังคงมีผู้ให้ความช่วยเหลือผู้วิจัยที่ไม่สามารถกล่าวนามได้ทั้งหมด จึงขอขอบคุณทุกท่านมา ณ โอกาสนี้ด้วย

คุณค่าและประโยชน์ที่เกิดจากปริญญานิพนธ์ฉบับนี้ ผู้วิจัยขอมอบเป็นเครื่องบูชาคุณ บิดา มารดา ผู้ประสิทธิ์ประสาทวิชา และทุกคนที่ให้ความช่วยเหลือแก่ผู้วิจัยมาโดยตลอด

ณัฐวุฒิ โชติวิญญู

สารบัญ

หน้า

สารบัญตาราง

หน้า

สารบัญรูปภาพ

บทที่ 1
บทนำ

ภูมิหลัง

คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่เกี่ยวข้องกับการใช้เหตุผล การคิด และการแก้ปัญหา ประโยชน์ของการเรียนคณิตศาสตร์อาจแบ่งได้เป็น 2 ด้าน ได้แก่ (1) ด้านการพัฒนาศักยภาพของนักเรียน คือ ส่งเสริมให้นักเรียนเป็นคนมีเหตุผล คิดอย่างเป็นระบบ คิดสร้างสรรค์ รวมไปถึงคิดวิเคราะห์ปัญหาได้อย่างรอบด้าน และ (2) ด้านการนำความรู้คณิตศาสตร์ไปใช้เพื่อการดำรงชีวิต คือ การนำคณิตศาสตร์ไปใช้เป็นเครื่องมือสำหรับศึกษาศาสตร์อื่น ๆ อาทิ วิทยาศาสตร์ มนุษยศาสตร์ ทั้งทางตรงและทางอ้อม โดยด้านการนำความรู้คณิตศาสตร์ไปใช้เพื่อการดำรงชีวิต นี้อาจแบ่งได้เป็น 3 ประการ ได้แก่ เป็นเครื่องมือที่ใช้ในการอธิบายปรากฏการณ์ที่เกิดขึ้น เป็นเครื่องมือที่ใช้ในการทำนายปรากฏการณ์ที่จะเกิดขึ้น และเป็นเครื่องมือที่ใช้ควบคุมความเป็นไปของปรากฏการณ์ ผู้ที่มีการคิดเชิงคณิตศาสตร์จะสามารถให้เหตุผล ใช้หลักการ กฎ หรือทฤษฎีบท เพื่อสร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่ออธิบายปรากฏการณ์ที่เกิดขึ้นในชีวิตหรือแก้ปัญหาที่พบในชีวิตประจำวันโดยอาศัยความรู้คณิตศาสตร์เป็นเครื่องมือในการแก้ปัญหาดังกล่าวได้ดี (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2555ข, น. 1; 2555ค, น. 1-2) อย่างไรก็ตามผู้เรียนแต่ละคนล้วนมีความสนใจที่แตกต่างกันออกไป ประเทศสิงคโปร์ตระหนักถึงสิ่งนี้ดี เป้าหมายของหลักสูตรแห่งชาติสิงคโปร์จึงไม่ได้ต้องการให้ผู้เรียนทุกคนเชี่ยวชาญในคณิตศาสตร์ แต่คาดหวังเพียงให้ผู้เรียนมีความรู้คณิตศาสตร์อย่างเพียงพอที่จะใช้ชีวิตได้อย่างมีคุณภาพตามความสามารถและความถนัดของตน (Ministry of Education Singapore, 2012a, p. 2)

หนึ่งในแนวทางการพัฒนาผู้เรียนให้มีศักยภาพที่เพียงพอกับการดำรงชีวิตและยืนหยัดในโลกอนาคตได้อย่างมีคุณภาพ คือ การพัฒนาผู้เรียนตามกรอบแนวคิดทักษะแห่งศตวรรษที่ 21 (21st Century Framework) ซึ่งประกอบไปด้วยทักษะ 3 หมวดหมู่ ได้แก่ ด้านการเรียนรู้และนวัตกรรม (Learning and innovation skills) ทักษะสารสนเทศและเทคโนโลยี (Information, media and technology skills) และทักษะชีวิตและอาชีพ (Life and career skills) โดยทักษะด้านการเรียนรู้และนวัตกรรมประกอบไปด้วย 4 ทักษะย่อย ได้แก่ การคิดแบบมีวิจารณญาณและแก้การปัญหา (Critical thinking and problem solving) การคิดสร้างสรรค์และนวัตกรรม (Creativity and innovation) การสื่อสาร (Communication) และการทำงานร่วมกับผู้อื่น (Collaboration) หรือที่นิยมเรียกโดยย่อว่า 4Cs จะเห็นได้ว่าทักษะการแก้ปัญหาเป็นหนึ่งในทักษะที่สำคัญสำหรับผู้เรียนที่จะใช้ชีวิตได้อย่างมีคุณภาพ (Battelle for Kids, 2019)

นอกจากนี้การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ (Mathematical problem solving) ยังถือได้ว่าเป็นหัวใจหลักของการเรียนคณิตศาสตร์ เพราะมีบทบาทสำคัญในการพัฒนามโนทัศน์และทักษะทางคณิตศาสตร์ รวมถึงการประยุกต์ความรู้ทางคณิตศาสตร์เพื่อใช้ในการแก้ปัญหาในชีวิตจริง (Real world problem) (Ministry of Education Singapore, 2012a, p. 6) ส่งผลให้หลักสูตรการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในหลายประเทศ ให้ความสำคัญกับทักษะการแก้ปัญหา ยกตัวอย่างเช่น หลักสูตรการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ของประเทศสหรัฐอเมริกาให้ความเห็นว่า ผู้ที่มีทักษะการแก้ปัญหาดี จะมีความมั่นใจและมีสมรรถนะในการแก้ปัญหา ทั้งที่พบเจอในชีวิตประจำวันและชีวิตการทำงาน รวมถึงมีส่วนช่วยเพิ่มศักยภาพในการเรียนรู้เนื้อหาคณิตศาสตร์ใหม่ ๆ อีกด้วย (The National Council of Teachers of Mathematics, 2000, pp. 52-53) หลักสูตรการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ของประเทศสิงคโปร์ ได้กำหนดกรอบแนวคิดของวิชาคณิตศาสตร์ซึ่งให้ความสำคัญกับทักษะการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ตั้งแต่ปีค.ศ. 1990 จนถึงปัจจุบัน โดยให้คำแนะนำกับผู้สอนว่าควรจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่เปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้แก้ปัญหาคณิตศาสตร์ที่หลากหลาย ปัญหาปลายเปิด (Open-ended problem) และปัญหาในชีวิตจริง (Ministry of Education Singapore, 2012a, p. 14) เช่นเดียวกับประเทศไทย ที่มาตรฐานการเรียนรู้และตัวชี้วัดกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 ได้กำหนดให้ผู้สอนคำนึงถึงการพัฒนาผู้เรียนทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ซึ่งมีทักษะการแก้ปัญหาเป็นหนึ่งในห้าทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ (สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน, 2560, น. 44) ในทำนองเดียวกันกับพระราชบัญญัติการศึกษาแห่งชาติ พ.ศ. 2542 ฉบับแก้ไขเพิ่มเติมฉบับที่ 3 พ.ศ. 2553 มาตรา 24 ว่าด้วยการจัดกระบวนการเรียนรู้ ได้กำหนดแนวทางให้สถานศึกษาและหน่วยงานที่เกี่ยวข้องดำเนินการทั้งสิ้น 6 ข้อ โดยข้อที่ 2 มีการกำหนดให้สถานศึกษาและหน่วยงานที่เกี่ยวข้องดำเนินการฝึกทักษะ กระบวนการคิด การจัดการ การเผชิญสถานการณ์ และการประยุกต์ความรู้มาใช้เพื่อป้องกันและแก้ไขปัญหา ด้วยความตระหนักถึงความสำคัญของทักษะการแก้ปัญหาของนักคณิตศาสตรศึกษา ส่งผลให้ตัวชี้วัดความสำเร็จของการเรียนคณิตศาสตร์ในปัจจุบัน มิใช่เพียงความสามารถในการจดจำบทนิยาม กฎ ทฤษฎีบท และความสามารถในการทำโจทย์ปัญหาในบทเรียน เหมือนเช่นอดีตอีกต่อไป แต่ผู้เรียนควรได้รับการพัฒนาทั้งความรู้ ความเข้าใจในคณิตศาสตร์ ควบคู่ไปกับทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ จนผู้เรียนสามารถมองเห็นความสัมพันธ์ระหว่างคณิตศาสตร์กับปรากฏการณ์ในชีวิตประจำวัน (Gojak, 2013, pp. 1-8; สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2555ข)

สถาบันทดสอบทางการศึกษาแห่งชาติ (สทศ.) ได้รายงานผลการทดสอบทางการศึกษาระดับชาติ (O-NET) ของระดับมัธยมศึกษาปีที่ 3 ตั้งแต่ปีการศึกษา 2552 จนถึงปีการศึกษา 2560 พบว่าไม่มีคะแนนเฉลี่ยวิชาคณิตศาสตร์ของปีการศึกษาใดที่สูงกว่า 35 คะแนน เช่นเดียวกับปีการศึกษา 2561 ที่คะแนนเฉลี่ยวิชาคณิตศาสตร์อยู่ที่ 30.04 คะแนนเท่านั้น ซึ่งเป็นหลักฐานเชิงประจักษ์ที่สะท้อนว่าผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนไทยอยู่ในระดับต่ำอย่างยิ่งมาโดยตลอด ในขณะที่องค์การเพื่อความร่วมมือและการพัฒนาทางเศรษฐกิจ (Organisation for Economic Co-operation and Development: OECD) ได้จัดโครงการประเมินผลร่วมกับนักเรียนนานาชาติ (Programme for International Student Assessment: PISA) เพื่อให้ข้อมูลสภาพจริงด้านการเตรียมพร้อมผู้เรียนเพื่อการดำรงชีวิตและการทำงานของโรงเรียนในประเทศที่เข้าร่วมโครงการ โดยมีการจัดสอบ PISA เพื่อประเมินทักษะ 3 ด้านทุก ๆ 3 ปี ของผู้เรียนที่มีอายุ 15 ปี ได้แก่ การรู้เรื่องวิทยาศาสตร์ (Science literacy) การรู้เรื่องการอ่าน (Reading literacy) และการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ (Mathematical literacy) (Organisation for Economic Co-operation and Development, 2016, pp. 25-30; สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2561) โดยผลการประเมิน PISA 2015 ประเทศไทยมีคะแนนเฉลี่ยด้านการรู้เรื่องคณิตศาสตร์อยู่ที่ 415 คะแนน เป็นอันดับที่ 54 จาก 70 ประเทศที่เข้ารับการประเมิน PISA 2015 (Organisation for Economic Co-operation and Development, 2016, pp. 183-186) PISA ได้แบ่งระดับความชำนาญในคณิตศาสตร์(Mathematics proficiency) ไว้ทั้งสิ้น 6 ระดับ โดยกำหนดให้ระดับ 2 (Level 2) เป็นระดับพื้นฐาน (Baseline) ที่นักเรียนเริ่มแสดงให้เห็นว่าพอจะใช้คณิตศาสตร์ให้เป็นประโยชน์ในชีวิตจริงได้ ทั้งนี้มีนักเรียนไทยเพียงร้อยละ 47.2 ที่มีผลการประเมินการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ผ่านระดับพื้นฐาน และมีนักเรียนไทยเพียงร้อยละ 0.2 เท่านั้นที่มีระดับความชำนาญในคณิตศาสตร์อยู่ในระดับ 6 ซึ่งเป็นระดับสูงสุด (Organisation for Economic Co-operation and Development, 2016, pp. 191-194) ทั้งผลประเมินจากสถาบันทดสอบทางการศึกษาแห่งชาติ และผลประเมินจากองค์การเพื่อความร่วมมือและการพัฒนาทางเศรษฐกิจต่างสะท้อนถึงผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์และความสามารถในการแก้ปัญหาของนักเรียนไทยที่ควรได้รับการพัฒนาอย่างยิ่ง

คำสั่งกระทรวงศึกษาธิการที่สพฐ. 1239/2560 ได้มีการประกาศให้เริ่มใช้มาตรฐานการเรียนรู้และตัวชี้วัด กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 ในปีการศึกษา 2561 ดังนั้นการทดสอบทางการศึกษาระดับชาติ วิชาคณิตศาสตร์ จะเริ่มประเมินผลตามตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้แกนกลาง

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 ในการทดสอบประจำปีการศึกษา 2563 ด้วยเหตุนี้การทดสอบทางการศึกษาระดับชาติ วิชาคณิตศาสตร์ ในปีการศึกษา 2558 จนถึงปีการศึกษา 2561 จึงยังคงเป็นการประเมินตามตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้แกนกลาง กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 โดยเมื่อพิจารณาผลการทดสอบทางการศึกษาระดับชาติ วิชาคณิตศาสตร์ ในปีการศึกษา 2558 จนถึงปีการศึกษา 2561 จำแนกตามสาระ พบว่าคะแนนเฉลี่ยของผลการทดสอบทางการศึกษาระดับชาติ วิชาคณิตศาสตร์ ชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 สาระที่ 4 พีชคณิต มีค่าเฉลี่ยอยู่ที่ 33.22 คะแนน ซึ่งเป็นคะแนนที่มากกว่าสาระที่ 2 การวัด เพียงสาระเดียวเท่านั้น ชี้ให้เห็นว่าความรู้คณิตศาสตร์ในสาระพีชคณิตของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 มีปัญหาเป็นลำดับต้น ๆ (สถาบันทดสอบทางการศึกษาแห่งชาติ, 2559, น. 4; 2560, น. 6; 2561, น. 6; 2562, น. 6)

จากการที่ความรู้คณิตศาสตร์ในสาระพีชคณิตของนักเรียนไทยอยู่ในระดับที่เป็นปัญหา ผู้วิจัยได้สนใจศึกษาเนื้อหาเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวจากสาระพีชคณิต เพราะสถานการณ์ที่พบได้ในชีวิตประจำวัน อาทิ การแปลงหน่วย การคำนวณความเร็ว การคำนวณความเข้มข้นของของผสม สามารถถูกแก้ปัญหาได้ง่ายยิ่งขึ้นเมื่อใช้ความรู้ทางพีชคณิตเรื่องสมการ ด้วยการแปลงสถานการณ์ให้อยู่ในเชิงพีชคณิต (Driver, 1984, p. 44) และความรู้เรื่องสมการยังเป็นพื้นฐานที่จำเป็นในการเรียนรู้คณิตศาสตร์เรื่องอื่น เช่น การแปรผัน ฟังก์ชัน และจำเป็นต่อการศึกษาศาสตร์อื่น ๆ อีกด้วย เช่น การหาอัตราปฏิกิริยาเคมี การแสดงความสัมพันธ์ระหว่างปริมาณทางฟิสิกส์ นอกจากนี้สมการยังเป็นรูปแบบหนึ่งในตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ (Mathematical model) ซึ่งเป็นเครื่องมือที่ใช้ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ อันเป็นจุดเน้นของการเรียนรู้คณิตศาสตร์ในปัจจุบันอีกด้วย (สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน, 2550, น. 45) โดยสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวถือได้ว่าเป็นรูปแบบของสมการที่มีความซับซ้อนน้อยที่สุดและเป็นสมการรูปแบบแรกที่นักเรียนได้เรียน (Driver, 1984, p. 66; สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน, 2560, น. 6-17) ประกอบกับหลักสูตรคณิตศาสตร์ในประเทศไทยมีลักษณะเป็นหลักสูตรบันไดเวียน (Spiral curriculum) ฉะนั้นพื้นฐานความรู้สำคัญยิ่งต่อการเรียนรู้ในระดับที่สูงขึ้นไปได้อย่างมีประสิทธิภาพ ทั้งนี้ตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้แกนกลาง กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 ได้บรรจุเนื้อหา เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ไว้ในชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1

สาระที่ 1 จำนวนและพีชคณิต มาตรฐาน ค 1.3 (สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน, 2550, น. 16)

การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิด CPA (Concrete-Pictorial-Abstract) เป็นรูปแบบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่มีต้นกำเนิดจากประเทศสิงคโปร์ในช่วงปีคริสต์ศักราช 1980 ซึ่งประกอบไปด้วยขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ 3 ขั้นตอน ได้แก่ ขั้นการสอนเชิงรูปธรรม (Concrete) ขั้นการสอนเชิงรูปภาพ (Pictorial) และขั้นการสอนเชิงนามธรรม (Abstract) โดยมีแนวคิดพื้นฐานหลักจากทฤษฎีการเรียนรู้ของบรูเนอร์ (Bruner, 1966) สังเกตได้จากขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิด CPA ทั้ง 3 ขั้นตอน สอดคล้องกับขั้นการเรียนรู้ตามทฤษฎีการเรียนรู้ของบรูเนอร์ 3 ขั้นตอน ซึ่งได้แก่ ขั้นการเรียนรู้จากการกระทำ (Enactive) การเรียนรู้จากจินตนาการ (Iconic) และการใช้สัญลักษณ์ (Symbolic) ตามลำดับ (Hoong, Kin, & Pien, 2015, p. 8) การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิด CPA เหมาะสมกับนักเรียนตั้งแต่ระดับปฐมวัยไปจนถึงระดับมัธยมศึกษาตอนต้น (Ministry of Education Singapore, 2012a, 2013; Wong, 2015, p. 40) โดยในหลักสูตรวิชาคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตอนต้นของสิงคโปร์ได้แนะนำให้ผู้สอนจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิด CPA ในช่วงแรก เพื่อช่วยให้ผู้เรียนสามารถเขียนนิพจน์พีชคณิต (Algebraic expression) จากสถานการณ์ที่กำหนด อันจะนำไปสู่การเชื่อมโยงความรู้ระหว่างเลขคณิตและพีชคณิต (Ministry of Education Singapore, 2012b, p. 28) นอกจากนี้การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิด CPA ยังช่วยให้นักเรียนมีความสามารถในการใช้ตัวแทนที่หลากหลาย (Multiple representation) และช่วยให้ผู้เรียนมีความเข้าใจเชิงสัมพันธ์ (Relational understanding) และช่วยเสริมสร้างความสามารถในการแก้ปัญหาของผู้เรียน (Van de Walle, Karp, & Bay-Williams, 2010, pp. 26-27) ในขณะที่ขั้นการสอนเชิงรูปภาพจะช่วยให้นักเรียนแปลงปัญหาจากข้อความเป็นรูปภาพหรือแผนภาพ และแปลงสถานการณ์เป็นข้อความเชิงพีชคณิตซึ่งเป็นตัวแทนเชิงนามธรรมได้ดีขึ้น (Har, 2015, pp. 3-7; The National Council of Teachers of Mathematics, 2014, pp. 28-29)

จากที่ได้กล่าวมาจะเห็นถึงความสำคัญของวิชาคณิตศาสตร์ และความสำคัญของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์อันเป็นจุดมุ่งหมายหลักของการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ด้วยเหตุนี้ผู้วิจัยจึงสนใจศึกษาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โดยใช้การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิด CPA

ความมุ่งหมายของการวิจัย

ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยได้ตั้งความมุ่งหมายของการวิจัยไว้ดังนี้

1. เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ของนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิด CPA กับเกณฑ์

2. เพื่อศึกษาพฤติกรรมการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ของนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิด CPA

3. เพื่อเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ของนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิด CPA กับเกณฑ์

ความสำคัญของการวิจัย

1. ข้อมูลจากการวิจัยจะเป็นประโยชน์ต่อครู ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1

2. ข้อมูลจากการวิจัยจะเป็นประโยชน์ต่อครู สำหรับใช้เป็นแนวทางในการวัดและประเมินผลความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1

ขอบเขตของการวิจัย

ประชากรที่ใช้ในการวิจัย

นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โรงเรียนศรีอยุธยา ในพระอุปถัมภ์ สมเด็จพระเจ้าภคินีเธอ เจ้าฟ้าเพชรรัตนราชสุดา สิริโสภาพัณณวดี (โรงเรียนศรีอยุธยาฯ ในพระอุปถัมภ์ฯ) แขวงถนนพญาไท เขตราชเทวี กรุงเทพมหานคร ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2562 ทั้งหมด 12 ห้องเรียน จำนวน 522 คน

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในงานวิจัย

นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โรงเรียนศรีอยุธยาฯ ในพระอุปถัมภ์ฯ แขวงถนนพญาไท เขตราชเทวี กรุงเทพมหานคร ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2562 จำนวน 1 ห้องเรียน ซึ่งได้จากการสุ่มแบบกลุ่ม (Cluster random sampling) จากนั้นผู้วิจัยจำแนกนักเรียนกลุ่มตัวอย่างออกเป็นกลุ่มสูง กลุ่มปานกลาง และกลุ่มต่ำ ด้วยอัตราส่วน 1:2:1 โดยใช้คะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน รายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน ของภาคเรียนก่อนหน้า เป็นเกณฑ์การจำแนก จากนั้นสุ่มนักเรียนกลุ่มสูงจำนวน 1 คน นักเรียนกลุ่มปานกลางจำนวน 2 คน และ

นักเรียนกลุ่มต่ำจำนวน 1 คน เพื่อเป็นนักเรียนเป้าหมาย (Target student) จำนวน 4 คน สำหรับศึกษาข้อมูลพฤติกรรมการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ในเชิงลึก

ระยะเวลาที่ใช้ในการวิจัย

การวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยดำเนินการทดลองด้วยตนเอง ในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2562 ใช้เวลาทดลองทั้งสิ้น 12 คาบเรียน โดยแบ่งเป็นดำเนินการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิด CPA 11 คาบเรียน และทดสอบหลังเรียน 1 คาบเรียน

ตาราง 1 แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ เนื้อหา และจำนวนคาบเรียน

คาบเรียนที่	เนื้อหา	จำนวนคาบเรียน
1	การเตรียมความพร้อมก่อนรู้จักสมการ	1
2	สมการและคำตอบของสมการ	1
3 – 5	การแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว	3
6 – 11	โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว	6
12	ทดสอบหลังเรียน	1

เนื้อหาที่ใช้ในการวิจัย

เนื้อหาที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ เป็นเนื้อหารายวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ตามตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้แกนกลาง กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551

ตัวแปรที่ศึกษา

1. ตัวแปรอิสระ คือ การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิด CPA

2. ตัวแปรตาม แบ่งเป็นดังนี้

2.1 ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

2.2 พฤติกรรมการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

2.3 ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

นิยามศัพท์เฉพาะ

1. **ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว** หมายถึง สถานการณ์ที่นักเรียนยังไม่ทราบวิธีการในการหาคำตอบของสถานการณ์ และนักเรียนสามารถใช้ความรู้เกี่ยวกับคณิตศาสตร์ เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว เพื่อให้ได้มาซึ่งวิธีการในการหาคำตอบและคำตอบของสถานการณ์นั้น เนื่องจากการที่สถานการณ์หนึ่ง ๆ จะเป็นปัญหาสำหรับนักเรียนหรือไม่ เป็นเรื่องที่ขึ้นกับประสบการณ์เดิมของนักเรียนซึ่งผู้วิจัยมิอาจล่วงรู้ประสบการณ์ของนักเรียนได้ทั้งหมด ในงานวิจัยนี้จึงหมายถึงสถานการณ์ที่ไม่ปรากฏเป็นตัวอย่างหรือแบบฝึกหัดในขณะผู้วิจัยจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิด CPA

2. **ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว** หมายถึง การแสดงแนวคิดหรือแนวทางหาคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว โดยผ่านการใช้ความคิดที่ใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์และประสบการณ์เดิมเพื่อให้ได้มาซึ่งแนวคิดหรือแนวทางในการหาคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์นั้น

3. **ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว** หมายถึง ความสามารถของผู้เรียนที่เป็นผลที่เกิดมาจากการจัดกิจกรรมการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ ภายใต้ขอบเขตเนื้อหารายวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ตามตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้แกนกลาง กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 ประกอบไปด้วยเนื้อหา 4 หน่วยการเรียนรู้ ได้แก่ การเตรียมความพร้อมก่อนรู้จักสมการ สมการและคำตอบของสมการ การแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว และโจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว โดยจะพิจารณาเฉพาะพฤติกรรมการเรียนรู้ด้านพุทธิสัยตามกรอบแนวคิดของวิลสัน (Wilson, 1971)

4. **การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิด** CPA หมายถึง วิธีการสอนที่ใช้สำหรับการสอนเนื้อหาคณิตศาสตร์เรื่องใหม่ โดยวิธีการสอนนี้ได้รับอิทธิพลจากทฤษฎีการเรียนรู้ของบรูเนอร์ มีจุดมุ่งหมายเพื่อให้ผู้เรียนเห็นความสัมพันธ์ระหว่างความรู้ที่เป็นรูปธรรม รูปภาพ และนามธรรม ซึ่งจะทำให้ผู้เรียนมีความรู้พื้นฐานที่ดี เรียนรู้คณิตศาสตร์และดำเนินการทางคณิตศาสตร์อย่างมีความหมาย มีความสามารถในการใช้ตัวแทนที่หลากหลาย โดยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิด CPA ประกอบไปด้วย ขั้นการสอน 3 ขั้น ดังนี้

1) <u>ขั้นการสอนเชิงรูปธรรม (Concrete)</u> เป็นขั้นการสอนขั้นแรก โดยผู้สอนจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่เอื้อให้ผู้เรียนได้เรียนรู้เนื้อหาใหม่ ๆ ที่เป็นนามธรรม โดยผู้สอนเลือกนำเสนอเนื้อหานั้นผ่านสิ่งที่เป็นรูปธรรม ด้วยวิธีการให้ผู้เรียนได้หยิบจับวัตถุต่าง ๆ หรือ

อธิบายผ่านการใช้แนวคิดที่เป็นรูปธรรมสอดคล้องกับประสบการณ์เดิมของผู้เรียน เช่น เค้ก ผลไม้ ตัวนับ ลูกบาศก์ เครื่องมือวัด เป็นต้น

2) ขั้นการสอนเชิงรูปภาพ (Pictorial) เป็นขั้นการสอนที่ถัดจากการขั้นการสอนเชิงรูปธรรม หลังจากที่ผู้เรียนได้แสดงความเข้าใจที่เพียงพอในขั้นการสอนเชิงรูปธรรมแล้ว ผู้สอนเป็นผู้อำนวยความสะดวกจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่เอื้อให้ผู้เรียนได้แปลงความรู้จากขั้นการสอนเชิงรูปธรรมมาเป็นการใช้รูปภาพหรือแผนภาพที่สอดคล้องกับวัตถุจริงหรือสถานการณ์จริง ตัวอย่างรูปภาพที่นิยมใช้ในขั้นการสอนเชิงรูปภาพนี้ เช่น วงกลม รูปสี่เหลี่ยม จุด เป็นต้น

3) ขั้นการสอนเชิงนามธรรม (Abstract) เป็นขั้นการสอนขั้นสุดท้าย เมื่อผู้เรียนแสดงความเข้าใจในการสอนเชิงรูปภาพแล้ว ในขั้นการสอนเชิงนามธรรมนี้ผู้สอนดำเนินการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่เอื้อให้ผู้เรียนได้แปลงความรู้ที่สั่งสมมาจากทั้งขั้นการสอนเชิงรูปธรรมและขั้นการสอนเชิงรูปภาพ โดยเฉพาะอย่างยิ่งความรู้เชิงรูปภาพให้แปลงมาเป็นสัญลักษณ์ซึ่งเป็นความรู้เชิงนามธรรม นั่นคือการให้ผู้เรียนใช้สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ เช่น ตัวเลข ตัวดำเนินการ ตัวแปร เป็นต้น แทนการใช้รูปภาพที่ผู้เรียนได้เรียนแล้วในขั้นการสอนเชิงรูปภาพ

ขณะครูใช้การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิด CPA ครูจะใช้คำถามแนะแนวทางประกอบและตรวจสอบความเข้าใจของนักเรียน โดยบทบาทของขั้นการสอนเชิงรูปธรรมและขั้นการสอนเชิงรูปภาพจะลดลง เมื่อประสบการณ์ของนักเรียนเพิ่มมากขึ้น

5. **การประเมินความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว** หมายถึง การตัดสินความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ของนักเรียน โดยพิจารณาคะแนนที่นักเรียนได้จากแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ซึ่งเป็นแบบสอบที่ประกอบด้วยข้อสอบแบบแสดงวิธีทำ จำนวน 2 ข้อ ให้คะแนนด้วยเกณฑ์การให้คะแนนแบบวิเคราะห์ (Analytic scoring) ที่ผู้วิจัยกำหนดขึ้นซึ่งปรับปรุงจากเกณฑ์การประเมินความสามารถในการแก้ปัญหา ชาร์ลส์ เลสเตอร์ และดาฟเฟอร์ (Charles, Lester, & Daffer, 1994)

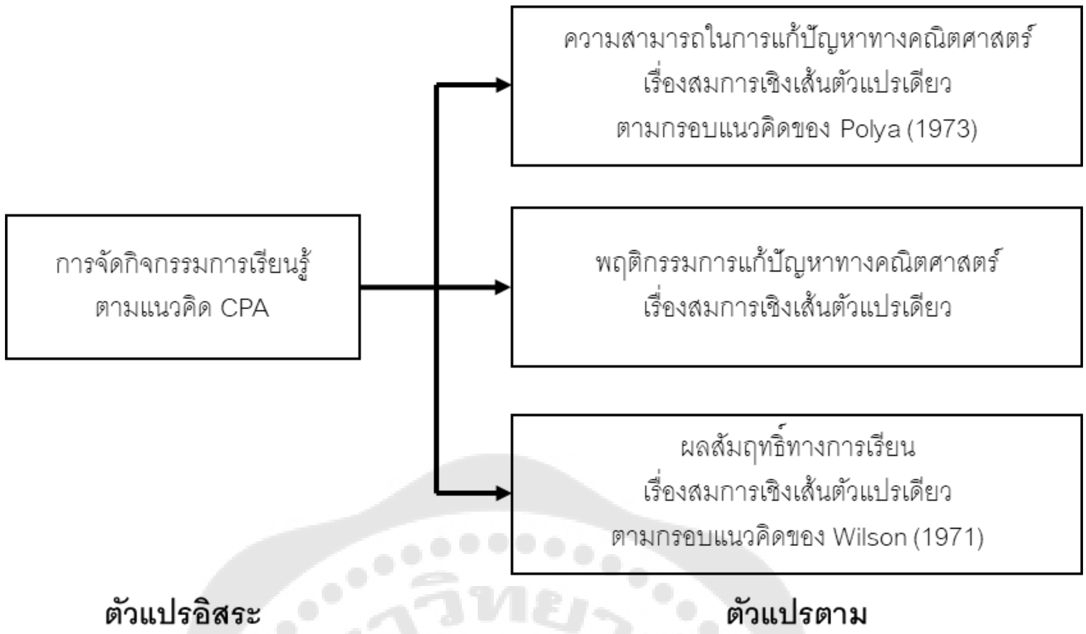
6. **การประเมินผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว** หมายถึง การตัดสินผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ของนักเรียน โดยพิจารณาคะแนนที่นักเรียนได้จากแบบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ซึ่งเป็นแบบสอบที่ประกอบด้วยข้อสอบแบบเติมคำตอบสั้น จำนวน 15 ข้อ ให้คะแนนแบบสองค่า (Dichotomous)

7. เกณฑ์ หมายถึง คะแนนจุดตัดที่กำหนดคะแนนขั้นต่ำที่ยอมรับได้ ซึ่งในงานวิจัยครั้งนี้ใช้เกณฑ์ร้อยละ 60 หมายความว่า นักเรียนคนใดที่สามารถทำคะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ได้ตั้งแต่ร้อยละ 60 ของคะแนนเต็มขึ้นไป ถือว่านักเรียนคนนั้นผ่านเกณฑ์ด้านความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว และนักเรียนคนใดที่สามารถทำคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ได้ตั้งแต่ร้อยละ 60 ของคะแนนเต็มขึ้นไป ถือว่านักเรียนคนนั้นผ่านเกณฑ์ด้านผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

8. **พฤติกรรมการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว** หมายถึง การแสดงออกของนักเรียนขณะกำลังดำเนินการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ที่สังเกตได้ในเชิงประจักษ์ ได้แก่ การแสดงออกของผู้เรียนด้วยวาจา การมีปฏิสัมพันธ์กับเพื่อน และร่องรอยการเขียน เก็บข้อมูลโดยใช้การสังเกตและมีเครื่องมือวิจัย คือแบบตรวจสอบรายการสำหรับสังเกตพฤติกรรมการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

กรอบแนวคิดงานวิจัย

การวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยต้องการศึกษาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว โดยใช้กรอบแนวคิดความหมายความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของโพลยา (Polya, 1973) ศึกษาพฤติกรรมการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว และศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ตามกรอบแนวคิดความหมายผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน วิชาคณิตศาสตร์ ของวิลสัน (Wilson, 1971) ผ่านการใช้การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิด CPA โดยเขียนเป็นกรอบแนวคิดการวิจัย ได้ดังภาพประกอบ 1



ภาพประกอบ 1 กรอบแนวคิดของงานวิจัย

สมมติฐานในการวิจัย

1. นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 หลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิด CPA ผ่านเกณฑ์ด้านความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว อย่างน้อยร้อยละ 60 ของนักเรียนทั้งหมด

2. นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 หลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิด CPA ผ่านเกณฑ์ด้านผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว อย่างน้อยร้อยละ 60 ของนักเรียนทั้งหมด

บทที่ 2
เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

ในงานวิจัยเรื่องการศึกษาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ผ่านการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิด Concrete – Pictorial – Abstract (CPA) สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ผู้วิจัยได้ศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง และได้นำเสนอตามหัวข้อต่อไปนี้

1. การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
2. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน
3. การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิด CPA

1. การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

1.1 ความหมายของปัญหาทางคณิตศาสตร์

จากการศึกษาเอกสารและงานวิจัยทั้งในประเทศและต่างประเทศ พบว่าได้ให้ความหมายของคำว่าปัญหาและปัญหาทางคณิตศาสตร์ ไว้อย่างหลากหลายมุมมอง ดังนี้

สเตลลา และ นิโคล (Szetela & Nicol, 1992, p. 1) กล่าวว่าปัญหา (Problem) หมายถึง สถานการณ์ซึ่งผู้ที่เผชิญกับสถานการณ์นั้น ยังไม่ทราบอัลกอริทึมหรือกระบวนการที่รับประกันผลว่าจะได้คำตอบของสถานการณ์นั้น แต่ผู้ที่เผชิญกับสถานการณ์มีความต้องการที่จะหาคำตอบของสถานการณ์ที่กำลังเผชิญอยู่

เฮล็อก และ ทังกาตา (Haylock & Thangata, 2007) กล่าวว่าปัญหา หมายถึง สถานการณ์ซึ่งกำหนดข้อมูลและกำหนดจุดมุ่งหมายมาให้ ซึ่งผู้ที่เผชิญปัญหานั้นไม่ทราบแนวทางในการแก้สถานการณ์นั้นในทันที ดังนั้นสถานการณ์จะเป็นปัญหาหรือไม่นั้นเป็นเรื่องที่ขึ้นกับประสบการณ์เดิมของแต่ละบุคคล

เมเยอร์ (Mayer, 2003) กล่าวว่าปัญหาจะเกิดขึ้นเมื่อมีจุดหมายแต่ยังไม่ทราบวิธีการที่จะไปถึงจุดหมายนั้นในทันที และปัญหาทางคณิตศาสตร์ (Mathematical problem) หมายถึง ปัญหาซึ่งต้องใช้ความรู้คณิตศาสตร์ในการไปถึงจุดหมายนั้น

ชาร์ล และ เลสเตอร์ (Chales and Lester, 1982, อ้างถึงใน Cathcart, 2003, น. 44) กล่าวว่าปัญหาทางคณิตศาสตร์หมายถึง งานที่มีคุณลักษณะทั้ง 3 ประการดังต่อไปนี้

1) ผู้ที่กำลังเผชิญกับงานมีความต้องการหรือความจำเป็นที่จะต้องหาคำตอบของงาน

2) ผู้ที่กำลังเผชิญกับงาน ยังไม่ทราบถึงกระบวนการในการได้มาซึ่งคำตอบนั้น

3) ผู้ที่กำลังเผชิญกับงานต้องพยายามที่จะลงมือเพื่อหาคำตอบของงาน

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2555ค, น. 7) กล่าวว่า ปัญหาทางคณิตศาสตร์ หมายถึง สถานการณ์ที่เกี่ยวกับคณิตศาสตร์ ซึ่งกำลังเผชิญอยู่และมีความต้องการจะค้นหาคำตอบ โดยที่ยังไม่รู้วิธีการที่จะได้คำตอบของสถานการณ์นั้นในทันที

พศุตม์ ชูศักดิ์ (2561, น. 11) กล่าวว่าปัญหาทางคณิตศาสตร์ หมายถึง สถานการณ์เกี่ยวกับคณิตศาสตร์ที่นักเรียนต้องการหาคำตอบ แต่ยังไม่รู้วิธีการหรือกลยุทธ์ในการได้มาซึ่งคำตอบในทันที

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2555ข, น. 161) กล่าวว่า โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ (Mathematical word problem) หมายถึง สถานการณ์หรือเรื่องราวที่ต้องใช้ความรู้เกี่ยวกับคณิตศาสตร์ มาคิดคำนวณหรือให้เหตุผลเพื่อหาคำตอบที่ต้องการ โดยโจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์อาจเป็นปัญหาทางคณิตศาสตร์หรือไม่เป็นปัญหาทางคณิตศาสตร์ เป็นเรื่องส่วนบุคคลของผู้ที่เผชิญสถานการณ์นั้น ที่ขึ้นอยู่กับความรู้และประสบการณ์เดิมของผู้ที่เผชิญสถานการณ์ เช่น หากนักเรียนคนที่หนึ่งเคยเผชิญโจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์นี้แล้ว โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์นี้ก็จะไม่เป็นปัญหาคณิตศาสตร์อีกต่อไป ในขณะที่นักเรียนคนที่สองไม่เคยเผชิญโจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์นี้มาก่อน จึงไม่ทราบวิธีการหาคำตอบในทันที โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์นี้ก็จะเป็นปัญหาทางคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนคนที่สอง

จากการศึกษาความหมายของปัญหาและความหมายของปัญหาทางคณิตศาสตร์ พบว่าปัญหาทางคณิตศาสตร์คือปัญหาประเภทหนึ่ง และจากการศึกษาเอกสารทั้งต่างประเทศและในประเทศ พบว่าการนิยามความหมายของคำว่า ปัญหา มีคุณลักษณะร่วมกันบางประการ ดังนั้นผู้วิจัยจึงขอสรุปความหมายของปัญหาทางคณิตศาสตร์ว่า ปัญหาทางคณิตศาสตร์ หมายถึง สถานการณ์ที่นักเรียนยังไม่ทราบแนวทางหรือวิธีการ ในการได้มาซึ่งคำตอบของสถานการณ์ และปรารถนาที่จะหาคำตอบของสถานการณ์ โดยนักเรียนต้องใช้ความรู้เกี่ยวกับคณิตศาสตร์เพื่อให้ได้มาซึ่งแนวทางในการหาคำตอบ วิธีการในการหาคำตอบ และคำตอบของสถานการณ์

1.2 ประเภทของปัญหาทางคณิตศาสตร์

ปัญหาทางคณิตศาสตร์ก็เป็นเช่นเดียวกับการแบ่งประเภทสิ่งใด ๆ ก็ตาม ที่จำเป็นจะต้องมีการกำหนดเกณฑ์เพื่อใช้จำแนกประเภทเสียก่อน โดยจากการศึกษาเอกสารและงานวิจัยพบว่ามีการใช้เกณฑ์ที่หลากหลายเพื่อจำแนกประเภทของปัญหาทางคณิตศาสตร์ มีตัวอย่างดังนี้

โพลยา (Polya, 1973, p. 154) แบ่งประเภทของปัญหาทางคณิตศาสตร์โดยใช้จุดประสงค์ของปัญหาเป็นเกณฑ์ สามารถแบ่งปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้เป็น 2 ประเภท แต่ละประเภทมีลักษณะดังต่อไปนี้

1) **ปัญหาให้หาสิ่งที่ไม่ทราบ** (Problems to find) คือปัญหาที่มีจุดประสงค์ให้ค้นหาสิ่งที่ไม่ทราบ ซึ่งอาจเป็นได้ทั้งคำตอบหรือวิธีการ อาทิ ปัญหาคดีสอบสวนอาจต้องการให้ชี้ตัวคนร้าย ปัญหาทางพีชคณิตอาจต้องการหาคำตอบของสมการ ปัญหาการสร้างเรขาคณิตแบบยุคลิด ต้องการทราบวิธีการ ในการสร้างส่วนของเส้นตรง ให้มีความยาวเท่ากับส่วนของเส้นตรงที่โจทย์กำหนดให้ ปัญหาชนิดนี้อาจเป็นได้ทั้งปัญหาในเชิงทฤษฎีหรือปัญหาในเชิงปฏิบัติ ปัญหาที่เป็นรูปธรรมหรือปัญหาที่เป็นนามธรรม

2) **ปัญหาให้พิสูจน์** (Problems to prove) คือปัญหาที่มีจุดประสงค์ ให้แสดงเหตุผลยืนยันว่าข้อความที่พิจารณาเป็นจริงหรือเป็นเท็จ อาทิ “จงพิสูจน์ทฤษฎีบทพีทากอรัส”

ซูวินีย์ (Souviney, 1994, pp. 83-86) แบ่งประเภทของปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยใช้ลักษณะของปัญหาเป็นเกณฑ์เช่นเดียวกัน โดยแบ่งปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้เป็น 2 ประเภท และแต่ละประเภทมีลักษณะดังต่อไปนี้

1) **ปัญหาเนื้อเรื่อง** (Story problems or word problems) ปัญหาเนื้อเรื่องที่อยู่ในท้ายบทเรียนของแบบเรียน ถูกออกแบบเพื่อให้สอดคล้องกับการฝึกฝนมโนทัศน์และทักษะของสิ่งที่ได้เรียนไปในบทเรียนนั้น ๆ บางครั้งปัญหาเนื้อเรื่องอาจเรียกอีกอย่างได้ว่าปัญหาที่คุ้นเคย (Routine problem) เพราะเมื่อผู้เรียนจะลงมือแก้ปัญหาเนื้อเรื่อง ผู้เรียนจะเริ่มจากการอ่านปัญหา ทำความเข้าใจปัญหา เลือกการดำเนินการที่เหมาะสม และแทนค่าที่โจทย์กำหนดลงไป ซึ่งปัญหาเนื้อเรื่องอาจจำแนกได้เป็นอีก 2 ประเภทย่อย ตามจำนวนขั้นตอนที่ใช้ในการแก้ปัญหา ได้แก่ ปัญหาเนื้อเรื่องหนึ่งขั้นตอน (One-step story problem) และปัญหาเนื้อเรื่องหลายขั้นตอน (Multistep story problem) นอกจากนี้ปัญหาเนื้อเรื่องอาจมีลักษณะพิเศษเพิ่มเติม เช่น ปัญหาที่มีข้อมูลเกิน (Extraneous information problem) และปัญหาที่ข้อมูลขาดหาย (Missing information problem)

2) **ปัญหาที่อาศัยกระบวนการ** (Process problems) บางครั้งปัญหาที่อาศัยกระบวนการ อาจเรียกอีกอย่างได้ว่าปัญหาที่ไม่คุ้นเคย (Nonroutine problem) เพราะปัญหาที่อาศัยกระบวนการ มีความแตกต่างจากปัญหาเนื้อเรื่อง ในแง่ของความตรงไปตรงมาของการแก้ปัญหา โดยปัญหาที่อาศัยกระบวนการจะไม่สามารถถูกแก้และเปลี่ยนเป็นประโยคสัญลักษณ์ได้ทันทีทันใด ด้วยวิธีการเลือกการดำเนินการที่เหมาะสม และแทนค่าที่โจทย์กำหนดลงไป แต่ต้องอาศัยระยะเวลาในการทำความเข้าใจ

สภาครูคณิตศาสตร์แห่งสหรัฐอเมริกา (National Council of Teachers of Mathematics, 2000, p. 21) ได้แบ่งประเภทของปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยใช้ความเปิดกว้างของปัญหาเป็นเกณฑ์ สามารถแบ่งปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้เป็น 3 ประเภท และแต่ละประเภทมีรายละเอียดดังต่อไปนี้

1) **ปัญหาปิด** (Closed problem) หมายถึง ปัญหาที่มีคำตอบเพียง 1 คำตอบ และมีวิธีการที่จะนำไปสู่คำตอบนั้น เพียง 1 วิธีการเท่านั้น

2) **ปัญหากึ่งเปิด** (Open-middled problem) หมายถึงปัญหาที่มีเพียง 1 คำตอบ แต่วิธีการที่นำไปสู่คำตอบของปัญหานั้น มีหลายวิธีการ

3) **ปัญหาปลายเปิด** (Open-ended problem) หมายถึงปัญหาที่มีคำตอบมากกว่า 1 คำตอบ และวิธีการที่นำไปสู่คำตอบเหล่านั้นมีหลายวิธีการ

แคธคาร์ท (Cathcart, 2003, pp. 45-46) ได้แบ่งประเภทของปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยใช้ลักษณะของปัญหาเป็นเกณฑ์ จะสามารถแบ่งปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้เป็น 4 ประเภท และแต่ละประเภทมีลักษณะดังต่อไปนี้

1) **ปัญหาที่อาศัยกระบวนการ** (Process Problems) เป็นปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่มุ่งเน้นการค้นหากระบวนการที่เหมาะสมมากกว่าการคำนวณเพื่อให้ได้มาซึ่งคำตอบแบบเฉพาะเจาะจง มักต้องใช้ยุทธวิธีแก้ปัญหา เช่น การค้นหาแบบรูป การสร้างตาราง เป็นต้น

2) **ปัญหาที่อาศัยการแปลความ** (Translation Problems) เป็นปัญหาที่อาศัยการเปลี่ยนข้อความที่โจทย์กำหนดให้สอดคล้องกับความรู้คณิตศาสตร์ โดยโจทย์ปัญหาที่อยู่ในแบบเรียน ทั้งที่เป็นโจทย์ปัญหาขั้นตอนเดียวและโจทย์ปัญหาหลายขั้นตอน จัดเป็นตัวอย่างหนึ่งของปัญหาที่อาศัยการแปลความ อย่างไรก็ตามหากผู้เรียนทราบถึงวิธีการที่ใช้แก้โจทย์ปัญหามาก่อนแล้ว โจทย์ปัญหาข้อนั้นย่อมไม่เป็นปัญหาสำหรับผู้เรียนอีกต่อไป ซึ่งการให้ผู้เรียนทำโจทย์ปัญหาที่ไม่เป็นปัญหานั้น ไม่ช่วยพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาของผู้เรียนแต่อย่างใด

3) **ปัญหาการประยุกต์** (Application Problems) เป็นปัญหาที่ต้องอาศัยการรวบรวมข้อเท็จจริง เพื่อตัดสินใจเลือกกระบวนการที่เหมาะสมในการมาซึ่งคำตอบ การเปิดโอกาสให้นักเรียนได้แก้ปัญหาการประยุกต์ที่สอดคล้องกับความสนใจของผู้เรียนจะช่วยให้ผู้เรียนเห็นคุณค่าของวิชาคณิตศาสตร์

4) **ปัญหาปริศนา** (Puzzles) เป็นปัญหาที่ยากที่จะระบุกลวิธีการแก้ปัญหา แม้ในบางครั้งปัญหาปริศนาจะไม่ต้องใช้ความรู้คณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหาโดยตรง แต่ปัญหาปริศนายังคงจัดเป็นปัญหาทางคณิตศาสตร์ เพราะมักอาศัยทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์เพื่อช่วยในการแก้ปัญหา เช่น การมองภาพ (Visualization) การสร้างข้อความคาดการณ์ (Conjecturing) การลองผิดลองถูก (Trial and error) เป็นต้น

1.3 ความหมายของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

นักการศึกษาทั้งในประเทศและต่างประเทศ ได้ให้ความหมายของการแก้ปัญหาและการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ไว้อย่างหลากหลาย ดังนี้

สเตลลา และ นิโคล (Szetela & Nicol, 1992, p. 1) กล่าวว่าการแก้ปัญหา (Problem solving) หมายถึง กระบวนการที่เกิดขึ้นเมื่อเผชิญสถานการณ์ที่ไม่คุ้นเคย โดยสร้างความเชื่อมโยงระหว่างข้อเท็จจริงที่ให้ ระบุจุดมุ่งหมาย และสำรวจวิธีที่อาจเป็นไปได้ในการไปถึงจุดมุ่งหมายนั้น

สภาครูคณิตศาสตร์แห่งสหรัฐอเมริกา (The National Council of Teachers of Mathematics, 2000, p. 52) ให้ความหมายการแก้ปัญหา ว่าหมายถึง การลงมือปฏิบัติเพื่อหาคำตอบของงาน โดยที่ยังไม่ทราบวิธีการอันจะนำไปสู่คำตอบมาก่อน และการที่ได้มาซึ่งวิธีการนั้นนักเรียนจะต้องใช้ความรู้ของนักเรียนเอง

อัมพร ม้าคนอง (2553, น. 39) กล่าวว่าการแก้ปัญหา หมายถึง การทำงานเพื่อหาคำตอบของสถานการณ์ ที่ต้องอาศัยกระบวนการที่ไม่ทราบล่วงหน้ามาก่อน ซึ่งการแก้ปัญหาถูกจัดให้เป็นทั้งทักษะและกระบวนการ โดยถูกจัดให้เป็นเป็นทักษะ ในส่วนของการทำความเข้าใจและการหาคำตอบของปัญหา ถูกจัดให้เป็นกระบวนการ ในส่วนของการวิเคราะห์และการวางแผนการแก้ปัญหาโดยใช้กลวิธีที่เหมาะสม

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2555ค, น. 7) กล่าวว่าการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ (Mathematical problem solving) หมายถึง กระบวนการในการประยุกต์ความรู้ทางคณิตศาสตร์ ขั้นตอน อัลกอริทึม ยุทธวิธีแก้ปัญหาที่เหมาะสม และอาศัยประสบการณ์เดิมที่ผู้เผชิญปัญหามีอยู่ เพื่อช่วยในการหาคำตอบของสถานการณ์

จากการศึกษาข้างต้นเห็นว่าคำว่าการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เป็นคำที่มีความหมายเฉพาะเจาะจงกว่าการแก้ปัญหา คือประกอบจากคำว่าการแก้ปัญหาและปัญหาทางคณิตศาสตร์ ดังนั้นผู้วิจัยจึงสรุปความหมายของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ว่าหมายถึงกระบวนการในการได้มาซึ่งคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ ซึ่งต้องอาศัยทั้งความรู้ประสบการณ์เดิม และทักษะ ที่ผู้เผชิญปัญหานั้น ๆ มีอยู่

1.4 ความสำคัญของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

การแก้ปัญหาเป็นจุดเน้นที่สำคัญในการจัดการศึกษาคณิตศาสตร์ของทั้งประเทศไทยและต่างประเทศ เช่น สภาครูคณิตศาสตร์แห่งชาติของสหรัฐอเมริกา (National Council of Teachers of Mathematics) กล่าวว่าการแก้ปัญหาควรถูกสอนควบคู่ไปกับการสอนเนื้อหาคณิตศาสตร์ในสาระทั้งห้า ซึ่งเป็นไปในทิศทางเดียวกันกับกระทรวงศึกษาประเทศสิงคโปร์ที่กล่าวว่าทักษะการแก้ปัญหาเป็นจุดเน้นสำคัญของการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ โดยมีมโนทัศน์ (Concepts) ทักษะ (Skill) กระบวนการ (Processes) อภิปัญญา (Metacognition) และทัศนคติ (Attitude) เป็นปัจจัยที่จำเป็นและส่งเสริมให้ผู้เรียนเกิดทักษะการแก้ปัญหา เช่นเดียวกับตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้แกนกลาง กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรังปรุง พ.ศ. 2560) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน กล่าวว่าการแก้ปัญหาเป็นกระบวนการที่ผู้เรียนควรเรียนรู้และฝึกฝน เพื่อเป็นทักษะพื้นฐานที่จะนำไปใช้ในชีวิตจริงได้ (Ministry of Education Singapore, 2012a, p. 14; The National Council of Teachers of Mathematics, 2000, p. 52; สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน, 2560, น. 44)

อัมพร ม้าคนอง (2553, น. 39) กล่าวว่า แม้การแก้ปัญหาจะเป็นกระบวนการที่ซับซ้อนและสอนได้ยาก แต่ครูผู้สอนจำเป็นต้องพัฒนาทักษะการแก้ปัญหาให้ผู้เรียน เพราะมีส่วนช่วยในการพัฒนาศักยภาพของผู้เรียนทั้งด้านกระบวนการคิดและทักษะ พัฒนาความสามารถในการเชื่อมโยง พัฒนาความสามารถของผู้เรียนในการเลือกใช้กลวิธีแก้ปัญหาอย่างเหมาะสม และยังทำให้ผู้เรียนได้มีประสบการณ์ในการแก้ปัญหาที่หลากหลาย

จากการศึกษาความสำคัญของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ จะเห็นได้ว่าการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ปรากฏเป็นตัวชี้วัดทั้งในหลักสูตรคณิตศาสตร์ของประเทศไทย ประเทศสิงคโปร์ และประเทศสหรัฐอเมริกา แสดงให้เห็นว่าการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์มีเป้าหมายสำคัญของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ซึ่งเป็นทักษะที่ครูต้องสอนควบคู่กันไปกับเนื้อหาทางคณิตศาสตร์ เพราะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เป็นทักษะที่ทำให้นักเรียนสามารถนำความรู้คณิตศาสตร์ไปใช้ได้จริงในชีวิตประจำวัน

1.5 ปัจจัยที่มีผลต่อความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

เลสเตอร์ (Lester, 1994, p. 665) ได้ศึกษาปัจจัยที่เกี่ยวข้องกับความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยอาศัยการพิจารณาความแตกต่างระหว่างนักแก้ปัญหาที่แก้ปัญหาได้ดี (Good problem solvers) และนักแก้ปัญหาที่แก้ปัญหาได้ไม่ดี (Poor problem solvers)

1) นักแก้ปัญหาที่แก้ปัญหาได้ดี มีความรู้ที่เชื่อมโยงกันและมีโครงสร้างทางปัญญา (Schema) ที่ดี

2) นักแก้ปัญหาที่แก้ปัญหาได้ดี จะมุ่งสนใจที่คุณลักษณะเชิงโครงสร้าง (Structural feature) ของปัญหา มากกว่าที่สนใจคุณลักษณะที่ผิวเผิน (Surface feature) ของปัญหา

3) นักแก้ปัญหาที่แก้ปัญหาได้ดี ทราบจุดแข็งและจุดอ่อนในด้านการแก้ปัญหาของตนเอง

4) นักแก้ปัญหาที่แก้ปัญหาได้ดี กำกับและติดตามผลของการแก้ปัญหา

5) นักแก้ปัญหาที่แก้ปัญหาได้ดี มีความประณีตในการแก้ปัญหามากกว่านักแก้ปัญหาที่แก้ปัญหาได้ไม่ดี

ฮัตฟิลด์ เอดเวิร์ดส์ บิตเทอร์ และมอร์โรว์ (Hatfield, Edwards, Bitter, & Morrow, 2000) กล่าวว่า ความสามารถทางด้านภาษาส่งเสริมต่อความสามารถในการแก้ปัญหา เพราะทำให้นักเรียนอ่านและทำความเข้าใจปัญหาได้ถูกต้อง ในทางกลับกัน หากผู้เรียนมีความสามารถทางด้านภาษาในระดับต่ำ แม้นักเรียนคนนั้นจะเลือกใช้ยุทธวิธีแก้ปัญหาหรือดำเนินการแก้ปัญหาได้อย่างถูกต้องเหมาะสมก็ตาม แต่เพราะผู้เรียนอาจเข้าใจปัญหาผิดไปซึ่งจะทำให้คำตอบของปัญหาที่ได้ไม่ถูกต้อง ซึ่งสอดคล้องกับเมเยอร์ (Mayer, 1985) ที่กล่าวว่าความสามารถทางปัญญาที่จำเป็นต่อทั้งการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่คุ้นเคยและปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ไม่คุ้นเคย มีด้วยกัน 5 ด้าน ซึ่งสอดคล้องกับกรอบแนวคิดการแก้ปัญหาของเมเยอร์เอง ได้แก่

1) **ความรู้ทางภาษา** (Linguistic knowledge) หมายถึง ความรู้ที่เกี่ยวกับภาษาที่หนึ่งของตนเอง เช่น ทราบส่วนประกอบของประโยค ทราบความหมายของคำศัพท์ที่หลากหลาย เป็นต้น

2) **ความรู้ด้านข้อเท็จจริง** (Factual knowledge) หมายถึง ความรู้เกี่ยวกับสิ่งต่าง ๆ รอบตัว เช่น มาตราวัด อัตราแลกเปลี่ยนเงินตรา เป็นต้น

3) **ความรู้ด้านโครงสร้างปัญญา** (Schema knowledge) หมายถึง ความรู้เกี่ยวกับประเภทของปัญหา

4) **ความรู้ด้านกลยุทธ์** (Strategic knowledge) หมายถึง ความรู้ในการพัฒนาและตรวจสอบแผนการที่ใช้แก้ปัญหา

5) **ความรู้ด้านอัลกอริทึม** (Algorithmic knowledge) หมายถึง ความรู้ด้านกระบวนการในการลงมือแก้ปัญหาตามแผนที่วางไว้ เช่น ความสามารถในการหาผลหารด้วยวิธีการหารยาว ความสามารถในการแบ่งครึ่งมุมโดยใช้วงเวียนและสันตรง เป็นต้น

เมเยอร์ (Mayer, 1998) มีความเห็นว่า นักเรียนที่ประสบความสำเร็จในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ไม่คุ้นเคย นอกจากนักเรียนผู้นั้นจะต้องมีความสามารถทางปัญญา (Cognitive) แล้วยังต้องมีองค์ประกอบอีก 2 องค์ประกอบ ได้แก่ อภิปัญญา (Metacognitive) และแรงจูงใจ (Motivation) โดยแต่ละองค์ประกอบมีบทบาทต่อการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ดังต่อไปนี้

1) **ความสามารถทางปัญญา** (Cognitive) มีบทบาททำให้นักเรียนลงมือแก้ปัญหาได้อย่างถูกต้องตามนิยาม หลักการและกฎทางคณิตศาสตร์ เข้าใจปัญหาได้อย่างถูกต้อง เช่น นักเรียนสามารถระบุความกว้างและความยาวของสี่เหลี่ยมด้านขนานสามารถดำเนินการทางคณิตศาสตร์เพื่อหาพื้นที่ของสี่เหลี่ยมด้านขนานได้ เป็นต้น

2) **อภิปัญญา** (Metacognitive) มีบทบาททำให้นักเรียนเลือกใช้ความรู้ที่มีได้อย่างถูกต้องเหมาะสม เพราะแม้นักเรียนจะมีความสามารถทางปัญญาที่ดี แต่หากไม่สามารถเลือกใช้ได้อย่างเหมาะสม ย่อมทำให้นักเรียนไม่สามารถแก้ปัญหาได้อย่างมีประสิทธิภาพ

3) **แรงจูงใจ** (Motivation) มีบทบาททำให้ผู้เรียนมีความสนใจ ไม่เมินเฉยต่อปัญหาทางคณิตศาสตร์ มีความรู้สึกอยากลงมือแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์นั้น ทำให้ปัญหานั้นเป็นปัญหาในมุมมองของนักเรียน

ในเวลาต่อมาเมเยอร์ (Mayer, 2013, p. 4) กล่าวว่าความสามารถในการแก้ปัญหาของผู้เรียนขึ้นอยู่กับความรู้ของผู้เรียน 5 ประเภท ดังต่อไปนี้

1) **ความรู้ทางด้านข้อเท็จจริง** (Facts) หมายถึง ความรู้เกี่ยวกับความเป็นไปของสิ่งต่าง ๆ ที่อยู่บนโลก เช่น กรุงเทพมหานครเป็นเมืองหลวงของประเทศไทย เป็นต้น

2) **ความรู้ทางด้านมโนทัศน์** (Concepts) หมายถึง ความรู้เกี่ยวกับการจัดหมวดหมู่ โครงสร้างทางปัญญา และการสร้างตัวแบบ เช่น การระบุความแตกต่างระหว่างพืชกับสัตว์ได้ การรู้หลักการทำงานของแบตเตอรี่ เป็นต้น

3) **ความรู้ทางด้านกระบวนการ** (Procedures) หมายถึง ความรู้เกี่ยวกับขั้นตอนเกี่ยวกับการดำเนินการต่าง ๆ โดยเฉพาะการคำนวณ เช่น ความรู้ในการหาผลหารโดยการตั้งหารยาว ความรู้ในการบวกลบเศษส่วนที่มีตัวส่วนไม่เท่ากัน เป็นต้น

4) **ความรู้ทางด้านกลยุทธ์** (Strategies) หมายถึง ความรู้เกี่ยวกับหลักการโดยทั่วไปที่ใช้ในการแก้ปัญหา เช่น การแบ่งปัญหาออกเป็นปัญหาย่อย การสร้างตาราง เป็นต้น

5) **ความเชื่อ** (Beliefs) หมายถึง ทัศนคติที่มีต่อตัวเองและทัศนคติที่มีต่อการแก้ปัญหา เช่น ความเชื่อในตัวเองว่า ฉันสามารถทำสิ่งนี้ได้ดี เป็นต้น

กูส์ สติลแมน และเวลล์ (Goos, Stillman, & Vale, 2007, pp. 37-38) ได้เสนอแผนภาพ ดังภาพประกอบ 2 เพื่อแสดงปัจจัยที่ส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และชี้ให้เห็นถึงความสัมพันธ์ระหว่างปัจจัยดังกล่าว ทั้งนี้ปัจจัยที่ส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ประกอบไปด้วย 6 ปัจจัย ดังนี้

1) **พื้นฐานความรู้** (Knowledge base) เช่น ความรู้เชิงสหัชญาณ ความรู้เกี่ยวกับข้อเท็จจริง ความรู้เกี่ยวกับคำศัพท์ คำนิยาม ความรู้เกี่ยวกับกระบวนการที่มีลักษณะเป็นแบบแผน และความรู้เกี่ยวกับอัลกอริทึม

2) **ความรู้เกี่ยวกับวิธีการ** (Heuristics) หมายถึงความรู้ที่เกี่ยวกับกลยุทธ์ที่ใช้ในการแก้ปัญหาที่ไม่คุ้นเคย อาทิ การค้นหาแบบรูป การแบ่งเป็นปัญหาย่อย

3) **อภิปัญญา** (Metacognition) ประกอบไปด้วยองค์ประกอบ 2 องค์ประกอบ

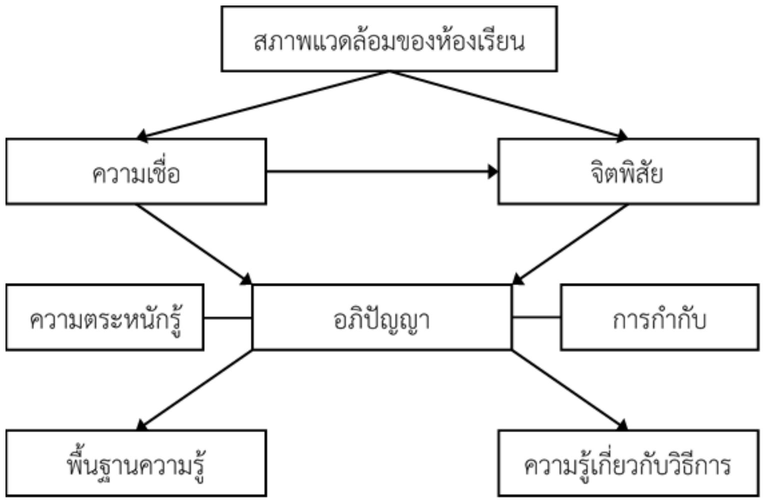
3.1) **ความตระหนักรู้** (Awareness) หมายถึงความสามารถในการรู้ในความสามารถและศักยภาพของตนเอง ทั้งจุดเด่นและจุดด้อย

3.2) **การกำกับ** (Regulation) หมายถึงความสามารถในการคิดขณะลงมือแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ สามารถคิดได้ว่าตนเองกำลังทำอะไร อยู่ในขั้นตอนใดของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

4) **ความเชื่อ** (Beliefs) หมายถึงมุมมองที่นักเรียนมีต่อวิชาคณิตศาสตร์

5) **จิตพิสัย** (Affects) หมายถึงแรงขับ แรงจูงใจ ความมั่นใจ ส่งผลให้นักเรียนมีความกล้าเสี่ยง กล้าลงมือแก้ปัญหา

6) **สภาพแวดล้อมของห้องเรียน** (Classroom environment) หมายถึงบรรยากาศในห้องเรียนในเชิงกายภาพ และบรรยากาศในห้องเรียนซึ่งเกิดจากครูสร้างขึ้น



ภาพประกอบ 2 แผนภาพแสดงปัจจัยที่ส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และความสัมพันธ์ระหว่างปัจจัย

ที่มา: Goos, M., Stillman, G., & Vale, C. (2007). *Teaching Secondary School Mathematics: Research and practice for the 21st century*. Australia: Allen & Unwin. p. 37.

อัมพร ม้าคนอง (2553, น. 39) กล่าวว่า การแก้ปัญหาเป็นกระบวนการที่ต้องอาศัยทั้งความรู้และทักษะหลากด้าน อาทิ ความรู้ในเนื้อหา (Content) ความรู้เกี่ยวกับขั้นตอนในการทำงาน (Procedure) ความสามารถในการคิดและประเมินการทำงานของตนเอง ประสบการณ์และเจตคติที่มีต่อการแก้ปัญหา ดังนั้นผู้เรียนควรจะมีทั้งความรู้ มีประสบการณ์ที่มากพอ สามารถคิดได้อย่างเป็นระบบ และมีการตัดสินใจที่ดี เพื่อทำให้ผู้เรียนจะมีทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ดี

เฉลิมสิน สิงห์สนอง (2560) ได้ศึกษาปัจจัยที่มีผลต่อความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 จำนวน 337 คน ผลการวิจัยพบว่า พฤติกรรมของครู ความภาคภูมิใจในตัวตนของนักเรียน เจตคติ แรงจูงใจใฝ่สัมฤทธิ์ และความตั้งใจเรียน มีผลต่อความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์โดยตรง ในขณะที่การรับรู้ความสามารถของตนเองของนักเรียน มีเป็นปัจจัยทางอ้อมในเชิงบวกที่มีต่อความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์

จากการศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง ผู้วิจัยพบว่ามีปัจจัยต่าง ๆ มากมายที่เกี่ยวข้องกับความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ผู้วิจัยจึงสรุปว่าปัจจัยที่ส่งเสริม

ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์มีด้วยกันหลายปัจจัย อาทิ ความรู้ทางด้านข้อเท็จจริง (Facts) ความรู้ทางด้านมโนทัศน์ (Concepts) ความรู้ทางด้านกระบวนการ (Procedures) ความรู้ทางด้านกลยุทธ์ (Strategies) ความรู้ทางด้านภาษา (Linguistic) อภิปัญญา (Metacognition) และความเชื่อ (Beliefs)

1.6 แนวทางการจัดการเรียนรู้ที่ส่งเสริมความสามารถในแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

เพื่อให้การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ผู้วิจัยออกแบบ มีคุณภาพและสามารถส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ให้กับผู้เรียนได้ ผู้วิจัยจึงศึกษาแนวทางและหลักการที่ใช้ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์จากเอกสารและงานวิจัย ดังต่อไปนี้

ซูวินีย์ (Souviney, 1994, p. 87) กล่าวว่า ครูควรจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ส่งเสริมความสามารถในแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ บูรณาการร่วมไปกับการสอนเนื้อหาคณิตศาสตร์โดยมีแนวทางดังต่อไปนี้

1) จัดบรรยากาศการเรียนรู้ที่กระตุ้นให้ผู้เรียนกล้าที่จะคิดและลองใช้วิธีการที่แปลกใหม่

2) ให้คุณค่าและความใส่ใจกับทุกคำตอบของผู้เรียน

3) ชื่นชมคำตอบของผู้เรียนทั้งในด้านความพยายามและความแปลกใหม่ที่คาดไม่ถึง

4) ประเมินความสามารถในการแก้ปัญหาของผู้เรียน

5) เปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้ทำงานร่วมกันเป็นกลุ่มหรือทำงานร่วมกับสมาชิกในครอบครัว

6) แนะนำวิธีการวางแผนการแก้ปัญหาอย่างเป็นระบบให้ผู้เรียน

7) ใช้คำถามนำที่เหมาะสมในแต่ละขั้นของกระบวนการแก้ปัญหา

โพซาเมนเทียและครูลิก (Posamentier & Krulik, 1998) และสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2555ค, น. 11-12) ได้ให้คำแนะนำว่า การสอนยุทธวิธีแก้ปัญหาให้นักเรียน เป็นแนวทางการจัดการเรียนรู้แนวทางหนึ่ง ที่ช่วยส่งเสริมความสามารถในแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยตัวอย่างยุทธวิธีแก้ปัญหาที่เป็นที่นิยมและมีประสิทธิภาพ มีดังนี้

1) การค้นหาแบบรูป (Finding a pattern)

2) การสร้างตาราง (Making a table)

3) การเขียนภาพหรือแผนภาพ (Making a drawing or visual representation)

4) การแจงกรณีที่เป็นไปได้ทั้งหมด (Accounting for all possibilities)

5) การคาดเดาและตรวจสอบ (Guessing and checking)

6) การทำงานแบบย้อนกลับ (Working backwards)

7) การเขียนสมการ (Writing an equation)

8) การเปลี่ยนมุมมอง (Adopting a different point of view)

9) การแบ่งเป็นปัญหาย่อย (Solving a simpler analogous problem)

10) การให้เหตุผลทางตรรกศาสตร์ (Logical reasoning)

11) การให้เหตุผลทางอ้อม (Indirect reasoning)

12) การจัดระบบข้อมูล (Organizing data)

13) การพิจารณากรณีสุดโต่ง (Considering extreme cases)

ฮอลตันและคลาร์ก (Holton & Clarke, 2006) กล่าวว่า ครูควรใช้คำถามนำทั้งช่วงก่อนนักเรียนลงมือแก้ปัญหา ขณะนักเรียนลงมือแก้ปัญหา และหลังจากนักเรียนแก้ปัญหาเสร็จแล้ว เพื่อช่วยแนะแนวทางให้นักเรียนดำเนินการตามกระบวนการแก้โจทย์ปัญหาได้อย่างมีประสิทธิภาพ

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2555ข, น. 204-206) กล่าวว่า ในปัจจุบันการเรียนการสอนแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ยังไม่ประสบความสำเร็จตามที่มุ่งหวังไว้ เพราะครูส่วนใหญ่ยังคงเลือกใช้แนวทางการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ ที่ไม่เอื้อต่อการพัฒนาความสามารถในแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน พร้อมเสนอแนวทางให้ครูใช้เป็นแนวทางในการออกแบบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ ที่เอื้อต่อการพัฒนาความสามารถในแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน ซึ่งสรุปเป็นแนวทางได้ดังต่อไปนี้

1) ปรับเปลี่ยนแนวทางการสอน โดยเปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้คิดด้วยตนเองมากกว่าคอยทำตามขั้นตอนที่ครูบอกเพียงอย่างเดียว

2) เมื่อครูให้นักเรียนลงมือแก้โจทย์ปัญหาด้วยตนเอง ครูควรให้เวลาที่มากพอกับนักเรียน โดยไม่รีบเฉลยปัญหา แต่อาจใช้การชี้แนะแบบกว้าง ๆ หรือใช้คำถามนำที่มีประสิทธิภาพเป็นเครื่องมือกระตุ้น

3) ครูควรสร้างแรงจูงใจให้นักเรียนรู้สึกอยากลงมือและคิดแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ด้วยตนเอง โดยอาจใช้สถานการณ์โจทย์ปัญหาที่อยู่ในความสนใจหรือเกี่ยวข้องกับชีวิตประจำวันของนักเรียน

4) ในช่วงแรกของการฝึกให้นักเรียนแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ครูไม่ควรมุ่งประเด็นไปที่ความถูกต้องของการแสดงวิธีทำมากนัก นักเรียนอาจได้เพียงคำตอบที่ถูกต้อง ครูมีหน้าที่ใช้คำถามกระตุ้นที่เหมาะสมเพื่อให้นักเรียนอธิบายถึงวิธีทำและที่มาในการได้มาซึ่งคำตอบนั้น

5) ครูเลือกระดับความยากของโจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ให้เหมาะสมกับความสามารถของนักเรียน โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ยากเกินไปอาจทำให้นักเรียนท้อแท้

6) ครูสนับสนุนให้เกิดปฏิสัมพันธ์ระหว่างนักเรียน โดยให้นักเรียนแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์หรือแต่งโจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ร่วมกันเป็นกลุ่ม

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2555ข, น. 177-178) กล่าวว่า ครูควรให้ความสำคัญในการปูพื้นฐานความรู้ ความเข้าใจเกี่ยวกับองค์ประกอบหลักอย่างเพียงพอควบคู่ไปกับการสอนเนื้อหาภายใต้บรรยากาศที่เป็นกันเอง เพื่อส่งเสริมบรรยากาศในทำโจทย์ปัญหาของผู้เรียน ในขณะที่อุปสรรคในการทำโจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของผู้เรียนมีดังต่อไปนี้

1) นักเรียนมีปัญหาในการอ่านและทำความเข้าใจปัญหา ทำให้นักเรียนแปลความหมาย เงื่อนไข หรือสิ่งที่โจทย์กำหนดไม่ถูกต้อง ซึ่งอาจรวมไปถึงการที่นักเรียนไม่สามารถระบุสิ่งที่โจทย์ต้องการ

2) นักเรียนขาดทักษะและความคล่องในการคำนวณ ทำให้เกิดปัญหาหลายประการ อาทิ คำนวณไม่ถูกต้อง หลงลืมเกี่ยวกับการทด ลืมเปลี่ยนเครื่องหมายของตัวดำเนินการทางคณิตศาสตร์ เป็นต้น

3) นักเรียนขาดความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับ กระบวนการหรือวิธีการที่ใช้ในการแก้โจทย์ปัญหา ซึ่งอาจทำให้นักเรียนเขียนประโยคสัญลักษณ์ไม่ถูกต้อง เขียนแสดงวิธีทำไม่ครบ เขียนแสดงวิธีทำวกวน สับสน ไม่เป็นขั้นเป็นตอน หรือใช้วิธีการหาคำตอบด้วยการเดาสุ่มอย่างไม่มีหลักการ

4) นักเรียนมีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ไม่เพียงพอ หรือมีมโนทัศนท์ทางคณิตศาสตร์ที่คลาดเคลื่อน เช่น ขาดความรู้หรือยังเข้าใจผิด เกี่ยวกับบทนิยาม กฎ ทฤษฎีบท และสมบัติทางคณิตศาสตร์ ที่จำเป็นต่อการแก้โจทย์ปัญหา

5) นักเรียนขาดความเป็นระเบียบเรียบร้อยในการเขียนวิธีทำ บางคนทำได้เพียงคัดลอกข้อความตามโจทย์ โดยไม่สื่อความหมายหรือแสดงความรู้ความเข้าใจใด ๆ ให้เห็น

6) นักเรียนเคยชินและยึดติดกับการแก้โจทย์ปัญหาด้วย การจำคำศัพท์คำสำคัญ ด้วยรูปแบบที่ตายตัว ไม่ยืดหยุ่น เช่น ถ้ามีคำว่า “เหลือ” จะใช้การลบ ถ้ามีคำว่า “เพิ่ม” จะใช้การบวก ถ้ามีคำว่า “เท่า” จะใช้การคูณ เป็นต้น โดยการจำเช่นนี้จะทำให้นักเรียนไม่สามารถแก้โจทย์ปัญหาที่มีใช้คำศัพท์หรือรูปแบบที่แตกต่างไปจากเดิมได้

7) นักเรียนขาดการฝึกฝนในการทำโจทย์ปัญหาและขาดความสนใจในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์

จากการศึกษาข้างต้น ผู้วิจัยจึงสรุปว่าแนวทางการจัดการเรียนรู้ที่ส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ คือ ควรเปิดโอกาสให้นักเรียนลงมือแก้ปัญหาด้วยตนเองหรือกับเพื่อนร่วมชั้น โดยให้เวลาอย่างเพียงพอ ซึ่งครูอาจใช้คำถามนำประกอบทั้งก่อน ระหว่าง และหลังกระบวนการแก้ปัญหาของนักเรียน ครูควรเลือกระดับความยากของแก้ปัญหาให้เหมาะสมเพื่อสร้างแรงจูงใจและทัศนคติที่ดีต่อการแก้ปัญหา สอนยุทธวิธีแก้ปัญหา การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ต้องเอื้อให้นักเรียนคิดคำนวณได้อย่างถูกต้อง คล่องแคล่ว และแม่นยำ รวมไปถึงเสริมสร้างมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ให้นักเรียน

1.7 กระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

กระบวนการแก้ปัญหา (Problem solving process) ที่ได้รับการยอมรับ และนำไปใช้อ้างอิงในงานวิจัยอย่างกว้างขวาง คือกระบวนการแก้ปัญหาตามแนวคิดของโพลยา (Polya, 1973, pp. 5-15) ดังภาพประกอบ 3 ซึ่งประกอบไปด้วยขั้นตอน 4 ขั้นตอน ดังนี้

ขั้นตอนที่ 1 ขั้นทำความเข้าใจปัญหา (Understand the problem)

เป็นขั้นตอนแรกของการแก้ปัญหา โดยการอ่านสถานการณ์เพื่อระบุสิ่งไม่ทราบค่า ข้อมูล และเงื่อนไขของปัญหา เพื่อทำความเข้าใจปัญหา นักเรียนอาจวาดแผนภาพประกอบเพื่อให้เข้าใจปัญหายิ่งขึ้น

ขั้นตอนที่ 2 ขั้นวางแผน (Devising a plan)

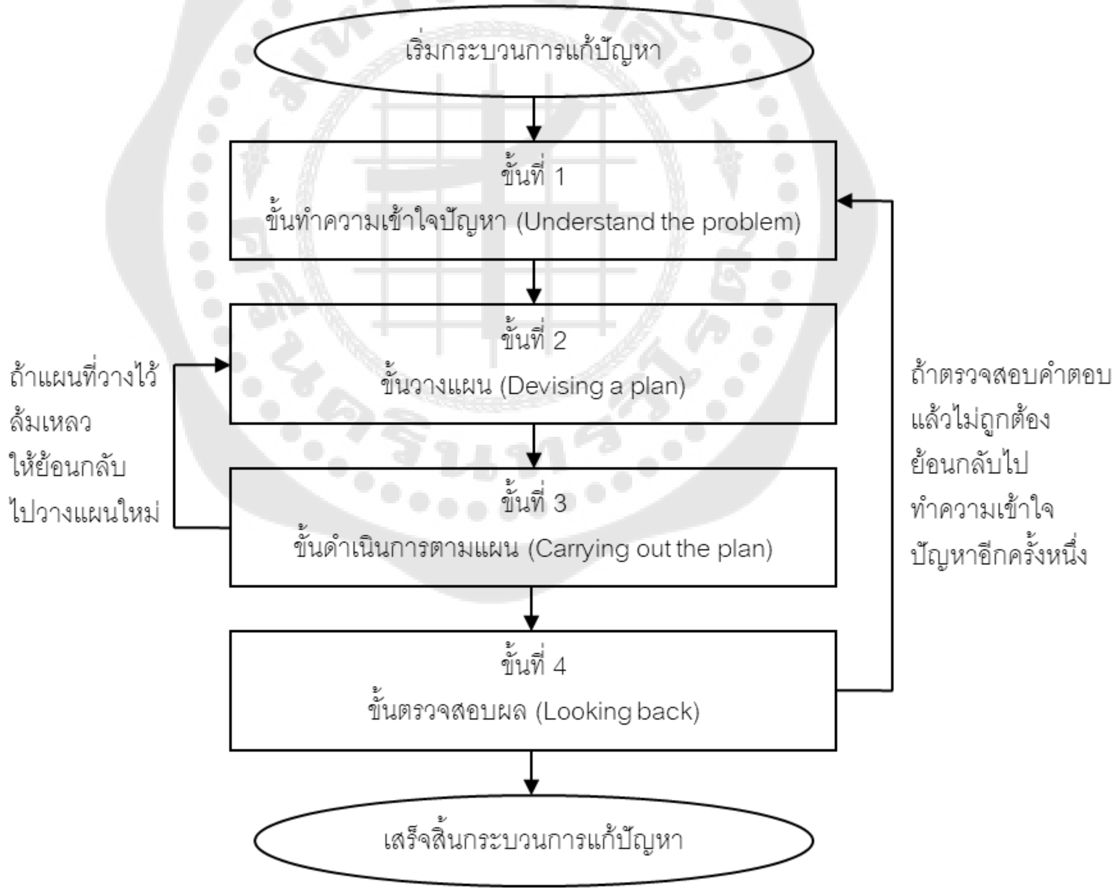
ขั้นตอนนี้เป็นการเชื่อมโยงข้อมูลที่มีและตัวไม่ทราบค่าเพื่อค้นหาแนวทางในการแก้ปัญหา ด้วยอาจเริ่มจากการนำวิธีแก้ปัญหาของสถานการณ์เดียวกันหรือคล้ายคลึงที่เคยพบเจอมาปรับใช้กับปัญหาที่กำลังเผชิญอยู่ รวบรวมทฤษฎีบทที่เกี่ยวข้องกับปัญหา นักเรียนอาจใช้กลวิธีในการแก้ปัญหาเพื่อช่วยในการวางแผนการแก้ปัญหา ประสบการณ์เดิมของผู้เรียนมีส่วนสำคัญอย่างยิ่งในขั้นวางแผน

ขั้นตอนที่ 3 ขั้นดำเนินการตามแผน (Carrying out the plan)

ขั้นตอนนี้เป็นการลงมือทำตามแผนที่วางไว้ โดยระหว่างลงมือแก้ปัญหานักเรียนควรพิจารณาความถูกต้องและความสมเหตุสมผลของหลักการหรือวิธีการที่ใช้ในขณะลงมือแก้ปัญหาด้วย

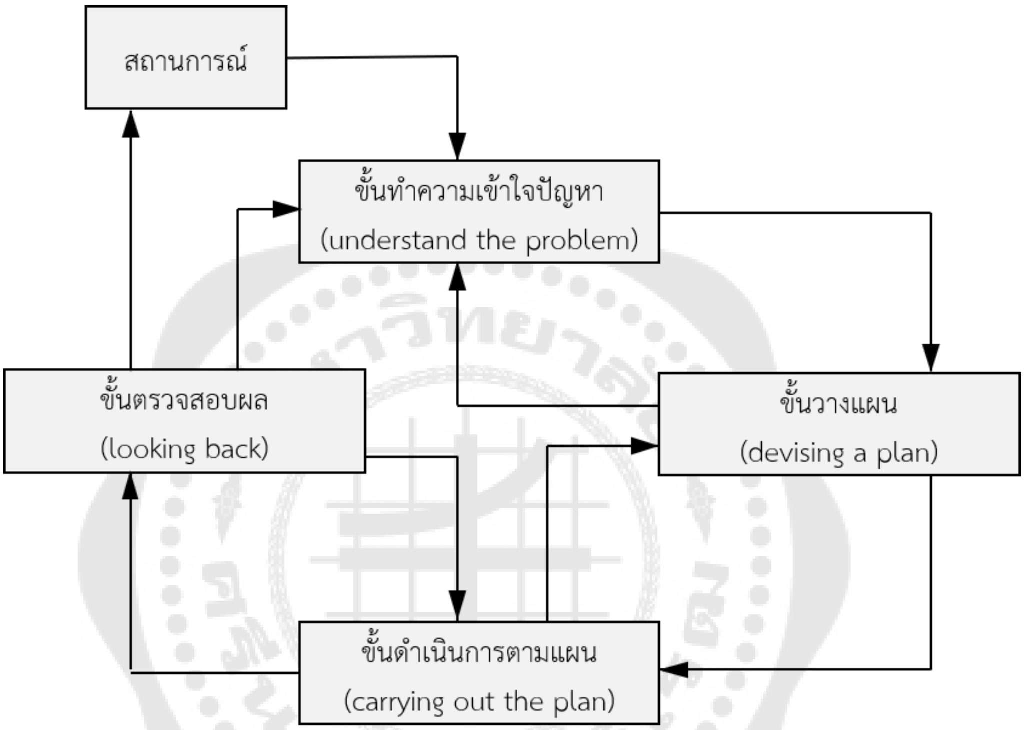
ขั้นตอนที่ 4 ขั้นตรวจสอบผล (Looking back)

ขั้นตอนนี้ต้องการตรวจสอบความถูกต้องและความสมเหตุสมผลของคำตอบ ประเมินประสิทธิภาพของวิธีการแก้ปัญหาที่นักเรียนใช้ ว่ามีประสิทธิภาพมากน้อยเพียงใด มีจุดเด่นหรือจุดด้อยอย่างไรบ้าง นอกจากนี้นักเรียนอาจคิดเพิ่มเติมด้วยการจินตนาการถึงการนำขั้นตอนและผลลัพธ์ของปัญหาที่ได้จากกระบวนการแก้ปัญหานี้ ไปใช้กับปัญหาอื่น ๆ ที่คล้ายคลึงกันได้อย่างไรบ้าง



ภาพประกอบ 3 แผนภาพแสดงกระบวนการแก้ปัญหาตามแนวคิดของโพลยา

ในภายหลังวิลสัน เฟอร์นันเดซ และฮาดาเวย์ (Wilson, Fernandez, & Hadaway, 1993) ได้เสนอกรอบแนวคิดของกระบวนการแก้ปัญหาที่มีความเป็นพลวัต (Dynamic) ดังภาพประกอบ 4 เพื่อแก้ไขความเข้าใจที่คลาดเคลื่อนที่คนส่วนใหญ่ มักเข้าใจว่ากระบวนการแก้ปัญหาของโพลยา ต้องมีการดำเนินการเป็นเส้นตรงเท่านั้น



ภาพประกอบ 4 แผนภาพแสดงกระบวนการแก้ปัญหาตามแนวคิดของวิลสันและคณะ

ที่มา: Wilson, J. W., Fernandez, M. L., & Hadaway, N. (1993). Mathematical Problem Solving. In P. S. Wilson (Ed.), *Research Ideas for the Classroom: High School Mathematics* (Chapter 4, pp. 57-77). New York: Macmillan.

จากการศึกษากระบวนการแก้ปัญหาของเมเยอร์ พบว่ากระบวนการแก้ปัญหาเป็นกระบวนการซึ่งซับซ้อนและมีหลายขั้นตอน แต่ละขั้นตอนต้องอาศัยประสบการณ์จากขั้นตอนก่อนหน้า และได้ระบุกระบวนการแก้ปัญหาและสมรรถนะที่จำเป็นในแต่ละขั้น ดังต่อไปนี้ (Alvi, Mursaleen, & Batool, 2016, pp. 87-89; Krawec, 2010, pp. 5-11; Mayer, 1985, pp. 131-147; 2003, pp. 73-87; กิตติพันธ์ วิบุลศิลป์, 2560, น. 27-28)

ขั้นตอนที่ 1 ขั้นสร้างตัวแทนของปัญหา (Problem Representation)

เป็นขั้นตอนของการแปลงปัญหาจากตัวอักษรเป็นตัวแทนภายในความคิด (Internal representation) ซึ่งประกอบไปด้วยขั้นตอนย่อย 2 ขั้นตอน ดังนี้

ขั้นตอนที่ 1.1 ขั้นแปลความปัญหา (Problem translation)

เป็นขั้นตอนแรกของการสร้างตัวแทนของปัญหา คือการทำความเข้าใจปัญหา ด้วยการแปลงปัญหาจากตัวอักษรเป็นตัวแทนภายในความคิด และในการที่ผู้แก้ปัญหาจะสามารถแปลความแต่ละประโยคของปัญหา ผู้แก้ปัญหาต้องใช้ความรู้ทางภาษา (Linguistic knowledge) และความรู้ด้านข้อเท็จจริง (Factual knowledge) ขั้นตอนนี้มีความสำคัญต่อการทำความเข้าใจปัญหาอย่างมาก มิเช่นนั้นหากผู้แก้ปัญหาเข้าใจผิดไป ย่อมทำให้การแก้ปัญหาครั้งนี้ได้ผลลัพธ์ที่ไม่ถูกต้อง

ขั้นตอนที่ 1.2 ขั้นบูรณาการข้อมูลจากปัญหาโดยใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ (Problem integration)

เป็นขั้นตอนที่ผู้แก้ปัญหาสร้างความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลของปัญหา ผู้แก้ปัญหาอาจใช้การวาดภาพตัวแทน (Visual or pictorial representation) เพื่อช่วยแสดงความสัมพันธ์ของปัญหาออกมาให้เห็นอย่างชัดแจ้ง ในขั้นตอนนี้ผู้ที่แก้ปัญหาต้องใช้มีความรู้ด้านโครงสร้างปัญญา (Schematic knowledge) คือสามารถระบุได้ว่าปัญหาที่เผชิญจัดเป็นปัญหาประเภทใด เกี่ยวข้องกับความรู้คณิตศาสตร์เรื่องใด

ขั้นตอนที่ 2 ขั้นวางแผน (Problem solution)

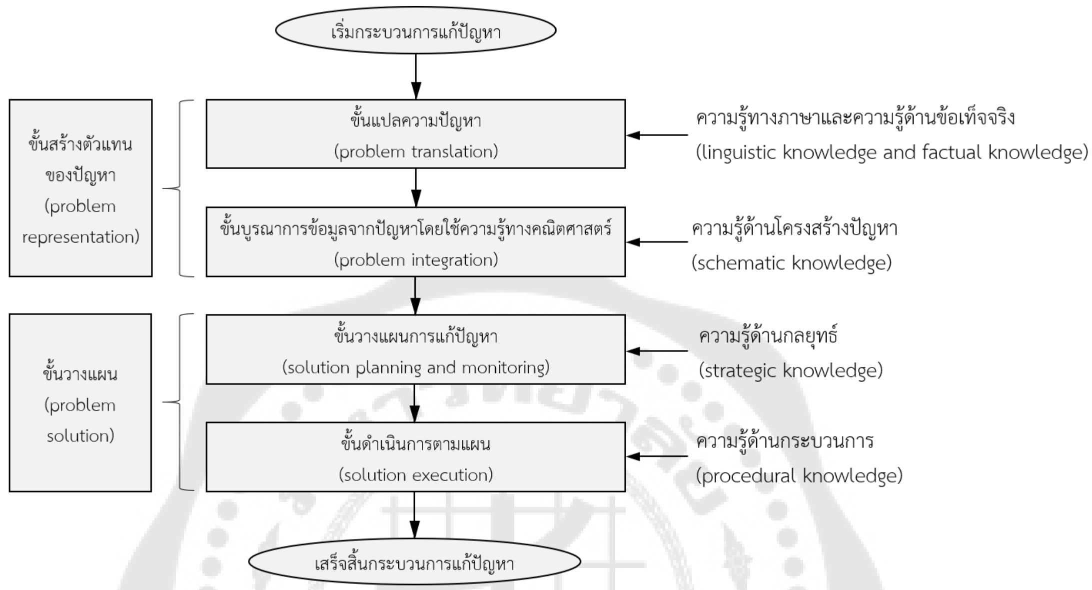
เป็นขั้นตอนของการใช้ความรู้และการดำเนินการทางคณิตศาสตร์กับตัวแทนภายในความคิดที่สร้างขึ้น เพื่อได้มาซึ่งคำตอบของปัญหา ซึ่งประกอบไปด้วยขั้นตอนย่อย 2 ขั้นตอน ดังนี้

ขั้นตอนที่ 2.1 ขั้นวางแผนการแก้ปัญหา (Solution planning and monitoring)

เป็นขั้นตอนของการตั้งสมมติฐานเพื่อเลือกแผนการแก้ปัญหาที่คาดว่าจะใช้แก้ปัญหาได้และอาจคาดการณ์คำตอบที่สมเหตุสมผลไว้ล่วงหน้า ตามข้อมูลที่ผู้แก้ปัญหาสร้างความสัมพันธ์ไว้ ในขั้นตอนนี้ผู้ที่แก้ปัญหาต้องใช้ความรู้ด้านกลยุทธ์ (Strategic knowledge) เช่น กลวิธีในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ประสบการณ์จากการแก้ปัญหาข้ออื่น

ขั้นตอนที่ 2.2 ขั้นดำเนินการตามแผน (Solution execution)

เป็นขั้นตอนที่ผู้แก้ปัญหาทำตามแนวทางการแก้ปัญหาที่ได้วางแผนไว้เพื่อหาคำตอบ ในขั้นตอนนี้ผู้ที่แก้ปัญหาต้องใช้ความรู้ด้านกระบวนการ (Procedural knowledge) โดยเฉพาะอย่างยิ่งอัลการิทึมการคำนวณ (Computational algorithm) เช่น ผู้แก้ปัญหาต้องสามารถหาผลรวมของ 3 และ 5 ซึ่งมีค่าเป็น 8 ได้ จากนั้นตรวจสอบความถูกต้องอีกครั้งหนึ่งเพื่อให้มั่นใจว่าคำตอบที่ได้นั้นถูกต้อง



ภาพประกอบ 5 แผนภาพแสดงกระบวนการแก้ปัญหาตามแนวคิดของเมเยอร์

จากการศึกษากระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ผู้วิจัยเลือกใช้กระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ตามแนวคิดของโพลยา (Polya, 1973, pp. 5-15) เพราะเป็นที่นิยม และใกล้เคียงกับคำแนะนำของหนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 เล่ม 2 ของสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี มีความสอดคล้องกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิด CPA โดยเฉพาะในส่วนของขั้นบูรณาการข้อมูลจากปัญหาโดยใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์

1.8 เครื่องมือที่ใช้ในการศึกษาความสามารถในแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

ผู้วิจัยได้ทำการศึกษาแนวทางการวัดและประเมินผล ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เพื่อใช้เป็นแนวทางในการสร้างเครื่องมือวิจัย แบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ดังต่อไปนี้

สเตลลาและนิโคล (Szetela & Nicol, 1992) ได้ให้เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหา ใช้การให้คะแนนแบบวิเคราะห์ (Analytic scoring) ดังตาราง 2

ตาราง 2 เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหา การให้คะแนนแบบวิเคราะห์ตามแนวคิดของสเตลลา และ นิโคล

คะแนน	ด้านการทำความเข้าใจปัญหา
0	ไม่ปรากฏร่องรอยในการทำความเข้าใจปัญหา
1	เข้าใจปัญหาผิดทั้งหมด
2	เข้าใจปัญหาผิดเป็นส่วนใหญ่
3	เข้าใจปัญหาผิดเป็นส่วนน้อย
4	เข้าใจปัญหาถูกต้องทั้งหมด
คะแนน	**ด้านการแก้ปัญหา**
0	ไม่ปรากฏร่องรอยในการแก้ปัญหา
1	วิธีแก้ปัญหาที่ใช้ผิดทั้งหมด
2	วิธีแก้ปัญหาที่ใช้ผิดเป็นบางส่วนใหญ่
3	วิธีแก้ปัญหาที่ใช้มีข้อผิดพลาดเล็กน้อย
4	วิธีแก้ปัญหาที่ใช้สามารถนำไปสู่คำตอบที่ถูกต้องได้ (โดยไม่พิจารณาการคำนวณ)
คะแนน	**ด้านคำตอบของปัญหา**
0	ไม่เขียนคำตอบ หรือคำตอบไม่ถูกต้อง เนื่องจากวิธีแก้ปัญหาที่ใช้ไม่เหมาะสม
1	คัดลอกคำตอบหรือคำนวณพลาด คำตอบถูกต้องบางส่วน หรือไม่อธิบายที่มา
2	คำตอบถูกต้อง

ที่มา: Szetela, W., & Nicol, C. (1992, May). Evaluating Problem Solving in Mathematics. *Educational Leadership, 49*(8), 42-45.

ชาร์ลส์ เลสเตอร์ และดาฟเฟอร์ (Charles et al., 1994, pp. 15-61) เสนอแนะแนวทางในการประเมินความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ไว้ 4 วิธี ดังนี้

1) การสังเกตและใช้คำถาม (Observing and questioning)

1.1) การสังเกต (Observing) เป็นการดูพฤติกรรมของนักเรียนขณะลงมือแก้ปัญหา ให้ข้อมูลเชิงคุณภาพที่เป็นประโยชน์แก่ผู้สอนได้ โดยผู้สอนควรเลือกสังเกตกลุ่มย่อยเพื่อให้ได้มาซึ่งข้อมูลเชิงลึก โดยการบันทึกข้อมูลที่ได้ขณะการสังเกตเพื่อนำไปประเมินผล

ในภายหลัง โดยอาจใช้แบบตรวจสอบรายการดังแสดงในภาพประกอบ 6 หรือแบบสังเกตดังแสดงในภาพประกอบ 7 เพื่อช่วยในการบันทึกข้อมูล

1.2) **การใช้คำถาม** (Questioning) ครูสามารถใช้คำถามเพื่อประเมินความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ในขณะนักเรียนกำลังใช้กระบวนการการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ในขั้นต่าง ๆ เช่น การใช้คำถาม “นักเรียนคิดว่าข้อมูลใดสำคัญที่สุดในข้อคำถามนี้” ขณะนักเรียนกำลังทำความเข้าใจปัญหา การใช้คำถาม “คำตอบนี้เป็นคำตอบของปัญหาหรือไม่ เพราะเหตุใด” ขณะนักเรียนกำลังตรวจสอบผล

แบบตรวจสอบรายการ สังเกตการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

ชื่อ ______________________________ วันที่ ______________

____ 1. ชอบแก้ปัญหา

____ 2. ทำงานร่วมกับสมาชิกอื่นภายในกลุ่ม

____ 3. มีส่วนร่วมในการเสนอความคิด

____ 4. มีความต่อเนื่อง มีสมาธิอยู่กับการแก้ปัญหา

____ 5. พยายามทำความเข้าใจบริบทของปัญหา

____ 6. สามารถนำข้อมูลจากปัญหามาใช้งานได้

____ 7. เลือกกลยุทธ์ที่อาจช่วยแก้ปัญหาได้

____ 8. มีความยืดหยุ่น พยายามลองใช้กลยุทธ์ที่แตกต่างออกไป (หากจำเป็น)

____ 9. มีการตรวจสอบคำตอบที่ได้

____ 10. สามารถอธิบายหรือวิเคราะห์ คำตอบและวิธีการที่ใช้

ภาพประกอบ 6 แบบตรวจสอบรายการ สังเกตการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

ที่มา: Charles, R., Lester, F., & Daffer, P. O. (1994). *How to evaluate progress in problem solving* (5th ed.). Virginia: National Council of Teacher of Mathematics. p. 18.

แบบสังเกตการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ แบบมาตรวัด

ชื่อ ______________________ วันที่ ______________

	บ่อยครั้ง	บางครั้ง	ไม่เคย
1. เลือกกลยุทธ์ที่เหมาะสมในการแก้ปัญหา	____	____	____
2. ดำเนินการตามกลยุทธ์ที่เลือกได้ถูกต้อง	____	____	____
3. ลองเปลี่ยนกลยุทธ์ที่ใช้แก้ปัญหา เมื่อกลยุทธ์เดิมใช้ไม่ได้ผล (โดยปราศจากการช่วยของครู)	____	____	____
4. ดำเนินการแก้ปัญหาอย่างเป็นระบบตามกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์	____	____	____
5. มีความมุ่งมั่นในการแก้ปัญหา	____	____	____
6. มีความมั่นใจในตัวเอง	____	____	____
7. มีความพยายามแก้ปัญหาอย่างไม่ลดละ	____	____	____

ภาพประกอบ 7 แบบสังเกตการการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ แบบมาตรวัด

ที่มา: Charles, R., Lester, F., & Daffer, P. O. (1994). *How to evaluate progress in problem solving* (5th ed.). Virginia: National Council of Teacher of Mathematics. p. 19.

2) **การใช้ข้อมูลจากการประเมินตนเองของผู้เรียน** (Using self-assessment data from students)

2.1) **การประเมินผลการปฏิบัติงานของผู้เรียนเอง** (Student report) เป็นการใช้ข้อคำถามเพื่อให้นักเรียนคิดย้อน และสะท้อนสิ่งที่ตนเองได้กระทำขณะลงมือแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เช่น “นักเรียนลงมือทำสิ่งใดเป็นอย่างแรก เมื่อเห็นข้อคำถาม” “นักเรียนรู้สึกอย่างไร ขณะลงมือแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์” เป็นต้น

2.2) **การใช้รายการคำถาม** (Inventory) ประกอบไปด้วยข้อคำถามสำหรับวัดทัศนคติที่มีต่อการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ อาจเป็นแบบตรวจสอบรายการหรือแบบสอบถามประเภทมาตรวัด

3) **การให้คะแนนแบบรูบริค** (Rubric scoring)

3.1) **การให้คะแนนแบบองค์รวม** (Holistic scoring) เป็นการประเมินผลความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยการให้คะแนนภาพรวมของกระบวนการ

แก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน เกณฑ์ที่ใช้ควรให้ความสำคัญกับกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่นักเรียนแสดงออก มากกว่าความถูกต้องของคำตอบ ครูอาจใช้การประเมินความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์รูปแบบอื่น ๆ ประกอบด้วย เช่น การสังเกตและการใช้คำถาม

3.2) **การให้คะแนนแบบวิเคราะห์** (Analytic scoring) เป็นการประเมินความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยการให้คะแนนในแต่ละขั้นตอนของกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน ประกอบไปด้วยการกำหนดขั้นตอนที่ต้องการประเมิน การกำหนดน้ำหนักขั้นตอนแต่ละขั้นตอน และกำหนดคะแนนให้พฤติกรรมที่นักเรียนแสดงในแต่ละขั้นตอน ยกตัวอย่างดังตาราง 3

ตาราง 3 เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหา การให้คะแนนแบบวิเคราะห์ตามแนวคิดของชาร์ลส์ และคณะ

คะแนน	**ด้านการทำความเข้าใจปัญหา**
0	เข้าใจปัญหาผิดทั้งหมด
1	เข้าใจปัญหาบางส่วนผิด
2	เข้าใจปัญหาทั้งหมด
คะแนน	**ด้านการวางแผนแก้ปัญหา**
0	ไม่ปรากฏร่องรอยในการแก้ปัญหา หรือใช้วิธีแก้ปัญหาที่ไม่เหมาะสม
1	วิธีแก้ปัญหาที่ใช้ยังบางส่วนไม่เหมาะสม
2	วิธีแก้ปัญหาที่ใช้สามารถนำไปสู่คำตอบที่ถูกต้องได้ หากดำเนินการอย่างถูกต้อง
คะแนน	**ด้านคำตอบของปัญหา**
0	ไม่เขียนคำตอบ หรือคำตอบไม่ถูกต้อง เนื่องจากวิธีแก้ปัญหาที่ใช้ไม่เหมาะสม
1	คัดลอกคำตอบหรือคำนวณพลาด คำตอบถูกต้องบางส่วน หรือไม่อธิบายที่มา
2	คำตอบถูกต้องทั้งหมด

ที่มา: Charles, R., Lester, F., & Daffer, P. O. (1994). *How to evaluate progress in problem solving* (5th ed.). Virginia: National Council of Teacher of Mathematics. p. 30.

4) **การใช้แบบทดสอบแบบเลือกตอบและแบบทดสอบแบบเติมคำ** (Multiple-choice and completion tests)

4.1) **แบบทดสอบแบบหลายตัวเลือก** (Multiple-choice test) เป็นแบบสอบซึ่งกำหนดข้อคำถามและตัวเลือก จากนั้นให้นักเรียนเลือกคำตอบที่ถูกต้องที่สุด การออกแบบตัวลวงควรสะท้อนถึงมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ที่บกพร่อง หรือข้อผิดพลาดของผู้เรียน ครูอาจอนุญาตให้นักเรียนเขียนอธิบายเหตุผลประกอบการเลือกตัวเลือกนั้น ๆ เพื่อเป็นข้อมูลเพิ่มเติม

4.2) **แบบทดสอบแบบเติมคำ** (Completion test) เป็นแบบสอบซึ่งกำหนดข้อคำถาม จากนั้นให้นักเรียนเขียนคำตอบด้วยตนเอง คำตอบอาจเป็นคำเพียงคำเดียว จำนวน วลี ประโยค หรือสัญลักษณ์ที่สอดคล้องกับสิ่งที่ข้อคำถามต้องการ

เรส์ (Reys, 1998, pp. 68-69) ได้กล่าวว่า การประเมินความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของผู้เรียนเป็นเรื่องที่ยาก การออกแบบและเลือกวิธีการประเมินต้องสอดคล้องกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ของผู้สอน พฤติกรรมของผู้เรียนที่สะท้อนถึงความสามารถในการแก้ปัญหา ได้แก่ ระบุปัญหา ใช้ยุทธวิธีแก้ปัญหาที่หลากหลาย แก้ปัญหา ตรวจสอบผลลัพธ์ที่ได้ โดยได้เสนอวิธีการที่ใช้ในการประเมินความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ไว้ทั้งสิ้น 4 แนวทาง ดังนี้

1) **การสังเกต** (Observation) กระทำในขณะที่ผู้เรียนกำลังลงมือแก้ปัญหาเป็นรายบุคคลหรือกลุ่มย่อย ครูสังเกตสิ่งที่นักเรียนปฏิบัติ ฟังสิ่งที่นักเรียนพูด และครูอาจใช้คำถามเพิ่มเติมเพื่อดูพฤติกรรมของนักเรียน จากนั้นบันทึกข้อมูลลงในแบบบันทึก

2) **การสัมภาษณ์** (Interviews) อาจเริ่มต้นด้วยการให้นักเรียนลงมือแก้ปัญหาประกอบการสัมภาษณ์ ครูอาจบันทึกภาพและเสียงขณะสัมภาษณ์ เพื่อให้ครูนำไปถอดเทปเพื่อเก็บเป็นข้อมูลในภายหลัง วิธีการเก็บข้อมูลโดยการสัมภาษณ์มีข้อดี คือ การแสดงพฤติกรรมของนักเรียน ไม่ได้รับผลกระทบจากความสามารถในการสื่อสารของนักเรียน

3) **แบบตรวจสอบรายการ** (Inventories and Checklists) เป็นเครื่องมือที่ใช้ประกอบการสังเกตและการสัมภาษณ์ ช่วยบันทึกว่าผู้เรียนปฏิบัติหรือไม่ปฏิบัติพฤติกรรมใด

4) **การสอบข้อเขียน** (Paper-and-Pencil Tests) เลือกใช้ปัญหาที่ท้าทายและน่าสนใจ นิยมใช้เพื่อศึกษาว่าผู้เรียนมีการปฏิบัติตามกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์หรือไม่

อาร์ทซ์และอามัวร์-ทอมัส (Artz & Armour-Thomas, 1992) ได้เขียนกรอบวิเคราะห์พฤติกรรมการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เพื่อจำแนกระหว่างพฤติกรรมการแก้ปัญหา

ด้านพุทธิพิสัย (Cognitive) และด้านอภิปัญญา (Metacognition) เมื่อสังเกตนักเรียนจากการแก้ปัญหาเป็นกลุ่มย่อย โดยจำแนกพฤติกรรมการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ออกเป็น 8 ขั้น ดังนี้

1. การอ่านปัญหา (Reading the problem) (ด้านพุทธิพิสัย)

คำอธิบาย: นักเรียนอ่านปัญหา

ตัวชี้วัด: สังเกตเห็นได้ว่านักเรียนแสดงพฤติกรรมการอ่านปัญหาด้วยตนเองทั้งแบบไม่ออกเสียงหรือออกเสียง หรือฟังการอ่านปัญหาของเพื่อนร่วมกลุ่ม

2. การทำความเข้าใจปัญหา (Understanding the problem) (ด้านอภิปัญญา)

คำอธิบาย: นักเรียนพิจารณาความรู้ที่เกี่ยวข้องกับปัญหา ทั้งด้านภาษา ด้านความหมายของคำ และด้านโครงสร้างปัญหา รวมถึงนักเรียนอธิบายหรือเรียบเรียงปัญหาใหม่ด้วยภาษาของตนเอง หรือเป็นปัญหาที่มีรูปแบบที่ต่างออกไป

ตัวชี้วัด: นักเรียนอาจแสดงพฤติกรรม ดังรายการต่อไปนี้

1) เรียบเรียงปัญหาใหม่เป็นภาษาของตนเอง

2) ซักถามเพื่อให้เข้าใจปัญหาได้ชัดเจนขึ้น

3) นำเสนอประเด็นสำคัญของปัญหา ด้วยการเขียนข้อมูลสำคัญ เขียนแผนภาพ หรือเขียนตาราง

4) เตือนตนเองถึงเงื่อนไขของปัญหา

5) บอกว่าตนเองเคยแก้ปัญหาที่มีลักษณะคล้ายคลึงกัน หรือสอบถามว่าเพื่อนร่วมกลุ่มเคยแก้ปัญหาในที่มีลักษณะคล้ายคลึงกัน มาแล้วหรือไม่

6) อภิปรายถึงการมีหรือขาดหายไปของข้อมูลที่จำเป็น

3. การวิเคราะห์ปัญหา (Analyzing the problem) (ด้านอภิปัญญา)

คำอธิบาย: นักเรียนจำแนกส่วนประกอบของปัญหา ระบุความสัมพันธ์ระหว่างสิ่งที่กำหนดให้กับเป้าหมาย

ตัวชี้วัด: นักเรียนมีความพยายามทำปัญหาให้ง่ายขึ้นหรือเปลี่ยนรูปแบบของปัญหา

4. การวางแผน (Planning) (ด้านอภิปัญญา)

คำอธิบาย: นักเรียนเลือกขั้นตอนหรือกลยุทธ์ที่ใช้ในการแก้ปัญหา และพิจารณาถึงความเป็นไปได้ของแผนการที่ใช้นั้น นอกจากนี้นักเรียนยังอาจเลือกใช้ตัวแบบ (Representation) เพื่อแสดงข้อมูลในปัญหา หรือประเมินวิธีการหรือกลยุทธ์ที่กำลังใช้

ในการแก้ปัญหาว่ามีความเหมาะสมหรือความเป็นไปได้ในการแก้ปัญหานั้นมากน้อยเพียงใด เพื่อประเมินว่าควรเปลี่ยนประเมินวิธีการหรือกลยุทธ์ที่ใช้แก้ปัญหาหรือไม่

ตัวชี้วัด: นักเรียนอธิบายวิธีการที่จะใช้แก้ปัญหา อาจอยู่ในรูปแบบของขั้นตอน กลยุทธ์ หรือระบุข้อมูลที่อาจเป็นประโยชน์

5a. การสำรวจ (Exploring) (ด้านพุทธิพิสัย)

คำอธิบาย: นักเรียนลงมือแก้ปัญหาที่ได้ โดยใช้วิธีการแบบลองผิดลองถูก (Trial-and-error)

ตัวชี้วัด: นักเรียนใช้การคำนวณหลายรูปแบบ โดยไม่ปรากฏแนวทางในการแก้ปัญหาที่ชัดเจน

5b. การสำรวจ (Exploring) (ด้านอภิปัญญา)

คำอธิบาย: นักเรียนติดตามผลการแก้ปัญหาของตนเองหรือเพื่อน ว่าควรจะหยุดดำเนินการหรือดำเนินต่อไป หากมีข้อค้นพบเพิ่มเติมอาจกลับไปวิเคราะห์ด้วยความหวังว่าว่าข้อค้นพบนั้นจะช่วยให้เข้าใจปัญหาได้ดีขึ้น

ตัวชี้วัด: นักเรียนอาจแสดงพฤติกรรมดังต่อไปนี้

1) นักเรียนถามตนเองหรือเพื่อนถึงสิ่งที่กำลังดำเนินการอยู่

2) นักเรียนให้คำแนะนำเพื่อนถึงสิ่งที่จะดำเนินการในขั้นต่อไป

3) นักเรียนประเมินว่าการแก้ปัญหา ดำเนินไปถึงขั้นตอนใดแล้ว

6a. การดำเนินการตามแผน (Implement) (ด้านพุทธิพิสัย)

คำอธิบาย: นักเรียนดำเนินการตามแผนที่เกิดขึ้นจากความเข้าใจของตนเอง ซึ่งขั้นการดำเนินการตามแผนมีความแตกต่างจากขั้นการสำรวจ เพราะในขั้นนี้มีการดำเนินการอย่างเป็นระบบมากขึ้น

ตัวชี้วัด: นักเรียนดำเนินการแก้ปัญหาตามแผนที่วางไว้อย่างเป็นระบบ

6b. การดำเนินการตามแผน (Implement) (ด้านอภิปัญญา)

คำอธิบาย: นักเรียนมีการกำกับ ตรวจสอบ ทบทวนการตัดสินใจการแก้ปัญหาที่ผ่านอย่างระมัดระวัง และพิจารณาข้อจำกัดด้านเวลาที่เหลืออยู่ประกอบการดำเนินการแก้ปัญหา

ตัวชี้วัด: ในระหว่างการดำเนินการตามแผน นักเรียนหยุดการดำเนินการนั้นเพื่อดูความคืบหน้าของการแก้ปัญหา เช่น การตรวจสอบเงื่อนไขที่โจทย์กำหนดว่า นำมาใช้อย่างครบถ้วนหรือไม่

7a. การตรวจสอบความถูกต้อง (Verifying) (ด้านพุทธิพิสัย)

คำอธิบาย: นักเรียนตรวจสอบความถูกต้องของคำตอบ เฉพาะส่วนของการคำนวณ

ตัวชี้วัด: นักเรียนลงมือคำนวณสิ่งที่คำนวณไปแล้วซ้ำอีกครั้ง

7b. การตรวจสอบความถูกต้อง (Verifying) (ด้านอภิปัญญา)

คำอธิบาย: นักเรียนประเมินคำตอบของปัญหาที่ได้ว่าสอดคล้องกับสถานการณ์ของปัญหาหรือไม่

ตัวชี้วัด: นักเรียนอาจแสดงพฤติกรรมดังต่อไปนี้

1) นักเรียนตรวจสอบความเป็นไปได้ของกระบวนการ

2) นักเรียนตรวจสอบความสอดคล้องระหว่างกระบวนการที่ใช้แก้ปัญหากับเงื่อนไขของปัญหา

3) นักเรียนอธิบายเพื่อนให้รู้ถึงที่มาของกระบวนการในการหาคำตอบที่ใช้

8. การดูและการฟัง (Watching and listening) (ไม่จำแนก)

คำอธิบาย: นักเรียนได้เรียนรู้การทำงานของเพื่อนร่วมกลุ่ม

ตัวชี้วัด: นักเรียนมีท่าทีฟังขณะเพื่อนรวมกลุ่มกำลังพูด หรือท่าทีดูขณะเพื่อนร่วมกลุ่มกำลังเขียน

ผลจากการศึกษา อาร์ทซ์และอามัวร์-ทอมัส พบว่าการลงมือแก้ปัญหาเป็นกลุ่มย่อยของนักเรียนจำแนกได้ 4 ลักษณะ ได้แก่

1) ทำงานเป็นรายบุคคล (Independent workers)

2) ทำงานร่วมกันเป็นกลุ่ม (Interdependent workers)

3) ทำงานแบบมีหนึ่งคนเป็นศูนย์กลาง (One-man show)

4) ทำงานเป็นจับเป็นกลุ่มย่อย (Combination)

ลีทซ์และเมา (Leitze & Mau, 1999) ได้สร้างแบบตรวจสอบรายการเพื่อเก็บข้อมูลพฤติกรรมการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ที่นักเรียนแสดงออกในเชิงประจักษ์ โดยได้แบ่งพฤติกรรมออกเป็น 3 กลุ่มพฤติกรรม ได้แก่ (1) อ่าน วิเคราะห์และสำรวจปัญหา (Read, analyze, and explore) (2) วางแผนและดำเนินการตามแผน (Plan and implement) และ (3) การตรวจสอบความถูกต้อง (Verify and evaluation) มีรายละเอียดแต่ละกลุ่มพฤติกรรม ดังแสดงในตาราง 4 ดังนี้

ตาราง 4 แบบตรวจสอบรายการเพื่อเก็บข้อมูลพฤติกรรมการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของลีทซ์และเมา

กลุ่มพฤติกรรม	พฤติกรรม
อ่าน วิเคราะห์ และสำรวจปัญหา	1 อ่านปัญหาอย่างรอบคอบ 2 เลือกจำนวนหรือข้อมูลที่เกี่ยวข้องได้ 3 เรียบเรียงปัญหาใหม่ 4 เขียนแผนภาพหรือบันทึกย่อ เพื่อจัดระเบียบข้อมูลของปัญหา 5 คาดเดาหรือประมาณ ผลลัพธ์ที่เป็นไปได้
วางแผนและดำเนินการตามแผน	6 วางแผนการคำนวณ 7 ดำเนินการตามแผนอย่างเป็นระบบ 8 ตระหนักในความถูกต้องของการคำนวณ 9 เขียนแสดงการคำนวณอย่างประณีต
การตรวจสอบความถูกต้อง	10 กำกับความถูกต้องของการลงมือแก้ปัญหา 11 ตรวจสอบการคำนวณและคำตอบ 12 เขียนข้อสรุป 13 สะท้อนผลที่ได้จากคำตอบ 14 สะท้อนประสบการณ์การเรียนที่ได้จากการแก้ปัญหา

ที่มา: Leitze, A. R., & Mau, S. T. (1999, February). Assessing problem-solving thought. *Mathematics Teaching in the Middle School, 4*(5), 305-311.

สำหรับงานวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยประเมินความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว โดยใช้ข้อสอบแบบแสดงวิธีทำ ตรวจให้คะแนนโดยใช้การให้คะแนนแบบวิเคราะห์ (Analytic scoring) ตามแนวทางของชาร์ลส์ และคณะ (Charles et al., 1994, pp. 29-41) และบันทึกพฤติกรรมการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยใช้แบบตรวจสอบรายการสำหรับสังเกตพฤติกรรมการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ซึ่งปรับปรุงจากกรอบแนวคิดการสังเกตพฤติกรรมการแก้ปัญหาของอาร์ทซ์และอามัวร์-ทอมัส (Artz & Armour-Thomas, 1992)

1.9 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

งานวิจัยต่างประเทศ

มาลอยและเอดเวิร์ด (Maloy & Edwards, 2010) ได้ใช้การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ 4MALITY (4-coach Mathematics Active Learning Intelligent Tutoring sYstem) ซึ่งเป็นระบบสอนแบบออนไลน์ซึ่งพัฒนาความใฝ่รู้ (Inquiry) และความสามารถในการแก้ปัญหาของนักเรียนระดับประถมศึกษาและระดับมัธยมศึกษา มีคุณสมบัติพิเศษคือเก็บข้อมูลพฤติกรรมการแก้ปัญหาของนักเรียน เช่น การขอคำใบ้แนะแนวทาง ระยะเวลาที่ใช้ในการแก้ปัญหา ผลการใช้งานการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ 4MALITY พบว่านักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 มีคะแนนการสอบวัดผล และความสามารถในการแก้ปัญหาเพิ่มขึ้น เทียบกับก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญที่ระดับ .01

ปราตามาและเซเตียนนิงรัม (Pratama & Setyaningrum, 2018) ได้ใช้การจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้เกมเป็นฐาน (Game-based learning) กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เรื่องเรขาคณิตบนระนาบ พบว่านักเรียนที่ใช้กิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้เกมเป็นฐาน มีความสามารถในการแก้ปัญหาสูงกว่านักเรียนที่ใช้การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแบบเรียน และนักเรียนที่ใช้กิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้เกมเป็นฐานมีความสามารถในการแก้ปัญหาหลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน

งานวิจัยในประเทศ

มัณฑนา พรมรักษ์ (2556) ได้ศึกษาผลของการสอนคณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลการแก้ปัญหาที่เน้นกระบวนการกำกับทางปัญญา (Problem solving model of metacognitive process) ที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 พบว่าหลังเรียน นักเรียนกลุ่มทดลองมีความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์สูงกว่าซึ่งได้รับการสอนแบบปกติ และมีความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน คาดว่าเป็นเพราะกระบวนการของโมเดลการแก้ปัญหาที่เน้นกระบวนการกำกับทางปัญญาเป็นกระบวนการซึ่งทำให้นักเรียนตระหนักถึงขั้นตอน ทักษะ ยุทธวิธีที่ใช้อยู่เสมอ อันเป็นปัจจัยของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้สำเร็จ

กิตติพันธ์ วิบุลศิลป์ (2560) ใช้การจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบกลับทาง (Flipped classroom) ร่วมกับการเรียนรู้เชิงรุก (Active learning) กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 เรื่องฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียลและฟังก์ชันลอการิทึม โดยมีกลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 สังกัดสำนักงานศึกษาธิการจังหวัดสุพรรณบุรี จังหวัดสุพรรณบุรี ที่มีความพร้อมทางด้านเทคโนโลยีเพื่อให้นักเรียนสามารถเข้าถึงวีดิทัศน์ที่ผู้วิจัยจัดทำขึ้นได้ ผลการศึกษาพบว่านักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบกลับทางร่วมกับการเรียนรู้เชิงรุก มีความสามารถ

ในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์และความสามารถในการคิดอย่างมีวิจารณญาณ หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

พศุตม์ ชูศักดิ์ (2561) ได้ศึกษาความสามารถในการแก้ปัญหา เรื่องอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ผ่านการจัดกิจกรรมการตั้งปัญหา กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ผลการศึกษาพบว่านักเรียนมีความสามารถในการแก้ปัญหาอยู่ในระดับที่ยอมรับได้เกินร้อยละ 60 และนักเรียนแสดงพฤติกรรมการแก้ปัญหา 3 ด้าน ได้แก่ การทำความเข้าใจปัญหา การสำรวจและวางแผนแก้ปัญหา และการนำไปใช้

วิรัลยุพา คงภักดี (2561) ได้ศึกษาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ผ่านการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้วิธีการแบบเปิด (Open Approach) กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ซึ่งเป็นงานวิจัยเชิงปริมาณและเชิงคุณภาพ โดยผลการศึกษาเชิงปริมาณพบว่านักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้วิธีการแบบเปิดมีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์สูงกว่าก่อนเรียน และมีนักเรียนอย่างร้อยละ 60 ที่มีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ผ่านเกณฑ์ร้อยละ 60 ซึ่งสอดคล้องกับผลการศึกษาเชิงคุณภาพ ที่ศึกษาพฤติกรรมการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และพบว่านักเรียนมีพฤติกรรมระบุเงื่อนไขของปัญหา วางแผนก่อนลงมือแก้ปัญหา เขียนอธิบายขั้นตอนการแก้ปัญหาได้ดี มีการให้เหตุผลประกอบ รวมถึงมีการตรวจสอบความสมเหตุสมผลของคำตอบและอภิปรายวิธีการที่ใช้ในการแก้ปัญหามากขึ้น

2. เอกสารที่เกี่ยวข้องกับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน

ในการศึกษาเกี่ยวกับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ผู้วิจัยได้ศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ทั้งในประเทศและต่างประเทศ ดังรายละเอียดต่อไปนี้

2.1 ความหมายของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน

นักการศึกษาทั้งในประเทศและต่างประเทศจำนวนหลายท่าน ต่างให้ความหมายของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนไว้อย่างหลากหลายมุมมอง ดังนี้

พจนานุกรมศัพท์ศึกษาศาสตร์ ฉบับราชบัณฑิตยสถาน ได้ให้ความหมายของคำว่า Achievement ไว้ 2 ความหมาย โดยความหมายแรกแปลว่าเป็นไทยได้ว่าผลสัมฤทธิ์ ซึ่งหมายถึงผลการเรียนรู้ที่วัดหรือเทียบจากเกณฑ์ที่กำหนด โดยใช้แบบทดสอบหรือเครื่องมือที่เหมาะสมและอีกความหมายคือ ความสำเร็จ หมายถึง ผลการบริหารจัดการที่บรรลุเป็นไปตามวัตถุประสงค์และมีคุณค่าตามเกณฑ์ที่กำหนด (ราชบัณฑิตยสถาน, 2555, น. 9)

ศิริชัย กาญจนวาสี (2556, น. 166) และโชติกา ภาษีผล (2559, น. 55) กล่าวในทำนองเดียวกันว่า ผลสัมฤทธิ์หรือผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน (Achievement) หมายถึง ความสามารถอันเป็นผลมาจากประสบการณ์การเรียนรู้ ที่ผู้เรียนได้รับจากการเรียนการสอน ในช่วงเวลาใดเวลาหนึ่งที่ผ่านมา โดยปกติแล้วนิยมวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ด้วยวิธีการสอบ

เฟรย์ (Frey, 2015, p. 74) ให้ความหมายผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน (Achievement) ว่าหมายถึง สิ่งที่ผู้เรียนได้ทราบและเป็นอยู่ ในขณะที่วัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน

วิลสัน (Wilson, 1971) ให้ความหมายของคำว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ว่าหมายถึง ความสามารถทางด้านปัญญา (Cognitive domain) ในการเรียนคณิตศาสตร์ อันเป็นผลลัพธ์ที่คาดหวังจากการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ซึ่งจะถูกประเมินเป็นระดับความสามารถ

จากการศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ผู้วิจัยสามารถสรุปได้ว่าผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ หมายถึงความสามารถทางด้านปัญญาของผู้เรียน ที่เป็นจุดมุ่งหมาย และเป็นผลมาจากการจัดกิจกรรมการเรียนรู้รายวิชาคณิตศาสตร์

2.2 การแบ่งระดับพฤติกรรมการเรียนรู้ด้านพุทธิพิสัย

การกำหนดจุดมุ่งหมายทางการศึกษาตามแนวคิดของบลูม (Bloom’s taxonomy) สามามารถแบ่งได้เป็น 3 ด้าน ได้แก่ ด้านพุทธิพิสัย (Cognitive Domain) ด้านจิตพิสัย (Affective Domain) และด้านทักษะพิสัย (Psychomotor Domain) โดยจุดมุ่งหมายทางการศึกษาด้านพุทธิพิสัยสามารถแบ่งได้เป็น 6 ด้าน ได้แก่ ความจำ (Knowledge) ความเข้าใจ (Comprehension) การนำไปใช้ (Application) การวิเคราะห์ (Analysis) การสังเคราะห์ (Synthesis) และการประเมินค่า (Evaluation) (โชติกา ภาษีผล, 2559; ศิริชัย กาญจนวาสี, 2556, น. 3-4)

ในเวลาต่อมา วิลสัน (Wilson, 1971) ได้ปรับปรุงการกำหนดจุดมุ่งหมายทางการศึกษาตามแนวคิดของบลูม จากเดิมเป็นการกำหนดจุดมุ่งหมายทางการศึกษาในภาพรวม โดยไม่เจาะจงเนื้อหาวิชาใดวิชาหนึ่งโดยเฉพาะ พัฒนาเป็นการกำหนดจุดมุ่งหมายทางการศึกษาให้สอดคล้องกับเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์โดยเฉพาะ พร้อมแนะแนวทางในการเขียนตารางวิเคราะห์ข้อสอบวิชาคณิตศาสตร์ และแบ่งพฤติกรรมการเรียนรู้ด้านพุทธิพิสัยออกเป็น 4 ระดับ ซึ่งระดับพฤติกรรมการเรียนรู้ที่สูงกว่ามักอาศัยพฤติกรรมการเรียนรู้ขั้นต่ำกว่า โดยพฤติกรรมการเรียนรู้ด้านพุทธิพิสัยทั้ง 4 ระดับ ได้แก่

1) **การคำนวณ** (Computation) เป็นพฤติกรรมการเรียนรู้ที่มีความซับซ้อนน้อยที่สุด เพราะนักเรียนไม่ต้องใช้การตัดสินใจในการใด ๆ ใช้เพียงการเรียกคืนความจำเท่านั้น

1.1) **ความรู้เกี่ยวกับข้อเท็จจริง** (Knowledge of specific facts) เป็นความสามารถในการบอกข้อเท็จจริงที่ได้เรียนไปแล้วหรือใกล้เคียงกับที่ได้เรียนไปแล้วอย่างยิ่ง รวมไปถึงความรู้พื้นฐานที่ได้เรียนมาแล้วในระดับชั้นก่อนหน้า เช่น นักเรียนระดับมัธยมศึกษาควรมีความรู้เกี่ยวกับจำนวน เพราะเป็นความรู้พื้นฐานที่ได้เรียนมาแล้วตั้งแต่ระดับประถมศึกษา

1.2) **ความรู้เกี่ยวกับบทนิยาม** (Knowledge of terminology) เป็นความสามารถในการเข้าใจความหมายของคำศัพท์หรือบทนิยามต่าง ๆ เช่น รู้ว่ามุมแหลม มุมฉาก และมุมป้าน มีลักษณะอย่างไร ทั้งความรู้เกี่ยวกับข้อเท็จจริงและความรู้เกี่ยวกับบทนิยามต่างก็เป็นสิ่งจำเป็นต่อการมีพฤติกรรมการเรียนรู้ในระดับที่สูงขึ้น

1.3) **ความสามารถในการทำตามอัลกอริทึม** (Ability to carryout algorithms) เป็นความสามารถในการใช้ข้อเท็จจริงและบทนิยาม คิดคำนวณตามอัลกอริทึมที่ได้เรียนมาแล้วอย่างเห็นได้ชัด ไม่ยากต่อการตัดสินใจเพื่อเลือกอัลกอริทึมที่เหมาะสม เช่น อัลกอริทึมการคำนวณทางเลขคณิต การแบ่งส่วนของเส้นตรงเป็นสองส่วนที่เท่ากัน การแก้สมการเชิงเส้น

2) **ความเข้าใจ** (Comprehension) ความเข้าใจเป็นพฤติกรรมการเรียนรู้ที่ซับซ้อนกว่าการคำนวณ โดยนักเรียนต้องสามารถค้นคืนมโนทัศน์ แปลงส่วนประกอบของปัญหาจากแบบหนึ่งไปสู่อีกแบบหนึ่งได้ โดยระดับพฤติกรรมขั้นความเข้าใจนี้ไม่รวมถึงการนำมโนทัศน์ไปใช้งาน

2.1) **ความรู้เกี่ยวกับมโนทัศน์** (Knowledge of concepts) มโนทัศน์เป็นแนวคิดซึ่งประกอบมาจากคุณสมบัติ (Attribute) ซึ่งเป็นข้อเท็จจริงหลายข้อเท็จจริงมาประกอบกันเป็นมโนทัศน์เรื่องหนึ่ง ๆ มโนทัศน์จึงเป็นสิ่งที่เป็นนามธรรม และนักเรียนต้องอาศัยการตัดสินใจในการระบุว่าสิ่งใดที่สอดคล้องกับมโนทัศน์และสิ่งใดที่ไม่สอดคล้องกับมโนทัศน์และด้วยเหตุนี้ความรู้เกี่ยวกับมโนทัศน์จึงมีความซับซ้อนมากกว่าความรู้เกี่ยวกับข้อเท็จจริง

2.2) **ความรู้เกี่ยวกับหลักการ กฎ และข้อสรุปที่เป็นกรณีทั่วไป** (Knowledge of principle, rules, and generalization) หมายถึงความรู้ในการนำหลักการ กฎ และข้อสรุปที่เป็นกรณีทั่วไป ไปสัมพันธ์กับองค์ประกอบของปัญหา อันเป็นสิ่งที่ผู้เรียนพึงกระทำได้จากการเรียนรู้ อย่างไรก็ตามหากข้อคำถามถามในหลักการ กฎ และข้อสรุปที่เป็นกรณีทั่วไปที่นักเรียนพบเห็นเป็นครั้งแรก คำถามนั้นอาจถูกจัดเป็นพฤติกรรมการเรียนรู้ระดับการวิเคราะห์

2.3) **ความรู้เกี่ยวกับโครงสร้างคณิตศาสตร์** (Knowledge of mathematical structure) หมายถึงความรู้เกี่ยวกับสมบัติของระบบจำนวนและสมบัติของ

โครงสร้างทางพีชคณิต บ่อยครั้งที่ผู้สอนมักเข้าใจผิดและใช้ข้อคำถามที่ใช้วัดเพียงความรู้เกี่ยวกับบทนิยามไปวัดความรู้เกี่ยวกับโครงสร้างคณิตศาสตร์ของผู้เรียน

2.4) **ความสามารถในการแปลงปัญหาจากแบบหนึ่งไปสู่อีกแบบหนึ่ง (Ability to transform problem elements from one mode to another)** หมายถึงความสามารถในการแปลงรูปแบบของปัญหาจากภาษา (Verbal description) เป็นภาพตัวแทน (Pictorial representation) หรือสัญลักษณ์ (Notation) ซึ่งรวมไปถึงการแปลงรูปแบบของปัญหาย้อนกลับด้วยเช่นกัน แต่ไม่ครอบคลุมถึงการลงมือแก้ปัญหา

2.5) **ความสามารถในการเข้าใจการให้เหตุผล** (Ability to follow a line of reasoning) หมายถึง ความสามารถในการเข้าใจในเรื่องราวที่เกี่ยวกับคณิตศาสตร์ผ่านการอ่านหรือการฟัง ซึ่งอาศัยความสามารถในการเข้าใจการให้เหตุผล ด้วยเหตุนี้ความสามารถในการอ่านเรื่องราวที่เกี่ยวกับคณิตศาสตร์จึงแตกต่างจากความสามารถในการอ่านเรื่องราวทั่วไป

2.6) **ความสามารถในการอ่านและตีความปัญหาทางคณิตศาสตร์ (Ability to read and interpret a mathematics problem)** ไม่ครอบคลุมถึงการลงมือแก้ปัญหา แต่การอ่านและตีความโจทย์ปัญหาเป็นจุดเริ่มต้นในการแก้ปัญหา ตัวอย่างข้อคำถามที่ใช้วัดพฤติกรรมในระดับนี้ เช่น ระบุสิ่งที่โจทย์กำหนด ตีความสิ่งที่โจทย์กำหนดซึ่งอาจอยู่ในรูปของข้อความ ข้อมูลทางสถิติ หรือกราฟ ระบุสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ ทั้งนี้การอ่านเรื่องราวที่เกี่ยวกับคณิตศาสตร์และปัญหาทางคณิตศาสตร์ต้องอาศัยทักษะที่สูงกว่าการอ่านเรื่องราวทั่วไป

3) **การนำไปใช้** (Application) การนำไปใช้เป็นความสามารถในการตอบสนองอย่างเป็นลำดับซึ่งอาศัยการค้นคืนความรู้ที่เกี่ยวข้อง การเลือกใช้การดำเนินการที่เหมาะสมและลงมือปฏิบัติตามการดำเนินการนั้นได้ โดยอยู่ภายใต้สถานการณ์ที่นักเรียนถูกฝึกมาแล้ว

3.1) **ความสามารถในการแก้ปัญหาที่คุ้นเคย** (Ability to solve routine problem) เป็นความสามารถในการลงมือแก้ปัญหาที่คล้ายคลึงกับปัญหาที่นักเรียนเคยเผชิญในห้องเรียน ซึ่งต้องอาศัยความสามารถในระดับพฤติกรรมการคำนวณและความเข้าใจ อย่างไรก็ตามหากปัญหาที่นักเรียนเผชิญไม่คล้ายคลึงกับปัญหาที่ใช้สอนในห้องเรียน พฤติกรรมการเรียนรู้จะถูกจัดอยู่ในระดับความสามารถในการแก้ปัญหาที่ไม่คุ้นเคย เพราะนักเรียนไม่ทราบถึงวิธีการที่ใช้แก้ปัญหาได้ในทันที

3.2) **ความสามารถในการสร้างข้อเปรียบเทียบ** (Ability to make comparisons) นักเรียนต้องใช้ความรู้เกี่ยวกับบทนิยาม มโนทัศน์ หลักการ กฎ และโครงสร้างทางคณิตศาสตร์ เพื่อเป็นข้อมูลในการระบุความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลตั้งแต่ 2 ข้อมูลขึ้นไป

3.3) **ความสามารถในการวิเคราะห์ข้อมูล** (Ability to analyze data) เป็นความสามารถในการแบ่งปัญหาออกเป็นส่วน ๆ เพื่อจำแนกข้อมูลที่จำเป็นและข้อมูลที่ไม่จำเป็นออกจากกัน มีข้อมูลที่ขาดหายหรือไม่ มีปัญหาที่เคยแก้ได้สำเร็จที่คล้ายคลึงกับปัญหาที่กำลังเผชิญอยู่หรือไม่ นอกจากนี้ยังรวมไปถึงความสามารถในในการอ่านและตีความข้อมูลเพื่อนำมาสร้างข้อสรุป

3.4) **ความสามารถในการรับรู้ถึงแบบรูป ความเป็นโครงสร้างเดียวกันและความสมมาตรกัน** (Ability to recognize pattern, isomorphism, and symmetries) เป็นความสามารถที่ผู้เรียนสามารถระบุความคล้าย สมบัติที่มีร่วมกัน หรือแบบรูป ของชุดข้อมูลที่กำหนดให้ ในประเด็นที่นักเรียนเคยได้เรียนมาแล้ว

4) **การวิเคราะห์** (Analysis) การวิเคราะห์เป็นพฤติกรรมการเรียนรู้ที่อยู่ในระดับสูงสุด นักเรียนสามารถนำความรู้และมโนทัศน์ไปใช้แก้ปัญหาในบริบทที่ไม่คุ้นเคย โดยนักเรียนอาจต้องใช้การค้นพบความสัมพันธ์และแบบรูปช่วยแก้ปัญหา

4.1) **ความสามารถในการแก้ปัญหาที่ไม่คุ้นเคย** (Ability to solve nonroutine problems) คือความสามารถในการแก้ปัญหาที่นักเรียนไม่เคยพบเจอมาก่อน อัลกอริทึมที่นักเรียนเคยใช้ไม่สามารถนำมาใช้กับปัญหานี้ได้โดยตรง การที่นักเรียนจะมีความสามารถเช่นนี้ได้ ผู้เรียนต้องมีความรู้เกี่ยวกับบทนิยาม มโนทัศน์ หลักการ กฎ และโครงสร้างทางคณิตศาสตร์ เป็นอย่างดี ประกอบกับความคิดสร้างสรรค์และการใช้กลวิธีการแก้ปัญหาต่าง ๆ

4.2) **ความสามารถในการค้นพบความสัมพันธ์** (Ability to discover relationships) มีความคล้ายคลึงกับพฤติกรรมการเรียนรู้ขั้นความสามารถในการรับรู้ถึงแบบรูป ความเป็นโครงสร้างเดียวกัน และความสมมาตรกัน เพียงแต่ในขั้นนี้เป็นการค้นพบความสัมพันธ์ใหม่ซึ่งผู้เรียนไม่เคยได้พบเห็นมาก่อน

4.3) **ความสามารถในการแสดงการพิสูจน์** (Ability to construct proofs) คือความสามารถในการเขียนแสดงการพิสูจน์ขึ้นเองโดยใช้ภาษาคณิตศาสตร์ที่เป็นทางการ ไม่ใช่เพียงแค่การเลียนแบบหรือการจำการพิสูจน์ที่นักเรียนเคยได้เห็นมาก่อนหน้า

4.4) **ความสามารถในการวิพากษ์วิจารณ์การเขียนพิสูจน์** (Ability to criticize proofs) คือความสามารถในการตรวจสอบความถูกต้องของการเขียนพิสูจน์ ระบุจุดดีหรือจุดด้อยของการเขียนพิสูจน์นั้นอย่างมีเหตุผล ซึ่งอาจรวมถึงการวิพากษ์วิจารณ์ข้อความที่เกี่ยวกับคณิตศาสตร์ด้วย

4.5) **ความสามารถในการสร้างและยืนยันความถูกต้องของข้อสรุปที่เป็นกรณีทั่วไป** (Ability to formulate and validate generalizations) ต้องอาศัยความสามารถในการค้นหาความสัมพันธ์ จนกระทั่งสร้างเป็นข้อสรุปที่เป็นกรณีทั่วไป พร้อมทั้งอาศัยความสามารถในการแสดงการพิสูจน์ เพื่อยืนยันความถูกต้องของข้อสรุปที่เป็นกรณีทั่วไปที่สร้างขึ้น

จากการศึกษาเอกสารที่เกี่ยวข้องเกี่ยวกับระดับพฤติกรรมการเรียนรู้พุทธิพิสัย ผู้วิจัยจึงเลือกใช้ระดับพฤติกรรมการเรียนรู้พุทธิพิสัยตามกรอบแนวคิดของวิลสัน เพราะเป็นกรอบแนวคิดที่ออกแบบให้สอดคล้องกับธรรมชาติของวิชาคณิตศาสตร์โดยเฉพาะ โดยระดับพฤติกรรมการเรียนรู้พุทธิพิสัยตามกรอบแนวคิดของวิลสัน ประกอบไปด้วยความสามารถ 4 ระดับ ได้แก่ การคำนวณ ความเข้าใจ การนำไปใช้ และการวิเคราะห์

2.3 ปัจจัยที่มีผลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน

เพื่อให้การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ผู้วิจัยออกแบบ มีความเหมาะสมต่อการส่งเสริมผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ผู้วิจัยจึงศึกษาปัจจัยที่มีผลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน จากเอกสารและงานวิจัย ดังต่อไปนี้

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2555ข, น. 122-140) กล่าวว่า ปัญหาในการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ ซึ่งส่งผลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนและทัศนคติของนักเรียนที่มีต่อวิชาคณิตศาสตร์มี 3 ประเด็นหลัก ได้แก่

1) บุคลิกภาพหรือลักษณะเฉพาะตัวที่ไม่เอื้อต่อความเป็นครูมืออาชีพ

2) การจัดกิจกรรมการเรียนการสอนของครูที่ไม่ส่งเสริมกระบวนการคิด

3) การวัดและประเมินผลที่ไม่ส่งเสริมการเรียนของนักเรียน

รามิเรซ ฮูเปอร์ เคอร์สติง เฟอร์กูสัน และเยเกอร์ (Ramirez, Hooper, Kersting, Ferguson, & Yeager, 2018) พบว่าความวิตกกังวลเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ (Math Anxiety) ของครูมีผลต่อประสิทธิภาพในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ซึ่งทำให้ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนลดลง นอกจากนี้เบล็อกและมาโลนีย์ (Beilock & Maloney, 2015) กล่าวว่า ความวิตกกังวลเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ของนักเรียน ทำให้ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนลดลงเช่นเดียวกัน เพราะนักเรียนมีความกังวลว่าจะแก้ปัญหาได้ไม่ดี จึงส่งผลต่อความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ จึงสรุปได้ว่าความวิตกกังวลเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ ทั้งของครูและของนักเรียนต่างก็มีผลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนด้วยกันทั้งสิ้น

ปัจจัยหนึ่งที่มีผลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน คือ ผู้เรียนที่มีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน (Misconception) จะมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนอยู่ในระดับต่ำ (Schnepper & McCoy, 2013) โดย ทองคำ นาสมตรึก, สมทรง สุวพานิช, และ อรุณี จันทร์ศิลา (2555) ได้ทำการวิเคราะห์มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 พบว่านักเรียนมีความคลาดเคลื่อนในแบบรูปต่อไปนี้เรียงลำดับจากมากที่สุดไปหาน้อยที่สุด ดังนี้ ด้านขาดการตรวจสอบในระหว่างการแก้ปัญหา (Unverified a solution) ด้านการบิดเบือนทฤษฎีบท กฎ สูตร บทนิยาม และสมบัติ (Distortion of theorem, law, formula, definition, and property) ด้านการตีความด้านภาษา (Misinterpretation of language) ด้านข้อผิดพลาดในเทคนิคการทำ (Technical error) และด้านการใช้ข้อมูลผิด (Misuse of data) ซึ่งสาเหตุที่นักเรียนมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน คือ นักเรียนเร่งรีบในการทำแบบสอบ ขาดความรอบคอบ ขาดการตรวจสอบความถูกต้องของการทำแบบสอบ ขาดทักษะในการใช้สมบัติของการเท่ากัน และขาดทักษะในการคำนวณ เช่น การบวกลบเศษส่วนและทศนิยม

ชาแมน บีสวิก และ คอลลิงแฮม (Chaman, Beswick, & Callingham, 2014) กล่าวว่าปัจจัยที่ส่งผลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนระดับมัธยมศึกษา มีหลายประการ เช่น

1) อัตมโนทัศน์เกี่ยวกับคณิตศาสตร์ (Mathematics self-concept)

2) ความวิตกกังวลเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ (Mathematics anxiety)

3) ทัศนคติต่อคณิตศาสตร์ (Attitude towards mathematics)

4) การรับรู้ความสามารถของตนเองเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ (Mathematics self-efficacy)

5) การมีส่วนร่วมของผู้ปกครอง (Parental involvement)

6) ผู้สอน (Teachers)

7) เพื่อนร่วมชั้น (Peers)

8) เพศ (Gender)

ศรัณย์ จันทร์ศรี และ น้อมจิต กิตติโชติพาณิชย์ (2557) ได้ศึกษาปัจจัยที่มีอิทธิพลต่อคะแนนรายวิชาคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 พบว่ามีปัจจัย ได้แก่ ระดับความรู้พื้นฐานเดิมของนักเรียน ความถนัดทางการเรียน มโนภาพแห่งตน เจตคติที่มีต่อวิชาคณิตศาสตร์ และคุณภาพของบทเรียนและวิธีสอน

จากการศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง ผู้วิจัยจึงได้วิเคราะห์ข้อมูลและสรุปว่า ปัจจัยที่มีผลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ สามารถแบ่งได้เป็น 3 ประเภท ดังนี้

1) **ปัจจัยที่เกิดจากผู้เรียน** เช่น มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และความรู้เดิมของผู้เรียน ทัศนคติที่มีต่อคณิตศาสตร์ ความวิตกกังวลทางคณิตศาสตร์ การรับรู้ความสามารถของตนเองเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ เป็นต้น

2) **ปัจจัยที่เกิดจากผู้สอน** เช่น วิธีการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ของครู บุคลิกภาพของครู รูปแบบการวัดและประเมินผล เป็นต้น

3) **ปัจจัยที่เกิดจากบุคคลหรือสิ่งแวดล้อมผู้เรียน** เช่น เพื่อนร่วมชั้น ผู้ปกครอง บรรยากาศในห้องเรียน เป็นต้น

2.4 แนวทางการจัดการเรียนรู้ที่ส่งเสริมผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน

เรส์ (Reys, 1998, pp. 22-32) ได้ให้หลักการการสอนคณิตศาสตร์ไว้ 10 ข้อ ซึ่งได้มาจากประสบการณ์การสอนและการค้นคว้างานวิจัย ดังนี้

1) ผู้เรียนควรมีส่วนร่วมในการเรียนรู้มากกว่าเป็นผู้รับความรู้เพียงอย่างเดียว

2) การเรียนคณิตศาสตร์เป็นกระบวนการพัฒนา

3) การสอนคณิตศาสตร์เรื่องใหม่ ควรพัฒนามาจากความรู้ก่อนหน้าของผู้เรียน

4) การสื่อสารเป็นส่วนหนึ่งของการเรียนคณิตศาสตร์

5) การใช้คำถามที่ดีและน่าสนใจจะช่วยส่งเสริมการเรียนคณิตศาสตร์

6) การใช้สื่อการเรียนรู้ที่หลากหลายมีส่วนช่วยให้การเรียนคณิตศาสตร์ดีขึ้น

7) อภิปัญญามีผลต่อการเรียนคณิตศาสตร์

8) ทัศนคติของผู้สอนมีอิทธิพลต่อการเรียนคณิตศาสตร์

9) วิธีการที่ผู้เรียนเรียนคณิตศาสตร์ มีผลต่อความวิตกกังวลของผู้เรียน

10) การลืมเป็นเรื่องปกติของการเรียนรู้ แต่การทำให้ผู้เรียนเกิดความคงทนในการเรียนรู้สามารถช่วยชะลอการลืมลงได้

สภาครูคณิตศาสตร์แห่งชาติของสหรัฐอเมริกา (National Council of Teachers of Mathematics, 2007) ได้ให้คำแนะนำการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์เพื่อช่วยเหลือนักเรียนที่มีปัญหาในการเรียนคณิตศาสตร์ไว้ 4 ประการ โดยหนึ่งในนั้นคือให้จัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้ตัวแทนที่มองเห็นได้ (Visual representation) จะทำให้ผู้เรียนเข้าใจปัญหาและมโนทัศน์ได้ดีขึ้น ซึ่งสอดคล้องกับเคนเนดี และ ทิปส์ (Kennedy & Tipss, 1997, p. 61) ที่กล่าวว่าการเปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้เรียนรู้คณิตศาสตร์ด้วยการใช้สื่อที่จับต้องได้ (Manipulatives) มีประโยชน์สำหรับ

การนำไปใช้แสดงมโนทัศน์และกระบวนการทางคณิตศาสตร์ โดยสื่อที่นำมาใช้อาจเป็นเพียงกระดาษพับเพื่อใช้แสดงเศษส่วน ไม้บรรทัดสำหรับวัดความยาวในระบบเมตริก ทั้งนี้การให้ผู้เรียนเรียนคณิตศาสตร์ด้วยการใช้สื่อที่จับต้องได้ทำให้ผู้เรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ที่ดีขึ้นได้ สรุปได้ว่าการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้สื่อที่จับต้องได้ สามารถช่วยเพิ่มผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ได้ทั้งกลุ่มนักเรียนปกติและกลุ่มนักเรียนที่มีปัญหาในการเรียนคณิตศาสตร์ เพราะการที่นักเรียนเข้าใจว่าตนเองกำลังเรียนเรื่องใดอยู่นั้นเป็นสิ่งสำคัญ ทำให้การเรียนรู้นั้นเป็นการเรียนรู้อย่างมีความหมาย (Meaningful) รวมถึงทำให้ประสบการณ์การเรียนรู้นั้นเป็นรูปธรรม (Concrete experience) ที่นักเรียนคุ้นเคยเป็นอย่างดี

2.5 เครื่องมือที่ใช้ในการศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน

ผู้วิจัยได้ทำการศึกษาความหมายและประเภทของแบบสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ลักษณะของแบบสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนที่ดี ข้อดีและข้อจำกัดของข้อสอบแต่ละรูปแบบ และขั้นตอนการสร้างแบบสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เพื่อเป็นข้อมูลในการสร้างเครื่องมือวิจัย แบบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

2.5.1 ความหมายของแบบสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน

พจนานุกรมศัพท์ศึกษาศาสตร์ ฉบับราชบัณฑิตยสถาน ได้ให้ความหมายของแบบทดสอบผลสัมฤทธิ์ (Achievement test) ว่าหมายถึง กระบวนการที่เป็นระบบในการวัดผลการเรียนรู้ของผู้เรียน เช่น แบบทดสอบผลสัมฤทธิ์ทางคณิตศาสตร์ ทั้งที่เป็นข้อเขียนและภาคปฏิบัติ (ราชบัณฑิตยสถาน, 2555, น. 9) นอกจากนี้นักการศึกษาทั้งในประเทศและต่างประเทศจำนวนหลายท่าน ต่างให้ความหมายของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนไว้อย่างหลากหลายมุมมอง ดังนี้

แบบสอบผลสัมฤทธิ์ (Achievement test) หมายถึง เครื่องมือในการวัดระดับความสามารถของบุคคล เพื่อค้นหาระดับการเรียนรู้และระดับของทักษะต่าง ๆ ของนักเรียนที่มีภายหลังการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ ทั้งนี้ข้อสอบที่ใช้ในแบบสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนจะมีเนื้อหาที่สอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้เป็นหลัก (เยาวดี วิบูลย์ศรี, 2556, น. 14-17)

แบบสอบผลสัมฤทธิ์ หมายถึง เครื่องมือที่ใช้วัดผลการเรียนรู้ของผู้เรียนซึ่งเกิดจากการเปลี่ยนแปลงของปริมาณหรือคุณภาพของความรู้ ในสิ่งที่ผู้เรียนได้มีโอกาสเรียนรู้และเป็นไปตามจุดประสงค์การเรียนรู้หรือจุดประสงค์ของหลักสูตร เพื่อเป็นการตรวจสอบคุณภาพของผู้เรียนว่ามีความรู้ความสามารถอยู่ในระดับใด โดยแบบสอบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนจัดเป็นแบบสอบประเภทแบบสอบสมรรถนะสูงสุด (Maximal performance) (ศิริชัย กาญจนวาสี, 2556, น. 165-167)

แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ (Achievement test) หมายถึง แบบทดสอบที่ใช้สำหรับวัดความรู้ ทักษะ และความสามารถทางวิชาการ ที่ผู้เรียนได้เรียนรู้มาแล้ว ว่าเป็นไปตามจุดประสงค์ที่ผู้สอนตั้งใจไว้ มากน้อยเพียงใด (พิชิต ฤทธิ์จรูญ, 2557, น. 95-96)

แบบสอบ (Test) หมายถึง ชุดของข้อสอบ (Test item) โดยข้อสอบอาจเป็นคำถามหรือคำสั่ง มีจุดประสงค์เพื่อวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ซึ่งเป็นความสามารถทางสติปัญญาที่เกิดจากการเรียนในห้องเรียน

จากการศึกษาเอกสารที่เกี่ยวข้องกับแบบสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ผู้วิจัยจึงวิเคราะห์และลงข้อสรุปว่าแบบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนหมายถึง เครื่องมือที่ใช้วัดความสามารถของบุคคล อันเป็นผลที่คาดหวังว่าเกิดมาจากการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ มีลักษณะเป็นชุดข้อคำถามที่กระตุ้นให้ผู้เรียนแสดงความสามารถของตนเองได้อย่างสูงสุด

2.5.2 **ประเภทของแบบสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน**

นักการศึกษาทั้งในประเทศและต่างประเทศได้จำแนกแบบสอบวัดผลสัมฤทธิ์ไว้โดยใช้เกณฑ์ต่าง ๆ กัน ดังตัวอย่างต่อไปนี้

หากจำแนกแบบสอบวัดผลสัมฤทธิ์โดยใช้ผู้สร้างแบบสอบวัดผลสัมฤทธิ์เป็นเกณฑ์ จะสามารถแบ่งได้เป็น 2 ประเภท (ศิริชัย กาญจนวาสี, 2556, น. 167) ได้แก่

1) **แบบสอบมาตรฐาน** (Standardized tests) เป็นแบบสอบที่สร้างโดยสำนักทดสอบโดยใช้กระบวนการมาตรฐาน มักมีการแปลผลเปรียบเทียบกับบรรทัดฐานระดับชาติหรือนานาชาติ มีการจัดทำรายงานผลคุณภาพของแบบสอบหลังการสอบเสร็จสิ้น

2) **แบบสอบที่ผู้สอนสร้าง** (Teacher-made tests) เป็นแบบสอบที่ผู้สอนสร้างขึ้นเพื่อใช้เอง มักมีเนื้อหาอิงตามหลักสูตรของสถาบันใดสถาบันหนึ่ง การตรวจให้คะแนนจึงเปรียบเทียบได้เฉพาะภายในกลุ่มที่สอบด้วยข้อสอบชุดเดียวกัน และใช้เกณฑ์ที่กำหนดขึ้นเองโดยผู้สอนเท่านั้น

หากจำแนกแบบสอบวัดผลสัมฤทธิ์โดยจำแนกตามจุดประสงค์ของการใช้งานจะสามารถแบ่งได้เป็น 4 ประเภท (ศิริชัย กาญจนวาสี, 2556, น. 168) ได้แก่

1) **แบบสอบความพร้อม** (Readiness test) เป็นแบบสอบที่สร้างโดยสำนักทดสอบโดยใช้กระบวนการมาตรฐาน มักมีการแปลผลเปรียบเทียบกับบรรทัดฐานระดับชาติหรือนานาชาติ มีการจัดทำรายงานผลคุณภาพของแบบสอบหลังการสอบเสร็จสิ้น

2) **แบบสอบวินิจฉัย** (Diagnosis test) เป็นแบบสอบที่ผู้สอนสร้างขึ้นเพื่อใช้เอง มักมีเนื้อหาอิงตามหลักสูตรของสถาบันใดสถาบันหนึ่ง การตรวจให้คะแนนจึงเปรียบเทียบภายในกลุ่มที่สอบด้วยกัน หรือเกณฑ์ที่กำหนดขึ้นเองโดยผู้สอนเท่านั้น

3) **แบบสอบสมรรถภาพ** (Proficiency test) เป็นแบบสอบที่สร้างโดยสำนักทดสอบโดยใช้กระบวนการมาตรฐาน มักมีการแปลผลเปรียบเทียบกับบรรทัดฐานระดับชาติหรือนานาชาติ มีการจัดทำรายงานผลคุณภาพของแบบสอบหลังการสอบเสร็จสิ้น

4) **แบบสอบเชิงสำรวจ** (Survey test) เป็นแบบสอบที่ผู้สอนสร้างขึ้นเพื่อใช้เอง มักมีเนื้อหาอิงตามหลักสูตรของสถาบันใดสถาบันหนึ่ง การตรวจให้คะแนนจึงเปรียบเทียบภายในกลุ่มที่สอบด้วยกัน หรือเกณฑ์ที่กำหนดขึ้นเองโดยผู้สอนเท่านั้น

ศิริชัย กาญจนวาสี (2556, น. 190-200) จำแนกแบบสอบวัดผลสัมฤทธิ์ตามรูปแบบการตอบ จะสามารถจำแนกแบบสอบวัดผลสัมฤทธิ์ได้เป็น 2 ประเภท ได้แก่ แบบสอบประเภทเสนอคำตอบ และแบบสอบประเภทเลือกคำตอบ โดยแบบสอบวัดผลสัมฤทธิ์แต่ละประเภทมีรายละเอียด ดังนี้

1) **แบบสอบประเภทเสนอคำตอบ** (Supply type) แบบสอบประเภทนี้ผู้สอบจะต้องอ่านข้อคำถาม และเขียนแสดงคำตอบด้วยตนเอง สามารถแบ่งเป็นประเภทย่อยได้ดังต่อไปนี้ ข้อสอบแบบความเรียง ข้อสอบแบบตอบสั้น และข้อสอบแบบเติมคำ

2) **แบบสอบประเภทเลือกตอบ** (Selection type) แบบสอบประเภทนี้มีการกำหนดคำตอบให้ผู้สอบเลือก แบบสอบประเภทเลือกตอบจึงมีความเป็นปรนัยสูง โดยแบบสอบประเภทนี้สามารถเขียนข้อสอบได้หลายแบบ เช่น ข้อสอบแบบถูก-ผิด ข้อสอบแบบจับคู่ ข้อสอบแบบหลายตัวเลือก

2.5.3 ลักษณะของแบบสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนที่ดี

ผู้วิจัยได้ศึกษาลักษณะของแบบสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนที่ดี เพื่อใช้เป็นข้อมูลในการออกแบบ แบบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ดังนี้

โชติกา ภาษีผล (2559, น. 67) และ ชวาล แพรัตกุล (2552, น. 81-91) ให้ความเห็นสอดคล้องกันว่า แบบสอบวัดผลสัมฤทธิ์ที่ดีควรใช้ข้อคำถามที่มีประสิทธิภาพ มีความตรง มีความเที่ยง มีอำนาจจำแนก มีความยากที่เหมาะสม มีความเป็นปรนัย มีการถามเพื่อวัดพฤติกรรมการเรียนรู้ที่ลึกกว่าระดับความรู้และความเข้าใจ มีความยุติธรรมไม่ลำเอียง (Bias) ใช้คำถามที่สร้างสรรค์และส่งเสริมคุณธรรม

เฟรย์ (Frey, 2015, pp. 24-25) ได้จำแนกประเภทของความตรงไว้ 4 ประเภท ได้แก่ ความตรงเชิงเนื้อหา (Content validity) ความตรงเชิงเกณฑ์ (Criterion validity) ความตรงเชิงโครงสร้าง (Construct validity) และความตรงเชิงผลสืบเนื่อง (Consequential validity) โดยได้ให้ความหมายความตรงแต่ละประเภท และมีความเห็นว่าความตรงแต่ละประเภทมีความสำคัญต่อคุณภาพของแบบสอบแต่ละประเภทไม่เท่ากัน ซึ่งความตรงเชิงเนื้อหามีความสำคัญต่อแบบสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนมากที่สุด

กรอนลันด์ (Gronlund, 2009, p. 93) ได้กล่าวว่าแบบสอบวัดสัมฤทธิ์ทางการเรียนที่ดี ควรใช้ข้อคำถามที่ทำให้ผู้ตอบข้อสอบที่มีความรู้ความสามารถตามจุดประสงค์ที่ต้องการวัดสามารถตอบข้อสอบข้อนั้นได้ถูกต้อง ปัจจัยอื่น ๆ ที่ไม่เกี่ยวข้องกับความรู้ความสามารถของผู้ตอบข้อสอบ ไม่ควรส่งผลต่อการตอบข้อสอบข้อนั้น ๆ เช่น ข้อคำถามที่หลอกให้ผู้ตอบข้อสอบเข้าใจผิด ข้อคำถามที่ใช้ภาษาที่ยากเกินไป เป็นต้น

สมนึก ภัททิยธนี (2551, น. 203-220) ได้กล่าวว่าข้อสอบแบบหลายตัวเลือกสำหรับระดับประถมศึกษาควรมีจำนวนตัวเลือก 3 หรือ 4 ตัวเลือก ในขณะที่สำหรับระดับมัธยมศึกษาควรมีจำนวนตัวเลือก 4 หรือ 5 ตัวเลือก และได้ให้หลักการเขียนข้อสอบแบบหลายตัวเลือก วิชาคณิตศาสตร์ซึ่งสอดคล้องกับหลักการเขียนข้อสอบแบบหลายตัวเลือกของเยาวดี วิบูลย์ศรี (2556, น. 225-226) ว่าผู้เขียนข้อสอบควรใช้ประโยคคำถามเต็มประโยค ใช้คำที่กระชับ มีความหมายชัดเจน หลีกเลี่ยงการใช้คำปฏิเสธ ไม่ชี้นำคำตอบที่ถูกต้อง สำหรับตัวเลือกควรมีความเป็นเอกพันธ์ เรียงลำดับจำนวนในตัวเลือกอย่างมีระบบ แผนภาพที่ใช้ประกอบควรมีความสมเหตุสมผล ตัวเลือกที่ถูกควรกระจายไปยังตัวเลือกต่าง ๆ ใกล้เคียงกัน รวมถึงควรจัดให้ข้อคำถามและตัวเลือกให้อยู่ภายในหน้ากระดาษเดียวกัน

ข้อสอบที่มีข้อผิดพลาด ย่อมส่งให้การวัดและประเมินผลเกิดความคลาดเคลื่อน เช่น ขาดความปรนัย ขาดความตรงเชิงเนื้อหา และได้ศึกษาข้อผิดพลาดในการเขียนแบบสอบของนักศึกษาฝึกประสบการณ์วิชาชีพครู พบว่าสามารถจำแนกข้อผิดพลาดของข้อสอบได้เป็น 4 ประเภท ดังนี้ (Lam, Seng, Hoong, Dindyal, & Guan, 2011)

1) ข้อผิดพลาดที่เกี่ยวกับภาษา (Language-related error) เกิดจากผู้เขียนข้อสอบขาดความสามารถในการใช้ภาษาในการสื่อสาร ใช้คำผิดความหมาย หรือไม่รอบคอบจนขาดข้อความสำคัญไป เช่น ผู้ออกข้อสอบต้องการให้ผู้ตอบข้อสอบใช้การหารเพื่อหาคำตอบ โดยใช้คำถามที่ว่า เชือกยาว 16.8 เมตร แบ่งออกเป็น 8 ส่วน เชือกแต่ละส่วนจะยาวเท่าใด แต่ข้อสอบขาดคำสำคัญนั่นคือคำว่า “แบ่งออกเป็น 8 ส่วน ส่วนละเท่า ๆ กัน”

2) **ข้อผิดพลาดที่เกี่ยวกับเนื้อหา** (Content-related error) เกิดจากผู้เขียนข้อสอบขาดความรู้ในเนื้อหาคณิตศาสตร์ เช่น ข้อสอบกำหนดความยาวของด้านทั้งสามของรูปสามเหลี่ยมเป็น 2, 3 และ 6 เมตร ซึ่งเป็นไปไม่ได้ เพราะขัดแย้งกับอสมการอิงรูปสามเหลี่ยม (Triangle inequality)

3) **ข้อผิดพลาดที่เกี่ยวกับแผนภาพ** (Error related to diagram as support) ในความเป็นจริง แผนภาพในข้อสอบควรช่วยให้ผู้สอบเข้าใจคำถามได้ง่ายขึ้น แต่บางครั้งแผนภาพอาจมีข้อผิดพลาดจนทำให้ข้อสอบขาดคุณภาพ เช่น การกำหนดรูปสี่เหลี่ยมคางหมู ซึ่งมองจากแผนภาพอาจอนุมานได้ว่ามีด้านสองด้านที่ขนานกัน แต่ในความเป็นจริงแล้วผู้เขียนข้อสอบต้องเขียนอธิบายหรือเขียนสัญลักษณ์แสดงการขนานของด้านทั้งสองนั้นด้วย

4) **ข้อผิดพลาดที่เกี่ยวกับบริบท** (Context-related error) เกิดจากผู้เขียนข้อสอบมุ่งแต่เนื้อหาทางคณิตศาสตร์ โดยไม่คำนึงถึงข้อเท็จจริงที่สอดคล้องกับข้อสอบ เช่น เบนจามิน วิ่งได้ระยะทาง 5000 เมตร ในเวลา 10 นาที 25 วินาที จงหาความเร็วเฉลี่ยของเบนจามินในหน่วยเมตรต่อวินาที ซึ่งเมื่อคำนวณแล้วพบว่า ความเร็วที่ได้นั้นเกินกว่าขีดจำกัดที่มนุษย์จะสามารถทำได้

2.5.4 ข้อดีและข้อจำกัดของข้อสอบแบบหลายตัวเลือก

กรอนลันด์ (Gronlund, 2009, pp. 91-93) ศิริชัย กาญจนวาสี (2556, น. 216-219) และซัลไคนด์ (Salkind, 2013, pp. 139-143) ต่างให้ความเห็นสอดคล้องกันว่า ข้อสอบแต่ละประเภทต่างมีข้อดีและข้อจำกัดที่แตกต่างกันไป โดยข้อสอบแบบหลายตัวเลือก (Multiple choices) เป็นรูปแบบของข้อสอบที่นิยมใช้ในการวัดประเมินผลทางการศึกษา โดยข้อสอบแบบหลายตัวเลือกมีข้อดีและข้อจำกัด ดังนี้

ข้อดีของข้อสอบแบบหลายตัวเลือก

1) สามารถวัดผลการเรียนรู้ได้หลากหลายระดับพฤติกรรมการเรียนรู้

2) ออกแบบให้สอดคล้องกับตารางวิเคราะห์ข้อสอบได้ง่าย

3) สามารถใช้กับการสอบที่มีผู้สอบเป็นจำนวนมากได้ เพราะข้อสอบแบบหลายตัวเลือกตรวจให้คะแนนได้ง่าย

4) หากมีการออกแบบตัวลวงที่ดี ข้อมูลที่ได้จากการทำข้อสอบแบบหลายตัวเลือก สามารถใช้เป็นข้อมูลสำหรับการวินิจฉัยข้อบกพร่องของผู้ตอบข้อสอบ

5) คะแนนของการสอบได้รับอิทธิพลจากการเดาน้อยกว่าข้อสอบแบบถูก-ผิด

6) การให้คะแนนทำได้ง่าย มีความเป็นปรนัย และมีความเชื่อมั่นสูง

ข้อจำกัดของข้อสอบแบบหลายตัวเลือก

1) การสร้างข้อสอบที่ดีต้องใช้เวลา

2) การสร้างตัวลวงที่มีประสิทธิภาพเป็นเรื่องยากและใช้เวลา

3) ข้อสอบแบบหลายตัวเลือกอาจไม่สามารถวัดความสามารถบางประเภทได้ เนื่องจากผู้เรียนไม่มีโอกาสได้แสดงความคิดด้วยตนเอง

4) คะแนนของผู้สอบได้รับอิทธิพลจากความสามารถในการอ่านของผู้ตอบข้อสอบ

2.5.5 ข้อดีและข้อจำกัดของข้อสอบแบบเติมคำตอบสั้น

ข้อสอบแบบเติมคำตอบสั้น (Short answer) หมายถึง ข้อสอบที่ใช้คำถามเป็นประโยคคำถามสมบูรณ์ และผู้สอบต้องคิดคำตอบสั้น ๆ ขึ้นเอง คำตอบอาจเป็นคำ วลี จำนวน หรือสัญลักษณ์ก็ได้ โดยข้อสอบแบบเติมคำตอบสั้น เป็นรูปแบบของข้อสอบที่นิยมใช้ในการวัดประเมินผลทางการศึกษา โดยข้อสอบแบบเติมคำตอบสั้นมีข้อดีและข้อจำกัด ดังนี้ (Gronlund, 2009, pp. 126-131; โชติกา ภาษีผล, 2559, น. 35-36)

ข้อดีของข้อสอบแบบเติมคำตอบสั้น

1) ลดการเดาของผู้เรียนได้

2) สามารถเขียนข้อสอบได้ง่าย

3) สามารถสร้างข้อสอบได้ครอบคลุมเนื้อหา

4) เหมาะสำหรับวัดการคำนวณ เช่น คณิตศาสตร์ วิทยาศาสตร์

5) การให้คะแนนมีความเป็นปรนัย และมีความเชื่อมั่นสูง

ข้อจำกัดของข้อสอบแบบเติมคำตอบสั้น

1) วัดพฤติกรรมการเรียนรู้ในขอบเขตจำกัด ไม่เหมาะสำหรับวัดพฤติกรรมการเรียนรู้ระดับสูง

2) ผู้ออกข้อสอบต้องใช้คำถามให้ชัดเจน เพื่อไม่ให้คำตอบเป็นได้หลายคำตอบ

3) การตรวจให้คะแนนใช้เวลามากกว่าข้อสอบแบบหลายตัวเลือก

4) คะแนนของผู้สอบ อาจได้รับอิทธิพลจากความสามารถทางภาษา เช่น การเลือกใช้คำ การสะกดคำ

2.5.6 ขั้นตอนการสร้างแบบสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน

นักการศึกษาแต่ละท่านอาจให้แนวทางการสร้างแบบสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนไว้แตกต่างกันเล็กน้อย อย่างไรก็ตามแนวทางการสร้างแบบสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนที่นักการศึกษาให้ไว้ค่อนข้างใกล้เคียงกัน ผู้วิจัยจึงนำขั้นตอนที่นักการศึกษาหลายท่านได้ให้แนวทางไว้ มาสร้างเป็นขั้นตอนการสร้างแบบสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนที่มีรายละเอียดมากยิ่งขึ้น ซึ่งประกอบไปด้วยขั้นตอนจำนวน 11 ขั้นตอน ดังต่อไปนี้ (Gronlund, 2009, pp. 72-89; โชติกา ภาษีผล, 2559, น. 55-61; พิชิต ฤทธิ์จรูญ, 2557, น. 97-98; ศิริชัย กาญจนวาสี, 2556, น. 173-190; สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2555ก, น. 17-23)

1) **วิเคราะห์หลักสูตรและสร้างตารางวิเคราะห์หลักสูตร** การวิเคราะห์หลักสูตรควรจัดทำโดยผู้สอนในรายวิชาเดียวกัน ทำได้โดยการแบ่งเนื้อหาในรายวิชาเป็นหัวข้อย่อยแล้วจัดเรียงลำดับก่อนหลัง สรุปข้อมูลที่ได้ลงในตารางวิเคราะห์หลักสูตร

2) **กำหนดจุดประสงค์การเรียนรู้** กำหนดจุดประสงค์เชิงพฤติกรรมที่ผู้สอนต้องการจะให้เกิดขึ้นกับผู้เรียน โดยผู้สอนต้องกำหนดจุดประสงค์การเรียนรู้ไว้ล่วงหน้าเพื่อใช้เป็นข้อมูลประกอบการออกแบบกิจกรรมการเรียนรู้ไ

3) **กำหนดน้ำหนักของพฤติกรรมที่ต้องการวัด** พฤติกรรมที่ต้องการวัดในแต่ละระดับชั้นมีความสำคัญไม่เท่ากัน ผู้สอนจึงต้องกำหนดน้ำหนักของพฤติกรรมที่ต้องการวัดก่อนเขียนข้อสอบ

4) **กำหนดชนิดของข้อสอบและศึกษาวิธีสร้าง** จากข้อมูลในตารางวิเคราะห์หลักสูตร ผู้ออกข้อสอบต้องเลือกใช้ชนิดของข้อสอบให้สอดคล้อง เหมาะสมกับจุดประสงค์การเรียนรู้และวัยของผู้เรียน

5) **เขียนข้อสอบ** ผู้ออกข้อสอบเขียนข้อสอบตามตารางวิเคราะห์หลักสูตร จุดประสงค์การเรียนรู้ น้ำหนักของพฤติกรรมที่ต้องการวัด และชนิดของข้อสอบที่วางแผนไว้ในขั้นตอนที่ 1 ถึงขั้นตอนที่ 4 ทั้งนี้ผู้สอนควรบันทึกข้อมูลในการเขียนข้อสอบ โดยใช้แบบบันทึกข้อมูลซึ่งมีส่วนประกอบที่สำคัญ ได้แก่ ระดับชั้น สาระการเรียนรู้ มาตรฐานการเรียนรู้ ตัวชี้วัด พฤติกรรมที่วัด คำถามหรือเครื่องมือวัด แนวทางคำตอบที่ถูกต้อง และเกณฑ์การประเมิน

6) **ตรวจทานข้อสอบ** ผู้ออกข้อสอบตรวจทานข้อสอบทั้งความถูกต้องของเนื้อหา การสะกดคำ ระดับภาษาที่ใช้ ความเป็นอิสระต่อกันของข้อสอบแต่ละข้อ และข้อควรพิจารณาอื่น ๆ อันจะทำให้แบบสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนที่สร้างขึ้นมีคุณภาพ

หลังจากผู้ออกข้อสอบตรวจทานข้อสอบเรียบร้อยแล้ว หากเป็นไปได้ควรให้ผู้อื่นร่วมตรวจทานข้อสอบด้วย

7) **เรียบเรียงข้อสอบ** หากแบบสอบประกอบด้วยข้อสอบหลายประเภท ผู้สอนควรแบ่งข้อสอบเป็นตอน จำแนกตามประเภทของข้อสอบ โดยเรียงลำดับตอนจากประเภทของข้อสอบที่มีความซับซ้อนน้อยไปหามีความซับซ้อนมาก จากนั้นภายในข้อสอบแต่ละตอนควรเรียงลำดับข้อสอบตามระดับพฤติกรรมการเรียนรู้จากง่ายไปสู่ยาก และสุดท้ายคือการเรียงข้อสอบจากข้อง่ายไปหาข้อยาก

8) **จัดพิมพ์แบบทดสอบฉบับทดลอง** หลังตรวจทานข้อสอบ จัดพิมพ์ข้อสอบทั้งหมดพร้อมคำชี้แจงหรือคำอธิบายวิธีตอบแบบทดสอบ จากนั้นจัดรูปแบบการพิมพ์ให้เหมาะสม เพื่อใช้เป็นแบบสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ฉบับทดลอง

9) **ทดลองสอบและวิเคราะห์ข้อสอบ** การทดลองสอบเป็นการนำแบบสอบที่สร้างขึ้น ไปทดลองสอบกับกลุ่มที่มีลักษณะใกล้เคียงกับกลุ่มเป้าหมายจริง จากนั้นนำผลการสอบมาใช้เพื่อเป็นข้อมูลในการวิเคราะห์ข้อสอบ อย่างไรก็ตามแบบสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนที่จัดทำเพื่อใช้ในโรงเรียน มักไม่มีการปฏิบัติในขั้นตอนนี้

10) **จัดทำแบบทดสอบฉบับจริง** จากผลการวิเคราะห์ข้อสอบ ให้ดำเนินการปรับปรุงหรือตัดข้อสอบที่มีคุณภาพไม่เป็นไปตามเกณฑ์ ก่อนนำแบบสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนที่แก้ไขแล้วไปจัดพิมพ์เป็นแบบสอบฉบับจริง เพื่อใช้ทดสอบกับกลุ่มเป้าหมาย

11) **นำแบบสอบไปใช้** ขณะบริหารจัดการการสอบ ผู้คุมสอบต้องจัดสิ่งแวดล้อมที่ส่งเสริมการแสดงศักยภาพที่มีอยู่ของผู้สอบ ควบคุมปัจจัยแทรกซ้อนที่จะอิทธิพลต่อความถูกต้องของการวัด เช่น เฝ้าระวังมิให้มีการทุจริตการสอบ งดใช้เสียงในห้องสอบโดยไม่จำเป็น ไม่ชี้แนะคำตอบให้กับผู้สอบ

2.6 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์

ผู้วิจัยได้ศึกษางานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับประเด็นเรื่อง ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ จากเอกสารและงานวิจัยทั้งต่างประเทศและในประเทศ ดังต่อไปนี้

งานวิจัยต่างประเทศ

ซูฮาร์โท (Soeharto, 1999) ได้ศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์และเจตคติของนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิดคอนสตรัคติวิสท์ (Constructivist) ผลการวิจัยระบุว่าผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิดคอนสตรัคติวิสท์มากกว่านักเรียนที่ได้รับกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ

โมกวาติ, เกรแฮม, และ เฟรเซอร์ (Mokgwathi, Graham, & Fraser, 2019) ได้ทำการศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างทัศนคติต่อคณิตศาสตร์กับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนเกรด 9 ผลการศึกษาพบว่านักเรียนที่เห็นคุณค่าของคณิตศาสตร์และนักเรียนที่ชอบคณิตศาสตร์ มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนที่ไม่เห็นคุณค่าของคณิตศาสตร์และนักเรียนที่ไม่ชอบคณิตศาสตร์

งานวิจัยในประเทศ

กรรณิการ์ จักรกรด (2555) ได้ดำเนินการวิจัย เรื่องการแก้โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 พบว่าผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการสอนแบบค้นพบโดยการแนะแนวทาง (Guided discovery) สูงกว่านักเรียนที่ได้รับการสอนแบบปกติ (Conventional) อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

จันทร์เพ็ญ พวงสมบัติ, สมทรง สุวพานิช, และ นิคม ชมพูหลง (2555) ได้จัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้ปัญหาเป็นฐาน เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ให้กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 พบว่ามีนักเรียนมากกว่าร้อยละ 70 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมดที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการวิชาคณิตศาสตร์สูงกว่าร้อยละ 70 ของคะแนนเต็ม อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

3. เอกสารที่เกี่ยวข้องกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิด CPA (Concrete-Pictorial-Abstract)

3.1 ความหมายของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิด CPA

การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิด CPA (Concrete – Pictorial – Abstract) เป็นรูปแบบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ซึ่งออกแบบโดยกระทรวงศึกษาธิการประเทศสิงคโปร์ตั้งแต่ช่วงปีคริสต์ศักราช 1980 และการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิด CPA ยังคงปรากฏอยู่ในหลักสูตรวิชาคณิตศาสตร์ของประเทศสิงคโปร์ ตั้งแต่ระดับปฐมวัยจนถึงระดับมัธยมศึกษาตอนต้น (Hoong et al., 2015, p. 2; Ministry of Education Singapore, 2012a, p. 33; 2012b, p. 28; 2013, p. 30) อย่างไรก็ตาม แม้การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิด CPA จะถูกสร้างขึ้นมาเกือบ 40 ปีแล้ว แต่ยังมีเอกสารจำนวนเพียงเล็กน้อยที่ให้ความหมายและแนวทางการใช้งานของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิด CPA เอาไว้ (Hoong et al., 2015, p. 3; Hui, Hoe, & Lee, 2017, p. 1)

หากพิจารณาความสัมพันธ์ระหว่างคำว่าตัวแทน (Representation) และคำว่าเชิงรูปภาพ (Pictorial) พบว่าตัวแทนสามารถจำแนกได้เป็น 5 ลักษณะ ได้แก่ ตัวแบบที่จับต้องได้

(Manipulative models) การใช้รูปภาพ (Pictures) การเขียนสัญลักษณ์ (Written symbols) การสื่อสารด้วยการพูด (Oral language) และสถานการณ์โลกจริง (Real-world situation) (Van de Walle et al., 2010, p. 27) จะเห็นได้ว่าการใช้รูปภาพเป็นส่วนหนึ่งของตัวแทน ประกอบกับจากการศึกษาเอกสารและงานวิจัย พบว่าการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิด CPA อาจมีชื่อเรียกอื่น ๆ ที่แตกต่างกันออกไป เช่น การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิด CRA (Concrete – Representational - Abstract) การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิด CSA (Concrete – Semiconcrete - Abstract) แต่การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ทั้งสามชื่อข้างต้นล้วนมีแนวคิดที่เหมือนกัน แตกต่างกันเพียงการเลือกใช้คำของนักการศึกษาเท่านั้น (Hoong et al., 2015, p. 2; Putri, 2016, p. 117; Putri, Misnarti, & Saptini, 2018, p. 63; Wong, 2015, p. 40) ดังนั้นในงานวิจัยฉบับนี้จึงถือว่าหลักการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ทั้งสามชื่อนี้มีความคล้ายคลึงกัน โดยเฉพาะอย่างยิ่งการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิด CPA นั้นเป็นส่วนย่อยของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิด CRA

กระทรวงศึกษาธิการประเทศสิงคโปร์ (Ministry of Education Singapore, 2013, pp. 30-33) ได้ให้ความหมายของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิด CPA ไว้อย่างสังเขปว่า หมายถึง แนวทางการสอนคณิตศาสตร์ซึ่งช่วยในการวางแผนการจัดประสบการณ์การเรียนรู้ของผู้เรียน ที่มีจุดมุ่งหมายเพื่อพัฒนาความเข้าใจและมโนทัศน์ในคณิตศาสตร์ ประกอบไปด้วยขั้นการสอน 3 ขั้นตามลำดับ และมีการเชื่อมโยงระหว่างขั้น โดยไม่ได้ให้ความหมายของแต่ละขั้นไว้อย่างชัดแจ้ง แต่ใช้วิธียกตัวอย่างการสอนมโนทัศน์ของจำนวน “5” ดังนี้

1) **ขั้นการสอนเชิงรูปธรรม** (Concrete) เป็นการสอนมโนทัศน์จำนวน “5” โดยใช้การนับวัตถุที่เป็นรูปธรรมสามารถจับต้องได้จริง จำนวน 5 ชิ้น เช่น ผลแอปเปิ้ล บล็อก ลูกบาศก์ กล่อง กระดุม ของเล่น หรือการนับนิ้วมือ โดยเริ่มจากการให้นักเรียนได้ลงมือนับสิ่งของด้วยตนเอง และเมื่อนักเรียนคุ้นเคยแล้วจึงเริ่มให้นักเรียนนับสิ่งของจากระยะไกลหรือไม่ต้องสัมผัสสิ่งของนั้น

2) **ขั้นการสอนเชิงรูปภาพ** (Pictorial) เป็นการสอนมโนทัศน์จำนวน “5” หลังจากนักเรียนเชี่ยวชาญในมโนทัศน์ที่เป็นเชิงรูปธรรมแล้ว ด้วยการใช้รูปภาพ เช่น จุดหรือขีดนับ ซึ่งเป็นตัวแทนของวัตถุจริงในขั้นการสอนเชิงรูปธรรม

3) **ขั้นการสอนเชิงนามธรรม** (Abstract) เป็นการสอนมโนทัศน์จำนวน “5” โดยการใช้สัญลักษณ์ ซึ่งเป็นตัวแทนของวัตถุ 5 ชิ้น ในขั้นการสอนเชิงรูปธรรม หรือ จุด 5 จุด ในขั้นการสอนเชิงรูปภาพ

วอง (Wong, 2015) กล่าวว่าการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิด CPA มีจุดกำเนิดจากนักการศึกษาของประเทศสิงคโปร์ โดยได้รับแนวคิดมาจากทฤษฎีของบรูเนอร์ และให้ความหมายของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิด CPA ไว้ดังนี้

1) **ขั้นการสอนเชิงรูปธรรม** (Concrete) เป็นขั้นการเรียนรู้กับประสบการณ์ที่เป็นรูปธรรม โดยในขั้นนี้ หากเป็นไปได้ นักเรียนควรได้มีปฏิสัมพันธ์กับวัตถุที่จับต้องได้ที่มีความเกี่ยวข้องกับความรู้ทางคณิตศาสตร์ มากกว่าดูการสาธิตของครู เช่น การพับกระดาษ การตัดกระดาษ การวัด

2) **ขั้นการสอนเชิงรูปภาพ** (Pictorial) เป็นขั้นการเรียนรู้ซึ่งใช้รูปภาพหรือแผนภาพที่เป็นตัวแทนของวัตถุที่จับต้องได้ จากขั้นการสอนเชิงรูปธรรม โดยรูปภาพหรือแผนภาพที่ใช้สามารถได้เป็น 2 ประเภท ได้แก่

2.1) **ความหมายโดยตรง** (Literal) หมายถึง การวาดรูปภาพซึ่งเลียนแบบวัตถุจริง เช่น วาดภาพแอปเปิล 4 ผล แทนแอปเปิลจริง 4 ผล

2.2) **ความหมายเชิงสัญลักษณ์** (Iconic) หมายถึง การวาดภาพซึ่งเป็นสัญลักษณ์เพื่อแทนวัตถุจริงหรือแทนแนวคิดทางคณิตศาสตร์ เช่น การวาดภาพจุด 4 จุด แทนแอปเปิล 4 ผล หรือการวาดภาพรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสในเนื้อหาเรขาคณิต ซึ่งมีการใช้สัญลักษณ์ขีดเพื่อแสดงความเท่ากันของด้านทั้งสี่ และใช้สัญลักษณ์เพื่อแสดงมุมฉากทั้งสี่มุม

3) **ขั้นการสอนเชิงนามธรรม** (Abstract) เป็นขั้นการใช้สัญลักษณ์เพื่อเป็นตัวแทนทางคณิตศาสตร์ สัญลักษณ์ที่ต่างกันอาจหมายถึงสิ่งเดียวกัน เช่น $2x$, $2 \cdot x$ และ $x + x$ ในขณะเดียวกัน สัญลักษณ์ที่เหมือนกันอาจมีความหมายที่แตกต่างกันไปตามบริบท เช่น (4, 6) อาจหมายตัวหารร่วมของ 4 และ 6 หรือหมายถึงคู่อันดับที่มีสมาชิกตัวหน้าเป็น 4 และสมาชิกตัวหลังเป็น 6

ณธาอร ทองปรีชา (2556, น. 34) ได้ให้ความหมายของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิด CSA (Concrete – Semiconcrete - Abstract) ว่าเป็นกลวิธีการสอนที่ช่วยเหลือให้นักเรียน เรียนรู้ได้อย่างมีประสิทธิภาพ ประกอบไปด้วยรูปแบบการสอน 3 ขั้น ได้แก่

1) **ขั้นการสอนเชิงรูปธรรม** (Concrete) หมายถึงการสอนโดยใช้สื่อวัตถุจริงในการเรียนการสอน

2) **ขั้นการสอนแบบกึ่งรูปธรรม** (Semiconcrete) หมายถึง การสอนโดยใช้สื่อที่เป็นภาพหรือการวาดภาพคู่กับตัวเลขในการเรียนการสอน

3) **ขั้นการสอนเชิงนามธรรม** (Abstract) หมายถึง การสอนโดยใช้ไม่ใช้วัตถุของจริง ภาพ หรือการวาดภาพ แต่จะใช้เฉพาะสัญลักษณ์ซึ่งเป็นตัวเลขเท่านั้น

วิทเซล, ริกคอมมินี, และ ชไนเดอร์ (Witzel, Riccomini, & Schneider, 2008, p. 271) ได้ให้ความหมายของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิด CRA ว่าหมายถึง การสอนซึ่งประกอบไปด้วยขั้นการสอน 3 ขั้น แต่ละขั้นการสอนเป็นการพัฒนาความรู้ที่ได้มาจากขั้นการสอนก่อนหน้า โดยขั้นการสอนทั้งสาม มีดังนี้

1) **ขั้นการสอนเชิงรูปธรรม** (Concrete) หมายถึง การเรียนรู้ผ่านแนวคิดที่เป็นรูปธรรม การลงมือปฏิบัติ หรือใช้วัตถุที่จับต้องได้จริง

2) **ขั้นการสอนโดยใช้ตัวแทน** (Representational) หมายถึง การเรียนรู้ผ่านการใช้รูปภาพที่เป็นตัวแทนของแนวคิดที่เป็นรูปธรรม การลงมือปฏิบัติ หรือวัตถุที่จับต้องได้จริงที่ได้เรียนมาแล้วในขั้นการสอนเชิงรูปธรรม

3) **ขั้นการสอนเชิงนามธรรม** (Abstract) หมายถึง การเรียนรู้ผ่านการใช้สัญกรณ์ซึ่งมีความเป็นนามธรรม เช่น เลขอารบิก สัญลักษณ์การดำเนินการทางคณิตศาสตร์ เป็นต้น

ฟลอเรส (Flores, 2010, p. 1) ให้ความหมายของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิด CRA ว่าหมายถึง การสอนคณิตศาสตร์ซึ่งประกอบไปด้วยขั้นการสอน 3 ขั้น แต่ละขั้นการสอนเป็นการพัฒนาความรู้ที่ได้มาจากขั้นการสอนก่อนหน้า โดยขั้นการสอนทั้งสาม มีดังนี้

1) **ขั้นการสอนเชิงรูปธรรม** (Concrete) เริ่มจากการที่ผู้สอนแนะนำมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์โดยใช้วัตถุที่จับต้องได้ จากนั้นผู้สอนให้ผู้เรียนมีส่วนร่วมด้วยการหยิบจับวัตถุที่จับต้องได้ พร้อมให้คำแนะนำถึงความสัมพันธ์ระหว่างมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์กับวัตถุที่จับต้องได้

2) **ขั้นการสอนโดยใช้ตัวแทน** (Representational) ดำเนินการเช่นเดียวกับขั้นการสอนเชิงรูปธรรมเพียงแต่แทนที่วัตถุที่จับต้องได้ ด้วยรูปภาพหรือรูปวาดที่เป็นตัวแทนของวัตถุที่จับต้องได้ โดยหลังจากเสร็จสิ้นการสอนโดยใช้ตัวแทน ผู้สอนมักให้ผู้เรียนได้ทราบว่าเป็นการสอนตามแนวคิด CRA เพื่อให้นักเรียนสามารถจดจำขั้นการสอนแต่ละขั้นได้ตามกลยุทธ์จดจำตัวอักษรตัวแรก (Mnemonic)

3) **ขั้นการสอนเชิงนามธรรม** (Abstract) มีการเชื่อมโยงความรู้จากขั้นการสอนโดยใช้ตัวแทน ด้วยการเปลี่ยนจากการใช้รูปภาพหรือรูปวาดเป็นการใช้สัญลักษณ์ทาง

คณิตศาสตร์และตัวเลขเท่านั้น และเมื่อการเชื่อมโยงความรู้เสร็จสิ้น จุดเน้นของขั้นการสอนเชิงนามธรรมคือความคล่อง (Fluency)

จากการศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง ผู้วิจัยจึงสรุปว่าการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิด CPA หมายถึง วิธีการสอนคณิตศาสตร์รูปแบบหนึ่งที่มุ่งสร้างมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ผ่านการเชื่อมโยงเนื้อหาจากขั้นหนึ่งไปสู่อีกขั้นหนึ่ง ประกอบไปด้วยลำดับการสอน 3 ขั้น ซึ่งมีการเชื่อมโยงกันตามลำดับ ได้แก่

1) **ขั้นการสอนเชิงรูปธรรม** (Concrete) เป็นการสอนคณิตศาสตร์ผ่านการอธิบายโดยใช้วัตถุที่จับต้องได้ โดยอาจให้นักเรียนได้มีโอกาสสัมผัสกับวัตถุนั้น หรือใช้การอธิบายผ่านแนวคิดที่เป็นรูปธรรมที่สอดคล้องกับประสบการณ์ในชีวิตจริงของผู้เรียนแทนก็ได้

2) **ขั้นการสอนเชิงรูปภาพ** (Pictorial) เป็นการสอนคณิตศาสตร์ซึ่งมีจุดประสงค์เชื่อมโยงความรู้จากขั้นการสอนเชิงรูปธรรม โดยใช้การวาดภาพเพื่อเป็นตัวแทนของวัตถุที่จับต้องได้หรือแนวคิดที่เป็นรูปธรรม

3) **ขั้นการสอนเชิงนามธรรม** (Abstract) หมายถึง เป็นการสอนคณิตศาสตร์ซึ่งจุดประสงค์เชื่อมโยงความรู้จากขั้นการสอนเชิงรูปภาพ โดยใช้สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์เท่านั้น เช่น ตัวดำเนินการ ตัวเลข เพื่อเป็นตัวแทนของการวาดภาพในขั้นการสอนเชิงรูปภาพและเป็นตัวแทนของวัตถุที่จับต้องได้หรือแนวคิดที่เป็นรูปธรรมในขั้นการสอนเชิงรูปภาพ

3.2 แนวคิดที่เกี่ยวข้องกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิด CPA

ทฤษฎีการเรียนรู้โดยการค้นพบของบรูเนอร์ (Bruner)

ทฤษฎีการเรียนรู้โดยการค้นพบของบรูเนอร์ (Bruner, 1966) เชื่อว่าการเรียนรู้จะเกิดขึ้นเมื่อผู้เรียนได้เป็นผู้ประมวลข้อมูลที่ได้มาจากการมีปฏิสัมพันธ์กับสิ่งแวดล้อมด้วยตนเอง มนุษย์เป็นผู้เลือกที่จะรับรู้สิ่งใดหรือไม่รับรู้สิ่งใดขึ้นกับความสนใจในสิ่งนั้น ทฤษฎีการเรียนรู้โดยการค้นพบของบรูเนอร์อยู่ในกลุ่มทฤษฎีการเรียนรู้พุทธนิยม (Constructivism) จึงมีความเชื่อว่าผู้เรียนต้องสร้างความรู้ด้วยตนเอง การเรียนรู้สิ่งใหม่ขึ้นอยู่กับความรู้และประสบการณ์เดิมที่มีอยู่ การจัดสิ่งแวดล้อมที่คล้ายคลึงกับชีวิตจริง จะช่วยให้ผู้เรียนได้เรียนรู้อย่างมีความหมาย ทั้งนี้วิธีการที่ผู้เรียนใช้เป็นเครื่องมือในการค้นพบความรู้ขึ้นกับขั้นพัฒนาการทางสติปัญญาของผู้เรียน ขั้นพัฒนาการทางสติปัญญาของบรูเนอร์ประกอบไปด้วย 3 ขั้น ได้แก่

1) **การเรียนรู้จากการกระทำ** (Enactive) เป็นขั้นการเรียนรู้ตั้งแต่แรกเกิดถึงช่วงอายุ 2 ปี ที่มนุษย์เรียนรู้โดยการมีปฏิสัมพันธ์กับสิ่งแวดล้อม ด้วยวิธีการสัมผัสกับวัตถุรอบตัวเท่านั้น โดยปราศจากการใช้เหตุผล เช่น ทารกอาจขยับมือขณะถือกระดิ่งแล้วเกิดเสียงต่อมาเมื่อนำกระดิ่งออกจากมือทารก ทารกยังคงขยับมือเพื่อคาดหวังให้เกิดเสียงอีก เพราะทารก

เข้าใจว่าเสียงกระดิ่งเกิดจากการขยับมือของตน ขั้นการเรียนรู้จากการกระทำสอดคล้องกับขั้นการสัมผัสและการเคลื่อนไหว (Sensorimotor stage) ของ Piaget

2) **การเรียนรู้จากจินตนาการ** (Iconic) เป็นขั้นการเรียนรู้ซึ่งมนุษย์สามารถสร้างจินตนาการขึ้นในใจได้ มนุษย์ในวัยนี้สามารถจินตนาการถึงผลที่จะเกิดขึ้นโดยไม่ต้องอาศัยการลงมือทำจริง ซึ่งสอดคล้องกับขั้นคิดแก้ปัญหาเชิงรูปธรรม (Concrete operational stage) ของ Piaget

3) **การใช้สัญลักษณ์** (Symbolic) เป็นขั้นที่มนุษย์สามารถเข้าใจในสิ่งที่เป็นนามธรรม ความคิดรวบยอด สามารถสร้างและพิสูจน์สมมติฐาน สามารถคิดแก้ปัญหาและเข้าใจสัญลักษณ์ได้ เช่น ภาษา สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ ซึ่งสอดคล้องกับขั้นคิดแก้ปัญหาด้วยเหตุผลและสิ่งที่เป็นนามธรรม (Formal operational stage) ของ Piaget

แม้วิธีการเรียนรู้ทั้ง 3 ขั้นจะเป็นพัฒนาการตามวัย แต่ไม่ได้หมายความว่าผู้ใหญ่จะใช้การเรียนรู้จากการใช้สัญลักษณ์ โดยละทิ้งการเรียนรู้จากการกระทำและจากจินตนาการอย่างสิ้นเชิง เพียงแค่ผู้ใหญ่หันไปใช้การเรียนรู้จากการใช้สัญลักษณ์มากขึ้นเท่านั้น นอกจากนี้บรูเนอร์ยังมีความเห็นว่าการเรียนรู้ทั้ง 3 ขั้นนี้ ไม่มีอันดับ หมายความว่าการใช้สัญลักษณ์ซึ่งเป็นขั้นที่สาม ไม่ได้ดีไปกว่าการเรียนรู้จากการกระทำซึ่งเป็นขั้นที่หนึ่ง การเรียนรู้บางอย่างจำเป็นต้องใช้การเรียนรู้หลากหลายขั้นควบคู่กันไป เช่น ผู้ใหญ่บางคนสามารถปฏิบัติงานโดยการเคลื่อนไหวร่างกายได้ (ขั้นการเรียนรู้จากการกระทำ) แต่ยากที่จะอธิบายเป็นรูปภาพ (ขั้นการเรียนรู้จากจินตนาการ) หรือคำพูด (ขั้นการใช้สัญลักษณ์) เช่น การขับรถ การถักโครเชต์ ซึ่งต้องอาศัยประสบการณ์จากขั้นการเรียนรู้จากการกระทำ

ฮุงและคณะ (Hoong et al., 2015, p. 8) กล่าวว่าขั้นการสอนทั้งสามขั้นของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิด CPA สอดคล้องกับขั้นพัฒนาการทางสติปัญญาของบรูเบอร์ตามลำดับแบบหนึ่งต่อหนึ่ง นั่นคือ ขั้นการสอนเชิงรูปธรรมสอดคล้องกับขั้นการเรียนรู้จากการกระทำ ขั้นการสอนเชิงรูปภาพสอดคล้องกับขั้นการเรียนรู้จากจินตนาการ และขั้นการสอนเชิงนามธรรมสอดคล้องกับขั้นการใช้สัญลักษณ์

3.3 ประโยชน์และข้อจำกัดของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิด CPA

ผู้วิจัยได้ศึกษาประโยชน์และข้อจำกัดของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิด CPA เพื่อเป็นข้อมูลในการดำเนินการวิจัย ดังรายละเอียดต่อไปนี้

ประโยชน์ของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิด CPA

วิตเซลและคณะ (Witzel et al., 2008, pp. 271-272) ได้รวบรวมข้อดีของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิด CRA ไว้ทั้งสิ้น 5 ข้อ ดังนี้

1) การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิด CRA เปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้เรียนคณิตศาสตร์โดยใช้ประสาทสัมผัสที่หลากหลาย เช่น การมองเห็น การได้ยิน การเคลื่อนไหวร่างกาย ซึ่งจะช่วยให้นักเรียนจดจำได้ดีขึ้น

2) การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิด CRA สอดคล้องกับทฤษฎีลีลาการเรียนรู้ (Learning style) ของผู้เรียนที่มีความหลากหลาย

3) ในขั้นการสอนเชิงรูปธรรมและขั้นการสอนเชิงรูปภาพ ช่วยให้ผู้เรียนเรียนรู้คณิตศาสตร์ได้อย่างมีความหมาย ทำให้ความรู้คณิตศาสตร์ที่มีความเป็นนามธรรมมีเหตุผล มีที่มาที่ไป ในมุมมองของผู้เรียน

4) การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิด CRA มีการเชื่อมโยงความรู้เข้าด้วยกันช่วยให้เข้าใจความหมายของอัลกอริทึมการคำนวณและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์มากกว่าการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสอนความรู้เป็นชุด ๆ โดยมาเชื่อมโยงกัน

5) ในชีวิตจริงที่นอกเหนือจากการสอบ ผู้เรียนอาจเลือกใช้วัตถุที่จับต้องได้หรือรูปภาพในการช่วยแก้ปัญหา แทนการคิดแบบนามธรรมได้

วิตเซล (Witzel, 2005, p. 50) กล่าวว่าการที่ผู้เรียนได้มีปฏิสัมพันธ์หยิบจับวัตถุอันเป็นส่วนหนึ่งของขั้นการสอนเชิงรูปธรรม ทำให้ผู้เรียนเข้ารหัส (Encode) และค้นคืน (Retrieve) ข้อมูลได้จากการเรียนรู้ผ่านประสาทสัมผัสที่หลากหลาย ผู้เรียนจึงจดจำสิ่งที่เรียนได้ดี และเมื่อนักเรียนประสบปัญหาในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์โดยการใช้สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ซึ่งเป็นนามธรรม นักเรียนสามารถใช้ความรู้ในขั้นรูปธรรมและเชิงรูปภาพเพื่อช่วยในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้

การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิด CPA เป็นการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ใช้สื่อที่จับต้องได้ (Manipulatives) ซึ่งเป็นไปตามหลักการการสอนคณิตศาสตร์ จะช่วยให้นักเรียนมีความสามารถในการใช้ตัวแทนที่หลากหลาย (Multiple representation) ซึ่งจะช่วยให้ผู้เรียนมีความเข้าใจเชิงสัมพันธ์ (Relational understanding) ซึ่งมีประโยชน์ต่อการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของนักเรียน (Van de Walle et al., 2010, pp. 26-27) ดังนี้

1) ลดการจำ (Less remember) หากนักเรียนขาดความเข้าใจเชิงสัมพันธ์จะทำให้นักเรียนจดจำข้อมูลต่าง ๆ เช่น นิยาม กฎ ทฤษฎีบท เป็นเรื่อง ๆ โดยขาดการเชื่อมโยง

2) เพิ่มความคงทนในการเรียนรู้และการเรียกคืน (Increased retention and recall) แม้นักเรียนไม่สามารถเรียกคืนเนื้อหาได้ แต่นักเรียนมีความเข้าใจเชิงสัมพันธ์ ทำให้นักเรียนอาจเรียกคืนเนื้อหานั้นได้ โดยอาศัยการเรียกคืนเนื้อหาอื่นที่สัมพันธ์กัน เช่น นักเรียน

อาจเรียกคืนสูตรการพื้นที่ผิวของทรงสี่เหลี่ยมมุมฉาก จากการทราบว่ารูปคลี่ของทรงสี่เหลี่ยมมุมฉากคือรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก 6 รูป ซึ่งเหมือนกันเป็นคู่ ๆ

3) **เสริมสร้างความสามารถในการแก้ปัญหา** (Enhanced problem-solving abilities) หากนักเรียนมีความเข้าใจเชิงสัมพันธ์ สามารถเข้าใจความสัมพันธ์ระหว่างสถานการณ์และบริบทได้ ย่อมทำให้นักเรียนสามารถเลือกใช้วิธีการที่เหมาะสมในการแก้ปัญหาได้ นอกจากนี้ยังพบว่าบ่อยครั้งที่นักเรียนไม่สามารถแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวที่สัมประสิทธิ์ของตัวแปรไม่เป็นจำนวนเต็ม

4) **พัฒนาทัศนคติและความเชื่อ** (Improved attitudes and beliefs) ที่มีต่อวิชาคณิตศาสตร์ เมื่อนักเรียนเห็นว่าความรู้คณิตศาสตร์หลายเรื่องมีความสัมพันธ์กันและมีความหมาย นักเรียนจึงมีแนวโน้มที่จะหลีกหนีคณิตศาสตร์น้อยลง มีความพยายามในการเรียนคณิตศาสตร์มากขึ้น

อิงคาวระ และ ยาศรี (Ingkavara & Yasri, 2019) กล่าวว่าในขั้นการสอนเชิงรูปภาพของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิด CPA เป็นการเปิดโอกาสให้ผู้เรียนใช้รูปภาพเป็นตัวแบบแทนข้อมูลสถานการณ์ในสถานการณ์ปัญหาที่ได้รับมอบหมาย ซึ่งช่วยพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหา (Har, 2015, p. 7; The National Council of Teachers of Mathematics, 2014, p. 25) และการเขียนภาพหรือแผนภาพ ยังเป็นหนึ่งในกลวิธีแก้ปัญหาอีกด้วย (Posamentier & Krulik, 1998)

การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิด CPA สามารถช่วยพัฒนาความสามารถในการใช้ตัวแทนที่หลากหลาย (Clements, 2000, p. 49; Hoe & Leong Jeremy, 2014, p. 1) ซึ่งจะช่วยพัฒนาทั้งความเข้าใจเชิงสัมพันธ์และความสามารถในการแก้ปัญหา (Souviney, 1994)

จากการศึกษาเอกสารและงานวิจัย สรุปได้ว่าประโยชน์จากการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิด CPA มีอยู่หลายประการ เช่น ลดการจำเพิ่มความคงทนในการเรียนรู้ เพราะนักเรียนได้เรียนรู้คณิตศาสตร์แบบเชื่อมโยงความรู้กัน นักเรียนมีความสามารถในการใช้ตัวแทนที่หลากหลาย นักเรียนมีความเข้าใจเชิงสัมพันธ์ มีความสามารถในการแก้ปัญหาที่ดีขึ้น เป็นต้น

ข้อจำกัดของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิด CPA

ฮุงและคณะ (Hoong et al., 2015, pp. 14-16) ได้กล่าวถึงข้อจำกัดของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิด CPA ไว้ดังนี้

1) การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิด CPA ยังไม่เหมาะสมสำหรับใช้จัดกิจกรรมการเรียนรู้ตลอดรายวิชา ควรมีการผสมผสานการจัดกิจกรรมการเรียนรู้รูปแบบอื่น ๆ

2) การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิด CPA ควรใช้เวลาประมาณ 4-6 ชั่วโมงต่อเนื้อหาหนึ่งเรื่อง ซึ่งอาจมากกว่าเวลาที่หลักสูตรกำหนดให้ใช้จัดกิจกรรมการเรียนรู้

3) การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิด CPA ไม่สามารถใช้กับคณิตศาสตร์ทุกหัวข้อได้ เพราะธรรมชาติเนื้อหาของบางหัวข้อก็ไม่เหมาะกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิด CPA

พูตริและคณะ (Putri et al., 2018, p. 64) แสดงความกังวลในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิด CPA ในด้านความแตกต่างระหว่างบุคคลของผู้เรียนว่า ผู้เรียนที่มีความสามารถทางคณิตศาสตร์ (Mathematical ability) อยู่ในระดับสูง อาจไม่เห็นความจำเป็นของการใช้สื่อที่เป็นรูปธรรมเพื่อเข้าใจมโนทัศน์ที่เป็นนามธรรม เป็นผลทำให้ผู้เรียนไม่ตั้งใจทำกิจกรรม ครูจึงมีหน้าที่ทำให้ผู้เรียนที่มีความสามารถทางคณิตศาสตร์สูงเห็นความสำคัญของการใช้สื่อที่เป็นรูปธรรม เพราะอันที่จริงแล้วการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิด CPA เป็นผลดีต่อนักเรียนทุกระดับความสามารถทางคณิตศาสตร์

3.4 ตัวอย่างและแนวทางการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิด CPA

เพื่อให้การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ผู้วิจัยออกแบบ สอดคล้องกับแนวทางและหลักการที่ใช้ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิด CPA ผู้วิจัยจึงศึกษาตัวอย่างและแนวทางการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิด CPA ดังรายละเอียดต่อไปนี้

แนวทางการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิด CPA

ฮุยและคณะ (Hui et al., 2017, pp. 17-24) กล่าวว่า ครูคณิตศาสตร์มักใช้การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิด CPA อย่างไม่มีแนวทางที่ชัดเจน ซึ่งอาจส่งผลให้ผู้เรียนไม่บรรลุตามวัตถุประสงค์ที่ครูตั้งใจไว้ ดังนั้นฮุยและคณะจึงเสนอตัวแบบที่ใช้ในการออกแบบกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิด CPA ซึ่งประกอบไปด้วย 4 ขั้น โดยฮุยและคณะได้หยิบยกการสอนความหมายของเศษส่วนและเศษส่วนที่เท่ากันมาประกอบการอธิบาย ดังนี้

1) ขั้นแนะแนวทางอย่างละเอียด (Guided explication) ในขั้นนี้ผู้สอนจะต้องแนะแนวทางในการสำรวจและเรียนรู้โดยใช้ตัวแทนภายนอกให้กับผู้เรียน ยกตัวอย่างเช่น ผู้สอนให้แผ่นสำหรับสอนเศษส่วน (Fraction disc) กับผู้เรียน และสาธิตวิธีการใช้งานและความหมายของแผ่นสำหรับสอนเศษส่วน จากนั้นผู้สอนจึงชี้ชัดให้เห็นว่าต้องการให้พิจารณาพื้นที่ที่ถูกแรเงาของแผ่นสำหรับสอนเศษส่วน หลังจากนั้นเปิดโอกาสให้ผู้เรียนสะท้อนผลเพื่อตรวจสอบความเข้าใจของผู้เรียนโดยใช้คำถามกระตุ้น เช่น แผ่นสำหรับสอนเศษส่วนสองแผ่นนี้มีอะไรเหมือนกัน โดยคาดหวังคำตอบว่าแผ่นเศษส่วนทั้งสองแผ่นนี้ มีพื้นที่ที่ถูกแรเงาเท่ากัน ทั้งนี้

จุดประสงค์ของขั้นแนะแนวทางอย่างละเอียดคือต้องการให้ผู้เรียนมีแนวคิดทางคณิตศาสตร์อยู่ภายในจิตใจ

2) **ขั้นสำรวจเพื่อสร้างความคุ้นเคย** (Exploratory familiarization) จุดประสงค์ของขั้นนี้คือ ให้นักเรียนคุ้นเคยกับแนวคิดทางคณิตศาสตร์และการใช้ตัวแทนภายนอก โดยผู้สอนทำการยกสิ่งที่เป็นตัวอย่างและสิ่งที่ไม่เป็นตัวอย่าง ของแนวคิดทางคณิตศาสตร์ที่กำลังสอนอยู่ เปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้สำรวจสื่อซึ่งเป็นตัวแทนภายนอกตามแนวทางคำถามแนะแนวทางที่ผู้สอนออกแบบไว้ด้วยตนเอง

3) **ขั้นจัดระบบความรู้** (Knowledge classification) จุดประสงค์ของขั้นนี้คือ ให้ผู้เรียนได้วิเคราะห์และเปรียบเทียบ ผ่านการใช้คำถามกระตุ้นที่เหมาะสมของผู้สอน เพื่อให้ผู้เรียนสะท้อนสิ่งที่ตนเองเข้าใจออกมา เช่น การใช้คำถาม แผ่นสำหรับสอนเศษส่วนทั้งสองที่เห็นอยู่ มีพื้นที่ที่แรเงาเท่ากันหรือไม่? หรือใช้คำถามว่า พิซซ่าที่เบ็นและเจนมีนั้นเท่ากัน แต่ทำไมสัญลักษณ์แสดงเศษส่วนของปริมาณพิซซ่าที่เบ็นและเจนมีนั้นแตกต่างกัน?

4) **ขั้นแสดงมโนทัศน์ให้เป็นรูปธรรม** (Concept reification) จุดประสงค์ของขั้นนี้คือ ให้ผู้เรียนสามารถใช้ภาพตัวแทนและใช้สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ด้วยความคล่อง ครูควรประเมินความสามารถของผู้เรียนทั้งความสามารถในการใช้ภาพตัวแทนและความสามารถในการใช้สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ ทั้งสองสิ่งนี้อาจไม่ได้พัฒนาไปในทิศทางเดียวกัน กล่าวคือ ผู้เรียนอาจสามารถใช้สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ได้คล่อง แต่อาจไม่มีความสามารถในการใช้ภาพตัวแทนเพราะขาดความเข้าใจในแนวคิดทางคณิตศาสตร์

วิตเซลและคณะ (Witzel et al., 2008, pp. 272-276) กล่าวว่าแบบเรียนส่วนใหญ่ที่ใช้แนวคิด CRA ยังวางลำดับบทเรียนไม่ระมัดระวังมากพอ จึงได้แนะนำแนวทางการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิด CRA สำหรับการสอนคณิตศาสตร์ ระดับมัธยมศึกษาไว้ทั้งหมด 7 ขั้น ซึ่งเมื่อนำตัวอักษรตัวแรกของแต่ละขั้นมารวมกันจะประกอบเป็นคำว่า CRAMATH โดยแนวทางการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิด CRA แต่ละขั้นมีดังนี้

1) **เลือกหัวข้อทางคณิตศาสตร์ที่ต้องการสอน** (C: Choose the math topic to be taught) ก่อนที่ผู้สอนจะเริ่มออกแบบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ ผู้สอนควรจะทราบเนื้อหาที่ต้องการจะสอนก่อน หากหัวข้อใดที่มีความสอดคล้องกัน ผู้สอนควรจะรวมหัวข้อเหล่านั้นเป็นกิจกรรมการเรียนรู้เดียวกันเพื่อเป็นการเชื่อมโยงเนื้อหาเข้าด้วยกัน

2) **ทบทวนกระบวนการที่ใช้ในการแก้ปัญหา** (R: Review procedures to solve the problem) ในขั้นนี้ผู้สอนควรเขียนรายการจุดประสงค์การเรียนรู้ โดยเฉพาะกระบวนการที่ต้องการให้ผู้เรียนขณะแก้ปัญหา เช่น การแก้โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นที่มีหนึ่งและ

สองขั้นตอน อาจประกอบไปด้วยจุดประสงค์การเรียนรู้ สมบัติการบวก ลบ คูณ และหารจำนวนหรือตัวแปรทั้งสองข้างของสมการ ลำดับของการดำเนินการทางคณิตศาสตร์

3) **ปรับปรุงขั้นตอนการแก้ปัญหาเพื่อขจัดกลเม็ดทางสัญกรณ์และกลเม็ดการคำนวณที่อาจเกิดขึ้น** (A: Adjust the steps to eliminate notation or calculation tricks) ผู้สอนควรระมัดระวังถึงกลเม็ดการคำนวณที่อาจเกิดขึ้นขณะดำเนินการแก้ปัญหา เพราะกลเม็ดที่สามารถใช้ได้กับปัญหาหนึ่งอาจไม่เป็นกรณีทั่วไปที่จะนำไปประยุกต์กับปัญหาอื่น ๆ ได้ หากนักเรียนใช้กลเม็ดหรือสูตรลัดนี้อาจทำให้เกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางคณิตศาสตร์ได้

4) **เลือกสื่อที่จับต้องได้ให้สอดคล้องกับความรู้ที่เป็นนามธรรม** (M: Match the abstract steps with an appropriate concrete manipulative) ผู้สอนควรเลือกใช้สื่อที่จับต้องได้ที่ช่วยพัฒนามโนทัศน์คณิตศาสตร์ได้ครอบคลุมและมีความเป็นทั่วไป (Generalizability) อย่างระมัดระวัง เช่น ในการใช้บล็อกสำหรับสอนพีชคณิต (Algebra block) เพื่อสอนสมการ $3x=6$ อาจทำให้ผู้เรียนคุ้นเคยกับการแก้สมการที่มีสัมประสิทธิ์ของตัวแปรเป็นจำนวนเต็มเท่านั้น เมื่อผู้เรียนต้องเผชิญกับการแก้สมการที่มีสัมประสิทธิ์ของตัวแปรไม่เป็นจำนวนเต็ม เช่น $\frac{2}{3}x=4$ อาจทำให้ผู้เรียนไม่คุ้นเคย ไม่มั่นใจและประสบปัญหาในการแก้สมการ เพราะบล็อกสำหรับสอนพีชคณิตไม่ได้ถูกออกแบบมา สำหรับสอนการแก้สมการ ที่สัมประสิทธิ์ของตัวแปรไม่เป็นจำนวนเต็ม

5) **เรียบเรียงบทเรียนที่เป็นเชิงรูปธรรมและเชิงตัวแทน** (A: Arrange concrete and representational lessons) ผู้สอนควรเลือกออกแบบกิจกรรมในขั้นการสอนเชิงรูปธรรมและขั้นการสอนเชิงรูปภาพให้สอดคล้องกัน

6) **สอนความรู้ทั้งเชิงรูปธรรม ตัวแทน และเชิงนามธรรม จนผู้เรียนเกิดความเชี่ยวชาญ** (T: Teach each concrete, representational, and abstract lesson to student mastery) ผู้สอนควรมีการประเมินผลการเรียนรู้อย่างสม่ำเสมอและเป็นระบบ เพื่อให้มั่นใจว่าผู้เรียนมีความเชี่ยวชาญในขั้นการสอนเชิงรูปธรรมก่อนจะเริ่มขั้นการสอนเชิงรูปภาพ และผู้เรียนมีความเชี่ยวญในขั้นการสอนเชิงรูปภาพก่อนจะเริ่มขั้นการสอนเชิงนามธรรม โดยเมื่อเริ่มขั้นการสอนถัดไป ผู้สอนต้องเชื่อมโยงความรู้ในขั้นก่อนหน้าด้วยเสมอ ทั้งนี้ผู้สอนอาจใช้แบบตรวจสอบรายการดังที่แสดงในภาพประกอบ 8

7) **ช่วยเหลือนักเรียนให้นำสิ่งที่เรียนไปใช้แก้โจทย์ปัญหา** (H: Help students generalize what they learn through word problems) แทนที่ผู้สอนจะสอนโจทย์ปัญหาในช่วงสุดท้ายของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ ผู้สอนอาจเลือกสอนโจทย์ปัญหา

ในระหว่างการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ เพื่อให้ผู้เรียนได้เห็นแนวทางในการใช้ความรู้กับบริบทชีวิตจริง

	ขั้นการสอน	รายการการประเมิน					
		หาผลการคำนวณของสัมประสิทธิ์ของตัวแปร	การคงไว้ซึ่งการเท่ากันของสองฝั่งของสมการ	ลำดับการดำเนินการ	ความถูกต้องในการคำนวณ	การตรวจสอบความถูกต้องของคำตอบ	ความถูกต้องของคำตอบ
นักเรียนคนที่ 1	C						
	R						
	A						
นักเรียนคนที่ 2	C						
	R						
	A						

ภาพประกอบ 8 แบบตรวจสอบรายการสำหรับประเมินความสามารถในการแก้ปัญหาของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิด CRA

ที่มา: Witzel, B. S., Riccomini, P. J., & Schneider, E. (2008, May). Implementing CRA With Secondary Students With Learning Disabilities in Mathematics. Intervention in School and Clinic, 43(5), 270-276.

ฟลอเรส (Flores, 2010, pp. 198-199) ได้แนะแนวทางการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิด CPA ซึ่งประกอบไปด้วยขั้นตอน 5 ขั้นตอน เพื่อพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และการเรียนรู้อย่างมีความหมายของผู้เรียนนั้นประสบผลสำเร็จ ไว้ดังนี้

1) เลือกวัตถุที่จับต้องได้ ใช้สำหรับแนะนำมโนทัศน์ใหม่ที่นักเรียนต้องเรียน

2) เปิดโอกาสให้ผู้เรียนหยิบจับวัตถุที่จับต้องได้ ภายใต้คำแนะนำและการใช้คำถามแนะแนวทางของผู้สอน

3) เปลี่ยนรูปแบบการสอนจากการใช้วัตถุที่จับต้องได้ เป็นการใช้รูปภาพซึ่งเป็นตัวแทนวัตถุที่จับต้องได้

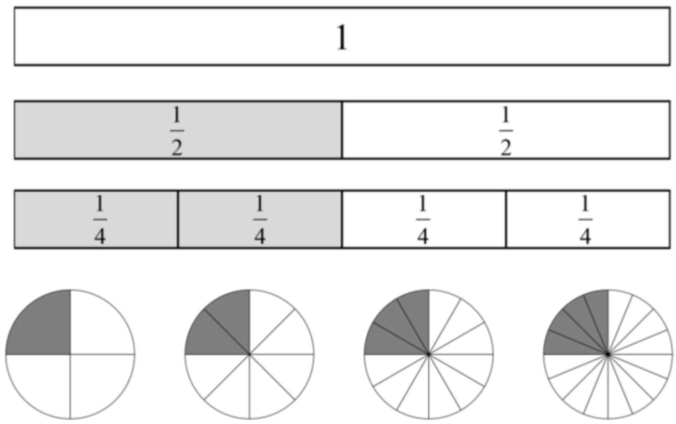
4) ใช้กลยุทธ์ที่จะช่วยให้ผู้เรียนจดจำสิ่งที่เรียนไปในขั้นก่อนหน้าได้ นั่นคือ วัตถุที่จับต้องได้และตัวแทนวัตถุที่จับต้องได้

5) กระตุ้นให้ผู้เรียนใช้จำนวนและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์เท่านั้น โดยไม่ใช้วัตถุที่จับต้องได้และรูปภาพซึ่งเป็นตัวแทนวัตถุที่จับต้องได้ ในการทำโจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์หรือแบบฝึกหัด

ฮุงและคณะ (Hoong et al., 2015, p. 15) ให้ความเห็นว่าการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิด CPA ควรใช้เวลาประมาณ 4-6 ชั่วโมงต่อการสอนเนื้อหาหนึ่งเรื่อง การสอนเนื้อหาหนึ่งเรื่องภายใน 1 ชั่วโมงด้วยวิธีการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิด CPA เป็นการรวบรัดเนื้อหาเกินไปจนทำให้ผู้เรียนไม่สามารถเชื่อมโยงความรู้ในแต่ละขั้นการสอนได้

ตัวอย่างการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิด CPA

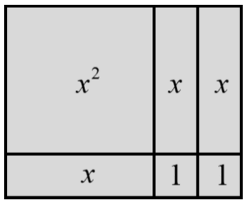
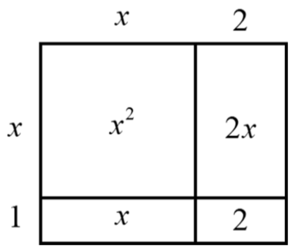
ฮุยและคณะ (Hui et al., 2017, pp. 1-2) ได้กล่าวว่า ในแบบเรียนคณิตศาสตร์ที่รับรองโดยกระทรวงศึกษาธิการประเทศสิงคโปร์ ใช้การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิด CPA เรื่องความหมายของเศษส่วนและเรื่องเศษส่วนที่เท่ากัน สำหรับชั้นประถมศึกษาปีที่ 3 ไว้ดังนี้ แบบเรียนใช้ภาพตัวแทนของเศษส่วนทั้งแบบรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากและรูปวงกลม (เทียบได้กับการสอนขั้นการสอนเชิงรูปภาพ) เพื่อแนะนำมโนทัศน์ของเศษส่วนที่เท่ากัน ดังภาพประกอบ 9 หลังจากนั้นในไม่นาน บทบาทของภาพตัวแทนจะลดลง โดยผู้เรียนจะเปลี่ยนจากการใช้ภาพตัวแทนเป็นการใช้สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ เช่น $\frac{1}{2}=\frac{2}{4}$ ซึ่งเรียกได้ว่าการสอนจากขั้นการสอนเชิงรูปภาพไปยังขั้นการสอนเชิงนามธรรมเป็นผลสำเร็จ นอกจากนี้หากโรงเรียนมีสื่อแผ่นสำหรับสอนเศษส่วน (Fraction disc) หรือแถบสำหรับสอนเศษส่วน (Fraction strip) ผู้สอนอาจนำสื่อเหล่านั้นมาประกอบในขั้นการสอนเชิงรูปธรรมก่อน เริ่มใช้ภาพตัวแทน ซึ่งเมื่อประกอบกันแล้วจะครบถ้วนตามการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิด CPA



ภาพประกอบ 9 ภาพตัวแทนของเศษส่วนทั้งแบบ รูปสี่เหลี่ยมมุมฉากและรูปวงกลม

ที่มา: Hui, C. S., Hoe, L. N., & Lee, K. P. (2017). Teaching and Learning with Concrete-Pictorial-Abstract Sequence – A Proposed Model. The Mathematics Educator, 17(1), 1-28. p. 2.

ฮุงและคณะ (Hoong et al., 2015, pp. 11-14) ได้ยกตัวอย่างการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิด CPA เรื่องการแยกตัวประกอบพหุนามดีกรีสอง สำหรับระดับมัธยมศึกษาตอนต้น โดยเริ่มจากการใช้การ์ดสำหรับการสอนพีชคณิต (AlgeCards) ประกอบกับความรู้เรื่องการหาพื้นที่ของสี่เหลี่ยมมุมฉากเมื่อทราบความกว้างและความยาว ซึ่งเป็นความรู้ที่ผู้เรียนมีมาก่อนหน้าเป็นขั้นการสอนเชิงรูปธรรม หลังจากนั้นจึงให้ผู้เรียนใช้การวาดแผนภาพลงบนกระดาษแทนการใช้สื่อการ์ดสำหรับการสอนพีชคณิต ในขั้นการสอนเชิงรูปภาพ แล้วจึงเปลี่ยนเป็นการใช้สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในขั้นการสอนเชิงนามธรรม แสดงได้ดังภาพประกอบ 10 การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิด CPA ข้างต้น ช่วยให้นักเรียนความสัมพันธ์ความรู้ที่เป็นนามธรรมกับความรู้ที่เป็นรูปธรรมได้ชัดเจนยิ่งขึ้น

ขั้นการสอนเชิงรูปธรรม	ขั้นการสอนเชิงรูปภาพ	ขั้นการสอนเชิงนามธรรม
		x^2+3x+2 $=(x+2)(x+1)$

ภาพประกอบ 10 ภาพตัวแทนของการแยกตัวประกอบพหุนามดีกรีสอง

ที่มา: Hoong, L. Y., Kin, H. W., & Pien, C. L. (2015). Concrete-Pictorial-Abstract: Surveying its origins and charting its future. The Mathematics Educator, 16(1), 1-18. p.12.

3.5 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิด CPA

งานวิจัยต่างประเทศ

นูโกรโฮและไจลานี (Nugroho & Jailani, 2019) ได้ศึกษาผลของการใช้การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิด CRA (Concrete-Representation-Abstract) กับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 จำนวน 93 คน ผลการวิจัยพบว่านักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิด CRA มีความสามารถในการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

เพอร์วาดิ ซูดิอาร์ทา และซูปาร์ทา (Purwadi, Sudiarta, & Suparta, 2019) ได้ทำการศึกษาผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิด CPA ที่มีต่อความเข้าใจมโนทัศน์ (Conceptual understanding) และความสามารถในการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ (Mathematical representation ability) เรื่องเศษส่วน โดยกลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 3 จำนวน 38 คน ประกอบไปด้วยกลุ่มทดลองซึ่งได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิด CPA มีนักเรียนจำนวน 23 คน และกลุ่มทดลองซึ่งได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติ มีนักเรียนจำนวน 15 คน ผลการวิจัยพบว่านักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิด CPA มีความเข้าใจมโนทัศน์และความสามารถในการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

งานวิจัยในประเทศ

ณธาอร ทองปรีชา (2556) ได้ศึกษาความสามารถในการรู้ค่าจำนวน 1-9 ของนักเรียนที่มีปัญหาบกพร่องทางการเรียนรู้ โดยใช้วิธีสอนแบบ CSA (Concrete-Semiconcrete-Abstract) พบว่าหลังจากนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 3 ที่มีปัญหาบกพร่องทางการเรียนรู้ได้เรียนด้วยวิธีสอนแบบ CSA แล้วมีความสามารถในการรู้ค่าจำนวน 1-9 ในระดับดีมาก และมีความสามารถในการบวกจำนวนที่ไม่เกิน 9 สูงกว่าก่อนเรียนด้วยวิธีสอนแบบ CSA อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ ที่ระดับ .05 ตามทฤษฎีแล้วที่ผลวิจัยออกเป็นเช่นนี้คาดว่า วิธีสอนแบบ CSA เป็นวิธีสอนโดยใช้สื่อที่เป็นของจริงและใกล้ตัวนักเรียน จึงมีความเป็นรูปธรรม นักเรียนได้ทำความคุ้นเคยอย่างค่อยเป็นค่อยไป เพราะขั้นการสอนทั้ง 3 ขั้น มีการเรียงลำดับจากง่ายไปหายาก

บทที่ 3
วิธีดำเนินการวิจัย

ความมุ่งหมายของการวิจัยเรื่อง การศึกษาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ผ่านการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิด Concrete – Pictorial – Abstract (CPA) สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ได้แก่ (1) เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ของนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิด CPA กับเกณฑ์ (2) เพื่อศึกษาพฤติกรรมการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ของนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิด CPA และ (3) เพื่อเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ของนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิด CPA กับเกณฑ์

ในการวิจัยครั้งนี้มีข้อมูลที่ผู้วิจัยต้องการรวบรวมทั้งเชิงปริมาณและเชิงคุณภาพ โดยที่ (1) ข้อมูลความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว เป็นข้อมูลเชิงปริมาณ ได้มาจากเครื่องมือวิจัยแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว (2) ข้อมูลพฤติกรรมการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว เป็นข้อมูลเชิงคุณภาพ ได้มาจากเก็บข้อมูลร่องรอยการเขียนจากการลงมือแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนทั้งชั้นเรียนและนักเรียนเป้าหมาย และสังเกตพฤติกรรมการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนเป้าหมายจำนวน 4 คน โดยใช้การบันทึกวิดีโอ และแบบสังเกตพฤติกรรมการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว เพื่อช่วยในการบันทึกและวิเคราะห์ข้อมูล และ (3) ข้อมูลผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว เป็นข้อมูลเชิงปริมาณ ได้มาจากเครื่องมือวิจัยแบบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

ในการเก็บข้อมูลวิจัย ผู้วิจัยได้ดำเนินการวิจัยตามขั้นตอน ดังนี้

1. กำหนดประชากรและกลุ่มตัวอย่าง
2. กำหนดกรอบแนวคิดของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิด CPA
3. สร้างเครื่องมือวิจัย
4. เก็บรวบรวมข้อมูล
5. วิเคราะห์ข้อมูล

1. การกำหนดประชากรและกลุ่มตัวอย่าง

ประชากร

นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โรงเรียนศรีอยุธยา ในพระอุปถัมภ์ สมเด็จพระเจ้าภคินีเธอ เจ้าฟ้าเพชรรัตนราชสุดา สิริโสภาพัณณวดี (โรงเรียนศรีอยุธยาฯ ในพระอุปถัมภ์ฯ) แขวงถนนพญาไท เขตราชเทวี กรุงเทพมหานคร ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2562 ทั้ง 12 ห้องเรียน

การเลือกกลุ่มตัวอย่าง

นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โรงเรียนศรีอยุธยาฯ ในพระอุปถัมภ์ฯ แขวงถนนพญาไท เขตราชเทวี กรุงเทพมหานคร ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2562 จำนวน 1 ห้องเรียน ซึ่งได้จากการสุ่มแบบกลุ่ม (Cluster random sampling) ได้นักเรียนกลุ่มตัวอย่างจำนวน 44 คน จากนั้นผู้วิจัยจำแนกนักเรียนกลุ่มตัวอย่างออกเป็นกลุ่มสูง กลุ่มปานกลาง และกลุ่มต่ำ ด้วยอัตราส่วน 1:2:1 โดยใช้คะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน รายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐานของภาคเรียนก่อนหน้า เป็นเกณฑ์การจำแนก จากนั้นสุ่มนักเรียนกลุ่มสูงจำนวน 1 คน นักเรียนกลุ่มปานกลางจำนวน 2 คน และนักเรียนกลุ่มต่ำจำนวน 1 คน เพื่อเป็นนักเรียนเป้าหมาย (Target students) จำนวน 4 คน สำหรับศึกษาข้อมูลพฤติกรรมการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ในเชิงลึก

ระยะเวลาที่ใช้ในการวิจัย

ผู้วิจัยดำเนินการทดลองด้วยตนเอง ในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2562 ใช้เวลาทดลองทั้งสิ้น 12 คาบเรียน โดยแบ่งเป็นดำเนินกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิด CPA 11 คาบเรียน และทดสอบหลังเรียน 1 คาบเรียน

เนื้อหาที่ใช้ในการวิจัย

เนื้อหาที่ใช้ในงานวิจัยอ้างอิงจากหนังสือเรียนและคู่มือครู รายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 เล่ม 2 ตามมาตรฐานการเรียนรู้และตัวชี้วัด กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 ซึ่งจัดทำโดยสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.)

2. กำหนดกรอบแนวคิดของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิด CPA

ในการทำวิจัยการศึกษาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ผ่านการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิด Concrete – Pictorial – Abstract (CPA) สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ผู้วิจัยได้กำหนดกรอบแนวคิดของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิด CPA ดังต่อไปนี้

จุดมุ่งหมายของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิด CPA

ในการออกแบบกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิด CPA เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ผู้วิจัยได้ออกแบบโดยมีจุดมุ่งหมายหลักเพื่อศึกษาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ศึกษาพฤติกรรมการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว และศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

ขอบเขตของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิด CPA

กิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิด CPA เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ประกอบด้วยแผนการจัดการเรียนรู้ จำนวน 11 แผน แต่ละแผนใช้เวลา 1 คาบเรียน คาบเรียนละ 50 นาที โดยแผนการจัดการเรียนรู้แต่ละแผน ประกอบไปด้วยจุดประสงค์การเรียนรู้ สาระการเรียนรู้ สื่อและแหล่งการเรียนรู้ กิจกรรมการเรียนรู้ การวัดและประเมินผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน

แนวทางการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิด CPA

จากการศึกษาหนังสือเรียนและคู่มือครู รายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 เล่ม 2 ตามมาตรฐานการเรียนรู้และตัวชี้วัด กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 ซึ่งจัดทำโดยสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.) ผู้วิจัยจึงวางแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้รายหน่วยการเรียนรู้ดังตาราง 5

ตาราง 5 แผนการจัดการเรียนรู้ตามแนวคิด CPA รายหน่วยการเรียนรู้

คาบเรียน	เนื้อหา	จุดประสงค์
1	การเตรียมความพร้อมก่อนรู้จักสมการ	นักเรียนสามารถ - เขียนนิพจน์พีชคณิตให้อยู่ในรูปอย่างง่าย - หาค่าของนิพจน์พีชคณิตโดยการแทนค่า

ตาราง 5 (ต่อ)

คาบเรียน	เนื้อหา	จุดประสงค์
2	สมการและคำตอบของสมการ	นักเรียนสามารถ - บอกความหมายของสมการและคำตอบของสมการ - หาคำตอบของสมการโดยใช้วิธีการลองแทนค่าตัวแปร
3	การแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว (1)	นักเรียนสามารถ - บอกสมบัติของการเท่ากันเกี่ยวกับการบวก - ใช้สมบัติของการเท่ากันเกี่ยวกับการบวกในการแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวได้
4	การแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว (2)	นักเรียนสามารถ - บอกสมบัติของการเท่ากันเกี่ยวกับการคูณ - ใช้สมบัติของการเท่ากันเกี่ยวกับการคูณในการแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวได้
5	การแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว (3)	นักเรียนสามารถ - บอกสมบัติของการเท่ากัน - แก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวโดยใช้สมบัติของการเท่ากัน
6	โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว (1)	นักเรียนสามารถ - เขียนสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวแทนสถานการณ์หรือปัญหา - แก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว และตรวจสอบความสมเหตุสมผลของคำตอบ

ตาราง 5 (ต่อ)

คาบเรียน	เนื้อหา	จุดประสงค์
7	โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว (2)	นักเรียนสามารถ - เขียนสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวแทนสถานการณ์หรือปัญหา - แก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว และตรวจสอบความสมเหตุสมผลของคำตอบ
8	โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว (3)	นักเรียนสามารถ - เขียนสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวแทนสถานการณ์หรือปัญหา - แก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว และตรวจสอบความสมเหตุสมผลของคำตอบ
9	โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว (4)	นักเรียนสามารถ - เขียนสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวแทนสถานการณ์หรือปัญหา - แก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว และตรวจสอบความสมเหตุสมผลของคำตอบ
10	โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว (5)	นักเรียนสามารถ - เขียนสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวแทนสถานการณ์หรือปัญหา - แก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว และตรวจสอบความสมเหตุสมผลของคำตอบ

ตาราง 5 (ต่อ)

คาบเรียน	เนื้อหา	จุดประสงค์
11	โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว (6)	นักเรียนสามารถ - เขียนสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวแทนสถานการณ์หรือปัญหา - แก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว และตรวจสอบความสมเหตุสมผลของคำตอบ
12	ทดสอบหลังเรียน โดยใช้ - แบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว - แบบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว	เก็บข้อมูลความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว หลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ เพื่อใช้เป็นข้อมูลในการวิจัย

จากการศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง เกี่ยวกับความหมายของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิด CPA และแนวทางการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิด CPA ผู้วิจัยจึงสร้างเป็นกรอบแนวคิดของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิด CPA โดยแบ่งเป็น 3 ช่วง ดังนี้

1) ช่วงที่ 1 (คาบเรียนที่ 1 ถึงคาบเรียนที่ 5)

คาบเรียนที่ 1 เป็นการทบทวนความรู้เดิม ได้แก่ สมบัติการสลับที่ของการบวก สมบติการสลับที่ของการคูณ สมบัติการแจกแจง และสอนแนวคิดเกี่ยวกับนิพจน์พีชคณิต ผ่านการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิด CPA ได้แก่ การแสดงภาพซึ่งมีจุดเรียงกันเป็นแถว แถวละ 3 จุด ให้นักเรียนระบุความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนแถวและจำนวนจุด และหากกำหนดให้จำนวนแถวเป็น x แถว จะมีจำนวนจุดอยู่กี่จุด โดยเขียนให้อยู่ในรูปของนิพจน์พีชคณิต

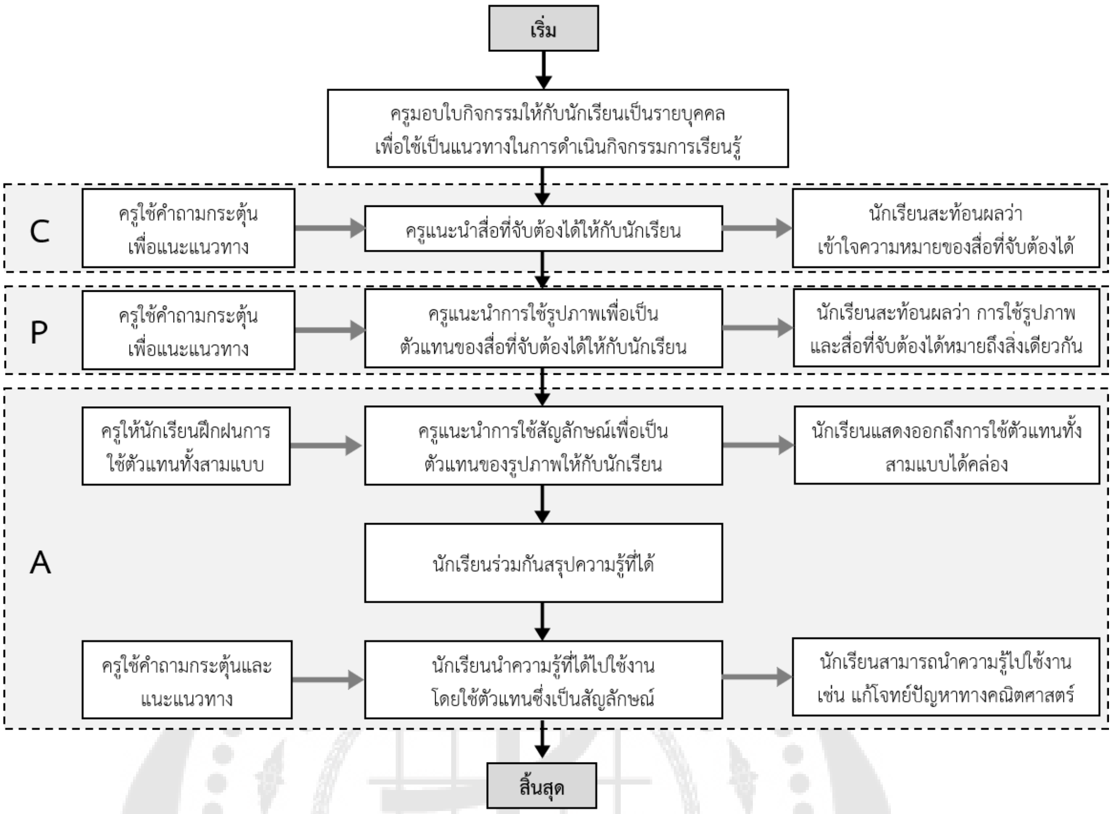
คาบเรียนที่ 2 เป็นการสอนเกี่ยวกับความหมายของตัวแปร ความหมายของสมการและคำตอบของสมการ ผ่านการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิด CPA โดยใช้เครื่องชั่งสองแขนซึ่งแสดงการเท่ากันของน้ำหนักของวัตถุของทั้งสองฝั่ง เป็นตัวแบบเชิงรูปธรรม

ของแนวคิดเกี่ยวกับสมการ ใช้วัตถุซึ่งไม่ทราบน้ำหนัก เป็นตัวแบบเชิงรูปธรรมของแนวคิดเกี่ยวกับตัวแปร ใช้การแทนที่วัตถุซึ่งไม่ทราบน้ำหนักด้วยวัตถุซึ่งทราบน้ำหนัก เป็นตัวแบบเชิงรูปธรรมของการแทนค่าตัวแปรเพื่อหาคำตอบของสมการ เมื่อนักเรียนเข้าใจตัวแบบเชิงรูปธรรมดีแล้ว จึงเปลี่ยนเป็นการใช้ตัวแบบเชิงรูปภาพ นั่นคือการวาดภาพเครื่องชั่งสองแขนแทนเครื่องชั่งสองแขนจริง แล้วจึงใช้สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ซึ่งเป็นตัวแบบเชิงนามธรรมเพื่อแทนภาพเครื่องชั่งสองแขน

คาบเรียนที่ 3 เป็นการสอนเกี่ยวกับสมบัติของการเท่ากันเกี่ยวกับการบวกผ่านการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิด CPA โดยใช้เครื่องชั่งสองแขน ซึ่งใช้การใส่วัตถุเข้าหรือหยิบวัตถุออกจากทั้งสองฝั่งของเครื่องชั่งสองแขนเป็นจำนวนเท่า ๆ กัน เป็นตัวแบบเชิงรูปธรรม ใช้การวาดภาพแทนการใส่วัตถุเข้าหรือหยิบวัตถุออกจากทั้งสองฝั่งของเครื่องชั่งสองแขนเป็นจำนวนเท่า ๆ กัน เป็นตัวแบบเชิงรูปภาพ และใช้สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ เรื่องสมบัติของการเท่ากันเกี่ยวกับการบวก เป็นตัวแบบเชิงนามธรรม

คาบเรียนที่ 4 เป็นการสอนเกี่ยวกับสมบัติของการเท่ากันเกี่ยวกับการคูณผ่านการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิด CPA โดยใช้เครื่องชั่งสองแขน ซึ่งใช้การใส่วัตถุเข้าหรือหยิบวัตถุออกจากทั้งสองฝั่งของเป็นจำนวนเท่าเดียวกัน (เช่น เพิ่มวัตถุเป็นสามเท่าในเครื่องชั่งสองแขนด้านซ้ายและเพิ่มวัตถุอีกเป็นสามเท่าในเครื่องชั่งสองแขนด้านขวา) เป็นตัวแบบเชิงรูปธรรม ใช้การวาดภาพแทนการใส่วัตถุเข้าหรือหยิบวัตถุออกจากทั้งสองฝั่งของเครื่องชั่งสองแขนเป็นจำนวนเท่าเดียวกัน เป็นตัวแบบเชิงรูปภาพ และใช้สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ เรื่องสมบัติของการเท่ากันเกี่ยวกับการบวก เป็นตัวแบบเชิงนามธรรม

คาบเรียนที่ 5 เป็นการสอนเกี่ยวกับการแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวโดยใช้สมบัติของการเท่ากันเกี่ยวกับการบวกและสมบัติของการเท่ากันเกี่ยวกับการคูณ ในช่วงแรกเป็นการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ CPA โดยใช้เครื่องชั่งสองแขนซึ่งเป็นตัวแบบเชิงรูปธรรม ใช้การวาดภาพเครื่องสองแขนซึ่งเป็นตัวแบบเชิงรูปภาพ และใช้สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ซึ่งเป็นตัวแบบเชิงนามธรรม ในช่วงแรก หลังจากนั้นครูลดบทบาทของขั้นการสอนเชิงรูปธรรมและขั้นการสอนเชิงรูปภาพลง คงเหลือไว้เพียงการแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวโดยใช้สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ ซึ่งมีครูใช้คำถามกระตุ้น เช่น การบวกด้วย 3 ทั้งสองข้างของสมการเทียบเท่าการกระทำใดกับเครื่องชั่งสองแขน หรือสามารถแสดงแนวทางการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิด CPA สำหรับคาบเรียนที่ 1 ถึงคาบเรียนที่ 5 ได้ดังภาพประกอบ 11

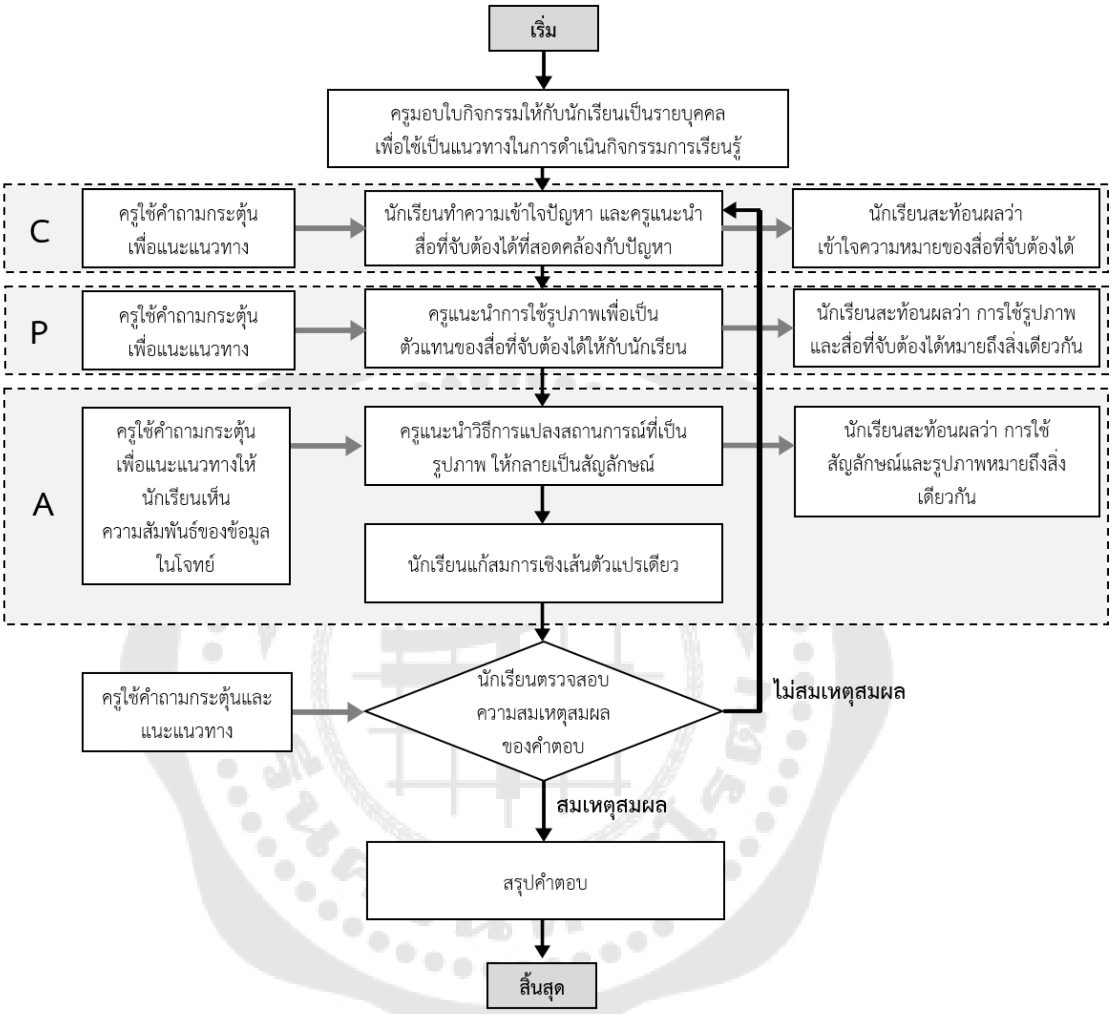


ภาพประกอบ 11 แนวทางการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิด CPA สำหรับคาบเรียนที่ 1 ถึงคาบเรียนที่ 5

2) ช่วงที่ 2 (คาบเรียนที่ 6)

คาบเรียนที่ 6 เป็นการสอนเกี่ยวกับการแก้ปัญหาเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ด้วยกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิด CPA โดยเริ่มจากการที่ครูใช้คำถามนำเพื่อให้นักเรียนเข้าใจปัญหา จากนั้นครูยกสื่อที่จับต้องได้ประกอบสถานการณ์ปัญหา นักเรียนควรจะแสดงออกถึงความเข้าใจในความหมายของสื่อที่จับต้องได้และสอดคล้องกับปัญหาอย่างไร ตามด้วยครูแนะนำให้ใช้รูปภาพเพื่อเป็นตัวแทนของสิ่งที่จับต้องได้และเป็นตัวแทนของปัญหา และขั้นการสอนเชิงนามธรรม ครูใช้คำถามแนะแนวทางเพื่อให้นักเรียนเห็นความสัมพันธ์ของข้อมูลในปัญหา และแปลงสถานการณ์ที่เป็นรูปภาพให้กลายเป็นสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์นั่นคือสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว นักเรียนลงมือแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวที่ได้ ครูชี้ชวนให้นักเรียนลงมือตรวจสอบความสมเหตุสมผลของคำตอบและเห็นความสำคัญของการตรวจสอบความสมเหตุผลของคำตอบ (การนำคำตอบของสมการแทนลงในตัวแปรของสมการ เพื่อพิจารณาว่าสมการเป็นจริงหรือไม่ ไม่ใช่การตรวจสอบความสมเหตุสมผล

ของคำตอบของปัญหา) หรือสามารถแสดงแนวทางการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิด CPA สำหรับคาบเรียนที่ 6 ได้ดังภาพประกอบ 12

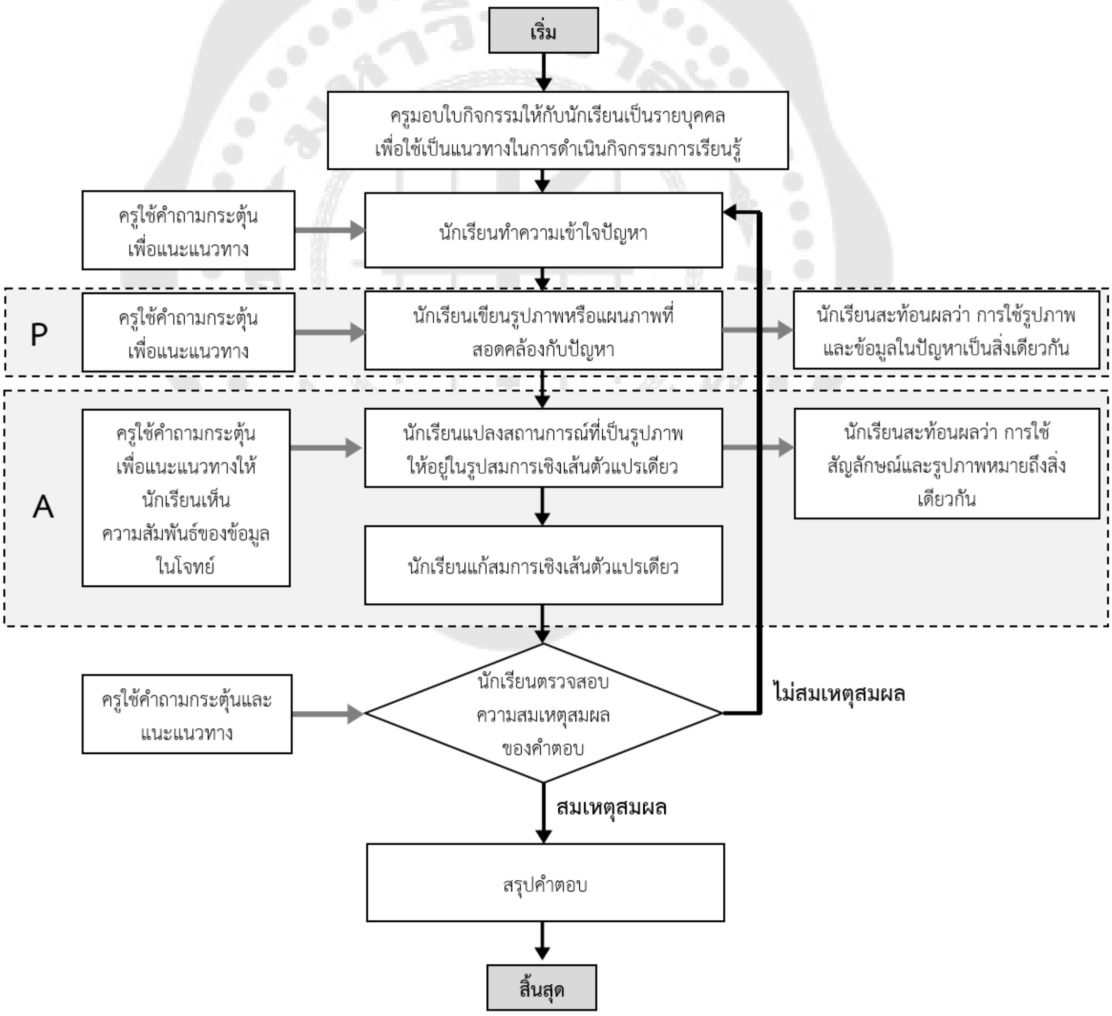


ภาพประกอบ 12 แนวทางการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิด CPA สำหรับคาบเรียนที่ 6

3) ช่วงที่ 3 (คาบเรียนที่ 7 ถึงคาบเรียนที่ 11)

คาบเรียนที่ 7 ถึงคาบเรียนที่ 11 เป็นการสอนเกี่ยวกับการแก้ปัญหา เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ด้วยกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิด CPA ที่ไม่ใช้ขั้นการสอนเชิงรูปธรรม เพราะในคาบเรียนนี้ นักเรียนควรมีความชำนาญมากพอที่จะไม่ต้องใช้ตัวแบบเชิงรูปธรรมอีกต่อไป การจัดกิจกรรมการเรียนรู้จะเริ่มจากครูใช้คำถามกระตุ้น ให้นักเรียนทำความเข้าใจปัญหา และเขียนรูปภาพหรือแผนภาพเพื่อเป็นตัวแทนเชิงรูปภาพของปัญหา นักเรียนควรแสดงออกถึงความเข้าใจว่ารูปภาพหรือแผนภาพที่เขียนมีความสัมพันธ์กับปัญหา จากนั้นนักเรียน

ลงมือแปลงสถานการณ์ที่เป็นรูปภาพให้อยู่ในรูปสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว นักเรียนลงมือแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ครูกระตุ้นให้นักเรียนตรวจสอบความสมเหตุสมผลของคำตอบและสรุปคำตอบ ระดับความยากของปัญหาที่ใช้มีแนวโน้มจะเพิ่มขึ้นเรื่อย ๆ โดยเริ่มจากคาบเรียนที่ 7 ง่ายที่สุด จนถึงคาบเรียนที่ 11 ที่ซับซ้อนมากที่สุด โดยในคาบเรียนที่ 7 บริบทของปัญหาสถานการณ์จริง คาบเรียนที่ 8 บริบทของปัญหาคือจำนวน คาบเรียนที่ 9 บริบทของปัญหาคือเรขาคณิต คาบเรียนที่ 10 และคาบเรียนที่ 11 จะไม่จำกัดบริบทของปัญหา แต่ปัญหาบางข้ออาจไม่เหมาะกับการกำหนดตัวแปรให้กับสิ่งที่โจทย์ถาม แต่เหมาะกับการกำหนดตัวแปรให้กับสิ่งอื่นที่สอดคล้องแล้วจึงนำไปคำนวณหาสิ่งที่โจทย์ต้องการต่อไป แสดงแนวทางการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิด CPA สำหรับคาบเรียนที่ 7 ถึงคาบเรียนที่ 11 ได้ดังภาพประกอบ 13



ภาพประกอบ 13 แนวทางการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิด CPA สำหรับคาบเรียนที่ 7 ถึงคาบเรียนที่ 11

3. สร้างเครื่องมือวิจัย

เครื่องมือวิจัยที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้มีด้วยกัน 4 เครื่องมือ ได้แก่

1) แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิด CPA

2) แบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

3) แบบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

4) แบบตรวจสอบรายการสำหรับสังเกตพฤติกรรมการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

3.1 แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิด CPA

แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิด CPA เป็นแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว จำนวน 11 แผน แผนละ 1 คาบเรียน แผนการจัดการเรียนรู้แต่ละแผนประกอบด้วย จุดประสงค์การเรียนรู้ สาระการเรียนรู้ สื่อและแหล่งการเรียนรู้ กิจกรรมการเรียนรู้ การวัดและประเมินผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิด CPA มีขั้นตอนในการสร้างดังนี้

1) ศึกษาหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551

2) ศึกษามาตรฐานการเรียนรู้และตัวชี้วัด กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551

3) ศึกษาหลักการและข้อควรคำนึงในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิด CPA จากเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง ทั้งของประเทศไทยและต่างประเทศ

4) ศึกษาหนังสือแบบเรียนและคู่มือครู รายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 เล่ม 2 ตามมาตรฐานการเรียนรู้และตัวชี้วัด กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 ซึ่งจัดทำโดยสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.)

5) จัดทำแผนการจัดการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิด CPA เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ให้สอดคล้องกับเอกสารและหลักการที่ได้ศึกษาในข้อที่ 1 ถึงข้อที่ 4

6) เสนอแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิด CPA ต่ออาจารย์ที่ปรึกษาปริญญานิพนธ์ เพื่อพิจารณาแก้ไขและปรับปรุงก่อนนำไปเสนอต่อผู้เชี่ยวชาญสาขาการศึกษาคณิตศาสตร์จำนวน 3 ท่าน เพื่อตรวจสอบคุณภาพของเครื่องมือวิจัย ด้านความตรงเชิงเนื้อหา พบว่าแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิด CPA ที่สร้างขึ้นมีค่าดัชนีความตรง

เชิงเนื้อหา (Index of content validity: IOC) เท่ากับ 1.00 ทั้ง 11 แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ โดยมีข้อเสนอแนะปรับแก้ไขจากผู้เชี่ยวชาญเพียงเล็กน้อย เช่น การสะกดคำ ปรับการเขียนเฉลยโจทย์ปัญหาในแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ให้ละเอียดยิ่งขึ้น เป็นต้น

7) นำแผนการจัดการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิด CPA ไปทดลองใช้กับกลุ่มนำร่อง เพื่อเก็บข้อมูลสำหรับปรับปรุง แล้วจึงเสนอต่ออาจารย์ที่ปรึกษาปริญญานิพนธ์ เพื่อให้ได้มาซึ่งแผนการจัดการเรียนรู้ที่สมบูรณ์ จากข้อมูลที่ได้จากทดลองใช้กับกลุ่มนำร่อง ผู้วิจัยได้ทำการปรับปรุงแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิด CPA โดยการเปลี่ยนการเรียงลำดับของโจทย์ปัญหาที่ใช้ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ ให้มีการเรียงลำดับจากง่ายไปยากที่เหมาะสมการเรียนรู้ของนักเรียนยิ่งขึ้น

8) นำแผนการจัดการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิด CPA ที่ปรับปรุงเพิ่มเติมแล้ว ไปดำเนินการเก็บข้อมูลวิจัยกับนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง

3.2 แบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

แบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ใช้สำหรับเก็บข้อมูลความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ของนักเรียนหลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิด CPA เป็นข้อสอบอัตนัย แบบแสดงวิธีทำ จำนวน 2 ข้อ ข้อละ 10 คะแนน รวม 20 คะแนน ให้เวลาในการทำแบบวัด 20 นาที โดยกำหนดเกณฑ์การให้คะแนนแบบวิเคราะห์ (Analytic scoring) ที่ผู้วิจัยปรับปรุงจากการให้คะแนนของชาร์ลส์ และคณะ (Charles et al., 1994) โดยมีเกณฑ์การให้คะแนนดังตาราง 6

ตาราง 6 เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

เกณฑ์การให้คะแนน	
ด้านที่ 1: การทำความเข้าใจปัญหา (คะแนนเต็ม 2 คะแนน)	
2 คะแนน	- ระบุสิ่งที่โจทย์ต้องการได้ถูกต้อง และมีการกำหนดตัวแปรให้กับสิ่งที่โจทย์ต้องการหรือกำหนดตัวแปรให้กับสิ่งที่สอดคล้องกับโจทย์ต้องการ
1 คะแนน	- ระบุสิ่งที่โจทย์ต้องการได้ถูกต้อง แต่ไม่มีการกำหนดตัวแปรหรือมีการกำหนดตัวแปรแต่ตัวแปรนั้นไม่สอดคล้องกับสิ่งที่โจทย์ต้องการ
0 คะแนน	ไม่ระบุสิ่งที่โจทย์ต้องการ หรือระบุสิ่งที่โจทย์ต้องการไม่ถูกต้อง
ด้านที่ 2: การวางแผนแก้ปัญหา (คะแนนเต็ม 3 คะแนน)	
3 คะแนน	- ระบุสมการที่ใช้ในการแก้โจทย์ได้ถูกต้อง หากขาดการกำหนดตัวแปร ให้พิจารณาร่องรอยอื่น ๆ ประกอบการกำหนดตัวแปร และมีร่องรอยที่แสดงถึงที่มา ในการได้มาซึ่งสมการนั้นอย่างครบถ้วน
2 คะแนน	- ระบุสมการที่ใช้ในการแก้โจทย์ได้ถูกต้อง หากขาดการกำหนดตัวแปร ให้พิจารณาร่องรอยอื่น ๆ ประกอบการกำหนดตัวแปร และมีร่องรอยที่แสดงถึงที่มา ในการได้มาซึ่งสมการนั้นขาดหายเป็นบางส่วน - ระบุสมการที่ใช้ในการแก้โจทย์ไม่ถูกต้อง หากขาดการกำหนดตัวแปร ให้พิจารณาร่องรอยอื่น ๆ ประกอบการกำหนดตัวแปร โดยมีหลักฐานที่ทำให้เชื่อได้ว่าสาเหตุที่สมการที่ได้ไม่ถูกต้องนั้นเกิดจากความเลินเล่อ เช่น เขียนตัวเลขในบางจุดคลาดเคลื่อนทำให้สมการที่ได้ไม่ถูกต้อง
1 คะแนน	หากการตอบข้อคำถามสอดคล้องกับข้อใดข้อหนึ่งต่อไปนี้ - ระบุสมการที่ใช้ในการแก้โจทย์ได้ถูกต้อง แต่ไม่ปรากฏร่องรอยที่แสดงถึงที่มาในการได้มาซึ่งสมการนั้นแม้แต่น้อย หากขาดการกำหนดตัวแปรให้พิจารณาร่องรอยอื่น ๆ ประกอบการกำหนดตัวแปร - ระบุสมการที่ใช้ในการแก้โจทย์ไม่ถูกต้อง โดยมีความเข้าใจผิดเกี่ยวกับความสัมพันธ์ระหว่างปริมาณในโจทย์เป็นบางส่วน
0 คะแนน	- ไม่ระบุสมการที่ใช้ในการแก้โจทย์

ตาราง 6 (ต่อ)

เกณฑ์การให้คะแนน	
ด้านที่ 3: การดำเนินการแก้ปัญหา (คะแนนเต็ม 3 คะแนน)	
3 คะแนน	- ดำเนินการแก้สมการที่สร้างขึ้นได้ถูกต้องทั้งหมด โดยไม่จำเป็นต้องมีการแสดงการใช้สมบัติของการเท่ากันเกี่ยวกับการบวกและสมบัติของการเท่ากันเกี่ยวกับการคูณอย่างเด่นชัด อนุโลมให้ใช้การลบและการหารทั้งสองข้างของสมการได้
2 คะแนน	- ดำเนินการแก้สมการที่สร้างขึ้นได้ถูกต้องเป็นส่วนใหญ่ โดยไม่จำเป็นต้องมีการแสดงการใช้สมบัติของการเท่ากันเกี่ยวกับการบวกและสมบัติของการเท่ากันเกี่ยวกับการคูณอย่างเด่นชัด อนุโลมให้ใช้การลบและการหารทั้งสองข้างของสมการได้ อาจมีการคำนวณผิดพลาดปรากฏเป็นจำนวนไม่เกิน 2 ตำแหน่ง
1 คะแนน	- ดำเนินการแก้สมการที่สร้างขึ้นได้ถูกต้องเพียงบางส่วน โดยไม่จำเป็นต้องมีการแสดงการใช้สมบัติของการเท่ากันเกี่ยวกับการบวกและสมบัติของการเท่ากันเกี่ยวกับการคูณอย่างเด่นชัด อนุโลมให้ใช้การลบและการหารทั้งสองข้างของสมการได้ หรือมีการคำนวณผิดพลาดปรากฏเป็นจำนวนมากกว่า 2 ตำแหน่ง
0 คะแนน	- ไม่ปรากฏร่องรอยการดำเนินการแก้สมการที่สร้างขึ้น หรือดำเนินการแก้สมการที่ไม่สื่อความหมายหรือสื่อความหมายผิดเพี้ยนไปจากความหมายเดิมที่ควรจะเป็น
ด้านที่ 4: การตรวจสอบคำตอบ (คะแนนเต็ม 1 คะแนน)	
1 คะแนน	- มีร่องรอยความพยายามในการตรวจสอบคำตอบที่ได้ โดยใช้วิธีการที่ถูกต้อง นั่นคือการตรวจสอบความสอดคล้องของคำตอบที่ได้กับสถานการณ์ที่กำหนด
0.5 คะแนน	- มีร่องรอยความพยายามในการตรวจสอบคำตอบที่ได้ แต่ใช้วิธีการที่ไม่ถูกต้อง เช่น การแทนค่าคำตอบของสมการที่ได้ลงในสมการที่สร้างขึ้น
0 คะแนน	- ไม่มีร่องรอยการตรวจสอบคำตอบ

ตาราง 6 (ต่อ)

เกณฑ์การให้คะแนน	
ด้านที่ 5: การสรุปคำตอบ (คะแนนเต็ม 1 คะแนน)	
1 คะแนน	- มีการสรุปคำตอบได้ถูกต้อง โดยไม่จำเป็นต้องใส่หน่วยของคำตอบซ้ำอีกครั้ง
0.5 คะแนน	หากการตอบข้อคำถามสอดคล้องกับข้อใดข้อหนึ่งต่อไปนี้ - มีร่องรอยการสรุปคำตอบ แต่คำตอบนั้นไม่ถูกต้อง โดยมีร่องรอยที่ทำให้เชื่อได้ว่าคำตอบนั้นมาจากการแก้โจทย์ปัญหา - เป็นคำตอบที่ถูกต้อง แต่สรุปคำตอบในหน่วยอื่นที่ไม่ตรงกับที่โจทย์ต้องการ
0 คะแนน	ไม่มีร่องรอยการสรุปคำตอบ หรือมีร่องรอยการสรุปคำตอบ แต่คำตอบนั้นไม่ถูกต้อง โดยปราศจากร่องรอยที่ทำให้เชื่อได้ว่าคำตอบนั้นมาจากการแก้โจทย์ปัญหา เช่น คำตอบที่ได้มาจากการเดาสุ่ม

แบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว มีขั้นตอนในการสร้างดังนี้

1) ศึกษาหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551

2) ศึกษามาตรฐานการเรียนรู้และตัวชี้วัด กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551

3) ศึกษาหนังสือแบบเรียน รายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 เล่ม 2 ตามมาตรฐานการเรียนรู้และตัวชี้วัด กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 ซึ่งจัดทำโดยสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.)

4) ศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องทั้งในประเทศและต่างประเทศ ที่เกี่ยวข้องกับหลักการวัดและประเมินผลความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

5) ออกแบบแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ตามหลักการที่ได้ศึกษาในขั้นตอนข้างต้น และสร้างเกณฑ์การให้คะแนนที่ปรับปรุงจากแนวคิดของชาร์ลส์และคณะ (Charles et al., 1994) ดังที่แสดงในตาราง 6

6) เสนอข้อสอบสำหรับวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว จำนวน 4 ข้อ ต่ออาจารย์ที่ปรึกษาปริญญานิพนธ์ เพื่อพิจารณาแก้ไขและปรับปรุง ก่อนนำไปเสนอต่อผู้เชี่ยวชาญสาขาการศึกษาคณิตศาสตร์จำนวน 3 ท่าน

เพื่อตรวจสอบคุณภาพของเครื่องมือวิจัย ด้านความตรงเชิงเนื้อหา ซึ่งพบว่าข้อสอบทั้ง 4 ข้อ มีค่าดัชนีความตรงเชิงเนื้อหา (Index of content validity: IOC) โดยมีข้อเสนอแนะปรับแก้ไขจากผู้เชี่ยวชาญเพียงเล็กน้อย ได้แก่ การปรับปรุงแผนภาพประกอบเฉลยข้อสอบ การสลับลำดับข้อสอบเพื่อเรียงจากข้อสอบง่ายไปยังข้อสอบยาก

7) ผู้วิจัยคัดเลือกข้อสอบไว้ทดลองใช้กับกลุ่มนำร่อง เพียง 2 ข้อ โดยผู้วิจัยเลือกตัดข้อสอบที่ผู้เชี่ยวชาญให้ความคิดเห็นว่า อาจมีระดับความยากและความซับซ้อนมากเกินไป เป็นจำนวน 2 ข้อ

8) นำแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ที่มีข้อสอบที่คัดเลือกไว้จำนวน 2 ข้อ ไปทดลองใช้กับกลุ่มนำร่อง เพื่อวิเคราะห์ค่าความยาก ค่าอำนาจจำแนก และค่าความเชื่อมั่น พบว่าข้อสอบมีค่าความยากอยู่ในช่วง 0.26 - 0.35 ข้อสอบมีค่าอำนาจจำแนกอยู่ในช่วง 0.40 - 0.52 และแบบสอบมีค่าความเชื่อมั่นเท่ากับ 0.83 ซึ่งอยู่ในเกณฑ์ที่เหมาะสม

9) นำแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ที่ตรวจสอบคุณภาพด้วยค่าความยาก ค่าอำนาจจำแนก และค่าความเชื่อมั่นแล้ว ไปดำเนินการเก็บข้อมูลวิจัยกับนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง

3.3 แบบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

แบบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ใช้สำหรับเก็บข้อมูลผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ของนักเรียนหลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิด CPA เป็นข้อสอบแบบเติมคำตอบสั้น จำนวน 15 ข้อ ข้อละ 1 คะแนน รวม 15 คะแนน ให้เวลาในการทำแบบวัด 25 นาที โดยกำหนดเกณฑ์การให้คะแนนแบบสองค่า (Dichotomous)

แบบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว มีขั้นตอนในการสร้างดังนี้

1) ศึกษาหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551

2) ศึกษามาตรฐานการเรียนรู้และตัวชี้วัด กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551

3) ศึกษาหนังสือเรียนและคู่มือครู รายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 เล่ม 2 ตามมาตรฐานการเรียนรู้และตัวชี้วัด กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง

พ.ศ. 2560) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 ซึ่งจัดทำโดยสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.)

4) ศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องทั้งในประเทศและต่างประเทศที่เกี่ยวข้องกับหลักการวัดและประเมินผลผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์

5) สร้างตารางวิเคราะห์ข้อสอบ ให้สอดคล้องกับมาตรฐานการเรียนรู้และตัวชี้วัด หนังสือเรียน และคู่มือครูที่ได้ศึกษา โดยแบ่งข้อสอบที่สร้างตามระดับพฤติกรรมด้านพุทธิสัย 4 ระดับ ตามกรอบแนวคิดของวิลสัน (Wilson, 1971)

6) เสนอข้อสอบสำหรับวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวจำนวน 21 ข้อ ต่ออาจารย์ที่ปรึกษาปริญญานิพนธ์ เพื่อพิจารณาแก้ไขและปรับปรุงก่อนนำไปเสนอต่อผู้เชี่ยวชาญสาขาการศึกษาคณิตศาสตร์จำนวน 3 ท่าน เพื่อตรวจสอบคุณภาพของเครื่องมือวิจัย ด้านความตรงเชิงเนื้อหา ซึ่งพบว่ามีข้อสอบ 20 ข้อ ที่มีค่าดัชนีความตรงเชิงเนื้อหา (Index of content validity: IOC) เท่ากับ 1.00 และมีข้อสอบ 1 ข้อที่มีค่าดัชนีความตรงเชิงเนื้อหา เท่ากับ -0.33 ซึ่งแสดงว่าข้อสอบข้อดังกล่าวมีความตรงเชิงเนื้อหาไม่ผ่านเกณฑ์ ดังนั้นจึงเหลือข้อสอบจำนวน 20 ข้อ

7) นำข้อสอบที่คัดเลือกไว้จำนวน 20 ข้อ ไปทดลองใช้กับกลุ่มนำร่อง เพื่อเก็บข้อมูลมาวิเคราะห์ค่าความยาก ค่าอำนาจจำแนก และค่าความเชื่อมั่น ซึ่งพบว่าข้อสอบทั้ง 20 ข้อ มีค่าความยากอยู่ในช่วง 0.02 - 0.59 ข้อสอบมีค่าอำนาจจำแนกอยู่ในช่วง 0.08 - 0.83 และแบบสอบฉบับนี้มีค่าความเชื่อมั่นเท่ากับ 0.77

8) จากผลการทดลองใช้ข้อสอบกับกลุ่มนำร่อง พบว่ามีข้อสอบมีจำนวนข้อมากเกินไป และมีบางข้อที่มีค่าความยากไม่เหมาะสม ดังนั้นผู้วิจัยได้ดำเนินการคัดข้อสอบที่มีค่าความยากต่ำกว่า 0.20 ออกเป็นจำนวน 5 ข้อ คงเหลือข้อสอบจำนวน 15 ข้อ ที่มีค่าความยากอยู่ในช่วง 0.22 - 0.59 ข้อสอบมีค่าอำนาจจำแนกอยู่ในช่วง 0.25 - 0.83 และแบบสอบที่มีข้อสอบ 15 ข้อฉบับนี้มีค่าความเชื่อมั่นเท่ากับ 0.77 โดยจากการพิจารณาตารางวิเคราะห์ข้อสอบ พบว่าข้อสอบทั้ง 15 ข้อที่เหลืออยู่ ยังคงครอบคลุมจุดประสงค์การเรียนรู้ทั้ง 7 ข้อเช่นเดิม

9) นำแบบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวที่ตรวจสอบคุณภาพของข้อสอบ ด้วยค่าความยาก ค่าอำนาจจำแนก และค่าความเชื่อมั่นแล้วไปดำเนินการเก็บข้อมูลวิจัยกับนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง

3.4 แบบตรวจสอบรายการสำหรับสังเกตพฤติกรรมการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

แบบตรวจสอบรายการสำหรับสังเกตพฤติกรรมการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ใช้สำหรับเก็บข้อมูลพฤติกรรมการแก้ปัญหา เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ระหว่างลงมือแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ขณะผู้วิจัยจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิด CPA

แบบตรวจสอบรายการสำหรับสังเกตพฤติกรรมการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ประกอบไปด้วยข้อคำถามจำนวน 15 ข้อความ โดยปรับปรุงจากแบบตรวจสอบรายการของอาร์ทซ์และอามัวร์-ทอมัส (Artz & Armour-Thomas, 1992) ในแต่ละคาบผู้วิจัยเป็นผู้บันทึกพฤติกรรมลงในแบบตรวจสอบรายการนี้ แบบตรวจสอบรายการสำหรับสังเกตพฤติกรรมการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวมีขั้นตอนในการสร้างดังนี้

1) กำหนดจุดมุ่งหมาย และขอบเขตของแบบสังเกตพฤติกรรมการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

2) สร้างแบบตรวจสอบรายการสำหรับสังเกตพฤติกรรมการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว โดยปรับปรุงจากแบบตรวจสอบรายการของอาร์ทซ์และอามัวร์-ทอมัส (Artz & Armour-Thomas, 1992) และกรอบแนวคิดการสังเกตพฤติกรรมเชิงประจักษ์การแก้ปัญหาของลีทซ์และเมา (Leitze & Mau, 1999)

3) นำแบบตรวจสอบรายการสำหรับสังเกตพฤติกรรมการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว เสนอต่ออาจารย์ที่ปรึกษาปริญญานิพนธ์เพื่อพิจารณาปรับปรุงแก้ไข

4) นำแบบตรวจสอบรายการสำหรับสังเกตพฤติกรรมการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว เสนอต่อผู้เชี่ยวชาญจำนวน 3 ท่าน เพื่อตรวจสอบความเหมาะสมของภาษา ความชัดเจนของข้อคำถาม โดยกำหนดการให้คะแนนของแต่ละข้อความดังนี้

คะแนน +1 หมายถึง ข้อคำถามสอดคล้องกับจุดประสงค์

คะแนน 0 หมายถึง ไม่แน่ใจว่าข้อคำถามสอดคล้องจุดประสงค์หรือไม่

คะแนน -1 หมายถึง ข้อคำถามไม่สอดคล้องกับจุดประสงค์

5) นำแบบตรวจสอบรายการสำหรับสังเกตพฤติกรรมการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ปรับปรุงตามข้อเสนอแนะของผู้เชี่ยวชาญทั้ง 3 ท่าน

6) นำแบบตรวจสอบรายการสำหรับสังเกตพฤติกรรมการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ไปทดลองกับนักเรียนกลุ่มนำร่อง

7) นำผลที่ได้มาวิเคราะห์และปรับปรุง เพื่อเตรียมใช้ทดลองกับกลุ่มตัวอย่างต่อไป

8) นำแบบตรวจสอบรายการสำหรับสังเกตพฤติกรรมการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ไปทดลองกับนักเรียนกลุ่มเป้าหมายจำนวน 4 คน

4. การเก็บรวบรวมข้อมูล

แบบแผนการวิจัย

การวิจัยครั้งนี้ใช้แบบแผนการวิจัยแบบ one-group posttest-only design โดยมีแบบแผนการวิจัย ดังตาราง 7

ตาราง 7 แบบแผนการวิจัย

กลุ่ม	ทดลอง	สอบหลัง
(R) E	X	O

สัญลักษณ์ที่ใช้ในแบบแผนการวิจัย

R แทน การสุ่มตัวอย่างจากประชากร ด้วยวิธีการสุ่มแบบกลุ่ม

E แทน กลุ่มตัวอย่างที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิด CPA

X แทน การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิด CPA

O แทน การเก็บข้อมูลความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว หลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้

การดำเนินการทดลอง

ผู้วิจัยดำเนินการทดลองทั้งหมด 12 คาบเรียน คาบเรียนละ 50 นาที โดยแบ่งออกเป็นดำเนินกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิด CPA 11 คาบเรียน และทดสอบหลังเรียน 1 คาบเรียน ซึ่งมีรายละเอียดการดำเนินการทดลอง ดังนี้

1) เลือกกลุ่มตัวอย่างด้วยวิธีการสุ่มแบบกลุ่ม

2) ในคาบเรียนที่ 1-5 ผู้วิจัยจัดกระทำกับกลุ่มตัวอย่าง โดยการจัดการเรียนรู้ตามแนวคิด CPA ตามแนวทางเครื่องมือวิจัยแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิด CPA โดยเก็บข้อมูลร่องรอยการลงมือแก้ปัญหาของนักเรียนทั้งชั้นเรียน

3) ในคาบเรียนที่ 6-11 ผู้วิจัยจัดกระทำกับกลุ่มตัวอย่าง โดยการจัดการเรียนรู้ตามแนวคิด CPA ตามแนวทางเครื่องมือวิจัยแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิด CPA โดยเก็บข้อมูลร่องรอยการลงมือแก้ปัญหาของนักเรียนทั้งชั้นเรียน และสังเกตพฤติกรรมการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ของนักเรียนเป้าหมาย โดยใช้การบันทึกวิดีโอ และแบบสังเกตพฤติกรรมการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว เพื่อช่วยในการบันทึกและวิเคราะห์ข้อมูล

4) ในคาบเรียนที่ 12 หลังเสร็จสิ้นการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิด CPA ผู้วิจัยนำแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว และแบบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ไปใช้กับนักเรียนกลุ่มตัวอย่างที่ได้รับการจัดการเรียนรู้ตามแนวคิด CPA เพื่อเก็บข้อมูลความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว และเก็บข้อมูลผลสัมฤทธิ์ทางกาเรียน เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ของผู้เรียน

5) นำข้อมูลที่ได้ไปวิเคราะห์ข้อมูลดังรายละเอียดในหัวข้อถัดไป

5. วิเคราะห์ข้อมูล

ในการวิจัย ผู้วิจัยดำเนินการวิเคราะห์ข้อมูลตามขั้นตอนดังนี้

1) นำคะแนนที่ได้จากแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว มาคำนวณค่าสถิติพื้นฐาน ได้แก่ ค่าเฉลี่ยเลขคณิต ร้อยละ และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน

2) นำคะแนนที่ได้จากแบบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว มาคำนวณค่าสถิติพื้นฐาน ได้แก่ ค่าเฉลี่ยเลขคณิต ร้อยละ และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน

3) ทดสอบสมมติฐานที่ 1 ที่ว่านักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 หลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิด CPA มีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ผ่านเกณฑ์มากกว่าร้อยละ 60 ของนักเรียนทั้งหมด โดยใช้การทดสอบสัดส่วนของประชากรด้วยสถิติ Z (Z-test for Population Proportion)

4) ทดสอบสมมติฐานที่ 2 ที่ว่า นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 หลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิด CPA มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ผ่านเกณฑ์มากกว่าร้อยละ 60 ของนักเรียนทั้งหมด โดยใช้การทดสอบสัดส่วนของประชากรด้วยสถิติ Z (Z-test for Population Proportion)

5) วิเคราะห์ร่องรอยการลงแก้ปัญหาของนักเรียนทั้งชั้นเรียน และพิจารณาพฤติกรรมการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ของนักเรียนเป้าหมายจากแบบสังเกตพฤติกรรมการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว และจากวิดีโอที่บันทึกไว้ขณะดำเนินการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ โดยพิจารณาพฤติกรรมการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ตามกรอบแนวคิดของอาร์ทซ์และอามัวร์-ทอมัส (Artz & Armour-Thomas, 1992)

สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล

1) สถิติพื้นฐาน

1.1) ค่าเฉลี่ยเลขคณิต (Mean) โดยคำนวณจากสูตร (ณหทัย ราตรี, 2556, น. 57)

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n}$$

เมื่อ $\bar{x}$ แทน ค่าเฉลี่ยเลขคณิตของคะแนน

n แทน จำนวนนักเรียนในกลุ่มตัวอย่าง

i แทน จำนวนเต็มตั้งแต่ 1 ถึง n

x_i แทน คะแนนของนักเรียนคนที่ i

1.2) ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (Standard deviation) โดยคำนวณจากสูตร (ณหทัย ราตรี, 2556, น. 84)

$$S = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}\left(x_i - \bar{x}\right)^2}{n-1}}$$

เมื่อ S แทน ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนของตัวอย่าง

$\bar{x}$ แทน ค่าเฉลี่ยเลขคณิตของคะแนนของตัวอย่าง

n แทน จำนวนนักเรียนในกลุ่มตัวอย่าง

i แทน จำนวนเต็มตั้งแต่ 1 ถึง n

x_i แทน คะแนนของนักเรียนคนที่ i

2) สถิติที่ใช้ในการตรวจสอบคุณภาพเครื่องมือ

2.1) ดัชนีความตรงเชิงเนื้อหา (Index of content validity: IOC) ซึ่งเกณฑ์ที่ใช้ในการคัดเลือกข้อสอบ คือ ดัชนีความตรงเชิงเนื้อหาของข้อสอบที่ดีควรมีค่าตั้งแต่ 0.50 ขึ้นไป และคำนวณหาค่าดัชนีความตรงเชิงเนื้อหาของข้อสอบแต่ละข้อ ได้จากสูตร (ณัฏฐภรณ์ หลาวทอง, 2559, น. 94-95)

$$IOC = \frac{\sum R}{N}$$

เมื่อ IOC หมายถึง ดัชนีความตรงเชิงเนื้อหาของข้อสอบ

$\sum R$ หมายถึง ผลรวมของคะแนนความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญในข้อสอบแต่ละข้อ โดยผู้เชี่ยวชาญมีความคิดเห็นต่อข้อสอบแต่ละข้อ 3 ระดับ ดังนี้

+1 คือ แน่ใจว่าข้อสอบข้อนั้นวัดได้ตรงตามเนื้อหาหรือนิยาม

0 คือ ไม่แน่ใจว่าข้อสอบข้อนั้นวัดได้ตรงตามเนื้อหาหรือนิยาม

-1 คือ แน่ใจว่าข้อสอบข้อนั้นวัดไม่ตรงตามเนื้อหาหรือนิยาม

N หมายถึง จำนวนผู้เชี่ยวชาญ

2.2) ความยากของข้อสอบ (Item difficulty)

2.2.1) การหาค่าความยากของข้อสอบที่มีการให้คะแนนแบบสองค่า (Dichotomous scoring) สามารถคำนวณได้จากสูตร (ณัฏฐภรณ์ หลาวทอง, 2559, น. 82-84)

$$P = \frac{H + M + L}{N}$$

เมื่อ P หมายถึง ความยากของข้อสอบ

H หมายถึง จำนวนคนกลุ่มสูงที่ตอบถูก

M หมายถึง จำนวนคนกลุ่มปานกลางที่ตอบถูก

L หมายถึง จำนวนคนกลุ่มอ่อนที่ตอบถูก

N หมายถึง จำนวนนักเรียนผู้รับการทดสอบทั้งหมด

2.2.2) การหาค่าความยากของข้อสอบที่มีการให้คะแนนแบบหลายค่า (Polytomous scoring) สามารถคำนวณได้จากสูตร (ณัฏฐภรณ์ หลาวทอง, 2559, น. 84)

$$P = \frac{\sum H + \sum L}{I(N_H + N_L)}$$

เมื่อ P หมายถึง ความยากของข้อสอบ

$\sum H$ หมายถึง คะแนนรวมของนักเรียนกลุ่มสูงที่ตอบถูก

$\sum L$ หมายถึง คะแนนรวมของนักเรียนกลุ่มต่ำที่ตอบถูก

I หมายถึง คะแนนเต็มในข้อสอบข้อนั้น

N_H หมายถึง จำนวนนักเรียนที่ถูกจัดอยู่ในกลุ่มสูง

N_L หมายถึง จำนวนนักเรียนที่ถูกจัดอยู่ในกลุ่มต่ำ

2.2.3) การแปลผลความยากของข้อสอบที่มีการให้คะแนนแบบสองค่า (Dichotomous scoring) และข้อสอบที่มีการให้คะแนนแบบหลายค่า (Polytomous scoring) มีเกณฑ์การแปลผลความยากของข้อสอบดังนี้ (ณัฏฐภรณ์ หลาวทอง, 2559, น. 86)

0.00 – 0.19 หมายถึง ยาก

0.20 – 0.39 หมายถึง ค่อนข้างยาก

0.40 – 0.60 หมายถึง ยากปานกลาง

0.61 – 0.80 หมายถึง ค่อนข้างง่าย

0.81 – 1.00 หมายถึง ง่าย

ปกติแล้วจะนิยมตัดข้อสอบที่มีความยากและง่ายออกไป และคัดเลือกเฉพาะข้อสอบที่มีความยากของข้อสอบอยู่ในช่วง 0.20 – 0.80 เก็บไว้เท่านั้น

ทั้งนี้ข้อสอบในแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ที่ผู้วิจัยนำมาใช้งาน เก็บข้อมูลกับกลุ่มทดลอง มีค่าความยากอยู่ในช่วง 0.26 – 0.35 ในขณะที่ข้อสอบในแบบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ที่ผู้วิจัยนำมาใช้งาน เก็บข้อมูลกับกลุ่มทดลอง มีค่าความยากอยู่ในช่วง 0.22 – 0.59

2.3) อำนาจจำแนกของข้อสอบ (Item discrimination)

2.3.1) การหาค่าอำนาจจำแนกของข้อสอบที่มีการให้คะแนนแบบสองค่า (Dichotomous scoring) สามารถคำนวณได้จากสูตร (ณัฏฐภรณ์ หลาวทอง, 2559, น. 88)

$$r = \frac{H}{N_H} - \frac{L}{N_L}$$

เมื่อ r หมายถึง อำนาจจำแนกของข้อสอบ

H หมายถึง จำนวนคนกลุ่มสูงที่ตอบถูก

L หมายถึง จำนวนคนกลุ่มต่ำที่ตอบถูก

N_H หมายถึง จำนวนนักเรียนที่ถูกจัดอยู่ในกลุ่มสูง

N_L หมายถึง จำนวนนักเรียนที่ถูกจัดอยู่ในกลุ่มต่ำ

2.3.2) การหาค่าอำนาจจำแนกของข้อสอบที่มีการให้คะแนนแบบหลายค่า (Polytomous scoring) สามารถคำนวณได้จากสูตร (ณัฏฐภรณ์ หลาวทอง, 2559, น. 89)

$$r = \frac{\sum H - \sum L}{\frac{I}{2}(N_H + N_L)}$$

เมื่อ r หมายถึง อำนาจจำแนกของข้อสอบ

$\sum H$ หมายถึง คะแนนรวมของนักเรียนกลุ่มสูงที่ตอบถูก

$\sum L$ หมายถึง คะแนนรวมของนักเรียนกลุ่มต่ำที่ตอบถูก

I หมายถึง คะแนนเต็มในข้อสอบข้อนั้น

N_H หมายถึง จำนวนนักเรียนที่ถูกจัดอยู่ในกลุ่มสูง

N_L หมายถึง จำนวนนักเรียนที่ถูกจัดอยู่ในกลุ่มต่ำ

2.3.3) การแปลผลอำนาจจำแนกของข้อสอบที่มีการให้คะแนนแบบสองค่า (Dichotomous scoring) และข้อสอบที่มีการให้คะแนนแบบหลายค่า (Polytomous scoring) มีเกณฑ์การแปลผลอำนาจจำแนกของข้อสอบดังนี้ (ณัฏฐภรณ์ หลาวทอง, 2559, น. 89)

$\geq$ 0.40	หมายถึง	จำแนกได้ดีมาก
0.30 – 0.39	หมายถึง	จำแนกได้ดี
0.20 – 0.29	หมายถึง	จำแนกได้พอใช้
0.01 – 0.19	หมายถึง	จำแนกได้ต่ำ
$\leq$ 0.00	หมายถึง	จำแนกไม่ได้

โดยปกติแล้วจะนิยมตัดข้อสอบข้อที่จำแนกได้ต่ำและจำแนกไม่ได้ออกไป และคัดเลือกเฉพาะข้อสอบที่มีอำนาจจำแนกตั้งแต่ 0.20 ขึ้นไปเท่านั้น

ทั้งนี้ข้อสอบในแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ที่ผู้วิจัยนำมาเก็บข้อมูลกับกลุ่มทดลอง มีค่าอำนาจจำแนกอยู่ในช่วง 0.40 – 0.52 ในขณะที่ข้อสอบในแบบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ที่ผู้วิจัยนำมาเก็บข้อมูลกับกลุ่มทดลอง มีค่าอำนาจจำแนกอยู่ในช่วง 0.25 – 0.83

2.4) ค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบ โดยการหาความคงที่ภายใน (Internal consistency)

2.4.1) ค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบประเภทให้คะแนนแบบสองค่า (Dichotomous scoring) ตามวิธีของคูเดอร์-ริชาร์ดสัน 20 (Kuder-Richardson 20) โดยคำนวณจากสูตร (สมนึก ภัททิยธนี, 2562, น. 220-222)

$$r_{tt} = \frac{n}{n-1}\left[1 - \frac{\sum pq}{S^2}\right]$$

เมื่อ r_{tt} หมายถึง สัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นของแบบทดสอบทั้งฉบับ

n หมายถึง จำนวนข้อของแบบทดสอบทั้งฉบับ

S^2 หมายถึง ความแปรปรวนของคะแนนรวมทั้งฉบับ

p หมายถึง อัตราส่วนของผู้ตอบถูกในข้อนั้นต่อผู้เข้าสอบทั้งหมด

q หมายถึง อัตราส่วนของผู้ตอบผิดในข้อนั้นต่อผู้เข้าสอบทั้งหมด

2.4.2) ค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบประเภทให้คะแนนเรียงอันดับหรือเป็นมาตราส่วนประมาณค่า (Rating scale) หรือเป็นแบบทดสอบที่มีการให้คะแนนแบบหลายค่า (Polytomous scoring) จะใช้วิธีการหาค่าสัมประสิทธิ์แอลฟาซึ่งเป็นวิธีของครอนบาค (Cronbach) โดยคำนวณจากสูตร (สมนึก ภัททิยธนี, 2562, น. 222-223)

$$\alpha = \frac{n}{n-1}\left[1 - \frac{\sum S_i^2}{S_t^2}\right]$$

เมื่อ α หมายถึง ความเชื่อมั่นของแบบทดสอบทั้งฉบับ (สัมประสิทธิ์แอลฟา)

n หมายถึง จำนวนข้อของแบบทดสอบทั้งฉบับ

S_i^2 หมายถึง ความแปรปรวนของคะแนนรายข้อ

S_t^2 หมายถึง ความแปรปรวนของคะแนนทั้งฉบับ

โดยปกติแล้วความเชื่อมั่นของแบบทดสอบทั้งฉบับของแบบทดสอบที่ดีควรมีค่าตั้งแต่ 0.75 ขึ้นไป ทั้งนี้จากการวิเคราะห์คุณภาพของข้อสอบกับกลุ่มนำร่อง พบว่า แบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว มีค่าความเชื่อมั่นเท่ากับ 0.83 ในขณะที่แบบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว มีค่าความเชื่อมั่นเท่ากับ 0.77

3) สถิติที่ใช้ทดสอบสมมติฐาน

ใช้สูตรทางสถิติการทดสอบสัดส่วนของประชากรด้วยสถิติ Z (Z-test for Population Proportion) โดยคำนวณจากสูตร (สรชัย พิศาลบุตร, 2559, น. 186)

$$z = \frac{p - p_0}{\sqrt{\frac{p_0\left(1 - p_0\right)}{n}}}$$

เมื่อ z หมายถึง ค่าสถิติ z

p หมายถึง สัดส่วนของนักเรียนกลุ่มตัวอย่างที่ได้คะแนนตั้งแต่ร้อยละ 60 ของคะแนนเต็ม (ผ่านเกณฑ์)

p_0 หมายถึง สัดส่วนของนักเรียนที่ต้องการทดสอบตามสมมติฐานการวิจัย ซึ่งในที่นี้มีค่าเท่ากับ 0.60

n หมายถึง ขนาดของกลุ่มตัวอย่าง

บทที่ 4
ผลการวิเคราะห์ข้อมูล

ความมุ่งหมายของการวิจัยครั้งนี้ คือ (1) เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ของนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิด CPA กับเกณฑ์ (2) เพื่อศึกษาพฤติกรรมการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ของนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิด CPA และ (3) เพื่อเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ของนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิด CPA กับเกณฑ์ โดยผู้วิจัยเลือกนำเสนอผลการวิเคราะห์ข้อมูลเป็น 3 ตอน ได้แก่

ตอนที่ 1 ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

ตอนที่ 2 พฤติกรรมการปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

ตอนที่ 3 ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

โดยการวิเคราะห์ข้อมูลตอนที่ 1 เป็นการวิเคราะห์ข้อมูลเชิงปริมาณ ข้อมูลตอนที่ 2 เป็นการวิเคราะห์ข้อมูลเชิงคุณภาพ และข้อมูลตอนที่ 3 เป็นการวิเคราะห์ข้อมูลเชิงปริมาณ

ตอนที่ 1 ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

1.1 ค่าสถิติพื้นฐานของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

ในการศึกษาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 เมื่อได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิด CPA โดยใช้เครื่องมือวิจัยแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ได้ผลวิจัยดังตาราง 8

ตาราง 8 ค่าสถิติพื้นฐานของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

แหล่งที่มาของคะแนน	คะแนนเต็ม	ค่าเฉลี่ยเลขคณิต	ร้อยละของค่าเฉลี่ยเลขคณิตเทียบกับคะแนนเต็ม	ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน
แบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์	20	14.06	70.30	3.24

จากตาราง 8 พบว่าค่าเฉลี่ยเลขคณิตของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว เท่ากับ 14.06 คะแนน จากคะแนนเต็ม 20 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 70.30 ของคะแนนเต็ม และมีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน เท่ากับ 3.24

1.2 การทดสอบสมมติฐานการวิจัยเกี่ยวกับความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เทียบกับเกณฑ์

ผู้วิจัยต้องการทดสอบสมมติฐานการวิจัยที่ว่า “นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 หลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิด CPA ผ่านเกณฑ์ด้านความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว อย่างน้อยร้อยละ 60 ของนักเรียนทั้งหมด” จึงนำผลคะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ของนักเรียน ที่ได้จากแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว มาทดสอบสมมติฐานการวิจัย ซึ่งการทดสอบสมมติฐานการวิจัยนี้ ประกอบไปด้วยการทดสอบสมมติฐานทางสถิติ 2 ชนิด ได้แก่ (1) การทดสอบภาวะปรกติ (Normality Test) และ (2) การทดสอบสัดส่วนของประชากรด้วยสถิติ Z (Z-test for Population Proportion)

1.2.1 **การทดสอบภาวะปรกติ** (Normality Test)

ผู้วิจัยต้องการทดสอบภาวะปรกติของคะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว เพื่อตรวจสอบว่าสามารถใช้การทดสอบสัดส่วนของประชากรด้วยสถิติ Z ได้หรือไม่

ตาราง 9 ผลการทดสอบภาวะปรกติ (Normality Test) ของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

	Test of Normality					
	Kolmogorov-Smirnov			Shapiro-Wilk		
	Statistic	df	Sig.	Statistic	df	Sig.
PBSSCORE	.070	44	.200	.973	44	.398*

*ที่ระดับนัยสำคัญ .05

การทดสอบภาวะปรกติของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ของกลุ่มตัวอย่าง ผู้วิจัยใช้การทดสอบของ Shapiro-Wilk ดังข้อมูลในตาราง 9 มีค่า sig = .398 > .05 แสดงว่าความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ของนักเรียนเมื่อได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิด CPA ที่ได้มาจากเครื่องมือวิจัยแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ของกลุ่มตัวอย่างมีการแจกแจงปรกติ (Normal distribution) ที่ระดับนัยสำคัญ .05 ดังนั้นข้อมูลความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว จึงเหมาะสมที่จะใช้สถิติการทดสอบสัดส่วนของประชากรด้วยสถิติ Z (Z-test for Population Proportion)

1.2.2 **การทดสอบสัดส่วนของประชากรด้วยสถิติ** Z (Z-test for Population Proportion)

ผู้วิจัยต้องการทดสอบสัดส่วนของประชากรว่ามีจำนวนนักเรียนที่มีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวผ่านเกณฑ์ มีจำนวนมากกว่าร้อยละ 60 ของนักเรียนทั้งหมด อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติหรือไม่ จึงใช้การทดสอบสัดส่วนของประชากรด้วยสถิติ Z (Z-test for Population Proportion) ผลการทดสอบสมมติฐานการวิจัยดังแสดงในตาราง 10

ตาราง 10 ผลการทดสอบสัดส่วนของประชากรด้วยสถิติ Z เกี่ยวกับความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

จำนวนนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง (คน)	จำนวนนักเรียนที่มีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ผ่านเกณฑ์ (คน)	ร้อยละนักเรียนที่มีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ผ่านเกณฑ์	Z-Score	ค่าวิกฤต
44	35	79.55	2.65	1.645*

*ที่ระดับนัยสำคัญ .05

จากตาราง 10 มีนักเรียนร้อยละ 79.55 ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง ที่มีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ผ่านเกณฑ์ เมื่อใช้การทดสอบสัดส่วนของประชากรด้วยสถิติ Z (Z-test for Population Proportion) พบว่าค่า Z-score = 2.65 > 1.645 = ค่าวิกฤต สรุปได้ว่านักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 หลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิด CPA ผ่านเกณฑ์ด้านความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว มากกว่าร้อยละ 60 ของนักเรียนทั้งหมด ที่ระดับนัยสำคัญ .05 (รายละเอียดการคำนวณ แสดงอยู่ในภาคผนวก ข)

ตอนที่ 2 พฤติกรรมการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

ในการศึกษาพฤติกรรมการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ผู้วิจัยได้ข้อมูลมาจาก (1) ร่องรอยการเขียนจากการลงมือแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนทั้งชั้นเรียนและนักเรียนเป้าหมาย และ (2) ข้อมูลจากการสังเกตการลงมือแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนเป้าหมาย โดยใช้การบันทึกวิดีโอ และแบบสังเกตพฤติกรรมการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว เพื่อช่วยในการบันทึกและวิเคราะห์ข้อมูล ซึ่งนักเรียนเป้าหมาย (Target student) ได้มาจากการจำแนก

นักเรียนกลุ่มตัวอย่างออกเป็นกลุ่มสูง กลุ่มปานกลาง และกลุ่มต่ำ ด้วยอัตราส่วน 1:2:1 โดยใช้คะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน รายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน ของภาคเรียนก่อนหน้า เป็นเกณฑ์การจำแนก จากนั้นสุ่มนักเรียนกลุ่มสูงจำนวน 1 คน นักเรียนกลุ่มปานกลาง จำนวน 2 คน และนักเรียนกลุ่มต่ำจำนวน 1 คน เพื่อเป็นนักเรียนเป้าหมาย (Target student) สำหรับศึกษาข้อมูลพฤติกรรมการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ในเชิงลึก จำนวน 4 คน ได้แก่ ตะวัน จันทรา ดารา พิภพ (นามสมมติ) จากการสังเกตการณ์ของผู้วิจัยก่อนเริ่มเก็บข้อมูล คำบอกเล่าของครูผู้รับผิดชอบรายวิชานี้ พบว่านักเรียนเป้าหมายทั้ง 4 คน มีทักษะในการสื่อสาร สามารถพูดคุยและสื่อสารกับผู้อื่นได้ โดยแต่ละคนมีลักษณะและพฤติกรรม ดังนี้

(1) ตะวัน เป็นนักเรียนกลุ่มต่ำ มีสมาธิจดจ่อกับการเรียนดีมาก เมื่อตะวันไม่เข้าใจที่ครูสอนหรือขณะทำโจทย์ ตะวันมักถามข้อสงสัยจากเพื่อนร่วมกลุ่ม ตะวันมักดำเนินการทางคณิตศาสตร์ผิดอยู่บ่อยครั้ง เพราะขาดความรอบคอบ

(2) จันทรา เป็นนักเรียนกลุ่มปานกลาง พูดคุยกับเพื่อนน้อย เมื่อจันทราทำโจทย์ปัญหาไม่ได้ จันทรามักขอความช่วยเหลือจากเพื่อน โดยการดูวิธีทำและคำตอบจากเพื่อนบางส่วน แล้วพยายามลงมือทำขั้นตอนต่อไปด้วยตนเอง

(3) ดารา เป็นนักเรียนกลุ่มปานกลาง ยิ้มแย้มแจ่มใส ชอบพูดคุยกับเพื่อน เมื่อดาราถูกเพื่อนขอความช่วยเหลือ ดาราจะกระตือรือร้นในการให้ความช่วยเหลือ โดยการอธิบายให้เพื่อนร่วมกลุ่มฟัง

(4) พิภพ เป็นนักเรียนกลุ่มสูง พิภพเป็นคนช่างคิด มีความกระตือรือร้นในการเรียนดี พิภพจะคอยสังเกตเพื่อนร่วมกลุ่มหรือเพื่อนรอบข้างอยู่เสมอ หากพบว่าเพื่อนร่วมกลุ่มหรือเพื่อนรอบข้างมีปัญหา พิภพจะคอยให้ความช่วยเหลือและคำแนะนำ

ผู้วิจัยดำเนินการศึกษาพฤติกรรมการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โดยแบ่งช่วงการศึกษาออกเป็น 4 ช่วง ซึ่งแต่ละช่วงมีรายละเอียดดังต่อไปนี้

(1) ช่วงที่ 1 (คาบเรียนที่ 1-5)

ช่วงที่ 1 เป็นช่วงการสอนเกี่ยวกับการสมบัติของจำนวนจริง นิพจน์พีชคณิต ความหมายและแนวคิดเกี่ยวกับสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว สมบัติที่ใช้ในการแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว เพื่อเป็นพื้นฐานในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ในช่วงที่ 2 และช่วงที่ 3 ทั้งนี้ผู้วิจัยได้แบ่งการศึกษาในช่วงที่ 1 ออกเป็นอีก 2 ช่วงย่อย ดังนี้

(1.1) ช่วงที่ 1.1 (คาบเรียนที่ 1-2)

ในช่วงที่ 1.1 นักเรียนจะได้ทบทวนสมบัติของจำนวนจริง ได้แก่ สมบัติการสลับที่ของการบวก สมบัติการสลับที่ของการคูณ และสมบัติการแจกแจง นักเรียนจะได้เรียนเรื่องนิพจน์พีชคณิต ความหมายและแนวคิดของสมการ ผ่านการใช้สื่อที่เป็นรูปธรรม รูปภาพแทนสื่อที่เป็นรูปธรรม และสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ตามลำดับ ซึ่งสอดคล้องกับแนวคิดในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิด CPA ในช่วงนี้นักเรียนควรเขียนนิพจน์พีชคณิตและสมการเพื่อแทนสถานการณ์จริง และหาค่าของนิพจน์พีชคณิตที่กำหนดได้

(1.2) ช่วงที่ 1.2 (คาบเรียนที่ 3-5)

ในช่วงที่ 1.2 นักเรียนจะได้เรียนเรื่องการแก้สมการ โดยใช้สมบัติของการเท่ากันเกี่ยวกับการบวกและสมบัติของการเท่ากันเกี่ยวกับการคูณ ผ่านการใช้เครื่องชั่งสองแขนซึ่งเป็นสื่อที่เป็นรูปธรรม เชื่อมโยงไปยังแผนภาพเครื่องชั่งสองแขน เพื่อแทนสื่อที่เป็นรูปธรรม และเชื่อมโยงไปยังการเขียนสมการ ซึ่งเป็นสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ที่สอดคล้องกับแผนภาพตามลำดับ

(2) ช่วงที่ 2 (คาบเรียนที่ 6)

ในช่วงที่ 2 ในคาบนี้นักเรียนจะได้เชื่อมโยงจาก CPA ไปยังการแก้ปัญหา โดยนักเรียนจะได้เรียนรู้การแก้ปัญหา เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ครบทั้ง 4 ขั้นตอนที่ผู้วิจัยศึกษา ได้แก่ ขั้นทำเข้าใจปัญหาและขั้นวางแผนการแก้ปัญหา ด้วยการใช้ทั้งวัตถุจับต้องได้ซึ่งเป็นรูปธรรม (Concrete) ใช้แผนภาพหรือรูปภาพ (Pictorial) เพื่อเป็นตัวแทนของสิ่งที่จับต้องได้และเป็นตัวแทนของปัญหา จากนั้นจึงนำรูปภาพหรือแผนภาพที่ได้มาเขียนเป็นสมการ ซึ่งเป็นสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ที่มีความเป็นนามธรรม (Abstract) ขั้นการดำเนินการแก้ปัญหา คือการแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว และขั้นการตรวจสอบผล คือการนำคำตอบของโจทย์ปัญหาที่ได้ไปตรวจสอบความสอดคล้องกับเงื่อนไขที่โจทย์ปัญหากำหนดให้

(3) ช่วงที่ 3 (คาบเรียนที่ 7-11)

ช่วงที่ 3 เป็นช่วงการสอนเกี่ยวกับแก้ปัญหา เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ด้วยกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิด CPA โดยไม่ใช้ขั้นการสอนเชิงรูปธรรม (Concrete) โจทย์ปัญหาที่ใช้ในช่วงที่ 3 จะมีบริบทที่แตกต่างกันไป และเพิ่มระดับความซับซ้อนของโจทย์ปัญหาขึ้นเรื่อย ๆ ผู้วิจัยได้แบ่งการศึกษาในช่วงที่ 3 ออกเป็นอีก 2 ช่วงย่อย ดังนี้

(3.1) ช่วงที่ 3.1 (คาบเรียนที่ 7-9)

ในช่วงที่ 3.1 นักเรียนจะได้เรียนรู้การทำความเข้าใจปัญหาและวางแผนการแก้โจทย์ปัญหา ผ่านการใช้เพียงรูปภาพหรือแผนภาพ โดยไม่ใช้วัตถุที่จับต้องได้

เพื่อศึกษาพฤติกรรมการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ หลังจากที่ผู้สอนไม่ได้ใช้การสอนเชิงรูปธรรม (Concrete) ในกิจกรรมการเรียนรู้ โดยผู้วิจัยได้ทำการศึกษาว่า นักเรียนมีพฤติกรรมการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เปลี่ยนไปอย่างไร เมื่อเทียบกับช่วงที่ 2

(3.2) ช่วงที่ 3.2 (คาบเรียนที่ 10-11)

ในช่วงที่ 3.2 นักเรียนจะได้เรียนรู้การทำความเข้าใจปัญหาและวางแผนการแก้โจทย์ปัญหา โดยใช้สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์เป็นส่วนใหญ่ ซึ่งในช่วงที่ 3.2 นี้ ผู้สอนไม่ได้ใช้การสอนเชิงรูปธรรม (Concrete) ในกิจกรรมการเรียนรู้เช่นเดียวกันกับช่วงที่ 3.1 แต่โจทย์ปัญหาในช่วงที่ 3.2 มีความซับซ้อนมากกว่าช่วงที่ 3.1 รวมไปถึงผู้สอนได้ลดบทบาทของแผนภาพ ซึ่งมีความเป็นเชิงรูปภาพ (Pictorial) ลงด้วย โดยผู้วิจัยได้ทำการศึกษาว่านักเรียนมีพฤติกรรมการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เปลี่ยนไปอย่างไร

(4) ช่วงที่ 4 (แบบทดสอบหลังเรียน)

ในช่วงที่ 4 นักเรียนจะได้ทำแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว และแบบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว เพื่อวัดและประเมินผลหลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิด CPA เป็นระยะเวลา 11 คาบเรียน ทั้งนี้ในการวิเคราะห์ข้อมูลพฤติกรรมการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว จะศึกษาจากแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว เท่านั้น

ในช่วงที่ 4 นี้ ผู้วิจัยต้องการศึกษาว่าเมื่อนักเรียนได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิด CPA เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวแล้ว นักเรียนมีพฤติกรรมการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เปลี่ยนไปอย่างไรบ้าง โดยเฉพาะต้องการทราบพฤติกรรมของนักเรียนในขั้นทำความเข้าใจและวางแผนการแก้ปัญหา ว่าอยู่ในเชิงรูปธรรม (Concrete) เชิงรูปภาพ (Pictorial) หรือเชิงนามธรรม (Abstract)

ในเบื้องต้นผู้วิจัยจะทำการศึกษาข้อมูลพฤติกรรมการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว แบบภาพรวมทั้งชั้นเรียน ในเชิงปริมาณ ทั้งนี้ในช่วงที่ 1.1 และช่วงที่ 1.2 เป็นช่วงการสอนเนื้อหาและความรู้ที่จำเป็น สำหรับการสอนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ดังนั้นในช่วงที่ 1.1 และช่วงที่ 1.2 นักเรียนจึงยังไม่สามารถดำเนินการปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้ครบทั้ง 4 ขั้นตอนของกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยา ซึ่งได้แก่ ขั้นทำความเข้าใจปัญหา ขั้นวางแผนการแก้ปัญหา ขั้นดำเนินการตามแผน และขั้นตรวจสอบผล จากที่กล่าวมาข้างต้นผู้วิจัยจึงสนใจศึกษาพฤติกรรมการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว แบบภาพรวมทั้งชั้นเรียน ในเชิงปริมาณ

เฉพาะช่วงที่ 2 ถึงช่วงที่ 4 โดยข้อมูลในช่วงที่ 2 ช่วงที่ 3.1 และช่วงที่ 3.2 ได้มาจากการตรวจร่องรอยการลงมือแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว จากใบงานของนักเรียนที่ทำในช่วงท้ายคาบเรียน ของคาบเรียนสุดท้ายของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แต่ละช่วง ในขณะที่ข้อมูลในช่วงที่ 4 ได้มาจากการทดสอบท้ายบทเรียน ด้วยเครื่องมือวิจัย แบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ได้ผลวิจัย ดังตาราง 11

ตาราง 11 พฤติกรรมการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ตามขั้นตอนของกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยา ของนักเรียนทั้งชั้นเรียน

ความสามารถ ในการแก้ปัญหา ตามขั้นตอนของโพลยา	ช่วงที่ 2 คาบที่ 6 (ร้อยละ)	ช่วงที่ 3.1 คาบที่ 7-9 (ร้อยละ)	ช่วงที่ 3.2 คาบที่ 10-11 (ร้อยละ)	ช่วงที่ 4 แบบทดสอบ หลังเรียน (ร้อยละ)
ด้านการทำความเข้าใจปัญหา	59.09	73.86	81.82	98.86
ด้านการวางแผนการแก้ปัญหา	34.09	68.94	75.76	72.73
ด้านการดำเนินการตามแผน	49.24	56.82	68.18	67.42
ด้านการตรวจสอบผล	1.14	2.27	9.09	39.39

จากตาราง 11 พบว่านักเรียนแสดงพฤติกรรมการแก้ปัญหา ด้านการทำความเข้าใจปัญหาของนักเรียน เพิ่มมากขึ้นตลอดตั้งแต่ช่วงที่ 2 จนถึงช่วงที่ 4 นักเรียนแสดงพฤติกรรมการแก้ปัญหา ด้านการวางแผนการแก้ปัญหาและด้านการดำเนินการตามแผน เพิ่มมากขึ้นในช่วงที่ 2 ช่วงที่ 3.1 และช่วงที่ 3.2 แต่ลดลงเล็กน้อยในช่วงที่ 4 ซึ่งอาจเกิดจากโจทย์ปัญหาที่ใช้ในการทดสอบท้ายบทเรียนในช่วงที่ 4 มีความซับซ้อนเพิ่มขึ้น ในขณะที่นักเรียนแสดงพฤติกรรมการแก้ปัญหาด้านการตรวจสอบผล ในช่วงที่ 2 ช่วงที่ 3.1 และช่วงที่ 3.2 อยู่ในระดับที่น้อยมาก แต่เพิ่มมากขึ้นอย่างเห็นได้ชัดในช่วงที่ 4 โดยจากการสังเกตขณะนักเรียนทำโจทย์ปัญหาและการสัมภาษณ์นักเรียนเพิ่มเติม พบว่าสาเหตุเป็นเพราะ นักเรียนคิดว่าการเขียนตรวจสอบคำตอบต้องใช้เวลาในการเขียนมาก แต่นักเรียนมีเวลาในการทำโจทย์ปัญหาในชั้นเรียนที่จำกัด ทำให้นักเรียนด่วนสรุปคำตอบทันทีที่ได้ โดยไม่ได้เขียนตรวจสอบคำตอบ แต่ในช่วงที่ 4 เป็นการทำแบบทดสอบท้ายบทเรียน ทำให้มีเวลาในการทำโจทย์ปัญหามากกว่าในชั้นเรียน ดังนั้นนักเรียนจึง

มีเวลามากพอที่ตรวจสอบคำตอบ และแสดงพฤติกรรมการตรวจสอบคำตอบที่มากขึ้นอย่างเห็นได้ชัดในช่วงที่ 4

ทั้งนี้ผู้วิจัยได้ศึกษาพฤติกรรมการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว เพิ่มเติมในแต่ละช่วงของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ โดยการวิเคราะห์ร่องรอยการทำงานของนักเรียนทั้งชั้นเรียน และสังเกตพฤติกรรมการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนเป้าหมาย ด้วยวิธีการสังเกตพฤติกรรมตามกรอบแนวคิดของอาร์ทซ์และอามัวร์-ทอมัส (Artz & Armour-Thomas, 1992) ซึ่งเป็นกรอบแนวคิดการสังเกตพฤติกรรมการแก้ปัญหาของนักเรียน ที่สร้างขึ้นจากขั้นตอนกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของโพลยาที่มี 4 ขั้นตอน ได้แก่ (1) ด้านการทำความเข้าใจปัญหา (2) ด้านการวางแผนการแก้ปัญหา (3) ด้านการดำเนินการตามแผน และ (4) ด้านการตรวจสอบผล ผลการวิจัยจึงจำแนกตามขั้นตอนของกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยา ทั้ง 4 ขั้นตอน ดังต่อไปนี้

2.1 ด้านการทำความเข้าใจปัญหา

ในการศึกษาพฤติกรรมการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ด้านการทำความเข้าใจปัญหา ผู้วิจัยพิจารณาพฤติกรรมการระบุสิ่งที่โจทย์กำหนดและระบุสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ ของนักเรียนทั้งชั้นเรียนและนักเรียนเป้าหมาย ผลการศึกษาจำแนกตามช่วงการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ เป็นดังนี้

ในช่วงที่ 1.1 และช่วงที่ 1.2 พิจารณาภาพรวมของนักเรียนทั้งชั้นเรียน พบว่านักเรียนทั้ง 44 คน (ร้อยละ 100.00) ทำความเข้าใจปัญหาด้วยวิธีการอ่านโจทย์ปัญหาเพียงอย่างเดียว โดยไม่แสดงร่องรอยใด ๆ ที่เกี่ยวข้องกับการทำความเข้าใจปัญหาเลย

ในช่วงที่ 2 พิจารณาภาพรวมของนักเรียนทั้งชั้นเรียน พบว่ามีนักเรียน 33 คน (ร้อยละ 75.00) ที่แสดงร่องรอยการทำความเข้าใจปัญหาได้ครบถ้วน ยกตัวอย่างดังภาพประกอบ 14 มีนักเรียน 7 คน (ร้อยละ 15.91) ที่แสดงร่องรอยเฉพาะสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ แต่แสดงข้อมูลสำคัญที่โจทย์กำหนดไม่ครบถ้วนหรือไม่ได้แสดงข้อมูลสำคัญที่โจทย์กำหนด ยกตัวอย่างดังภาพประกอบ 15 และมีนักเรียน 4 คน (ร้อยละ 9.09) ที่ทำความเข้าใจปัญหาด้วยวิธีการอ่านโจทย์ปัญหาเพียงอย่างเดียว โดยไม่แสดงร่องรอยใด ๆ ที่เกี่ยวข้องกับการทำความเข้าใจปัญหาเลย

เมื่อพิจารณาร่องรอยการทำงานของนักเรียนเป้าหมาย พบว่านักเรียนเป้าหมายทั้ง 4 คน แสดงร่องรอยการทำความเข้าใจปัญหาได้ครบถ้วน ในลักษณะเดียวกัน ดังนั้นผู้วิจัยจึงขอยกตัวอย่างเฉพาะร่องรอยการทำงานของดารา ดังภาพประกอบ 16

> นมมีสารอาหารสำคัญหลายชนิด เช่น โปรตีน แคลเซียม โดยที่นม UHT มีโปรตีนกล่องละ 8 กรัม ถ้าดื่มนม UHT 1 กล่อง และนมพาสเจอไรซ์ 3 ขวด จะได้รับโปรตีนรวม 26 กรัม อยากทราบว่าในนมพาสเจอไรซ์ 1 ขวด มีโปรตีนอยู่กี่กรัม

ภาพประกอบ 14 ร่องรอยการทำความเข้าใจปัญหาของนักเรียน ช่วงที่ 2

> นมมีสารอาหารสำคัญหลายชนิด เช่น โปรตีน แคลเซียม โดยที่นม UHT มีโปรตีนกล่องละ 8 กรัม ถ้าดื่มนม UHT 1 กล่อง และนมพาสเจอไรซ์ 3 ขวด จะได้รับโปรตีนรวม 26 กรัม อยากทราบว่าในนมพาสเจอไรซ์ 1 ขวด มีโปรตีนอยู่กี่กรัม

ภาพประกอบ 15 ร่องรอยการทำความเข้าใจปัญหาของนักเรียน ช่วงที่ 2

> นมมีสารอาหารสำคัญหลายชนิด เช่น โปรตีน แคลเซียม โดยที่นม UHT มีโปรตีนกล่องละ 8 กรัม ถ้าดื่มนม UHT 1 กล่อง และนมพาสเจอไรซ์ 3 ขวด จะได้รับโปรตีนรวม 26 กรัม อยากทราบว่าในนมพาสเจอไรซ์ 1 ขวด มีโปรตีนอยู่กี่กรัม

ภาพประกอบ 16 ร่องรอยการทำความเข้าใจปัญหาของดารา ช่วงที่ 2

จากการสังเกตพฤติกรรมการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ช่วงที่ 2 ของนักเรียนเป้าหมาย พบว่านักเรียนเป้าหมายแสดงพฤติกรรม การสอบถามข้อมูลสำคัญที่โจทย์กำหนดและสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ จากสมาชิกภายในกลุ่ม ยกตัวอย่างดังบทสนทนานี้

จันทรา: (ข้อมูล) ตรงไหนสำคัญอีกบ้าง

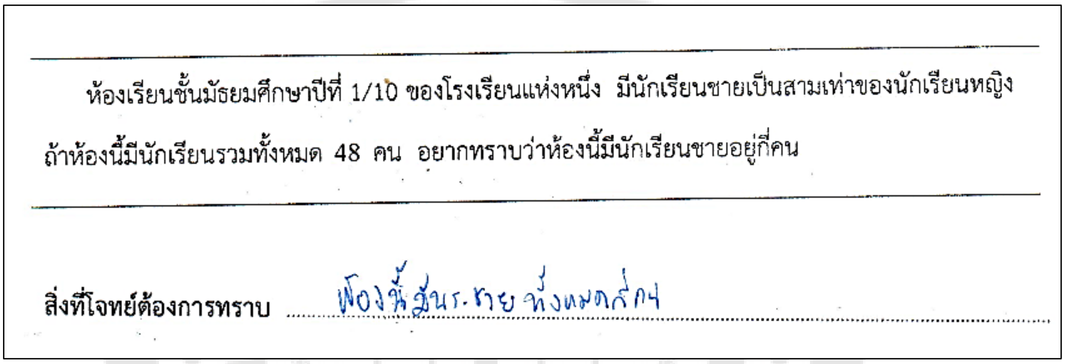
ดารา: จะได้รับโปรตีนรวมทั้งหมด 26 กรัม (พร้อมกับชี้นิ้วไปตามโจทย์ปัญหา)

ตะวัน: เค้าให้หาอะไรเนี่ย

ดารา: พาสเจอไรซ์มีโปรตีนกี่กรัม [ตอบตะวัน ในขณะที่ตนเองกำลังเขียนข้อมูลลงในช่อง “สิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ”]

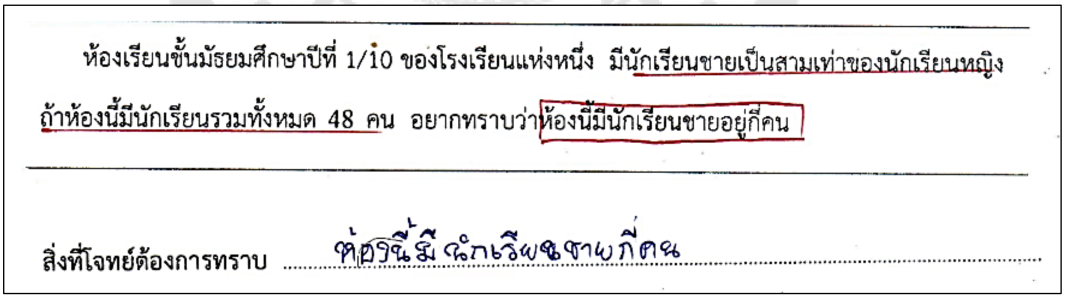
ในช่วงที่ 3.1 พิจารณาภาพรวมของนักเรียนทั้งชั้นเรียนพบว่ามีนักเรียน 36 คน (ร้อยละ 81.82) ที่แสดงร่องรอยการทำความเข้าใจปัญหาได้ครบถ้วน และมีนักเรียน 8 คน (ร้อยละ 18.18) ที่แสดงเฉพาะสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ แต่แสดงข้อมูลสำคัญที่โจทย์กำหนดไม่ครบถ้วนหรือไม่ได้แสดงข้อมูลสำคัญที่โจทย์กำหนด ยกตัวอย่างดังภาพประกอบ 17

เมื่อพิจารณาร่องรอยการทำงานของนักเรียนเป้าหมาย พบว่าร่องรอยการทำความเข้าใจปัญหาของนักเรียนเป้าหมายทั้ง 4 คน มีลักษณะเดียวกัน โดยแสดงร่องรอยการทำความเข้าใจปัญหาได้ครบถ้วน ผู้วิจัยจึงขอยกตัวอย่างเฉพาะร่องรอยการทำงานของดารา ดังภาพประกอบ 18


ห้องเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1/10 ของโรงเรียนแห่งหนึ่ง มีนักเรียนชายเป็นสามเท่าของนักเรียนหญิง ถ้าห้องนี้มีนักเรียนรวมทั้งหมด 48 คน อยากทราบว่าห้องนี้มีนักเรียนชายอยู่กี่คน

สิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ ห้องนี้มีนร.ชาย ทั้งหมดกี่คน

ภาพประกอบ 17 ร่องรอยการทำความเข้าใจปัญหาของนักเรียนช่วงที่ 3.1


ห้องเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1/10 ของโรงเรียนแห่งหนึ่ง มีนักเรียนชายเป็นสามเท่าของนักเรียนหญิง ถ้าห้องนี้มีนักเรียนรวมทั้งหมด 48 คน อยากทราบว่าห้องนี้มีนักเรียนชายอยู่กี่คน

สิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ ห้องนี้มี นักเรียนชายกี่คน

ภาพประกอบ 18 ร่องรอยการทำความเข้าใจปัญหาของดารา ช่วงที่ 3.1

จากการสังเกตพฤติกรรมการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนเป้าหมาย พบว่านักเรียนร่วมมือกันทำความเข้าใจปัญหา โดยการอ่านออกเสียงและซักถามข้อมูลสำคัญที่โจทย์กำหนด ยกตัวอย่างดังบทสนทนานี้

ตะวัน: ต้องขีดตรงไหนบ้างนะ

ดารา: นักเรียนชายเป็นสามเท่าของนักเรียนหญิง

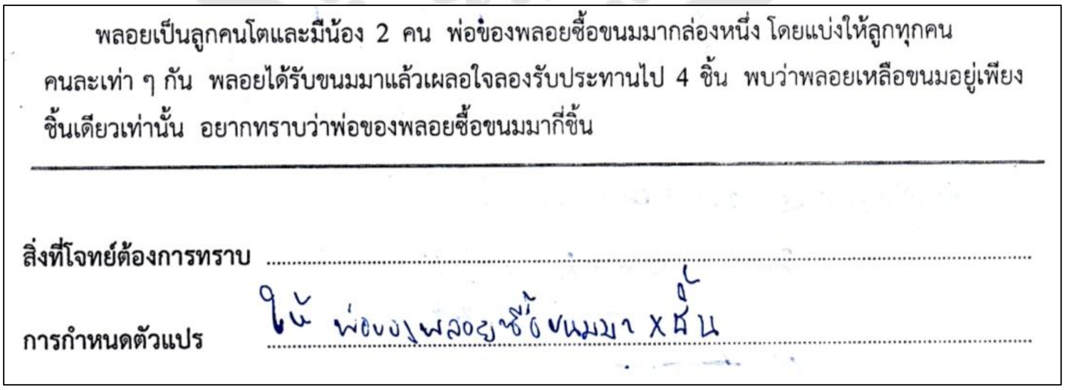
พิภพ: แสดงว่าผู้ชายมีมากกว่าผู้หญิงนะ

ตะวัน: อ๋อ... แล้วก็รวมกันมี 48 คนใช่ไหม

ดารา: ใช่ แล้วก็ต้องหาว่ามีนักเรียนชายอยู่กี่คน

ในช่วงที่ 3.2 พิจารณาภาพรวมของนักเรียนทั้งชั้นเรียนพบว่ามีนักเรียน 27 คน (ร้อยละ 61.36) ที่แสดงร่องรอยการทำความเข้าใจปัญหาได้ครบถ้วน ยกตัวอย่างดังภาพประกอบ 19 มีนักเรียน 15 คน (ร้อยละ 34.09) ที่ระบุข้อมูลสำคัญที่โจทย์กำหนดไม่ครบถ้วนหรือไม่ได้ระบุข้อมูลสำคัญที่โจทย์กำหนด แต่สามารถระบุสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบและตัวแปรที่สอดคล้องกับสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ ยกตัวอย่างดังภาพประกอบ 20 และมีนักเรียนเพียง 2 คน (ร้อยละ 4.54) ที่ไม่แสดงร่องรอยการทำความเข้าใจปัญหา

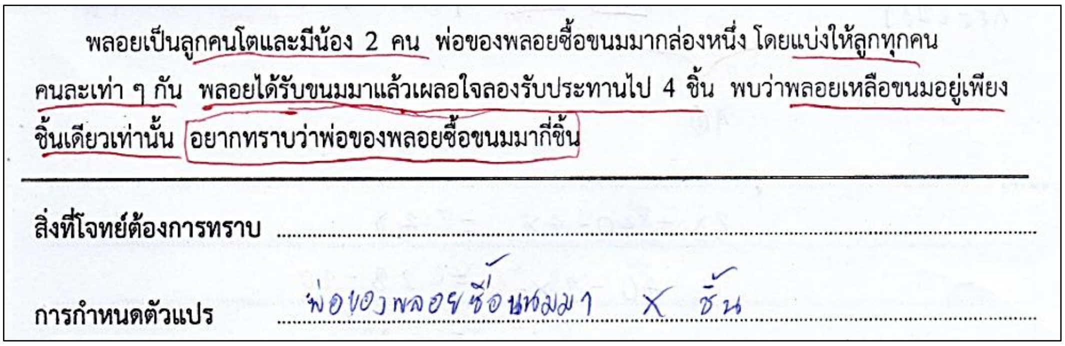
เมื่อพิจารณาร่องรอยการทำงานของนักเรียนเป้าหมาย พบว่าตะวัน ดารา และพิภพ สามารถแสดงร่องรอยการทำความเข้าใจปัญหาได้ครบถ้วน โดยการขีดเส้นใต้ข้อมูลสำคัญที่โจทย์กำหนด และวงล้อมรอบและเขียนสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบได้ถูกต้อง รวมถึงสามารถกำหนดตัวแปรได้สอดคล้องกับสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ ยกตัวอย่างร่องรอยการทำความเข้าใจปัญหาของตะวัน ดังภาพประกอบ 21 ในขณะที่จันทรา ขีดเส้นใต้ข้อมูลสำคัญที่โจทย์กำหนด และเขียนกำหนดตัวแปร แต่ไม่ได้ระบุสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ ดังภาพประกอบ 22


พลอยเป็นลูกคนโตและมีน้อง 2 คน พ่อของพลอยซื้อขนมมากล่องหนึ่ง โดยแบ่งให้ลูกทุกคนคนละเท่า ๆ กัน พลอยได้รับขนมมาแล้วเผลอใจลองรับประทานไป 4 ชิ้น พบว่าพลอยเหลือขนมอยู่เพียงชิ้นเดียวเท่านั้น อยากทราบว่าพ่อของพลอยซื้อขนมมากี่ชิ้น

สิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ ....

การกำหนดตัวแปร ให้ พ่อของพลอยซื้อขนมมา x ชิ้น

ภาพประกอบ 19 ร่องรอยการทำความเข้าใจปัญหาของนักเรียน ช่วงที่ 3.2

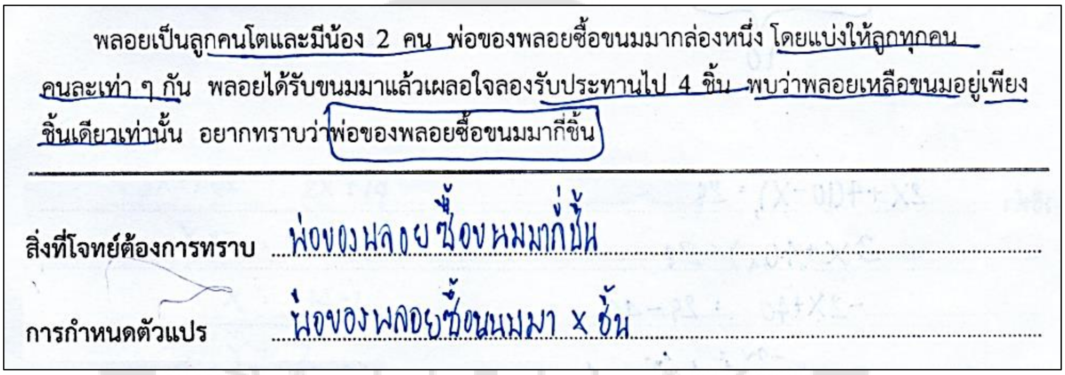


พลอยเป็นลูกคนโตและมีน้อง 2 คน พ่อของพลอยซื้อขนมมากล่องหนึ่ง โดยแบ่งให้ลูกทุกคน คนละเท่า ๆ กัน พลอยได้รับขนมมาแล้วเผลอใจลองรับประทานไป 4 ชิ้น พบว่าพลอยเหลือขนมอยู่เพียงชิ้นเดียวเท่านั้น อยากทราบว่าพ่อของพลอยซื้อขนมมากี่ชิ้น

สิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ ....

การกำหนดตัวแปร พ่อของพลอยซื้อขนมมา x ชิ้น

ภาพประกอบ 20 ร่องรอยการทำความเข้าใจปัญหาของนักเรียน ช่วงที่ 3.2

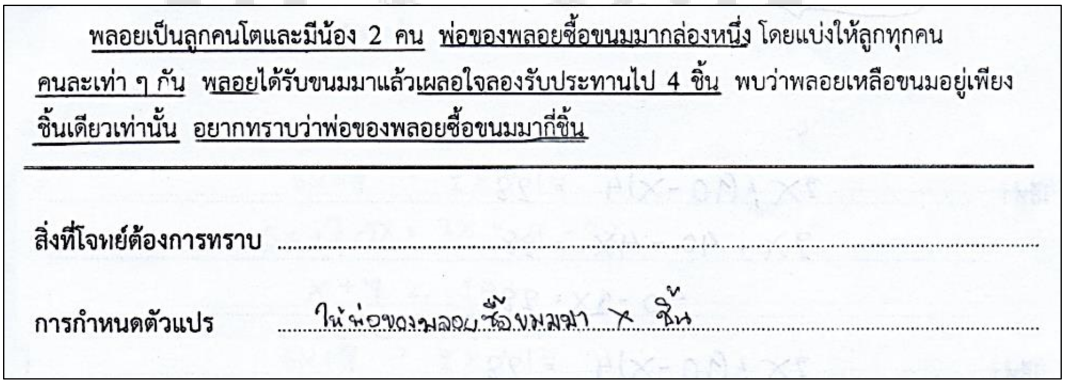


พลอยเป็นลูกคนโตและมีน้อง 2 คน พ่อของพลอยซื้อขนมมากล่องหนึ่ง โดยแบ่งให้ลูกทุกคน คนละเท่า ๆ กัน พลอยได้รับขนมมาแล้วเผลอใจลองรับประทานไป 4 ชิ้น พบว่าพลอยเหลือขนมอยู่เพียงชิ้นเดียวเท่านั้น อยากทราบว่าพ่อของพลอยซื้อขนมมากี่ชิ้น

สิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ พ่อของพลอยซื้อขนมมากี่ชิ้น

การกำหนดตัวแปร พ่อของพลอยซื้อขนมมา x ชิ้น

ภาพประกอบ 21 ร่องรอยการทำความเข้าใจปัญหาของตะวัน ช่วงที่ 3.2



พลอยเป็นลูกคนโตและมีน้อง 2 คน พ่อของพลอยซื้อขนมมากล่องหนึ่ง โดยแบ่งให้ลูกทุกคน คนละเท่า ๆ กัน พลอยได้รับขนมมาแล้วเผลอใจลองรับประทานไป 4 ชิ้น พบว่าพลอยเหลือขนมอยู่เพียงชิ้นเดียวเท่านั้น อยากทราบว่าพ่อของพลอยซื้อขนมมากี่ชิ้น

สิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ ....

การกำหนดตัวแปร ให้พ่อของพลอยซื้อขนมมา x ชิ้น

ภาพประกอบ 22 ร่องรอยการทำความเข้าใจปัญหาของจันทรา ช่วงที่ 3.2

ในช่วงที่ 4 เป็นการทำแบบทดสอบหลังเรียน พิจารณาภาพรวมนักเรียนทั้งชั้นเรียนพบว่ามีนักเรียน 34 คน (ร้อยละ 77.27) ที่แสดงร่องรอยการทำความเข้าใจปัญหาได้ครบถ้วน ยกตัวอย่างดังภาพประกอบ 23 และมีนักเรียน 10 คน (ร้อยละ 22.73) ที่แสดงเฉพาะสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ แต่ไม่แสดงข้อมูลที่สำคัญ ยกตัวอย่างดังภาพประกอบ 24

เมื่อพิจารณาร่องรอยการทำงานของนักเรียนเป้าหมาย พบว่าร่องรอยการทำความเข้าใจปัญหาของนักเรียนเป้าหมายทั้ง 4 คนมีลักษณะเดียวกัน โดยแสดงร่องรอยการทำความเข้าใจปัญหาได้ครบถ้วน ผู้วิจัยจึงขอยกตัวอย่างเฉพาะร่องรอยการทำงานของตะวัน ดังภาพประกอบ 25

ขวดโหลใบหนึ่งบรรจุลูกอม 150 เม็ด ประกอบไปด้วยลูกอมรสส้ม ลูกอมรสมะนาว และลูกอมรสสับปะรด ถ้าลูกอมรสส้มมีมากกว่าลูกอมรสสับปะรดอยู่ 10 เม็ด และลูกอมรสมะนาวมีจำนวนเป็นสองเท่าของลูกอมรสสับปะรด อยากทราบว่าขวดโหลใบนี้บรรจุลูกอมรสส้มอยู่กี่เม็ด

สิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ ขวดโหลใบนี้บรรจุลูกอมรสส้มอยู่กี่เม็ด

ภาพประกอบ 23 ร่องรอยการทำความเข้าใจปัญหาของนักเรียน ช่วงที่ 4

ขวดโหลใบหนึ่งบรรจุลูกอม 150 เม็ด ประกอบไปด้วยลูกอมรสส้ม ลูกอมรสมะนาว และลูกอมรสสับปะรด ถ้าลูกอมรสส้มมีมากกว่าลูกอมรสสับปะรดอยู่ 10 เม็ด และลูกอมรสมะนาวมีจำนวนเป็นสองเท่าของลูกอมรสสับปะรด อยากทราบว่าขวดโหลใบนี้บรรจุลูกอมรสส้มอยู่กี่เม็ด

สิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ ขวดโหลใบนี้บรรจุลูกอมรสส้มอยู่กี่เม็ด

ภาพประกอบ 24 ร่องรอยการทำความเข้าใจปัญหาของนักเรียน ช่วงที่ 4

ขวดโหลใบหนึ่งบรรจุลูกอม 150 เม็ด ประกอบไปด้วยลูกอมรสส้ม ลูกอมรสมะนาว และลูกอมรสสับปะรด ถ้าลูกอมรสส้มมีมากกว่าลูกอมรสสับปะรดอยู่ 10 เม็ด และลูกอมรสมะนาวมีจำนวนเป็นสองเท่าของลูกอมรสสับปะรด อยากทราบว่าขวดโหลใบนี้บรรจุลูกอมรสส้มอยู่กี่เม็ด

สิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ ขวดโหลใบนี้บรรจุลูกอมรสส้มกี่เม็ด

ภาพประกอบ 25 ร่องรอยการทำความเข้าใจปัญหาของตะวัน ช่วงที่ 4

สรุปโดยภาพรวม ในด้านการทำความเข้าใจปัญหา พบว่านักเรียนส่วนใหญ่ทำความเข้าใจปัญหาทางคณิตศาสตร์ด้วยวิธีการขีดเส้นใต้ข้อมูลสำคัญที่โจทย์กำหนดและวงล้อมรอบสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ ซึ่งนักเรียนเกือบทั้งหมดระบุสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบได้ถูกต้อง โดยร้อยละของนักเรียนที่ทำความเข้าใจปัญหาทางคณิตศาสตร์ด้วยวิธีการขีดเส้นใต้ข้อมูลสำคัญที่โจทย์กำหนด มีแนวโน้มเพิ่มขึ้นตลอดการจัดกิจกรรมการเรียนรู้

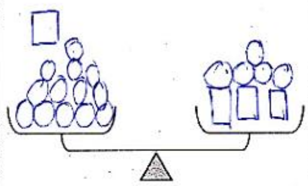
จากการสังเกตพฤติกรรมการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนเป้าหมาย พบว่านักเรียนมีพฤติกรรมอ่านในใจเพื่อทำความเข้าใจปัญหา พร้อมใช้นิ้วเลื่อนไปตามตัวอักษรหรืออ่านออกเสียงเพื่ออธิบายให้สมาชิกภายในกลุ่มฟัง ประกอบกับการขีดเส้นใต้ข้อมูลสำคัญที่โจทย์กำหนดและวงล้อมรอบสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ และมีการซักถามกันระหว่างเพื่อนร่วมกลุ่มเพื่อทำความเข้าใจปัญหาร่วมกัน

2.2 ด้านการวางแผนการแก้ปัญหา

ในการศึกษาพฤติกรรมการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ด้านการวางแผนการแก้ปัญหา ผู้วิจัยพิจารณาพฤติกรรมการเลือกใช้กลวิธีการแก้ปัญหา การกำหนดตัวแปร และการเขียนสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวที่สอดคล้องกับโจทย์ปัญหา ของนักเรียนทั้งชั้นเรียนและนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง

ในช่วงที่ 1.1 พิจารณาภาพรวมของนักเรียนทั้งชั้นเรียนพบว่านักเรียน 43 คน (ร้อยละ 97.73) ที่สามารถเขียนรูปภาพ นิพจน์พีชคณิต และสมการที่สอดคล้องกับสถานการณ์ที่กำหนดได้ และมีผลงานนักเรียนเพียง 1 คน (ร้อยละ 2.27) ที่ปรากฏร่องรอยการเขียนรูปภาพแต่ไม่ได้เขียนนิพจน์พีชคณิตและสมการ

โดยเมื่อพิจารณาร่องรอยการทำงานของนักเรียนเป้าหมาย พบว่านักเรียนเป้าหมายทั้ง 4 คน สามารถเขียนรูปภาพและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ได้สอดคล้องกับสถานการณ์ที่กำหนด ยกตัวอย่างร่องรอยการทำงานของตะวัน ดังภาพประกอบ 26

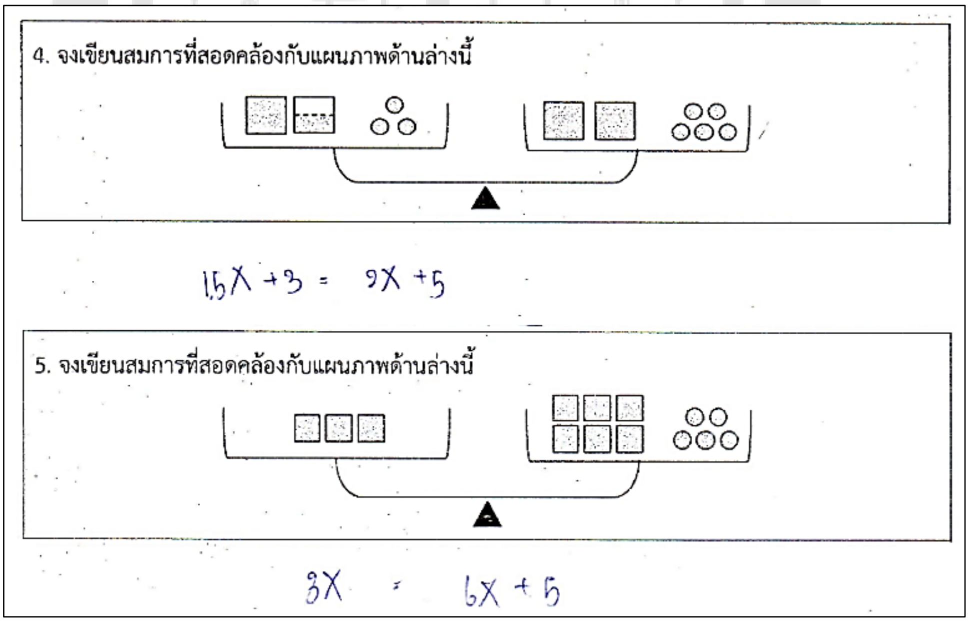
ข้อที่	สถานการณ์	รูปภาพ	สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์
2.1	ดินน้ำมัน 13 ก้อน กับสารเคมี 1 ขวด		13 + X
2.2	ดินน้ำมัน 5 ก้อน กับสารเคมี 3 ขวด		5 + 3X
2.3	ดินน้ำมัน 13 ก้อน กับสารเคมี 1 ขวด วางทางแขนซ้าย ดินน้ำมัน 5 ก้อน กับสารเคมี 3 ขวด วางทางแขนขวา พบว่าเครื่องชั่งสองแขนสมดุล		13+X = 5+3X

ภาพประกอบ 26 ร่องรอยการวางแผนการแก้ปัญหาของตะวัน ช่วงที่ 1.1

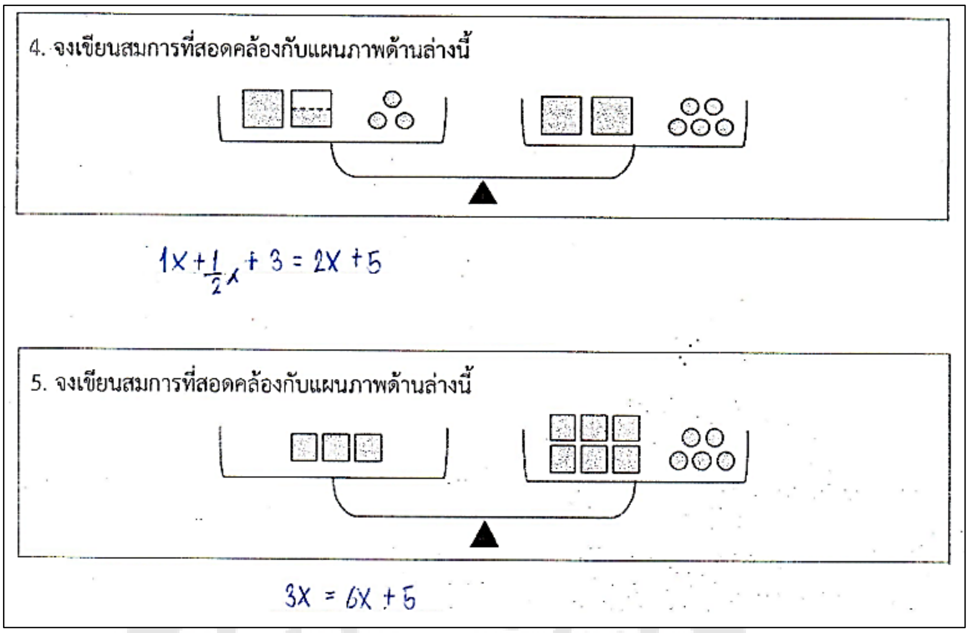
ในช่วงที่ 1.2 ผู้วิจัยได้กำหนดสถานการณ์ให้นักเรียนแปลงแผนภาพที่กำหนด ให้เป็นสมการที่สอดคล้อง จำนวน 2 ข้อ ได้แก่ แผนภาพข้อที่ 4 ที่สอดคล้องกับสมการที่มีสัมประสิทธิ์หน้าตัวแปรไม่เป็นจำนวนเต็ม นั่นคือสมการ $\frac{3}{2}x+3=2x+5$ และแผนภาพข้อที่ 5 ที่สอดคล้องกับสมการที่มีสัมประสิทธิ์หน้าตัวแปรเป็นจำนวนเต็ม นั่นคือสมการ $3x=6x+5$ ทั้งนี้ผู้วิจัยตั้งใจกำหนดให้ทั้ง 2 แผนภาพ ไม่สอดคล้องกับสถานการณ์จริงที่เป็นรูปธรรม (Concrete) นั่นคือคำตอบของสมการทั้ง 2 สมการ เป็นจำนวนจริงที่น้อยกว่าศูนย์ เพราะผู้วิจัยต้องการศึกษาพฤติกรรมและปฏิกิริยาของนักเรียนที่มีต่อแผนภาพที่กำหนดให้ ซึ่งพบว่าไม่มีผู้เรียนคนใดทักท้วงว่าแผนภาพที่กำหนดให้เป็นไปไม่ได้หรือไม่สอดคล้องกับสถานการณ์จริง แต่นักเรียนลงมือแปลงแผนภาพที่กำหนดให้เป็นสมการ ซึ่งเป็นสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ แสดงให้เห็นว่าผู้เรียนสามารถแปลงสถานการณ์ที่เป็นเชิงรูปภาพ (Pictorial) ให้เป็นเชิงนามธรรม (Abstract) โดยไม่ได้ผ่านการคิดด้วยสถานการณ์เชิงรูปธรรม (Concrete)

พิจารณาภาพรวมของนักเรียนทั้งชั้นเรียนพบว่ามีนักเรียน 15 คน (ร้อยละ 34.09) ที่สามารถเขียนสมการได้สอดคล้องกับแผนภาพที่กำหนดได้ถูกต้องทั้ง 2 สมการ ยกตัวอย่างดังภาพประกอบ 27 และ 28 ในขณะที่นักเรียนที่เหลืออีก 29 คน (ร้อยละ 65.91) เขียนสมการได้สอดคล้องกับแผนภาพที่กำหนดได้เพียงสมการเดียว คือสมการในข้อที่ 5 ซึ่งมีสัมประสิทธิ์ของตัวแปรเป็นจำนวนเต็ม แต่มีปัญหาในการเขียนสมการที่สอดคล้องกับแผนภาพในข้อที่ 4 เกี่ยวกับการระบุสัมประสิทธิ์หน้าตัวแปรของสมการที่ 4 ซึ่งไม่เป็นจำนวนเต็ม ยกตัวอย่างดังภาพประกอบ 29

โดยเมื่อพิจารณาร่องรอยการทำงานของนักเรียนเป้าหมาย พบว่าตะวันและดารา สามารถเขียนสมการที่สอดคล้องกับแผนภาพที่กำหนดได้ถูกต้องทั้ง 2 สมการ ยกตัวอย่างผลงานของตะวัน ดังภาพประกอบ 30 ในขณะที่จันทราและพิภพ สามารถเขียนสมการที่สอดคล้องกับแผนภาพที่มีสัมประสิทธิ์หน้าตัวแปรเป็นจำนวนเต็มได้ถูกต้อง แต่มีปัญหาในการเขียนสมการที่สอดคล้องกับแผนภาพในข้อที่ 4 ซึ่งเป็นสมการที่สัมประสิทธิ์หน้าตัวแปรไม่ใช่จำนวนเต็ม ยกตัวอย่างผลงานของจันทรา ดังภาพประกอบ 31



ภาพประกอบ 27 ร่องรอยการวางแผนการแก้ปัญหาของนักเรียน ช่วงที่ 1.2



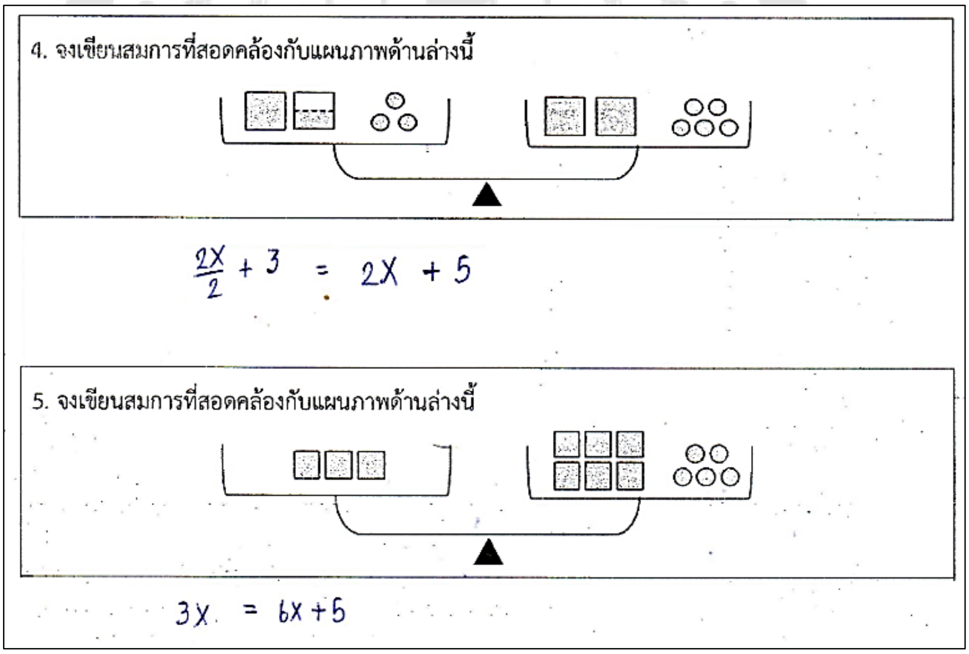
4. จงเขียนสมการที่สอดคล้องกับแผนภาพด้านล่างนี้

$1x + \frac{1}{2}x + 3 = 2x + 5$

5. จงเขียนสมการที่สอดคล้องกับแผนภาพด้านล่างนี้

$3x = 6x + 5$

ภาพประกอบ 28 ร่องรอยการวางแผนการแก้ปัญหาของนักเรียน ช่วงที่ 1.2



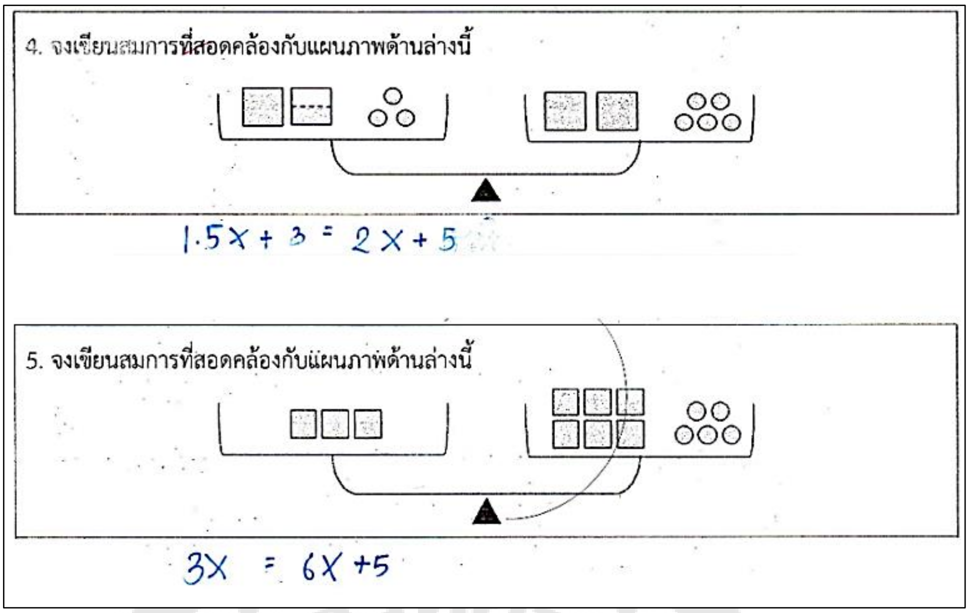
4. จงเขียนสมการที่สอดคล้องกับแผนภาพด้านล่างนี้

$\frac{2x}{2} + 3 = 2x + 5$

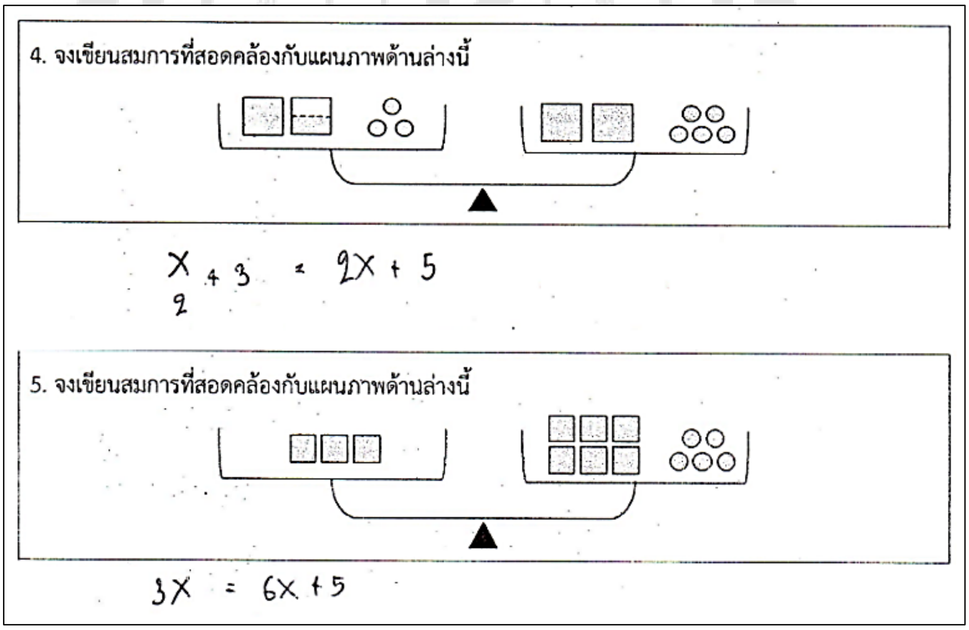
5. จงเขียนสมการที่สอดคล้องกับแผนภาพด้านล่างนี้

$3x = 6x + 5$

ภาพประกอบ 29 ร่องรอยการวางแผนการแก้ปัญหาของนักเรียน ช่วงที่ 1.2



ภาพประกอบ 30 ร่องรอยการวางแผนการแก้ปัญหาของตะวัน ช่วงที่ 1.2

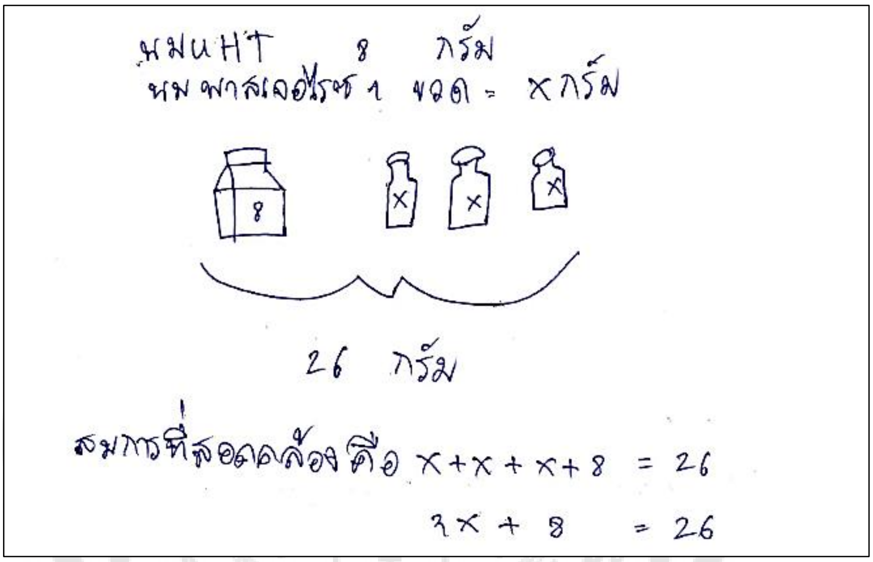


ภาพประกอบ 31 ร่องรอยการวางแผนการแก้ปัญหาของจันทรา ช่วงที่ 1.2

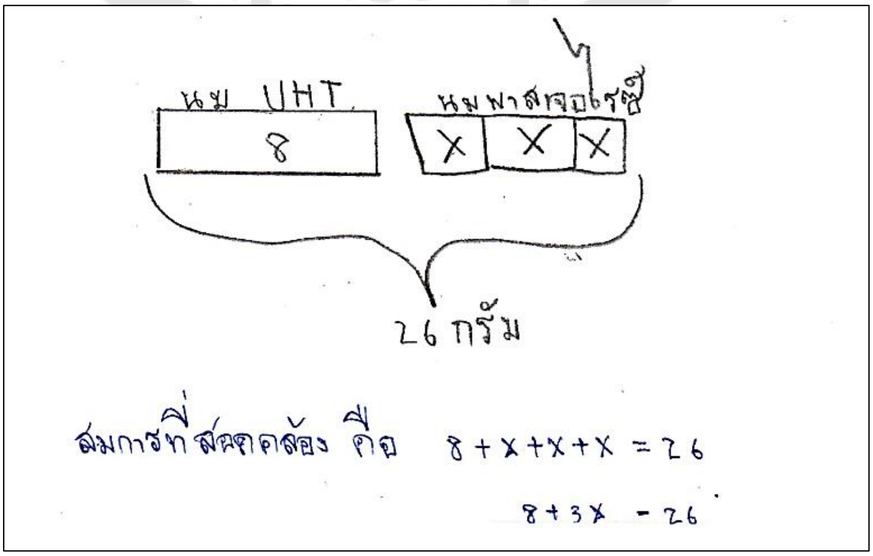
ในช่วงที่ 2 พิจารณาภาพรวมของนักเรียนทั้งชั้นเรียนพบว่านักเรียนทุกคน สามารถระบุสมการที่สอดคล้องกับโจทย์ปัญหาได้ถูกต้อง โดยมีนักเรียน 20 คน (ร้อยละ 45.45) ที่วาดแผนภาพเชิงรูปธรรม ประกอบการหาสมการที่สอดคล้องกับโจทย์ปัญหา ยกตัวอย่างดังภาพประกอบ 32 มีนักเรียน 21 คน (ร้อยละ 47.73) ที่วาดแผนภาพเชิงนามธรรม

ประกอบการหาสมการที่สอดคล้องกับโจทย์ปัญหา ยกตัวอย่างดังภาพประกอบ 33 และ 34 และมีนักเรียน 3 คน (ร้อยละ 6.82) ที่ไม่วาดแผนภาพประกอบการหาสมการที่สอดคล้องกับโจทย์ปัญหา

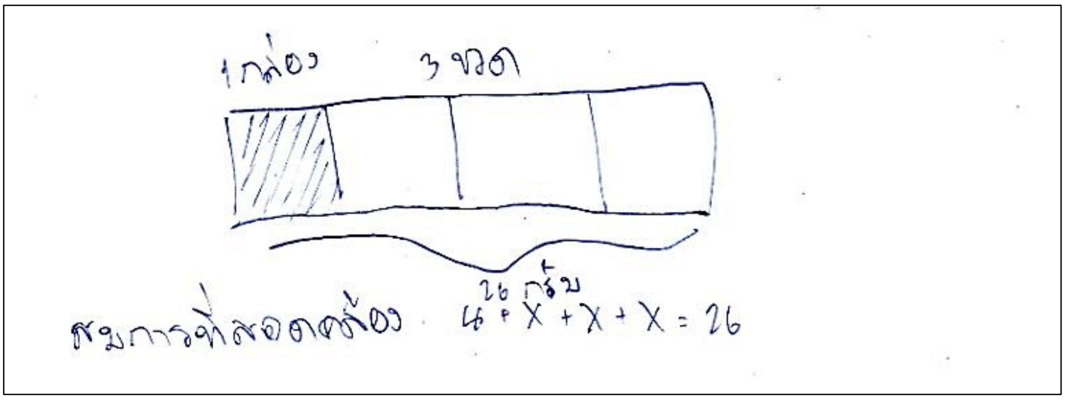
โดยเมื่อพิจารณาร่องรอยการทำงานของนักเรียนเป้าหมาย พบว่านักเรียนเป้าหมายทั้ง 4 คน สามารถระบุสมการที่สอดคล้องกับโจทย์ปัญหาได้ถูกต้อง และวาดแผนภาพเชิงนามธรรมประกอบการหาสมการ ยกตัวอย่างผลงานของดารา ดังภาพประกอบ 35



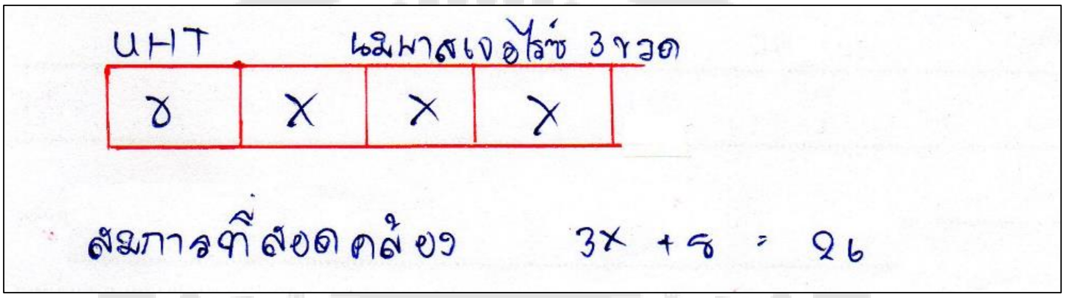
ภาพประกอบ 32 ร่องรอยการวางแผนการแก้ปัญหาของนักเรียน ช่วงที่ 2



ภาพประกอบ 33 ร่องรอยการวางแผนการแก้ปัญหาของนักเรียน ช่วงที่ 2



ภาพประกอบ 34 ร่องรอยการวางแผนการแก้ปัญหาของนักเรียน ช่วงที่ 2



ภาพประกอบ 35 ร่องรอยการวางแผนการแก้ปัญหาของดารา ช่วงที่ 2

จากการสังเกตพฤติกรรมการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ช่วงที่ 2 ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง พบว่านักเรียนมีการปรึกษากันเกี่ยวกับวิธีการวาดแผนภาพจากข้อมูลที่โจทย์กำหนด และปรึกษากันเกี่ยวกับวิธีการเขียนสมการจากแผนภาพที่วาด ยกตัวอย่างดังบทสนทนานี้

ตะวัน: [อ่านโจทย์ปัญหา แล้วหันไปหน้าไปหาดารา] จะวาดรูปยังไงเหรอ

ดารา: มี “รูป 8” แล้วก็ “รูป x” 3 รูป [พร้อมชู 3 นิ้วขึ้นมา]

จันทรา: เราต้องวาดเป็นรูปขวดเลยเหรอ

ดารา: ไม่ต้องหรอก วาดเป็นแท่ง ๆ เอา

[พร้อมหยิบไม้บรรทัดขึ้นมา เพื่อใช้วาดแผนภาพ]

จันทรา: 3 ขวดที่แทนเป็น x อะ ต้องวาดยังไง

[หันหน้าไปหาพิภพ เพื่อขอความช่วยเหลือ]

[เวลาผ่านไปสักครู่ นักเรียนเป้าหมายทุกคนวาดแผนภาพเสร็จแล้ว]

ตะวัน: เขียนสมการยังไงหรอ (หันหน้าไปหาดารา)

ดารา: สามเอ๊กซ์บวกแปดเท่ากับยี่สิบหก

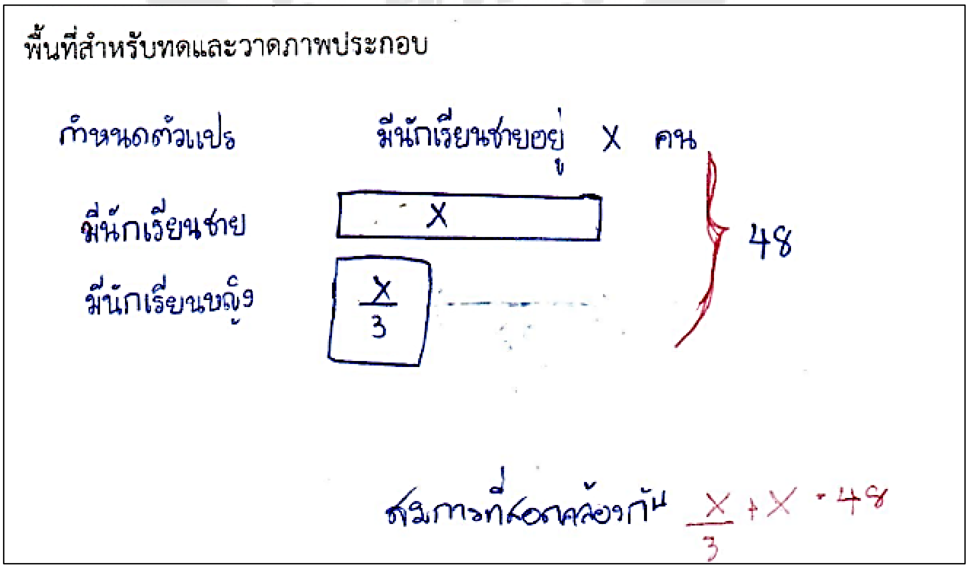
ตะวัน: ทำไมอะ

ดารา: ก็พาสเจอไรซ์ 3 ขวด เป็น 3x แล้วก็มีอีก 8 รวมกันได้ 26

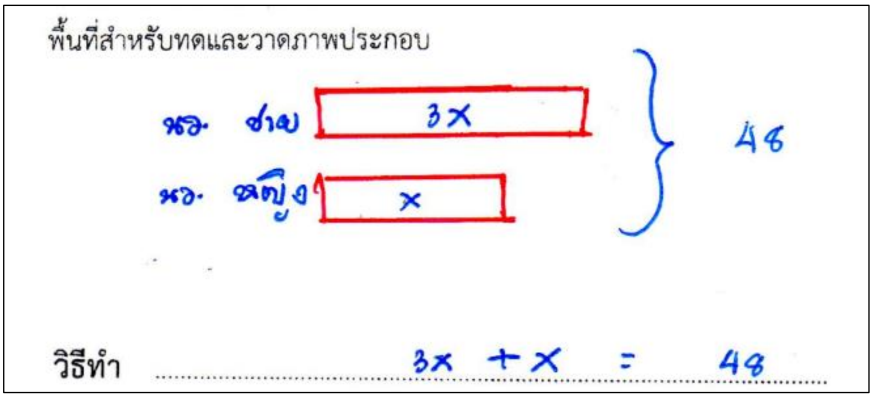
ตะวัน: [ดูแผนภาพ พยักหน้า และเขียนสมการลงในใบงานของตนเอง]

ในช่วงที่ 3.1 พิจารณาภาพรวมของนักเรียนทั้งชั้นเรียนพบว่านักเรียนทุกคนสามารถระบุสมการที่สอดคล้องกับโจทย์ปัญหาได้ถูกต้อง โดยมีนักเรียน 35 คน (ร้อยละ 79.55) ที่วาดแผนภาพเชิงนามธรรมเพื่อประกอบการหาสมการที่สอดคล้องกับโจทย์ปัญหา ได้ถูกต้องตามอัตราส่วน และนักเรียนมีการกำหนดตัวแปรที่แตกต่างกัน ยกตัวอย่างดังภาพประกอบ 36 และ 37 มีนักเรียน 4 คน (ร้อยละ 9.09) ที่วาดแผนภาพเชิงนามธรรมเพื่อประกอบการหาสมการที่สอดคล้องกับโจทย์ปัญหา แต่วาดไม่ถูกต้องตามอัตราส่วน ยกตัวอย่างดังภาพประกอบ 38 และมีนักเรียน 5 คน (ร้อยละ 11.36) ที่ไม่วาดแผนภาพประกอบการหาสมการที่สอดคล้องกับโจทย์ปัญหา

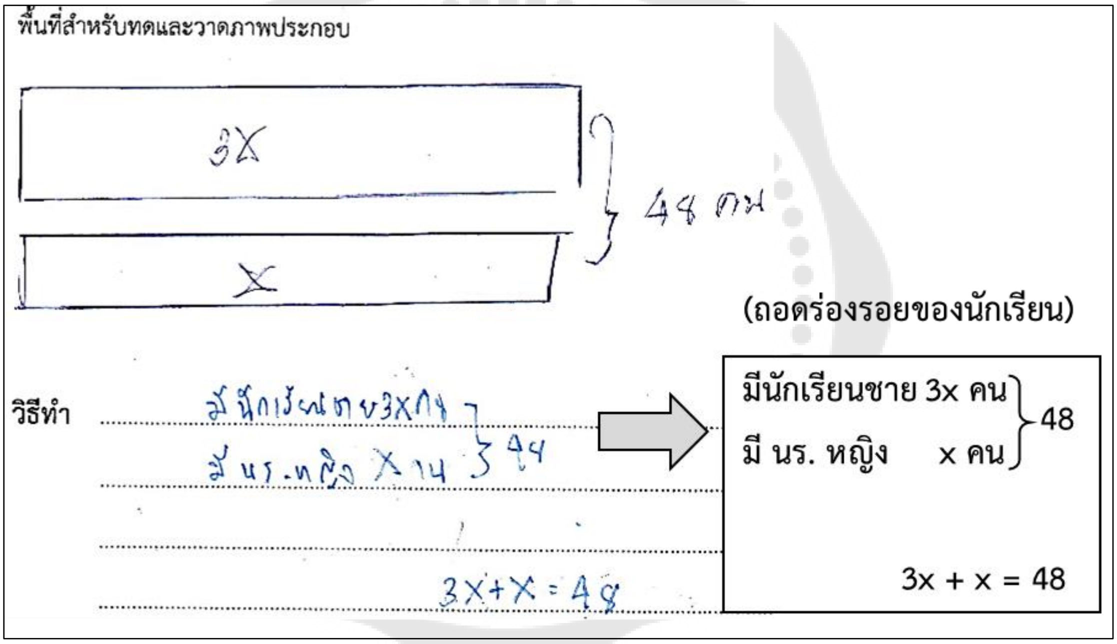
โดยเมื่อพิจารณาร่องรอยการทำงานของนักเรียนเป้าหมาย พบว่านักเรียนเป้าหมายทั้ง 4 คน สามารถระบุสมการที่สอดคล้องกับโจทย์ปัญหาได้ถูกต้อง โดยตะวันและจันทราวาดแผนภาพเชิงรูปธรรมไม่ถูกต้องตามอัตราส่วน ยกตัวอย่างผลงานของตะวันดังภาพประกอบ 38 ในขณะที่ดารา และพิภพ วาดแผนภาพเชิงรูปธรรมได้ถูกต้องตามอัตราส่วน ยกตัวอย่างผลงานของพิภพ ดังภาพประกอบ 39



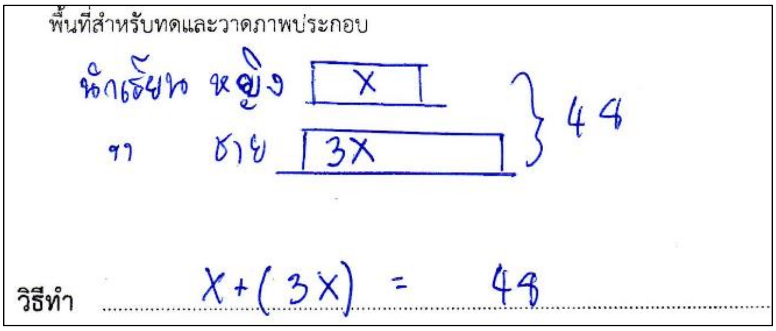
ภาพประกอบ 36 ร่องรอยการวางแผนการแก้ปัญหาของนักเรียน ช่วงที่ 3.1



ภาพประกอบ 37 ร่องรอยการวางแผนการแก้ปัญหาของนักเรียน ช่วงที่ 3.1



ภาพประกอบ 38 ร่องรอยการวางแผนการแก้ปัญหาของตะวัน ช่วงที่ 3.1



ภาพประกอบ 39 ร่องรอยการวางแผนการแก้ปัญหาของพิภพ ช่วงที่ 3.1

จากการสังเกตพฤติกรรมการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ช่วงที่ 3.1 ของนักเรียนตัวอย่าง พบว่านักเรียนร่วมมือกันวิเคราะห์โจทย์ปัญหาทีละเงื่อนไข ร่วมมือกันกำหนดตัวแปร แสดงพฤติกรรมเตือนตนเองถึงเงื่อนไขที่โจทย์ปัญหากำหนด และวาดแผนภาพเชิงนามธรรมประกอบการสร้างสมการ ดังเหตุการณ์ต่อไปนี้

ตะวัน: โจทย์ถามหานักเรียนชาย งั้นให้นักเรียนชายเป็น x

ดารา: อืม... โอเค [เขียนข้อมูลที่ตะวันพูด ลงในลักษณะแผนภาพเชิงนามธรรม จากนั้นจึงทำท่าครุ่นคิดชั่วขณะ]

ดารา: นักเรียนชายเป็นสามเท่าของหญิง (อ่านเงื่อนไขของโจทย์ปัญหาซ้ำ) [ตัดสินใจแก้ไขข้อความจาก x เป็น 3x แทน และขยายขนาดของแผนภาพให้สอดคล้อง]

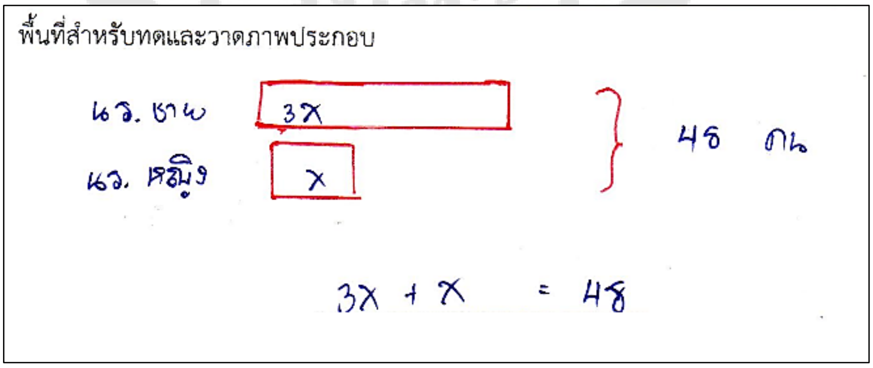
ดาราและตะวัน:

(พูดพร้อมกัน) งั้นนักเรียนหญิงก็ต้องเป็น x

[นักเรียนเป้าหมายทุกคน เขียนข้อมูลดังกล่าวลงในลักษณะแผนภาพเชิงนามธรรม ยกตัวอย่างการทำงานของดารา ดังภาพประกอบ 40]

จันทรา: ได้ “3x + x = 48” ปะ

[นักเรียนเป้าหมายคนอื่น ๆ เห็นด้วย ไม่คัดค้านสมการของจันทรา]



ภาพประกอบ 40 ร่องรอยการวางแผนการแก้ปัญหาของดารา ช่วงที่ 3.1

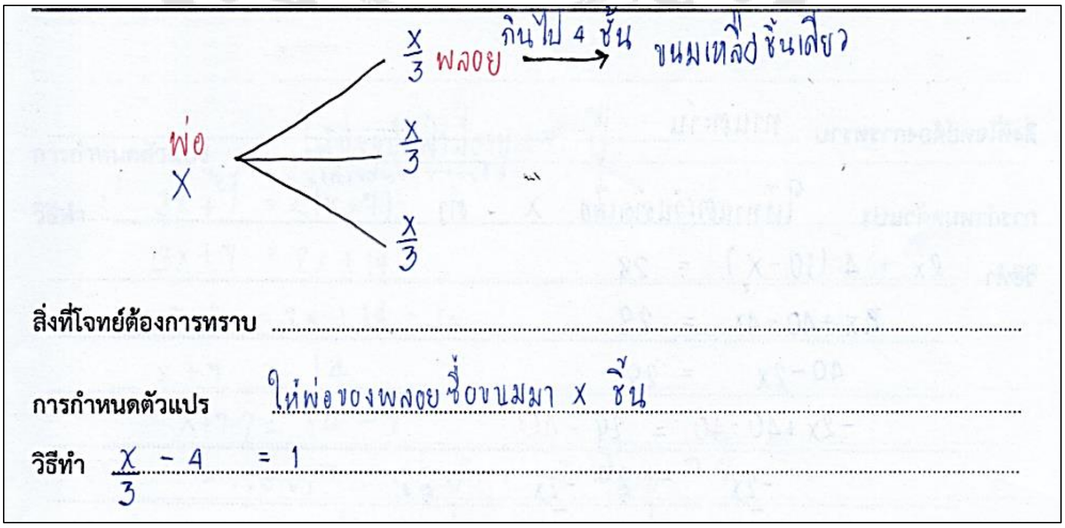
ในช่วงที่ 3.2 พิจารณาภาพรวมของนักเรียนทั้งชั้นเรียนพบว่ามีนักเรียน 42 คน (ร้อยละ 95.45) ที่สามารถระบุสมการที่สอดคล้องกับการแก้โจทย์ปัญหาได้ถูกต้อง โดยมีนักเรียนส่วนน้อยที่ไม่วาดแผนภาพประกอบการสร้างสมการ ในขณะที่นักเรียนส่วนใหญ่วาดแผนภาพ

ประกอบการสร้างสมการในลักษณะที่แตกต่างกัน ยกตัวอย่างดังภาพประกอบ 41 ถึง 43 และมีนักเรียน 2 คน (ร้อยละ 4.55) ที่ไม่ระบุสมการที่สอดคล้องกับการแก้โจทย์ปัญหา รวมถึงไม่แสดงร่องรอยใด ๆ ที่เกี่ยวข้องกับการสร้างสมการเลย

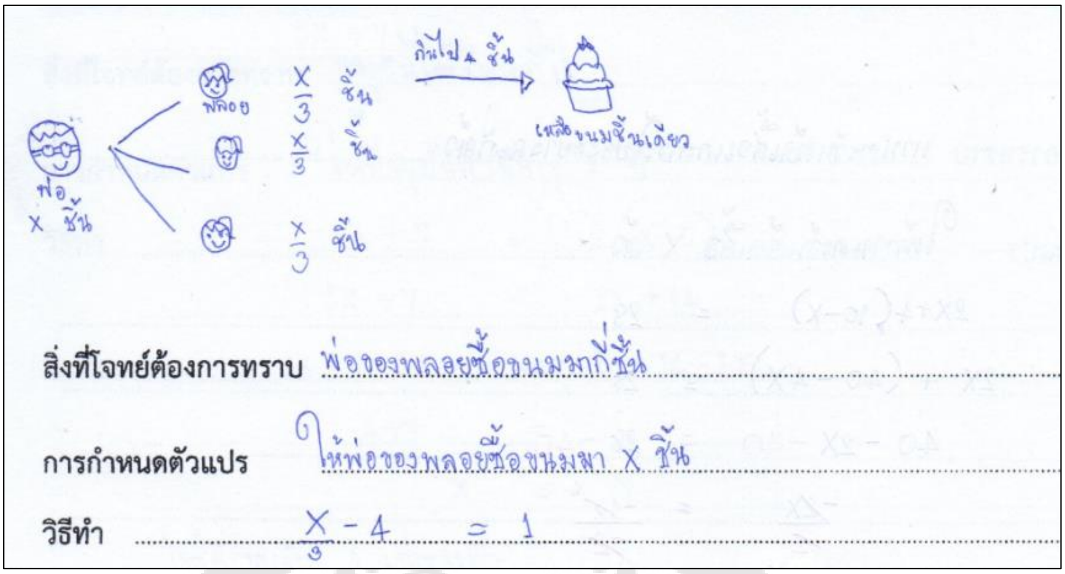
โดยเมื่อพิจารณาร่องรอยการทำงานของนักเรียนเป้าหมาย พบว่านักเรียนเป้าหมายทั้ง 4 คน กำหนดตัวแปรเหมือนกันทั้งหมด คือ “ให้พ่อของพลอยซื้อขนมมา x ชิ้น” ซึ่งเป็นข้อมูลที่โจทย์ต้องการทราบ สมการที่นักเรียนเป้าหมายทั้ง 4 คนสร้างขึ้นมีความสอดคล้องกับโจทย์ปัญหา โดยจากการวิเคราะห์ของผู้วิจัยพบว่าพฤติกรรมการวางแผนการแก้ปัญหาในช่วงที่ 4 ของนักเรียนเป้าหมายทั้ง 4 คน เป็นดังนี้

(1) ตะวัน เขียนแผนภาพประกอบการสร้างสมการ แต่ไม่ค่อยมีการเขียนอธิบายหรือแสดงความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนในโจทย์ปัญหามากนัก อย่างไรก็ตามจากการพิจารณาร่องรอยการทำงาน ยังคงแสดงถึงความเข้าใจในสถานการณ์โจทย์ปัญหา และสมการที่ตะวันสร้างขึ้นสอดคล้องกับโจทย์ปัญหา ดังภาพประกอบ 44

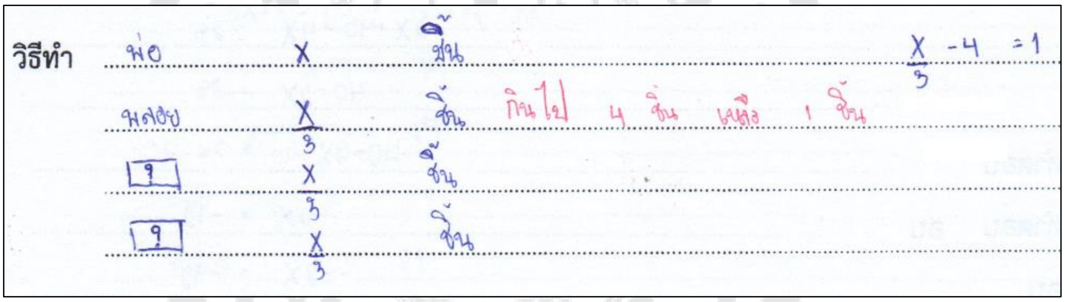
(2) จันทรา ดารา และพิภพ เขียนแผนภาพและเขียนอธิบายการสร้างสมการได้ชัดเจน มีการแสดงความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนในโจทย์ปัญหาด้วยการใช้ลูกศร เส้น และสมการที่สร้างขึ้นสอดคล้องกับโจทย์ปัญหา ยกตัวอย่างรอยรอยการทำงานของจันทรา ดังภาพประกอบ 45



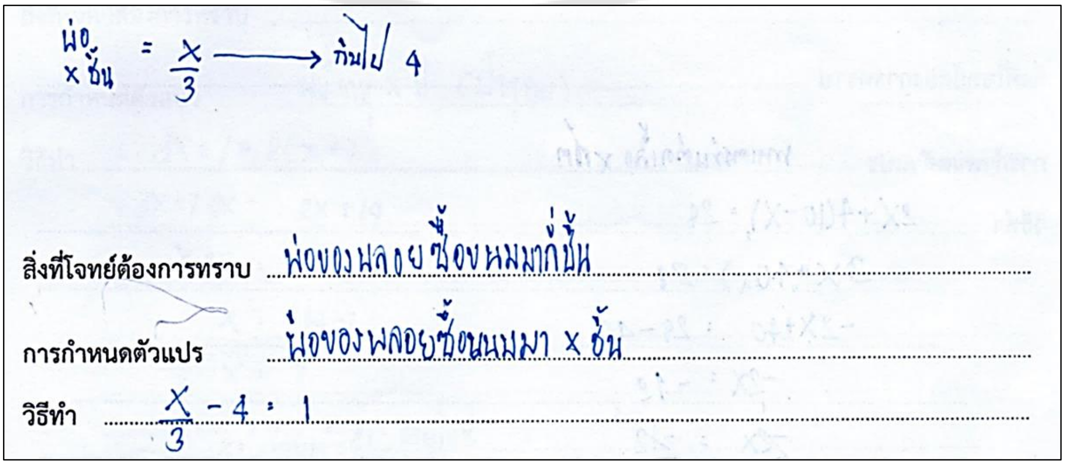
ภาพประกอบ 41 ร่องรอยการวางแผนการแก้ปัญหาของนักเรียน ช่วงที่ 3.2



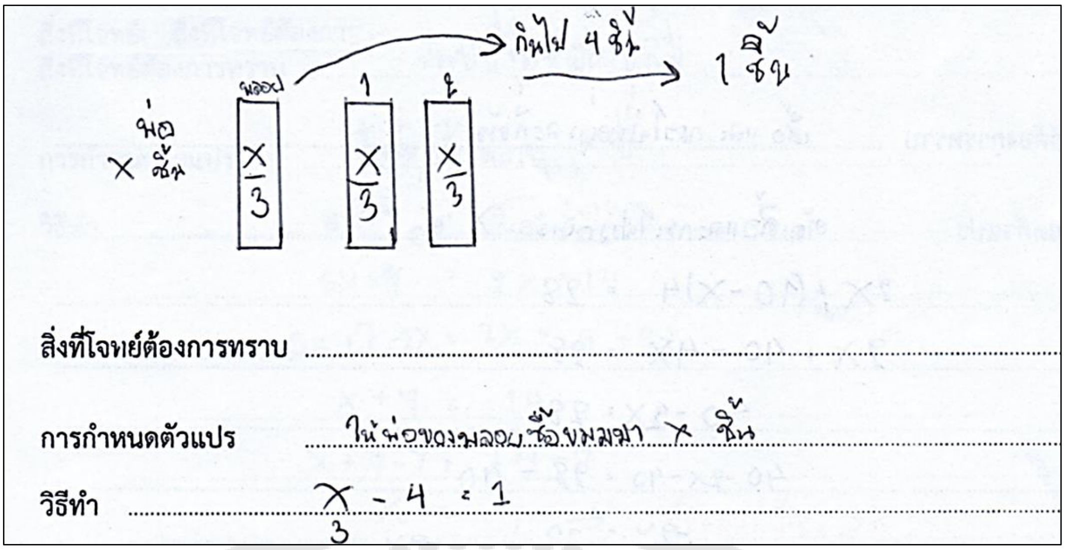
ภาพประกอบ 42 ร่องรอยการวางแผนการแก้ปัญหาของนักเรียน ช่วงที่ 3.2



ภาพประกอบ 43 ร่องรอยการวางแผนการแก้ปัญหาของนักเรียน ช่วงที่ 3.2



ภาพประกอบ 44 ร่องรอยการวางแผนการแก้ปัญหาของตะวัน ช่วงที่ 3.2



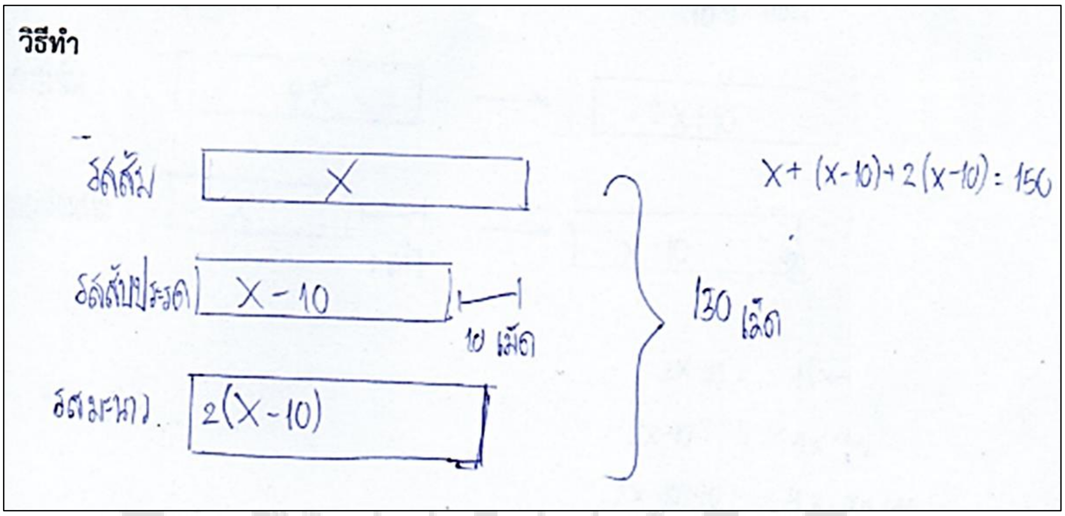
ภาพประกอบ 45 ร่องรอยการวางแผนการแก้ปัญหาของจันทรา ช่วงที่ 3.2

ในช่วงที่ 4 ซึ่งเป็นการทำแบบทดสอบหลังเรียน พิจารณาภาพรวมนักเรียนทั้งชั้นเรียนพบว่ามีในช่วงที่ 4 พิจารณาภาพรวมของนักเรียนทั้งชั้นเรียนพบว่ามีนักเรียน 28 คน (ร้อยละ 63.64) ที่สามารถระบุสมการที่สอดคล้องกับการแก้โจทย์ปัญหาได้ถูกต้อง ซึ่งส่วนใหญ่แล้ว นักเรียนเหล่านี้จะวาดแผนภาพประกอบการสร้างสมการ ยกตัวอย่างดังภาพประกอบ 46 และ 47 มีนักเรียน 5 คน (ร้อยละ 11.36) ที่ระบุสมการที่สอดคล้องกับการแก้โจทย์ปัญหาไม่ถูกต้องเป็นบางส่วน โดยมีสาเหตุมาจากการเข้าใจความสัมพันธ์ระหว่างปริมาณในโจทย์ปัญหาไม่ถูกต้อง ยกตัวอย่างดังภาพประกอบ 48 มีนักเรียน 3 คน (ร้อยละ 6.82) ที่ระบุสมการที่สอดคล้องกับการแก้โจทย์ปัญหาไม่ถูกต้องเป็นบางส่วน โดยมีสาเหตุมาจากการใช้สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ไม่ถูกต้อง เช่น ไม่เขียนเครื่องหมายบวกเพื่อแสดงการรวมกันของปริมาณ ยกตัวอย่างดังภาพประกอบ 49 มีนักเรียน 5 คน (คิดเป็นร้อยละ 11.36) ที่เขียนสมการแต่ไม่สะท้อนถึงความเข้าใจในความสัมพันธ์ระหว่างปริมาณในโจทย์ปัญหา และมีนักเรียน 3 คน (ร้อยละ 6.81) ที่ไม่แสดงร่องรอยใด ๆ ที่เกี่ยวข้องกับการสร้างสมการที่สอดคล้องกับโจทย์ปัญหาเลย โดยเมื่อพิจารณาร่องรอยการทำงานของนักเรียนเป้าหมาย พบว่า

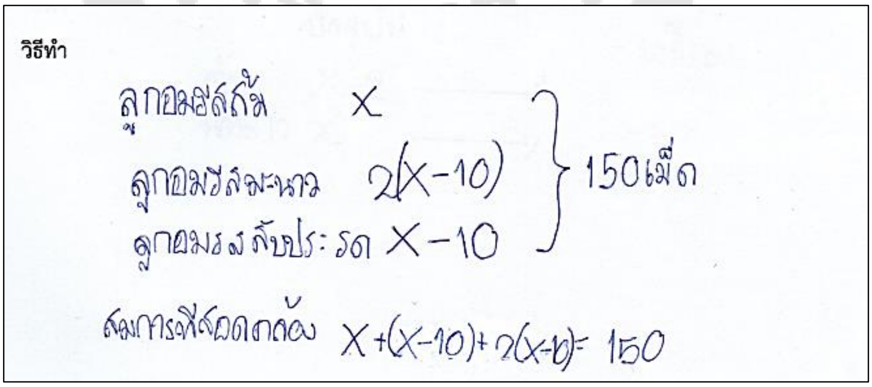
(1) ตะวันและจันทรากำหนดตัวแปร แตกต่างกัน แต่นักเรียนทั้ง 2 คน เขียนแผนภาพประกอบได้สอดคล้องกับเงื่อนไขที่โจทย์ปัญหากำหนด โดยที่อัตราส่วน (Scale) ของแผนภาพสอดคล้องกับค่าของนิพจน์พีชคณิต และสมการที่ได้สอดคล้องกับโจทย์ปัญหา ดังภาพประกอบ 50 และ 51

(2) ดารามีความพยายามในการเขียนแผนภาพใดประกอบการสร้างสมการแต่ไม่สำเร็จ และสมการที่ได้ไม่สอดคล้องกับเงื่อนไขที่โจทย์ปัญหากำหนด ดังภาพประกอบ 52

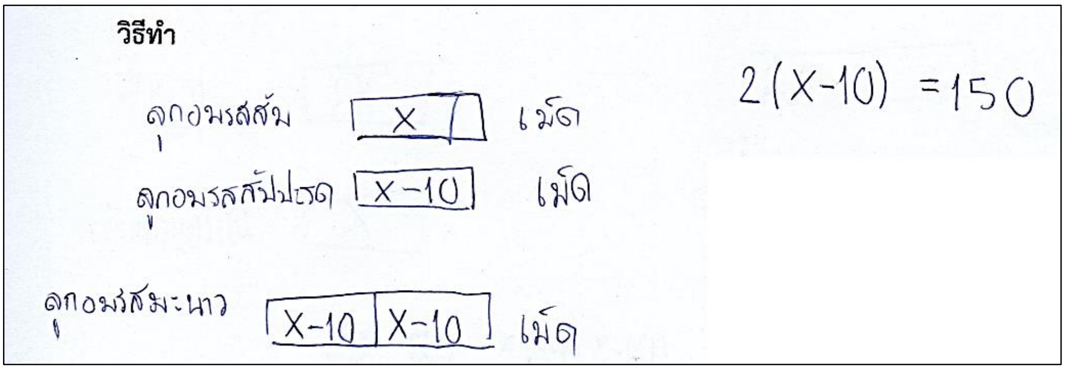
(3) พิภพเขียนคำอธิบายแผนภาพได้สอดคล้องกับเงื่อนไขที่โจทย์ปัญหากำหนด ทำให้แม้อัตราส่วน (Scale) ของแผนภาพของนิพจน์พีชคณิต “จำนวนของลูกอมรสสับปะรด” และ “จำนวนของลูกอมรสมะนาว” จะไม่ถูกต้อง แต่สมการที่พิภพสร้างก็ยังคงสอดคล้องกับโจทย์ปัญหา ดังภาพประกอบ 53



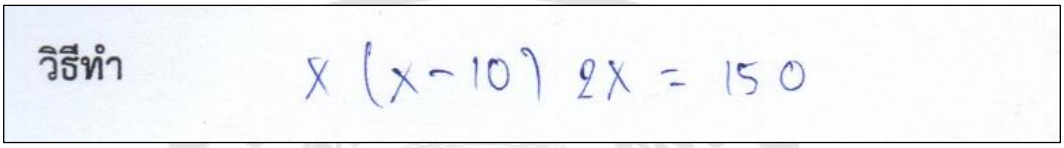
ภาพประกอบ 46 ร่องรอยการวางแผนการแก้ปัญหาของนักเรียน ช่วงที่ 4



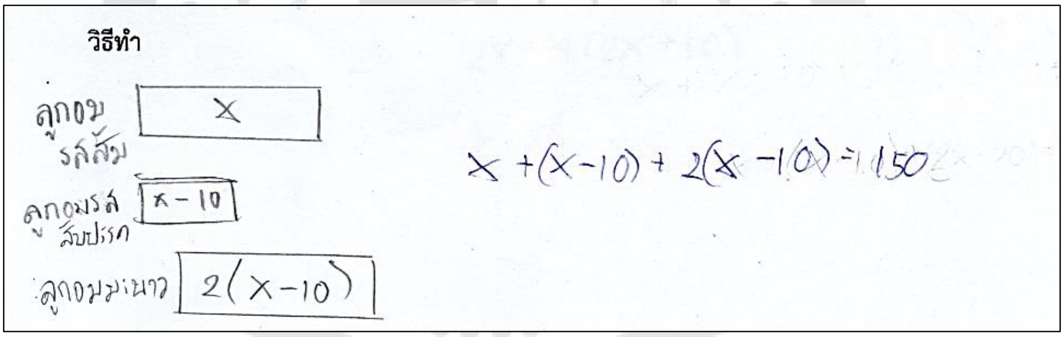
ภาพประกอบ 47 ร่องรอยการวางแผนการแก้ปัญหาของนักเรียน ช่วงที่ 4



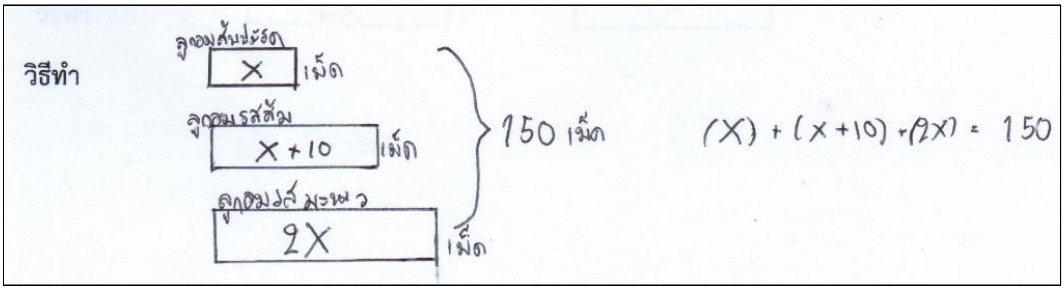
ภาพประกอบ 48 ร่องรอยการวางแผนการแก้ปัญหาของนักเรียน ช่วงที่ 4



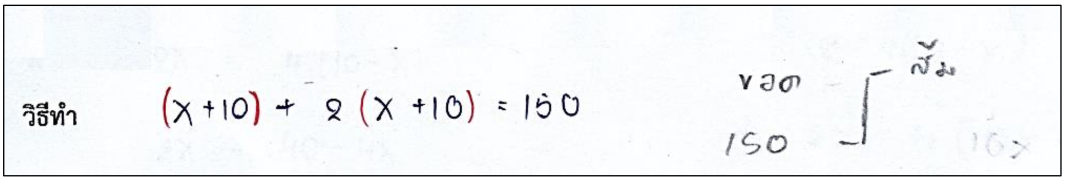
ภาพประกอบ 49 ร่องรอยการวางแผนการแก้ปัญหาของนักเรียน ช่วงที่ 4



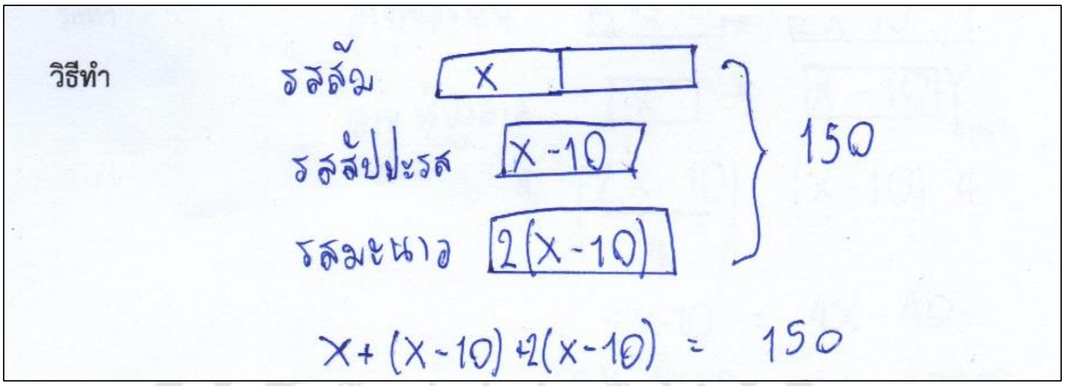
ภาพประกอบ 50 ร่องรอยการวางแผนการแก้ปัญหาของตะวัน ช่วงที่ 4



ภาพประกอบ 51 ร่องรอยการวางแผนการแก้ปัญหาของจันทรา ช่วงที่ 4



ภาพประกอบ 52 ร่องรอยการวางแผนการแก้ปัญหาของดารา ช่วงที่ 4



ภาพประกอบ 53 ร่องรอยการวางแผนการแก้ปัญหาของพิภพ ช่วงที่ 4

สรุปโดยภาพรวม ในด้านการวางแผนการแก้ปัญหา พบว่านักเรียนส่วนใหญ่วางแผนการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ด้วยวิธีการวาดแผนภาพเชิงนามธรรมเป็นส่วนใหญ่ นักเรียนเกือบทั้งหมดสามารถระบุสมการที่สอดคล้องกับโจทย์ปัญหาที่ไม่ซับซ้อนได้ เช่น โจทย์ปัญหาในช่วงที่ 2 ช่วงที่ 3.1 และช่วงที่ 3.2 แต่นักเรียนบางส่วนยังขาดความเข้าใจเกี่ยวกับสมบัติการแจกแจงและนิพจน์พีชคณิตที่ซับซ้อน ตัวอย่างเช่น นิพจน์พีชคณิต 2(x-10) จึงทำให้นักเรียนบางส่วนไม่สามารถระบุสมการที่สอดคล้องกับโจทย์ปัญหาในช่วงที่ 4 ได้ถูกต้อง

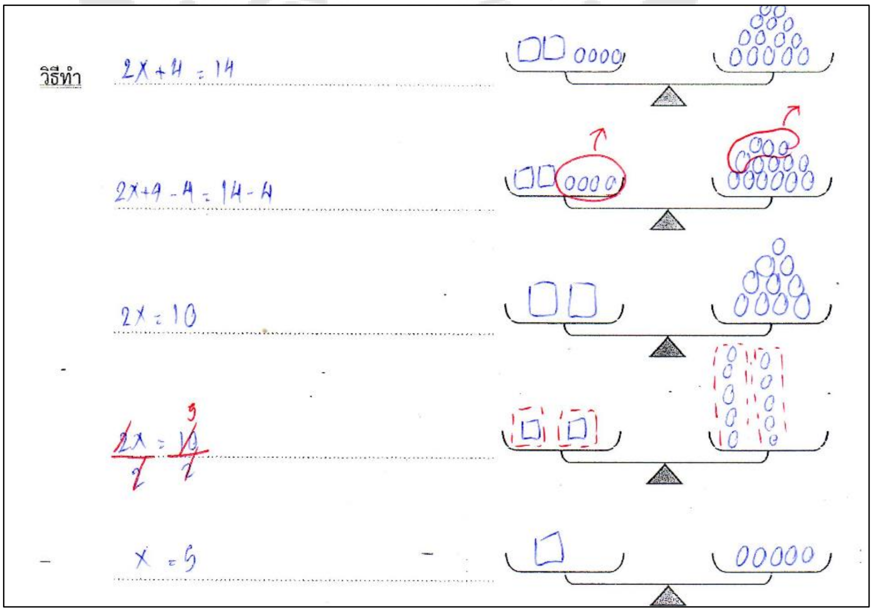
จากการสังเกตพฤติกรรมการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนเป้าหมาย พบว่านักเรียนเป้าหมาย ปรึกษากันเกี่ยวกับวิธีการวาดแผนภาพจากข้อมูลที่โจทย์ปัญหากำหนดให้ และปรึกษากันเกี่ยวกับการเขียนสมการจากแผนภาพที่วาดขึ้น โดยในช่วงแรกนักเรียนยังคงลังเลระหว่างการวาดแผนภาพเชิงรูปธรรมกับแผนภาพเชิงนามธรรม แต่ในช่วงหลังนักเรียนเป้าหมายเลือกใช้แผนภาพเชิงนามธรรมทั้งหมด ในบางครั้งนักเรียนเป้าหมาย อาจเลือกกำหนดตัวแปรเป็นค่าอื่นที่ไม่ใช่สิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ หากเห็นว่าจะทำให้สมการที่ได้ แก้สมการง่ายกว่าสมการที่จะได้มาจากการกำหนดตัวแปรเป็นสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบโดยตรง ดังบทสนทนาที่ยกตัวอย่างในช่วงที่ 3.1

2.3 ด้านการดำเนินการตามแผน

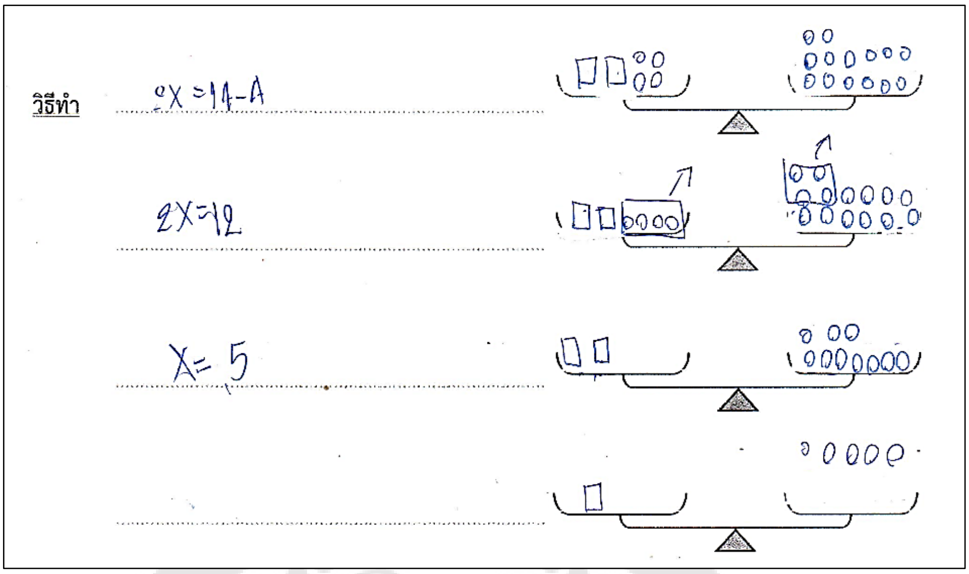
ในการศึกษาพฤติกรรมการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ด้านการดำเนินการตามแผน ผู้วิจัยพิจารณาพฤติกรรมการแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ของนักเรียนทั้งชั้นเรียนและนักเรียนตัวอย่าง ผลการศึกษาจำแนกตามช่วงการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ เป็นดังนี้

ในช่วงที่ 1.1 ผู้วิจัยให้นักเรียนแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว $2x+4=14$ โดยใช้สมบัติของการเท่ากันเกี่ยวกับการบวกและสมบัติของการเท่ากันเกี่ยวกับการคูณ พร้อมวาดแผนภาพประกอบการแก้สมการนั้น พบว่ามีนักเรียน 41 คน (ร้อยละ 93.18) ที่สามารถดำเนินการแก้สมการ โดยใช้สมบัติของการเท่ากันเกี่ยวกับการบวก สมบัติของการเท่ากันเกี่ยวกับการคูณ และสมบัติเกี่ยวกับจำนวนจริงได้ถูกต้องทั้งหมด โดยส่วนใหญ่สามารถวาดแผนภาพได้ถูกต้อง ยกตัวอย่างดังภาพประกอบ 54 และมีนักเรียน 3 คน (ร้อยละ 6.82) ที่แก้สมการโดยใช้สมบัติของการเท่ากันเกี่ยวกับการบวก สมบัติของการเท่ากันเกี่ยวกับการคูณได้ถูกต้องทั้งหมด แต่คำนวณไม่ถูกต้องเป็นบางส่วน ยกตัวอย่างดังภาพประกอบ 55

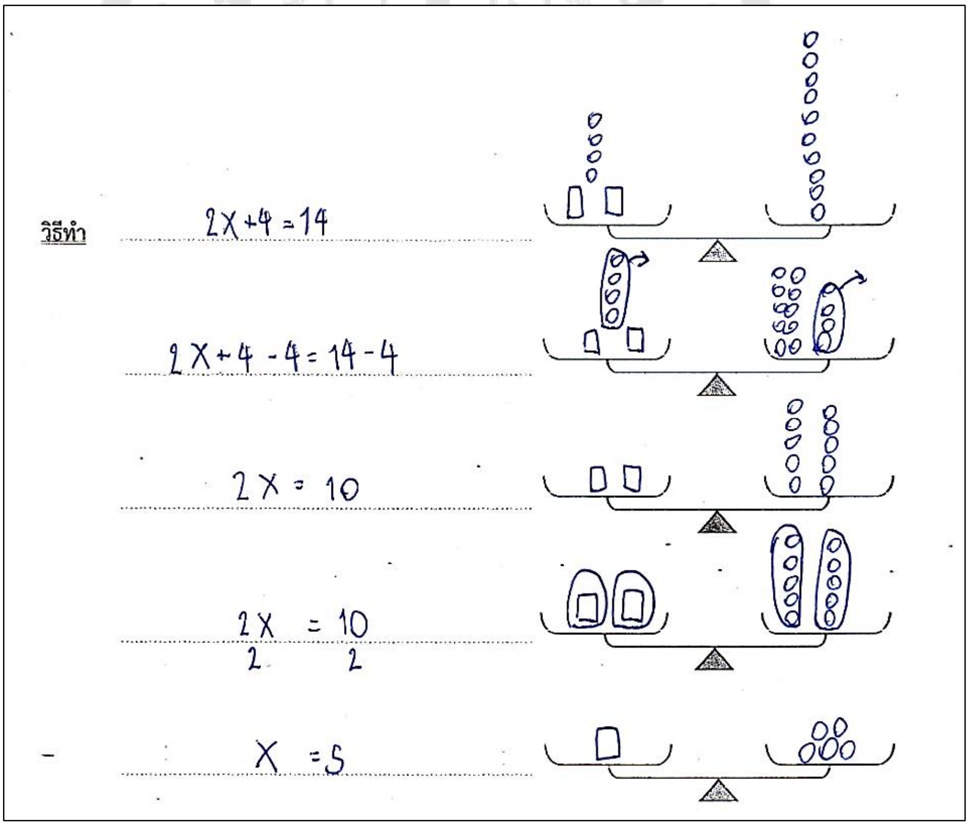
โดยเมื่อพิจารณาร่องรอยการทำงานของนักเรียนเป้าหมาย พบว่านักเรียนเป้าหมายทั้ง 4 คน สามารถเขียนแผนภาพได้สัมพันธ์กับการแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว และมีร่องรอยการแก้สมการที่สะท้อนถึงความเข้าใจในสมบัติของการเท่ากันเกี่ยวกับการบวกและสมบัติของการเท่ากันเกี่ยวกับการคูณ ยกตัวอย่างร่องรอยการทำงานของพิภพ ดังภาพประกอบ 56



ภาพประกอบ 54 ร่องรอยการดำเนินการตามแผนของนักเรียน ช่วงที่ 1.1



ภาพประกอบ 55 ร่องรอยการดำเนินการตามแผนของนักเรียน ช่วงที่ 1.1



ภาพประกอบ 56 ร่องรอยการดำเนินการตามแผนของพิภพ ช่วงที่ 1.1

ในช่วงที่ 1.2 พิจารณาภาพรวมของนักเรียนทั้งหมด พบว่ามีนักเรียน 21 คน (ร้อยละ 47.73) ที่สามารถดำเนินการแก้สมการ โดยใช้สมบัติของการเท่ากับเกี่ยวกับการบวก สมบัติของการเท่ากันเกี่ยวกับการคูณ และสมบัติเกี่ยวกับจำนวนจริงได้ถูกต้องทั้งหมด ยกตัวอย่างดังภาพประกอบ 57 มีนักเรียน 19 คน (ร้อยละ 43.18) ที่ดำเนินการแก้สมการ โดยใช้สมบัติของการเท่ากันเกี่ยวกับการบวก สมบัติของการเท่ากันเกี่ยวกับการคูณได้ถูกต้องทั้งหมด แต่มีการคำนวณไม่ถูกต้องเป็นบางส่วน ยกตัวอย่างดังภาพประกอบ 58 และมีนักเรียน 4 คน (ร้อยละ 9.09) ที่ดำเนินการแก้สมการ โดยใช้สมบัติของการเท่ากันเกี่ยวกับการบวก สมบัติของการเท่ากันเกี่ยวกับการคูณไม่ถูกต้องเป็นบางส่วน ยกตัวอย่างดังภาพประกอบ 59 โดยเมื่อพิจารณาร่องรอยการทำแบบฝึกหัดการแก้สมการเชิงเส้นตัวข้อที่ 3-6 (รวม 4 ข้อ) ของนักเรียนเป้าหมาย พบว่าทุกคนมีแนวคิดที่ถูกต้องเกี่ยวกับการแก้สมการเชิงตัวแปรเดียวที่ถูกต้อง แต่นักเรียนเป้าหมายบางคนมีข้อผิดพลาดในการแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ดังรายละเอียดดังนี้

(1) ตะวัน มีการคำนวณข้อที่ 6 ผิดพลาด นั่นคือคำนวณ -18 คูณด้วย 5 ได้ 540 แทนที่จะเป็น -90 ซึ่งส่งผลให้คำตอบของสมการที่ได้ไม่ถูกต้อง ดังภาพประกอบ 60

(2) จันทรา ขาดความระมัดระวังในการคำนวณข้อที่ 4 ทำให้หลงลืมการคำนวณค่าของ “20 ลบด้วย 8” ทำให้จันทราเขียนผลลัพธ์เป็น 20 แทนที่จะเป็น 12 ซึ่งส่งผลให้คำตอบของสมการที่ได้ไม่ถูกต้อง ดังภาพประกอบ 61

(3) ดารา สามารถแสดงวิธีการแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว โดยใช้สมบัติของการเท่ากันเกี่ยวกับการบวก สมบัติของการเท่ากันเกี่ยวกับการคูณ และสมบัติทางพีชคณิตได้ถูกต้องทั้งหมด ดังภาพประกอบ 62

(4) พิภพ สามารถหาคำตอบของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวได้ถูกต้องทั้งหมด แต่พิภพไม่ได้เขียนเส้นคั่นระหว่างตัวเศษและตัวส่วน เนื่องจากพิภพเข้าใจว่ามีเส้นบรรทัดอยู่แล้ว จึงไม่จำเป็นต้องเขียนเส้นคั่นระหว่างตัวเศษและตัวส่วนอีก ซึ่งความเข้าใจดังกล่าวเป็นความเข้าใจที่ผิด ดังภาพประกอบ 63

ข้อที่ 3 $3x+7=34$

วิธีทำ

$3x+7=34$

$3x+7-7=34-7$

$3x=27$

$\frac{\cancel{3}x}{\cancel{3}}=\frac{\cancel{27}^{9}}{\cancel{3}}$

$x=9$

ตอบ คำตอบของสมการ คือ 9

ข้อที่ 4 $8+5x=20$

วิธีทำ

$8+5x=20$

$8+5x-8=20-8$

$5x=12$

$\frac{\cancel{5}x}{\cancel{5}}=\frac{12}{5}$

$x=\frac{12}{5}$

ตอบ คำตอบของสมการ คือ $\frac{12}{5}$

ข้อที่ 5 $\frac{x}{2}+1=7$

วิธีทำ

$\frac{x}{2}+1=7$

$\frac{x}{2}+1-1=7-1$

$\frac{x}{2}=6$

$2\left(\frac{x}{2}\right)=2(6)$

$x=12$

ตอบ คำตอบของสมการ คือ 12

ข้อที่ 6 $3+\frac{x}{5}=-15$

วิธีทำ

$3+\frac{x}{5}=-15$

$3+\frac{x}{5}-3=-15-3$

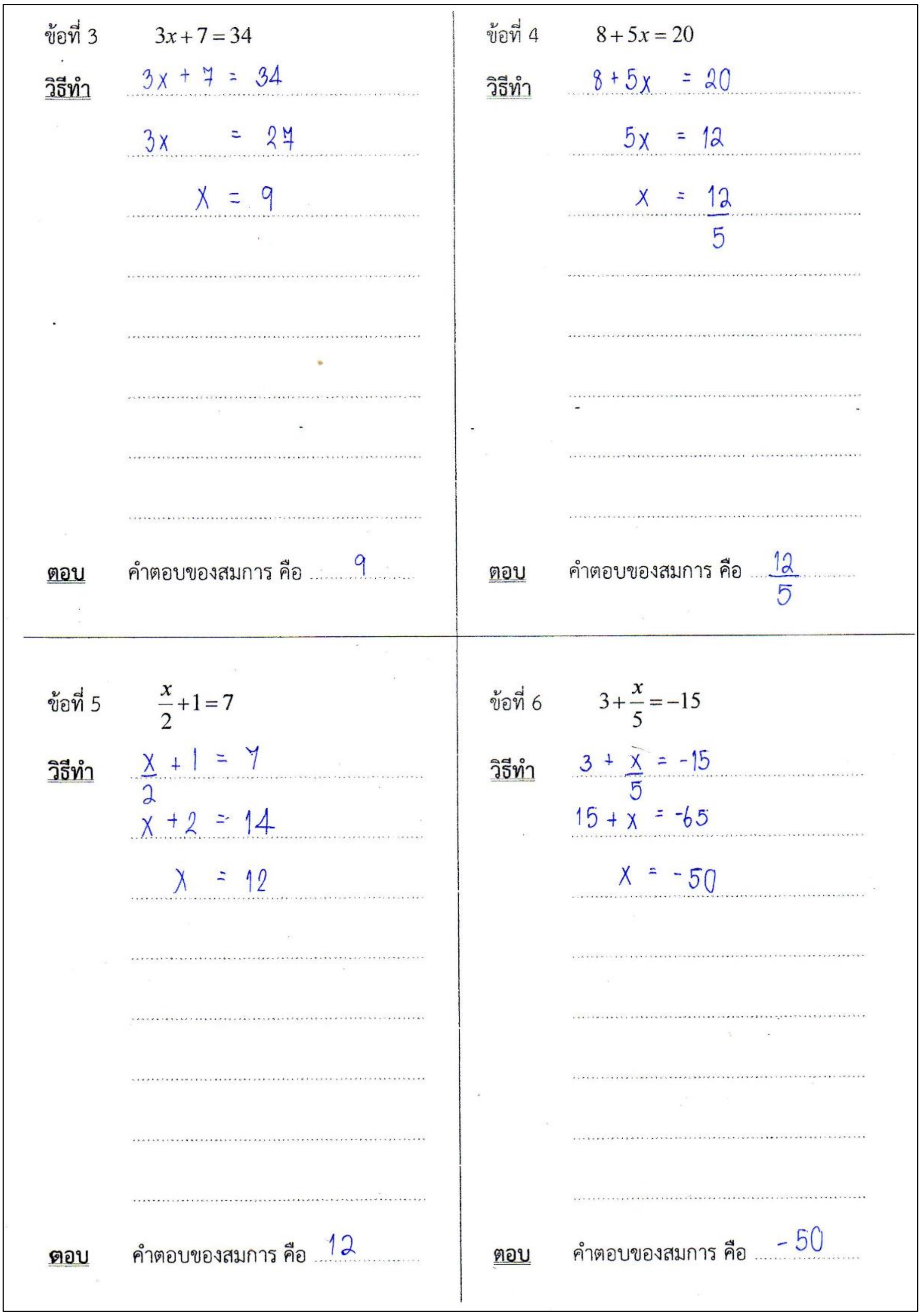
$\frac{x}{5}=-18$

$5\left(\frac{x}{5}\right)=(-18)5$

$x=-90$

ตอบ คำตอบของสมการ คือ -90

ภาพประกอบ 57 ร่องรอยการดำเนินการตามแผนของนักเรียน ช่วงที่ 1.2



ข้อที่ 3 $3x+7=34$

วิธีทำ $3x + 7 = 34$

$3x = 27$

$x = 9$

ตอบ คำตอบของสมการ คือ 9

ข้อที่ 4 $8+5x=20$

วิธีทำ $8 + 5x = 20$

$5x = 12$

$x = \frac{12}{5}$

ตอบ คำตอบของสมการ คือ $\frac{12}{5}$

ข้อที่ 5 $\frac{x}{2}+1=7$

วิธีทำ $\frac{x}{2} + 1 = 7$

$x + 2 = 14$

$x = 12$

ตอบ คำตอบของสมการ คือ 12

ข้อที่ 6 $3+\frac{x}{5}=-15$

วิธีทำ $3 + \frac{x}{5} = -15$

$15 + x = -65$

$x = -50$

ตอบ คำตอบของสมการ คือ -50

ภาพประกอบ 58 ร่องรอยการดำเนินการตามแผนของนักเรียน ช่วงที่ 1.2

ข้อที่ 3 $3x+7=34$

วิธีทำ $3x+7=34$

$3x=27$

$x=9$

ตอบ คำตอบของสมการ คือ 9

ข้อที่ 4 $8+5x=20$

วิธีทำ $5x+8=20$

$5x=12$

$x=2.4$

ตอบ คำตอบของสมการ คือ 2.4

ข้อที่ 5 $\frac{x}{2}+1=7$

วิธีทำ $\frac{x}{2}+1=7$

$\frac{x}{2}=6$

$x=3$

ตอบ คำตอบของสมการ คือ 3

ข้อที่ 6 $3+\frac{x}{5}=-15$

วิธีทำ $3+\frac{x}{5}=-15$

$\frac{x}{5}=-12$

$x=-2.4$

ตอบ คำตอบของสมการ คือ -2.4

ภาพประกอบ 59 ร่องรอยการดำเนินการตามแผนของนักเรียน ช่วงที่ 1.2

ข้อที่ 3 $3x+7=34$

วิธีทำ $3x+7-7 = 34-7$

$\frac{3x}{3} = \frac{27}{3}$

$x = 9$

ตอบ คำตอบของสมการ คือ 9

ข้อที่ 4 $8+5x=20$

วิธีทำ $8+5x = 20$

$8+5x-8 = 20-8$

$\frac{5x}{5} = \frac{12}{5}$

$x = 2.4$

ตอบ คำตอบของสมการ คือ 2.4

ข้อที่ 5 $\frac{x}{2}+1=7$

วิธีทำ $\frac{x}{2}+1-1 = 7-1$

$\frac{x}{2} = 6$

$x = 6 \times 2$

$x = 12$

ตอบ คำตอบของสมการ คือ 12

ข้อที่ 6 $3+\frac{x}{5}=-15$

วิธีทำ $3+\frac{x}{5}-3 = -15-3$

$\frac{x}{5} = -18 \times 5$

$x = 540$

ตอบ คำตอบของสมการ คือ 540

ภาพประกอบ 60 ร่องรอยการดำเนินการตามแผนของตะวัน ช่วงที่ 1.2

ข้อที่ 3 $3x+7=34$

วิธีทำ

$3x+7=34$

$3x+7-7=34-7$

$3x=27$

$\frac{3x}{3}=\frac{27}{3}$

$x=9$

ตอบ คำตอบของสมการ คือ 9

ข้อที่ 4 $8+5x=20$

วิธีทำ

$8+5x=20$

$8+5x-8=20-8$

$5x=20$

$\frac{5x}{5}=\frac{20}{5}$

$x=4$

ตอบ คำตอบของสมการ คือ 4

ข้อที่ 5 $\frac{x}{2}+1=7$

วิธีทำ

$\frac{x}{2}+1=7$

$\frac{x}{2}+1-1=7-1$

$\frac{x}{2}=6$

$\frac{x}{\cancel{2}}\times\cancel{2}=6\times2$

$x=12$

ตอบ คำตอบของสมการ คือ 12

ข้อที่ 6 $3+\frac{x}{5}=-15$

วิธีทำ

$3+\frac{x}{5}=-15$

$3+\frac{x}{5}-3=-15-3$

$\frac{x}{5}=-18$

$\frac{x}{5}\times5=-18\times5$

$x=-90$

ตอบ คำตอบของสมการ คือ -90

ภาพประกอบ 61 ร่องรอยการดำเนินการตามแผนของจันทรา ช่วงที่ 1.2

ข้อที่ 3 $3x+7=34$

วิธีทำ

$3x+7=34$

$3x+7-7=34-7$

$3x=27$

$\frac{\cancel{3}x}{\cancel{3}}=\frac{\cancel{27}^{9}}{\cancel{3}}$

$x=9$

ตอบ คำตอบของสมการ คือ 9

ข้อที่ 4 $8+5x=20$

วิธีทำ

$8+5x=20$

$8+5x-8=20-8$

$\frac{\cancel{5}x}{\cancel{5}}=\frac{12}{5}$

$x=\frac{12}{5}$

$x=2.4$

ตอบ คำตอบของสมการ คือ $\frac{12}{5}$, 2.4

ข้อที่ 5 $\frac{x}{2}+1=7$

วิธีทำ

$\frac{x}{2}+1=7$

$\frac{x}{2}+1-1=7-1$

$\frac{x}{2}=6$

$x=6(2)$

$x=12$

ตอบ คำตอบของสมการ คือ 12

ข้อที่ 6 $3+\frac{x}{5}=-15$

วิธีทำ

$3+\frac{x}{5}=-15$

$3+\frac{x}{5}-3=-15-3$

$\frac{x}{5}=-18$

$x=-90$

ตอบ คำตอบของสมการ คือ -90

ภาพประกอบ 62 ร่องรอยการดำเนินการตามแผนของดารา ช่วงที่ 1.2

ข้อที่ 3 $3x+7=34$

วิธีทำ

$3x+7=34$

$3x+7-7=34-7$

$3x=27$

$\frac{3x}{3}=\frac{27}{3}$

$x=9$

ตอบ คำตอบของสมการ คือ 9

ข้อที่ 4 $8+5x=20$

วิธีทำ

$8+5x=20$

$8+5x-8=20-8$

$5x=12$

$\frac{\cancel{5}x}{\cancel{5}}=\frac{12}{5}$

$x=\frac{12}{5}$

ตอบ คำตอบของสมการ คือ $\frac{12}{5}$

ข้อที่ 5 $\frac{x}{2}+1=7$

วิธีทำ

$\frac{x}{2}+1=7$

$\frac{x}{2}+1-1=7-1$

$\frac{x}{2}=6$

$\cancel{2}\times\frac{x}{\cancel{2}}=6\times 2$

$x=12$

ตอบ คำตอบของสมการ คือ 12

ข้อที่ 6 $3+\frac{x}{5}=-15$

วิธีทำ

$3+\frac{x}{5}=-15$

$3+\frac{x}{5}-3=-15-3$

$\frac{x}{5}=-18$

$\cancel{5}\times\frac{x}{\cancel{5}}=-18\times 5$

$x=-90$

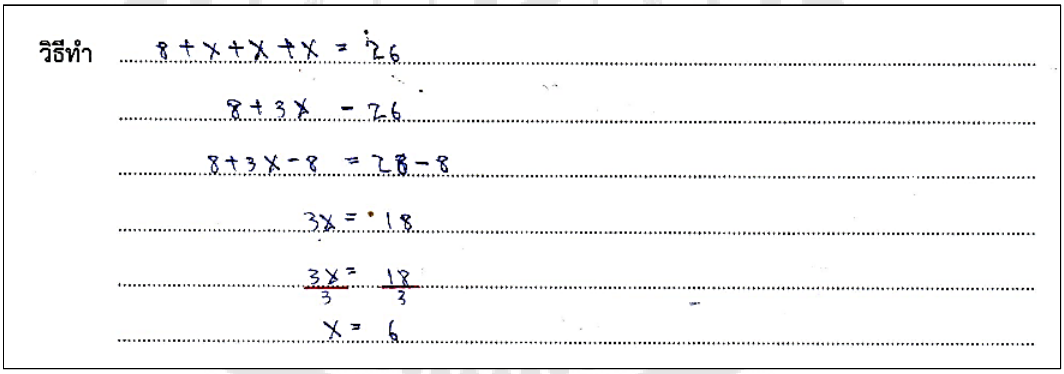
4
18
5
90

ตอบ คำตอบของสมการ คือ -90

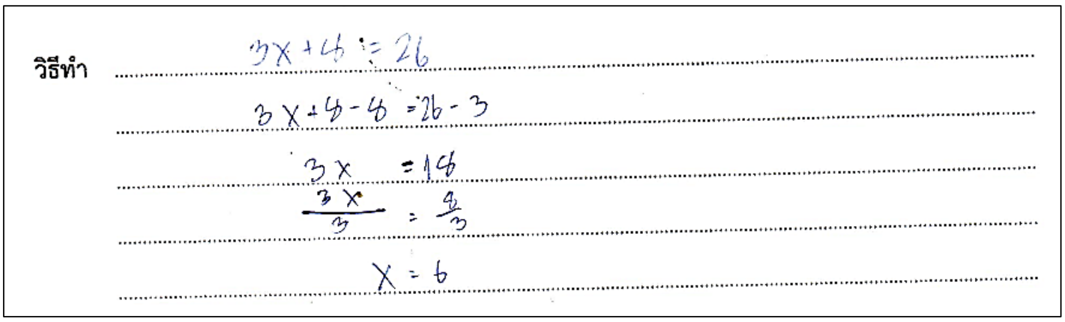
ภาพประกอบ 63 ร่องรอยการดำเนินการตามแผนของพิภพ ช่วงที่ 1.2

ในช่วงที่ 2 พิจารณาภาพรวมของนักเรียนทั้งชั้นเรียน พบว่ามีนักเรียน 37 คน (ร้อยละ 84.09) ที่สามารถดำเนินการแก้สมการ โดยใช้สมบัติของการเท่ากันเกี่ยวกับการบวก สมบัติของการเท่ากันเกี่ยวกับการคูณ และสมบัติเกี่ยวกับจำนวนจริงได้ถูกต้องทั้งหมด ยกตัวอย่างดังภาพประกอบ 64 และมีนักเรียน 7 คน (ร้อยละ 15.91) ที่ดำเนินการแก้สมการ โดยใช้สมบัติของการเท่ากันเกี่ยวกับการบวก สมบัติของการเท่ากันเกี่ยวกับการคูณได้ถูกต้อง และสมบัติเกี่ยวกับจำนวนจริงได้ถูกต้องทั้งหมด แต่เขียนแสดงการคำนวณไม่ถูกต้องเป็นบางส่วน ยกตัวอย่างดังภาพประกอบ 65

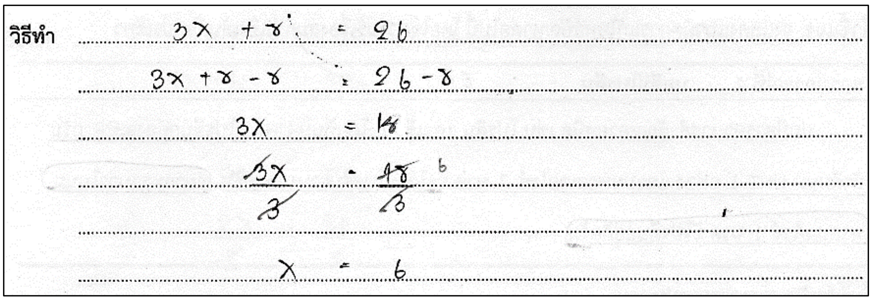
โดยเมื่อพิจารณาร่องรอยการทำงานของนักเรียนเป้าหมาย พบว่านักเรียนเป้าหมายทั้ง 4 คน สามารถดำเนินการแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว โดยใช้สมบัติของการเท่ากันเกี่ยวกับการบวกและสมบัติของการเท่ากันเกี่ยวกับการคูณ ได้ถูกต้องทั้งหมด ยกตัวอย่างดังภาพประกอบ 66 แต่พิภพไม่ได้เขียนเส้นคั่นระหว่างตัวเศษและตัวส่วน เนื่องจากพิภพเข้าใจว่ามีเส้นบรรทัดอยู่แล้ว ไม่จำเป็นต้องเขียนเส้นคั่นระหว่างตัวเศษและตัวส่วนอีก ดังภาพประกอบ 67



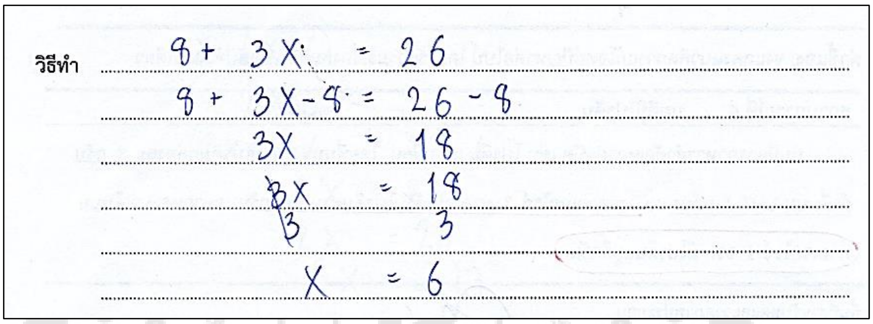
ภาพประกอบ 64 ร่องรอยการดำเนินการตามแผนของนักเรียน ช่วงที่ 2



ภาพประกอบ 65 ร่องรอยการดำเนินการตามแผนของนักเรียน ช่วงที่ 2



ภาพประกอบ 66 ร่องรอยการดำเนินการตามแผนของดารา ช่วงที่ 2



ภาพประกอบ 67 ร่องรอยการดำเนินการตามแผนของพิภพ ช่วงที่ 2

ในช่วงที่ 3.1 พิจารณาภาพรวมของนักเรียนทั้งชั้นเรียนพบว่ามีนักเรียน 35 คน (ร้อยละ 79.55) ที่สามารถดำเนินการแก้สมการ โดยใช้สมบัติของการเท่ากันเกี่ยวกับการบวก สมบัติของการเท่ากันเกี่ยวกับการคูณ และสมบัติเกี่ยวกับจำนวนจริงได้ถูกต้องทั้งหมด ยกตัวอย่างดังภาพประกอบ 68 และ 69 และมีนักเรียน 9 คน (ร้อยละ 20.45) ที่ดำเนินการแก้สมการโดยใช้สมบัติของการเท่ากันเกี่ยวกับการบวกและสมบัติของการเท่ากันเกี่ยวกับการคูณได้ถูกต้อง แต่ไม่สามารถใช้ หรือใช้สมบัติการแจกแจงไม่ถูกต้อง ยกตัวอย่างดังภาพประกอบ 70

โดยเมื่อพิจารณาร่องรอยการทำงานของนักเรียนเป้าหมาย พบว่านักเรียนเป้าหมายทั้ง 4 คน สามารถดำเนินการแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว โดยใช้สมบัติของการเท่ากันเกี่ยวกับการบวกและสมบัติของการเท่ากันเกี่ยวกับการคูณได้ถูกต้องทั้งหมด ยกตัวอย่างดังภาพประกอบ 71 แต่พิภพไม่ได้เขียนเส้นคั่นระหว่างตัวเศษและตัวส่วน เนื่องจากพิภพเข้าใจว่าใบงานมีเส้นบรรทัดอยู่แล้ว จึงไม่จำเป็นต้องเขียนเส้นคั่นระหว่างตัวเศษและตัวส่วนอีก ดังภาพประกอบ 72 ซึ่งเป็นความเข้าใจที่ไม่ถูกต้อง

วิธีทำ $x + \frac{x}{3} = 48$

$3(x) + \cancel{3}\left(\frac{x}{\cancel{3}}\right) = 3(48)$

$3x + x = 144$

$4x = 144$

$\frac{\cancel{4}x}{\cancel{4}} = \frac{\cancel{144}\ 36}{\cancel{4}}$

$x = 36$

ภาพประกอบ 68 ร่องรอยการดำเนินการตามแผนของนักเรียน ช่วงที่ 3.1

วิธีทำ $3x + x = 48$ หอ ชาย 3x คน

$4x = 48$ ซึ่งเท่ากับ 12 ลงใน 3x

$\frac{4x}{4} = \frac{48}{4}$ หอ. ชาย 3 12 คน

หอ- ชาย 36 คน

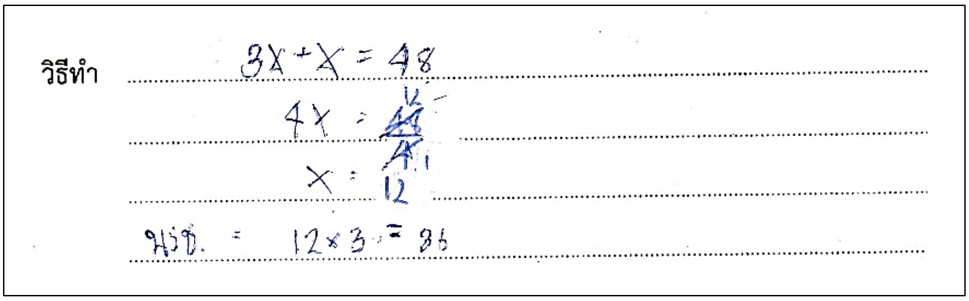
$x = 12$

ภาพประกอบ 69 ร่องรอยการดำเนินการตามแผนของนักเรียน ช่วงที่ 3.1

วิธีทำ $\frac{x}{3} + x = 48$

$3\left(\frac{x}{3} + x\right) \quad 3(48)$

ภาพประกอบ 70 ร่องรอยการดำเนินการตามแผนของนักเรียน ช่วงที่ 3.1

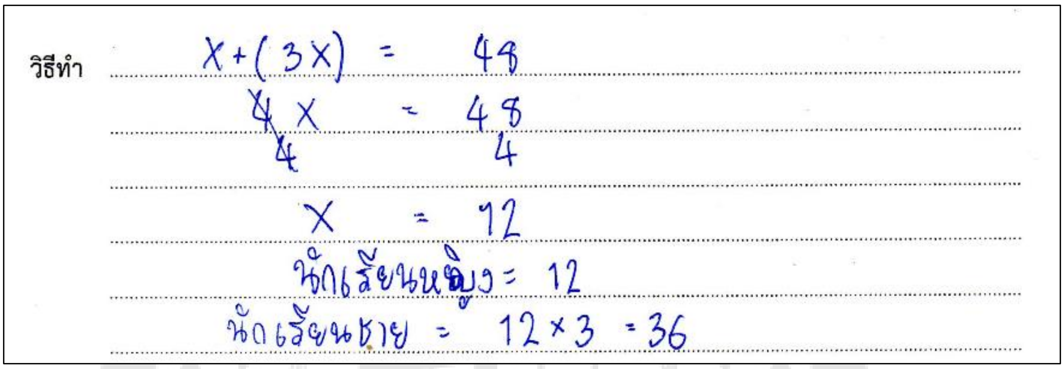

วิธีทำ $3x + x = 48$

$4x = \frac{48}{4}$

$x = 12$

นรช. = $12 \times 3 = 36$

ภาพประกอบ 71 ร่องรอยการดำเนินการตามแผนของตะวัน ช่วงที่ 3.1


วิธีทำ $x + (3x) = 48$

$\frac{4x}{4} = \frac{48}{4}$

$x = 12$

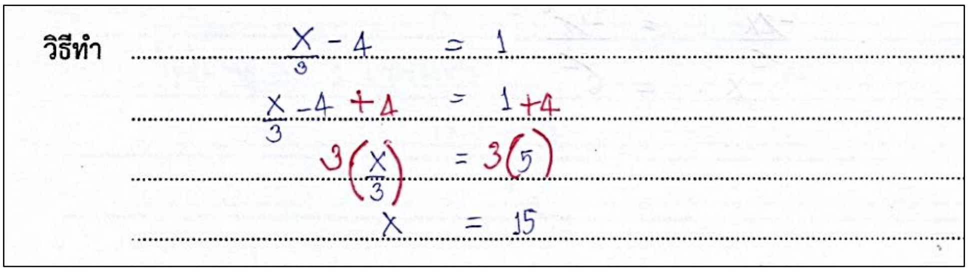
นักเรียนหญิง = 12

นักเรียนชาย = $12 \times 3 = 36$

ภาพประกอบ 72 ร่องรอยการดำเนินการตามแผนของพิภพ ช่วงที่ 3.1

ในช่วงที่ 3.2 พิจารณาภาพรวมของนักเรียนทั้งชั้นเรียนพบว่ามีนักเรียน 35 คน (ร้อยละ 79.55) ที่สามารถดำเนินการแก้สมการ โดยใช้สมบัติของการเท่ากันเกี่ยวกับการบวก สมบัติของการเท่ากันเกี่ยวกับการคูณ และสมบัติเกี่ยวกับจำนวนจริงได้ถูกต้องทั้งหมด ยกตัวอย่างดังภาพประกอบ 73 และมีนักเรียน 9 คน (ร้อยละ 20.45) ที่ดำเนินการแก้สมการ โดยใช้สมบัติของการเท่ากันเกี่ยวกับการบวก สมบัติของการเท่ากันเกี่ยวกับการคูณได้ถูกต้องทั้งหมด แต่มีการคำนวณไม่ถูกต้องเป็นบางส่วน ยกตัวอย่างดังภาพประกอบ 74

โดยเมื่อพิจารณาร่องรอยการทำงานของนักเรียนเป้าหมาย พบว่านักเรียนเป้าหมายทั้ง 4 คน สามารถดำเนินการแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว โดยใช้สมบัติของการเท่ากันเกี่ยวกับการบวกและสมบัติของการเท่ากันเกี่ยวกับการคูณได้ถูกต้องทั้งหมด ยกตัวอย่างร่องรอยการทำงานของดารา ดังภาพประกอบ 75 แต่จันทราและพิภพ ไม่เขียนเส้นคั่นเศษส่วนระหว่างตัวเศษและตัวส่วน ทั้งนี้ข้อผิดพลาดดังกล่าว ไม่ส่งผลให้เกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับการแก้สมการแต่อย่างใด ยกตัวอย่างร่องรอยการทำงานของจันทรา ดังภาพประกอบ 76



วิธีทำ

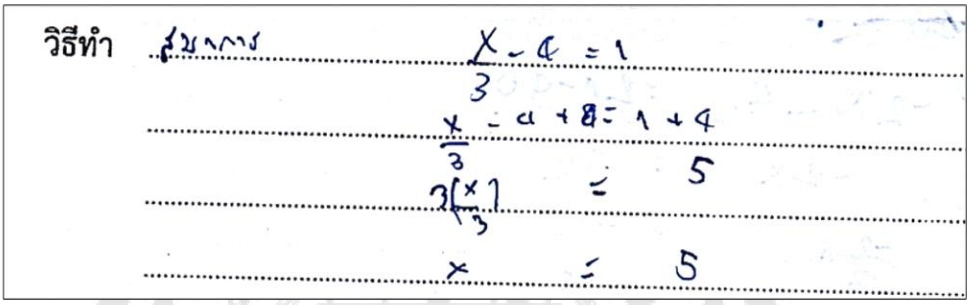
$\frac{x}{3} - 4 = 1$

$\frac{x}{3} - 4 + 4 = 1 + 4$

$3\left(\frac{x}{3}\right) = 3(5)$

$x = 15$

ภาพประกอบ 73 ร่องรอยการดำเนินการตามแผนของนักเรียน ช่วงที่ 3.2



วิธีทำ สมการ

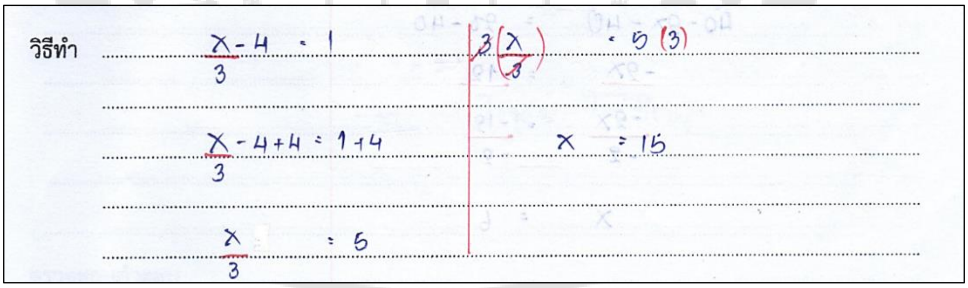
$\frac{x}{3} - 4 = 1$

$\frac{x}{3} - 4 + 8 = 1 + 4$

$3\left(\frac{x}{3}\right) = 5$

$x = 5$

ภาพประกอบ 74 ร่องรอยการดำเนินการตามแผนของนักเรียน ช่วงที่ 3.2



วิธีทำ

$\frac{x}{3} - 4 = 1$

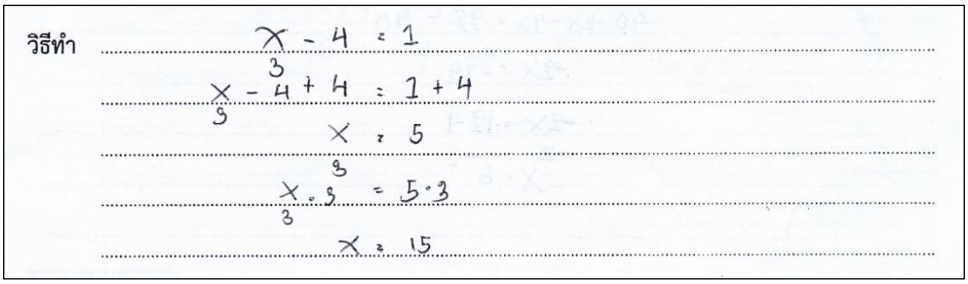
$\frac{x}{3} - 4 + 4 = 1 + 4$

$\frac{x}{3} = 5$

$3\left(\frac{x}{3}\right) = 5(3)$

$x = 15$

ภาพประกอบ 75 ร่องรอยการดำเนินการตามแผนของดารา ช่วงที่ 3.2



วิธีทำ

$\frac{x}{3} - 4 = 1$

$\frac{x}{3} - 4 + 4 = 1 + 4$

$\frac{x}{3} = 5$

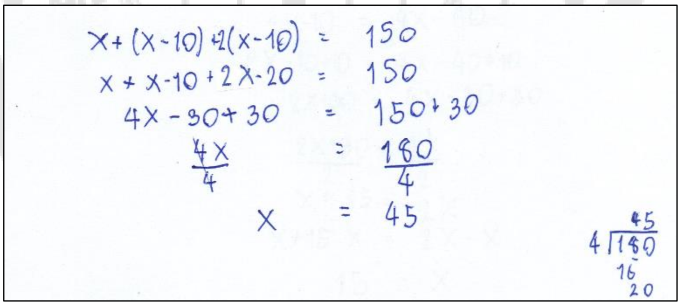
$\frac{x}{3} \cdot 3 = 5 \cdot 3$

$x = 15$

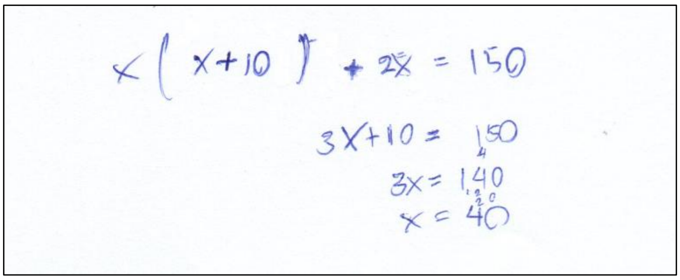
ภาพประกอบ 76 ร่องรอยการดำเนินการตามแผนของจันทรา ช่วงที่ 3.2

ในช่วงที่ 4 เมื่อพิจารณาภาพรวมของนักเรียนทั้งชั้นเรียนพบว่ามีนักเรียน 31 คน (ร้อยละ 70.45) ที่สามารถดำเนินการแก้สมการ โดยใช้สมบัติของการเท่ากันเกี่ยวกับการบวก สมบัติของการเท่ากันเกี่ยวกับการคูณ และสมบัติเกี่ยวกับจำนวนจริงได้ถูกต้องทั้งหมด ยกตัวอย่างดังภาพประกอบ 77 มีนักเรียน 4 คน (ร้อยละ 9.09) ที่ดำเนินการแก้สมการ โดยใช้สมบัติของการเท่ากันเกี่ยวกับการบวก สมบัติของการเท่ากันเกี่ยวกับการคูณได้ถูกต้องทั้งหมด แต่มีการคำนวณไม่ถูกต้องเป็นบางส่วน ยกตัวอย่างดังภาพประกอบ 78 มีนักเรียน 4 คน (ร้อยละ 9.09) ที่ดำเนินการแก้สมการ โดยใช้สมบัติของการเท่ากันเกี่ยวกับการบวก สมบัติของการเท่ากันเกี่ยวกับการคูณไม่ถูกต้องเป็นบางส่วน ยกตัวอย่างดังภาพประกอบ 79 และมีนักเรียน 5 คน (ร้อยละ 11.36) ที่ไม่แสดงร่องรอยการแก้สมการเลย เพราะนักเรียนไม่สามารถสร้างสมการที่สอดคล้องกับโจทย์ปัญหาได้

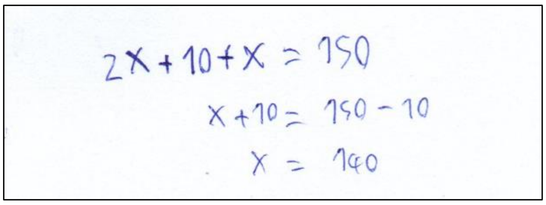
เมื่อพิจารณาร่องรอยการทำงานของนักเรียนเป้าหมาย พบว่านักเรียนเป้าหมายทั้ง 4 คน มีแนวคิดเกี่ยวกับการแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว โดยใช้สมบัติของการเท่ากันเกี่ยวกับการบวกและสมบัติของการเท่ากันเกี่ยวกับการคูณที่ถูกต้อง ดังภาพประกอบ 80 ถึง 83 แต่ตะวันยังขาดความรอบคอบในการเขียนแสดงวิธีทำ ซึ่งสังเกตได้จากร่องรอยการทำงาน ในบรรทัดที่ 2 ที่ตะวันเขียนนิพจน์พีชคณิตทางซ้ายมือของสมการเป็น “4x-20+30” แทนที่จะเป็น “4x-30+30”



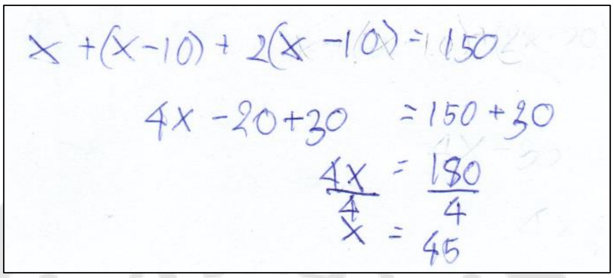
ภาพประกอบ 77 ร่องรอยการดำเนินการตามแผนของนักเรียน ช่วงที่ 4



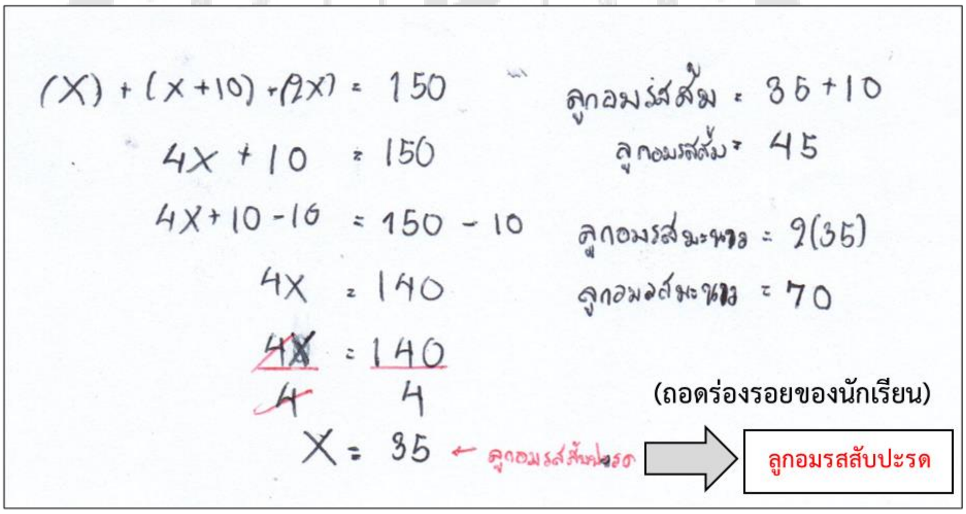
ภาพประกอบ 78 ร่องรอยการดำเนินการตามแผนของนักเรียน ช่วงที่ 4



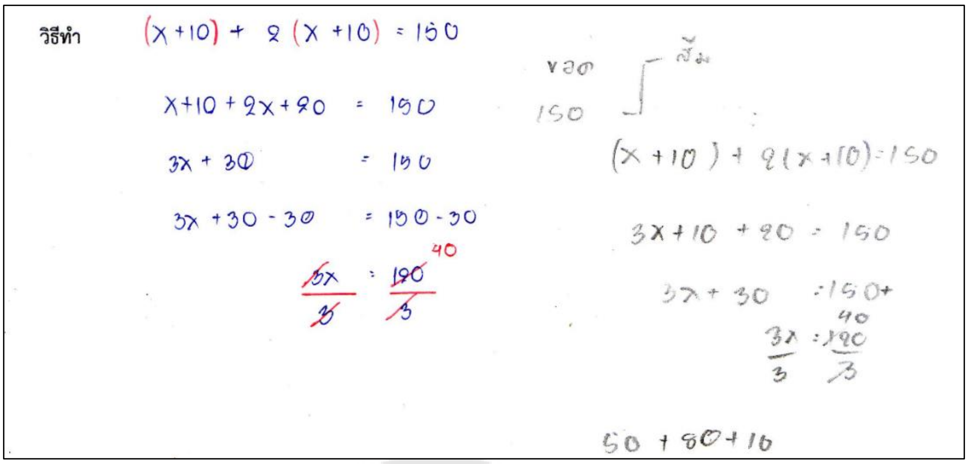
ภาพประกอบ 79 ร่องรอยการดำเนินการตามแผนของนักเรียน ช่วงที่ 4



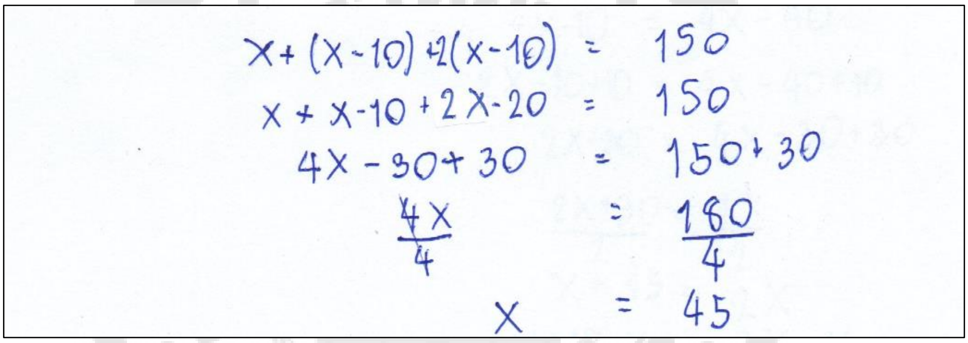
ภาพประกอบ 80 ร่องรอยการดำเนินการตามแผนของตะวัน ช่วงที่ 4



ภาพประกอบ 81 ร่องรอยการดำเนินการตามแผนของจันทราช่วงที่ 4



ภาพประกอบ 82 ร่องรอยการดำเนินการตามแผนของดารา ช่วงที่ 4



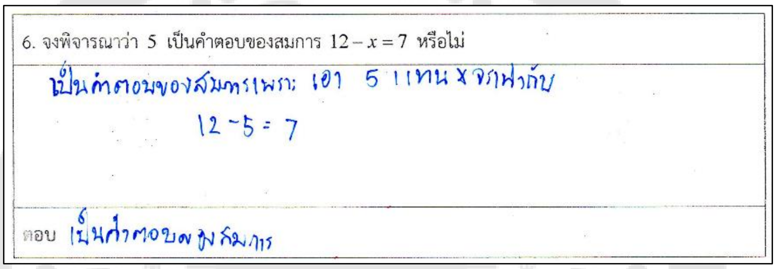
ภาพประกอบ 83 ร่องรอยการดำเนินการตามแผนของพิภพช่วงที่ 4

สรุปโดยภาพรวม ในด้านการดำเนินการตามแผน พบว่านักเรียนเกือบทั้งหมด สามารถดำเนินการแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว โดยใช้สมบัติของการเท่ากันเกี่ยวกับการบวก และสมบัติของการเท่ากันเกี่ยวกับการคูณได้ถูกต้อง แต่นักเรียนมักมีปัญหาเกี่ยวกับการคำนวณ เช่น การดำเนินการเกี่ยวกับจำนวนเต็มและเศษส่วน การใช้สมบัติการแจกแจง ความรอบคอบในการคำนวณ เป็นต้น นอกจากนี้นักเรียนบางส่วนยังขาดความรอบคอบในการคำนวณ ทำให้บางครั้งคำตอบของสมการที่ได้ไม่ถูกต้อง โดยจากการสังเกตการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และสัมภาษณ์นักเรียนเป้าหมาย พบว่านักเรียนเป้าหมายทั้ง 4 คน สามารถดำเนินการแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว โดยใช้สมบัติของการเท่ากันเกี่ยวกับการบวกและสมบัติของการเท่ากันเกี่ยวกับการคูณได้ถูกต้อง นักเรียนเป้าหมายทั้ง 4 คน มีความเข้าใจในแนวคิดของสมบัติของการเท่ากันเกี่ยวกับการบวกและสมบัติของการเท่ากันเกี่ยวกับการคูณได้ สามารถเชื่อมโยงความรู้เชิงรูปธรรม ความรู้เชิงรูปภาพ และความรู้เชิงนามธรรมได้

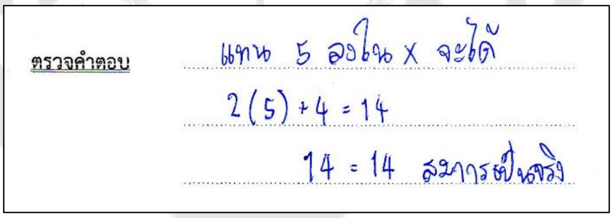
2.4 ด้านการตรวจสอบผล

ในการศึกษาพฤติกรรมการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ด้านการตรวจสอบผล ผู้วิจัยพิจารณาพฤติกรรมการเลือกวิธีการตรวจสอบความถูกต้องของคำตอบของสมการ และวิธีการตรวจสอบความถูกต้องของคำตอบของโจทย์ปัญหา ของนักเรียนทั้งชั้นเรียนและนักเรียนเป้าหมาย ผลการศึกษาจำแนกตามช่วงการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ เป็นดังนี้

ในช่วงที่ 1.1 และช่วงที่ 1.2 พบว่านักเรียนส่วนใหญ่ สามารถตรวจสอบความถูกต้องของคำตอบของสมการ โดยใช้วิธีการแทนค่าคำตอบของสมการที่ได้ลงในสมการ ยกตัวอย่างดังภาพประกอบ 84 และ 85



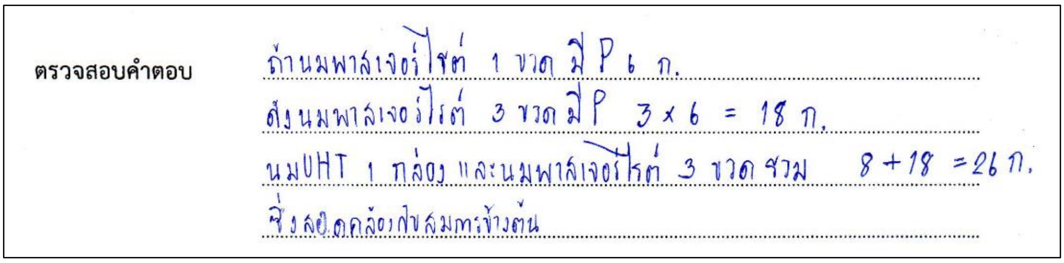
ภาพประกอบ 84 ร่องรอยการตรวจสอบผลของตะวัน ช่วงที่ 1.1



ภาพประกอบ 85 การตรวจสอบคำตอบของพิภพ ในช่วงที่ 1.2

ในช่วงที่ 2 พิจารณาภาพรวมของนักเรียนทั้งชั้นเรียน พบว่ามีนักเรียน 41 คน (ร้อยละ 93.18) ไม่ได้เขียนตรวจสอบคำตอบ และมีนักเรียน 3 คน (ร้อยละ 6.82) ที่เขียนตรวจสอบคำตอบโดยใช้วิธีการตรวจสอบความสอดคล้องระหว่างคำตอบที่ได้กับเงื่อนไขของโจทย์ปัญหา ยกตัวอย่างดังภาพประกอบ 86

เมื่อพิจารณาร่องรอยการทำงานของนักเรียนเป้าหมาย พบว่านักเรียนเป้าหมายทั้ง 4 คน ไม่ได้เขียนตรวจสอบคำตอบ

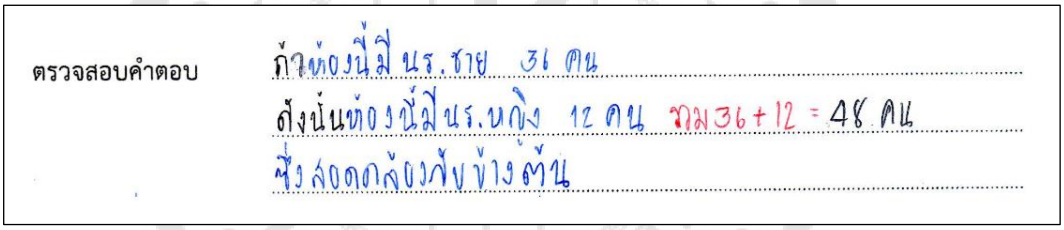


ตรวจสอบคำตอบ

ถ้านมพาสเจอร์ไรส์ 1 ขวด มี P 6 ก.
ดังนั้นนมพาสเจอร์ไรส์ 3 ขวด มี P 3 × 6 = 18 ก.
นมUHT 1 กล่อง และนมพาสเจอร์ไรส์ 3 ขวด รวม 8 + 18 = 26 ก.
ซึ่งสอดคล้องกับสมการข้างต้น

ภาพประกอบ 86 การตรวจสอบคำตอบของนักเรียน ในช่วงที่ 2

ในช่วงที่ 3.1 พิจารณาภาพรวมของนักเรียนทั้งชั้นเรียน พบว่ามีนักเรียน 37 คน (ร้อยละ 84.09) ไม่ได้เขียนตรวจสอบคำตอบ และมีนักเรียน 7 คน (ร้อยละ 15.91) ที่เขียนตรวจสอบความถูกต้องของคำตอบของโจทย์ปัญหาโดยใช้วิธีการที่ถูกต้อง ยกตัวอย่างดังภาพประกอบ 87 เมื่อพิจารณาร่องรอยการทำงานของนักเรียนเป้าหมาย พบว่านักเรียนเป้าหมายทั้ง 4 คนไม่ได้เขียนตรวจสอบคำตอบ



ตรวจสอบคำตอบ

ถ้าห้องนี้มี นร.ชาย 36 คน
ดังนั้นห้องนี้มี นร.หญิง 12 คน รวม 36+12 = 48 คน
ซึ่งสอดคล้องกับข้างต้น

ภาพประกอบ 87 การตรวจสอบคำตอบของนักเรียน ในช่วงที่ 3.1

จากการสังเกตพฤติกรรมการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ขั้นการตรวจสอบของนักเรียนเป้าหมายช่วงที่ 3.1 พบว่าเมื่อนักเรียนแก้สมการจนได้คำตอบของโจทย์ปัญหา นักเรียนแสดงพฤติกรรม พิจารณาความสมเหตุสมผลของคำตอบ พิจารณาความสอดคล้องของคำตอบกับเงื่อนไขของโจทย์ปัญหา โดยใช้แผนภาพที่วาดขึ้นประกอบการพิจารณาด้วย ยกตัวอย่างสถานการณ์ต่อไปนี้

ดารา: ได้ 12 คน

จันทรา: ได้ 12 คนเหมือนกันเลย

ตะวัน: อ้าว... ทำไมถึงได้ 12 คนอะ ใช่หรอ? เค้าถามนักเรียนชายนะ

พิภพ: นั่นสิ... (เห็นด้วยกับตะวัน) รวมกันยังได้ไม่ถึง 48 คนเลย

ดารา: เป็นสามเท่า ถูกแล้ว! เอ๊ะ? แต่ผู้ชายมันมากกว่าผู้หญิงเป็นสามเท่าเลยนะ

จันทรา: เออว่ะ... (เริ่มสงสัยในคำตอบของตัวเอง เช่นเดียวกับดารา)

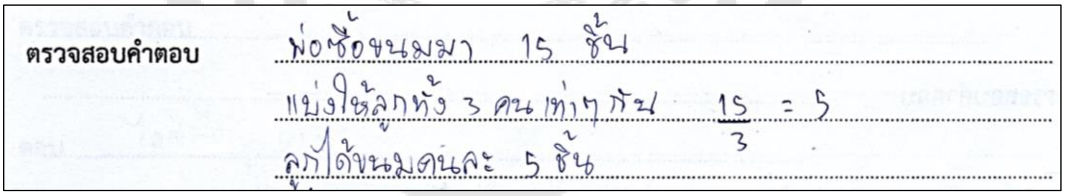
ตะวัน: 36 + 12 ก็รวมเป็น 48 ก็โอเคไง

จันทรา: อ้อ ๆ ก็ผู้หญิงเป็น x ผู้ชายเป็น 3x

ดารา: ใช่ ๆ ก็ผู้ชายมันเยอะกว่าผู้หญิง [ชี้ไปที่แผนภาพที่วาดไว้]

จันทรา: งั้นนักเรียนชายได้ 36 ปะ
[หันไปมองคำตอบของเพื่อนในกลุ่ม แล้วพบว่าได้เหมือนกัน]

ในช่วงที่ 3.2 พิจารณาภาพรวมของนักเรียนทั้งชั้นเรียน พบว่ามีนักเรียน 40 คน (ร้อยละ 90.91) ไม่ได้เขียนตรวจสอบคำตอบ และมีนักเรียน 4 คน (ร้อยละ 9.09) ที่เขียนตรวจสอบคำตอบได้ถูกต้อง ยกตัวอย่างดังภาพประกอบ 88 โดยที่นักเรียนเป้าหมายทั้ง 4 คน ไม่ได้เขียนตรวจสอบคำตอบ


ตรวจสอบคำตอบ พ่อซื้อขนมมา 15 ชิ้น
แบ่งให้ลูกทั้ง 3 คน เท่าๆ กัน $\frac{15}{3} = 5$
ลูกได้ขนมคนละ 5 ชิ้น

ภาพประกอบ 88 การตรวจสอบคำตอบของนักเรียนในช่วงที่ 3.2

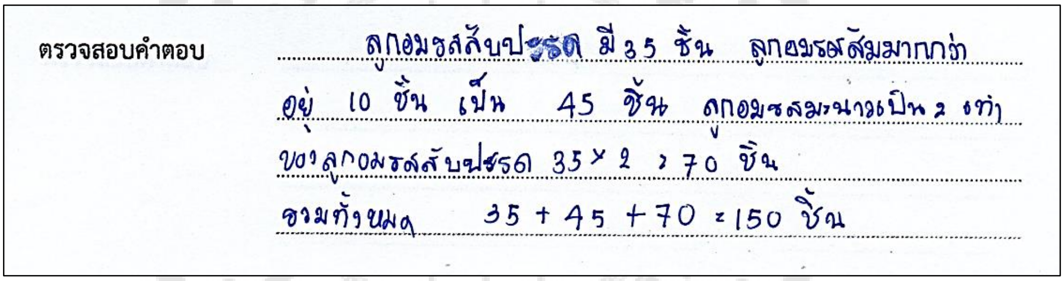
ในช่วงที่ 4 พิจารณาภาพรวมของนักเรียนทั้งชั้นเรียน พบว่ามีนักเรียน 14 คน (ร้อยละ 31.82) ไม่ได้เขียนตรวจสอบคำตอบ มีนักเรียน 12 คน (ร้อยละ 27.27) เขียนตรวจสอบคำตอบได้ถูกต้อง ยกตัวอย่างดังภาพประกอบ 89 มีนักเรียน 5 คน (ร้อยละ 11.36) นำคำตอบที่ได้ไปตรวจสอบความสอดคล้องกับเงื่อนไขที่โจทย์ปัญหากำหนด แต่ใช้เงื่อนไขที่โจทย์ปัญหากำหนดไม่ถูกต้องหรือไม่สอดคล้องกับสถานการณ์ของโจทย์ ยกตัวอย่างดังภาพประกอบ 90 และมีนักเรียน 13 คน (ร้อยละ 29.55) นำคำตอบของสมการที่แก้สมการได้ กลับไปแทนค่าตัวแปร

เพื่อตรวจสอบว่าได้สมการที่เป็นจริงหรือไม่ ยกตัวอย่างดังภาพประกอบ 91 และเมื่อพิจารณาร่องรอยการทำงานของนักเรียนเป้าหมาย พบว่า

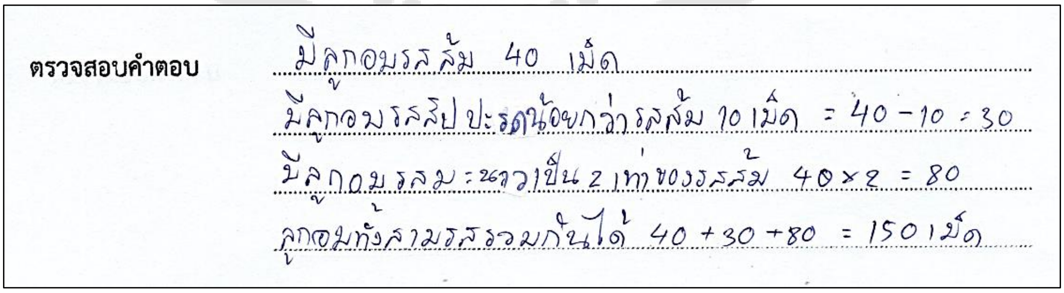
(1) ตะวันและพิภพ ใช้วิธีการแทนคำตอบของสมการที่ได้ ลงในสมการที่ตนเองสร้าง ซึ่งเป็นวิธีการที่ไม่ถูกต้อง อย่างไรก็ตามสมการที่ตะวันและพิภพ เป็นสมการที่ถูกต้องสอดคล้องกับสถานการณ์กับโจทย์ จึงทำให้คำตอบของตะวันและพิภพ ยังคงเป็นคำตอบที่ถูกต้อง ดังภาพประกอบ 92 และ 93

(2) จันทรา นำคำตอบที่ได้ไปตรวจสอบความสอดคล้องกับสถานการณ์ได้ถูกต้อง ดังภาพประกอบ 94

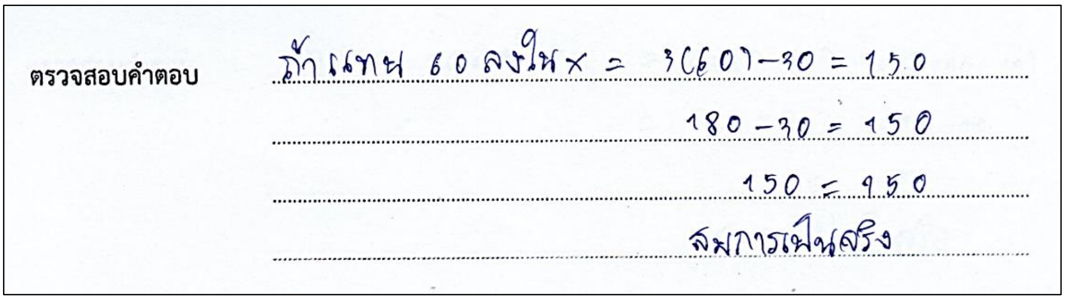
(3) ดารา เลือกใช้วิธีนำคำตอบที่ได้ไปตรวจสอบความสอดคล้องกับสถานการณ์เช่นเดียวกับจันทรา แต่ดาราขาดความรอบคอบในการคำนวณ จึงทำให้คำตอบที่ได้ไม่ถูกต้อง ดังภาพประกอบ 95


ตรวจสอบคำตอบ
ลูกอมรสสับปะรด มี 35 ชิ้น ลูกอมรสส้มมากกว่า
อยู่ 10 ชิ้น เป็น 45 ชิ้น ลูกอมรสมะนาวเป็น 2 เท่า
ของลูกอมรสสับปะรด 35 × 2 = 70 ชิ้น
รวมทั้งหมด 35 + 45 + 70 = 150 ชิ้น

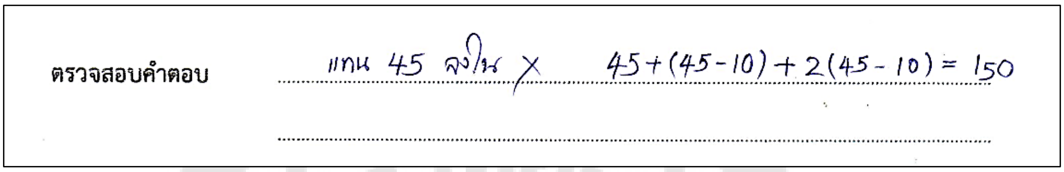
ภาพประกอบ 89 การตรวจสอบคำตอบของนักเรียนในช่วงที่ 4


ตรวจสอบคำตอบ
มีลูกอมรสส้ม 40 เม็ด
มีลูกอมรสสัปปะรดน้อยกว่ารสส้ม 10 เม็ด = 40 − 10 = 30
มีลูกอมรสมะนาวเป็น 2 เท่าของรสส้ม 40 × 2 = 80
ลูกอมทั้งสามรสรวมกันได้ 40 + 30 + 80 = 150 เม็ด

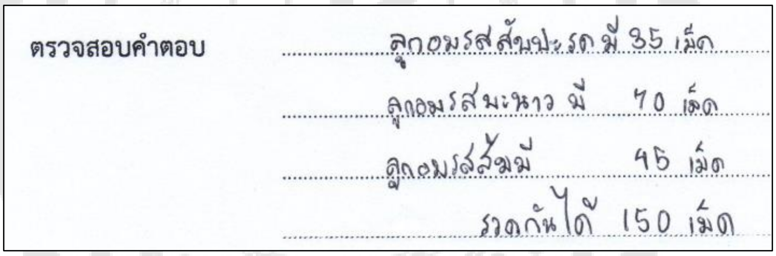
ภาพประกอบ 90 การตรวจสอบคำตอบของนักเรียนในช่วงที่ 4



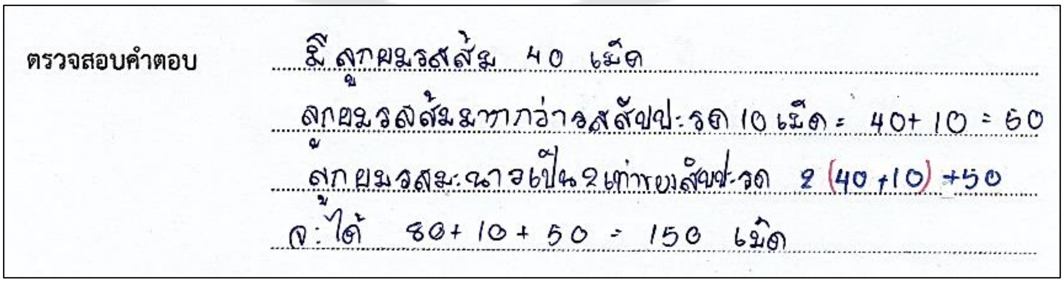
ภาพประกอบ 91 การตรวจสอบคำตอบของนักเรียนในช่วงที่ 4



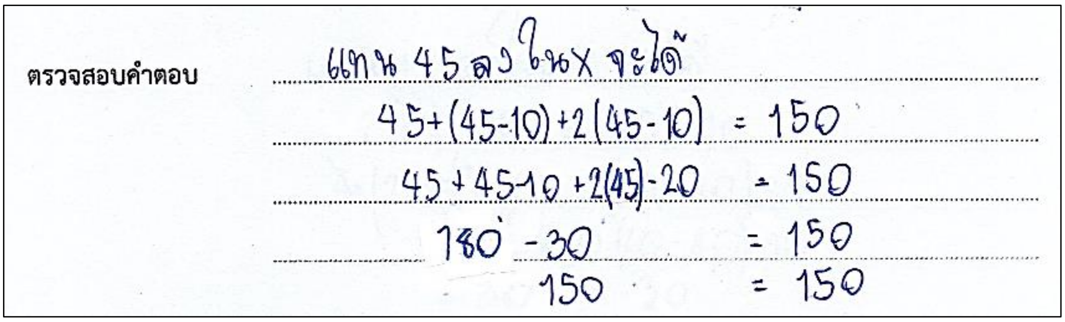
ภาพประกอบ 92 การตรวจสอบคำตอบของตะวัน ในช่วงที่ 4



ภาพประกอบ 93 การตรวจสอบคำตอบของจันทรา ในช่วงที่ 4



ภาพประกอบ 94 การตรวจสอบคำตอบของดารา ในช่วงที่ 4


ตรวจสอบคำตอบ แทน 45 ลงในx จะได้

$45+(45-10)+2(45-10) = 150$

$45+45-10+2(45)-20 = 150$

$180-30 = 150$

$150 = 150$

ภาพประกอบ 95 การตรวจสอบคำตอบของพิภพ ในช่วงที่ 4

สรุปโดยภาพรวม ในด้านการตรวจสอบผล พบว่าเมื่อนักเรียนลงมือแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว นักเรียนส่วนใหญ่มีความเข้าใจในวิธีการตรวจสอบความถูกต้องของคำตอบของสมการ ด้วยวิธีการแทนค่าลงในตัวแปรของสมการ แต่เมื่อนักเรียนลงมือแก้โจทย์ปัญหา และแก้สมการจนได้คำตอบของสมการ นักเรียนเกือบทั้งหมดจะสรุปคำตอบนั้นทันทีโดยไม่แสดงร่องรอยการตรวจสอบความถูกต้องของคำตอบของโจทย์ปัญหา

จากการสังเกตพฤติกรรมการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนเป้าหมาย พบว่านักเรียนเป้าหมายแสดงพฤติกรรมร่วมมือกันตรวจสอบคำตอบที่ได้ โดยร่วมกันพิจารณาถึงความสมเหตุสมผลของคำตอบ พิจารณาความสอดคล้องกับเงื่อนไขของโจทย์ปัญหา และอาจใช้แผนภาพที่วาดขึ้นประกอบการพิจารณาความสัมพันธ์ระหว่างปริมาณในโจทย์ปัญหา แต่ไม่พบร่องรอยการตรวจสอบผลในใบงานของนักเรียน โดยจากการสัมภาษณ์นักเรียนเป้าหมายพบว่านักเรียนเป้าหมายทราบถึงความสำคัญของการตรวจสอบผล ในกระบวนการแก้ปัญหา แต่ตัดสินใจไม่เขียนแสดงกระบวนการการตรวจสอบผล ในใบงานของตนเอง เพราะเห็นว่าการเขียนแสดงกระบวนการการตรวจสอบความถูกต้องของคำตอบของโจทย์ปัญหา ต้องใช้เวลามาก เขียนอธิบายหลายบรรทัด สอดคล้องกับผลการศึกษาในช่วงที่ 4 ที่นักเรียนส่วนใหญ่แสดงพฤติกรรมการตรวจสอบความถูกต้องของคำตอบของโจทย์ปัญหา ทั้งนี้เป็นเพราะนักเรียนทราบว่าเป็นการสอบเก็บคะแนน นักเรียนจึงให้ความสำคัญมากกว่าการทำกิจกรรมท้ายคาบเรียน

ตอนที่ 3 ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

3.1 ค่าสถิติพื้นฐานของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

ในการศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวของนักเรียน เมื่อได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิด CPA โดยใช้เครื่องมือวิจัยแบบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ได้ผลวิจัยดังตาราง 12

ตาราง 12 ค่าสถิติพื้นฐานของคะแนนจากแบบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

แหล่งที่มาของคะแนน	คะแนนเต็ม	ค่าเฉลี่ยเลขคณิต	ร้อยละของค่าเฉลี่ยเลขคณิตเทียบกับคะแนนเต็ม	ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน
แบบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน	15	3.93	26.20	1.88

จากตาราง 12 พบว่าค่าเฉลี่ยเลขคณิตของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว เท่ากับ 3.93 คะแนน จากคะแนนเต็ม 15 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 26.20 ของคะแนนเต็ม และมีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน เท่ากับ 1.88

3.2 การทดสอบสมมติฐานทางสถิติเกี่ยวกับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว เทียบกับเกณฑ์

ผู้วิจัยต้องการทดสอบสมมติฐานการวิจัยที่ว่า “นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 หลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิด CPA ผ่านเกณฑ์ด้านผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว อย่างน้อยร้อยละ 60 ของนักเรียนทั้งหมด” จึงนำผลคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ของนักเรียนที่ได้จากแบบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน (ผลการวิจัยดังตาราง 12) มาทดสอบสมมติฐานการวิจัย ซึ่งการทดสอบสมมติฐานการวิจัยนี้ ประกอบไปด้วยการทดสอบสมมติฐานทางสถิติ 2 ชนิด ได้แก่ (1) การทดสอบภาวะปรกติ (Normality Test) และ (2) การทดสอบสัดส่วนของประชากรด้วยสถิติ Z (Z-test for Population Proportion)

3.2.1 การทดสอบภาวะปรกติ (Normality Test)

ผู้วิจัยต้องการทดสอบภาวะปรกติของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว เพื่อตรวจสอบว่าสามารถใช้การทดสอบสัดส่วนของประชากรด้วยสถิติ Z ได้หรือไม่ ผลการทดสอบสมมติฐานการวิจัย ดังแสดงในตาราง 13

ตาราง 13 ผลการทดสอบภาวะปรกติ (Normality Test) ของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

	Test of Normality					
	Kolmogorov-Smirnov			Shapiro-Wilk		
	Statistic	df	Sig.	Statistic	df	Sig.
ACHSCORE	.151	44	.013	.960	44	.126*

*ที่ระดับนัยสำคัญ .05

การทดสอบภาวะปรกติของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ของกลุ่มตัวอย่าง ผู้วิจัยใช้การทดสอบของ Shapiro-Wilk จากข้อมูลในตาราง 13 พบว่าค่า sig = .126 > .05 แสดงว่าผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ของนักเรียนเมื่อได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิด CPA โดยใช้เครื่องมือวิจัยแบบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ของกลุ่มตัวอย่างมีการแจกแจงปรกติ (Normal distribution) ที่ระดับนัยสำคัญ .05

3.2.2 การทดสอบสัดส่วนของประชากรด้วยสถิติ Z (Z-test for Population Proportion)

ผู้วิจัยต้องการทดสอบสัดส่วนของประชากรว่ามีนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวผ่านเกณฑ์ มากกว่าร้อยละ 60 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติหรือไม่ จึงใช้การทดสอบสัดส่วนของประชากรด้วยสถิติ Z (Z-test for Population Proportion) ผลการทดสอบสมมติฐานการวิจัย ดังแสดงในตาราง 14

ตาราง 14 ผลการทดสอบสัดส่วนของประชากรด้วยสถิติ Z เกี่ยวกับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

จำนวนนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง (คน)	จำนวนนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวผ่านเกณฑ์ (คน)	ร้อยละนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวผ่านเกณฑ์	Z-Score	ค่าวิกฤต
44	1	2.27	-7.82	1.645*

* ที่ระดับนัยสำคัญ .05

จากตาราง 14 มีนักเรียนร้อยละ 2.27 ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง ที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ผ่านเกณฑ์ เมื่อใช้การทดสอบสัดส่วนของประชากรด้วยสถิติ Z (Z-test for Population Proportion) พบว่าค่า Z-score = -7.82 < 1.645 = ค่าวิกฤต สรุปได้ว่านักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 หลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิด CPA ผ่านเกณฑ์ด้านผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ไม่มากกว่าร้อยละ 60 ของนักเรียนทั้งหมด ที่ระดับนัยสำคัญ .05 (รายละเอียดการคำนวณ แสดงอยู่ในภาคผนวก ข)

ผู้วิจัยได้ทำการวิเคราะห์ข้อสอบ เก็บข้อมูลจากการสังเกตร่องรอยการทำแบบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ของนักเรียน และเก็บข้อมูลจากการสัมภาษณ์นักเรียนหลังทำแบบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว อย่างไม่เป็นทางการ ทำให้ผู้วิจัยได้ข้อมูลวิจัย ดังต่อไปนี้

(1) จากการทดลองใช้แบบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว กับนักเรียนกลุ่มนำร่อง พบว่าแบบทดสอบมีจำนวนข้อสอบมากเกินไป ผู้วิจัยจึงดำเนินการวิเคราะห์คุณภาพของข้อสอบ และปรึกษากับอาจารย์ที่ปรึกษาปริญญานิพนธ์ ทำให้ได้ข้อสรุปคือปรับลดจำนวนข้อสอบที่ใช้ในแบบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว จากเดิม 20 ข้อ เหลือ 15 ข้อ อย่างไรก็ตามจากการสำรวจความคิดเห็น

เกี่ยวกับเวลาที่ให้ในการทำแบบทดสอบ ในภาพรวมทั้งชั้นเรียน พบว่านักเรียนส่วนใหญ่คิดว่าข้อสอบมีจำนวนมากและให้เวลาน้อยเกินไปจนเกิดความกดดันขณะทำข้อสอบ ทั้งนี้ผู้วิจัยขอยกตัวอย่างบทสัมภาษณ์ จากการสัมภาษณ์นักเรียนบางส่วน เกี่ยวกับประเด็นเวลาที่ให้ในการทำแบบทดสอบ รายละเอียดมีดังนี้

ผู้วิจัย: คิดว่าเวลาครูให้เวลาในการทำข้อสอบพอไหม?

ตะวัน: หนูเป็นคนคิดช้าอะ... เวลาไม่พอ ไม่พออย่างยิ่งด้วย (ยิ้มขณะตอบ)

จันทรา: ทำไม่ทัน ทำไม่ทันไปเยอะเลย (สีหน้าเศร้าเล็กน้อย)

ดารา: โจทย์ยาว อ่านหลายรอบ คิดเลขไม่ทัน เพราะมีเศษส่วนต้องหาค.ร.น. ด้วย

พิภพ: ข้อสอบมันเยอะต้องรีบทำ รีบคิดเลข บางข้อก็โจทย์ยาวมาก ทำไม่ทัน

นักเรียน 1: ข้อสอบเยอะ มีข้อย่อยด้วย

นักเรียน 2: ทำไม่ทัน ไม่ได้อ่านโจทย์หน้าสุดท้ายเลย

นักเรียน 3: เสียเวลาในการอ่านนารี (ข้อสอบข้อที่ 5) ไปหลายรอบ

สอดคล้องกับลักษณะของแบบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว เป็นข้อสอบแบบเติมคำตอบสั้น จำนวน 15 ข้อ ให้เวลาในการทำแบบทดสอบ 25 นาที และพบว่าข้อสอบบางข้อมีความยาวค่อนข้างมาก ยกตัวอย่างเช่น ข้อสอบข้อที่ 13 ดังภาพประกอบ 96 และ นอกจากนี้ข้อสอบบางข้อยังมีคำถามย่อย ยกตัวอย่างเช่น ข้อสอบข้อที่ 4 ข้อสอบข้อที่ 5 และข้อสอบข้อที่ 9 ดังภาพประกอบ 97 ถึง 99 ซึ่งส่งผลทำให้นักเรียนต้องใช้เวลาในการอ่านและทำข้อสอบนานขึ้น

ข้อที่ 13 นายสุชาติโทรเรียกช่างประปาเพื่อมาซ่อมระบบท่อน้ำในบ้าน
ช่างประปาคิดค่าบริการเป็นสองส่วน คือค่าเดินทางและค่าเวลาที่ใช้ในการซ่อม
โดยช่างประปาคิดค่าเดินทางครั้งละ 300 บาท ซึ่งค่าเดินทางนี้ไม่ขึ้นกับเวลาที่ใช้ในการซ่อม
ในขณะที่ค่าเวลาที่ใช้ในการซ่อม คิดราคาชั่วโมงละ 400 บาท
ถ้าในการซ่อมครั้งนี้นายสุชาติจ่ายเงินค่าจ้างให้ช่างประปา 1,600 บาท
แสดงว่าในการซ่อมครั้งนี้ใช้เวลากี่ชั่วโมง

คำตอบของข้อที่ 13

ภาพประกอบ 96 ตัวอย่างข้อสอบที่มีความยาวมาก

ข้อที่ 4 กำหนดสมการ 3 สมการ ดังนี้

สมการที่ 1: $\frac{x}{2}+5=\frac{x}{3}-2$

สมการที่ 2: $3(x+12)=-9$

สมการที่ 3: $2x+1=3x+7$

จงพิจารณา 3 สมการข้างต้น แล้วระบุว่ามีสมการใดบ้างที่ -6 เป็นคำตอบของสมการ

คำตอบของข้อที่ 4

ภาพประกอบ 97 ตัวอย่างข้อสอบที่มีข้อย่อย (ข้อที่ 4)

ข้อที่ 5 นารีต้องการแก้สมการ $5x+7=22$ เธอจึงเขียนแสดงวิธีทำดังนี้

$5x+7=22$ - - - - - (ก)

$5x=15$ - - - - - (ข)

$x=3$ - - - - - (ค)

5.1) จากบรรทัด (ก) ไปยังบรรทัด (ข) นารีใช้สมบัติการเท่ากันใด / ใช้การดำเนินการใด

5.2) จากบรรทัด (ข) ไปยังบรรทัด (ค) นารีใช้สมบัติการเท่ากันใด / ใช้การดำเนินการใด

คำตอบของข้อที่ 5.1

คำตอบของข้อที่ 5.2

ภาพประกอบ 98 ตัวอย่างข้อสอบที่มีข้อย่อย (ข้อที่ 5)

ข้อที่ 9 ผลบวกของคำตอบของสมการ $7 = 5 + 0.25x$ กับคำตอบของสมการ $\frac{y}{3} + 1 = 3$ มีค่าเป็นเท่าใด

คำตอบของข้อที่ 9

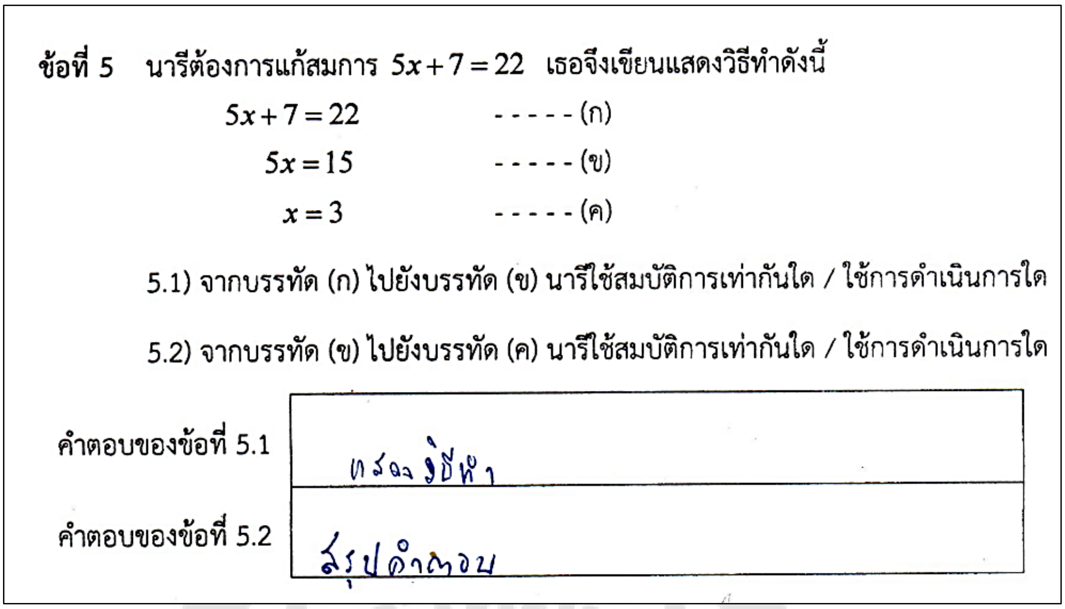
ภาพประกอบ 99 ตัวอย่างข้อสอบที่มีข้อย่อย (ข้อที่ 9)

(2) นักเรียนทำคะแนนผลสัมฤทธิ์ได้ไม่ดี เพราะข้อจำกัดทางด้านภาษา ในบางครั้งนักเรียนอ่านคำถามไม่เข้าใจ จนทำให้นักเรียนตอบคำถามไม่ตรงกับสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ ยกตัวอย่างเช่น

(2.1) นักเรียนไม่เข้าใจคำถามหรือไม่ทราบภาษาที่เป็นทางการของหลักการที่ใช้ในการดำเนินแก้สมการ ทำให้ตอบไม่ตรงกับสิ่งที่โจทย์ต้องการ ยกตัวอย่างดังภาพประกอบ 100

(2.2) นักเรียนสามารถแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวที่โจทย์กำหนดได้ถูกต้องทั้ง 2 สมการ แต่นักเรียนตอบคำตอบของสมการทั้ง 2 สมการ แยกกัน โดยไม่ได้หาผลรวมของคำตอบของสมการทั้ง 2 สมการ ตามที่ข้อสอบกำหนด จึงทำให้นักเรียนไม่ได้คะแนนในข้อนี้ดังภาพประกอบ 101

(2.3) ข้อสอบต้องการให้เขียนสมการที่สอดคล้องกับสถานการณ์ แต่นักเรียนตอบเป็นคำตอบของสถานการณ์แทน ดังภาพประกอบ 102 และในทางกลับกัน สำหรับข้อสอบข้อที่ต้องการ ให้หาคำตอบของสถานการณ์ แต่นักเรียนตอบเป็นสมการที่สอดคล้องกับสถานการณ์แทน ดังภาพประกอบ 103



ข้อที่ 5 นารีต้องการแก้สมการ $5x+7=22$ เธอจึงเขียนแสดงวิธีทำดังนี้

$5x+7=22$ - - - - - (ก)

$5x=15$ - - - - - (ข)

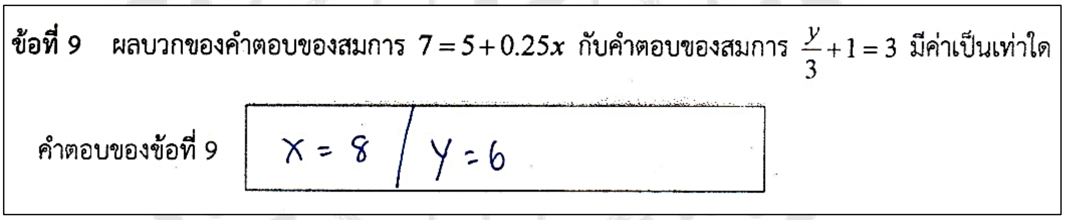
$x=3$ - - - - - (ค)

5.1) จากบรรทัด (ก) ไปยังบรรทัด (ข) นารีใช้สมบัติการเท่ากันใด / ใช้การดำเนินการใด

5.2) จากบรรทัด (ข) ไปยังบรรทัด (ค) นารีใช้สมบัติการเท่ากันใด / ใช้การดำเนินการใด

คำตอบของข้อที่ 5.1	ทดลองวิธีหา
คำตอบของข้อที่ 5.2	สรุปคำตอบ

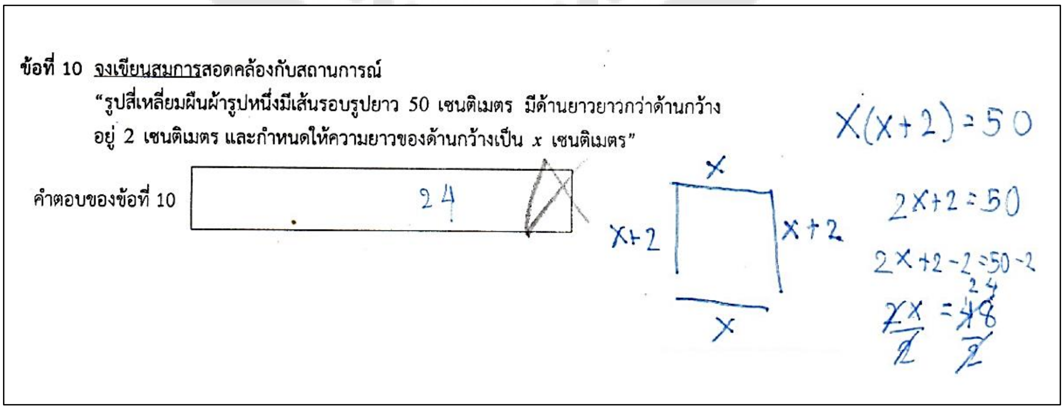
ภาพประกอบ 100 ร่องรอยการทำงานที่แสดงถึงการที่นักเรียนตอบไม่ตรงคำถาม



ข้อที่ 9 ผลบวกของคำตอบของสมการ $7=5+0.25x$ กับคำตอบของสมการ $\frac{y}{3}+1=3$ มีค่าเป็นเท่าใด

คำตอบของข้อที่ 9 $x=8$ / $y=6$

ภาพประกอบ 101 ร่องรอยการทำงานที่แสดงถึงการที่นักเรียนอ่านข้อสอบไม่เข้าใจ



ข้อที่ 10 <u>จงเขียนสมการ</u>สอดคล้องกับสถานการณ์

"รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ารูปหนึ่งมีเส้นรอบรูปยาว 50 เซนติเมตร มีด้านยาวยาวกว่าด้านกว้างอยู่ 2 เซนติเมตร และกำหนดให้ความยาวของด้านกว้างเป็น x เซนติเมตร"

คำตอบของข้อที่ 10 24

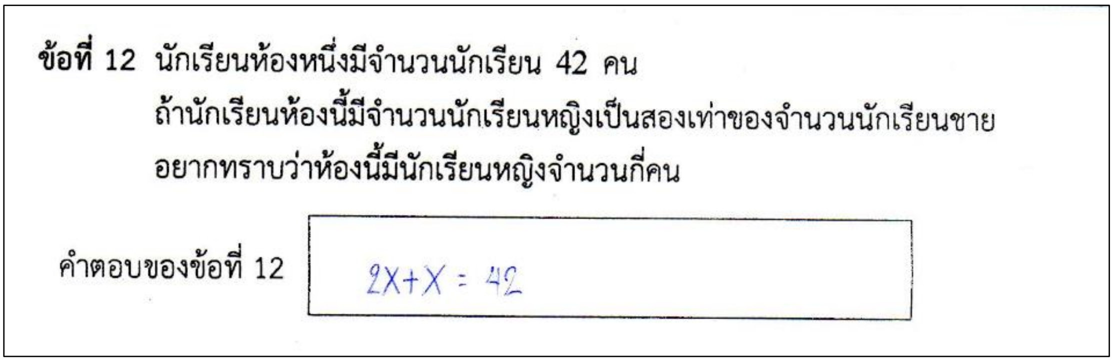
$x(x+2)=50$

$2x+2=50$

$2x+2-2=50-2$

$\frac{\cancel{2}x}{\cancel{2}}=\frac{\overset{24}{\cancel{48}}}{\cancel{2}}$

ภาพประกอบ 102 ร่องรอยการทำงานที่แสดงถึงการที่นักเรียนอ่านข้อสอบไม่เข้าใจ


ข้อที่ 12 นักเรียนห้องหนึ่งมีจำนวนนักเรียน 42 คน

ถ้านักเรียนห้องนี้มีจำนวนนักเรียนหญิงเป็นสองเท่าของจำนวนนักเรียนชาย

อยากทราบว่าห้องนี้มีนักเรียนหญิงจำนวนกี่คน

คำตอบของข้อที่ 12 $2X+X = 42$

ภาพประกอบ 103 ร่องรอยการทำงานที่แสดงถึงการที่นักเรียนอ่านข้อสอบไม่เข้าใจ

(3) ผู้เรียนมีพื้นฐานการคำนวณไม่ดี เช่น มีปัญหาเกี่ยวกับการบวก ลบ คูณ และหารจำนวนเต็ม ทศนิยม เศษส่วน มีปัญหาเกี่ยวกับลำดับของการดำเนินการ (Order of operations) มีปัญหาเกี่ยวกับการใช้สมบัติการแจกแจง และเนื่องจากแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ของผู้วิจัย มีลักษณะเป็นข้อสอบแบบเติมคำตอบ จึงทำให้แม้นักเรียนจะมีความเข้าใจในเนื้อหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว แต่หากคำนวณผิดพลาดก็จะทำให้นักเรียนไม่ได้คะแนนในข้อสอบข้อนั้น ๆ สังเกตได้จากร่องรอยการคำนวณของนักเรียน ยกตัวอย่างเช่น

(3.1) นักเรียนคำนวณไม่ถูกต้องตามลำดับของการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ เช่น ในการคำนวณนิพจน์พีชคณิต $8 + 2(4+3)$ ผลลัพธ์ที่ถูกต้องคือ $8 + 2(4+3) = 8 + 2(7) = 8 + 14 = 22$ แต่นักเรียนนำ $8 + 2 = 10$ และ $4 + 3 = 7$ แล้วจึงนำ 10 มาคูณด้วย 7 ได้ผลลัพธ์เป็น 70 ดังภาพประกอบ 104 หรือนักเรียนนำ 2 คูณด้วย 4 ได้ผลลัพธ์เป็น 8 ก่อน แล้วจึงนำ $8 + 8 + 3$ ได้ผลลัพธ์เป็น 19 ดังภาพประกอบ 105 ซึ่งเป็นวิธีการที่ไม่ถูกต้อง

(3.2) นักเรียนบางส่วนมีแนวคิดในการแก้ปัญหาที่ถูกต้อง แต่คำนวณผิดพลาดเพียงเล็กน้อย ทำให้คำตอบที่ได้ไม่ถูกต้อง ยกตัวอย่างเช่น นักเรียนสามารถวาดแผนภาพประกอบได้สอดคล้องกับสถานการณ์ สร้างสมการได้สอดคล้องกับสถานการณ์ ดำเนินการแก้สมการได้ถูกต้อง แต่นักเรียนอาจคำนวณผิดเพียงเล็กน้อย ทำให้ได้คำตอบที่ไม่ถูกต้อง ดังภาพประกอบ 106 และ 107

10 7

ข้อที่ 1 จงหาค่าของนิพจน์พีชคณิต $8+2(a+3)$ เมื่อ $a=4$

คำตอบของข้อที่ 1 70

ภาพประกอบ 104 ร่องรอยการทำงานที่แสดงถึงปัญหาเกี่ยวกับลำดับของการดำเนินการ

ข้อที่ 1 จงหาค่าของนิพจน์พีชคณิต $8+2(a+3)$ เมื่อ $a=4$

คำตอบของข้อที่ 1 19

$8+2a+3$

$8+8+3$

$16+3$

ภาพประกอบ 105 ร่องรอยการทำงานที่แสดงถึงปัญหาเกี่ยวกับลำดับของการดำเนินการ

ข้อที่ 12 นักเรียนห้องหนึ่งมีจำนวนนักเรียน 42 คน
ถ้านักเรียนห้องนี้มีจำนวนนักเรียนหญิงเป็นสองเท่าของจำนวนนักเรียนชาย
อยากทราบว่าห้องนี้มีนักเรียนหญิงจำนวนกี่คน

คำตอบของข้อที่ 12 29 คน

$\left.\begin{array}{l}\boxed{2x}\\ \boxed{x}\end{array}\right\}$ 42

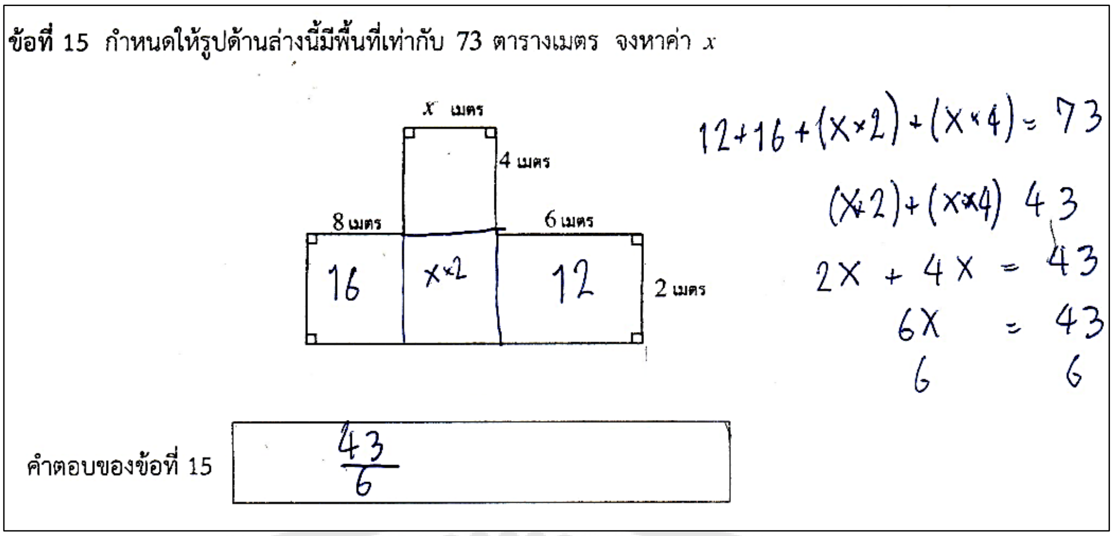
$\frac{3x}{3} = \frac{42}{3}$

$x = 14$

$42 - 14$

29

ภาพประกอบ 106 ร่องรอยการทำงานที่แสดงถึงการขาดความรอบคอบในการคำนวณ



ภาพประกอบ 107 ร่องรอยการทำงานที่แสดงถึงการขาดความรอบคอบในการคำนวณ

บทที่ 5
สรุปผล อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ

ความมุ่งหมาย สมมติฐาน และวิธีการดำเนินการวิจัยโดยสังเขป

ความมุ่งหมายของการวิจัย

1. เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ของนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิด CPA กับเกณฑ์

2. เพื่อศึกษาพฤติกรรมการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ของนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิด CPA

3. เพื่อเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ของนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิด CPA กับเกณฑ์

สมมติฐานของการวิจัย

1. นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 หลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิด CPA ผ่านเกณฑ์ด้านความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว อย่างน้อยร้อยละ 60 ของนักเรียนทั้งหมด

2. นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 หลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิด CPA ผ่านเกณฑ์ด้านผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว อย่างน้อยร้อยละ 60 ของนักเรียนทั้งหมด

วิธีการดำเนินการวิจัย

1. การกำหนดประชากรและกลุ่มตัวอย่าง

ประชากรที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้คือนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โรงเรียนศรีอยุธยาฯ ในพระอุปถัมภ์ฯ แขวงถนนพญาไท เขตราชเทวี กรุงเทพมหานคร ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2562 ทั้งหมด 12 ห้องเรียน จำนวน 522 คน ผู้วิจัยทำการเลือกกลุ่มตัวอย่างโดยใช้การสุ่มแบบกลุ่ม (Cluster random sampling) ได้นักเรียนกลุ่มตัวอย่าง 1 ห้องเรียน ซึ่งมีนักเรียนจำนวน 44 คน จากนั้นผู้วิจัยจำแนกนักเรียนกลุ่มตัวอย่างออกเป็นกลุ่มสูง กลุ่มปานกลาง และกลุ่มต่ำ ด้วยอัตราส่วน 1:2:1 โดยใช้คะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน รายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน ของภาคเรียนก่อนหน้า เป็นเกณฑ์การจำแนก จากนั้นสุ่มนักเรียนกลุ่มสูงจำนวน 1 คน นักเรียนกลุ่มปานกลางจำนวน 2 คน และนักเรียนกลุ่มต่ำจำนวน 1 คน เพื่อเป็นนักเรียนเป้าหมาย (Target student) จำนวน 4 คน สำหรับศึกษาข้อมูลพฤติกรรมการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ในเชิงลึก

2. กำหนดกรอบแนวคิดของการศึกษาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวผ่านการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิด CPA

กิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิด CPA เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ประกอบด้วยแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ จำนวน 11 แผน แต่ละแผนใช้เวลา 1 คาบเรียน คาบเรียนละ 50 นาที โดยแต่ละแผนการจัดการเรียนรู้ประกอบด้วย จุดประสงค์การเรียนรู้ สาระการเรียนรู้ สื่อและแหล่งการเรียนรู้ กิจกรรมการเรียนรู้ การวัดและประเมินผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน นักเรียนจะได้เรียนรู้แนวคิดเกี่ยวกับสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวผ่านการใช้ตัวแบบเชิงรูปธรรม เชิงรูปภาพ และเชิงนามธรรมตามลำดับ ได้เรียนรู้กระบวนการแก้ปัญหาของโพลยาและที่เป็นพลวัตตามแนวคิดของวิลสันและคณะ (Wilson et al., 1993) และลงมือแก้ปัญหาร่วมกันเป็นกลุ่ม กลุ่มละ 4 คน เนื้อหาที่ใช้ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้นำมาจากหนังสือเรียนและคู่มือครู รายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 เล่ม 2 ตามมาตรฐานการเรียนรู้และตัวชี้วัด กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 ซึ่งจัดทำโดยสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.)

3. สร้างเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยประกอบไปด้วย (1) แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิด CPA (2) แบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว (3) แบบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว และ (4) แบบตรวจสอบรายการสำหรับสังเกตพฤติกรรมการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว เมื่อผู้วิจัยสร้างเครื่องมือวิจัยเสร็จแล้ว ได้เสนอให้ผู้เชี่ยวชาญจำนวน 3 ท่าน ตรวจคุณภาพของเครื่องมือวิจัย ได้แก่ ความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหา ระดับความยากง่ายของปัญหา ภาษาที่ใช้ในข้อคำถาม และความเป็นปรนัยของข้อคำถาม คัดเลือกและปรับปรุงข้อคำถามตามคำแนะนำของผู้เชี่ยวชาญ และนำไปทดลองกับนักเรียนกลุ่มนำร่อง ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 จำนวน 46 คน

4. เก็บรวบรวมข้อมูล

ในการเก็บรวบรวมข้อมูลวิจัย ผู้วิจัยได้ใช้แบบแผนการวิจัย และวิธีการดำเนินการเก็บข้อมูลวิจัย ดังต่อไปนี้

แบบแผนการวิจัย

แบบแผนการวิจัยของการวิจัยนี้เป็นการวิจัยแบบกลุ่มเดียววัดเฉพาะหลังการทดลอง (one-group posttest-only design)

การดำเนินการเก็บรวบรวมข้อมูล

ผู้วิจัยดำเนินการทดลองทั้งหมด 12 คาบเรียน คาบเรียนละ 50 นาที โดยแบ่งเป็นการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิด CPA 11 คาบเรียน และทดสอบหลังเรียน 1 คาบเรียน โดยระหว่างการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ ผู้วิจัยเก็บข้อมูลพฤติกรรมการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว โดยใช้การสังเกตการลงมือแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนเป้าหมาย ใช้แบบสังเกตพฤติกรรมการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว เพื่อช่วยในการบันทึกและวิเคราะห์ข้อมูล และเมื่อเสร็จสิ้นการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิด CPA เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ผู้วิจัยให้นักเรียนทำแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว และแบบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว เพื่อตรวจสอบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว และตรวจสอบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิด CPA

5. การวิเคราะห์ข้อมูล

ในการวิเคราะห์ข้อมูลเชิงปริมาณ ผู้วิจัยใช้คะแนนจากแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว และแบบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว โดยหาค่าสถิติพื้นฐาน ได้แก่ ค่าเฉลี่ยเลขคณิต ร้อยละ และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน และนำมาทดสอบสมมติฐานการวิจัยที่ว่า “นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 หลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิด CPA ผ่านเกณฑ์ด้านความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว อย่างน้อยร้อยละ 60 ของนักเรียนทั้งหมด” และ “นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 หลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิด CPA ผ่านเกณฑ์ด้านผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว อย่างน้อยร้อยละ 60 ของนักเรียนทั้งหมด” โดยใช้สถิติการทดสอบสัดส่วนของประชากรด้วยสถิติ Z (Z-test for population proportion)

ในการวิเคราะห์ข้อมูลเชิงคุณภาพ ผู้วิจัยใช้ข้อมูลจากการพิจารณาร่องรอยการเขียนของกลุ่มนักเรียนเป้าหมาย การสังเกตพฤติกรรมการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนเป้าหมายขณะลงมือแก้ปัญหาเป็นกลุ่ม และวิดีโอที่บันทึกการลงมือแก้ปัญหาของนักเรียนเป้าหมาย โดยบันทึกข้อมูลตามแนวทางของแบบตรวจสอบรายการสำหรับสังเกตพฤติกรรมการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ซึ่งสร้างจากกรอบแนวคิดของอาร์ทซ์และอามัวร์-ทอมัส (Artz & Armour-Thomas, 1992)

สรุปผลและอภิปรายผลวิจัย

1. ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

ในการวิเคราะห์ข้อมูลความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ผู้วิจัยได้ทำการวิเคราะห์ข้อมูลที่ได้จากเครื่องมือวิจัย แบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ซึ่งสรุปผลการวิจัยได้ดังนี้

นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ตามแนวคิด CPA ที่ผ่านเกณฑ์ด้านความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว มีจำนวนมากกว่าร้อยละ 60 ของนักเรียนทั้งหมดที่ระดับนัยสำคัญ .05 ซึ่งเป็นไปตามสมมติฐานการวิจัยที่ตั้งไว้ ทั้งนี้เนื่องมาจากการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวตามแนวคิด CPA ทำให้นักเรียนเห็นความเชื่อมโยงระหว่างสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ที่มีความเป็นนามธรรมกับสถานการณ์จริงที่มีความเป็นรูปธรรม (Lee, Ng, & Pearlyn Lim, 2019, p. 37) การวาดรูปภาพหรือแผนภาพเพื่อช่วยในการทำความเข้าใจปัญหา เป็นอีกหนึ่งกลวิธีที่ใช้ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้อย่างมีประสิทธิภาพ (Souviney, 1994, p. 90) ส่งผลให้นักเรียนเขียนนิพจน์พีชคณิตและสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวที่สอดคล้องกับสถานการณ์ปัญหาได้ดีขึ้น และทำให้นักเรียนเห็นความเชื่อมโยงระหว่างความรู้เชิงกระบวนการกับความรู้เชิงมโนทัศน์ได้ดีขึ้น จึงลดภาระในการจดจำกฎหรือทฤษฎีบท ทำให้นักเรียนจดจำและเข้าใจในหลักการเท่ากันเกี่ยวกับการบวก และหลักการเท่ากับเกี่ยวกับการคูณได้ดีขึ้น ลดข้อผิดพลาดในการดำเนินการแก้สมการโดยใช้หลักการทางคณิตศาสตร์ที่ไม่ถูกต้อง (Van de Walle et al., 2010, pp. 26-29) สอดคล้องกับงานวิจัยของธีรพล พากเพียรกิจ (2558, น. 103) ที่กล่าวว่านักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิดโมเดลเมธอด (Model method) ซึ่งเป็นรูปแบบหนึ่งของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แนวคิด CPA มีพัฒนาการความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยเฉพาะ

อย่างยิ่งด้านการแปลงข้อมูลของสถานการณ์ปัญหาและด้านการดำเนินการแก้สถานการณ์ปัญหา เพราะแนวคิดโมเดลเมธอด ทำให้นักเรียนสร้างสมการที่สอดคล้องกับสถานการณ์ปัญหาได้ง่ายขึ้น และยังสอดคล้องกับงานวิจัยของฉัตรกาญจน์ ธานีพูน และ นงลักษณ์ วิริยะพงษ์ (2563, น. 93) ที่จัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการแก้ปัญหาของโพลยา ร่วมกับการใช้บาร์โมเดล (Bar model) ให้กับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 3 พบว่านักเรียนมีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 เพราะการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ดังกล่าว ช่วยส่งเสริมให้นักเรียนดำเนินการแก้ปัญหาได้อย่างเป็นขั้นเป็นตอน

2. พฤติกรรมการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

ในการวิเคราะห์ข้อมูลพฤติกรรมการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ผู้วิจัยได้ทำการวิเคราะห์ข้อมูลที่ได้จากเครื่องมือวิจัย แบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ซึ่งสรุปผลการวิจัยได้ดังนี้

2.1 ด้านการทำความเข้าใจปัญหา

จากการวิเคราะห์ร่องรอยการทำงานของนักเรียนเป้าหมาย และสังเกตพฤติกรรมการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนเป้าหมาย พบว่าในช่วงแรกของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ นักเรียนยังแสดงพฤติกรรมด้านการทำความเข้าใจปัญหาด้วยวิธีการอ่านโจทย์ปัญหาในใจ อ่านโจทย์ปัญหาออกเสียง และใช้นิ้วเลื่อนตามตัวอักษรขณะอ่านโจทย์ปัญหา แต่ในภายหลังนักเรียนแสดงพฤติกรรมอ่านโจทย์ปัญหาในใจ โดยที่บางคนใช้นิ้วเลื่อนไปตามตัวอักษร และเริ่มแสดงพฤติกรรมขีดเส้นใต้ข้อมูลสำคัญที่โจทย์กำหนด และวงล้อมรอบสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ นักเรียนบางคนอาจกำหนดหมายเลขให้กับข้อมูลสำคัญที่โจทย์กำหนดแต่ละข้อมูลเพื่อให้ง่ายต่อการตรวจสอบว่าข้อมูลใดถูกใช้ไปแล้วบ้าง สำหรับโจทย์ปัญหาที่มีความยากนักเรียนต้องการปรึกษากันภายในกลุ่ม อาจมีนักเรียนในกลุ่มที่อ่านออกเสียงโจทย์ปัญหาให้สมาชิกคนอื่นภายในกลุ่มฟังพร้อมกัน ช่วยกันอธิบายโจทย์ปัญหาเป็นภาษาของตัวเอง และแสดงพฤติกรรมการซักถามกันถึงเงื่อนไขของโจทย์ปัญหา ผลการวิจัยนี้สอดคล้องกับงานวิจัยของเกริกเกียรติ กุลจรัสอนันต์ และ สายัณห์ โสธะโร (2562) ที่กล่าวว่าการใช้แผนภาพบาร์โมเดล (Bar model)ช่วยทำให้นักเรียนสามารถตีความโจทย์ปัญหาเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวได้ง่ายขึ้น และงานวิจัยของพีรดา วิชามุข, สายัณห์ โสธะโร, และสุกัญญา หะยีสาและ (2562) ที่พบว่าการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติควบคู่กับการใช้บาร์โมเดล (Bar model) ทำให้นักเรียนตีความโจทย์ปัญหาเรื่องอัตราส่วนและร้อยละ ได้ง่ายขึ้น นอกจากนี้ยังสอดคล้องกับงานวิจัยของตะวันฉาย จอมศรี, ปนัดดา สังข์ศรีแก้ว, และ ชนกกานต์ สหัสทัศน์ (2563) ที่พบว่าการจัดกิจกรรม

การเรียนรู้โดยใช้เทคนิคบาร์โมเดล ส่งเสริมและกระตุ้นให้นักเรียนมีทักษะด้านการอ่านที่ดีขึ้น และทำความเข้าใจปัญหาได้ง่ายขึ้น

2.2 ด้านการวางแผนการแก้ปัญหา

จากการวิเคราะห์ร่องรอยการทำงานของนักเรียนเป้าหมาย และสังเกตพฤติกรรมการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนเป้าหมาย พบว่านักเรียนส่วนใหญ่แสดงพฤติกรรมด้านการวางแผนการแก้ปัญหา โดยการการวาดแผนภาพและเขียนคำอธิบายให้สอดคล้องกับข้อมูลที่โจทย์ปัญหากำหนดให้ เพื่อนำไปเป็นข้อมูลประกอบการเขียนสมการที่สอดคล้องกับโจทย์ปัญหา ด้วยในช่วงแรกของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ นักเรียนส่วนใหญ่ยังคงเลือกใช้แผนภาพเชิงรูปธรรม แต่ในช่วงหลังของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ นักเรียนส่วนใหญ่มีพัฒนาการสังเกตจากการเลือกใช้แผนภาพเชิงนามธรรมแทนที่จะเป็นแผนภาพเชิงรูปธรรม โดยปกติแล้วนักเรียนมักกำหนดตัวแปรเป็นสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ แต่ในบางครั้งนักเรียนเป้าหมาย อาจเลือกกำหนดตัวแปรเป็นค่าอื่นที่ไม่ใช่สิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ หากเห็นว่าจะทำให้สมการที่ได้แก้สมการง่ายกว่าสมการที่จะได้จากการกำหนดตัวแปรเป็นสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบโดยตรง อย่างไรก็ตามนักเรียนบางส่วนไม่สามารถสร้างแผนภาพที่สอดคล้องกับโจทย์ปัญหาที่มีความซับซ้อนได้ จึงทำให้ไม่สามารถสร้างสมการที่สอดคล้องกับโจทย์ปัญหาได้ ผลการศึกษานี้สอดคล้องกับงานวิจัยของเกริกเกียรติ, กุลจรัสอนันต์, และ สายัณห์ โสธะโร (2562) ที่พบว่าการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้บาร์โมเดล ช่วยทำให้นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 สร้างสมการได้ง่ายขึ้นและเข้าใจถึงวิธีการสร้างสมการมากขึ้น อีกทั้งยังสอดคล้องกับงานวิจัยของศิริลักษณ์ ใชสงคราม และ ศิริวรรณ วณิชวัฒนวรชัย (2563) ที่พบว่าการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ด้วยเทคนิค TGT ร่วมกับบาร์โมเดล ทำให้นักเรียนมองเห็นความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลในโจทย์ปัญหาจากการพิจารณาบาร์โมเดล

2.3 ด้านการดำเนินการตามแผน

จากการวิเคราะห์ร่องรอยการทำงานของนักเรียนเป้าหมาย และสังเกตพฤติกรรมการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนเป้าหมาย พบว่านักเรียนแสดงออกเกี่ยวกับพฤติกรรมด้านการดำเนินการตามแผน ผ่านการแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว โดยใช้สมบัติของการเท่ากันเกี่ยวกับการบวกและสมบัติของการเท่ากันเกี่ยวกับการคูณได้ถูกต้อง และนักเรียนส่วนใหญ่สามารถเชื่อมโยงความสัมพันธ์ของแนวคิดเกี่ยวกับสมบัติของการเท่ากันเกี่ยวกับการบวกและสมบัติของการเท่ากันเกี่ยวกับการคูณ ระหว่างความรู้เชิงรูปธรรม เชิงรูปภาพและเชิงนามธรรมได้ อย่างไรก็ตามมีนักเรียนที่ยังคงดำเนินการแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวไม่ถูกต้อง ซึ่งมีสาเหตุมาจากการคำนวณไม่แม่นยำ เช่น การบวกลบคูณหารเศษส่วน

การบวกลบคูณหารจำนวนเต็ม การใช้สมบัติการแจกแจง เป็นต้น นอกจากนี้นักเรียนบางส่วนยังขาดความรอบคอบในการคำนวณ ทำให้คำตอบของสมการที่ได้ไม่ถูกต้อง โดยผลการวิจัยที่ได้สอดคล้องกับ Borenson (2013) ที่กล่าวว่าการสอนเนื้อหาเรื่องสมการ โดยใช้เครื่องชั่งสองแขนเป็นสื่อการเรียนรู้ จะช่วยให้ผู้เรียนเข้าใจความหมายของสมการได้อย่างเป็นรูปธรรม และสามารถเชื่อมโยงความเข้าใจไปยังความหมายของสัญลักษณ์เครื่องหมายเท่ากับ ที่ปรากฏในการเขียนสมการได้ดียิ่งขึ้น และงานวิจัยของ Vlassis (2002) ที่พบว่าการสอนเนื้อหาเรื่องสมการ โดยใช้เครื่องชั่งสองแขน ทำให้นักเรียนมีความเข้าใจและความคงทนในการจดจำ สมบัติของการเท่ากันเกี่ยวกับการบวกและสมบัติของการเท่ากันเกี่ยวกับการคูณ ด้วยการเชื่อมโยงระหว่างการดำเนินการแก้สมการที่มีลักษณะเป็นนามธรรม กับการดำเนินการแก้สมการในลักษณะเชิงรูปภาพ

2.4 **ด้านการตรวจสอบผล**

จากการวิเคราะห์ร่องรอยการทำงานของนักเรียนเป้าหมาย และสังเกตพฤติกรรมการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนเป้าหมาย พบว่านักเรียนส่วนใหญ่แสดงพฤติกรรมด้านการตรวจสอบผล โดยการร่วมมือกันตรวจสอบคำตอบที่ได้ และพิจารณาถึงความสมเหตุสมผลของคำตอบ พิจารณาความสอดคล้องกับเงื่อนไขของโจทย์ปัญหา โดยอาจใช้แผนภาพที่วาดขึ้นประกอบการพิจารณาความสัมพันธ์ระหว่างปริมาณในโจทย์ปัญหา ทั้งนี้จากการพิจารณาร่องรอยการตรวจสอบผลในใบงานของนักเรียน พบว่านักเรียนไม่เขียนแสดงกระบวนการการตรวจสอบผล เพราะนักเรียนมีความเห็นว่าการเขียนอธิบายกระบวนการตรวจสอบความถูกต้องของคำตอบ ใช้เวลามากและเขียนอธิบายมาก สอดคล้องกับร่องรอยการทำแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวที่นักเรียนส่วนใหญ่แสดงร่องรอยการตรวจสอบความถูกต้องของคำตอบของโจทย์ปัญหา ทั้งนี้เป็นเพราะนักเรียนทราบว่าเป็นการสอบเก็บคะแนน นักเรียนจึงให้ความสำคัญกับการเขียนอธิบายมากกว่าการทำแบบฝึกหัดในห้องเรียนหรือการบ้าน โดยผลการวิจัยที่ได้สอดคล้องกับ Pugalee (2004) ที่นักเรียนเกรด 9 แสดงพฤติกรรมด้านการตรวจสอบผล ขณะดำเนินการแก้ปัญหาเกี่ยวกับพีชคณิต ค่อนข้างน้อย โดยนักเรียนส่วนใหญ่ไม่แสดงพฤติกรรมการตรวจสอบความถูกต้องของคำตอบที่ได้ และนักเรียนส่วนน้อยมักแสดงพฤติกรรมการตรวจสอบผล โดยการพูดอธิบายเพียงสั้น ๆ เท่านั้น และมีใจความไม่สมบูรณ์ เช่น ฉันได้ดำเนินการคำนวณซ้ำอีกครั้งหนึ่งแล้ว หรือฉันได้ดำเนินการแก้ปัญหาอย่างระมัดระวังแล้ว ดังนั้นคำตอบที่ฉันได้มา น่าจะถูกต้อง

3. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

ในการวิเคราะห์ข้อมูลผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ผู้วิจัยได้ทำการวิเคราะห์ในเชิงปริมาณ พบว่านักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิด CPA ที่ผ่านเกณฑ์ด้านผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว มีจำนวนน้อยกว่าร้อยละ 60 ของนักเรียนทั้งหมด ซึ่งไม่เป็นไปตามสมมติฐานการวิจัยที่ตั้งไว้ จากการสัมภาษณ์นักเรียนหลังทำแบบทดสอบ การวิเคราะห์แบบทดสอบ และการพิจารณาร่องรอยการทำแบบทดสอบ พบว่าสาเหตุที่ผลวิจัยไม่เป็นไปตามสมมติฐานที่ตั้งไว้ เพราะแบบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวของผู้วิจัยมีจำนวน 15 ข้อ และให้เวลาในการทำแบบทดสอบเพียง 25 นาที ประกอบกับข้อสอบแต่ละข้อมีความยาว ซับซ้อน และมีข้อย่อย จึงทำให้นักเรียนทำแบบทดสอบไม่ทันตามเวลาที่กำหนด อ่านคำถามไม่เข้าใจ จนทำให้ตอบคำถามไม่ตรงกับสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ นอกจากนี้ยังมีสาเหตุจากนักเรียนบางส่วนมีพื้นฐานการคำนวณไม่ดี หรือนักเรียนขาดความรอบคอบในการคำนวณ ส่งผลให้นักเรียนคำนวณผิดพลาด ได้คำตอบที่ไม่ถูกต้องอยู่บ่อยครั้ง ซึ่งทำให้นักเรียนได้คะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนน้อย ซึ่งสอดคล้องกับงานวิจัยของทองคำ นาสมตรึก และคณะ (2555) ที่พบว่านักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 มักมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน (Misconception) เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว เพราะนักเรียนเร่งรีบในการทำแบบสอบ ขาดความรอบคอบ ขาดทักษะในการคำนวณ ซึ่งการที่ผู้เรียนมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนจะส่งผลให้นักเรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนอยู่ในระดับที่ต่ำลง (Schnepper & McCoy, 2013)

ข้อเสนอแนะ

1. ข้อเสนอแนะในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้

(1) จากผลวิจัยแสดงให้เห็นว่าการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิด CPA จะส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของผู้เรียนได้ แต่ผู้วิจัยพบว่าการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิด CPA ไม่ช่วยส่งเสริมผู้เรียนในด้านทักษะการคำนวณ เช่น การบวก ลบ คูณ หารจำนวนเต็ม ทศนิยม และเศษส่วน ซึ่งทำให้ผู้เรียนที่มีพื้นฐานไม่ดีดำเนินการคำนวณไม่ถูกต้อง ทำให้ดำเนินการแก้สมการและได้คำตอบของโจทย์ปัญหาที่ไม่ถูกต้องบ่อยครั้ง ดังนั้นผู้สอนควรพิจารณาสอนซ่อมเสริมเกี่ยวกับทักษะการคำนวณให้กับนักเรียนกลุ่มนี้ หรือใช้การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิด CPA ร่วมกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้รูปแบบอื่น ๆ ที่สามารถพัฒนาทักษะการคำนวณให้กับนักเรียน

(2) เนื่องจากการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิด CPA เป็นรูปแบบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ใช้เวลานาน เมื่อเทียบกับปริมาณเนื้อหาและมโนทัศน์ที่นักเรียนจะได้รับ โดยเฉพาะอย่างยิ่งเมื่อนำไปใช้กับกลุ่มนักเรียนที่ไม่เคยได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิด CPA มาก่อน ดังนั้นผู้สอนควรจัดสรรเวลาให้กับแต่ละเนื้อหาอย่างเหมาะสม และอาจเพิ่มเวลาที่ใช้ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

(3) ในการออกแบบกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิด CPA ผู้สอนควรพิจารณาเรียงลำดับความยากง่ายของสมการและโจทย์ปัญหาที่ใช้สอนนักเรียนให้เหมาะสม ร่วมกับการประเมินความสามารถของนักเรียนเป็นระยะ เพื่อให้มั่นใจว่านักเรียนสามารถเชื่อมโยงความสัมพันธ์ระหว่างความรู้เชิงรูปธรรมกับความรู้เชิงรูปภาพ และนักเรียนสามารถเชื่อมโยงความสัมพันธ์ระหว่างความรู้เชิงรูปภาพกับความรู้เชิงนามธรรมได้ ก่อนที่จะเปลี่ยนแนวทางการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ไปยังขั้นตอนถัดไป มิเช่นนั้นผู้เรียนอาจไม่สามารถเชื่อมโยงความสัมพันธ์ของความรู้เชิงรูปธรรม ความรู้เชิงรูปภาพ และความรู้เชิงนามธรรมเข้าด้วยกันได้

(4) ผู้สอนควรเน้นย้ำให้นักเรียนเห็นความสำคัญของการตรวจสอบคำตอบ เห็นความแตกต่างของวิธีที่ใช้ในการตรวจสอบคำตอบของสมการ กับวิธีที่ใช้ในการตรวจสอบคำตอบของโจทย์ปัญหา

(5) ผู้สอนอาจพิจารณาอนุญาตให้นักเรียนเขียนอธิบายการตรวจคำตอบของโจทย์ปัญหา โดยไม่ต้องเขียนอธิบายเต็มประโยค เพราะการให้นักเรียนเขียนอธิบายเต็มประโยคจะทำให้นักเรียนต้องเขียนอธิบายเยอะ ใช้เวลามาก ซึ่งอาจทำให้นักเรียนมีทัศนคติที่ไม่ดีต่อการตรวจสอบคำตอบของโจทย์ปัญหา

2. ข้อเสนอแนะในการทำวิจัยเพิ่มเติมในอนาคต

(1) ควรมีการวิจัยเกี่ยวกับการนำการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิด CPA ไปใช้กับนักเรียนระดับชั้นหรือใช้กับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เนื้อหาอื่น ๆ เพิ่มเติม เช่น ความหมายและการดำเนินการเกี่ยวกับจำนวนนับ จำนวนเต็ม เศษส่วน ทศนิยม อัตราส่วนและร้อยละ การดำเนินการเกี่ยวกับพหุนามและการแยกตัวประกอบพหุนาม เป็นต้น

(2) ควรมีการวิจัยเกี่ยวกับตัวแปรตามอื่น ๆ เพิ่มเติม เช่น การสื่อสารและสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ การเชื่อมโยง ความรู้เชิงมโนทัศน์และความรู้เชิงกระบวนการ เป็นต้น

บรรณานุกรม

Alvi, E., Mursaleen, H., & Batool, Z. (2016, December). Beliefs, Processes and Difficulties Associated with Mathematical Problem Solving of Grade 9 Students. *Pakistan Journal of Educational Research and Evaluation, 1*(1), 85-110.

Artz, A. F., & Armour-Thomas, E. (1992). Development of a Cognitive-Metacognitive Framework for Protocol Analysis of Mathematical Problem Solving in Small Groups. *Cognition and Instruction, 9*(2), 137-175. Retreived from https://www.jstor.org/stable/3233531?seq=1#page_scan_tab_contents

Battelle for Kids. (2019). *Framework for 21st Century Learning Definitions*. Retrieved from https://www.battelleforkids.org/networks/p21/frameworks-resources

Beilock, S. L., & Maloney, E. A. (2015). Math Anxiety: A Factor in Math Achievement Not to Be Ignored. *Policy Insights from the Behavioral and Brain Sciences, 2*(1), 4-12.

Borenson, H. (2013, September). The Equal Sign: A Balancing Act. *Teaching Children Mathematics, 20*(2), 90-94.

Bruner, J. S. (1966). *Toward a theory of instruction* (2nd ed.). Massachusetts: Harvard University Press.

Cathcart, W. G. (2003). *Learning mathematics in elementary and middle schools* (3rd ed.): Upper Saddle River, N.J. : Merrill Printice Hall.

Chaman, M. J., Beswick, K., & Callingham, R. (2014). Factors Influencing Mathematics Achievement among Secondary School Students. In N. Fitzallen, R. Reaburn, & S. Fan (Eds.), *The Future of Educational Research* (pp. 227-238). Netherland, Rotterdam: Sense.

Charles, R., Lester, F., & Daffer, P. O. (1994). *How to evaluate progress in problem solving* (5th ed.). Virginia: National Council of Teacher of Mathematics.

Clements, D. H. (2000, January). 'Concrete' Manipulatives, Concrete Ideas. *Contemporary Issues in Early Childhood, 1*(1), 45-60. Retrived from https://journals.sagepub.com/doi/10.2304/ciec.2000.1.1.7

Driver, R. D. (1984). *Why Math?* New York: Springer.

Flores, M. M. (2010, June). Using the Concrete–Representational–Abstract Sequence to Teach Subtraction With Regrouping to Students at Risk for Failure. *Remedial and Special Education, 31*(3), 195-207. Retrieved from DOI: 10.1177/0741932508327467

Frey, B. B. (2015). *100 questions (and answers) about tests and measurement*. Los Angeles: Sage.

Gojak, L. M. (2013). *Making Mathematical Connections*. Retrieved from https://www.nctm.org/News-and-Calendar/Messages-from-the-President/Archive/Linda-M_-Gojak/Making-Mathematical-Connections/

Goos, M., Stillman, G., & Vale, C. (2007). *Teaching Secondary School Mathematics: Research and practice for the 21st century.* Australia: Allen & Unwin.

Gronlund, N. E. (2009). *Assessment of student achievement* (9th ed.). Upper Saddle River, NJ: Pearson.

Har, Y. B. (2015). *Teaching to mastery mathematics : bar modeling : a problem-solving tool from research to practice an effective Singapore math strategy*. Singapore: Marshall Cavendish.

Hatfield, M. M., Edwards, N. T., Bitter, G. G., & Morrow, J. (2000). *Mathematics Methods for Elementary and Middle School Teachers* (4th ed.). New York: John Wiley & Sons.

Haylock, D., & Thangata, F. (2007). *Key Concepts in Teaching Primary Mathematics*. Los Angeles: SAGE Publication.

Hoe, L. N., & Leong Jeremy, T. B. (2014, February). The Role Of Virtual Manipulatives On The Concrete-Pictorial-Abstract Approach In Teaching Primary Mathematics *The Electronic Journal of Mathematics and Technology, 8*(2), 102-121. Retreived from https://eds.b.ebscohost.com/eds/detail/detail?vid=0&sid=a51 e7321-9dea-49b3-b7f6-e8a16aaa1bf0%40sessionmgr103&bdata=JnNpdGU9 ZWRzLWxpdmU%3d#AN=99915498&db=a9h

Holton, D., & Clarke, D. (2006). Scaffolding and metacognition. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology, 37*(2), 127-143.

Hoong, L. Y., Kin, H. W., & Pien, C. L. (2015). Concrete-Pictorial-Abstract: Surveying its origins and charting its future. *The Mathematics Educator, 16*(1), 1-18. Retrieved from http://math.nie.edu.sg/ame/matheduc/tme/tmeV16_1/ TME16_1.pdf

Hui, C. S., Hoe, L. N., & Lee, K. P. (2017). Teaching and Learning with Concrete-Pictorial-Abstract Sequence – A Proposed Model. *The Mathematics Educator, 17*(1), 1-28. Retrieved from http://math.nie.edu.sg/ame/matheduc/tme/tmeV17_1 /paper1.pdf

Ingkavara, T., & Yasri, P. (2019). Teaching Mathematics Among Students with Learning Disability: Non-technological and Technological Approaches. In S. D. J. Barbosa (Ed.), *Communications in Computer and Information Science* (pp. 268-277). Singapore: Springer Nature.

Kennedy, L. M., & Tipss, S. (1997). *Guiding Children's Learning of Mathematics* (8th ed.). Belmont, CA: Wadsworth.

Krawec, J. L. (2010). *Problem Representation and Mathematical Problem Solving of Students of Varying Math Ability.* (Doctoral dissertation). (University of Miami, Miami). Retrieved from https://doi.org/10.1177/0022219412436976

Lam, T. T., Seng, Q. K., Hoong, L. Y., Dindyal, J., & Guan, T. E. (2011). Assessing Problem Sovling in the Mathematics Curriculum: A New Approach. In K. Berinderjeet & W. K. Yoong (Eds.), *Assessment in the mathematics classroom : yearbook 2011 Association of Mathematics Educators* (Chapter 3, pp.33-66). Singapore: World Scientific.

Lee, N. H., Ng, W. L., & Pearlyn Lim, L. G. (2019). The Intended School Mathematics Curriculum. In T. L. Toh, B. Kaur, & E. G. Tay (Eds.), *Mathematics Education in Singapore* (Chapter 3, pp. 35-54). Singapore: Springer.

Leitze, A. R., & Mau, S. T. (1999, February). Assessing problem-solving thought. *Mathematics Teaching in the Middle School, 4*(5), 305-311.

Lester, F. K., Jr. (1994, December). Musings about Mathematical Problem-Solving Research. *Journal for Research in Mathematics Education, 25*(6), 660-675.

Maloy, R. W., & Edwards, S. A. (2010, January-June). Teaching Math Problem Solving Using a Web-based Tutoring System, Learning Games, and Students' Writing. *Journal of STEM Education, 11*(1), 82-90.

Mayer, R. E. (1985). Mathematical Ability. In R. J. Stenberg (Ed.), *Human abilities : an information-processing approach* (Chapter 7, pp.127-150). New York: W.H. Freeman.

Mayer, R. E. (1998, March). Cognitive, metacognitive, and motivational aspects of problem solving. *Instructional Science, 26*(1-2), 49-63.

Mayer, R. E. (2003). Mathematical Problem Solving. In J. M. Royer & D. A. Winston (Eds.), *Mathematical cognition: current perspectives on cognition, learning, and instruction* (Chapter 3, pp.69-92). Greenwich: Information Age.

Mayer, R. E. (2013). Problem Solving. In D. Reisberg (Ed.), *The Oxford Handbook of Cognitive Psychology* (Chapter 48, pp. 769-778). New York: Oxford University Press.

Ministry of Education Singapore. (2012a). *Mathematics Syllabus Primary One to Six*. Retrieved from https://www.moe.gov.sg/docs/default-source/document/ education/syllabuses/sciences/files/mathematics_syllabus_primary_1_to_6.pdf

Ministry of Education Singapore. (2012b). *Mathematics Syllabus Secondary One to Four: Normal (Technical) Course.* Retrieved from https://www.moe.gov.sg/docs /default-source/document/education/syllabuses/sciences/files/mathematics-syllabus-sec-1-to-4-n(t)-course.pdf

Ministry of Education Singapore. (2013). *Nurturing Early Learners Curriculum Volume 6*. Singapore: Ministry of Education.

Mokgwathi, M. S., Graham, M. A., & Fraser, W. (2019). The Relationship between Grade 9 Teachers' and Learners' Perceptions and Attitudes with Their Mathematics Achievement. *International Journal of Instruction, 12*(1), 841-850.

National Council of Teachers of Mathematics. (2000). *Mathematics Assessment a Practical Handbook For Grades 6-8*. United States of America: The National Council of Teachers of Mathematics.

National Council of Teachers of Mathematics. (2007). *Effective Strategies for Teaching Students with Difficulties in Mathematics*. Retrieved from https://www.nctm.org /Research-and-Advocacy/Research-Brief-and-Clips/Effective-Strategies-for-Teaching-Students-with-Difficulties/

Nugroho, S. A., & Jailani. (2019). The Effectiveness of Concrete Representational Abstract Approach (CRA) Approach and Problem Solving Approach on Mathematical Representation Ability at Elementary School. *KnE Social Sciences, 3*(17), 27-36. Retrieved from https://doi.org/10.18502/kss.v3i17.4620

Organisation for Economic Co-operation and Development. (2016). *PISA 2015 Results Excellence and Equity in Education Volume I*. Paris: OECD Publishing.

Polya, G. (1973). *How to solve it: A new aspect of mathematical method* (2nd ed.). New Jersey: Princeton university press.

Posamentier, A. S., & Krulik, S. (1998). *Problem-solving strategies for efficient and elegant solutions: A resource for the mathematics teacher*. United States of America: Corwin Press.

Pratama, L. D., & Setyaningrum, W. (2018). GBL in Math Problem Solving: Is it Effective? *International Journal of Interactive Mobile Technologies, 12*(6), 101-111.

Pugalee, D. (2004, March). A Comparison of Verbal and Written Descriptions of Students' Problem Solving Processes. *Educational Studies in Mathematics, 55*(1), 27-47.

Purwadi, M. A., Sudiarta, G. P., & Suparta, N. (2019, January). The Effect of Concrete-Pictorial-Abstract Strategy toward Students' Mathematical Conceptual Understanding and Mathematical Representation on Fractions. *International Journal of Instruction, 12*(1), 1113-1126. Retrieved from DOI: 10.29333/iji.2019.12171a

Putri, H. E. (2016, June). The influence of concrete-Pictorial-Abstract (CPA) approach to the spatial sense ability achievement of the pre-service elementary schools teachers. *International Journal of Education and Research, 3*(6), 113-126. Retrieved from http://ejournal.upi.edu/index.php/eduhumaniora/article /download/10915/pdf

Putri, H. E., Misnarti, M., & Saptini, R. D. (2018, July). Influence of Concrete-Pictorial-Abstract (CPA) approach towards the enhancement of mathematical connection ability of elementary school students. *EduHumaniora, 10*(2), 61-71. Retrieved from DOI: 10.17509/eh.v10i2.10915

Ramirez, G., Hooper, S. Y., Kersting, N. B., Ferguson, R., & Yeager, D. (2018, January-March). Teacher Math Anxiety Relates to Adolescent Students' Math Achievement. *AERA Open, 4*(1), 1-13.

Reys, R. E. (1998). *Helping children learn mathematics* (5th ed.). Boston: Allyn and Bacon.

Salkind, N. J. (2013). *Tests & measurement for people who (think they) hate tests & measurement* (2nd ed.). Thousand Oaks, CA: SAGE.

Schnepper, L. C., & McCoy, L. P. (2013). Analysis of Misconceptions in High School Mathematics. *Networks: An Online Journal for Teacher Research, 12*(1).

Souviney, R. J. (1994). *Learning to teach mathematics* (2nd ed.). New York: Merrill.

Szetela, W., & Nicol, C. (1992, May). Evaluating Problem Solving in Mathematics. *Educational Leadership, 49*(8), 42-45.

The National Council of Teachers of Mathematics. (2000). *Principle and Standard for School Mathematics*. United States of America: The National Council of Teachers of Mathematics.

The National Council of Teachers of Mathematics. (2014). *Principles to Actions: Ensuring Mathematical Success for All*. United States of America: The National Council of Teachers of Mathematics.

Van de Walle, J. A., Karp, K. S., & Bay-Williams, J. M. (2010). *Elementary and Middle School Mathematics Teaching Developmentally* (7th ed.). Harlow, United Kingdom: Pearson.

Vlassis, J. (2002, March). The Balance Model: Hindrance or Support for the Solving of Linear Equations with One Unknown. *Educational Studies in Mathematics, 49*(3), 341-359.

Wilson, J. W. (1971). Evaluation of Learning in Secondary school mathematics. In B. S. Bloom (Ed.), *Handbook on Formative and Summative Evaluation of Student Learning* (Chapter 19, pp. 645-694). New York: McGraw-Hill.

Wilson, J. W., Fernandez, M. L., & Hadaway, N. (1993). Mathematical Problem Solving. In P. S. Wilson (Ed.), *Research Ideas for the Classroom: High School Mathematics* (Chapter 4, pp. 57-77). New York: Macmillan.

Witzel, B. S. (2005, September). Using CRA to Teach Algebra to Students with Math Difficulties in Inclusive Settings. *Learning Disabilities: A Contemporary Journal, 3*(2), 49-60. Retrieved from https://eric.ed.gov/?id=EJ797683

Witzel, B. S., Riccomini, P. J., & Schneider, E. (2008, May). Implementing CRA With Secondary Students With Learning Disabilities in Mathematics. *Intervention in School and Clinic, 43*(5), 270-276. Retrived from DOI: 10.1177/1053451208314734

Wong, K. Y. (2015). *Effective Mathematics Lessons through an Eclectic Singapore Approach*. Singapore: World Scientific Publishing.

กรรณิการ์ จักรกรด. (2555, มกราคม-เมษายน). ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง การแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่เรียนโดยใช้การสอนแบบค้นพบโดยการแนะแนวทาง. *วารสารอิเล็กทรอนิกส์* Veridian *มหาวิทยาลัยศิลปากร กลุ่มมนุษยศาสตร์สังคมศาสตร์และศิลปะ, 5*(1), 710-721.

กิตติพันธ์ วิบุลศิลป์. (2560). *ผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามแนวคิดห้องเรียนกลับทางร่วมกับการเรียนรู้เชิงรุกที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการคิดอย่างมีวิจารณญาณของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5.* (วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต). จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, กรุงเทพฯ.

เกริกเกียรติ กุลจรัสอนันต์ และ สายัณห์ โสธะโร. (2562, พฤษภาคม-สิงหาคม). การศึกษาความสามารถในการสร้างสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวจากโจทย์ปัญหาของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โดยใช้วิธีบาร์โมเดล. *วารสารครุศาสต์อุตสาหกรรม*, *18*(2), 93-100.

จันทร์เพ็ญ พวงสมบัติ, สมทรง สุวพานิช, และ นิคม ชมภูหลง. (2555, มกราคม-เมษายน). ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้ปัญหาเป็นฐาน เรื่อง สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1. *วารสารมหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม*, *6*(1), 73-80.

ฉัตรกาญจน์ ธานีพูน และ นงลักษณ์ วิริยะพงษ์. (2563, มกราคม-มิถุนายน). การพัฒนาความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาเลขคณิตของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 3 โดยใช้กระบวนการแก้ปัญหาของโพลยาร่วมกับบาร์โมเดล. *วารสารมนุษยศาสตร์และสังคมศาสตร์มหาวิทยาลัยราชภัฏสุรินทร์, 22*(1), 93-105.

เฉลิมสิน สิงห์สนอง. (2560, มกราคม-มีนาคม). ปัจจัยเชิงสาเหตุที่มีอิทธิพลต่อความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์. *วารสารครุศาสตร์, 45*(1), 36-54.

ชวาล แพรัตกุล. (2552). *เทคนิคการวัดผล* (พิมพ์ครั้งที่ 7). กรุงเทพฯ: มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.

โชติกา ภาษีผล. (2559). *การวัดและประเมินผลการเรียนรู้ = Learning measurement and evaluation*. กรุงเทพฯ: ศูนย์หนังสือจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

ณธาอร ทองปรีชา. (2556). *ความสามารถในการรู้ค่าจำนวนและการบวกจำนวนนับที่มีผลบวกไม่เกิน 9 ของนักเรียนที่มีความบกพร่องทางการเรียนรู้ โดยวิธีสอนแบบ* CSA. (วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต). มหาวิทยาลัยราชภัฏสงขลา, สงขลา.

ณหทัย ราตรี. (2556). *สถิติเบื้องต้นแนวคิดและทฤษฎี* (พิมพ์ครั้งที่ 2). กรุงเทพฯ: สำนักพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

ณัฏฐภรณ์ หลาวทอง. (2559). *การสร้างเครื่องการวิจัยทางการศึกษา*. กรุงเทพฯ: ศูนย์หนังสือจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

ตะวันฉาย จอมศรี, ปนัดดา สังข์ศรีแก้ว, และ ชนกกานต์ สหัสทัศน์. (2563, กรกฎาคม-ธันวาคม). การพัฒนาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง สมการเชิงเส้นสองตัวแปร ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โดยใช้เทคนิคบาร์โมเดล. *วารสารวิทยาศาสตร์และวิทยาศาสตร์ศึกษา, 3*(2), 106-115.

ทองคำ นาสมตรึก, สมทรง สุวพานิช, และ อรุณี จันทร์ศิลา. (2555, มกราคม-มิถุนายน). การวิเคราะห์มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1. *วารสารวิชาการ มหาวิทยาลัยราชภัฏบุรีรัมย์, 4*(1), 75-88.

ธีรพล พากเพียรกิจ. (2558). *ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ โดยใช้แนวคิดโมเดลเมธอดและการเรียนการสอนแบบแนะให้รู้คิดที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2.* จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, กรุงเทพฯ. (วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต). สืบค้นจาก http://cuir.car.chula.ac.th/handle/123456789/50092

พศุตม์ ชูศักดิ์. (2561). *การศึกษาความสามารถในการแก้ปัญหา เรื่องอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวผ่านการจัดกิจกรรมการตั้งปัญหาสำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3.* (ปริญญานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต). มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ, กรุงเทพฯ.

พิชิต ฤทธิ์จรูญ. (2557). *หลักการวัดและประเมินผลการศึกษา* (พิมพ์ครั้งที่ 9). กรุงเทพฯ: เฮ้าส์ ออฟ เคอร์มิสท์.

พีรดา วิชามุข, สายัณห์ โสธะโร, และ สุกัญญา หะยีสาและ. (2562, พฤษภาคม-สิงหาคม). การศึกษาผลสัมฤทธิ์เรื่องการแก้โจทย์ปัญหาอัตราส่วนและร้อยละ ด้วยวิธีการสอนปกติควบคู่กับวิธีบาร์โมเดล สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2. *วารสารครุศาสตร์อุตสาหกรรม, 18*(2), 110-117.

มัณฑนา พรมรักษ์. (2556). *ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลการแก้ปัญหาที่เน้นกระบวนการกำกับทางปัญญาที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์และความสามารถในการคิดอย่างมีวิจารณญาณของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2.* (วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต). จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, กรุงเทพฯ.

เยาวดี วิบูลย์ศรี. (2556). *การวัดผลและการสร้างแบบสอบผลสัมฤทธิ์* (พิมพ์ครั้งที่ 11). กรุงเทพฯ: สำนักพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

ราชบัณฑิตยสถาน. (2555). *พจนานุกรมศัพท์ศึกษาศาสตร์ ฉบับราชบัณฑิตยสถาน.* กรุงเทพฯ: ราชบัณฑิตยสถาน.

วิรัลยุพา คงภักดี. (2561). *การศึกษาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ผ่านการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้วิธีการแบบเปิด.* (ปริญญานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต). มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ, กรุงเทพฯ.

ศรัณย์ จันทร์ศรี และ น้อมจิต กิตติโชติพาณิชย์. (2557, มกราคม-มิถุนายน). ปัจจัยที่มีอิทธิพลต่อคะแนนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 แผนการเรียนวิทยาศาสตร์-คณิตศาสตร์ ในสังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา เขตพระโขนง. *วารสารวิทยาศาสตร์ลาดกระบัง, 24*(1), 62-79.

ศิริชัย กาญจนวาสี. (2556). *ทฤษฎีการทดสอบแบบดั้งเดิม = Classical test theory* (พิมพ์ครั้งที่ 7). กรุงเทพฯ: คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

ศิริลักษณ์ ใชสงคราม และ ศิริวรรณ วณิชวัฒนวรชัย. (2563, พฤศจิกายน-ธันวาคม). การพัฒนาความสามารถการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 ที่จัดการเรียนรู้ด้วยเทคนิค TGT ร่วมกับบาร์โมเดล (Bar Model). *วารสารการบริหารนิติบุคคลและนวัตกรรมท้องถิ่น, 6*(6), 245-258.

สถาบันทดสอบทางการศึกษาแห่งชาติ. (2559). *สรุปผลการทดสอบทางการศึกษาระดับชาติพื้นฐาน (O-NET) ชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ปีการศึกษา 2558*. Retrieved from http://www.newonetresult.niets.or.th/AnnouncementWeb/PDF/SummaryONETP6_2558.pdf

สถาบันทดสอบทางการศึกษาแห่งชาติ. (2560). *สรุปผลการทดสอบทางการศึกษาระดับชาติพื้นฐาน (O-NET) ชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ปีการศึกษา 2559*. Retrieved from http://www.newonetresult.niets.or.th/AnnouncementWeb/PDF/SummaryONETP6_2559.pdf

สถาบันทดสอบทางการศึกษาแห่งชาติ. (2561). *สรุปผลการทดสอบทางการศึกษาระดับชาติพื้นฐาน (O-NET) ชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ปีการศึกษา 2560*. Retrieved from http://www.newonetresult.niets.or.th/AnnouncementWeb/PDF/SummaryONETP6_2560.pdf

สถาบันทดสอบทางการศึกษาแห่งชาติ. (2562). *สรุปผลการทดสอบทางการศึกษาระดับชาติพื้นฐาน (O-NET) ชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ปีการศึกษา 2561*. Retrieved from http://www.newonetresult.niets.or.th/AnnouncementWeb/PDF/SummaryONETP6_2561.pdf

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2555ก). *การวัดผลประเมินผลคณิตศาสตร์.* กรุงเทพฯ: ซีเอ็ดยูเคชั่น.

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2555ข). *ครูคณิตศาสตร์มืออาชีพ เส้นทางสู่ความสำเร็จ*. กรุงเทพฯ: 3-คิว มีเดีย.

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2555ค). *ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์* (พิมพ์ครั้งที่ 3). กรุงเทพฯ: 3-คิว มีเดีย.

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2561). *ผลการประเมิน* PISA 2015 *วิทยาศาสตร์ การอ่าน และคณิตศาสตร์ ความเป็นเลิศและความเท่าเทียมทางการศึกษา*. กรุงเทพฯ: ซัคเซสพับลิเคชั่น.

สมนึก ภัททิยธนี. (2551). *เทคนิคการสอนและรูปแบบการเขียนข้อสอบแบบเลือกตอบวิชาคณิตศาสตร์เบื้องต้น* (พิมพ์ครั้งที่ 3). กาฬสินธุ์: โรงพิมพ์ประสานการพิมพ์.

สมนึก ภัททิยธนี. (2562). *การวัดผลการศึกษา* (พิมพ์ครั้งที่ 12). กรุงเทพฯ: ศูนย์หนังสือจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

สรชัย พิศาลบุตร. (2559). *หลักสถิติ* (พิมพ์ครั้งที่ 2). กรุงเทพฯ: วิทยพัฒน์.

สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน. (2550). *ตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้แกนกลางกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551*. กรุงเทพฯ: ชุมนุมสหกรณ์การเกษตรแห่งประเทศไทย.

สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน. (2560). *ตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้แกนกลางกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551*. กรุงเทพฯ: ชุมนุมสหกรณ์การเกษตรแห่งประเทศไทย.

อัมพร ม้าคนอง. (2553). *ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์: การพัฒนาเพื่อพัฒนาการ* (พิมพ์ครั้งที่ 3). กรุงเทพฯ: ศูนย์ตำราและเอกสารทางวิชาการ คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

ภาคผนวก

ภาคผนวก ก

การหาคุณภาพเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

การหาคุณภาพของเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยมีด้วยกันทั้งหมด 4 เครื่องมือ ได้แก่ (1) แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิด CPA (2) แบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว (3) แบบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว และ (4) แบบตรวจสอบรายการสำหรับสังเกตพฤติกรรมการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว โดยผู้วิจัยดำเนินการหาคุณภาพของเครื่องมือวิจัย ดังนี้

1) แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิด CPA

วิเคราะห์ความตรงเชิงเนื้อหาของแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิด CPA ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น โดยใช้ค่าดัชนีความตรงเชิงเนื้อหา (IOC) ซึ่งผู้วิจัยดำเนินการหาคุณภาพของเครื่องมือวิจัย ดังนี้

1.1) นำแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิด CPA ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น เสนอให้ผู้เชี่ยวชาญ 3 ท่าน ตรวจสอบความตรงเชิงเนื้อหา โดยใช้เกณฑ์การพิจารณาดังต่อไปนี้

+1 คือ แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตรงกับจุดประสงค์

0 คือ ไม่แน่ใจว่าแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตรงกับจุดประสงค์หรือไม่

-1 คือ แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ไม่ตรงกับจุดประสงค์

1.2) คำนวณค่าดัชนีความตรงเชิงเนื้อหา (IOC) ของแต่ละแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ และเลือกกิจกรรมการเรียนรู้ที่มีค่า IOC มากกว่า 0.50 ขึ้นไป โดยใช้สูตรการคำนวณ ดังนี้

$$IOC = \frac{\sum R}{N}$$

IOC คือ ดัชนีความตรงเชิงเนื้อหาของแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้

$\sum R$ คือ ผลรวมของคะแนนความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญที่มีต่อแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แต่ละแผน

N คือ จำนวนผู้เชี่ยวชาญ

ตาราง 15 ค่าดัชนีความตรงเชิงเนื้อหาของแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิด CPA

แผนที่	ผลการพิจารณาความตรงเชิงเนื้อหาของผู้เชี่ยวชาญ			รวม	ค่า IOC	แปลผล
	คนที่ 1	คนที่ 2	คนที่ 3			
1	+1	+1	+1	3	1	สอดคล้อง
2	+1	+1	+1	3	1	สอดคล้อง
3	+1	+1	+1	3	1	สอดคล้อง
4	+1	+1	+1	3	1	สอดคล้อง
5	+1	+1	+1	3	1	สอดคล้อง
6	+1	+1	+1	3	1	สอดคล้อง
7	+1	+1	+1	3	1	สอดคล้อง
8	+1	+1	+1	3	1	สอดคล้อง
9	+1	+1	+1	3	1	สอดคล้อง
10	+1	+1	+1	3	1	สอดคล้อง
11	+1	+1	+1	3	1	สอดคล้อง

2) แบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

แบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว เป็นข้อสอบอัตนัย แบบแสดงวิธีทำ จำนวน 2 ข้อ ให้คะแนนโดยใช้เกณฑ์การให้คะแนนแบบวิเคราะห์ ผู้วิจัยดำเนินการคุณภาพของเครื่องมือวิจัย ได้ดังนี้

2.1) วิเคราะห์ความตรงเชิงเนื้อหา ของแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

วิเคราะห์ความตรงเชิงเนื้อหาของข้อสอบของแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น โดยใช้ค่าดัชนีความตรงเชิงเนื้อหา ซึ่งผู้วิจัยดำเนินการหาคุณภาพของเครื่องมือวิจัย ได้ดังนี้

2.1.1) นำแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น เสนอให้ผู้เชี่ยวชาญ 3 ท่าน ตรวจสอบความตรงเชิงเนื้อหา โดยใช้เกณฑ์การพิจารณาดังต่อไปนี้

+1 คือ ข้อคำถามสอดคล้องกับจุดประสงค์

0 คือ ไม่แน่ใจว่าข้อคำถามสอดคล้องกับจุดประสงค์หรือไม่

-1 คือ ข้อคำถามไม่สอดคล้องกับจุดประสงค์

2.1.2) คำนวณค่าดัชนีความตรงเชิงเนื้อหา (IOC) ของข้อสอบแต่ละข้อ และคัดเลือกเฉพาะข้อสอบที่มีค่า IOC มากกว่า 0.50 ขึ้นไป โดยใช้สูตรการคำนวณ ดังนี้

$$IOC = \frac{\sum R}{N}$$

IOC คือ ดัชนีความตรงเชิงเนื้อหาของข้อสอบ

$\sum R$ คือ ผลรวมของคะแนนความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญที่มีต่อข้อสอบแต่ละข้อ

N คือ จำนวนผู้เชี่ยวชาญ

ตาราง 16 ค่าดัชนีความตรงเชิงเนื้อหาของแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

ข้อที่	ผลการพิจารณาความตรงเชิงเนื้อหาของผู้เชี่ยวชาญ			รวม	ค่า IOC	แปลผล
	คนที่ 1	คนที่ 2	คนที่ 3			
1	+1	+1	+1	3	1	สอดคล้อง
2	+1	+1	+1	3	1	สอดคล้อง
3	+1	+1	+1	3	1	สอดคล้อง
4	+1	+1	+1	3	1	สอดคล้อง

แม้ข้อสอบทั้ง 4 ข้อ จะมีค่า IOC เท่ากับ 1.00 ซึ่งอยู่ในระดับผ่านเกณฑ์ แต่ผู้เชี่ยวชาญบางท่าน ให้ความเห็นว่าข้อสอบข้อที่ 3 และ 4 อาจซับซ้อนและยากเกินไป ผู้วิจัยจึงคัดเลือกเฉพาะข้อสอบข้อที่ 1 และ 2 เพื่อไปทดลองกับกลุ่มนำร่องต่อไป

2.2) หาค่าความยาก ค่าอำนาจจำแนก และหาค่าความเชื่อมั่น ของแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

ตาราง 17 ค่าความยากและค่าอำนาจจำแนก ของแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

ข้อที่	ค่าความยาก (p)	ค่าอำนาจจำแนก (r)
1	0.35	0.52
2	0.26	0.40

ค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบประเภทให้คะแนนเรียงอันดับหรือเป็นมาตราส่วนประมาณค่า (Rating scale) หรือเป็นแบบทดสอบที่มีการให้คะแนนแบบหลายค่า (Polytomous scoring) จะใช้วิธีการหาค่าสัมประสิทธิ์แอลฟาซึ่งเป็นวิธีของครอนบาค (Cronbach) คำนวณได้จากสูตร

$$\alpha = \frac{n}{n-1}\left[1 - \frac{\sum S_i^2}{S_t^2}\right]$$

เมื่อ α หมายถึง ความเชื่อมั่นของแบบทดสอบทั้งฉบับ (สัมประสิทธิ์แอลฟา)

n หมายถึง จำนวนข้อของแบบทดสอบทั้งฉบับ

S_i^2 หมายถึง ความแปรปรวนของคะแนนรายข้อ

S_t^2 หมายถึง ความแปรปรวนของคะแนนทั้งฉบับ

ค่าความเชื่อมั่นของแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว โดยใช้วิธีการหาค่าสัมประสิทธิ์แอลฟาของครอนบัค (Cronbach) ได้ค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบทั้งฉบับเท่ากับ 0.83

3) แบบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

แบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว เป็นข้อสอบแบบเติมคำตอบสั้น จำนวน 15 ข้อ ผู้วิจัยดำเนินการคุณภาพของเครื่องมือวิจัย ได้ดังนี้

3.1) วิเคราะห์ความตรงเชิงเนื้อหา ของแบบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

วิเคราะห์ความตรงเชิงเนื้อหาของข้อสอบของแบบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น โดยใช้ค่าดัชนีความตรงเชิงเนื้อหา ซึ่งผู้วิจัยดำเนินการหาคุณภาพของเครื่องมือวิจัย ได้ดังนี้

3.1.1) นำแบบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น เสนอให้ผู้เชี่ยวชาญ 3 ท่าน ตรวจสอบความตรงเชิงเนื้อหา โดยใช้เกณฑ์การพิจารณาดังต่อไปนี้

+1 คือ ข้อคำถามสอดคล้องกับจุดประสงค์

0 คือ ไม่แน่ใจว่าข้อคำถามสอดคล้องกับจุดประสงค์หรือไม่

-1 คือ ข้อคำถามไม่สอดคล้องกับจุดประสงค์

3.1.2) คำนวณค่าดัชนีความตรงเชิงเนื้อหา (IOC) ของข้อสอบแต่ละข้อ และคัดเลือกเฉพาะข้อสอบที่มีค่า IOC มากกว่า 0.50 ขึ้นไป โดยใช้สูตรการคำนวณ ดังนี้

$$IOC = \frac{\sum R}{N}$$

IOC คือ ดัชนีความตรงเชิงเนื้อหาของข้อสอบ

$\sum R$ คือ ผลรวมของคะแนนความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญที่มีต่อข้อสอบแต่ละข้อ

N คือ จำนวนผู้เชี่ยวชาญ

ตาราง 18 ค่าดัชนีความตรงเชิงเนื้อหาของแบบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

ข้อที่	ผลการพิจารณาความตรงเชิงเนื้อหา ของผู้เชี่ยวชาญ			รวม	ค่า IOC	แปลผล
	คนที่ 1	คนที่ 2	คนที่ 3			
1	+1	+1	+1	3	1	สอดคล้อง
2	+1	+1	+1	3	1	สอดคล้อง
3	+1	+1	+1	3	1	สอดคล้อง
4	+1	+1	+1	3	1	สอดคล้อง
5	+1	+1	+1	3	1	สอดคล้อง
6	+1	+1	+1	3	1	สอดคล้อง
7	+1	-1	-1	-1	-0.33	ไม่สอดคล้อง
8	+1	+1	+1	3	1	สอดคล้อง
9	+1	+1	+1	3	1	สอดคล้อง
10	+1	+1	+1	3	1	สอดคล้อง
11	+1	+1	+1	3	1	สอดคล้อง
12	+1	+1	+1	3	1	สอดคล้อง
13	+1	+1	+1	3	1	สอดคล้อง
14	+1	0	+1	2	0.67	สอดคล้อง
15	+1	+1	+1	3	1	สอดคล้อง
16	+1	+1	+1	3	1	สอดคล้อง
17	+1	+1	+1	3	1	สอดคล้อง
18	+1	+1	+1	3	1	สอดคล้อง
19	+1	+1	+1	3	1	สอดคล้อง
20	+1	+1	+1	3	1	สอดคล้อง
21	+1	+1	+1	3	1	สอดคล้อง

หมายเหตุ*: ข้อสอบข้อที่ 7 ไม่ได้นำไปใช้ทดลองกับกลุ่มนำร่อง เพราะไม่ผ่าน IOC

3.2) หาค่าความยาก ค่าอำนาจจำแนก และหาค่าความเชื่อมั่น ของแบบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

ตาราง 19 ค่าความยากและค่าอำนาจจำแนก ของแบบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

ข้อที่	ค่าความยาก (p)	ค่าอำนาจจำแนก (r)	การแปลผล
1	0.59	0.83	ใช้ได้
2	0.48	0.33	ใช้ได้
3	0.02	0.08	ยากเกินไป
4	0.02	0.08	ยากเกินไป
5	0.22	0.25	ใช้ได้
6	0.39	0.50	ใช้ได้
7*	-	-	-
8	0.54	0.58	ใช้ได้
9	0.43	0.75	ใช้ได้
10	0.37	0.58	ใช้ได้
11	0.37	0.67	ใช้ได้
12	0.19	0.25	ยากเกินไป
13	0.22	0.58	ใช้ได้
14	0.07	0.08	ยากเกินไป
15	0.30	0.67	ใช้ได้
16	0.26	0.75	ใช้ได้
17	0.28	0.67	ใช้ได้
18	0.26	0.50	ใช้ได้
19	0.26	0.42	ใช้ได้
20	0.04	0.08	ยากเกินไป
21	0.24	0.50	ใช้ได้

หมายเหตุ*: ข้อสอบข้อที่ 7 ไม่ได้นำไปใช้ทดลองกับกลุ่มนำร่อง เพราะไม่ผ่าน IOC

ค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบประเภทให้คะแนนแบบสองค่า (Dichotomous scoring) ตามวิธีของคูเดอร์-ริชาร์ดสัน 20 (Kuder-Richardson 20: KR20) คำนวณได้จากสูตร

$$r_{tt} = \frac{n}{n-1}\left[1 - \frac{\sum pq}{S^2}\right]$$

เมื่อ r_{tt} หมายถึง สัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นของแบบทดสอบทั้งฉบับ

n หมายถึง จำนวนข้อของแบบทดสอบทั้งฉบับ

S^2 หมายถึง ความแปรปรวนของคะแนนรวมทั้งฉบับ

p หมายถึง อัตราส่วนของผู้ตอบถูกในข้อนั้นต่อผู้เข้าสอบทั้งหมด

q หมายถึง อัตราส่วนของผู้ตอบผิดในข้อนั้นต่อผู้เข้าสอบทั้งหมด

ค่าความเชื่อมั่นของแบบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว โดยใช้วิธีของคูเดอร์-ริชาร์ดสัน 20 (Kuder-Richardson 20: KR20) ได้ค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบทั้งฉบับเท่ากับ 0.77

3.3) ตารางวิเคราะห์ข้อสอบ ของแบบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

ในการออกแบบแบบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ผู้วิจัยกำหนดจุดประสงค์การเรียนรู้จำนวน 7 ข้อ และแบ่งพฤติกรรมการเรียนรู้ด้านพุทธิพิสัยออกเป็น 4 ด้าน ตามแนวคิดของวิลสัน (Wilson, 1971) ผู้วิจัยดำเนินการออกข้อสอบจำนวน 21 ข้อ และเมื่อเสนอให้ผู้เชี่ยวชาญตรวจสอบความตรงเชิงเนื้อหา จากข้อมูลในตาราง 18 พบว่ามีข้อสอบจำนวน 1 ข้อที่ขาดคุณสมบัติด้านความตรงเชิงเนื้อหา ผู้วิจัยจึงดำเนินการตัดข้อสอบข้อดังกล่าว คงเหลือข้อสอบจำนวน 20 ข้อ สำหรับนำไปทดลองใช้กับนักเรียนกลุ่มนำร่อง ซึ่งข้อสอบทั้ง 20 ข้อ สามารถวัดเนื้อหาได้ครอบคลุมตามจุดประสงค์การเรียนรู้ทั้ง 7 ข้อ ดังแสดงในตาราง 20

จากผลการทดลองใช้ข้อสอบกับกลุ่มนำร่อง พบว่าแบบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ที่มีข้อสอบจำนวน 20 ข้อ มีจำนวนข้อสอบมากเกินไป และจากข้อมูลในตาราง 18 พบว่ามีข้อสอบจำนวน 5 ข้อที่มีค่าความยากไม่เหมาะสม คือ มีค่าความยากน้อยกว่าเกณฑ์ 0.20 ซึ่งหมายถึงข้อสอบข้อดังกล่าวยากเกินไป ดังนั้นผู้วิจัยได้ดำเนินการตัดข้อสอบที่มีค่าความยากต่ำกว่า 0.20 ออกเป็นจำนวน 5 ข้อ คงเหลือข้อสอบจำนวน 15 ข้อ ที่มีค่าความยากอยู่ในช่วง 0.22 - 0.59 ข้อสอบมีค่าอำนาจจำแนกอยู่ในช่วง 0.25 - 0.83

และแบบสอบที่มีข้อสอบ 15 ข้อ ฉบับนี้มีค่าความเชื่อมั่นเท่ากับ 0.77 โดยจากการพิจารณาตารางวิเคราะห์ข้อสอบ พบว่าหลังจากการตัดข้อสอบออกจำนวน 5 ข้อ แล้วข้อสอบทั้ง 15 ข้อที่เหลืออยู่ยังคงวัดเนื้อหาได้ครอบคลุมจุดประสงค์การเรียนรู้ทั้ง 7 ข้อเช่นเดิม ดังแสดงในตาราง 20

ตาราง 20 ตารางวิเคราะห์ข้อสอบ แบบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ที่นำไปใช้กับนักเรียนกลุ่มนำร่องและนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง

จุดประสงค์การเรียนรู้	พฤติกรรมการเรียนรู้ด้านพุทธิพิสัย จำนวนข้อกลุ่มนำร่อง (จำนวนข้อกลุ่มตัวอย่าง)				รวม
	การคำนวณ	ความเข้าใจ	การนำไปใช้	การวิเคราะห์	
1. นักเรียนสามารถหาค่านิพจน์พีชคณิตโดยการแทนค่า	1 (1)	-	-	-	1 (1)
2. นักเรียนสามารถเขียนนิพจน์พีชคณิตจากสถานการณ์	-	3 (1)	1 (1)	-	4 (2)
3. นักเรียนสามารถหาคำตอบของสมการโดยใช้วิธีการลองแทนค่าตัวแปร	1 (1)	-	1 (0)	-	2 (1)
4. นักเรียนสามารถบอกสมบัติของการเท่ากัน	-	1 (1)	-	-	1 (1)
5. นักเรียนสามารถแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว โดยใช้สมบัติของการเท่ากัน	-	-	4 (4)	-	4 (4)
6. นักเรียนสามารถเขียนสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว แทนสถานการณ์หรือปัญหา	-	2 (1)	-	-	2 (1)
7. นักเรียนสามารถแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว	-	-	5 (4)	1 (1)	6 (5)
รวม	2 (2)	6 (3)	11 (9)	1 (1)	20 (15)

4) แบบตรวจสอบรายการสำหรับสังเกตพฤติกรรมการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

แบบตรวจสอบรายการสำหรับสังเกตพฤติกรรมการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว เป็นแบบตรวจสอบรายการที่ประกอบไปด้วยข้อคำถามจำนวน 15 ข้อความ โดยปรับปรุงจากแบบตรวจสอบรายการของอาร์ทซ์และอามัวร์-ทอมัส (Artz และ Armour-Thomas, 1992) วิเคราะห์ความตรงเชิงเนื้อหาของข้อคำถามในแบบตรวจสอบรายการสำหรับสังเกตพฤติกรรมการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น โดยใช้ค่าดัชนีความตรงเชิงเนื้อหา ซึ่งผู้วิจัยดำเนินการหาคุณภาพของเครื่องมือวิจัย ได้ดังนี้

4.1) นำแบบตรวจสอบรายการสำหรับสังเกตพฤติกรรมการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น เสนอให้ผู้เชี่ยวชาญ 3 ท่าน ตรวจสอบความตรงเชิงเนื้อหา โดยใช้เกณฑ์การพิจารณาดังต่อไปนี้

+1 คือ ข้อคำถามสอดคล้องกับจุดประสงค์

0 คือ ไม่แน่ใจว่าข้อคำถามสอดคล้องกับจุดประสงค์หรือไม่

-1 คือ ข้อคำถามไม่สอดคล้องกับจุดประสงค์

4.2) คำนวณค่าดัชนีความตรงเชิงเนื้อหา (IOC) ของแต่ละข้อคำถาม และเลือกข้อคำถามที่มีค่า IOC มากกว่า 0.50 ขึ้นไป โดยใช้สูตรการคำนวณ ดังนี้

$$IOC = \frac{\sum R}{N}$$

IOC คือ ดัชนีความตรงเชิงเนื้อหาของข้อคำถาม

$\sum R$ คือ ผลรวมของคะแนนความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญที่มีต่อข้อคำถามแต่ละข้อ

N คือ จำนวนผู้เชี่ยวชาญ

ผลการพิจารณาความตรงเชิงเนื้อหาของผู้เชี่ยวชาญทั้ง 3 ท่าน ที่มีต่อข้อคำถามที่ใช้ในแบบตรวจสอบรายการสำหรับสังเกตพฤติกรรมการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ทั้ง 15 ข้อ ดังแสดงในตาราง 21

ตาราง 21 ค่าดัชนีความตรงเชิงเนื้อหาของแบบตรวจสอบรายการสำหรับสังเกตพฤติกรรม การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

ข้อที่	ผลการพิจารณาของผู้เชี่ยวชาญ			รวม	ค่า IOC	แปลผล
	คนที่ 1	คนที่ 2	คนที่ 3			
1	+1	0	+1	2	0.67	สอดคล้อง
2	+1	+1	+1	3	1	สอดคล้อง
3	+1	+1	+1	3	1	สอดคล้อง
4	+1	+1	+1	3	1	สอดคล้อง
5	+1	+1	+1	3	1	สอดคล้อง
6	+1	+1	+1	3	1	สอดคล้อง
7	+1	+1	+1	3	1	สอดคล้อง
8	+1	+1	+1	3	1	สอดคล้อง
9	+1	+1	+1	3	1	สอดคล้อง
10	+1	+1	+1	3	1	สอดคล้อง
11	+1	+1	+1	3	1	สอดคล้อง
12	+1	+1	+1	3	1	สอดคล้อง
13	+1	+1	+1	3	1	สอดคล้อง
14	+1	+1	+1	3	1	สอดคล้อง
15	+1	+1	+1	3	1	สอดคล้อง

โดยผู้วิจัยได้ดำเนินการปรับปรุงข้อคำถามข้อที่ 1 ตามคำแนะนำของผู้เชี่ยวชาญ เพื่อให้ข้อคำถามมีความชัดเจน สามารถสังเกตพฤติกรรมของนักเรียนได้ และสอดคล้องกับจุดประสงค์

ภาคผนวก ข
การทดสอบสมมติฐานการวิจัย

การทดสอบสมมติฐานที่ 1 ของงานวิจัย

สมมติฐาน “นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 หลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิด CPA ผ่านเกณฑ์ด้านความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว อย่างน้อยร้อยละ 60 ของนักเรียนทั้งหมด”

จากการทดสอบภาวะปรกติของคะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ของกลุ่มตัวอย่าง โดยใช้การทดสอบของ Shapiro-Wilk พบว่ามีค่า sig = .398 > .05 แสดงว่าความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ของนักเรียนเมื่อได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิด CPA โดยใช้เครื่องมือวิจัยแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ของประชากรมีการแจกแจงปรกติ (Normal distribution) ที่ระดับนัยสำคัญ .05 ข้อมูลคะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวจึงเหมาะสมที่จะใช้สถิติการทดสอบสัดส่วนของประชากรด้วยสถิติ Z (Z-test for Population Proportion)

การทดสอบสมมติฐานของการวิจัยเกี่ยวกับความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ใช้สถิติการทดสอบสัดส่วนของประชากรด้วยสถิติ Z (Z-test for Population Proportion) แสดงได้ดังนี้

$$z = \frac{p - p_0}{\sqrt{\frac{p_0(1 - p_0)}{n}}}$$

เมื่อ z หมายถึง ค่าสถิติ z

p หมายถึง สัดส่วนของนักเรียนกลุ่มตัวอย่างที่ได้คะแนนตั้งแต่ร้อยละ 60 ของคะแนนเต็ม (ผ่านเกณฑ์)

p_0 หมายถึง สัดส่วนของนักเรียนที่ต้องการทดสอบตามสมมติฐานการวิจัย ซึ่งในที่นี้มีค่าเท่ากับ 0.60

n หมายถึง ขนาดของกลุ่มตัวอย่าง

เนื่องจาก มีนักเรียนผ่านเกณฑ์ร้อยละ 60 ของคะแนนเต็ม ที่กำหนดไว้ เป็นจำนวน 35 คน จาก 44 คน ดังนั้น $p = \frac{35}{44} \approx 0.79545$ และ p_0 = 0.60 มีนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง 44 คน ดังนั้น n = 44

สมมติฐานของการทดสอบ คือ $H_0 : p \leq 0.6$

$H_1 : p > 0.6$

เมื่อคำนวณจะได้ว่า $z = \dfrac{p - p_0}{\sqrt{\dfrac{p_0(1-p_0)}{n}}} = \dfrac{\dfrac{35}{44} - 0.60}{\sqrt{\dfrac{(0.60)(1-0.60)}{44}}} \approx 2.65$

เนื่องจาก $z_{.05} = 1.645$ ทำให้ได้ว่า $z > z_{.05}$ จึงปฏิเสธสมมติฐาน H_0 นั่นคือนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 หลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิด CPA ผ่านเกณฑ์ด้านความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว มากกว่าร้อยละ 60 ของนักเรียนทั้งหมด ที่ระดับนัยสำคัญ .05

การทดสอบสมมติฐานที่ 2 ของงานวิจัย

สมมติฐาน "นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 หลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิด CPA ผ่านเกณฑ์ด้านผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว อย่างน้อยร้อยละ 60 ของนักเรียนทั้งหมด"

จากการทดสอบภาวะปรกติของคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ของกลุ่มตัวอย่าง โดยใช้การทดสอบของ Shapiro-Wilk พบว่ามีค่า sig = .126 > .05 แสดงว่าผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ของกลุ่มตัวอย่าง ของนักเรียนเมื่อได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิด CPA โดยใช้เครื่องมือวิจัยแบบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ของกลุ่มตัวอย่างมีการแจกแจงปรกติ (Normal distribution) ที่ระดับนัยสำคัญ .05 ข้อมูลคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว จึงเหมาะสมที่จะใช้สถิติการทดสอบสัดส่วนของประชากรด้วยสถิติ Z (Z-test for Population Proportion)

การทดสอบสมมติฐานของการวิจัยเกี่ยวกับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ใช้สถิติการทดสอบสัดส่วนของประชากรด้วยสถิติ Z (Z-test for Population Proportion) แสดงได้ดังนี้

$$z = \frac{p - p_0}{\sqrt{\frac{p_0(1 - p_0)}{n}}}$$

เมื่อ z หมายถึง ค่าสถิติ z

p หมายถึง สัดส่วนของนักเรียนกลุ่มตัวอย่างที่ได้คะแนนตั้งแต่ร้อยละ 60 ของคะแนนเต็ม (ผ่านเกณฑ์)

p_0 หมายถึง สัดส่วนของนักเรียนที่ต้องการทดสอบตามสมมติฐานการวิจัย ซึ่งในที่นี้มีค่าเท่ากับ 0.60

n หมายถึง ขนาดของกลุ่มตัวอย่าง

เนื่องจาก มีนักเรียนผ่านเกณฑ์ร้อยละ 60 ที่กำหนดไว้ เป็นจำนวน 1 คน จาก 44 คน ดังนั้น $p = \frac{1}{44} \approx 0.22727$ และ p_0 = 0.60 มีนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง 44 คน ดังนั้น n = 44

สมมติฐานของการทดสอบ คือ $H_0 : p \le 0.6$

$H_1 : p > 0.6$

เมื่อคำนวณจะได้ว่า $z = \frac{p - p_0}{\sqrt{\frac{p_0(1 - p_0)}{n}}} = \frac{\frac{1}{44} - 0.60}{\sqrt{\frac{(0.60)(1 - 0.60)}{44}}} \approx -7.82$

เนื่องจาก $z_{.05} = 1.645$ ทำให้ได้ว่า $z < z_{.05}$ จึงยอมรับสมมติฐาน H_0 นั่นคือนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 หลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิด CPA ผ่านเกณฑ์ด้านผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ไม่มากกว่าร้อยละ 60 ของนักเรียนทั้งหมด ที่ระดับนัยสำคัญ .05

ภาคผนวก ค

ตัวอย่างแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิด CPA

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3

รายวิชา คณิตศาสตร์พื้นฐาน 2 **รหัสวิชา** ค21102 **ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1**

หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

หัวข้อเรื่อง การแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว (สมบัติของการเท่ากันเกี่ยวกับการบวก)

ภาคการเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2562 **ผู้สอน** นายณัฐวุฒิ โชติวิญญู **เวลา** 50 นาที

1. จุดประสงค์การเรียนรู้

1.1 ด้านความรู้ นักเรียนสามารถ

1.1.1 บอกสมบัติของการเท่ากันเกี่ยวกับการบวก

1.1.2 แก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวโดยใช้สมบัติของการเท่ากันเกี่ยวกับการบวก

1.2 ด้านทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ นักเรียนสามารถ

1.2.1 สื่อสารและสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ โดยการใช้สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ที่สอดคล้องกับสถานการณ์ที่กำหนด

1.3 ด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์ นักเรียนมี

1.3.1 มีส่วนร่วมในชั้นเรียนและมีรับผิดชอบต่องานที่ได้รับมอบหมาย

2. สาระการเรียนรู้

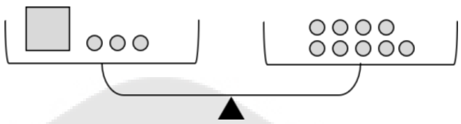
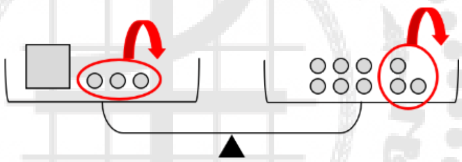
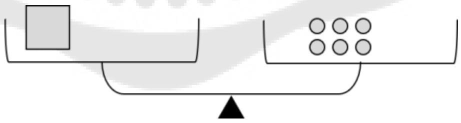
สมบัติของการเท่ากันเกี่ยวกับการบวก

ถ้า $a=b$ แล้ว $a+c=b+c$ สำหรับ a, b, c เป็นจำนวนใด ๆ

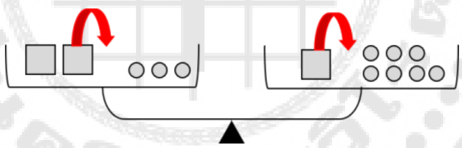
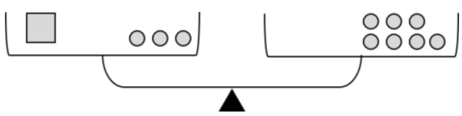
แนวทางการแก้สมการ (นักเรียนยังไม่ได้เรียนสมบัติของการเท่ากันเกี่ยวกับการบวก)

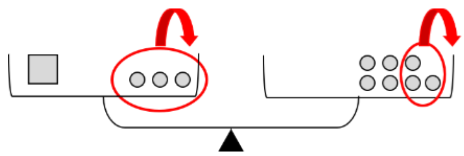
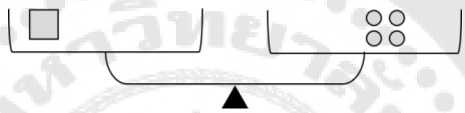
การใช้สมบัติของการเท่ากันเกี่ยวกับการบวกเพื่อทำให้สมการเหลือตัวแปรเพียงอย่างเดียว ในข้างใดข้างหนึ่งของสมการ แนวทางเช่นนี้จะทำให้ได้มาซึ่งคำตอบของสมการ

ตัวอย่างที่ 1 ต้องการทราบว่าขวดน้ำ 1 ขวดมีน้ำหนักเท่ากับลูกบาศก์กี่ลูก โดยให้นักเรียนปฏิบัติตามคำแนะนำของผู้สอนทีละขั้นตอน

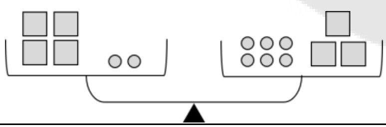
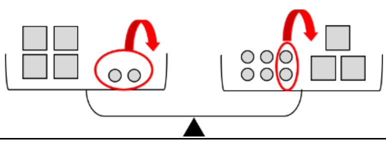
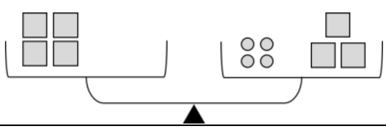
ข้อที่	สถานการณ์	รูปภาพ	สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์
1.1	ขวดน้ำ 1 ขวด และ ลูกบาศก์ไม้ 3 ลูก **หนักเท่ากับ** ลูกบาศก์ไม้ 9 ลูก		$x+3=9$
1.2	หยิบลูกบาศก์ไม้ 3 ลูก ออกจากทั้งสอง แขนของ เครื่องชั่งสองแขน		$x+3-3=9-3$
1.3	ขวดน้ำ 1 ขวด **หนักเท่ากับ** ลูกบาศก์ไม้ 6 ลูก		$x=6$

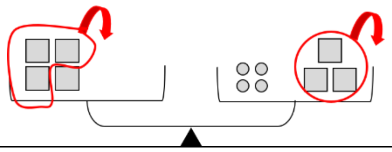
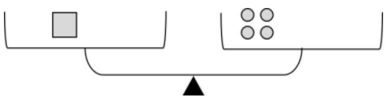
ตัวอย่างที่ 2 ต้องการทราบว่าขวดน้ำ 1 ขวดมีน้ำหนักเท่ากับลูกบาศก์กี่ลูก โดยให้นักเรียนปฏิบัติตามคำแนะนำของผู้สอนทีละขั้นตอน

ข้อที่	สถานการณ์	รูปภาพ	สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์
2.1	ขวดน้ำ 2 ขวด และ ลูกบาศก์ไม้ 3 ลูก **หนักเท่ากับ** ขวดน้ำ 1 ขวด และ ลูกบาศก์ไม้ 7 ลูก		$2x+3=x+7$
2.2	หยิบขวดน้ำ 1 ขวด ออกจากทั้งสองแขนของเครื่องชั่งสองแขน		$2x-x+3=x+7-x$
2.3	ขวดน้ำ 1 ขวด และ ลูกบาศก์ไม้ 3 ลูก **หนักเท่ากับ** ลูกบาศก์ไม้ 7 ลูก		$x+3=7$

ข้อที่	สถานการณ์	รูปภาพ	สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์
2.4	หยิบลูกบาศก์ไม้ 3 ลูก ออกจากทั้งสองแขนของเครื่องชั่งสองแขน		$x+3-3=7-3$
2.5	ขวดน้ำ 1 ขวด **หนักเท่ากับ** ลูกบาศก์ไม้ 4 ลูก		$x=4$

ตัวอย่างที่ 3 ต้องการทราบว่าขวดน้ำ 1 ขวดมีน้ำหนักเท่ากับลูกบาศก์กี่ลูก โดยให้นักเรียนปฏิบัติตามคำแนะนำของผู้สอนทีละขั้นตอน

ภาพ	สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์
(3.1) 	$4x+2=6+3x$
(3.2) 	(3.3) $4x+2-2=6+3x-2$
(3.4) 	(3.5) $4x=4+3x$

(3.6) 	(3.7) $4x-3x=4+3x-3x$
(3.8) 	(3.9) $x=4$

3. สื่อและแหล่งการเรียนรู้

3.1 เครื่องชั่งสองแขน จำนวน 1 เครื่อง

3.2 ลูกบาศก์ไม้ จำนวน 30 ลูก (สำหรับแทนน้ำหนัก 1 หน่วย)

3.3 ขวดพลาสติกบรรจุน้ำที่เตรียมให้มีน้ำหนักต่าง ๆ กัน

3.4 ใบกิจกรรมที่ 3 หนักเท่าใด (1) จำนวน 1 ชุดต่อนักเรียน 1 คน

3.5 ใบงานที่ 3 การแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว โดยใช้สมบัติของการเท่ากันเกี่ยวกับการบวก จำนวน 1 ชุดต่อนักเรียน 1 คน

4. กิจกรรมการเรียนรู้

4.1 ขั้นนำเข้าสู่บทเรียน (5 นาที)

4.1.1 ครูให้นักเรียนอธิบายความหมายของสมการ

[**คำตอบที่คาดหวัง**: สมการ คือ ประโยคที่แสดงการเท่ากันของจำนวนหรือนิพจน์พีชคณิต โดยที่เครื่องหมายเท่ากับ บอกการเท่ากัน]

4.1.2 ครูให้นักเรียนอธิบายความหมายของตัวแปร

[**คำตอบที่คาดหวัง**: ตัวแปร คือ สิ่งที่ไม่ทราบค่า นิยมเขียนแทนด้วยตัวอักษรภาษาอังกฤษ ตัวพิมพ์เล็ก โดยเฉพาะอย่างยิ่งตัวอักษร x เป็นที่นิยมที่สุด]

4.1.3 ครูแจกใบกิจกรรมที่ 3 ให้นักเรียนคนละ 1 ชุด

4.2 ขั้นสอน (40 นาที)

4.2.1 ครูใช้เครื่องชั่งสองแขนประกอบการใช้คำถามนำ ด้วยการนำเครื่องชั่งสองแขนวางไว้ที่หน้าชั้นเรียน นำขวดน้ำ 1 ขวด และลูกบาศก์ไม้ 3 ลูก วางบน

แขนด้านซ้ายของเครื่องชั่งสองแขน และนำลูกบาศก์ไม้ 9 ลูก วางบนแขนด้านขวาของเครื่องชั่งสองแขน จากนั้นใช้คำถามกระตุ้น ดังนี้

1) “เครื่องชั่งสองแขนที่เห็นด้านหน้า มีความเกี่ยวข้องกับสมการอย่างไร”

[**คำตอบที่คาดหวัง**: ทั้งสองสิ่ง ต่างแสดงการเท่ากัน]

2) “สิ่งใดในนี้ ที่เป็นตัวแปร เพราะอะไร”

[**คำตอบที่คาดหวัง**: น้ำหนักของขวดน้ำเป็นตัวแปร เพราะเรายังไม่ทราบน้ำหนัก]

4.2.2 ครูใช้คำถามนำ “นักเรียนจะทราบได้อย่างไรว่าขวดน้ำขวดนี้ มีน้ำหนักเท่ากับลูกบาศก์ไม้กี่ลูก?” และสุ่มเรียกตัวแทนนักเรียนเพื่อตอบคำถามนี้ จนได้คำตอบที่คาดหวังทั้ง 2 รูปแบบ

[**คำตอบที่คาดหวัง**: 1) ลองเปลี่ยนขวดน้ำ เป็นลูกบาศก์ไม้จำนวนต่าง ๆ กัน จนกว่าเครื่องชั่งสองแขนจะสมดุล จำนวนลูกบาศก์ไม้ที่ใช้แทนขวดน้ำจะเป็นน้ำหนักของขวดน้ำ

2) หยิบลูกบาศก์ไม้ 3 ลูก ออกจากทั้งแขนด้านซ้ายและแขนด้านขวาของเครื่องชั่งสองแขน เครื่องชั่งสองแขนจะยังคงสมดุลเช่นเดิม]

4.2.3 นักเรียนบันทึกข้อมูลลงในใบกิจกรรม ข้อที่ 1 คอลัมน์สถานการณ์

4.2.4 ครูทบทวนการวาดภาพ เพื่อแทนการใช้เครื่องชั่งสองแขนจริง โดยใช้รูปสี่เหลี่ยมแทนตัวแปร และใช้จุด 1 จุด แทนจำนวนลูกบาศก์ 1 ลูก จากนั้นครูสุ่มเรียกตัวแทนนักเรียน เพื่อให้วาดภาพประกอบ สถานการณ์จากขั้นการสอน 4.2.1

4.2.5 นักเรียนบันทึกข้อมูลลงในใบกิจกรรม ข้อที่ 1 คอลัมน์รูปภาพ

4.2.6 ครูสุ่มเรียกตัวแทนนักเรียนเพื่อเขียนสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ แทนรูปภาพจากขั้นการสอน 4.2.5 และให้บันทึกข้อมูลลงในใบกิจกรรม ข้อที่ 1 คอลัมน์สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ เพื่อเชื่อมโยงการใช้ตัวแทนเชิงรูปภาพเป็นตัวแทนเชิงนามธรรม ครูใช้คำถามกระตุ้นดังนี้

1) “นักเรียนคิดว่าวัตถุในแขนด้านซ้ายของเครื่องชั่งสองแขน สามารถเขียนแทนได้ด้วยนิพจน์ใด”

[**คำตอบที่คาดหวัง**: $x+3$]

2) “นักเรียนคิดว่าวัตถุในแขนด้านขวาของเครื่องชั่งสองแขน สามารถเขียนแทนได้ด้วยนิพจน์ใด”

[**คำตอบที่คาดหวัง**: 9]

3) “น้ำหนักของวัตถุในแขนด้านซ้ายและแขนด้านขวาของเครื่องชั่งสองแขนเป็นอย่างไร สามารถเขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ใด”

[**คำตอบที่คาดหวัง**: มีน้ำหนักเท่ากัน สามารถเขียนแทนได้ด้วยสัญลักษณ์เท่ากับ]

จากนั้นนักเรียนบันทึกข้อมูลลงในใบกิจกรรม ข้อที่ 1 และข้อที่ 2 คอลัมน์สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์

4.2.8 (ใช้ตัวอย่างข้อที่ 2) ครูสุ่มนักเรียน 2 คน เป็นตัวแทนชั้นเรียน เพื่อวาดภาพประกอบการกระทำกับเครื่องชั่งสองแขนของครู โดยแนวทางการดำเนินการดังนี้

1) ครูนำขวดน้ำ 2 ขวด และลูกบาศก์ไม้ 3 ลูก วางที่แขนด้านซ้ายของเครื่องชั่งสองแขน

2) ครูนำขวดน้ำ 1 ขวด และลูกบาศก์ไม้ 7 ลูก วางที่ด้านขวาของเครื่องชั่งสองแขน

3) ครูให้ตัวแทนนักเรียนคนที่ 1 วาดภาพซึ่งเป็นตัวแทนเครื่องชั่งสองแขนในขณะนี้ (โดยครูควรเน้นย้ำถึงความสมดุลของเครื่องสองแขน) จากนั้นตัวแทนนักเรียนคนที่ 2 เขียนสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ที่สอดคล้องกับรูปภาพของนักเรียนคนที่ 1

4) ครูสุ่มเรียกตัวแทนชั้นเรียนเพิ่มเติมเพื่อบอกแนวทางการดำเนินการเพื่อหาน้ำหนักของขวดน้ำ

[**คำตอบที่คาดหวัง**: หยิบขวดน้ำ 1 ขวด ออกจากทั้งแขนทั้งสองฝั่งของเครื่องชั่งสองแขน]

5) ครูให้ตัวแทนนักเรียนคนที่ 1 วาดภาพซึ่งเป็นตัวแทนเครื่องชั่งสองแขนจากการกระทำในข้อที่ 4 (โดยครูควรเน้นย้ำถึงความสมดุลของเครื่องสองแขนว่ายังคงสมดุล) จากนั้นตัวแทนนักเรียนคนที่ 2 เขียนสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ที่

สอดคล้องกับรูปภาพของนักเรียนคนที่ 1

6) ครูสุ่มเรียกตัวแทนชั้นเรียนเพิ่มเติมเพื่อบอกแนวทางการดำเนินการเพื่อหาน้ำหนักของขวดน้ำเพิ่มเติม

[**คำตอบที่คาดหวัง**: หยิบลูกบาศก์ไม้ 3 ลูก ออกจากทั้งสองแขนของเครื่องชั่งสองแขน]

7) ครูให้ตัวแทนนักเรียนคนที่ 1 วาดภาพซึ่งเป็นตัวแทนเครื่องชั่งสองแขนจากการกระทำในข้อที่ 6 (โดยครูควรเน้นย้ำถึงความสมดุลของเครื่องสองแขนว่ายังคงสมดุล) จากนั้นตัวแทนนักเรียนคนที่ 2 เขียนสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ที่สอดคล้องกับรูปภาพของนักเรียนคนที่ 1

8) ครูให้นักเรียนตัวแทนทั้ง 2 คน ช่วยกันสรุปคำตอบของสมการ พร้อมให้ตัวแทนนักเรียนคนที่ 1 วาดภาพ และตัวแทนนักเรียนคนที่ 2 เขียนสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ที่สอดคล้องกับรูปภาพของนักเรียนคนที่ 1

[หมายเหตุ: คำตอบที่คาดหวังในข้อที่ 4 และข้อที่ 6 อาจสลับลำดับกันได้]

4.2.9 ครูให้นักเรียนบันทึกคำตอบลงในข้อที่ 2

4.2.10 ครูใช้คำถามว่า “นักเรียนคิดว่าระหว่างการใช้เครื่องชั่งสองแขน การวาดภาพ และการเขียนสัญลักษณ์ แบบใด สะดวกและรวดเร็วในการเขียนมากที่สุด”

[**คำตอบที่คาดหวัง**: การเขียนสัญลักษณ์ เพราะใช้เวลาน้อย]

4.2.11 ครูใช้คำถามว่า “หากใส่ลูกบาศก์ไม้จำนวนเท่า ๆ กัน (เช่น 3 ลูก) ลงในทั้งแขนซ้ายและแขนขวาของเครื่องชั่งสองแขนที่สมดุลอยู่ แล้วเครื่องชั่งสองแขนจะยังสมดุลหรือไม่”

(เพื่อขยายขอบเขตจากการหยิบออกทั้งสองฝั่งเป็นการใส่เข้าทั้งสองฝั่ง)

4.2.12 ครูใช้คำถามว่า “หากใส่ลูกบาศก์ไม้จำนวนเท่า ๆ กัน แต่ไม่เต็มลูก (เช่น ครึ่งลูก) ลงในทั้งแขนซ้ายและแขนขวาของเครื่องชั่งสองแขนที่สมดุลอยู่ แล้วเครื่องชั่งสองแขนจะยังสมดุลหรือไม่”

(เพื่อขยายขอบเขตจากจำนวนเต็มเป็นเศษส่วนหรือทศนิยม)

4.2.13 นักเรียนลงมือทำข้อที่ 3 เป็นรายบุคคลหรือรายคู่ ขึ้นกับความสามารถของนักเรียน จากนั้นครูให้ตัวแทนนักเรียนเสนอคำตอบหน้าชั้นเรียน และตรวจสอบความความถูกต้องร่วมกัน

4.2.14 ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปความรู้ที่ได้จนได้เป็น สมบัติของการเท่ากันเกี่ยวกับการบวก เขียนสรุปลงในใบกิจกรรม กรอบสรุปความรู้ที่ได้

4.2.15 ครูแสดงการแก้สมการโดยใช้สมบัติของการเท่ากันเกี่ยวกับการบวก (ใช้สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์แบบชั้นเรียนปกติ) โดยครูใช้คำถามกระตุ้นและเพื่อให้นักเรียนเชื่อมโยงความรู้จากตัวแทนรูปแบบอื่น ๆ เช่น สัญลักษณ์ที่เห็นอยู่เทียบได้กับวัตถุใด หรือบวก 2 ทั้งสองข้างของสมการเทียบได้กับการกระทำใดกับเครื่องชั่งสองแขน เป็นต้น โดยให้นักเรียนจดบันทึกลงในกรอบสรุปความรู้ที่ได้เช่นเดียวกัน

4.2.16 ครูแจกใบงานที่ 3 ให้นักเรียนคนละ 1 ชุด

4.2.17 นักเรียนลงมือทำใบงานที่ 3 โดยมีครูคอยอำนวยความสะดวกให้กับนักเรียน

4.3 ขั้นสรุป (5 นาที)

4.3.1 นักเรียนสรุปความหมายของสมบัติของการเท่ากันเกี่ยวกับการบวก ความหมายของการแก้สมการ และแนวทางการแก้สมการ

[**คำตอบที่คาดหวัง**:

สมบัติของการเท่ากันเกี่ยวกับการบวก ถ้า $a=b$ แล้ว $a+c=b+c$ สำหรับ a, b, c เป็นจำนวนใด ๆ

แนวทางการแก้สมการ คือ การใช้สมบัติของการเท่ากันของการบวกเพื่อทำให้สมการเหลือตัวแปรเพียงอย่างเดียว ในข้างใดข้างหนึ่งของสมการ แนวทางเช่นนี้จะทำให้ได้มาซึ่งคำตอบของสมการ]

4.3.2 ครูมอบหมายใบงานที่ 3 ที่ยังทำไม่เสร็จสิ้นเป็นภาระงานให้นักเรียน

5. การวัดผลและประเมินผลการเรียนรู้

เพื่อให้สอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้ การวัดผลและประเมินผลการเรียนรู้ในคาบนี้ มีดังนี้

จุดประสงค์การเรียนรู้	การวัดผล	การประเมินผล
ด้านความรู้ทางคณิตศาสตร์ 1. บอกสมบัติของการเท่ากันเกี่ยวกับการบวก	**วิธีวัดผล**: พิจารณาจากการทำใบกิจกรรมที่ 3 กรอบสรุปความรู้ **เครื่องมือวัดผล**: ใบกิจกรรมที่ 3	**เกณฑ์การให้คะแนน**: หากนักเรียนสามารถอธิบายความหมายของสมบัติของการเท่ากันเกี่ยวกับ การบวกได้ถูกต้อง จะได้ 1 คะแนน แต่หากผิดจะได้ 0 คะแนน **เกณฑ์การประเมินผล**: ถ้านักเรียนที่ได้คะแนน 1 คะแนนถือว่าผ่าน
2. แก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวโดยใช้สมบัติการเท่ากันเกี่ยวกับการบวก	**วิธีวัดผล**: พิจารณาจากการทำใบงานที่ 3 ข้อที่ 3-14 **เครื่องมือวัดผล**: ใบงานที่ 3	**เกณฑ์การให้คะแนน**: ในแต่ละข้อคำถาม มีคะแนนเต็ม 2 คะแนน รวมคะแนนเต็ม 24 คะแนน - หากนักเรียนหาคำตอบของสมการได้ถูกต้อง และแสดงการแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวได้สมบูรณ์ จะได้ 2 คะแนน - หากนักเรียนหาคำตอบของสมการได้ถูกต้อง แต่พบข้อผิดพลาดในการแสดงวิธีการแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว หรือแสดงได้ถูกต้องเป็นบางส่วน จะได้ 1 คะแนน - หากนักเรียนสามารถแสดงวิธีการแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรได้ถูกต้อง แต่หาคำตอบของสมการได้ไม่ถูกต้อง จะได้ 1 คะแนน - หากนักเรียนหาคำตอบของสมการได้ไม่ถูกต้อง และไม่สามารถแสดงวิธีการแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวได้อย่างถูกต้อง จะได้ 0 คะแนน

จุดประสงค์การเรียนรู้	การวัดผล	การประเมินผล
2. แก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวโดยใช้สมบัติการเท่ากันเกี่ยวกับการบวก (ต่อ)		**เกณฑ์การประเมินผล**: ถ้านักเรียนได้คะแนนตั้งแต่ 15 คะแนนขึ้นไป ถือว่าผ่าน
ด้านทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ 1. สื่อสารและสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ โดยการใช้สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ที่สอดคล้องกับสถานการณ์ที่กำหนด	**วิธีวัดผล**: พิจารณาจากการทำใบงานที่ 3 ข้อที่ 1-2 **เครื่องมือวัดผล**: ใบงานที่ 3	**เกณฑ์การให้คะแนน**: ในแต่ละข้อมีคะแนนเต็ม 2 คะแนน รวม 4 คะแนน แต่ละข้อให้คะแนนเป็น 2 ด้าน ดังนี้ **ด้านที่ 1** ความสอดคล้องระหว่างภาพและสัญลักษณ์ - หากนักเรียนเขียนรูปภาพแทนสถานการณ์และเขียนสมการที่สอดคล้องกับสถานการณ์ได้ถูกต้องทั้งหมด จะได้ 1 คะแนน - หากนักเรียนเขียนรูปภาพแทนสถานการณ์และเขียนสมการที่สอดคล้องกับสถานการณ์ได้ถูกต้องอย่างน้อยครึ่งหนึ่งแต่ไม่ทั้งหมด จะได้ 0.5 คะแนน - หากนักเรียนไม่เขียนรูปภาพหรือเขียนรูปภาพที่สอดคล้องสถานการณ์ และไม่เขียนสมการหรือเขียนสมการที่สอดคล้องกับสถานการณ์ได้ไม่ถึงครึ่งหนึ่ง จะได้ 0 คะแนน

จุดประสงค์การเรียนรู้	การวัดผล	การประเมินผล
1. สื่อสารและสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ โดยการใช้สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ที่สอดคล้องกับสถานการณ์ที่กำหนด (ต่อ)		**ด้านที่** 2 การใช้สมบัติของการเท่ากันเกี่ยวกับการบวกได้ถูกต้อง - หากนักเรียนใช้สมบัติของการเท่ากันเกี่ยวกับการบวกได้ถูกต้องทั้งหมดจะได้ 1 คะแนน - หากนักเรียนใช้สมบัติของการเท่ากันเกี่ยวกับการบวกได้ถูกต้องบางส่วนจะได้ 0.5 คะแนน - หากนักเรียนใช้สมบัติของการเท่ากันเกี่ยวกับการบวกได้ไม่ถูกต้องจะได้ 0 คะแนน **เกณฑ์การประเมินผล**: ถ้านักเรียนได้คะแนนตั้งแต่ 15 คะแนนขึ้นไป ถือว่าผ่าน
ด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์ 1. มีส่วนร่วมในชั้นเรียนและมีรับผิดชอบต่องานที่ได้รับมอบหมาย	**วิธีวัดผล**: สังเกตพฤติกรรมของนักเรียนที่แสดงออกขณะการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ **เครื่องมือวัดผล**: แบบสังเกตพฤติกรรมการทำงานของนักเรียน	**เกณฑ์การให้คะแนน**: ประเมินพฤติกรรมในชั้นเรียนโดยใช้แบบสังเกตพฤติกรรมการทำงานของนักเรียน **เกณฑ์การประเมินผล**: ถ้านักเรียนได้คะแนนตั้งแต่ 4 คะแนนขึ้นไป ถือว่าผ่าน

แบบสังเกตพฤติกรรมการทำงานของนักเรียน

วันที่ .... **เวลา** ....

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ .... **เรื่อง** ....

การให้คะแนน: ถ้านักเรียนแสดงพฤติกรรมได้เห็นชัด จะได้ 2 คะแนน

ถ้านักเรียนแสดงพฤติกรรมเล็กน้อย จะได้ 1 คะแนน

ถ้านักเรียนไม่แสดงพฤติกรรมเลย จะได้ 0 คะแนน

ข้อ	**พฤติกรรมที่ต้องการวัด และประเมินผล**	**ลำดับของนักเรียนที่สังเกตพฤติกรรม**									
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	รับผิดชอบในการทำงานที่ได้รับมอบหมาย										
2	มีส่วนร่วมในการทำงานกลุ่ม										
3	มีส่วนร่วมในการตอบคำถามในชั้นเรียน										
	รวมคะแนน										

6. บันทึกหลังการจัดการเรียนรู้

6.1 ด้านนักเรียน

6.2 ด้านผู้เรียน

6.3 ด้านอื่น ๆ

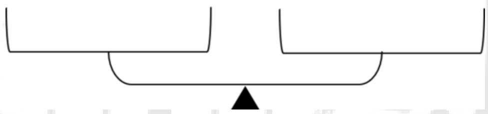
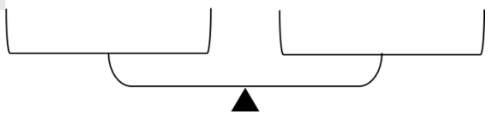
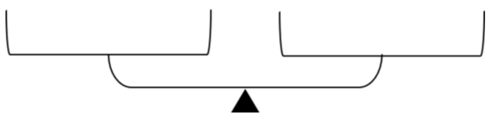
ใบกิจกรรมที่ 3

หนักเท่าใด (1)

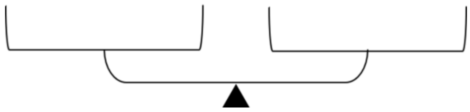
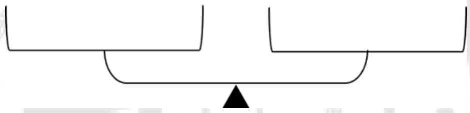
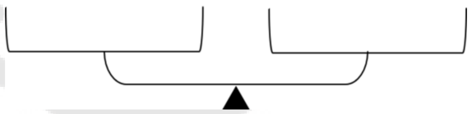
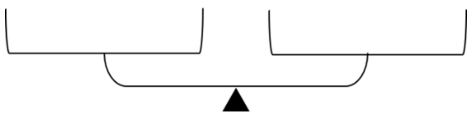
ชื่อ-สกุล ______________________ **ชั้น** ______ **เลขที่** ______

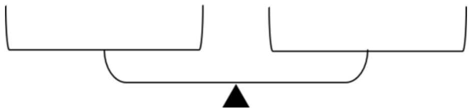
คำชี้แจง: สถานการณ์คือต้องการทราบว่าสารเคมี 1 ขวด หนักเท่ากับดินน้ำมันกี่ก้อน โดยให้นักเรียนปฏิบัติตามคำแนะนำของผู้สอนทีละขั้นตอน

ข้อที่ 1

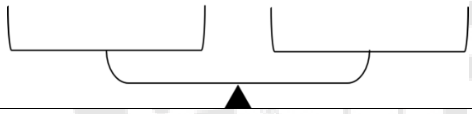
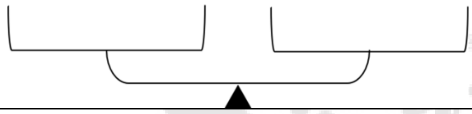
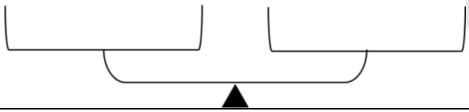
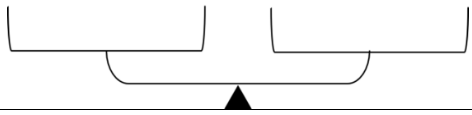
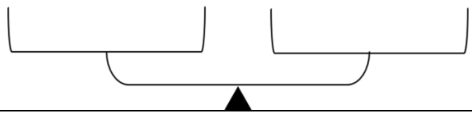
ข้อที่	สถานการณ์	รูปภาพ	สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์
1.1	สารเคมี 1 ขวด และ ดินน้ำมัน 3 ก้อน **หนักเท่ากับ** ดินน้ำมัน 9 ก้อน		
1.2	หยิบดินน้ำมัน 3 ก้อน ออกจากทั้งสองแขน ของ เครื่องชั่งสองแขน		
1.3	ขวดน้ำ 1 ขวด **หนักเท่ากับ** ลูกบาศก์ไม้ 6 ลูก		

ข้อที่ 2

ข้อที่	สถานการณ์	รูปภาพ	สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์
2.1	สารเคมี 2 ขวด และ ดินน้ำมัน 3 ก้อน **หนักเท่ากับ** สารเคมี 1 ขวด และ ดินน้ำมัน 7 ก้อน		
2.2			
2.3			
2.4			

ข้อที่	สถานการณ์	รูปภาพ	สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์
2.5			

ข้อที่ 3

ภาพ	สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์
(3.1) 	$4x+2=6+3x$
(3.2) 	(3.3)
(3.4) 	(3.5)
(3.6) 	(3.7)
(3.8) 	(3.9)

สรุปความรู้ที่ได้จาก

ใบกิจกรรมที่ 3 หนักเท่าใด (1)

ตัวอย่างการแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวโดยใช้สมบัติของการเท่ากันเกี่ยวกับการบวก

ข้อที่ 1 $x+7=20$

วิธีทำ ....

....

....

....

....

....

ตอบ ....

ข้อที่ 2 $8-x=12$

วิธีทำ ....

....

....

....

....

....

ตอบ ....

ข้อที่ 3 $3x=2x+7$

วิธีทำ ....

....

....

....

....

....

....

....

ตอบ ....

ข้อที่ 4 $4x+7=\frac{2}{3}+5x$

วิธีทำ ....

....

....

....

....

....

....

....

ตอบ ....

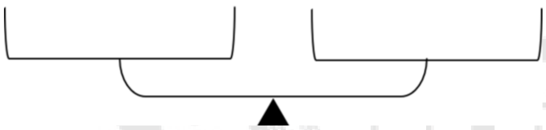
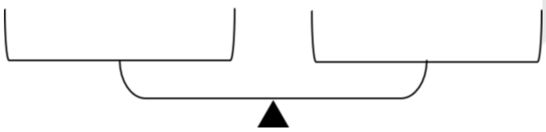
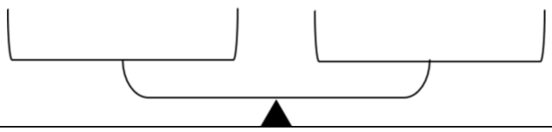
ใบงานที่ 3

การแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว โดยใช้สมบัติของการเท่ากันเกี่ยวกับการบวก

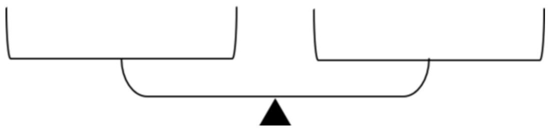
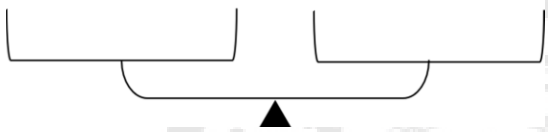
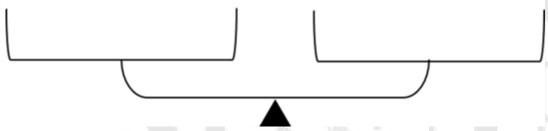
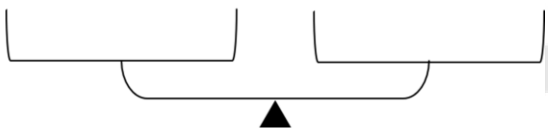
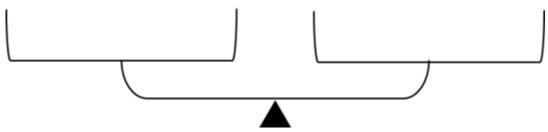
ชื่อ-สกุล ______________________ **ชั้น** ______ **เลขที่** ______

คำชี้แจง: จงแสดงวิธีแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวต่อไปนี้ พร้อมวาดภาพประกอบ

ข้อที่ 1 $2+x=8$

ภาพ	สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์
(1.1) 	$2+x=8$
(1.2) 	(1.3)
(1.4) 	(1.5)

ข้อที่ 2 $2x+8=3+3x$

ภาพ	**สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์**
(2.1) 	$2x+8=3+3x$
(2.2) 	(2.3)
(2.4) 	(2.5)
(2.6) 	(2.7)
(2.8) 	(2.9)

คำชี้แจง: จงแสดงวิธีแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวต่อไปนี้

ข้อที่ 3 $x-6=2$

วิธีทำ ....

....

....

....

....

....

ตอบ ....

ข้อที่ 4 $x+4=9$

วิธีทำ ....

....

....

....

....

....

ตอบ ....

ข้อที่ 5 $2x=x+4$

วิธีทำ ....

....

....

....

....

....

ตอบ ....

ข้อที่ 6 $4x+5=3x+23$

วิธีทำ ....

....

....

....

....

....

ตอบ ....

ข้อที่ 7 $x - 2.7 = 4$

วิธีทำ ....

....

....

....

....

....

ตอบ ....

ข้อที่ 8 $x + \frac{4}{5} = 7$

วิธีทำ ....

....

....

....

....

....

ตอบ ....

ข้อที่ 9 $5x = 4x + \frac{2}{3}$

วิธีทำ ....

....

....

....

....

....

....

ตอบ ....

ข้อที่ 10 $\frac{3}{2}x + 4 = \frac{1}{2}x + 12$

วิธีทำ ....

....

....

....

....

....

....

ตอบ ....

ข้อที่ 11 $4x+\frac{3}{4}=\frac{7}{2}+3x$

วิธีทำ ....

....

....

....

....

....

ตอบ ....

ข้อที่ 12 $\frac{13}{4}+11x=9x-\frac{17}{6}+x$

วิธีทำ ....

....

....

....

....

....

ตอบ ....

ข้อที่ 13 $\frac{3}{2}x+4=\frac{1}{2}x+12$

วิธีทำ ....

....

....

....

....

....

....

....

ตอบ ....

ข้อที่ 14 $\frac{1}{7}x+\frac{25}{3}=6-\frac{6}{7}x$

วิธีทำ ....

....

....

....

....

....

....

....

ตอบ ....

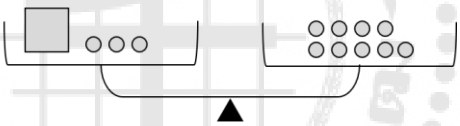
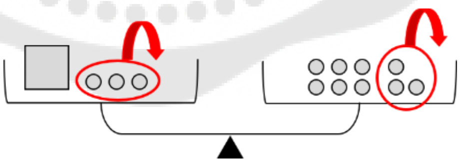
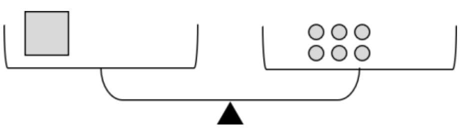
เฉลยใบกิจกรรมที่ 3

หนักเท่าใด (1)

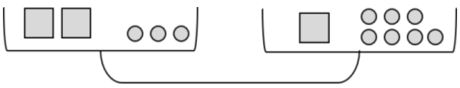
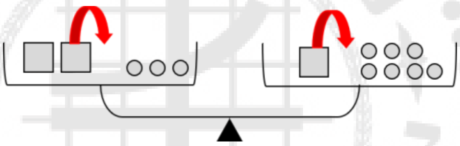
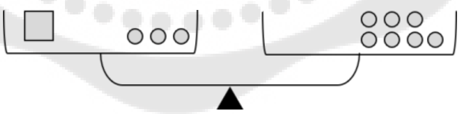
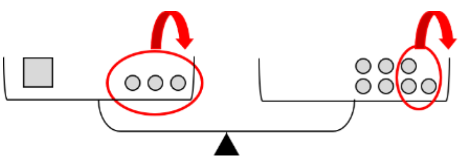
ชื่อ-สกุล	เฉลย	**ชั้น**		**เลขที่**	

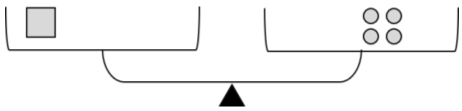
คำชี้แจง: สถานการณ์คือต้องการทราบว่าสารเคมี 1 ขวด หนักเท่ากับดินน้ำมันกี่ก้อน โดยให้นักเรียนปฏิบัติตามคำแนะนำของผู้สอนทีละขั้นตอน

ข้อที่ 1

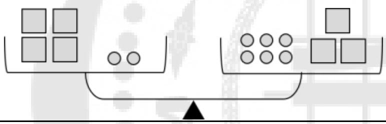
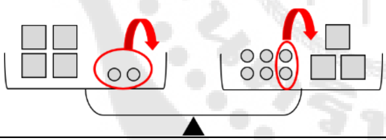
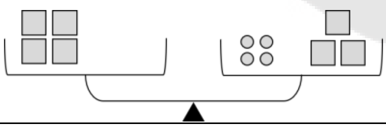
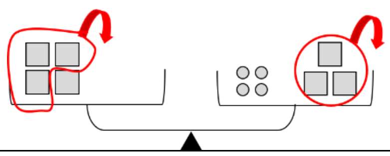
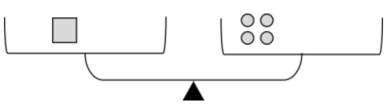
ข้อที่	สถานการณ์	รูปภาพ	สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์
1.1	สารเคมี 1 ขวด และ ดินน้ำมัน 3 ก้อน **หนักเท่ากับ** ดินน้ำมัน 9 ก้อน		$x+3=9$
1.2	หยิบดินน้ำมัน 3 ก้อน ออกจากทั้งสองแขนของ เครื่องชั่งสองแขน		$x+3-3=9-3$
1.3	ขวดน้ำ 1 ขวด **หนักเท่ากับ** ลูกบาศก์ไม้ 6 ลูก		$x=6$

ข้อที่ 2

ข้อที่	สถานการณ์	รูปภาพ	สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์
2.1	สารเคมี 2 ขวด และ ดินน้ำมัน 3 ก้อน **หนักเท่ากับ** สารเคมี 1 ขวด และ ดินน้ำมัน 7 ก้อน		$2x+3=x+7$
2.2	ขวดน้ำ 2 ขวด และ ลูกบาศก์ไม้ 3 ลูก **หนักเท่ากับ** ขวดน้ำ 1 ขวด และ ลูกบาศก์ไม้ 7 ลูก		$2x-x+3=x+7-x$
2.3	หยิบขวดน้ำ 1 ขวด ออกจากทั้งสอง แขนของ เครื่องชั่งสองแขน		$x+3=7$
2.4	ขวดน้ำ 1 ขวด และ ลูกบาศก์ไม้ 3 ลูก **หนักเท่ากับ** ลูกบาศก์ไม้ 7 ลูก		$x+3-3=7-3$

ข้อที่	สถานการณ์	รูปภาพ	สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์
2.5	ขวดน้ำ 1 ขวด **หนักเท่ากับ** ลูกบาศก์ไม้ 4 ลูก		$x=4$

ข้อที่ 3

ภาพ	สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์
(3.1) 	$4x+2=6+3x$
(3.2) 	(3.3) $4x+2-2=6+3x-2$
(3.4) 	(3.5) $4x=4+3x$
(3.6) 	(3.7) $4x-3x=4+3x-3x$
(3.8) 	(3.9) $x=4$

สรุปความรู้ที่ได้จาก

ใบกิจกรรมที่ 3 หนักเท่าใด (1)

การใส่วัตถุเพิ่มหรือหยิบวัตถุออกจากทั้งสองฝั่งของเครื่องชั่งสองแขนที่สมดุล
จะทำให้เครื่องชั่งสองแขนนั้นยังคงสมดุลอยู่

สอดคล้องกับสมบัติของการเท่ากันเกี่ยวกับการบวก ในเรื่องสมการ
นั่นคือ ถ้า $a=b$ แล้ว $a+c=b+c$

ตัวอย่างการแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวโดยใช้สมบัติของการเท่ากันเกี่ยวกับการบวก

ข้อที่ 1 $x+7=20$

วิธีทำ

$$\begin{aligned} x+7 &= 20 \\ x+7-7 &= 20-7 \\ x &= 13 \end{aligned}$$

ตอบ คำตอบของสมการ คือ 13

ข้อที่ 2 $8-x=12$

วิธีทำ

$$\begin{aligned} 8-x &= 12 \\ 8-x+x &= 12+x \\ 8 &= 12+x \\ 8-12 &= 12+x-12 \\ -4 &= x \end{aligned}$$

ตอบ คำตอบของสมการ คือ -4

ข้อที่ 3 $3x=2x+7$

วิธีทำ

$$\begin{aligned} 3x &= 2x+7 \\ 3x-2x &= 2x+7-2x \\ x &= 7 \end{aligned}$$

ตอบ คำตอบของสมการ คือ 7

ข้อที่ 4 $4x+7=\frac{2}{3}+5x$

วิธีทำ

$$\begin{aligned} 4x+7 &= \frac{2}{3}+5x \\ 4x+7-4x &= \frac{2}{3}+5x-4x \\ 7 &= \frac{2}{3}+x \\ 7-\frac{2}{3} &= \frac{2}{3}+x-\frac{2}{3} \\ \frac{21}{3}-\frac{2}{3} &= x \\ \frac{19}{3} &= x \end{aligned}$$

ตอบ คำตอบของสมการ คือ $\frac{19}{3}$

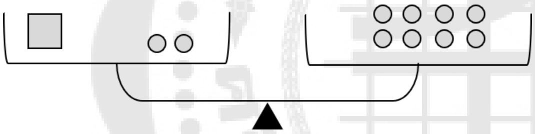
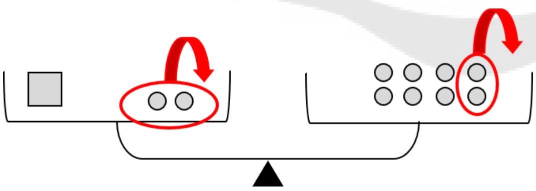
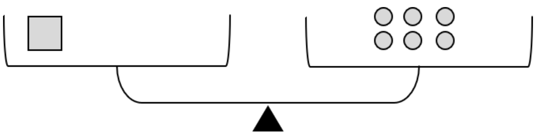
เฉลยใบงานที่ 3

การแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว โดยใช้สมบัติของการเท่ากันเกี่ยวกับการบวก

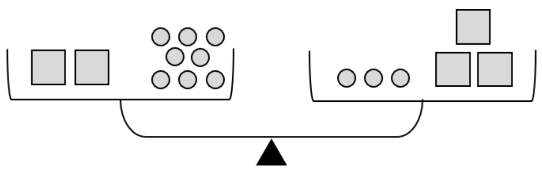
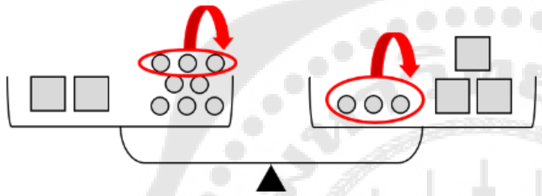
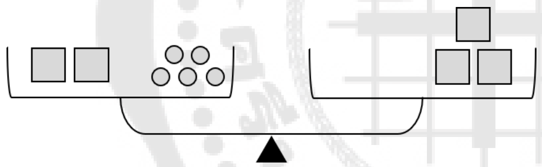
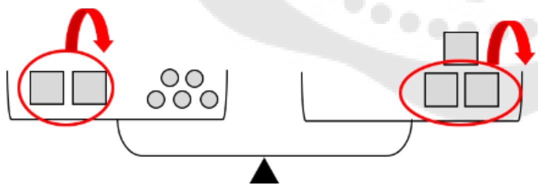
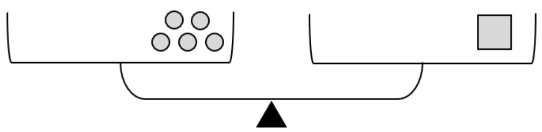
ชื่อ-สกุล เฉลย **ชั้น** **เลขที่**

คำชี้แจง: จงแสดงวิธีแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวต่อไปนี้ พร้อมวาดภาพประกอบ

ข้อที่ 1 $2+x=8$

ภาพ	สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์
(1.1) 	$2+x=8$
(1.2) 	(1.3) $2+x-2=8-2$
(1.4) 	(1.5) $x=6$

ข้อที่ 2 $2x+8=3+3x$

ภาพ	สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์
(2.1) 	$2x+8=3+3x$
(2.2) 	(2.3) $2x+8-3=3+3x-3$
(2.4) 	(2.5) $2x+5=3x$
(2.6) 	(2.7) $2x+5-2x=3x-2x$
(2.8) 	(2.9) $5=x$

คำชี้แจง: จงแสดงวิธีแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวต่อไปนี้

ข้อที่ 3 $x-6=2$

<u>วิธีทำ</u>

$$x-6 = 2$$
$$x-6+6 = 2+6$$
$$x = 8$$

<u>ตอบ</u> คำตอบของสมการ คือ 8

ข้อที่ 4 $x+4=9$

<u>วิธีทำ</u>

$$x+4 = 9$$
$$x+4+(-4) = 9+(-4)$$
$$x = 5$$

<u>ตอบ</u> คำตอบของสมการ คือ 5

ข้อที่ 5 $2x=x+4$

<u>วิธีทำ</u>

$$2x = x+4$$
$$2x+(-x) = x+4+(-x)$$
$$x = 4$$

<u>ตอบ</u> คำตอบของสมการ คือ 4

ข้อที่ 6 $4x+5=3x+23$

<u>วิธีทำ</u>

$$4x+5 = 3x+23$$
$$4x+5+(-3x) = 3x+23+(-3x)$$
$$x+5 = 23$$
$$x+5+(-5) = 23+(-5)$$
$$x = 18$$

<u>ตอบ</u> คำตอบของสมการ คือ 18

ข้อที่ 7 $x-2.7=4$

วิธีทำ

$$x-2.7 = 4$$

$$x-2.7+2.7 = 4+2.7$$

$$x = 6.7$$

ตอบ คำตอบของสมการ คือ 6.7

ข้อที่ 8 $x+\frac{4}{5}=7$

วิธีทำ

$$x+\frac{4}{5} = 7$$

$$x+\frac{4}{5}+\left(-\frac{4}{5}\right) = 7+\left(-\frac{4}{5}\right)$$

$$x = \frac{31}{5}$$

ตอบ คำตอบของสมการ คือ $\frac{31}{5}$

ข้อที่ 9 $5x=4x+\frac{2}{3}$

วิธีทำ

$$5x = 4x+\frac{2}{3}$$

$$5x+(-4x) = 4x+\frac{2}{3}+(-4x)$$

$$x = \frac{2}{3}$$

ตอบ คำตอบของสมการ คือ $\frac{2}{3}$

ข้อที่ 10 $\frac{3}{2}x+4=\frac{1}{2}x+12$

วิธีทำ

$$\frac{3}{2}x+4 = \frac{1}{2}x+12$$

$$\frac{3}{2}x+4+(-4) = \frac{1}{2}x+12+(-4)$$

$$\frac{3}{2}x = \frac{1}{2}x+8$$

$$\frac{3}{2}x+\left(-\frac{1}{2}x\right) = \frac{1}{2}x+8+\left(-\frac{1}{2}x\right)$$

$$x = 8$$

ตอบ คำตอบของสมการ คือ 8

ข้อที่ 11 $4x+\frac{3}{4}=\frac{7}{2}+3x$

วิธีทำ $4x+\frac{3}{4} = \frac{7}{2}+3x$

$$4x+\frac{3}{4}+(-3x) = \frac{7}{2}+3x+(-3x)$$

$$x+\frac{3}{4} = \frac{7}{2}$$

$$x+\frac{3}{4}+\left(-\frac{3}{4}\right) = \frac{7}{2}+\left(-\frac{3}{4}\right)$$

$$x = \frac{11}{4}$$

ตอบ คำตอบของสมการ คือ $\frac{11}{4}$

ข้อที่ 12 $\frac{13}{4}+11x=9x-\frac{17}{6}+x$

วิธีทำ $\frac{13}{4}+11x = 9x-\frac{17}{6}+x$

$$\frac{13}{4}+11x = 10x-\frac{17}{6}$$

$$\frac{13}{4}+x = -\frac{17}{6}$$

$$\frac{13}{4}+x+\left(-\frac{13}{4}\right) = -\frac{17}{6}+\left(-\frac{13}{4}\right)$$

$$x = -\frac{73}{12}$$

ตอบ คำตอบของสมการ คือ $-\frac{73}{12}$

ข้อที่ 13 $\frac{3}{2}x+4=\frac{1}{2}x+12$

วิธีทำ $\frac{3}{2}x+4 = \frac{1}{2}x+12$

$$\frac{3}{2}x+4+\left(-\frac{1}{2}x\right) = \frac{1}{2}x+12+\left(-\frac{1}{2}x\right)$$

$$x+4 = 12$$

$$x+4+(-4) = 12+(-4)$$

$$x = 8$$

ตอบ คำตอบของสมการ คือ 8

ข้อที่ 14 $\frac{1}{7}x+\frac{25}{3}=6-\frac{6}{7}x$

วิธีทำ $\frac{1}{7}x+\frac{25}{3} = 6-\frac{6}{7}x$

$$\frac{1}{7}x+\frac{25}{3}+\left(\frac{6}{7}x\right) = 6-\frac{6}{7}x+\left(\frac{6}{7}x\right)$$

$$x+\frac{25}{3} = 6$$

$$x+\frac{25}{3}+\left(-\frac{25}{3}\right) = 6+\left(-\frac{25}{3}\right)$$

$$x = \frac{18}{3}+\left(-\frac{25}{3}\right)$$

$$x = -\frac{7}{3}$$

ตอบ คำตอบของสมการ คือ $-\frac{7}{3}$

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 6		
รายวิชา คณิตศาสตร์พื้นฐาน 2	**รหัสวิชา** ค21102	**ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1**
หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว		
หัวข้อเรื่อง โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว		
ภาคการเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2562	**ผู้สอน** นายณัฐวุฒิ โชติวิญญู	**เวลา** 50 นาที

1. จุดประสงค์การเรียนรู้

1.1 **ด้านความรู้** นักเรียนสามารถ

1.1.1 เขียนสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวจากโจทย์ปัญหาที่กำหนดให้

1.1.2 แก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

1.2 **ด้านทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์** นักเรียนสามารถ

1.2.1 ปฏิบัติการแก้โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวตามขั้นตอนการแก้ปัญหาของโพลยา

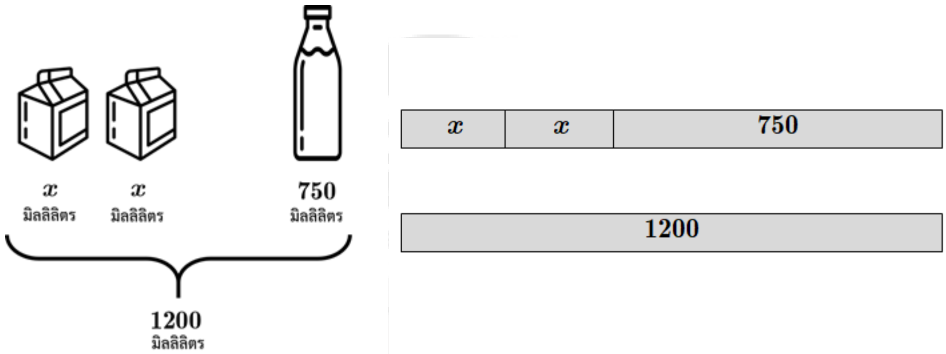
1.3 **ด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์** นักเรียน

1.3.1 มีส่วนร่วมในชั้นเรียนและมีรับผิดชอบต่องานที่ได้รับมอบหมาย

2. สาระการเรียนรู้

ตัวอย่างที่ 1 อารียานำนมสด 2 กล่อง และนมสด 1 ขวด มาเทรวมกันตวงได้นมสดปริมาตรรวม 1,200 มิลลิลิตร เธอต้องการทราบว่านมสด 1 กล่อง มีปริมาตรเท่าใด แต่เธอเผลอนำกล่องนมไปทิ้งลงถังขยะแล้ว เหลือเพียงขวดนมที่ระบุว่ามีนมปริมาตร 750 มิลลิลิตรเท่านั้น

จะใช้ความรู้เรื่องสมการในการหาปริมาตรของนมสด 1 กล่องได้อย่างไร



<u>วิธีทำ</u> โจทย์ต้องการทราบปริมาตรของนมสด 1 กล่อง

กำหนดให้ ปริมาตรของนมสด 1 กล่อง เท่ากับ x มิลลิลิตร

ดังนั้น ปริมาตรของนมสด 2 กล่อง เท่ากับ $2x$ มิลลิลิตร

ปริมาตรรวมของนมสด 2 กล่อง และนมสด 1 ขวด เท่ากับ

$2x+750$ มิลลิลิตร

เนื่องจากนมสด 2 กล่อง และนมสด 1 ขวด มาเทรวมกันตวงได้นมสดปริมาตรรวม 1,200 มิลลิลิตร จึงสร้างเป็นสมการที่สอดคล้องกับโจทย์และแก้สมการได้ดังนี้

$$
\begin{aligned}
2x+750 &= 1200 \\
2x+750+(-750) &= 1200+(-750) \\
2x &= 450 \\
\left(\frac{1}{2}\right)(2x) &= \left(\frac{1}{2}\right)\times 450 \\
x &= 225
\end{aligned}
$$

ตรวจคำตอบ ถ้านมสด 1 กล่อง มีปริมาตร 225 มิลลิลิตร

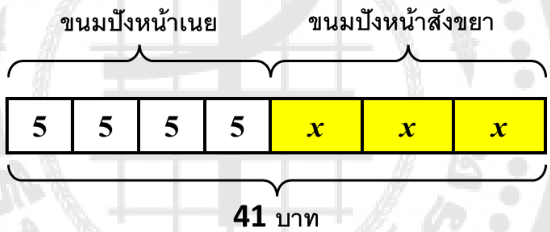
ดังนั้น นมสด 2 กล่อง มีปริมาตร $225 \times 2 = 450$ มิลลิลิตร

นมสด 2 กล่อง และนมสด 1 ขวด มีปริมาตรรวม $450 + 750 = 1200$ มิลลิลิตร

ซึ่งสอดคล้องกับสถานการณ์ที่โจทย์กำหนด

<u>ตอบ</u> นมสด 1 กล่อง มีปริมาตร 225 มิลลิลิตร

ตัวอย่างที่ 2 วันนี้ปรีชญากลับจากโรงเรียนเร็วกว่าปกติ จึงซื้อขนมปังหน้าเนยสด จำนวน 4 แผ่น และซื้อขนมปังหน้าสังขยาจำนวน 3 แผ่น เพื่อรองท้องก่อนถึงเวลารับประทานอาหารเย็น ซึ่งรวมเป็นเงินทั้งสิ้น 41 บาท ถ้าขนมปังหน้าเนยสดราคาแผ่นละ 5 บาท อยากทราบว่าขนมปังหน้าสังขยาราคาแผ่นละกี่บาท



<u>วิธีทำ</u> โจทย์ต้องการทราบราคาของขนมปังหน้าสังขยา

กำหนดให้	ขนมปังหน้าสังขยา ราคาแผ่นละ	x	บาท
ดังนั้น	ขนมปังหน้าสังขยา 3 แผ่น ราคา	$3x$	บาท
	ขนมปังหน้าเนยสด 4 แผ่น แผ่นละ 5 บาท ราคา	20	บาท

ทำให้ได้ว่า ขนมปังหน้าสังขยา 3 แผ่น และขนมปังหน้าเนยสด 4 แผ่น

ราคารวมเท่ากับ $3x + 20$ บาท

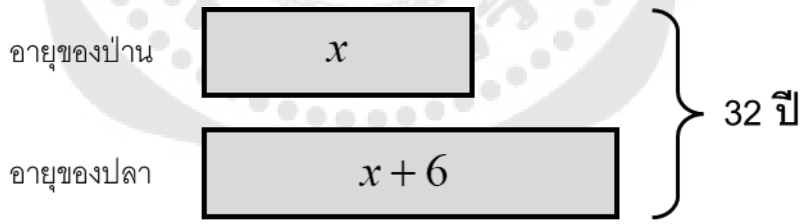
เนื่องจาก ขนมปังหน้าสังขยา 3 แผ่น และขนมปังหน้าเนยสด 4 แผ่น มีราคารวมเท่ากับ 41 บาท จึงสร้างเป็นสมการที่สอดคล้องกับโจทย์และแก้สมการได้ดังนี้

$$\begin{aligned} 3x+20 &= 41 \\ 3x+20-20 &= 41-20 \\ 3x &= 21 \\ \left(\frac{1}{3}\right)(3x) &= \left(\frac{1}{3}\right)\times 21 \\ x &= 7 \end{aligned}$$

ตรวจคำตอบ ถ้าขนมปังหน้าสังขยา ราคาแผ่นละ 7 บาท
ดังนั้นขนมปังหน้าสังขยา 3 แผ่น ราคาเท่ากับ 21 บาท
และขนมปังหน้าเนยสดราคาแผ่นละ 5 บาท จำนวน 4 แผ่น ราคารวม 20 บาท
ทำให้ได้ว่าขนมปังหน้าสังขยา 3 แผ่นและขนมปังหน้าเนยสด 4 แผ่น มีราคารวม 41 บาท ซึ่งสอดคล้องกับสถานการณ์ที่โจทย์กำหนด

<u>ตอบ</u> ขนมปังหน้าสังขยา ราคาแผ่นละ 7 บาท

ตัวอย่างที่ 3 ปลาและป่านเป็นพี่น้องกัน โดยที่ปลาอายุมากกว่าป่านอยู่ 6 ปี ปัจจุบันทั้งสองคนอายุรวมกัน 32 ปี อยากทราบว่าป่านมีอายุกี่ปี



<u>วิธีทำ</u> โจทย์ต้องการทราบอายุของป่าน

กำหนดให้	อายุของป่านเท่ากับ	x	ปี
ดังนั้น	อายุของปลาเท่ากับ	$x+6$	ปี
	อายุของป่านและปลารวมกัน	$x+(x+6)$	ปี

เนื่องจากปัจจุบันทั้งสองคนอายุรวมกัน 32 ปี จึงสร้างเป็นสมการที่สอดคล้องกับโจทย์และแก้สมการได้ดังนี้

$$
\begin{aligned}
x+(x+6) &= 32 \\
2x+6 &= 32 \\
2x &= 26 \\
\left(\frac{1}{2}\right)(2x) &= \left(\frac{1}{2}\right)\times 26 \\
x &= 13
\end{aligned}
$$

ตรวจคำตอบ ถ้าป่านมีอายุ 13 ปี

ดังนั้น ปลามีอายุเท่ากับ 13 + 6 = 19 ปี

ทำให้ได้ว่า ปัจจุบันทั้งสองคนอายุรวมกัน 13 + 19 = 32 ปี

ซึ่งสอดคล้องกับสถานการณ์ที่โจทย์กำหนด

<u>ตอบ</u> ป่านมีอายุ 13 ปี

3. สื่อและแหล่งการเรียนรู้

3.1 ไฟล์โปรแกรม Microsoft PowerPoint เรื่อง โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว (1)

3.2 ใบกิจกรรมที่ 6 แนวทางการแก้โจทย์ปัญหาโดยใช้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว (1) สำหรับนักเรียนคนละ 1 ชุด

3.3 ใบงานที่ 6 โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว (1) สำหรับนักเรียนคนละ 1 ชุด

3.4 อุปกรณ์สำหรับประกอบการสอนตัวอย่างที่ 1

ประกอบกล่องไปด้วย กล่องนมเปล่า 2 กล่อง ขวดนมเปล่า 1 ขวด ถังเปล่า 1 ใบ และกระดาษโน้ตชนิดมีกาวในตัว (Post-It)

4. กิจกรรมการเรียนรู้

4.1 ขั้นนำเข้าสู่บทเรียน (5 นาที)

4.1.1 ครูกล่าวถึงจุดประสงค์ของกิจกรรมการเรียนรู้ นั่นคือ การนำความรู้เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวมาใช้ในแก้ปัญหา

4.1.2 ครูทบทวนการเขียนนิพจน์พีชคณิต โดยแสดงข้อความตัวอย่างด้วยโปรแกรม Microsoft PowerPoint บนกระดาน จากนั้นครูเลือกนักเรียน 1 คน เพื่อตอบคำถาม“ผลรวมของจำนวนจำนวนหนึ่งกับแปด” เขียนเป็นนิพจน์พีชคณิตได้อย่างไร

[**แนวทางคำตอบที่คาดหวัง**: เมื่อกำหนดให้จำนวนจำนวนนั้นคือ x ผลรวมของจำนวนจำนวนหนึ่งกับแปด เขียนแทนได้ด้วย $x+8$] ทั้งนี้ครูควรเน้นย้ำถึงความสำคัญของการนิยามตัวแปร นั่นคือเพื่อความเข้าใจที่ตรงกันของผู้ส่งสารและผู้รับสาร

4.1.3 ครูยกตัวอย่างในทำนองเดียวกับข้อที่ 4.1.1 โดยใช้ข้อความอื่น ๆ แทน เช่น “จำนวนที่น้อยกว่าสามเท่าของจำนวนจำนวนหนึ่งอยู่เศษสี่ส่วนห้า”

[**แนวทางคำตอบที่คาดหวัง**: เมื่อกำหนดให้จำนวนจำนวนนั้นคือ x ผลรวมของจำนวนจำนวนหนึ่งกับแปด เขียนแทนได้ด้วย $3x-\frac{4}{5}$]

4.2 ขั้นสอน (40 นาที)

4.2.1 ครูแจกใบกิจกรรมที่ 6 แนวทางการแก้โจทย์ปัญหาโดยใช้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว (1) ให้นักเรียนคนละ 1 ชุด

4.2.2 นักเรียนอ่านและทำความเข้าใจ “สถานการณ์ที่ 1: ทิ้งกันได้ลง”

4.2.3 ครูให้นักเรียนระบุสิ่งที่โจทย์กำหนดและสิ่งที่โจทย์ต้องการ

[**แนวทางคำตอบที่คาดหวัง**: โจทย์กำหนดปริมาตรของนม 1 ขวด และกำหนดปริมาตรรวมของนม 2 กล่องและนม 1 ขวด โจทย์ต้องการทราบปริมาตรของนม 1 กล่อง]

4.2.4 ครูนำกล่องนม 2 กล่องและนม 1 ขวด มาวางบนฝั่งหนึ่งของภาพเครื่องชั่งสองแขน จากนั้นให้นักเรียนระบุว่าอีกด้านหนึ่งของเครื่องชั่งสองแขนควรจะเป็นนมปริมาตรเท่าใด

[**แนวทางคำตอบที่คาดหวัง**: 1,200 มิลลิตร]

4.2.5 ครูให้นักเรียนกำหนดตัวแปร และเขียนสมการที่สอดคล้องกับสถานการณ์ จากนั้นนักเรียนแก้สมการที่สร้างขึ้นทีละขั้นตอน พร้อมแสดงการแก้สมการบนกระดาน ประกอบกับดำเนินการเช่นเดียวกับวัตถุที่อยู่บนภาพเครื่องชั่งสองแขนให้สอดคล้องกับการแก้สมการของนักเรียน เพื่อให้นักเรียนเชื่อมโยงระหว่างสิ่งที่เป็นรูปธรรมและนามธรรม

[**แนวทางคำตอบที่คาดหวัง**: นักเรียนควรกำหนดให้ x แทนปริมาตรของนม 1 กล่อง และสมการที่ได้คือ $2x+750=1200$]

4.2.6 ครูให้นักเรียนสรุปคำตอบ และเสนอแนวทางในการตรวจสอบความถูกต้องของคำตอบ

[**แนวทางคำตอบที่คาดหวัง**: นม 1 กล่อง มีปริมาตร 225 มิลลิลิตร ตรวจสอบคำตอบโดยการพิจารณาว่าถ้านม 1 กล่อง มีปริมาตร 225 มิลลิลิตร แล้วจะสอดคล้องกับสถานการณ์ที่กำหนดให้] โดยในขั้นตอนนี้ครูควรเน้นย้ำถึงความสำคัญของการตรวจสอบความถูกต้องด้วยวิธีการพิจารณากับสถานการณ์ เนื่องจากการตรวจสอบความถูกต้องของคำตอบด้วยวิธีการนำคำตอบของสมการไปแทนในสมการ เป็นวิธีที่ไม่สามารถตรวจสอบความผิดพลาดที่การสร้างสมการที่ผิดพลาดได้]

4.2.7 นักเรียนอ่านและทำความเข้าใจ “สถานการณ์ที่ 2: ขนมปัง” ให้นักเรียนระบุสิ่งที่โจทย์กำหนดและสิ่งที่โจทย์ต้องการ โดยใช้การขีดเส้นใต้ใต้คำสำคัญ

4.2.8 ครูใช้สื่อมือประกอบการอธิบายสถานการณ์ที่ 2 ตามวิธีทำที่ 1

4.2.9 ครูให้นักเรียนวาดภาพหรือแผนภาพประกอบการหาคำตอบของสถานการณ์ที่ 2 ตามการใช้สื่อมือของครูในข้อที่ 4.2.8

4.2.10 ครูใช้คำถามนำให้นักเรียนสรุปคำตอบของปัญหา และตรวจสอบความถูกต้องของคำตอบที่ได้ โดยใช้แนวทางเดียวกันกับข้อที่ 4.2.6

4.2.11 ครูให้นักเรียนวาดภาพหรือแผนภาพประกอบการหาคำตอบของสถานการณ์ที่ 2 ตามแนวทางของวิธีที่ 2 และให้นักเรียนเขียนแผนภาพที่แสดงให้เห็นความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูล โดยครูใช้คำถามกระตุ้น เช่น “ข้อมูลใดบ้างที่

สัมพันธ์กัน สัมพันธ์กันอย่างไร" "ถ้าทานตะวันตัดเสื้อ 2 ตัว แล้วทานตะวันตัดกระโปรงกี่ตัว นักเรียนจะทราบได้อย่างไร"

4.2.12 ครูใช้การแนะแนวทางให้นักเรียนเปลี่ยนข้อมูลจากภาพหรือแผนภาพเป็นสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ เช่น "ควรกำหนดให้สิ่งใดเป็นตัวแปร" "ในสถานการณ์มีขนมปังกี่ชนิด มีขนมปังกี่แผ่น "สมการที่สอดคล้องกับสถานการณ์ปัญหาคือสมการใด" เป็นต้น

4.2.13 นักเรียนลงมือแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวที่สร้างขึ้น จากนั้นนักเรียนสรุปคำตอบและตรวจสอบความถูกต้องของคำตอบ

4.2.14 นักเรียนฝึกหัดดำเนินการแก้ปัญหาสถานการณ์ที่ 3 ด้วยตนเอง โดยสามารถปรึกษาเพื่อนที่อยู่ใกล้เคียงกันได้ตามความเหมาะสม

4.2.15 ครูสุ่มเลือกนักเรียนเพื่อสอบถามถึงวิธีการที่ใช้ในการแก้ปัญหา และคำตอบที่ได้อาจสอบถามความคิดเห็นของนักเรียนคนอื่น ๆ ว่าใช้วิธีการหรือได้คำตอบตรงกันหรือไม่

4.2.16 ครูแจกใบงานที่ 6 โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว (1) สำหรับนักเรียนคนละ 1 ชุด

4.3 ขั้นสรุป (5 นาที)

4.3.1 นักเรียนสรุปหลักการหรือขั้นตอนที่ใช้ในการแก้ปัญหาด้วยสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

[**แนวทางคำตอบที่คาดหวัง**: เริ่มจากการพิจารณาสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ สิ่งที่โจทย์ต้องการ ดำเนินการสร้างสมการที่สอดคล้อง แก้สมการ ตรวจสอบความถูกต้องของคำตอบ และสรุปคำตอบ]

4.3.2 ครูมอบหมายใบงานที่ 6 ที่ยังไม่ทำไม่เสร็จสิ้นเป็นภาระงานให้นักเรียน

5. การวัดผลและประเมินผลการเรียนรู้

เพื่อให้สอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้ การวัดผลและประเมินผลการเรียนรู้ในคาบนี้ มีดังนี้

จุดประสงค์การเรียนรู้	การวัดผล	การประเมินผล
ด้านความรู้ทางคณิตศาสตร์ 1. เขียนสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวจากโจทย์ปัญหาที่กำหนดให้	**วิธีวัดผล**: พิจารณาจากการทำใบงานที่ 6 ข้อที่ 1-2 **เฉพาะส่วนของการเขียนสมการที่สอดคล้องกับสถานการณ์ที่กำหนด** **เครื่องมือวัดผล**: ใบงานที่ 6	**เกณฑ์การให้คะแนน**: ในแต่ละข้อคำถาม มีคะแนนเต็ม 2 คะแนน รวมคะแนนเต็ม 4 คะแนน - หากนักเรียนนิยามตัวแปร และเขียนสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวที่สอดคล้องกับสถานการณ์ได้ถูกต้อง จะได้ 2 คะแนน - หากนักเรียนนิยามตัวแปร หรือเขียนสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวที่สอดคล้องกับสถานการณ์ได้ถูกต้อง เพียงอย่างใดอย่างหนึ่ง จะได้ 1 คะแนน - หากนักเรียนไม่นิยามตัวแปรหรือนิยามตัวแปรไม่ถูกต้อง และไม่เขียนสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวหรือเขียนสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวที่ไม่สอดคล้องกับสถานการณ์ จะได้ 0 คะแนน **เกณฑ์การประเมินผล**: ถ้านักเรียนได้คะแนนตั้งแต่ 2 คะแนนขึ้นไป ถือว่าผ่าน

จุดประสงค์การเรียนรู้	การวัดผล	การประเมินผล
2. ปฏิบัติการแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว	**วิธีวัดผล**: พิจารณาจากการทำใบงานที่ 6 ข้อที่ 1-2 **เฉพาะส่วนของการแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว** **เครื่องมือวัดผล**: ใบงานที่ 6	**เกณฑ์การให้คะแนน**: ในแต่ละข้อคำถาม มีคะแนนเต็ม 3 คะแนน ใช้เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่องสมการ ด้านที่ 3 รวมคะแนนเต็ม 9 คะแนน **เกณฑ์การประเมินผล**: ถ้านักเรียนได้คะแนนตั้งแต่ 6 คะแนนขึ้นไป ถือว่าผ่าน
ด้านทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ 1. แก้โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวตามขั้นตอนการแก้ปัญหาของโพลยา	**วิธีวัดผล**: พิจารณาจากการทำใบงานที่ 6 ข้อที่ 1-2 **เครื่องมือวัดผล**: ใบงานที่ 6	**เกณฑ์การให้คะแนน**: ในแต่ละข้อคำถามใช้เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่องสมการ โดยมีคะแนนเต็มข้อละ 10 คะแนน **เกณฑ์การประเมินผล**: ถ้านักเรียนได้คะแนนตั้งแต่ 12 คะแนนขึ้นไป ถือว่าผ่าน
ด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์ 1. มีส่วนร่วมในชั้นเรียนและมีรับผิดชอบต่องานที่ได้รับมอบหมาย	**วิธีวัดผล**: สังเกตพฤติกรรมของนักเรียนที่แสดงออกขณะทำเอกสารประกอบการเรียน โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว (1) และพฤติกรรมที่แสดงออกในชั้นเรียน **เครื่องมือวัดผล**: แบบสังเกตพฤติกรรมการทำงานของนักเรียน	**เกณฑ์การให้คะแนน**: ประเมินพฤติกรรมในชั้นเรียนโดยใช้แบบสังเกตพฤติกรรมการทำงานของนักเรียน **เกณฑ์การประเมินผล**: ถ้านักเรียนได้คะแนนตั้งแต่ 4 คะแนนขึ้นไป ถือว่าผ่าน

เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่องสมการ

การให้คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่องสมการ จากการตอบข้อคำถาม โดยแต่ละข้อมีคะแนนเต็ม 10 คะแนน ใช้การให้คะแนนแบบวิเคราะห์ (Analytic scoring) ประกอบไปด้วยเกณฑ์จำนวน 5 ด้าน ดังนี้

เกณฑ์การให้คะแนน	
ด้านที่ 1: การทำความเข้าใจปัญหา (คะแนนเต็ม 2 คะแนน)	
2 คะแนน	ระบุสิ่งที่โจทย์ต้องการได้ถูกต้อง และมีการกำหนดตัวแปรให้กับสิ่งที่โจทย์ต้องการ หรือกำหนดตัวแปรให้กับสิ่งที่สอดคล้องกับโจทย์ต้องการ
1 คะแนน	ระบุสิ่งที่โจทย์ต้องการได้ถูกต้อง แต่ไม่มีการกำหนดตัวแปรหรือมีการกำหนดตัวแปร แต่ตัวแปรนั้นไม่สอดคล้องกับสิ่งที่โจทย์ต้องการ
0 คะแนน	ไม่ระบุสิ่งที่โจทย์ต้องการ หรือระบุสิ่งที่โจทย์ต้องการไม่ถูกต้อง
ด้านที่ 2: การวางแผนแก้ปัญหา (คะแนนเต็ม 3 คะแนน)	
3 คะแนน	- ระบุสมการที่ใช้ในการแก้โจทย์ได้ถูกต้อง หากขาดการกำหนดตัวแปรให้พิจารณาร่องรอยอื่น ๆ ประกอบการกำหนดตัวแปร และมีร่องรอยที่แสดงถึงที่มา ในการได้มาซึ่งสมการนั้นอย่างครบถ้วน
2 คะแนน	- ระบุสมการที่ใช้ในการแก้โจทย์ได้ถูกต้อง หากขาดการกำหนดตัวแปรให้พิจารณาร่องรอยอื่น ๆ ประกอบการกำหนดตัวแปร และมีร่องรอยที่แสดงถึงที่มา ในการได้มาซึ่งสมการนั้นขาดหายเป็นบางส่วน
1 คะแนน	หากการตอบข้อคำถามสอดคล้องกับข้อใดข้อหนึ่งต่อไปนี้ - ระบุสมการที่ใช้ในการแก้โจทย์ได้ถูกต้อง หากขาดการกำหนดตัวแปรให้พิจารณาร่องรอยอื่น ๆ ประกอบการกำหนดตัวแปร แต่ไม่ปรากฏร่องรอยที่แสดงถึงที่มา ในการได้มาซึ่งสมการนั้นแม้แต่น้อย - ระบุสมการที่ใช้ในการแก้โจทย์ไม่ถูกต้อง หากขาดการกำหนดตัวแปรให้พิจารณาร่องรอยอื่น ๆ ประกอบการกำหนดตัวแปร โดยมีหลักฐานที่ทำให้เชื่อได้ว่าสาเหตุที่สมการที่ได้ไม่ถูกต้องนั้นเกิดจากความเลินเล่อ เช่น เขียนตัวเลขในบางจุดคลาดเคลื่อนทำให้สมการที่ได้ไม่ถูกต้อง
0 คะแนน	ไม่ระบุสมการที่ใช้ในการแก้โจทย์

เกณฑ์การให้คะแนน	
ด้านที่ 3: การดำเนินการแก้ปัญหา (คะแนนเต็ม 3 คะแนน)	
3 คะแนน	ดำเนินการแก้สมการที่สร้างขึ้นได้ถูกต้องทั้งหมด โดยไม่จำเป็นต้องมีการแสดงการใช้หลักการเท่ากันของการบวกและหลักการเท่ากันของการคูณอย่างเด่นชัด อนุโลมให้ใช้การลบและการหารทั้งสองข้างของสมการได้
2 คะแนน	ดำเนินการแก้สมการที่สร้างขึ้นได้ถูกต้องเป็นส่วนใหญ่ โดยไม่จำเป็นต้องมีการแสดงการใช้หลักการเท่ากันของการบวกและหลักการเท่ากันของการคูณอย่างเด่นชัด อนุโลมให้ใช้การลบและการหารทั้งสองข้างของสมการได้ อาจมีการคำนวณผิดพลาดปรากฏเป็นจำนวนไม่เกิน 3 ตำแหน่ง
1 คะแนน	ดำเนินการแก้สมการที่สร้างขึ้นได้ถูกต้องเพียงบางส่วน โดยไม่จำเป็นต้องมีการแสดงการใช้หลักการเท่ากันของการบวกและหลักการเท่ากันของการคูณอย่างเด่นชัด อนุโลมให้ใช้การลบและการหารทั้งสองข้างของสมการได้ หรือมีการคำนวณผิดพลาดปรากฏเป็นจำนวนมากกว่า 3 ตำแหน่ง
0 คะแนน	ไม่ปรากฏร่องรอยการดำเนินการแก้สมการที่สร้างขึ้น หรือดำเนินการแก้สมการที่ไม่สื่อความหมายหรือสื่อความหมายผิดเพี้ยนไปจากความหมายเดิมที่ควรจะเป็น
ด้านที่ 4: การตรวจสอบคำตอบ (คะแนนเต็ม 1 คะแนน)	
1 คะแนน	มีร่องรอยความพยายามในการตรวจสอบคำตอบที่ได้ โดยใช้วิธีการที่ถูกต้อง นั่นคือ การตรวจสอบความสอดคล้องของคำตอบที่ได้กับสถานการณ์ที่กำหนด
0.5 คะแนน	มีร่องรอยความพยายามในการตรวจสอบคำตอบที่ได้ แต่ใช้วิธีการที่ไม่ถูกต้อง เช่น การแทนค่าคำตอบของสมการที่ได้ลงในสมการที่สร้างขึ้น
0 คะแนน	ไม่มีร่องรอยการตรวจสอบคำตอบ

เกณฑ์การให้คะแนน	
ด้านที่ 5: การสรุปคำตอบ (คะแนนเต็ม 1 คะแนน)	
1 คะแนน	มีการสรุปคำตอบได้ถูกต้อง โดยไม่จำเป็นต้องใส่หน่วยของคำตอบ
0.5 คะแนน	หากการตอบข้อคำถามสอดคล้องกับข้อใดข้อหนึ่งต่อไปนี้ - มีร่องรอยการสรุปคำตอบ แต่คำตอบนั้นไม่ถูกต้อง โดยมีร่องรอยที่ทำให้เชื่อได้ว่าคำตอบนั้นมาจากการแก้โจทย์ปัญหา - เป็นคำตอบที่ถูกต้อง แต่สรุปคำตอบในหน่วยอื่นที่ไม่ตรงกับที่โจทย์ต้องการ - เป็นคำตอบที่ใกล้เคียง โดยยึดหลักการดังนี้ คำตอบที่เป็นจำนวนเต็ม คำตอบที่ใกล้เคียงคือมีผิดพลาดไม่เกิน 1 คำตอบที่เป็นทศนิยม 1 ตำแหน่ง คำตอบที่ใกล้เคียงคือผิดพลาดไม่เกิน 0.1
0 คะแนน	ไม่มีร่องรอยการสรุปคำตอบ หรือมีร่องรอยการสรุปคำตอบ แต่คำตอบนั้นไม่ถูกต้อง โดยปราศจากร่องรอยที่ทำให้เชื่อได้ว่าคำตอบนั้นมาจากการแก้โจทย์ปัญหา เช่น คำตอบที่ได้มาจากการเดาสุ่ม

แบบสังเกตพฤติกรรมการทำงานของนักเรียน

วันที่ .... **เวลา** ....

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ .... **เรื่อง** ....

การให้คะแนน: ถ้านักเรียนแสดงพฤติกรรมได้เห็นชัด จะได้ 2 คะแนน
ถ้านักเรียนแสดงพฤติกรรมเล็กน้อย จะได้ 1 คะแนน
ถ้านักเรียนไม่แสดงพฤติกรรมเลย จะได้ 0 คะแนน

ข้อ	**พฤติกรรมที่ต้องการวัดและประเมินผล**	**ลำดับของนักเรียนที่สังเกตพฤติกรรม**									
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	รับผิดชอบในการทำงานที่ได้รับมอบหมาย										
2	มีส่วนร่วมในการทำงานกลุ่ม										
3	มีส่วนร่วมในการตอบคำถามในชั้นเรียน										
	รวมคะแนน										

6. บันทึกหลังการจัดการเรียนรู้

6.1 ด้านนักเรียน

6.2 ด้านผู้เรียน

6.3 ด้านอื่น ๆ

ใบกิจกรรมที่ 6

แนวทางการแก้โจทย์ปัญหาโดยใช้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว (1)

ชื่อ-สกุล		**ชั้น**		**เลขที่**	

คำชี้แจง: จงแสดงแนวคิดการแก้โจทย์ปัญหาต่อไปนี้ โดยใช้ความรู้เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว พร้อมวาดภาพประกอบ

สถานการณ์ที่ 1 ทิ้งกันได้ลง

อารียานำนมสด 2 กล่อง และนมสด 1 ขวด มาเทรวมกันตวงได้นมสดปริมาตรรวม 1,280 มิลลิลิตร เธอต้องการทราบว่านมสด 1 กล่อง มีปริมาตรเท่าใด แต่เธอเผลอนำกล่องนมไปทิ้งลงถังขยะแล้ว เหลือเพียงขวดนมที่ระบุว่ามีนมปริมาตร 830 มิลลิลิตรเท่านั้น จะใช้ความรู้เรื่องสมการในการหาปริมาตรของนมสด 1 กล่องได้อย่างไร

พื้นที่สำหรับทดและวาดภาพประกอบ

สถานการณ์ที่ 1

สิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ ....

การกำหนดตัวแปร ....

<u>วิธีทำ</u> ....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

ตรวจคำตอบ ....

....

....

....

....

<u>ตอบ</u> ....

สถานการณ์ที่ 2	**ขนมปัง**

วันนี้ปรีชญากลับจากโรงเรียนเร็วกว่าปกติ จึงซื้อขนมปังหน้าเนยสด จำนวน 4 แผ่น และซื้อขนมปังหน้าสังขยา จำนวน 3 แผ่น เพื่อรองท้องก่อนถึงเวลารับประทานอาหารเย็น รวมเป็นเงินทั้งสิ้น 41 บาท ถ้าขนมปังหน้าเนยสดราคาแผ่นละ 5 บาท อยากทราบว่าขนมปังหน้าสังขยาราคาแผ่นละกี่บาท

พื้นที่สำหรับทดและวาดภาพประกอบ

สถานการณ์ที่ 2

สิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ ....

การกำหนดตัวแปร ....

<u>วิธีทำ</u> ....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

ตรวจคำตอบ ....

....

....

....

....

<u>ตอบ</u> ....

สถานการณ์ที่ 3 **สองพี่น้อง**

ปลาและป่านเป็นพี่น้องกัน โดยที่ปลาอายุมากกว่าป่านอยู่ 6 ปี ปัจจุบันทั้งสองคนอายุรวมกัน 32 ปี อยากทราบว่าป่านมีอายุกี่ปี

พื้นที่สำหรับทดและวาดภาพประกอบ

สิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ ....

การกำหนดตัวแปร ....

<u>วิธีทำ</u> ....

....

....

....

....

....

ตรวจคำตอบ ....

....

....

....

<u>ตอบ</u> ....

ใบงานที่ 6

โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว (1)

ชื่อ-สกุล		ชั้น		เลขที่	

คำชี้แจง: จงแสดงแนวคิดการแก้โจทย์ปัญหาต่อไปนี้ โดยใช้ความรู้เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

สถานการณ์ที่ 4 นมดีมีโปรตีน

นมมีสารอาหารสำคัญหลายชนิด เช่น โปรตีน แคลเซียม โดยที่นม UHT มีโปรตีนกล่องละ 8 กรัม ถ้าดื่มนม UHT 1 กล่อง และนมพาสเจอไรซ์ 3 ขวด จะได้รับโปรตีนรวม 26 กรัม อยากทราบว่าในนมพาสเจอไรซ์ 1 ขวด มีโปรตีนอยู่กี่กรัม

พื้นที่สำหรับทดและวาดภาพประกอบ

สถานการณ์ที่ 4

สิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ ....

การกำหนดตัวแปร ....

<u>วิธีทำ</u> ....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

ตรวจคำตอบ ....

....

....

....

<u>ตอบ</u> ....

สถานการณ์ที่ 5 สองพี่น้อง

เก่งและกานต์เป็นพี่น้องกัน โดยที่เก่งเป็นน้องชายของกานต์ ซึ่งเก่งและกานต์มีอายุต่างกันอยู่ 5 ปี หากปัจจุบันทั้งสองคนอายุรวมกัน 29 ปี อยากทราบว่ากานต์มีอายุกี่ปี

พื้นที่สำหรับทดและวาดภาพประกอบ

สิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ ....

การกำหนดตัวแปร ....

<u>วิธีทำ</u> ....

....

....

....

....

....

ตรวจคำตอบ ....

....

....

....

<u>ตอบ</u> ....

เฉลยใบกิจกรรมที่ 6

แนวทางการแก้โจทย์ปัญหาโดยใช้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว (1)

ชื่อ-สกุล	เฉลย	**ชั้น**		**เลขที่**	

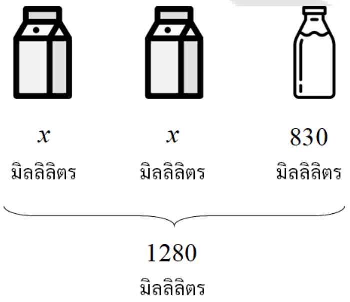
คำชี้แจง: จงแสดงแนวคิดการแก้โจทย์ปัญหาต่อไปนี้ โดยใช้ความรู้เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว พร้อมวาดภาพประกอบ

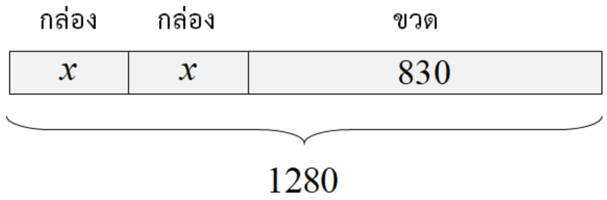
สถานการณ์ที่ 1 ทิ้งกันได้ลง

อารียานำนมสด 2 กล่อง และนมสด 1 ขวด มาเทรวมกันตวงได้นมสดปริมาตรรวม 1,280 มิลลิลิตร เธอต้องการทราบว่านมสด 1 กล่อง มีปริมาตรเท่าใด แต่เธอเผลอนำกล่องนมไปทิ้งลงถังขยะแล้ว เหลือเพียงขวดนมที่ระบุว่ามีนมปริมาตร 830 มิลลิลิตรเท่านั้น จะใช้ความรู้เรื่องสมการในการหาปริมาตรของนมสด 1 กล่องได้อย่างไร

พื้นที่สำหรับทดและวาดภาพประกอบ

ให้ นม 1 กล่อง มีปริมาตรเท่ากับ x มิลลิลิตร





สร้างเป็นสมการได้ว่า $x+x+830=1280$ หรือ $2x+830=1280$

สถานการณ์ที่ 1

สิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ โจทย์ต้องการทราบปริมาตรของนมสด 1 กล่อง

การกำหนดตัวแปร กำหนดให้ปริมาตรของนมสด 1 กล่อง เท่ากับ x มิลลิลิตร

<u>วิธีทำ</u> โจทย์ต้องการทราบปริมาตรของนมสด 1 กล่อง

กำหนดให้ ปริมาตรของนมสด 1 กล่อง เท่ากับ x มิลลิลิตร

ดังนั้น ปริมาตรของนมสด 2 กล่อง เท่ากับ $2x$ มิลลิลิตร

ปริมาตรรวมของนมสด 2 กล่อง และนมสด 1 ขวด เท่ากับ

$2x+830$ มิลลิลิตร

เนื่องจากนมสด 2 กล่อง และนมสด 1 ขวด มาเทรวมกันตวงได้นมสดปริมาตรรวม $1,280$ มิลลิลิตร จึงสร้างเป็นสมการที่สอดคล้องกับโจทย์และแก้สมการได้ดังนี้

$$\begin{aligned}
2x+830 &= 1280 \\
2x+830+(-830) &= 1280+(-830) \\
2x &= 450 \\
\left(\frac{1}{2}\right)(2x) &= \left(\frac{1}{2}\right)\times 450 \\
x &= 225
\end{aligned}$$

ตรวจคำตอบ ถ้านมสด 1 กล่อง มีปริมาตร 225 มิลลิลิตร

ดังนั้น นมสด 2 กล่อง มีปริมาตร $225\times 2=450$ มิลลิลิตร

นมสด 2 กล่อง และนมสด 1 ขวด มีปริมาตรรวม $450+830=1280$ มิลลิลิตร

ซึ่งสอดคล้องกับสถานการณ์ที่โจทย์กำหนด

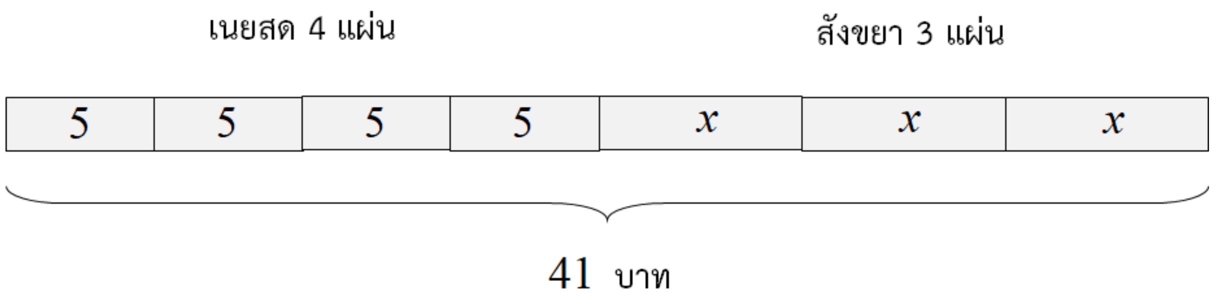
<u>ตอบ</u> นมสด 1 กล่อง มีปริมาตร 225 มิลลิลิตร

สถานการณ์ที่ 2 **ขนมปัง**

วันนี้ปรีชญากลับจากโรงเรียนเร็วกว่าปกติ จึงซื้อขนมปังหน้าเนยสด จำนวน 4 แผ่น และซื้อขนมปังหน้าสังขยา จำนวน 3 แผ่น เพื่อรองท้องก่อนถึงเวลารับประทานอาหารเย็น รวมเป็นเงินทั้งสิ้น 41 บาท ถ้าขนมปังหน้าเนยสดราคาแผ่นละ 5 บาท อยากทราบว่าขนมปังหน้าสังขยาราคาแผ่นละกี่บาท

พื้นที่สำหรับทดและวาดภาพประกอบ

ให้ ขนมปังหน้าสังขยาราคาแผ่นละ x บาท



สร้างเป็นสมการได้ว่า $4(5)+3x=41$ หรือ $20+3x=41$

สถานการณ์ที่ 2

สิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ โจทย์ต้องการทราบราคาของขนมปังหน้าสังขยา 1 แผ่น

การกำหนดตัวแปร กำหนดให้ ขนมปังหน้าสังขยาราคาแผ่นละ x บาท

<u>วิธีทำ</u> โจทย์ต้องการทราบปริมาตรของนมสด 1 กล่อง

กำหนดให้	ขนมปังหน้าสังขยาราคาแผ่นละ	x	บาท
ดังนั้น	ขนมปังหน้าสังขยา 3 แผ่น ราคา	$3x$	บาท
	ขนมปังหน้าเนยสด ราคาแผ่นละ	5	บาท
ดังนั้น	ขนมปังหน้าสังขยา 4 แผ่น ราคา	$4(5)$	บาท

เนื่องจากขนมปังหน้าเนยสด จำนวน 4 แผ่น และขนมปังหน้าสังขยา จำนวน 3 แผ่น มีราคารวมกัน 41 บาท จึงสร้างเป็นสมการที่สอดคล้องกับโจทย์และแก้สมการได้ดังนี้

$$\begin{aligned}
4(5)+3x &= 41 \\
20+3x &= 41 \\
20+3x-20 &= 41-20 \\
3x &= 21 \\
\left(\frac{1}{3}\right)(3x) &= \left(\frac{1}{3}\right)\times 21 \\
x &= 7
\end{aligned}$$

ตรวจคำตอบ ถ้าขนมปังหน้าสังขยาราคาแผ่นละ 7 บาท

ดังนั้น ขนมปังหน้าสังขยา จำนวน 3 แผ่น มีราคา $7\times 3=21$ บาท

รวมกันราคาขนมปังเนยสด จำนวน 4 แผ่น ราคา $4\times 5=20$ บาท

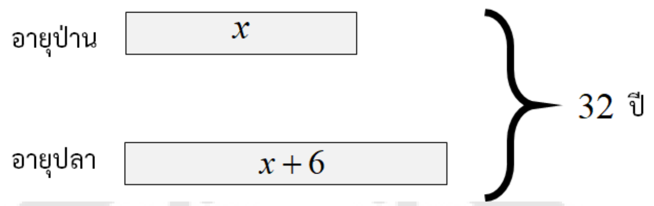
ได้เท่ากับ $21+20=41$ บาท สอดคล้องกับสถานการณ์ที่โจทย์กำหนด

<u>ตอบ</u> ขนมปังหน้าสังขยาราคาแผ่นละ 7 บาท

สถานการณ์ที่ 3 **สองพี่น้อง**

ปลาและป่านเป็นพี่น้องกัน โดยที่ปลาอายุมากกว่าป่านอยู่ 6 ปี ปัจจุบันทั้งสองคนอายุรวมกัน 32 ปี อยากทราบว่าป่านมีอายุกี่ปี

พื้นที่สำหรับทดและวาดภาพประกอบ



สิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ อายุของป่าน

<u>วิธีทำ</u> กำหนดให้ ป่านมีอายุ x ปี

เนื่องจาก ปลาอายุมากกว่าป่านอยู่ 6 ปี

ดังนั้น ปลามีอายุ $x+6$ ปี

เนื่องจากปัจจุบันทั้งสองคนอายุรวมกัน 32 ปี

เขียนเป็นสมการได้ว่า

$$\begin{aligned} x+(x+6) &= 32 \\ 2x+6 &= 32 \\ 2x &= 26 \\ x &= 13 \end{aligned}$$

ตรวจคำตอบ ถ้าป่านมีอายุ 13 ปี

จาก ปลาอายุมากกว่าป่านอยู่ 6 ปี ดังนั้นนิดมีอายุ $13+6=19$ ปี

ทำให้ได้ว่าอายุรวมของนิดและหน่อยเท่ากับ $13+19=32$ ปี

ตรงตามเงื่อนไขของโจทย์

<u>ตอบ</u> ป่านมีอายุ 13 ปี

เฉลยใบงานที่ 6

โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว (1)

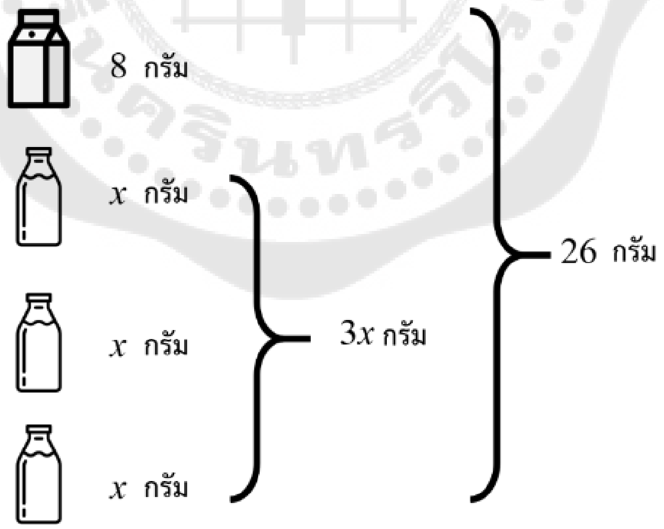
ชื่อ-สกุล เฉลย **ชั้น** **เลขที่**

คำชี้แจง: จงแสดงแนวคิดการแก้โจทย์ปัญหาต่อไปนี้ โดยใช้ความรู้เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

สถานการณ์ที่ 4 นมดีมีโปรตีน

นมมีสารอาหารสำคัญหลายชนิด เช่น โปรตีน แคลเซียม โดยที่นม UHT มีโปรตีนกล่องละ 8 กรัม ถ้าดื่มนม UHT 1 กล่อง และนมพาสเจอไรซ์ 3 ขวด จะได้รับโปรตีนรวม 26 กรัม อยากทราบว่าในนมพาสเจอไรซ์ 1 ขวด มีโปรตีนอยู่กี่กรัม

พื้นที่สำหรับทดและวาดภาพประกอบ



สิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ ปริมาณโปรตีนในนมพาสเจอไรซ์ 1 ขวด

<u>วิธีทำ</u> กำหนดให้ นมพาสเจอไรซ์ 1 ขวด มีโปรตีน x กรัม

ดังนั้น นมพาสเจอไรซ์ 3 ขวด มีโปรตีน $3x$ กรัม

เนื่องจาก นม UHT มีโปรตีนกล่องละ 8 กรัม

และถ้าดื่มนม UHT 1 กล่อง และนมพาสเจอไรซ์ 3 ขวด จะได้รับโปรตีนรวม 26 กรัม เขียนเป็นสมการได้ว่า

$$\begin{aligned} 3x+8 &= 26 \\ 3x &= 18 \\ x &= 6 \end{aligned}$$

ตรวจคำตอบ ถ้านมพาสเจอไรซ์ 1 ขวด มีโปรตีน 6 กรัม

ดังนั้นนมพาสเจอไรซ์ 3 ขวด มีโปรตีน $6\times3=18$ กรัม

นม UHT 1 กล่อง และนมพาสเจอไรซ์ 3 ขวด มีโปรตีนรวม $8+12=26$ กรัม

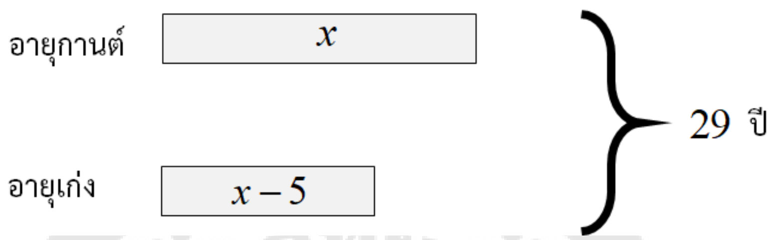
ตรงตามเงื่อนไขของโจทย์

<u>ตอบ</u> นมพาสเจอไรซ์ 1 ขวด มีโปรตีน 6 กรัม

สถานการณ์ที่ 5 สองพี่น้อง

เก่งและกานต์เป็นพี่น้องกัน โดยที่เก่งเป็นน้องชายของกานต์ ซึ่งเก่งและกานต์มีอายุต่างกันอยู่ 5 ปี หากปัจจุบันทั้งสองคนอายุรวมกัน 29 ปี อยากทราบว่ากานต์มีอายุกี่ปี

พื้นที่สำหรับทดและวาดภาพประกอบ



สิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ อายุของกานต์

<u>วิธีทำ</u> กำหนดให้ กานต์มีอายุ x ปี

เนื่องจาก เก่งอายุน้อยกว่ากานต์อยู่ 5 ปี

ดังนั้น เก่งมีอายุ $x-5$ ปี

เนื่องจากปัจจุบันทั้งสองคนอายุรวมกัน 32 ปี

เขียนเป็นสมการได้ว่า

$$
\begin{aligned}
x+(x+6) &= 32 \\
2x+6 &= 32 \\
2x &= 26 \\
x &= 13
\end{aligned}
$$

ตรวจคำตอบ ถ้าป่านมีอายุ 13 ปี

จาก ปลาอายุมากกว่าป่านอยู่ 6 ปี ดังนั้นนิดมีอายุ 13 + 6 = 19 ปี

ทำให้ได้ว่าอายุรวมของนิดและหน่อยเท่ากับ 13 + 19 = 32 ปี

ตรงตามเงื่อนไขของโจทย์

<u>ตอบ</u> ป่านมีอายุ 13 ปี

ภาคผนวก ง
แบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

แบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว
ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1

ชื่อ-สกุล		**ชั้น**		**เลขที่**	

คำชี้แจง

1. แบบทดสอบฉบับนี้มี 3 หน้า (รวมหน้านี้) จำนวน 2 ข้อ ให้เวลาในการทำแบบทดสอบ 20 นาที

เกณฑ์การให้คะแนน (คะแนนเต็ม 20 คะแนน)

ข้อสอบทั้ง 2 ข้อ เป็นข้อสอบแบบแสดงวิธีทำ ข้อละ 10 คะแนน
<u>ให้นักเรียนเขียน ทด หรือวาดแผนภาพประกอบ ในบริเวณที่กำหนด</u>
<u>เขียนแสดงวิธีทำให้ครบถ้วน ได้แก่ การระบุสิ่งที่โจทย์ต้องการ การกำหนดตัวแปร</u>
<u>การแสดงวิธีทำให้เห็นถึงที่มาของสมการ การแก้สมการ การตรวจสอบคำตอบ</u>
<u>และการสรุปคำตอบ</u>

2. เขียนชื่อ-สกุล ชั้น เลขที่ ให้ครบถ้วน
3. เขียนตอบด้วยลายมือที่ชัดเจน ในกรอบสี่เหลี่ยมที่กำหนดของแต่ละข้อเท่านั้น
และ**ไม่เอื้อ**ให้ผู้สอบคนอื่นคัดลอกคำตอบได้
4. สามารถใช้พื้นที่ว่างในแบบทดสอบเป็นกระดาษทดได้
5. **ห้าม**นำโทรศัพท์มือถือ อุปกรณ์สื่อสาร อุปกรณ์อิเล็กทรอนิกส์ เอกสาร หรือตำรา เข้าห้องสอบ
6. **ห้าม**คัดลอกหรือเผยแพร่ข้อสอบหรือส่วนใดส่วนหนึ่งของข้อสอบ

- -

☺ ขอให้นักเรียนโชคดีกับการทำแบบทดสอบ
และตั้งใจทำอย่างเต็มความสามารถของนักเรียน ☺

- -

ปัญหาที่ 1

ขวดโหลใบหนึ่งบรรจุลูกอม 150 เม็ด ประกอบไปด้วยลูกอมรสส้ม ลูกอมรสมะนาว และลูกอมรสสับปะรด ถ้าลูกอมรสส้มมีมากกว่าลูกอมรสสับปะรดอยู่ 10 เม็ด และลูกอมรสมะนาวมีจำนวนเป็นสองเท่าของลูกอมรสสับปะรด อยากทราบว่าขวดโหลใบนี้บรรจุลูกอมรสส้มอยู่กี่เม็ด

สิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ ………………………………………………………………………….

การกำหนดตัวแปร ……………………………………………………………………………......

วิธีทำ

ตรวจสอบคำตอบ ………………………………………………………………………..

………………………………………………………………………..

………………………………………………………………………..

………………………………………………………………………..

ตอบ ……………………………………………………………………………………….

ปัญหาที่ 2

ปัจจุบันฉันมีอายุเป็น 2 เท่าของน้องสาว แต่เมื่อ 10 ปีก่อน ฉันมีอายุเป็น 4 เท่าของน้องสาว ปัจจุบันน้องสาวของฉันมีอายุกี่ปี

สิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ ……………………………………………………………………………

การกำหนดตัวแปร ……………………………………………………………………………....

วิธีทำ

ตรวจสอบคำตอบ ……………………………………………………………………………..

……………………………………………………………………………..

……………………………………………………………………………..

……………………………………………………………………………..

ตอบ …………………………………………………………………………………………….

ภาคผนวก จ
แบบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

แบบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน
เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว
ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1

ชื่อ-สกุล		**ชั้น**		**เลขที่**	

คำชี้แจง

1. แบบทดสอบฉบับนี้มี 5 หน้า (รวมหน้านี้ด้วย)

   เกณฑ์การให้คะแนน (คะแนนเต็ม 15 คะแนน)

   ข้อสอบทั้ง 15 ข้อ เป็นข้อสอบแบบเติมคำตอบสั้น (Short Answer) ข้อละ 1 คะแนน **<u>ให้เขียนคำตอบลงในกรอบสี่เหลี่ยมที่กำหนดของแต่ละข้อเท่านั้น</u>** ในกรณีที่คำตอบเป็นจำนวน สามารถเขียนตอบในรูปของจำนวนเต็ม เศษส่วนอย่างต่ำ จำนวนคละ หรือทศนิยมก็ได้

2. เขียนชื่อ-สกุล ชั้น เลขที่ ให้ครบถ้วน

3. เขียนตอบด้วยลายมือที่ชัดเจน ในกรอบสี่เหลี่ยมที่กำหนดของแต่ละข้อเท่านั้น และ**ไม่เอื้อ**ให้ผู้สอบคนอื่นคัดลอกคำตอบได้

4. สามารถใช้พื้นที่ว่างในแบบทดสอบเป็นกระดาษทดได้

5. **ห้าม**นำโทรศัพท์มือถือ อุปกรณ์สื่อสาร อุปกรณ์อิเล็กทรอนิกส์ เอกสาร หรือตำรา เข้าห้องสอบ

6. **ห้าม**คัดลอกหรือเผยแพร่ข้อสอบหรือส่วนใดส่วนหนึ่งของข้อสอบ

- -

☺ ขอให้นักเรียนโชคดีกับการทำแบบทดสอบ
และตั้งใจทำอย่างเต็มความสามารถของนักเรียน ☺

- -

ข้อที่ 1 จงหาค่าของนิพจน์พีชคณิต $8+2(a+3)$ เมื่อ $a=4$

คำตอบของข้อที่ 1

ข้อที่ 2 จงเขียนนิพจน์พีชคณิตที่แทนข้อความ “ผลบวกของห้าเท่าของ x กับ 7”

คำตอบของข้อที่ 2

ข้อที่ 3 มีจำนวนคู่สามจำนวนเรียงติดกัน ถ้าจำนวนคู่ตัวที่มากที่สุดจากสามจำนวนข้างต้นคือ b แล้วจงเขียนนิพจน์พีชคณิตซึ่งแทนผลรวมของจำนวนคู่ทั้งสามจำนวนนี้

คำตอบของข้อที่ 3

ข้อที่ 4 กำหนดสมการ 3 สมการ ดังนี้

สมการที่ 1: $\frac{x}{2}+5=\frac{x}{3}-2$

สมการที่ 2: $3(x+12)=-9$

สมการที่ 3: $2x+1=3x+7$

จงพิจารณา 3 สมการข้างต้น แล้วระบุว่ามีสมการใดบ้างที่ -6 เป็นคำตอบของสมการ

คำตอบของข้อที่ 4

ข้อที่ 5 นารีต้องการแก้สมการ $5x+7=22$ เธอจึงเขียนแสดงวิธีทำดังนี้

$5x+7=22$ ----- (ก)

$5x=15$ ----- (ข)

$x=3$ ----- (ค)

5.1) จากบรรทัด (ก) ไปยังบรรทัด (ข) นารีใช้สมบัติการเท่ากันใด / ใช้การดำเนินการใด

5.2) จากบรรทัด (ข) ไปยังบรรทัด (ค) นารีใช้สมบัติการเท่ากันใด / ใช้การดำเนินการใด

คำตอบของข้อที่ 5.1	
คำตอบของข้อที่ 5.2	

ข้อที่ 6 คำตอบของสมการ $4x+7=20$ มีค่าเท่าใด

คำตอบของข้อที่ 6	

ข้อที่ 7 คำตอบของสมการ $4(x+5)-12=36$ มีค่าเท่าใด

คำตอบของข้อที่ 7	

ข้อที่ 8 คำตอบของสมการ $\frac{x}{4}=12-\frac{x}{12}$ มีค่าเท่าใด

คำตอบของข้อที่ 8	

ข้อที่ 9 ผลบวกของคำตอบของสมการ $7=5+0.25x$ กับคำตอบของสมการ $\frac{y}{3}+1=3$ มีค่าเป็นเท่าใด

คำตอบของข้อที่ 9

ข้อที่ 10 <u>จงเขียนสมการ</u>ที่สอดคล้องกับสถานการณ์

"รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ารูปหนึ่งมีเส้นรอบรูปยาว 50 เซนติเมตร มีด้านยาวยาวกว่าด้านกว้างอยู่ 2 เซนติเมตร และกำหนดให้ความยาวของด้านกว้างเป็น x เซนติเมตร"

คำตอบของข้อที่ 10

ข้อที่ 11 สี่เท่าของจำนวนจำนวนหนึ่ง รวมกับ $\frac{2}{3}$ ของจำนวนจำนวนนั้น แล้วได้ผลลัพธ์เป็น 280 จงหาจำนวนนั้น

คำตอบของข้อที่ 11

ข้อที่ 12 นักเรียนห้องหนึ่งมีจำนวนนักเรียน 42 คน

ถ้านักเรียนห้องนี้มีจำนวนนักเรียนหญิงเป็นสองเท่าของจำนวนนักเรียนชาย

อยากทราบว่าห้องนี้มีนักเรียนหญิงจำนวนกี่คน

คำตอบของข้อที่ 12

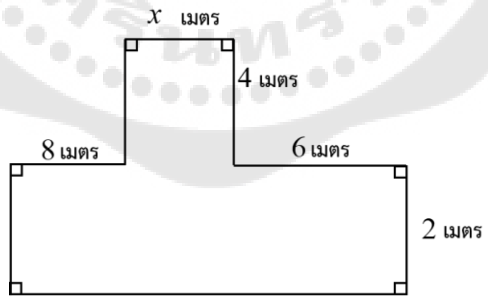
ข้อที่ 13 นายสุชาติโทรเรียกช่างประปาเพื่อมาซ่อมระบบท่อน้ำในบ้าน ช่างประปาคิดค่าบริการเป็นสองส่วน คือค่าเดินทางและค่าเวลาที่ใช้ในการซ่อม โดยช่างประปาคิดค่าเดินทางครั้งละ 300 บาท ซึ่งค่าเดินทางนี้ไม่ขึ้นกับเวลาที่ใช้ในการซ่อม ในขณะที่ค่าเวลาที่ใช้ในการซ่อม คิดราคาชั่วโมงละ 400 บาท ถ้าในการซ่อมครั้งนี้นายสุชาติจ่ายเงินค่าจ้างให้ช่างประปา 1,600 บาท แสดงว่าในการซ่อมครั้งนี้ใช้เวลากี่ชั่วโมง

คำตอบของข้อที่ 13

ข้อที่ 14 นิดและหน่อยเป็นพี่น้องกัน โดยที่นิดอายุมากกว่าหน่อยอยู่ 3 ปี ปัจจุบันทั้งสองคนอายุรวมกัน 13 ปี อยากทราบว่าอีก 7 ปีข้างหน้า นิดมีอายุกี่ปี

คำตอบของข้อที่ 14

ข้อที่ 15 กำหนดให้รูปด้านล่างนี้มีพื้นที่เท่ากับ 73 ตารางเมตร จงหาค่า x



คำตอบของข้อที่ 15

ภาคผนวก ฉ

แบบตรวจสอบรายการสำหรับสังเกตพฤติกรรมการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

แบบตรวจสอบรายการ

สำหรับสังเกตพฤติกรรมการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

วันที่สังเกต .... **ภาคการเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2562**

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ .... **เรื่อง** ....

นักเรียนคนที่ 1..
นักเรียนคนที่ 2..
นักเรียนคนที่ 3..
นักเรียนคนที่ 4..

ข้อ	พฤติกรรมของนักเรียนที่คาดหวัง	นักเรียนคนที่				บันทึก
		1	2	3	4	
1	นักเรียนอ่านปัญหาอย่างระมัดระวัง ครบถ้วน					
2	นักเรียนแสดงร่องรอย/นำเสนอข้อมูลที่สำคัญของปัญหา					
3	นักเรียนแสดงร่องรอย/นำเสนอ สิ่งที่โจทย์ต้องการ					
4	นักเรียนเรียบเรียงหรืออภิปรายปัญหาโดยใช้ภาษาของตนเอง					
5	นักเรียนมีร่องรอยในการทด เขียน หรือเรียบเรียงข้อมูลจากปัญหา เช่น การวาดแผนภาพหรือตารางประกอบ					
6	นักเรียนมีการอภิปรายหรือพูดคุยกันระหว่างสมาชิกภายในกลุ่ม ถึงกลยุทธ์หรือกระบวนการที่จะใช้ในการแก้ปัญหา					
7	นักเรียนมีการใช้ข้อมูลจากแผนภาพ เพื่อเขียนสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวที่สอดคล้องกับปัญหา					

ข้อ	พฤติกรรมของนักเรียนที่คาดหวัง	นักเรียนคนที่				บันทึก
		1	2	3	4	
8	นักเรียนมีการอภิปรายหรือพูดคุยกันระหว่างสมาชิกภายในกลุ่ม เกี่ยวกับตรวจสอบความถูกต้องของกลยุทธ์หรือกระบวนการที่จะใช้ในการแก้ปัญหา					
9	นักเรียนเขียนอธิบายขั้นตอนการแก้ปัญหาได้อย่างชัดเจน และเป็นระบบ					
10	นักเรียนดำเนินการแก้ปัญหาอย่างเป็นระบบตามแผนที่วางไว้					
11	นักเรียนติดตามการดำเนินการตามแผนของตนเองหรือเพื่อน					
12	นักเรียนคำนวณซ้ำอีกครั้ง เพื่อตรวจสอบความถูกต้อง					
13	นักเรียนอ่านปัญหาทวนอีกครั้งหนึ่ง หลังจากการแก้ปัญหาได้เสร็จสิ้นแล้ว					
14	นักเรียนตรวจสอบความถูกต้องของคำตอบด้วยวิธีการตรวจสอบความสอดคล้องกับเงื่อนไขของปัญหา					
15	นักเรียนสรุปคำตอบได้สอดคล้องกับเงื่อนไขของปัญหา					

การให้คะแนน: ให้ผู้เรียนคะแนนเป็นรายบุคคลในแต่ละพฤติกรรมที่คาดหวัง โดยใช้แบบตรวจสอบรายการในการสังเกตพฤติกรรมของผู้เรียนและให้คะแนนกับผู้เรียน โดยมีเกณฑ์การให้คะแนนในแต่ละพฤติกรรมที่คาดหวัง ดังนี้

ให้คะแนน 0 คะแนน หากผู้เรียนไม่แสดงออกถึงพฤติกรรม

ให้คะแนน 1 คะแนน หากผู้เรียนมีแนวโน้มแสดงออกถึงพฤติกรรมแต่ไม่ชัดเจน

ให้คะแนน 2 คะแนน หากผู้เรียนแสดงออกถึงพฤติกรรมอย่างชัดเจน

ภาคผนวก ช

รายนามผู้เชี่ยวชาญตรวจคุณภาพของเครื่องมือวิจัย

รายนามผู้เชี่ยวชาญตรวจคุณภาพของเครื่องมือวิจัย

รายนามผู้เชี่ยวชาญที่ให้ความอนุเคราะห์ตรวจคุณภาพของเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย ซึ่งได้แก่ (1) แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิด CPA (2) แบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว (3) แบบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว และ (4) แบบตรวจสอบรายการสำหรับสังเกตพฤติกรรมการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว มีทั้งหมด 3 ท่าน ดังนี้

1. ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. ทรงชัย อักษรคิด
   ภาควิชาการศึกษา คณะศึกษาศาสตร์
   มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

2. ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. เรืองวรินท์ อินทรวงษ์ สราญรักษ์สกุล
   ภาควิชาคณิตศาสตร์ คณะวิทยาศาสตร์
   มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ

3. ครูจิรภิญญา ฉายแสง
   กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์
   โรงเรียนศรีอยุธยา ในพระอุปถัมภ์ฯ

ภาคผนวก ซ
หนังสือเชิญผู้ทรงคุณวุฒิ
หนังสือขอความร่วมมือในการเก็บข้อมูลวิจัย
และหนังสือยืนยันการยกเว้นการรับรองคณะกรรมการจริยธรรม
สำหรับพิจารณาโครงการวิจัยที่ทำในมนุษย์

ที่ อว 8718/2183

บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ
114 สุขุมวิท 23 แขวงคลองเตยเหนือ
เขตวัฒนา กรุงเทพฯ 10110

4 ธันวาคม 2562

เรื่อง ขอความอนุเคราะห์เก็บข้อมูลเพื่อการวิจัย

เรียน ผู้อำนวยการโรงเรียนศรีอยุธยา ในพระอุปถัมภ์ฯ

เนื่องด้วย นายณัฐวุฒิ โชติวิญญู นิสิตระดับปริญญาโท สาขาวิชาคณิตศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ได้รับอนุมัติให้ทำปริญญานิพนธ์ เรื่อง "การศึกษาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ผ่านการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิด Concrete – Pictorial – Abstract (CPA) สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1" โดยมี อาจารย์ ดร.ญานิน กองทิพย์ อาจารย์ที่ปรึกษาหลัก

ในการนี้ นิสิตขอความอนุเคราะห์เก็บข้อมูล โดยใช้ 1) แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวและแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว 2) แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิด CPA (Concrete – Pictorial – Abstract) เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 และ 3) แบบตรวจสอบรายการสำหรับสังเกตพฤติกรรมการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 จำนวน 2 ห้อง เพื่อเป็นข้อมูลในการวิจัย และขอใช้สถานที่โรงเรียน ระหว่างเดือนธันวาคม 2562 ถึงเดือนกุมภาพันธ์ 2563 ทั้งนี้ นิสิตจะเป็นผู้ประสานงานในรายละเอียดดังกล่าวต่อไป

จึงเรียนมาเพื่อโปรดพิจารณาขอความอนุเคราะห์ และขอขอบพระคุณมา ณ โอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(รองศาสตราจารย์ นายแพทย์ฉัตรชัย เอกปัญญาสกุล)
คณบดีบัณฑิตวิทยาลัย

สำนักงานคณบดีบัณฑิตวิทยาลัย
โทร. 0 2649 5064
หมายเหตุ : สอบถามข้อมูลเพิ่มเติมกรุณาติดต่อนิสิต โทรศัพท์ 091 402 4587

บันทึกข้อความ

ส่วนงาน งานบริหารและธุรการ บัณฑิตวิทยาลัย โทร. 15644

ที่ อว 8718.1/2182 **วันที่** 4 ธันวาคม 2562

เรื่อง ขอความอนุเคราะห์บุคลากรในสังกัดเป็นผู้เชี่ยวชาญ

เรียน คณบดีคณะวิทยาศาสตร์

เนื่องด้วย นายณัฐวุฒิ โชติวิญญู นิสิตระดับปริญญาโท สาขาวิชาคณิตศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ได้รับอนุมัติให้ทำปริญญานิพนธ์ เรื่อง "การศึกษาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ผ่านการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิด Concrete – Pictorial – Abstract (CPA) สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1" โดยมี อาจารย์ ดร.ญานิน กองทิพย์ อาจารย์ที่ปรึกษาหลัก

ในการนี้ บัณฑิตวิทยาลัยขอเรียนเชิญ ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.เรืองวรินท์ อินทรวงษ์สราญรักษ์สกุล เป็นผู้เชี่ยวชาญตรวจ 1) แบบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน 2) แบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหา 3) แบบตรวจสอบรายการวัดพฤติกรรมในการแก้ปัญหา และ 4) แผนการจัดการเรียนรู้ ทั้งนี้ นิสิตได้ติดต่อประสานงานเบื้องต้นกับบุคลากรของท่านแล้ว และจะประสานงานในรายละเอียดดังกล่าวต่อไป และสามารถสอบถามข้อมูลเพิ่มเติมได้ที่ 091 402 4587

จึงเรียนมาเพื่อขอความอนุเคราะห์บุคลากรในสังกัดเป็นผู้เชี่ยวชาญให้ นายณัฐวุฒิ โชติวิญญู และขอขอบพระคุณมา ณ โอกาสนี้

(รองศาสตราจารย์ นายแพทย์ฉัตรชัย เอกปัญญาสกุล)
คณบดีบัณฑิตวิทยาลัย

ที่ อว 8718/2181

บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ
114 สุขุมวิท 23 แขวงคลองเตยเหนือ
เขตวัฒนา กรุงเทพฯ 10110

4 ธันวาคม 2562

เรื่อง ขอความอนุเคราะห์บุคลากรในสังกัดเป็นผู้เชี่ยวชาญ

เรียน ผู้อำนวยการโรงเรียนศรีอยุธยา ในพระอุปถัมภ์ฯ

เนื่องด้วย นายณัฐวุฒิ โชติวิญญู นิสิตระดับปริญญาโท สาขาวิชาคณิตศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ได้รับอนุมัติให้ทำปริญญานิพนธ์ เรื่อง "การศึกษาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ผ่านการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิด Concrete – Pictorial – Abstract (CPA) สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1" โดยมี อาจารย์ ดร.ญานิน กองทิพย์ อาจารย์ที่ปรึกษาหลัก

ในการนี้ บัณฑิตวิทยาลัยขอเรียนเชิญ นางสาวจิรภิญญา ฉายแสง เป็นผู้เชี่ยวชาญตรวจ 1) แบบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน 2) แบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหา 3) แบบตรวจสอบรายการวัดพฤติกรรมในการแก้ปัญหา และ 4) แผนการจัดการเรียนรู้ ทั้งนี้ นิสิตได้ติดต่อประสานงานเบื้องต้นกับบุคลากรของท่านแล้ว และจะประสานงานในรายละเอียดดังกล่าวต่อไป

จึงเรียนมาเพื่อขอความอนุเคราะห์บุคลากรในสังกัดเป็นผู้เชี่ยวชาญให้ นายณัฐวุฒิ โชติวิญญู และขอขอบพระคุณมา ณ โอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

ฉัตรชัย อ.

(รองศาสตราจารย์ นายแพทย์ฉัตรชัย เอกปัญญาสุกล
คณบดีบัณฑิตวิทยาลัย

สำนักงานคณบดีบัณฑิตวิทยาลัย
โทร. 0 2649 5064
หมายเหตุ : สอบถามข้อมูลเพิ่มเติมกรุณาติดต่อนิสิต โทรศัพท์ 091 402 4587

ที่ อว 8718/2181

บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ
114 สุขุมวิท 23 แขวงคลองเตยเหนือ
เขตวัฒนา กรุงเทพฯ 10110

4 ธันวาคม 2562

เรื่อง ขอความอนุเคราะห์บุคลากรในสังกัดเป็นผู้เชี่ยวชาญ

เรียน คณบดีคณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

เนื่องด้วย นายณัฐวุฒิ โชติวิญญู นิสิตระดับปริญญาโท สาขาวิชาคณิตศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ได้รับอนุมัติให้ทำปริญญานิพนธ์ เรื่อง "การศึกษาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ผ่านการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิด Concrete – Pictorial – Abstract (CPA) สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1" โดยมี อาจารย์ ดร.ญานิน กองทิพย์ อาจารย์ที่ปรึกษาหลัก

ในการนี้ บัณฑิตวิทยาลัยขอเรียนเชิญ ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.ทรงชัย อักษรคิด เป็นผู้เชี่ยวชาญตรวจ 1) แบบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน 2) แบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหา 3) แบบตรวจสอบรายการวัดพฤติกรรมในการแก้ปัญหา และ 4) แผนการจัดการเรียนรู้ ทั้งนี้ นิสิตได้ติดต่อประสานงานเบื้องต้นกับบุคลากรของท่านแล้ว และจะประสานงานในรายละเอียดดังกล่าวต่อไป

จึงเรียนมาเพื่อขอความอนุเคราะห์บุคลากรในสังกัดเป็นผู้เชี่ยวชาญให้ นายณัฐวุฒิ โชติวิญญู และขอขอบพระคุณมา ณ โอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

ฉัตรชัย อ.

(รองศาสตราจารย์ นายแพทย์ฉัตรชัย เอกปัญญาสุกล
คณบดีบัณฑิตวิทยาลัย

สำนักงานคณบดีบัณฑิตวิทยาลัย
โทร. 0 2649 5064
หมายเหตุ : สอบถามข้อมูลเพิ่มเติมกรุณาติดต่อนิสิต โทรศัพท์ 091 402 4587

MF-04-version-2.0
วันที่ 18 ต.ค. 61

หนังสือยืนยันการยกเว้นการรับรอง
คณะกรรมการจริยธรรมสำหรับพิจารณาโครงการวิจัยที่ทำในมนุษย์
มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ

(เอกสารนี้เพื่อแสดงว่าคณะกรรมการจริยธรรมสำหรับพิจารณาโครงการวิจัยที่ทำในมนุษย์ ได้พิจารณาโครงการวิจัยนี้)

ชื่อโครงการวิจัย	: การศึกษาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ผ่านการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิด Concrete – Pictorial – Abstract (CPA) สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1
ชื่อหัวหน้าโครงการวิจัย	: นายณัฐวุฒิ โชติวิญญู
หน่วยงานต้นสังกัด	: คณะวิทยาศาสตร์
รหัสโครงการวิจัย	: SWUEC-G-256/2562X

โครงการวิจัยนี้เป็นโครงการวิจัยที่เข้าข่ายยกเว้น (Research with Exemption from SWUEC)

วันที่ยืนยัน	: 23 ธันวาคม 2562
ยืนยันโดย	: คณะกรรมการจริยธรรมสำหรับพิจารณาโครงการวิจัยที่ทำในมนุษย์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ

คณะกรรมการจริยธรรมสำหรับพิจารณาโครงการวิจัยที่ทำในมนุษย์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ดำเนินการรับรองโครงการวิจัยตามแนวทางหลักจริยธรรมการวิจัยในคนที่เป็นสากล ได้แก่ Declaration of Helsinki, the Belmont Report, CIOMS Guidelines **และ** the International Conference on Harmonization in Good Clinical Practice (ICH-GCP)

ออกให้ ณ วันที่ 4 กุมภาพันธ์ 2563

(ลงชื่อ)..	**(ลงชื่อ)}**..
(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.ทันตแพทย์หญิงณปภา เอี่ยมจิรกุล)	**(แพทย์หญิงสุรีพร ภัทรสุวรรณ)**
กรรมการและเลขานุการคณะกรรมการจริยธรรม	**ประธานคณะกรรมการจริยธรรม**
สำหรับพิจารณาโครงการวิจัยที่ทำในมนุษย์	**สำหรับพิจารณาโครงการวิจัยที่ทำในมนุษย์**

หมายเลขรับรอง : SWUEC/X/G-256/2562

ประวัติผู้เขียน

ชื่อ-สกุล	ณัฐวุฒิ โชติวิญญู	
วัน เดือน ปี เกิด	27 กันยายน 2537	
สถานที่เกิด	กรุงเทพมหานคร	
วุฒิการศึกษา	พ.ศ. 2555	มัธยมศึกษาตอนปลาย จาก โรงเรียนบางปะกอกวิทยาคม
	พ.ศ. 2560	ครุศาสตรบัณฑิต (ค.บ.) เกียรตินิยมอันดับ 1 ภาควิชาหลักสูตรและการสอน สาขาวิชามัธยมศึกษา วิชาเอกคณิตศาสตร์ จาก จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
	พ.ศ. 2565	การศึกษามหาบัณฑิต (กศ.ม.) สาขาวิชาคณิตศาสตร์ จาก มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ
ที่อยู่ปัจจุบัน	เคหะสุขสวัสดิ์ 30 ซ.สุขสวัสดิ์ 30 ถนนสุขสวัสดิ์ แขวงบางปะกอก เขตราษฎร์บูรณะ กรุงเทพมหานคร 10140	